

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
CENTRO INTERDISCIPLINAR DE NOVAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO

Leandra Anversa Fioreze

**ATIVIDADES DIGITAIS E A CONSTRUÇÃO
DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE:
UMA ANÁLISE A PARTIR DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Porto Alegre
2010

Leandra Anversa Fioreze

**ATIVIDADES DIGITAIS E A CONSTRUÇÃO
DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE:
UMA ANÁLISE A PARTIR DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação do Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Doutora em Informática na Educação.

Orientador:

Prof. Dr. Dante Augusto Couto Barone

Coorientador:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Linha de Pesquisa: Paradigmas Para a Pesquisa
Sobre o Ensino Científico e Tecnológico

Porto Alegre
2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

Reitor: Prof. José Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor: Prof. Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação: Prof. Aldo Bolten Lucion

Diretor do CINTED: Profa. Rosa Maria Vicari

Coordenador do PPGIE: Prof. José Valdeni de Lima

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

F138p Fioreze, Leandra Anversa

Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais / Leandra Anversa Fioreze; Orientador: Dante Augusto Couto Barone; Coorientador: Marcus Vinivius de Azevedo Basso. – Porto Alegre, 2010.

203 f. + Apêndices.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, 2010, Porto Alegre, BR-RS.

1. Matemática. 2. Proporcionalidade. 3. Teoria dos campos conceituais. 4. Engenharia Didática. 5. Ambiente de aprendizagem. 6. Software educacional. 7. Aluno. 8 Ensino Fundamental. 9. Ambiente digital. 10. Vergnaud, Gerard. I. Barone, Dante Augusto Couto. II. Basso, Marcus Vinivius de Azevedo. III. Título.

CDU – **57:371.694:681.3**

Leandra Anversa Fioreze

**ATIVIDADES DIGITAIS E A CONSTRUÇÃO
DOS CONCEITOS DE PROPORCIONALIDADE:
UMA ANÁLISE A PARTIR DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação do Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Doutora em Informática na Educação.

Aprovada em 13 jan. 2010.

Prof. Dr. Dante Augusto Couto Barone – Orientador

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso – Coorientador

Profa. Dra. Cleci Maraschin – UFRGS

Profa. Dra. Crediné Silva de Menezes – UFRGS

Profa. Dra. Vera Clotilde Garcia – UFRGS

Profa. Dra. Helena Noronha Cury – UNIFRA

A Deus, pela vida e por esta força sempre presente que me impulsiona a viver cada momento com muita intensidade.

Aos meus pais Terezinha e Idino que, pelos exemplos de trabalho, dedicação à família e à comunidade, me ajudaram muito a construir a pessoa que sou hoje.

Ao meu marido Claudio, com quem compartilho as alegrias e tristezas, lutas e sonhos, trilhando juntos nossos caminhos com muito amor.

Aos meus irmãos, Giovana e Diovani, meus eternos amigos.

Aos meus filhos queridos, João Paulo e Lorenzo, que em minha vida são a expressão do meu amor e de minha dedicação.

AGRADECIMENTOS

É difícil agradecer, pois corremos o risco de esquecer pessoas importantes, que de alguma forma marcaram nossa trajetória.

Começo agradecendo meus professores da UFSM, do curso de graduação e de especialização em Matemática, que sempre me incentivaram a acreditar na Educação Matemática, colaborando com as discussões profícuas relacionadas com a formação de professores e o processo ensino-aprendizagem: Primo M. Brambilla, Inês F. Moraes, Alcebíades Gazzoni, Ana Maria Beltrame, Marli Basso, Marian Noal Moro, Eleni Bisognin e Regina Bathelt.

Aos colegas do curso de Matemática da UFSM, especialmente à Maria Cecília P. Santarosa, com quem compartilhei muito estudo, dedicação ao curso e amizade.

Aos prof. João Paulo Lukaszczyk e Leonardo Bonorino, meu orientador e coorientador no mestrado em Matemática Aplicada e aos colegas Adilção Beust e Rosenei Knackfuss pelos ensinamentos, estudos em grupo, amizade e dedicação.

Aos que foram meus professores do Doutorado: Eliseu Reategui, Fernando Becker, Magda Brecht, Liane Tarouco, Patrícia Behar, Rosane Nevada, Maria Cristina Villanova Biazus, Marie Jane Soares Carvalho e Milton Antônio Zaro, pelas contribuições valiosas à minha formação.

Ao meu orientador Professor Dante Augusto Couto Barone, pela disponibilidade ao atendimento, a paciência, a sinceridade e a amizade.

Ao meu coorientador Professor Marcus Vinicius de Azevedo Basso, exemplo de pessoa, de amigo, de pesquisador e de dedicação, que com força de vontade e sabedoria, muito contribuiu para a qualidade deste trabalho.

Aos colegas do Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, agradeço a felicidade de tê-los conhecido e compartilhado momentos de trabalho, amizade, troca de idéias e descontração.

Um agradecimento à Universidade Federal do Rio Grande do Sul o qual, pela segunda vez tive a oportunidade de ser aluna e em especial ao Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação (direção e funcionários, professores e alunos).

Aos professores que participaram da banca, tanto de qualificação como de defesa de tese, pelas contribuições significativas dadas ao trabalho desenvolvido: Helena Cury, Marcelo Borba, Lea Fagundes, Cleci Maraschin, Crediné Menezes e Vera Clotilde Garcia.

Aos colegas e alunos do Curso de Matemática e áreas afins e do Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática da UNIFRA, especialmente àqueles que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho:

- Professores Leila Pincolini, Alcebíades Gazzoni, Eleni Bisognin, Vanilde Bisognin, Helena Cury, Carmen Mathias, Ana Paula Canal, Gilse Folkemback e Solange Fagan.

- Alunos Luciano Martins, Suelen Guterres, Ana Paula Assumpção, Ana Paula Noro, Carla Lencina e Rodrigo Antoniazzi.

Um agradecimento especial à professora Sílvia Isaia, do curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática da UNIFRA, uma pessoa amiga e sábia, que sempre me incentivou e me possibilitou sentir muita confiança no trabalho de pesquisa desenvolvido, dando valiosas contribuições e apoio em todos os momentos.

Aos alunos da 8ª série da Escola Municipal João Frederico Savegnago – Turma de 2008, pelo empenho e dedicação, dando o melhor de si e sendo sujeitos ativos nesta pesquisa, sem o qual este trabalho não teria se concretizado.

À secretaria de educação do município de Silveira Martins e direção e funcionários da escola, pelo espaço disponibilizado e pelo apoio recebido durante todo o desenvolvimento da pesquisa.

Aos alunos do curso de Matemática e de outros cursos que possuem esta disciplina em sua grade curricular, aos alunos das escolas, os que estão cursando e os que ainda estão por vir, razão pela qual existimos como professores de Matemática, sabendo que ainda devemos evoluir muito na compreensão de como pensam e de como constroem seu conhecimento, buscando melhores formas de ensinar, para que a Matemática seja apreendida de forma mais prazerosa e com mais qualidade, por um universo crescente de alunos.

A todos que, diretamente ou indiretamente, contribuíram para o desenvolvimento desta pesquisa.

Acima de tudo, o amor

*Ainda que eu falasse línguas, as dos homens e as dos anjos,
se eu não tivesse amor,
seria como sino ruidoso ou como címbalo estridente.
Ainda que eu tivesse todo o dom da profecia,
o conhecimento de todos os mistérios e de toda a ciência;
ainda que eu tivesse toda a fé, a ponto de transportar montanhas,
se eu não tivesse o amor,
eu não seria nada.
Ainda que eu distribuísse todos os meus bens aos famintos,
ainda que entregasse o meu corpo às chamas,
se eu não tivesse o amor,
nada disso me adiantaria.*

...

*Quando eu era criança, falava como criança, pensava como criança.
Depois que me tornei adulto, deixei o que era próprio de criança.
Agora vemos como em espelho, e de maneira confusa;
mas depois veremos face a face.
Agora o meu conhecimento é limitado, mas depois
conhecerei como sou conhecido.
Agora, portanto, permanecem estas três coisas:
a fé, a esperança e o amor.
A maior delas, porém, é o **amor**.
(1ª. Carta aos Coríntios, 13, 1-13).*

RESUMO

Nesta tese, foi desenvolvida uma investigação, utilizando, principalmente, atividades digitais relacionadas com a aprendizagem dos conceitos de proporcionalidade. A base para analisar as construções conceituais dos alunos é a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud. Esta teoria é considerada cognitivista e busca compreender os processos de conceitualização, situando e estudando as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Além disso, esta teoria trabalha com a noção de conhecimento a partir das habilidades e informações expressas pelas crianças e adolescentes. Para garantir uma maior abrangência de situações envolvendo o campo conceitual das estruturas multiplicativas e da proporcionalidade, selecionou-se os softwares Régua e Compasso, planilha eletrônica, geoplano, dois objetos de aprendizagem criados pelo grupo de pesquisa RIVED/UNIFRA, um vídeo “Matemática na Vida: Razão e Proporção”, do portal Domínio Público e objetos materiais como maquetes, molas, moedas, folhas de papel. Para o acompanhamento das aulas e permitir a socialização e a interação por meio de comentários, foi criado um Blog no Wordpress. A metodologia escolhida foi a Engenharia Didática, que valoriza as relações de dependência entre a dimensão teórica e a prática da pesquisa. Os sujeitos da pesquisa foram alunos da oitava série de uma escola municipal, situada na zona rural do município de Silveira Martins, RS. Os resultados demonstram potenciais contribuições das atividades digitais para o desenvolvimento das estruturas multiplicativas e da proporcionalidade. Verificou-se que as duplas de alunos conseguiram maior coerência no uso de modelos explicativos em diferentes situações, interpretando as situações e resolvendo-as de forma a explicitar seus conhecimentos, utilizando a linguagem natural ou simbólica e estabelecendo relações com as novas situações a vencer. Nesse sentido, os teoremas em ação e os conceitos em ação se tornaram mais claros, atingindo um novo patamar, em que os conceitos espontâneos evoluíram para conceitos científicos. Há de se destacar que o professor tem um papel importante no planejamento, na escolha das atividades e no nível de profundidade abordado, devendo levar em conta o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, pois isto é um fator que poderá motivar ou não o aluno a “aprender a aprender”, ou seja, a querer ser o autor do seu próprio processo de construção de conhecimento.

Palavras-chave: **Matemática. Proporcionalidade. Teoria dos Campos Conceituais. Engenharia Didática. Ambiente de aprendizagem. Software Educacional. Aluno. Ensino Fundamental. Ambiente Digital. Vergnaud, Gerard.**

ABSTRACT

In this thesis, it was developed a research, using mainly digital activities related to learning the concepts of proportionality. The basis for analyzing the conceptual constructions of the students is the Theory of Conceptual Fields, Gerard Vergnaud. This theory is considered cognitive and seeks to understand the processes of conceptualization, standing and studying the breaks between affiliations and knowledge in terms of its conceptual content. Moreover, this theory works with the notion of knowledge from the skills and information expressed by children and teenagers. To ensure a wider range of situations involving such concepts of multiplicative structures and proportionality, we selected the software ruler and compass, spreadsheet, geoplano, two learning objects created by the research group RIVED / UNIFRA, a video " MATEMÁTICA NA VIDA: RAZÃO E PROPORÇÃO", Domínio Público gateway material objects as models, springs, coins, pieces of paper. In monitoring the lessons and allow socialization and interaction through comments, it was created a blog on Wordpress. The method chosen was the Engineering Curriculum, which values the relations of dependence between the size of the theoretical and practical research. The subjects of the research were eighth graders students in a school hall, located in the rural area of Silveira Martins, RS. The results demonstrate the potential contributions of digital activities for the development of multiplicative structures and proportionality. It was found that pairs of students achieved greater consistency in the use of explanatory models in different situations. In this way, the theorems in action and the concepts in action became clearer, reaching a new level, where the spontaneous concepts evolved to scientific concepts, getting interpret situations and resolve them in order to clarify their knowledge, using the natural or symbolic language and establishing relationships with new situations to win. It must be noted that the teacher has an important role in planning, choice of activities and level of depth addressed, should take into account the cognitive development of individuals, as this is one factor that may or may not motivate students to learn to learn, in other words, wanting to be the author of their own process of knowledge construction.

Keywords: Math. Proportionality. Theory of conceptual fields. Didactic engineering. Learning environment. Educational Software. Student. Elementary school. Digital Environment. Vergnaud, Gérard.

FIOREZE, Leandra Anversa. **Atividades Digitais e a Construção dos Conceitos de Proporcionalidade**: uma análise a partir da teoria dos campos conceituais. – Porto Alegre, 2010. 203 f. + Apêndices. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Triângulo da Didática.....	28
Figura 2 – Mapa Conceitual da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud.....	34
Figura 3 – Gráficos de Funções.....	46
Figura 4 – Pentagrama: símbolo da escola pitagórica.....	47
Figura 5 – Equilíbrio na Balança.....	49
Figura 6 – Ampliação do Retângulo.....	50
Figura 7 – Modelo de Roteiro de Tela.....	62
Figura 8 – Objeto Publicado no Repositório.....	64
Figura 9 – Tela Inicial do C.a.R.	65
Figura 10 – Gráfico Referente a Avaliação do software Régua e Compasso.....	69
Figura 11 – Blog Como Apoio na Disciplina de Física.....	72
Figura 12 – Blogs Criados Pelos Alunos.....	72
Figura 13 – Interação Entre as Pessoas.....	73
Figura 14 – Pessoas Trabalhando em Conjunto, Distantes Geograficamente.....	76
Figura 15 – Quantidade de Acessos ao Blog Criado Para a Pesquisa, Estatística Obtida de 27 de março a 24 de abril de 2009.....	77
Figura 16 – Quantidade de Visualizações dos Posts.....	78
Figura 17 – Criação de Enquetes.....	79
Figura 18 – Adição de Usuário à Comunidade.....	80
Figura 19 – Identificação da Célula B15.....	81
Figura 20 – Atividade no Excel.....	86
Figura 21 – Mapa da Engenharia Didática.....	92
Figura 22 – Segmentos Comensuráveis.....	97
Figura 23 – Triângulo Isósceles.....	97
Figura 24 – Retas Paralelas Cortadas por duas Transversais.....	98
Figura 25 – Medição da Altura da Pirâmide.....	100
Figura 26 – Representação Geométrica da Interpretação Dada por Tales.....	100
Figura 27 – Número de Coleções por Proposta Metodológica Adotada.....	106
Figura 28 – Besouro.....	114
Figura 29 – Leão.....	114
Figura 30 – Desenho de uma Casa.....	115

Figura 31 – Prováveis Ampliações/Reduções de uma Casa.....	116
Figura 32 – Identificação Pelo Aluno das Figuras Semelhantes.	117
Figura 33 – Retângulo.....	118
Figura 34 – Ampliação do Retângulo Pelo Aluno.....	119
Figura 35 – Ampliação do Retângulo Pelo Mesmo Aluno.	119
Figura 36 – Frequência de Utilização do Computador.	125
Figura 37 – Finalidade com que usa o Computador.....	128
Figura 38 – Respostas dos Alunos Sobre Uso de Computador Para Aprender Matemática..	129
Figura 39 – Página de Apresentação do Blog “Proporcionalidade”.....	135
Figura 40 – Maquete da Igreja.....	138
Figura 41 – Maquete do Ambiente Interno.....	138
Figura 42 – Alunos Descobrimdo as Medidas da Maquete.....	139
Figura 43 – Desenho da Igreja Vista de Frente.	140
Figura 44 – Alunos Calculando a Quantidade de Material	141
Figura 45 – Alunos Assistindo o Vídeo.	144
Figura 46 – Página de Abertura do Objeto.....	145
Figura 47 – Ampliações/Reduções da Foto.....	146
Figura 48 – Condições Para que as Fotos Sejam Semelhantes.	146
Figura 49 – Atividade de Ampliação.	147
Figura 50 – Geoplano Virtual.....	151
Figura 51 – Geoplano Quadricular.	152
Figura 52 – Triângulo	152
Figura 53 – Seqüência de Triângulos.....	153
Figura 54 – Polígono.....	154
Figura 55 – Resposta Aluno I	154
Figura 56 – Resposta Dupla EF	154
Figura 57 – Resposta dupla AB	154
Figura 58 – Figura Construída Pela Dupla A e B.....	155
Figura 59 – Figura Reduzida Pela Dupla A e B	155
Figura 60 – Construção de Triângulos Retângulos com o Software Geogebra	156
Figura 61 – Seqüência de Quadrados.....	158
Figura 62 – Alunos Medindo o Alongamento da Mola, Conforme Muda a Massa Colocada em sua Extremidade.....	161

Figura 63 – Dados Sobre o Alongamento da Mola	162
Figura 64 – Gráfico Obtido por uma Dupla	162
Figura 65 – Perímetro em Função da Medida do Lado.....	167
Figura 66 – Representação Geométrica dos Pontos (medida do lado perímetro).....	168
Figura 67 – Representação Geométrica dos Pontos (medida do lado, perímetro) ₂	168
Figura 68 – Apresentação de Luca.	169
Figura 69 – Arquiteta e pai de Luca.....	169
Figura 70 – Praça da Cidade.....	169
Figura 71 – Mapas.	170
Figura 72 – Mapa sem Escala.....	170
Figura 73 – Distância Entre as Cidades.	170
Figura 74 – Luca se Apresenta a Arquiteta.	171
Figura 75 – Arquiteta Explicando o que é Escala.....	171
Figura 76 – Verificação da Proporcionalidade.	171
Figura 77 – Planta da Casa.	172
Figura 78 – Determinação da Escala do Mapa.	173
Figura 79 – Triângulo Retângulo Original	176
Figura 80 – Ampliação do Triângulo Retângulo.	177
Figura 81 – Exploração de Figuras Geométricas no Software Régua e Compasso.....	178
Figura 82 – Triângulo Retângulo.....	179
Figura 83 – Enquete.....	188

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Frequência dos Alunos que Possuem Computador em Casa	126
Tabela 2 – Local em que Aprenderam a Utilizar o Computador.....	126
Tabela 3 – Finalidade da Utilização do Computador.....	127

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Propostas Metodológicas Identificadas nas Coleções Aprovadas no PNLD-2008.....	106
Quadro 2 – Quadro-Resumo das Atividades.....	137
Quadro 3 – Medida do Lado e do Perímetro.....	159
Quadro 4 – Medida do Lado e da Área.....	159
Quadro 5 – Resposta de uma das Duplas.....	159
Quadro 6 – Representação da Dupla.....	162
Quadro 7 – Medidas dos Lados do Triângulo de 30°	180
Quadro 8 – Razões Entre os Lados do Triângulo Retângulo de 30°	180
Quadro 9 – Medidas dos Lados do Triângulo Qualquer.....	180
Quadro 10 – Razões Entre os Lados do Triângulo Qualquer.....	181

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 APRESENTAÇÃO.....	16
1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA.....	16
1.3 ESTRUTURA DA TESE.....	21
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1 EDUCAÇÃO, APRENDIZAGEM E ENSINO EM MATEMÁTICA.....	23
2.2 PROFESSOR, ALUNO, SABER, AS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E O COMPUTADOR	27
2.3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	30
2.3.1 Campos Conceituais	32
2.3.2 Conceitos e Esquemas	34
2.3.2.1 Situações.....	38
2.3.2.2 Significados e Significantes.....	41
2.4 O RACIOCÍNIO ENVOLVENDO A PROPORCIONALIDADE.....	45
2.5 O COMPUTADOR, O ENSINO-APRENDIZAGEM E AS DIVERSAS TECNOLOGIAS	51
2.5.1 Uma visão Crítica Sobre a Utilização do Computador e o Ensino da Matemática	51
2.5.2 Os objetos de Aprendizagem e o Padrão RIVED	55
2.5.2.1 Elaboração dos Objetos Digitais para a Pesquisa.....	58
2.5.2.2 Etapas.....	61
2.5.3 Software Régua e Compasso	65
2.5.4 Blogs	70
2.5.4.1 Recursos do Blog WordPress.....	76
2.5.5 Planilhas Eletrônicas	81
2.5.5.1 Planilhas Eletrônicas e o Ensino de Matemática.....	83
3 METODOLOGIA DA PESQUISA	88
3.1 PROBLEMA DE PESQUISA.....	88
3.2 OBJETIVOS.....	88
3.2.1 Objetivo Geral	88
3.2.2 Objetivos Específicos	88
3.3 TIPO DE PESQUISA.....	89

3.4 FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA.....	92
3.4.1 Análise Prévia ou Preliminar	93
3.4.2 Concepção e Análise a Priori	93
3.4.3 Experimentação, Implementação da Experiência ou Aplicação da Sequência Didática	94
3.4.4 Análise <i>a Posteriori</i> e Validação da Experiência	94
4 DISCUSSÃO DOS ACHADOS	95
4.1 ANÁLISE PRELIMINAR.....	95
4.1.1 A Dimensão Epistemológica da Proporcionalidade	95
4.1.1.1 Epistemologia da proporcionalidade em uma perspectiva histórica.....	95
4.1.1.2 Obstáculos epistemológicos que surgem na construção do conceito.....	101
4.1.2 Dimensão Didática	103
4.1.2.1 Resumindo a análise da Dimensão Didática	108
4.1.3 Dimensão Cognitiva	109
4.1.4 Condições e Realidade do Local da Pesquisa	111
4.1.5 Aplicação de um Questionário Para Analisar as Concepções Prévias	112
4.1.6 Análise das Concepções Prévias dos Alunos, das Dificuldades e dos Obstáculos Epistemológicos	114
4.1.7 Do Questionário Relacionado à Utilização do Computador	125
4.1.8. Resumindo a análise prévia	130
4.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI.....	131
4.2.1 Hipóteses	133
4.3 EXPERIMENTAÇÃO, IMPLEMENTAÇÃO DA EXPERIÊNCIA OU APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....	134
4.4 ANÁLISES <i>A PRIORI</i> E <i>A POSTERIORI</i>	137
4.5 VALIDAÇÃO DA EXPERIÊNCIA.....	183
4.6 APRECIÇÃO DO PROJETO PELOS ALUNOS.....	186
5 REFLEXÕES PROVISÓRIAS: o que a pesquisa indicou	189
5.1 RESULTADOS E TRABALHOS FUTUROS.....	191
BIBLIOGRAFIA	193
APÊNDICES	204
Apêndice A – Questão 1	205
Apêndice B – Questão 2	206

Apêndice C – Questão 3.....	207
Apêndice D – Questão 4.....	209
Apêndice E – Questão 5.....	211
Apêndice F – Questão 6.....	212
Apêndice G – Questionário referente à utilização do computador.....	214
Apêndice H – Termo de consentimento.....	216
Apêndice I – Atividades com as maquetes, o vídeo e o objeto de aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança	218
Apêndice J – Atividade com o geoplano virtual.....	219
Apêndice L – Atividade com as planilhas eletrônicas.....	226
Apêndice M – Atividade com o objeto de aprendizagem A matemática das plantas de casas e mapas	229
Apêndice N – Atividade com o software Régua e Compasso e a planilha eletrônica	231
Apêndice O – Avaliação do projeto	236
Apêndice P – Listagem das produções desenvolvidas durante o Doutorado em Informática na Educação, e que possuem relação com o tema da tese.....	238

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO

A presente tese objetivou investigar o processo de construção dos conceitos que envolvem a proporcionalidade, utilizando atividades digitais de aprendizagem. A principal base teórica desta análise é a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerard Vergnaud.

O campo do conhecimento envolve as Estruturas Multiplicativas e a Proporcionalidade. A área de atuação abrange alunos da educação básica (idade dentre 13 a 15 anos) que estudam na escola pública, sendo que a metodologia utilizada é a Engenharia Didática.

1.2 JUSTIFICATIVA DA PESQUISA

Iniciei¹ minha carreira no magistério em 1995, atuando como professora substituta na disciplina de estatística na Universidade Federal de Santa Maria. Ministrei aulas nos cursos de Administração, Zootecnia e Engenharia Civil e observei, empiricamente, que um dos conteúdos em que os alunos apresentavam maiores dificuldades era o relacionado à teoria das probabilidades, pois envolve a resolução de problemas em que se necessita traçar uma estratégia de ação para cada problema, a qual não é imediata. Os alunos apresentavam mais facilidade em problemas que envolviam a mera aplicação de fórmulas e a resolução de maneira automática de acordo com os dados do problema, as restrições dadas e a verificação da pertinência do conteúdo a estas condições,

Para resolver os problemas envolvendo a probabilidade, há a necessidade de uma compreensão ampla do fenômeno a ser investigado e também um conhecimento das estruturas multiplicativas² de pensamento presentes no princípio fundamental da contagem, o que não ocorre em outros conteúdos que envolvem a mera aplicação de fórmulas.

Por observação empírica realizada em 14 anos de docência, verifiquei que os estudantes que ingressavam em um curso superior apresentavam cada vez mais dificuldades: na inter-

¹A autora, ao narrar sua trajetória e analisar os dados na quarta fase da metodologia da engenharia didática (análise a priori e a posteriori em cada atividade), usa o pronome na primeira pessoa do singular.

²O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de problemas que envolve operações e noções aritméticas do tipo multiplicativo, tais como multiplicação, divisão, fração, razão e semelhança (VERGNAUD, 1983).

pretação de problemas, na demonstração de um conhecimento matemático pertinente ao seu nível de formação, nas composições abstratas do pensamento envolvido nas construções dos conhecimentos científicos e na resolução dos problemas propostos, bem como na comunicação destes conhecimentos científicos através da linguagem oral e escrita.

Trabalhei na educação básica de 1995 a 2005 e, atualmente, atuo como professora de matemática na UNIFRA desde 2001 na graduação, especialização e extensão e, em especial, na disciplina de Matemática Financeira, em cursos de Ciências Contábeis, Administração, Economia e Matemática. O contrato didático firmado entre nós (alunos e professora) envolve uma pedagogia relacional, em que se busca a compreensão, o diálogo e a reflexão no processo construtivo da teoria e, principalmente, onde professor e aluno fazem questionamentos. Procuro oportunizar aos alunos que respondam a suas próprias inquietações, buscando favorecer a construção de sua autonomia frente ao estudo e a uma formação mais crítica.

Esta prática fomentou um maior envolvimento e comprometimento do aluno com a disciplina, pois frequentemente os alunos me procuram, depois do término da disciplina, para agradecer as contribuições dadas na sua formação científica e técnica.

A experiência no trabalho com a disciplina de Matemática Financeira em oito anos de atuação me permite afirmar que cursá-la exige esforço e dedicação por parte dos alunos. Muitas vezes, os alunos expressam dificuldades na compreensão dos conceitos envolvendo esta disciplina, na formação dos conceitos relacionados a conteúdos anteriores (dentre estes conteúdos, temos a proporcionalidade), levando uma parte deles à evasão, desistência ou a reprovação.

Levando em consideração a ementa desta disciplina, tem-se o entendimento de que a proporcionalidade é importante para se ter uma boa construção conceitual dos conteúdos de Matemática Financeira. Por exemplo, na resolução de situações-problema que envolvam taxas equivalentes em juros compostos, encontrar o período de tempo que corresponde à unidade da taxa que se quer ou a que corresponde a taxa que é dada, é um obstáculo didático que os alunos apresentam na resolução das situações problemas propostas. Outro obstáculo se refere aos problemas envolvendo a porcentagem, em situações que já se tem o valor final (com acréscimo), e se quer encontrar o valor inicial (sem acréscimo)³. Alguns alunos partem do valor fi-

³No decorrer do processo de aprendizagem, ao se trabalhar com novos conceitos, podem ocorrer dificuldades que estão relacionadas ao equilíbrio aparente do velho conhecimento e o saber que se encontra em fase de elaboração. O conhecimento antigo pode atuar como uma força contrária a aprendizagem de um novo conteúdo. No processo evolutivo de um conhecimento que se encontra em nível pré-científico para um científico, o sujeito quase sempre passa pela rejeição de conhecimentos anteriores, defrontando-se com um certo número de obstáculos (PAIS, 2001).

nal, tirando o percentual de acréscimo para encontrar o valor inicial, desconsiderando que o percentual de acréscimo foi calculado sobre o valor inicial⁴.

Ao trabalhar com os alunos em apenas um semestre letivo, observei que aqueles que se apoiavam unicamente nas fórmulas matemáticas tinham dificuldades na resolução dos problemas, pois não sabiam que fórmula usar e também não conseguiam interpretar o problema. Esses alunos apresentavam aversão e medo da matemática e, cabia a mim, professora da turma, estabelecer um diálogo com eles na tentativa de que nós (professora e alunos) refletíssemos sobre suas dificuldades e buscássemos um caminho que contribuísse para uma mudança nas suas concepções sobre a matemática e um maior entendimento desta disciplina.

Conversando com colegas desta e de outras Universidades, observei que a mesma situação ocorria de forma muito parecida no que se refere aos procedimentos adotados pelos alunos ao resolver problemas, embora os contextos, a cultura e a forma de trabalho de cada professor sejam distintas, o que me levou a buscar mais elementos para a compreensão do processo ensino-aprendizagem relacionados ao desenvolvimento do sujeito e de seu modo de pensar.

Na tentativa de encontrar uma teoria que desse suporte a essas inquietações enquanto sujeito comprometido com o fazer e o saber, buscando qualificar minha formação e consequentemente a dos alunos, encontrei na Teoria dos Campos Conceituais algumas respostas a estas preocupações.

A teoria dos campos conceituais propicia uma estrutura epistemológica às pesquisas que envolvem as atividades cognitivas complexas. Também analisa as relações entre os conceitos enquanto conhecimentos explícitos e os invariantes operatórios⁵ implícitos no comportamento dos sujeitos em determinada situação, bem como aprofunda a análise das relações entre significados e significantes (VERGNAUD, 1993).

Esta é uma teoria Cognitivista que não é específica da matemática, embora inicialmente tenha sido criada para explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas e multiplicativas, das relações entre número e espaço e da álgebra (VERGNAUD, 1993).

⁴Alguns comerciantes, lojistas e vendedores utilizam essa prática em seu local de trabalho, como se pode observar empiricamente. Este processo de cálculo utilizado muitas vezes acarreta prejuízos ao dono do estabelecimento. Este conhecimento prático, já cristalizado, atua de forma contrária a aprendizagem de novos conceitos.

⁵São os conhecimentos implícitos presentes na estrutura cognitiva dos sujeitos utilizados ao abordar situações propostas, também chamados de conceitos em ação e teoremas em ação, os quais são os conhecimentos contidos nos esquemas.

O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e o desenvolvimento da estrutura cognitiva dos educandos estão sujeitos às respostas às situações com que eles se confrontam ou confrontaram. O campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto das situações cuja resolução implica uma ou várias multiplicações e divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e múltipla, função linear e n-linear, quociente e produto de dimensões, combinação linear, fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, dentre outros (VERGNAUD, 1993).

Por outro lado, além de entender que é fundamental para o professor saber como o aluno aprende, compreendendo as especificidades conceituais de cada saber escolar a ser ensinado, também é importante discutir a construção de propostas didáticas que valorizem o saber do aluno e a sua participação efetiva neste processo.

Entendendo que, com o avanço da tecnologia, os computadores estão cada vez mais presentes no universo dos alunos e da sociedade em si, desempenhando um papel importante na vida das pessoas (na agilidade da troca de informações, no acesso às novidades, na democratização do acesso ao conhecimento, na comunicação em tempo real entre as pessoas), apresento uma proposta que contempla a utilização do computador e sua inserção na realidade escolar.

Neste sentido, a necessidade de avaliar a utilização dos softwares educativos⁶ e seu impacto no processo ensino-aprendizagem dos sujeitos é pertinente, entendendo que as propostas não estão imunes às dificuldades na construção dos conceitos matemáticos. Mesmo com a utilização dos softwares, tem-se presente a idéia de que o ensino será exercido nos limites da compreensão de como se dá o conhecimento.

Por exemplo, as atividades digitais⁷ que trazem em sua concepção uma compreensão do ensino como transmissão de conhecimento, em que o aluno é compreendido como um ser passivo que apenas recebe informações, poderão ter o equívoco de apresentar todo o conhecimento já sistematizado, priorizando apenas a percepção, sem levá-lo à construção de novos conceitos. Embora as atividades possam ter forte apelo visual, a mera interiorização de ima-

⁶ Ao pensarmos no computador como ferramenta para auxiliar o ensino/aprendizagem de Matemática, estamos nos referindo aos aplicativos que possuem a finalidade de contribuir com o processo ensino-aprendizagem desta disciplina. Um software será educativo se for considerado como um ambiente de aprendizagem de algo (GOMES et al, 2002).

⁷ Defino como atividades digitais aquelas que são planejadas tendo como meio para desenvolver os conceitos a utilização de um recurso computacional que pode ser um software, um objeto de aprendizagem, um vídeo ou um blog. A concepção e a elaboração de uma atividade digital devem levar em conta a quem se destina a atividade, as informações presentes e o nível de interação com o aluno, as situações que tornam os conceitos significativos, as diferentes representações que serão utilizadas para lidar com essas situações e o tipo de abordagem pedagógica que embasa a atividade.

gens sem a ação que dá significado às coisas, não repercutirá na melhoria do processo ensino-aprendizagem (BECKER, MARQUES, 2002).

A aprendizagem, através do uso das tecnologias, muitas vezes, repete a forma que vinha sendo utilizado sem ela, e neste aspecto, o estado atual da educação será mantido. Importante é o professor entender como o sujeito pensa e aprende, usando as tecnologias de forma que se alcancem bons resultados, apoderando-se dela e minimizando as desconfianças com relação ao seu uso, sentindo-se seguro em promover mudanças desejadas (BASSO, 2003).

Não adianta virtualizar o ensino tradicional. A tecnologia como apoio ao ensino é limitada e até desnecessária. O que se pretende é que a tecnologia seja usada como uma ferramenta para a aprendizagem. A postura pedagógica do professor define qual a utilização será feita (NETO, 2007, p.110).

Tendo em vista a necessidade de melhorar e qualificar a aprendizagem dos educandos com a crescente inclusão das tecnologias no processo educativo e a importância de uma construção conceitual de proporcionalidade tanto nos estudos relacionados à própria matemática como em inúmeras aplicações relacionadas a outras ciências e ao próprio cotidiano, faz-se necessário analisar a inserção do computador, avaliando o processo de formação dos conceitos de proporcionalidade com a utilização de atividades digitais. Neste sentido, a teoria dos campos conceituais constitui uma fonte teórica importante para esta análise, tendo em vista sua contribuição nas pesquisas voltadas à didática da matemática e à compreensão dos processos de desenvolvimento dos conceitos matemáticos voltados às estruturas multiplicativas e à proporcionalidade.

Esta pesquisa se restringe aos estudantes do Ensino Fundamental, mais especificamente alunos da 8ª série, pois é no ensino fundamental que a proporcionalidade é mais enfatizada no currículo escolar, sendo o campo conceitual das estruturas multiplicativas um quadro teórico mais operatório para a investigação e o ensino.

A metodologia escolhida para a pesquisa é a Engenharia Didática, a qual constitui tanto uma metodologia de ensino como de pesquisa, valorizando as relações de dependência entre a dimensão teórica e a prática da pesquisa. Essa concepção metodológica considera um conjunto de procedimentos para a realização da pesquisa, os quais são delineados no capítulo 3 da presente tese.

1.3 ESTRUTURA DA TESE

Neste capítulo, de caráter introdutório, apresentei minha experiência como professora e sua relação com a pesquisa desenvolvida, bem como descrevi um panorama geral sobre a tese, relacionando a teoria dos campos conceituais com a utilização das atividades digitais e a opção metodológica da pesquisa que é a engenharia didática, justificando as escolhas feitas.

No capítulo 2, apresento a fundamentação teórica utilizada na análise dos dados. Esta fundamentação teórica está diretamente relacionada com as opções feitas para a realização da pesquisa. Descrevo a Educação Matemática e o Ensino-Aprendizagem de Matemática; o Professor, o Aluno, o Saber, as Situações Didáticas e o Computador; a Teoria dos Campos Conceituais; o Raciocínio envolvendo a Proporcionalidade; o Computador, o Ensino-Aprendizagem e as Diversas Tecnologias que foram empregadas nesta tese. Em especial, neste último item, descrevo uma experiência no desenvolvimento de objetos de aprendizagem para o Ministério da Educação (MEC) pelo grupo de pesquisa RIVED/UNIFRA (Rede Interativa Virtual de Educação/ Centro Universitário Franciscano). Dois destes objetos foram desenvolvidos tendo como objetivo principal o desenvolvimento dos conceitos de proporcionalidade.

No capítulo 3, além da descrição teórica da metodologia de pesquisa adotada (Engenharia Didática), descrevo as questões e os objetivos da pesquisa.

No capítulo 4, priorizo o desenvolvimento metodológico utilizado na pesquisa, fundamentada nos passos da Engenharia Didática, e a descrição dos instrumentos utilizados na investigação com a apresentação de cada uma das atividades desenvolvidas, os sujeitos e as condições da realidade local da pesquisa, a dinâmica empregada na coleta de dados bem como a análise da produção dos alunos.

Destaco, ainda, a análise das dimensões epistemológica, didática e cognitiva e a análise das concepções prévias, das dificuldades e dos obstáculos epistemológicos que os alunos apresentaram na resolução das atividades, envolvendo a proporcionalidade em um instrumento que foi aplicado com o objetivo de contribuir no delineamento da segunda fase da engenharia didática (planejamento das atividades).

Também é relevante destacar a análise a posteriori, em que analiso cada atividade desenvolvida e a produção dos alunos, utilizando a teoria dos campos conceituais. Nesta fase, avalio algumas tecnologias utilizadas (software Régua e Compasso, objetos de aprendizagem,

software planilha eletrônica, geoplano virtual) a partir da realização da experiência. Um questionário de apreciação do projeto foi aplicado junto aos alunos que participaram da pesquisa.

No capítulo 5, apresento as conclusões, por meio de uma reflexão sobre os diversos aspectos presentes na tese, a partir das atividades realizadas e da análise da produção dos alunos e da interação aluno/aluno, aluno/professor durante o desenvolvimento da pesquisa. Estas conclusões são tecidas a partir dos objetivos e das questões de pesquisa levantadas. Finalmente, apresento os resultados da tese relacionados à produção científica, bem como algumas sugestões de trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na fundamentação teórica, apresenta-se como ponto de partida a Educação Matemática, uma grande área de pesquisa educacional, que abrange ou possui inter-relações com todos os pressupostos teóricos e práticos desta tese. A seguir, destaca-se a importância do papel do professor na escolha das situações didáticas e o papel do aluno como sujeito no processo ensino-aprendizagem. Os campos conceituais constituem o campo teórico principal que fundamenta a pesquisa e a análise dos dados. Após, são analisadas algumas pesquisas realizadas sobre o raciocínio proporcional. Para finalizar, são apresentados alguns aspectos relacionados ao computador, enfatizando os softwares utilizados.

2.1 EDUCAÇÃO, APRENDIZAGEM E ENSINO EM MATEMÁTICA

A Educação Matemática, também chamada de Didática da Matemática em alguns países europeus como a França, a Espanha e a Alemanha, constitui uma grande área de pesquisa educacional que objetiva estudar relações de ensino e aprendizagem da matemática nos diversos níveis de escolaridade, tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Segundo Pais (2001), sua consolidação como área de pesquisa é recente quando comparada à história milenar da matemática, tendo recebido grande impulso nas últimas décadas, originando várias tendências teóricas, em que cada qual valoriza determinadas temáticas educacionais no ensino de matemática.

Desde década de 80, as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de matemática, no Brasil e em diversos países, têm aumentado gradativamente, constituindo-se com contribuições voltadas às novas propostas para a matemática escolar. Estas relevantes contribuições têm se refletido nas disciplinas, nas linhas e áreas de pesquisa, nos programas de graduação ou pós-graduação, gerando um conjunto de condições profícuas para que a Educação Matemática avance nas pesquisas e se consolide com a “efetivação de um campo profissional e de estudos que compreende práticas de formação e ensino; pesquisas e geração de conhecimentos, bem como sua difusão e aplicação; inovações e melhorias no ensino de matemática” (SANTOS, MOURA, 2005, p. 95).

A Educação Matemática possui uma inter-relação com outras áreas do conhecimento, como a própria matemática e a psicologia. Por exemplo, a psicologia contribui na compreen-

são dos processos educativos relacionados à atividade cognitiva e ao comportamento humano. A matemática contribui com o conteúdo e a estrutura do saber científico a ser ensinado.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, encontra-se explícito o papel da matemática na:

Proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. Destacam a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções (BRASIL, 1998, p. 16).

Uma das grandes preocupações dos Educadores Matemáticos é com a aprendizagem em matemática e que está diretamente relacionada com a matemática e ao seu ensino, pela própria natureza do assunto a ser abordado e suas inter-relações (BICUDO, 2005).

A matemática, enquanto área de conhecimento humano, possui aspectos que denotam um modo próprio de ser, de mostrar-se que, nitidamente, aparece em todo este sistema de signos que serve como meio de comunicação das idéias que é a linguagem e também nas formas de raciocínio utilizadas para estruturar suas teorias. Nas suas ligações com outras áreas do conhecimento, na utilização em outras áreas da ciência e também no componente ideológico que a sustenta, no sentido da verdade em suas afirmações (BICUDO, 2005).

Por este modo de ser, há de se ter o cuidado por parte daqueles que ensinam e preocupam-se com a sua aprendizagem. A matemática não pode ser vista apenas como aquela que aparece nas teorias, se não o conhecimento estaria sendo visto e tido como algo pronto e acabado. Se assim o fosse, o próprio significado da matemática, que de origem grega está relacionado com o que se pode aprender (mathema=aprendizagem), ficaria encoberto (MACHADO, 1987). A subjetividade da pessoa que não detém este conhecimento seria relegada ao segundo plano e o corpo de conhecimentos já elaborados seria a ela superior e imposto (BICUDO, 2005).

A matemática constitui uma ciência fundamental para a compreensão do mundo em que vivemos, e seu ensino, muitas vezes, é reproduzido pelo professor de forma pronta e acabada, desconsiderando todo o processo histórico e cognitivo de construção desse próprio conhecimento. O professor, com o domínio de elaborações teóricas de elevado grau de abstração típicas do conhecimento científico sistematizado e com elevado simbolismo nas suas repre-

sentações escritas, reproduz este conhecimento em situações de aprendizagem escolar para que sejam assimiladas pelo aluno.

Dessa maneira, os fundamentos de sua origem (matemática = o que se pode aprender) perdem a sua essência, pois o aluno apresenta sérias dificuldades de aprendizagem: o professor preocupa-se muito mais com o ensino de matemática do que com a aprendizagem do aluno e ensinar e aprender Matemática é encarado como uma tarefa difícil para professor e aluno, respectivamente. O conhecimento matemático, sendo fruto de criações, elaborações, abstrações que visam muitas vezes à ação sobre a realidade, é concebido como pré-existente, um universo à parte (MACHADO, 1987).

Muitas vezes, o professor cria um modelo de aluno ideal, que possui uma estrutura cognitiva a priori (concepção apriorista), isomorfa às estruturas da matemática, capaz de reproduzir as perguntas e as respostas que o estado atual da ciência matemática julga relevante, a partir de uma informação inicial, num processo imposto que ocorre do professor para o aluno.

Essas concepções aparecem, muitas vezes, nos livros didáticos, na sala de aula, nos artigos escritos pelos pesquisadores em matemática, nos periódicos, entre outros. Também nas práticas que utilizam os mesmos exercícios, os mesmos recursos didáticos, os mesmos livros, as mesmas formas de avaliação dos conteúdos, considerando que todas as turmas são iguais, possuem as mesmas dificuldades, as mesmas perspectivas, as mesmas necessidades e as mesmas possibilidades.

Lino de Macedo coloca no prefácio do livro *Educação e Construção do Conhecimento* (BECKER, 2001) a seguinte questão: É possível conservar na escola apenas crianças bem-dotadas, bem nascidas e dispostas ao jogo pedagógico? É óbvio que já temos a resposta, que é negativa. Valorizar as diferenças entre os educandos, suas histórias de vida, suas formas de interação com o mundo, seus próprios mecanismos de construção do conhecimento, suas expectativas e experiências, seu processo de desenvolvimento é um dever da escola e do conjunto de professores que formam a comunidade escolar e um direito do aluno, pois todos têm direito à educação básica de forma pública e gratuita, e esta deve ocorrer na prática de suas diferenças (BECKER, 2001).

Embora o contexto atual apresente realidades bastante adversas, existem experiências em pequena escala, sustentadas por grupos de trabalho de docentes que acreditam no que fazem. São resultados de intenções e isso gera certo otimismo nos professores em processo de formação (SADOVSKY, 2007, p. 9). De modo similar, secretarias de educação, universidades

e instituições têm trabalhado com os professores e produzido material de apoio para esse professor.

No entanto, esta mudança não contempla a totalidade dos professores brasileiros e, diante disso, o quadro da educação brasileira quase que não é alterado. Poucos professores procuram aprimorar seus conhecimentos em cursos de formação continuada e isso se deve, muitas vezes, à necessidade de trabalhar em dupla jornada para poder sobreviver com o baixo salário obtido. Também a ausência de uma política educacional efetiva, as condições de trabalho nas escolas, a falta de material adequado para as práticas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas constituem obstáculos a serem enfrentados no ensino de matemática.

Quanto à implementação de ideias inovadoras, as concepções pedagógicas e suas interpretações equivocadas aparecem às vezes nas propostas de ensino do conteúdo de matemática.

Nem sempre são observadas recomendações insistentemente feitas para que conteúdos sejam veículos para a aprendizagem de idéias fundamentais (como as de proporcionalidade, equivalência etc.) e que devem ser selecionados levando em conta sua potencialidade, quer para instrumentação para a vida, quer para o desenvolvimento de formas de pensar (BRASIL, 1998, p. 22).

A falta de qualidade do aprendizado em matemática se reflete então nos resultados obtidos pelos alunos em avaliações feitas pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP), como no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), dentre outros.

A qualidade do ensino brasileiro é um dos fatores que podem contribuir para a inclusão social, pois indivíduos mal preparados na sua trajetória acadêmica poderão se constituir em futuros desempregados ou trabalhadores que assumem postos de serviços fora da sua área de formação. Também um ensino sem qualidade é um dos fatores da reprovação e evasão escolar, pois mesmo que seja possível manter o estudante na escola com um ensino desqualificado, essa escolarização terá um significado pessoal e social duvidoso.

Frente a esta problemática, cada vez mais se pesquisa como se aprende os conceitos matemáticos⁸. O que muitas vezes era considerado erro do aluno agora é visto como algumas

⁸“Os estudos oriundos da Psicologia Cognitiva são uma tendência já consolidada na Educação Matemática brasileira, trazendo grandes avanços à compreensão de como o aluno aprende matemática, subsídio fundamental para a planificação do ensino” (PINTO, 2004, p. 4).

formas de raciocínio sobre um problema, que devem ser consideradas para que o professor possa planejar intervenções.

A baixa qualidade no desempenho dos estudantes tem feito com que propostas sejam criadas para enfrentar estas dificuldades. As pesquisas francesas priorizam investigações que concebem o aluno como sujeito ativo na produção do conhecimento, analisando as formas particulares de aprender e pensar do aluno. Com essa abordagem, têm-se implicações didáticas para o professor, pois ele deve conhecer o processo de aprendizagem, da natureza dos conteúdos, oportunizando intervenções mais adequadas para ensinar.

A Didática Francesa tem sido amplamente utilizada nas pesquisas relacionadas à Educação Matemática, cujos principais pesquisadores são Guy Brousseau, Reginé Douady, Gerard Vergnaud, Nicolas Balacheff, Chevallard, Duval e Michéle Artigue. Destacam-se, nesta tese, Guy Brousseau, com a noção de contrato didático e o triângulo da didática, Gerard Vergnaud, com os campos conceituais e Michele Artigue, com a Engenharia Didática.

2.2 PROFESSOR, ALUNO, SABER, AS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E O COMPUTADOR

O contrato didático, um termo estabelecido inicialmente por Brousseau, prevê expectativas em que muitas vezes não são realizados acordos explícitos, impostos pela escola ou pelos professores (D'AMORE, 2005). A ideia por trás de um contrato didático é a de que há uma divisão de responsabilidades entre professor e aluno na gestão de um saber (MENEZES, 2006). Cada vez que o professor tem a intenção de ensinar algo a seus alunos, então, instala-se um contrato que constitui um processo para o aluno adquirir seu conhecimento.

O aluno, ciente da importância de sua participação ativa neste processo, sente-se impedido a atuar, refletir, falar e, conseqüentemente, evoluir. Do momento que o aluno se apropria do problema, formulando hipóteses, sem ter a necessidade de dar uma resposta imediata, até aquele em que ele produzirá uma resposta ou questionará o professor, este se recusará a fornecer os conhecimentos que quer ver surgir nos alunos, necessários para resolver a questão. Tal situação denomina-se adidática (BROUSSEAU, 2008).

Como o aluno não pode resolver qualquer situação adidática, o professor seleciona as que ele é capaz de solucionar. Essa situação ou problema envolve um jogo com o sistema de

interações do aluno com o meio. Neste sentido mais amplo, Brousseau (2008) classifica de situações didáticas:

Uma situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e a aprendizagem de um conteúdo específico. Esses três elementos componentes de uma situação didática (professor, aluno, saber) constituem a parte necessária para caracterizar o espaço vivo da sala de aula (PAIS, 2001, p. 66)

Brousseau e toda a escola francesa consideram o ensino-aprendizagem de um ponto de vista sistêmico, ou seja, não há como separar esses três elementos separadamente. Professor e aluno são fundamentais, ligados pela relação “saber”, vinculados a um meio em que eles estão interagindo (D’AMORE, 2005). Esse “modelo” do sistema didático é representado pelo Triângulo da Didática:

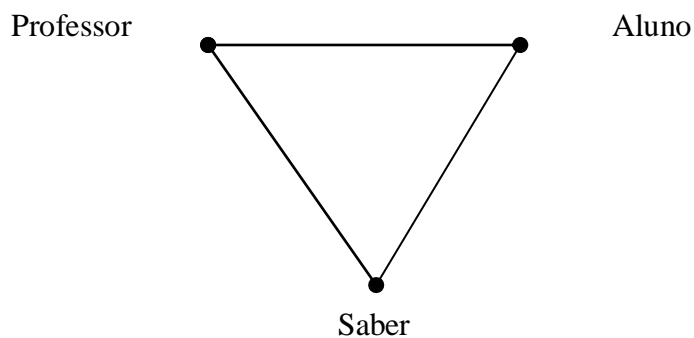


Figura 1: Triângulo da Didática

Nesta visão, os papéis dos autores da relação didática são modificados. O professor não é aquele que exclusivamente ensina e o aluno não é apenas um mero sujeito do processo ensino-aprendizagem. “Há uma menor rigidez em relação a esses papéis, pois ambos, agora, são sujeitos participantes de um processo ativo e interativo de construção de significados” (MENEZES, 2006, p. 30-31).

Vergnaud é um teórico que abre espaço para a discussão psicológica considerando os conteúdos do saber. Para Vergnaud, o ensino não se dá no sentido intransitivo e sim ensino é sempre ensino de um determinado conteúdo do saber, considerando também as relações que se estabelecem entre o professor e o aluno, para que estes conteúdos sejam ensinados e aprendidos pelo aluno (MENEZES, 2006).

Há de se considerar que esses três elementos (professor, aluno e saber) não dão conta da complexidade do fenômeno cognitivo. Existe um vínculo entre as situações e outros ele-

mentos da didática: objetivos, métodos, posições teóricas, recursos didáticos, dentre outros (PAIS, 2001). Também se tem o entendimento que não é suficiente a escolha mais adequada das situações. Estão sendo consideradas, nesta análise, as variáveis em que o professor pode contribuir, pois existem determinadas variáveis externas que independem da postura do professor.

Um ambiente de cooperação e de colaboração deve ser criado para que o aluno se sinta à vontade para dialogar e interagir com seus pares. Neste ambiente, o professor deixa de ser um conferencista, procurando estimular a pesquisa e o esforço do aluno, não se contentando com a transmissão de soluções prontas (BASSO, 2003). Neste sentido, ressalta-se a importância de um ambiente acolhedor, em que o aluno não tenha medo de dar respostas que considerem erradas e de ser punido por isso, mas sim que se dê o direito de errar, colocando a sua versão sobre o que está sendo discutido, propiciando o compartilhamento de seu saber com os colegas e a tão almejada autonomia. Aqui o erro não é entendido como resultado da ignorância, mas pode ser o resultado de um conhecimento anterior em que o aluno obteve sucesso, que produziu resultados positivos, mas que não se sustenta em fatos mais gerais (D'AMORE, 2005).

Compartilha-se aqui o ponto de vista de vários profissionais da educação que evidenciam que a elaboração de situações adequadas em sala de aula requer do professor tanto os conhecimentos dos conteúdos de matemática como o conhecimento de como o sujeito, em atividade, desenvolve a compreensão dos conceitos matemáticos, quais as dificuldades que enfrenta e quais as características do conhecimento desenvolvido. Para isto, os profissionais da educação deveriam possuir maiores conhecimentos de epistemologia e, é claro, com uma formação também sólida em conceitos específicos de sua disciplina. Como a formação do professor seria muito mais prolongada, dificilmente se teria, em todos os estabelecimentos de ensino, profissionais desse gênero.

As práticas de formação de professores nas Universidades estão mais atentas a este novo perfil exigido, embora o período de formação de quatro anos seja insuficiente para o que se espera dos profissionais da educação básica, com vistas a avançar na capacidade de contribuir na melhoria do ensino e, conseqüentemente, na aprendizagem de matemática. Para isto, têm-se os cursos de formação continuada, muito importantes para o estabelecimento de parcerias entre as escolas e as universidades, com oportunidades de desenvolver trabalhos colaborativos entre os docentes da escola e os profissionais da educação superior.

A preparação dos professores deve também contemplar o uso das tecnologias digitais desde a sua formação inicial, enfatizando as habilidades para aprender a aprender, aprender a pensar, aprender a fazer e aprender a conviver. Ou seja, esta preparação está embasada nos mesmos princípios esperados que deveriam ou deverão ocorrer na escola com a formação de crianças e adolescentes que este futuro professor encontrará. “Este futuro professor também deveria ter a liberdade para desenvolver e colocar em prática os seus projetos, suas pesquisas, testar as suas hipóteses e refletir a partir de suas experiências” (BASSO, 2003, p. 23)

No processo ensino-aprendizagem de Matemática, experiências com a inserção do computador demonstram que há uma mudança de status na sala de aula, pois o ensino tradicional é bastante centrado na figura do professor, que é o detentor de conhecimento; enquanto que, no ensino assistido por computador, têm-se possibilidades maiores de desenvolverem-se experiências de ensino centrado no aluno, mudando as tarefas e responsabilidades do professor e do aluno.

2.3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A teoria dos campos conceituais tem sido bastante utilizada nas pesquisas atuais relacionadas com a educação matemática, como se pode verificar em: **Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução** (BARRETO, 2001); **Can Mathematics Teachers Teach Proportions?** (CARRAHER, CARRAHER, SCHLIEMAN, 1986) e **Processos cognitivos envolvidos na construção de estruturas multiplicativas** (GUIMARÃES, 2004).

Esta teoria foi desenvolvida pelo psicólogo e pesquisador pós-piagetiano Gerard Vergnaud, discípulo e aluno de Jean Piaget. Vergnaud é doutor Honoris Causa da Universidade de Genebra e é um dos fundadores da Escola Francesa de Didática da Matemática. Foi fundador do Instituto de Pesquisa sobre o Ensino de Matemática (IREM) nas Universidades da França, na década de 60, momento da efervescência do movimento da Matemática Moderna, criando as condições institucionais que favoreceram a constituição da didática entendida como disciplina científica. Durante 18 anos, atuou como responsável pelo Centro Nacional de Pesquisa Científica (CNRS). No Brasil, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino da Matemática apresenta, em sua fundamentação teórica, a teoria dos campos conceituais como um dos principais apoios.

Gerard Vergnaud foi e é um grande colaborador na consolidação de um encontro entre os matemáticos que se interessam pela “matemática” e alguns psicólogos que se interessam pela “aprendizagem em matemática”. Além disso, é membro do grupo internacional de Psychology of Mathematics Education (PME), estabelecido desde 1976, que é um dos subgrupos do International Commission on Mathematics Instruction (ICMI). Sua teoria tem sido utilizada para entender como se dá a formação dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, observando suas estratégias de ação.

Vergnaud defende a ideia de que “não se pode estudar matemática sem compreender o processo cognitivo da criança, do adolescente e também do professor” (1998b, p. 24). Sua teoria considera a psicologia como um elemento central, embora considere que haja outros aportes teóricos, epistemológicos e técnicos que contribuem para esgotar o problema nas pesquisas em didática. O computador, no seu entender, oferece uma grande quantidade de possibilidades interessantes, e que exigem muito trabalho.

Vergnaud (2008b) se considera um pragmático, pois prioriza o conhecimento como apoio para a ação, ou seja, para viver situações concretas que tenham a ver com as necessidades existenciais do ser humano. Nesta linha, a teoria dos campos conceituais constitui uma contribuição importante no campo da psicologia cognitiva e da didática.

Entre os campos conceituais evocados, as estruturas multiplicativas (e a proporcionalidade) ocupam posição privilegiada, sendo consideradas como conceito pivô no ensino da matemática e na construção das estruturas cognitivas do pensamento. É bastante avançada e reconhecida na comunidade de pesquisadores a classificação das relações elementares e das classes de problemas elementares presentes nas situações didáticas envolvendo a proporcionalidade (VERGNAUD, 1993), constituindo-se instrumentos para a análise das situações e para a análise das dificuldades enfrentadas pelos alunos.

Toda situação complexa é uma combinação de situações elementares, e não se pode contornar a análise das tarefas cognitivas que podem ser geradas por elas. Mas a organização de uma situação didática, em um projeto coletivo de pesquisa em classe, supõe a consideração simultânea das funções epistemológicas de um conceito, da significação social das áreas de experiência a que ele se refere, do desempenho dos atores da situação didática, dos resultados desse desempenho, do contrato e da transposição (VERGNAUD, 1993, p. 17).

A teoria dos campos conceituais apoia-se na ideia de que um bom desempenho didático baseia-se no conhecimento das dificuldades envolvidas nas tarefas cognitivas, nos obs-

táculos enfrentados, nos repertórios de procedimentos que o aluno possui e nas possibilidades de representação.

2.3.1 Campos Conceituais

O campo conceitual é definido como um conjunto de situações. Por exemplo, sendo o campo conceitual das estruturas aditivas, consideram-se as situações que requerem uma adição ou subtração, ou ambas; para o campo conceitual das estruturas multiplicativas, considera-se o conjunto das situações que requerem uma divisão, multiplicação ou ambas. Essa abordagem possui uma vantagem de permitir uma classificação baseada na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos adotados nestas tarefas (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud, ao propor estudar um campo conceitual ao invés de um conceito, está considerando que, em uma situação-problema dada, o conceito não aparece isolado. A complexidade do cenário educacional advém do fato de que muitos conceitos em matemática traçam seus sentidos utilizando uma variedade de situações e a cada situação temos vários conceitos a serem analisados. Um campo conceitual abrange um conjunto de situações cujo domínio progressivo irá exigir uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão (MAGINA, 2005). Neste sentido, como os conceitos tornam-se significativos através da escolha mais adequada das situações decorre que as situações e não os conceitos compõem a principal entrada de um campo conceitual.

Três principais argumentos levaram Vergnaud ao conceito de campo conceitual:

- 1) um conceito não se forma dentro de um só tipo de situação;
- 2) uma situação não se analisa com um só conceito;
- 3) a construção e apropriação de todas as propriedades de um conceito ou de todos os aspectos de uma situação é um processo de muito fôlego que se estende ao longo dos anos, às vezes uma dezena de anos, com analogias e mal-entendidos entre situações, entre concepções, entre procedimentos, entre significantes.

Esse conjunto de situações tem um sentido mais próximo com o de tarefa do que com o de situação didática. “Toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas” (VERGNAUD, 1993, p.9). Vergnaud coloca que, nessa análise, alguns pesquisadores privilegiam modelos de complexidade que dependem da linguística, das teorias do tratamento da informa-

ção. A teoria dos campos conceituais privilegia, ao contrário de outros modelos, os conceitos matemáticos em si mesmos.

O objetivo desta teoria é fornecer uma estrutura às pesquisas sobre atividades cognitivas complexas, em especial às relacionadas às aprendizagens científicas e técnicas. É considerada uma teoria cognitivista que busca compreender os processos de conceitualização, situando e estudando as filiações e rupturas entre conhecimentos, do ponto de vista de seu conteúdo conceitual. Aqui conhecimento refere-se às habilidades e informações expressas pelas crianças e adolescentes. As ideias de filiação e ruptura alcançam também as aprendizagens do adulto, mas referem-se mais às condições relacionadas aos hábitos e formas de pensamentos adquiridas do que ao desenvolvimento da estrutura física.

No ensino da física, existem várias pesquisas que utilizam os Campos Conceituais em sua fundamentação teórica, como se pode verificar em “Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos da termodinâmica”, realizada por Moreira, Grings e Caballero (2006). Inicialmente, foi uma teoria elaborada para a matemática com o intuito de explicar o processo de conceitualização progressiva das estruturas aditivas, das estruturas multiplicativas, das relações número-espaço e da álgebra, mas que atualmente serve de suporte para outras áreas específicas do conhecimento, como a Física, no campo da Mecânica, da Eletricidade e da Termologia.

Vergnaud reconhece que a teoria dos campos conceituais foi desenvolvida com contribuições da teoria de Vygotsky. Isto se percebe, por exemplo, na importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelos alunos (VERGNAUD, 1998a, p. 181).

