Evento	Salão UFRGS 2018: SIC - XXX SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2018
Local	Campus do Vale - UFRGS
Título	Análise comparativa do grau de precisão de esquemas de quadraturas para a formulação de ordenadas discretas da equação de transporte radiativo
Autor	ANA CAROLINA BOF
Orientador	FABIO SOUTO DE AZEVEDO

Análise comparativa do grau de precisão de esquemas de quadraturas para a formulação de ordenadas discretas da equação de transporte radiativo

Ana Carolina Bof[a]*, Pedro Henrique de Almeida Konzen[b]

[a]Curso de Engenharia Mecânica, [b]Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Consideramos a equação de transporte radiativo, estacionária, em um meio cinza [6]:

$$\Omega \cdot \nabla I(r,\Omega,\nu) + (\sigma+\kappa) I(r,\Omega,\nu) = \frac{\sigma}{4\pi}\int_{S^2} I(r,\Omega',\nu)\,d\Omega' + \kappa Q, \Omega \in S^2,$$

onde $I = I(r,\Omega,\nu)$ denota a intensidade radiativa associada à frequência ν em um ponto r do domínio, $S^2 := \{\Omega = (\mu,\eta,\xi);\ \mu^2+\eta^2+\xi^2 = 1\}$ denota a esfera unitária e Q é uma fonte externa. Uma das técnicas mais empregadas para o estudo numérico desta equação é o chamado método de ordenadas discretas, o qual consiste em aproximar o termo integral por uma quadratura numérica apropriada e, então, expandir a equação do transporte em um sistema de equações diferenciais parciais nas direções discretas Ω_i definidas pela quadratura. Mais especificamente, para problemas com geometria cartesiana unidimensional, a formulação de ordenadas discretas da equação de transporte é:

$$\mu_i \frac{\mathrm{d}I_i}{\mathrm{d}x} + (\sigma+\kappa) I_i = \frac{\sigma}{4\pi}\sum_{j=0}^{N-1} I_j w_j + \kappa Q, \quad i = 0, 1, \dots, N-1,$$

onde $\{(\mu_i, w_i)\}_{i=0}^{N-1}$ é o conjunto de pontos e pesos da quadratura numérica e $I_i := I(x,\mu_i,\nu)$. Desta forma, a formulação de ordenadas discretas depende da quadratura escolhida impactando na precisão da solução obtida [2,3].

Neste trabalho, fazemos uma análise comprativa do grau de precisão de esquemas de quadraturas sobre a esfera unitária (assumindo simetria nas coordenadas η e ξ) em problemas de transporte unidimensionais. Para tanto, consideramos que uma dada quadratura $\sum_{i=1}^{m} \mu_i w_i$ tem grau de precisão n quando

$$\left| \int_{-1}^{1} \mu^k \, d\mu - \sum_{i=1}^{m} \mu_i^k w_i \right| < \mathrm{TOL}, \quad \forall k \le n, \tag{1}$$

onde TOL é a tolerância desejada. Em nossos testes, comparamos quadraturas comumente usadas em problemas multidimensionais, a saber, as quadraturas: Legendre-Chebyshev triangular [5], Legendre-Chebyshev quadrangular [1], Tesselation [7] e $SRAP_N$ [4]. Esperamos com este trabalho, fornecer mais subsídios para a escolha de esquemas de quadraturas na resolução de problemas de transporte.

Referências

[1] D.G. Cacuci, *Handbook of Nuclear Engineering*, Springer, New York, 2010.

[2] B. Hunter and Z. Guo, *Numerical smearing, ray effect, and angular false scattering in radiation transfer computation*, International Journal of Heat and Mass Transfer **81** (2015), 63–74.

[3] R. Koch and R. Becker, *Evaluation of quadrature schemes for the discrete ordinates method*, Journal of Quatitative Spectroscopy & Radiative Transfer **84** (2004), 423–435.

[4] B.-W. Li, Q. Yao, X.-Y. Cao, and K.-F. Cen, *A New Discrete Ordinates Quadrature Scheme for Three-Dimensional Radiative Heat Transfer*, Journal of Heat Transfer-transactions of The Asme - J HEAT TRANSFER, 1998, pp. 514–518.

[5] G. Longoni and A. Haghighat, *Development of new quadrature sets with the ordinate splitting technique*, Proceedings the 2001 American Nuclear Society International Meeting on Math- ematical Methods for Nuclear Applications (M&C 2001), Salt Lake City, UT (2001).

[6] M.F. Modest, *Radiative heat transfer*, Elsevier, New York, 2013.

[7] C. Thurgood, A. Pollard, and H.A. Becker, *The TN Quadrature Set for the Discrete Ordinates Method*, Journal of Heat Transfer-transactions of The Asme - J HEAT TRANSFER, 1995, pp. 1068–1070.

*acbof6@gmail.com