

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM RECURSOS HÍDRICOS E SANEAMENTO
AMBIENTAL

HUBER ALBERTO GÓMEZ HERNÁNDEZ

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DA VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO ESCOAMENTO
PARA ARRANJO DE 4 CILINDROS

PORTO ALEGRE

2018

HUBER ALBERTO GÓMEZ HERNÁNDEZ

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DA VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO ESCOAMENTO
PARA ARRANJO DE 4 CILINDROS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de mestre.

Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini

PORTO ALEGRE

2018

CIP - Catalogação na Publicação

Gómez Hernández, Huber Alberto
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DA VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO
ESCOAMENTO PARA ARRANJO DE 4 CILINDROS. / Huber
Alberto Gómez Hernández. -- 2018.
120 f.
Orientadora: Edith Beatriz Camaño Schettini.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Instituto de Pesquisas Hidráulicas,
Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e
Saneamento Ambiental, Porto Alegre, BR-RS, 2018.

1. Simulação Numérica Direta. 2. Vibração Induzida
por Vórtices. 3. Método de Fronteiras Imersas. I.
Camaño Schettini, Edith Beatriz, orient. II. Título.

HUBER ALBERTO GÓMEZ HERNÁNDEZ

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DIRETA DA VIBRAÇÃO INDUZIDA PELO ESCOAMENTO
PARA ARRANJO DE 4 CILINDROS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial à obtenção do grau de mestre.

Aprovado em: Porto Alegre, 14 de dezembro de 2018.

Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini - UFRGS

Orientadora

Profa. Dra. Daniela Guzzon Sanagiotto - IPH/UFRGS

Examinadora

Prof. Dr. Jorge Hugo Silvestrini - PUCRS

Examinador

Prof. Dr. Leandro Conceição Pinto - UFSM

Examinador

*Dedico este trabalho a minha família, em especial
a minha mãe, quem sempre esteve junto a mim,
para me dar apoio nos momentos mais difíceis.*

*Também quero dedicá-lo a todas aquelas
pessoas que fizeram de mim uma melhor pessoa.*

Agradecimentos

Agradeço a minha mãe Silvia Hernández pelo seu apoio, e suas palavras para eu nunca desistir durante todo o meu mestrado, meu exemplo de força.

À minha avó Socorro Hernández, quem graças a ela pude chegar ao Brasil, e a minhas primas Eliana e Adriana pelo seu apoio e ajuda que recebi delas nos primeiros dias que cheguei ao Brasil.

À minha querida orientadora profa Edith Beatriz Camaño Schettini por ter-me recebido como seu orientado, pelos seus ensinamentos, pela sua ajuda no desenvolvimento da minha pesquisa, pelas sugestões, pela sua paciência comigo, por tudo.

Agradeço a todos os meus companheiros do NETT, quem também são agora os meus amigos, que de alguma maneira me ajudaram quando tinha dúvidas na minha pesquisa.

Quero agradecer também ao Gabriel Narváez, a quem conheço desde a graduação, quem foi um suporte durante o meu mestrado e um grande amigo.

À todos os professores com quem tive aulas durante meu primeiro ano de mestrado, por suas ensinanças.

Agradeço a todos meus amigos que estão tanto dentro quanto fora do Brasil que sempre acreditaram em mim, pelas suas amizades.

Agradeço à UFRGS e ao IPH pelo apoio para eu realizar a minha pesquisa.

Também quero agradecer à CAPES pelo apoio econômico na bolsa de mestrado.

Resumo

O estudo de vários cilindros dispostos em um arranjo submetidos a um escoamento é pouco conhecido hoje em dia, pois a maioria destes estudos foram realizados para um e dois cilindros. Neste trabalho é estudado o comportamento oscilatório de quatro cilindros em vibração induzida por vórtices (*VIV*), na direção transversal a um escoamento, como também para *VIV* na direção transversal e paralela ao escoamento.

Para a realização das simulações foi usado o código `Incompact3d`, o qual permite a solução das equações de Navier-Stokes e a equação de continuidade por meio de Simulação Numérica Direta (*DNS*), além de usar um método de fronteiras imersas (*IBM*) para garantir a condição de não-deslizamento na interface fluido/sólido.

Realizou-se uma análise de convergência e a validação do código, com base em trabalhos de referência anteriores, para dois cilindros fixos em *side-by-side*, velocidade de aproximação uniforme U_0 , separações entre seus centros no intervalo $1.5 \leq T/D \leq 5$, e número de Reynolds baseado no diâmetro $Re = U_0 D / \nu = 100$. Depois foram simulados quatro cilindros com arranjo quadrado *in-line* (fixos e oscilando na direção transversal) e *diamond* (fixos).

Os casos de aplicação correspondem a quatro cilindros em *VIV*, em configurações *in-line* (livre de oscilar em ambas direções) e *diamond* (oscilando somente na direção transversal e em ambas direções), com $Re = 150$ e espaçamento de centro dos cilindros de $3.5D$, velocidade reduzida U^* entre 1 e 14. As forças sobre cada cilindro, o número de Strouhal e as trajetórias dos cilindros em *VIV* foram calculadas, apresentadas e discutidas.

As maiores amplitudes de oscilação correspondem à configuração *diamond*. Para esta configuração, o cilindro a jusante é afetado pelas esteiras dos três cilindros de montante, desenvolvendo maiores amplitudes de oscilação, mesmo, se comparado às dos cilindros a jusante na configuração quadrado *in-line*.

Abstract

The study of an arrangement of various cylinders submitted to flow is few known nowadays since most of these studies were performed for one and two cylinders. In this work, it is studied the oscillatory behavior of four cylinders in vortex-induced vibration (*VIV*), in the transverse direction to flow, as well as for *VIV* in both the transversal and streamwise directions.

In order to perform the simulations, it was used the *Incompact3d* code, which allows solving the Navier-Stokes equations and the continuity equation through Direct Numerical Simulation (*DNS*), as well as using an immersed boundary method (*IBM*) to ensure the no-slip condition at the fluid/solid interface.

They were performed a convergence analysis and validation of the code, based on previous reference works, for two side-by-side fixed cylinders, uniform free-stream velocity U_0 , separations between their centers in the interval $1.5 \leq T/D \leq 5$, and Reynolds number based on the diameter $Re = U_0 D / \nu = 100$. Then, four cylinders were simulated in a square in-line arrangement (fixed and oscillating in the transversal direction) and diamond arrangement (fixed).

The application cases correspond to four cylinders in *VIV*, in in-line (free to oscillate in both directions) and diamond configurations (oscillating only in transversal and both transversal/streamwise direction), with $Re = 150$ and center spacing of the cylinders of $3.5D$, reduced velocity U^* between 1 and 14. The forces over each cylinder, the Strouhal number and the trajectories of the cylinders in *VIV* were calculated, presented and discussed.

The largest oscillation amplitudes correspond to the diamond configuration. For this configuration, the downstream cylinder is affected by the wakes of the three upstream cylinders, developing greater oscillation amplitudes, even, if compared to the downstream cylinders in the in-line square configuration.

Lista de Ilustrações

1.1	A ponte Tacoma Narrows. (a) A ponte Tacoma Narrows após a falha. (University Libraries - University of Michigan, 1940[10]). (b) A ponte após sua reconstrução. (PARSONS-Tacoma Narrows Bridge Project, 2007[97]).	2
1.2	Acidente causado por VIV nas torres de resfriamento da central elétrica de Ferrybridge. (Industry in knottingley and ferrybridge, 2005[90]). (a) Torre do lado oeste após o colapso. (b) Três das oito torres completamente destruídas.	2
1.3	Duas das três torres de aço que ficaram de pé no Cedar Point (Jornal The Blade-Section of VertiGo fails at Cedar Point, 2002[85]).	3
1.4	Modelo de um módulo de VIVACE. (Raghavan, 2011[104]).	4
2.1	(a) Riser em plataforma de captação de petróleo. (Oil And Gas Processing, 2009[91]). (b) Colunas da Ponte Anita Garibaldi, Laguna - SC, submetidas à interação fluido-estrutura. (Narváez, 2015[86]).	6
2.2	Figura da relação entre o número de Reynolds e o número de Strouhal para cilindros circulares. (Dados obtidos do Lienhard 1966[72], Achenbach e Heinecke 1981[1]. $St \approx 0.21 (1 - 21/Re)$ para $40 < Re < 200$, de Roshko 1955[105]).	7
2.3	Coefficiente de arrasto médio em função do número de Reynolds para um cilindro fixo isolado. Adaptada de Singh e Mittal 2005[111].	8
2.4	Raiz média quadrática do coeficiente de sustentação em função do número de Reynolds para um cilindro fixo. Fonte: Norberg 2003[89].	9
2.5	Relação entre o coeficiente de pressão base e o número de Reynolds para um cilindro fixo. Fonte: Williamson 1996[133].	9
2.6	Regimes de escoamento em torno de um cilindro circular liso em função do número de Reynolds. (Fonte: Adaptado por Lienhard 1966[72]).	12
2.7	Sistema dinâmico com um grau de liberdade. Adaptada de Klamo, (2006)[58].	14
2.8	Variação da frequência adimensional $f^* = f/f_n$ em relação a U^* , para um cilindro em vibração livre montado elasticamente, para altos valores de massa. Fonte: Williamson e Govardhan 2004[134].	16
2.9	Esquema de um sistema dinâmico de um grau de liberdade para diferentes valores de razões de massas. Fonte: Khalak e Williamson (1997b)[53].	17
2.10	Esquema de um sistema dinâmico de dois graus de liberdade. Figura adaptada de Klamo (2006)[58].	20

2.11	Trajetórias típicas de oscilador com dois graus de liberdade como função da fase θ entre os movimentos transversal e paralelo ao escoamento. Fonte: Jauvtis e Williamson (2004)[46].	21
2.12	(a) Variação das amplitudes normalizadas em função do $(U^* f^*) St = f_s/f$ para razão de massa $m^* = 2, 6$. (b) Curvas no espaço tridimensional que mostram a variação conjunta de A_x^* (no eixo vertical) e A_y^* (no plano horizontal) em função da nova razão de frequências f_s/f . Fonte: Jauvtis e Williamson (2004)[46].	22
2.13	Tipos de arranjos de dois cilindros de igual diâmetro submetidos a <i>cross-flow</i> . (a) <i>Tandem</i> ; (b) <i>Side-by-Side</i> ; (c) <i>Staggered</i> . Fonte: Sumner 2010[117]	23
2.14	Regimes de interferência do escoamento para cilindros em <i>side-by-side</i> , <i>tandem</i> e <i>staggered</i> . (a) Comportamento como um único corpo; (b) Recolamento alternado; (c) Recolamento quase-permanente; (d) Desprendimento intermitente; (e) Salto descontínuo entre os regimes (d) e (f). (f) Esteira de vórtices binários. Fonte: Zdravkovich, 1987[139].	27
2.15	Máximo deslocamento transversal $(y/D)_{max}$ em função da velocidade reduzida, $Re = 200$, $S/D = 1, 5$, $m^* = 4$ e $\zeta = 0$. (a) Cilindro isolado: (\blacktriangle) Narváez 2015[86], (\triangle) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18] e cilindro de montante: (\bullet) Narváez 2015[86], (\circ) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18]; (b) cilindro de jusante: (\blacksquare) Narváez 2015[86], (\square) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18].	28
2.16	Variação da amplitude máxima em <i>FIV</i> para dois cilindros circulares em <i>side-by-side</i> com $Re = 100$. As notações <i>cyl_1</i> e <i>cyl_2</i> correspondem ao cilindro inferior e superior, respectivamente. As setas mostram a mudança na direção da velocidade reduzida. IS: <i>Padrão sincronizado em fase</i> , IR: <i>Padrão irregular</i> , AS: <i>Padrão sincronizado anti-fase</i> , BAS: <i>Padrão tendendo a sincronização anti-fase</i> , OFF: <i>Padrão flip – flopping fora de fase</i> , e HB: <i>Padrão híbrido</i> . Fonte: Chen <i>et al.</i> 2015b[22].	29
2.17	Variação temporal do deslocamento transversal (y/D) para dois cilindros <i>side-by-side</i> a diferentes velocidades reduzidas. Chen <i>et al.</i> 2015b[22].	30
2.18	Padrões geométricos básicos de um banco de tubos. (a) Triangular normal (b) Triangular paralelo (ou triangular rotacionado) (c) Quadrado <i>in-line</i> (d) Quadrado rotacionado (<i>diamond</i>). Païdoussis <i>et al.</i> (2014)[98].	31
3.1	Condições de contorno, com u e v como as componentes do vetor velocidade \vec{u} .	34
3.2	Campo de velocidade alvo \vec{u}_0 na direção x dentro de um cilindro. Fonte: Narváez 2015[86].	37
3.3	Volume de controle para o cálculo das forças hidrodinâmicas sobre um dos cilindros em <i>VIV</i> . A imagem de fundo corresponde a um campo instantâneo da magnitude do vetor velocidade. Fonte: Narváez 2015[86]	41
4.1	Configuração de 2 cilindros fixos em <i>Side-by-Side</i>	45

4.2	Variação de \overline{C}_D em função de T/D para dois cilindros <i>side-by-side</i> . \diamond Kang 2003[51], \square Lee <i>et al.</i> 2009[67], \triangle Bao <i>et al.</i> 2013 [9], \times Chen <i>et al.</i> 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Presente trabalho.	47
4.3	Variação de C'_L em função de T/D para dois cilindros em <i>side-by-side</i> e $Re = 100$. \diamond Kang 2003[51], \square Lee <i>et al.</i> 2009[67], \triangle Bao <i>et al.</i> 2013 [9], \times Chen <i>et al.</i> 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Presente trabalho.	47
4.4	Variação de \overline{C}_L em função de T/D para dois cilindros em <i>side-by-side</i> e $Re = 100$. \diamond Kang 2003[51], \square Lee <i>et al.</i> 2009[67], \triangle Bao <i>et al.</i> 2013[9], \times Chen <i>et al.</i> 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Cilindro 2 do presente trabalho.	48
4.5	Disposição de 4 cilindros fixos em configuração quadrada <i>in-line</i>	48
4.6	Campo de vorticidades de 4 cilindros fixos para diferentes separações L/D : (a) $L/D = 1.5$, (b) $L/D = 2$, (c) $L/D = 3$, (d) $L/D = 4$	49
4.7	Variação de \overline{C}_D , em função de L/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Zhao <i>et al.</i> 2016[145], \square Lam <i>et al.</i> 2008[64], \triangle Han <i>et al.</i> 2013[35], \times Farrant <i>et al.</i> 2000[29], \bullet Presente trabalho.	50
4.8	Variação de C'_L em função de L/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Zhao <i>et al.</i> 2016[145], \square Lam <i>et al.</i> 2008[64], \triangle Han <i>et al.</i> 2013[35], \bullet Presente trabalho.	51
4.9	Variação de \overline{C}_L em função de L/D . Valores para Zhao <i>et al.</i> 2016[145] (\circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \triangle Cilindro 3, \diamond Cilindro 4). Valores para Farrant <i>et al.</i> 2000[29] (\times Cilindro 1, $+$ Cilindro 2, $-$ Cilindro 3, $*$ Cilindro 4). Valores Presente trabalho (\bullet Cilindro 1, \blacksquare Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \blacklozenge Cilindro 4). Esquerda: cilindros de montante. Direita: cilindros de jusante.	52
4.10	Variação de St em função de L/D . \diamond Lam <i>et al.</i> 2008[64], \square Han <i>et al.</i> 2013[35], \triangle Farrant <i>et al.</i> 2000[29], \bullet Presente trabalho.	52
4.11	Disposição de 4 cilindros fixos em configuração <i>diamond</i>	53
4.12	Visualização de desprendimento de vórtices para $P/D = 4.0$ e $Re = 200$: (a) Experimento de Lam <i>et al.</i> 2003a[65], (b) presente trabalho.	53
4.13	Variação de \overline{C}_D , em função de P/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Farrant <i>et al.</i> 2000[29], \square Zou <i>et al.</i> 2011[150], \triangle Han <i>et al.</i> 2013[35], \bullet Presente trabalho.	54
4.14	Variação de \overline{C}_D , em função de P/D dos 4 cilindros superpostos. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.	55
4.15	Variação de C'_L em função de P/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \square Zou <i>et al.</i> 2011[150], \triangle Han <i>et al.</i> 2013[35], \bullet presente trabalho.	56
4.16	Variação de C'_L , em função de P/D dos 4 cilindros superpostos. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.	56

4.17	Variação de \overline{C}_L em função de P/D . Farrant <i>et al.</i> 2000[29] (+ Cilindro 2, \diamond Cilindro 3), Zou <i>et al.</i> 2011[150] (Δ Cilindro 2, \circ Cilindro 3), Presente trabalho (\square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3).	57
4.18	Variação de \overline{C}_L em função de P/D . Presente trabalho (\square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3).	58
4.19	Série temporal de \overline{C}_L dos cilindros 2 e 3, para a) $P/D = 1.4$, b) $P/D = 1.6$ e c) $P/D = 2.5$	58
4.20	Campos de velocidade e pressão para diferentes separações em dois instantes de tempo.	59
4.21	Variação de St em função de P/D . + Farrant <i>et al.</i> 2000[29], \square Zou <i>et al.</i> 2011[150], \diamond Han <i>et al.</i> 2013[35], \bullet Presente trabalho.	60
4.22	Campo de vorticidades de 4 cilindros fixos em configuração <i>diamond</i> para diferentes separações P/D : (a) $P/D = 1.2$, (b) $P/D = 1.5$, (c) $P/D = 2$, (d) $P/D = 2.5$, (e) $P/D = 3$, (f) $P/D = 3.5$, (g) $P/D = 4$, (h) $P/D = 5$	61
4.23	Configuração quadrada <i>in-line</i> de 4 cilindros com um grau de liberdade.	62
4.24	Deslocamento transversal A_y em função da velocidade reduzida U^* , com parâmetros de $\zeta = 0$, $Re = 150$, $L/D = 3.5$ e $m^{**} = 3.92$: (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \circ Zhao <i>et al.</i> 2016[145], \bullet Presente trabalho.	63
4.25	(a) Variação de St em função da velocidade reduzida U^* . (b) Variação da frequência de vibração em função da velocidade reduzida.	63
4.26	Variação de \overline{C}_D em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.	64
4.27	Variação de \overline{C}_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.	64
4.28	Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.	65
5.1	Configuração de 4 cilindros quadrada <i>in-line</i> para 2 graus de liberdade.	66
5.2	Trajetórias dos 4 cilindros em configuração <i>in-line</i> , $m^{**} = 12$ e $Re = 150$, para diferentes U^* . (a) $U^* = 1$, (b) $U^* = 2$, (c) $U^* = 3$, (d) $U^* = 4$, (e) $U^* = 5$, (f) $U^* = 6$, (g) $U^* = 7$, (h) $U^* = 8$, (i) $U^* = 9$, (j) $U^* = 10$, (k) $U^* = 11$, (l) $U^* = 12$, (m) $U^* = 13$, (n) $U^* = 14$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.	67
5.3	Amplitudes dos 4 cilindros em função do tempo para $U^* = 11$	68
5.4	Número de Strouhal dos 4 cilindros em função de U^* , para uma configuração quadrada <i>in-line</i> com dois graus de liberdade.	69
5.5	Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função de U^* para uma configuração quadrada <i>in-line</i>	69
5.6	Variação de \overline{C}_D em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, Δ Cilindro 2, \circ Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.	70
5.7	Variação de \overline{C}_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, Δ Cilindro 2, \circ Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.	70

5.8	Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. □ Cilindro 1, △ Cilindro 2, ○ Cilindro 3, ● Cilindro 4.	71
5.9	Configuração <i>diamond</i> de 4 cilindros para 1 grau de liberdade.	71
5.10	Amplitude dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	72
5.11	St dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida U^* . □ Cilindros 1 e 4, ● Cilindros 2 e 3.	73
5.12	Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida U^* . □ Cilindros 1 e 4, ● Cilindros 2 e 3.	73
5.13	Variação de \overline{C}_D em função da velocidade reduzida U^* . ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	74
5.14	Variação de \overline{C}_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	74
5.15	Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	75
5.16	Configuração <i>diamond</i> de 4 cilindros para 2 graus de liberdade.	75
5.17	Trajетórias dos 4 cilindros em <i>diamond</i> $m^{**} = 12$ e $Re = 150$. (a) $U^* = 1$, (b) $U^* = 2$, (c) $U^* = 3$, (d) $U^* = 4$, (e) $U^* = 5$, (f) $U^* = 6$, (g) $U^* = 7$, (h) $U^* = 8$, (i) $U^* = 9$, (j) $U^* = 10$, (k) $U^* = 11$, (l) $U^* = 12$, (m) $U^* = 13$, (n) $U^* = 14$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.	76
5.18	St dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. □ Cilindro 1, ● Cilindros 2 e 3, — Cilindro 4.	77
5.19	Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. □ Cilindro 1, ● Cilindros 2 e 3, — Cilindro 4	78
5.20	Trajетória dos 4 cilindros dividido em vários intervalos de tempo para $U^* = 10$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.	78
5.21	Variação de \overline{C}_D em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	79
5.22	Variação de \overline{C}_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	80
5.23	Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.	80

Lista de Tabelas

2.1	Resultados calculados em um escoamento para um cilindro isolado. K. Lam <i>et al.</i> (2008)[64].	11
2.2	Resultados de amplitudes normalizadas máximas segundo pesquisas experimentais e numéricas. Tabela adaptada dos trabalhos de Khalak e Williamson 1999[54] e Williamson e Govardhan 2004[134].	18
2.3	Estudos experimentais de dois cilindros <i>tandem</i> em <i>cross-flow</i> . AR = Razão de aspecto (esbeltez); CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; LIF = Fluorescência induzida por laser; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Sumner 2010[117].	24
2.4	Estudos experimentais de dois cilindros <i>side-by-side</i> em <i>cross-flow</i> . AR = Razão de aspecto (esbeltez); CCA = Anemômetro de corrente constante; CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; LDF = Velocimetria laser por efeito Doppler; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Sumner 2010[117].	25
2.5	Estudos experimentais de dois cilindros <i>staggered</i> em <i>cross-flow</i> . AR = Razão de aspecto (esbeltez); CCA = Anemômetro de corrente constante; CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Sumner 2010[117].	26
3.1	Esquemas numéricos usados na solução da derivada primeira. N é o numero de nós na direção x (n_x), y (n_y) ou z (n_z). Fonte: Pinto (2012)[100].	35
3.2	Esquemas numéricos usados na solução da derivada segunda. Dependendo da direção de cálculo, N é o numero de nós na direção x (n_x), y (n_y) ou z (n_z). Fonte: Pinto (2012)[100].	35
4.1	Parâmetros das simulações de cilindros em <i>Side-by-Side</i> , com $Re = 100$ e $T/D = 2.5$, junto com os resultados do coeficiente de arrasto médio \overline{C}_D , valor absoluto do coeficiente de sustentação médio \overline{C}_L , <i>r.m.s</i> da flutuação do coeficiente de sustentação C'_L e número de Strouhal St . Estes valores correspondem tanto ao cilindro superior quanto o inferior.	45
4.2	Resultados de trabalhos de referência para $Re = 100$ e $T/D = 2.5$	45
4.3	Resultados das simulações variando o passo de tempo e discretização espacial para $Re = 100$ e $T/D = 2.5$	46

Lista de Símbolos

A^*	Amplitude adimensional para oscilação livre	[-]
A_M^*	Amplitude modificada	[-]
A_x	Amplitude de deslocamento em x	[-]
A_y	Amplitude de deslocamento em y	[-]
c	Coefficiente de amortecimento	$[Nm^{-1}s]$
c^*	Coefficiente de amortecimento adimensional	[-]
C_A	Coefficiente de massa adicional	[-]
C_D	Coefficiente de arrasto	[-]
\overline{C}_D	Coefficiente de arrasto médio	[-]
C'_D	Raiz média quadrática do coeficiente de arrasto	[-]
C_L	Coefficiente de sustentação	[-]
\overline{C}_L	Coefficiente de sustentação médio	[-]
C'_L	Raiz média quadrática do coeficiente de sustentação	[-]
C_{pb}	Coefficiente de pressão de base	[-]
\overline{C}_{pb}	Coefficiente de pressão de base médio	[-]
C'_{pb}	Raiz média quadrática do coeficiente de pressão de base	[-]
c_x	Coefficiente de amortecimento em x	$[Nm^{-1}s]$
c_y	Coefficiente de amortecimento em y	$[Nm^{-1}s]$
c_x^*	Coefficiente de amortecimento adimensional em x	[-]
c_y^*	Coefficiente de amortecimento adimensional em y	[-]
D	Diâmetro do cilindro	[m]
Δt	Passo de tempo	[-]
Δx	Discretização espacial na direção x	[-]
Δy	Discretização espacial na direção y	[-]
f	Frequência de oscilação do cilindro	$[s^{-1}]$
f^*	Razão de frequências	[-]
\vec{f}	Campo de forças externas	[-]
F_D	Componente de arrasto da força sobre o cilindro	[N]
F_L	Componente de sustentação da força sobre o cilindro	[N]
f_n	Frequência natural do sistema	$[s^{-1}]$

f_s	Frequência de desprendimento de vórtices	$[s^{-1}]$
gdl	Grau de liberdade	$[-]$
k	Rigidez do sistema	$[Nm^{-1}]$
L	Escala integral de comprimento	$[m]$
L_x	Comprimento adimensional horizontal do domínio de cálculo	$[-]$
L_y	Comprimento adimensional vertical do domínio de cálculo	$[-]$
m	Massa total do sistema	$[kg]$
m^*	Razão de massa	$[-]$
m^{**}	Razão de massa (Adimensionalização de Shiels)	$[-]$
m_a	Massa adicional	$[kg]$
m_d	Massa de fluido deslocada pelo corpo	$[kg]$
n_x	Número de pontos da malha na direção x	$[-]$
n_y	Número de pontos da malha na direção y	$[-]$
\vec{r}_c^k	Vetor posição do cilindro no nível de tempo k	$[-]$
R_i	Coefficiente da posição do esquema de Runge-Kutta, no sub passo i	$[-]$
Re	Número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro	$[-]$
L/D	Espaçamento horizontal e vertical entre centros de cilindros	$[-]$
S/D	Espaçamento horizontal entre centros de cilindros	$[-]$
P/D	Espaçamento diagonal entre centros dos cilindros	$[-]$
T/D	Espaçamento vertical entre centros de cilindros	$[-]$
S_i	Coefficiente da velocidade do esquema de Runge-Kutta, no sub passo i	$[-]$
St	Número de Strouhal	$[-]$
t^*	Tempo	$[-]$
U_o	Escala de velocidade (velocidade do escoamento de aproximação)	$[ms^{-1}]$
\vec{u}	Campo vetorial de velocidade	$[-]$
\vec{u}_o	Campo vetorial de velocidade alvo	$[-]$
U^*	Velocidade reduzida nominal	$[-]$
\vec{u}_{cil_i}	Vetor velocidade local do cilindro i	$[-]$
U_{conv}	Velocidade de convecção	$[-]$
$\vec{\omega}$	Campo de vorticidade	$[-]$
x	Deslocamento longitudinal do cilindro	$[m]$
\dot{x}	Velocidade longitudinal do cilindro	$[ms^{-1}]$
\ddot{x}	Aceleração longitudinal do cilindro	$[ms^{-2}]$
x^*	Deslocamento longitudinal adimensional do cilindro	$[-]$
\dot{x}^*	Velocidade longitudinal adimensional do cilindro	$[-]$
\ddot{x}^*	Aceleração longitudinal adimensional do cilindro	$[-]$
x_c	Coordenada horizontal inicial do centro do cilindro	$[-]$

y	Deslocamento transversal do cilindro	$[m]$
\dot{y}	Velocidade transversal do cilindro	$[ms^{-1}]$
\ddot{y}	Aceleração transversal do cilindro	$[ms^{-2}]$
y^*	Deslocamento transversal adimensional do cilindro	$[-]$
\dot{y}^*	Velocidade transversal adimensional do cilindro	$[-]$
\ddot{y}^*	Aceleração transversal adimensional do cilindro	$[-]$
y_c	Coordenada vertical inicial do centro do cilindro	$[-]$
θ	Ângulo de fase	$[rad]$
μ	Viscosidade dinâmica	$[kgm^{-1}s^{-1}]$
ν	Viscosidade cinemática	$[m^2s^{-1}]$
p	Campo de pressões	$[Pa]$
P_b	Pressão média de base	$[Pa]$
Π	Campo de pressões adimensional	$[-]$
ζ	Razão de amortecimento crítico	$[-]$
ρ	Massa específica do fluido	$[kgm^{-3}]$
ρ_b	Massa específica do cilindro	$[kgm^{-3}]$

Abreviações

<i>DNS</i>	Direct Numerical Simulation (Simulação numérica direta)
<i>FIV</i>	Flow-Induced Vibration (Vibração induzida pelo escoamento)
<i>IBM</i>	Immersed Boundary Methods (Método de fronteiras imersas)
<i>NETT</i>	Núcleo de Estudos em Transição e Turbulência
<i>VIV</i>	Vortex-Induced Vibration (Vibração induzida por desprendimento de vórtices)
<i>VIVACE</i>	Vortex Induced Vibration for Aquatic Clean Energy (Energia limpa aquática por vibração induzida por desprendimento de vórtices)
<i>WIV</i>	Wake-Induced Vibration (Vibração induzida pela esteira)

Sumário

Lista de Ilustrações	iii
Lista de Tabelas	viii
Lista de Símbolos	ix
1 Introdução	1
1.1 Relevância	1
1.2 Objetivos	5
1.3 Estrutura do Trabalho	5
2 Revisão Bibliográfica	6
2.1 escoamento ao redor de cilindros	6
2.1.1 Um cilindro submetido a um escoamento	11
2.2 Vibração Induzida por Vórtices	12
2.2.1 Dois cilindros fixos imersos em um escoamento	23
2.2.2 Dois cilindros em <i>VIV</i>	28
2.2.3 Banco de tubos ou arranjo de cilindros	30
3 Metodologia Numérica	33
3.1 Modelo Hidrodinâmico	33
3.1.1 Equações Hidrodinâmicas	33
3.1.2 Condições inicial e de contorno	34
3.1.3 Discretização espacial dos termos convectivo e difusivo	35
3.1.4 Avanço no tempo	36
3.1.5 Divergência do campo de velocidades e a solução da equação de Poisson	37
3.1.6 Cálculo das forças hidrodinâmicas	40
3.2 Modelo dinâmico com dois graus de liberdade	42
3.3 Solução numérica do modelo dinâmico com dois graus de liberdade	43
4 Verificação e validação	44
4.1 Configuração <i>side-by-side</i> para 2 cilindros fixos	44
4.2 Configuração quadrada <i>in-line</i> para 4 cilindros fixos	48

4.3	Configuração <i>diamond</i> para 4 cilindros fixos	53
4.4	1 grau de liberdade para 4 cilindros em configuração <i>in-line</i>	62
5	Resultados e discussão	66
5.1	Configuração <i>in-line</i> para 4 cilindros com 2 <i>gdl</i>	66
5.2	Configuração <i>diamond</i> para 4 cilindros	71
5.2.1	Caso com 1 <i>gdl</i>	71
5.2.2	Caso com 2 <i>gdl</i>	75
6	Conclusões e recomendações	81
6.1	Conclusões	81
6.2	Trabalhos futuros	83
	Referências Bibliográficas	85

Capítulo 1

Introdução

1.1 Relevância

Um corpo submerso pode estar sujeito ao fenômeno de Vibração Induzida pelo Escoamento (ou *FIV* pelas siglas em inglês) quando as condições criadas pelo escoamento de aproximação ao corpo e pela esteira desprendida por ele, causam seu movimento vibratório. O caso em que a oscilação é causada unicamente pelo desprendimento de vórtices é chamado de fenômeno de Vibração Induzida por Vórtices (*VIV*). O caso especial de *FIV*, no qual uma esteira desprendida de um corpo rombudo que está a montante, atua sobre um ou mais cilindros que estão a jusante, o fenômeno é denominado Vibração Induzida pela Esteira (ou *WIV* pelas siglas em inglês).

O estudo da *FIV* tem ampla relevância na engenharia, devido à importância prática e fundamental da previsão do comportamento do sistema fluido-estrutura. Prova disto é o colapso da ponte Tacoma Narrows no ano de 1940, causado pela interação das rajadas de vento e o sistema estrutural. A ponte sofreu oscilações que atingiram uma amplitude suficiente para causar a falha da estrutura (Figura 1.1).

Outro exemplo onde a *FIV* esteve envolvida em colapso estrutural foi no dia 1º de novembro de 1965, quando ventos próximos dos 120 km/h causaram a queda de 3 das 8 torres de refrigeração da central elétrica de *Ferrybridge* (Figura 1.2), na Inglaterra [83]. Segundo Pope (1994[101]) o colapso ocorreu devido ao fenômeno de *VIV* em presença de um escoamento turbulento.

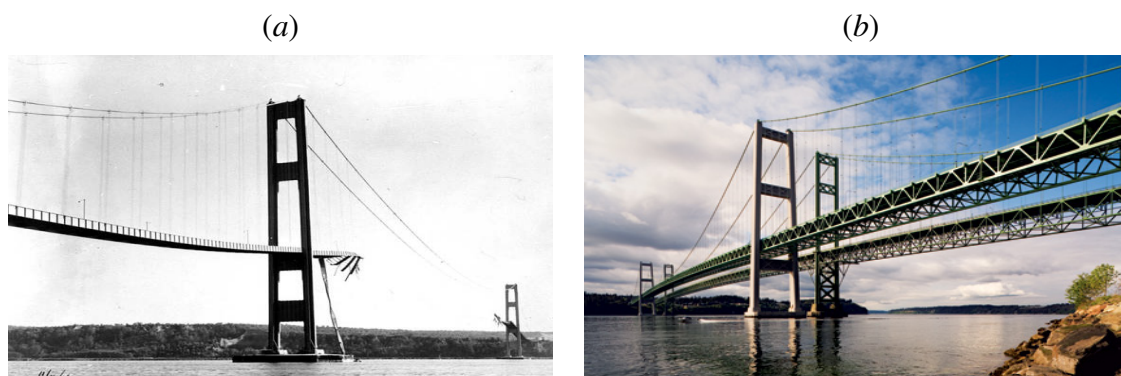


Figura 1.1: A ponte Tacoma Narrows. (a) A ponte Tacoma Narrows após a falha. (University Libraries - University of Michigan, 1940[10]). (b) A ponte após sua reconstrução. (PARSONS-Tacoma Narrows Bridge Project, 2007[97]).

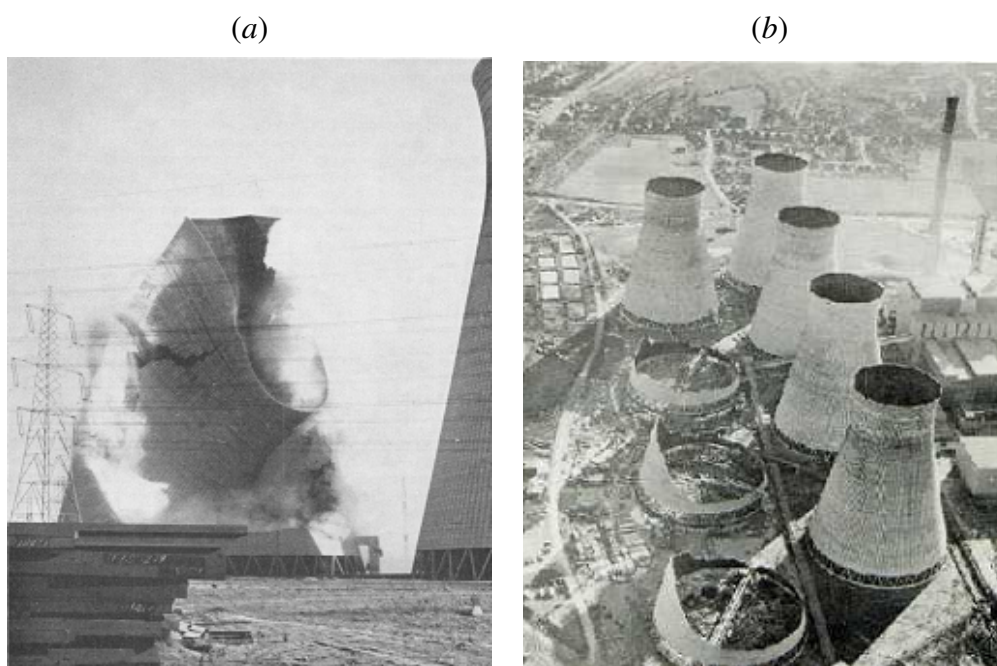


Figura 1.2: Acidente causado por *VIV* nas torres de resfriamento da central elétrica de Ferrybridge. (Industry in knottingley and ferrybridge, 2005[90]). (a) Torre do lado oeste após o colapso. (b) Três das oito torres completamente destruídas.