A figura 2 apresenta um mapa conceitual referente a alguns aspectos principais da teoria de Vergnaud, destacando os conceitos-chave desta teoria e suas inter-relações. No diagrama, quando as setas aparecem, o sentido é único para a leitura.

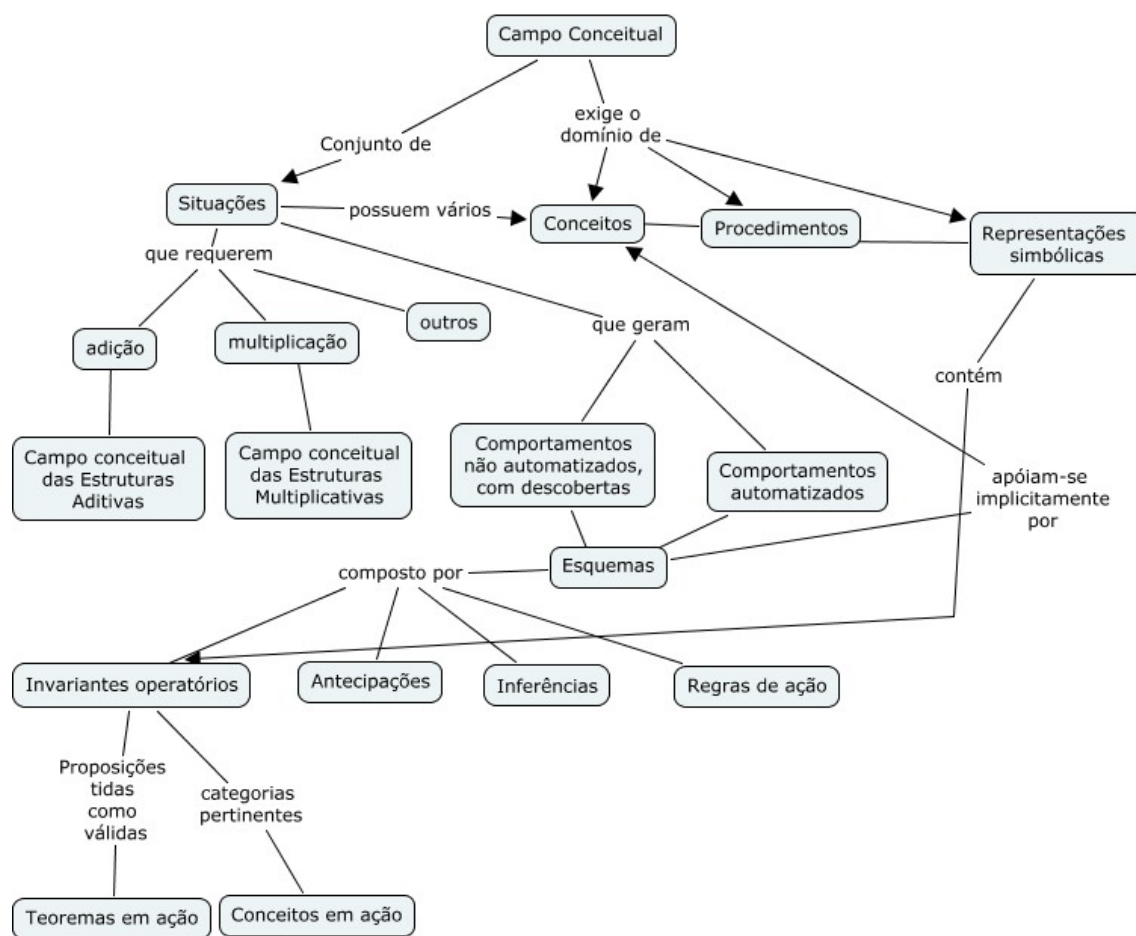


Figura 2: Mapa Conceitual da teoria dos campos conceituais de Vergnaud

Este mapa conceitual foi elaborado para contribuir na compreensão da teoria dos Campos Conceituais e auxiliar o entendimento das inter-relações entre os vários conceitos presentes nesta teoria.

2.3.2 Conceitos e Esquemas

Um conceito não está restrito à sua definição, pois o interesse está centrado em seu ensino e aprendizagem. Um conceito pode adquirir sentido através das situações e dos problemas a resolver. Problemas⁹ estes que tanto podem ser teóricos como práticos (VERGNAUD, 1993).

⁹ Para Vergnaud, problema é toda a situação para a qual é preciso descobrir relações, desenvolver atividades de exploração, levantar hipóteses para verificação, a fim de encontrar uma solução.

Vergnaud distingue especificamente duas classes de situações em que se pode analisar a função adaptativa do conhecimento e suas formas na ação do sujeito:

- 1) Classes de situações que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e em certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento imediato da situação;
- 2) Classes de situações que o sujeito não dispõe das competências necessárias, obrigando a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, tentativas frustradas, levando eventualmente ao sucesso ou fracasso (VERGNAUD, 1993).

Nas duas classes de situações, o conceito de esquema aparece, mas de modos distintos. No primeiro caso, há comportamentos automatizados, no qual Vergnaud considera que há um só esquema. No segundo caso, há um processo que passa por descobertas, em que os comportamentos não são amplamente automatizados, utilizando-se de vários esquemas que podem entrar em competição e os quais, para atingir a solução desejada, são acomodados, descombinados e recombinados.

Chamamos de esquema a organização invariante do comportamento do sujeito para uma classe de situações dadas. É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória (VERGNAUD, 1993, p.2).

Os esquemas que organizam nosso comportamento em ação sustentam as competências matemáticas. Por exemplo, ao resolver equações da forma $a.x + b = c$, os alunos da 6ª série, muitas vezes, apresentam uma sequência de registros escritos que mostram claramente uma organização invariante:

“mantém-se a igualdade subtraindo b dos dois lados”

“mantém-se a igualdade dividindo por a dos dois lados”

em situações nas quais a, b e c têm valores positivos e $b < c$ (o que não ocorre quando alguns dos parâmetros a, b, c e $c - b$ são negativos). Com o passar do tempo, o funcionamento cognitivo dos alunos envolve operações que se automatizam progressivamente (por exemplo, trocar o sinal de um número ou incógnita quando se troca de membro, isolar a incógnita em um dos membros da igualdade) e decisões não automatizadas que necessitam de uma análise particular da situação envolvida. O esquema utilizado pelo sujeito e sua confiabilidade dependem do

conhecimento que ele possui (explícito ou implícito), das relações entre o algoritmo e as características do problema a resolver.

O conhecimento explícito se refere à possibilidade do estudante expressá-lo de forma simbólica, ou seja, utilizando a linguagem natural, os esquemas e diagramas, as sentenças formais, etc. O conhecimento implícito se refere a quando o estudante o utiliza em sua ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguir expressar as razões dessa adequação (MAGINA, 2005).

A automatização é uma manifestação visível do caráter invariante da organização da ação. Uma série de decisões conscientes também constitui uma organização invariante. Não quer dizer que se a ação for automatizada, o sujeito não possua o controle das condições sob as quais ele considere tal operação apropriada ou não. Por exemplo, ao utilizar o algoritmo da multiplicação na numeração decimal, há procedimentos totalmente automatizados utilizados pelas crianças. Mas em função das características da situação, podem gerar algumas ações diferentes: decomposição dos números, um dos algarismos é zero ou não, reserva ou não, números múltiplos de dez, números decimais ou não. Ou seja, nossos comportamentos envolvem decisões conscientes e automatismos.

Considera-se que os algoritmos são esquemas. Falta, muitas vezes, o esquema ser efetivo, ou seja, após certo número de passos, chegar a uma resposta conveniente ao problema dado. Os esquemas são eficazes, mas nem sempre efetivos. Em determinadas situações, a criança utiliza um esquema ineficaz, levando-a então, ou a modificar o esquema, ou a mudar de esquema. Piaget coloca que os esquemas estão no centro de adaptação das estruturas cognitivas: adaptação¹⁰ e assimilação¹¹.

Pode haver erros na utilização dos esquemas devido a uma conceitualização insuficiente. Um esquema apóia sempre em uma conceitualização implícita. Ou seja, o algoritmo da multiplicação envolve a numeração posicional, a decomposição polinomial dos números e a base decimal associada a esses números. Sem uma conceitualização implícita associada a um determinado esquema, pode haver malogros na execução automatizada de um esquema. Neste sentido, definimos conceitos em ação e teoremas em ação como “os conhecimentos contidos

¹⁰ ”Pode-se reduzir o processo de adaptação assim: é por seu próprio funcionamento (assimilação), pelas trocas com um meio que suscita problemas e acomodações, que o espírito progride” (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 105)

¹¹ “A noção de assimilação coloca o acento na atividade do sujeito no processo de conhecimento. Conhecer é agir sobre a realidade ou dados abstratos e integrá-los às suas próprias estruturas mentais” (MONTANGERO; NAVILLE, 1998, p. 117)

nos esquemas. Pode-se também designá-los pela expressão mais global ‘invariantes operatórios’” (VERGNAUD, 1993, p.4).

O funcionamento cognitivo de um sujeito em uma situação específica dada vai basear-se no repertório de esquemas disponíveis, formados anteriormente. Diante de situações novas, os alunos constroem novos esquemas, utilizando os conhecimentos desenvolvidos através da experiência em situações anteriores e adaptando-o a nova situação. A aquisição de conhecimento, de maneira geral, procede das situações e problemas em que o aluno já se confrontou ou tem certa familiaridade. Como cada pessoa procede de uma determinada maneira diante de uma nova situação, seu funcionamento cognitivo poderá criar um impasse ao desenvolvimento cognitivo.

Essas situações dadas possuem características bem definidas. Um esquema pode ser aplicado por um aluno a uma classe mais restrita do que aquela em que se aplicaria de forma eficaz. Ou seja, o aluno não estende o esquema a uma classe mais ampla, não reconhecendo analogias e parentescos entre a classe de situações em que o esquema é operatório e as novas situações a vencer. A generalização do esquema passa pelo reconhecimento de invariantes. Todavia, o aluno pode estender o esquema a uma classe mais ampla do que ele é realmente eficaz. Então, é necessário que ele restrinja o campo de ação desse esquema.

O esquema é uma totalidade organizadora da ação do sujeito em uma classe de situações específicas, sendo um conceito fundamental da psicologia cognitiva e da didática. Um esquema gera uma classe de comportamentos diferentes em função das características particulares de cada situação, sendo composto por:

- regras de ação (do tipo se... então...);
- antecipações (de metas a atingir, efeitos esperados e eventuais etapas intermediárias);
- invariantes operatórios (conceitos em ação e teoremas em ação) que orientam o reconhecimento, pelo sujeito, dos elementos da situação que serão utilizadas e as tomadas de informações;
- inferências (ou raciocínios) que permitem "calcular" as regras e antecipações a partir das informações e invariantes operatórios de que dispõe o sujeito, os quais geram uma série de ações para se atingir um objetivo.

As expressões “conceitos em ação e teoremas em ação” designam os conhecimentos contidos nos esquemas (os invariantes operatórios). Teorema em ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real; conceito em ação é uma categoria de pensamento considerada como pertinente (VERGNAUD, 1993).

A operacionalidade de um conceito deve ser provada através de situações variadas. Analisando uma grande diversidade de comportamentos e esquemas, o pesquisador compreenderá em que consiste do ponto de vista cognitivo, este ou aquele conceito (VERGNAUD, 1993). Por exemplo, para aprender o conceito de função, há a necessidade de se trabalhar diversos problemas práticos e teóricos, pois um conceito comporta várias propriedades, cuja pertinência varia de acordo com as situações a serem tratadas. Essas propriedades poderão ser compreendidas de forma imediata ou não, ou então futuramente, no decurso da aprendizagem.

Um conceito é um conjunto de invariantes utilizáveis na ação. A definição pragmática de um conceito recorre, portanto, ao conjunto das situações que constituem a referência de suas diversas propriedades, e ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações. (VERGNAUD, 1993, p. 8).

No entanto, não se consegue discutir a veracidade ou a falsidade de um enunciado totalmente implícito. Há a necessidade de usar palavras, enunciados, símbolos, e sinais, ou seja, de empregar os significantes explícitos para conceitualizar o real. Diante dessas ideias, Vergnaud (1993) ressalva a necessidade de se considerar um conceito como uma trinca de conjuntos $C = (S, I, R)$:

S: Conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência);

I: Conjunto dos invariantes em que se baseia a operacionalidade dos esquemas (significado);

R: Conjunto das formas de linguagem que permite representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações e procedimentos de tratamento (significante).

Ou seja, ao analisar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito, é necessário considerar esses três planos ao mesmo tempo.

2.3.2.1 Situações

Vergnaud define situação tendo em vista o sentido que lhe atribuem os psicólogos: “Os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com que ele se confronta” (1993, p. 12). Neste conceito, têm-se duas ideias principais:

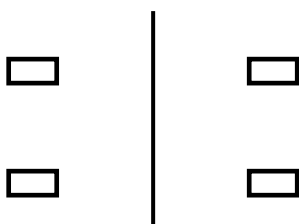
1. **A da variedade:** Há uma enorme variedade de situações num determinado campo conceitual. Essas variações podem possibilitar a construção sistemática do conjunto das classes possíveis.

2. **A da história:** Os conhecimentos dos alunos são elaborados por situações que eles enfrentaram e dominaram progressivamente, e isso possibilita dar sentido aos conceitos e procedimentos a serem adotados no ensino dos conteúdos. Vergnaud (1996a) salienta que muitas de nossas concepções vêm das primeiras situações que dominamos ou através da nossa experiência em modificá-las.

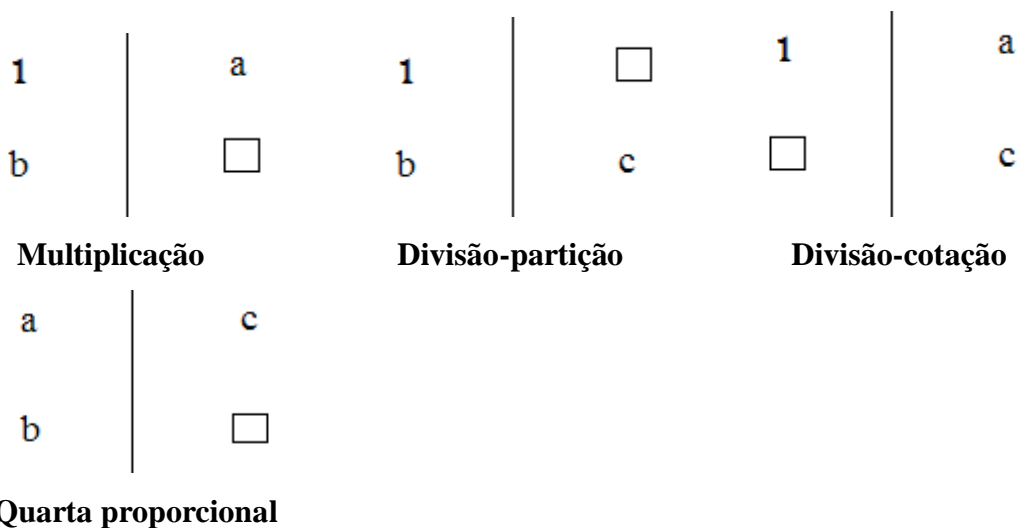
Toda situação pode ser conduzida a uma combinação de relações de base que possui dados conhecidos e desconhecidos.

A classificação dessas relações de base e das classes de problemas que podem ser construídas a partir delas é um trabalho científico indispensável. Nenhuma ciência se constituiu sem um trabalho de classificação sistemática. Essa classificação permite, por outro lado, abrir o campo das possibilidades e ultrapassar o quadro muito limitado das situações da vida cotidiana (VERGNAUD, 1993, p. 13).

Verifica-se, por exemplo, as estruturas multiplicativas. As relações de base mais simples são quaternárias (ao contrário das relações aditivas que são binárias), tendo em vista que os problemas mais simples de multiplicação e divisão envolvem a proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra:



Esta relação permite a construção de quatro classes de problemas elementares:



Como a incógnita está representada pelo polígono retangular (□), a explicação para a representação utilizada por Vergnaud é dada a seguir:

- A classificação “multiplicação” está relacionada ao fato de que a grandeza □ a.b;
- A classificação “divisão/partição” ou “divisão/cotação” está relacionada ao fato de que a grandeza □ é c/b ou c/a, respectivamente;
- Se forem fornecidas três grandezas a, b e c, a quarta grandeza □ será dada por $\square = \frac{c.b}{a}$.

Estes problemas apresentam dificuldades diferentes:

- De acordo com os valores numéricos: Muitos alunos expressam dificuldades na multiplicação e divisão por decimais, sobretudo por um decimal menor que um.
- De acordo com o domínio da experiência em referência: Por exemplo, as dificuldades na resolução de problemas com modelos da proporcionalidade envolvendo o preço de objetos que sejam familiares às crianças, ou a divisão equitativa de bombons são menores do que na resolução de problemas com modelos envolvendo a homotetia ou a massa volumétrica.
- Alguns problemas trazem a combinação de duas proporções, por exemplo: x proporcional a y e y proporcional a z.

x	y	z
□	□	
□	□	□
	□	□

- Outros problemas envolvem a proporção dupla, ou seja: z proporcional a x e a y, com x e y independentes entre si.

	□	□	x
□	□		
□		□	z
y			

As proporções múltiplas são de extrema importância epistemológica para a geometria, a física, a probabilidade e a estatística. Por exemplo, a expressão que envolve o cálculo do volume de um prisma está relacionada com uma proporcionalidade múltipla; a probabilidade

de ganhar em jogos de azar como loteria, mega-sena, envolve procedimentos que estão relacionados diretamente com a proporcionalidade múltipla.

Vergnaud mostra que o ensino de muitas questões seria melhor se fosse reconhecida a importância da proporcionalidade:

Isto porque os alunos só percebem um pouquinho de suas idas e vindas. De um lado porque elas são conceitualmente mais difíceis, de outro porque elas acionam muitos elementos de uma só vez: seis grandezas e três razões para a proporção dupla, sem contar as funções e razões intermediárias a considerar (1993, p. 16).

Considerando a diversidade de tipos de problemas, Vergnaud classifica a complexidade cognitiva em três grandes fatores: A estrutura dos problemas; os valores numéricos e as áreas de experiência.

Também os procedimentos utilizados pelos alunos são bastante variados. Quanto aos procedimentos, pode-se relacionar com o desenvolvimento do aprendizado dos alunos em matemática no decorrer do tempo. Neste sentido, destaca-se que, em cada sujeito, existe uma história individual, construída por um sujeito individual, mas ao mesmo tempo social e inserido numa realidade. Embora as crianças sejam diferentes, evidenciam-se regularidades nos procedimentos utilizados, na abordagem da situação, nas propriedades e relações estabelecidas e nas etapas por quais passam, sendo que essas etapas não são totalmente ordenadas. “Não obedecem a um calendário restrito [...] Seu conjunto, porém, forma um todo coerente para um dado campo conceitual” (VERGNAUD, 1993, p. 18).

2.3.2.2 Significados e significantes

Afirma-se, por vezes, que uma representação simbólica, uma palavra ou um tipo de enunciado tem sentido ou não para um determinado indivíduo. Coloca-se também que uma situação tem ou não sentido. O que é sentido então? Vergnaud enfatiza que as situações são responsáveis pelo sentido atribuído ao conceito, mas o sentido não está nas situações nem nas palavras e símbolos, mas nos esquemas evocados por um sujeito individual diante de uma determinada situação ou por um significante. “As situações dão sentido aos conceitos matemáticos, mas o sentido não se contém nas situações em si mesmas. [...] Sentido é uma relação do sujeito com as situações e os significantes” (VERGNAUD, 1993, p. 18).

Uma situação dada não evoca em um indivíduo todos os esquemas que ele dispõe. Por exemplo, em problemas relacionados à adição:

O sentido da adição para um sujeito individual é o conjunto de esquemas que ele pode acionar para tratar de situações que venham a confrontarem-se, concernentes à idéia de adição. É também o conjunto dos esquemas que ele pode acionar para operar com os símbolos numéricos, algébricos, gráficos e lingüísticos que representem a adição. [...] O sentido de uma situação particular não é, pois, o sentido da adição; o sentido de um símbolo particular também não (VERGNAUD, 1993, p. 18).

Dessa maneira, quando se afirma que uma determinada situação tem sentido para um sujeito, está se considerando que este sentido evoca um subconjunto de esquemas, restringindo ao conjunto dos esquemas possíveis.

Fica, então, a seguinte questão: Qual o papel dos significantes? Que funções cognitivas se devem atribuir à linguagem e a sua simbologia na matemática? Na teoria dos campos conceituais, encontra-se a seguinte resposta aos questionamentos quanto ao papel da linguagem e de outros significantes:

- Os significantes ajudam na identificação dos invariantes, ou seja, objetos, propriedades, relações, teoremas;
- Os significantes auxiliam no raciocínio e na inferência;
- Os significantes ajudam na antecipação dos efeitos e metas, na planificação e no controle da ação.

A linguagem, nesse sentido, possui uma dupla função: na comunicação e na representação, auxiliando o pensamento no acompanhamento da ação. Por exemplo, se o indivíduo necessita planificar e controlar uma sequência de ações insuficientemente dominada, ou na atividade automatizada assumida por uma criança ou um adulto, o qual nunca se faz acompanhar por palavras. Vergnaud (1993) salienta que muitas crianças que entenderam perfeitamente como calcular um estado inicial conhecendo o estado final e a transformação do estado inicial para o final, não expressaram esse conhecimento em palavras. Outras, para os quais isso é um problema, são muito prolixas.

Um exemplo de esquema da enumeração de uma pequena coleção de objetos discretos feito por uma criança de cinco anos em uma pesquisa dada por Franchi (1999, p. 165 apud MOREIRA, 2002, p. 3) contribui para ilustrar alguns aspectos relacionados à linguagem e os significantes: a criança, embora varie as diversas formas de contar copos na mesa, cadeiras da sala, pessoas sentadas de maneira esparsa em um jardim, por exemplo, apresenta um uma organização invariante para o funcionamento do esquema. Há uma coordenação dos movimentos dos olhos e gestos dos dedos e das mãos, uma enunciação correta da série numérica, e a

identificação do último elemento da série como o cardinal do conjunto enumerado (acentuação ou repetição do último "número" pronunciado).

O esquema, apresentado pela criança na contagem, recorre a atividades perceptivo-motoras, a significantes (palavras, números) e a construções conceituais, tais como a de correspondência biunívoca entre conjuntos de objetos e subconjuntos de números naturais, a de cardinal e ordinal e outras. Recorre também a conhecimentos relacionados à identificação do último elemento da série ordinal ao cardinal do conjunto. Esses conceitos e conhecimentos são implícitos para a criança e praticamente insuscetíveis de explicitação nas fases iniciais da aprendizagem de conceitos aritméticos. Entretanto, orientam o desenvolvimento da ação sendo chamados de conhecimentos-em-ação.

Se na apropriação dos invariantes operatórios, o critério da ação da criança é o decisivo, é porque sua apropriação se situa no plano do significado (e, portanto do conceito) e não do significante. “Ater-se às explicações verbais do sujeito, ater-se ao emprego que ele faz de palavras ou símbolos é correr o risco de tomar pelo conceito somente a palavra ou o signo que o designa” (VERGNAUD, 2001, p. 25).

O critério da ação não suprime o critério da linguagem, mas o subordina a outro critério, que é o universo dos invariantes operatórios que alimentam e regulam a ação e que é, se não parcialmente, representado pela linguagem (VERGNAUD, 2001).

As representações simbólicas têm a vantagem de contribuir para a resolução de um problema quando se têm muitos dados ou muitas etapas a serem vencidas. Por exemplo, um indivíduo que está aprendendo a dirigir um carro, inicialmente, ele verbaliza naturalmente a sequência de ações. Depois de certo tempo, não sente mais necessidade. Ou seja:

A atividade de linguagem favorece evidentemente o cumprimento da tarefa e a resolução do problema enfrentado. Sem isso ela não interviria. Tudo se passa como se a atividade da linguagem favorecesse a descoberta das relações pertinentes, a organização temporal da ação e o seu controle (VERGNAUD, 1993, p. 20).

Assim, a função da representação da linguagem tem uma função tríplice: na representação dos elementos pertinentes da situação, na representação da ação e na representação das relações entre a ação e a situação (VERGNAUD, 1993).

Por outro lado, a linguagem evoca outros aspectos: os sentimentos do sujeito na tarefa, seu julgamento, as implicações e a plausibilidade do seu argumento e o relacionamento destes elementos entre si.

Também as representações simbólicas têm sua importância na didática. O professor ou o aluno, quando não dispõem dos símbolos adequados à situação, devem recorrer às formas de linguagem natural. Por exemplo, utilizar verbos para as transformações ganhar, perder, consumir; usar formas comparativas para as relações ter mais que..., dentre outras. Essas formas são excelentes para veicular a informação, sendo analisadas como instrumentos do pensamento e não como objetos do pensamento.

Porém, como a conceitualização matemática não se limita à compreensão das relações e propriedades como instrumentos, mas também na transformação desses instrumentos em objetos de pensamento (DOUADY, 1986 apud VERGNAUD, 1993), então uma atenção detalhada aos meios utilizados pelo professor e aluno nessa transformação é necessária. “Na aprendizagem da racionalidade científica, o metacognitivo faz parte do cognitivo” (VERGNAUD, 1993, p. 23).

Na linguagem natural, possuem-se meios de transformar os conceitos-instrumentos em conceitos-objetos. Porém, o simbolismo é eficaz para fazer essa transformação, pois a invariância do significante identifica melhor seu significado e sua transformação em objeto de pensamento. Ou seja, o simbolismo matemático não é uma condição necessária nem suficiente para a conceitualização, mas contribui para a transformação das categorias de pensamentos matemáticos em objetos matemáticos.

A linguagem natural é o meio essencial de representação e identificação das categorias matemáticas, mas não possui, como os diagramas, as fórmulas e as equações, o laconismo indispensável à seleção e ao tratamento das informações e relações pertinentes (VERGNAUD, 1993, p. 25).

A atividade de codificação, ou transposição de um problema da linguagem natural para a linguagem simbólica é importante para explicar os obstáculos enfrentados pelos sujeitos quando ele é iniciante na aprendizagem da álgebra. A passagem de um código a outro abrange a identificação de variáveis (conhecidas e a calcular), parâmetros e relações, mobilizar conceitos matemáticos diversos (proporcionalidade, números negativos, por exemplo) e algoritmos e a consideração de regras sintáticas específicas para, por exemplo, codificar a ordem das operações em expressões mais complexas. Esta passagem, dada sua complexidade, demanda construção conceitual e, ao mesmo tempo, auxilia na própria construção (FALCÃO, 2008).

A linguagem tem uma função importante na comunicação, a qual se apoia em outra linguagem, que é a representação. Outra função da linguagem é também a de contribuir para

auxiliar o pensamento e organizar a ação. Mas o que é representado são os elementos da ação e suas relações. Portanto, a linguagem e os símbolos matemáticos têm um papel importante na conceitualização e na ação, mas são os esquemas e as situações que lhe dão sentido.

2.4 O RACIOCÍNIO ENVOLVENDO A PROPORCIONALIDADE

O raciocínio proporcional presente na resolução de problemas em matemática tem sido abordado em diversas avaliações em grande escala, como no Indicador Nacional de Alfabetização Funcional (INAF), no Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Na avaliação do INAF em 2002, têm-se questões envolvendo a proporcionalidade, considerado então primordial, na construção de um indicador do analfabetismo, as percepções da relação de proporcionalidade e a capacidade de solucionar situações-problema, pois estas habilidades são extremamente pertinentes nas práticas cotidianas da sociedade (FERREIRA, GOMES, 2004).

Em uma das questões do INAF, foi solicitado aos alunos que relatassem se costumam comparar preços de produtos antes de comprar, revelando que grande parte o faz sem maiores dificuldades. A ocorrência de índices mais elevados nesta afirmação encontra-se nos que possuem maior renda familiar, alto nível de alfabetização matemática e maior grau de instrução – exatamente nos grupos em que houve um maior sucesso nas questões que envolviam o raciocínio proporcional (FERREIRA, GOMES, 2004).

Em um estudo realizado sobre análise de erros com alunos de graduação de várias universidades do Rio Grande do Sul, foi aplicado um teste contendo questões do ensino fundamental e médio. Uma destas questões tinha o seguinte enunciado (BISOGNIN, FIOREZE, CURY, 2007):

Duas grandezas representadas por x e y são diretamente proporcionais. Um modelo gráfico para a representação dessa relação é

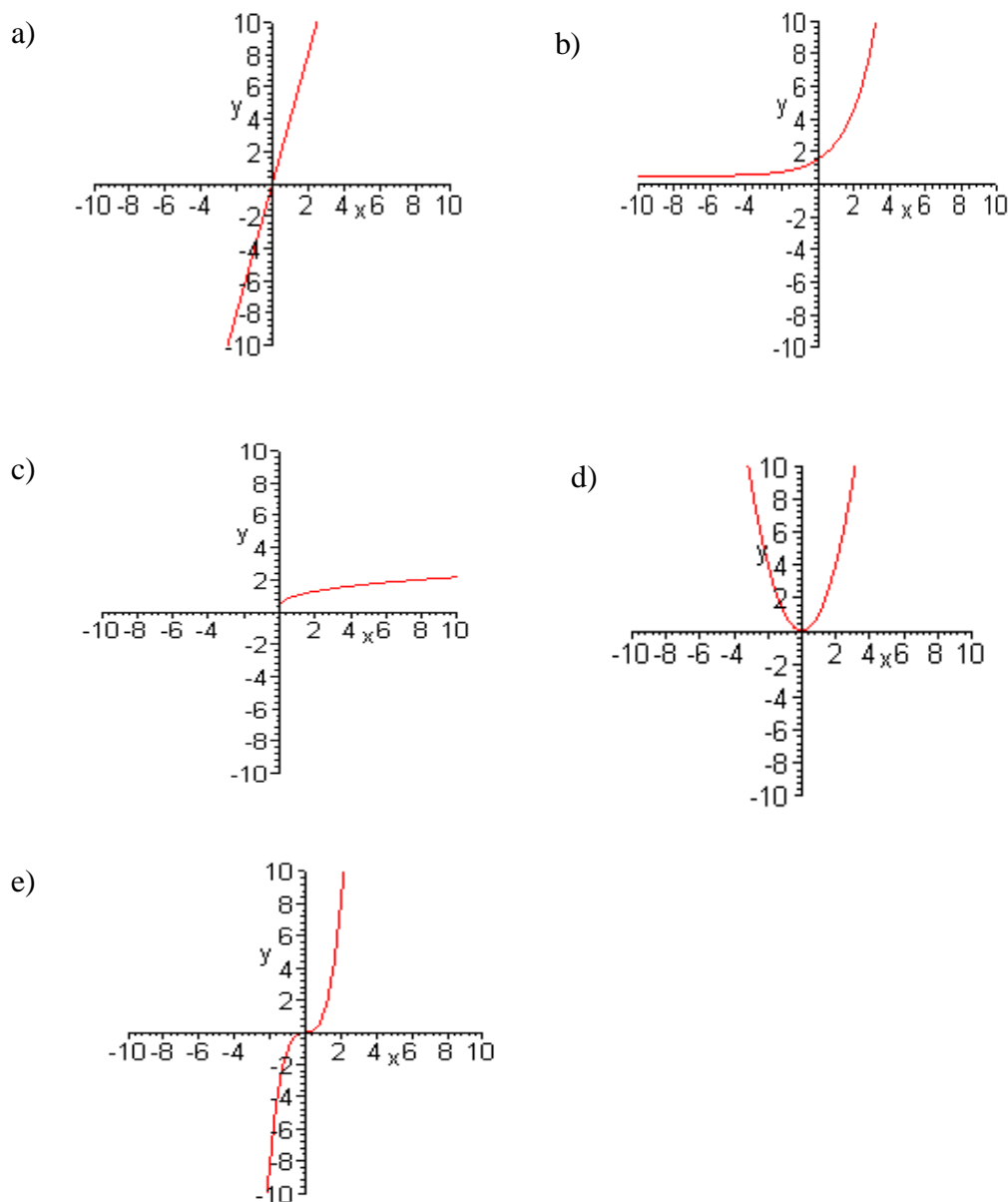


Figura 3: Gráficos de funções

Embora a alternativa “a” (correta) teve o maior percentual de acertos (52,5%), esperava-se que o assunto já fosse conhecido e que os estudantes pudessem relacionar, sem maiores dificuldades, o gráfico de uma função do tipo $y = ax$ com a informação de que as duas grandezas eram diretamente proporcionais.

Nas questões propostas, o aluno deveria também justificar a escolha obtida. Com relação à justificativa da escolha, embora a maioria tenha escolhido a alternativa correta, muitos alunos que marcaram corretamente a questão explicaram suas escolhas devido ao fato de que “sendo $x = y$, se x cresce, y também cresce, e se x decresce, y também decresce na mesma proporção” (fala de um dos alunos). Verifica-se que o aluno não conceituou corretamente a

proporcionalidade, identificando o modelo matemático somente como um caso específico da função linear, que é a função identidade, e também que para ser proporcional a função deve ser crescente. Na realidade, os alunos, ao escolherem a opção correta, possuem uma noção de proporcionalidade, mas não em um nível de conceituação, de tomar consciência do porquê da escolha obtida e explicitar os motivos desta escolha (BISOGNIN, FIOREZE, CURY, 2007).

O raciocínio proporcional está presente em diversas situações, cotidianas ou não. Tem-se variadas situações em que se faz necessário a mobilização de certos processos cognitivos que envolvem e colocam em prática os conceitos e noções relacionadas à proporcionalidade. Por exemplo, na escala musical, proporções de uma corda devem ser divididas para a obtenção das notas musicais dó, ré, mi, etc. Na ampliação/redução de fotos e mapas, deve-se manter a proporcionalidade entre os respectivos lados da figura original e a figura ampliada/reduzida para que elas sejam semelhantes do ponto de vista matemático. A escola pitagórica possuía um símbolo, que era representado pelo pentagrama. Um pentagrama é obtido traçando-se as diagonais de um pentágono regular; pelas intersecções dos segmentos destas diagonais, é obtido um novo pentágono regular, que é proporcional ao original exatamente pela razão áurea.



Figura 4: Pentagrama – Símbolo da escola pitagórica.

Também os conceitos de fração, quociente, número racional, produto e quociente de dimensões, escalar, função linear e n-linear, combinação e aplicação linear têm sentido nos problemas envolvendo a proporcionalidade e se constituem e se desenvolvem como instrumentos de raciocínio com o progressivo domínio de variadas situações, muito antes de serem trabalhados no ensino de matemática (VERGNAUD, 1993).

A proporcionalidade é um raciocínio que envolve a covariância e as múltiplas comparações, processo esse que abarca a reunião e o processamento mental de diversos conjuntos de informações. O raciocínio proporcional “está relacionado com a inferência e a predição e en-

volve o pensamento qualitativo e quantitativo” (LESH, POST, BEHR, 1988, p.1). Essa forma de raciocinar em matemática é fundamental quando se comparam duas razões “sendo bem aplicada a situações de variação entre duas dimensões ou de comparações múltiplas” (BARRETO, 2001, p. 11).

O raciocínio proporcional desempenha um papel tão importante no desenvolvimento matemático do estudante que foi descrito como um conceito limítrofe, a pedra fundamental dos níveis mais altos da matemática e o arremate dos conceitos elementares (LAMON, 1994, p. 90 apud BARRETO, 2001, p. 11).

Considera-se que o raciocínio proporcional constitui um conceito pivô para os progressos escolares da matemática (e das ciências), pois é considerado o culminar dos alunos do ensino fundamental e é o alicerce de tudo o que se segue. É um raciocínio que abrange um espectro amplo e complexo de aptidões cognitivas que incluem tanto a dimensão matemática como a dimensão psicológica (LESH, POST, BEHR, 1988).

O raciocínio proporcional é considerado um conceito fundamental no desenvolvimento matemático dos alunos e constitui uma fronteira entre os conceitos mais elementares e os conceitos mais complexos, ou seja, é um dos mais elementares conhecimentos de alto nível e um dos conhecimentos elementares de nível mais elevado (LESH, POST, BEHR, 1988).

O raciocínio proporcional representa o alicerce da álgebra e de outras áreas da matemática, bem como o culminar dos conceitos de aritmética elementar, de número e de medida e constitui uma posição importante no currículo escolar da matemática e das ciências (LESH, POST, BEHR, 1988). Conforme Piaget e Beth (1966), o raciocínio proporcional é conhecido como a capacidade que conduz ao deslocamento conceptual significativo dos níveis operacionais do pensamento concreto para os níveis formais do pensamento.

De acordo com Piaget e Inhelder (1975), a característica principal do raciocínio proporcional é envolver a relação entre duas relações, as quais são chamadas de relações de segunda ordem. Essas relações são mais do que simples relações entre dois objetos perceptíveis. Por exemplo, um dos experimentos bem explorados por Piaget foi o equilíbrio na balança, o qual seu raciocínio não se adequa diretamente à equação $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, mas sim antes se adequa à equação $a \cdot b = c \cdot d$.

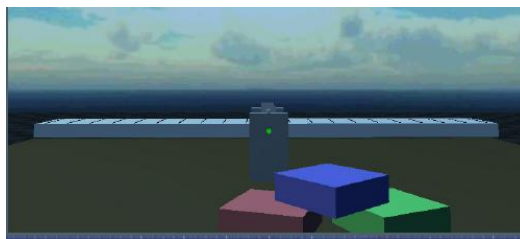


Figura 5: Equilíbrio na balança¹²

Em uma fase inicial, as crianças apresentam frequentemente o raciocínio aditivo ao invés do multiplicativo no trato com os problemas envolvendo a proporcionalidade, ou seja, podemos estruturar a relação construída pelas crianças sob a forma $a - b = c - d$ ao invés de $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (VERGNAUD, 1983; LESH, POST, BEHR, 1988). Esta forma de pensar na resolução de problemas de proporcionalidade é chamada de raciocínio proporcional aditivo.

Por exemplo, foi investigado por LESH, POST e BEHR (1988) o fato de as crianças usarem o raciocínio aditivo para resolver problemas envolvendo o raciocínio proporcional. No problema, LESH, POST e BEHR (1988) deram a um aluno do sétimo ano um retângulo 2x3 (conforme figura 3) e solicitaram então que o ampliassem. O aluno respondeu corretamente, dobrando o comprimento de cada lado, obtendo um retângulo 4x6. Após, solicitaram que o aluno ampliasse novamente o retângulo de modo que a base seja de 9 unidades de medida. Desta vez, o aluno respondeu desenhando um retângulo 7 x 9, explicando da forma: “Se eu dobrasse, seria 12, por isso eu adicionei 3 e assim o outro lado é 9”.

¹² Objeto de aprendizagem criado pelos alunos e professores do Doutorado em Informática na Educação da UFRGS, o qual Ferretti (2007) explorou os conceitos de equilíbrio na balança, utilizando a entrevista clínica embasada na Epistemologia Genética de Piaget. Maiores detalhes podem ser vistos em sua tese intitulada “Processos Cognitivos e Objetos Digitais Interativos de Aprendizagem: A construção do Equilíbrio Físico”.

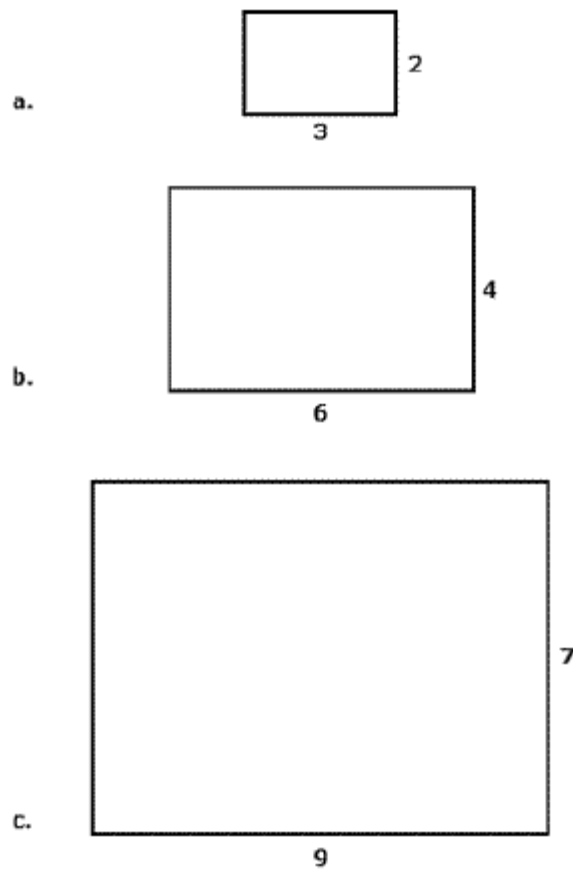


Figura 6: Ampliação do retângulo

Ou seja, durante a entrevista, percebeu-se que o raciocínio aditivo emergiu naturalmente, embora de forma incorreta. Também o processo de resolução empregado não se dá de forma linear, ou seja, o processo de resolução, em um primeiro momento, não será somente através do emprego do raciocínio aditivo para então passar para o raciocínio multiplicativo, de acordo com o decorrer do tempo e as situações com que ele se depara. O paradigma do raciocínio que a criança usa varia, muitas vezes, em função da tarefa dada ou em função da tarefa trabalhada anteriormente, as quais dependem da complexidade das relações numéricas (KARPLUS et al, 1983 apud LESH, POST, BEHR, 1988), da distração percentual (BERH et al, 1983 apud LESH, POST, BEHR, 1988) e da localização da quantidade desconhecida (BEZUC, 1986 apud LESH, POST, BEHR, 1988).

2.5 O COMPUTADOR, O ENSINO-APRENDIZAGEM E AS DIVERSAS TECNOLOGIAS

2.5.1 Uma visão crítica sobre a utilização do computador e o ensino da matemática

A evolução constante do mundo e o crescente desenvolvimento das tecnologias fazem repensar o atual ensino com os meios pedagógicos tradicionais que eram ensinados há muito tempo em que o quadro e giz são um dos poucos recursos de que o professor dispõe. A realidade é outra, o mundo fora da escola está muito atraente, e se a escola não se abrir para este novo contexto, ter-se-á cada vez mais alunos reprovados e desmotivados em querer estudar.

Não apenas entre os professores, é corrente a opinião de considerar que o ensino de Matemática é muito semelhante ao que ocorria na Idade Média, desconsiderando completamente o nível tecnológico no qual se desenvolve a ciência moderna (BASSO et al, 1999, p.1).

Infelizmente, a Matemática tem sido vista por professores e alunos como uma ciência que não se renova, sem utilidade no mundo da vida e do trabalho, a não ser quando se fala em conhecimentos básicos relacionados aos números e às quatro operações, em que se constata uma unanimidade com relação à importância do seu aprendizado (BASSO et al, 1999). Além disso, a falta de apropriação dos instrumentos tecnológicos por parte do professor denota, muitas vezes, o descaso com a utilização do computador, tendo em vista a complexidade atual da vida na sociedade as quais demandam outros conhecimentos matemáticos.

A realidade da sala de aula é restrita em tempo e espaço, muitas vezes, vazia em objetos da natureza e da cultura, sendo um ambiente pobre em informações e, às vezes, muito pobre em oportunidades de exploração e simulação. A possibilidade de acessar o distante e o intangível através do computador propicia uma nova dimensão na sala de aula: o aluno está no mundo.

Por exemplo, na simulação de cirurgias e transplantes para possibilitar um treinamento aos futuros médicos, com vistas à visualização das partes que compõem o corpo humano; na simulação de voos em aviões e aeronaves possibilitando um treinamento aos aviadores; na criação de micromundos e realidades virtuais, com a possibilidade de uso não somente em lazer, mas sendo utilizados por engenheiros, arquitetos, historiadores, com a possibilidade de visualização interativa de prédios e museus; todas estas situações preveem diversas aplica-

ções da tecnologia, possibilitando a transmissão de som e imagem por computador às localidades longínquas e de difícil acesso (BASSO et al, 1999).

Distintas pesquisas enfatizam que o uso do computador pode ser um grande aliado para o desenvolvimento cognitivo dos alunos (BALACHEFF; KAPUT, 1996), (BASSO, M. V., 2003), (FAGUNDES, L. C.; MAÇADA, D.; SATO, L. S.; 1999). Isto porque poderá dar significado ao ato de ensinar, instigando os alunos a pensar, a quererem procurar as respostas aos problemas lançados pelo professor. Não como atividades automáticas e reprodutivas, característica de métodos de ensino que privilegiam a transmissão de conhecimento, em que a função primordial do aluno é memorizar e reproduzir o que é transmitido pelo professor, mas sim com práticas que tragam em suas concepções uma abordagem construtivista.

Numa abordagem construtivista, a prioridade não é o conteúdo em si, que em uma prática tradicional, muitas vezes, é apresentado aos alunos de maneira formal e descontextualizada. Numa abordagem construtivista, o objetivo é aprender conteúdos utilizando procedimentos que desenvolvam a própria capacidade de continuar aprendendo, questionando-se, refletindo sobre suas certezas, reconstruindo o que já era uma certeza. Nesta perspectiva, o aluno lança mão de sua criatividade, formulando problemas, encontrando soluções que suportem a formulação de novos e mais complexos problemas.

Dentre as pesquisas que relacionam a informática educativa com o construtivismo, podem-se salientar “Espaços de Aprendizagem em Rede: Novas Orientações na formação de professores de Matemática”, tese defendida por Marcus Basso no PGIE/UFRGS; “A equilíbrio dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do MECAM”, tese defendida por Isolda Giani de Lima no PGIE/UFRGS; “O diálogo matemático e o processo de tomada de consciência da aprendizagem em ambientes telemáticos”, tese defendida por Laurete Zanol Sauer no PGIE/UFRGS. Estes estudos reforçam a importância da maneira pela qual os professores interagem com seus alunos nos ambientes informatizados, dependendo menos do tipo de equipamento usado do que do modo como é usado pelos educadores no seu trabalho com os alunos (BASSO et al, 1999).

Na concepção construtivista, o conhecimento é concebido e construído a partir das ações e percepções do sujeito, constantemente mediadas por estruturas mentais já construídas ou que vão sendo construídas ao longo do processo (GRAVINA, SANTAROSA, 1998). Nessa perspectiva, o professor propicia situações de ensino-aprendizagem que possibilitem um maior envolvimento dos alunos e sua participação efetiva no processo de aquisição de conhecimento. Assim, o aluno não é visto como uma tabula rasa, mas um ser que possui uma histó-

ria de vida, uma visão de mundo própria, de acordo com as experiências de vida que teve até o momento e de sua herança biológica.

Quanto aos aspectos acima citados, Gravina e Santarosa salientam que a mudança na qualidade da educação não é garantida somente pela utilização de recursos tecnológicos. “Muitas vezes se pode ser enganado pelo visual atrativo dos recursos tecnológicos que são oferecidos, mas que reforçam as mesmas características do modelo de escola que privilegia a transmissão do conhecimento” (GRAVINA, SANTAROSA, 1998, p. 2). A tecnologia, sozinha, não produzirá grandes mudanças. Depende da forma como ela for utilizada.

Por outro lado, existem profissionais bastante descrentes da utilização das tecnologias na educação. Estes profissionais possuem a visão de que o computador poderia forçar o aluno a ser um mero digitador de teclas, obedecendo à orientação dada pela máquina, sendo o aluno, neste contexto, visto como mero repetidor de tarefas.

Por exemplo, alguns conhecimentos tidos como necessários para o ser humano são feitos pelo computador, facilitando a vida das pessoas. Ao digitar um texto, se não se sabe formular uma frase corretamente do ponto de vista ortográfico, o processador de texto do Word, automaticamente, a corrige. Também, com as grandes facilidades dadas pelo computador, as gerações futuras usufruirão dos produtos sem saber como eles foram produzidos. Ou seja, um conhecimento mais voltado aos verdadeiros fundamentos do que gerou este novo conhecimento e em que ele está baseado poderão estar restritos a poucas pessoas, da mesma forma que na sociedade pitagórica, em 400 a. C. Nesta sociedade, o conhecimento obtido era restrito aos participantes dela, os quais deveriam jurar sob pena de morte que os conhecimentos aprendidos não seriam disseminados.

Então alguns dos benefícios tidos com a utilização do computador e a internet, como a democratização do acesso às informações e ao conhecimento sistematizado dos papers, artigos, dissertações e teses, os quais se encontram disponíveis em bibliotecas digitais, poderão ser tomadas sem sentido, se o adulto ou a criança não for bem orientado nas atividades em que utilizarão o computador na aquisição de novos conhecimentos.

A utilização de atalhos como o “ctrl c” e o “ctrl v” pode ser usada de forma inapropriada ao serem elaborados trabalhos de pesquisa, se os alunos não lerem o que estão copiando, e sendo assim não possibilitam uma apropriação de novos conhecimentos que sejam capazes de gerar outros novos a partir do enfrentamento de novas situações. Porém, sua utilização em uma planilha em que foi inserida uma fórmula, por exemplo, pode contribuir para a aprendi-

zagem de novos conhecimentos, já que dependendo da forma de sua utilização, contribui para a compreensão do conceito de função.

Neste sentido, compreende-se que a forma como é utilizada as novas tecnologias, a qualidade do ambiente e/ou as ferramentas disponíveis, as interações e mediações que se estabelecem com os alunos irão ser determinantes para que o processo seja efetivo e eficaz naquilo que se propõe. O computador não pode ser concebido simplesmente como um gerador de respostas para os alunos, pois se estará podando a capacidade criadora do ser humano, construtora de novas habilidades e perspectivas. O computador pode ser visto como uma ferramenta que poderá auxiliar no aprendizado.

O computador passa a ser uma ferramenta educacional, uma ferramenta de complementação, de aperfeiçoamento e de possível mudança na qualidade do ensino. Isto tem acontecido pela própria mudança na nossa condição de vida e pelo fato de a natureza do conhecimento ter mudado. Hoje, nós vivemos num mundo dominado pela informação e por processos que ocorrem de maneira muito rápida e imperceptível. Os fatos e alguns processos específicos que a escola ensina rapidamente se tornam obsoletos e inúteis. [...] Estas mudanças podem ser introduzidas com a presença do computador que deve propiciar as condições para os estudantes exercitarem a capacidade de procurar e selecionar informação, resolver problemas e aprender independentemente (VALENTE, 2001, p.6).

Nesta conjuntura, cabe refletir sobre a inserção de uma educação tecnológica nas escolas, estabelecendo novos parâmetros educacionais que tragam modificações na formulação de atividades didáticas que sejam associadas ao computador, possibilitando ao aluno uma alfabetização tecnológica (CABRAL, 2005) que propicie a aprendizagem em sala de aula.

Na Educação Matemática, várias pesquisas vêm sendo realizadas e é, também, bastante extensa e variada a produção. A literatura mostra, no caso específico do computador, que a maneira de utilizá-lo no ensino de Matemática foi gradualmente modificada. De qualquer modo as observações feitas nos estudos já realizados geralmente indicam que o comportamento dos estudantes que usam essa tecnologia informática (TI) parecia diferente dos demais, ou seja, daqueles que não tinham contato com ela. Em linhas gerais, essas pesquisas trazem evidências de que a utilização dos computadores nos ambientes de ensino de Matemática conduz os estudantes a modos de pensar e de construir conhecimento que são típicos do ambiente informático e, por vezes, favoráveis à aprendizagem de conteúdos ou à compreensão de conceitos matemáticos (ALEVATTO, 2006, p. 73).

Serão apresentadas, a seguir, algumas tecnologias utilizadas nesta tese e que foram aplicadas na fase de experimentação. Uma delas envolve a produção de objetos de aprendiza-

gem para o MEC/RIVED. Também serão enfatizadas algumas pesquisas relacionadas à utilização de tecnologias no ensino e, mais especificamente, no ensino da matemática.

2.5.2 Os objetos de aprendizagem e o padrão RIVED

Existem várias iniciativas em âmbito nacional e internacional sendo tomadas com vistas a inserir recursos tecnológicos no ensino da educação básica. Podem-se citar alguns repositórios de objetos virtuais de aprendizagem que estão disponíveis *on line*, tais como:

- CESTA - Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia na Aprendizagem, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS¹³.
- MERLOT - *Multimedia Educational Resourt for Learning and Online Teaching*, da Universidade de Nova Orleans¹⁴.
- LABVIRT – Laboratório Didático Virtual, da Universidade de São Paulo¹⁵.
- RIVED – Rede Interativa Virtual de Educação, vinculado ao Ministério da Educação (MEC)¹⁶.

O RIVED (Rede Interativa Virtual de Educação) é um programa da SEED (Secretaria de Educação a Distância), o qual tem por objetivo a produção de conteúdos pedagógicos digitais, na forma de objetos de aprendizagem. Esses conteúdos digitais são públicos e irrestritos, disponíveis para download, visualização e reutilização, os quais primam por estimular diversas formas de raciocínio, provocando o desenvolvimento do pensamento crítico do estudante e aproveitando-se do potencial da informática frente às novas abordagens pedagógicas. A meta “é melhorar a aprendizagem das disciplinas da educação básica e a formação cidadã do aluno” (RIVED, 2007).

Os objetos produzidos pelo RIVED também devem servir como auxílio ao professor para contribuir em: oferecer uma educação contextualizada (*reality-on*); estimular o raciocínio (*minds-on*) e proporcionar a experimentação/exploração dos fenômenos (*hands-on*). Estes três elementos são os requisitos que devem estar presentes nas atividades dos módulos educacionais.

Na página do RIVED (2007), encontra-se a seguinte definição para objeto de aprendizagem:

¹³ Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/CESTA/cestaconsulta.html>>

¹⁴ Disponível em: <<http://www.merlot.org/merlot/index.htm>>

¹⁵ Disponível em: <<http://www.labvirt.futuro.usp.br>>

¹⁶ Disponível em: <<http://www.rived.mec.gov.br/>>.

Um objeto de aprendizagem é qualquer recurso que possa ser reutilizado para dar suporte ao aprendizado. Sua principal idéia é "quebrar" o conteúdo educacional disciplinar em pequenos trechos que podem ser reutilizados em vários ambientes de aprendizagem. Qualquer material eletrônico que provém informações para a construção de conhecimento pode ser considerado um objeto de aprendizagem, seja essa informação em forma de uma imagem, uma página HTM, uma animação ou simulação.

A literatura apresenta várias definições de objetos de aprendizagem, devido ao fato de ser uma concepção ainda emergente e não proporcionar um conceito muito bem estabelecido. Inclusive alguns pesquisadores definem que objetos de aprendizagem não necessariamente devem ser baseados na tecnologia.

Sem estender-se neste tema, a conceituação de objetos de aprendizagem baseia-se em David Willey (2000), um dos principais pesquisadores sobre objetos de aprendizagem na atualidade, que coloca que objetos de aprendizagem são elementos de um novo tipo de instrução baseada por computador. Willey (2000, p.4) define objetos de aprendizagem “como uma entidade, digital ou não, que pode ser usada, reusada ou referenciada durante a aprendizagem suportada por tecnologia”.

Essa definição inclui os recursos digitais que são distribuídos pela rede, sejam eles de pequeno ou grande porte. Para Willey (2000), recursos digitais “pequenos” podem ser vistos como uma imagem digital, fotos, pequenas partes de texto, animação, vídeos ou mesmo pequenas aplicações com uma calculadora. Recursos digitais “grandes” correspondem às páginas inteiras da internet que combinam texto, imagens e outras aplicações relacionadas a um evento educacional completo ou uma aula.

Os objetos de aprendizagem construídos para o RIVED¹⁷ constituem segmentos de informação autônoma que se destinam à utilização em situações de aprendizagem que podem ser a distância, presenciais ou híbridas. “Exemplos de objetos de aprendizagem incluem conteúdos multimídia, conteúdos instrucionais, objetivos de aprendizagem, software instrucional e ferramentas de software, e pessoas, organizações ou eventos referenciados durante a aprendizagem suportada por tecnologia“ (WILLEY, 2000, p. 4).

Willey (2000) coloca que o que define um verdadeiro objeto de aprendizagem como parte de um conteúdo a ser ensinado em um contexto é a definição que os usuários (educado-

¹⁷ Verifica-se pela literatura que o conceito de objeto de aprendizagem adotado pelo RIVED está em consonância com o dado por Willey (2000).

res) dão com relação a sua utilidade e a sua significação. Nesta visão, os educadores precisam estar envolvidos no processo de validação do objeto nos contextos educativos.

Com o projeto, a Secretaria de Educação a Distância (SEED/MEC), em parceria com a Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), objetiva melhorar o processo ensino-aprendizagem das ciências e da matemática na educação básica, além de incentivar o uso de novas tecnologias. Os objetos de aprendizagem estão disponíveis para alunos e educadores de todo o país por meio de um espaço virtual (repositório), cujo sistema de armazenamento e distribuição permite a qualquer escola que disponha de internet ter acesso aos conteúdos gratuitamente. As escolas sem conexão com a internet também podem beneficiar-se do projeto, pois o professor pode fazer download de qualquer conteúdo disponível no endereço eletrônico e gravá-lo em CD-ROM para instalá-lo posteriormente no laboratório da escola.

Os objetos produzidos para o RIVED são atividades multimídia, interativas, na forma de animações e simulações.

A possibilidade de testar diferentes caminhos, de acompanhar a evolução temporal das relações, causa e efeito, de visualizar conceitos de diferentes pontos de vista e de comprovar hipóteses, faz das animações e simulações instrumentos poderosos para despertar novas idéias, para relacionar conceitos, para despertar a curiosidade e para resolver problemas. Essas atividades interativas oferecem oportunidades de exploração de fenômenos científicos e conceitos muitas vezes inviáveis ou inexistentes nas escolas por questões econômicas e de segurança, como por exemplo: experiências em laboratório com substâncias químicas ou envolvendo conceitos de genética, velocidade, grandeza, medidas, força, dentre outras (RIVED, 2007).

Um dos objetivos do projeto é oferecer aos alunos um ambiente virtual que possibilite uma maior compreensão dos conceitos através dos recursos que a tecnologia proporciona, utilizando-se de variadas formas de fornecer a informação (simulação, imagens estáticas, animações, textos, sons, vídeos, *feedback* imediato, facilidade de construção/reconstrução de gráficos, capacidade de movimentação de figuras na tela do computador), desempenhando um importante papel na aquisição do conhecimento.

O projeto RIVED prevê que a concepção dos objetos está intimamente ligada à forma de abordar os conteúdos das disciplinas envolvidas, devendo fazer parte integrante de um planejamento maior. A UNIFRA foi uma das instituições selecionadas que estão imbuídas nas tarefas de criar objetos de aprendizagem para o Ministério da Educação, onde alunos e professores estão engajados tanto na construção de objetos de aprendizagem como na discussão de metodologias de utilização desses objetos na sala de aula e no uso desses objetos durante os estágios do curso, verificando os impactos desta inserção no processo formativo do aluno da

educação básica. Também são oferecidos cursos de capacitação para professores que atuam na rede de ensino para trabalhar com estes objetos.

2.5.2.1 Elaboração dos objetos digitais para a pesquisa

Desde 2005, o grupo RIVED do Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), formado por uma equipe de professores e alunos, tem se engajado na produção dos objetos de aprendizagem para o Ministério da Educação/ Secretaria de Educação a Distância nas áreas de biologia, ciências, filosofia, geografia, história, língua portuguesa, literatura, matemática e química. O grupo RIVED/UNIFRA¹⁸ tem por objetivo o desenvolvimento de ações contínuas de transferência da metodologia RIVED para produção dos conteúdos; desenvolvimento de conteúdos educacionais digitais para a Educação Básica e áreas do conhecimento; apoio à capacitação de profissionais da educação para a utilização e gestão dos conteúdos educacionais digitais.

Com relação ao projeto, foram elaborados dois objetos de aprendizagem para o ensino/aprendizagem de proporcionalidade. O primeiro, elaborado em 2006, foi premiado no concurso RIVED e está disponível na página da UNIFRA¹⁹ e também na página do RIVED. O segundo, elaborado em 2007, também está disponível na página do RIVED, sendo os dois disponíveis para download, visualização e reutilização.

Na concepção dos objetos, foi levado em conta o público alvo, a forma como o conteúdo será apresentado, em que momento o objeto será usado e qual a duração do período a ser utilizado, a forma de interação com o objeto e, principalmente, procurou-se proporcionar a relação fundamental entre os problemas e os conhecimentos dos alunos, levando em conta as fases em que os alunos estão passando. Neste sentido, este planejamento levou em conta as ideias de Vergnaud (1996a) que coloca que a psicologia intervém para proporcionar a relação fundamental entre problemas e conhecimentos, entre cada uma das fases que os alunos estão passando e também na escolha mais adequada possível das situações que se apresentam aos alunos²⁰.

¹⁸ Ao todo, são sete objetos que estão publicados na página do RIVED e que foram produzidos pelo grupo de pesquisa: cinco de matemática, um de pedagogia e um de filosofia.

¹⁹ Endereço eletrônico: <<http://www.unifra.br/rived>>

²⁰ Vergnaud faz uma crítica às ideias de Piaget sobre a pouca atenção dada às escolhas didáticas mais adequadas possíveis das situações que se apresentam aos alunos no artigo "Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno a la didactica" (1996a).

Ao planejar o objeto, partiu-se da concepção piagetiana de que é na ação do sujeito que a evolução dos conhecimentos ocorre, através de sua própria experiência e de sua reflexão pessoal. Mas sem a ajuda do docente e o compartilhamento de ideias com os colegas, esta evolução do sujeito não se daria adequadamente, conforme o ideário vygotskiano embora se verifique a existência de maiores dificuldades no planejamento de objetos que tenham como pano de fundo uma concepção de ensino-aprendizagem construtivista quando comparados àqueles que se baseiam em uma pedagogia diretiva.

