A equação de Schrödinger não-linear com hopping a segundos vizinhos e desordem de Aubry-André

Isabel Friedmann Flöther

Orientador: Gerardo Guido Martínez Pino

IF - UFRGS

Introdução

A condensação de Bose-Einstein (BEC) é um tópico de grande interesse na pesquisa em física da matéria condensada, por conta das propriedades únicas a que dá origem. Neste trabalho, buscamos utilizar uma equação de Schrödinger não-linear para descrever a evolução da função de onda de um condensado ao longo do tempo. O objetivo mais importante foi estudar o comportamento de localização do condensado quando este é submetido à presença de desordem, de campos elétricos e de interações entre suas partículas constituintes.

Os resultados obtidos pela variação desses parâmetros foram comparados com os presentes na literatura [1] para verificar a correção dos métodos numéricos. Depois, foi incluído um termo de hopping a segundos vizinhos na equação e estudamos como ele afeta os limites de localização. Por meio disso, buscamos reproduzir e extender resultados de artigos recentes que descrevem novos fenômenos, como a fragmentação das oscilações de Bloch na presença de desordem [2] e a modulação de tais oscilações pelo hopping a segundos vizinhos [3, 4], que modifica sua frequência.

Metodologia

Para simular o condensado BEC, usamos como modelo a seguinte equação de Schrödinger não-linear dependente do tempo e discretizada:

$$i\hbar\frac{\partial\psi_i}{\partial t} = -t(\psi_{i-1}+\psi_{i+1}) - \lambda t(\psi_{i-2}+\psi_{i+2}) + \varepsilon_i\psi_i + F_i\psi_i + U|\psi_i|^2\,\psi_i$$

Na equação acima, t é o hopping a primeiros vizinhos, λ a intensidade relativa do hopping a segundos vizinhos (que para sistemas reais é pequena), U a intensidade da autointeração, $F_i = F_0\,i$ um potencial elétrico do tipo rampa e $\varepsilon_i = \varepsilon_0\,cos(2\pi\beta\,i)$, com $\beta = (1+\sqrt{5})/2$, uma desordem aperiódica do tipo Aubry-André [1]. Para integrar o sistema de equações resultante, utilizamos um método de Crank-Nicolson, além de um algoritmo de substituições [5] para diagonalização de matrizes pentadiagonais. Todos os termos foram normalizados para $t = 1$. Fixamos então F_0 e observamos como as oscilações causadas pelo campo elétrico são modificadas por λ, ε_0 e U. A seguir, graficamos a evolução temporal de $|\psi_i(t)|^2$ para alguns casos estudados, usando uma gaussiana como condição inicial.

Resultados

Os testes realizados para verificar a validade do programa utilizado reproduziram com sucesso tanto os resultados de [1] quanto de [4]. Na figura 1, estão representados os efeitos do hopping a segundos vizinhos; verificou-se que essa interação deforma as oscilações de Bloch, modificando sua amplitude máxima e gerando oscilações secundárias. O período, entretanto, não é modificado.

Na figura 2, temos os gráficos resultantes da adição de outros fatores, como a desordem e a não-linearidade. No caso da desordem, temos a fragmentação observada em [2], e a adição do termo extra de hopping intensifica o efeito da desordem. Para a não-linearidade, por outro lado, o hopping a 2^{os} vizinhos apenas modula a onda modificada pela autointeração, como vemos na figura 2. A autointeração causa o aparecimento de cristas de localização e de seções difusas na evolução temporal do BEC.

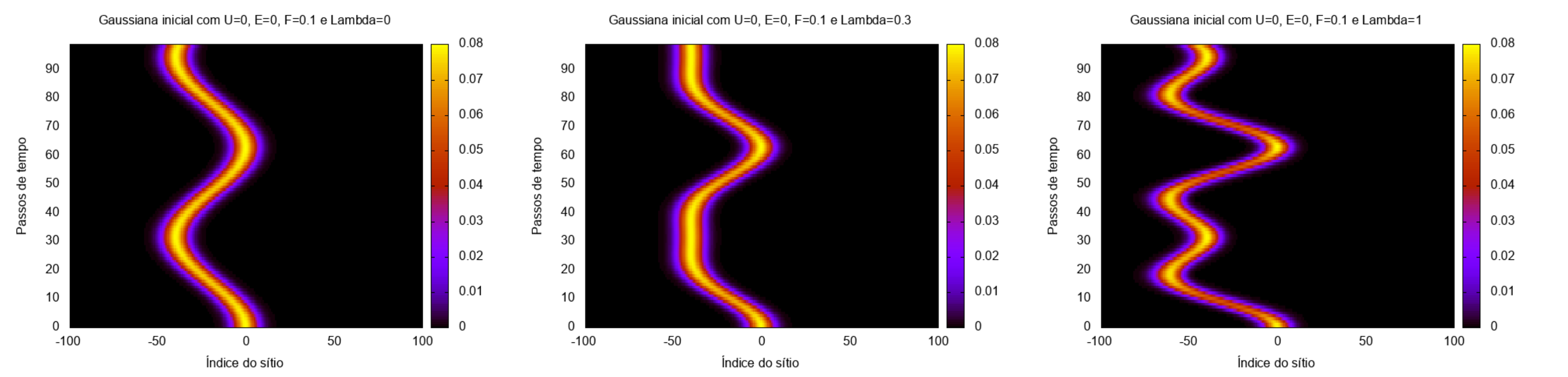

Figure 1: Modulação das oscilações de Bloch do condensado BEC pela presença de hopping a 2^{os} vizinhos. O campo aplicado corresponde a $F_0 = 0,1$ com $\lambda = 0$ (esquerda), $\lambda = 0,3$ (centro) e $\lambda = 1$ (direita). O eixo vertical é o tempo para uma cadeia finita de 400 sítios.