A *FIV* também foi a responsável da falha de uma estrutura em suporte de aço circular no parque de diversões *Cedar Point* (Figura 1.3) em Sandusky, Ohio - EEUU, no dia 14 de Janeiro de 2002. Após uma investigação, considerou-se que a causa do colapso da estrutura foi devido a um fenômeno de desprendimento de vórtices (Klamo, 2006[58]).



Figura 1.3: Duas das três torres de aço que ficaram de pé no *Cedar Point* (Jornal The Blade-Section of VertiGo fails at Cedar Point, 2002[85]).

O fenômeno *FIV* também pode ser visto como uma maneira de obter energia limpa. *VIVACE* (*Vortex Induced Vibration for Aquatic Clean Energy*), um dispositivo desenvolvido por Michael Bernitsas *et al.* 2008[13], da Universidade de Michigan, aproveita o fenômeno da *FIV* para extrair energia devida ao movimento de correntes de água, como rios e correntes oceânicas. Uma das vantagens desta energia é que é renovável, está disponível mundialmente e sua transformação pode ser feita de forma limpa. *VIVACE* consiste de vários cilindros submetidos ao *VIV* devido a um escoamento. Um sistema transmite a energia mecânica a um gerador de energia elétrica, ou também pode ser aproveitada como forma de energia mecânica ou hidráulica. (Bernitsas *et al.* 2008[13]).

Na figura 1.4 mostra-se um módulo do dispositivo *VIVACE*, composto por um cilindro circular rígido, de diâmetro D e comprimento L . O escoamento flui na direção do eixo x e o eixo do cilindro está localizado no eixo z . O cilindro oscila na direção y . O sistema também inclui duas molas com rigidez $k/2$ cada uma, dois sistemas de amortecimento c_{system} , e, por último, pode levar um ou mais geradores (Bernitsas *et al.* 2008[13]).

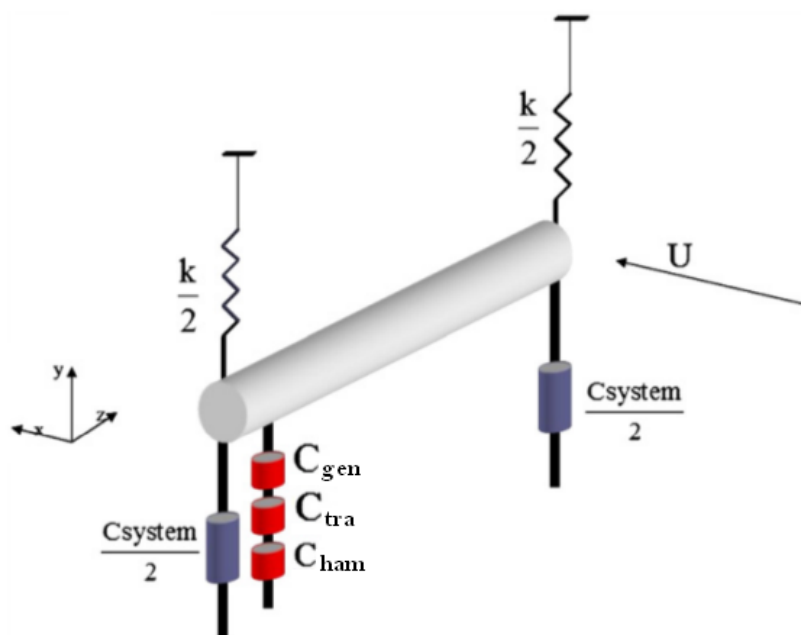


Figura 1.4: Modelo de um módulo de *VIVACE*. (Raghavan, 2011[104]).

VIVACE poderia aproveitar a energia da maioria das correntes de água com velocidades médias de aproximadamente 1 m/s . Segundo (Michigan News - University of Michigan[79]), a maioria das correntes na terra são mais lentas do que $1,5\text{ m/s}$; enquanto que as turbinas e os moinhos de água precisam de velocidades entre $2,5$ e 3 m/s para operar eficientemente. Além disso, *VIVACE* não depende das ondas, marés, turbinas ou barragens, só precisa do *FIV*.

O presente trabalho foi desenvolvido no Núcleo de Estudos em Transição e Turbulência - NETT. Em relação ao escoamento em torno de cilindros, no NETT, Pinto 2012[100] fez um estudo numérico de um cilindro fixo e em Vibração Induzida por Vórtices (*VIV*); Araujo 2018[26] analisou o escoamento ao redor de um cilindro fixo, com uma placa colada na face posterior; Narváez 2015[86] analisou numericamente dois cilindros em *Tandem*, em um escoamento, submetidos a *VIV*. Este trabalho pretende estudar o escoamento em torno de quatro cilindros fixos e submetidos a *VIV*.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é estudar o efeito da *VIV* produzida por um escoamento em um banco de tubos circulares dispostos em arranjo quadrado *in-line* e *diamond*.

Para alcançar este objetivo geral devem ser atingidos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar algumas causas e características do escoamento em função da geometria do arranjo, além das forças presentes nos cilindros, e por último, o seu deslocamento transversal ao escoamento dos cilindros em *VIV*, em função da velocidade reduzida.
- Comparar resultados obtidos com os trabalhos de outros autores, e concluir resultados das simulações.

1.3 Estrutura do Trabalho

Após esta introdução e objetivos mostrados no capítulo 1, faz-se uma breve revisão bibliográfica no capítulo 2 sobre o estudo em torno de um e vários cilindros fixos e em vibração induzida pelo escoamento, contendo também estudos relacionados com um grau de liberdade (*1gdl*) e dois graus de liberdade (*2gdl*).

No capítulo 3 apresenta-se a metodologia numérica, onde estão as equações governantes que serão usadas no código hidrodinâmico *Incompact3d*, além das condições iniciais e de contorno.

No capítulo 4 apresenta-se a validação do código para dois cilindros fixos dispostos em *side-by-side*. Em seguida é avaliado o comportamento de 4 cilindros em arranjo quadrado *in-line* (fixo e *1gdl*), e *diamond* (fixo).

O capítulo 5 mostra os resultados obtidos em *VIV*, para 4 cilindros em quadrado *in-line* (*2gdl*), e *diamond* (*1gdl* e *2gdl*).

Finalmente no capítulo 6, apresentam-se as conclusões do presente trabalho e recomendações para futuros trabalhos.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

2.1 escoamento ao redor de cilindros

Os escoamentos de fluidos ao redor de conjuntos de cilindros estão presentes em muitas aplicações da engenharia. Dentre os casos mais comuns, destacam-se (Figura 2.1a), as plataformas *offshore*, e (Figura 2.1b) pilares de pontes em rios, torres e linhas de transmissão de energia. Ao ter uma modificação na velocidade do fluido, apresentam-se cargas dinâmicas que induzem a vibrações nestas estruturas (Olinto 2005[93]).

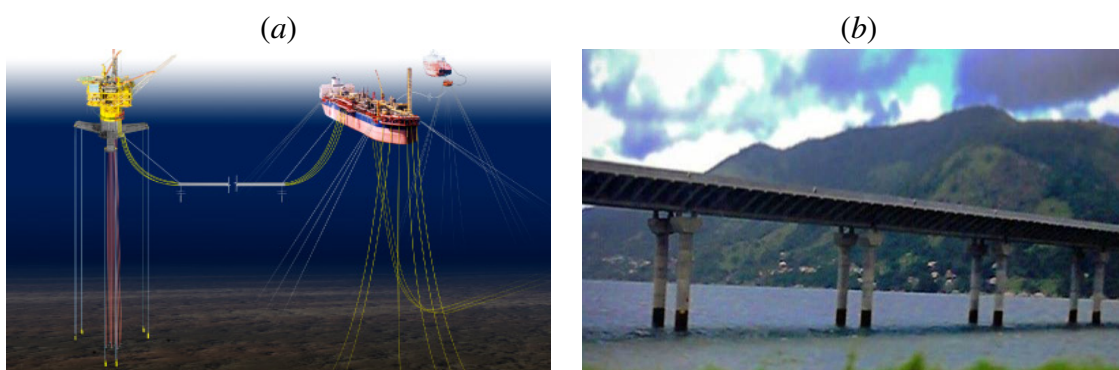


Figura 2.1: (a) Riser em plataforma de captação de petróleo. (Oil And Gas Processing, 2009[91]). (b) Colunas da Ponte Anita Garibaldi, Laguna - SC, submetidas à interação fluido-estrutura. (Narváez, 2015[86]).

No estudo do escoamento em torno de corpos rombudos, há números adimensionais cuja variação definem ou representam o mecanismo de formação e desenvolvimento da esteira de vórtices, e a evolução temporal das forças sobre os corpos. Entre eles estão:

- O número de Reynolds: que relaciona forças de inércia com forças viscosas, é um parâmetro que governa os regimes de desprendimento de vórtices de Von Kármán. Este número expressa-se por:

$$Re = \frac{\rho U_0 D}{\mu}, \quad (2.1)$$

onde ρ é a massa específica do fluido, U_0 é uma velocidade característica do escoamento, D é um comprimento característico, que neste caso é o diâmetro do cilindro, e μ é o coeficiente de viscosidade dinâmica do fluido.

- O número de Strouhal: representa a frequência adimensional de formação e desprendimento de vórtices, e pode ser expresso por:

$$St = \frac{f_s D}{U_0}, \quad (2.2)$$

onde f_s é a frequência de desprendimento dos vórtices.

Na figura 2.2 se mostra a relação funcional entre o número de Reynolds e o número de Strouhal para cilindros circulares com superfície lisa e superfície rugosa (Lienhard 1966[72]).

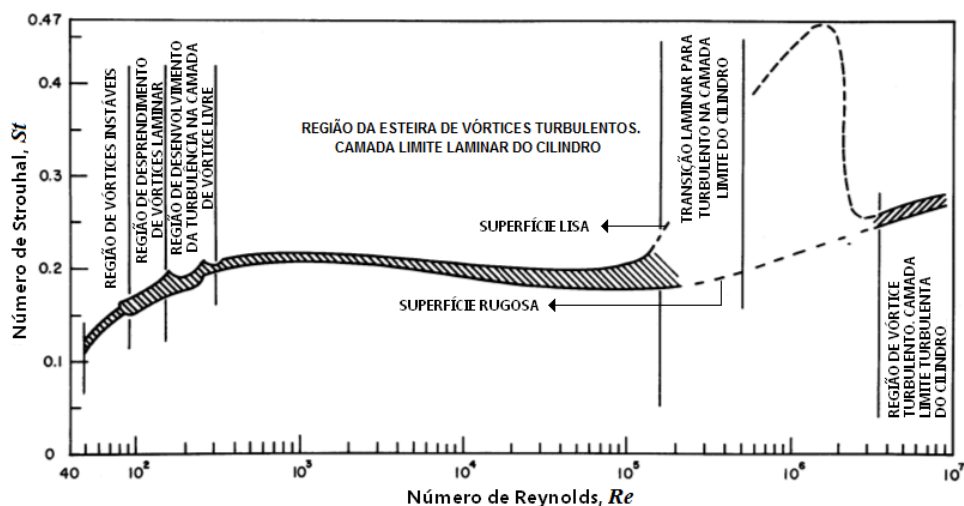


Figura 2.2: Figura da relação entre o número de Reynolds e o número de Strouhal para cilindros circulares. (Dados obtidos do Lienhard 1966[72], Achenbach e Heinecke 1981[1]. $St \approx 0.21 (1 - 21/Re)$ para $40 < Re < 200$, de Roshko 1955[105]).

O número de Strouhal é determinado pela frequência dominante, ou pelo maior pico de uma densidade espectral de potência PSD , calculada a partir de uma série temporal de dados.

- O coeficiente de arrasto: relaciona a força de arrasto, com parâmetros do fluido e do cilindro. Pode-se expressar como:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 DL}, \quad (2.3)$$

onde F_D é a magnitude da força de arrasto (que, por definição, é a componente da força resultante que o fluido exerce sobre um corpo na direção do escoamento principal) e L o comprimento do cilindro. Na Figura 2.3 se mostra a variação do coeficiente de arrasto médio temporal em função do número de Reynolds (Singh e Mittal 2005[111]). M1, M2, M3, M4 e M5 correspondem às malhas usadas por (Singh e Mittal 2005[111]), sendo estas cada vez mais refinadas, para um estudo bidimensional usando elementos finitos.

Mittal e Balachander (1955[80]) sugeriram que os valores maiores dos coeficientes de arrasto para as simulações bidimensionais é causado devido a altos valores das tensões de Reynolds, resultando em um menor comprimento de formação da esteira atrás do cilindro.

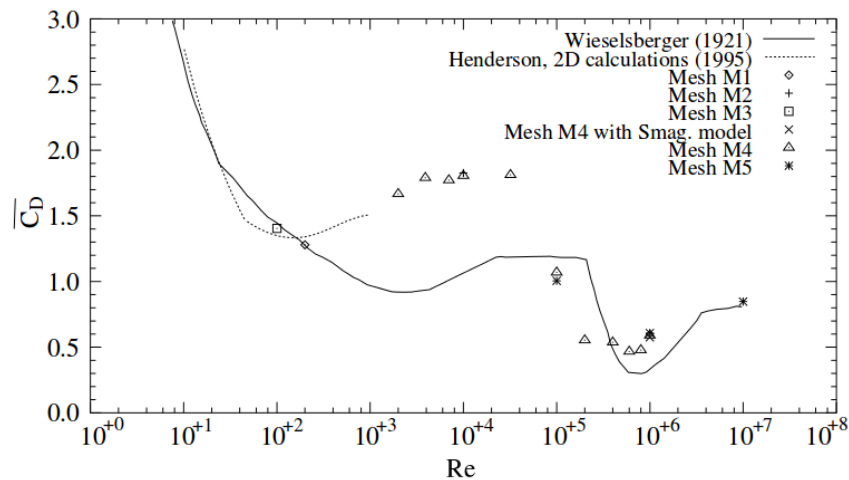


Figura 2.3: Coeficiente de arrasto médio em função do número de Reynolds para um cilindro fixo isolado. Adaptada de Singh e Mittal 2005[111].

- O coeficiente de sustentação: relaciona a força de sustentação, com parâmetros do fluido e do cilindro, pode ser expresso como:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 DL}, \quad (2.4)$$

onde F_L é a força de sustentação, perpendicular ao escoamento principal. Na Figura 2.4 se mostra a raiz média quadrática (*Root Mean Square* ou r.m.s.) do coeficiente de sustentação em função do número de Reynolds (Norberg 2003[89]).

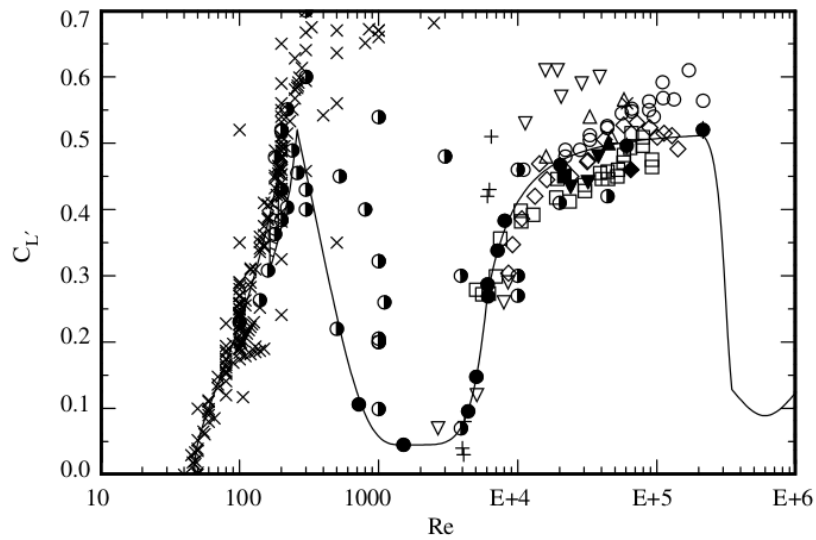


Figura 2.4: Raiz média quadrática do coeficiente de sustentação em função do número de Reynolds para um cilindro fixo. Fonte: Norberg 2003[89].

- O coeficiente de pressão de base: é obtido por meio do valor médio da pressão na superfície (p_b) do cilindro compreendida entre um ângulo de 20 e 30 graus medidos na face mais recuada (Roshko, 1961[106]). Este número se expressa por:

$$C_{pb} = \frac{p_b}{\frac{1}{2}\rho U_0^2}, \quad (2.5)$$

Na Figura 2.5 mostra-se a variação deste coeficiente em função do número de Reynolds (Williamson 1996[133]).

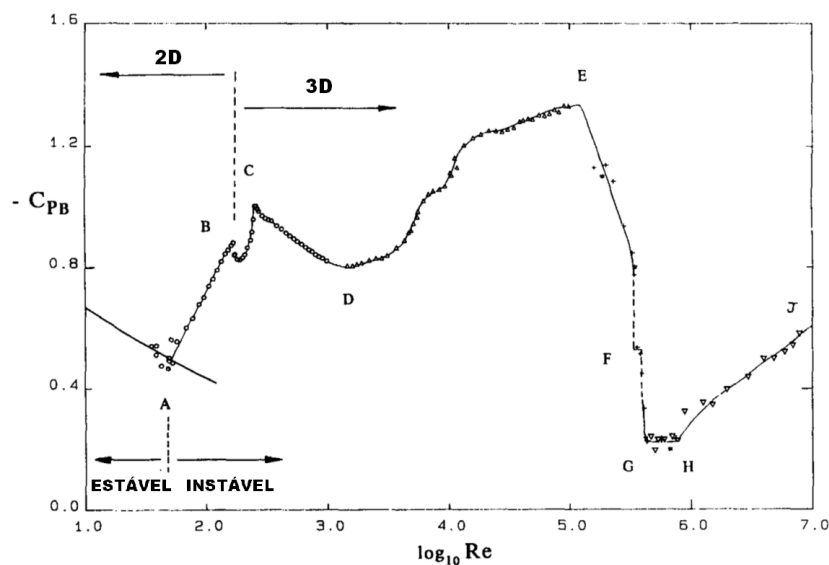


Figura 2.5: Relação entre o coeficiente de pressão base e o número de Reynolds para um cilindro fixo. Fonte: Williamson 1996[133].

Da Figura 2.5, Williamson 1996[133] fez uma classificação com base nos diferentes números de Reynolds:

- Para a zona A, onde o número de Reynolds é menor a 49, tem-se uma região estável com vórtices simétricos a cada lado da esteira.
- Entre A-B, $Re = 40$ até 140-194, apresentam-se oscilações de esteiras periódicas no escoamento.
- Entre B-C, $Re = 194$ a 260, apresentam-se mudanças na esteira ao aumentar Re , pode ser manifestada pela variação de St , ou também pode ser pela mudança na pressão base. O pico na zona C, as tensões de Reynolds estão no seu máximo, e começam a diminuir até D.
- A zona compreendida entre D-E, com intervalo de Re entre 1000 e 200000, a pressão de base aumenta novamente, e St diminui gradualmente, estas tendências são causadas pelo desenvolvimento de instabilidade das camadas de separação de cisalhamento a partir dos lados do corpo.
- Entre E-G, a pressão de base e o coeficiente de arrasto caem drasticamente, o regime de escoamento passa a turbulento e o ponto de separação move-se para jusante, reduzindo de forma drástica a contribuição do arraste de pressão.
- Entre G-H, o escoamento é simétrico, apresentam-se flutuações na esteira perto de um St de 0,4.
- Finalmente, para H-J, existem vários regimes associados à sequencia da instabilidade do escoamento de cisalhamento, em geral, assume-se que para um Re suficientemente alto, os vórtices não podem ser vistos devido à turbulência, embora Roshko 1961[106] demonstrou desprendimento de vórtices periódicos.

Na Tabela 2.1 podemos ver alguns resultados de coeficientes de arrasto, sustentação e pressão de base obtidos por métodos numéricos e experimentais, por vários pesquisadores, para o caso de um cilindro isolado.

Tabela 2.1: Resultados calculados em um escoamento para um cilindro isolado. K. Lam *et al.* (2008)[64].

Pesquisadores	Re	St	\bar{C}_D	C'_D	C'_L	\bar{C}_{PB}	C'_{PB}
<i>Simulação 2D</i>							
Braza <i>et al.</i> (1974)	100	0,160	1,34	0,036	0,19	0,6	
Kjellgren (1997)	100	0,160	1,34	0,013	0,19		
Su e Kang (1999)	100	0,163	1,36	0,014	0,24	0,55	
Lam <i>et al.</i> (2008)	100	0,160	1,36	0,006	0,21	0,657	0,013
Braza <i>et al.</i> (1986)	200	0,200	1,35	0,071	0,55		
Liu <i>et al.</i> (1998)	200	0,192	1,35	0,035	0,49	0,956	0,095
Williamson e Brown (1998)	200	0,197					
Farrant <i>et al.</i> (2000)	200	0,196	1,36		0,51		
Meneghini <i>et al.</i> (2001)	200	0,196	1,30	0,032	0,50		
Lam <i>et al.</i> (2008)	200	0,196	1,32	0,026	0,426	0,920	0,092
<i>Simulação 3D</i>							
Kravchenko e Moin (1998)	300	0,203	1,28		0,40	1,01	
Persillon e Braza (1998)	300	0,181	1,31		0,254		
Zhang e Dalton (1998)	200	0,198	1,32	0,041	0,43		
Lam <i>et al.</i> (2008)	200	0,180	1,274	0,042	0,438	0,887	0,097
<i>Experimentais</i>							
Jordan e Fromm (1972)	100	0,16-0,17	1,30				
Tanida <i>et al.</i> (1973)	100				0,03-0,09		
Friehe (1980)	100	0,156-0,168					
Williamson (1991)	200	0,196					
Norberg (1993, 2003)	720	0,210	1,30		0,11		0,05

2.1.1 Um cilindro submetido a um escoamento

Segundo Meneghini 2002[77], um corpo rombudo que tem seção transversal bidimensional e está submerso em um escoamento, forma duas camadas cisalhantes a jusante dele. Estas camadas têm vorticidades opostas uma da outra e, dependendo das condições, sua interação pode ser instável e converter-se na principal razão da formação e desprendimento de vórtices atrás do corpo.

Os modos de desprendimento de vórtices para cilindros circulares em um escoamento bi-

dimensional em função de Re podem ser classificados como apresenta a Figura 2.6 segundo Lienhard 1966[72].

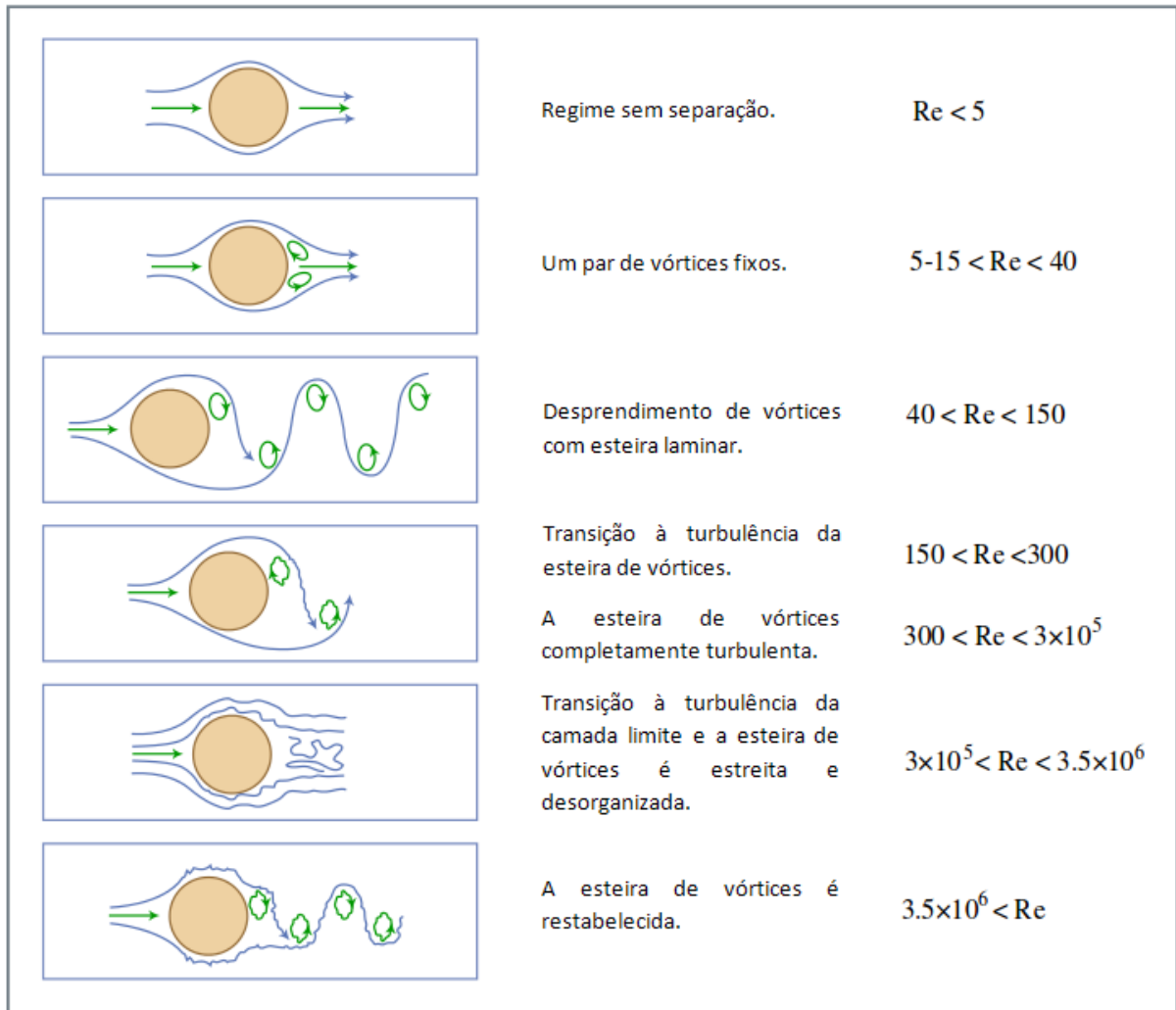


Figura 2.6: Regimes de escoamento em torno de um cilindro circular liso em função do número de Reynolds. (Fonte: Adaptado por Lienhard 1966[72]).

Para Re em torno de 47, a esteira de Von Kármán começa a ser gerada atrás do corpo. São formados vórtices de sinais contrários e de desprendimento alternado que contribuem no desenvolvimento de forças periódicas sobre o cilindro.

2.2 Vibração Induzida por Vórtices

O estudo das vibrações induzidas por desprendimento de vórtices (*VIV*) tem ampla aplicabilidade e grande importância na engenharia, pois seu entendimento é a base do projeto eficiente

de estruturas interagindo com escoamentos. A *VIV* faz referência ao movimento vibratório de corpos submersos causado pelas forças oscilatórias associadas à formação das esteiras a jusante dos corpos.

A geometria do corpo exerce grande influência na separação do escoamento, pois corpos com arestas vivas forçam a separação nesses pontos, em particular, a esteira de vórtices pode-se desenvolver, dentre outros, em elementos cilíndricos de estruturas *offshore* sujeitas a correntes e ondas, trocadores de calor e na extremidade de asas e superfícies aerodinâmicas de controle de escoamento.

Dependendo das condições de carregamento da estrutura, a *VIV* pode reduzir drasticamente a vida útil da mesma, devido à falha por colapso ou fadiga estrutural.

***VIV* com um grau de liberdade**

Durante os últimos anos, muitas pesquisas sobre *VIV* vêm sendo feitas, e o caso mais particular é o de *VIV* na direção transversal ao escoamento. Parte destas pesquisas precedentes estão documentadas nas revisões feitas por Sarpkaya (1979)[107], Sarpkaya (2004)[109], Griffin e Ramberg (1982)[30], Bearman (1984)[11], Parkinson (1989)[95], Khalak e Williamson (1997a)[52] e Williamson e Govardhan (2004)[134], enquanto que Chang e Sa (1982)[21] e Durgin *et al.* (1980)[27] estudaram o *VIV* de um cilindro na direção do escoamento.

Em estudos de vibração livre, diferentes trabalhos têm envolvido investigações experimentais e computacionais em cilindros rígidos fixos, rígidos elasticamente montados e flexíveis. Um dos métodos mais empregados para cilindros em pesquisas experimentais é o circular rígido, com só um grau de liberdade transversal na direção do escoamento. No entanto, em pesquisas numéricas, pode-se encontrar ambos os movimentos de um e dois graus de liberdade em ambos cilindros, rígidos e flexíveis. Comparativamente, estudos de oscilações forçadas são muito menos diversificados.

Williamson e Govardhan 2004[134] estudaram o fenômeno do *VIV* para um cilindro oscilante na direção transversal ao escoamento. A Figura 2.7 mostra a configuração, na qual o cilindro oscila transversalmente na direção do escoamento. A equação de movimento geralmente usada para representar o *VIV* de um cilindro oscilando na direção Y , transversal ao escoamento

vem dada por:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F_L, \quad (2.6)$$

onde m é a massa do sistema, c o coeficiente de amortecimento, k a constante de rigidez, F_L a força transversal ao escoamento, ou seja, a força de sustentação, e y , \dot{y} e \ddot{y} são a posição, velocidade e aceleração transversal respectivamente do cilindro.

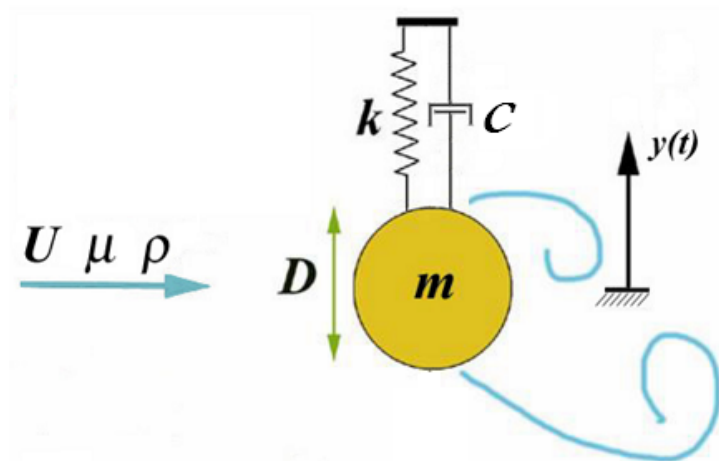


Figura 2.7: Sistema dinâmico com um grau de liberdade. Adaptada de Klamro, (2006)[58].

Khalak e Williamson (1999)[54] adimensionalizam a Equação 2.6 a partir de parâmetros do sistema dinâmico:

- A massa m foi adimensionalizada usando o conceito físico de massa do fluido deslocado, e pode ser expressa como:

$$m^* = \frac{4m}{\pi D^2 L \rho} \quad (2.7)$$

- A razão de amortecimento ζ

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k(m + m_a)}} \quad (2.8)$$

onde m_a é a massa de fluido que é acelerada devido à oscilação do cilindro. Este parâmetro é calculado, multiplicando o coeficiente de massa adicional C_A com a massa de fluido deslocada pelo cilindro m_d .

- A Velocidade reduzida nominal

$$U^* = \frac{U_o}{f_n D} \quad (2.9)$$

onde f_n é a frequência natural de oscilação do sistema.

- A amplitude transversal normalizada

$$A_y^* = \frac{A_y}{D}, \quad (2.10)$$

onde, A_y é a amplitude de oscilação.

- A razão de frequências (f^*) é a divisão entre a frequência de oscilação real e a frequência natural de oscilação que tem o cilindro. Esta expressão vem dada por:

$$f^* = \frac{f}{f_n}. \quad (2.11)$$

Substituindo estes parâmetros adimensionais na Equação 2.6, obtém-se a seguinte equação adimensional:

$$(m^* + C_A)(\ddot{y}/f_n + 4\pi\zeta\dot{y} + 4\pi^2 y) = (2/\pi)(U^*)^2 C_L \quad (2.12)$$

onde o C_L é o coeficiente de sustentação (Equação 2.4).

Shiels *et al.* (2001)[110] fizeram uma adimensionalização onde evita-se o parâmetro de massa adicional, associado à massa do fluido acelerado pela vibração do cilindro. Em termos dos parâmetros físicos do escoamento, obtém-se:

$$m^{**}\ddot{y}^* + c^*\dot{y}^* + k^*y^* = C_L(t^*) \quad (2.13)$$

onde:

$$m^{**} = \frac{m}{\frac{1}{2}\rho D^2 l} = \frac{\pi \rho b}{2\rho}, \quad \ddot{y}^* = \ddot{y} \frac{D}{U_o^2}, \quad c^* = \frac{c}{\frac{1}{2}\rho U_o D l}, \quad \dot{y}^* = \frac{\dot{y}}{U_o}, \quad (2.14)$$

$$k^* = \frac{k}{\frac{1}{2}\rho U_o^2 l}, \quad y^* = \frac{y}{D}, \quad t^* = t \frac{U_o}{D}.$$

Quando a frequência de desprendimento de vórtices está próxima à frequência natural de vibração da estrutura, ocorre o fenômeno chamado de ressonância ou *lock-in*.

Segundo Blevins 1990[16] e Sumer e Fredsøe 1997[115], o fenômeno de *lock-in*, ou sincronização, significa que a relação $f^* = f/f_n$ permanece próxima da unidade. Na Figura 2.8 pode ser visto este fenômeno.

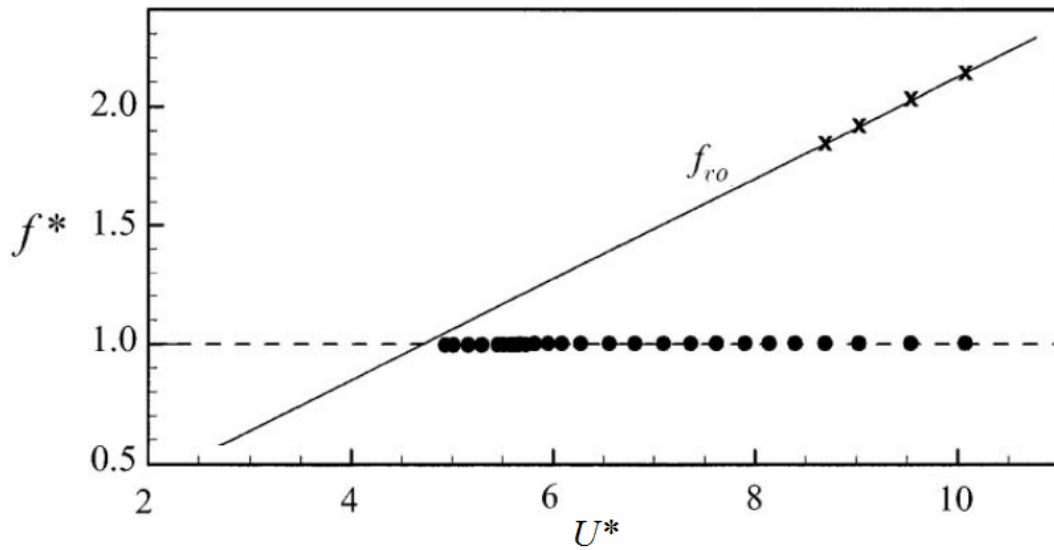


Figura 2.8: Variação da frequência adimensional $f^* = f/f_n$ em relação a U^* , para um cilindro em vibração livre montado elasticamente, para altos valores de massa. Fonte: Williamson e Govardhan 2004[134].