Essas colocações se devem ao fato de que grande parte dos Objetos de Aprendizagem desenvolvidos e disponibilizados em repositórios online apresenta uma interação entre o aprendiz e o objeto de estudo pela leitura visual de imagens, textos, animações e escuta de partes sonoras, que descrevem uma determinada situação, fato ou conceito ao aprendiz. Nestas situações, ocorre algum tipo de interação, mas de maneira superficial, pois o aluno não está atuando ou interagindo com o objeto de estudo, pois apenas escuta ou assiste de forma passiva ao desenrolar de aplicações sobre os conteúdos apresentados no Objeto de Aprendizagem (TONEZER, 2008). Neste sentido, a simples transposição da prática tradicional para o meio digital não trará grandes modificações na qualidade da aprendizagem dos conteúdos.

Por um lado, as propriedades do objeto de aprendizagem encontram-se, muitas vezes, limitadas pelas operações que o programador consegue realizar ou até onde o programa permite (MENEZES et al, 2006). Por outro, o designer e o programador são executores das ideias dos professores e estudantes, e isso pode ser uma limitante porque, em alguns casos, os alunos/professores ficam inibidos, pois desconhecem as possibilidades disponíveis no uso da ferramenta de programação (NUNES, 2006).

Neste sentido, procurou-se manter reuniões periódicas com a equipe composta por designer, programador, comunicação e parte pedagógica/de conteúdo, sendo esta composta por professores e acadêmicos/professores do curso de matemática. Em alguns momentos, estas reuniões eram formadas por pequenos grupos e, em outros, era reunida toda a equipe, de acordo com as necessidades que surgiam no desenvolvimento do objeto.

Os conhecimentos necessários para a realização das tarefas devem ser buscados à medida que surgem sua necessidade e relevância no decorrer da experiência prática, e grande parte das discussões pedagógicas e de funcionalidade do material ocorre internamente nas equipes (PRATA, NASCIMENTO, PIETROCOLA, 2007, p. 112).

Com relação à participação dos acadêmicos, pretende-se contribuir para que o futuro professor de Matemática (acadêmico do curso) tenha a possibilidade de discutir o papel do computador e sua importância no processo ensino-aprendizagem da Matemática, bem como possibilitar, em seu processo formativo, a construção de objetos de aprendizagem. Entende-se que o ponto de partida para a inserção do computador no processo ensino-aprendizagem de matemática centra-se na formação do professor, precedendo até a implantação da própria tecnologia, sendo fundamental discutir as concepções de ensino-aprendizagem neste processo.

Partindo da suposição de que a aprendizagem de alguns conceitos é ainda mais complexa com a ausência de conhecimento sobre a situação tratada, procurou-se apresentar situações nos Objetos de Aprendizagem **A matemática das plantas de casas e mapas e Proporcionalidade e Semelhança** que sejam significativas para o aluno, sendo de alguma forma familiar para eles. Procurou-se ultrapassar a visão empirista presente no ensino de matemática em que o aprendiz é considerado como uma tabula rasa frente a um novo conteúdo da grade curricular (BECKER, 2001), para uma visão construtivista na busca de solução dos problemas, favorecendo a interatividade.

Quando se fala em construção de conhecimento, tem-se clara uma perspectiva de que o objeto de aprendizagem deve permitir uma maior interatividade, gerando no aluno o pensar e o refletir sobre a reação do objeto frente às suas ações, desequilibrando os conhecimentos já construídos na busca de novos. Um objeto que se limita a apresentar a informação, mesmo tendo um objetivo educacional claro, não deveria ser classificado como objeto de aprendizagem e sim objeto de ensino (SÁ FILHO; MACHADO, 2007).

O termo interação (TAJRA, 2002) é composto de um prefixo derivado do latim (inter) e um núcleo, também derivado do latim (actiō – ação) que possui os respectivos significados: inter – entre, no meio de; ação: atuação, ato, feito, obra. Ambientes interativos e os computadores apresentam um papel fundamental ao propiciar o uso de ferramentas que apoiam e possibilitam a comunicação e a interação entre os sujeitos. É através das interações que os sujeitos desencadeiam trocas, estratégias de construção/autoria, compartilhamento de ideias, possibilitando gerar novas interações.

A evolução da cognição pressupõe a aprendizagem significativa de conceitos, ou seja, aquela em que os significados resultam da interação dos novos conhecimentos com outros especificamente relevantes já existentes na estrutura cognitiva, os quais, por sua vez ficam mais ricos, mais elaborados e mais estáveis (GRINGS, CABALLERO, MOREIRA, 2006, p. 1).

Neste sentido, foram pesquisadas quais eram as situações de vida dos alunos, de uma maneira geral, em que os problemas concretos estavam relacionados aos conteúdos da proposta didática. Por isso, optou-se por focar os objetos, as plantas de casas e mapas e também a ampliação/redução de fotos, situações estas que estão presentes na realidade dos alunos e que envolvem diretamente a proporcionalidade.

2.5.2.2 Etapas

O RIVED estruturou um método próprio para a construção dos objetos de aprendizagem que está dividido em quatro fases, sendo estas subdivididas em diferentes itens²¹. Embora o termo seja “fases”, denotando uma determinada hierarquia no seu desenvolvimento, há sempre um retorno a etapas anteriores, quando há a necessidade de replanejamento e/ou alguma modificação não prevista inicialmente. Também algumas das etapas podem ocorrer simultaneamente, por exemplo, enquanto a fase de produção é realizada pela equipe técnica, a equipe pedagógica/de conteúdo elabora o Guia do professor.

Embora não se tenha o registro das discussões envolvendo o planejamento e a produção dos objetos, pode-se afirmar que é um processo bastante trabalhoso. Este planejamento envolve toda uma concepção do processo ensino-aprendizagem em que deve estar embasada o design do objeto, sendo que, na elaboração do roteiro, todas as telas são minuciosamente descritas, bem como o seu funcionamento. Precisa-se levar em conta também a parte de vetorização (desenhos), escolha de movimentos, cores, quais são os espaços físicos desejados, dentre outros aspectos. Pode-se afirmar que construir um objeto por si só já é um processo de construção de conhecimento.

Após escolher a temática para o desenvolvimento do objeto de aprendizagem, tem-se a primeira etapa que é o desenvolvimento do **design pedagógico**, em que são definidos os objetivos das atividades, buscando responder a várias perguntas, tais como: O que o aluno para o qual você está planejando esta atividade encontraria de interessante neste tópico? Que aplicações e/ou exemplos do mundo real podem ser utilizados para engajar os alunos? O que pode ser interativo na atividade? Qual o público alvo? Como o conteúdo será apresentado? Quando e como o objeto será usado?

Também aqui se identificam os conceitos necessários ao aprendizado deste campo conceitual, bem como as situações que tornam estes conceitos significativos, oferecendo essas

²¹As etapas do RIVED foram fundamentadas tendo como base a Teoria dos Campos Conceituais, os quais se complementam, sendo que ambos dão importância ao processo experimental para a aprendizagem dos conceitos e à abordagem de situações contextualizadas.

situações aos usuários. Apresentam-se então os objetivos gerais do objeto de aprendizagem, onde se esclarece o que se espera que os alunos aprendam e quais são as estratégias e atividades para cada objetivo proposto (BRAGA, 2006).

Na segunda etapa, tem-se o **roteiro pedagógico**, em que se faz o detalhamento de como este tema deverá ser abordado na atividade, utilizando imagens, colocando explicações sobre a ação do sujeito e anotando todas as informações importantes para ele ser construído e programado. Veja a seguir o roteiro de uma das telas do objeto Proporcionalidade e Semelhança:



Título da animação: Autor:	Continuação da atividade
Texto: Para fazer a Carteira de Identidade, Joãozinho deve tirar uma foto 3 x 4. Foi em um laboratório e como a foto tirada é digital, pediu para ser enviada por e-mail. Gostando da foto, Joãozinho resolveu ampliá-la testando as variadas formas de ampliação.	imagem 
Explicação sobre a ação: Num segundo momento a foto aparece ampliada.	
	

Figura 7: Modelo de roteiro de tela

No roteiro de tela, podem ser explicitadas as diferentes representações que serão utilizadas para lidar com essas situações, os quais permitem ao usuário fazer uso delas durante o uso da interface. Também se verifica se existe uma conexão entre algumas das representações utilizadas e de que forma o usuário poderá utilizar estas conexões para passar informações de uma representação para outra (BRAGA, 2006).

Previamente, identificam-se os invariantes que serão utilizados pelos usuários ao lidar com as situações propostas e também se projeta a possibilidade de ajuda ao usuário, a ser utilizado na interface de modo a contribuir na percepção desses invariantes, bem como auxiliar no processo de resolução de problemas (BRAGA, 2006).

A fase seguinte chama-se de **produção**. O grupo de técnicos se responsabiliza em produzir os Objetos de Aprendizagens, onde nesta fase “(...) os especialistas de conteúdo, o designer instrucional, e os técnicos interagem bastante para evitar erros” (NASCIMENTO; MORGADO, 2003, p. 3). Nesta fase, há uma consulta às informações descritas no design pedagógico e principalmente ao roteiro.

Existem algumas exigências do projeto para que as escolas tenham acesso aos objetos de aprendizagem: devem ser gerados para acesso via web, multiplataforma (rodando em qualquer sistema operacional), não conter arquivos executáveis e serem programados em flash

(mais usado), htm, php, asp ou java, os quais devem ter um tamanho razoável (máximo de 4 Mb). Os dois objetos de aprendizagem relacionados à proporcionalidade foram programados em flash.

No design de interfaces dos aplicativos educacionais, cada um dos elementos da tela é interpretado pelo usuário. De acordo com esta interpretação, poderá resultar ou não em uma ação efetuada pelo usuário na interação com este aplicativo. Diminuir a sobrecarga cognitiva no processamento direcionado à interação com o sistema, utilizando um design de tela simples e convencional, onde cada componente (ícones, objetos,...) seja de fácil percepção e interpretação pelo usuário, é o ideal. “Uma tela que use convenções padrão no texto, gráficos, navegação e layout será mais facilmente interpretada e conseqüentemente terá uma carga cognitiva mais baixa” (GRANDO; KONRATH; TAROUCO, 2003, p. 3).

No RIVED, existe uma padronização com relação:

- ao layout dos botões de navegação, sua localização;
- às páginas web (tamanho da tela, banner, texto, menu com botões etc);
- às animações/simulações (tamanho do palco, fundo, tamanho da fonte);
- às cores dos módulos, sendo que dada uma das disciplinas recebeu uma cor de identificação visual. Para a matemática, por exemplo, tem-se a cor vermelho (#990000).

A quarta etapa é denominada **guia do professor**. Nesta etapa, tem-se a elaboração de um roteiro que possibilita ao professor ajuda na aplicação das atividades previstas nos módulos, contemplando a utilização de outros recursos didáticos que podem acontecer com ou sem o uso do computador. Também podem ser oferecidas sugestões de leituras complementares que poderão ser voltadas tanto para o aluno como para o professor, relacionadas ao conteúdo, à metodologia e ao processo ensino-aprendizagem.

Sabe-se que um Objeto de Aprendizagem poderá reforçar a concepção de ensino-aprendizagem sustentada pelo professor o qual irá fazer uso do mesmo. Por isso, a importância da documentação do objeto, que podem ser direcionadas de acordo com essas concepções.

Se o professor for empirista, ele irá ter uma postura empirista diante do objeto, da mesma forma se for inatista e ou construtivista. O professor empirista entende que somente ele pode produzir algum novo conhecimento, assim, irá transferir esta competência para o OA. O professor inatista provavelmente não fará as intervenções necessárias no processo de aprendizagem do aluno, limitando o uso do objeto, não ampliando os conceitos e a leitura de textos relacionados com o conteúdo em estudo. O professor construtivista fará as relações necessárias e, com isso, irá promover a aprendizagem para além do objeto e ou levará a construção de novas possibilidades e conceitos a partir de elaborações anteriores (NICOLEIT et al, 2006, p. 5).

Para garantir o melhor aproveitamento de cada software nas práticas pedagógicas, os professores responsáveis pela escolha devem dedicar uma atenção inicial criteriosa à avaliação dos mesmos (BOFF, REATEGUI, 2005). Conhecer o objeto, reconhecer as teorias de aprendizagem que estão por trás, os quais formam as bases para a elaboração e concepção do objeto, sendo construídos utilizando-se de teorias de como os sujeitos aprendem, são elementos que podem fornecer alguns indicativos para ajudar na sua adoção e no planejamento das atividades que se seguem ao seu uso. Contudo, a organização pedagógica do objeto e suas orientações não excluem a autonomia do aluno na aprendizagem, pois há alunos que independem da metodologia para aprenderem (NICOLEIT et al, 2006, p. 5).

No guia do professor, podem ser enfatizadas previsões de comportamentos que os alunos podem ter, tais como, tipos de dúvidas e sugestões de interferência do professor. Salienta-se, aqui, que o guia não deve ser uma “camisa de força” para o professor, sendo apenas um elemento norteador e apoiador, contendo sugestões para o seu trabalho, que poderão ser ou não aproveitada (REIS; FARIAS, 2003).

Após todas estas etapas, tem-se a publicação do objeto juntamente com o guia do professor no repositório de Objetos de Aprendizagem do RIVED, conforme figura apresentada a seguir do objeto de aprendizagem **A matemática das plantas de casas e mapas** publicado no repositório do RIVED:

Tipo de Objeto	Atividade Rived
Título	A matemática das plantas de casa
Série	5ªsérie(Fundamental) 6ªsérie(Fundamental) 7ªsérie(Fundamental)
Categoria	Matemática
SubCategoria	Escalas, Razão, Medidas, Proporção, Semelhança

Objetivo: 1- Interpretar e utilizar diferentes formas de representação de objetos; 2- Identificar, representar e utilizar o conhecimento geométrico para aperfeiçoamento da leitura, da compreensão e da ação sobre a realidade; 3- Procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação problema; 4- Entender e aplicar métodos e procedimentos próprios das ciências naturais e tecnológicas; 5- Comparar e estabelecer relações entre as grandezas; 6- Estimular a percepção dos alunos com relação a conceitos matemáticos envolvidos na situação-problema e levá-los a elaborar construções matemáticas abstratas para resolver problemas relativos a situação específicas, mostrando a fundamentação matemática que deve ser empregada. 7- Ler e interpretar textos matemáticos; 8- Utilizar corretamente instrumentos de medição; 9- Selecionar estratégias de resolução de problemas; 10- Desenvolver a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção no real.

[Guia do Professor](#)
[Download](#)
[Visualizar](#)
[Detalhar](#)
[Comentar](#)

Figura 8: Objeto publicado no repositório.

Um elemento interessante, no repositório, é a existência de um campo para comentários, sendo este específico para cada objeto de aprendizagem. Este campo tem sido usado por alunos, professores e pesquisadores e várias informações sobre cada objeto acessado têm sido publicadas lá (elogios, críticas, sugestões). É um excelente recurso de avaliação, podendo ser utilizado tanto por professores que atuam na educação básica ou superior como por alunos em

processo de formação nas licenciaturas. Os comentários aparecem na parte inferior da ficha técnica do objeto – botão detalhar.

2.5.3 Software Régua e Compasso

O software C.a.R. é uma abreviação de *Compass and Ruler* que significa Compasso e Régua, sendo desenvolvido pelo professor René Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha. O C.a.R. está escrito na linguagem Java, tem código aberto e roda em qualquer plataforma – Microsoft Windows, Linux, Macintosh. O programa é **freeware**, e o código fonte é disponível e livre conforme Licença Pública Geral (GNU General Public License). Sua instalação é simples, requerendo que no computador esteja instalado o Java Virtual Machine (JVM), em versão 1.3 ou superior. Ambos, o executável do C.a.R. e JVM, estão disponíveis em vários sites²². As construções são salvas em arquivos com a extensão **.zir**, o qual significa a abreviação de "C.a.R" do idioma germânico, podendo ser abertos em qualquer editor de textos, pois são codificados em **XML**.

O programa tem quatro áreas principais: *menu* principal (A), barra de ferramentas (B), área de trabalho (C) e área de dicas e ajuda (D). A tela inicial tem o aspecto da figura abaixo:

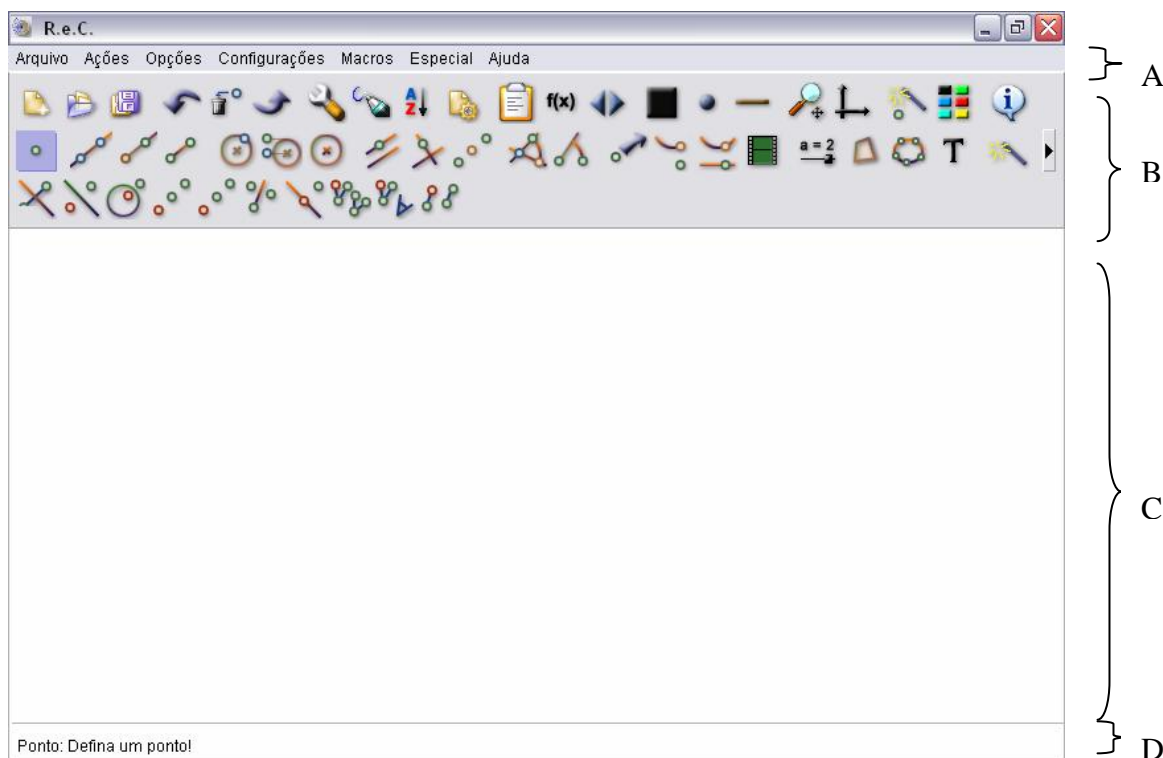


Figura 9: Tela inicial do C.a.R.

²² Na página do Prof. Bortolossi (PUC/RIO), tem-se a possibilidade de fazer *download* do software Régua e Compasso e acessar várias atividades e artigos relacionados: < <http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/>>.

O software oferece Régua e Compasso virtual, que permite a construção de objetos geométricos a partir das propriedades que o definem. Para proceder a construção, tem-se a disposição a escolha de primitivas representadas no menu: pontos, retas, circunferências, retas paralelas, retas perpendiculares, transformações geométricas, dentre outras. As construções podem ser realizadas apenas com cliques no botão esquerdo do mouse. Após o primeiro clique, o objeto a ser construído é constantemente exibido até que se decida onde colocá-lo. Depois de feitas as construções, pode-se deslocá-las na tela sem alterar as relações geométricas previamente estabelecidas (pertinência, paralelismo, etc.). O programa orienta o usuário com mensagens abaixo da área de construção (MARTINS; FIOREZE, 2008).

O programa possui recursos de animação (incluindo a produção de traços de pontos móveis), permitindo a criação de *macros* e a exportação de construções como *applets* e exercícios interativos, possibilitando, assim, que o aluno (ou o professor), ao invés de gastar tempo com detalhes de construção repetitivos, concentre-se na associação existente entre os objetos.

Diferentemente do que ocorre com a régua e o compasso tradicional, as construções feitas com o *software* Régua e Compasso são dinâmicas e interativas, tornando o programa um ótimo laboratório de aprendizagem de geometria. O aluno ou o professor pode testar suas conjecturas através de exemplos e contra-exemplos que os mesmos podem criar.

Os objetos construídos, ao serem manipulados com o mouse, dão dinamismo à visualização na tela do computador. Essa movimentação retrata as invariâncias decorrentes das construções feitas. De imediato, o aluno percebe o potencial do ambiente de geometria dinâmica: permitir a construção de objetos concretos-abstratos, desencadeando algumas das principais ações mentais características do pensar matemático: o estabelecimento de relações e as conjecturas e inferências desse pensar, ampliando as possibilidades do desenho estático, com lápis e papel (GRAVINA, 2001).

A tecnologia informática apresenta-se como um meio para dar suporte ao pensar, possibilitando mudar os limites entre o concreto e o formal, já que o computador permite criar um novo tipo de objeto, os objetos concretos-abstratos; concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados; abstratos por se tratarem de realizações feitas a partir de construções mentais. Assim, a tecnologia informática transmuta-se em tecnologia da inteligência, termo cunhado por Levy – abarcando a possível versatilidade e até mesmo a ampliação dos funcionamentos cognitivos (GRAVINA, 2001, p. 6).

A geometria é uma das áreas que mais tem se beneficiado com a utilização das tecnologias informáticas no ensino da matemática. Isto porque, diferentemente da geometria estática apresentada nos livros, um ambiente de geometria dinâmica é mais atrativo para o aluno, pois os aspectos visuais e de animação com seus diversos recursos possibilitam que suas propriedades sejam evidenciadas e compreendidas, contribuindo assim para a aprendizagem da geometria.

Com relação à geometria, Pavanello (2004) e Gravina (2001) destacam que seu ensino não é valorizado no Brasil, existindo ainda os resquícios do chamado “período da matemática moderna”, quando existia uma formalização excessiva, por via de linguagens de conjuntos e estruturas algébricas, que foi transposta para o dia a dia da sala de aula. “Distante não só para os alunos como para os próprios professores que, então, inseguros, passaram a privilegiar sobretudo conteúdos da álgebra, negligenciando cada vez mais a geometria” (GRAVINA, 2001, p. 5).

Como os novos métodos para abordar a matemática eram pouco dominados pelos professores, a geometria era desenvolvida mais intuitivamente. Como a Matemática Moderna exigia que a geometria fosse trabalhada sob o enfoque da teoria das transformações, e com o despreparo dos professores, dá-se então mais ênfase aos aspectos aritméticos e algébricos em que, por vezes, deixava-se de se ensinar os conteúdos geométricos.

Esta influência da Matemática Moderna, no Brasil, perdurou por um longo tempo. Estes resquícios ainda aparecem na formalização precoce dos conceitos, nas raras aplicações da matemática e no predomínio dos aspectos algébricos no ensino fundamental e médio. No entender de Pavanello (2000), uma prática pedagógica que privilegia apenas alguns temas matemáticos em detrimento de outros trará graves consequências para a construção dos saberes matemáticos pelos alunos.

Os ambientes de Geometria Dinâmica oferecem instâncias físicas que possibilitam uma representação dinâmica, refletindo nos processos cognitivos, mais especificamente relacionados às concretizações mentais, diferente dos sistemas utilizados historicamente por matemáticos e educadores matemáticos que têm como forma de representação do conhecimento matemático um caráter estático. Observa-se isto nos livros ou em uma aula ‘clássica’ de matemática.

Este caráter estático muitas vezes dificulta a construção do significado, e o significante passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho a ser memorizado. Assim sendo, não deve ser surpreendente quando os alunos não conseguem transferir um conceito ou teorema para situação que não coincide com a prototípica regis-

trada a partir da apresentação do livro ou do professor (GRAVINA, SANTAROSA, 1998, p. 10).

O aparato físico de um sistema de representação afeta substancialmente a construção de conceitos e teoremas, pois um mesmo objeto matemático tem uma representação mutável, bem diferente de uma representação estática que utiliza lápis e papel ou giz e quadro-negro. “O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador” (GRAVINA, SANTAROSA, 1998, p. 10). Por exemplo, a verificação geométrica do Teorema de Pitágoras não se restringe aos números inteiros, como pensam muitos alunos ao referirem-se aos exemplos encontrados nos livros didáticos. Ou seja, a partir do recurso “estabilidade sob ação de movimento”, importantes propriedades podem ser deduzidas:

Feita uma construção, mediante deslocamentos aplicados aos elementos iniciais determinadores do objeto geométrico, o desenho na tela do computador transforma-se, mas preserva, nas novas instâncias, as relações geométricas impostas inicialmente à construção, bem como as relações implícitas delas decorrentes (GRAVINA, 2004, p.5).

Durval (1998) enfatiza que os softwares de geometria dinâmica são superiores ao uso do lápis e papel, pois a sua utilização dissocia a intenção de traçar e o resultado da produção do desenho. Ou seja, para traçar determinada figura, os sujeitos devem explicitar, em sua construção, uma propriedade geométrica antes de traçar um objeto sobre a tela.

Muitos conceitos e propriedades algébricas e aritméticas podem ser relacionados com a geometria, e, em especial, utilizando um software de geometria dinâmica como o **Régua e Compasso**. O software contribui para desenvolver habilidades de visualização, de argumentar de forma lógica, buscando soluções para problemas, contribuindo na compreensão e ampliação da percepção do espaço e na construção de modelos que auxiliam na interpretação de questões de matemática e de outras áreas do conhecimento, habilidades estas necessárias segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998).

Avaliação realizada do Régua e Compasso por um grupo de professores e alunos (BATISTA et al, 2004) apresentou uma porcentagem de adequação de 83% dentro dos critérios estabelecidos na pesquisa. Dentre os pontos positivos destacados, salientam-se:

- Fácil de usar;
- Interface didática;

- Permite a realização de construções geométricas desde simples até mais complexas;
- Oferece grandes possibilidades de interação com o usuário;
- Favorece a construção do conhecimento, estimulando a criatividade e o questionamento.

A facilidade de usar e a interface didática fazem com que a sua utilização possa ser realizada por “qualquer pessoa, desde crianças em nível elementar até adultos em nível mais avançado”, como consta nos propósitos na página oficial do R.e.C. em português²³.

Dentre alguns aspectos negativos destacados por esse grupo de alunos e professores, salienta-se que a instalação não foi considerada simples, devido ao fato de requerer o ambiente Java. Esta questão depende da familiaridade dos envolvidos com o tipo de atividade realizada, pois como os avaliadores eram professores e licenciandos, eles não estão necessariamente envolvidos diretamente com instalação de *softwares* em sua prática (BATISTA et al, 2004).

A metodologia de avaliação utilizada conteve cinco blocos de questões: A - documentação; B - questões operacionais; C - características pedagógicas gerais; D - características pedagógicas baseadas nas propostas dos Parâmetros Curriculares do Ensino Médio (PCNEM) para Matemática; E – características pedagógicas segundo a proposta educacional do *software*, sendo o bloco E subdividido em duas partes: softwares cujas características são adequadas a uma proposta de educação construtivista e softwares cujas características são adequadas a uma linha mais tradicional de educação. As respostas dos avaliadores do software Régua e Compasso estão representadas no gráfico abaixo:

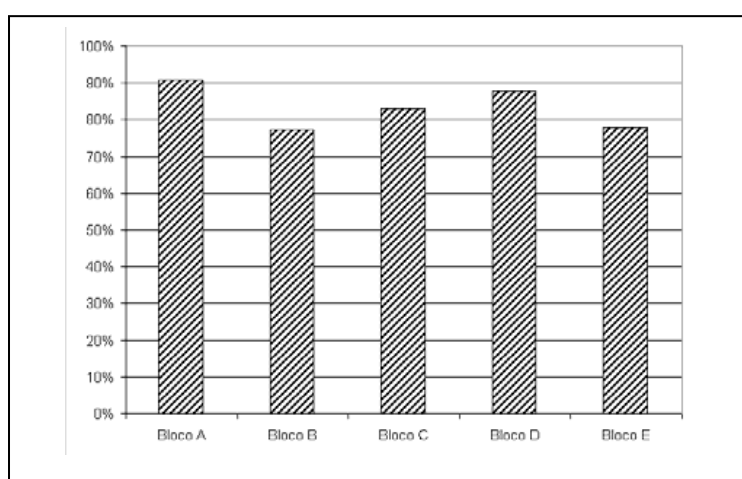


Figura 10: Gráfico referente à avaliação do software Régua e Compasso

²³ Disponível em: <http://www.khemis.hpg.ig.com.br/car/>.

Ao analisar o gráfico, conforme figura 10, destaca-se a boa avaliação deste software realizado por esse grupo de professores e alunos.

O programa foi considerado pelos avaliadores como sendo bastante adequado às propostas dos PCNEM (Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio) com relação às características pedagógicas (bloco D), contribuindo para as abstrações matemáticas, evitando meras memorizações. A possibilidade de descobrir regularidades e invariantes permite o desenvolvimento de conceitos e teoremas que auxiliam na construção e ampliação de uma estrutura cognitiva, contribuindo para o pensamento abstrato.

Colaborando com a avaliação deste software, salienta-se que o Régua e Compasso é um excelente recurso para desenvolver práticas pedagógicas que valorizem o papel ativo do aluno. Pode-se afirmar que se tem aqui um ambiente em consonância com a concepção construtivista de ensino-aprendizagem, onde o conhecimento é construído a partir das ações do sujeito (GRAVINA, 2004).

Diante destas características e devido ao fato de ser um *software* livre, pois as escolas da rede pública não possuem recursos para adquirir *software* proprietário, foi escolhido o Régua e Compasso como um dos *softwares* para a realização desta pesquisa.

2.5.4 Blogs

Weblog ou simplesmente blog são palavras conhecidas por parte dos alunos e da sociedade atualmente, “senão através dos professores pelo menos através de alguns alunos mais entusiastas e mais familiarizados com o uso da Internet” (GOMES, 2005, p. 311).

Blog é uma página da Web onde são colocadas mensagens – chamadas de posts – que são constituídas de imagens e/ou textos em pequenas dimensões, apresentados de forma cronológica. As mensagens mais recentes são normalmente apresentadas em primeiro lugar, onde os posts podem incluir links relacionados ao tema de interesse e comentários (GOMES, 2005).

A diferença básica entre um blog e um site pessoal está relacionada à sua construção, pois para criar um blog não é necessário saber a linguagem HTML ou qualquer outra linguagem de programação (MORESCO; BEHAR, 2006), podendo a linguagem de programação contribuir no seu aprimoramento. Esta facilidade na construção de blogs permite que as atualizações sejam mais fáceis de serem realizadas.

Além disso, a criação de um blog frequentemente não acarreta custos para os seus criadores, existindo sites que disponibilizam sistemas de criação e alojamento gratuito. Tudo isso, aliado ao fato de que um blog constitui um espaço de publicação na *web*, contribui para todo o sucesso que atualmente está tendo.

Estudos divulgados pelo IBOPE/NetRatings mostraram que campanhas publicitárias on-line que partem de blogs ou de outras redes sociais têm um impacto 500 vezes maior se as mesmas partissem dos sites das próprias empresas (2008). Segundo dados pesquisados, só em maio de 2008, 18,5 milhões de pessoas navegaram em sites relacionados com comunidades. Acrescendo a este número os usuários de fotologs, videologs e mensageiros instantâneos, este valor salta para 20,6 milhões, o que representa 90% dos usuários que acessam a internet mensalmente.

A maioria das empresas publicitárias não tem como foco principal a aprendizagem em nível da educação básica ou superior. Mesmo assim, o fato de que existe um conjunto de práticas comuns nesta “blogosfera” e que para aumentar o número de clientes é necessário participar dela, faz com que as empresas se aproximem mais, pesquisando e se inserindo nestas redes.

O Brasil é o primeiro colocado dos países com maior utilização de blogs e sites de comunidades, segundo dados publicados pelo IBOPE em julho de 2008. Além disso, os brasileiros quebram sucessivos recordes de utilização da rede no domicílio, compram mais computadores do que televisores, utilizando para acesso bancário mais a rede do que as caixas das agências.

Os blogs constituem um recurso a ser explorado pelos professores, pois são de fácil uso e, principalmente, usam a mesma linguagem dos alunos. Ao publicar na internet, os alunos se sentem orgulhosos e querem realizar bons trabalhos, existindo um sentimento de valorização, pois os próprios colegas terão a oportunidade de ler e contribuir com as ideias colocadas, além de outras pessoas poderem acessar seu conteúdo. “Desta forma, são ampliadas as possibilidades de um diálogo mais autêntico e profundo com outras formas de saber, outros pontos de vista, favorecendo a interdisciplinaridade, ajudando a construir redes sociais e redes de saberes”, coloca Moresco e Behar (2006). Se o professor souber aproveitar, poderá ter ótimos resultados.

Conforme Gomes (2005) existem, atualmente, práticas educativas com distintas abordagens de utilização de blogs: blogs criados e dinamizados por professores ou alunos individuais, blogs de autoria coletiva formado por professores e alunos, alguns blogs focalizados em

temáticas de disciplinas específicas e outros com uma abordagem transdisciplinar, blogs que se constituem em portfólios do trabalho escolar realizado e blogs que funcionam como espaço de representação e presença na Web de escolas. As duas figuras apresentadas a seguir retratam algumas experiências deste tipo:



Figura 11: Blog como apoio na disciplina de Física²⁴



Figura 12: Blogs criados pelos alunos²⁵

²⁴Moresco é aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e sua pesquisa está centrada na utilização dos blogs para a aprendizagem das disciplinas de física e química. Endereço do blog: <http://fisicaporquena.zip.net/>

²⁵Referente a um tema específico da disciplina de química com uma abordagem transdisciplinar. Disponível em: <http://quimicaparaoenem.zip.net/>.

A melhoria das condições de acesso à internet nas escolas, bem como o aumento do número de famílias com acesso à internet e a crescente divulgação de experiências práticas da utilização de blogs na sala de aula é um sinal positivo de que não se está meramente utilizando um recurso da moda, mas sim se está diante de um recurso que pode suportar distintas estratégias de ensino e aprendizagem, como se pode observar nas figuras 11 e 12.

A linguagem utilizada nos blogs, permitindo a socialização por meio de comentários, faz com que os estudantes se sintam motivados, ficando dispostos a inovar com mais liberdade que nos meios tradicionais. ”Assim como existem práticas e discursos escolares que reproduzem uma determinada visão de mundo como uma única possibilidade, também existem outras que se abrem para o novo” (MORESCO; BEHAR, 2006, p.2). A escola, escolhida como lugar por excelência na produção de conhecimento, necessita refletir esta nova realidade, que acaba mudando a forma de relação entre os sujeitos.

Trafegar pelo mundo virtual é uma realidade que cada vez mais é utilizada nos ambientes escolares, embora ainda bastante recente para professores que ainda não se apropriaram desta tecnologia. Para isto, é fundamental que as universidades forneçam cursos de formação continuada com acompanhamento e assessoramento para o professor na sala de aula, para que este não se sinta inseguro ao se apropriar desta ferramenta.

Também é importante que aja, por parte de professor e aluno, uma atualização constante destes recursos e ferramentas, fazendo uso da tecnologia com qualidade e de forma crítica, pois as ferramentas disponíveis estão continuamente sendo aprimoradas, surgindo constantemente novos recursos.

As ferramentas de interação no blog possibilitam uma postura mais autônoma do aluno, sendo que a proposta do blog deve permitir a expressão pessoal do aluno, própria para esse tipo de tecnologia. Criam-se espaços de acolhimento e se estabelecem relações interindividuais que criam e recriam um conhecimento coletivo. Associam-se pessoas vinculadas por projetos comuns, espaços estes cunhados por Comunidades Virtuais, caracterizados por serem no ciberespaço. Na figura, as setas procuram representar a dinâmica da interação entre os pares:



Figura 13: Interação entre as pessoas

Segundo a Wikipédia²⁶, têm-se os seguintes benefícios na participação de comunidades virtuais:

-Colaboração/cooperação: Assim como em um meio tradicional, uma comunidade virtual também pode interagir entre os elementos que a forma, apoiando e/ou trabalhando de maneira integrada, com objetivos comuns.

A seguir, são apresentadas algumas ideias referentes aos termos colaboração/cooperação, extrato de um blog “Memórias soltas de um prof”²⁷, os quais retratam a visão referente a estes termos em se tratando do caso específico da matemática:

Confunde-se, por vezes, aprendizagem cooperativa com aprendizagem num ambiente de colaboração, ajuda mútua ou ajuda de uns a outros. Mas, desenvolvimento do espírito de colaboração ou de ajuda, sendo objetivos educacionais desejáveis, que podem ser perseguidos por qualquer professor de qualquer disciplina, nada ou pouco tem a ver com a aprendizagem, em si, da Matemática. A defesa da aprendizagem cooperativa na educação matemática, implicando, obviamente, a colaboração entre pares, pressupõe, por um lado, o efeito da dinâmica de grupo, e esta não surge apenas porque alunos estão trabalhando juntos e colaborantes numa mesa; pressupõe, por outro lado, atividades cognitivas que envolvam tentativas de construção, conjunta e partilhada, face, por exemplo, a um problema ou a uma solicitação à interpretação ou à explicação de uma situação. Ao falar de uma estrutura de funcionamento das aulas de Matemática assente no trabalho em grupo e respectiva dinâmica, esqueci de pôr o sublinhado. "É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para o aluno" (Vergnaud, 1970). A aprendizagem é um processo construído internamente (a menos que se chame aprendizagem ao simples fato de o aluno memorizar e saber repetir ou fazer o que o professor ensinou ou treinou), que requer reorganizações cognitivas. E, a estas, não tenho dúvidas de que são bastante favoráveis os confrontos de respostas diferentes entre pares, em que uma discrepância entre conhecimento ou pontos de vista é propícia a gerar os conflitos cognitivos, reconhecidos na psicologia como propiciadores de situações de desenvolvimento cognitivo.

Aqui a autora chama a atenção que não basta apenas existir uma atitude de colaboração entre os pares, mas sim que as atividades escolhidas envolvam situações em que se faz necessário o confrontar de ideias que geram conflitos cognitivos, a busca de elementos que possam clarear esta situação e a tentativa de construir uma resolução para um determinado problema colocado, o que leva ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, enriquecendo o

²⁶ Fonte: http://pt.wikipedia.org/wiki/Comunidade_virtual

²⁷ Citação literal do texto de Isabel Campeão no blog: <<http://msprof.blogspot.com/2005/09/matematica-e-mtodos-de-ensino-adenda.html>>.

processo ensino-aprendizagem, contribuindo para que se atinjam resultados eficazes para a aprendizagem escolar.

Assim, a edição de blogs, em um trabalho colaborativo e cooperativo, contribui para o desenvolvimento de um pensar coletivo, tornando também possível a divisão de tarefas para que o trabalho não se torne cansativo, desenvolvendo competências e habilidades próprias para uma sociedade contemporânea. Ao se observar as postagens colocadas nos blogs, os jovens demonstram sua preferência pelo trabalho em grupo, o qual se torna um facilitador do processo de aprendizagem de determinado conteúdo, especificamente para este caso, a matemática.

- Aprendizagem: O conhecimento é encarado como o principal ativo que um indivíduo possui. Com o aparecimento de comunidades que expõem e trocam seus conhecimentos com maior facilidade, abre-se o leque para a aprendizagem de novas temáticas.

A característica referente ao conhecimento ser o principal ativo também é uma realidade para os estabelecimentos de ensino que não utilizam o ciberespaço como um espaço para promover a interação entre os pares. Mas o diálogo aberto e espontâneo que surge entre os intervenientes no ciberespaço, de forma que fiquem registrados estes diálogos, permite a compreensão de diferentes pontos de vista, possibilitando assim aprofundamento ao que está sendo tratado.

Além disso, tendo em vista a riqueza de cada cultura local, mais facilmente quem interage poderá receber ensinamentos que não são influenciados pelo local onde faz sua pesquisa, oportunizando assim diferentes modos para analisar uma questão. Outra questão se refere à possibilidade de ouvir testemunhos de várias pessoas relacionadas a temas diversos, sem que estas respostas sejam influenciadas, tendo uma maior capacidade de sustentação das decisões tomadas.

- Desterritorialização: Os limites territoriais contribuem para os diferentes níveis de desenvolvimento intelectual, sendo que não se deve à própria capacidade dos indivíduos, mas sim às dificuldades/facilidades de acesso aos grandes centros urbanos. Nos grandes centros urbanos, o desenvolvimento das capacidades individuais poderão ser maiores, pois há uma interação maior entre pessoas com diferentes culturas, raças e classes sociais. Com o surgimento de comunidades virtuais, essa interação se alarga a nível global, o que permite a interação de pessoas que residem em diferentes países e continentes.

A figura a seguir retrata algumas destas ideias expostas, onde os indivíduos estão colocados sobre o globo, dando a entender que estejam em locais distantes geograficamente um dos outros, mas interligados entre si, compartilhando de uma construção coletiva de saberes:



Figura 14: Pessoas trabalhando em conjunto, distantes geograficamente.

- Ser social: O ser humano possui necessidade de interagir. Como colocado anteriormente, através das comunidades virtuais, esta ligação poderá ocorrer com pessoas distantes fisicamente. Antes do aparecimento das comunidades virtuais, a comunicação se dava com maior frequência com as pessoas residentes nas comunidades locais em que se reside. Não existia a possibilidade de escolher com quem se queria interagir, tendo-se como consequência a anulação de alguns interesses, pois não existia com quem os partilhar. Com as comunidades virtuais, ocorre a liberdade de escolher as comunidades onde se pretende estar, os quais permitem distintos interesses, pois será fácil de encontrar quem apresente interesses equivalentes.

A seguir, apresentam-se alguns recursos disponíveis em sistemas de blog, e especificamente neste caso, o WordPress, escolhido para esta pesquisa.

2.5.4.1 Recursos do blog WordPress

Os aspectos técnicos relacionados à construção de páginas para a internet usando algum editor de páginas (Composer ou Frontpage, por exemplo) e a sua publicação em algum servidor apresentam algumas dificuldades, tomando um tempo precioso, que poderia ser melhor utilizado no planejamento das situações didáticas. Por exemplo, para construir uma página na internet, poderá ocorrer perda de dados (armazenamento de dados em disquetes ou cd's que eventualmente serão perdidos ou não funcionarão adequadamente), utilização incorreta da

linguagem HTML, ou a necessidade de um servidor da internet (DUTRA et al, 2006). Esses obstáculos são superados com o sistema blog para o armazenamento de páginas da internet, que permite a edição *online* das páginas, sem a necessidade de utilização de cd's, *pen drive* ou disquetes para armazenamento das informações.

Existem vários sistemas de blog, como o Blogspot (mundialmente conhecido, do Google), o Uolblog (do UOL), o WordPress, dentre outros. Apresenta-se aqui uma análise do WordPress, que foi escolhido para ser utilizado com os alunos na fase de experimentação desta pesquisa. Atualmente, é um dos sistemas de blog mais populares do mundo, devido, entre outros fatores, ao seu tipo de licença (de código aberto), sua facilidade de uso e suas características como gerenciador de conteúdos.

Segundo dados obtidos na página oficial do WordPress no Brasil²⁸ e da wikipédia²⁹, este sistema blog possui uma plataforma com foco na estética, nos padrões web e na usabilidade, sendo um software livre e gratuito, possuindo um sistema de gerenciamento de conteúdos na Web que é baseado nas linguagens MySQL e PHP. Criado por Ryan Boren e Matthew Mullenweg, é distribuído pela GNU (General Public License).

Uma das funcionalidades disponíveis no WordPress é a de se obter as estatísticas de acesso ao blog, tendo-se as opções de escolher em dias, meses ou anos como se pode perceber na figura que segue:

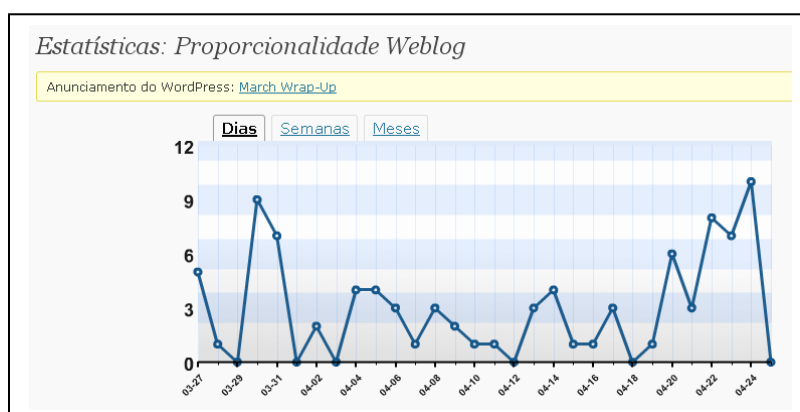


Figura 15: Quantidade de acessos ao blog criado para a pesquisa, estatística obtida de 27 de março a 24 de abril de 2009.

Vale ressaltar aqui que, nesta contagem, não é considerada a própria visita ao blog. Também é possível verificar os termos utilizados nos motores de busca para visualização do blog, dias mais agitados, citações, além do WordPress possuir um controle anti-spam para comentários.

²⁸ Endereço: <http://br.wordpress.org/>

²⁹ Endereço: <http://pt.wikipedia.org/wiki/WordPress>

O blog é diferente de ambientes criados especialmente para suportar ensino a distância, como o Moodle³⁰ e o Teleduc³¹, em que para entrar nestes ambientes é necessário um *login* e uma senha, sendo feito um cadastro com os dados pessoais de cada participante. O blog possibilita que, independente de estar participando ou não do curso, a pessoa possa pesquisar e fazer comentários sobre seu conteúdo. Por outro lado, no Teleduc e no Moodle é possível verificar a identidade de quem acessou determinado conteúdo, diferente do blog, em que seu acesso é livre, não sendo necessária a sua identificação.

Também no WordPress pode-se verificar as postagens e páginas mais populares em ordem decrescente, dando a quantidade total de acessos, possibilitando escolher a estatística de acessos durante todo o tempo (desde a criação do blog), ano, trimestre, mês ou semana:



Top Posts para tudo dias, até 2009-04-25 (Resumido)

Resumir: [7 Dias](#) [30 Dias](#) [Trimestre](#) [Ano](#) [Tudo](#)

Todo o tempo

Título	Visualizações	
Dia 20 de outubro	87	<input checked="" type="checkbox"/>
Apresentação	80	<input checked="" type="checkbox"/>
Dia 27 de outubro	61	<input checked="" type="checkbox"/>
Dia 10 de novembro	40	<input checked="" type="checkbox"/>
Construindo Blog...	29	<input checked="" type="checkbox"/>
Aula dia 24 de novembro	16	<input checked="" type="checkbox"/>
Aula dia 20 de novembro	12	<input checked="" type="checkbox"/>
Dia 3 de novembro	12	<input checked="" type="checkbox"/>
Aula dia 17 de novembro	11	<input checked="" type="checkbox"/>
Fotos aulas	1	<input checked="" type="checkbox"/>
Questionamento...	1	<input checked="" type="checkbox"/>

Figura 16: Quantidade de visualizações dos posts.

³⁰Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment - Moodle é um software livre, de apoio à aprendizagem, executado num ambiente virtual. A expressão ainda designa o Sistema de Gestão da Aprendizagem (*Learning Management System*) em um trabalho colaborativo. Em linguagem coloquial, o verbo *to moodle* descreve o processo de navegar despreziosamente por algo, enquanto fazem-se outras coisas ao mesmo tempo. Criado em 2001 pelo educador e cientista computacional Martin Dougiamas, constitui-se em um sistema de administração de atividades educacionais destinado à criação de comunidades *on-line*, em ambientes virtuais voltados para a aprendizagem colaborativa. Permite, de maneira simplificada, a um estudante ou a um professor integrar-se, estudando ou lecionando, num curso *on-line* à sua escolha. A sua arquitetura baseia-se na pedagogia sócio-construtivista. Mais informações sobre o ambiente podem ser obtidas em: <<http://pt.wikipedia.org/wiki/Moodle>>.

³¹O Teleduc é um ambiente para a criação, participação e administração de cursos na Web, sendo concebido tendo como alvo o processo de formação de professores para informática educativa, baseado na metodologia de formação contextualizada. O Teleduc foi desenvolvido por pesquisadores do NIED (Núcleo de Informática Aplicada à Educação) da Unicamp de forma participativa, ou seja, todas as suas ferramentas foram idealizadas, projetadas e depuradas segundo necessidades relatadas por seus usuários. Este ambiente apresenta facilidades de uso por pessoas não especialistas em computação, dispondo de um conjunto enxuto de funcionalidades. Mais informações sobre o ambiente podem ser obtidas em: <<http://teleduc.nied.unicamp.br/>>.

Isso permite o acompanhamento da frequência de participação dos alunos nas atividades propostas (de um modo geral), mas não permite a identificação individual do aluno. Aqui se deve tomar cuidado para considerar o período da utilização do blog na sala de aula, pois como seu acesso é livre, podem-se considerar usuários que não estejam participando do curso. Neste sentido, alguns blogs requerem que a pessoa faça um cadastro para poder emitir comentários relacionados ao seu conteúdo, o que não acontece no WordPress.

Ao configurar a opção comentários, o administrador do blog fornece um endereço de e-mail para recebê-los. Uma pessoa que estiver utilizando o blog pode emitir comentários que serão enviados diretamente para o e-mail do administrador do blog antes de ser publicado, sendo que este poderá aceitá-lo ou rejeitá-lo. Ao aceitar, tem-se publicado os comentários de maneira cronológica. Aqui se apresenta a possibilidade de interagir, pois é possível a qualquer pessoa ter acesso a estes diários e comentá-los, permitindo, a quem acessar o blog, a autoria aos posts.

Também é possível criar enquetes, com respostas de múltipla escolha, tornando a ordem das respostas aleatórias e permitindo outras respostas. Têm-se várias opções de design da enquete e também a opção de escolher como será mostrado o resultado: por votos, por porcentagem ou a possibilidade de não aparecer todos os resultados. Veja figura a seguir:

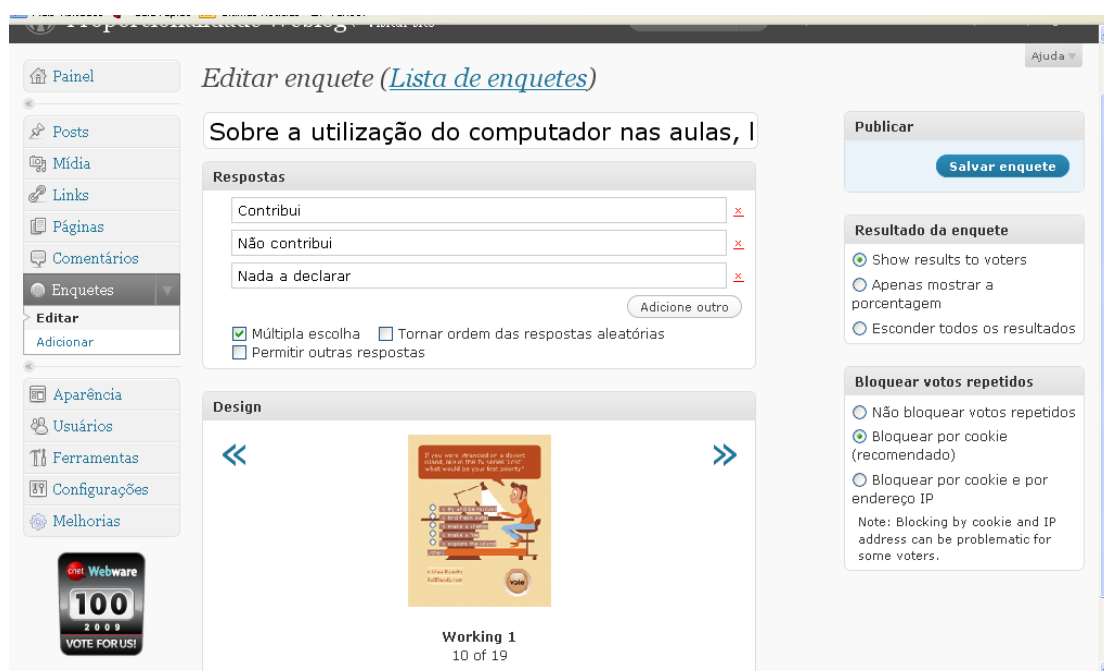


Figura 17: Criação de enquetes.

Com relação aos votos repetidos, pode-se optar por: não bloquear os votos repetidos, bloquear por *cookie* ou bloquear por *cookie* e por endereço IP.

É possível também inserir fotos, apresentações em power point, arquivos de texto, gif's animados, vídeos já disponíveis na internet, link, dentre outros recursos, sendo que estes podem ser colocados no blog com apenas clique no mouse. O WordPress também possibilita a alteração do tamanho de uma foto, permitindo o seu encaixe dentro de um espaço pré-determinado.

A adição de usuário à comunidade possibilita a construção de blogs comunitários, onde os estudantes terão que articular seus pensamentos ao escrever de acordo com os textos construídos por seus colegas, contribuindo de forma não repetitiva com as ideias colocadas, complementando-as e aprofundando-as de acordo com outras temáticas e/ou ponto de vista. Isso permite ao professor o acompanhamento da aprendizagem de seus alunos à medida que o blog “toma forma”. Existem quatro possibilidades de adicionar usuário à comunidade no WordPress: contribuinte, administrador, editor ou autor. Ver figura a seguir:

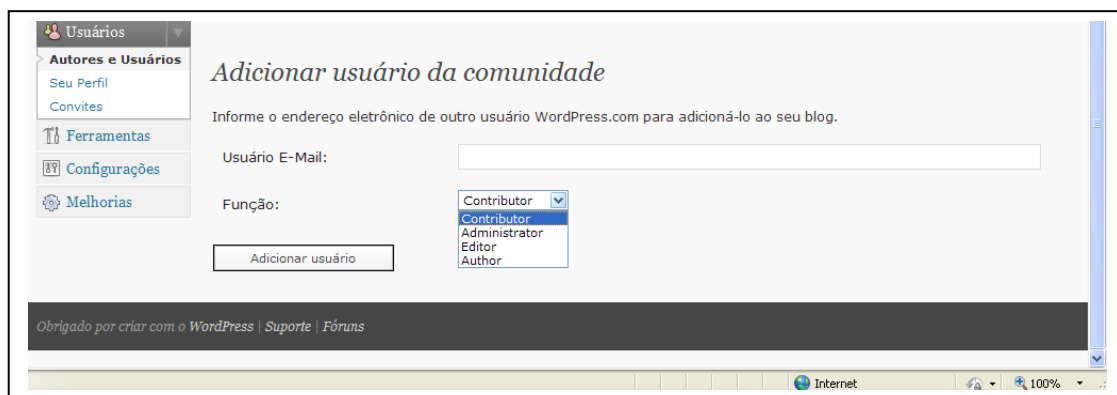


Figura 18: Adição de usuário à comunidade

Além dos recursos apresentados que estão sendo continuamente aperfeiçoados, outros estão sendo criados, implementados e testados. Existe uma comunidade do WordPress no Brasil³² que traduziu o sistema de gerenciamento do inglês para o português, o que facilita bastante sua utilização tendo em vista que várias pessoas têm dificuldades com a língua inglesa.

³²Endereço: <<http://www.wordpress-br.com/>>

2.5.5 Planilhas Eletrônicas

Planilha eletrônica, ou folha de cálculo, é um programa de computador que utiliza tabelas para realização de cálculos ou apresentação de dados. Cada tabela é formada por uma grade que é composta de linhas e colunas. O nome eletrônica se deve ao fato de ser implementada via programas de computador.

Para identificar uma célula, utiliza-se o nome da coluna seguido do nome da linha. Por exemplo, considerando a coluna de nome B e a linha de número 15, neste cruzamento, tem-se a célula B15, conforme figura abaixo:

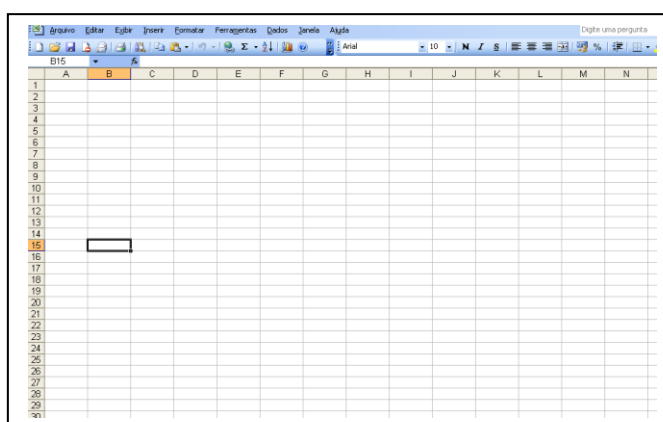


Figura 19: Identificação da célula B15

Existem, no mercado, diversos aplicativos de planilha eletrônica. Os mais conhecidos são o Microsoft Excel (da Microsoft, o qual utiliza o sistema operacional Microsoft Windows) o Lotus123 e o Calc (da BrOffice):

- O Microsoft **Excel** é um software proprietário, que vem integrado ao Office com o sistema operacional Windows, sendo amplamente utilizado por constituir um dos mais poderosos aplicativos de cálculo e de construção de gráficos. Também é um dos mais populares aplicativos de computador até hoje, possuindo uma interface bastante intuitiva

Sua aprendizagem contribui para auxiliar na inserção do jovem ao mercado de trabalho, devido à utilização do Excel por setores da indústria, comércio e prestação de serviços.

- O **Calc** é um software gratuito e de código aberto que faz parte do pacote BrOffice.org e que utiliza o sistema operacional Linux, compatível com os formatos de arquivos da Microsoft. O BrOffice.org é um dos exemplos de ótimas ferramentas distribuídas como software livre.

O governo federal criou o programa “Computador para todos” em 2003. O programa é um projeto de Inclusão Digital que busca facilitar a aquisição de computadores para famílias de baixa renda. O projeto foi estruturado de modo a definir hardware, software e serviços mínimos para o fabricante que desejar fazer parte do projeto. Também é necessário que a empresa forneça suporte em português para o software instalado.

A vantagem do programa envolve a redução de impostos e concessões de financiamento, em que o computador deve ser vendido por até um valor de R\$1.400,00. O Linux participou do projeto e a Microsoft não, pois a Microsoft não atendeu aos requisitos exigidos pelo programa a um custo acessível para os fabricantes de computadores, que contrataram então distribuições do sistema operacional Linux.

O projeto prevê ainda que toda pessoa que adquirir o computador pelo preço popular terá financiamento concedido pelo FAT - Fundo de Amparo ao Trabalhador - distribuído nos bancos oficiais e pelo BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social) e concedido ao mercado varejista. O usuário ainda pode contar com direito a suporte em problemas técnicos (problemas com hardware, defeitos de fabricação, etc.), como também auxílio ao uso dos aplicativos.

Além disso, tem-se o Programa Nacional de Informática na Educação (PROINFO), que faz parte do Plano de Desenvolvimento da Educação (PDE), vinculado ao Ministério da Educação (MEC). Este programa prevê a instalação de laboratórios nas escolas públicas, sendo que no ano de 2009 a meta foi instalar 26 mil laboratórios de informática³³. Este projeto inclui também a instalação da rede banda larga, permitindo conexão rápida à internet, e a capacitação dos professores para utilizar as tecnologias em sala de aula. A proposta de utilização de software livre nas escolas pelo Ministério da Educação permite expandir seu benefício a todas as pessoas e não apenas a algumas, ampliando a base de uso de software livre no Brasil (CARVALHO, FERREIRA, 2008).

Políticas públicas, no Brasil, com definição de recursos financeiros e adoção de termos de responsabilidade, têm sido objetos de convênio entre o governo federal, estadual e municipal para a utilização de computadores nas escolas (CARVALHO; FERREIRA, 2008). A utilização de software livre em laboratórios de informática nas escolas públicas tem seu crescimento motivado pelo projeto PROINFO e por iniciativas regionais. Todos os computadores instalados deverão ser compatíveis com a nova versão do sistema operacional Linux Educa-

³³Informação obtida na página do Ministério da Educação:
<http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12185&Itemid=86>.

cional 3.0, software livre elaborado pelos servidores do ministério especialmente para atender às escolas públicas do Brasil.

Pesquisa realizada por Carvalho e Ferreira (2008) constatou uma falta de padronização nos Laboratórios das Escolas Públicas do Pará, em virtude de terem sido adquiridos computadores em épocas diferentes. Os computadores adquiridos recentemente estão com o sistema operacional Linux, enquanto os demais se encontram com o sistema operacional Windows, fato que também foi constatado nesta pesquisa.

A pesquisa identificou, apesar da disponibilidade do Linux em todas as escolas, uma baixa utilização desta tecnologia. O aprofundamento desta questão apontou, entre outros, depoimentos como: “os professores não estão familiarizados com a tecnologia e não se sentem confortáveis em trazer seus alunos e perderem o controle da aula”; “a professora de inglês deixou de trazer os alunos porque o software que ela usa não roda no Linux”, como também, “a utilização de laboratórios – não só o de informática – nas escolas é baixa. O uso do Linux, pela falta de conhecimento, apenas aumentou esse problema...”(CARVALHO, FERREIRA; 2008, p. 8).

Essas são questões a serem enfrentadas, sendo que o processo de independência tecnológica com a utilização do software livre enfrenta dificuldades.

