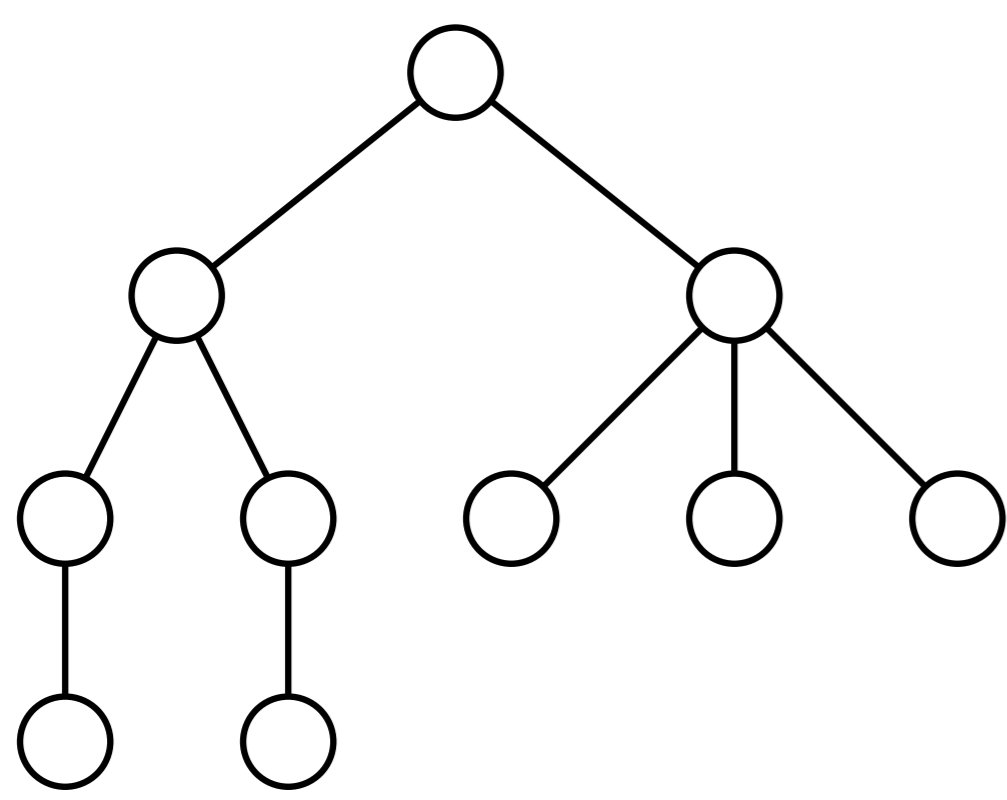


## Resumo

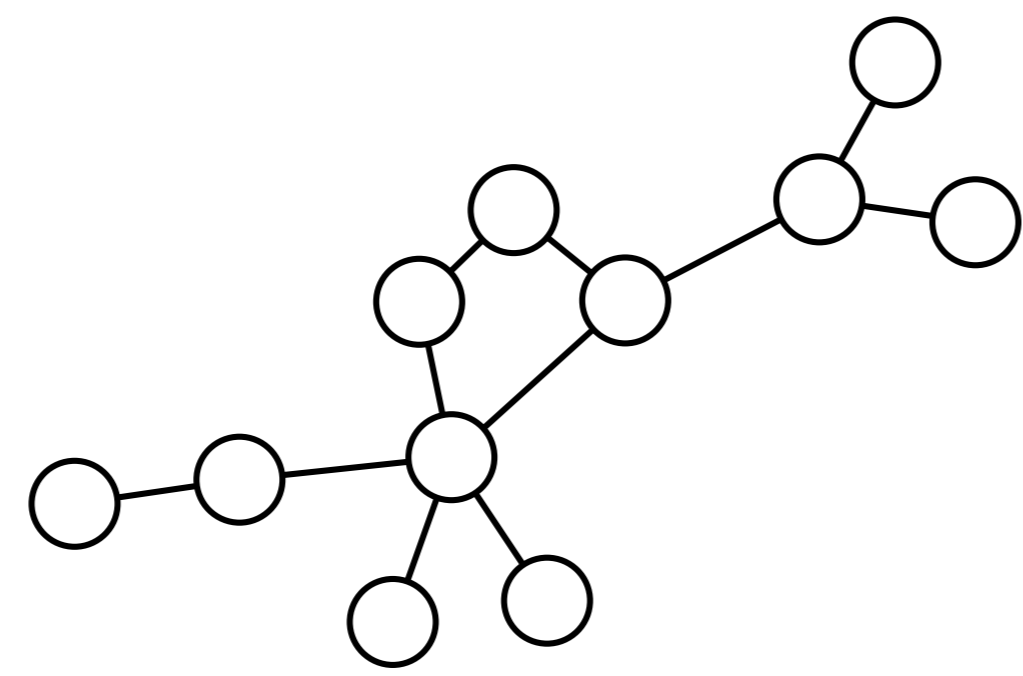
Neste trabalho desenvolvemos a ferramenta Tree Search Reporter (TSR), que gera relatórios em L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X e em PDF para buscas em árvores com certas propriedades. O código pode ser expandido para outros tipos de grafos.