Segundo Khalak e Williamson (1997b)[53], para um cilindro em *VIV*, são possíveis pelo menos dois tipos de resposta do sistema:

- A primeira corresponde a altos valores do parâmetro massa-amortecimento ($m^*\zeta \sim 1$) e envolve uma pequena amplitude do intervalo de *lock-in* e curva de resposta (amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida) de dois ramos.
- A segunda corresponde a baixos valores do parâmetro massa-amortecimento ($m^*\zeta \ll 1$) obtendo maiores amplitudes do intervalo de *lock-in* e o desenvolvimento de três ramos na curva de resposta (ramos inicial, superior e baixo) como é mostrada na Figura 2.9.

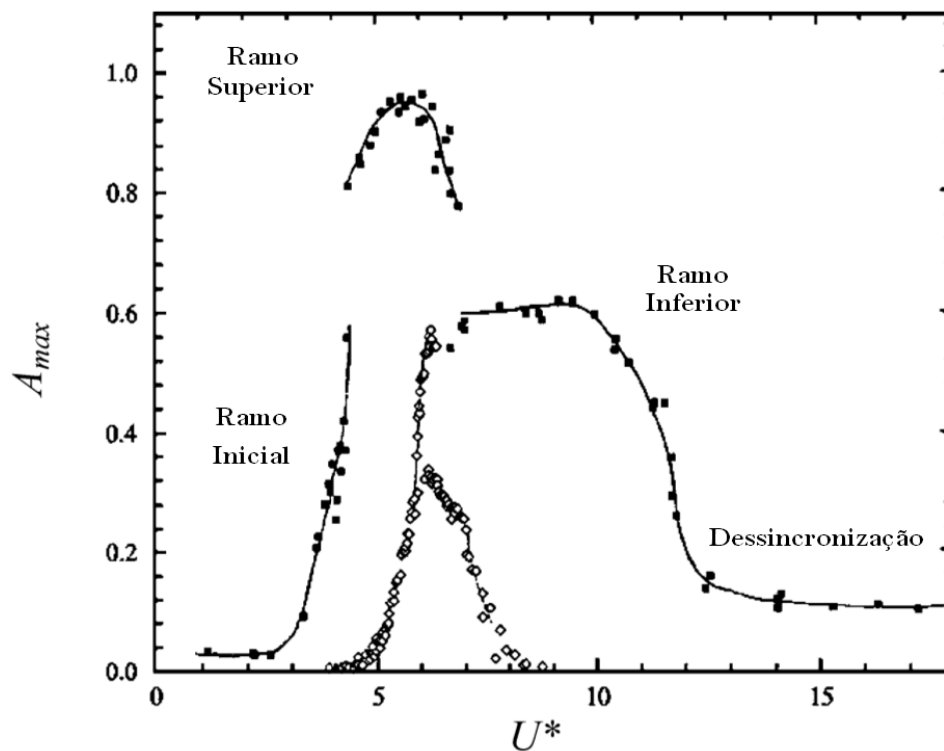


Figura 2.9: Esquema de um sistema dinâmico de um grau de liberdade para diferentes valores de razões de massas. Fonte: Khalak e Williamson (1997b)[53].

O parâmetro massa-amortecimento refere-se à prática de combinar os sistemas de massa e amortecimento em um único parâmetro.

A Tabela 2.2 mostra alguns estudos feitos tanto experimentais quanto para numéricos, todos eles para um cilindro oscilando na direção transversal ao escoamento. A tabela foi feita a partir de dois trabalhos (Khalak e Williamson 1999[54] e Williamson e Govardhan 2004[134]), onde é complementada a informação entre eles.

Tabela 2.2: Resultados de amplitudes normalizadas máximas segundo pesquisas experimentais e numéricas. Tabela adaptada dos trabalhos de Khalak e Williamson 1999[54] e Williamson e Govardhan 2004[134].

Pesquisadores	Ano	Meio	Número de Reynolds	$m^*\zeta$	$(A/D)_{pico}$
<i>Cilindro</i>					
<i>elasticamente montado</i>					
Agrilli <i>et al.</i>	1974	Água	2500-7000	0,049	0,54
Dean <i>et al.</i>	1977	Água	2800-10200	0,0055	0,94
Moe e Overvik	1982	Água	6000-30000	0,013	1,09
Anand e Torum	1985	Água	6500-35000	0,0132	1,07
Sarpkaya	1995	Água	6000-35000	0,052	0,95
Fujarra <i>et al.</i>	1998	Água	14410-50380	0,036	1,01
Gharib <i>et al.</i>	1998	Água	11000-40000	0,094	0,84
Hover <i>et al.</i>	1998	Água	3800	0,040	0,80
Khalak e Williamson	1999	Água	5000-16000	0,0047	1,18
Govardhan e Williamson	2000	Água	2900-19000	0,0027	1,19
Vikestad <i>et al.</i>	2000	Água	14000-65000	0,012	1,13
Owen <i>et al.</i>	2001	Água	1650-7500	0,036	0,84
Jauvtis e Williamson	2003a	Água	5000-13000	0,0048	1,13
<i>Simulação</i>					
<i>Numérica Direta (DNS)</i>					
Blackburn e Karniadakis*	1993	Código - 2D	200	0,012	0,64
Newman e Karniadakis*	1995	Código - 2D	200	0,00	0,65
Shiels <i>et al.</i>	2001	Código - 2D	100	0,00	0,59
Fujarra <i>et al.</i>	1998	Código - 2D	200	0,015	0,61
Guilmineau e Queutey	2000	Código - 2D	100	0,179	0,54
Blackburn <i>et al.</i>	2001	Código - 2D	430-560	0,122	0,47
Evangelinos e Kaniadakis	1999	Código - 3D	1000	0,00	0,74
Pinto	2012	Código - 3D	1250	0,0125	0,66
<i>Simulação de</i>					
<i>Grandes Escalas (LES)</i>					
Saltara <i>et al.</i>	1998	Código - 2D	1000	0,013	0,67

VIV com dois graus de liberdade

Naturalmente a VIV envolve sistemas estruturais de dois ou mais graus de liberdade. Neste contexto, estão os trabalhos experimentais de Moe e Wu (1990)[81] e Sarpkaya (1995)[108].

Jauvtis e Williamson (2003, 2004)[45][46] fizeram estudos de vibrações livres sobre um sistema de pêndulo, o que permitiu massas combinadas e frequências naturais nos dois sentidos de movimento. Os autores concluíram que, para índices de massa superiores a 5, apenas se alteram os resultados de vibração transversal ao escoamento, como os picos de amplitudes, ramos de resposta e forças induzidas. Vandiver e Jong (1987)[130] e Vandiver (1993)[129] realizaram testes de campo e laboratório da dinâmica de cabos, e demonstraram a relação entre as vibrações paralelas (*in-line*) e transversais (*cross-flow*) provocadas pelo desprendimento de vórtices. Isto surge que quando se tem uma série de dados em *cross-flow*, pode-se prever a vibração *in-line*. Além disso, quando o *lock-in* está perto de ocorrer, a razão de massa tem um grande efeito no intervalo da velocidade reduzida, sobre o qual o *lock-in* pode ocorrer.

Marcollo e Hinwood (2006)[76] trabalharam em ensaios com um cilindro flexível submetido a um escoamento de aproximação cisalhante. Os autores concluíram que o movimento *in-line* do cilindro é de grande importância na previsão de um modo único de *cross-flow* em *lock-in*. Como em escoamento uniforme, para escoamento cisalhante, o *VIV* na direção *in-line* pode ocorrer para baixas velocidades reduzidas.

Trabalhos com altos números de Reynolds, usando diversas modalidades, incluindo uma viga fixada de dois graus de liberdade, foi realizada por Triantafyllou *et al.* (2003)[127]. Eles relataram a resposta dinâmica de estruturas de cabos curvos submetidos a efeitos de massa e força de arrasto adicionais. Jeon e Gharib (2001)[48], trabalharam com movimento forçado em duas direções, em um túnel de água com um sistema transversal, que permitia movimentos arbitrários em um sentido bidimensional, concluindo que alterando a fase relativa de desprendimento ocorre uma mudança correspondente à fase da força de sustentação. Newman e Karniadakis 1995[87], e Blackburn e Karniadakis [15] simularam e compararam entre oscilação livre e forçada com dois graus de liberdade (Tabela 2.2).

A vibração de um cilindro com dois graus de liberdade pode ser modelada como sistema massa-mola-amortecedor simples, com dois graus de liberdade (Figura 2.10). O grau de liberdade no sentido paralelo ao escoamento pode ser modelado com a equação:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_D, \quad (2.15)$$

onde F_D é a força de arrasto, paralela ao escoamento. Desta maneira, a oscilação de um sistema com dois graus de liberdade pode ser representado a partir das Equações 2.6 e 2.15.

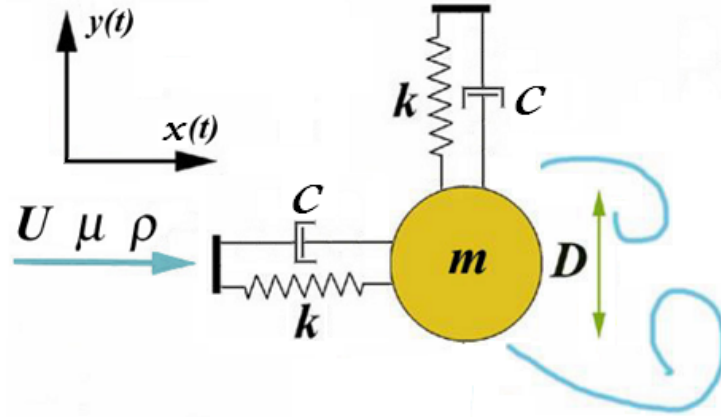


Figura 2.10: Esquema de um sistema dinâmico de dois graus de liberdade. Figura adaptada de Klamó (2006)[58].

Adimensionalizando a Equação 2.15 de maneira análoga à equação para um grau de liberdade, obtemos a expressão:

$$(m^* + C_a)(\ddot{x}/f_n + 4\pi\zeta\dot{x} + 4\pi^2x) = (2/\pi)(U^*)^2C_D, \quad (2.16)$$

em que C_D é o coeficiente de arrasto dado na Equação 2.3.

Os movimentos transversal e longitudinal são representados na forma senoidal.

$$y = A_y \text{sen}(\omega t), \quad (2.17)$$

$$x = A_x \text{sen}(2\omega t + \theta) \quad (2.18)$$

Segundo Jauvtis e Williamson 2004[46], nestas equações, o valor de θ é a fase entre o movimento paralelo ou transversal ao escoamento. As amplitudes e a fase entre os movimentos são parâmetros importantes para oscilações de dois graus de liberdade. As direções do cilindro e suas órbitas resultantes para diferentes ângulos de fase θ , são mostrados na Figura 2.11.

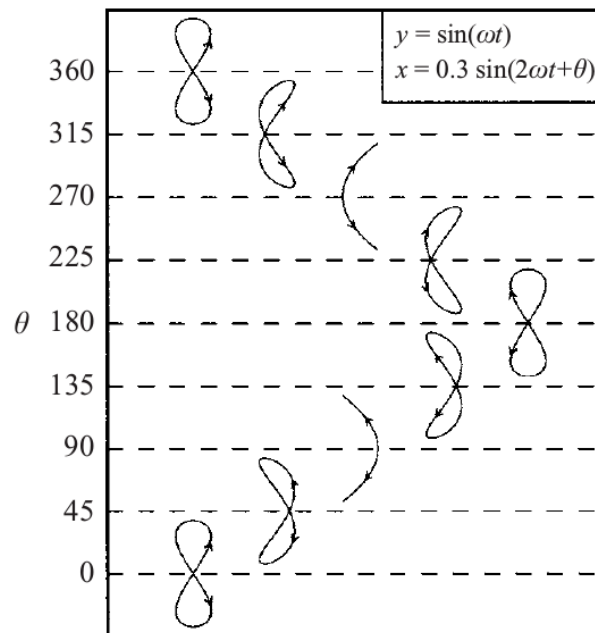


Figura 2.11: Trajetórias típicas de oscilador com dois graus de liberdade como função da fase θ entre os movimentos transversal e paralelo ao escoamento. Fonte: Jauvtis e Williamson (2004)[46].

A Figura 2.12 mostra a sobreposição do mapa de desprendimento de vórtices para cilindros em movimento forçado, feito por Williamson e Roshko (1988)[135], com a curva de resposta considerando como variável independente a velocidade reduzida multiplicada pelo número de Strouhal ($U^* St = f_s/f_n$).

As abreviaturas mostradas na Figura 2.12 são: P significa par de vórtices; S é um vórtice simples; a designação 2S significa que em cada meio ciclo, um vórtice é desprendido na esteira a jusante, como um desprendimento natural do vórtice de Kármán; 2P significa a formação de pares de vórtices que converge lateralmente para fora, a partir da linha central da esteira; e o modo P + S é uma versão assimétrica do modo 2P onde o cilindro desprende um par e um único vórtice a cada ciclo. (Williamson e Roshko 1988[135]).

Jauvtis e Williamson (2004)[46] identificaram um novo padrão de desprendimento de vórtices, o qual chamaram de modo 2T. Este modo ocorre para $m^* < 6$ e consiste em um desprendimento de dois trios de vórtices cada ciclo. Este estudo numérico mostra que para $m^* = 2.6$, $Re = 5300$, $U^* = 7.27$, a resposta de amplitude de oscilação é de 1.33 diâmetros. Os autores sugerem a existência de um novo ramo associado ao novo modo de desprendimento de vórtices

(2T), chamado ramo super-superior (Figura 2.12).

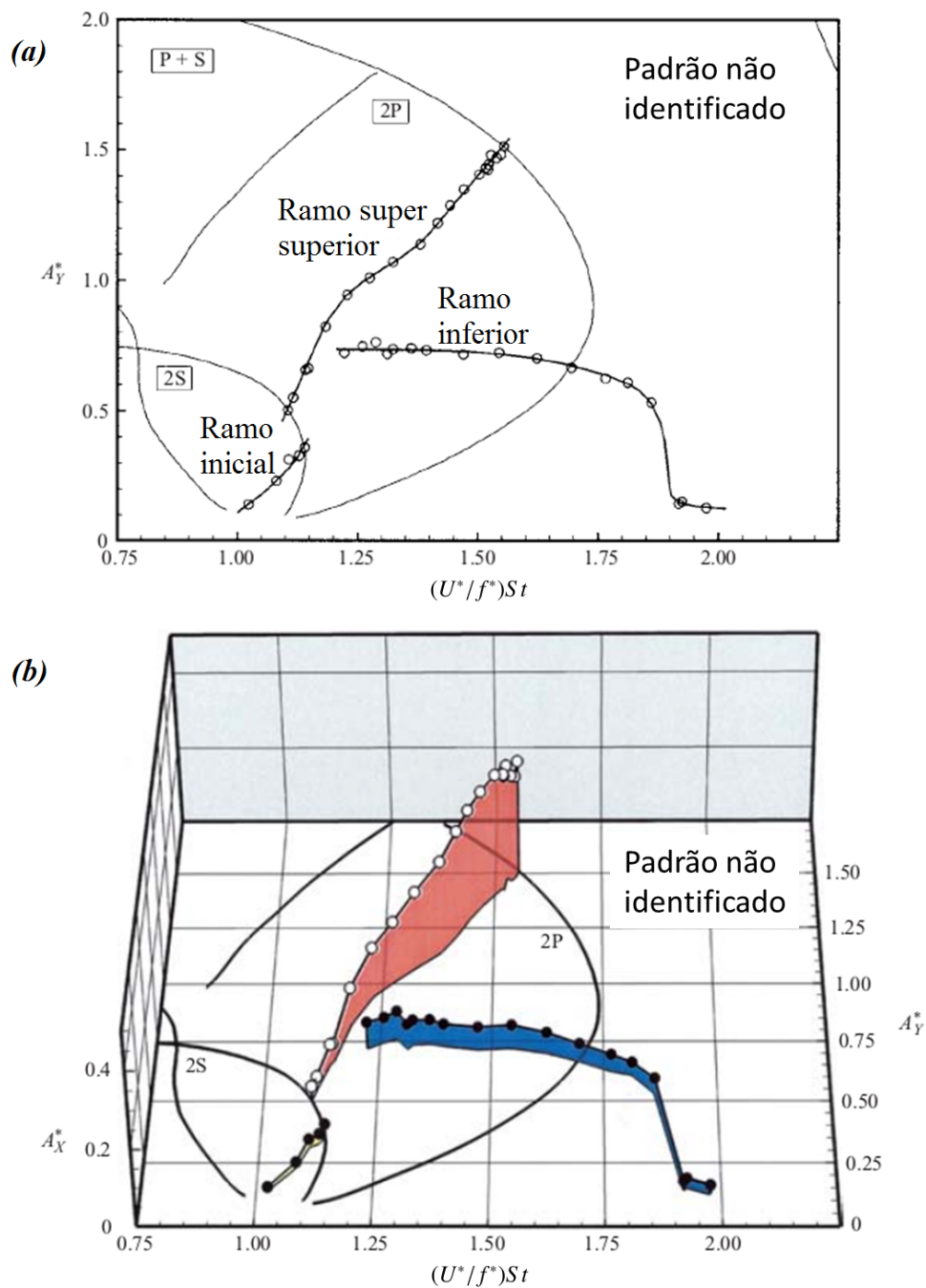


Figura 2.12: (a) Variação das amplitudes normalizadas em função do $(U^*/f^*) St = f_s/f$ para razão de massa $m^* = 2, 6$. (b) Curvas no espaço tridimensional que mostram a variação conjunta de A_x^* (no eixo vertical) e A_y^* (no plano horizontal) em função da nova razão de frequências f_s/f . Fonte: Jauvtis e Williamson (2004)[46].

2.2.1 Dois cilindros fixos imersos em um escoamento

Dois cilindros circulares imersos em um escoamento transversal aos seus eixos (*cross-flow*), e dispostos um do lado do outro, tem amplo uso na engenharia aeronáutica, espacial, civil e química, como por exemplo trocadores de calor e colunas de pontes. Porém, apesar das aplicações difundidas, as investigações sistemáticas do fluxo em torno de dois cilindros começou bastante tarde em comparação com as investigações sobre um cilindro isolado. Segundo Zdravkovich (2003)[140], uma das razões é ter assumido *a priori* que o escoamento e as forças sobre dois cilindros no escoamento não tinham maior variação em relação a um cilindro isolado.

Os efeitos de interferência, entre as camadas cisalhantes livres de um cilindro e o outro, dependem fortemente da posição relativa entre os dois cilindros e a sua orientação em relação ao fluxo livre. Entre os tipos de arranjos, temos: *tandem*, *side-by-side* e *staggered* (Figuras 2.13a, 2.13b e 2.13c, respectivamente). No arranjo *tandem* a linha que une os centros dos cilindros é paralela ao escoamento principal, enquanto que no arranjo *side-by-side* a linha entre centros é perpendicular ao escoamento. O arranjo *staggered* pode ser considerada uma combinação de *tandem* e *side-by-side*.

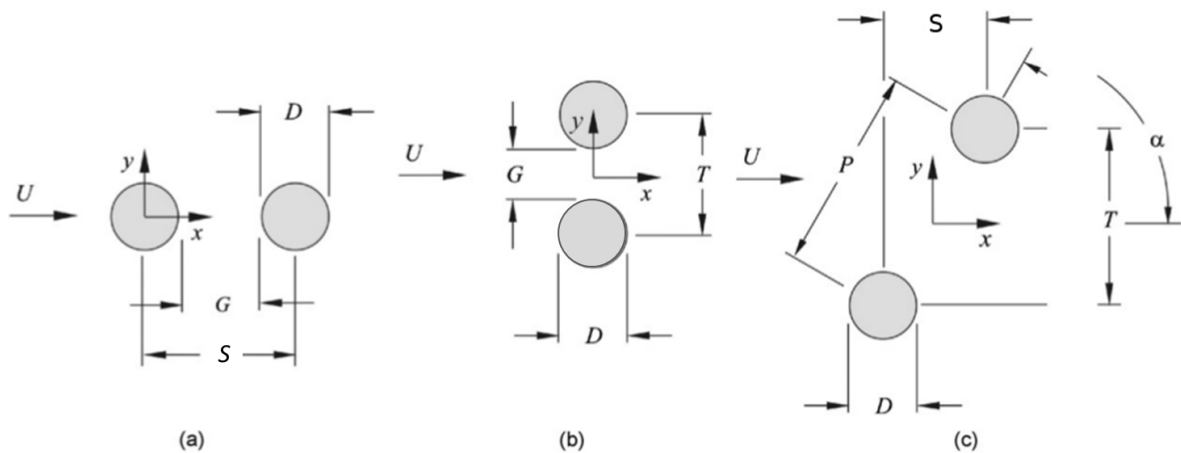


Figura 2.13: Tipos de arranjos de dois cilindros de igual diâmetro submetidos a *cross-flow*. (a) *Tandem*; (b) *Side-by-Side*; (c) *Staggered*. Fonte: Sumner 2010[117]

As relações de variáveis impostas e medidas em algumas pesquisas experimentais de cilindros em *tandem*, *side-by-side* e *staggered* são mostrados nas Tabelas 2.3, 2.4 e 2.5, respectivamente.

Tabela 2.3: Estudos experimentais de dois cilindros *tandem* em *cross-flow*. AR = Razão de aspecto (esbeltez); CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; LIF = Fluorescência induzida por laser; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Summer 2010[117].

Researchers	Re	L/D	AR	Blockage ratio (%)	Turbulence intensity (%)	Test facility	Technique	Measurements
Alam et al. (2003b)	6.5×10^4	1.1-9	8	8	0.19	Wind tunnel	FV, pressure, force	St, C_P , C_P' , C_D , C_D' , C_L'
Arie et al. (1983)	1.57×10^5	2-10	11	9	0.3	Wind tunnel	Pressure	St, C_P , C_P' , C_D' , C_L'
Biermann and Herrnstein (1934)	6.1×10^4 - 1.5×10^5	1-9	48-120	1.2-3	Not given	Wind tunnel	Force	Interference drag
Hiwada et al. (1982)	1.5×10^4 - 8×10^4	1-6	8, 20	7, 13	0.2	Wind tunnel	FV, CTA, pressure, temperature	St, C_D , C_D' , Sh, Nu
Hori (1959)	200 - 1.2×10^4	1.2-3	120	1	0.03	Wind tunnel	CTA, pressure	St, C_P , C_{PB} , velocity profiles
Huhe-Aode et al. (1985)	100, 300, 1×10^3	1.5-10	30	2	Not given	Towing tank	FV, CTA	St
Igarashi (1981)	8.7×10^3 - 5.2×10^4	1-5	4	6	0.6	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P , C_P' , C_D
Igarashi (1984)	1.15×10^4 - 1.03×10^5	1-1.5	3	13	0.6	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P , C_P' , C_D
Ishigai et al. (1972, 1973)	1.5×10^3 - 1.5×10^4	1-5	11	9	Not given	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P
Jendrzeyk and Chen (1986)	1.5×10^4 - 1.5×10^5	1.4-10	12	9	1-11	Water tunnel	Force	St, C_D' , C_L'
Kiya et al. (1992)	2×10^4 - 3.7×10^4	2.5-4	11	10	0.1-10	Wind tunnel	CTA, pressure	-
Kostic and Oka (1972)	1.3×10^4 - 4×10^4	1.6-9	5	20	2.8	Wind tunnel	Pressure, temperature	C_P , C_D , Nu
Kwon et al. (1996)	1.7×10^4	1-5	11	2	2.5	Water channel	PIV	Velocity field
Lee and Basu (1997)	2.4×10^4 - 5.1×10^4	2, 3, 2	20	6.3	0.35	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P
Lee and Panagakos (1997)	2.4×10^4 - 5.1×10^4	2, 3, 2	20	5	0.35	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P , C_P'
Lin et al. (2002)	1×10^4	1.15-5.1	8.3	10	Not given	Water channel	PIV	Velocity field
Ljungkrona and Sundén (1993)	3.3×10^3 - 4×10^4	1.25-4	16	6	0.1	Wind tunnel	FV, pressure	St, C_P , C_P'
Ljungkrona et al. (1991)	2×10^4	1.25-5	16	6	0.1-3.2	Wind tunnel	FV, pressure	St, C_P , C_P' , C_D
Nishimura et al. (1986)	800 - 1×10^4	1.2-7.2	5	9	0.6	Water tunnel	FV	Sh
Okajima (1979)	4×10^4 - 6.2×10^5	1.1-6.3	7	8	0.1	Wind tunnel	FV	St, C_D
Sun et al. (1992)	3.25×10^5 , 6.5×10^5	2.2-4	15	5	0.12	Wind tunnel	Pressure	C_P , C_P'
Xu and Zhou (2004)	800 - 4.2×10^4	1-15	40, 16	2.5, 6.7	Not given	Wind tunnel, water tunnel	CTA, LIF	St
Wu et al. (1994)	1×10^3 , 1.7×10^4 - 4×10^4	3-7	24, 20	4, 5	0.1, 0.15	Water tunnel, wind tunnel	FV, CTA, pressure	St
Zdravkovich and Pridden (1977)	6×10^4	2.5-7	33	2	0.1	Wind tunnel	CTA, pressure	C_P , C_{PB} , C_D
Zhang and Melbourne (1992)	1.11×10^5	2-10	8	5	0.4-11.5	Wind tunnel	Pressure, force	C_P , C_P' , C_D , C_D' , C_L'
Zhou and Yiu (2006)	7×10^3	1.3-6	40	2.5	0.4	Wind tunnel	CTA	Velocity, temperature

Tabela 2.4: Estudos experimentais de dois cilindros *side-by-side* em *cross-flow*. AR = Razão de aspecto (esbeltez); CCA = Anemômetro de corrente constante; CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; LDF = Velocimetria laser por efeito Doppler; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Sumner 2010[117].

Researchers	Re	T/D	AR	Blockage ratio (%)	Turbulence intensity (%)	Test facility	Technique	Measurements
Alam and Zhou (2007a)	4.7×10^4	1.1-1.2	6	8	0.5	Wind tunnel	FV, pressure	C_p, C_L
Alam et al. (2003a)	$350, 5.5 \times 10^4$	1.1-3.4, 1.1-5	12.5, 6	11, 8	Not given, 0.5	Water channel, wind tunnel	FV, CTA, pressure, force	St, $C_p, C_f', C_D, C_L, C_D', C_L'$
Bearman and Wadcock (1973)	2.5×10^4	1-6	31	4	0.2	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_p, C_{PB}, C_D, C_L
Biermann and Herrnstein (1934)	$6.1 \times 10^4 - 1.5 \times 10^5$	1-5.3	48-120	2-6	Not given	Wind tunnel	Force	Interference C_D
Brun et al. (2004)	$1 \times 10^3 - 1.4 \times 10^4$	1.583	10	14	Not given	Water channel	LDV	St, velocity profiles
Hori (1959)	$200 - 1.2 \times 10^4$	1.2-3	120	1	0.03	Wind tunnel	CTA, pressure	St, C_p, C_{PB} , velocity profiles
Ishigai et al. (1972)	$1.5 \times 10^3 - 1.5 \times 10^4$	1.25-3	11	18	Not given	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St
Jendrzejczyk and Chen (1986)	$1.5 \times 10^4 - 1.5 \times 10^5$	1.35, 2.7	12	17	1-11	Wind tunnel	Force	St, C_D', C_L'
Kamemoto (1976)	662	1.5-3	75	3	n/a	Towing tank	FV, CTA	St
Kim and Durbin (1988)	3×10^4	1-3	5	13	Not given	Wind tunnel	CTA	St
Le Gal et al. (1990)	3.3×10^3	1-3	27	3	0.2	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_{PB} , velocity field
Peschard and Le Gal (1996)	110	1-7.5	50	4	1	Water tunnel	FV	-
Spivaek (1946)	90-150	1-6	7	Not given	1	Water tunnel	FV	-
Sumner et al. (1999b)	$5 \times 10^3 - 9.3 \times 10^4$	1-6	39	5	0.02	Wind tunnel	CTA	St, velocity profiles
Sun et al. (1992)	$500 - 3 \times 10^3, 1.2 \times 10^3 - 3 \times 10^3$	1-6, 1-3	16, 27	13, 7	0.5, n/a	Water tunnel, towing tank	FV, CTA, PIV	St, velocity field
Wang et al. (2002b)	$3.3 \times 10^5, 6.5 \times 10^5$	2.2	15	10	0.12	Wind tunnel	Pressure	C_p'
Williamson (1985)	$120 - 1.65 \times 10^3$	1.13, 1.7, 3	15	13.3	Not given	Water tunnel	FV	-
Xu et al. (2003)	50-150, 200	1.2-6	140, 13	1, 16	Not given	Wind tunnel, water channel	FV	St
Zdravkovich and Pridden (1977)	$150 - 1 \times 10^3, 300 - 1.4 \times 10^4$	1.2-1.6	15, 47	13, 4.2	Not given, 0.4	Water tunnel, wind tunnel	FV, CTA, PIV	St, velocity field
Zhou et al. (2002)	6×10^4	1.25-2	33	4	0.1	Wind tunnel	Force	C_D, C_L
Zhou et al. (2000)	5.8×10^3	1.5-3	47	4.2	0.4	Wind tunnel	CTA, CCA	Velocity field, temperature field
	1.8×10^3	1.5-3	79	2.5	0.5	Wind tunnel	CTA, CCA	Velocity profiles, temperature profiles

Tabela 2.5: Estudos experimentais de dois cilindros *staggered* em *cross-flow*. AR = Razão de aspecto (esbeltez); CCA = Anemômetro de corrente constante; CTA = Anemômetro de temperatura constante; FV = Visualização de escoamento; PIV = Velocimetria por imagem de partículas. Fonte: Sumner 2010[117].

Researchers	Re	Geometry	AR	Blockage ratio (%)	Turbulence intensity (%)	Test facility	Technique	Measurements
Akosile and Sumner (2003)	5×10^4	$P/D = 1.125-1.25, \alpha = 0-90^\circ$	18	4	0.6	Wind tunnel	CTA, pressure, force	St, C_{PB}, C_D, C_L
Alam and Sakamoto (2005)	5.5×10^4	$P/D = 1.1-6, \alpha = 10-75^\circ$	6	8	0.5	Wind tunnel	Pressure	St
Alam et al. (2005)	$5.5 \times 10^4, 350$	$P/D = 1.1-6, \alpha = 10-75^\circ$	6, 13	8	0.5, not given	Wind tunnel, water channel	FV, pressure, force	$C_P, C_P', C_D, C_L, C_D', C_L'$
Bokaian and Geoola (1984)	5.9×10^3	$L/D = 1.5-4, T/D = 0-6$	18.1	10.7	6.5	Water channel	Force	C_D, C_L
Cooper (1974)	$1 \times 10^4-1.25 \times 10^5$	$L/D = 1.35-50.51, T/D = 0-7.43$	24	8	Not given	Wind tunnel	Pressure, force	C_P, C_D, C_L
Gu and Sun (1999)	$5.6 \times 10^3, 2.2 \times 10^5-3.3 \times 10^5$	$P/D = 1.5-2, \alpha = 0-45^\circ, P/D = 1.1-3.5, \alpha = 0-90^\circ$	Not given, 6.4	Not given, 8	Not given, 0.2	Wind tunnel, wind tunnel	FV, pressure	-
Gu et al. (1993)	6.5×10^5	$P/D = 1.05-4, \alpha = 0-90^\circ$	15	11.4	0.12-10	Wind tunnel	Pressure	C_P, C_D, C_L
Hu and Zhou (2008a, 2008b)	$7 \times 10^5, 300$	$P/D = 1.2-4, \alpha = 0-90^\circ$	48, 30	4, 3	0.4, not given	Wind tunnel, water tunnel	FV, CTA, CCA, PIV	St, velocity field, temperature field
Ishigai et al. (1972, 1973)	$1.5 \times 10^3-1.5 \times 10^4$	$L/D = 0.68-4, T/D = 0.5-3$	11	9	Not given	Wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_P
Kiya et al. (1980)	$2 \times 10^4-3.7 \times 10^4$	$P/D = 0-5.5, \alpha = 0-90^\circ$	11	19	0.8	Wind tunnel	CTA	St
Moriya and Sakamoto (1985)	6.53×10^4	$L/D = 2-6, T/D = 0-1.5$	10	20	0.4	Wind tunnel	FV, pressure, force	St, $C_P, C_P', C_D, C_L, C_D', C_L'$
Ozono et al. (2001)	$2.5 \times 10^3-7.5 \times 10^3, 3 \times 10^4$	$L/D = 1-4, T/D = 0-2$	23.3, 14.6	7.5, 8.8	1, 2	Water channel, wind tunnel	FV, CTA, pressure	St, C_{PB}
Price (1976)	$1.7 \times 10^4-8 \times 10^4$	$L/D = 6-18, T/D = 0-2.42$	37, 42	5-12	1-11	Wind tunnel	FV, pressure, force	C_P, C_D, C_L
Price and Paidoussis (1984)	$1.7 \times 10^4-8.6 \times 10^4$	$L/D = 1.5-5, T/D = 0.75-2$	24	6	0.5	Wind tunnel	Force	C_D, C_L
Sun et al. (1992)	$3.25 \times 10^5-6.5 \times 10^5$	$P/D = 2.2, \alpha = 12.5^\circ$	15	10	0.12-10	Wind tunnel	Pressure	C_P, C_P'
Sumner (2004)	5×10^4	$P/D = 1.125-1.25, \alpha = 0-90^\circ$	18	4	0.6	Wind tunnel	CTA, pressure, force	St, C_{PB}, C_D, C_L, G
Sumner et al. (2000)	$850-1.35 \times 10^3, 1.9 \times 10^3$	$P/D = 1-5, \alpha = 0-90^\circ, P/D = 1-4, \alpha = 0-90^\circ$	16, 27	13, 7	0.5, n/a	Water tunnel, towing tank	FV, PIV	St, velocity field
Sumner et al. (2005)	$3.2 \times 10^4-7.4 \times 10^4$	$P/D = 1.125-4, \alpha = 0-90^\circ$	18, 24	3.5, 5.6	0.6	Wind tunnel	CTA, force	St, C_D, C_L
Sumner and Richards (2003)	$3.2 \times 10^4-7 \times 10^4$	$P/D = 2-2.5, \alpha = 0-90^\circ$	24	5.6	0.6	Wind tunnel	CTA, force	St, C_D, C_L
Sumner and Schenstead (2006)	$3.2 \times 10^4-7.4 \times 10^4$	$P/D = 1.125-4, \alpha = 0-90^\circ$	18, 24	3.5, 5.6	0.6	Wind tunnel	CTA, pressure, force	St, C_{PB}, C_D, C_L, G
Suzuki et al. (1971)	$1.3 \times 10^3, 1 \times 10^5-6.3 \times 10^5$	$P/D = 2, \alpha = 0-15^\circ, P/D = 1.1-3.9, \alpha = 0-15^\circ$	Not given, 6-18	Not given, 12-24	Not given	Water tunnel, wind tunnel	FV, pressure	C_P, C_D
Ting et al. (1998)	$4 \times 10^4-2 \times 10^5$	$L/D = 1.5-5, T/D = 0.1-1.05$	5.3-12.8	10.6-25	0.8	Wind tunnel	Pressure, force	C_D, C_L
Wardlaw and Cooper (1973)	$1.2 \times 10^4-1.4 \times 10^5$	$P/D = 1.2-35, \alpha = 0-75^\circ$	45	3	Not given	Wind tunnel	Force	C_D, C_L
Zdravkovich and Pridden (1977)	6×10^4	$L/D = 0-5, T/D = 0-3$	33	5	0.1	Wind tunnel	Pressure, force	C_P, C_D, C_L
Zhou et al. (2009)	$1.5 \times 10^3-2 \times 10^4$	$P/D = 1.2-4, \alpha = 0-90^\circ$	48	4	0.4	Wind tunnel	CTA	St

Zdravkovich (1987)[139] classificou três regimes de interferência para dois cilindros em diferentes arranjos, para baixos números de Re , com escoamentos laminar e subcrítico. Na Figura 2.14, são apresentados os regimes de desprendimento de vórtices para os arranjos em *side-by-side*, *tandem* e *staggered*.