- O **Lotus** foi uma das primeiras planilhas eletrônicas a serem criadas no mercado. O Lotus apresenta versões apenas em inglês, sendo desenvolvida para trabalhos no sistema operacional MS- DOS. Sua grande utilização se deu no final dos anos 80 e início dos anos 90, sendo o primeiro programa disponível que combina gráficos, funções de planilha e gerência de dados. Com a popularização do Windows, o Lotus foi substituído pelo Excel. Sua utilização contribuiu para o crescimento da popularidade dos computadores pessoais.

A seguir, serão apresentados alguns recursos disponíveis, bem como o relato de situações de ensino-aprendizagem e experiências na utilização de planilhas eletrônicas no ensino de matemática.

2.5.5.1 Planilhas Eletrônicas e o Ensino de Matemática

Embora as planilhas eletrônicas não fossem criadas especialmente para fins educacionais, elas têm sido utilizadas para o ensino de matemática. Distintas pesquisas abordam a utilização de planilhas eletrônicas no ensino de matemática, como em Rebelo, Kovatli e Barbeta no trabalho: Uma metodologia para o ensino de gráficos estatísticos utilizando planilhas eletrônicas (2002), ou no trabalho de mestrado de Stieler: Uso da tecnologia da informática no

Ensino Superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira (2007), ou no trabalho de mestrado de Pereira: Análise de situações de aprendizagem envolvendo números racionais: uma abordagem para o ensino de argumentações e provas na Matemática Escolar (2007).

Com as planilhas eletrônicas, podem-se inserir fórmulas que possibilitam minimizar cálculos laboriosos e rotineiros, permitindo assim que se dê mais atenção à construção de procedimentos relacionados à resolução do problema e à verificação e análise do resultado encontrado. Assim como na utilização da calculadora, a montagem das expressões envolvidas na situação demanda que o aluno tenha conhecimento da hierarquia de cada operação em relação às demais, necessitando, quando que necessário, a colocação de parênteses. Essa verificação do erro cometido ao observar os resultados encontrados possibilita que o aluno encontre na expressão o que deve ser corrigido.

Com a crescente inclusão das tecnologias na sala de aula, encontra-se em discussão, entre os profissionais da educação, o uso tanto de calculadoras como de planilhas na sala de aula. Nessas discussões, a utilização dessas tecnologias é frequentemente associada à substituição de cálculos feitos com lápis e papel pelo trabalho dessas máquinas. Postura essa que necessita de uma reflexão sobre possíveis consequências da diminuição ou perda de habilidades relacionadas ao cálculo com lápis e papel, ou mesmo do cálculo mental (ARAÚJO, SOARES, 2002).

Neste sentido, Borba e Penteadó (2003) esclarecem que lápis e papel também são tecnologias e para isso também se deveria refletir sobre esta questão, pois os alunos, ao usar intensivamente o lápis e o papel, também poderão ficar dependentes dessas mídias. Borba e Penteadó vão mais além ao afirmar que a alfabetização tecnológica é um direito do aluno, sendo parte necessária de sua formação para que ele possa aprender a ler, escrever e refletir através desta “nova mídia”.

A substituição do cálculo escrito pela utilização da calculadora ou da planilha eletrônica será prejudicial se não existir um trabalho que enfatize o cálculo mental e o cálculo escrito. Se houver uma utilização do cálculo de forma mecânica, esta será prejudicial em quaisquer das circunstâncias (ARAÚJO, SOARES, 2002).

Os efeitos da utilização de calculadoras no ensino de Matemática vão depender das propostas que são construídas. Assim, torna-se necessário um estudo mais aprofundado do tema e uma contínua avaliação das propostas de incorporação desta e de outras tecnologias na escola. (ARAÚJO, SOARES, 2002, p.19).

Muitos problemas podem ser abordados em que se podem explorar as ideias matemáticas de forma experimental, contribuindo na construção formal dos conceitos matemáticos. As planilhas eletrônicas também são importantes para trabalhos envolvendo a construção de modelos matemáticos. Em propostas que enfatizam a pesquisa pelos alunos envolvendo um determinado tema, como Análise do crescimento populacional brasileiro em várias décadas, ou Plantação de batatas e a relação entre o espaçamento e a produção, as planilhas eletrônicas se tornam um excelente aliado, devido aos inúmeros recursos que elas apresentam: possibilidades de trabalhar com tabelas, funções, traçados de gráficos, dentre outros, tornando um ambiente propício para a simulação e a experimentação.

No trabalho de Stieler (2007), em que o estudo implicava na aplicação da planilha do Excel na aprendizagem de matemática financeira, percebeu-se que, após a construção da fórmula, o aluno fazia simulações alterando os dados, testando assim as inúmeras possibilidades de modificação da taxa, do tempo e do capital aplicado. Também a modificação dos dados refletia na alteração do comportamento gráfico, permitindo assim a interatividade e a visualização das diferentes situações, o que com o lápis e o papel se tornaria inviável ou até cansativo. Os alunos puderam perceber, mês a mês, a diferença de juros na planilha considerando a capitalização simples e composta.

A proposta de Pereira (2007) objetivou analisar situações de aprendizagem que envolvem argumentações e provas matemáticas, integrando uma ferramenta computacional (Excel) no trabalho empírico dos alunos. Uma sequência de ensino foi aplicada, em sessões extraclasse, a três duplas de alunos de 15-16 anos de uma escola particular da cidade de Santos-SP. Como resultado, o autor verificou que a interação dos alunos com o computador dinamizou o processo de produção de conjecturas e de validação experimental destas, bem como a observação de propriedades dos objetos manipulados, o que favoreceu a elaboração de justificativas que vão além das evidências empíricas. Os alunos tiveram a oportunidade de vivenciar etapas de um processo, os quais, por meio de raciocínios dedutivos, apresentaram argumentos para a generalização envolvida nas tarefas propostas.

O conteúdo focado era relacionado a números racionais (decimais exatas e dízimas periódicas) em que, dada uma fração, os alunos investigaram quais os critérios para que a representação decimal fosse uma dízima periódica ou uma decimal exata. Segue uma das atividades propostas:

Atividade 1				Soma dos numeradores
Grupo 1	$\frac{20}{2}$ 10,000000000000	$\frac{25}{2}$ 12,500000000000	$\frac{5}{2}$ 2,500000000000	50
Grupo 2	$\frac{15}{3}$ 5,000000000000	$\frac{25}{3}$ 8,333333333333 ...	$\frac{10}{3}$ 3,333333333333 ...	50
Grupo 3	$\frac{7}{4}$ 1,750000000000	$\frac{23}{4}$ 5,750000000000	$\frac{20}{4}$ 5,000000000000	50
Grupo 4	$\frac{9}{5}$ 1,800000000000	$\frac{31}{5}$ 6,200000000000	$\frac{10}{5}$ 2,000000000000	50
Grupo 5	$\frac{6}{6}$ 1,000000000000	$\frac{12}{6}$ 2,000000000000	$\frac{32}{6}$ 5,333333333333 ...	50

Figura 20: Atividade no Excel.

Nesta atividade, os alunos deveriam conseguir decimais exatas. No grupo 5 (destacado), os alunos utilizaram numeradores múltiplos do denominador, introduzindo numeradores 6 e 12 nas duas primeiras frações. Mas como a soma dos numeradores deveria dar 50, o numerador da última fração deveria ser 32. Como a última fração resultava em uma dízima periódica, seguiram efetuando trocas de numeradores, mantendo a mesma estratégia, ou seja, usando numeradores que sejam múltiplos de denominadores. Quando a soma dos numeradores não totalizava 50, ajustavam algum numerador e assim obtinham novamente uma dízima periódica.

Observando que seria impossível conseguir que as três frações resultassem em decimais exatas, produziram conjecturas e tentaram validá-las, “elaborando justificativas que não se limitavam à simples observação dos resultados em cada caso isolado, mas sim, relacionando-os e indicando propriedades ou características destes” (PEREIRA, 2007, p. 90).

Um trabalho de pesquisa de doutorado de Abigail Lins (2003) objetivou verificar como o Excel e o Cabri estava sendo constituído pelos professores de matemática. A pesquisadora, em um estudo de caso, mostrou diferentes interpretações para o uso de excel por dois professores: Simon e Carine.

Simon, professor pesquisado, vê de forma diferente o Excel discutido por grupos de educadores matemáticos e pesquisadores. Por exemplo, o uso do Excel para o ensino e aprendizagem das noções algébricas e a analogia entre uma expressão do Excel com uma expressão algébrica, é algo não relacionado por Simon. Ele reconhece o uso do Excel no ensino de álgebra, mas não o utiliza. Embora selecione as atividades por níveis, de acordo com as dificuldades enfrentadas pelos alunos em álgebra, na sala de aula, dá respostas prontas quando indagado sobre a utilização de parênteses em problemas relacionados ao cálculo de volume, evitando que os mesmos construam seus procedimentos de resolução. Simon objetiva apresentar

informações aos alunos de modo agradável, realizando tarefas de forma mais rápida, precisa e eficiente, como por exemplo, a construção de gráficos com o Excel.

O Excel de Karine é o discutido por alguns educadores matemáticos e pesquisadores. Karine usa o Excel para o ensino e aprendizagem da álgebra, fazendo analogias entre uma expressão do Excel com uma expressão algébrica, ou seja, ela relaciona uma expressão no Excel a uma expressão algébrica. Também relaciona um gráfico a seus dados, promovendo um pensamento algébrico e a discussão analítica.

Analisando os resultados encontrados nos diferentes trabalhos de pesquisa, pode-se concluir que o uso das planilhas contribui para a aprendizagem em matemática, os quais essa utilização depende da metodologia utilizada pelo professor e de como ele “interpreta” esta tecnologia. A postura do professor ao atuar na sala de aula depende de uma concepção de ensino e aprendizagem assumida por ele, e isto se refletirá na metodologia adotada e nos procedimentos utilizados para resolver situações-problemas, que tanto podem ser resolvidas em um ambiente computacional ou não, sendo que sua adoção refletirá na qualidade do trabalho construído junto aos alunos.

3. METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Esta pesquisa tem como problema principal:

A utilização de softwares educativos envolvendo a proporcionalidade presentes nas atividades digitais pode contribuir para o processo de construção da estrutura multiplicativa do pensamento dos alunos?

A partir do problema principal, outros subproblemas podem ser identificados:

- As atividades digitais contribuem para a superação das dificuldades de aprendizagem, partindo dos conceitos espontâneos para conceitos científicos em situações que envolvem a proporcionalidade?
- As atividades digitais utilizadas pelos alunos contribuem para a aprendizagem dos conceitos de proporcionalidade, tendo em vista os campos conceituais de Vergnaud?

3.2 OBJETIVOS

3.2.1 Objetivo Geral

Investigar a utilização de atividades digitais no processo de construção da estrutura do pensamento multiplicativo envolvendo a proporcionalidade, para estudantes do Ensino Fundamental, tendo por base a Teoria dos Campos Conceituais.

3.2.2 Objetivos Específicos

- a) Analisar a contribuição da utilização das atividades digitais na compreensão do conceito de proporcionalidade.
- b) Verificar se as atividades digitais contribuem para a superação das dificuldades de aprendizagem envolvendo o conteúdo de proporcionalidade, partindo dos conceitos espontâneos para conceitos científicos em situações de aprendizagem.

3.3 TIPO DE PESQUISA

Esta pesquisa caracteriza-se por ter uma abordagem qualitativa, sendo que o objeto de investigação envolve o processo de construção dos conceitos de proporcionalidade na resolução das atividades utilizando softwares educativos tendo como base a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. Com tal investigação, observou-se os alunos na construção do pensamento multiplicativo, identificando as contribuições pedagógicas das atividades digitais na aprendizagem de Proporcionalidade.

Esta pesquisa está vinculada à Didática da Matemática (escola francesa), sendo do tipo Experimental, em que o fenômeno de estudo é submetido a uma fase de experimentação e uma intervenção, onde se prioriza uma organização sistemática dos fenômenos observados (ALMOLLOUD, 2008).

Optou-se por uma ação pedagógica investigativa na área de Ensino de Matemática e Informática Educativa, em que se engajou nas ideias da professora Vera Clotilde Carneiro (2005) que coloca a contribuição dada nas pesquisas relacionadas ao ensino-aprendizagem de matemática, no desenvolvimento de um espírito investigativo em que o professor pesquisador consegue articular ação didática com produção de conhecimento e prática docente com pesquisa.

Portanto, esta tese visa contribuir com um movimento de reconstrução e renovação das práticas adotadas com vistas a melhorar o ensino de matemática, tendo em vista várias avaliações realizadas³⁴ que comprovam que a aprendizagem dos alunos em matemática no Brasil apresenta problemas.

Engajado neste processo, a Resolução do CNE/CP 1, de 18 de fevereiro de 2002 apresenta as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Bási-

³⁴ Como exemplo, apresenta-se o relato de uma avaliação realizada pelo INAF-2004: “Os resultados do teste aplicado na pesquisa do INAF-2004 revelam que 2% da população brasileira com idade entre 15 e 64 anos encontram-se numa situação considerada de “analfabetismo matemático” (contra 8% de analfabetismo absoluto nas habilidades de leitura e escrita, apurados na pesquisa de 2003, mas estatisticamente iguais aos 3% em situação de analfabetismo matemático encontrados na pesquisa de 2002). Os entrevistados, considerados na situação de analfabetismo matemático, não demonstram dominar sequer habilidades matemáticas mais simples, como ler o preço de um produto, um anúncio ou anotar um número de telefone ditado por alguém. Outros 29%, apresentam um nível de habilidade matemática bastante elementar: são capazes de ler números de uso frequente em contextos específicos (preços, horários, números de telefone, instrumentos de medida simples, calendários), mas encontram muita dificuldade em resolver problemas envolvendo cálculos, em identificar relações de proporcionalidade ou em compreender outras representações matemáticas como tabelas ou gráficos” (BRASIL, 2004, p. 8).

ca em nível superior, ressaltando em um dos itens a especial valorização dada à prática, definida como lugar, foco e fonte de pesquisa. “O conhecimento dos processos de investigação vai possibilitar o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas que devem ser desenvolvidas com ênfase nos procedimentos de observação e reflexão, visando atuação em situações contextualizadas” (CARNEIRO, 2005, p. 2).

Levando em conta a temática da pesquisa, o objeto de estudo e sua abordagem, optou-se por uma metodologia de trabalho orientada pelos princípios da Engenharia Didática. De acordo com Carneiro (2005), essa abordagem leva em conta uma ideologia da inovação presente no domínio educativo, abrindo caminho para experiências em sala de aula com sujeitos concretos. No presente caso, professor e alunos de uma classe de oitava série, engajados em solucionar situações-problema de proporcionalidade, utilizando atividades digitais.

A engenharia didática constitui uma forma particular de organizar os procedimentos metodológicos na pesquisa em didática da matemática. Fundamenta-se numa concepção metodológica de pesquisa que contempla tanto a dimensão teórica como a experimental da pesquisa em didática, possibilitando assim uma sistematização metodológica para as pesquisas relacionadas às práticas de ensino, levando em consideração as relações de dependência entre teoria e prática (PAIS, 2001). “Uma das vantagens dessa forma de conduzir a pesquisa didática decorre dessa sua dupla ancoragem, interligando o plano teórico da racionalidade ao território experimental da prática educativa” (p.99).

Esta metodologia de pesquisa destaca a importância da realização didática na sala de aula como prática de investigação, objetivando-se o atendimento de duas questões principais:

- a) A relação entre pesquisa e ação nos sistemas de ensino;
- b) O espaço reservado para as realizações didáticas entre as metodologias de pesquisa.

Ou seja, um dos argumentos mais favoráveis a sua adoção como metodologia de pesquisa é que ela possibilita uma articulação entre a pesquisa e a ação pedagógica, contribuindo para que a ação pedagógica constitua um campo de pesquisa para o professor refletir sobre sua própria prática, cooperando nas discussões que possibilitam o aprimoramento do trabalho docente ao adotar práticas pedagógicas que contribuem para uma melhoria na aprendizagem da matemática.

A Engenharia Didática estabelece um vínculo com a realidade da sala de aula, objetivando interpretar a dimensão do aspecto cognitivo na aprendizagem escolar e reforçando a confiabilidade da pesquisa e sua potencialidade. Essa concepção metodológica ultrapassa a

caracterização de um conjunto de procedimentos utilizados que objetivam investigar o fenômeno enfocado (PAIS, 2001).

Trata-se de uma posição filosófica e que embasa a realização da pesquisa por meio de um conjunto de procedimentos, além de considerar seus vínculos com questões maiores do fenômeno investigado. A defesa desse caminho só tem sentido se estiver ancorada em uma concepção mais ampla de mundo, no sentido filosófico do termo. A partir dessa escolha, surge outra questão que é a definição dos procedimentos que viabilizam a busca do novo conhecimento. Sua proposta pode ser interpretada como solução para a questão do significado da pesquisa didática, tanto para o seu reconhecimento como ciência ou como instrumento de intervenção na prática escolar (PAIS, 2001, p.108).

A Engenharia Didática foi criada por Michèle Artigue (França) na década de 80 e possui princípios que partem da teoria cognitivista. “Isto se reflete especialmente no espaço reservado ao aluno, onde são privilegiados os funcionamentos cognitivos que concorrem para o aprendizado” (GRAVINA, 2001, p.100).

Esta metodologia de pesquisa se diferencia de outros métodos, pois não necessita de uma validação externa, de uma confrontação/comparação entre grupos experimentais e grupos testemunhas. Essa validação constitui uma singularidade deste método, pois é feita internamente, sem a necessidade de aplicação de um pré-teste ou de um pós-teste. Este método de pesquisa constitui um estudo de caso, pois se apóia na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori.

Considera-se um ponto do sistema didático cujo funcionamento parece, por razões de naturezas diversas, pouco satisfatório. Analisa-se esse ponto de funcionamento e as *condições* que tendem a encontrar um novo ponto de equilíbrio e, depois, trabalhando com essas *condições*, busca-se determinar condições de existência de um modo de funcionamento mais satisfatório (ARTIGUE, 1990, p. 282).

O tema escolhido, nesta pesquisa, deu-se tendo em vista a verificação das dificuldades observadas pela autora na resolução de problemas pelos alunos envolvendo situações que têm como base conceitual a estrutura multiplicativa do pensamento e a proporcionalidade. Dificuldades estas observadas em cursos diversos, até mesmo da matemática, por alunos que já estão em níveis mais avançados no curso, ou seja, fizeram as disciplinas de cálculo, álgebra e geometria e estão estagiando e fazendo o trabalho final de graduação (TFG).

Compreender o processo de construção dos conceitos envolvendo a proporcionalidade na resolução de situações-problemas presentes nas atividades e utilizando softwares educativos é premente, tendo em vista o aprimoramento do trabalho do professor na articulação da

pesquisa com sua prática docente, contribuindo assim com as pesquisas relacionadas ao ensino-aprendizagem de matemática e os impactos da inserção do computador neste processo.

3.4 FASES DA ENGENHARIA DIDÁTICA

De acordo com Artigue (1990), a Engenharia Didática constitui-se na execução de quatro fases:

- Análise prévia ou preliminar,
- Concepção e análise *a priori* de experiências didático-pedagógicas a serem desenvolvidas na sala de aula de matemática,
- Experimentação, implementação da experiência ou aplicação da sequência didática,
- Análise *a posteriori* e validação da experiência.

Cada uma destas fases é retomada e aprofundada ao longo da pesquisa, em função das necessidades que emergem durante o processo. Tem-se então o mapa da Engenharia Didática:

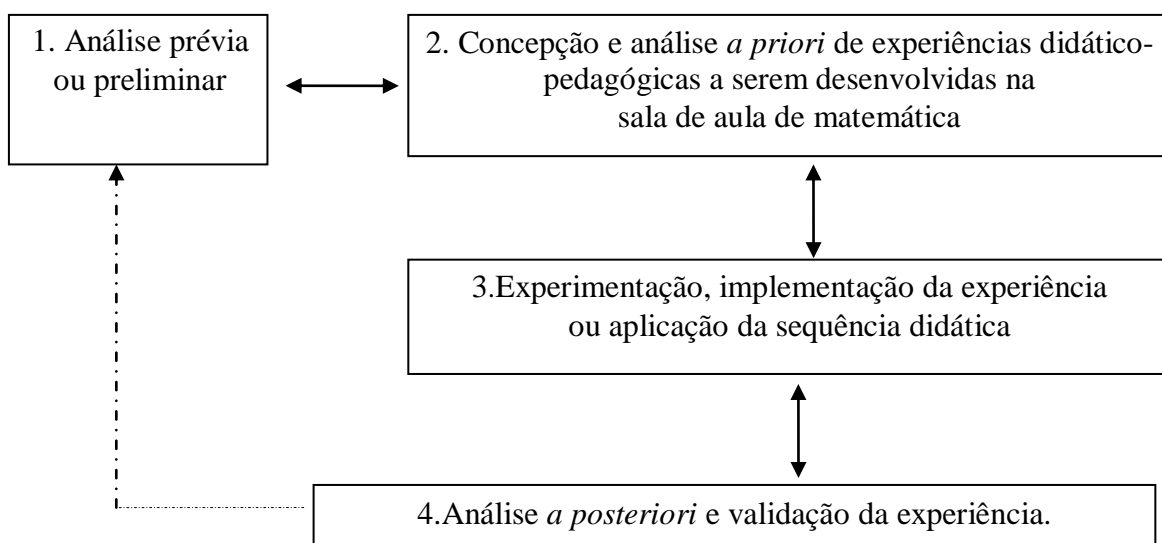


Figura 21: Mapa da Engenharia Didática

Neste esquema, o sentido das setas denota esta necessidade de readequação e de replanejamento de cada etapa durante o processo, desde a análise prévia até a análise posteriori e a validação da experiência. A linha tracejada representa o confronto da análise prévia ou preliminar com a análise a posteriori.

3.4.1 Análise Prévia ou Preliminar

A primeira etapa da Engenharia Didática consiste em analisar o ensino habitual do conteúdo, propondo então uma intervenção com o objetivo de contribuir para a aprendizagem em sala de aula. Nesta fase, são analisadas as concepções dos alunos, as dificuldades e os obstáculos epistemológicos que marcam a evolução das concepções e é realizado um esclarecimento com relação aos efeitos do ensino tradicional. Esta fase também busca compreender as condições da realidade sobre o qual a experiência está sendo realizada.

A expressão “análises preliminares” não implica que após o início da fase seguinte não se possa retomá-las, visto que a temporalidade identificada pelo termo “preliminar” ou “prévia” é relativa, pois se refere apenas a um primeiro nível de organização. Na realidade, deve ser um trabalho concomitante com as demais fases da pesquisa. Estas análises preliminares devem permitir ao pesquisador a identificação das variáveis didáticas potenciais que serão explicitadas e manipuladas nas fases que se seguem: a análise a priori e construção da seqüência de ensino (ALMOLOUD, 2008, p. 6).

Para fundamentar a busca de subsídios para o tratamento do problema sob investigação, podem-se focalizar alguns aspectos que fazem parte da análise preliminar: a análise epistemológica do conteúdo que é objeto de estudo, a análise didática, enfatizando a forma como é trabalhado este conteúdo no ensino e a análise cognitiva, enfocando as dificuldades e resistências que se apresentam em situações de aprendizagem.

3.4.2 Concepção e análise a priori

Na segunda fase da engenharia didática, têm-se as escolhas didáticas mais adequadas em função dos problemas apresentados na análise preliminar. As situações estão relacionadas ao delineamento de atividades a serem propostas aos alunos, sendo que nestas situações tem-se inserido todo o contexto que cerca o aluno, nele incluídos o professor e o sistema educacional (BROUSSEAU, 2008).

A partir dos resultados obtidos na análise prévia, o professor necessita propor situações compatíveis com o nível de conhecimento dos alunos, pois caso contrário, estará ocorrendo uma ruptura do contrato didático formado pelo professor e pelos alunos (PAIS, 2005). Isso não impede a existência dos obstáculos, pois nestas situações, nem tudo é explícito para o aluno.

Esta fase comporta uma parte descritiva e uma parte preditiva. Descreve-se a escolha de quais variáveis didáticas o pesquisador vai trabalhar, as quais interferem no fenômeno em foco e sobre as quais é possível de ser exercido algum tipo de controle. As variáveis relacionam o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão dos conceitos em questão. Distinguem-se as variáveis globais ou macrodidáticas (que se referem à organização global da engenharia didática) e as variáveis locais ou microdidáticas (dizem respeito a uma sessão da sequência didática restrita a uma fase da pesquisa).

3.4.3 Experimentação, implementação da experiência ou aplicação da sequência didática

Verificam-se, nesta fase, a proximidade dos resultados obtidos na prática com a análise teórica, com a aplicação da sequência didática. “Uma sequência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática” (PAIS, 2001, p. 102). Essas aulas planejadas recebem o nome de sessões, exatamente por não serem aulas comuns, mas que saem da rotina da sala de aula.

Nesta fase, a escolha dos registros da observação direta das atividades realizadas pelos alunos deve ser cuidadosamente planejada, para ampliar a confiabilidade da análise da pesquisa. O tipo de registro escolhido vai depender das variáveis priorizadas na análise a priori. Se o discurso do aluno for suficiente para constituir a fonte primária de análise, então a gravação em fita cassete é o necessário. Se o objetivo é analisar o comportamento do aluno ao manipular os objetos, então o registro por meio do vídeo pode ser utilizado.

O conteúdo para a análise dos dados pode ser complementada com a utilização de questionários, entrevistas individuais ou em pequenos grupos, realizadas em diversos momentos do ensino (ALMOLOUD, 2008).

3.4.4 Análise *a posteriori* e validação da experiência

Nesta fase, tem-se a análise das informações obtidas quando da aplicação da sequência didática, a qual constitui a parte experimental da pesquisa. Os dados obtidos na fase anterior, através da observação direta do pesquisador ou de sua equipe, são registrados nos protocolos da experiência. Deve atingir a realidade da produção dos alunos, quando possível, revelando os procedimentos adotados e os processos de raciocínio.

4. DISCUSSÃO DOS ACHADOS

4.1 ANÁLISE PRELIMINAR

Para permitir uma ampla análise preliminar e possibilitar uma boa fundamentação para as fases seguintes da pesquisa, foram analisados três aspectos principais, além da condição da realidade local da pesquisa e da análise das concepções prévias dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos epistemológicos: 1) dimensão epistemológica; 2) dimensão didática; 3) dimensão cognitiva (CARNEIRO, 2005). Essas dimensões estão caracterizadas neste capítulo, o qual segue.

4.1.1 A Dimensão Epistemológica da Proporcionalidade

4.1.1.1. Epistemologia da proporcionalidade em uma perspectiva histórica

Centrado em uma preocupação voltada ao delineamento da natureza do conhecimento matemático, ao analisar alguns textos matemáticos, observa-se muitas definições e teoremas versando sobre um universo inteiramente abstrato: pontos, planos, números, equações, etc. Neste universo, há uma ordenação rigorosa, onde cada fato novo é deduzido dos conteúdos anteriores.

Esta visão muda inteiramente ao centrar-se na natureza do conhecimento matemático a partir de uma perspectiva histórica e de relação com a sociedade. Neste sentido, a matemática é vista como um instrumento que contribui na compreensão, descrição e modificação da realidade.

Ao longo do desenvolvimento da humanidade, a matemática tem servido como base para o desenvolvimento científico. As tecnologias presentes nos computadores, os complexos modelos de previsão de tempo, os modelos de crescimento populacional, as finanças, as representações de imagens em medicina e a estrutura de DNA, tudo isso se apóia diretamente ou indiretamente nos conhecimentos matemáticos. Tem-se então, nesta ênfase, um conhecimento matemático que possibilita contribuições para a sociedade.

Por outro lado, algumas descobertas matemáticas nasceram da criatividade e da busca de construções inteligentes sem intenções pragmáticas, geradas na gratuidade, com a única

preocupação de que os resultados tivessem alguma coerência lógica. Dessa superação do concreto para as abstrações advieram mais tarde, valiosas aplicações práticas aos desafios que os homens vêm enfrentando (GROSSI, 2001a). Por exemplo, o estudo das cônicas por Apolônio permitiu entender o movimento dos planetas e lançar satélites artificiais séculos mais tarde.

Também existem relações curiosas, jogos e quebra-cabeças sem nenhuma utilidade prática, exceto como um passatempo ou uma diversão, onde se busca conhecer melhor os entes matemáticos, sua natureza, suas inclusões, propriedades e regularidades (SÃO PAULO, 1992).

A matemática é considerada a mais antiga das ciências. A matemática evoluiu bastante, passando por reformas e rupturas ao longo do tempo. “Por vezes, os obstáculos que aparecem no momento da criação dos conceitos não estão normalmente expostos na redação do saber, estão presentes nos labirintos que o matemático elabora durante seu processo de criação” (PAIS, 2001, p. 41).

Fazendo um paralelo com as dificuldades históricas nas construções dos conceitos, pode-se inferir que estas dificuldades também vão aparecer nas crianças, mas isto nem sempre acontece (VERGNAUD, 2008)³⁵. O obstáculo epistemológico³⁶ à construção de um conceito para o aluno não necessariamente vai ser o mesmo daquele em que foi estabelecido inicialmente, no transcorrer do seu desenvolvimento histórico.

Alguns conteúdos que são apresentados nos livros didáticos retratam uma perspectiva histórica na construção de seus conceitos. Por exemplo, é apresentada a seguir a relação entre a demonstração do Teorema de Tales nos livros didáticos atuais e a epistemologia das grandezas comensuráveis na Antiguidade.

A descoberta das grandezas incomensuráveis na Antiguidade representou um momento de crise no desenvolvimento da matemática. No tempo de Pitágoras (aproximadamente 580-500 a. C.) e, mesmo durante boa parte do século V a. C., pensava-se que os números racionais fossem suficientes para comparar segmentos de reta; isto é, dados dois segmentos AB e CD, seria sempre possível encontrar uma unidade u contida um número inteiro de vezes em

³⁵Palestra proferida no Fórum Social pelas Aprendizagens, em abril/2008, no GEEMPA/ Porto Alegre.

³⁶Bachelard coloca que é nos obstáculos epistemológicos que se analisam as condições psicológicas do progresso científico. Nas suas palavras: “É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas da inércia às quais daremos o nome de obstáculos epistemológicos (...) O ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização” (1996, p.17).

AB e outro inteiro de vezes em CD, situação esta em que u é um submúltiplo comum de AB e CD (FIOREZE, 1996).

Por exemplo, os segmentos abaixo AB e CD são comensuráveis, justamente por ser possível compará-los com uma unidade de medida comum u dada pelo segmento EF:

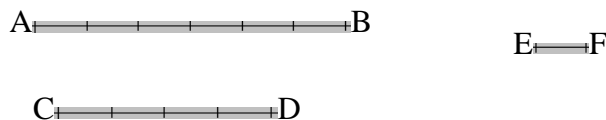


Figura 22: Segmentos Comensuráveis.

A matemática, com a descoberta das grandezas incomensuráveis, teve uma crise de fundamentos, pois ficava em cheque a tese pitagórica de que “tudo no universo é número” (FIOREZE, 1996). Por exemplo, consideremos um triângulo retângulo isósceles ABC cujos catetos AB e AC medem 1 unidade de comprimento e calculando a medida da hipotenusa BC deste triângulo tomando como unidade de medida o cateto AB de 1 unidade de comprimento:

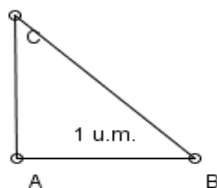


Figura 23: Triângulo isósceles.

Verifica-se a incomensurabilidade da medida da hipotenusa BC com a medida do cateto AB, embora a intuição geométrica diga que sempre será possível encontrar uma unidade comum u que caiba um número inteiro de vezes nos segmentos AB e AC.

Muitas demonstrações do Teorema de Tales dadas nos livros de matemática consideram que todos os segmentos sejam comensuráveis (ÁVILA, 1985)³⁷.

³⁷Em alguns livros didáticos atuais observados, verificou-se que a demonstração apresentada do Teorema de Tales supõe que os segmentos sejam comensuráveis. Um dos livros observados em que não se encontra a demonstração do Teorema de Tales segundo esta perspectiva é o do Dante (2002).

Teorema de Tales: Num mesmo plano, três retas paralelas determinam, em duas retas transversais, segmentos proporcionais. Isto significa, de acordo com a figura 24, que:

$$\frac{PQ}{QR} = \frac{P'Q'}{Q'R'}$$

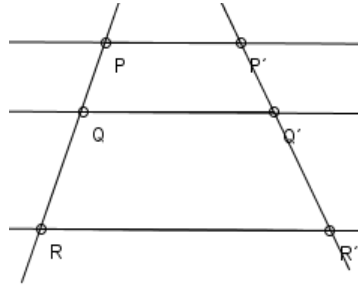


Figura 24: Retas paralelas cortadas por duas transversais.

Este Teorema é de fundamental importância para a Geometria Plana, pois toda a teoria da semelhança de figuras planas está embasada nele. Porém, sua demonstração exige que os segmentos sejam comensuráveis (ÁVILA, 1985). A descoberta de grandezas incomensuráveis, na Antiguidade, abalou as bases de muitas teorias, inclusive a da semelhança de figuras planas e o teorema de Tales.

Segundo Ávila (1986, n. 8), esta foi a primeira das crises de matemática e levou Eudoxo (aproximadamente 408-355 a. C) da escola de Platão, na Antiguidade, a superar esta dificuldade dos incomensuráveis sem a necessidade dos números irracionais, desenvolvendo a teoria das proporções. As ideias de Eudoxo seriam utilizadas séculos mais tarde por Richard Dedekind (1831-1916) para a construção de uma rigorosa teoria dos números reais.

Eudoxo encontrou uma saída para as grandezas incomensuráveis. Por exemplo, seja a definição de igualdade de duas razões:

Definição: Diz-se que A está para B na razão $\frac{m}{n}$ se $nA = mB$, isto é:

$$\frac{A}{B} = \frac{m}{n} \Leftrightarrow A.n = m.B$$

Mesmo que A e B sejam segmentos, a definição acima atribui significado numérico à razão $\frac{A}{B}$ quando A e B são comensuráveis. Eudoxo abre mão disso para grandezas incomensuráveis.

suráveis. Para ele, o que realmente importa é encontrar um meio de representar a igualdade entre duas razões $\frac{A}{B}$ e $\frac{C}{D}$ mesmo que nenhuma delas seja um número!!!

Aproveitando as ideias de Eudoxo, Dedekind, no século XIX, utiliza o livro V dos Elementos de Euclides (que apresenta a definição de Eudoxo) para construir uma teoria que embasa até hoje a construção dos números reais:

Diz-se que quatro grandezas estão na mesma razão, a primeira para a segunda e a terceira para a quarta, quando, quaisquer que sejam os equimúltiplos que se tomem da primeira e da terceira (nA e nC), e quaisquer que sejam os equimúltiplos da segunda e da quarta (mB e mD), os primeiros igualmente excedem, são iguais a ou menores do que os últimos, tomados, respectivamente, na ordem correspondente.

Essa teoria foi decisiva para resolver a primeira crise que aconteceu nos fundamentos da matemática e ocorreu em um artifício que consistiu em evitar os números (ÁVILA, 1985), já que eles se mostravam insuficientes para definir razões de duas grandezas. Isto mudou a ênfase na história da matemática adotada pelos pitagóricos, onde tudo no universo era número, cedendo lugar então aos fatos geométricos.

Neste sentido, quando se falava em razão de segmentos, áreas, volumes, essas razões não tinham necessariamente medida numérica. Passaram então a dar ênfase mais na Geometria tanto que Platão proclamou que “Deus Geometrizava Sempre”. Somente no fim do século passado é que os números voltaram a ocupar lugar de destaque, devido ao trabalho já citado de Dedekind e de outros matemáticos que criaram teorias dos números bem fundamentadas (ÁVILA, 1985).

Alguns historiadores colocam que a proposição conhecida como Teorema de Tales foi aprendida por Thales de Mileto³⁸ em suas viagens à Babilônia; outros dão à Thales o mérito de tê-lo demonstrado.

Thales mediu a altura da pirâmide de Quéops, no Egito, observando o comprimento de suas sombras no momento em que a sombra de um bastão vertical é igual à sua sombra. O papiro de Rhind, de autoria do escritor Ahmes, relata este fato. No momento em que a estaca

³⁸ Thales de Mileto viveu na Grécia na época em torno de 600 a.C.. Era um próspero comerciante que previu uma eclipse ocorrida em 585 a.C.. Homem de rara inteligência, ele foi saudado como o primeiro matemático verdadeiro. A matemática egípcia, nesta época, era um conjunto de regras arbitrárias, sem demonstrações ou justificativas, extraídas da experiência da vida prática. Thales deu um caráter dedutivo à matemática, sendo considerado um dos sete sábios da Grécia Antiga.

e a sua sombra têm exatamente o mesmo tamanho, formam um triângulo retângulo isósceles semelhante a outro triângulo retângulo isósceles formado pela pirâmide e sua sombra.

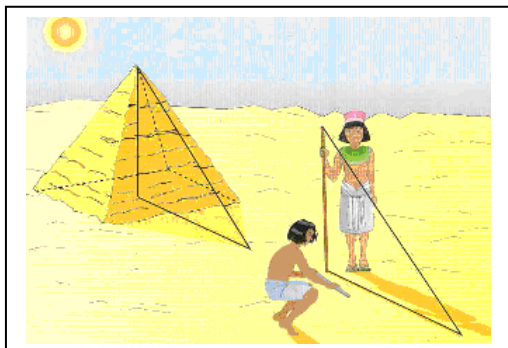


Figura 25: Medição da altura da pirâmide.³⁹

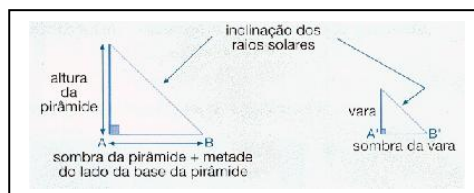


Figura 26: Representação geométrica da interpretação dada por Tales.

Com relação à Regra de Três, provavelmente surgiu na Índia. Por meio do contato com os indianos, os árabes aprenderam esta “regra” e através da expansão árabe, entrou na Europa (ÁVILA, 1986, n. 9). No comércio, ela foi muito usada, porém como simples regra, formulada verbalmente e aplicada de forma mecânica, sem uma preocupação voltada à sua fundamentação conceitual. O matemático indiano Brahmagupta, no século VII, a formulava da seguinte forma:

Na regra de três os nomes dos termos são Argumento (A), Fruto (F) e Requisição (R). O primeiro e o último termo devem ser semelhantes. Obtém-se o valor procurado multiplicando a Requisição pelo Fruto e dividindo o resultado pelo Argumento.

Considerava-se que as grandezas da mesma espécie eram os termos semelhantes, isto é, o primeiro e último termo A e R. Como a regra de três era aplicada mecanicamente, era necessário saber quais dos três termos deviam figurar como “meios” na proporção (ÁVILA, 1986, n. 9):

$$\frac{A}{F} = \frac{R}{x}$$

Porém, a regra era puramente verbal, nunca expressa por equações ou fórmulas⁴⁰. E somente no século XIV que se reconheceu a ligação da regra de três com as proporções⁴¹.

³⁹Ambas as figuras foram tiradas do site: <<http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm99/icm28/tales.htm>>.

4.1.1.2. Obstáculos epistemológicos que surgem na construção do conceito

Os problemas envolvendo a proporcionalidade tendem a ser difíceis para a maioria dos alunos, não dominados por muitos adultos que frequentam tardiamente a escola, conforme várias pesquisas (HART, 1981). Um dos motivos de ser considerado difícil é que muitos problemas envolvem questões com múltiplos de números não inteiros. Outra questão é a ênfase dada no algoritmo, ênfase esta que abrange uma perspectiva muito limitada da proporcionalidade, pois problemas envolvendo o valor omisso são enfatizados demasiadamente. Também se considera um fator de dificuldade o entendimento de que o raciocínio proporcional envolve um número considerável de relações juntas na memória de trabalho (SCHWARTZ; MOORE; 1998).

Alguns problemas sobre raciocínio proporcional baseados na vida real envolvem frequentemente comparações entre sistemas de representação. Este tipo de problema é caracterizado como difícil para a maioria dos alunos. (LESH, POST, BEHR, 1988). Um exemplo de problemas deste tipo é dado por expressões que envolvem relações com números e unidades

de medida como $\frac{6km}{2h} = 3km/h$.

Outra situação envolvendo comparações entre grandezas é a compreensão do conceito de escala. Relacionando com os números racionais, a escala é entendida como uma razão entre medidas, que é um dos significados dos números racionais. Já por ser uma razão entre comprimentos, tem-se uma variedade de situações que contribuem na construção dos conceitos de grandezas, como comprimento, área e volume. Por outro lado, pode-se também evidenciar uma articulação da escala com a semelhança de figuras planas, já que se pode ampliar ou reduzir objetos geométricos em diferentes escalas (plantas, croqui e mapas) (VIEIRA, BELLEMAIN, 2007).

⁴⁰“Durante muito tempo, era assim que se fazia matemática: muita escrita e pouca notação, o que tornava penoso o raciocínio” (ÁVILA, 1985, p. 10).

⁴¹ Os livros modernos americanos não fazem menção à expressão regra de três. Um professor universitário americano celebrou este fato em versos publicados na revista “American Mathematical Monthly”:

*“What has become of the rule of three
Simple or double, once popular pair?
Students today no longer see
Alligation, or trat and tare”*

Que traduzindo : O que aconteceu com a regra de três,

 Simples ou composta, outrora um par tão popular?

 Os estudantes de hoje não mais reconhecem

Alligation e *trat* se referem a um antigo processo de resolução de problemas que envolvem a mistura de ingredientes de preços ou qualidades diferentes, e *tare* representa o abatimento no peso de mercadorias (ÁVILA, 1986).

Outro obstáculo à construção do conceito de proporcionalidade está relacionado à tendência que o aluno tem de utilizar o raciocínio aditivo ao invés do raciocínio multiplicativo em problemas relacionados à proporção. RICCO (1978, apud BARRETO, 2001) observou nas respostas produzidas em uma seqüência de dados proporcionais que os sujeitos de investigação recorrem a diferentes procedimentos, destacando os procedimentos aditivos utilizados no lugar da operação multiplicação, quando relacionadas duas quantidades referentes à mesma grandeza.

Inicialmente, a proporcionalidade é dominada em pequenas e restritas classes de problema, sendo ampliada gradualmente a uma classe maior de problemas. Ou seja, primeiramente o aluno possui uma competência local para o domínio da classe de situações envolvendo a proporcionalidade, ampliando de forma gradual para uma competência global (LESH, POST, BEHR, 1988).

Contudo, ensina-se freqüentemente a proporcionalidade sem ensinar o raciocínio proporcional. Para clarear esta afirmação, ao resolver proporções do tipo $\frac{a}{b} = \frac{x}{d}$, ensina-se o famoso método do produto cruzado, em que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos, ou seja:

$$a \cdot d = b \cdot x$$

onde $x = \frac{a \cdot d}{b}$. Este método tem mostrado após investigações, que:

- (a) É mal compreendido pelos alunos;
- (b) Raramente gerou naturalmente um método de resolução;
- (c) É freqüentemente usado pelos alunos mais para evitar o raciocínio proporcional do que para facilitar (LESH, POST, BEHR, 1988).

Este método acaba impossibilitando a utilização do raciocínio proporcional na resolução dos problemas, pois sua utilização não pressupõe a construção prévia do que seja um raciocínio proporcional. Ou seja, a utilização mecânica de algoritmos sem a compreensão leva o aluno, diante de situações novas, a não tomar opções conscientes sobre as quais tal operação é ou não apropriada para determinada situação, levando-o a erros, não dispondo então das competências necessárias ao tratamento da situação.

Pesquisas em Educação Matemática (SPINILLO, 1993, apud VIEIRA, BELLEMAIN, 2007) têm evidenciado a necessidade de romper com o ensino que focaliza demasiadamente a técnica da regra de três. A ênfase na resolução de problemas envolvendo situações que apresentam vários conceitos que se inter-relacionam contribuem para uma construção

conceitual mais abrangente da proporcionalidade, favorecendo uma construção conceitual mais significativa.

4.1.2 Dimensão Didática

O assunto proporcionalidade é frequentemente focado nos livros didáticos da sexta série, como se pode observar no Guia de Livros Didáticos (PNLD, 2008) e em várias obras analisadas. Em algumas delas, o estudo de razão e proporção vem ganhando articulações com a ideia de função. “Em muitas coleções, já se observa um tratamento que valoriza o modelo funcional para dar sentido à regra de três, que é a proporcionalidade entre grandezas” (PNLD, 2008). No entanto, em outras obras, seu conteúdo é apresentado através de uma abordagem convencional da regra de três, sendo então fornecidos três valores em que se necessita encontrar um quarto valor, também chamado de incógnita.

Na escola, ao trabalhar a proporção, enfatiza-se que ela pode ser representada desta forma: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, o qual se lê “a está para b assim como c está para d”. Muitas vezes, neste procedimento, não se enfatiza “a natureza das relações envolvidas ou o modelo matemático em jogo na solução de problemas de proporções” (CARRAHER et al, 1986, p. 96 apud PONTES, 1996, p. 66).

Segundo Terezinha Nunes (2003), chefe do Departamento de Psicologia da Universidade de Oxford, a proporcionalidade é um conceito central e essencial para o ensino das quatro operações. Em entrevista à revista Nova Escola, a psicóloga salienta que a proporcionalidade envolve tanto frações como a multiplicação e está presente em todas as ciências, fazendo parte do dia-a-dia de qualquer pessoa, seja no trabalho ou em casa.

A proporcionalidade envolve uma relação funcional entre duas variáveis em que se faz uma analogia com a operação multiplicação. No início do processo de escolarização, as primeiras noções de proporção deveriam aparecer junto com os conceitos de multiplicação, mas frequentemente esta relação não é enfatizada. A operação multiplicação é apenas enfocada como uma "adição repetida" de parcelas iguais, a qual não mostra o sentido de proporção que existe por trás desse processo. Infelizmente, o ensino de matemática no Brasil enfatiza muito as contas e não os conceitos que estão por trás das contas (NUNES, 2005).

No Brasil, a proporcionalidade é enfocada a partir da sexta série do ensino fundamental, deixando uma lacuna nas séries iniciais e na quinta série. Este fato contradiz o que as

pesquisas relacionadas com a educação matemática têm mostrado: que os conceitos relevantes para a formação matemática atual devem ser abordados desde a fase inicial da formação escolar (BRASIL, 2008). Mesmo para aqueles conceitos que podem atingir níveis mais elevados de complexidade como os números racionais, probabilidade, semelhança e simetria, conceitos estes relacionados com as estruturas multiplicativas e a proporcionalidade.

Tal ponto de vista apóia-se na concepção de que a construção de um conceito pelas pessoas processa-se no decorrer de um longo período, de estágios mais intuitivos aos mais sistematizados. Além disso, um conceito nunca é isolado, mas se integra a um conjunto de outros conceitos por meio de relações, das mais simples às mais complexas. Dessa maneira, não se deveria esperar que a aprendizagem dos conceitos e procedimentos se realizasse de forma completa e num período curto de tempo. Por isso, ela é mais efetiva quando os conteúdos são revisitados, de forma progressivamente ampliada e aprofundada, durante todo o percurso escolar. É preciso, então, que esses vários momentos sejam bem articulados, em especial, evitando-se a fragmentação ou as retomadas repetitivas (BRASIL, 2008, p. 17).

Quanto a estes aspectos, salienta-se que alguns livros didáticos das séries finais do ensino fundamental não enfocam a proporcionalidade quando no estudo de outras áreas do conhecimento. Em algumas obras, não se verifica uma articulação entre os vários campos do conhecimento que podem ser relacionados com a proporcionalidade. Por exemplo, no estudo de funções, apresentado no volume da 8ª série, não se tem uma articulação com outros conceitos matemáticos como proporcionalidade, áreas e volumes.

Por outro lado, em alguns livros didáticos, a expressão $f(x) = a \cdot x$ que representa um modelo linear em grandezas diretamente proporcionais, é valorizada na sua representação algébrica, sem salientar as características importantes relacionadas a este modelo. Por exemplo, quando expressa-se $f(x)/x = a$, evidencia-se que esta razão $f(x)/x$ é uma constante dada por a , o qual, fazendo uma relação com proporções, é também chamado de razão de proporcionalidade. Muitos fenômenos da natureza se adequam a este modelo, como por exemplo, o modelo que representa a variação das unidades de tempo e de distância quando tem-se uma velocidade constante; ou o alongamento de uma mola quando se colocam em sua extremidade grandezas de massas diferentes.

Grandezas definidas por razões, como a velocidade e a densidade, vêm ganhando espaço na articulação com a razão e a proporção (BRASIL, 2008). O que se verifica, nas atividades propostas nos livros didáticos, é que não há um espaço reservado para atividades experimentais que possibilitam a investigação de certas propriedades existentes em fenômenos físicos, em que os alunos fazem conjecturas e as testam experimentalmente.

Por exemplo, uma atividade experimental poderá envolver a descoberta das relações entre volume e massa. Podem-se fornecer para cada grupo de alunos vários pedaços de ferro de diferentes tamanhos, uma proveta graduada e água, uma balança com precisão ao decigrama, uma folha de cálculo e um computador, em que eles deverão medir o volume e a massa de cada pedaço de ferro que lhes foram distribuídos, registrando-os numa tabela (BORRÕES, 1998). A partir das tabelas de todos os grupos, constrói-se uma tabela única no Excel com os resultados de todos os grupos. Discute-se então a existência, ou não, de uma relação numérica comum a todos os pares de valores (Massa (g), Volume (cm³)).

Com esta atividade os alunos têm um contato, ainda num nível concreto e manipulativo, com os conceitos de proporcionalidade direta e de constante de proporcionalidade. Para um nível de abstração bem sucedido, é necessário que se leve em conta a exploração de todas as consequências relevantes a este conceito. Esta atividade pode ser complementada com a construção de um gráfico que auxiliará na visualização dessas relações.

Quanto ao aspecto experimental em processos de aprendizagem por descoberta, o computador é um grande aliado, sendo uma ferramenta que possibilita a interligação entre o campo numérico, algébrico e gráfico, favorecendo a descoberta de modelos em fenômenos físicos ou situações problemas propostas. Tais modelos envolvem construções abstratas que auxiliam na compreensão de diversos fenômenos. Estes modelos incluem conceitos, relações entre conceitos, procedimentos próprios e representações simbólicas que, num processo contínuo, “passam de instrumento na resolução de problemas a objeto próprio de conhecimento” (BRASIL, 2008, p.13).

Com relação a estes aspectos, isto vem ao encontro do que vários estudos em Didática da Matemática vêm reafirmando, como por exemplo, Freudenthal e Douady, que invertem o modelo “eu aprendo, eu aplico” para “eu aplico, eu aprendo”. Grossi (2001) coloca que se aprende primeiramente resolvendo problemas, sendo os instrumentos implícitos presentes no repertório de conhecimentos que o sujeito possui a base para a construção de outros conceitos. Esses instrumentos implícitos são chamados de Teoremas em ato.

Um teorema em ato não é formalizado no discurso matemático, nem do sujeito nem do saber constituído, mas ele é atuante no quadro das ações e dos significantes do sujeito que aprende. Residem nestas constatações as bases para demonstrar a ineficácia da metodologia – eu aprendo, eu aplico (GROSSI, 2001, p. 31, 3).

Nos livros didáticos aprovados pelo MEC, encontram-se as seguintes propostas metodológicas (BRASIL, 2008):

A	Introduz o conteúdo com explanação teórica, seguida de exemplos e atividades de aplicação propostas aos alunos.
B	Inicia pela apresentação de um ou poucos exemplos, seguidos da sistematização dos conteúdos e depois de atividades de aplicação para o aluno.
C	Principia com atividades propostas, seguidas de sistematização, mas não dá oportunidade ao aluno para tirar suas próprias conclusões.
D	Parte de atividades propostas ao aluno. Após o envolvimento dele com estas experiências, os conteúdos são sistematizados.
E	Introduz os conteúdos em textos que dialogam com o aluno por meio de questões e atividades que são entremeadas pela sistematização gradual dos conteúdos
F	Propõe atividades ao aluno que incentivam a discussão dos conteúdos, mas a sistematização fica a cargo do professor.

Quadro 1 – Propostas metodológicas identificadas nas coleções aprovadas no PNLD- 2008
Fonte: PNLD 2008, p. 34.

Com relação ao levantamento do número de coleções por proposta metodológica encontrada nos livros didáticos, têm-se os seguintes resultados:

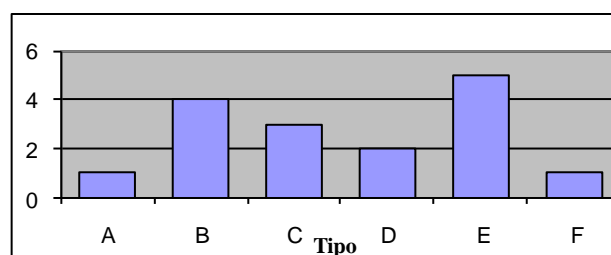


Figura 27: Número de coleções por proposta metodológica adotada.
Fonte: PNLD 2008, p. 34.

Analisando o gráfico e as classificações metodológicas, os itens **d**, **e** e **f** são os que se aproximam da proposta “eu aplico, eu aprendo”, sendo 8 em um total de 16 coleções aprovadas, pois nestas propostas principia-se a aprendizagem com a resolução de problemas, para depois sistematizar os conteúdos. Ou seja, nestas propostas, tem-se a intenção de atribuir ao aluno um papel mais ativo, possibilitando que ele atribua significado aos conteúdos e deles se apropriem (BRASIL, 2008).

Por outro lado, é consenso entre os educadores que, no ensino da Matemática, os conteúdos não devem ser apresentados de forma isolada, sem relação com outros conceitos, de forma estanque e auto-suficiente. É necessário estabelecer uma articulação ente os vários enfoques na abordagem de um mesmo conteúdo. Nas obras, a adesão acertada de muitos autores contribui para que seja efetivada esta articulação.

Em grandezas e medidas, para a obtenção do número irracional π , podem-se dispor, para o aluno, diferentes sólidos geométricos com bases circulares em que se procede a medição do comprimento da circunferência e do seu diâmetro. Com a razão entre o comprimento da circunferência e o seu diâmetro, obtém-se o número π .

As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da ideia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica (BRASIL, 1998, p. 57).

Na ampliação/redução de figuras geométricas através da homotetia, nas translações e reflexões em torno de um eixo, a geometria pode ser articulada com a semelhança e a proporcionalidade, quando comparamos os objetos entre si. A utilização de softwares dinâmicos ou objetos de aprendizagem que possuem a possibilidade de movimentar figuras e transformá-las enriquecem o processo ensino-aprendizagem de matemática, o que muitas vezes somente com lápis e papel não traria a dinamicidade inerente a este enfoque. Modificando algumas características de um elemento tomado como base em uma figura e percorrendo este objeto na tela com o auxílio do mouse, torna-se possível seguir as mudanças na figura em tempo real, diferentemente da geometria feita com lápis e papel (BITENCOURT, 1998).

A validação de propriedades por meio de visualização, de experimentos ou de medições em desenhos não é bem conduzido pela maioria dos livros didáticos, o que poderá acarretar dificuldades na construção do raciocínio dedutivo, conforme avaliação realizada pelo Plano Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2008). Algumas obras se restringem à geometria experimental, outras não fazem uma passagem gradual da validade experimental (obtida a partir de exemplos e medições) para demonstrações geométricas, embora outras se apresentem de forma conveniente.

Em poucas obras, leva-se o aluno a compreender o caráter aproximado de toda medição empírica e a entender a natureza abstrata e o papel dos modelos e das demonstrações em geometria. Um caso típico é o do tratamento do Teorema de Tales, em que muitas coleções restringem-se à comprovação da proporcionalidade entre os segmentos formados por um feixe de paralelas cortadas por transversais baseada na medição em desenhos, sem alertar para os erros inerentes a este processo. Há casos em que são feitas demonstrações corretas dessa propriedade geométrica – por exemplo, que tomam como ponto de partida a congruência ou semelhança de triângulos. Estas últimas propriedades, por sua vez, são comprovadas, sem maiores explicações, apenas com recurso à medição (BRASIL, 2008, p.46).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) enfatizam a importância de trabalhar-se atividades de transformação das figuras geométricas (rotação, translação, ampliação e redução) tendo em vista sua contribuição para a percepção espacial.

4.1.2.1 Resumindo a análise da dimensão didática

De forma resumida, os pontos frágeis a serem destacados na análise didática, são:

- a) A falta de articulação do ensino de matemática, entre os conceitos da matemática com os conceitos fora da matemática;
- b) A ausência de atividades experimentais e, conseqüentemente, da aplicação destes conceitos;
- c) A ênfase no ensino de algoritmos;
- d) O enfoque da proporcionalidade somente a partir da sexta série do ensino fundamental, deixando uma lacuna nas séries iniciais e na quinta série;
- e) As propostas metodológicas presentes em alguns livros didáticos: primeiro a teoria, depois os exercícios para a fixação dos conteúdos.

Para que aconteça uma melhoria na aprendizagem da proporcionalidade, uma possível mudança qualitativa envolve um conjunto de ações articuladas, os quais são:

- Enfatizar no ensino da matemática, a articulação entre os conceitos da matemática com os conceitos fora da matemática;
- Realizar atividades experimentais em que os alunos possam testar suas hipóteses e fazer conjecturas, investigando certas propriedades existentes em fenômenos físicos e que contribuam para a sistematização do conhecimento;
- Possibilitar a utilização do raciocínio proporcional na resolução de problemas, sem centrar-se simplesmente na utilização de um algoritmo;
- Enfocar a proporcionalidade desde as séries iniciais do ensino fundamental, permitindo que sua construção conceitual se processe no decorrer de um longo período, desde os estágios mais intuitivos aos mais sistematizados;
- As propostas metodológicas devem dar ênfase à resolução de problemas. Após o envolvimento do aluno com as atividades ou experiências, os conteúdos são sistematizados.

4.1.3 Dimensão Cognitiva

Atualmente, há uma ampla reformulação do processo ensino-aprendizagem, tanto em termos de conteúdos como em metodologias (BORRÕES, 1998). As metodologias são mais centradas no processo (na pessoa do educando) do que nos resultados ou produtos. O desenvolvimento cognitivo do aluno é o objetivo maior deste processo, do que a própria transmissão dos conhecimentos.

Com o desenvolvimento da tecnologia e a grande veiculação de informações em alta velocidade, alguns conhecimentos tornam-se obsoletos. A meta é desenvolver habilidades para que o aluno possa aprender a aprender, aprender a ser, agindo com autonomia, ou seja, a aprendizagem é entendida como um processo de construção cognitiva que se favorece com a estimulação dos processos de investigação dos alunos (RUIZ, 1991 apud BORRÕES, 1998).

Nas últimas décadas, têm-se várias pesquisas sobre o funcionamento dos processos de construção e aquisição dos conceitos e procedimentos matemáticos. O processo de ensinar matemática não se reduz à transmissão de informações, é muito mais complexo que isso. Envolve distintas competências cognitivas, requerendo que, no planejamento das atividades, favoreça-se a participação efetiva e ativa do aluno em seu processo construtivo. Os saberes necessários ao desenvolvimento das competências são de diversos tipos, dos mais informais aos sistematizados, sendo que estes últimos são construídos na escola (BRASIL, 2008).

O aluno traz para a escola muitos conceitos espontâneos ligados à proporcionalidade e que foram construídos nas mais diversas situações cotidianas: ao comprar o pão, o preço a pagar em função do número de pães estabelece uma relação proporcional direta; ao dividir uma quantia ganha em um prêmio, a quantia a ganhar por pessoa em função do número de pessoas que ganharam o prêmio estabelece uma relação proporcional inversa, dentre outras situações. Estas situações devem ser valorizadas e resgatadas pelo professor ao trabalhar com seus alunos.

Entende-se que o sujeito, independente da sua escolarização, formula conceitos a partir de sua experiência cotidiana. Esses conceitos são chamados de espontâneos, que são os conceitos construídos a partir da experiência direta da criança com o objeto, de forma não mediada e não intencional. Em estreita relação com estes conceitos, temos os científicos, que são os construídos via mediação social (com pessoas mais experientes, com a escola, etc.) (TORRES, 2002).

Um conceito espontâneo é definido por seus aspectos fenotípicos, sem possuir uma organização consistente e sistemática, enquanto o conceito científico é mediado por outros conceitos (NÉBIAS, 2003). A construção dos conceitos científicos ou formais passa pelos conceitos espontâneos ou científicos que já fazem parte da estrutura cognitiva do sujeito. A aprendizagem de conceitos não ocorre de forma rápida, pois exige um processo evolutivo que ocorre ao longo do tempo. Por isso é normal que a primeira conceitualização esteja mais fortemente relacionada aos conceitos cotidianos (GRINGS, CABALLERO, MOREIRA, 2006).

À escola cabe o papel de influenciar fortemente na aquisição do conhecimento científico. Nas experiências cotidianas, muitas vezes, a criança ou o adolescente centra-se nos objetos e não tem consciência dos seus atos e/ou ações enquanto que, na escola, a aprendizagem dos conceitos poderá ser mais explícita porque envolve diretamente a colaboração e orientação de um adulto.

Por outro lado, em algumas situações didáticas, desconsidera-se totalmente o que o aluno traz de sua vivência, sendo ele então visto como uma tabula rasa. Ao professor cabe dar um novo conteúdo para as crianças e ao aluno receber e apropriar-se deste novo conteúdo. Neste processo, o aluno é visto pelo professor como um ser passivo, que apenas recebe as informações fornecidas pelo professor, que é o detentor do conhecimento. Becker (2002) afirma que o comportamento do aluno constitui-se a recíproca do comportamento do professor: o aluno escuta porque o professor fala, o aluno copia porque o professor dita ou escreve no quadro, o aluno silencia porque o professor fala não dando oportunidade para o aluno falar, pois não reconhece que o aluno tenha algo interessante a contribuir. Esta visão de ensino é bastante autoritária, não possibilitando que haja a participação do aluno na sala de aula como ser ativo e que possui conhecimentos prévios.