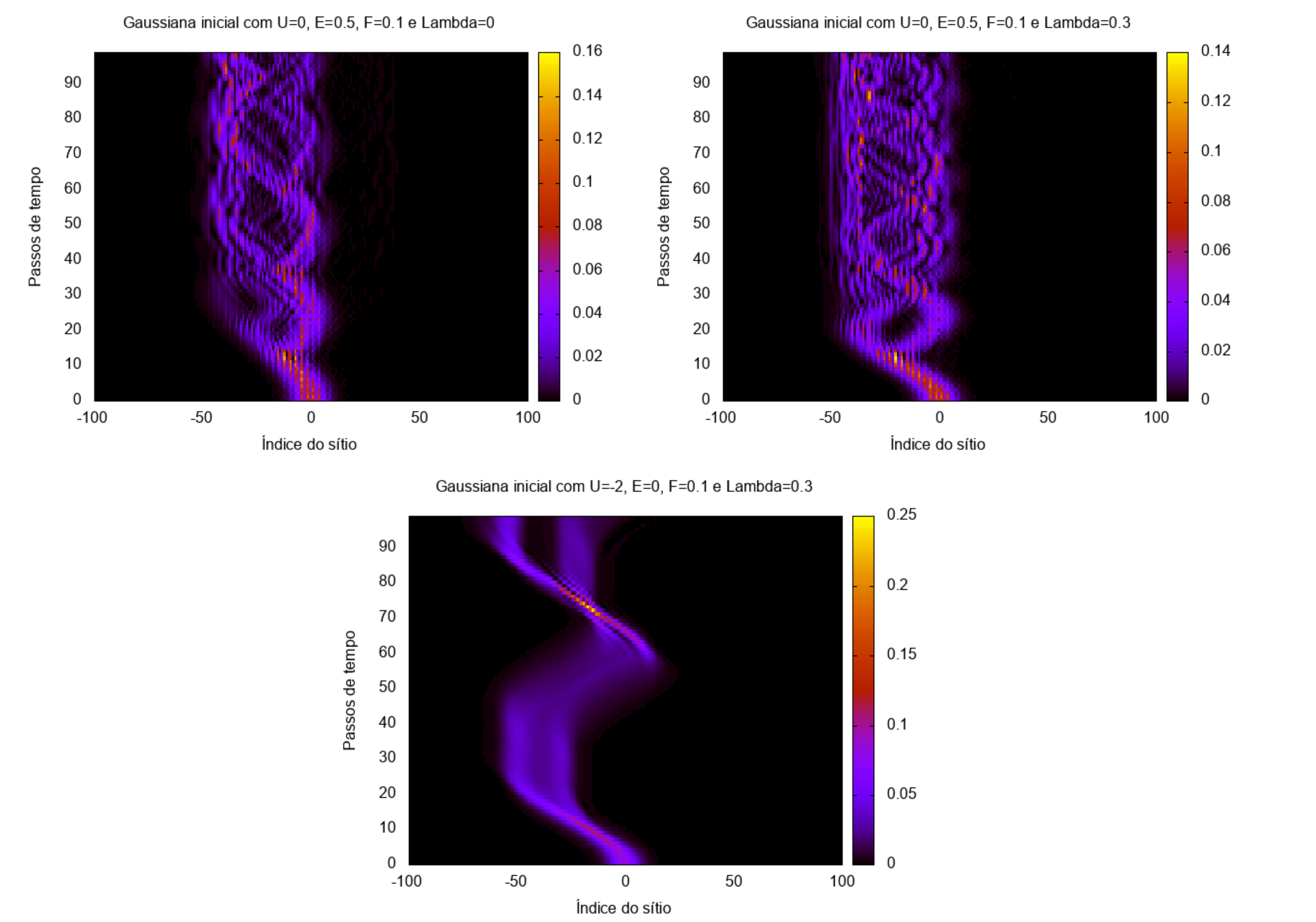

Figure 2: Fragmentação das oscilações de Bloch por desordem, com $F_0 = 0,1$ e $\epsilon_0 = 0,5$ para $\lambda = 0$ (esquerda) e para $\lambda = 0,3$ (direita). Abaixo, temos o efeito adicional de $U = -1$.

Conclusão

Neste trabalho, estudamos os efeitos do hopping a segundos vizinhos em oscilações da função de onda de um condensado BEC submetido a um campo elétrico, juntamente com desordem do tipo Aubry-André e autointerações não-lineares. Foi possível reproduzir os resultados encontrados na literatura [2, 4]. Além disso, foram verificados os efeitos simultâneos da desordem e do hopping a segundos vizinhos, efeitos estes que ainda não haviam sido estudados.

Referências

[1] JUNGES, Leandro. Tese de mestrado, IF-UFRGS, *A equação de Schrödinger não linear discreta com desordem de Aubry-André e com campo elétrico DC* (2009).

[2] Gang Wang, *Fragmentation of Bloch oscillations in quasiperiodic waveguide arrays*, J. Opt. **16**, 015502 (2014).

[3] L. Gong, Y. Feng and Y. Ding, *Anderson localization in one-dimensional quasiperiodic lattice models with nearest- and next-nearest-neighbor hopping*, Physics Letters A **381**, 588–591 (2017).

[4] Gang Wang, Ji Ping Huang and Kin Wah Yu, *Nontrivial Bloch oscillations in waveguide arrays with second-order coupling*, Optics Letters, Vol. **35**, No. 11, June 1, (2010).

[5] A. A. Karawia, *On Solving Pentadiagonal Linear Systems via Transformations*, arXiv:1409.4802v3 (2015).