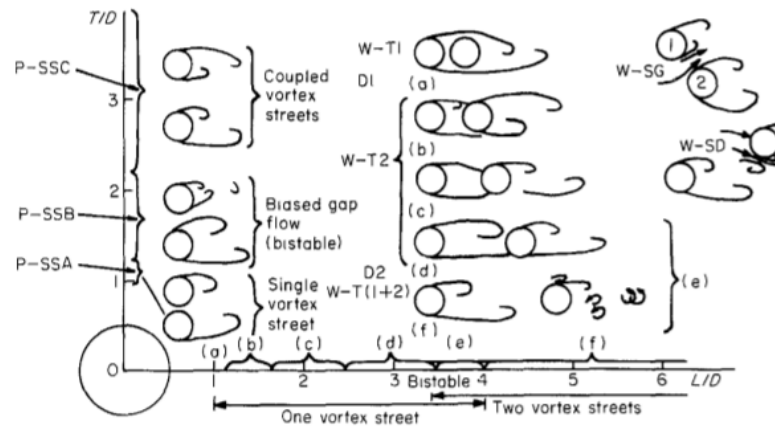


Figura 2.14: Regimes de interferência do escoamento para cilindros em *side-by-side*, *tandem* e *staggered*. (a) Comportamento como um único corpo; (b) Recolamento alternado; (c) Recolamento quase-permanente; (d) Desprendimento intermitente; (e) Salto descontínuo entre os regimes (d) e (f). (f) Esteira de vórtices binários. Fonte: Zdravkovich, 1987[139].

P-SS: Configuração *Side-by-Side*.

P-SSA: $1 \leq T/D \leq 1.1$ a 1.2 . Um simples vórtice é formado atrás de ambos cilindros.

P-SSB: $1.2 \leq T/D \leq 2$ a 2.2 . Uma esteira estreita e uma mais ampla são formadas atrás dos dois cilindros, respectivamente.

P-SSC: $2.7 \leq T/D \leq 4$ a 5 . As duas esteiras formadas são iguais em tamanho, enquanto o desprendimento de vórtice é sincronizado, tanto em fase quanto em frequência.

W-T: Configuração *Tandem*.

W-T1: $1 \leq L/D \leq 1.2$ a 1.8 . Dependendo do número de Reynolds. As camadas cisalhantes livres desprendidas do cilindro a montante não se recolam no cilindro a jusante. A esteira de vórtices atrás do cilindro a jusante é na verdade formada pelas camadas cisalhantes livres desprendidas do cilindro a montante.

W-T2: 1.2 a $1.8 \leq L/D \leq 3.4$ a 3.8 . As camadas cisalhantes livres desprendidas do cilindro a montante se recolam no lado frontal do segundo cilindro. Os vórtices são formados apenas atrás do cilindro de jusante.

W-T(1+2): $L/D \leq 3.4$ a 3.8 . As camadas cisalhantes desprendem-se alternadamente formando vórtices atrás do cilindro a montante na frente do cilindro a jusante. Dois caminhos

de vórtices são formados atrás dos cilindros. A esteira de vórtice atrás do cilindro a jusante é chamada de binária, porque cada vórtice consiste realmente em dois vórtices: um desprendido do cilindro a montante e o outro do cilindro de jusante.

W-S: Configuração *Staggered*.

W-SG: $1.1 \leq L/D \leq 3.5$ e $T/D = 0.2$. O forte fluxo entre os dois cilindros induz uma força de sustentação significativa, que de repente desaparece para $T/D \leq 0.2$ quando o fluxo da folga cessa.

W-SD: $L/D > 2.8$ e $T/D > 0.4$. A força de sustentação é produzida pelo deslocamento da esteira do cilindro a montante ocasionada pelo escoamento ao redor do cilindro a jusante. Esta sustentação externa alcança um valor máximo perto da borda do limite de esteira quando $T/D > 0.4$ e diminui gradualmente para zero quando o arranjo tandem W-T2 é atingido.

2.2.2 Dois cilindros em VIV

Na figura 2.15 pode ser vista a comparação dos resultados dos máximos deslocamentos transversais ao escoamento, em função da velocidade reduzida U^* , feitos pelos trabalhos de Narváez 2015[86] e Borazjani e Sotiropoulos 2009[18], eles trabalharam com dois cilindros em VIV para arranjo *tandem*.

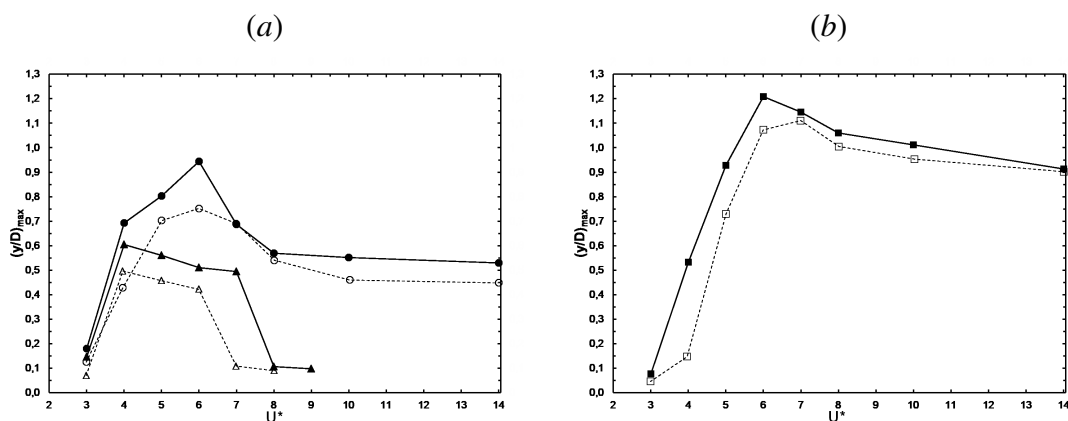


Figura 2.15: Máximo deslocamento transversal $(y/D)_{max}$ em função da velocidade reduzida, $Re = 200$, $S/D = 1, 5$, $m^* = 4$ e $\zeta = 0$. (a) Cilindro isolado: (▲) Narváez 2015[86], (△) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18] e cilindro de montante: (●) Narváez 2015[86], (○) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18]; (b) cilindro de jusante: (■) Narváez 2015[86], (□) Borazjani e Sotiropoulos 2009[18].

Pode ser visto que o fenômeno de ressonância dominante apresenta-se nas primeiras velocidades reduzidas, e o fenômeno de *galloping*, que é onde o cilindro de jusante está perto de uma

região de formação de vórtices, se apresenta para velocidades reduzidas maiores a oito.

Para cilindros em *side-by-side*, está Chen *et al.* 2015b[22], onde calcula a variação da amplitude máxima com um número de Reynolds de 100. A Figura 2.16 mostra uma amplitude pequena para velocidades reduzidas menores que 3, incrementando-se amplamente a partir deste valor. No intervalo de velocidade reduzida entre 4 e 4.8, a amplitude do cilindro inferior é maior à do cilindro superior ou vice-versa (Figuras 2.16 *b* e *c*, respectivamente). Neste intervalo existe um grande efeito de histerese, já que a variação da amplitude de oscilação em função da velocidade reduzida depende se dita velocidade está aumentando ou diminuindo.

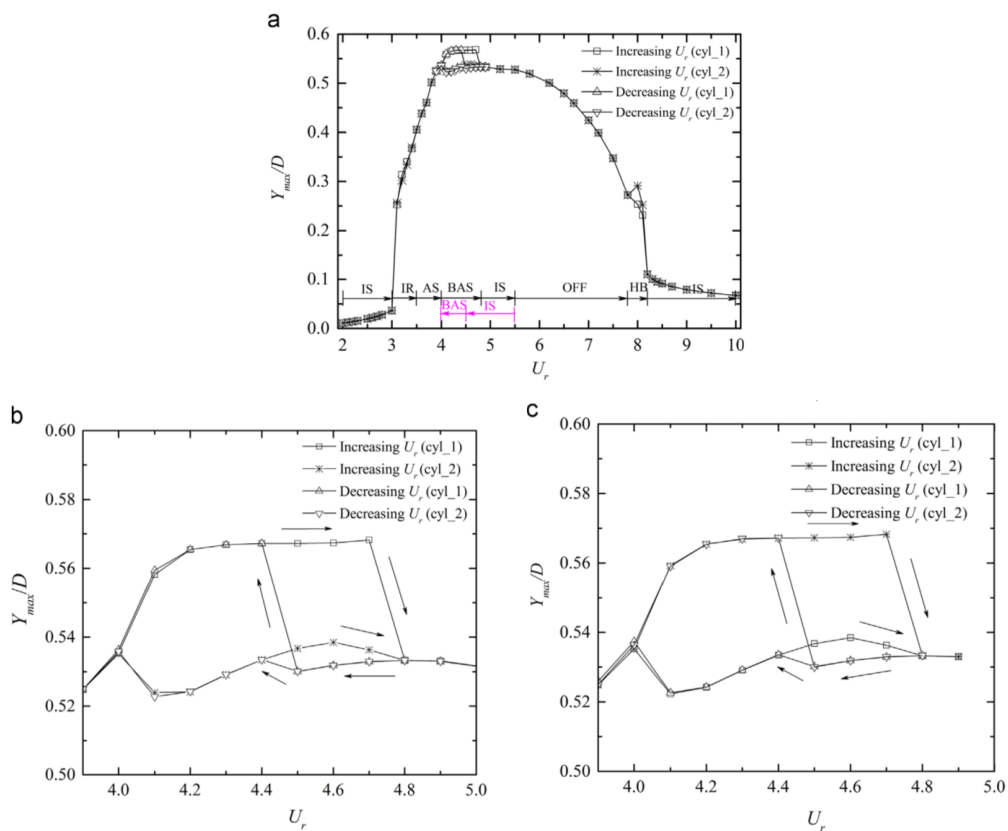


Figura 2.16: Variação da amplitude máxima em *FIV* para dois cilindros circulares em *side-by-side* com $Re = 100$. As notações cyl_1 e cyl_2 correspondem ao cilindro inferior e superior, respectivamente. As setas mostram a mudança na direção da velocidade reduzida. IS: *Padrão sincronizado em fase*, IR: *Padrão irregular*, AS: *Padrão sincronizado anti-fase*, BAS: *Padrão tendendo a sincronização anti-fase*, OFF: *Padrão flip – flopping fora de fase*, e HB: *Padrão híbrido*. Fonte: Chen *et al.* 2015b[22].

Chen *et al.* 2015b[22] concluíram que, na região de vibração assimétrica, o cilindro com maior amplitude de vibração tem maiores coeficientes de arrasto e sustentação, (ambos r.m.s e valores médios) e desvia-se mais da sua posição inicial do que o cilindro com menor amplitude

de vibração.

Da Figura 2.17, pode ver-se que também a amplitude cresce até um certo valor da velocidade reduzida, para logo diminuir, como ocorreu também para dois cilindros em *Tandem*.

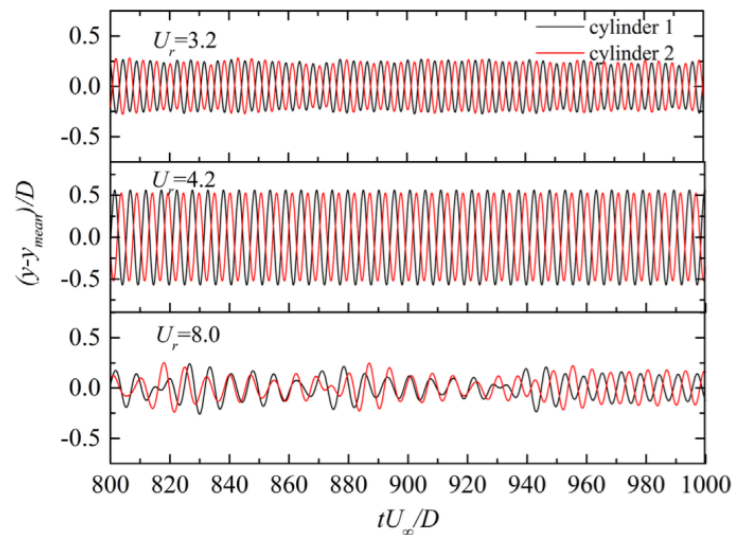


Figura 2.17: Variação temporal do deslocamento transversal (y/D) para dois cilindros *side-by-side* a diferentes velocidades reduzidas. Chen *et al.* 2015b[22].

2.2.3 Banco de tubos ou arranjo de cilindros

Um arranjo de cilindros é uma aglomeração de cilindros paralelos um ao outro em um padrão repetido geometricamente. Exemplos típicos são os arranjos de tubos em trocadores de calor, envolvendo centenas ou milhares de tubos; um fluido flui no interior dos tubos, enquanto outro flui em torno deles, parcialmente normais ao seu eixo longo. Païdoussis *et al.* (2014)[98].

Os arranjos de cilindros, além de estar presentes em trocadores de calor, podem estar em um conjunto de *risers* assim como em dispositivos que extraem energia da vibração induzida pelo escoamento como o *VIVACE* (descrito na Secção 1.1). Zdravkovich [140] fez uma classificação dos arranjos de tubos, segundo padrões geométricos típicos, em:

- Arranjo *in-line* consiste em uma matriz quadrada ou retangular, onde o fluxo intersticial é na maior parte, em linha reta através dos espaçamentos entre cilindros. (Figura 2.18(c)).
- Arranjo *staggered* consiste em arranjos de um quadrado rotacionado, triangular normal e triangular paralelo. O fluxo intersticial é forçado ao longo de caminhos ondulados através de todas as matrizes escalonadas. (Figuras 2.18(a), (b) e (d)).

O fluxo intersticial para um arranjo de tubos que estão *in-line*, são submetidos aos efeitos da interferência da esteira e à proximidade dos tubos vizinhos. O primeiro depende da razão de passo P/D , e o último sobre a relação transversal.

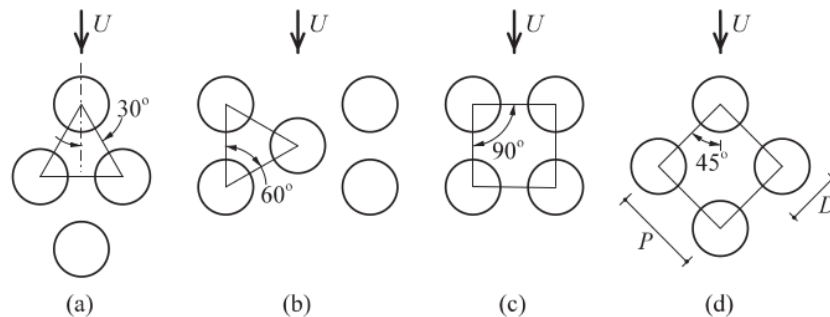


Figura 2.18: Padrões geométricos básicos de um banco de tubos. (a) Triangular normal (b) Triangular paralelo (ou triangular rotacionado) (c) Quadrado *in-line* (d) Quadrado rotacionado (*diamond*). Païdoussis *et al.* (2014)[98].

Padrões geométricos típicos de um arranjo de cilindros estão apresentadas na Figura 2.18. Se o escoamento em um arranjo triangular normal (Figura 2.18a) vem da esquerda, o arranjo se transforma em uma matriz triangular rotada (Figura 2.18b). Existem diferenças importantes na dinâmica do comportamento entre esses tipos de arranjos, até mesmo entre o triangular normal e os quadrados rotacionados, que se diferenciam apenas pelo ângulo chamado de *layout* (30° e 45° , respectivamente).

O comportamento dinâmico de cilindros individuais em um arranjo de tubos pode ser resumido como mostra-se na Figura 2.18. Para todas as velocidades do escoamento, os cilindros estão sujeitos a vibração induzida por turbulência, ou também chamado *buffeting*. As amplitudes são pequenas, levando a problemas a longo prazo. Païdoussis 2014[98].

No arranjo triangular rotacionado e o arranjo quadrado *in-line* observa-se um escoamento quase retilíneo sem obstruções ao redor dos tubos, sem importar que tão perto estejam uns de outros. No caso dos arranjos triangulares normais e quadrados rotacionados, o escoamento tem um formato sinuoso, em especial para pequenos valores de P/D . No entanto, às vezes são usados outros padrões geométricos, não envolvendo triângulos ou quadrados equiláteros. Païdoussis 2014[98].

Grover (1978)[31] estudou a *VIV* de um banco de tubos em *cross-flow* usando um túnel de vento, com uma configuração triangular rotacionado. Quando o desprendimento de vórtices é o

principal tema de interesse, pode ser necessário 5 filas de tubos para simular a resposta do tubo e as características do escoamento do arranjo de tubos. A intensidade de turbulência alcança um máximo perto da quinta linha, embora alterações mais sutis no escoamento, aparentemente continuam ocorrendo, e a resposta máxima do tubo devido ao desprendimento de vórtices ocorre nas primeiras fileiras de tubos, e nenhuma resposta ressonante foi observada perto da linha 15.

Endres (2001)[28] fez uma análise experimental das flutuações da velocidade e da pressão em *cross-flow* em um banco de tubos em configuração triangular e quadrado, concluindo que valores das flutuações de pressão de parede, em função da velocidade medida no centro das aberturas entre os tubos, têm quase a mesma ordem de grandeza para ambas configurações, sendo influenciadas pelos diferentes espaçamentos de abertura.

Kaercher (2007)[49] fez um estudo experimental de *VIV* para vários cilindros elasticamente montados. O autor mostrou que as amplitudes máximas dos cilindros sofrem uma redução ao aumentar a razão de aspecto dos mesmos, quando é usado o parâmetro $(m^* + C_A)\zeta$ (termo mostrado na Equação 2.12).

Zhao *et al.* (2016)[145] fizeram um estudo de 4 cilindros em *VIV* para 1 grau de liberdade, e modelaram um sistema de cilindros ligados rigidamente. Eles observaram que para espaçamentos entre centro a centro de cilindros menores que 2.5D, os cilindros tinham um comportamento como um único corpo, mas com amplitudes maiores. Zhao e Cheng (2012)[143] estudaram 4 cilindros rigidamente ligados, para 2 graus de liberdade, neste sistema variaram o ângulo de incidência, onde observaram que a região do *lock-in* é apenas modificada significativamente. Zhao *et al.* (2015)[144] realizaram um trabalho em *VIV* com mais de 30 cilindros, observou-se que para valores de espaçamentos altos entre cilindros, os de montante comportam-se tipo cilindro isolado, mas os cilindros a jusante têm maior amplitude de oscilação, conforme está mais a jusante. Estes três últimos trabalhos de Zhao são estudos numéricos.

A maioria dos trabalhos na configuração *diamond* correspondem a casos fixos ou com movimento solidário (sem movimento relativo entre eles). Este trabalho foca, principalmente, no escoamento ao redor de cilindros em configuração *diamond*, oscilando livremente, com um e dois gdl. Também será estudado o caso de 4 cilindros em configuração quadrada *in-line* com dois graus de liberdade.

Capítulo 3

Metodologia Numérica

Neste capítulo serão apresentados o equacionamento e a metodologia numérica adotada para descrever o escoamento em torno de quatro cilindros fixos e móveis em *VIV*. Primeiramente, se apresentará o equacionamento e a metodologia numérica da solução das equações do escoamento. Por último, será apresentada a metodologia numérica adotada para resolver as equações que descrevem a vibração dos cilindros.

3.1 Modelo Hidrodinâmico

3.1.1 Equações Hidrodinâmicas

Um fluido newtoniano, incompressível e isotérmico, pode ser representado pelas equações diferenciais parciais de quantidade de movimento de Navier-Stokes, e pela equação de conservação de massa ou de continuidade. Estas equações, na sua forma indicial e adimensional, estão dadas por:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \frac{1}{2} \left(u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (3.1)$$

e

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (3.2)$$

onde u_i é o campo de velocidades, Π o campo de pressões ($\Pi = \frac{p}{\rho U_o^2}$, sendo p a pressão dimensional e ρ a massa específica do fluido). f_i é o campo de forças externas que estão presentes no

cilindro através do método de fronteiras imersas.

O segundo termo à direita da Equação 3.1 está na forma antissimétrica do termo convectivo da Equação de Navier-Stokes, usa-se desta forma específica, pois, numericamente permite a redução de erros de *aliasing*, enquanto conserva a energia restante para a discretização espacial.

3.1.2 Condições inicial e de contorno

Como condição inicial de velocidade se assume o mesmo valor da entrada (uniforme) em todo o domínio. Desta maneira, o campo gradiente de pressão inicial é nulo.

Como exemplo, a Figura 3.1 mostra um esquema do domínio computacional e das condições de contorno para uma distribuição de cilindros quadrada *in-line* (esquerda) e *diamond* (direita).

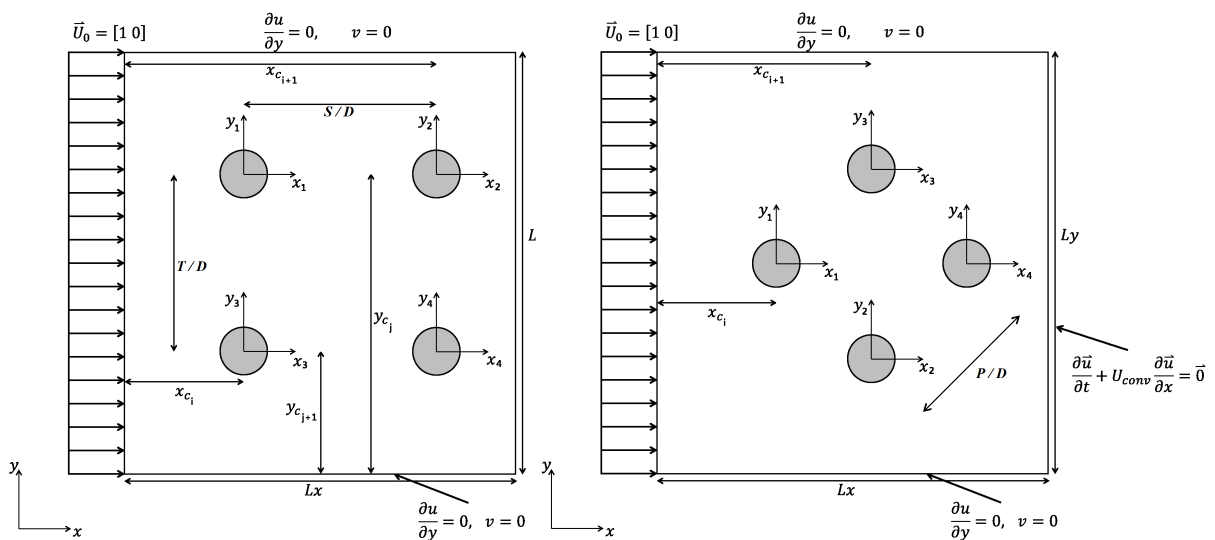


Figura 3.1: Condições de contorno, com u e v como as componentes do vetor velocidade \vec{u} .

Nas fronteiras superior ($y = L_y$) e inferior ($y = 0$) do domínio computacional, fixou-se condições de deslizamento livre em x . Na entrada adota-se uma velocidade unitária na direção do eixo x , enquanto que a condição de saída vem dada por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U_{conv} \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (3.3)$$

com U_{conv} igual à velocidade média de convecção dos vórtices da esteira de Von Kármán, calculada para cada passo de tempo.

3.1.3 Discretização espacial dos termos convectivo e difusivo

A discretização espacial é efetuada através de um esquema de diferenças finitas compactas de sexta ordem descrito em Lele (1992)[71], Moin (2001)[82] e Guerreiro (2000)[34]. Os esquemas usados para o cálculo da primeira e da segunda derivada são apresentados nas Tabelas 3.1 e 3.2.

Tabela 3.1: Esquemas numéricos usados na solução da derivada primeira. N é o numero de nós na direção x (n_x), y (n_y) ou z (n_z). Fonte: Pinto (2012)[100].

Esquema	Nós: $3 \leq i \leq N-2$	coeficientes
tridiagonal de 6° ordem	$\alpha \xi'_{i-1} + \xi'_i + \alpha \xi'_{i+1} = a \frac{\xi'_{i+1} - \xi'_{i-1}}{2h} + b \frac{\xi'_{i+2} - \xi'_{i-2}}{4h}$	$\alpha = 1/3; a = 14/9; b = 1/9;$ $c = \beta = 0$
	Nós: $i=1$ e $i=N$	coeficientes
3° ordem descentrado	$\xi'_1 + \alpha \xi'_2 = \frac{a\xi'_1 + b\xi'_2 + c\xi'_3}{h}$ $\xi'_N + \alpha \xi'_{N-1} = \frac{-a\xi'_N - b\xi'_{N-1} - c\xi'_{N-2}}{h}$	$\alpha = 2; a = -5/2; b = 2;$ $c = 1/2$
	Nós: $i=2$ e $i=N-1$	coeficientes
centrado de 4° ordem	$\alpha \xi'_1 + \xi'_2 + \alpha \xi'_3 = a \frac{\xi'_3 - \xi'_1}{2h}$ $\alpha \xi'_{N-2} + \xi'_{N-1} + \alpha \xi'_N = a \frac{\xi'_N - \xi'_{N-2}}{2h}$	$\alpha = 1/4; a = 3/2$

Tabela 3.2: Esquemas numéricos usados na solução da derivada segunda. Dependendo da direção de cálculo, N é o numero de nós na direção x (n_x), y (n_y) ou z (n_z). Fonte: Pinto (2012)[100].

Esquema	Nós: $3 \leq i \leq N-2$	coeficientes
tridiagonal de 6° ordem	$\alpha \xi''_{i-1} + \xi''_i + \alpha \xi''_{i+1} = a \frac{\xi''_{i+1} - 2\xi''_i + \xi''_{i-1}}{h^2} + b \frac{\xi''_{i+2} - 2\xi''_i + \xi''_{i-2}}{4h^2}$	$\alpha = 2/11; a = 12/11;$ $b = 3/11$
	Nós: $i=1$ e $i=N$	coeficientes
3° ordem descentrado	$\xi''_1 + \alpha \xi''_2 = \frac{a\xi''_1 + b\xi''_2 + c\xi''_3 + d\xi''_4}{h^2}$ $\xi''_N + \alpha \xi''_{N-1} = \frac{a\xi''_N + b\xi''_{N-1} + c\xi''_{N-2} + d\xi''_{N-3}}{h^2}$	$\alpha = 11; a = 13; b = -27;$ $c = 15; d = -1$
	Nós: $i=2$ e $i=N-1$	coeficientes
centrado de 4° ordem	$\alpha \xi''_1 + \xi''_2 + \alpha \xi''_3 = a \frac{\xi''_3 - 2\xi''_2 + \xi''_1}{2h^2}$ $\alpha \xi''_{N-2} + \xi''_{N-1} + \alpha \xi''_N = a \frac{\xi''_N - 2\xi''_{N-1} + \xi''_{N-2}}{2h^2}$	$\alpha = 1/10; a = 6/5$

3.1.4 Avanço no tempo

Para o avanço no tempo, na equação 3.1, utilizou-se o esquema de Adams-Bashforth de segunda ordem. Onde duas velocidades intermediárias (\vec{u}^* e \vec{u}^{**}) são combinadas com o método de passo fracionado para a incompressibilidade (Chorin 1968[24] e Temam 1969[128]), estas velocidades podem ser calculadas mediante as seguintes equações:

$$\text{Passo 1:} \quad \frac{u_i^* - u_i^k}{\Delta t} = \frac{3}{2}F_i^k - \frac{1}{2}F_i^{k-1} - \frac{\partial \Pi^{k-\frac{1}{2}}}{\partial x_i} + \bar{f}^{k+1}, \quad (3.4)$$

$$\text{Passo 2:} \quad \frac{u_i^{**} - u_i^*}{\Delta t} = \frac{\partial \Pi^{k-\frac{1}{2}}}{\partial x_i}, \quad (3.5)$$

$$\text{Passo 3:} \quad \frac{u_i^{k+1} - u_i^{**}}{\Delta t} = -\frac{\partial \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i}, \quad (3.6)$$

Onde:

$$F_i^k = \frac{1}{2} \left(u_j^k \frac{\partial u_i^k}{\partial x_j} + \frac{\partial (u_i u_j)^k}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i^k}{\partial x_j \partial x_j}, \quad (3.7)$$

e k representa o nível temporal, ou seja, o contador do tempo, e \bar{f}^{k+1} é aproximado de acordo à seguinte expressão:

$$\bar{f}^{k+1} = \varepsilon \left(-\frac{3}{2}F_i^k + \frac{1}{2}F_i^{k-1} + \frac{\partial \Pi^{k-\frac{1}{2}}}{\partial x_i} + \frac{u_0^{k+1} - u_i^k}{\Delta t} \right), \quad (3.8)$$

Para dar continuidade à derivada e garantir a condição de não deslizamento, na superfície sólida, é aplicado um método de fronteiras imersas que força um escoamento artificial dentro do cilindro, chamado de campo de velocidade alvo u_0 . No presente trabalho aproximou-se a velocidade alvo no tempo t^{k+1} a partir da Equação 3.9 (em coordenadas polares locais com origem no centro do(s) cilindro(s)):

$$\vec{u}_0^{k+1}(r, \theta, z, t) \approx \vec{u}_0^*(r, \theta, z, t) = \vec{u}_c + [\vec{u}_c - \vec{u}^*(D - r, \theta, z, t)] \text{sen} \left(\frac{4\pi r^2}{D^2} \right), \quad \text{para } 0 \leq r \leq D/2. \quad (3.9)$$

De acordo com a equação dinâmica de vibração do cilindro, o vetor velocidade do cilindro (\vec{u}_c) é calculado para cada passo de tempo, isso no caso do cilindro móvel, enquanto que, para o cilindro fixo, \vec{u}_c é nulo. Como resultado da aproximação feita na Equação 3.9, a forçagem (\vec{f})

está sendo aplicada em \vec{u}_0^* em vez de \vec{u}_0^{k+1} , gerando um erro da ordem de Δt^2 , preservando assim a precisão de segunda ordem no passo de tempo completo.

Como \vec{u}_0^{k+1} está definida nos nós da malha cartesiana, $\vec{u}(D - r, \theta, z, t)$ deve ser interpolada espacialmente. O esquema de Adams-Bashforth de segunda ordem é escolhido, devido a que Laizet *et al.* (2010)[62] sugerem que outros esquemas, como o de Runge-Kutta de quarta ordem, podem diminuir a precisão na imposição da condição de não deslizamento. A condição de não deslizamento na parede do cilindro somente pode ser garantida até uma precisão de segunda ordem, devido à natureza da aproximação do método de fronteiras imersas (Parnaudeau *et al.* (2008)[96]). No presente trabalho usa-se uma interpolação bilinear de $\vec{u}^*(D - r, \theta, z, t)$. A Figura 3.2 mostra um campo da velocidade alvo dentro do cilindro e nas vizinhanças.

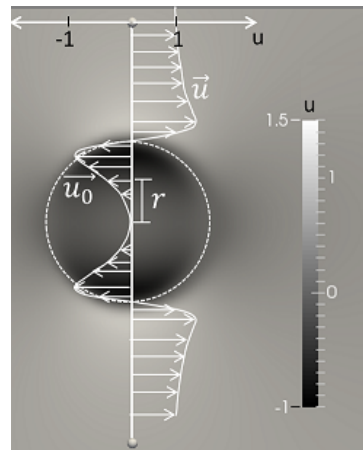


Figura 3.2: Campo de velocidade alvo \vec{u}_0 na direção x dentro de um cilindro. Fonte: Narváez 2015[86].

3.1.5 Divergência do campo de velocidades e a solução da equação de Poisson

Derivando a Equação 3.6 com respeito a x_i , obtém-se a equação de Poisson:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \left(\frac{\partial u_i^{**}}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i^{k+1}}{\partial x_i} \right) \frac{1}{\Delta t}, \quad (3.10)$$

que será utilizada no tempo t^{k+1} para a aproximação do campo de pressões.

Cilindros fixos

A condição de incompressibilidade deve ser modificada dentro do cilindro, devido a que o escoamento interno, que é um escoamento artificial, não cumpre com a condição de divergência nula. A Equação 3.11 substitui a equação da continuidade (Equação 3.2) para um cilindro isolado, dada por:

$$\frac{\partial u_i^{k+1}}{\partial x_i} = \frac{\partial (\varepsilon u_0^{k+1})}{\partial x_i}. \quad (3.11)$$

Considera-se $\varepsilon u_0^{k+1} \approx \varepsilon u_0^{**}$, devido a que conhece-se u_0^{**} . Seguindo a Parnaudeau *et al.* (2008)[96], a equação modificada de Poisson na região sólida fica como:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial [(1 - \varepsilon) u_i^{**}]}{\partial x_i} \frac{1}{\Delta t} \quad (3.12)$$

Para o caso de n cilindros no escoamento, Narváez 2015[86] propõe a seguinte expressão, considerando que:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i^{k+1} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_1 u_0^{k+1} + \varepsilon_2 u_0^{k+1} + \dots + \varepsilon_n u_0^{k+1}) \approx \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_1 u_0^{**} + \varepsilon_2 u_0^{**} + \dots + \varepsilon_n u_0^{**}), \quad (3.13)$$

em que $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ são parâmetros auxiliares propostos para definir o contorno sólido de cada cilindro, ou seja, para $\varepsilon_1 = 1$ dentro do cilindro 1, e zero em qualquer outro lugar, para $\varepsilon_2 = 1$ é só dentro do cilindro 2, e zero em qualquer outro lugar, e assim, para $\varepsilon_n = 1$ para o cilindro n , e nulo em qualquer outro lugar da região do domínio. Substituindo esta aproximação na Equação 3.10, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial [(1 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 - \dots - \varepsilon_n) u_i^{**}]}{\partial x_i} \frac{1}{\Delta t} \quad (3.14)$$

Para o caso de n cilindros no escoamento, a equação de Poisson fica como:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cil}} \varepsilon_i \right) u_i^{**} \right] \frac{1}{\Delta t}, \quad (3.15)$$

onde n_{cil} é o número total de cilindros. Deve-se notar que os conjuntos dos ε_i são mutuamente excludentes.

Cilindros móveis

No cálculo da condição de incompressibilidade para um cilindro isolado, Narváez 2015[86] propõe substituir a Equação 3.11, pela expressão:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u^{k+1} = \frac{\partial}{\partial x_i} \varepsilon (u_0^{k+1} - u_c^{k+1}). \quad (3.16)$$

Substituindo a Equação 3.16 (e considerando $\varepsilon u_0^{k+1} \approx \varepsilon u_0^{**}$ e $u_c^{k+1} \approx u_c^k$) na Equação 3.10, obtém-se a seguinte equação de Poisson:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_i} [(1 - \varepsilon) u_i^{**} + \varepsilon u_c^k]}{\Delta t}. \quad (3.17)$$

Seguindo a mesma lógica, para n cilindros móveis ter-se-ia:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} u_i^{k+1} = \frac{\partial}{\partial x_i} [\varepsilon_1 (u_{0_1}^{k+1} - u_{c_1}^{k+1}) + \varepsilon_2 (u_{0_2}^{k+1} - u_{c_2}^{k+1}) + \dots + \varepsilon_n (u_{0_n}^{k+1} - u_{c_n}^{k+1})], \quad (3.18)$$

onde $u_{c_n}^{k+1} \approx u_{c_n}^k$ é a velocidade dos cilindros no instante t^{k+1} .