Ao propor atividades, a concepção pedagógica da escola e do professor deve valorizar as interações entre aluno-aluno, aluno-professor no sentido de promover a aprendizagem dos alunos, valorizando os conceitos espontâneos e científicos que o aluno traz a partir de suas experiências pessoais, da instrução formal e da aprendizagem da sala de aula. A teoria dos campos conceituais volta-se então às relações entre conceitos do cotidiano e os conceitos científicos nas situações de aprendizagem (GROSSI, 2001).

Em outras situações, os alunos não são capazes de explicar seus teoremas-em-ação e conceitos-em-ação, ficando imersos somente na ação, tendo aí então a formação de conceitos

implícitos⁴². Neste sentido, os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação podem tornar-se conceitos e teoremas científicos, de forma progressiva e com o passar do tempo (MOREIRA, 2002). Tem-se então o papel do ensino de matemática: ajudar o aluno a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, partindo de conhecimentos implícitos.

O aluno, ao resolver um problema, compreende e representa mentalmente a situação descrita verbalmente, conseguindo elaborar um plano de resolução. Para o aluno, a questão da representação é bastante complexa, pois se verifica que é um ponto onde as maiores dificuldades ocorrem. Neste sentido, se o professor propuser enunciados com situações familiares e significativas para os alunos, os problemas serão melhores compreendidos (NARCISO; PAULUS, 2005).

A partir da diversidade de situações problemas, de procedimentos e representações simbólicas em que o sujeito vai se confrontar, é possível verificar suas dificuldades mediante a explicitação dos procedimentos utilizados na sua resolução, identificando os invariantes operatórios implícitos e que podem atuar como verdadeiros obstáculos à conceitualização (MOREIRA, 2002).

Os conceitos de razão, proporção, números decimais e fração implícitos na estrutura cognitiva dos sujeitos, quando explicitados, podem apresentar invariantes operatórios que estão ou não em desacordo com as concepções aceitas na comunidade científica. A identificação destes invariantes na resolução de atividades, envolvendo softwares educativos, pode possibilitar o aprimoramento das pesquisas relacionadas à aprendizagem dos conceitos de proporcionalidade.

4.1.4 Condições e realidade do local da pesquisa

O local escolhido para a realização da pesquisa é uma escola municipal localizada na região central do estado do Rio Grande do Sul, no município de Silveira Martins, distante 30 quilômetros de Santa Maria. É uma localidade pequena, que possui aproximadamente 2.600 habitantes, onde os alunos, na sua grande maioria, são filhos de pequenos agricultores.

A escola possui 240 alunos e se localiza em um distrito próximo à sede do município, abrangendo os níveis desde a Educação Infantil até o nono ano do Ensino Fundamental, tota-

⁴²A teoria dos campos conceituais possui um paralelo com a teoria de Vygotsky, quando se relacionam os conceitos espontâneos de Vygotsky e os teoremas-em-ação de Vergnaud, que são competências implícitas; e os conceitos científicos de Vygotsky, que são os conhecimentos explícitos (TORRES, 2002).

lizando 11 turmas. A escola recentemente foi reformada e ampliada com recursos do governo federal, contemplando um laboratório de informática e pontos de internet em todas as salas de aula.

O estabelecimento de ensino possui direção e vice-direção, supervisora, secretária, nutricionista e educadora especial, além de todos os professores possuírem curso superior específico na área de atuação, sendo que a maioria apresenta cursos de especialização.

No turno da manhã, funcionam quatro turmas do 6º ao 9º ano e, no turno da tarde, sete turmas, as quais vão da educação infantil (duas turmas) ao 5º ano do ensino fundamental. Além disso, têm-se classes especiais onde os professores, a partir das observações e registros efetuados nas aulas, convocam os alunos que apresentam dificuldades na resolução das atividades para virem em turno oposto.

A escolha do local para a realização da pesquisa se deve ao fato de a escola possuir laboratório de informática e também do interesse demonstrado pelos alunos da escola em participar desta pesquisa.

No que diz respeito à negociação prévia com os sujeitos participantes da pesquisa, estes foram convidados a participar de um projeto na escola que se daria no turno inverso ao período das aulas, ou seja, à tarde, uma vez por semana. Os sujeitos foram informados de que haveria uma primeira etapa que se daria no turno da manhã, onde seria aplicado um questionário para avaliar as concepções dos estudantes referentes à proporcionalidade.

Em uma reunião realizada com os pais dos alunos para tratar de assuntos diversos, foi colocada a realização do projeto e de seus objetivos. Todos os pais dos alunos que aderiram ao projeto assinaram um termo de compromisso que está no apêndice H desta tese.

4.1.5 Aplicação de um questionário para analisar as concepções prévias

Num primeiro momento, antes de iniciar a intervenção, buscou-se dados referente às concepções a respeito de proporcionalidade. O que os alunos da oitava série sabem sobre proporcionalidade? Nesse sentido, propuseram-se questões que foram aplicadas aos alunos, as quais estão no apêndice (A, B, C, D, E e F), para que se possa situar a respeito dos conhecimentos que os alunos possuem sobre proporcionalidade. As questões levaram em conta as dimensões epistemológica, didática e cognitiva da metodologia da engenharia didática, obtida na análise prévia.

No que se refere ao questionário aplicado, as questões 1) e 2) foram elaboradas pela autora e pelo prof. Marcus Basso a partir de leituras realizadas em livros didáticos e as questões 3), 4), 5) e 6) foram tiradas do livro *Aprender Matemática de outra forma: Desenvolvimento Cognitivo e Proporcionalidade*, de Jean Pierre Levain (1997), em seu trabalho de investigação no IREM (Instituto de Investigação sobre o Ensino das Matemáticas da Universidade de Franche-Comté). Algumas destas tiveram modificações, pois as questões originais de Levain eram em um total de 19 e, para uma avaliação das concepções prévias considerando os objetivos a que se propunha, a quantidade era demasiadamente extensa.

Os problemas escolhidos, tanto para a análise prévia como para a fase de experimentação, foram os relacionados a ampliações, escala e proporção, demandando situações que permitiram mobilizar os campos algébrico, aritmético e geométrico relacionados à proporcionalidade (LEVAIN, 1997). Neste sentido, os problemas levam em conta a teoria de Vergnaud que coloca que se devem desenvolver situações em que intervenha não apenas um conceito, mas uma diversidade deles.

Ciente de que o computador não deve constituir um obstáculo para a aprendizagem do conteúdo que está sendo proposto, foram realizados questionamentos sobre os conhecimentos que o aluno possui com relação à utilização do computador (apêndice G). Se houvesse necessidade, antes de ser iniciada a aplicação da sequência didática, proceder-se-ia ao ensino de alguns procedimentos básicos necessários a esta intervenção.

Nas questões, foi solicitado que o aluno explicita os procedimentos efetuados para chegar à resolução, sendo então analisado este processo. Os dados obtidos pelos protocolos foram categorizados e analisados, salientando, nesta análise, dois itens básicos: acertos e tipo de procedimento utilizado na resolução das atividades de proporcionalidade. A análise das respostas e das diferentes formas que o conhecimento assume possibilitou a obtenção de informações sobre os conhecimentos utilizados ao resolver as situações propostas que estão presentes na estrutura cognitiva dos sujeitos, sendo realizado o planejamento de experiências a serem desenvolvidas (próxima etapa da engenharia didática) a partir dos dados obtidos na análise prévia.

Analisaram-se as interpretações dos sujeitos nas situações e o domínio da experiência, identificando a classe de situações de que o sujeito dispõe, no seu repertório, das competências necessárias ao tratamento da situação e também as classes de situações para as quais o sujeito não dispõe das competências necessárias.

4.1.6 Análise das concepções prévias dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos epistemológicos

O instrumento de análise prévia foi aplicado no dia 6 de junho de 2008 a um grupo de 16 alunos da 8ª série e teve um tempo de duração de duas horas-aula. A seguir, segue a análise de cada questão do questionário aplicado:

Questão 1:

A questão 1 apresenta fotos de dois animais (besouro e leão) em escalas diferentes, sendo o besouro representado em tamanho consideravelmente maior do que o leão, conforme apresentado nas figuras que seguem:



Figura 28: Besouro.



Figura 29: Leão.

Foi solicitado então que os alunos respondessem se as fotos estão na mesma escala.

Nesta questão, o aluno poderia ter apenas uma noção mais intuitiva da escala, pois não é necessário que ele efetue os cálculos. Estabelecer relações entre espaço, forma e medida com a escala, são noções necessárias para que ele consiga obter êxito na questão.

Na resolução da questão, somente um aluno respondeu que estava na mesma escala e outro aluno deixou a resposta em branco, enquanto o restante (14 alunos) afirmou que não estão em escalas iguais. Dentre estes 14 alunos, sete justificaram corretamente a opção escolhida enquanto outros colocaram justificativas do tipo “porque um tem pêlos e o outro não”.

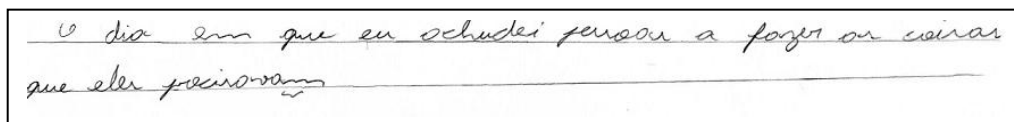
Embora vários alunos explicitem que já trabalharam com situações diversas e tenham noção do significado de escala, apenas um aluno se aproximou mais do conceito de escala, colocando que “é a razão entre o tamanho do animal normalmente e o tamanho na folha”.

Questão 2:

Para a questão 2, foi fornecida uma folha de papel e uma régua para que os alunos desenhassem uma linha de tempo com os fatos que foram mais significativos na sua vida.

Nesta questão a proposta foi verificar se o aluno subdivide adequadamente o comprimento da folha de papel, levando em conta os fatos marcantes da sua vida, de acordo com sua idade, colocando os valores (anos ou idades) na linha de tempo.

Foram verificadas dificuldades na interpretação da questão, sendo que vários alunos solicitaram maiores explicações. Explicado o que era necessário fazer, observou-se ainda que alguns alunos não entenderam a questão pela análise das respostas do questionário, conforme exemplificado a seguir:



Verificou-se que apenas 5 dos 16 alunos subdividem o comprimento da fita de papel fornecida em unidades de medida convenientes, de acordo com sua idade, colocando adequadamente em uma escala pré-definida os valores (anos ou idades) nesta linha e os fatos significativos que marcaram sua vida.

Questão 3:

A questão 3 apresenta um desenho de uma casa, conforme a figura abaixo:

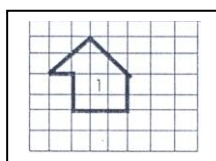


Figura 30: Desenho de uma casa.

Solicitou-se que o aluno circulasse a(s) letra(s) correspondente(s) ao(s) desenho(s) que ele considera como uma ampliação ou redução do desenho número 1:

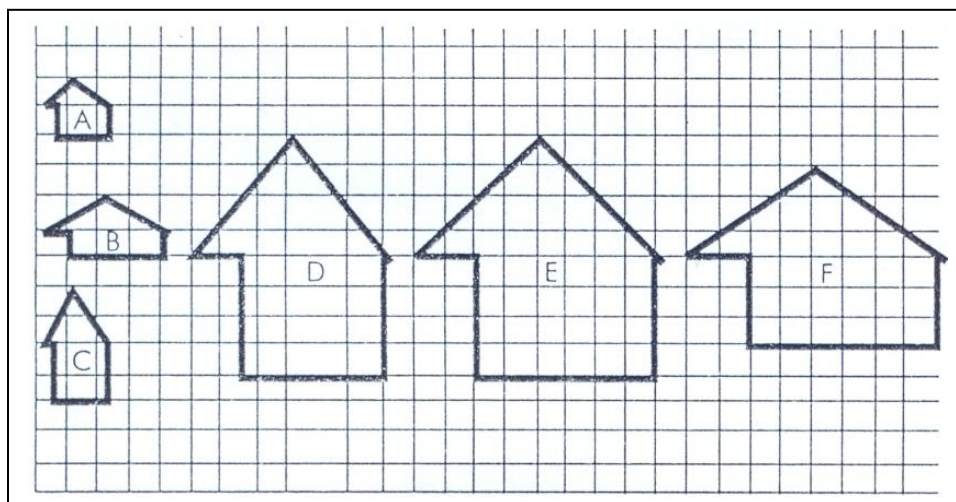


Figura 31: Prováveis ampliações/reduções de uma casa.

Aqui ocorreu uma falha na organização da questão, pois a figura aparece em uma folha e as possíveis ampliações ou reduções estão em outra folha, o que poderia causar um obstáculo para o aluno obter sucesso. Esta dificuldade adicional foi comprovada a partir da fala de um dos alunos:

“Não tem como a gente identificar como é o desenho”

Esta falha poderia ter sido contornada se o aluno deixasse uma das folhas dobradas para ter então as imagens visíveis ao mesmo tempo, mas ele precisaria dar-se conta disso.

Uma das hipóteses feitas previamente é a de que, na identificação das figuras semelhantes à figura 1, a figura E seria mais fácil de identificar do que a figura A, pois apresenta o dobro das medidas da figura 1, enquanto que na figura A se necessita trabalhar com números decimais, e isto é um fator de complexidade para os sujeitos. Esta hipótese teve de ser revista, pois foram encontrados percentuais de acertos iguais na identificação das figuras.

A partir da atividade proposta e do desempenho dos alunos, a conjectura mais aceitável seria de que a facilidade ou dificuldade pode estar relacionada com a situação a ser colocada para os alunos, ou seja, o domínio de um conhecimento está relacionado também com a situação a ser proposta. Pois, quando solicitados a responder se já trabalharam com atividades deste tipo na escola ou em seu dia-a-dia, a maioria dos alunos respondeu que não e apenas quatro dos dezesseis alunos responderam que sim. Dos que responderam sim, colocaram nas aulas de

matemática e educação artística, em que era necessário ampliar os desenhos. Pode-se inferir que estes alunos estavam diante de situações novas, não dispoendo inicialmente das competências necessárias, tendo então que refletir e explorar a situação, passando por descobertas que os levaram ao sucesso.

Verificou-se que apenas dois alunos dos dezesseis acertaram 100% da questão. Neste sentido, infere-se que as respostas erradas podem traduzir uma ausência de conservação da forma numa ampliação ou redução de uma figura. Isso se comprova através do conceito implícito que um dos alunos apresenta ao resolver a questão, conforme figura 32:

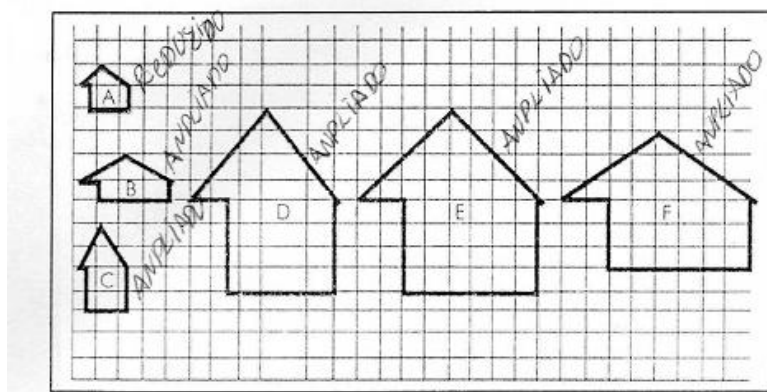


Figura 32: Identificação pelo aluno das figuras semelhantes.

Também não se conseguiu constatar, em todas as respostas obtidas, que o aluno estabeleceu de forma explícita uma relação entre a componente conceitual relacionada à semelhança de figuras planas e à proporcionalidade e as figuras apresentadas. Isso foi comprovado pelas respostas dos alunos, pois nenhum deles se aproximou do conceito de proporcionalidade, quando solicitados que expressassem o que entendem por proporcionalidade. Isso se deve ao fato de que os esquemas mobilizados pelos sujeitos em ação ao resolver a questão proposta eram falsos, pois poucos alunos acertaram a questão, porque “conhecimento é um processo antes de ser um produto” (VERGNAUD, 2008b, p. 43).

Embora dois alunos tenham acertado a identificação das figuras, também não conseguiram explicitar seus conhecimentos, utilizando a linguagem natural. Há um conhecimento implícito utilizado em sua ação, sem contudo conseguir expressar as razões de ter escolhido como ampliação e redução as figuras A e E.

Observam-se estas considerações no questionário de um dos alunos que obteve sucesso na atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder a pergunta acima formulada? Por quê?

FACILIDADE PORQUE É SIMPLES, BASTANDO COMO FAZER

b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta.

EU ESCOLHI UMA FIGURA

c) Você já trabalhou com atividades deste tipo na escola ou em seu dia a dia? Se sim, descreva as situações.

NÃO

d) O que você entende por proporcionalidade? E para que serve?

EU ENTENDO COMO UMA MANEIRA DE MOSTRAR O
TAMANHO EM DIMENSÃO DE ALGUM FIGURA EM ALGUM ESCALA

Quando questionados sobre se houve facilidade ou dificuldade para resolver a pergunta formulada, a maioria colocou que estava fácil, embora grande parte tenha errado a questão. Sobre esta contradição, infere-se que os alunos podem ter se centrado mais na figura sem se darem por conta da rede de conceitos que está relacionada com a noção de proporcionalidade. Ou então devido ao fato da questão ter um enunciado simples e aparentemente não envolver cálculos, bastando identificar as figuras semelhantes.

Questão 4:

A questão 4 apresenta um retângulo de dimensões 1,5 cm x 3 cm:

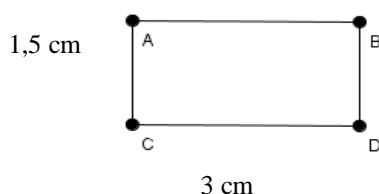


Figura 33: Retângulo.

Os itens a) e b) da questão 4 tiveram como objetivo determinar a dimensão da altura do novo retângulo, ampliação do original, terminando de desenhá-lo, dado que foi esboçada a largura do retângulo ampliado:

a) Considerando a medida da base 6 cm e

b) Considerando a medida da base do retângulo 5 cm.

Uma hipótese é a de que a letra b) do problema 4 apresenta mais dificuldades, pois a sua resolução implica trabalhar com números decimais, e isto é um fator de complexidade para os sujeitos. Outra hipótese é de que alguns alunos poderão utilizar procedimentos aditivos no lugar da operação multiplicação, ao relacionar duas quantidades referentes à mesma grandeza.

Somente 5 dos 16 alunos (31,2%) responderam corretamente os itens a) e b) da questão quatro. Quatro desses alunos explicitaram o processo realizado para a obtenção do resultado, sendo que dividiram a medida da base por dois para obter a medida da altura.

Foi comprovada a hipótese da utilização da operação adição ao invés da multiplicação na resolução do problema quatro. Verificou-se em 4 dos 16 questionários aplicados, ou seja, 25% dos alunos utilizaram procedimentos aditivos ao invés de multiplicativos ao resolver um problema que envolvia diretamente um Raciocínio Proporcional. Pode-se concluir que, neste grupo de alunos, o conhecimento ainda não foi generalizado a uma classe mais ampla de situações, de modo que ele já esteja incorporado às suas estruturas cognitivas, sendo necessário então criar uma estratégia de resolução a este problema, mesmo que esta não seja a “correta” para este caso.

A seguir, tem-se a resposta de um dos alunos.

- No item a) da questão quatro, foi fornecido a medida da base (6 cm). Neste item, o aluno ampliou corretamente o retângulo, como se pode ver na figura que segue:

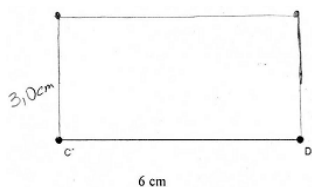


Figura 34: Ampliação do retângulo pelo aluno.

- No item b) da questão quatro, foi fornecido a medida da base do retângulo (5 cm). Desta vez, o aluno não ampliou corretamente o retângulo, como se pode ver na figura a seguir:

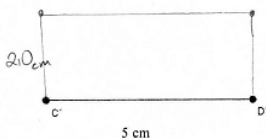


Figura 35: Ampliação do retângulo pelo mesmo aluno.

Eis a explicação do aluno:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder:

1) A questão a? Por quê?

Facilidade pq foi só ter multiplicado por 2.

2) A questão b? Por quê?

Facilidade pq foi só diminuir um centímetro como de 6cm diminuiu p/ 5cm.

Ou seja, partindo da resposta fornecida pelo aluno no item a), percebe-se que ele diminuiu 1 cm da altura para encontrar a resposta do item b), já que a base do retângulo do item b) tinha 1 cm a menos do que a base do retângulo do item a). Este resultado comprova as pesquisas realizadas por Vergnaud (1983) e Lesh; Post; Behr (1988), que colocam que, em fases iniciais, as crianças apresentam o raciocínio aditivo no trato com problemas envolvendo a Proporcionalidade; porém nesta pesquisa os sujeitos são alunos adolescentes que têm uma faixa etária entre 13 a 16 anos.

O erro do aluno é fácil de ser interpretado: ao invés de tomar, por exemplo, a relação entre 6 e 3 (conceito pertinente), este se interessou pela diferença (conceito não pertinente), aplicando, de modo implícito, um teorema de isomorfismo falso, a saber “a proporcionalidade conserva as diferenças”, enquanto que o teorema aplicável seria de que “a proporcionalidade conserva as relações”⁴³. Como o conceito de diferença é frequentemente utilizado na comparação, não é surpreendente que ele tenha utilizado este esquema de pensamento (VERGNAUD, 2008b).

Também se comprovou a hipótese de que o item b) do problema quatro apresenta mais dificuldades do que quando comparada ao item a). Uma possibilidade para o item b) apresentar mais dificuldades é a de que, dependendo da forma escolhida para sua resolução, poderá implicar trabalhar com duas operações com números decimais, enquanto que, no item a), apenas uma. Vergnaud (1993) salienta que, nos problemas envolvendo Proporcionalidade, os alunos expressam dificuldades na multiplicação e divisão por decimais.

A dificuldade adicional se deve ao fato de o aluno estabelecer uma relação entre as medidas das bases dos retângulos para encontrar então a medida da altura do novo retângulo partindo da altura de 1,5 cm do retângulo tomado como base de comparação (ou então relacionar com as medidas já obtidas do retângulo ampliado de base 6 cm), pois implica efetuar

⁴³Ao considerar o tamanho inicial e somar um certo número ($T_f = T_i + \alpha$), diz-se que ele utilizou a **estrutura aditiva**, enquanto que se verificar que existe um número α (coeficiente de semelhança) que expressa “a quantidade de vezes” que a figura foi ampliada ou reduzida ($T_f = \alpha \cdot T_i$), diz-se que ele utilizou a **estrutura multiplicativa**.

duas operações com números decimais, uma de divisão e outra de multiplicação. Levain (1997) classifica esta relação de externa, pois o processo de cálculo do aluno implica relacionar as medidas das bases dos dois retângulos. Porém, se o aluno percebeu que a medida da base é o dobro da medida da altura, então bastaria dividir a medida da base dada (5 cm) por dois para encontrar a medida da altura (2,5 cm). Essa explicação foi dada por vários alunos que resolveram acertadamente a letra a) ou ambas (a) e b)). Levain (1997) chama esta relação de interna, pois é calculada relacionando a medida da base e a altura do próprio retângulo.

Karplus, Pulos e Stage (1983), em Levain (1997), demonstram, em suas pesquisas, que os sujeitos preferem utilizar relações internas em vez de externas. Porém, com duas questões apenas, não se tem elementos para inferir se é o contexto que determina o tipo de relação utilizada (a partir dos procedimentos frequentemente utilizados pelo professor ao ensinar proporcionalidade) ou se, independente do contexto, a preferência dos alunos para resolver a questão deverá ser utilizando relações externas ou internas.

Agora, se no processo de cálculo, o aluno utilizou a regra de três sem usar diretamente o raciocínio proporcional, então ou há uma mecanização do processo e ele não empregará a forma de raciocínio discutida anteriormente ou já há uma sistematização do processo e o raciocínio proporcional poderá estar incluso na resolução de problemas com regra de três. Neste caso, nenhum dos alunos explicitou o cálculo pela regra de três.

Também foram verificadas dificuldades de interpretação da questão por parte dos alunos, pois houve respostas em branco e também respostas em que não houve compreensão do modo como eles pensaram ao resolver a questão. Os sete alunos restantes, do grupo de 16, ou resolveram de um modo que não ficou claro a sua forma de raciocinar na questão, ou deixaram esta questão em branco.

Questão 5:

Nesta questão, é apresentada a informação de que num mapa pode-se ler “2 cm para 1 quilômetro” e solicita-se então a escala deste mapa.

Objetivou-se verificar se existe uma construção conceitual da escala a partir dos procedimentos utilizados na resolução dos problemas. Também uma das hipóteses feitas previamente é a de que a utilização das frações equivalentes constitui um conceito que poderá estar implícito na estrutura cognitiva do sujeito e o qual ele poderá utilizá-lo para resolver este problema.

O surpreendente é que, em uma questão aparentemente fácil, sete dos 16 alunos deixaram a resposta em branco.

Embora nenhum dos alunos tenha expressado a razão entre as medidas de duas grandezas na mesma natureza, 3 alunos expressaram da forma mais correta, transformando a unidade quilômetro em metros e trabalhando com frações equivalentes, cujas respostas estão representadas abaixo:

“1 cm para 500 metros”

“1 cm equivale a 500 m ou 2 cm equivale a 1000 m”

“1 cm : 500 m”

Ou seja, a hipótese de que as frações equivalentes constituem um conceito que poderá estar implícito na estrutura cognitiva do sujeito e o qual ele poderá utilizá-lo para resolver este problema foi comprovada por parte destes alunos.

Outros alunos somente transcreveram o que foi escrito na questão ou fizeram desenhos da escala. Um desses alunos expressou da mesma forma que estão apresentadas nos mapas, desenhando um segmento de 2 cm (que corresponde a 1000 m).

A passagem para uma representação simbólica na forma fracionária foi feita por apenas 1 de um grupo de 16 alunos. Esse estudo comprova o que Levain verificou, ou seja, que a passagem de uma forma escrita de escala para a forma fracionária é uma operação particularmente complexa (1997).

A hipótese de que existe uma construção conceitual da escala a partir dos procedimentos utilizados na resolução dos problemas foi verificada apenas para um pequeno grupo de alunos e ainda não plenamente.

Quando solicitados a explicitar seu raciocínio, sete dos 16 alunos deixaram a resposta em branco. Dois dos que deram como resposta “a cada 2 cm é 1 km” afirmaram que não foi preciso fazer cálculos para resolver a questão. Dos que estavam mais distantes da representação de uma escala, um deles entende a palavra “por” como uma multiplicação e o restante não fica claro a forma de raciocinar na questão.

Dos que se aproximaram mais da representação de uma escala, ou seja, dentre os três alunos, dois deles afirmaram que dividiram por dois para resolver a questão e o outro respondeu com a operação “subtração”. Isto pode estar relacionado ao fato de o aluno utilizar um raciocínio aditivo ao invés de um raciocínio multiplicativo. Por outro lado, embora não se

possa afirmar de forma categórica, este aluno pode estar conceituando uma divisão como uma subtração sucessiva.

Com relação à questão “Você já trabalhou com um problema semelhante a este?”, 6 alunos afirmaram que não haviam trabalhado com problemas semelhantes a este, 4 alunos afirmaram que já trabalharam na disciplina de geografia, 4 alunos deixaram a questão em branco e 2 alunos afirmaram que já trabalharam na disciplina de matemática. Ou seja, metade desses alunos afirmou que já trabalhou com questões deste tipo na sala de aula. Embora tenha sido ensinado este conteúdo na 7ª série na disciplina de matemática, poucos alunos se lembraram de que já trabalharam com escalas em mapas.

Na questão “Você teve facilidade ou dificuldade para responder a questão 5”, 6 alunos acharam a questão difícil, 5 alunos deixaram a resposta em branco, 3 alunos acharam a questão fácil e 2 alunos consideraram a questão média. Embora o número dos estudantes que acharam fácil seja o mesmo dos que se aproximaram mais da resposta correta, cruzando os dados obtidos, verificou-se que a opção “facilidade” ou “dificuldade” de resolver a questão não tem relação com o fato de o aluno ter se saído melhor.

Questão 6:

Na questão 6, foi fornecida a informação de que um arquiteto representou a maquete de um prédio que possui 25 m de altura, através de uma pequena caixa de fósforos de altura 5 cm. Objetivou-se verificar se existe uma construção conceitual da escala a partir dos procedimentos utilizados na resolução dos problemas.

Na letra a), solicitou-se o número (operador multiplicativo) que se deve multiplicar a altura da caixa de fósforos para se obter a altura do prédio. Neste item, o aluno não precisava estabelecer uma relação de ampliação, e sim determinar qual é o operador multiplicativo, transformando adequadamente as unidades de medida.

Nesta atividade, a necessidade de deixar ambas (altura da maquete e altura do prédio) na mesma unidade de medida não é levada em conta pela maioria dos estudantes. Sete alunos afirmaram que para determinar a medida da altura do prédio, a medida da altura da caixa de fósforos deveria ser multiplicada por 5, sem levar em conta a necessidade de mudança de unidades. Quatro alunos deixaram a questão em branco e outros alunos não responderam adequadamente, sendo verificado pelas respostas também dificuldades de interpretação da questão, pois um dos alunos respondeu “acho que não” e apenas um aluno acertou totalmente a letra a) da questão.

Considerando que 25 é um múltiplo de 5, e isso simplifica bastante o problema, não foi apresentado procedimentos de cálculo na resolução da questão e sim somente a identificação do operador multiplicativo.

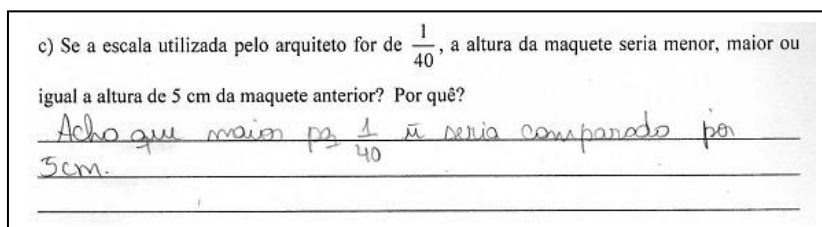
Na letra b), solicitou-se a escala utilizada pelo arquiteto. O aluno poderia perceber que a resposta é o inverso do resultado encontrado na letra a), ou então, sem relacionar com os resultados dados na letra a), estabelecer uma comparação entre os dois números dados no exercício.

Na letra c), apresentou-se uma nova escala utilizada pelo arquiteto ($\frac{1}{40}$) e solicitou-se que o aluno respondesse se a altura da maquete seria maior, menor ou igual a altura de 5 cm da maquete anterior.

A hipótese inicial sobre a letra c) desta questão teve como entendimento de que é pouco provável que os alunos já disponham de um processo automatizado. A interpretação desse problema poderia ser incompleta e dependeria do repertório de esquemas mobilizáveis pelo sujeito, bem como da sua adaptação às características inerentes à tarefa. Este item envolveu duas comparações que se dão de forma inversa, ou seja, quanto maior o número que estiver no denominador, menor será a representação figural do objeto maquete.

Devido à dificuldade apresentada na resolução da questão apresentada na letra a), os alunos apresentam nas letras b) e c) piores níveis de desempenho, pois os níveis conceituais exigidos são mais elevados. O mesmo aluno que acertou a letra a) obteve sucesso na letra b) e os demais não acertaram a letra b), mesmo aqueles que acertaram parcialmente a letra a), não verificando que o resultado era o inverso do resultado encontrado na letra a).

Na letra c), nenhum aluno apresentou resolução correta. Embora um dos alunos tenha acertadamente colocado que a maquete seria maior que a anterior, a explicação dada não apresenta argumentos convincentes:



A grande maioria dos alunos considerou a questão difícil, tendo inclusive a deixado em branco, e isto leva a concluir que um fator de dificuldade foi a interpretação da questão, mas que está também relacionado ao fato de que o sujeito não dispõe das competências necessárias para resolver a situação.

4.1.7 Do questionário relacionado à utilização do computador

O questionário referente à utilização do computador continha oito questões (Apêndice G), sendo quatro questões fechadas e quatro abertas. Teve como objetivo verificar se o aluno possuía familiaridade com o computador e de que forma ele era utilizado. Também foi verificado se havia um interesse prévio de o aluno em participar da pesquisa, aprendendo um pouco mais matemática utilizando o computador.

A partir das respostas obtidas, cada questão foi tabulada e abaixo seguem os dados referentes aos itens pesquisados seguido de uma análise sobre o possível significado desses números. Uma das questões era: “Você utiliza o computador com frequência?”. A seguir, apresenta-se um gráfico referente às respostas dadas pelos alunos:

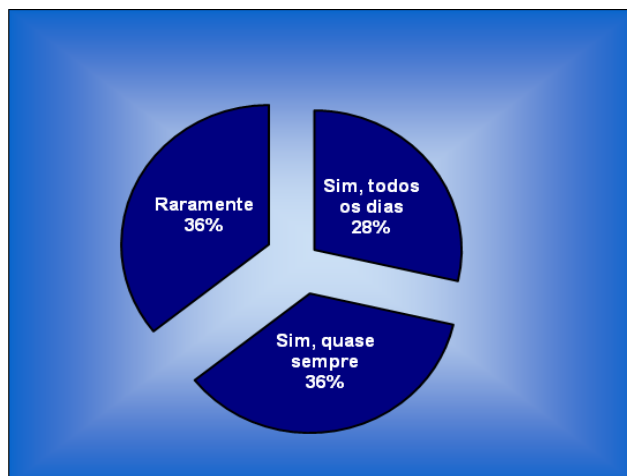


Figura 36: Frequência de utilização do computador.

Observa-se que a grande maioria utiliza o computador quase sempre ou raramente, seguido de todos os dias. Nenhum aluno escolheu o item “Não, pois não sei utilizar o computador”. Embora a escola esteja situada em uma zona rural, distante de grandes centros urbanos, percebe-se que a maioria dos alunos tem conhecimentos básicos relacionados à utilização do computador, embora uma percentagem considerável tenha colocado que raramente o utiliza.

Os grandes centros urbanos estão enfrentando graves crises no desequilíbrio ambiental, com a grande concentração de pessoas e a degradação ambiental, afetando a qualidade de vida das pessoas. A tecnologia pode exercer um papel importante no desenvolvimento de possíveis soluções para a zona rural, pois muitos são os que vão embora, em direção à zona urbana para estudar ou trabalhar (GRAEML; GRAEML; GRAEML; 2004).

A possibilidade de ter acesso a informações disponibilizadas pela internet, de estudar e divertir, comunicando-se e interagindo com pessoas que moram em lugares afastados umas das outras, permite uma socialização e uma interação maior, e isto poderá se refletir no caminho inverso, ou seja, as pessoas saem dos grandes centros em busca de qualidade de vida.

Com relação à questão “Você tem computador em casa?”, tem-se a seguir as respostas tabuladas apresentadas pelos sujeitos:

Tabela 1: Frequência dos alunos que possuem computador em casa

<i>Opção escolhida</i>	<i>Número de alunos</i>
<i>Sim, com conexão à internet</i>	5
<i>Sim, sem conexão à internet</i>	4
<i>Não</i>	5
<i>Não respondeu</i>	2

Embora não tenha sido colocada uma questão específica relacionada à utilização do computador em sala de aula, ao analisar os dados relacionados à questão 2, percebeu-se que os alunos que utilizavam o computador com mais frequência (possibilidades quase sempre ou todos os dias) eram, em sua maioria, os mesmos que possuíam computador em casa.

Confrontando os dados da tabela 1 com os dados da figura 36, percebe-se que muitos alunos buscaram outros meios de utilizar o computador, seja na escola ou na casa de amigos, embora sem computador em casa.

Com relação ao local onde aprenderam a utilizar o computador:

Tabela 2: Local em que aprenderam a utilizar o computador

<i>Opção escolhida</i>	<i>Número de alunos</i>
<i>Na escola</i>	3
<i>Mexendo sozinho, em casa</i>	4
<i>Em cursos</i>	4
<i>Na casa de um amigo, ele me ensinando</i>	2
<i>Outros</i>	1
<i>Não respondeu</i>	2

A opção escolhida “na escola” não dá maiores evidências se o aluno aprendeu com a orientação de um professor, durante o intervalo do recreio ou em outros horários livres. Mas pode-se inferir que uma porcentagem consideravelmente alta (71%) aprendeu a utilizar o

computador em outros locais que não em cursos, o que demonstra que existe muita motivação por parte dos alunos em aprender a utilizar o computador, mesmo que sozinho, devido às inúmeras possibilidades que a tecnologia oferece.

Na questão 4, o aluno deveria escolher três alternativas de acordo com a maior frequência com que utiliza o computador, colocando o número 1 para a opção mais frequente, 2 para opção intermediária e 3 para a opção menos frequente. Obteve-se o seguinte:

Tabela 3: Finalidade da utilização do computador

<i>Finalidade</i>	<i>Opção 1 (mais frequente)</i>	<i>Opção 2 (intermediária)</i>	<i>Opção 3 (menos frequente)</i>
<i>Jogar(jogos)</i>	10	1	-
<i>Atualizar-me sobre notícias</i>	-	1	3
<i>Fazer pesquisas na internet</i>	-	3	2
<i>Comunicar-me com os amigos</i>	2	5	3
<i>Estudar</i>	-	2	4

Vale ressaltar que 4 alunos ou deixaram a questão em branco ou escolheram mais do que três opções, não numerando de acordo com a maior frequência de utilização para cada alternativa.

Verificou-se que a grande maioria tem como finalidade a opção “jogar (jogos)” e comunicar-se com os amigos, evidenciando a utilização do computador prioritariamente para o lazer, o que é preocupante. Se considerada somente a frequência em cada finalidade, sem destacar a ordem de importância, tem-se o seguinte:

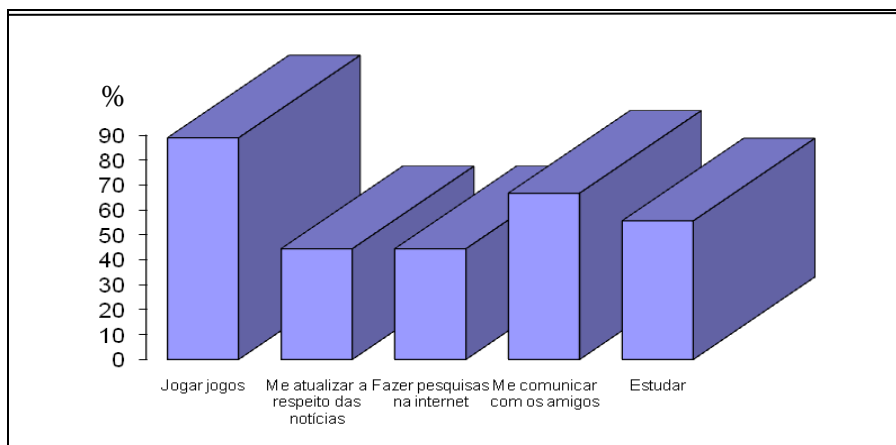


Figura 37: Finalidade com que usa o computador.

Percebe-se, como observado em contato frequente com os professores que atuam no ensino fundamental e médio, que a formação dos professores está longe de permitir que a tecnologia seja adotada de forma que sejam exploradas todas as suas potencialidades. Dentre inúmeros fatores (sistema, funcionamento, estrutura física da escola etc.), a prática da informática na escola, muitas vezes, distancia-se de seu caráter pedagógico (GOMES, 2004).

Desta forma, é necessário um novo direcionamento para a finalidade da utilização do computador por parte dos alunos, pois usá-lo com prioridade para lazer é desconsiderar suas potencialidades quando voltadas à aprendizagem dos conteúdos.

Até então, os alunos usavam lápis e papel para estudar e fazer suas tarefas. Considerando que o computador é bastante atrativo para os alunos, é necessário elaborar propostas de atividades educativas que contemplem a pesquisa, o desenvolvimento lógico, a busca por outros métodos de solução, dando menos ênfase aos exaustivos cálculos mecânicos e maior ênfase às tarefas que lhe exigem um pensar crítico e reflexivo. A máquina deve estar a serviço do homem, minimizando trabalhos manualmente cansativos, a fim de não só agilizar processos, mas permitir que se dê um enfoque maior a outras abordagens e que direcionem o aluno mais à reflexão do que à memorização (BERLEZE, 2007, p. 43).

Percebe-se, por parte de alguns professores da escola, o interesse em utilizar objetos de aprendizagem, existindo inclusive um projeto da escola municipal em convênio com a UNIFRA que abrange os professores das séries iniciais, em que se enfatizam metodologias de ensino-aprendizagem para a utilização dos objetos de aprendizagem do RIVED.

Na questão 5, foi solicitado que os alunos respondessem a forma de utilizar o computador para estudar. Dos 9 respondentes, 6 colocaram que estudam através de pesquisas realizadas na internet, 1 deles colocou que não estuda utilizando o computador, outro colocou para

jogar enquanto que apenas 1 aluno respondeu “escrevendo textos, jogando jogos de somar, responder, etc”. Ou seja, os alunos utilizam de forma quase que única o computador para fazer trabalhos em que se necessita pesquisar dados na internet.

Pelas respostas, pode-se concluir que os alunos desconhecem as potencialidades dos softwares disponíveis criados especialmente para o ensino de matemática: softwares gráficos (Winplot, Mathgv, Graphmatica, Grafeq), de geometria dinâmica (Cabri, Cinderella, Régua e Compasso, Wingeom), recreação (Torre de Hanói, Tangram) ou até mesmo a planilha de cálculo (Excel, plataforma Windows e Calc, BrOffice), sendo que os últimos, embora não tenham sido planejados para educação, apresentam-se com potencialidades para uso no ensino de matemática⁴⁴.

Na questão 6, o aluno é questionado sobre a utilização do computador para aprender conteúdos de matemática. Têm-se o seguinte:

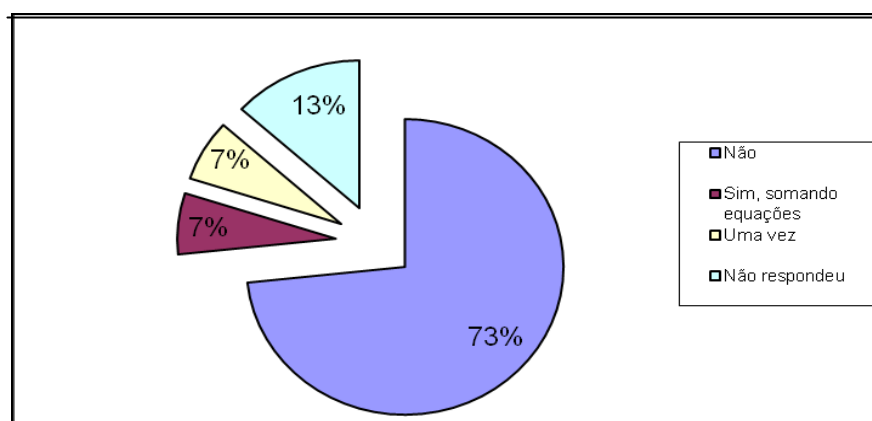


Figura 38: Respostas dos alunos sobre se uso do computador para aprender Matemática.

Ou seja, pode-se afirmar que a maioria nunca utilizou o computador para aprender matemática, seja em casa ou na escola. Mais uma vez se comprova que o computador vem sendo utilizado quase que unicamente para o lazer.

Na questão 7, se o aluno respondeu que sim na pergunta anterior, ele deveria colocar de que forma. Obteve-se uma única resposta:

“somando, subtraindo, multiplicando e dividindo, etc.”

Ou seja, ele explicitou o que faz, mas não de que forma o faz.

⁴⁴Na página da Educação Matemática e Tecnologia Informática (EDUMATEC), da UFRGS tem-se disponível vários softwares livres para download, com sugestões de atividades que podem servir como ponto de partida para trabalhos em sala de aula, além de vários artigos que versam sobre o assunto: <http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/index.php>.

Quando questionados sobre a possibilidade de aprenderem conteúdos de matemática utilizando o computador, os alunos se mostraram bastante receptivos. Apenas um respondeu “não sei” e outro deixou a resposta em branco.

Aqui se abre um espaço para a inovação das práticas pedagógicas, pois embora a tecnologia esteja presente em diversos contextos (bancos, lojas, mercados, hospitais,...), a escola (e os professores) ainda não se apropriou destes recursos. A escola, como espaço de pesquisa e de construção do saber, tem relegado esta importante função, sendo que, em muitas, os únicos computadores disponíveis são para serem utilizados em serviços de secretaria.

4.1.8. Resumo da análise prévia

Nesta primeira etapa, foi verificado como se dá o ensino habitual do conteúdo de proporcionalidade, sendo analisados os obstáculos epistemológicos que marcaram a evolução dos conceitos e foi realizado também um esclarecimento com relação aos efeitos do ensino tradicional. Foram analisados os conceitos espontâneos e científicos que os alunos trazem sobre proporcionalidade, a partir da resolução de questões que foram aplicadas, objetivando compreender as condições da realidade local. Para fundamentar esta análise, foi aplicado um questionário referente à forma como o aluno utiliza o computador, verificando se sua utilização é voltada para a aprendizagem dos conteúdos.

Na análise das respostas do questionário referente aos problemas envolvendo a proporcionalidade, verificou-se que os alunos têm dificuldades relacionadas:

- À representação do conhecimento, de forma a explicitá-lo, utilizando a linguagem natural ou simbólica;
- À interpretação de enunciados;
- A conservação da forma numa ampliação ou redução de uma figura;
- Ao desconhecimento do significado da palavra “escala”;
- Ao fato de utilizar, em determinadas situações, a operação adição ao invés da operação multiplicação na resolução de problemas envolvendo a proporcionalidade;
- Em trabalhar com números decimais ou fracionários;
- À passagem de uma forma escrita de escala para a forma fracionária;
- À falta de uma construção conceitual de escala.

Para terminar este item relacionado à análise prévia, o fato de que a maioria dos alunos deste grupo não lembrar dos conceitos implícitos ao resolver problemas da escala e de pro-

porcionalidade, reforçam a ideia de que os conceitos relevantes para a formação matemática devem ser abordados de uma forma contínua, desde a fase inicial da formação escolar, sendo reinvestida e aprofundada esta noção à medida que os alunos avançam nas séries, trabalhando com situações em que se apresentam vários conceitos.

4.2 CONCEPÇÃO E ANÁLISE A PRIORI

Na análise prévia, foram buscadas as razões do estado do ensino usual, discutindo as causas e suas dificuldades para uma efetiva mudança de estado. A partir dos resultados obtidos na análise prévia, é apresentado um delineamento das escolhas efetuadas no âmbito global (mais amplo) e no âmbito local, descrevendo as situações e justificando estas escolhas.

Considera-se, do ponto de vista didático, que o ensino usual de proporcionalidade está centrado na regra de três, cujo funcionamento parece pouco satisfatório por razões já apontadas na análise a priori. Acredita-se que deve ser dada mais ênfase ao raciocínio proporcional na resolução das atividades sem centrar-se simplesmente na aplicação de um algoritmo em que a utilização de softwares educativos contribui para um novo ponto de equilíbrio, trabalhando com situações que possuem a finalidade de auxiliar no processo de construção do conhecimento, propiciando, assim, uma melhora na aprendizagem.

Acredita-se que, com este conjunto de ações, o aluno ampliará suas interpretações nas situações e o domínio da experiência, ampliando também a classe de situações de que ele dispõe, no seu repertório, das competências necessárias ao tratamento da situação. Em outras palavras, o conceito de proporcionalidade será progressivamente apreendido, sendo que os indivíduos dominarão mais as propriedades do conceito, as formas possíveis de representação e as relações com situações diversas.

Com relação às variáveis globais, ou seja, à organização geral da engenharia didática, as escolhas se referem a:

- Utilizar computadores e *softwares* educativos, fazendo a opção pelos softwares livres, por não implicar em custo para a escola já que é pública e também escolher os de fácil manuseio.

Para utilizar os softwares educativos, usando a teoria dos campos conceituais e visando analisar a construção dos conceitos de proporcionalidade, observa-se que a maioria dos softwares destinados à educação matemática não apresentam situações que evoquem uma abrangência considerável de um campo conceitual específico (GOMES, 2004).

Frente a esta problemática, os dispositivos utilizados para a aquisição de conhecimento relacionado às estruturas multiplicativas e a proporcionalidade foram constituídos de objetos materiais (maquetes, molas, moedas, folhas de papel) e virtuais (excel ou calc, objetos de aprendizagem criado pelo grupo de pesquisa RIVED/UNIFRA, blog, vídeo, software Régua e Compasso, software geoplano), com a criação de situações que suscitasse a curiosidade, a busca de respostas aos questionamentos que surgiram, em que os problemas, em sua maioria, eram aplicados à realidade.

- Trabalhar, em sala de aula, procurando conectar a tela e o papel, propondo questões e criando espaço para que eles também proponham questões.
- Considerar os tópicos dos programas de ensino que são tratados nos conteúdos curriculares como uma escolha em que conceitos se articulam, localizando outros conceitos relacionados à proporcionalidade e que contribuem para lhe dar significado. No campo conceitual da proporcionalidade, abordar uma enorme variedade de situações já que um conceito deve ser provado em situações variadas e envolvem diversos procedimentos de resolução.

O planejamento das atividades da fase de experimentação baseou-se em leituras e análises de livros didáticos, do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD/2008), dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN/1998) e também em pesquisas cujo foco de estudo está relacionado ao desenvolvimento dos conceitos de proporcionalidade, como em Vergnaud (1993; 2001; 2008) e Carraher (1986).

- Na experimentação, proporcionar a participação efetiva e ativa do aluno em seu processo construtivo, valorizando os conceitos espontâneos e científicos que o aluno traz de suas experiências pessoais e de sua aprendizagem escolar, promovendo as interações entre aluno-aluno e aluno-professor no sentido de qualificar a aprendizagem dos alunos. Situações adidáticas surgem, sendo o aluno responsável pela construção de seu conhecimento, com ele tomando para si a responsabilidade pela resolução de um problema.
- Tendo em vista que o desenvolvimento dos conceitos é um caminho complexo, analisar as condutas dos alunos em situação, as suas formulações, os seus procedimentos de resolução.

A partir da diversidade de situações problemas, de procedimentos e representações simbólicas que o aluno vai se confrontar, identificaram-se os invariantes operatórios implícitos, que entram em jogo no momento da ação sobre um objeto ou problema, muitas vezes, difíceis de serem expressos pelos indivíduos.

Os conceitos de razão, proporção, números decimais, frações, dentre outros conceitos relacionados que estão implícitos na estrutura cognitiva dos sujeitos, se explicitados, apresen-

tam invariantes operatórios que podem estar de acordo com os conceitos aceitos pela comunidade científica. Analisar estes invariantes na resolução de atividades utilizando softwares educativos contribui para o aprimoramento das pesquisas relacionadas à construção dos conceitos de proporcionalidade.

A partir das escolhas globais, foi planejado um conjunto de ações que estão relacionados às escolhas locais. Este planejamento foi desenvolvido em sete encontros, de quatro horas aula cada um, sendo que com a aplicação do questionário (análise prévia), tem-se um total de 30 horas aula. As ações foram organizadas prevendo comportamentos possíveis, relacionando o conteúdo focado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão dos conceitos de proporcionalidade (PAIS, 2005).

4.2.1 Hipóteses

As hipóteses formuladas estão diretamente relacionadas com os objetivos propostos nesta tese e elas são comparadas com os resultados finais, contribuindo para o processo de validação da Engenharia Didática. Para efeitos de validação, as hipóteses consideradas não são muito amplas, pois demandariam um processo de aprendizagem de longo prazo, e isto teria de ser analisado não em um ou dois anos e sim em um período maior de tempo, visto que a aprendizagem dos conceitos, para se realizar de forma completa, demanda um longo período de tempo.

Essas hipóteses foram checadas durante a fase de experimentação, pois é preciso verificar se elas são realmente válidas e se há a necessidade de replanejar a sequência de ações, verificando se o plano funciona.

Neste caso, as hipóteses foram assim formuladas:

- Em nível cognitivo, com este conjunto de ações, os alunos adquirirão conhecimentos sobre proporcionalidade que vai além de uma mera aplicação de um algoritmo que é a regra de três.
- Os conhecimentos mobilizados pelo sujeito em ação, em um meio informatizado, amplia as possibilidades de utilização quando comparado com o que é tratado nos livros didáticos, favorecendo que o aluno trabalhe com uma maior quantidade de conceitos de forma articulada.
- A falta de familiaridade dos alunos com os softwares utilizados pode ser superada com a escolha de softwares com uma interface intuitiva, não necessitando que os participantes se envolvam demasiadamente na aprendizagem do software e sim na aprendizagem dos conceitos de proporcionalidade presentes nas atividades.

Como colocado no capítulo 2.2, a análise de uma situação de ensino requer a consideração simultânea de três aspectos, a saber: o conteúdo em questão (ou campo do saber), o aluno ao qual se destina tal conteúdo e o professor que se dispõe a ensiná-lo. Todos estes aspectos estão sendo considerados quando se leva em conta as quatro etapas da Engenharia Didática.

4.3 EXPERIMENTAÇÃO, IMPLEMENTAÇÃO DA EXPERIÊNCIA OU APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

As aulas da fase da experimentação foram realizadas nos meses de outubro e novembro, no turno inverso ao período de aula, ou seja, durante o período da tarde.

Foram escolhidos para analisar os dados quatro duplas de alunos e um aluno que preferiu trabalhar sozinho e o critério de escolha foi devido ao fato de eles terem maior frequência aos encontros. A escolha das duplas se deu de forma livre, ou seja, cada aluno teve a liberdade de escolher a sua dupla. O critério de os alunos trabalharem em duplas se deve à importância do trabalho em grupo, no qual trocam informações, possibilitando situações em que são ampliados os conceitos que estão sendo trabalhados.

Inicialmente, o grupo que compareceu às atividades era pequeno, aumentando à medida que o tempo passava. A participação do aluno se deu de livre e espontânea vontade, e como as aulas eram no turno da tarde e não valeria “nota” para as aulas de matemática, teve-se a convicção de que se ele gostasse e se interessasse pelo que estava fazendo, viria espontaneamente, sem a necessidade de uma recompensa que fosse a “nota” e sim simplesmente porque aquilo que estava fazendo de certa forma era prazeroso e fazia sentido para a compreensão dos conteúdos matemáticos estudados.

Os alunos foram codificados com as letras do alfabeto e a frequência deles aos encontros foi assim constituída:

A e B: Compareceram em todas as aulas.

C e D: Faltaram dois encontros.

E e F: Compareceram em todas as aulas.

G e H: Faltaram dois encontros.

I: Faltou um encontro.

Como a produção dos alunos também é objeto de análise neste trabalho, foi criada uma pasta em cada computador para cada dupla de alunos em que eles salvavam suas produ-

ções. Também os alunos respondiam, em folhas, alguns questionamentos e para complementar foram realizadas filmagens e fotografias. Foram realizadas algumas atividades on-line com a produção de um blog da turma, a construção dos blogs de cada dupla e o trabalho com o Google Maps, em que estas duas últimas não foram efetivamente alcançadas por todos pois a internet era de baixa velocidade, fazendo com que a realização de atividades on line não fossem realizadas de forma agradável. Devido a esse fator, a análise dos blogs construídos e das atividades com o Google Maps não foram realizadas.

Segue a tela de apresentação do blog da turma:

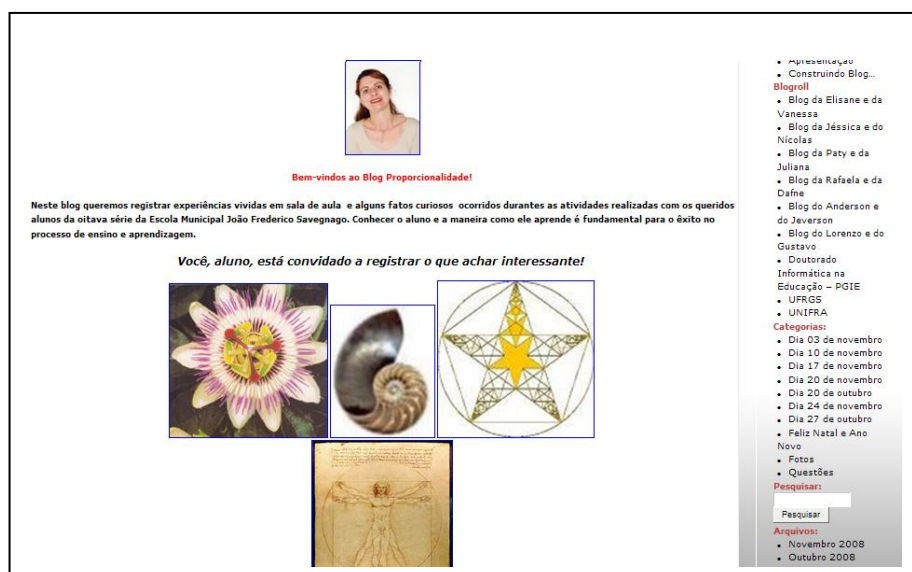


Figura 39: Página de apresentação do blog “Proporcionalidade”.

Nele se têm todas as atividades realizadas, bem como vários comentários dos alunos sobre as atividades desenvolvidas e uma enquete criada nas últimas aulas para verificar a percepção deles sobre a utilização do computador nas aulas. O blog contribuiu como um recurso motivador, pois os alunos se sentiam orgulhosos com seus comentários postados e com as fotos disponibilizadas em cada aula, referente aos trabalhos em grupo. Também o fato de as aulas ficarem previamente disponíveis no blog, permitia que o aluno soubesse com antecedência o que seria tratado.

As aulas tinham a seguinte dinâmica: a partir de atividades propostas ao aluno e o envolvimento deles com estas experiências, os conteúdos eram sistematizados; ou então, os conteúdos eram introduzidos através da utilização dos softwares educativos em que envolviam o diálogo e a interação com o aluno por meio de questões e atividades em que se possibilitava a sistematização gradual dos conteúdos. Sempre ao término da atividade, proporcionava-se a discussão no grande grupo, com a sistematização das ideias envolvidas nas atividades, em que

os alunos colocavam o seu entendimento sobre o que estava sendo tratado. O aluno, ao refletir sobre como pensou para chegar à resposta e colocar isso aos seus colegas, organiza o seu pensamento, compartilhando e socializando o resultado da produção do seu conhecimento.

Para a construção dos conceitos, inicialmente, de forma espontânea, os alunos os expressavam em cada dupla ou trocando ideias entre as duplas e, a partir de suas concepções, era estabelecido um diálogo com o professor intervindo quando necessário de forma a discutir sobre os aspectos, particularidades e generalidades que se apresentam em determinada situação de tal forma que os conceitos espontâneos fossem reconstruídos em um novo patamar, indo em direção aos conceitos científicos.

No ensino de uma maneira geral (não só da matemática), a proposta metodológica mais utilizada é a que introduz o conteúdo com explanação teórica, seguida de exemplos e atividades de aplicação propostas aos alunos (PNLD, 2008). Becker (1993), em sua pesquisa relacionada à epistemologia do professor, questiona sobre o que é o conhecimento para o professor e qual a relação entre esta concepção epistemológica e sua prática pedagógica. A proposta metodológica utilizada por grande parte dos professores considera o sujeito da aprendizagem como uma *tábula rasa*, em que o professor, detentor do conhecimento, transmite o conteúdo a quem não o sabe.

Piaget tem uma frase célebre que resume o que está sendo dito: “Tudo o que a gente ensina a uma criança, a criança não pode mais, ela mesma, descobrir ou inventar”. A proposta utilizada está embasada nos estudos em Didática da Matemática em que se objetivou inverter o modelo “eu aprendo, eu aplico” para “eu aplico, eu aprendo”.

Partiu-se do pressuposto de que o entendimento de cada situação vivenciada pelo aluno fará com que ele progrida em termos de argumentos, composições operatórias e raciocínio inferencial. Procurou-se sempre, durante o desenvolvimento das atividades, estimular o questionamento nos problemas ocorridos na experiência, deixando que o aluno proponha soluções, retornando aos estudantes perguntas formuladas por seus colegas, etc., permitindo, assim, o desenvolvimento de uma saudável atitude crítica e a ampliação das composições operatórias que constituem o raciocínio lógico (FERRETTI, 2007).

Para isso, os conceitos empíricos e espontâneos foram postos em discussão, para que possam ser reelaborados. O professor não pode apresentar o conteúdo de forma pronta e acabada, sem oportunizar a reflexão, pois os alunos irão demonstrar resistências aos novos conceitos que surgem. É através de um processo dialético que características particulares podem ser abstraídas e generalizadas, sendo certas particularidades descartadas nesta generalização,

em que os alunos constroem conceitos que são institucionalizados, ou seja, eles atribuem um valor que vai além das exigências de cada tarefa.

Como a operacionalidade de um conceito deve ser provada através de situações variadas, foram criadas diversas situações buscando analisar a existência de diversos comportamentos e esquemas. Os alunos trabalharam com diversos problemas práticos e teóricos, pois o conceito de proporção envolve várias propriedades, cuja pertinência variou de acordo com as situações apresentadas.