## 1. Árvores

Um **grafo** (simples) é um par ordenado  $G = (V, E)$  que consiste em um conjunto finito  $V$  de vértices e um conjunto  $E$  de arestas, que são subconjuntos de cardinalidade 2 de  $V$ . Uma **árvore** é um grafo conexo e sem ciclos, enquanto um **grafo unicíclico** é um grafo que possui apenas um ciclo.



(a) uma árvore



(b) um grafo unicíclico

## 2. Matrizes de um Grafo

Dado um grafo  $G = (V, E)$ , podemos associá-lo às seguintes matrizes:

**Matriz de adjacência**, de ordem  $|V|$ , cujas entradas são

$$A_{ij} := \begin{cases} 1, & \text{se } \{i, j\} \in E \\ 0, & \text{cc} \end{cases}$$

**Matriz laplaciana**, dada por  $L := D - A$ , em que  $A$  é a matriz de adjacência e  $D$  a matriz diagonal dos graus de cada vértice.

## 3. TSR — Conjectura da transformação $\pi$

Em 2007, B. Mohar [1] sugeriu uma transformação em árvores, chamada de transformação  $\pi$ , que ao ser aplicada sucessivamente transforma uma árvore em um caminho. Acreditava-se que a transformação não aumentava a quantidade de autovalores laplacianos no intervalo  $[0, \bar{d})$ , em que  $\bar{d}$  é a média dos autovalores. Utilizando o TSR, encontramos uma árvore para qual toda transformação  $\pi$  aumenta a quantidade de autovalores laplacianos nesse intervalo, obtendo assim um contraexemplo para a conjectura.