Então, para o caso generalizado de n cilindros móveis, Narváez 2015[86] mostra a equação de Poisson como:

$$\frac{\partial^2 \Pi^{k+\frac{1}{2}}}{\partial x_i^2} = \frac{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{n_{cil}} \varepsilon_i \right) u_i^{**} + \sum_{i=1}^{n_{cil}} (\varepsilon_i u_{c_i}^k) \right]}{\Delta t}, \quad (3.19)$$

onde $\vec{u}_{c_i}^k$ é a velocidade do cilindro i no instante de tempo t^k . A Equação 3.19 é a forma mais generalizada das equações de Poisson (Narváez 2015[86]). Observa-se que quando o segundo termo do numerador se anula, obtém-se a equação para n cilindros fixos (Equação 3.15). Para desenvolvimentos posteriores serão referidos à Equação 3.19.

Laizet e Lamballais (2009)[61] solucionam a Equação 3.19 no campo espectral (espaço de Fourier) pretendendo reduzir o custo computacional. Aplicando a transformada rápida de Fourier (*FFT* pela sigla em inglês) em ambos lados da Equação 3.19, e por meio do desenvolvimento matemático apresentado no trabalho de Laizet e Lamballais (2009)[61], chega-se à solução para o campo espectral de pressões ($\hat{\Pi}_{lmn}^{k+1/2}$) no tempo posterior (t^{k+1}):

$$\hat{\Pi}_{lmn}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{\hat{D}_{lmn}}{F_{lmn}}, \quad (3.20)$$

onde,

$$\hat{D}_{lmn} = FFT \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(1 - \sum_{i=1}^{ncil} \varepsilon_i \right) u^{**} + \sum_{i=1}^{ncil} (\varepsilon_i u_{c_i}^k) \right] \right\}. \quad (3.21)$$

Os números de onda modificados (k'_j) na direção j , associados com o número de onda $k_j = 2\pi l/L_j$ (para $0 \leq l \leq N_j - 1$ com $j = x, y, z$), podem ser calculados como

$$k'_j \Delta j = \frac{2a \operatorname{sen}(k_j \Delta j / 2) + (2b/3) \sin(3k_j \Delta j / 2)}{1 + 2\alpha \cos(k_j \Delta j)}, \quad (3.22)$$

onde Δj é a discretização espacial na direção do eixo j .

O fator espectral F_{lmn} pode ser expresso como

$$F_{lmn} = -[(k'_x T_y T_z)^2 + (k'_y T_x T_z)^2 + (k'_z T_x T_y)^2] c \Delta t, \quad (3.23)$$

onde as funções de transferência (T_j), na direção (j), são expressas como

$$T_j(k_j \Delta j) = \frac{2a \cos(k_j \Delta j / 2) + (2b/3) \cos(3k_j \Delta j / 2)}{1 + 2\alpha \cos(k_j \Delta j)}. \quad (3.24)$$

A metodologia numérica para a solução da FFT da Equação 3.20 é mostrada em Laizet e Li (2011)[63].

3.1.6 Cálculo das forças hidrodinâmicas

Devido à interação fluido-estrutura, ocorre uma distribuição de tensões tanto paralelas à superfície sólida do cilindro, associadas a efeitos viscosos entre o fluido e o cilindro, quanto também tensões normais à superfície. Além, o cilindro experimenta forças devidas também ao campo de pressões que atua sobre ele.

Estas forças podem ser calculadas usando a equação integral da quantidade de movimento. Esta equação pode ser expressa na forma adimensional, como

$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{\vec{f}_1}{\rho U_0^2 DL} + \frac{\vec{f}_2}{\rho U_0^2 DL} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{u} dV + \int_{SC} \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{n}) dA, \quad (3.25)$$

onde a velocidade do escoamento livre é definida como U_0 , e \vec{F}_1 e \vec{F}_2 são respectivamente as forças adimensionais sobre as superfícies S_1 e S_2 do volume de controle VC . Este volume de controle é definido como a região de integração na Equação 3.25, além de ser móvel quando se trabalha com cilindros em *VIV*.

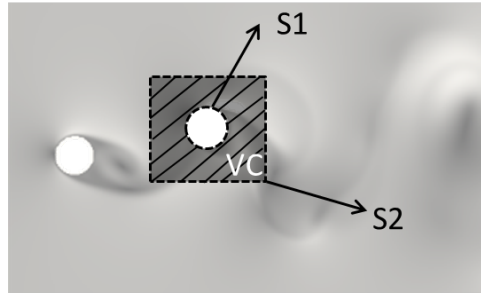


Figura 3.3: Volume de controle para o cálculo das forças hidrodinâmicas sobre um dos cilindros em *VIV*. A imagem de fundo corresponde a um campo instantâneo da magnitude do vetor velocidade. Fonte: Narváez 2015[86]

Isolando \vec{F}_1 da Equação 3.25, e considerando que só passa escoamento através da superfície S_2 , obtém-se:

$$\vec{F}_1 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{u} dV + \int_{S_2} \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{n}) dA - \vec{F}_2, \quad (3.26)$$

onde a força \vec{F}_2 pode ser expressa em notação tensorial, como a integral das forças devidas à pressão e às tensões viscosas exercidas sobre S_2 , como segue:

$$\vec{F}_2 = \int_{S_2} \left[-\Pi \delta_{ij} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] dA, \quad (3.27)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker (equivalente à matriz identidade).

Deste modo, a força \vec{F}_1 pode ser calculada substituindo a Equação 3.27 na 3.26. Esta força pode ser decomposta em uma componente paralela ao escoamento principal (força de arrasto F_D) e em uma perpendicular (força de sustentação F_L). Estas componentes serão usadas na suas formas adimensionais, como coeficiente de arrasto (C_D) e de sustentação (C_L) respectivamente, dados por:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 D l}, \quad (3.28)$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_0^2 D l}, \quad (3.29)$$

onde l é o comprimento do cilindro, considerado unitário quando se trabalha com simulações bidimensionais. Com as séries temporais dos coeficientes de arrasto e sustentação, calculam-se as médias e as raízes médias quadráticas.

3.2 Modelo dinâmico com dois graus de liberdade

No presente trabalho, é assumido que todos os cilindros são estrutural e geometricamente iguais. Da Figura 2.10, que mostra um esquema do sistema dinâmico para um cilindro, com coeficientes de amortecimento (c_x , c_y) e coeficientes de rigidez (k_x , k_y), nas direções x e y , respectivamente.

Adota-se a Equação 2.13 proposta por Shiels *et al.* (2001)[110] na direção x , para evitar a presença do coeficiente de massa adicional. Porém, a vibração do cilindro pode ser modelado com as equações diferenciais adimensionais seguintes:

$$m_x^* \ddot{x}^* + c_x^* \dot{x}^* + k_x^* x^* = C_D(t^*), \quad (3.30)$$

$$m_y^* \ddot{y}^* + c_y^* \dot{y}^* + k_y^* y^* = C_L(t^*), \quad (3.31)$$

com:

$$t^* = t \frac{U_o}{D}, \quad m_x^* = m_y^* = \frac{m}{\frac{1}{2}\rho D^2 l} = \frac{\pi \rho_b}{2 \rho}, \quad c_x^* = c_y^* = \frac{c}{\frac{1}{2}\rho U_o D l}, \quad k_x^* = k_y^* = \frac{k}{\frac{1}{2}\rho U_o^2 l}, \quad (3.32)$$

e onde:

$$y^* = \frac{y}{D}, \quad \dot{y}^* = \frac{\dot{y}}{U_o}, \quad \ddot{y}^* = \ddot{y} \frac{D}{U_o^2}, \quad (3.33)$$

representa o deslocamento, a velocidade e a aceleração do cilindro na direção y , respectivamente. Também, podem ser definidas as variáveis na direção x (x^* , \dot{x}^* e \ddot{x}^*) da mesma forma.

3.3 Solução numérica do modelo dinâmico com dois graus de liberdade

O procedimento da solução da equação dinâmica (Equação 3.31) na direção y , pode ser desenvolvido também na direção x (Equação 3.30). Em vista que \ddot{y}^* pode ser isolada da Equação 3.31, como:

$$\ddot{y}^*(t^*) = f[t^*, y^*(t^*), \dot{y}^*(t^*)] = \frac{C_L(t^*) - c_y^* \dot{y}^*(t^*) - k_y^* y^*(t^*)}{m_y^*}, \quad (3.34)$$

com a substituição $\dot{y}^*(t^*) = z^*(t^*)$ e $\ddot{y}^*(t^*) = \dot{z}^*(t^*)$, e com condições iniciais, o problema de Cauchy pode-se converter em:

$$\begin{aligned} \dot{y}^*(t^*) &= z^*(t^*), \\ \dot{z}^*(t^*) &= f[t^*, y^*(t^*), z^*(t^*)], \\ y^*(t_0^*) &= y_0^*, \quad z^*(t_0^*) = z_0^*. \end{aligned} \quad (3.35)$$

O sistema de equações diferenciais de primeira ordem (Equações 3.35), com passo de tempo Δt , pode-se aproximar no nível de tempo $k + 1$ (partindo das condições iniciais e com avanço de passos progressivos) através do cálculo acoplado de coeficientes mostrado a continuação:

$$\begin{aligned} R_1 &= \Delta t(z_k), & S_1 &= \Delta t f[t_k^*, y_k^*, z_k^*], \\ R_2 &= \Delta t\left(z_k + \frac{S_1}{2}\right), & S_2 &= \Delta t f\left[t_k^* + \frac{\Delta t}{2}, y_k^* + \frac{R_1}{2}, z_k^* + \frac{S_1}{2}\right], \\ R_3 &= \Delta t\left(z_k + \frac{S_2}{2}\right), & S_3 &= \Delta t f\left[t_k^* + \frac{\Delta t}{2}, y_k^* + \frac{R_2}{2}, z_k^* + \frac{S_2}{2}\right], \\ R_4 &= \Delta t(z_k + S_3), & S_4 &= \Delta t f[t_k^* + \Delta t, y_k^* + R_3, z_k^* + S_3], \\ y_{k+1}^* &= y_k + \frac{R_1 + 2(R_2 + R_3) + R_4}{6}, & \dot{y}_{k+1}^* &= z_{k+1}^* = z_k^* + \frac{S_1 + 2(S_2 + S_3) + S_4}{6}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Note-se que o procedimento apresentado na Equação 3.36, calcula-se $C_L(t_k^* + \Delta t/2)$, o qual foi aproximado a partir de um esquema de Euler explícito. Porém, substituindo os resultados da Equação 3.36 na Equação 3.34, obtém-se a aceleração (\ddot{y}_{k+1}^*) no tempo $k + 1$.

Agora, as Equações 3.30 e 3.31 podem ser resolvidas a partir dos coeficientes de força já calculados e os parâmetros estruturais adimensionais (m^* , c^* , k^*) assumidos. Após ter os vetores posição $\vec{r}_c^{k+1} = (x_{k+1}^*, y_{k+1}^*)$ e velocidade $\vec{u}_c^{k+1} = (\dot{x}_{k+1}^*, \dot{y}_{k+1}^*)$ de cada cilindro no tempo $k + 1$, o código avança para o próximo passo de tempo.

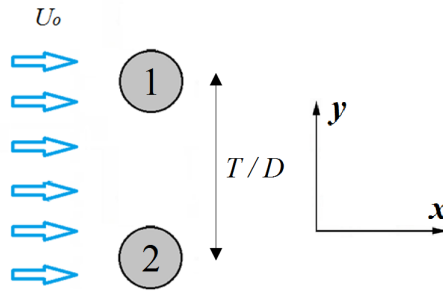
Capítulo 4

Verificação e validação

Neste capítulo são apresentadas a verificação e validação do código. Para isto, é realizada uma análise de convergência, no intuito de determinar o tamanho do domínio. São simulados cenários com 2 cilindros fixos em configuração *Side-by-Side*, e 4 cilindros fixos e em *VIV* para configuração *in-line* e *diamond*. Nos cenários com cilindros fixos, a separação entre centros de cilindros foi variada entre $1.5D$ e $5D$.

4.1 Configuração *side-by-side* para 2 cilindros fixos

Inicialmente foram realizadas simulações para dois cilindros em *Side-by-Side* (Figura 4.1), com $Re = 100$ e separação dos cilindros entre seus eixos de $T/D = 2.5$. A resolução espacial foi selecionada em acordo com trabalhos prévios (Pinto 2012[100] e Narváez 2015[86]), enquanto que foram analisados três tamanhos do domínio diferentes (L_x e L_y da Tabela 4.1) mantendo a discretização espacial e temporal para ver o grau de confinamento. A Tabela 4.2 mostra vários trabalhos de referência correspondentes a $Re = 100$ e $T/D = 2.5$, que são utilizados na avaliação do código.

Figura 4.1: Configuração de 2 cilindros fixos em *Side-by-Side*.

Os resultados da Tabela 4.1 mostram algumas diferenças, em comparação aos mostrados na Tabela 4.2, provavelmente devido ao cálculo de campo de pressões. Os \overline{C}_D obtidos nas três simulações, apresentam valores que superestimam os valores dos outros autores, entre 11% e 17%; \overline{C}_L apresenta um desvio em torno de 1%. O C'_L se ajustou melhor aos trabalhos de referência mais recentes. Para St , apresentam-se diferenças de 11% e 12%. Adotou-se o tamanho do domínio da simulação II, já que os coeficientes de força ajustam melhor do que os da simulação I. Além disso, o maior tamanho do domínio (Simulação III) não aprimorou os resultados, mas incrementou o tempo de processamento. Por isto, foi escolhido um tamanho intermediário que balanceie precisão e factibilidade da simulação em termos de tempo de processamento.

Tabela 4.1: Parâmetros das simulações de cilindros em *Side-by-Side*, com $Re = 100$ e $T/D = 2.5$, junto com os resultados do coeficiente de arrasto médio \overline{C}_D , valor absoluto do coeficiente de sustentação médio \overline{C}_L , *r.m.s* da flutuação do coeficiente de sustentação C'_L e número de Strouhal St . Estes valores correspondem tanto ao cilindro superior quanto o inferior.

Simulação	L_x	L_y	n_x	n_y	$\Delta x = \Delta y$	Δt	\overline{C}_D	$ \overline{C}_L $	C'_L	St
I	20	20	601	601	0.0333	0.001	1.675	0.192	0.244	0.1829
II	20	25	601	751	0.0333	0.001	1.659	0.193	0.243	0.1814
III	25	25	751	751	0.0333	0.001	1.656	0.194	0.245	0.1814

Tabela 4.2: Resultados de trabalhos de referência para $Re = 100$ e $T/D = 2.5$.

Autor	Método numérico	\overline{C}_D	\overline{C}_L	C'_L	St
Kang 2003[51]	IBM - Volumes finitos	1.434	0.18	0.271	0.164
Lee <i>et al.</i> 2009[67]	IBM - Volumes finitos	1.425	0.18	0.17	-
Bao <i>et al.</i> 2013[9]	Elementos finitos	1.44	0.18	0.21	-
Carini <i>et al.</i> 2014[20]	DNS	1.408	-	0.266	0.163
Chen <i>et al.</i> 2015a[23]	IBM - Volumes finitos	1.49	0.18	0.24	-
Singha <i>et al.</i> 2016[112]	Volumes finitos	1.413	-	0.282	0.164

A análise de convergência de malha e de passo de tempo, mostrou baixa sensibilidade quando a resolução espacial e temporal foram aprimoradas, sendo que a diferença dos resultados, em relação à simulação mais refinada (Simulação VI), é da ordem de 0.3%. A escolha do tamanho do domínio, e o refinamento espaço-temporal foi baseado nos seguintes critérios: a diferença de erros nos resultados e ao passo de tempo que usa menos recursos. Desta maneira, foi adotado o refinamento espaço-temporal que corresponde à simulação IV (Tabela 4.3). O tempo adimensional nas simulações foram de $t^* = 1000$, e para séries temporais onde não parecia ter um padrão de convergência foi de $t^* = 2000$.

Cabe ressaltar que, devido à simetria do arranjo com respeito à direção do escoamento, o valor absoluto dos resultados de \overline{C}_L (Tabelas 4.1 e 4.3) são os mesmos para ambos cilindros. Para o cilindro 1, \overline{C}_L é positivo, e para o cilindro 2 negativo.

Tabela 4.3: Resultados das simulações variando o passo de tempo e discretização espacial para $Re = 100$ e $T/D = 2.5$.

Simulação	L_x	L_y	n_x	n_y	$\Delta x = \Delta y$	Δt	\overline{C}_D	$ \overline{C}_L $	C'_L	St
IV	20	25	601	751	0.0333	0.00125	1.660	0.193	0.243	0.1814
V	20	25	601	751	0.0333	0.0005	1.657	0.193	0.242	0.1814
VI	20	25	801	1001	0.025	0.0005	1.652	0.193	0.240	0.1813

Os valores de \overline{C}_D para diferentes separações T/D , mostrados na Figura 4.2, têm a mesma tendência dos resultados de outros autores, porém superestima ligeiramente os valores. As flutuações do coeficiente de sustentação C'_L , em função do espaçamento T/D (Figura 4.3), se ajustaram muito bem em relação aos resultados dos outros trabalhos. Os \overline{C}_L do cilindro 1 mostrados na Figura 4.4 se ajustam melhor aos trabalhos de referência do que os resultados de \overline{C}_D (Figuras 4.2). Segundo estes resultados, a separação dos cilindros T/D tem uma forte influência no coeficiente de sustentação: para uma menor separação dos cilindros T/D , maior é o $|\overline{C}_L|$ que tenta separá-los.

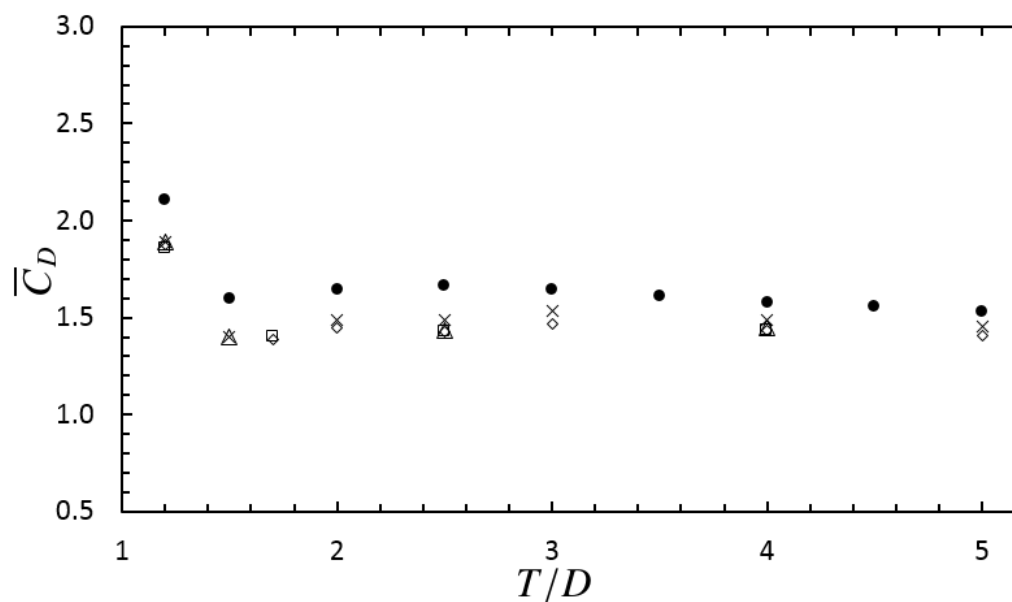


Figura 4.2: Variação de \overline{C}_D em função de T/D para dois cilindros *side-by-side*. \diamond Kang 2003[51], \square Lee *et al.* 2009[67], \triangle Bao *et al.* 2013 [9], \times Chen *et al.* 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Presente trabalho.

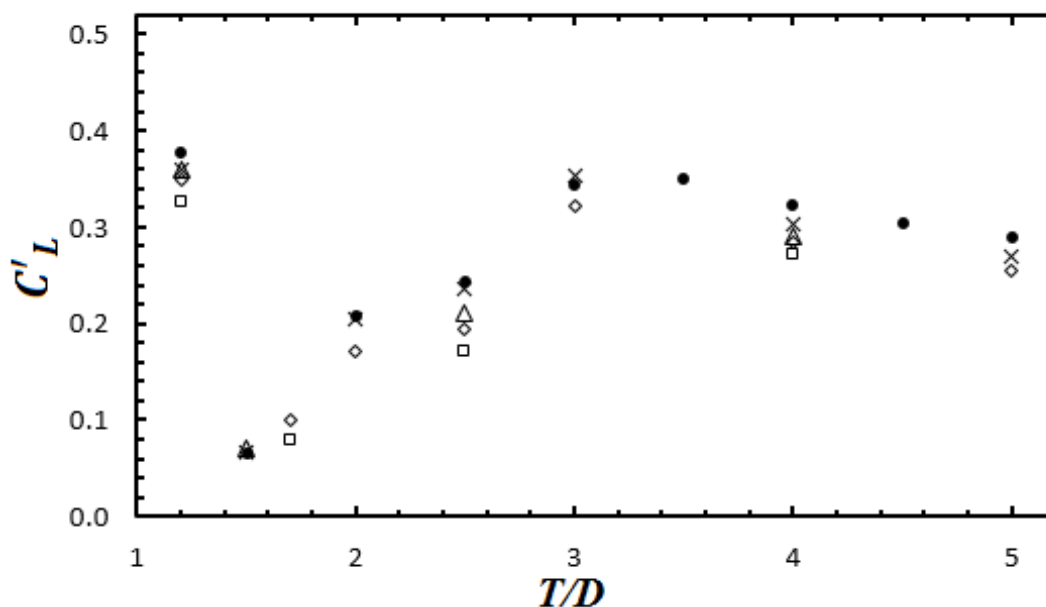


Figura 4.3: Variação de C'_L em função de T/D para dois cilindros em *side-by-side* e $Re = 100$. \diamond Kang 2003[51], \square Lee *et al.* 2009[67], \triangle Bao *et al.* 2013 [9], \times Chen *et al.* 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Presente trabalho.

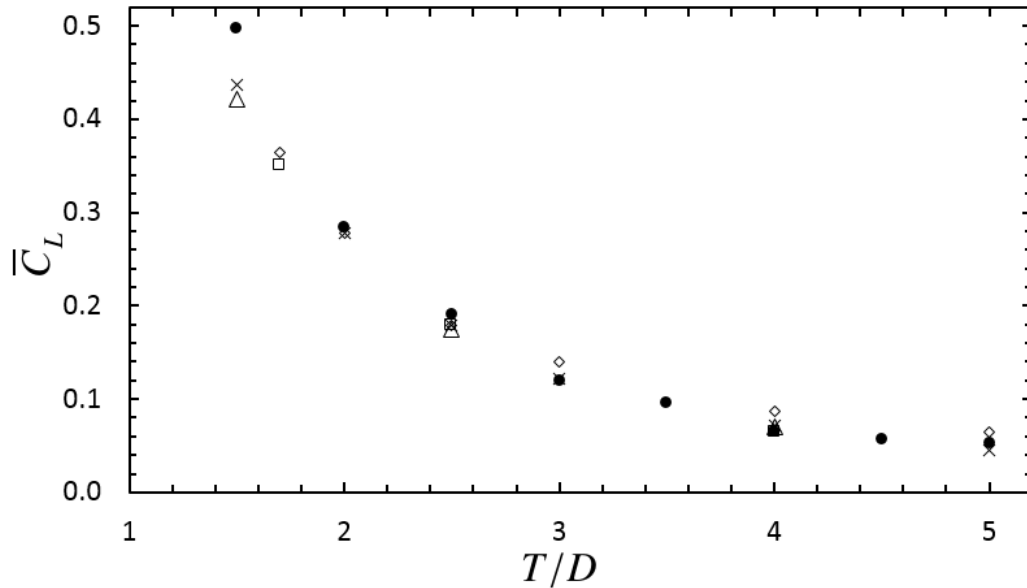


Figura 4.4: Variação de \overline{C}_L em função de T/D para dois cilindros em *side-by-side* e $Re = 100$. \diamond Kang 2003[51], \square Lee *et al.* 2009[67], \triangle Bao *et al.* 2013[9], \times Chen *et al.* 2015a[23] e 2015b[22], \bullet Cilindro 2 do presente trabalho.

4.2 Configuração quadrada *in-line* para 4 cilindros fixos

Foram realizadas simulações para $Re = 200$ e espaçamento no intervalo $1.5 \leq L/D \leq 5.0$. Deve-se notar que para a configuração quadrada *in-line*, a separação entre cilindros é $L/D = S/D = T/D$ (Figura 4.5).

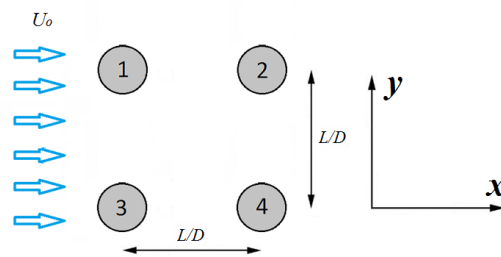


Figura 4.5: Disposição de 4 cilindros fixos em configuração quadrada *in-line*.

A Figura 4.6 mostra o campo de vorticidade, para vários espaçamentos. Quando $L/D = 1.5$, a esteira de vórtices a jusante dos 4 cilindros se assemelha à esteira despreendida a jusante de um único corpo. Para $L/D = 2$, os vórtices não apresentam uma forma tão bem definida como

em outros casos. Para um espaçamento de $L/D = 3$, pode ser visto que a esteira de vórtices dos cilindros superiores é mais larga do que a esteira dos cilindros inferiores. Por outra parte, para $L/D = 4$, a esteira é mais estreita e tanto os cilindros superiores e inferiores, apresentam aproximadamente a mesma largura, embora seus vórtices sejam assimétricos. Estas duas esteiras mostram assimetria, o que fica evidente nas flutuações do coeficiente de sustentação (Figura 4.8).

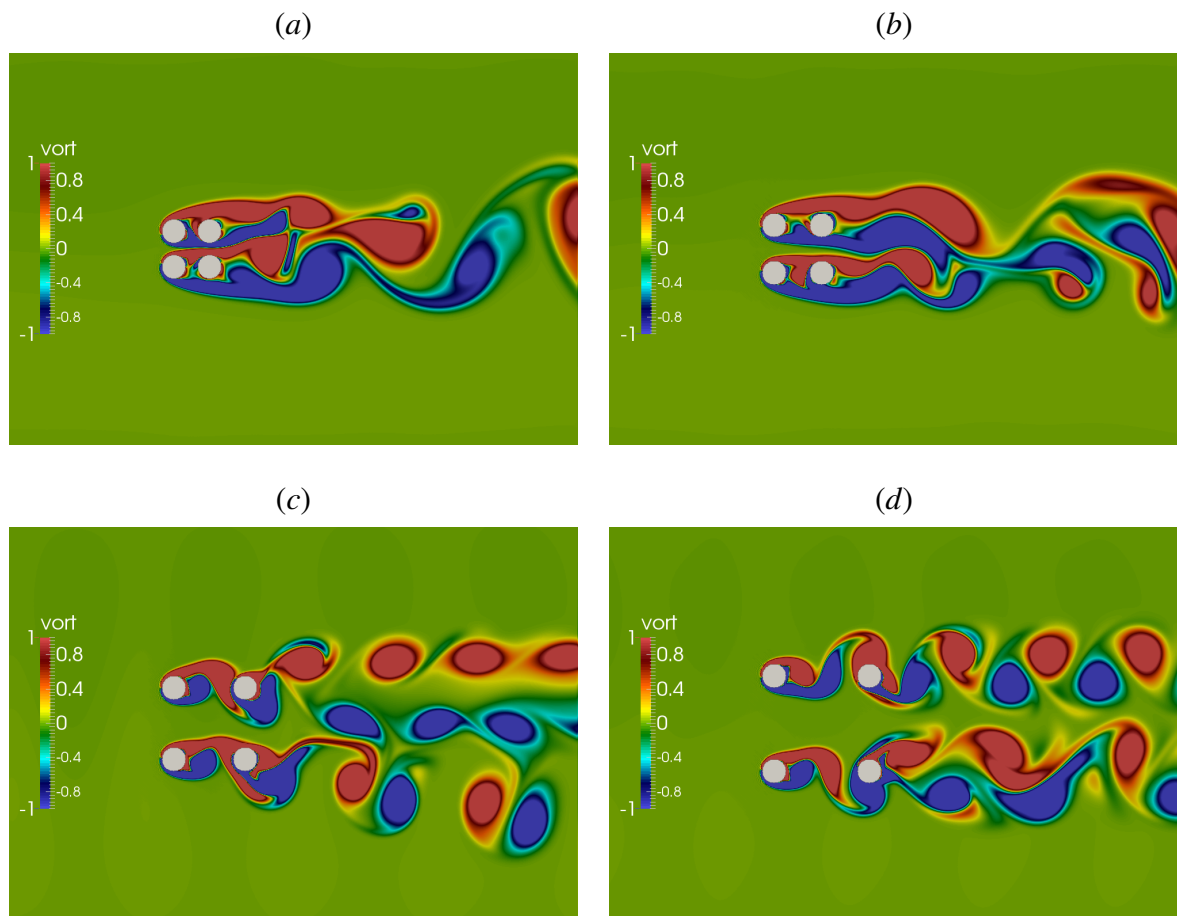


Figura 4.6: Campo de vorticidades de 4 cilindros fixos para diferentes separações L/D : (a) $L/D = 1.5$, (b) $L/D = 2$, (c) $L/D = 3$, (d) $L/D = 4$.

Os coeficientes de arrasto médios calculados para os cilindros de montante (1 e 3) não mostram uma clara dependência em relação ao espaçamento, enquanto que \bar{C}_D dos cilindros de jusante, apresentam maiores variações quando o espaçamento é incrementado (Figura 4.7). Quando $L > 2D$, as esteiras dos cilindros a montante impactam os cilindros de jusante, fazendo com que eles tenham maiores valores de \bar{C}_D . Para $L > 3D$ os cilindros a montante apresentam desprendimento de vórtices.

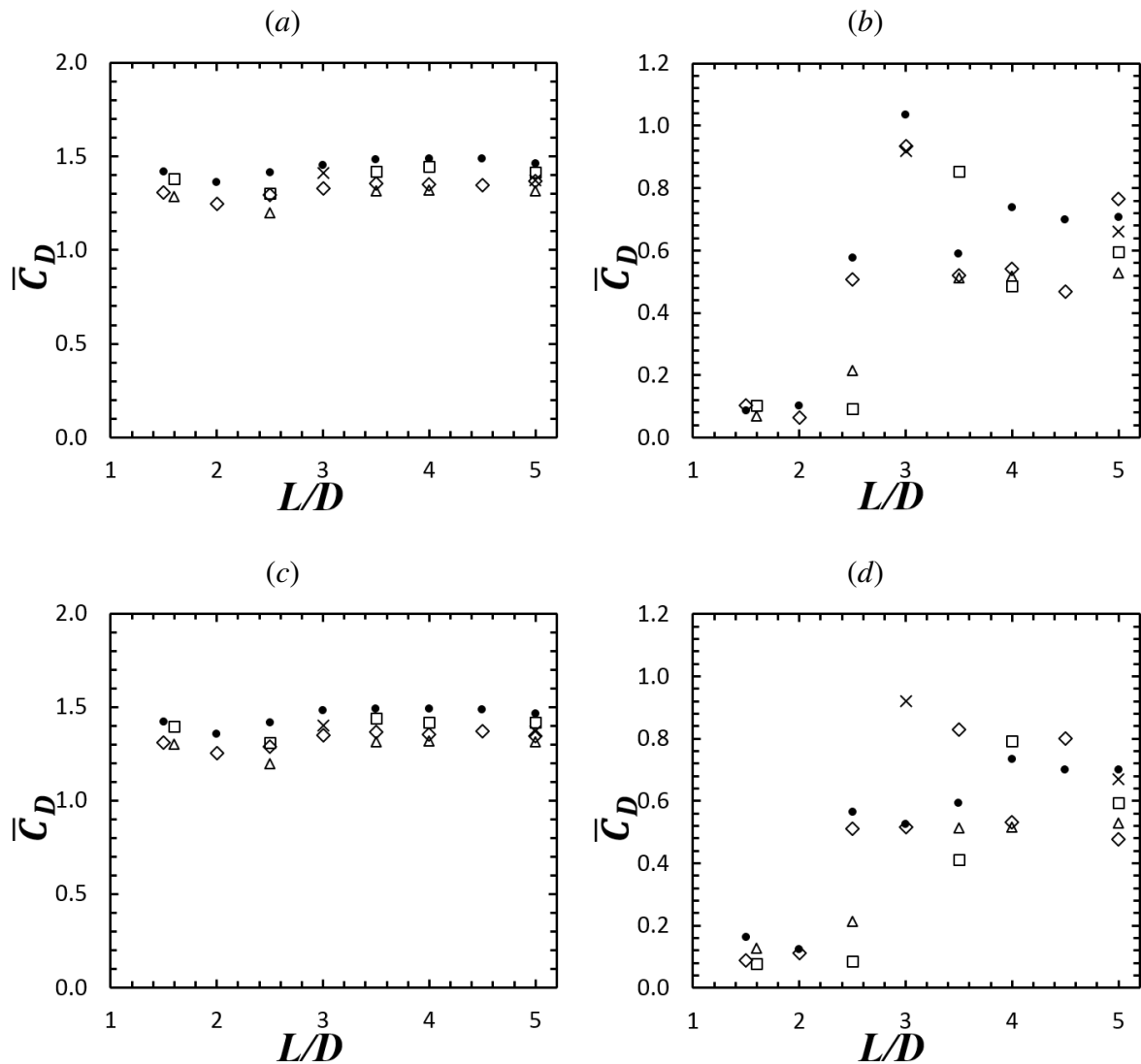


Figura 4.7: Variação de \bar{C}_D , em função de L/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Zhao *et al.* 2016[145], \square Lam *et al.* 2008[64], \triangle Han *et al.* 2013[35], \times Farrant *et al.* 2000[29], \bullet Presente trabalho.

Os valores de C'_L se ajustam bem aos trabalhos de referência (Figura 4.8). Para separações de $L/D \geq 2.5$, os vórtices dos cilindros a montante influem fortemente nos cilindros a jusante, o que explica o abrupto incremento do C'_L nos 4 cilindros (Figura 4.8). Por outra parte, o valor do pico do C'_L dos cilindros de jusante é aproximadamente duas vezes o dos cilindros de montante.

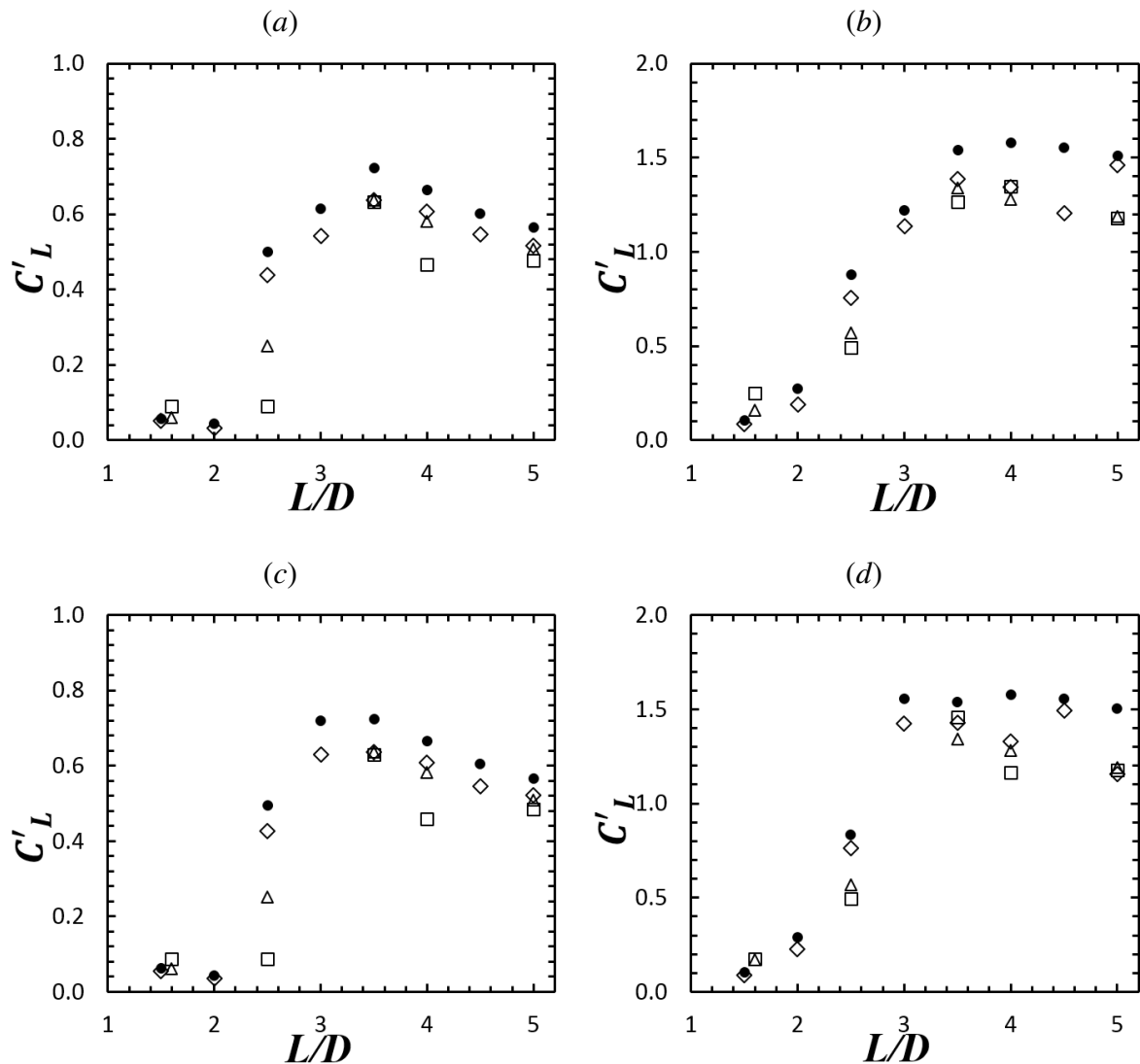


Figura 4.8: Variação de C'_L em função de L/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Zhao *et al.* 2016[145], \square Lam *et al.* 2008[64], \triangle Han *et al.* 2013[35], \bullet Presente trabalho.