Para a análise dos dados, a atenção foi focada nas interações entre os pares, registradas nas filmagens, nas colocações no blog ou nos registros das respostas dadas nas atividades. Também foi aplicado um questionário no último dia de aula como instrumento de apreciação do projeto pelos alunos, que está no apêndice O. Para a realização da filmagem e das e fotografias, contou-se com a participação de um aluno do curso de Matemática da UNIFRA. Com relação ao pessoal de apoio nos laboratórios, tem-se a participação de dois funcionários da prefeitura municipal de Silveira Martins.

Apresenta-se a seguir um quadro-resumo com os sete encontros desenvolvidos em cada aula e a duração da atividade:

Dia do Encontro	Duração	Atividade
20 de outubro	3 horas aula	Maquetes
20 de outubro	1 hora aula	Vídeo Razão e Proporção
27 de outubro	2 horas aula	Objeto de Aprendizagem: Proporcionalidade e Semelhança
27 de outubro e 3 de novembro	6 horas aula	Geoplano
10 de novembro	4 horas aula	Planilha Eletrônica
17 de novembro	2 horas aula	Objeto de Aprendizagem A Matemática das Plantas de Casas e Mapas
17 e 20 de novembro	4 horas aula	Blogs
24 de novembro	4 horas aula	Régua e Compasso
1 de dezembro	2 horas aula	Avaliação do projeto

Quadro 2: Quadro-resumo das atividades

4.4 ANÁLISES *A PRIORI* E *A POSTERIORI*

Neste item, apresento as análises *a priori* e *a posteriori* para cada atividade realizada, como consta na metodologia da Engenharia Didática.

Atividade 1:

Os alunos se reuniram em dois grandes grupos e distribuí duas maquetes em cada grupo, sendo que eles deveriam escolher uma das maquetes. Apresento abaixo as maquetes escolhidas pelos grupos:



Figura 40: Maquete da Igreja



Figura 41: Maquete do ambiente interno

Após, fiz o seguinte questionamento: Vocês são os construtores e/ o engenheiro ou o arquiteto deu para vocês estas maquetes? Como construir estas obras?

Análise a Priori:

Sem colocar a palavra “escala”, nesta atividade introdutória, objetivei analisar se os alunos, partindo de seus conceitos espontâneos, compreendem a questão e entendem que, para construir as obras, necessitam saber quais são as dimensões de todas as partes que constituem a “Igreja” e o “ambiente interno de uma residência”. Constitui conceito implícito a escala que necessita ser determinada, mas que não é necessário que ela seja explicitada. Trabalhar com números decimais, mudança de unidades e áreas é necessário para que ele obtenha êxito na questão.

Análise a Posteriori:

Do grupo que escolheu a Igreja: Primeiro, os alunos colocaram que era necessário plainar o terreno para então proceder à construção. Pensaram que, para construí-la, precisavam descobrir suas medidas e, então, procederam a medição da maquete da igreja.



Figura 42: Alunos descobrindo as medidas da maquete.

Os alunos começaram a anotar em um papel as medições dadas em centímetros. Diante destas anotações, indaguei:

Professor: Vocês vão construir esta Igreja, não?

Alunos: Sim.

Professor: O que vocês têm que fazer? A Igreja construída será do tamanho da maquete?

Aluno₁: Não. (pensou...) Tenho que transformar as medidas para metros⁴⁵.

Professor: Por exemplo, vocês anotaram 21 cm como comprimento. Esta medida em metros é... Vai dar um metro?

Aluno₁: Não, vai dar 21 cm.

Professor: Esta medida é pequena ou é grande?

Aluno₂: Pequena.

Professor: O que vocês têm que fazer?

Aluno₃: Aumentar para metros.

Na primeira colocação dos alunos, eles simplesmente falaram em transformação de medidas em que poderiam ter transformado 21 cm em metros. Como esta afirmação não resolveria o problema, indaguei sobre o tamanho da dimensão em que, na segunda intervenção, os alunos já modificaram suas constatações: Além de trabalhar com a unidade “metros”, devem aumentar a dimensão da largura da maquete. Indaguei então:

Professor: Se eu quisesse saber a altura de uma igreja... quantos metros tem mais ou menos a altura de uma igreja, sem o telhado?

Alunos: Não sei.

Professor: Quando vocês não sabem, o que vocês podem fazer então?

Aluno₁: Poderíamos medir a altura desta sala de aula.

⁴⁵A nomenclatura adotada: aluno₁, aluno₂ ou aluno₃ é realizada somente para identificar as diferentes falas dos alunos, pois como eles estão trabalhando em dois grandes grupos, as duplas não são identificadas.

Aluno₂: Mas a altura da Igreja não seria maior?

Professor: E a altura da casa de vocês, quanto seria?

Aluno₁: A minha? Em torno de 2 e pouco a 3 metros.

A seguir, os alunos discutiram qual seria a altura de uma Igreja e pensaram que, como o pé direito da casa (expliquei para eles o significado de “pé direito”) é geralmente em torno de 3 m (para isto, resolveram medir a altura da sala onde se encontravam) , a altura da Igreja seria maior. Como a altura da maquete da Igreja era de 5,5 cm, então pensaram que a altura da Igreja (sem o telhado e a torre) poderia ser de 5,5 m.

Embora não formalizassem a escala, estabeleceram implicitamente que a escala seria 1 cm por 1 m. E então continuaram a medir a Igreja, sua largura e também as dimensões das várias janelas e portas da Igreja. O interessante é que, em uma tarefa aparentemente simples, surgiam várias discussões tais como:

-Uma das janelas era redonda. O que era necessário medir: o raio ou o comprimento da circunferência?

-Uma das partes que compõe a torre é formada por um paralelepípedo. Esse sólido geométrico foi chamado por um dos alunos como retângulo. Neste momento, fiz uma intervenção, falando um pouco de alguns sólidos geométricos e de suas características;

- Outra parte da torre (sua extremidade) era uma pirâmide. Como medir a altura desta pirâmide? Um dos alunos estava medindo o apótema da pirâmide e chamava de altura, embora no desenho a representação se desse de maneira diferente, como se pode verificar no desenho abaixo:

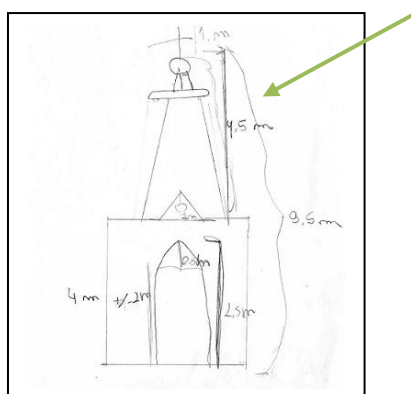


Figura 43: Desenho da Igreja vista de frente.

Isto já seria um motivo para uma discussão epistemológica: a diferença entre as constatações do sujeito ao pensar sobre o problema e sua representação no papel. Porém, nesta

tese, como meu foco de trabalho está centrado na proporcionalidade, teria então outro trabalho de pesquisa que poderá ser realizado futuramente.

Para o telhado, o aluno desenhou um triângulo para quem vê a Igreja de frente. Perguntei então como se chama este triângulo. Eles se lembraram que era o triângulo retângulo, pois estavam estudando o teorema de Pitágoras. O caimento do telhado estava relacionado com a hipotenusa desse triângulo retângulo.

Do grupo que escolheu o ambiente interno de uma residência:



Figura 44: Alunos calculando a quantidade de material.

A discussão já começou diferente... Primeiramente, eles começaram a calcular quanto de material ia para fazer o ambiente, começando pelo chão e como a área possui $6 \times 6 = 36$ pisos, então afirmaram que era necessário 36 pisos (ou 36 ladrilhos).

Professora: Alguém vai morar nesta residência que vocês vão construir, não? (risos) Então, para morar nesta residência, o que vocês devem fazer?

Aluno₁: Trinta e seis então precisam ser de 1m cada piso, 1 m^2 . Não é? Trinta e seis metros quadrados...

Professora: Quanto é 1 m^2 ?

Aluno₁: 1 m^2 (fez com os gestos a área que para ele representava 1 m^2).

Professora: Por exemplo, com a régua de 40 cm, vocês poderiam medir o piso do chão para verificar suas dimensões...

Aluno mede o piso:

Aluno₂: 42 centímetros.

Professora: Piso de 1 m^2 , que tamanho mais ou menos daria um piso de 1 m^2 ? (alunos dão risada...)

Aluno₁: Daria mais de 3 pisos...

Professora: Para 1 m^2 , quantos pisos dariam mais ou menos?

Aluno₁: 4 pisos.

Professor: Para ser mais preciso, o que vocês poderiam fazer?

Aluno₂: Se eu considerasse 50 cm cada piso, então $50 + 50$ daria 1m e a área seria 1m^2 .

Professor: E então, quantos pisos seriam para dar 1m^2 ?

Alunos: 4.

Aluno₃: Mas é 42 centímetros cada piso.

Aluno₁: Mas não vai ser muito pequena se for 36 pisos? (Aluno pensa então que o piso do ambiente deveria ter 42 cm de medida do lado).

Aluno₁: 42 vezes 42. Multiplica aí (falando para o aluno 1).

Os alunos continuaram interagindo, enquanto fui solicitada para contribuir com o outro grupo. Verifiquei que eles conseguiram determinar a escala, que desta vez foi explicitada, ou seja: 1 por 25 (1). Além de determinarem as dimensões dos móveis, piso

25

e escada, calcularam a área das figuras.

Depois da discussão em cada grupo, os alunos expuseram suas conclusões para todos os colegas. Os objetivos com a atividade foram plenamente realizados. Ou seja, os alunos conseguiram determinar (de forma explícita ou implícita) a escala das maquetes.

Nesta atividade, surgiram situações “adidáticas”, ou seja, situações que foram além dos objetivos que tracei inicialmente, provenientes da ação dos próprios estudantes.

O ensino de medidas de comprimento, capacidade, massa, espaço, tempo e volume não tem gerado aprendizagem, pois constato muitas dificuldades nos alunos do terceiro grau e também nesta situação em que os alunos não tinham noção da área ocupada por 1 m^2 . Embora o ente “unidades de comprimento” seja abstrato para o sujeito, pois não representa um objeto da realidade mas a medida de objetos em uma dimensão, estas dificuldades podem estar relacionadas com o fato de que não se trabalha com o sujeito processos de construção de medidas, seja usando unidades convencionais ou arbitrárias.

Ou seja, muitas vezes o aluno não têm a noção do comprimento de 1 metro, 1 decímetro ou outra unidade qualquer e muito menos do tamanho do espaço que representa 1 m^2 . Essas noções são fundamentais quando se quer trabalhar com escalas, pois a compreensão dos invariantes de medida como o uso de instrumentos de medida, dá suporte a raciocínios importantes relacionados a medições, gerando um melhor desempenho de crianças em tarefas de comparação de comprimentos (NUNES, LIGHT, MASON, 1993).

Também identifiquei invariantes operatórios, explícitos ou implícitos, utilizados na articulação entre a prática e a teoria, ou seja, entre a situação que os alunos enfrentaram e os conhecimentos em ação que eles possuem para poder resolvê-la. Entre os mais importantes conceitos-em-ação desenvolvidos pelos alunos, identifiquei os relacionados às grandezas e magnitude, razões e escala.

Surgiram várias discussões após a exposição das conclusões dos grupos. Por exemplo: como a escala utilizada na maquete do ambiente interno é 1:25 e a da Igreja é 1:100, pode-se afirmar que a escala utilizada na maquete do ambiente interno é maior ou menor do que a escala utilizada na igreja? Quantas vezes? E se a escala utilizada na maquete do ambiente interno fosse 1:200, a maquete seria menor ou maior do que a de 1:25? E se comparado com a da Igreja (1:100), a escala 1:200 seria maior ou menor? Quantas vezes?

Destaco que a atividade contribuiu bastante para o entendimento de escalas e de toda rede de conceitos relacionada com este conteúdo. Saliento também que a atividade com a maquete foi introdutória e integradora dos conceitos de proporcionalidade e escalas, pois a partir dela se deu sequência às outras atividades.

Para o desenvolvimento desta atividade e de outras, busquei ao máximo explorar o conhecimento prévio que o aluno traz de sua bagagem cultural e de suas experiências anteriores e, a partir daí, propus situações mais complexas que permitiram aprofundar um pouco mais os conteúdos que estão por trás das situações, sempre levando em conta o nível que os alunos se encontram em seu desenvolvimento cognitivo.

Atividade 2:

Para esta atividade, os alunos assistiram ao vídeo *Matemática na Vida: Razão e Proporção*, que está disponível no portal Domínio Público⁴⁶.

Disponibilizei para cada aluno um fone de ouvido, pois poderia causar dificuldade de entendimento e distração a possibilidade dele ouvir o som do vídeo do colega, já que estariam

⁴⁶O portal Domínio Público tem mais de 500 obras e é um ambiente virtual de livre acesso, que permite a coleta, a integração, a preservação e o compartilhamento de conhecimentos, possibilitando o acesso livre às obras literárias, artísticas e científicas, que estão disponíveis na forma de textos, sons, imagens e vídeos, o qual constitui um patrimônio cultural brasileiro e universal. Tem-se disponível a todos os usuários que utilizam a rede mundial de computadores – a INTERNET – uma biblioteca virtual, o qual é uma referência para professores, alunos, pesquisadores e demais elementos da população. O endereço eletrônico do portal domínio público é: < <http://www.dominiopublico.gov.br>>.

em partes distintas do vídeo. Também realizei download do vídeo previamente e coloquei nos computadores (estes em rede), pois devido à internet ter velocidade muito lenta, os alunos poderiam perder tempo acessando o vídeo.

Com o Windows Media Player, que consiste em um bom programa que suporta a maioria dos arquivos de áudio e vídeo existentes, o aluno pode dar “pause” ao assistir ao vídeo, avançando ou retrocedendo para anotar aspectos que considera importante.



Figura 45: Alunos assistindo ao vídeo.

Após assistir ao vídeo, o aluno discutiu com o colega (da dupla):

- Sobre que assunto o vídeo trata?
- Cite algumas situações que lhe chamaram a atenção no vídeo.
- Que aspecto/cena lhe chamou a atenção ou lhe trouxe curiosidade em pesquisar mais sobre o assunto? Por quê?
- Você acha que há alguma relação da filmagem realizada pelo personagem principal com a proporcionalidade? Por quê?

Análise a Priori e a Posteriori:

Nesta atividade, objectivei sensibilizar os alunos sobre um tema tão amplo que é a proporcionalidade. O vídeo retrata Euclides, um “cara” que usa uma câmera para filmar pessoas, animais, pinturas, obras de arte e entrevistar alguns especialistas: de culinária, de obras de arte, em construções de prédios, arquitetos, especialistas em efeitos especiais de filme. Inicialmente, Euclides coloca que ele vai confessar um segredo: Não sabe fazer contas de dividir sem a calculadora. E afirma que matemática não é sinônimo de fazer contas. Matemática é muito mais que isso. E então começa a dar exemplos de situações em que a proporcionalidade aparece: no acarajé da baiana, na massa de cimento do pedreiro, na maquete de um prédio, no cinema, nas obras de arte do século XIX.

Com este vídeo, objetivei mostrar a importância da proporcionalidade e suas diversas aplicações, despertando a curiosidade e a motivação para novos temas de pesquisa em que os alunos poderiam aprofundar algum assunto que o vídeo aborda nos blogs construídos pelas duplas. Devido à baixa velocidade da rede, poucos alunos conseguiram dar andamento aos seus blogs.

Atividade 3:

Para esta atividade, os alunos, em duplas, utilizaram o objeto de aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança, construído pelo grupo de pesquisa RIVED/UNIFRA. Este objeto apresenta várias atividades relacionadas à ampliação/redução de fotografias.

O objeto Proporcionalidade e Semelhança possui como página de abertura um problema em que Joãozinho necessita ampliar uma foto digital 3x4:

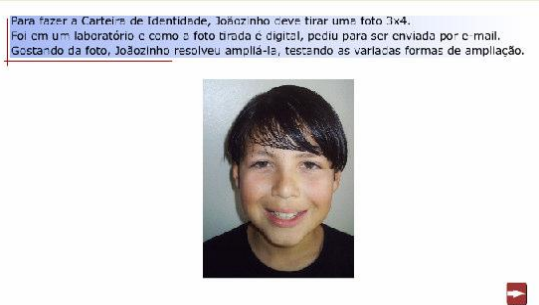


Figura 46: Página de abertura do objeto

Foi escolhido um menino da mesma faixa etária dos alunos que irão utilizar o objeto, para assim possibilitar uma prévia identificação do usuário com o objeto e o problema levantado. Para esta situação de ensino/aprendizagem, em particular, a foto é de um colega da turma.

Inicialmente, o aluno poderia ampliar ou reduzir a foto clicando nas setas “+” e “-” na vertical (ampliação ou redução somente na altura da foto) ou na horizontal (ampliação ou redução somente na largura da foto):

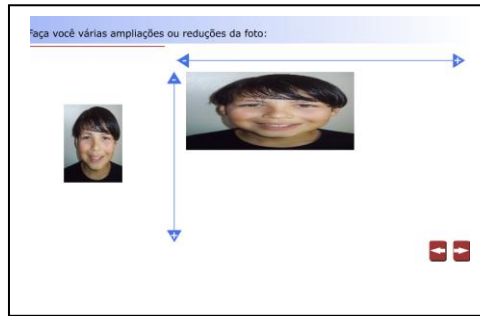


Figura 47: Ampliações/reduções da foto.

Verificando então que, se alterar somente a largura ou a altura da foto, o rosto do aluno não seria semelhante à foto original, ficando devidamente “achatado” ou “alongado”.

A partir da primeira atividade, bastante experimental, têm-se apresentadas as condições para que a foto seja uma ampliação ou redução da foto original:

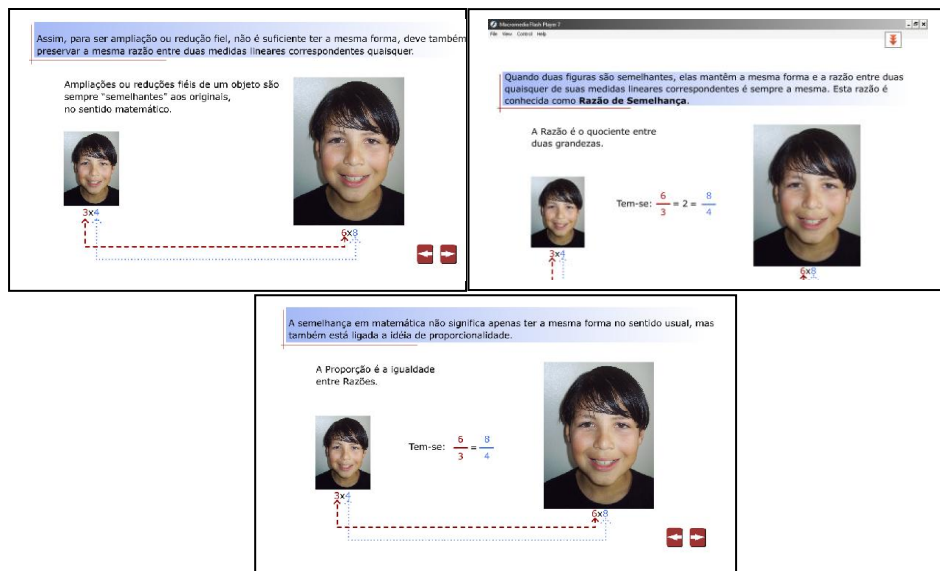


Figura 48: Condições para que as fotos sejam semelhantes.

Seguiu-se uma sequência de atividades sempre tendo como base a foto original, de dimensões 3x4:

- 1) A largura é 6 cm e a altura é 8 cm. Por quanto foi multiplicada a altura e a largura?
- 2) A largura é de 4,5 cm. Qual é a medida da altura da foto para que seja semelhante à foto 3x4?
- 3) A largura é de 1,5 cm. Qual é a medida da altura da foto para que seja semelhante à foto 3x4?
- 4) A altura é de 10 cm. Qual deve ser a medida da largura?

Análise a Priori:

A hipótese que levantei previamente é a de que as questões 2) e 4) apresentam mais dificuldades, pois a sua resolução implica trabalhar com números decimais, e isto é um fator de complexidade para os sujeitos. Embora a questão 3) também trabalhe com números decimais, o aluno poderia perceber que a largura (1,5 cm) é a metade da largura original (3 cm) e então bastaria dividir 4 cm por 2. Outra hipótese é de que alguns alunos poderão utilizar procedimentos aditivos no lugar da operação multiplicação, ao relacionar duas quantidades referentes à mesma grandeza.

Análise a Posteriori

As hipóteses foram confirmadas, ou seja, as questões 2) e 4) apresentaram maiores dificuldades para os alunos. Embora fosse impossível analisar todas as duplas, pois os registros realizados foram das anotações feitas ao final da aula e das filmagens, verifiquei a utilização do raciocínio aditivo em dois grupos de alunos.

Apresento a seguir uma das interações dos alunos comigo, dupla esta formada pelos alunos C e D:

Aluno C: Professora, não está dando certo.

Professora: Por que não está dando certo?

Aluno C: Não sei, eu coloco 5,5 e não dá certo. Aparece esta tela (mostra a tela em que há uma solicitação para ele refazer os cálculos):



Figura 49: Atividade de ampliação.

Professora: A largura aumentou de 3 cm para 4,5 cm, certo? Como a largura aumentou 1,5 cm, então também a altura deverá aumentar 1,5cm?

Aluno D: Sim, é isto que nós achamos.

Professora: Por exemplo, na atividade anterior, a largura era de 3cm e ficou 6cm; a altura era de 4 cm e ficou 8 cm.

Aluno C: A largura e a altura dobraram...

Aluno D: Eu devo multiplicar o quatro?

Professora: Multiplicar o quatro por qual número?

Aluno C: O quatro por que número?

Os alunos pensam em que número foi multiplicado o 3 para resultar em 4,5 e eu tento auxiliá-los para que possam fazer o cálculo mental. Na realidade, eles devem encontrar o operador multiplicativo dividindo 4,5 cm por 3 cm, que é 1,5, para então multiplicar 4 cm por 1,5. Verifico então dificuldades com o cálculo mental⁴⁷, mas que, ao final, conseguem obter o resultado. Embora já tenham trabalhado com regra de três na sétima série, procurei estimular a utilização do raciocínio multiplicativo que está por trás da igualdade de duas razões.

As atividades seguintes foram desenvolvidas sem maiores dificuldades. Os alunos não repetiram o raciocínio aditivo utilizado na questão 2), embora sejam evidenciadas, em outras atividades, a utilização do raciocínio aditivo. Em determinadas atividades, verifiquei dificuldades de cálculo mental em que os alunos, em sua maioria, ou pegavam a calculadora do computador, ou faziam a conta em um papel.

Ao término da atividade, os alunos foram convidados a colocar comentários no blog sobre as atividades desenvolvidas. Apresento a seguir a transcrição de algumas duplas (foram retiradas suas identificações):

1.



A atividade foi muito legal, tivemos mais conhecimentos sobre as proporcionalidades...vlw a experiencia!!

(Comentário da dupla formada pelos alunos C e D)

2.



achamos muito legal, interessante e divertido para aprender proporcionalidade.
abraços

⁴⁷ A facilidade de realizar o cálculo em uma calculadora, seja ela do computador (que nesta situação, seria de fácil acesso) ou não, tem feito com que os alunos não realizem o cálculo mental ou por escrito. Então surgem dificuldades em alunos que estão em níveis mais avançados (superior) com cálculos do tipo $100:2$, em que automaticamente pegam a calculadora. Usar ou não usar as calculadoras nas aulas de Matemática não é uma pergunta adequada, pois a realidade social já impôs ao acervo cultural para a maioria dos alunos. A pergunta deve ser como usar as calculadoras nas aulas de matemática? Para os alunos desmotivados devido a seus fracassos com cálculos, a calculadora abre novas oportunidades de trabalhar a investigação matemática, deixando de lado as dificuldades operatórias. Também para os alunos com facilidade de desenvolver cálculos obteriam das máquinas um ritmo mais acelerado nas suas investigações. Claro, tudo depende das propostas que são construídas. As habilidades de cálculo mental e por escrito são absolutamente necessárias e no planejamento das atividades com as máquinas considera-se que sua função não é eliminar a necessidade de realizar as operações com lápis e papel, mas de possibilitar uma maior liberdade de movimentação em contextos que a realização dos cálculos toma um tempo demasiadamente longo (ARAÚJO, SOARES, 2002).

(Comentário da dupla formada pelos alunos A e B)

4.



Bom, a atividade foi muito boa por termos feito varias coisas sobre proporção e matematica, mostrando que a matematica não é apenas calculos mas varias coisas que estão no nosso dia-a-dia.

Então é isso muito bom.

(Comentário do aluno I)

Avaliação do objeto Proporcionalidade e Semelhança:

Trata-se de um objeto que oportuniza contribuições na compreensão do que são figuras semelhantes, no sentido matemático. O que muitas vezes é dito como semelhante, no sentido usual, não atende a alguns dos aspectos conceituais da matemática (FIOREZE et al, 2006).

Um dos requisitos do RIVED para a construção dos objetos requer a contextualização da atividade. Isso atende a perspectiva de Vergnaud, que se considera um pragmático, pois para ele os problemas devem refletir situações existenciais em que se depara o ser humano (2008b). Os problemas enfocados no objeto consistem em ampliações/reduções de fotos (Joãozinho tem um problema: precisa ampliar sua foto 3x4!). A atividade oportuniza o interesse para saber em que outros momentos o cidadão pode se deparar com o uso das ideias envolvidas ou então se questionar se o quadro ou a foto que ele mandou ampliar satisfaz as ideias trabalhadas relacionadas à semelhança (FIOREZE et al, 2006).

O objeto proporciona situações que possibilitam a visualização e a manipulação, atividades estas que não podem ser realizadas através de uma aula expositiva ou com folha de papel. Uma atividade com apenas lápis e papel não daria a possibilidade de visualizar diferentes situações de ampliação/redução das dimensões da foto (utilização das setas “+” e “-“ na vertical e horizontal para ampliar/reduzir a foto).

No objeto, o aluno é levado a alterar as dimensões da foto e verificar o que acontece segundo sua ação. Partindo de aspectos informais de ampliação/redução de figuras, valoriza-se didaticamente a observação, a experimentação, a descoberta e a investigação, gerando contribuições para uma reflexão mais abstrata.

A contribuição dos objetos de aprendizagem na construção dos conceitos se dá na medida em que os alunos estabelecem relações entre as informações, gerando conhecimento. Buscar a informação não basta.

O que interessa são as operações que o aprendiz possa realizar com estas informações, as coordenações, as inferências possíveis, os argumentos, as demonstrações. Pois, para construir conhecimento, é preciso reestruturar as significações anteriores, produzindo boas diferenciações e integrando ao sistema as novas significações. Esta integração é resultado da atividade de diferentes sistemas lógicos do sujeito, que interagem entre si e com os objetos a assimilar ou com os problemas a resolver. (FAGUNDES, MAÇADA, SATO, 1999, p. 24).

Neste sentido, a atividade experimental cumpre sua função, na medida em que permite simular realidades, produzindo novos significados ou ampliando o processo de significação do sujeito. “Além do envolvimento que as simulações podem proporcionar, tem-se a elevação da motivação dos alunos, requisito essencial no processo de aprendizagem” (TONEZER, 2008, p. 113). E isso se percebe na observação dos alunos utilizando o objeto.

Avaliando os alunos ao usarem o objeto durante o processo da experimentação, verificou-se que ele possui uma interface bastante intuitiva, em que cada um dos elementos da tela foi facilmente interpretado pelos alunos. Neste sentido, a interface tem sua importância, pois ela “é o lugar da comunicação entre o usuário e o dispositivo informático. Ela permite a visualização da representação do conhecimento” (BALACHEFF, 1994, p. 16).

Objetivou-se diminuir o tempo do aluno com o processamento direcionado à interação com o sistema, utilizando um design de tela simples e convencional, onde cada componente (botões, objetos, etc.) foi de fácil percepção e interpretação pelo aluno. “Uma tela que use convenções padrão no texto, gráficos, navegação e layout será mais facilmente interpretada e conseqüentemente terá uma carga cognitiva mais baixa” (GRANDO, KONRATH, TAROU-CO, 2003, p. 3).

Atividade 4:

Para esta atividade, os alunos, em duplas, utilizaram o Geoplano Virtual que está representado na figura dada a seguir:

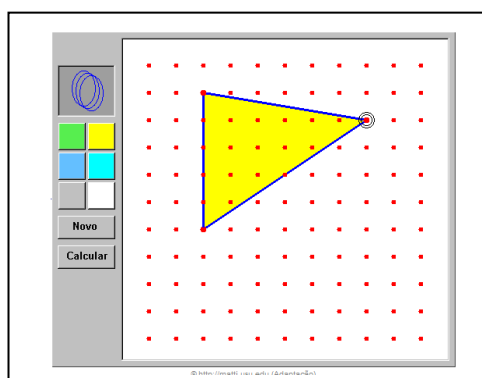


Figura 50: Geoplano virtual.

O Geoplano Virtual utilizado foi produzido pela Universidade de Utah dos Estados Unidos da América, disponível no National Library of Virtual Manipulative (NLVM)⁴⁸. Neste site, existem vários *Geoplanos*: quadrangular (formado por quadrados), isométrico (formado por triângulos equiláteros) e circular (formado por circunferências concêntricas).

O Geoplano foi criado pelo professor Caleb Gattegno, do Instituto de Educação da Universidade de Londres. Desde seu surgimento, vários professores vêm trabalhando com ele, existindo atualmente uma ampla literatura, publicada principalmente em revistas de Educação Matemática (KNIJNIK, BASSO, KLUSENER, 2004). Gattegno (apud KNIJNIK, BASSO, KLUSENER, 2004) afirma, em seu artigo A Pedagogia da Matemática, após descrição dos diferentes tipos de geoplanos que podem ser construídos:

Todos os geoplanos têm indubitável atrativo estético e foram adotados por aqueles professores que os viram ser utilizados. Podem proporcionar experiências geométricas a crianças desde cinco anos, propondo problemas de forma, dimensão, simetria, semelhança, teoria de grupos, geometria projetiva e métrica que servem como fecundos instrumentos de trabalho, qualquer que seja o nível de ensino.

A palavra *Geoplano* vem do inglês “geoboards” ou do francês “geoplans” onde “geo” vem de geometria e plano, tábua ou tabuleiro ou superfície plana dando a origem da palavra (LEIVAS, 2000). Originalmente, os geoplanos constituem tabuleiros quadrados, retangulares ou circulares que levam pregos em determinada distribuição para que se possam prender os aitchos, podendo ser confeccionadas em madeira natural (LEIVAS, 2000), conforme figura 51:

⁴⁸Estes e outros softwares educativos estão disponíveis no NLVM, para utilização e acesso on line de forma pública e irrestrita. Os softwares são voltados para a aprendizagem escolar do nível elementar ao médio, sendo que alguns conteúdos enfocados são: frações, número de ouro, porcentagem, gráficos, sequência de Fibonacci. Porém, para instalá-los nas máquinas, tem-se apenas uma versão trial por sete dias. Os softwares disponíveis estão classificados por níveis (desde o elementar até o médio) e por eixos de conhecimento, assim categorizados: números e operações, álgebra, geometria, medida, análise de dados e probabilidade. Endereço na internet: <http://nlvm.usu.edu/en/nav/grade_g_4.html>.

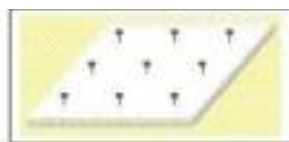


Figura 51: Geoplano quadricular.

Inicialmente, convidei os alunos a explorar o Geoplano Virtual à vontade, descobrindo as ferramentas disponíveis e o seu funcionamento. Eles observaram que podem construir figuras geométricas e utilizar as cores disponíveis no software, pintando o interior da figura construída.

Após, apresentei uma sequência de atividades relacionadas com ampliação/redução de figuras geométricas que estão dispostas no apêndice J. Para as atividades, os alunos registraram suas resoluções nos arquivos que foram gravados diretamente na pasta de cada dupla.

Análise a Priori:

Com esta sequência de atividades, os alunos ampliarão ainda mais a rede de conceitos relacionados à proporcionalidade. Como avaliei previamente, os alunos, em sua maioria não apresentaram na resolução da atividade 3) do questionário aplicado na análise prévia, uma conservação de forma na ampliação e redução de figuras semelhantes. As hipóteses que formulo são de que haverá uma conservação de forma na ampliação/redução de figuras semelhantes, embora não de modo a abarcar todas as situações possíveis, ou seja, este domínio está relacionado com a situação a ser posta para os alunos. Em algumas situações, o aluno ainda utilizará o raciocínio aditivo. Além disso, o aluno ampliará o conceito de semelhança de figuras planas de forma explícita, ou seja, além de explicitar este conceito, ele estará mais próximo do conceito aceito pela comunidade científica.

Análise a Posteriori:

Na primeira atividade desta sequência, partindo do triângulo dado, representado na figura 52:

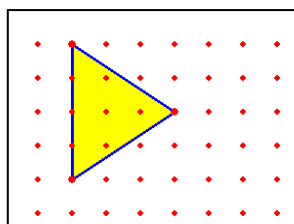


Figura 52: Triângulo

Solicitei que os alunos o ampliem, de modo a manter a mesma forma da figura original. Todas as duplas de alunos obtiveram êxito na questão, em que a ampliação da figura se deu de forma que todas as medidas dos lados do triângulo foram multiplicadas por dois.

Na segunda atividade, solicitei que os alunos construíssem a sequência de triângulos dada a seguir:

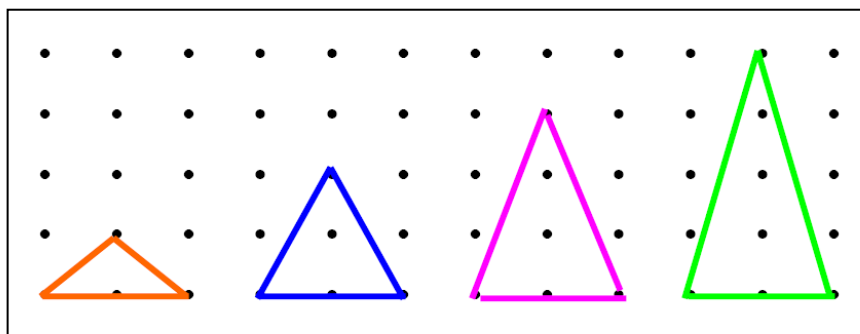


Figura 53: Sequência de triângulos.

Após a construção, os alunos responderam o que eles observam. Todas as duplas de alunos observaram que a medida da largura manteve-se a mesma, sendo que a altura aumentou.

A seguir, questionei: “Os triângulos são semelhantes? Por quê?”. As respostas das duplas foram:

- Sim, porque em todos os triângulos aumenta 1 cm (aluno I).
- Não, porque não são proporcionais (dupla E e F).
- Não, porque só muda a altura e deveria mudar a largura também (dupla A e B).

O aluno I utilizou uma estrutura aditiva na comparação das figuras, não levando em conta que ao se trabalhar com figuras semelhantes, deveria utilizar um campo de saber relacionado às estruturas multiplicativas. A dupla E e F incluiu a semelhança de figuras no conjunto de problemas que envolvem a proporcionalidade. Embora a dupla não explicitasse seu conhecimento este está implícita na ação do grupo. Já a dupla A e B constatou que deveria ter havido uma mudança na largura também do triângulo para que as figuras sejam semelhantes, mas não explicou de que forma. Tal procedimento pode indicar a utilização ou não de uma estrutura multiplicativa na comparação entre os triângulos.

Na sequência, solicitei que os alunos construíssem no geoplano o seguinte polígono:

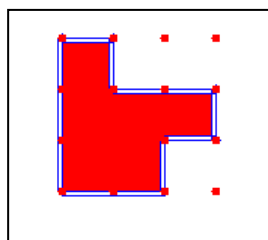


Figura 54: Polígono.

Após, solicitei que eles ampliassem o polígono original, de forma que as medidas dos lados sejam multiplicadas por dois. Seguem a respostas dos alunos:

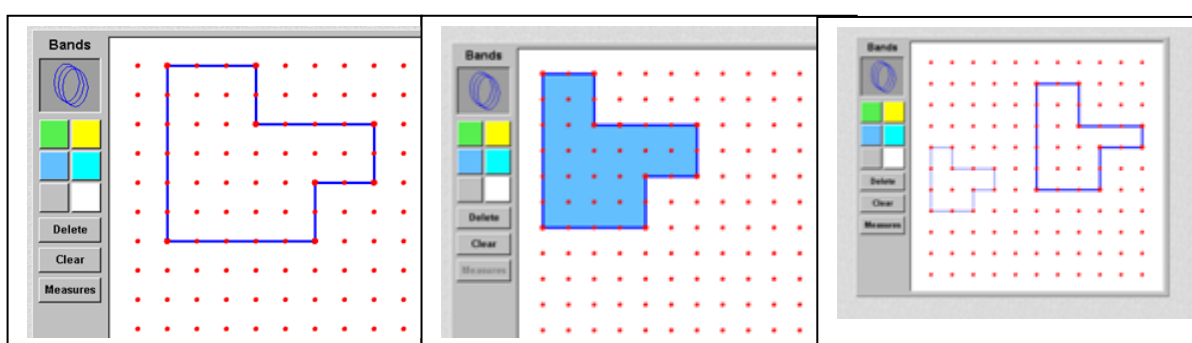


Figura 55: Resposta aluno I Figura 56: Resposta dupla EF Figura 57: Resposta dupla AB

Ao analisar as respostas, observei que a dupla EF foi a única que conseguiu obter a figura ampliada considerando todas as medidas dos lados do polígono multiplicados por dois. Como esta situação envolveu uma figura mais complexa, houve a necessidade do aluno controlar diversas informações no mesmo desenho.

Um objeto geométrico tem sempre duas componentes, uma conceitual e a outra figural. A componente conceitual expressa propriedades que caracterizam uma determinada classe de objetos. Já a componente figural corresponde à imagem mental que associamos ao conceito. A harmonia entre estas duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico (GRAVINA, 1996). Na figura 54, ao ampliá-la, verifiquei que os alunos tiveram dificuldades na identificação de configurações simples dentro de configurações complexas, fazendo com que as condições figurais (de desenho) escapassem do controle conceitual. Nesta atividade, houve a necessidade de o aluno controlar componentes conceituais, relacionados com semelhança de figuras geométricas e as condições figurais, próprias do desenho. Esta constatação já havia sido feita na análise prévia onde a questão 3 envolveu a identificação da figura ampliada/reduzida.

A questão que apresento na sequência é dada da seguinte maneira: “Use sua criatividade e desenhe uma figura qualquer no geoplano virtual, colando no espaço abaixo”. Após, solicitei que o aluno reduza a figura construída de forma que seja semelhante à figura original. Nesta atividade, somente uma dupla não conseguiu obter êxito na questão. A seguir, apresento a resposta desta dupla (A e B):

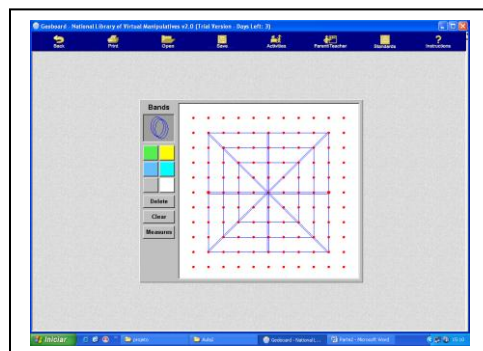
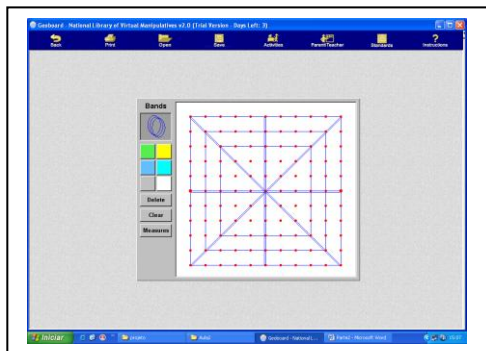


Figura 58: Figura construída pela dupla A e B Figura 59: Figura reduzida pela dupla A e B

Observei nas figuras que, ou o aluno centrou-se mais na “forma” da figura, não estabelecendo uma relação multiplicativa entre todos os segmentos de reta que compõem as duas figuras, ou ainda tem-se nesta situação a emergência de um raciocínio aditivo. Como a figura construída pela dupla era mais complexa, houve a necessidade da dupla controlar diversas informações no mesmo desenho.

Com relação ao questionamento que segue: “Para você, o que são figuras semelhantes?”, a dupla A e B colocou: “São tudo da mesma forma mas só que as medidas são menores”, confirmando minha inferência com relação à forma de pensar do aluno, que constatei na análise a priori. Ou seja, esta dupla reduziu a classe de figuras semelhantes somente para aquelas que são menores do que a figura original.

As respostas das outras duplas são:

Resposta do aluno I: “São figuras que tenham a mesma forma e que sejam proporcionais”.

Resposta da dupla E e F: “São figuras proporcionais”.

As hipóteses que formulei foram confirmadas. Ou seja, os alunos ampliaram o conceito de semelhança de figuras planas de forma explícita, conceito este que, de modo geral, está próximo do aceito pela comunidade científica. Também comprovei a hipótese de que haverá uma conservação de forma na ampliação/redução de figuras semelhantes, embora não de modo a abarcar todas as situações possíveis. Em algumas situações, os alunos utilizaram um raciocínio aditivo na ampliação/redução de figuras semelhantes.

Uma das atividades que planejei, apresento um triângulo isósceles de medida de lado 1 u.c. e solicito que os alunos calculem a medida da hipotenusa deste triângulo. Um dos componentes da dupla AB me chamou e falou:

Aluno A: Não tem raiz.

Professor: Por que não tem raiz?

Aluno A: Por que deu dois, e dois não tem raiz.

Continuamos interagindo, mas o que me chamou a atenção é que identifiquei, nesta discussão, um obstáculo epistemológico relacionado à aceitação de número, em que este aluno colocou que o número 2 não possui raiz quadrada. Nessa interação, pude perceber certa analogia com os números irracionais e os gregos no passado, e sua dificuldade em aceitá-lo como número (conforme levantamento realizado na análise prévia, na dimensão epistemológica - primeira fase da engenharia didática).

Algumas pesquisas têm evidenciado certos obstáculos a sua aceitação como número. Os alunos geralmente não operam adequadamente os números irracionais porque eles não os compreendem como números. Para sanar estas dificuldades, podem ser desenvolvidas atividades exploratórias e investigativas relacionadas com a continuidade da reta real, sendo explorada a representação geométrica dos números através da utilização softwares de geometria dinâmica. Estas atividades podem ser integradas à álgebra (álgebra geométrica), os quais contribuem para o aprendizado de números irracionais (BROLEZZI, 1996; SELLA, PEREIRA, 2008), integrando três grandes áreas do conhecimento: álgebra, geometria e aritmética.

Por exemplo, uma atividade poderia ser relacionada à construção do número áureo ou a utilização do teorema de Pitágoras na construção de um triângulo retângulo que tenha alguma das medidas irracionais. Ver figura a seguir relacionada com o teorema de Pitágoras:

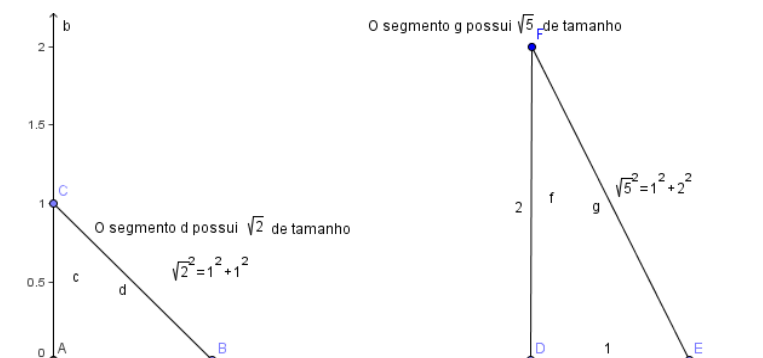


Figura 60: Construção de triângulos retângulos com o software Geogebra⁴⁹

⁴⁹O Geogebra é um software de geometria dinâmica e reúne em si as três grandes áreas da Matemática: Geometria, Álgebra e Cálculo. Esta figura foi retirada do relatório de estágio do aluno Renato Rivero Jover, do curso de Matemática da UFRGS. Disponível em: <<http://renatomatematico.mat.br/est2.pdf>>.

Assim, ele estará visualizando geometricamente $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{5}$ como a medida da hipotenusa destes dois triângulos retângulos.

Houve, na resolução das atividades, uma riqueza nas discussões entre alunos/alunos e alunos/professor. Porém, não posso afirmar que os alunos trabalharam com as Estruturas Multiplicativas de forma abrangente, conforme relatado na análise do processo de resolução das atividades digitais, pois segundo Vergnaud (1983), essas estruturas se desenvolvem no sujeito entre 7-18 anos de idade.

Reconhecer estas dificuldades que envolvem a realização das tarefas em uma sala de aula é fundamental para que o professor possa contribuir para o desenvolvimento cognitivo de seus alunos, auxiliando na transposição desses obstáculos.

Avaliação do Geoplano:

O geoplano virtual possui três versões: em inglês, francês e espanhol. Como a interface do software é bastante intuitiva, não necessitando de muitas explicações, pois os botões disponíveis são poucos: cores, atílios (na forma de pictograma⁵⁰), limpar (ao acionar este botão o que foi construído na tela é automaticamente desfeito) e medir (área e perímetro), qualquer uma das versões foi de fácil entendimento para o aluno. Existe uma versão em português⁵¹, com a possibilidade de utilização de forma on line. Devido a problemas técnicos, existente no laboratório de informática da escola (possibilidade variável de acesso à internet, internet com baixa velocidade), optei por instalar nos computadores a versão trial do geoplano.

Atividade 5:

Para a realização desta atividade, os alunos utilizaram a planilha eletrônica do Excel ou do BrOffice, pois o laboratório de informática possui computadores mais antigos que estão com a plataforma Windows e computadores recebidos recentemente do Ministério da Educação que possuem a plataforma Linux.

Inicialmente, após a verificação de que a maioria nunca havia trabalhado com planilhas, expliquei algumas ferramentas básicas como a identificação das células e a montagem de

⁵⁰Um pictograma é um símbolo que representa um objeto ou conceito por meio de desenhos figurativos. Assim como na sinalização de locais públicos, botões usados como metáforas auxiliam na compreensão dos recursos dos softwares educativos.

⁵¹Endereço na internet: <<http://www.eb1-recovelas.rcts.pt/aplicacoes/geoplano/geoplano/geoplano.htm>>.

expressões nas planilhas. Após, desenvolvi com os alunos uma sequência de atividades que descrevo na análise a posteriori.

Análise a Priori:

Com o desenvolvimento destas atividades, tenho como objetivo a ampliação do domínio de três conjuntos de fatores relacionados à construção dos conceitos já nominados anteriormente no referencial teórico, a saber: a) um conjunto de representações simbólicas que são utilizadas socialmente para veicular as ideias sobre o conceito; b) um conjunto de invariantes operacionais ou propriedades do conceito e c) um conjunto de situações que dão sentido aos conceitos. Algumas propriedades relacionadas a grandezas proporcionais podem ser construídas pelo aluno como a verificação de que o modelo matemático é da forma $y = k.x$, onde k é uma constante de proporcionalidade, e a constatação de que, em modelos proporcionais, a representação no sistema de coordenadas cartesianas é da forma linear. Algumas dificuldades relacionadas à construção de modelos matemáticos podem surgir, pois esta construção exige a manipulação de dados e a explicitação de uma expressão algébrica que envolve variáveis que se relacionam de maneira funcional. A utilização de tabelas e gráficos contribui para que o aluno perceba que as letras representam números desconhecidos e que estes números não são fixos. Também tenho interesse em trabalhar com situações que não seguem modelos de proporcionalidade direta para que o aluno saiba identificar estas situações e perceba suas diferenças.

Análise a Posteriori:

A primeira atividade desta sequência consistiu em, partindo de uma atividade que foi desenvolvida no Geoplano⁵², em que os alunos deveriam construir a sequência de quadrados apresentada na figura que segue:

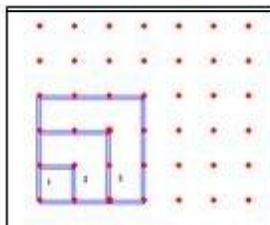


Figura 61: Sequência de quadrados.

⁵² Esta atividade é explorada neste tópico devido à articulação entre os conceitos trabalhados na atividade com o geoplano e a atividade com a planilha.

Desenhando a próxima figura da sequência, e então completar o quadro:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...	n
Perímetro	4	8			20	...	

Quadro 3: Medida do lado e do perímetro

A figura foi desenhada com êxito por todos os grupos. Todas as duplas colocaram inicialmente no espaço do quadro em que constam as reticências, o número 6 e seu perímetro correspondente e duas duplas apagaram a letra n, colocando o número 7. Expliquei o que significava os “três pontinhos” e a letra n. Todas as duplas responderam corretamente o quadro, inclusive com a explicitação do modelo matemático que representa o perímetro, sendo que uma das duplas ainda deixou o número 6 no espaço reservado às reticências e o perímetro.

Solicitei que verificassem se existe uma proporcionalidade entre a medida do lado do quadrado e seu perímetro. Todos colocaram que sim, salientando uma das respostas:

“Existe, pois se for por em fórmula fica:

$$\frac{X}{X \cdot 4} \quad \text{e todos da fórmula completam isso.}”$$

Ou seja, o que esta dupla quis colocar é a de que existe uma razão que é constante entre a medida do lado e o seu perímetro.

Dando sequência à atividade, os alunos completaram o quadro que segue:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...	n
Área	1			16			

Quadro 4: Medida do lado e da área

Desta vez, duas duplas obtiveram sucesso, enquanto que uma delas não. Acredito que esta dupla ou não sabia como calcular a área do quadrado (o que é duvidoso afirmar categoricamente, pois em três respostas a área é calculada de maneira correta), ou calculava a potência de maneira errada, como se pode destacar em algumas respostas:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...6	n
Área	1	4	6	16	20	26	5n

Quadro 5: Resposta de uma das duplas

Multiplicando por dois ou por quatro a medida do lado para a obtenção da área, como se verifica no quadro 5. Embora perceba-se certa regularidade em algumas respostas, a dupla efetuou o cálculo de maneira incorreta. Em um estudo realizado por Paias (2009) com alunos da oitava série e do ensino médio revela que o resultado das análises das respostas dos alunos indicou que grande parte não domina a concepção de potenciação, resultando disso que muitos entendem a operação potenciação como multiplicação.

Solicitei que os alunos construíssem os gráficos a partir das planilhas feitas no Excel e descrevesse, com suas palavras, o comportamento destes números. Aqui nesta questão saliento um aspecto que não havia sido considerado na análise a priori: os alunos não sabiam representar pontos em coordenadas cartesianas. Diante do caráter atípico da situação para os alunos, expliquei no quadro branco como representar geometricamente as coordenadas no plano cartesiano, para que nas atividades propostas, eles possam elaborar seus conhecimentos em ação. Como era um conhecimento novo para os alunos, identifiquei situações em que o sujeito não dispunha das competências necessárias, sendo necessária a minha interferência.

Como os alunos não sabiam plotar os pontos, não tinham conhecimentos relacionados à representação de algumas funções que são trabalhadas na oitava série como a função afim ou quadrática. Devido a isso, quando solicitei que descrevessem o comportamento do gráfico, alguns grupos de alunos se limitaram a descrever o comportamento, por exemplo, dos valores do perímetro, relacionando com a medida do lado.

Seguem as respostas das duplas:

- Cresce de 4 em 4 cm (resposta da dupla EF);
- Conforme que o número aumenta (2,4,6...), multiplicamos por 4 (resposta da dupla CD);
- Os pontos estão sendo multiplicados por 4 (resposta da dupla GH);
- O comportamento é que, quando multiplica um lado, ele se multiplica por 4 (resposta da dupla AB);
- Que o lado é sempre multiplicado por 4 (resposta do aluno I).

Isso se deve ao fato de que os procedimentos das duplas, ao resolverem as primeiras situações propostas, basearam-se no repertório inicial de esquemas disponíveis (VERGNAUD, 1993).

Na sequência, após as duas atividades relacionadas a perímetro e áreas, apresento uma atividade experimental relacionada à descoberta de relações entre massa e alongamento. Para esta atividade, forneci moedas, pilhas, uma mola e um elástico. Seguem algumas fotos dos alunos nas atividades experimentais:



Figura 62: Alunos medindo o alongamento da mola, conforme muda a massa colocada em sua extremidade.

Ao colocar nas extremidades da mola moedas, os alunos mediram o alongamento da mola com uma régua graduada em centímetros. A partir dos registros dos pares ordenados (número de moedas, alongamento da mola (em cm)), os alunos (em duplas) construíram uma tabela na planilha eletrônica com os resultados obtidos, discutindo a relação entre esse conjunto de pares. As representações desenvolvidas na planilha tinham a função de apoiar o sujeito ao modelar, ao mesmo tempo em que essas representações eram modeladas pela atividade. Após, fizeram o gráfico do conjunto de pontos obtidos.

Com relação ao elástico, ao colocar em sua extremidade pilhas, os alunos mediram o seu alongamento com uma régua, registrando os pares de valores obtidos (número de pilhas, alongamento do elástico (em cm)) na planilha eletrônica. A partir dos registros, discutiram a relação entre esse conjunto de pares e fizeram o gráfico desse conjunto de pontos.

Na relação entre o número de moedas e o alongamento da mola e sua representação gráfica, como puderam fazer comparações entre os vários gráficos obtidos, a maioria dos grupos (três dos cinco grupos) reconheceu uma linha reta ao unir este conjunto de pontos enquanto apenas uma dupla colocou que os pontos não estão alinhados e outra representou o modelo matemático da forma $y = 0,75x$, o que é condizente com os dados obtidos, como se percebe na figura que segue:

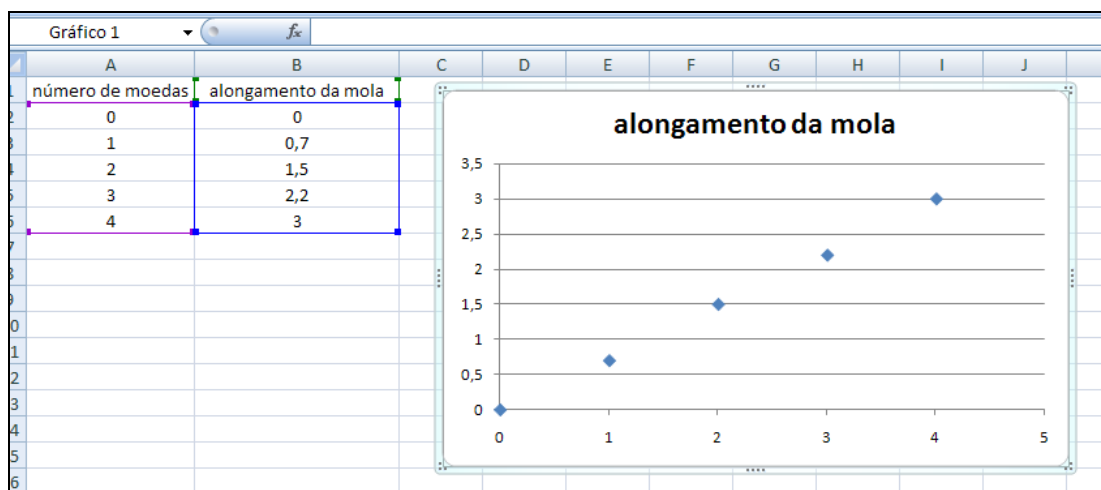
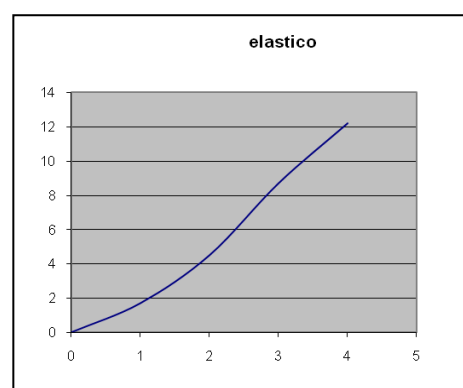


Figura 63: Dados sobre o alongamento da mola

Na modelização, identifico a evidência de um forte teorema em ação, a saber: quantidades discretas ou contínuas podem variar em função de outras quantidades, de acordo com determinadas regras associadas à situação-problema (FALCÃO, 2008).

Já na atividade com o elástico, a relação entre o número de pilhas e o alongamento do elástico não segue uma proporcionalidade. No espaço para as conclusões obtidas, a maioria dos alunos deixou a resposta em branco (três duplas), enquanto uma delas colocou que “esse gráfico não é exatamente uma reta”, enquanto outra dupla colocou que “este já fica mais parecido com os outros 3 primeiros”. A seguir, apresento o quadro e o gráfico de uma das duplas:

Número de pilhas	Alongamento do Elástico
0	0
1	1,7
2	4,5
3	8,7
4	12,2



Quadro 6: Representação da dupla

Figura 64: Gráfico obtido pela dupla

Aqui há de se destacar o comportamento atípico do alongamento do elástico conforme muda o número de pilhas colocadas em sua extremidade. Como as concepções dos alunos somente são modificadas se entrarem em conflito com situações em que não se aplicam de-

terminados conceitos em ação (VERGNAUD, 1993), procurou-se oferecer situações em que se possam estabelecer novas relações diante de dados novos.

Na última atividade desta sequência, solicito que os alunos criem uma situação em que deveria haver relação com o que foi trabalhado nas planilhas: “Descubra outras relações existentes, em que possa haver comportamentos gráficos semelhantes e estabeleça relações com os conceitos que você já aprendeu”.

Apresento a seguir as atividades criadas pelas duplas:

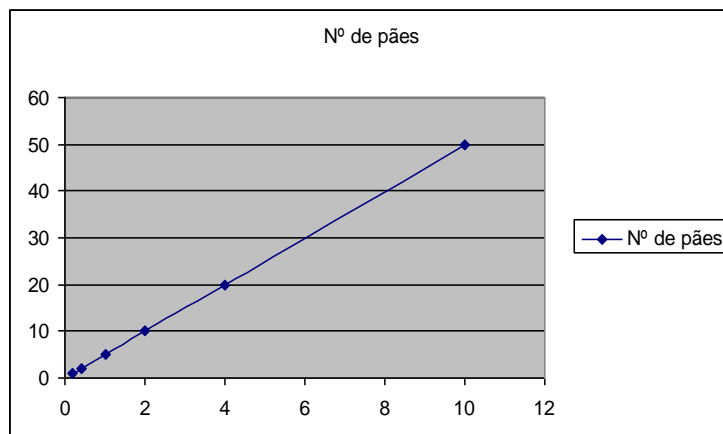
Dupla AB:

Preço e quantidade de pães são grandeza diretamente proporcionais. Portanto se peço mais pães, pago mais, se peço menos pão, pago menos. Observe que quando dividimos o preço pela quantidade de pães obtemos sempre o mesmo valor.

Preço: 0,20 0,40 1,00 2,00 4,00 10,00

Nº de pães: 1 2 5 10 20 50

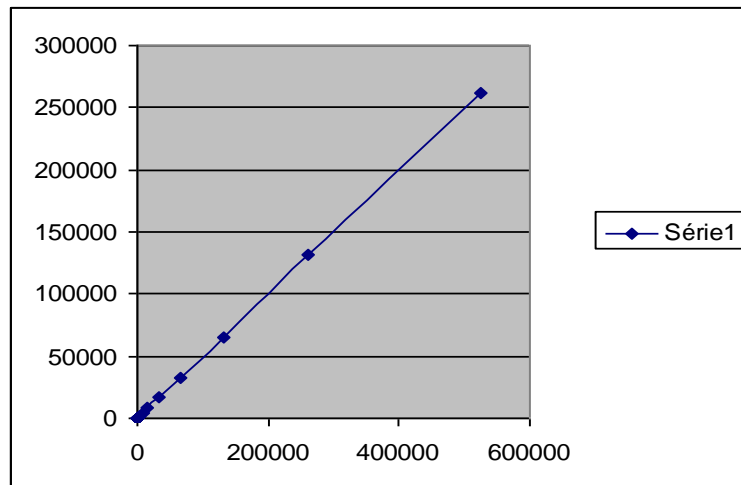
Por que nós dividimos o preço pela quantidade de pães encontramos sempre o mesmo nº.



Esse gráfico é uma reta.

Dupla EF:

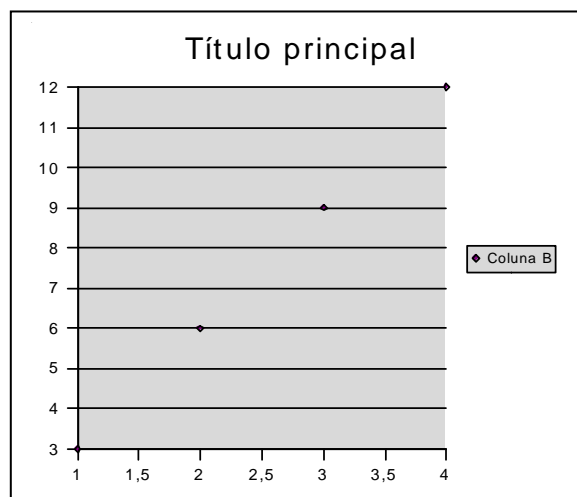
A cada 2 João existe 1 José no Brasil.



Como você pode observar no gráfico, a cada 2 João existe 1 Jose no Brasil. Está proporcional porque há uma reta no gráfico.