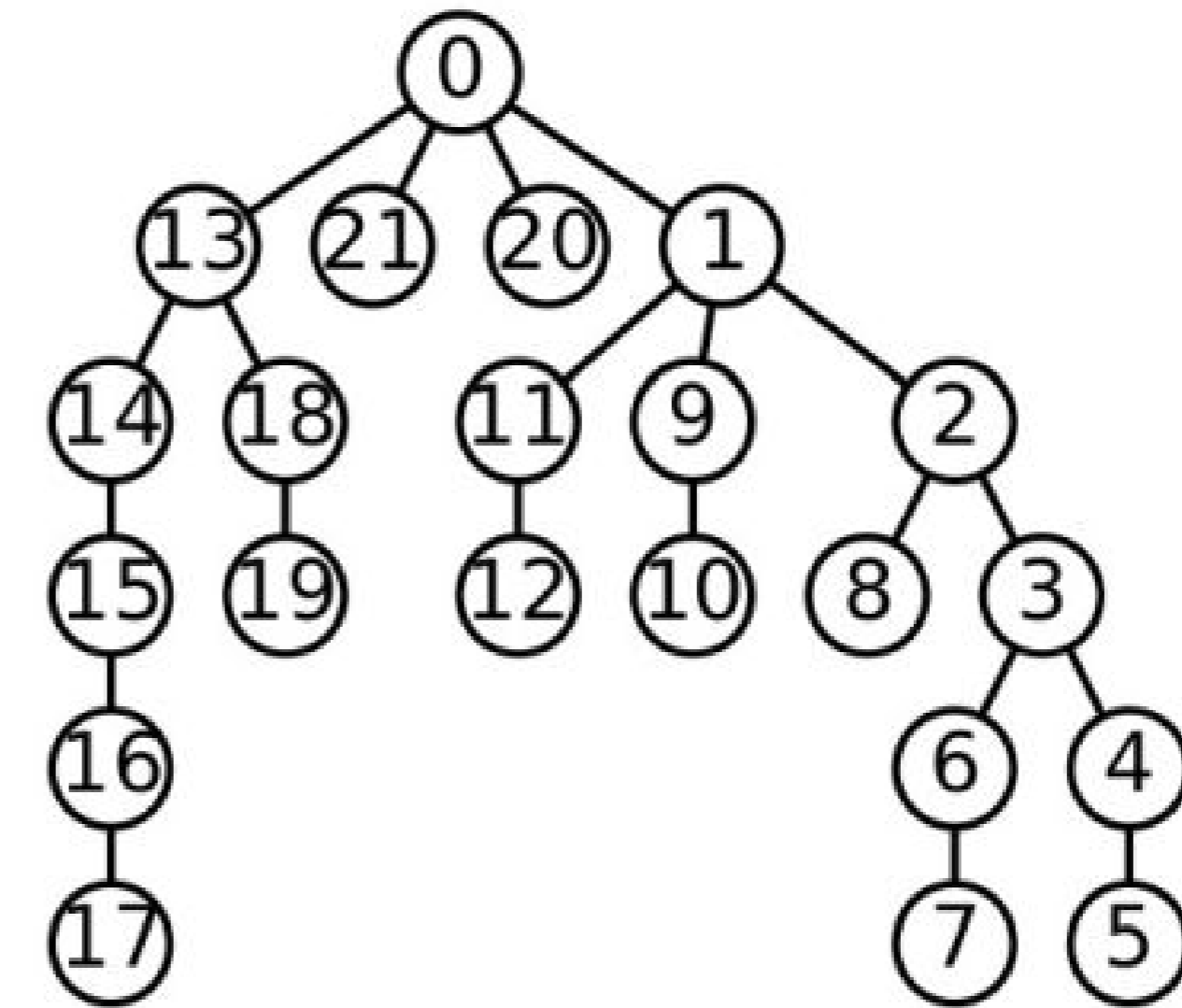
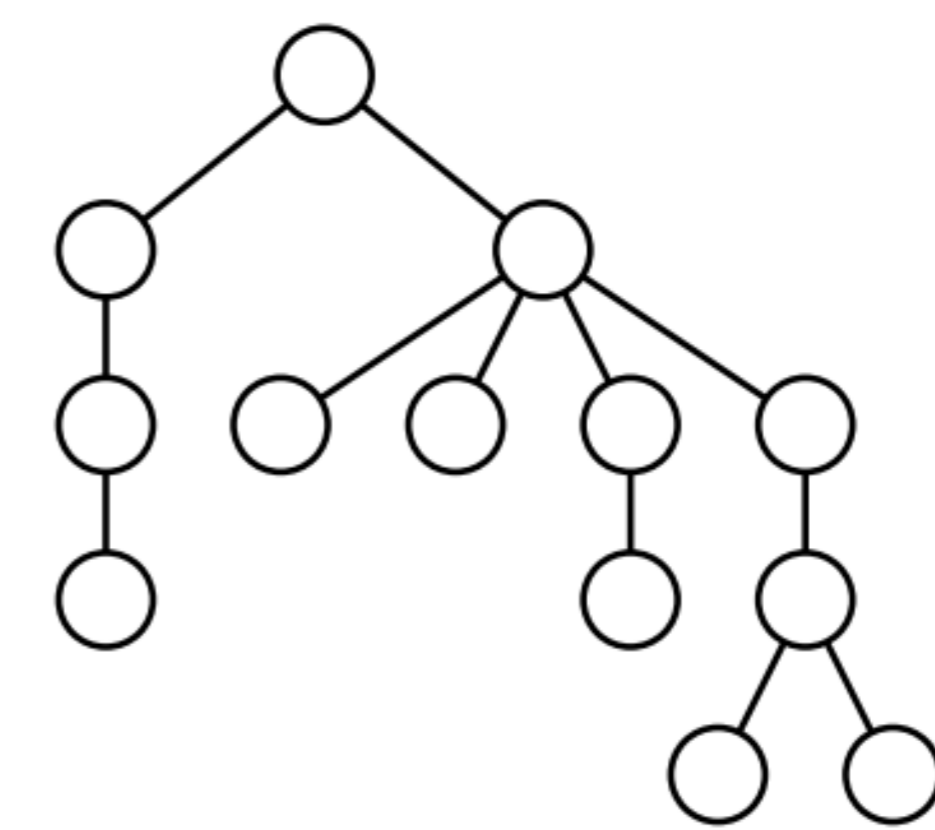


Figura 2: Contraexemplo para a conjectura da transformação  $\pi$

## 4. TSR — Valor de Perron combinatório

E. Andrade e G. Dahl [2] sugerem uma aproximação para o valor de Perron da matriz bottleneck de uma árvore com raiz. Essa estimativa, chamada de *valor de Perron combinatório*, é interessante pois dispensa o uso de matrizes para ser calculada e possivelmente poderia ser utilizada para aproximar a conectividade algébrica da árvore, um parâmetro de grande interesse em Teoria Espectral de Grafos.

Implementamos ambos os algoritmos que retornam o valor de Perron para matrizes bottleneck e o valor de Perron combinatório em SageMath e estamos gerando relatórios computacionais extensivos utilizando a ferramenta TSR. Nosso objetivo é avaliar a qualidade das aproximações e encontrar famílias de árvores em que esses valores se aproximam ou se distanciam.



Combinatorial=23.3684210526  
Bottleneck=24.380332569  
Absolute Error=1.01191151641  
Relative Error=0.0415052384355

Figura 3: Exemplo de cálculo efetuado com a nossa ferramenta

## Referências

- [1] B. Mohar, *On the Laplacian coefficients of acyclic graphs*, Linear Algebra and its Applications 722 (2007) 736-741.  
[2] E. Andrade and G. Dahl, *Combinatorial Perron values of trees and bottleneck matrices* Linear and Multilinear Algebra 65 (2017) 2387-2405