Na Figura 4.9, são mostrados os valores de \overline{C}_L em função de L/D . Observa-se que quanto mais próximos estão os cilindros, \overline{C}_L aumenta, semelhante ao que ocorre no caso de em *Side-by-Side*. Os cilindros de jusante apresentaram menores valores do que de montante. Isto parece mostrar que os cilindros de montante ajudam a diminuir esta força nos cilindros de jusante. Cabe ressaltar que os cilindros de montante são os mais afetados pelo escoamento, pois sempre apresentam valores maiores do que os cilindros de jusante, tanto para \overline{C}_D quanto também para $|\overline{C}_L|$.

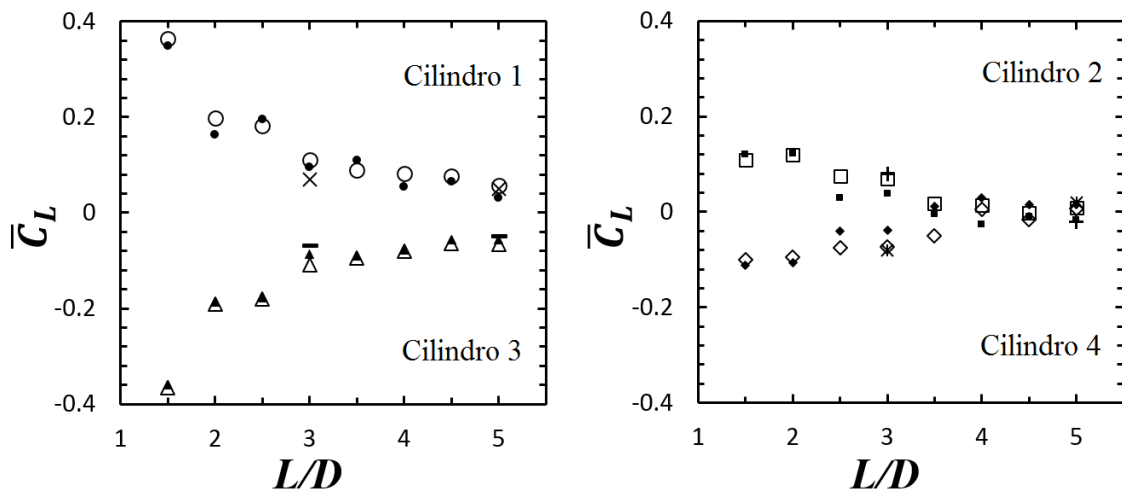


Figura 4.9: Variação de \bar{C}_L em função de L/D . Valores para Zhao *et al.* 2016[145] (○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, △ Cilindro 3, ◇ Cilindro 4). Valores para Farrant *et al.* 2000[29] (× Cilindro 1, + Cilindro 2, - Cilindro 3, * Cilindro 4). Valores Presente trabalho (● Cilindro 1, ■ Cilindro 2, ▲ Cilindro 3, ◆ Cilindro 4). Esquerda: cilindros de montante. Direita: cilindros de jusante.

Os valores de St calculados para diferentes separações de centros dos cilindros L/D , e $Re = 200$ são comparados com os trabalhos de Farrant *et al.* 2000[29], Lam *et al.* 2008[64] e Han *et al.* 2013[35]. St é obtido a partir da série temporal de \bar{C}_L , pois no espectro de frequência, o valor de St corresponde à frequência com maior energia.

Os resultados da Figura 4.10, mostram que St tende monotonamente a $St \approx 0.20$ à medida que a separação aumenta. Este valor corresponde a St de um cilindro isolado (Thompson *et al.*, 1996 [125]; Meneguini e Bearman, 1995 [78]; Song e Song, 2003 [113]). Os valores do presente trabalho mostrados na Figura 4.10, pertencem a todos os cilindros, exceptuando para $L/D = 1.6$, neste espaçamento o valor é para o cilindro 2.

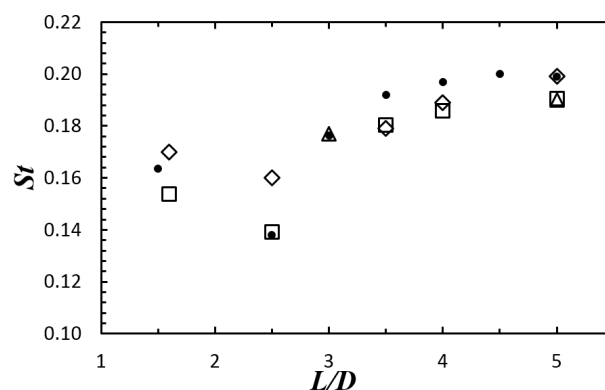


Figura 4.10: Variação de St em função de L/D . ◇ Lam *et al.* 2008[64], □ Han *et al.* 2013[35], △ Farrant *et al.* 2000[29], ● Presente trabalho.

4.3 Configuração *diamond* para 4 cilindros fixos

Agora são feitas simulações para quatro cilindros em configuração *diamond* (Figura 4.11), com $Re = 200$ e separação dos cilindros entre seus eixos de $P/D = 3.5$.

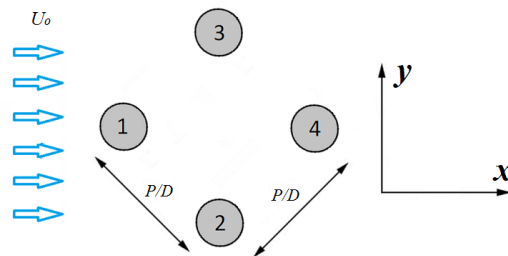


Figura 4.11: Disposição de 4 cilindros fixos em configuração *diamond*.

São poucos os estudos experimentais onde são estudados 4 cilindros em um escoamento com Re baixos para fazer uma melhor comparação com a realidade. Lam *et al.* (2003a [65] e 2003b [66]) fizeram um estudo experimental para 4 cilindros em configuração *diamond*. Lam *et al.* (2003a [65]) mostra uma visualização com $Re = 200$ e $P/D = 4.0$ (Figura 4.12 (a)). Na Figura 4.12 (b) é mostrada o campo de vorticidades de uma simulação com as mencionadas condições. Aqui pode ser observado a semelhança entre linhas de emissão mostradas no experimento e o campo de vorticidades numericamente obtido usando mesmos parâmetros de Re e P/D , (Figura 4.12(b)).

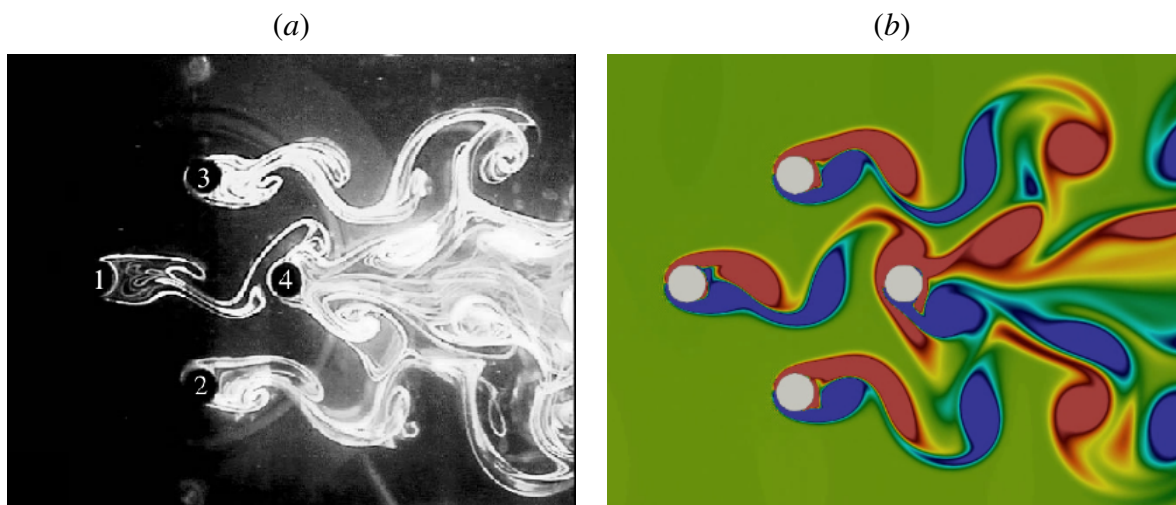


Figura 4.12: Visualização de desprendimento de vórtices para $P/D = 4.0$ e $Re = 200$: (a) Experimento de Lam *et al.* 2003a[65], (b) presente trabalho.

A Figura 4.13 dos cilindros nesta configuração é um pouco diferente do que para a quadrada *in-line*. Os cilindros que estão em posição "*Side-by-Side*" (cilindros 2 e 3) apresentam maiores valores de \overline{C}_D do que os cilindros em posição "*Tandem*" (cilindros 1 e 4). Na Figura 4.13 são mostrados resultados de outros trabalhos para verificar os do presente trabalho.

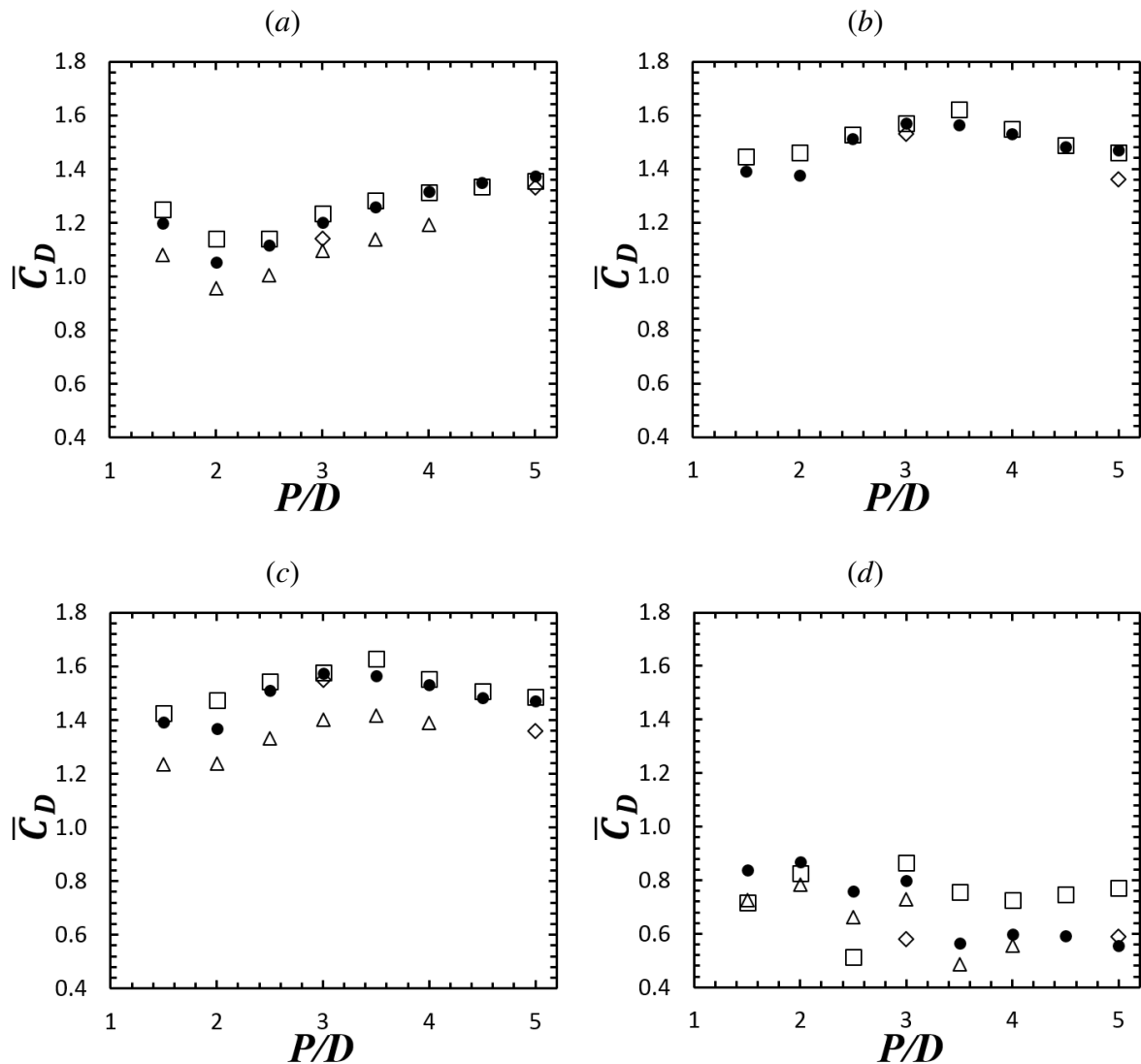


Figura 4.13: Variação de \overline{C}_D , em função de P/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \diamond Farrant *et al.* 2000[29], \square Zou *et al.* 2011[150], \triangle Han *et al.* 2013[35], \bullet Presente trabalho.

Na Figura 4.14 estão todos os resultados dos \overline{C}_D para os 4 cilindros superpostos, para ter uma melhor visão entre eles. Quando a separação aumenta, os valores de \overline{C}_D do cilindro 1 tendem a ser igual aos valores dos cilindros 2 e 3, enquanto que para o cilindro 4 fica menor. Isto acontece, porque o cilindro 4 é afetado pela esteira do cilindro 1, e os demais cilindros comportam-se como cilindros isolados pela maior separação. É de ressaltar que os valores de

\overline{C}_D dos cilindros 2 e 3 são iguais.

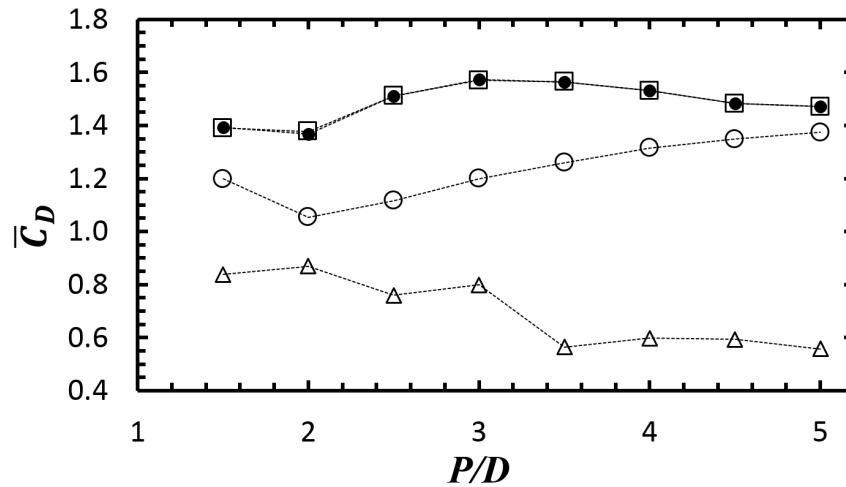


Figura 4.14: Variação de \overline{C}_D , em função de P/D dos 4 cilindros superpostos. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.

A Figura 4.15 mostra a comparação de C'_L com outros autores. Os resultados também são satisfatórios, mas diferente da configuração *in-line*, estes resultados mostram maior simetria para os cilindros 2 e 3, quando comparado com os coeficientes de força para cilindros em "*Side-by-Side*".

Na Figura 4.16 estão superpostos os resultados mostrados na Figura 4.15 deste trabalho. Isso para comparar melhor os resultados de todos os cilindros. Observa-se que quando a separação entre eles aumenta e está próxima de $P/D = 5$, as forças dos cilindros 1, 2 e 3 estão bem próximos entre eles, mas o cilindro 4, está sendo ainda influenciado pela esteira do cilindro 1, mostrando um valor diferente. Da mesma forma que com \overline{C}_D , porém de forma inversa, o cilindro 4 foi maior em C'_L .

Na Figura 4.17 observa-se os valores da variação de \overline{C}_L em função de P/D do presente trabalho e sua comparação com outros autores. Cabe ressaltar que foi feita uma simulação para uma separação $P/D = 1.2$, tendo como resultados, para os cilindros 2 e 3, valores de -0.776 e 0.772, respectivamente. Zou *et al.* 2011[150] obtiveram, correspondentemente, valores de -0.75 e 0.75. Por facilidade na visualização, os resultados desta simulação não são apresentados na Figura 4.17. Os resultados, para diferentes espaçamentos se ajustaram satisfatoriamente aos resultados de referência. Uma observação aqui é que os valores para os cilindros 1 e 4 foram desconsiderados nas Figuras 4.17 e 4.18, devido a que são valores iguais e próximos a zero.

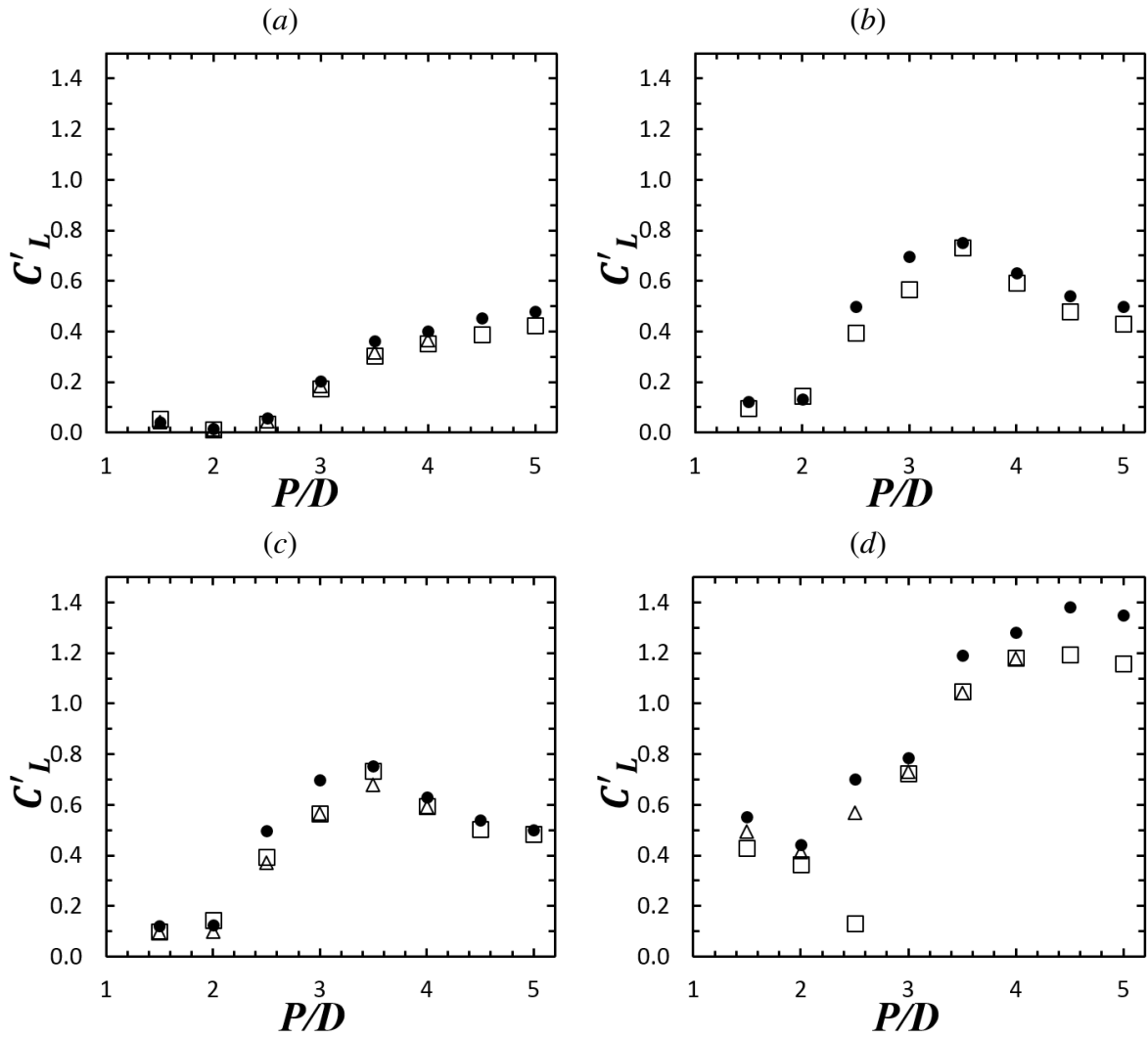


Figura 4.15: Variação de C'_L em função de P/D : (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \square Zou *et al.* 2011[150], \triangle Han *et al.* 2013[35], \bullet presente trabalho.

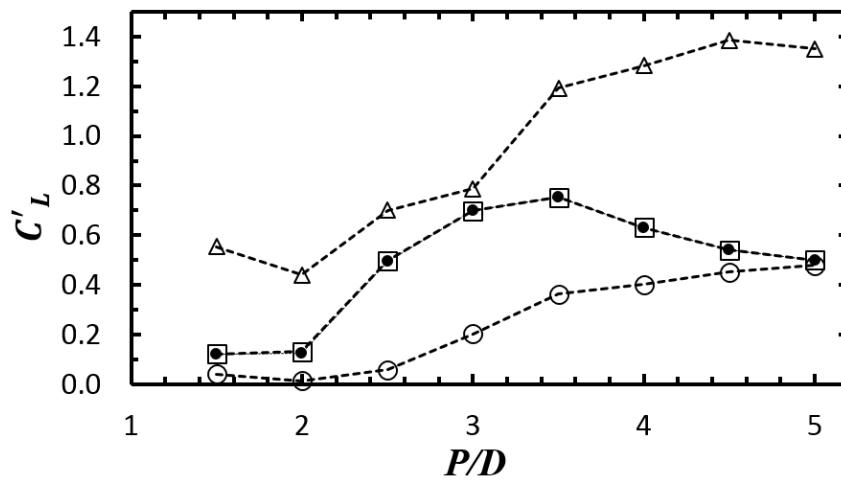


Figura 4.16: Variação de C'_L , em função de P/D dos 4 cilindros superpostos. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

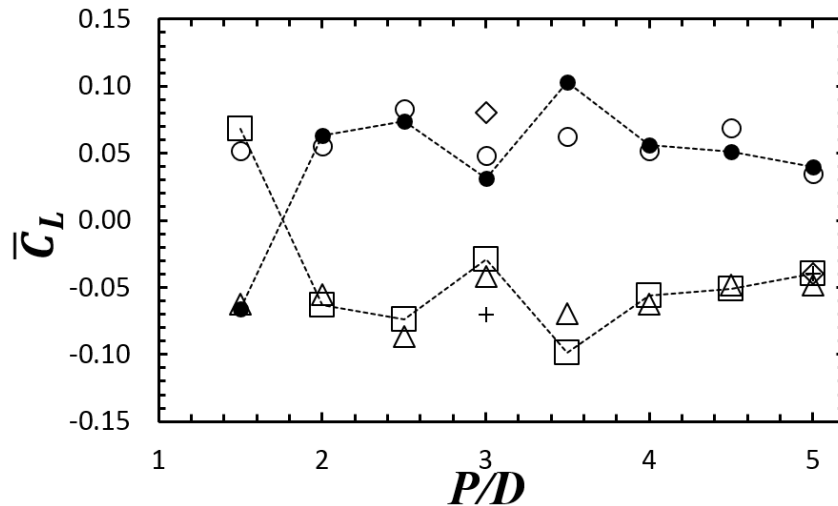


Figura 4.17: Variação de \bar{C}_L em função de P/D . Farrant *et al.* 2000[29] (+ Cilindro 2, ◊ Cilindro 3), Zou *et al.* 2011[150] (Δ Cilindro 2, ○ Cilindro 3), Presente trabalho (□ Cilindro 2, ● Cilindro 3).

Para as separações $1.2 < P/D < 1.8$ se identificou um fenômeno caracterizado pela inversão de sinal da sustentação média \bar{C}_L entre os cilindros 2 e 3 (Figura 4.18). Visando analisar esta inversão de sinal, realizaram-se visualizações de campos de pressão e magnitude da velocidade (Π e $|\vec{u}|$). Para uma separação de centros de cilindros $P/D = 1.4$, os quatro cilindros têm um comportamento de um só cilindro, isto observado no campo de pressão (Figura 4.20) e no campo de vorticidade (Figura 4.22). As velocidades na região entre cilindros são quase nulas. Os cilindros 2 e 3, apresentam uma série temporal de \bar{C}_L com a mesma forma, só que com sinais contrárias, e desfasados meio ciclo. (Figura 4.19)

Para $P/D = 1.6$, há um maior fluxo entre os cilindros (injeção de momentum). Os vórtices desprendidos ainda atuam como se os quatro cilindros fossem um único corpo. Nesta região ($1.4 < P/D < 1.75$), \bar{C}_L muda de sinal (Figura 4.19), o que mostra uma série temporal de \bar{C}_L para diferentes espaçamentos. O cilindro 2 apresenta valores acima do cilindro 3. A série temporal de \bar{C}_L para o cilindro 3 é igual à do cilindro 2, mas com sinal contrário e desfasada meio ciclo (destacado entre círculos vermelhos na Figura 4.19).

Para $P/D = 2.5$, os quatro cilindros têm um espaçamento suficiente como para gerar esteiras quase independentes. A Figura 4.19 mostra que quando um cilindro alcança um máximo local em \bar{C}_L , o outro cilindro faz o mesmo em sentido contrário. Observando a Figura 4.20, sem importar o instante de tempo, os cilindros sempre estão tentando se separar um do outro.

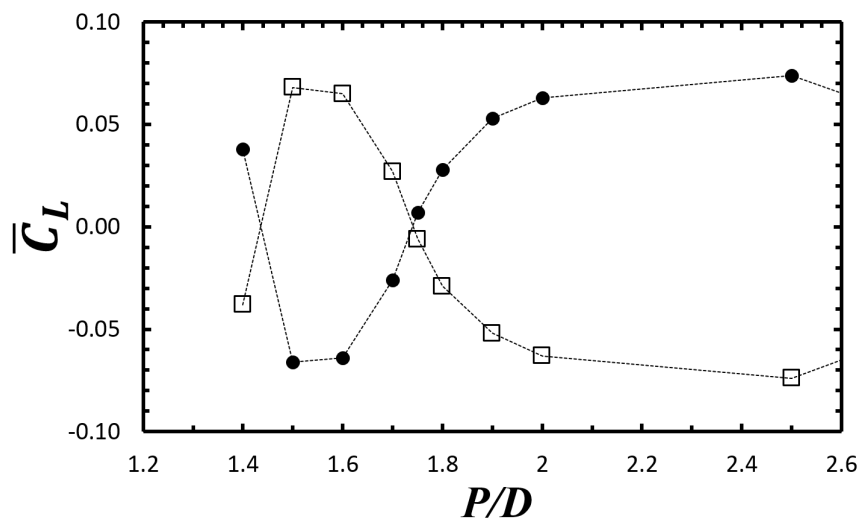


Figura 4.18: Variação de \bar{C}_L em função de P/D . Presente trabalho (\square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3).

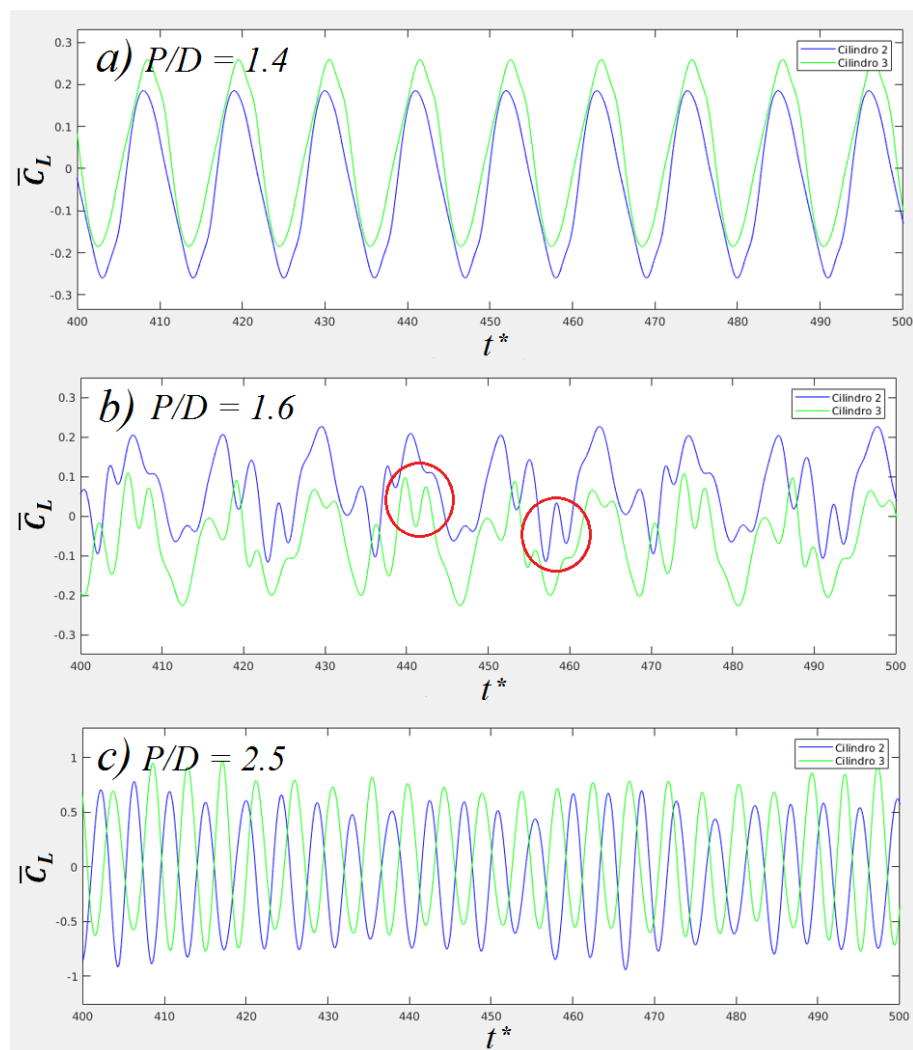


Figura 4.19: Série temporal de \bar{C}_L dos cilindros 2 e 3, para a) $P/D = 1.4$, b) $P/D = 1.6$ e c) $P/D = 2.5$.

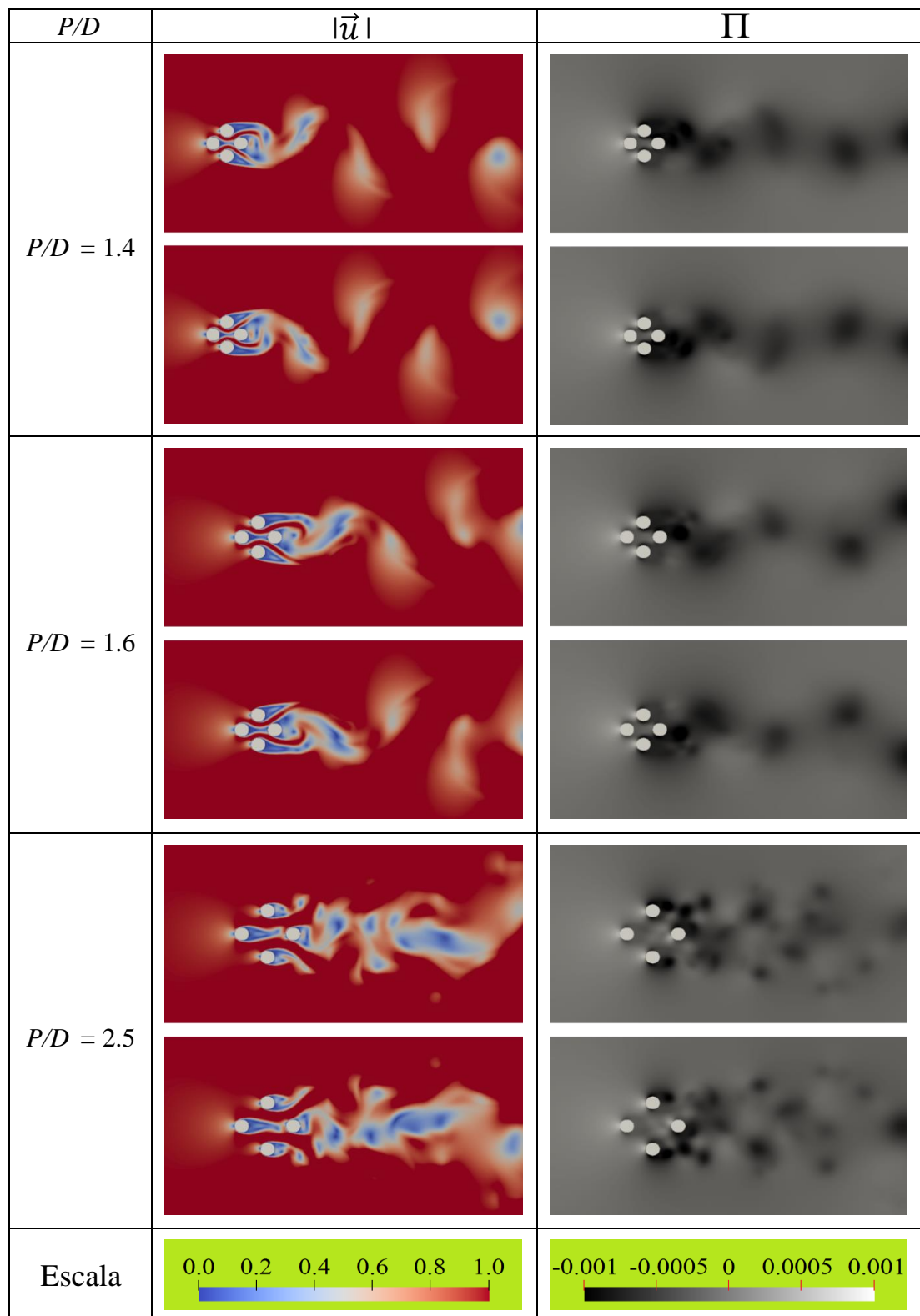


Figura 4.20: Campos de velocidade e pressão para diferentes separações em dois instantes de tempo.