Dupla GH:

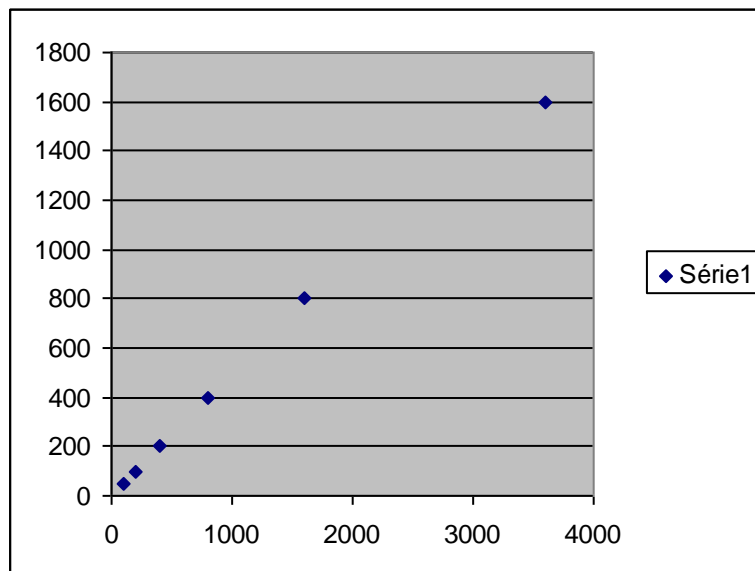
Proporção: meu tio e eu caminhamos 3 km a cada 1 dia. Para caminhar 6 km levamos 2 dias e assim por diante.



Conclusão: o alinhamento está reto.

Aluno I:

Gremistas	100	200	400	800	1600	3200
Colorados	50	100	200	400	800	1600



Após a discussão, nos pequenos grupos, realizei com os alunos, no grande grupo, uma sistematização das ideias exploradas nas atividades. A obtenção do modelo matemático que representa o alongamento quando ele é linear não se deu de forma natural, pois verifiquei dificuldades nos alunos. Quando confrontados a dar o alongamento para 5 ou 6 moedas, número este que extrapolava a quantidade usada no processo experimental, os alunos não tinham dificuldades. Agora, na solicitação do modelo matemático, verifico dificuldades na utilização de uma linguagem algébrica. Embora tragam de forma explícita e implícita um forte teorema em ação que é a igualdade de razões em modelos de proporcionalidade direta, a construção de um modelo geral da forma $y = k.x$ que rege estes modelos, em que k é o resultado obtido pela razão y/x não foi apropriada pela totalidade deste grupo de alunos, mas por uma pequena parte.

Essa passagem da língua natural para a linguagem simbólica se constitui em um processo complexo, como analisado também por Falcão (2008), em uma pesquisa relacionada à introdução da álgebra, com alunos franceses de 14 anos em nível escolar equivalente à oitava série. Existem dificuldades relacionadas ao campo conceitual algébrico e a modelização, pois implica em manipular simbolicamente expressões geradas por fórmulas, em que a letra representa uma variável, caracterizando inclusive uma ausência de unidades de medida que implica em aceitar que para qualquer valor (restrito a um domínio) e para qualquer unidade, a relação estabelecida é válida (FALCÃO, 2008).

Essas dificuldades aparecem nos procedimentos adotados pelos alunos na resolução das atividades, pois na diversidade de procedimentos de resolução, identifiquei o evitamento de procedimentos algébricos. É importante que o professor tenha clareza destas concepções que os alunos apresentam, pois os seus procedimentos são precursores de conceitos científicos que irão ser adquiridos. “A ativação desses precursores é necessária e deve ser guiada pelo professor” (MOREIRA, 2002, p. 20). Para Vergnaud, à medida que os teoremas em ação e conceito em ação se tornam mais claros e próximos dos teoremas e conceitos científicos, o indivíduo cria esquemas mais complexos, mais eficazes e mais úteis e isto é caracterizado como aprendizagem (SOUZA, MOREIRA, MATHEUS, 2005).

O professor é um importante mediador em um longo processo que caracteriza um progressivo domínio de um campo conceitual pelo aluno. Sua principal tarefa é ajudar o aluno a desenvolver seus esquemas e representações. A linguagem e os símbolos são importantes no processo de aprendizagem, sendo que o professor faz amplo uso deles em sua função mediadora (MOREIRA, 2002). Para Vergnaud, o mais importante ainda é o de prover situações que sejam frutíferas aos alunos e com relação a isto, posso afirmar que as atividades foram proveitosas. Apresento a seguir alguns comentários no blog:



A aula hoje foi muito interessante, pois aprendemos coisas novas (comentário da dupla CD).



mtto legal hoje aprendi muito (comentário de um aluno da dupla EF).



Realmente, vocês se empenharam muito. Com certeza, aprenderam bastante.



foi muito boa a aula de 3 de novembro (comentário de um aluno da dupla AB).

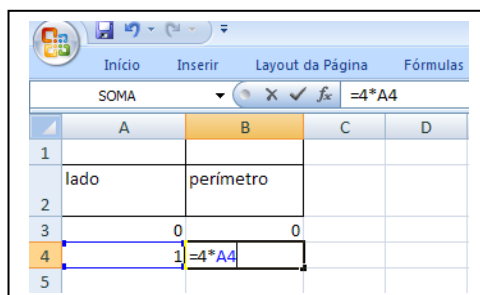
Avaliação das planilhas: Os alunos demonstraram facilidade em trabalhar nas planilhas, embora nunca a tenham utilizado previamente. Os recursos incluem uma interface intuitiva, com poderosas ferramentas de cálculo e de construção de gráficos.

A possibilidade de trabalhar com fórmulas, tabelas e gráficos ao mesmo tempo, contribuem para uma compreensão conceitual mais abrangente, já que os alunos podem trabalhar com a álgebra, a aritmética e a representação gráfica simultaneamente. Borba e Villarreal (2005) salientam a noção de que a construção de conhecimentos matemáticos passa pela ordenação de representações como o gráfico cartesiano, a representação algébrica e tabular.

As múltiplas possibilidades de trabalhar a matemática e que podem ser representadas na tela do computador permitem a emergência de um ambiente dinâmico e atrativo, o que permite que as ações do aluno sejam realizadas através de uma manipulação direta onde podem ser testadas diversas formas de pensar sobre um mesmo problema e a verificação imediata do resultado encontrado.

As planilhas eletrônicas possibilitam a constituição de um ambiente rico para a interatividade, pois as construções ao serem realizadas permitem que se tenha uma relação dinâmica entre as ações do aluno e as reações do ambiente, resultado das operações mentais do aluno. “Os estudantes confrontam as contradições de noções equivocadas e errôneas que trazem consigo, e estas, por sua vez, estimulam o desenvolvimento de discussões para resolver estes conflitos cognitivos” (MORGADO, 2003, p. 26). A possibilidade de o aluno conferir o conteúdo de cada célula na barra de fórmulas contribui para que ele possa analisar e refletir sobre os resultados obtidos em uma tabela de dados e também nos gráficos.

Além das contribuições já citadas previamente, a utilização de planilhas colabora para a construção de um pensamento algébrico na exploração de padrões e no entendimento da noção de variável ou incógnita. Por exemplo, em um dos problemas explorados, o aluno construiu uma expressão para o perímetro em função da medida do lado, como se observa na figura 65:



	A	B	C	D
1				
2	lado	perímetro		
3	0	0		
4	1	=4*A4		
5				

Figura 65: Perímetro em função da medida do lado

Com a opção copiar e colar, ele poderia obter todas as medidas dos perímetros, sem ser necessário colocar um a um os valores nas células correspondentes. O que está implícito ao utilizar

o Excel deste modo é a noção de função (pois para cada medida de lado (x) é obtido o valor do perímetro ($P(x)$)) e a de x e $P(x)$ como variáveis.

Também, ao selecionar duas colunas incompletas, ele visualizava simultaneamente a representação geométrica pontual ao ir colocando um a um os valores das colunas formadas pelos elementos (medida do lado, perímetro), o que colabora para o entendimento da representação geométrica destes pontos e a verificação de seu comportamento, como se observa na sequência de figuras que seguem:

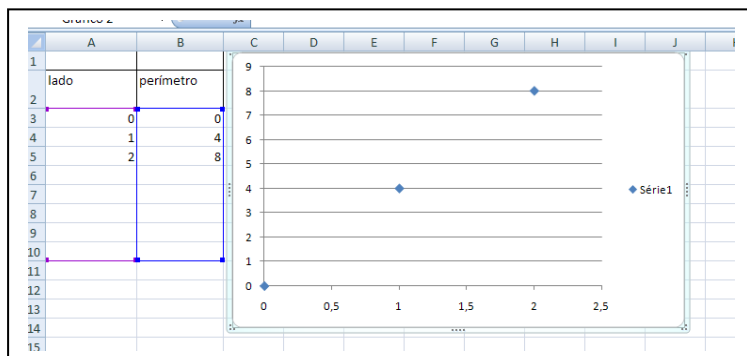


Figura 66: Representação geométrica dos pontos (medida do lado, perímetro)

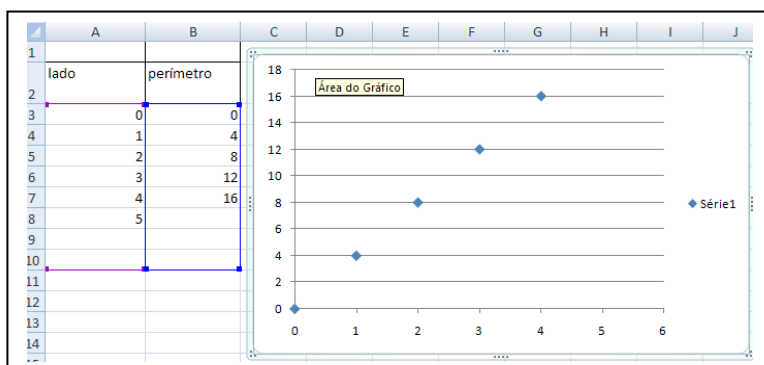


Figura 67: Representação geométrica dos pontos (medida do lado, perímetro)-2

Atividade 6:

Para a realização desta atividade, os alunos utilizaram o objeto de aprendizagem **A matemática das casas e plantas**, que prioriza a construção de conceitos relacionados à escala e proporcionalidade

O objeto possui um personagem principal chamado Luca que aparece na primeira tela convidando o usuário para fazer um passeio, conforme figura 68. Durante o passeio, o aluno é convidado a ler e interpretar histórias sobre plantas baixas de imóveis ou mapas. No decorrer de cada história, o aluno responde alguns questionamentos relacionados a escalas e proporções.

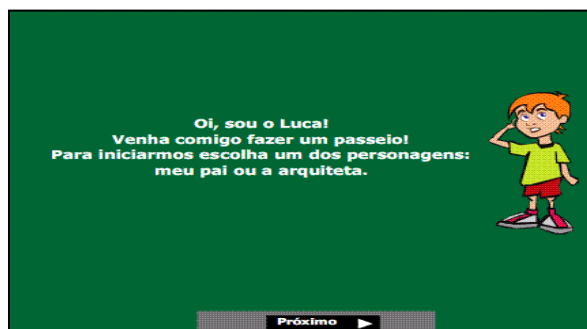


Figura 68: Apresentação de Luca.

A tela seguinte, conforme figura 69, fica a critério do usuário escolher em qual desses contextos irá desenvolver as demais atividades. Se clicar sobre a arquiteta, irá desenvolver a atividade relacionada com plantas de casas; por outro lado, se clicar sobre o pai de Luca, segue a atividade relacionada a mapas.



Figura 69: Arquiteta e pai de Luca.

Supondo que o aluno clicou sobre o pai de Luca, irá iniciar a atividade referente a mapas que tem como pano de fundo uma cidade onde Luca e seu pai estavam em seu passeio pela praça desta cidade, quando de repente Luca observa um mapa exposto na praça e decide ir até ele para ver do que se tratava, conforme a figura 70.



Figura 70: Praça da cidade.

Observando o mapa percebem que é o da cidade onde eles moram e a partir disto Luca faz algumas perguntas a seu pai. Através das respostas, Luca tem uma noção do conceito de escalas: a primeira atividade que é para identificar a escala em que o mapa foi desenhado. Para responder com melhor compreensão as demais perguntas propostas por Luca, seu pai o leva até a biblioteca do outro lado da praça. Chegando lá, Luca e seu pai observam alguns mapas expostos na parede, conforme a figura 71. Nesta atividade, o aluno deverá identificar a escala do mapa.

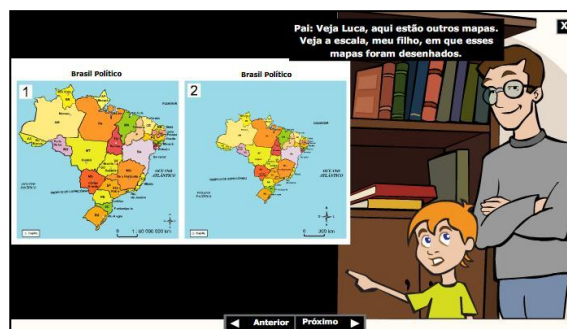


Figura 71: Mapas.

Dentre as atividades propostas, uma delas é descobrir a escala dos mapas desenhados.

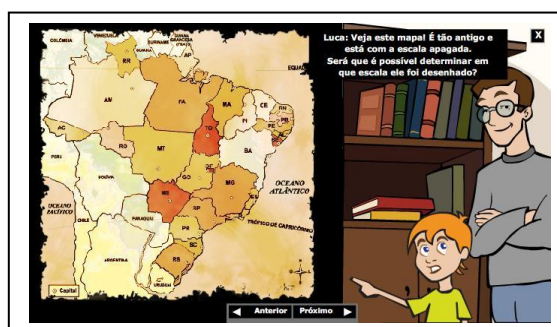


Figura 72: Mapa sem escala.

Outra atividade deste objeto será responder qual o par de cidades que está mais próximo na realidade, conforme a figura 73, e para isso o aluno deverá medir a distância com a régua e clicar em uma das alternativas dadas.

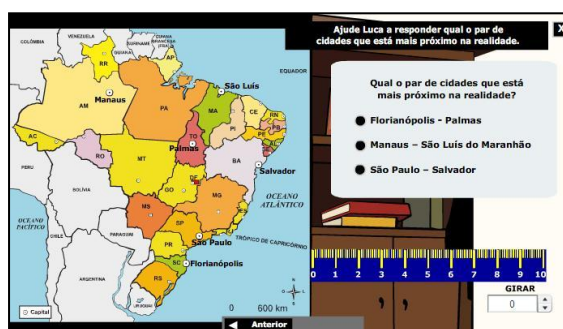


Figura 73: Distância entre as cidades.

Se o usuário escolheu fazer o passeio com a arquiteta no início da atividade ou ao término da atividade com o pai de Luca, então segue a estória relacionada a plantas de casas. Na primeira tela, aparece Luca conversando com a arquiteta que fez o desenho da planta da casa que seus pais estão construindo, conforme figuras 74 e 75.



Figura 74: Luca se apresenta à arquiteta.



Figura 75: Arquiteta explicando escala.

Segue então duas atividades relacionadas ao comprimento da planta que a arquiteta desenhou e a determinação da medida do comprimento da casa a partir da escala 1:100.

Outra atividade consiste em, dada a escala, determinar as dimensões reais dado que o aluno poderá utilizar a régua e fazer as medições da planta. Após, o aluno é convidado a verificar a proporção, igualando as razões entre as medidas da planta e as medidas reais, conforme figura a seguir:

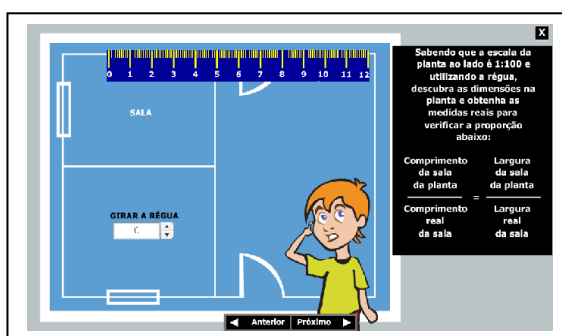


Figura 76: Verificação da proporcionalidade.

Outra atividade proposta neste objeto consiste em medir as dimensões da planta, conforme figura 77, e dar as dimensões no real. Para isso o usuário utiliza a régua para fazer as medições e usa a escala em que a planta foi desenhada.

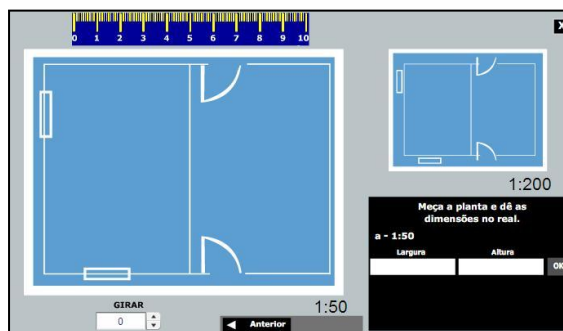


Figura77: Planta da casa.

Durante a utilização do objeto, os alunos responderam alguns questionamentos que estão dispostos no apêndice M, para complementar as atividades e também analisar o aluno no seu processo de construção conceitual, já que não era possível filmar todos os alunos fazendo as atividades.

Análise a Priori:

Com esta sequência de atividades, espero que as representações simbólicas de escala na forma fracionária possam ser utilizadas com maior sucesso do que nas atividades 5 e 6 realizadas na análise a priori por este grupo de alunos. Os alunos trabalharam na construção de maquetes com escalas, na atividade 1 da fase de experimentação, em dois grupos maiores.

Pretendo verificar se houve uma apropriação conceitual de escala considerando que agora os alunos estão trabalhando em duplas, o que permite analisar as ações dos sujeitos de forma mais individualizada. Neste sentido, espero que o aluno seja capaz de aplicar conceitos geométricos e aritméticos, fazendo ampliações/reduções em uma determinada escala, ou seja, que ele seja capaz de fazer conexões entre os objetos representados em escalas diferentes e os objetos reais demonstrando que houve a utilização da estrutura multiplicativa de pensamento.

Análise a Posteriori:

Verifiquei que, no desenvolvimento das atividades, os alunos conseguiram fazer representações simbólicas da escala com sucesso, embora em algumas situações (como a atividade em que é necessário determinar a escala, conforme figura 78) me solicitaram auxílio.



Figura 78: Determinação da escala do mapa.

Nesta atividade, é preciso calcular a escala do mapa conhecendo a distância entre Palmas e Florianópolis (2350 km) e determinando a distância entre estas duas cidades no mapa. Para isto, o aluno utiliza a régua e mede a distância que é de 5 cm. Após, estabelece uma comparação entre a medida obtida no desenho e a medida real dada.

As atividades relacionadas a este tipo de atividade apresentam dificuldades específicas, que são relatadas a seguir:

- Relacionada à passagem de um conceito como instrumento para um conceito objeto: através de um conjunto de situações de ampliação, o conceito de relação funciona como um utensílio de pensamento muito antes de poder ser objetivado em termos de escala;
- Relacionada à gestão de unidades: numa situação de ampliação, os dois objetos relacionados são a maior parte das vezes de dimensão comparável (as unidades são as mesmas), enquanto que nos problemas de escala, esta diferença de dimensão é muito importante. As medidas sobre o representado e o representante são expressas em unidades diferentes, em que é necessário, na maioria das vezes, harmonizar as dimensões, antes de se efetuar a relação (LEVAIN, 1997).

Na questão seis da análise prévia, dada a escala 1:500, apresentei no problema a nova escala 1:40, utilizada pelo arquiteto. Na análise a priori, nenhum aluno conseguiu responder se a altura da maquete com esta nova escala seria maior, menor ou igual à altura da maquete anterior, que era de 5 cm. Após desenvolver uma das atividades do objeto, solicitei que os alunos respondessem na folha o seguinte questionamento: “As dimensões da planta na escala 1:200 são o que em relação às dimensões da planta na escala 1:50?”. As respostas das duplas foram as seguintes:

- A escala 1: 200 é quatro vezes menor que a escala 1:50 (dupla AB).
- 4 vezes maior (dupla EF)
- É dividido por quatro (dupla GH).

Apenas a dupla EF não estabeleceu uma relação entre os aspectos geométricos e aritméticos e a escala. Neste sentido, posso inferir que as atividades propostas contribuíram para a percepção de que, dependendo da escala utilizada, o tamanho do desenho muda. E também que as comparações entre escalas diferentes se dão de forma inversa (quanto maior o número que estiver no denominador, menor será a representação figural do objeto).

Embora tenha verificado a utilização da estrutura multiplicativa de pensamento na resolução da atividade por todas as duplas, a dupla EF não percebeu a fração como um número e ao comparar 50 com 200, e apresentou um olhar isolado aos termos da razão, pensando então que o desenho na escala 1:50 ficará menor do que o representado na escala 1:200 (LESH, POST, BEHR, 1988; BAIRRAL, 2000). Pelo bom desempenho desta dupla em outras atividades, percebo que o erro pode ter sido causado por uma falta de atenção ao problema proposto. Em uma das atividades relacionadas à medição, um fato me chamou a atenção, pois o aluno estava utilizando a régua virtual a partir do 1 cm. Ou seja, ao medir a sala (conforme figura 73), o aluno obtinha 8 cm e não 7 cm. Uma constatação semelhante já havia verificado quando ao trabalhar com professores, a aluna começou a medir um segmento de reta a partir de 1 cm. Como já havia observado na atividade com as maquetes, estas dificuldades estão relacionadas ao fato de que os alunos pouco utilizam a régua ou outros instrumentos de medição seja usando unidades convencionais ou arbitrárias, em seu processo formativo na educação básica.

Avaliação do objeto:

O objeto permite a inserção em contextos relacionados a escalas de mapas e construções, em que é necessário fazer a planta de uma casa. Um dos objetivos do objeto é o de que os alunos tenham através de mapas e plantas a real ideia de como projetar espaços reais (maiores) em dimensões menores (papel).

Há de se destacar que uma das atividades planejadas previamente neste objeto não pode ser implementada. Esta atividade previa que, dado o quarto em uma determinada escala que era explícita, o aluno deveria desenhar este quarto em uma outra escala. Para isto ele determinaria previamente as dimensões da figura (ampliação ou redução da original) e então desenharia, arrastando o cursor e ajustando as medidas do retângulo, em que se teriam duas régua dispostas verticalmente e horizontalmente. Terminado o desenho, ele explicitaria estas dimensões. Porém, mesmo com o auxílio de três programadores, não foi possível implementar

esta atividade. A atividade tinha um problema não solucionado pelos programadores: não foi possível enquadrar a figura com a régua.

Esse processo, embora muitas vezes não explicitado pelos desenvolvedores de objetos de aprendizagem, acontece, tendo então que adaptar a atividade. Essa dificuldade está relacionada ou com a limitação do programador ou com a própria limitação do software de autoria, que neste caso foi o flash.

Avaliando os alunos ao utilizarem o objeto, verificou-se que ele possui uma interface bastante intuitiva, em que cada um dos elementos da tela foi facilmente interpretado por eles. Buscou-se a criação de um design adequado à faixa etária que retrate modelos em realidades virtuais sendo proporcionado situações interativas, com a possibilidade de feedback imediato, integrando textos e exemplos com imagens, de forma equilibrada. Segundo Primo (1996), na elaboração de objetos de aprendizagem, deve-se buscar um equilíbrio entre a organização das informações e a apresentação estética.

Com relação ao domínio de um campo conceitual, consideraram-se os aspectos cognitivos/pedagógicos que são importantes para a aprendizagem do conteúdo abordado, considerando também a verificação de quais são os esquemas utilizados pelo sujeito que são necessários para a aprendizagem e quais são as formas de representação deste conhecimento. Para isto, procurou-se utilizar e integrar de forma equilibrada nos objetos a linguagem formal, icônica (figuras e objetos) e natural.

Com relação a estes aspectos, buscou-se correlacionar nos dois objetos de aprendizagem:

- representações que sejam compatíveis com o nível de ensino abordado;
- relações diretas observáveis entre as representações e as situações;
- relações diretas observáveis entre as representações e os invariantes.

Esta avaliação está baseada nos três aspectos definidos por Vergnaud para a construção de um conceito, a saber: as situações apresentadas, os invariantes envolvidos e as formas de representação⁵³.

Com relação ao RIVED, o projeto exige que se faça uma pesquisa sobre abordagens interessantes existentes na web referente ao tema proposto no módulo, para uso no computador. O único material encontrado com o tema escalas e proporcionalidade se refere a vídeos existentes no portal Domínio Público; objetos de aprendizagem relacionados a escalas e pro-

⁵³Esta última parte da avaliação do objeto está baseada no artigo **Professor X Software Educativo: a difícil tarefa de escolher**, em que os autores Souza, Pequeno e Filho (2005) mostram como a teoria dos campos conceituais pode ser usada para aprimorar o processo de avaliação e seleção de um software educativo.

porção não foram encontrados. O objetivo desta pesquisa advém da necessidade de abranger todos os conteúdos da grade curricular, de forma que os materiais sejam inovadores para um conteúdo em que não existe material na web.

Atividade 7:

Nesta atividade, os alunos utilizaram concomitantemente o software Régua e Compasso e a planilha eletrônica ou a calculadora virtual. Tendo em vista que os alunos já estavam finalizando o último trimestre letivo e com isso o transporte escolar funcionaria somente em alguns turnos especiais para os que ficariam em recuperação, construí previamente triângulos salvos em arquivos que foram disponibilizados nos computadores do laboratório de informática da escola⁵⁴. Disponibilizei três arquivos contendo dois tipos de triângulos: um que preserva a forma ao movimentar um dos vértices do triângulo e outro que não preserva a forma.

Por exemplo, na construção de um triângulo retângulo em que um dos ângulos mede 30 graus, os alunos poderiam verificar a relação entre as medidas dos lados (razão), observando que este valor não é alterado com a movimentação de um ponto inicial. Ao movimentar o ponto C com a opção mover ponto, as razões $\frac{AB}{AC}$, $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{AC}{BC}$ são mantidas, como observado nas figuras 79 e 80:

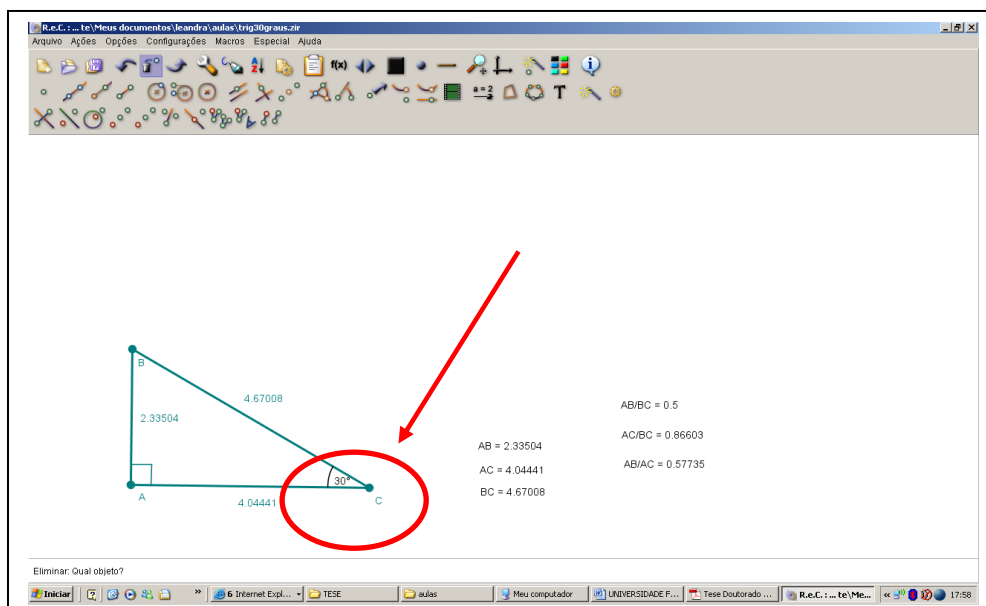


Figura 79: Triângulo retângulo original .

⁵⁴ Verifiquei que havia muita motivação nos alunos e que se dependesse deles, as aulas se estenderiam por mais um tempo.

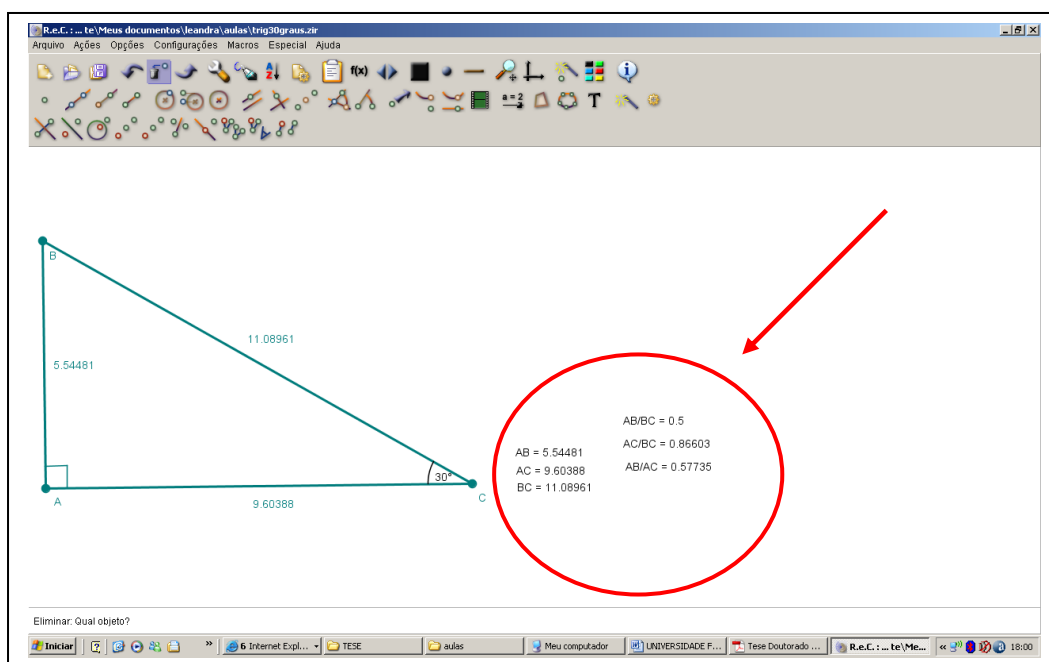


Figura 80: Ampliação do triângulo retângulo.

Isto se deve a prévia construção que preserva as propriedades originais do triângulo retângulo na movimentação do ponto C ou A ou do segmento de reta \overline{AC} . Essas razões são estudadas na Trigonometria do Triângulo Retângulo.

Embora o resultado das razões possam ser obtidos no software Régua e Compasso, deixei livre a forma como os alunos o encontrariam. Uns optaram por utilizar a planilha eletrônica, outros utilizaram a calculadora virtual, um grupo fez os cálculos no celular e outro fez o cálculo com lápis e papel. Na planilha eletrônica, a vantagem é que o registro não é alterado ao serem modificadas as dimensões do triângulo, pois o aluno faz o registro em outra célula com as novas dimensões, o que não acontece no Régua e Compasso. Neste, se o aluno alterar as dimensões dos triângulos, não aparece o registro das dimensões dos outros triângulos.

Também destaco que, ao impor o cálculo com lápis e papel, os alunos perdem a motivação na realização das atividades, pois a extensão dos cálculos irá competir com a atenção dada à atividade em si.

No planejamento das atividades com as máquinas, é razoável considerar que sua função não é eliminar a necessidade de realizar as operações com lápis e papel, mas de permitir uma maior liberdade de movimentação em determinados contextos em que a execução de cálculos com uso dos algoritmos convencionais toma um tempo demasiado longo e exige um esforço desanimador (ARAÚJO, SOARES, 2002, p26).

As habilidades de cálculo, imprescindíveis para uma boa alfabetização matemática, podem ser trabalhadas durante todo o processo de formação do aluno na educação básica, perpassando todas as séries, do ensino fundamental ao médio. Mas também precisam existir momentos em que a realização de cálculos com lápis e papel pode ser substituída por um artefato como a calculadora ou a planilha eletrônica.

Análise a priori:

O aluno deve perceber que existe uma relação de proporcionalidade entre os segmentos correspondentes e que não há alteração dos ângulos correspondentes (congruência), sendo estas as condições para que as figuras sejam semelhantes.

Análise a posteriori:

Primeiramente disponibilizei um arquivo para os alunos em que eles poderiam explorar duas figuras geométricas e verificar o que acontece com suas ações. Nestas figuras, têm-se dois aspectos a serem salientados:

- Uma das figuras permite colocar em evidência a visualização de numerosos desenhos – desenhos em movimento, que possuem as mesmas propriedades geométricas;
- Outra figura também permite colocar em evidência a visualização de numerosos desenhos, mas que não possuem as mesmas propriedades geométricas.

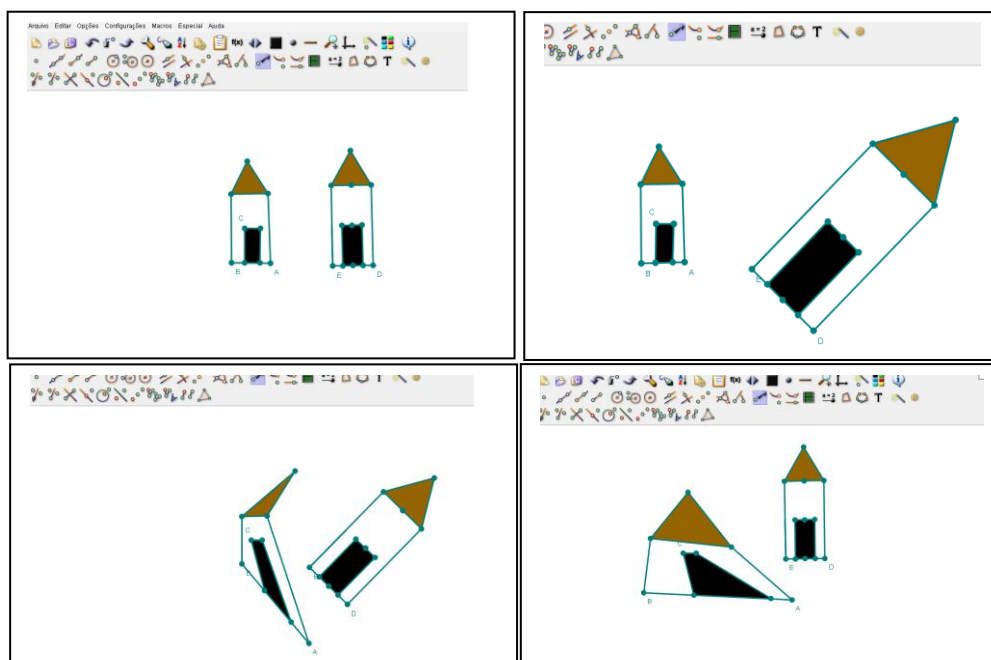


Figura 81: Exploração de figuras geométricas no software Régua e Compasso.

A ideia de apresentar para os alunos estas duas figuras partiu da necessidade de explicar que, embora eles não fossem fazer construções geométricas, estas prévias construções devem ser realizadas de forma que as propriedades geométricas de cada figura sejam mantidas (se este é o objetivo). Ou seja, embora eu não tenha explicitado esta construção, quis deixar claro que a impressão perceptiva não dá conta do significado de um desenho: desenhos que a impressão registra como iguais, podem guardar distintas relações geométricas.

A compreensão do significado de um desenho perpassa por uma fusão adequada entre a componente conceitual e figural que determina o objeto geométrico. [...] Os ambientes de geometria dinâmica provocam esta compreensão porque no dinamismo das figuras se reflete a imposição de diferentes relações (GRAVINA, 2001, p. 105).

Após esta atividade introdutória, utilizei uma sequência de atividades relacionadas com a ampliação/redução de triângulos e com a trigonometria do triângulo retângulo, que está no apêndice N.

Embora os alunos tenham trabalhado na oitava série com a trigonometria do triângulo retângulo, em alguns grupos relembrei termos como “cateto adjacente”, “cateto oposto”, ou “hipotenusa” e auxiliei a identificar estes termos no triângulo dado.

Alguns grupos também expressaram dúvidas sobre o significado da representação $m(AC)/m(BC)$ e suas variantes. Neste sentido, Vergnaud (2001) coloca que a representação é constituída de elementos simbólicos e semióticos que são necessários a ação do sujeito (gráficos, diagramas, notação algébrica,...) e às vezes não é direta, existindo lacunas entre o que está na mente do indivíduo e a representação dada por símbolos ou palavras. Nesta situação, o esquema do sujeito deve ser amparado em competências conceituais, baseada em suportes simbólicos (LESSA, FALCÃO, 2005).

Após, solicitei que os alunos abrissem o arquivo tri30graus.zir. Neste arquivo, tem um triângulo retângulo onde um dos ângulos é de 30° .

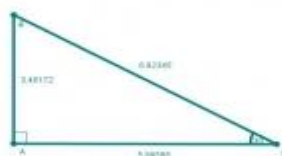


Figura 82: Triângulo retângulo.

Nesta atividade e nas demais, convidei os alunos a movimentar o ponto A do triângulo e verificar se houve ou não uma modificação na forma. Nos triângulos em que não há uma modifi-

cação da forma, praticamente todas as duplas de alunos colocaram que “Não, a forma continua a mesma” (resposta de uma das duplas). Os alunos verificaram, no último arquivo trabalhado, que a forma da figura é modificada com a movimentação do ponto A, o que condiz com a construção prévia da figura.

Após, os alunos registravam as medidas dos segmentos e também as razões obtidas. A seguir, apresento os quadros construídos por uma das duplas com o triângulo de 30° :

Medida do segmento AB (cateto oposto ao ângulo de 30°)	Medida do segmento AC (cateto adjacente ao ângulo de 30°)	Medida do segmento BC (hipotenusa do triângulo)
2,05	3,55	4,10
2,50	4,33	5,00
3,49	6,06	6,99
5,76	9,97	11,52

Quadro 7: Medidas dos lados do triângulo retângulo de 30°

$\frac{m(AB)}{m(BC)}$	$\frac{m(AC)}{m(BC)}$	$\frac{m(AB)}{m(AC)}$
0,5	0,86	0,57
0,5	0,86	0,57
0,5	0,86	0,57
0,5	0,86	0,57

Quadro 8: Razões entre os lados do triângulo retângulo de 30°

E os quadros construídos com um triângulo qualquer:

Medida do segmento AB	Medida do segmento AC	Medida do segmento BC
3,39	6,91	7,70
3,39	8,28	8,95
3,39	4,00	5,26
3,39	10,56	11,09

Quadro 9: Medidas dos lados do triângulo qualquer

$\frac{m(AB)}{m(BC)}$	$\frac{m(AC)}{m(BC)}$	$\frac{m(AB)}{m(AC)}$
0,44	0,89	0,49
0,34	0,92	1,48
0,64	0,46	0,84

Quadro 10: Razões entre os lados do triângulo qualquer

No triângulo em que a forma era modificada, seguem as respostas dos alunos:

- Sim, porque o ângulo muda conforme mexemos (dupla GH).
- Não, porque o seno, o cosseno e a tangente não são iguais (dupla AB).
- Não, porque há uma parte que está fixa (dupla EF).
- Não, porque a $m(AB)$ não muda e conforme mudamos o ponto o ângulo muda (dupla CD).

Analisando as respostas, percebi que a dupla CD conseguiu explicitar com um número maior de informações as razões para que os triângulos que apareceram na tela não sejam semelhantes, embora todas as duplas (com exceção da dupla AB) tenham certa clareza sobre estas condições. Observei que, para esta dupla, não há a necessidade de que os triângulos sejam retângulos para calcular o seno, o cosseno e a tangente da forma de cálculo explicitada no quadro 8, o que não é verdade.

Um fato que me chamou a atenção foi que, quando os alunos começaram a mexer com um dos vértices do triângulo retângulo, um aluno entusiasmado com o que estava enxergando na tela do computador (visualização de vários triângulos em movimento), falou para o colega, repetindo várias vezes:

- Olha, olha só, que massa! Que massa, veja só!

Este mesmo aluno solicitou minha colaboração ao fazer uma atividade em que o ângulo considerado era de 30° .

Aluno A: Dá sempre o mesmo número, deve estar errado.

Professora: Será que está errado?

O aluno ficou quieto, pensou e disse:

Aluno A: Mas deve dar sempre o mesmo número, né? Isto está arredondado (se referindo aos números 0,4998 e 0,5).

Professora: Porque você acha que deve dar o mesmo número?

O aluno reflete, e continuamos interagindo. Verifiquei que, ao responder o questionário, a dupla AB (do qual este aluno é integrante) colocou na atividade em que era necessário

justificar porque as razões obtidas eram iguais que “Porque no triângulo não houve deformações”. Ou seja, para esta dupla, as razões obtidas eram iguais porque ao movimentar o ponto A deste triângulo, a forma era mantida.

Na questão “Ao movimentar o ponto A, os triângulos que aparecem na tela são semelhantes? Por quê?”, a mesma dupla colocou “Sim, porque eles são proporcionais. Seno, cosseno e tangente são sempre iguais”.

Explicitar o conhecimento é difícil, não só para os alunos. Sempre há muito de implícito nos esquemas do sujeito ao resolver as situações propostas. Esta dupla demonstra um raciocínio correto; embora não explicita de uma maneira aceita pela comunidade científica, já que não são os triângulos que são proporcionais e sim as medidas de seus lados correspondentes. Porém, há muito conhecimento implícito nesta afirmação e ela está próxima dos conceitos afirmados pela comunidade científica.

Com relação a estes aspectos, Vergnaud (2008b, p. 53) coloca:

Disto eu tiro que a lição de que as inferências utilizadas na ação, de modo frequentemente pouco explícito, podem ser analisadas e descritas na linguagem da ciência. Não somente elas podem, mas elas devem, se não se quer deixar instalar uma ruptura lamentável entre a forma operatória do conhecimento e sua forma predicativa. A forma predicativa da ciência é evidentemente essencial, justamente porque ela é explícita e pode ser compartilhada, mas um conhecimento que não é operatório não é verdadeiramente um conhecimento. É, pois, um trabalho essencial para os pesquisadores formular em termos científicos os conhecimentos utilizados na ação, sejam eles totalmente implícitos, até mesmo inconscientes. Entretanto, quando se trata da comunicação com os alunos, ou mesmo com certos ensinantes, pode-se colocar das formas mais oportunas de expressão em palavras ou de expressão em símbolos.

Outra dupla me chamou para esta primeira atividade e disse:

Aluno C: Dá sempre o mesmo valor.

Professora: Por quê?

Aluno C: Vai aumentar todos iguais.

Aluno D: O valor não modifica porque eles são proporcionais (se referindo aos triângulos).

Professora: Por que eles são proporcionais?

Aluno D: A forma da figura...

Professora: A forma da figura é modificada?

Aluno C: Não.

Professora: E se a forma não é modificada, o que acontece com os ângulos?

Aluno D: Os ângulos são iguais, olha (e mostra na figura, arrastando o ponto C e verificando que não há modificação dos ângulos).

Esta mesma dupla, na atividade em que o triângulo se deformava com a movimentação de um dos vértices, achava que a razão era a mesma para dois dos lados do triângulo, porque as medidas destes dois lados estavam variando, enquanto um terceiro lado permanecia fixo: “Para os dois lados dá a mesma razão, para o outro, não”.

Solicitei que eles encontrassem então as razões para os dois lados deste triângulo, e comparassem. Nesta comparação, verificaram que as razões encontradas não eram iguais. No questionário “As razões encontradas são iguais? Por quê?”, a dupla colocou: “Não, porque conforme modificamos o ponto, o ângulo muda”. Como Vergnaud coloca, aqui se verifica que o conhecimento passa por idas e vindas, por obstáculos e dificuldades que se apresentam em situações de aprendizagem. Os conceitos em ação utilizados na atividade em que o triângulo não se deformava se mostraram suficientes para esta dupla, enquanto na atividade em que houve deformação do triângulo, se mostrou insuficiente.

4.5 VALIDAÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Para efeitos de validação da experiência, são retomadas as hipóteses de pesquisa formuladas na segunda etapa da Engenharia Didática (concepção e análise a priori).

Considera-se que a hipótese que trata do desempenho cognitivo é válida. Os conhecimentos elaborados pelos alunos foram além de uma mera aplicação da regra de três. Os alunos vivenciaram diversas situações relacionadas à construção dos conceitos de proporcionalidade, mobilizando diferentes esquemas de resolução e contribuindo para a construção de uma rede de conceitos, utilizando distintas representações simbólicas que se fizeram necessárias para veicular as ideias.

Com relação à hipótese dos conhecimentos mobilizados pelo sujeito em ação em um meio informatizado, verificou-se que as atividades digitais favoreceram para que o aluno trabalhasse com uma maior quantidade de conceitos de forma articulada, como se pode perceber na análise dos dados obtidos durante a fase da experimentação. Para ilustrar esta afirmação, segue a análise da atividade com a planilha eletrônica.

As atividades com as planilhas contribuíram para uma articulação entre as situações que estão ou não relacionadas ao campo da proporcionalidade e as funções e suas múltiplas representações. Elas permitiram que o aluno reconhecesse o comportamento de funções lineares e não-lineares na construção de tabelas e gráficos, sendo que o aluno estabeleceu nesta construção uma relação com a situação em si, reconhecendo semelhanças e diferenças na ex-

ploração e observação de diversos fenômenos e conseguindo estender, em determinadas situações, o esquema de resolução a uma classe mais ampla de situações em que ele é eficaz.

Um exemplo do que foi colocado pode ser percebido nas situações criadas por eles, conforme atividade 6 do apêndice L.

Além disso, as planilhas constituíram um ambiente rico para a interatividade, possibilitando uma reação imediata do sistema às ações do aluno, sendo estas ações o resultado de suas operações mentais, permitindo diversas formas de pensar sobre o mesmo problema, com a possibilidade das duplas trabalharem com fórmulas, tabelas e gráficos simultaneamente.

Com relação à hipótese de que a falta de familiaridade dos alunos com os softwares utilizados pode ser superada com a escolha de softwares com uma interface intuitiva, também é válida. Não houve dificuldades com o software ou o objeto de aprendizagem em si, sendo eles de fácil utilização e o envolvimento dos alunos foi voltado à aprendizagem dos conceitos de proporcionalidade presentes nas atividades, sendo que estas levaram em conta o desenvolvimento cognitivo dos alunos.

São relatadas a seguir algumas constatações relacionadas com as hipóteses de pesquisa formuladas nesta tese:

- Os alunos conseguiram ampliar e reduzir figuras geométricas semelhantes à figura original, embora esta ampliação ou redução dependa da figura em si. Em situações que envolveram uma figura mais simples, todos os alunos obtiveram sucesso, diferente da constatação realizada na análise prévia, em que o desempenho dos alunos não foi bom. Por exemplo, na questão 3 da análise prévia, apenas dois dos dezesseis alunos que responderam ao questionário acertaram a totalidade da questão.

Com relação à ampliação de figuras mais complexas, houve a necessidade de o aluno controlar diversas informações no mesmo desenho e o desempenho deles na fase da experimentação, de modo geral, foi razoável, já que apenas 33% dos grupos conseguiram ampliar ou reduzir com sucesso estas figuras.

O objeto de aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança contribuiu para que o aluno criasse imagens mentais associadas a uma conservação de forma numa ampliação ou redução de uma figura, condição esta que favoreceu uma harmonia entre a componente conceitual que está relacionada a uma determinada classe de figuras semelhantes à imagem mental desta figura.

Uma das atividades do objeto que contribuiu para isto foi a primeira, em que o aluno podia ampliar ou reduzir a foto nas dimensões horizontal ou vertical, verificando o efeito de

sua ação e a visualização de diferentes imagens que poderiam ser ou não semelhantes à foto original. Atividade esta impossível de ser realizada com lápis e papel.

- Também se constatou, inicialmente, na resolução das atividades digitais, a emergência de um raciocínio aditivo, o que estava de acordo com a avaliação realizada na análise prévia. Com a mobilização e a motivação das duplas em aprender, trocando ideias e interagindo entre si e com o professor, identificou-se que os alunos utilizaram com maior frequência o raciocínio multiplicativo, empregando esquemas de resolução que denotavam uma organização invariante relacionada às estruturas multiplicativas. Embora não posso afirmar, de forma categórica, que os alunos futuramente não utilizarão uma estrutura aditiva em problemas envolvendo a proporção.

- Além disso, os alunos conseguiram explicitar seus conhecimentos, utilizando a linguagem natural ou simbólica, justificando suas escolhas, embora essa elaboração não seja de forma tão bem sucedida (ou seja, utilizando de forma correta e precisa a linguagem oral ou escrita) e dependente da situação proposta.

Por exemplo, na atividade com as planilhas, quando foi solicitado o modelo matemático, verifico dificuldades na utilização de uma linguagem algébrica, onde apenas uma dupla conseguiu expressar o modelo que representa o alongamento da mola em função do número de moedas colocadas em sua extremidade. Estas dificuldades estão relacionadas ao campo conceitual algébrico e a modelização, na construção de um pensamento algébrico, na exploração de padrões e no entendimento da noção de variável ou incógnita. Já nas atividades em que os alunos justificam o porquê das figuras serem semelhantes ou o porquê de existir uma proporcionalidade, suas justificativas estão próximas das aceitas pela comunidade científica.

- Com relação à escala, na análise prévia, os alunos não tinham noção do seu conceito, conforme verificação feita na primeira questão do questionário aplicado (solicitação de que os alunos respondessem se as fotos do besouro e do leão estão na mesma escala). Também não conseguiram explicitar a escala em uma representação simbólica na forma fracionária (apenas 1 aluno dos 16 alunos conseguiu expressar a escala na forma fracionária, conforme verificado na questão 5 da análise prévia). Com a resolução das atividades, a partir das respostas dos sujeitos, percebe-se uma mudança qualitativa com relação à representação da escala na forma fracionária e a compreensão do conceito de escala. As atividades utilizando as *maquetes* e o objeto de aprendizagem A Matemática das Casas e Plantas colaboraram na compreensão da escala, especialmente nas tarefas de comparação de comprimentos entre o representante e o representado, expressos em unidades diferentes.

Com este conjunto de ações, observou-se que os alunos conseguiram interpretar melhor as situações, ampliando também a classe de situações que eles dispunham, inicialmente no seu repertório, das competências necessárias ao tratamento da situação. Verificou-se, nesta análise, que em determinadas situações os esquemas utilizados se mostraram suficientes, sendo que em outras, não. Neste sentido, percebe-se a necessidade de testar a operacionalidade de um conceito em diversas situações, vivenciando etapas de um processo de construção de conceitos que não se dá de forma linear.

4.6 APRECIÇÃO DO PROJETO PELOS ALUNOS

No dia 24 de novembro de 2008, foi aplicado aos alunos participantes da experiência um questionário, denominado de “Avaliação do Projeto”, sendo composto por 7 (sete) perguntas descritivas (apêndice O). Este questionário foi aplicado aos alunos que participaram na íntegra ou parcialmente do projeto.

Na questão “Qual sua opinião sobre o projeto?“, apareceram várias respostas relacionadas à aprendizagem, tais como: “Achei muito importante, um tipo muito legal de aprendizagem”, “Muito bom para aprendermos muito”, “Muito interessante, pois aprendi coisas novas, coisas diferentes e com certeza aprendi mais”, “Legal, interessante, aprendemos mais a matemática” e “Foi muito legal aprendermos matemática no computador”. Um dos alunos colocou “Trabalha a imaginação e o pensar mais” e o outro colocou “(...) aprendi muito sobre proporcionalidade”, reforçando a contribuição das atividades digitais à construção dos conceitos de proporcionalidade.

A pergunta a seguir buscou respostas relacionadas a como o aluno avaliou sua própria participação (“Como você avalia a sua participação no projeto?”). As respostas estão relacionadas com a questão anterior, pois quando há uma boa participação, geralmente há uma boa aprendizagem. Os alunos colocaram várias respostas, tais como “Boa” (em vários questionários), “Vim em todas as aulas”, “Muitas vezes não entendia claramente o que estava sendo pedido, mas com perguntas sempre respondidas, entendia”. Uma das respostas gostaria de destacar: “Eu participei, ajudei os meus colegas, por isso eu achei que foi legal minha participação”. Ou seja, ajudar os colegas significa que o sujeito acredita que tem algo a contribuir e a cooperação e o compartilhamento do saber contribui para o aprendizado dos sujeitos.

Com a terceira pergunta, “O que você aprendeu com o projeto?”, foi possível identificar categorias como: “Aprendi a fazer coisas de matemática no computador”, “A raciocinar,

pensar, interagir mais”, “Muita coisa sobre proporção”, “Aprendi mais a matemática”, “Várias formas de lidar com a matemática”, “Que a maioria das coisas que são feitas baseadas em algo correto, tem proporcionalidade”, “Muita coisa, principalmente interpretar”. A interpretação do problema está relacionada com o domínio da experiência em referência pelo sujeito (VERGNAUD, 2008b). Chama atenção a última resposta, pois uma situação será um problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é colocada, não o resolvendo de forma mecânica.

Na quarta pergunta “Para você, o que mais foi significativo no projeto?”, objetiva-se identificar situações de ensino-aprendizagem que foram significativas para os alunos. As respostas foram: “A participação da professora”, “As coisas que aprendemos com a professora Leandra. Pena que foi por pouco tempo” (esta aluna queria mais aulas de matemática à tarde), “Mais aprendizado e inteligência”, “A aprendizagem no computador”, “Na hora das pessoas criarem seu blog”, dentre outras.

Salientam-se ainda duas respostas: “A vontade dos que participaram” e “Que todas as pessoas se ajudavam uma às outras” em que esta última resposta apareceu duas vezes. Embora não seja o foco desta pesquisa, a motivação em aprender conteúdos utilizando o computador aparece frequentemente nas pesquisas atuais. Também a cooperação aparece nas respostas colocadas pelos sujeitos, processo este que vem sendo enfatizado nas pesquisas com a tecnologia na educação.

Sobre “Aprender matemática utilizando o computador, o que achou da ideia?”, buscou identificar se gostaram da experiência, verificando se houve motivação em aprender matemática utilizando o computador. As respostas que apareceram são do tipo: “Muito bom” (várias vezes), “Muito legal, as pessoas fazem com mais vontade”, “Boa, dava para fazer coisas que sem o computador não daria”, “Interessante, ao mesmo tempo que aprendemos matemática, temos mais domínio com o computador” (esta resposta apareceu duas vezes), “Ótima ideia, é uma coisa diferente”. Um dos alunos colocou “Um pouco difícil, mas bom” e outro “Muito bom. É fácil e divertido”, o qual se acredita que estas respostas estão relacionadas à classe de situações que o sujeito dispõe ou não das competências necessárias ao tratamento da situação (VERGNAUD, 1993).

Na sétima pergunta que está relacionada à percepção do aluno para que houvesse mais aprendizagem nas aulas de matemática (Para que houvesse maior aprendizagem nas aulas de matemática de uma maneira geral, o que deve ser feito?), os alunos colocaram: “Ter tido mais aulas de matemática, mais projetos de matemática”, “Usar computadores e ter mais vontade

de aprender”, “Nada, porque houve uma maior aprendizagem (aqui)”, “Desde o início do ano poderia ter este projeto”, “Computadores em sala”, “Utilizar mais o computador”, “Fazer todas às vezes todos os anos”. Vários alunos colocaram, pelas respostas, a vontade de continuidade do projeto. Mas como era final de ano, e eles iriam para outra escola, não seria possível dar continuidade. Também vários alunos colocaram a necessidade de que, nas aulas de matemática do turno normal, os alunos utilizassem o computador.

Na última pergunta, foi colocada uma questão em aberto: “Sinta-se à vontade para colocar o que achar necessário”. As respostas foram: “Ter mais computador, para que cada um faça sozinho o seu projeto de matemática”, “Tá muito bom, nada precisa mudar” (esta resposta apareceu várias vezes, se referindo ao projeto em si).

Além desse questionário, foi criada uma enquete no blog com perguntas de múltipla escolha para os alunos responderem referente à utilização do computador nas aulas:

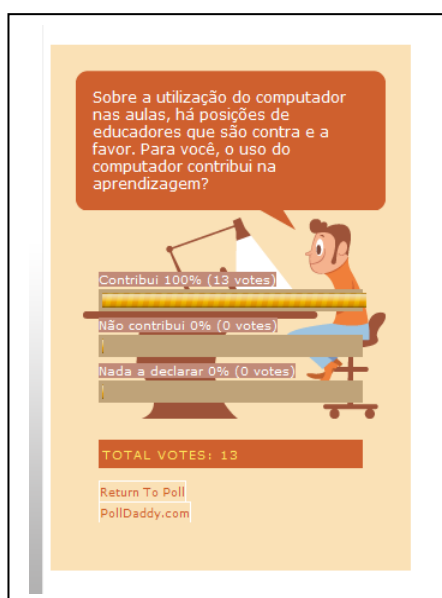


Figura 83: Enquete.

Verificou-se então, que dos 13 respondentes, 13 afirmam que o uso do computador contribuiu na aprendizagem, conforme a figura 83.

Finalizando, é possível afirmar, pelas respostas dos alunos às questões destes instrumentos de avaliação, bem como da motivação que demonstraram nas aulas, que eles gostaram do projeto e teriam vontade de que continuasse. O questionário e a enquete foram aplicados para buscar uma maior compreensão sobre as concepções dos alunos sobre o projeto, contribuindo para responder às questões da investigação desta tese, confirmando os pressupostos da pesquisa e validando a experiência.

5 REFLEXÕES PROVISÓRIAS: O QUE A PESQUISA INDICOU

A presente pesquisa traz resultados sobre a aprendizagem de proporcionalidade através da utilização de atividades digitais. Os dados para fazer esta afirmação são provenientes da confrontação entre a análise prévia e a análise a priori, fundamentada nos passos da Engenharia Didática.

Estas constatações são tecidas a partir dos objetivos e das questões de pesquisa levantadas. Com este intuito, na construção das trajetórias de aprendizagem, destacou-se pontos que são considerados importantes na composição do campo conceitual enfocado.

Na análise do processo de construção dos conceitos de proporcionalidade, verificou-se a amplitude de um campo conceitual, pois houve a necessidade de analisar-se vários conceitos que se articulam, verificando as dificuldades cognitivas, os obstáculos enfrentados, as possibilidades de representação e as rupturas que se fizeram necessárias na resolução das tarefas.

Na resolução das situações propostas ou criadas pelos alunos, nem sempre o campo conceitual pôde ser construído de forma abrangente. Em determinadas situações, eles usavam modelos explicativos que eram mais locais; em outras, de forma mais global.

Verificou-se que alguns grupos conseguiram ter uma maior coerência no uso de modelos explicativos em diferentes situações. Neste sentido, os teoremas em ação e os conceitos em ação se tornaram mais claros, indo para um novo patamar, em que os conceitos espontâneos evoluíram para conceitos científicos, pois conseguiram interpretar e resolver as situações de forma a explicitar seus conhecimentos, utilizando a linguagem natural ou simbólica, reconhecendo parentescos e filiações com as novas situações a vencer. Estes alunos conseguiram estender o esquema a uma classe mais ampla de situações, usando modelos explicativos de forma mais global.

A teoria dos campos conceituais se mostrou bastante adequada para analisar as construções conceituais em que o sujeito é ativo no processo ensino-aprendizagem. Essa teoria se constituiu também como uma ferramenta poderosa na construção de planejamentos didáticos, pois contribuiu no planejamento das situações de ensino, na seleção dos conceitos e teoremas-chave e suas relações, assim como na análise da evolução temporal dos modelos explicativos dos sujeitos (CARVALHO JUNIOR, AGUIAR JUNIOR, 2008).

A análise do desenvolvimento in loco do projeto de aprendizagem com a turma da oitava série reacende a necessidade de mudanças no paradigma escolar, cujo foco é o ensino, para a aprendizagem. Deste modo, como já se ressaltou, não adianta simplesmente utilizar as

tecnologias digitais sem uma preparação maior dos professores, tanto de forma a não subutilizar os recursos disponíveis pela tecnologia como de forma a valorizar o papel ativo do aluno neste processo, buscando entender os processos cognitivos pelo qual passa o aluno na construção dos conceitos. No planejamento de situações didáticas, é importante favorecer a articulação dos vários conceitos, para que o aluno perceba essas inter-relações, e o computador se mostrou uma ferramenta em potencial, que deve ser aproveitado pelo professor.

Os conteúdos da grade curricular não foram trabalhados de acordo com a sequência dada pelos livros didáticos, mas de modo a articular os conceitos, localizando outros conceitos que se inter-relacionaram com a proporcionalidade e as estruturas multiplicativas e que contribuíram na criação de modelos explicativos de forma mais abrangente. Considerando estes aspectos, procurou-se abordar variadas situações, buscando analisar a existência de diversos comportamentos e esquemas, e visando garantir diferentes formas de representar o conhecimento e, para isto, a necessidade da diversidade de objetos materiais e virtuais utilizados na fase de experimentação.

Embora o foco desta tese não seja a cooperação, evidenciou-se, através da manifestação dos alunos e das observações realizadas durante a fase de experimentação, uma motivação em aprender e um processo cooperativo que não é evidenciado em uma aula tradicional, onde o professor é o detentor do conhecimento e o aluno é considerado uma tabula rasa. As tecnologias contribuem para que eles sejam autores de sua aprendizagem em que o conhecimento matemático não foi apresentado como algo pronto e acabado, como aquele que aparece nas teorias, mas como algo vivo e construído pelos alunos. Nesse âmbito, tem-se aí uma possibilidade de um trabalho futuro: evidenciar o papel da cooperação na construção dos conceitos, a partir da teoria dos campos conceituais, trabalho este não focado ainda por Vergnaud.