A Figura 4.21 mostra os valores de St para os 4 cilindros em uma configuração *diamond*. Quando os cilindros têm uma separação $2 \leq P/D \leq 3$, apresentam-se vários valores de St , como é visto para os resultados do presente trabalho, Zou *et al.* 2011[150] e Han *et al.* 2013[35]. Para o espaçamento $P/D = 2$, os cilindros que estão em posição "*Side-by-Side*" tem maior St do que para os cilindros em "*Tandem*", mas para uma separação de $P/D = 2.5$ sucede o contrário, o valor de St é maior na posição "*Tandem*" do que para o "*Side-by-Side*". Depois, com o aumento da separação, os valores de todos os cilindros vão convergindo a um mesmo valor, próximo de 0.19 – 0.20, igual ao que foi mostrado na configuração quadrada *in-line*. Para maior separação, os cilindros comportam-se como cilindros isolados.

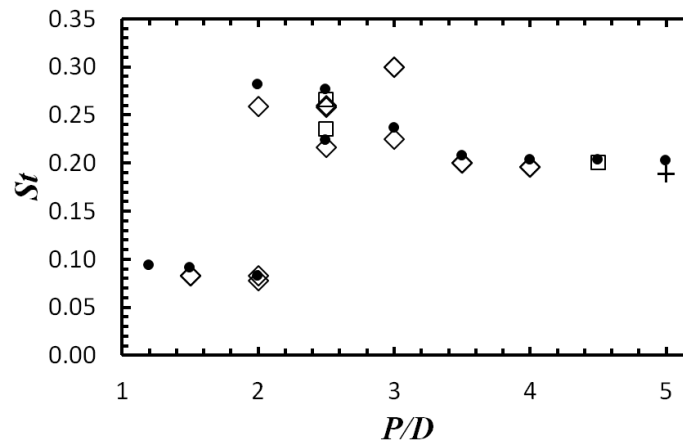


Figura 4.21: Variação de St em função de P/D . + Farrant *et al.* 2000[29], \square Zou *et al.* 2011[150], \diamond Han *et al.* 2013[35], \bullet Presente trabalho.

A Figura 4.22 mostra o campo de vorticidades para diferentes separações dos cilindros. Quando há espaçamentos entre $1.2 \leq P/D \leq 2$, apresenta-se um comportamento típico de um cilindro isolado fixo, mas de grande tamanho, com vórtices maiores do que os desprendidos para separações maiores.

Os vórtices desprendidos para espaçamentos $P/D = 2.5$ e $P/D = 3$ são mais instáveis, até chegar a um ponto onde a separação dos cilindros é suficiente para ter vórtices estáveis de novo, e podem ser preditos.

Para separações $P/D \geq 3.5$, os vórtices se mostram mais organizados. Os vórtices desprendidos pelo cilindro 4 vão para onde os vórtices desprendidos pelos cilindros 2 e 3. Os vórtices que giram em sentido anti-horário vão para os vórtices inferiores, enquanto que para os vórtices em sentido horário do cilindro 4, vão para os vórtices superiores.

Finalmente, quando existem separações maiores, os vórtices desprendidos pelo cilindro 4,

tomam uma trajetória entre os vórtices dos cilindros 2 e 3 sem ser afetados pelos vórtices superiores e inferiores.

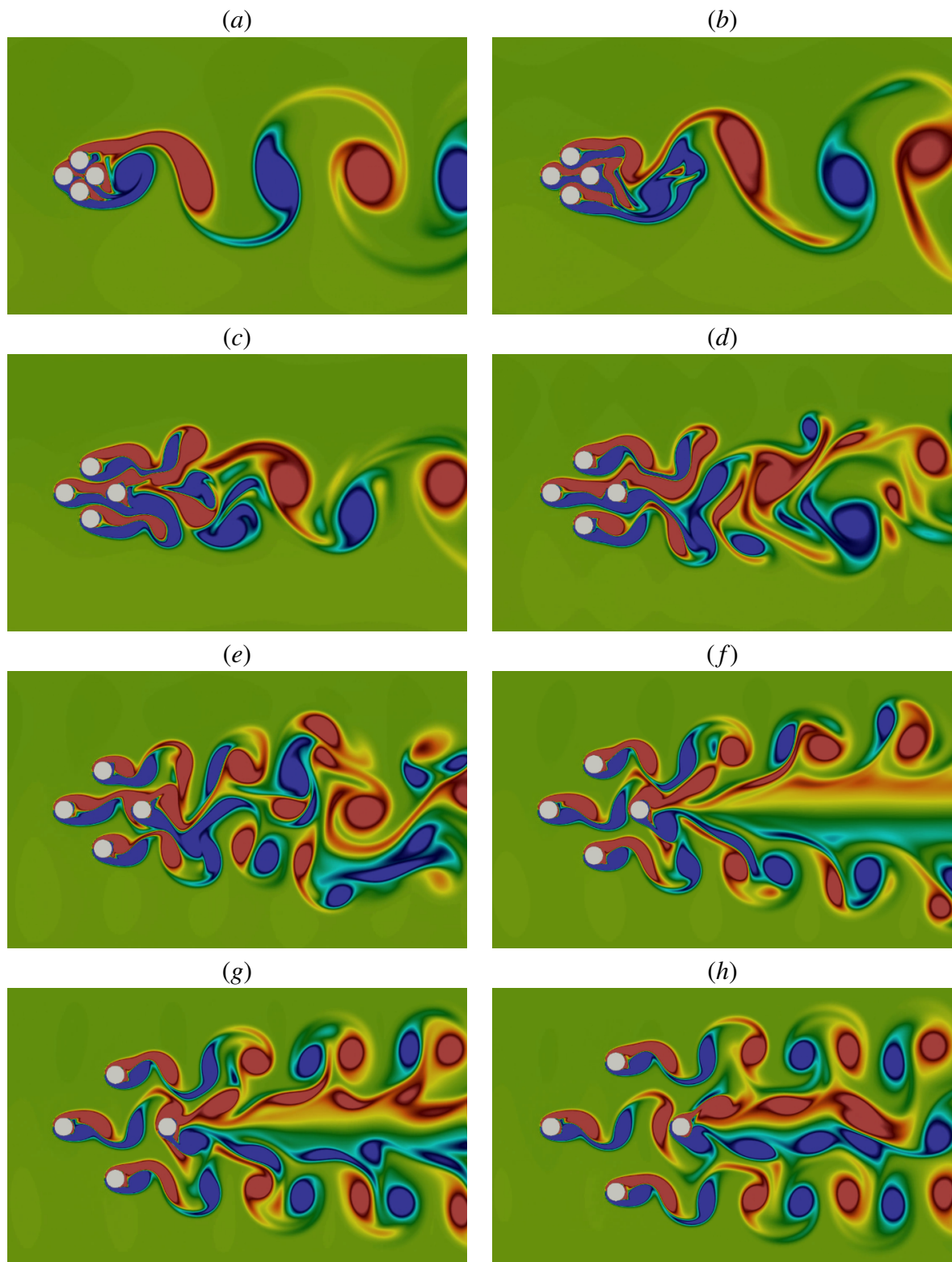


Figura 4.22: Campo de vorticidades de 4 cilindros fixos em configuração *diamond* para diferentes separações P/D : (a) $P/D = 1.2$, (b) $P/D = 1.5$, (c) $P/D = 2$, (d) $P/D = 2.5$, (e) $P/D = 3$, (f) $P/D = 3.5$, (g) $P/D = 4$, (h) $P/D = 5$.

4.4 1 grau de liberdade para 4 cilindros em configuração *in-line*

Para o caso de *VIV* em 4 cilindros, foram feitas simulações com um grau de liberdade na direção transversal ao escoamento. Na Figura 4.23 é mostrado que os cilindros estão livres para oscilar na direção transversal ao escoamento, variando a velocidade reduzida no rango $1.0 \leq U^* \leq 14.0$, $Re = 150$ e $L/D = 3.5$, para logo ser comparado com o trabalho de Zhao *et al.* 2016 [145]. Como Re se mantém fixo a velocidade reduzida U^* aumenta se a f_n diminui. Sendo $f_n = \sqrt{k/m}$, f_n aumenta com o aumento de k ou com a diminuição de m .

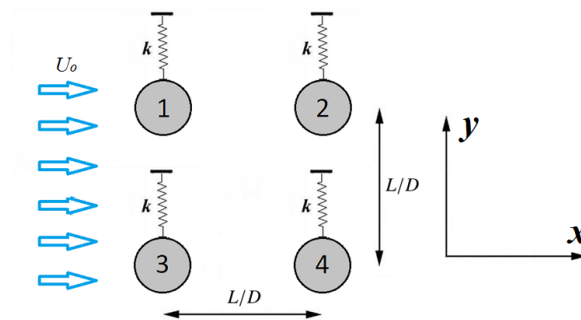


Figura 4.23: Configuração quadrada *in-line* de 4 cilindros com um grau de liberdade.

Da Figura 4.24, observa-se o deslocamento dos 4 cilindros na direção transversal ao escoamento, igualando a razão de massa de Zhao *et al.* 2016[145] com a adimensionalização feita por Shiels *et al.* (2001)[110], obteve-se $m^{**} = 3.92$.

Pôde se ver que as amplitudes dos cilindros de montante comportam-se semelhantes aos cilindros em *tandem* trabalhados por Borazjani e Sotiropoulos 2009[18] e Narváez 2015[86] mostrados na Figura 2.15, onde há uma ressonância predominante nas velocidades reduzidas menores a $U^* = 8$. Este fenômeno se apresenta quando a frequência de oscilação do cilindro e a frequência natural do sistema são quase iguais.

Nas Figuras 4.25 (a) e (b), mostram-se St e a variação de frequência dos 4 cilindros em *VIV* respetivamente. Os 4 cilindros têm um valor alto de St para $U^* = 4$, o que é traduzido à entrada da ressonância ou *galloping*, o cociente das duas frequências está perto de um (Figura 4.25 (b)). Depois St começa diminuir e ficar a um valor mais estável perto de 0.17.

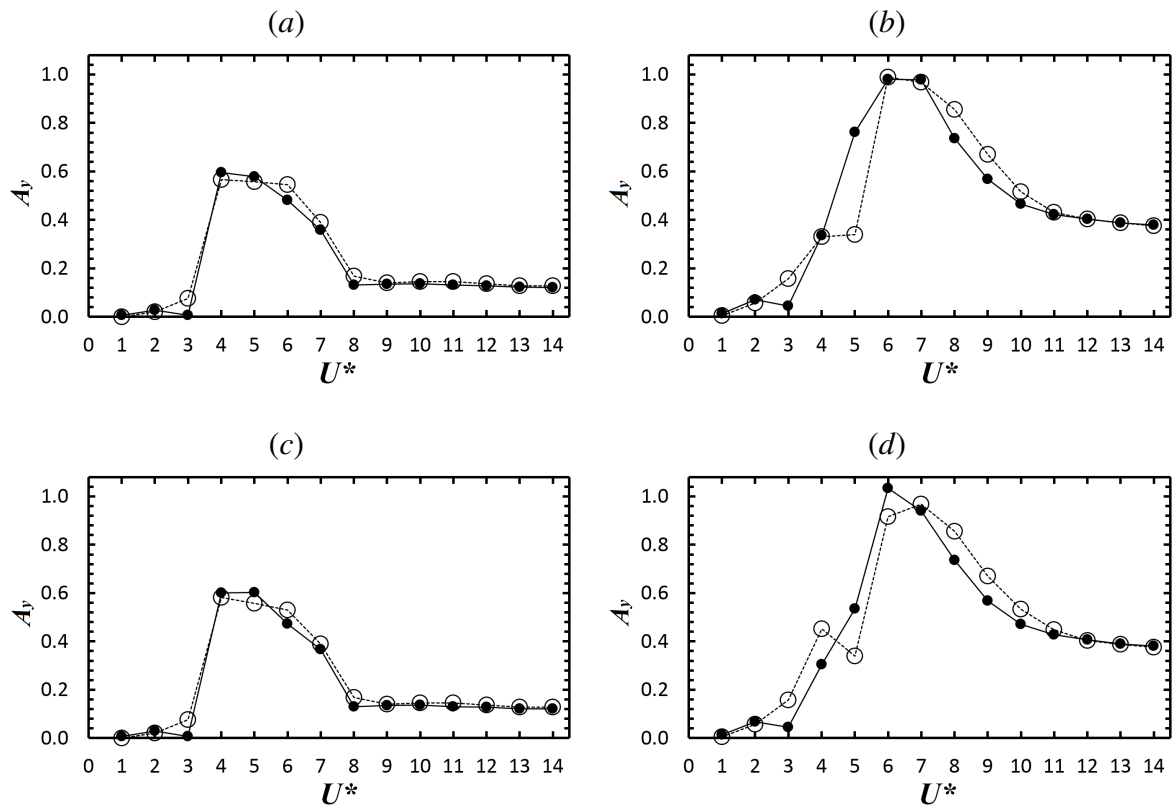


Figura 4.24: Deslocamento transversal A_y em função da velocidade reduzida U^* , com parâmetros de $\zeta = 0$, $Re = 150$, $L/D = 3.5$ e $m^{**} = 3.92$: (a) Cilindro 1, (b) Cilindro 2, (c) Cilindro 3, (d) Cilindro 4. \circ Zhao *et al.* 2016[145], \bullet Presente trabalho.

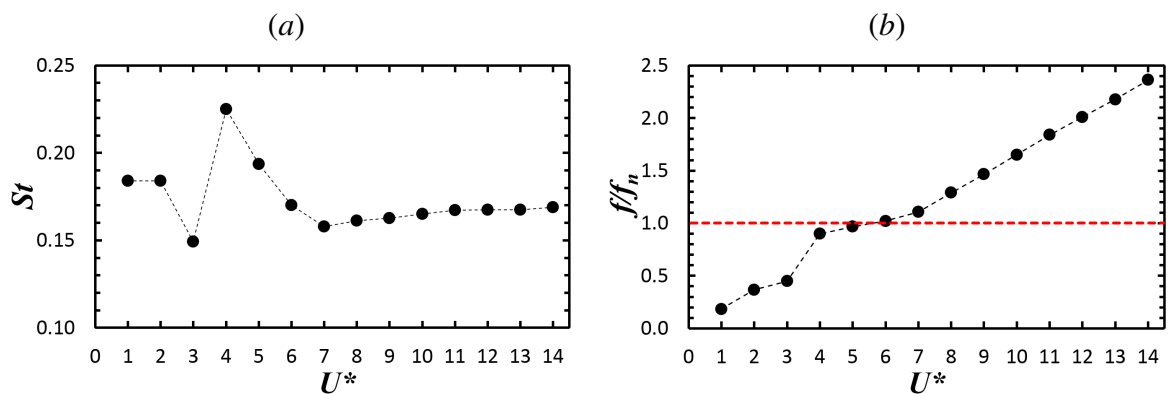


Figura 4.25: (a) Variação de St em função da velocidade reduzida U^* . (b) Variação da frequência de vibração em função da velocidade reduzida.

Na figura 4.26, os cilindros a jusante (2 e 4) apresentam valores de \bar{C}_D inferiores aos de montante (o mesmo que acontece para cilindros fixos). As maiores amplitudes dos cilindros de jusante correspondem a velocidades reduzidas $6 \leq U^* \leq 8$, obtiveram valores de \bar{C}_D praticamente iguais aos dos cilindros a montante.

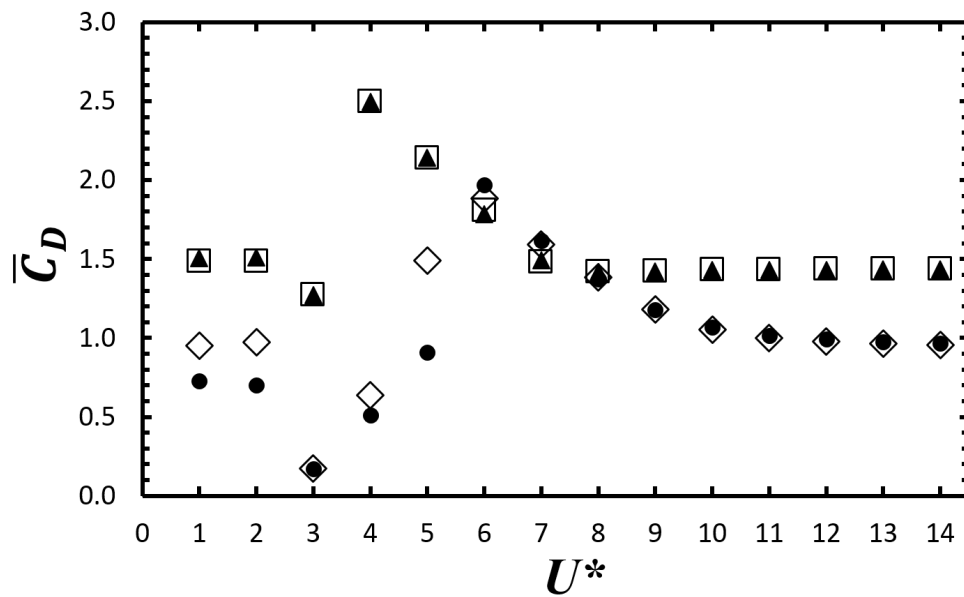


Figura 4.26: Variação de \bar{C}_D em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

O valor absoluto de \bar{C}_L dos cilindros a montante mostrados na Figura 4.27, foram em todo momento maiores do que os cilindros a jusante, a exceção nas velocidades reduzidas $U^* = 6$ e $U^* = 7$. Os cilindros a jusante alcançaram as máximas amplitudes, e sempre alcançando valores máximos na zona de *lock-in*, para depois ficar com valores constantes um pouco maiores a zero.

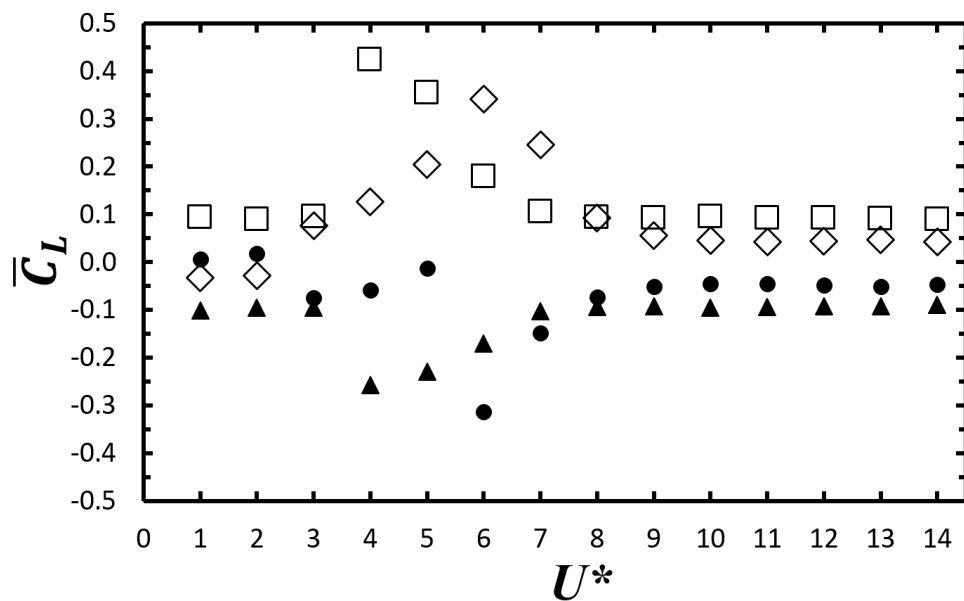


Figura 4.27: Variação de \bar{C}_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

Na figura 4.28, os cilindros de jusante têm valores altos de C'_L , para logo ter uma queda súbita quando entram na zona de *lock-in*. Os cilindros de montante também têm uma queda, mas não é tão brusca. Após sair do *lock-in*, os valores dos cilindros de montante e jusante tentam ficar estáveis aproximadamente em 0.3 e 0.95 respectivamente.

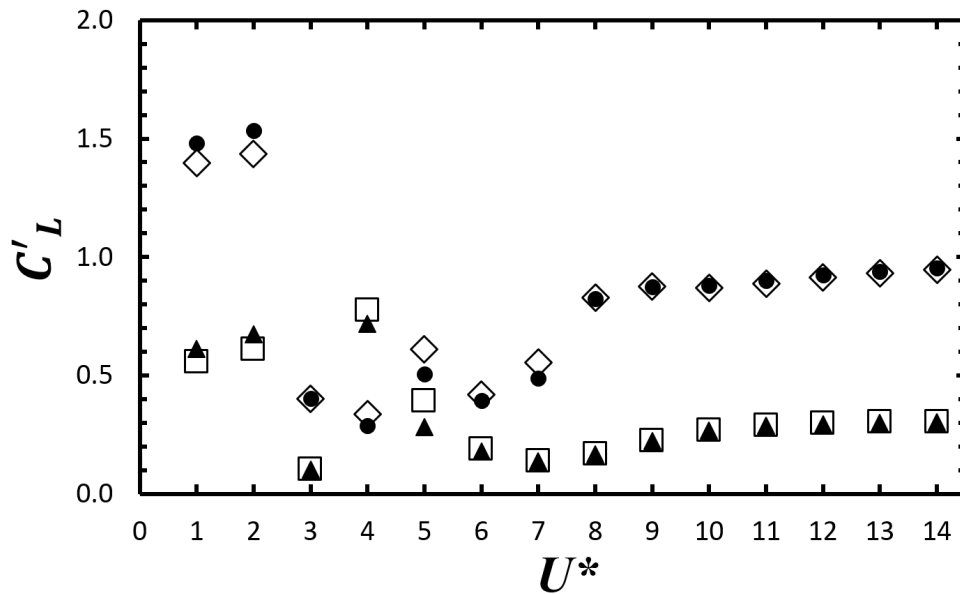


Figura 4.28: Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \diamond Cilindro 2, \blacktriangle Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

Após ter visto os resultados das forças presentes nos 4 cilindros, pôde-se notar que a velocidade reduzida não influencia muito para valores $U^* \geq 8$, pelo que todos os valores parecem convergir a partir dessa velocidade reduzida.

Capítulo 5

Resultados e discussão

Os cenários simulados são 4 cilindros em configuração quadrada *in-line* para $2gdl$, e *diamond* com 1 e $2gdl$, são calculadas as forças presentes em todos os cilindros, além de mostrar as suas trajetórias. Os parâmetros usados neste capítulo são $Re = 150$, espaçamento entre centro de cilindros de 3.5, $m^{**} = 12$, $\zeta = 0$, e velocidade reduzida no intervalo $1.0 \leq U^* \leq 14.0$. Serão mostrados resultados nas configurações mencionadas que, a conhecimento deste autor, não foram achados na literatura especializada.

5.1 Configuração *in-line* para 4 cilindros com $2gdl$

Existem poucos trabalhos feitos para 4 cilindros em *VIV*. Zhao *et al.* 2012 [143] fizeram um estudo numérico de 4 cilindros em *VIV* para dois graus de liberdade em configuração quadrada *in-line*, mas a diferença deste trabalho, eles tinham os 4 cilindros ligados como um só corpo.

A Figura 5.1 mostra a configuração dos 4 cilindros em *VIV*, com $2gdl$.

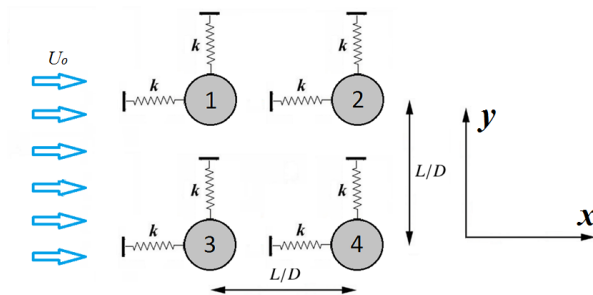


Figura 5.1: Configuração de 4 cilindros quadrada *in-line* para 2 graus de liberdade.

Na Figura 5.2 são mostradas as trajetórias dos 4 cilindros oscilando livremente em um escoamento com os parâmetros mencionados anteriormente no início deste capítulo.

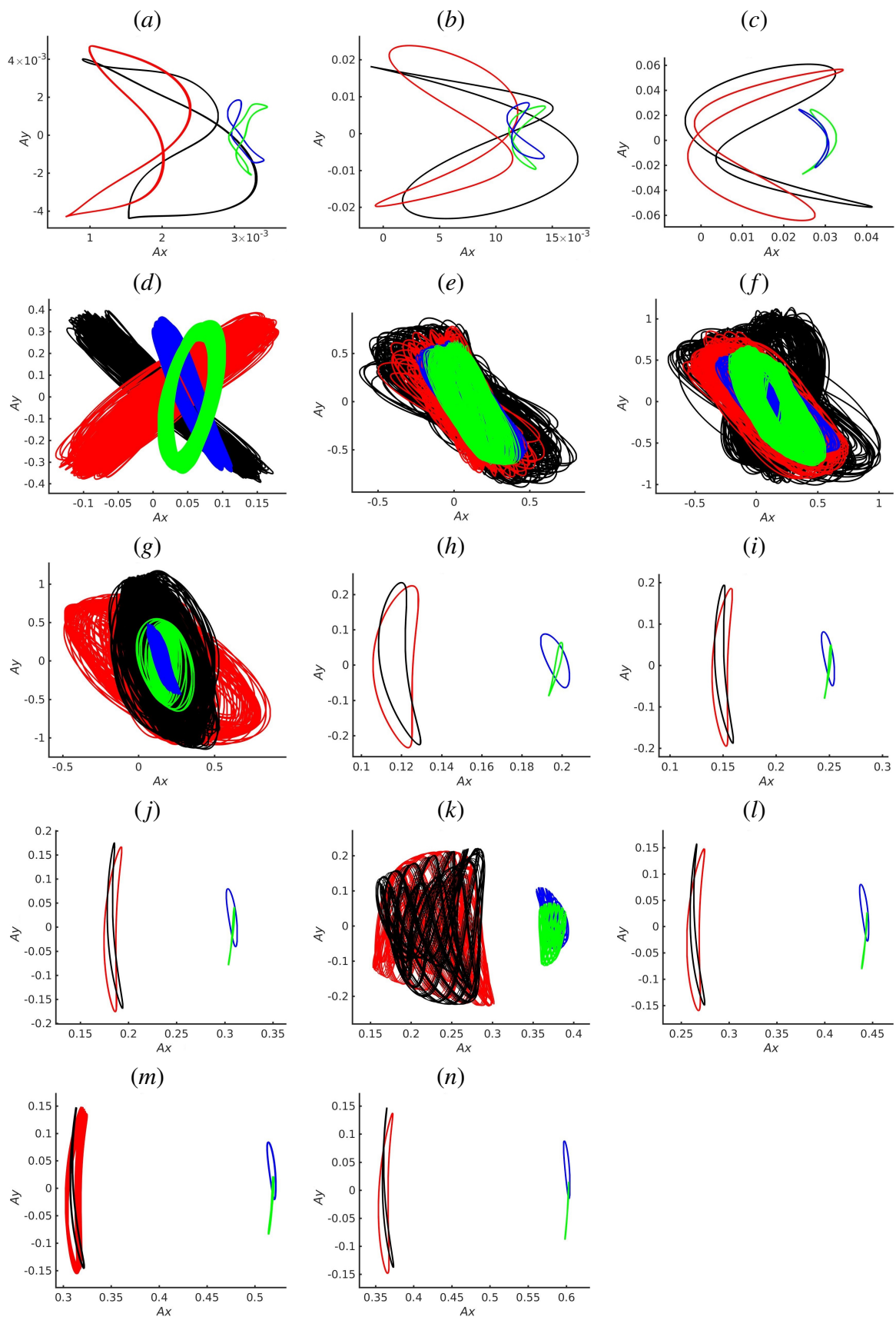


Figura 5.2: Trajetórias dos 4 cilindros em configuração *in-line*, $m^{**} = 12$ e $Re = 150$, para diferentes U^* . (a) $U^* = 1$, (b) $U^* = 2$, (c) $U^* = 3$, (d) $U^* = 4$, (e) $U^* = 5$, (f) $U^* = 6$, (g) $U^* = 7$, (h) $U^* = 8$, (i) $U^* = 9$, (j) $U^* = 10$, (k) $U^* = 11$, (l) $U^* = 12$, (m) $U^* = 13$, (n) $U^* = 14$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.

As trajetórias dos cilindros quando estão dentro da zona do *lock-in* ($4 < U^* < 7$), parecem ter uma forma bastante definida, levemente periódica. As outras trajetórias sim têm uma forma bem definida, mesmo para uma velocidade reduzida $U^* = 11$, onde não têm as mesmas amplitudes por cada oscilação, mas este movimento se repete ao longo de várias oscilações (Figura 5.3). Também cabe ressaltar que à medida que aumenta U^* , os cilindros são mais deslocados da sua posição original, na direção paralela ao escoamento (Figura 5.2).

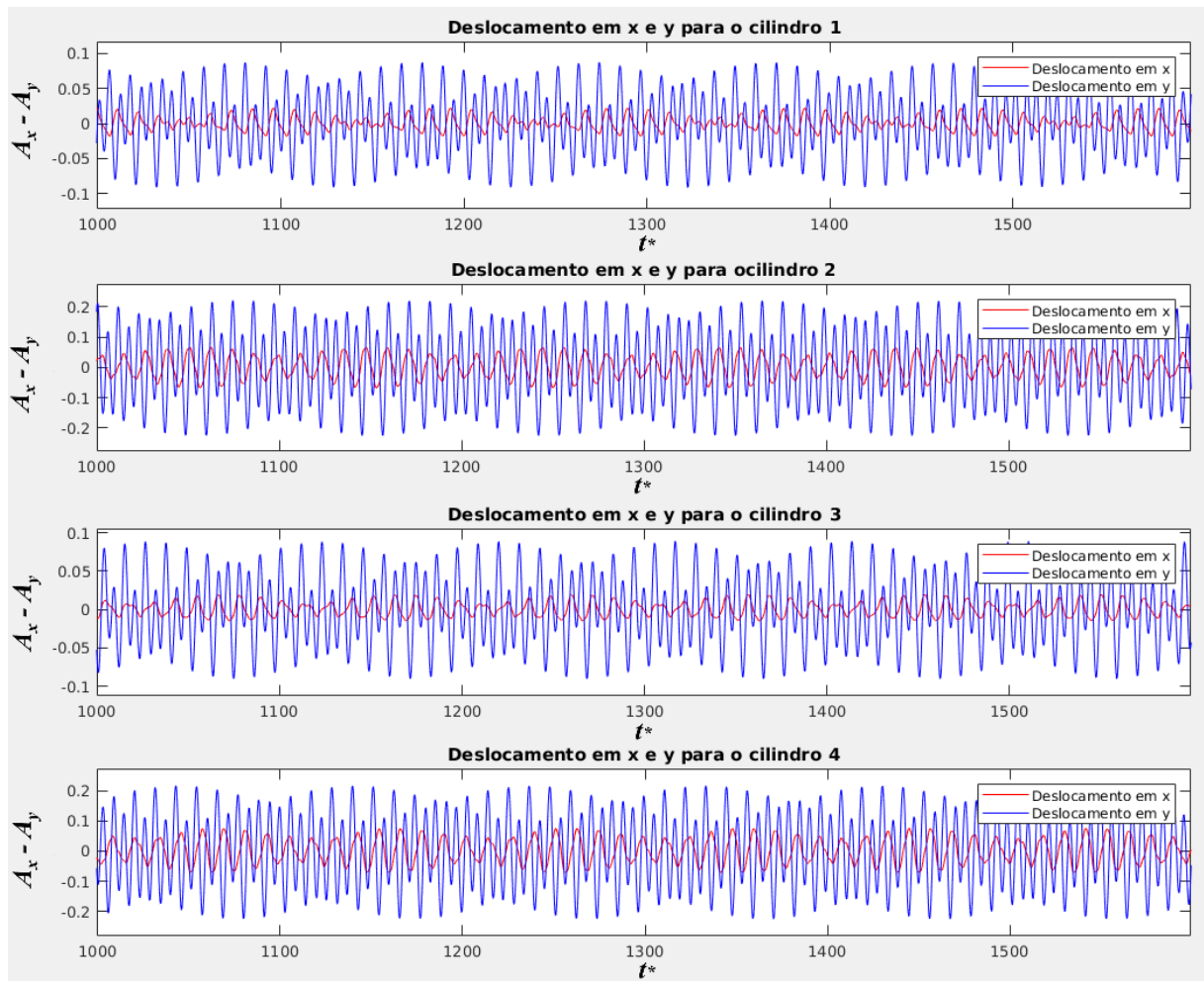


Figura 5.3: Amplitudes dos 4 cilindros em função do tempo para $U^* = 11$.

Além das oscilações que tem cada cilindro nas direções x e y , para $U^* = 11$, observa-se que estas oscilações têm outro movimento (de baixa frequência), mostrando que têm dois modos de vibração, fenômeno observado só para esta velocidade reduzida.

Nas Figuras 5.4 e 5.5 mostram-se o número de Strouhal St e a razão de frequências dos cilindros (f/f_n), os quais não apresentam muita diferença, se comparados para a mesma con-

figuração com um grau de liberdade (Figuras 4.25(a) e (b)). Em ambos casos, o intervalo de *lock-in* é o mesmo, mas para $U^* = 3$, o valor de St para dois graus de liberdade, foi maior do que para um grau de liberdade. O valor de St é o mesmo para os 4 cilindros.

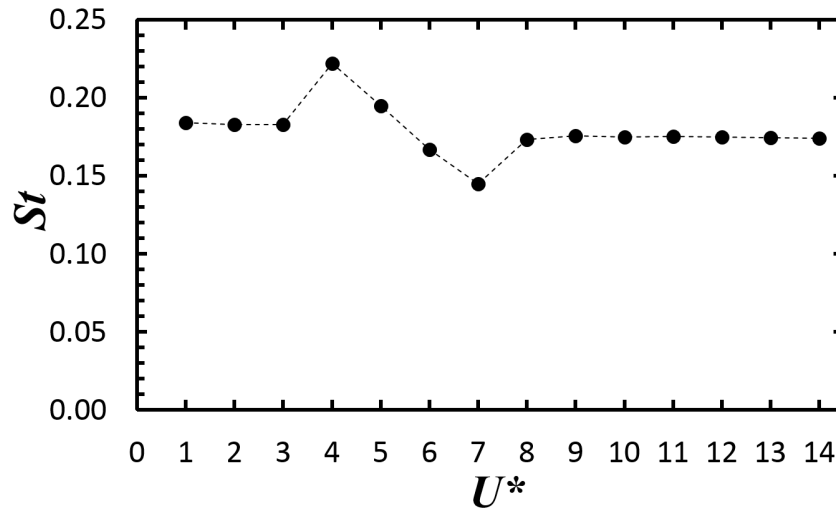


Figura 5.4: Número de Strouhal dos 4 cilindros em função de U^* , para uma configuração quadrada *in-line* com dois graus de liberdade.

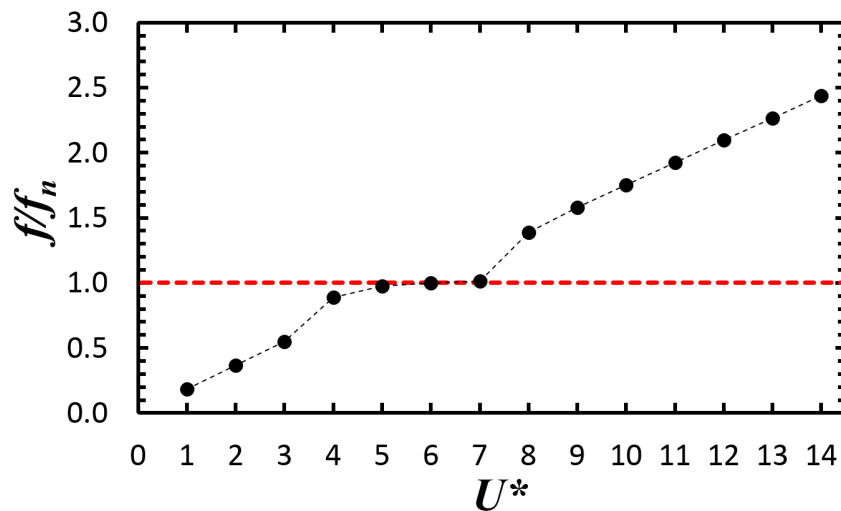


Figura 5.5: Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função de U^* para uma configuração quadrada *in-line*.