Outra contribuição da tese é a análise dos alunos utilizando os diversos softwares de aprendizagem escolhidos para a fase de experimentação. Os alunos tinham pouca familiaridade com a tecnologia, limitando-se a utilizar o computador para se comunicar e interagir com os amigos, ou através de jogos on line. Neste sentido, a escolha dos softwares utilizados foi determinante para que a avaliação realizada por eles ao final do projeto fosse positiva. A interface intuitiva, com recursos interativos e de fácil utilização para o aluno, é fundamental nesta escolha, além da necessidade de o professor avaliar a concepção de ensino-aprendizagem que está por trás do planejamento das atividades digitais.

Em diversas pesquisas, não se encontrou trabalhos de mestrado ou doutorado relacionados à utilização da teoria dos campos conceituais na análise dos sujeitos em atividade utili-

zando atividades digitais. Neste sentido, esta tese abre uma área de pesquisa que tem a contribuir para a Educação Matemática e a melhoria da aprendizagem.

Como consideração final, acrescenta-se que a utilização de atividades digitais pode sim potencializar a aprendizagem, como se verificou na análise a posteriori. Porém, há de se destacar um papel fundamental do professor: o planejamento, a escolha das atividades e o nível de profundidade abordado devem levar em conta o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, pois isto é um fator que poderá motivar ou não o aluno a aprender a aprender, ou seja, a querer ser o autor do seu processo de construção de conhecimento. Também a participação ativa e efetiva do aluno se dará se o professor valorizar o sujeito da aprendizagem, suas vivências e suas reflexões.

5.1 RESULTADOS E TRABALHOS FUTUROS

A pesquisa aqui apresentada tem gerado, desde o seu início, vários artigos científicos, participação em projetos de pesquisa, orientações de bolsas de iniciação científica, dentre outros.

Com o início do doutorado em 2006, tiveram-se diversas produções relacionadas ao trabalho de pesquisa: 5 artigos em revistas científicas, 1 apresentação de trabalho em evento (sem publicação), 5 trabalhos completos publicados em anais de congressos e 5 resumos publicados em anais de congressos (apêndice Q). Também se tem desde 2006 a participação em 01 (um) projeto de pesquisa da instituição (RIVED /UNIFRA) que é vinculado ao Ministério da Educação, sendo captadas 04 (quatro) bolsas de iniciação científica. Convém destacar a produção de 03 (três) objetos de aprendizagem (um em fase de finalização), sendo que dois estão publicados no site do RIVED e destes, um recebeu premiação em nível nacional.

Com relação a perspectivas de trabalhos futuros, pretende-se pesquisar a Teoria dos Campos Conceituais no currículo escolar, produzindo um material didático (livro) de apoio ao professor das séries iniciais, estruturando os conteúdos da grade curricular em dois grandes eixos: Campos das Estruturas Multiplicativas e Campo das Estruturas Aditivas. No decorrer do tempo e com mais pesquisas fundamentadas na análise dos processos cognitivos e da aprendizagem em matemática, poderá se estender a produção de material a outras séries do currículo escolar, com a consideração de outros campos a estes relacionados.

Pretende-se também contribuir com pesquisas sobre o desenvolvimento de objetos de aprendizagem e/ou ambientes virtuais que tenham como fundamentação teórica a os Campos

Conceituais de Vergnaud, considerando, neste planejamento, os aspectos cognitivos/pedagógicos que são importantes para a aprendizagem de determinado conteúdo, a verificação de quais são os esquemas utilizados pelo sujeito que são necessários para a aprendizagem e as formas de representação deste conhecimento.

Este planejamento deverá levar em conta o registro dos percursos do aluno durante suas construções conceituais e de seus conhecimentos produzidos, pois isto facilita o trabalho do professor e/ou pesquisador na análise do processo de construção do conhecimento pelos alunos. Também o processo de planejamento de outros objetos de aprendizagem/e ou ambientes virtuais é facilitado, pois se podem verificar as estratégias de ação que foram mais eficazes para a aprendizagem dos conceitos.

BIBLIOGRAFIA

ALLEVATO, N. S. G. . Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados - Análise de uma experiência. Coleção GPIMEM Digital, Rio Claro - SP, v. 7, p. 1-370, 2006.

ALMOULOUD, S. A. ; COUTINHO, C. Q. S. . Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19 / ANPEd. **Revista Eletrônica de Educação Matemática - REDEMAT**, v. 3.6, p. 62-77, 2008.

ARAÚJO, D. A.; SOARES, E. S.. Calculadoras e outras geringonças na escola. **Presença Pedagógica**, Belo Horizonte: v.8, n.47, p. 14-27, set./out., 2002.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, La Pensée Sauvage, v. 9, n. 3, p. 281-307, 1990.

ÁVILA, G. Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 7, p. 5-10, 1985.

_____. Olhando mais de cima: Razões, proporções e regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 8, p. 1-8, 1986.

_____. Ainda sobre a regra de três. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 9, p. 1-9, 1986.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BAIRRAL, M. A.. O Conceito de Escala e a Arquitetura Das Plantas Baixas. **Revista de Ciências Humanas e Sociais**. Seropédica - RJ, v. 22, n. 1, p.49-58, jan./jun, 2000.

BALACHEFF, N. **La transposition Informatique. Note sur un nouveau problème pour la didactique**. In : Artigue, et al.(eds) *Vingt ans de Didactiques de mathématiques en France*, pp.364-370. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1994.

BALACHEFF, N., KAPUT, J. Computer-Based Environments in Mathematics. In: Alan Bishop et al (eds). **International Handbook of Mathematical Education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996, p. 469-501.

BARRETO, I. M. A.. **Problemas verbais multiplicativos de quarta-proporcional: a diversidade de procedimentos de resolução**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2001, 123 f. Dissertação de Mestrado- Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, PUC, São Paulo.

BASSO, M. V. de A. et al. Educação tecnológica e/na educação matemática aplicações da matemática elementar na sala de aula ou "focinho de porco não é tomada". **Informática na Educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 2, n. 2, p. 23-37, 1999.

BASSO, M.. **Espaços de aprendizagem em rede: novas orientações na formação de professores de matemática**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003,

412 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2003.

BATISTA, S. C. F. et al. **Avaliar é Preciso: o caso de *softwares* educacionais para Matemática no Ensino Médio.** Trabalho apresentado no I WorkComp Sul, Florianópolis, 2004. Disponível em: <inf.unisul.br/~ines/workcomp/cd/pdfs/2378.pdf>. Acesso em 26 jan. 2009.

BECKER, F. **Educação e construção do conhecimento.** Porto Alegre: Artmed, 2001.

_____. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola.** 10. ed. Petrópolis: Vozes, 2002. 344p.

BECKER, F.; MARQUES, T. B. I.. Ensino ou aprendizagem à distância. **Educar em Revista**, Paraná, v. 19, p. 85-98, 2002.

BERLEZE, C. S.. **Uma seqüência de ensino usando o programa WINPLOT: em busca de uma aprendizagem autônoma do aluno.** Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2007. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática), UNIFRA, Santa Maria, 2007.

BICUDO, M. A. V.. **Educação Matemática.** São Paulo: Centauro Editora, 2005.

BISOGNIN, E. ; FIOREZE, L. A; CURY, H. N.. Análise de erros e proporcionalidade: uma experiência com alunos da graduação e pós-graduação. **Vidya** , Santa Maria, v. 25, p.33-44, 2007.

BITENCOURT, J.. Informática na educação? Algumas considerações a partir de um exemplo. **Rev. Fac. Ed.**, São Paulo, v. 24, n.1, p. 23-26, Jan./Jun., 1998.

BOFF, E.; REATEGUI, E.. **A importância do processo de avaliação de software educativo. 2005.** Trabalho apresentado no II Seminário Nacional de Tecnologia na Educação – SNTE, Caxias do Sul, 2005.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization Mathematical.** New York, USA: Springer, 2005.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G.. **Informática e Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

BORRÕES, M. L. C. **O computador na educação matemática.** Portugal: Programa Nónio Século XXI, 1998.

BRAGA, M. **Design de software educacional baseado na Teoria dos Campos Conceituais.** Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 100f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação), UFPE, Recife, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. séries - Matemática.** Brasília, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2008.

BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisa Educacionais. **Exame Nacional do Ensino Médio: Fundamentação teórico-metodológica**. 1998. Disponível em: <http://www.publicacoes.inep.gov.br/> . Acesso em: 08 jun. 2007.

BRASIL. Instituto Nacional de Alfabetização Funcional. **Avaliação de Habilidades Matemáticas: INAF/ Instituto Paulo Montenegro**. 2004. Disponível em: < <http://www.ipm.org.br/download/inaf04.pdf> >. Acesso em: 27 jan. 2010.

BRASIL. Instituto Nacional de Pesquisa Educacionais. **Temas e Descritores da Matriz de Referência de Matemática: SAEB / Prova Brasil**. 2005. Disponível em: <http://www.inep.gov.br/basica/saeb/matrizes/topicos_descritores_mat.htm >. Acesso em: 08 jun. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Guia de Livros Didáticos PNLD 2008 – Matemática**. Brasília, 2008. Disponível em: <ftp://ftp.fnde.gov.br/web/livro_didatico/guias_pnld_2008_matematica.pdf>. Acesso em: 11 abr. 2008.

BROLEZZI, A. C.. **A tensão entre o discreto e o contínuo na história da matemática e no ensino de matemática**. São Paulo: USP, 1996 . Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, USP, São Paulo, 1996.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das situações didáticas**. Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CABRAL, T. Ensino e aprendizagem de matemática na engenharia e o uso de tecnologia. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 3(2), ago./dez, 2005.

CARNEIRO, V. C. G.. Engenharia Didática: Um Referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. **ZETETIKÉ**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 87-119, jan./jun., 2005.

CARRAHER, D. ; CARRAHER, T. N.; SCHLIEMANN, A. D. Can Mathematics Teachers Teach Proportions? In: DAMEROW, P et al (ed.). **Mathematics for All**. Adelaide: UNESCO, p. 90-91,1986.

CARVALHO, G. S. ; FERREIRA, B.. Software Livre Aplicado em Informática Educativa nas Escolas da Rede Pública Estadual do Pará. In: XXVIII CONGRESSO DA SBC, 2008, Belém do Pará. **Anais do XXVIII Congresso da SBC**. Belém do Pará: SBC, 2008, p. 294-301.

CARVALHO JÚNIOR, G. D. ; AGUIAR JUNIOR, O. G. . Os campos conceituais de Vergnaud como ferramenta para o planejamento didático. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 25, p. 207-227, 2008.

D'AMORE, B. **Epistemologia e Didática da Matemática**. São Paulo: Escrituras Editora, 2005.

DANTE, L. R. **Tudo é Matemática**. Ática: São Paulo, 2002. 8ª. série.

DUTRA, I. M. et al. Blog, wiki e mapas conceituais digitais no desenvolvimento de Projetos de Aprendizagem com alunos do Ensino Fundamental . **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre(RS), v. 4, n. 2, 2006. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2006/artigosrenote/25064.pdf>> . Acesso em: 25 abr. 2009.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view. In: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (Org.). **Perspectives on the teaching of geometry for the 21st Century: an ICMI study**. Dordrecht: Kluwer, 1998, p. 37-52.

FAGUNDES, L. ; MAÇADA, D. L.; SATO L. S. **Aprendizes do futuro: as inovações começaram**. Brasília: MEC, 1999. Coleção Informática para a Mudança em Educação/Mec/Seed/Proinfo.

FALCÃO, J. T. da R.. **Psicologia da Educação Matemática: uma Introdução**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

FERREIRA, M. C. C.; GOMES, M. L. M. O raciocínio proporcional no contexto da avaliação das habilidades matemáticas pelo 2º INAF. In: FONSECA, M.C.F.R. (Org.). **Letramento no Brasil: habilidades matemáticas**. São Paulo: Global, 2004, p. 127-152.

FIGUEIREDO, L.. **Os conjuntos numéricos e as dízimas periódicas**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 1996, 56 p.. Monografia (Especialização em Matemática) – Departamento de Matemática, UFSM, 1996.

FIGUEIREDO, L. et al. Proporcionalidade e Semelhança: Aprendizagem Via Objetos de Aprendizagem. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, ago./dez.,2006.

FERRETTI, C.. **Processos Cognitivos e Objetos Digitais Interativos de Aprendizagem: A construção do Equilíbrio Físico**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2007, 231 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

GOMES, A. S. et al. **Avaliação de software educativo para o ensino de matemática**. Trabalho apresentado no WIE 2002 Workshop Brasileiro de Informática Educativa, Florianópolis, 2002.

GOMES, A. S.. Computadores ou computação: a noção de ubiquidade no ensino da matemática. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. **Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife : Educandus, 2004. v. 1. P. 1-10.

GOMES, M. J. Blogs: um recurso e uma estratégia pedagógica. In: VII SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INFORMÁTICA EDUCATIVA – SIIE, Leiria, Portugal, 2005. **Anais do VII Simpósio Internacional de Informática Educativa**. Leiria: Escola Superior de Educação de Leiria, 2005, p. 311- 315.

GRAEML, K. S. ; GRAEML, A. R. ; GRAEML, F. R. . **Os impactos da Internet na ocupação do espaço geográfico e na qualidade de vida das pessoas nas cidades**. 2004. Trabalho

apresentado no II Encontro da Associação Nacional de Pós Graduação e Pesquisa em Ambiente e Sociedade - ANPPAS, Campinas, 2004.

GRANDO, A.; KONRATH, M. L.; TAROUCO, L.. Alfabetização visual para a produção de objetos educacionais. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v.1 , n. 2 , 2003. Disponível em: <http://www.cinted.ufrgs.br/renote/set2003/artigos/artigo_anita.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2007.

GRAVINA, M. A.. **Geometria Dinâmica: Uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. Trabalho apresentado no VII Simpósio Brasileiro de Informática, Belo Horizonte, 1996. Disponível em: <<http://www.professores.uff.br/hjbortol/car/library/a2.doc>>. Acesso em: 14 ago. 2009.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M.. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. Trabalho apresentado no IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998. Disponível em: <lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.PDF>. Acesso em: 18 fev. 2007.

GRAVINA, M. A.. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001, 262 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

GRAVINA, M.A.. A matemática na escola informatizada. In: II BIENAL DA SBM, 2004, Bahia. **Anais da II Biental da SBM**. Disponível em: <<http://www.bienasbm.ufba.br/M22.pdf>>. Acesso em: 7 de jan. 2009.

GRINGS, E. T. de O.; CABALLERO, C.; MOREIRA, M.. Significados dos conceitos da termodinâmica e possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes do ensino médio e técnico. **Revista Bras. Ensino Fís.** [online], Porto Alegre, v.28, n.4, p. 463-471, 2006.

GROSSI, E. P. Dificuldades com dias contados. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, S. Paulo e P. Alegre. **Anais de Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2001a. p.11-14.

_____. Esquemas de pensamento, campos conceituais, teoremas em ação: um espaço de problemas do pós-construtivismo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, São Paulo e Porto Alegre. **Anais de Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2001b. P. 15-17.

_____. Psicogênese e aprendizagem do conceito de múltiplo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, São Paulo e Porto Alegre. **Anais de Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2001c. P. 27-32.

GUIMARÃES, K. P. **Processos cognitivos envolvidos na construção de estruturas multiplicativas**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2004, 213 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

HART, K. M.. **Children's understanding of mathematics**: London: John Murray, 1981.

Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística (IBOPE). Disponível em: <<http://www.ibope.com.br/calandraWeb/servlet/CalandraRedirect?temp=5&proj=PortalIBOPE&pub=T&db=caldb&comp=IBOPE//NetRatings&docid=DF1CAE890B4D16F88325746D00604588>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística (IBOPE). Disponível em: <<http://www.ibope.com.br/calandraWeb/servlet/CalandraRedirect?temp=5&proj=PortalIBOPE&pub=T&db=caldb&comp=Internet&docid=F879A1375881CD3483257479007A878F>>. Acesso em: 30 abr. 2009.

KNIJNIK, G.; BASSO, M. V. A.; KLUSENER, R. . **Aprendendo e Ensinando Matemática com o Geoplano**. 2. ed. Ijuí: UNIJUÍ Editora, 2004.

LEIVAS, J. C. P. *Geoplano*. Fundação Universidade Federal do Rio Grande (FURG). Disponível em: <<http://mathematikos.psico.ufrgs.br/textos/geoplan.pdf>>. Acesso em: 08 set. 2008.

LESH, R.; POST, T.; BEHR, M.. Proportional reasoning. In: J. Hiebert & M. Behr (Eds.). **Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Reston, VA: Lawrence Erlbaum e National Council of Teachers of Mathematics, 1988, p. 93-118. Tradução de Ana Isabel Silvestre, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes e Revisão da tradução, Fátima Álvares, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes.

LESSA, M. M. L.; FALCÃO, J. T. R.. Pensamento e linguagem: uma discussão no campo da psicologia da educação matemática. *Psicol. Reflex. Crit.*, Porto Alegre, v.18, n.3, p.315-322, dez., 2005.

LEVAIN, J. P. **Aprender a matemática de outra forma**. Lisboa: Instituto Piaget, 1997.

LIMA, I. G. **A equilibração dos processos cognitivos na aprendizagem de matemática no ambiente do MECAM**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004, 150 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2004.

LINS, A. F. . **Towards an Anti-Essentialist View of Technology in Mathematics Education: The Case of Cabri-Geometre and Excel**. , Bristol, Inglaterra: University of Bristol , 2003. PhD Tese (Doutorado em Educação Matemática) , Graduate School of Education, Bristol, 2003.

MACHADO, E. de C.; SÁ FILHO, C. S.. O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem. In: 1º. SEMINÁRIO ABED DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA, 2003, Belo Horizonte. **Anais do 1o. Congresso Nacional ABED de EaD**, Santa Cruz do Sul: 2003.. Disponível em: <<http://www.universiabrasil.net/materia/imprimir.jsp?id=5939>>. Acesso em: 12 ago. 2007.

MACHADO, N. J. . **Matemática e Realidade**. 5. ed. São Paulo: Cortez Editora, 1987.

MAGINA, S. **A Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente.** 2005. Trabalho apresentado no XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática, 2005, São Paulo. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf>. Acesso em: 21 fev. 2008.

MARTINS, L. V. ; FIOREZE, L. A.. O uso do software Régua e Compasso na construção de mosaicos. **Disciplinarum Scientia-Série Ciências Exatas**, Santa Maria, v.9,p. 143-162 , 2008.

MENEZES, A. P. de A.. **Contrato didático e transposição didática: Inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à álgebra na 6ª série do ensino Fundamental.** 2006. 411 p. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, UFPE, Pernambuco, 2006.

MENEZES, C. et al. Aplicando Arquiteturas Pedagógicas em Objetos Digitais Interativos. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, p. 1-10, 2006. Disponível em:<<http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2006/artigosrenote/25132.pdf>>. Acesso em 10 set. 2008.

MONTANGERO, J.; MAURICE-NAVILLE, D. **Piaget ou a Inteligência em Evolução.** Porto Alegre: Artmed, 1998.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências.** Porto Alegre: 2002. Disponível em:<<http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xvi/cd/resumos/T0684-1.pdf>>. Acesso em: 23/02/2008.

MOREIRA, M. A.; GRINGS, E. T. O.; CABALLERO, C. Possíveis indicadores de invariantes operatórios apresentados por estudantes em conceitos da termodinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v.28, n.4, 2006.

MORESCO, S.; BEHAR, P. Blogs para a aprendizagem de física e química. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 1, 2006. Disponível em: <<http://www.cinted.ufrgs.br/renote/dez2006/artigosrenote/25179.pdf>>. Acesso em: 21 abr. 2009.

MORGADO, M. J. L.. **Formação de professores de matemática para o uso pedagógico de planilhas eletrônicas de cálculo: análise de um curso a distância via Internet.** São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2003, 284 p. Tese (Doutorado em Educação) – UFSCar, São Carlos, 2003.

NARCISO, M; PAULUS, P.. **Histórias de Matemática: uma abordagem da didática experimental da matemática.** Camaxide, 2005. Disponível em: <<http://web.educ.com.pt/~pr2022/downloads/pdf/01HistoriasMatematicas.pdf>>. Acesso em: 17 abr. 2008.

NASCIMENTO, A. C.; MORGADO, E.. **Um projeto de colaboração internacional da América Latina.** Brasília: DEIED/SEED/MEC. 2003. Disponível em: <<http://rived.proinfo.mec.gov.br/artigos/rived.pdf>>. Acesso em: 31 jul. 2009.

NÉBIAS, C.. **Formação dos conceitos científicos e práticas pedagógicas.** 2003. Trabalho apresentado no IX ENDIPE (Encontro Nacional de Didática e Prática Pedagógica de Ensino), Águas de Lindóia, 2003. Disponível em: <<http://vicenterisi.googlepages.com/formaoconceitoscientificos.pdf>>. Acesso em: 8 abr. 2008.

NETO, J. A. de M.. **Tecnologia educacional: formação de professores no labirinto de ciberespaço**. Rio de Janeiro: MEMVAVMEM, 2007.

NICOLEIT, G. F. G. et al. Planejamento e desenvolvimento do objeto de aprendizagem. RE-NOTE. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, p. 1-11, 2006.

NUNES, C. A. A. et al. **O processo de autoria/produção de objetos de aprendizagem de química: uma experiência de trabalho colaborativo universidade escola**. Bilbao, Espanha: Virtual Educa, 2006. Disponível em: <<http://somi.cinstrum.unam.mx/virtual-educa2006/pdf/93CN.pdf>>.

NUNES, T.; LIGHT, P.; MASON, J.. **Tools for thought: The Measurement of Length and Area**. Learning and Instruction. Inglaterra: Lawrence Erlbaum Associates, 1993.

NUNES, T. É hora de ensinar proporção. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n. 161, abr. 2003.

PAIAS, A. M.. **Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado aos alunos dos ensinos fundamental e médio**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2009, 219 p.. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), PUC, São Paulo, 2009.

PAIS, L. C.. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAVANELLO, R.. Geometria e construção de conceitos aritméticos: investigando algumas inter-relações. In: XXIII REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 2000, Caxambu. **Anais do XXIII Reunião Anual da ANPEd**. Caxambu: 2000, p. 1-6. Disponível em: < <http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1906p.PDF> >. Acesso em 24 jan. 2009.

PAVANELLO, R.. **Por que ensinar /aprender geometria?** Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 2004. Disponível em: <<http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mr.html>>. Acesso em 7 jan. 2009.

PEREIRA, M. E.. **Análise de situações de aprendizagem envolvendo números racionais: Uma abordagem para o ensino de argumentações e provas na Matemática Escolar**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica, 2007, 217 p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

PIAGET, J.; BETH, E. **Mathematical epistemology and psychology**. Dordrecht, Holland: D. Reidel, 1966.

PIAGET, J., & INHELDER, B. **The origin of the idea of chance in children**. New York: W. W. Norton, 1975.

PINTO, N. **Tendências e desafios no cenário investigativo da educação Matemática**. Trabalho apresentado na 27ª Reunião Anual da ANPEd, Caxambu, 2004. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/27/inicio.htm> >. Acesso em: 16 ago. 2008.

PONTES, M. G. O. **Medidas e proporcionalidade na escola e no mundo do trabalho**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1996, 227 p. Tese (Doutorado) – Programa

de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1996.

PRATA, C. L. ; Nascimento, A. A. A. ; PIETROCOLA, Maurício . Políticas para Fomento de Produção e Uso de Objetos de Aprendizagem. In: Carmem Lúcia Prata e Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento. (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma Proposta de Recursos Pedagógicos**. 1 ed. Brasília: Ministério da Educação, 2007, p. 107-122.

PREFEITURA MUNICIPAL DE SÃO PAULO. Secretaria Municipal de Educação. Matemática – Documento 5. SÃO PAULO (SP): 1992.

PRIMO, Alex . Multimídia e educação. **Revista de Divulgação Cultural**, Blumenau, v. 60, n. 60, p. 46-50, 1996.

REBELLO, R. A.; KOVATLI, M. de F.; BARBETTA, P. A.. **Uma metodologia para o ensino de gráficos estatísticos usando planilhas eletrônicas**. 2002. Trabalho apresentado no II Congresso Brasileiro de Computação – CBComp, Itajaí, 2002. Disponível em: <<http://200.169.53.89/download/CD%20congressos/2002/2%20CBComp/html/artigos/informatica%20na%20educacao/ine023.pdf>>. Acesso em: 8 maio 2009.

REDE INTERATIVA VIRTUAL DE EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação à Distância. Brasília, Ministério da Educação, 2007. Disponível em: <<http://rived.proinfo.mec.gov.br>>. Acesso em: 12 mar. 2007.

REIS, C. P. F.; FARIA, C. de O.. **Uma apresentação do RIVED – Rede Internacional de Educação**. 2003. Trabalho apresentado na XI Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau, 2003.

SADOVSKY, Patricia. **O ensino de matemática hoje. Enfoques, sentidos e desafios**. 1.ed. São Paulo: Ática, 2007.

SANTOS, V. de M. ; MOURA, M. O. . Educação Matemática em perspectiva. **Educação e Pesquisa** (USP), São Paulo, v. 31, n. 1, p. 95-97, 2005.

SAUER, L. Z. **O diálogo matemático e o processo de tomada de consciência da aprendizagem em ambientes telemáticos**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2004, 196 p. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2004.

SCHWARTZ, D. L.; MOORE, J. L. On the role of mathematics in explaining the material world: mental models for proportional reasoning. **Cognitive Science**, v. 22, n. 4, p. 471-516, 1998.

SELLA, A. E. ; PEREIRA, P. S. . **PDE: relatos de uma experiência em andamento**. 2008. Trabalho apresentado no I Simpósio Nacional de Educação, Cascavel, 2008.

SOUSA, C. M. S. G. ; MOREIRA, M. A. ; MATHEUS, T. A. M. . A resolução de situações-problema experimentais no campo conceitual do eletromagnetismo: uma tentativa de identificação de conhecimento-em-ação. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências**, Porto Alegre: ABRAPEC, v. 5, n. 3, p. 61-72, 2005.

SOUZA, M. de F. C. ; PEQUENO, M. C. ; CASTRO FILHO, J. A.. 2005. **Professor X Software Educativo: a difícil tarefa de escolher**. Trabalho apresentado no VI Encuentro Internacional sobre Educación, Capacitación profesional, Tecnologías de la Información e Innovación Educativa - Virtual Educa, México, 2005.

STIELER, E. C.. **Uso da tecnologia da informática no Ensino Superior: um estudo da aplicação da planilha eletrônica Excel na disciplina de Matemática Financeira**. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2007. Dissertação de Mestrado - curso de Mestrado em Ensino de Física e de Matemática – UNIFRA, Santa Maria/RS

TAJRA, Samya Feitosa. **Comunidades Virtuais: Um fenômeno na Sociedade do conhecimento**. São Paulo: Ed. Érica, 2002.

TORRES, P. L.. **Competências matemáticas de jovens e adultos em processo de alfabetização**. RECIFE: ANPED/UFPE, 2002. 20 p. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/patriciaalimattorrest19.rtf>> . Acesso em 9 abr. 2008.

TONEZER, J.. **Metodologia de apoio ao processo de aprendizagem via autoria de objetos de aprendizagem por alunos**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008, 173f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

VALENTE, J.A. . Diferentes usos do computador na Educação. In: VALENTE JA. (Org.). **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. 2ª ed. Campinas: Gráfica Central UNICAMP, 1998, v., p. 1-27.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: R. Lesh & M. Landau (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York: Academic Press, 1983, p. 127-174.

_____. Teoria dos campos conceituais. In: 1º SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DO RIO DE JANEIRO. **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1993, p. 1 – 26.

_____. Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno de la didáctica. In: **Perspectivas: revista trimestral de educación comparada – Caderno: Piaget e lá educación**. Paris: UNESCO, Oficina Internacional de Educación, v. XXVI, n. 1, p. 195-207, março, 1996a.

_____. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, n. 17(2), p. 167-181, 1998a.

_____. Entrevista. Temas Transversais na Educação. **Pátio Revista Pedagógica**, Porto Alegre, n. 5, p. 23-26, maio/jul, 1998b.

_____. Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA, 2001, São Paulo e Porto Alegre. **Anais de Gerard Vergnaud - O campo conceitual da multiplicação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2001, p. 19-25.

_____. Fórum Social pela Aprendizagem, 2008a, Porto Alegre.

_____. **Atividade Humana e Conceituação**. Porto Alegre: GEEMPA, 2008b.

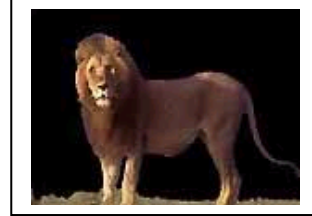
VIEIRA, M. S. L. M.; BELLEMAIN, P. M. B.. Análise da produção dos alunos da 1ª série do ensino médio nas resoluções de problemas relativos a escala e conceitos afins, à luz da teoria dos campos conceituais. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007, p. 1-23.

WILLEY, D. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. **Bloomington: Association for Instructional Technology and Association for Educational Communications and Technology**, 2000. Disponível em: <<http://www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em: 29 março de 2008.

APÊNDICES

Apêndice A – Questão 1

Essas figuras representam fotos de animais tiradas em um zoológico:



Essas fotos estão na mesma escala? Justifique.

Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder a pergunta acima formulada? Por quê?

b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta.

c) Você já trabalhou com atividades deste tipo na escola ou em seu dia a dia? Se sim, descreva as situações.

d) O que você entende por escala? Dê exemplos em que você já utilizou ou já se deparou com situações envolvendo escala.

Apêndice B - Questão 2

A partir da fita de papel de comprimento 30 cm fornecida, faça uma linha de tempo com os fatos que foram mais significativos em sua vida.

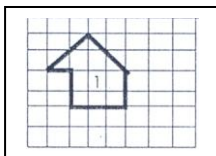
Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder a pergunta acima formulada? Por quê?

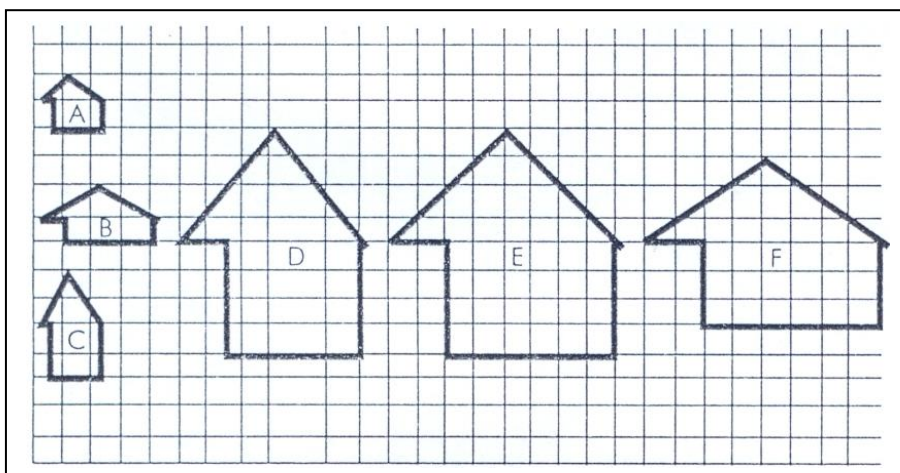
b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta.

Apêndice C - Questão 3

Entre os desenhos A, B, C, D e F apresentados abaixo, quais são ampliações ou reduções do desenho número 1?



Circule a(s) letra(s) correspondente(s) ao(s) desenho(s) que você acha que representa uma ampliação ou redução do desenho número 1.



Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder a pergunta acima formulada? Por quê?

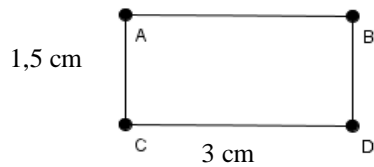
b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta.

c) Você já trabalhou com atividades deste tipo na escola ou em seu dia a dia? Se sim, descreva as situações.

d) O que você entende por proporcionalidade? E para que serve?

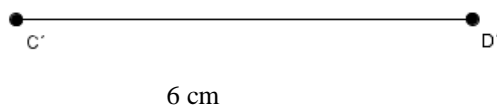
Apêndice D - Questão 4

Considere o retângulo abaixo, com as dimensões especificadas:



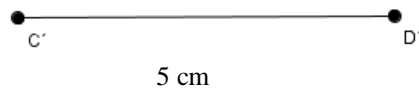
Termine de desenhar o retângulo $A'B'C'D'$ para que ele seja uma ampliação do retângulo ABCD:

a) Considerando a medida da base 6 cm.



Altura do retângulo
 $A'B'C'D'$: _____

b) Considerando a medida da base do retângulo 5 cm.



Altura do retângulo
 $A'B'C'D'$: _____

Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder:

1) A questão a? Por quê?

2) A questão b? Por quê?

b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta:

1) Em a:

2) Em b:

c) Você já trabalhou com um problema semelhante a este? Em que situação?

Apêndice E - Questão 5

Num mapa, pode ler-se: “2 cm para 1 quilômetro”.

a) Qual é a escala deste mapa?

b) Que cálculos tu fizeste?

Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder a questão 5)? Por quê?

b) Você já trabalhou com um problema semelhante a este? Em que situação?

Apêndice F - Questão 6

Um arquiteto construiu a maquete de um prédio. Nessa maquete, o prédio que possui 25 m de altura, é representado por uma pequena caixa de fósforos de altura 5 cm.

a) Por que número você deve multiplicar a altura dessa pequena caixa para obter a altura do imóvel? Podes fazer a mudança de unidade que desejares.

b) Qual é a escala utilizada pelo arquiteto?

c) Se a escala utilizada pelo arquiteto for de $\frac{1}{40}$, a altura da maquete seria menor, maior ou igual a altura de 5 cm da maquete anterior? Por quê?

Refletindo sobre a atividade:

a) Você teve facilidade ou dificuldade para responder:

1) A questão a? Por quê?

2) A questão b? Por quê?

3) A questão c? Por quê?

b) Descreva em palavras os procedimentos efetuados por você para resolver a atividade proposta:

1) Em a:

2) Em b:

3) Em c:

c) Você já trabalhou com um problema semelhante a este? Em que situação?

Apêndice G - Questionário referente à utilização do computador.

1) Você utiliza o computador com frequência?

- Sim, todos os dias
- Sim, quase sempre
- Raramente
- Não, pois não sei utilizar o computador

2) Você tem computador em casa?

- Sim, com conexão à internet
- Sim, sem conexão à internet
- Não

3) Você aprendeu a utilizar o computador:

- Na escola
- Mexendo sozinho, em casa
- Em cursos
- Na casa de um amigo, ele me ensinando
- Outros (especificar).....

4) Escolha apenas três alternativas de acordo com a maior frequência com que você utiliza o computador, colocando o número 1 para a opção mais freqüente, 2 para opção intermediária e 3 para a opção menos freqüente. Você utiliza o computador para:

- Jogar jogos
- Me atualizar a respeito das notícias
- Fazer pesquisas na internet
- Me comunicar com os amigos
- Estudar
- Outros (especificar).....

5) Se na pergunta 4) você colocou estudar, de que forma você estuda utilizando o computador?

6) Você utiliza o computador para aprender conteúdos de matemática?

7) Se você colocou sim na pergunta anterior, de que forma?

8) O que você acha da possibilidade de aprender matemática utilizando o computador?

Apêndice H – Termo de consentimento

ESCOLA MUNICIPAL DE ENSINO FUNDAMENTAL JOÃO FREDERICO SAVENAGO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

PESQUISA: Objetos de Aprendizagem na construção dos conceitos de Proporcionalidade: uma análise a partir da teoria dos Campos Conceituais

PESQUISADOR: Professora Leandra Anversa Fioreze – aluna do Doutorado Informática na Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS.

TERMO

A presente pesquisa tem por objetivo investigar as contribuições da utilização dos objetos de aprendizagem na construção dos conceitos de proporcionalidade, tendo em vista a utilização do computador no ensino de matemática.

Para a efetivação deste estudo, serão sujeitos da pesquisa os alunos da 8ª. série do Ensino Fundamental João Frederico Savegnago.

Em sua primeira fase, já realizada, buscou-se investigar dados referentes às concepções dos alunos a respeito de proporcionalidade e também sobre os conhecimentos que o aluno já possui com relação à utilização do computador. Neste sentido, foi aplicado um questionário junto aos alunos no mês de junho de 2008.

Na segunda fase, a ser iniciada em outubro de 2008, será realizada a aplicação da sequência didática, que será aplicada de acordo com os resultados obtidos na primeira fase. Nesta etapa, os alunos da 8ª. série terão aula no turno da tarde uma vez por semana, durante os meses de outubro e novembro. Os instrumentos de coleta de dados serão os registros nos protocolos da experiência, as filmagens e as fotografias feitas durante a realização das aulas.

Os registros nos protocolos serão realizados de forma escrita pelos alunos e servirão para analisar o processo de construção dos conceitos de proporcionalidade durante a realização das atividades dos alunos. O conteúdo dos protocolos, das fotos e das filmagens será utilizado estritamente para a pesquisa de doutoramento da professora. Os participantes da pesqui-

sa serão esclarecidos quanto a quaisquer dúvidas durante seu desenvolvimento e terão acesso aos resultados obtidos, bem como autorizarão ou não serem filmados e fotografados.

A pesquisa tem finalidade acadêmica e seus achados poderão contribuir para o aprimoramento dos estudos relacionados ao processo ensino-aprendizagem da matemática, com propostas que propiciem a melhoria na qualidade da educação.

Declaro ter sido informado (a) das finalidades e do desenvolvimento da pesquisa e que concordo em participar da mesma. Tenho ciência de que poderei recusar-me a responder qualquer pergunta e que posso negar-me a participar do estudo.

_____ Edair Moretto Diretora da Escola M. João Frederico Savegnago	_____ Prof ^a Leandra Anversa Fioreze Pesquisadora
_____ Aluno da Escola	_____ Responsável legal pelo aluno

Apêndice I – Atividades com as maquetes, o vídeo e o objeto de aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança.

Atividade 1: Vocês são os construtores e o engenheiro ou o arquiteto deu para vocês estas maquetes. Como construir estas obras?

Atividade 2:

Assistir o vídeo **Matemática na Vida: Razão e Proporção**.

Este vídeo está disponível no portal domínio público, no seguinte endereço:

<<http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/PesquisaObraForm.do>>.

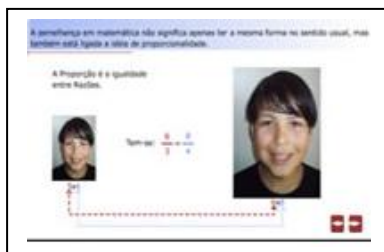
Você pode ir dando “pause” ao assistir o vídeo para anotar aspectos que considera importante no filme.

Discuta com seu colega:

- Sobre que assunto o vídeo trata?
- Cite algumas situações que lhe chamaram a atenção no vídeo.
- Que aspecto/cena lhe chamou a atenção ou lhe trouxe curiosidade em pesquisar mais sobre o assunto? Por quê?
- Você acha que há alguma relação da filmagem realizada pelo personagem principal com a proporcionalidade? Por quê?
- Que outras situações você tem conhecimento os quais tem relação com a proporcionalidade?

Atividade 3:

- 1) Utilizar o Objeto de Aprendizagem: Proporcionalidade e Semelhança.



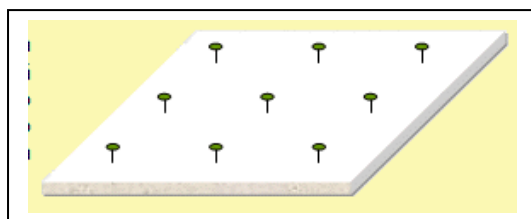
- 2) A partir das atividades realizadas, discutir no grande grupo as idéias que foram trabalhadas no objeto e no vídeo.
- 3) Os alunos, com o auxílio do professor, deverão sistematizar as idéias envolvidas no objeto e no vídeo, expondo para os colegas suas conclusões.

Apêndice J – Atividade com o Geoplano Virtual

Geoplano Virtual

Após a utilização do Objeto de Aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança, iremos ampliar e reduzir figuras geométricas. Para isso, vamos utilizar o Geoplano Virtual.

Originalmente, os Geoplanos foram construídos em madeira natural, sendo colocado pregos em determinada distribuição para que se possam prender os atilhos, podendo ter-se geoplanos quadrados, retangulares ou circulares (LEIVAS, 2000).



A palavra **Geoplano** vem do inglês “geoboards” ou do francês “geoplans” onde “geo” vem de geometria e plano, tábua ou tabuleiro ou superfície plana dando a origem da palavra (LEIVAS, 2000).

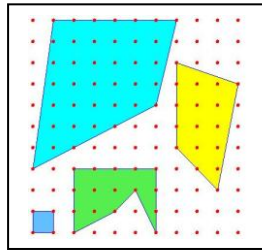
O Geoplano Virtual que iremos utilizar foi produzido pela Universidade de Utah (Estados Unidos da América), disponível no endereço eletrônico http://nlvm.usu.edu/en/nav/grade_g_4.html.

Usando o Geoplano, podemos aprender vários conceitos matemáticos, como perímetro, área, simetria, proporcionalidade, semelhança, teorema de Pitágoras, dentre outros. Neste estudo, focaremos o geoplano virtual na construção de figuras geométricas que sejam semelhantes.

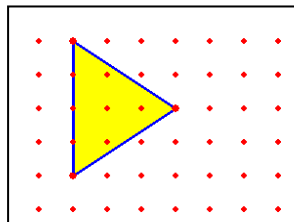
Dupla:.....

ATIVIDADES:

1) Inicialmente, explorem o Geoplano Virtual à vontade, descobrindo as ferramentas disponíveis e o funcionamento destas ferramentas. Observe que você também pode utilizar as cores disponíveis no software e pintar o interior da figura construída.



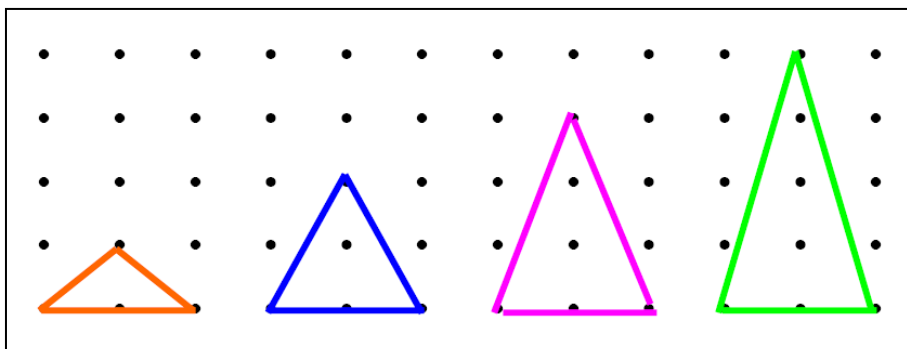
2) Com o Geoplano, desenhe a figura:



a) Amplie as medidas da figura de maneira que se mantenha a forma da figura original e copie, colando no espaço a seguir.

b) O que você fez com as medidas da figura?

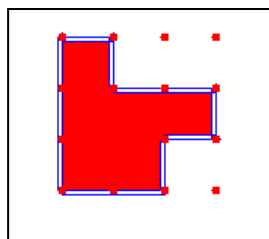
3) Construa os triângulos abaixo no Geoplano Virtual:



a) O que você pode observar na sequência de triângulos?

b) Os triângulos são ou não semelhantes? Por quê?

4) Com o Geoplano, desenhe a figura:

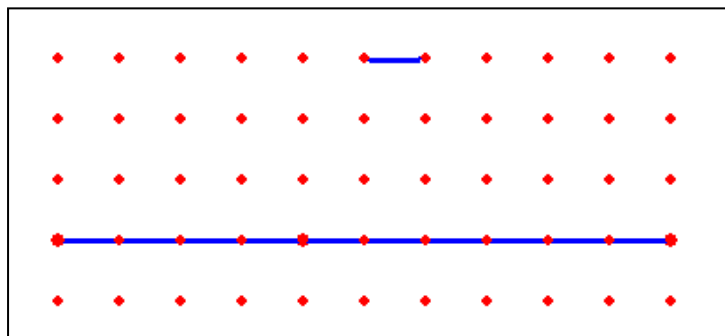


a) Amplie a figura original, de forma que as medidas dos lados do polígono sejam multiplicadas por dois e copie, colando-a no espaço que segue:

b) As figuras são semelhantes? Por quê?

c) Que estratégia de resolução você utilizou para resolver o problema?

5) Construa um segmento de reta com dois pontos (a medida do segmento será de 1 unidade de comprimento) e um segmento de reta paralelo a este segmento, de medida de comprimento máxima, como apresentado na figura a seguir:



a) Construa vários quadriláteros cujos vértices são um dos pontos dos dois segmentos de reta e cole no espaço que segue.

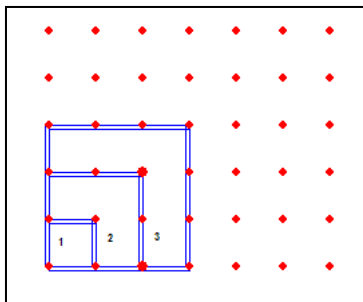
b) Os quadriláteros construídos são ou não semelhantes? Por quê?

6) Use sua criatividade e desenhe uma figura qualquer no geoplano virtual, colando no espaço que segue.

a) Reduza a figura construída de forma que seja semelhante à figura original. Copie e cole no espaço que segue.

b) Para você, o que são figuras semelhantes?

7) Com o Geoplano, desenhe os quadrados:



a) Observe que os quadrados estão numerados. Desenhe o próximo quadrado da seqüência, ou seja, o quadrado 4 e copie e cole a figura no espaço que segue:

b) Complete a tabela:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...	n
Perímetro	4	8			20	...	

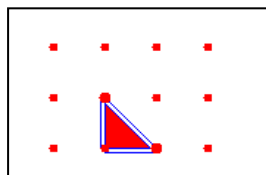
c) Observe os valores da tabela construída e verifique se existe proporcionalidade entre a medida do lado e o perímetro do quadrado.

d) Complete a tabela:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...	n
Área	1			16			

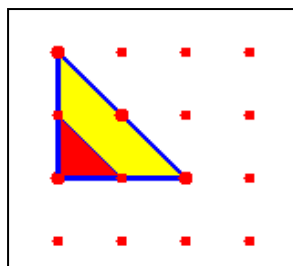
e) Observe os valores da tabela construída e verifique se existe proporcionalidade entre a medida do lado e a área do quadrado.

8) Com o Geoplano, desenhei um triângulo retângulo isósceles cujos catetos medem uma unidade:



a) Qual a hipotenusa desse triângulo retângulo isósceles? Apresente seus cálculos:

b) Ampliei o triângulo original, de forma que os catetos meçam duas unidades:



c) Qual a hipotenusa do triângulo ampliado? Apresente seus cálculos:

d) Qual é o próximo triângulo retângulo isósceles, de forma que a medida do cateto seja 4? Desenhe na malha retangular, copie e cole no espaço que segue:

e) Qual a hipotenusa do triângulo ampliado?

f) Verifique se as figuras construídas são semelhantes, apresentando os cálculos.

9) Espaço para você criar uma atividade:

Apêndice L – Atividade com as planilhas eletrônicas.

Dupla:.....

Atividade 1: Da tabela construída relacionada ao perímetro do quadrado na atividade 7) da aula anterior:

Medida do Lado	0	1	2	3	4	5	...	n
Perímetro	0	4	8			20	...	

a) Vamos construir o gráfico do perímetro em função da medida do lado:

b) Descreva, com suas palavras, o comportamento deste gráfico.

Atividade 2: Da tabela construída relacionando a medida do lado e a área do quadrado na atividade 7) da aula anterior:

Medida do Lado	1	2	3	4	5	...	n
Área	1			16			

a) Vamos construir o gráfico da área em função da medida do lado do quadrado:

b) Descreva, em palavras, o comportamento deste gráfico.

Atividade 3: De posse da mola, descubra se existe alguma relação entre a moeda colocada em sua extremidade e a medida (em centímetros) do alongamento da mola. Para isto, faça uma tabela na planilha eletrônica com os pares ordenados (número de moedas, alongamento da mola (em cm)):

a) Gráfico Construído:

b) Quais suas conclusões obtidas a partir do desenvolvimento desta atividade?

Atividade 4: De posse do elástico, descubra se existe alguma relação entre a pilha colocada em sua extremidade e a medida (em centímetros) do alongamento do elástico. Para isto, faça uma tabela na planilha eletrônica com os pares ordenados (número de pilhas, alongamento do elástico (em cm)):

a) Gráfico Construído:

b) Quais suas conclusões obtidas a partir do desenvolvimento desta atividade?

Atividade 5: Descubra outras relações existentes e faça os gráficos, estabelecendo relações com os conceitos que você já aprendeu.

Atividade 6: Discussão no grande grupo e sistematização das idéias discutidas nos pequenos grupos.

Apêndice M – Atividade com o objeto de aprendizagem A matemática das plantas de casas e mapas.

Dupla:.....

Utilizar o objeto de aprendizagem A matemática das plantas de casas e mapas. Esta objeto está disponível no site da UNIFRA (www.unifra.br/rived) ou no site do RIVED/MEC (www.rived.mec.gov.br) , o qual foi produzido por uma equipe formada por professores e alunos da UNIFRA.

1) Na folha que vocês estão recebendo, colocar todos os cálculos que se fizerem necessários para a utilização do objeto.

2) Na tela:



a) Expresse a relação pedida:

b) Quais os passos que vocês utilizaram para responder a pergunta?

3) Na tela:



a) As dimensões da planta na escala 1: 200 são o que em relação às dimensões da planta na escala 1:50?

b) Se fôssemos calcular as áreas das plantas, a área da planta na escala 1: 200 seria o que em relação à área da planta na escala 1:50?

4) Na tela:

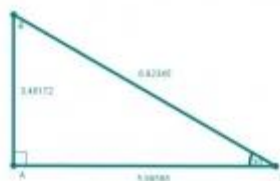


Coloque os passos utilizados para representar a escala do mapa:

Apêndice N – Atividade com o software Régua e Compasso e a planilha eletrônica.

Dupla:.....

Atividade 1: Abra o arquivo tri30graus.zir. Têm-se um triângulo retângulo onde um dos ângulos é de 30° .



a) Movimente o ponto A deste triângulo. O que você observa: há uma modificação na forma do triângulo retângulo?

b) Na planilha eletrônica do EXCEL ou Calc, coloque nas colunas as medidas dos triângulos retângulos obtidos ao movimentar o ponto A:

Medida do segmento AB (cateto oposto ao ângulo de 30°)	Medida do segmento AC (cateto adjacente ao ângulo de 30°)	Medida do segmento BC (hipotenusa do triângulo)

E coloque nas colunas da planilha eletrônica as seguintes razões:

$m(AB)/m(BC)$	$m(AC)/m(BC)$	$m(AB)/m(AC)$

Observação: $m(AB)$ indica a medida do segmento AB; $m(BC)$ indica a medida do segmento BC (hipotenusa) e $m(AC)$ indica a medida do segmento AC.

c) Que número você encontrou para a razão $m(AB)/m(BC)$? E por que esses valores são iguais?

Essa razão é chamada de

d) Que número você encontrou para a razão $m(AC)/m(BC)$? E por que esses valores são iguais?

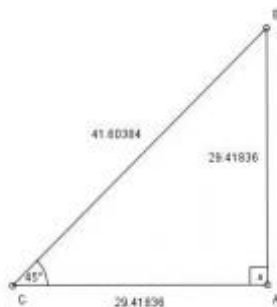
Essa razão é chamada de

e) Que número você encontrou para a razão $m(AB)/m(AC)$? E por que esses valores são iguais?

Essa razão é chamada de

f) Ao movimentar o ponto A, os triângulos que aparecem na tela são semelhantes? Por quê?

Atividade 2: Abra o arquivo tri45graus.zir. Tem-se um triângulo retângulo onde um dos ângulos é de 45° .



a) Movimente o ponto A deste triângulo. O que você observa: há uma modificação na forma do triângulo retângulo?

b) Na planilha eletrônica do EXCEL ou Calc, coloque nas colunas as medidas dos triângulos retângulos obtidos ao movimentar o ponto A:

Medida do segmento AB(cateto oposto ao ângulo de 45°)	Medida do segmento AC(cateto adjacente ao ângulo de 45°)	Medida do segmento BC(hipotenusa do triângulo)

E coloque nas colunas da planilha eletrônica as seguintes razões:

$m(AB)/m(BC)$	$m(AC)/m(BC)$	$m(AB)/m(AC)$

c) Que número você encontrou para a razão $m(AB)/m(BC)$? E por que esses valores são iguais?

Essa razão é chamada de.....

d) Que número você encontrou para a razão $m(AC)/m(BC)$? E por que esses valores são iguais?

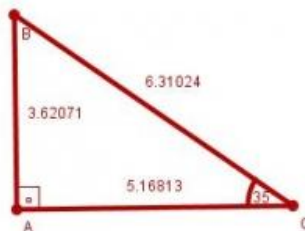
Essa razão é chamada de.....

e) Que número você encontrou para a razão $m(AB)/m(AC)$? E por que esses valores são iguais?

Essa razão é chamada de.....

f) Ao movimentar o ponto A, os triângulos que aparecem na tela são semelhantes? Por quê? Note que ao considerar também o ângulo de 60° , estamos construindo a tabela trigonométrica para os ângulos de 30, 45 e 60 graus.

Atividade 3: Agora abra o arquivo triqualq.zir.



a) Movimente o ponto A deste triângulo. O que você observa: há uma modificação na forma do triângulo retângulo?

b) Na planilha eletrônica do EXCEL ou Calc, coloque nas colunas as medidas dos triângulos retângulos ao movimentar o ponto A:

Medida do segmento AB (cateto oposto ao ângulo considerado)	Medida do segmento AC (cateto adjacente ao ângulo considerado)	Medida do segmento BC (hipotenusa do triângulo)

E coloque nas colunas da planilha eletrônica as seguintes razões:

$m(AB)/m(BC)$	$m(AC)/m(BC)$	$m(AB)/m(AC)$

c) As razões encontradas são iguais? Por quê?

d) Ao movimentar o ponto A, os triângulos que aparecem na tela são semelhantes? Por quê?

Apêndice O - Avaliação do projeto.

Aluno(a):.....

1) Qual a sua opinião sobre o projeto?

2) Como você avalia a sua participação no projeto?

3) O que você aprendeu com o projeto?

4) Para você, o que mais foi significativo no projeto?

5) Sobre aprender matemática utilizando o computador, o que você achou da idéia?

6) Para que houvesse maior aprendizagem nas aulas de matemática de uma maneira geral, o que poderia ser feito?

7) Sinta-se a vontade para colocar o que achar necessário.

Obrigada pela colaboração.

Prof^ª. Leandra

Apêndice P - Listagem das produções desenvolvidas durante o Doutorado em Informática na Educação, e que possuem relação com o tema da tese.

1. Desenvolvidas com os orientadores:

1.1- Artigos publicados em revistas ou anais de eventos:

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. . Atividades digitais, a teoria dos campos conceituais e o desenvolvimento dos conceitos de proporcionalidade. **renote. Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 6, p. 1-10, 2008.

FIOREZE, L. A. ; ISAIA, S. M. A. ; BASSO, M. ; BARONE, D. . Objetos de aprendizagem e a construção do pensamento proporcional. In: PRIMEIRA ESCOLA DE INVERNO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE SANTA MARIA, 2008, Santa Maria. **Anais da Primeira Escola de Inverno de Educação Matemática de Santa Maria**. Santa Maria: UFSM, 2008, p. 1-14.

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. . Objetos de aprendizagem e proporcionalidade: uma análise da construção dos conceitos a partir da teoria dos campos conceituais. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008, Rio Claro. **Anais do XII EBRAPEM**. Rio Claro: UNESP, 2008.

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. . O Ensino/Aprendizagem de Matemática Utilizando Softwares Educativos e o Desenvolvimento dos Conceitos de Proporcionalidade. In: XIII EBRAPEM, 2009, Goiânia. **Anais do XIII EBRAPEM**. Rio Claro: UNESP, 2009.

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. ; ISAIA, S. M. A. . Proporcionalidade: enfocando as dimensões epistemológica, didática e cognitiva da engenharia didática. In: II SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - SIEMAT, 2009, São Paulo. **Anais do II Seminário Internacional de Educação Matemática – SIEMAT**. São Paulo: UNIBAN, 2009.

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. ; ISAIA, S. M. A. . Utilização de Recursos Digitais e sua Integração na Atividade do Professor de Matemática para a Aprendizagem dos Conceitos de Proporcionalidade. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2009, Florianópolis. **Anais do 2º Simpósio Brasileiro de Informática na Educação**. Florianópolis: SBC, 2009.

1.2 Resumos publicados

FIOREZE, L. A. ; BARONE, D. ; BASSO, M. . Objetos de Aprendizagem e Proporcionalidade: Uma análise da construção dos conceitos a partir da Teoria dos Campos Conceituais. In: XII ENCONTRO BRASILEIROS DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2008, Rio Claro. **Anais do XII Encontro Brasileiros de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**. Rio Claro: UNESP, 2008.

2. Desenvolvidas com grupos de alunos e professores da UNIFRA, relacionadas com a área pesquisada:

2.1 Artigos publicados em revistas ou anais de eventos:

FIGLIARELLI, L. et al. Proporcionalidade e Semelhança: Aprendizagem Via Objetos de Aprendizagem. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 4, n. 2, ago./dez., 2006.

BISOGNIN, E. ; FIGLIARELLI, L. A.; CURY, H. N.. Análise de erros e proporcionalidade: uma experiência com alunos da graduação e pós-graduação. **Vidya** , Santa Maria, v. 25, p.33-44, 2007.

NORO, A. P. ; GAZZONI, A. ; LENCINA, C. ; MATHIAS, C. ; FIGLIARELLI, L. A. ; PINCOLINI, L. B. ; ASSUMPTIÃO, A. P. G. S. de ; GUTERRES, S. . Objeto de aprendizagem: A matemática das plantas de casas e mapas. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 6, n. 2, ago./dez, 2008.

MARTINS, L. V. ; FIGLIARELLI, L. A.. O uso do software Régua e Compasso na construção de mosaicos. **Disciplinarum Scientia** - Série Ciências Exatas, Santa Maria, v. 9, p. 143-162 , 2008.

2.2 Resumos publicados

ASSUMPTIÃO, A. P. G. S. de ; FIGLIARELLI, L. A. ; GAZZONI, A. ; GUTERRES, S. ; LENCINA, C. ; NORO, A. P. ; PINCOLINI, L. . Escalas e Proporcionalidade: Uma experiência da UNIFRA na criação de objetos virtuais. In: IV CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 2007, CANOAS. **Anais do IV Congresso Internacional de Ensino de Matemática**. Canoas: ULBRA, 2007.

ASSUMPTIÃO, A. P. G. S. de ; FIGLIARELLI, L. A. ; GAZZONI, A. ; GUTERRES, S. ; LENCINA, C. ; NORO, A. P. ; PINCOLINI, L. Objeto Virtual de Aprendizagem: Escalas e Proporcionalidade. In: XI SIMPÓSIO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO, 2007, Santa Maria. **Anais do XI Simpósio de Ensino, Pesquisa e Extensão**. Santa Maria: UNIFRA, 2007.

ANTONIAZZI, R. ; ASSUMPTIÃO, A. P. G. S. de ; CASSAL, M. ; DIEL, R. ; FIGLIARELLI, L. A. ; GAZZONI, A. ; GORKI, G. ; GUTERRES, S. ; LENCINA, C. ; MAGOGA, B. ; NETO, H. T. ; NORO, A. P. ; PINCOLINI, L. ; RAUBER, G. ; SCHIRMER, R. . Objeto virtual de aprendizagem: A matemática nas plantas de casas e mapas. In: I ENCONTRO DE EQUIPES DO RIVED DO RS E III ENCONTRO DE PROFESSORES DE FÍSICA E DA EDUCAÇÃO BÁSICA, 2007, Santa Maria. **Anais do I Encontro de Equipes do RIVED do RS e III Encontro de Professores de Física e da Educação Básica**. Santa Maria: UNIFRA, 2007.

ANTONIAZZI, Rodrigo ; Assumptião, Ana Paula G. S. de ; CASSAL, Marcos ; FIGLIARELLI, L. A. ; GAZZONI, A. ; GUTERRES, Suelen ; LENCINA, Carla ; NETO, Henrique Telles ; NORO, Ana Paula ; PINCOLINI, Leila Brondani . Objeto de aprendizagem: Sequências no ensino fundamental. . In: I ENCONTRO DE EQUIPES DO RIVED DO RS E III ENCONTRO DE PROFESSORES DE FÍSICA E DA EDUCAÇÃO BÁSICA, 2007, Santa Maria. **Anais do I Encontro de Equipes do RIVED do RS e III Encontro de Professores de Física e da Educação Básica**. Santa Maria: UNIFRA, 2007.

3. Produções Técnicas

FIGURE, L. A. ; FALKEMBACH, G. M. ; GAZZONI, A. ; PINCOLLINI, L. B. ; ANTONIAZZI, R. ; CANAL, A. P.. Objeto de Aprendizagem Proporcionalidade e Semelhança. 2006. (Objeto de Aprendizagem publicado na Rede Interativa Virtual de Educação – RIVED, tendo recebido prêmio pelo Ministério da Educação – MEC).

ANTONIAZZI, R. ; ASSUMPCÃO, A. P. G. S. de ; FIGURE, L. A. ; GAZZONI, A. ; GUTERRES, S. ; LENCINA, C. ; NORO, A. P. ; PINCOLINI, L.. Objeto de Aprendizagem A matemática das plantas de casas e mapas. 2007. (Objeto de Aprendizagem publicado na Rede Interativa Virtual de Educação – RIVED).