A Figura 5.6 mostra os valores de \bar{C}_D dos 4 cilindros, com valores semelhantes ao caso de um grau de liberdade, mostrando que sempre os cilindros de montante têm valores maiores que os cilindros de jusante. Além dos valores correspondentes do coeficiente de arrasto para um e dois graus de liberdade alcançam valores semelhantes, mesmo quando m^{**} é aumentada quase o triplo, isto era de esperar-se, pois segundo a Equação 2.3, este coeficiente não depende de m^{**} .

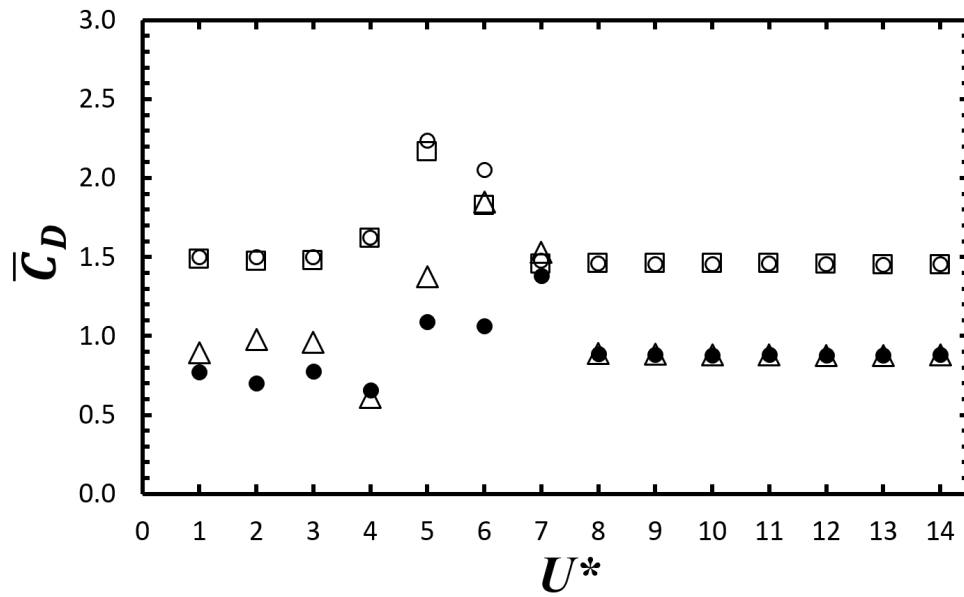


Figura 5.6: Variação de \bar{C}_D em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \triangle Cilindro 2, \circ Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

Na Figura 5.7 mostra-se os valores de \bar{C}_L , onde em todo momento os cilindros a montante estiveram repelindo-se entre eles, enquanto que os cilindros de jusante se atraem, e depois de sair da zona do *lock-in*, têm valores bem próximos a zero.

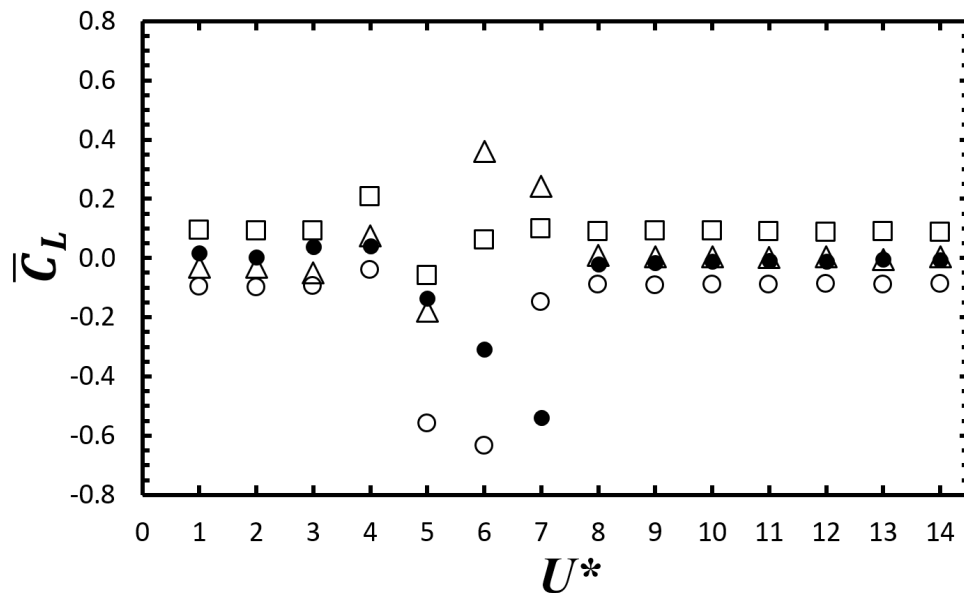


Figura 5.7: Variação de \bar{C}_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \triangle Cilindro 2, \circ Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

A Figura 5.8 mostra que C'_L também não têm muita diferença com os valores para o caso de 4 cilindros em configuração *in-line* em um grau de liberdade (Figura 4.28), mostrando valores

maiores nos cilindros de jusante do que nos cilindros de montante, mas para $U^* = 4$, os 4 cilindros tiveram valores bem próximos entre eles.

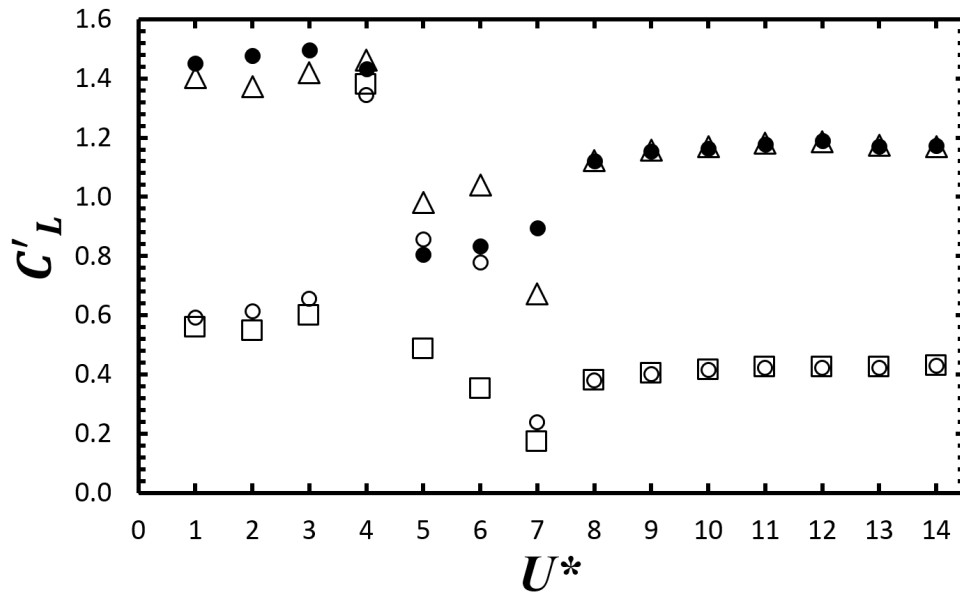


Figura 5.8: Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \triangle Cilindro 2, \circ Cilindro 3, \bullet Cilindro 4.

5.2 Configuração *diamond* para 4 cilindros

5.2.1 Caso com 1 *gdl*

A Figura 5.9 mostra a configuração *diamond*, onde os cilindros oscilam livremente na direção transversal ao escoamento. Aqui são mostrados os resultados obtidos para 1 *gdl*, e parâmetros como $Re = 150$, $P/D = 3.5$ e velocidade reduzida no intervalo $1.0 \leq U^* \leq 14.0$.

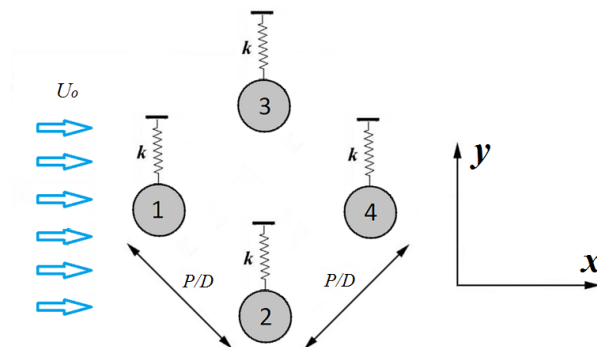


Figura 5.9: Configuração *diamond* de 4 cilindros para 1 grau de liberdade.

Estudos em *VIV* para um grau de liberdade na direção transversal ao escoamento para 4 cilindros em configuração *diamond*, também são escassos, por isso o interesse em realizar estudos para esta configuração. Aqui são avaliadas as amplitudes e as forças presentes nos cilindros.

As amplitudes de todos os cilindros, variando U^* é mostrado na Figura 5.10. As amplitudes do cilindro 1, que está a montante, sempre foram menores do que os outros cilindros, a exceção para $U^* = 4$, onde o cilindro 4 experimentou o mesmo fenômeno ocorrido na configuração *in-line* (Figura 4.24), menor amplitude comparado com os cilindros 1, 2 e 3. Logo, o cilindro 4 alcançou amplitudes bem altas no intervalo $5 \leq U^* \leq 9$. Finalmente, para $U^* > 9$, as amplitudes de todos os cilindros caem e se mantém mais ou menos constantes.

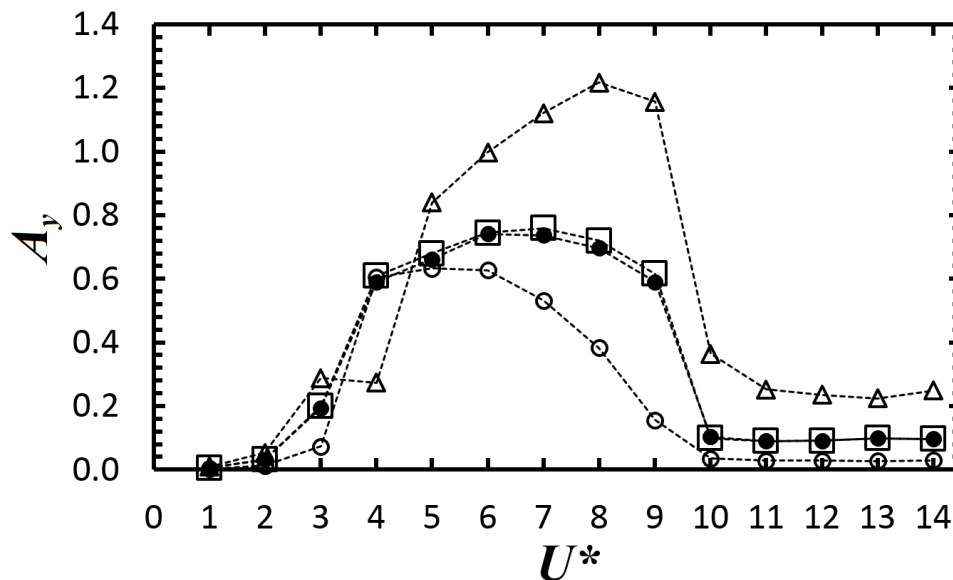


Figura 5.10: Amplitude dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

A Figura 5.11 tem os valores de St das velocidades reduzidas avaliadas no intervalo $1 \leq U^* \leq 14$. Observa-se que no intervalo $4 < U^* < 9$, obtiveram-se dois valores de St . Os cilindros que estão em posição "*Tandem*" (cilindros 1 e 4) tiveram uma queda nos valores, mas os cilindros em posição "*Side-by-Side*" (cilindros 2 e 3) obtiveram quase o dobro do valor dos cilindros 1 e 4. Logo, ao sair da zona do *lock-in* (Figura 5.12), os 4 cilindros ficam de novo com a mesma razão de frequência f/f_n , iniciando com um valor um pouco maior que 2.

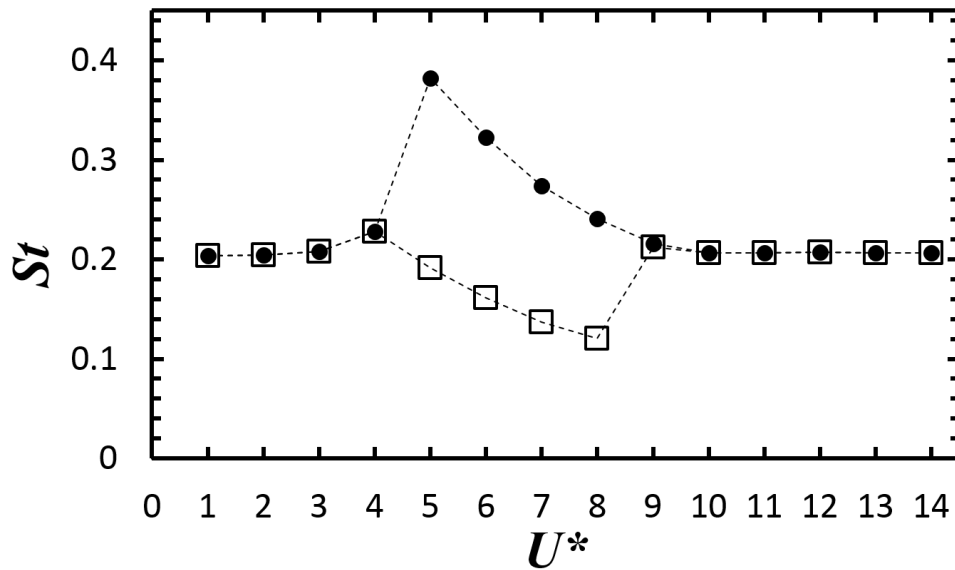


Figura 5.11: St dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida U^* . \square Cilindros 1 e 4, \bullet Cilindros 2 e 3.

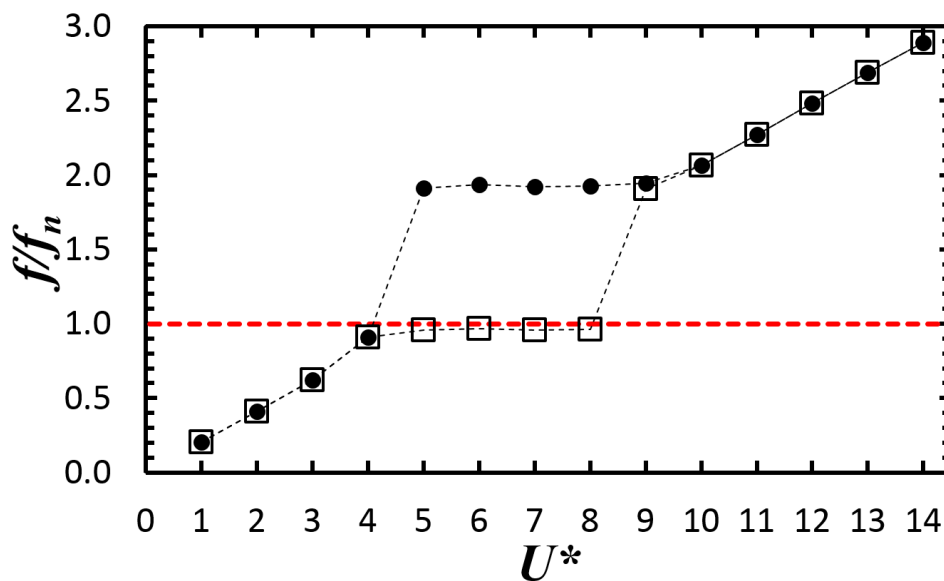


Figura 5.12: Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida U^* . \square Cilindros 1 e 4, \bullet Cilindros 2 e 3.

Todos os cilindros apresentam um aumento de \bar{C}_D à entrada da zona do *lock-in* (Figura 5.13). Logo, os valores de \bar{C}_D vão descendo a medida que aumenta a velocidade reduzida, mas como pode ser visto na figura, quando $U^* = 4$, o cilindro 4 teve seu menor valor de \bar{C}_D . Observa-se que o cilindro 4 teve o menor valor de \bar{C}_D , quando também teve a menor amplitude de oscilação comparado com os outros cilindros.

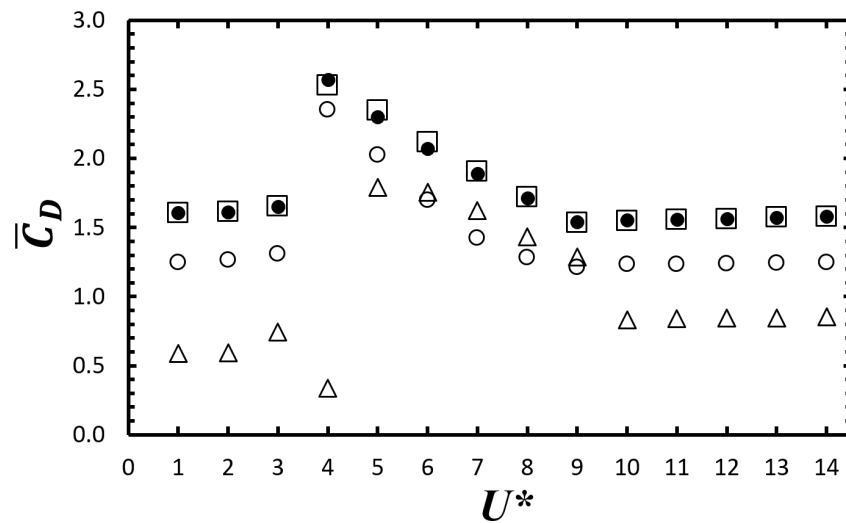


Figura 5.13: Variação de \overline{C}_D em função da velocidade reduzida U^* . \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

Da figura 5.14, observa-se que a medida que aumenta U^* , os cilindros que estão na posição "Tandem" (cilindros 1 e 4) tendem a ser igual a zero, enquanto que os cilindros em posição "Side-by-Side" (cilindros 2 e 3), têm um aumento súbito ao entrar na zona *lock-in*, para logo ir descendo, e ficar também perto do valor zero.

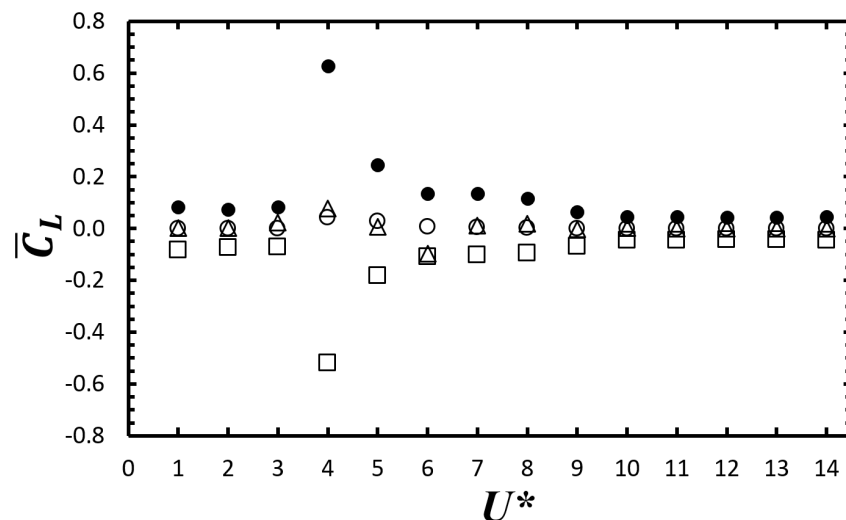


Figura 5.14: Variação de \overline{C}_L em função da velocidade reduzida. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

Os valores de C'_L para cada cilindro são mostrados na Figura 5.15. Ela mostra que C'_L é maior para todos os cilindros, antes de entrar em ressonância. Logo caem, até ficar em valores quase estáveis. Quando todos os cilindros saem do *lock-in* ($U^* > 9$), os cilindros 2, 3 e 4 ficam

com valores bem próximos, enquanto que o cilindro 1 (montante) fica com valores menores do que os outros cilindros.

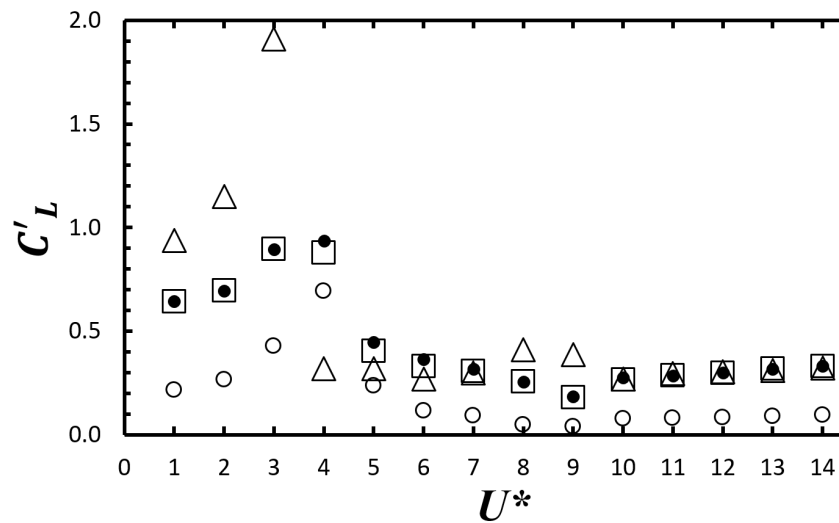


Figura 5.15: Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

5.2.2 Caso com 2 *gdl*

Por último, são avaliadas as trajetórias e as forças presentes nos cilindros em uma configuração *diamond* para dois graus de liberdade. Os parâmetros usados foram $Re = 150$, $P/D = 3.5$, $m^{**} = 12$, $\zeta = 0$, com velocidade reduzida em $1 \leq U^* \leq 14$. O aumento na razão de massa m^{**} foi assumido para estabilizar as oscilações dos cilindros na direção paralela ao escoamento. A Figura 5.16 representa a configuração dos 4 cilindros com dois graus de liberdade avaliados neste capítulo.

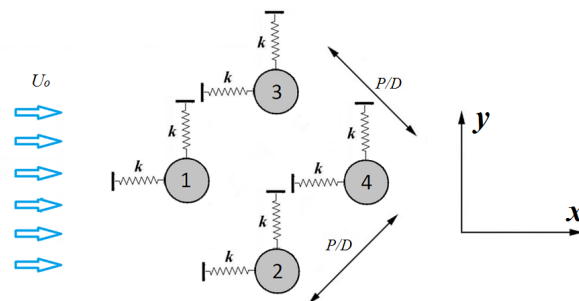


Figura 5.16: Configuração *diamond* de 4 cilindros para 2 graus de liberdade.

A Figura 5.17 mostra as trajetórias dos 4 cilindros superpostos. Estas mostram que a partir de $U^* = 4$, apresentam-se mais instáveis do que a configuração quadrada *in-line*.

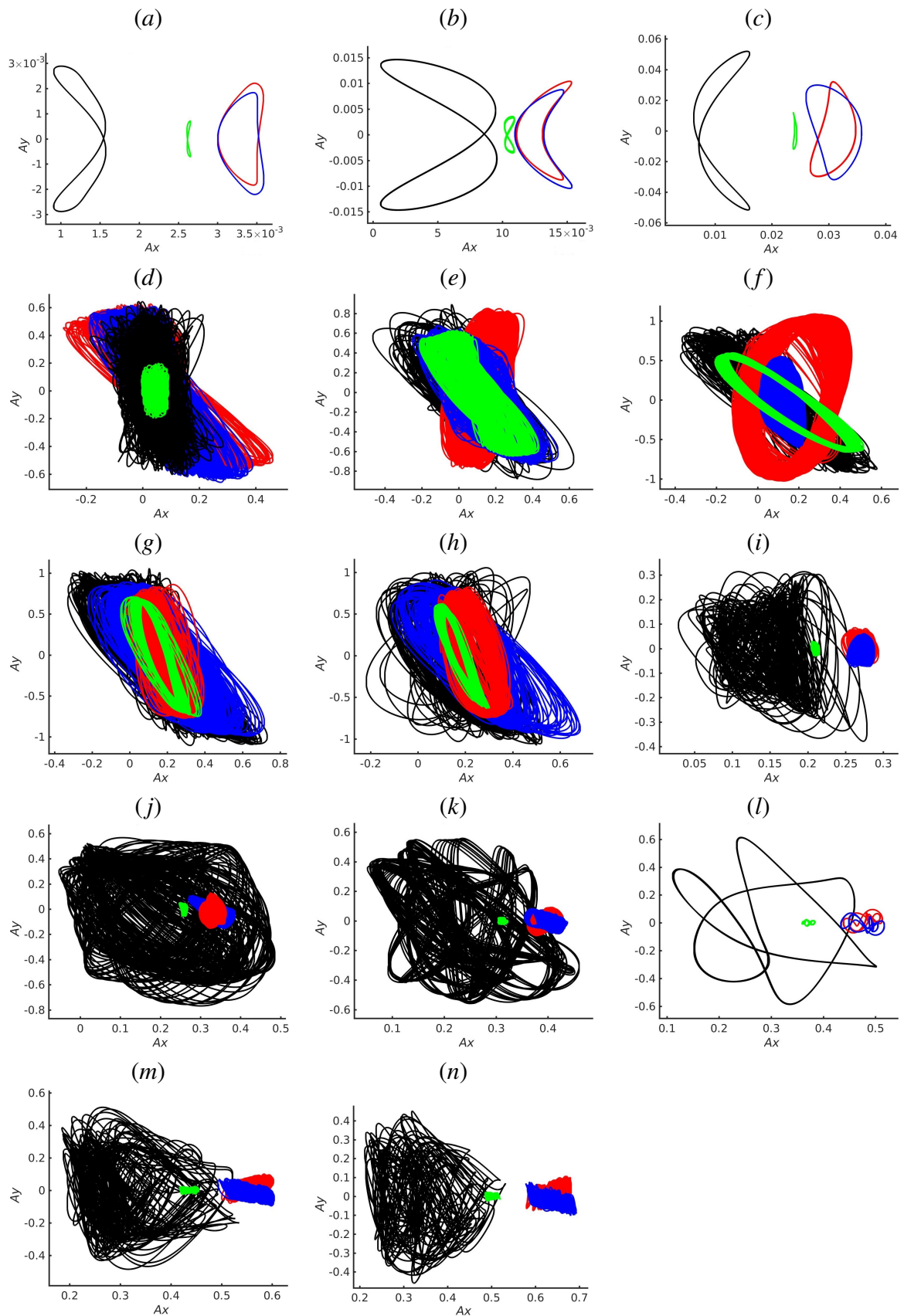


Figura 5.17: Trajetórias dos 4 cilindros em *diamond* $m^{**} = 12$ e $Re = 150$. (a) $U^* = 1$, (b) $U^* = 2$, (c) $U^* = 3$, (d) $U^* = 4$, (e) $U^* = 5$, (f) $U^* = 6$, (g) $U^* = 7$, (h) $U^* = 8$, (i) $U^* = 9$, (j) $U^* = 10$, (k) $U^* = 11$, (l) $U^* = 12$, (m) $U^* = 13$, (n) $U^* = 14$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.

Estas trajetórias também mostram o deslocamento final de cada cilindro da sua posição inicial. Tomando em conta que todos os cilindros iniciam em uma posição $x = 0$ e $y = 0$, observa-se que os cilindros em "*Side-by-Side*" têm maior deslocamento para trás, enquanto que para os cilindros em "*Tandem*", o cilindro 4 tem menor deslocamento. É compreensível que aconteça isso, já que o cilindro 1 ao estar na frente do cilindro 4, impede que o escoamento arraste com maior força ao cilindro 4.

Nesta simulação, obtiveram-se vários St , dependendo da velocidade reduzida (Figura 5.18). A diferença de um grau de liberdade, quando $U^* = 7$, o cilindro 4 não tem o mesmo valor de St do cilindro 1. Este valor passa a ser igual aos dos cilindros 2 e 3.

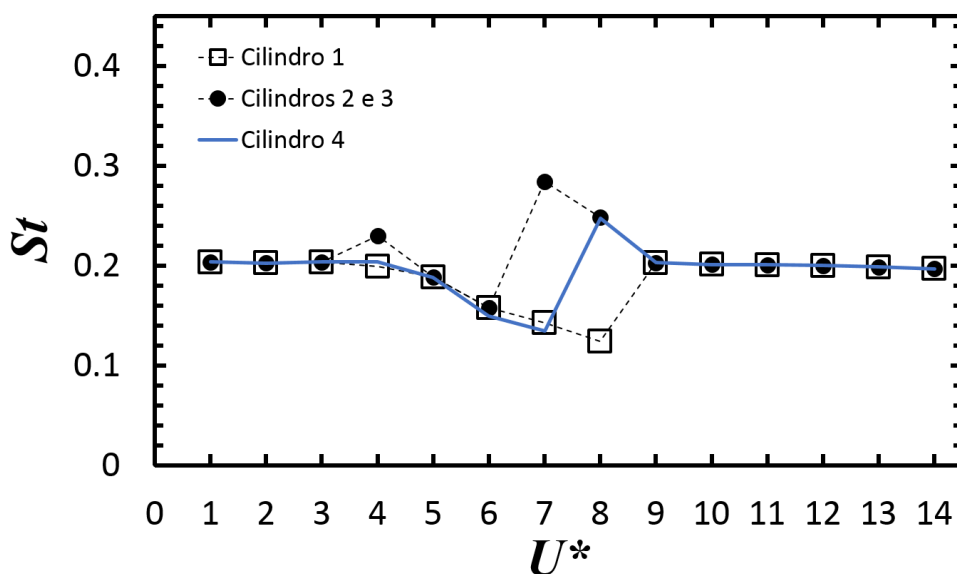


Figura 5.18: St dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. \square Cilindro 1, \bullet Cilindros 2 e 3, — Cilindro 4.

Na Figura 5.19 é observado a razão de frequência dos cilindros em configuração *diamond*. Pode se observar que os cilindros em "*Side-by-Side*" permanecem na zona do *lock-in* entre $4 \leq U^* \leq 6$, enquanto que para um grau de liberdade, era só para $U^* = 4$ (Figura 5.12). Além, ao liberar mais um grau de liberdade, o cilindro 4 libera-se do *galloping*, e passa a ter a mesma razão de frequência dos cilindros 2 e 3 desde $U^* = 8$, coisa que não acontece com o cilindro 1.

Segundo a Figura 5.19, nenhum cilindro permanece em ressonância após $U^* > 8$. Observa-se também que a partir desta velocidade reduzida, as trajetórias dos cilindros 1, 2 e 3 são de menor tamanho (Figura 5.17).

Após sair do *lock-in*, só para a velocidade reduzida $U^* = 12$ se obtiveram trajetórias estáveis,

porém se evidencia um princípio de estabilidade após sair desta zona. A Figura 5.20 mostra as trajetórias dos 4 cilindros, para $U^* = 10$ nos intervalos de tempo (0, 500), (500, 1000) e (1000, 1500).

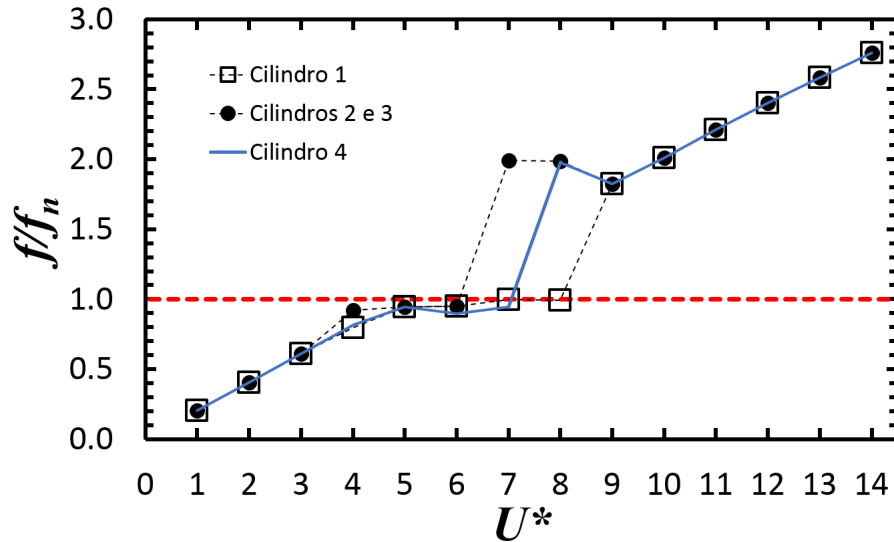


Figura 5.19: Variação da frequência de vibração dos 4 cilindros em função da velocidade reduzida. □ Cilindro 1, ● Cilindros 2 e 3, — Cilindro 4

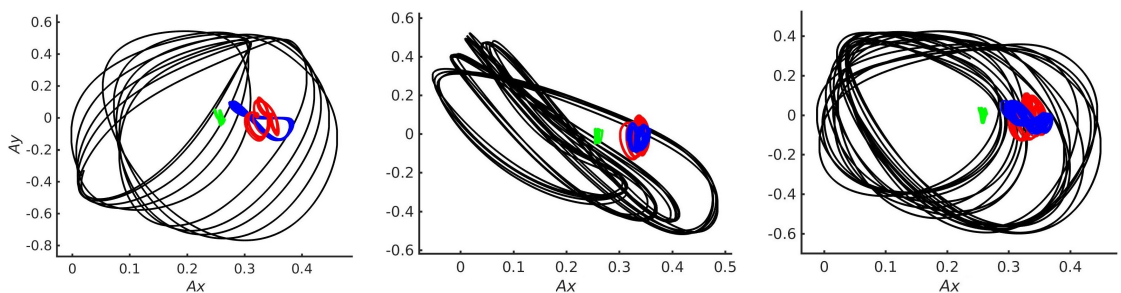
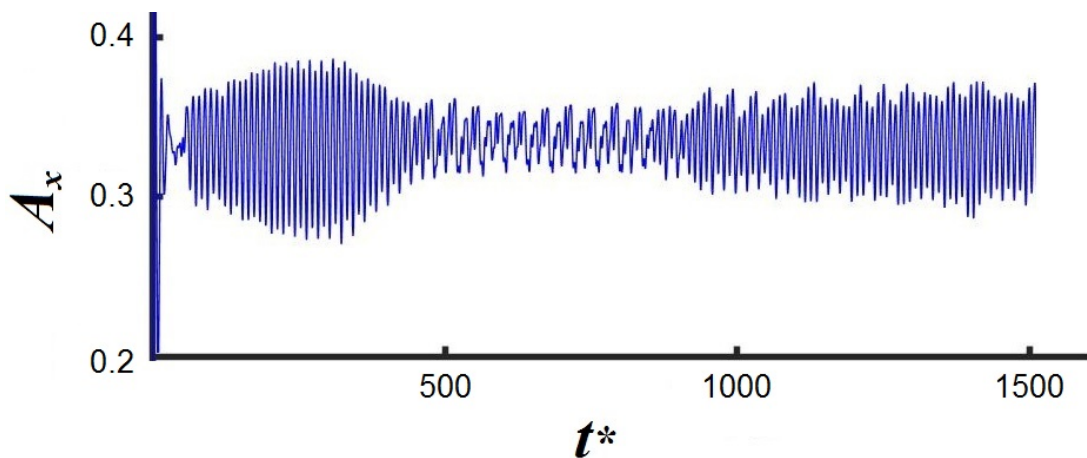


Figura 5.20: Trajetória dos 4 cilindros dividido em vários intervalos de tempo para $U^* = 10$. — Cilindro 1; — Cilindro 2; — Cilindro 3; — Cilindro 4.

Observa-se nesta figura, que no terceiro intervalo de tempo, eles tentam se acomodar como estavam no primeiro intervalo. Não têm trajetórias exatamente iguais, mas têm uma tendência a serem iguais. Enquanto que no segundo intervalo, são completamente diferentes.

As trajetórias com $U^* = 11$ mostradas na Figura 5.17(k), vão se estabilizando mais do que para $U^* = 10$, enquanto que para $U^* = 12$ está completamente estável. Após $U^* > 12$, os cilindros perdem de novo estabilidade.

A configuração quadrada *in-line*, ganhou estabilidade após sair do *lock-in*, enquanto que *diamond* é mais sensível, mesmo usando parâmetros iguais.

Como foi dito anteriormente, a maior deslocamento no eixo x , maior será \bar{C}_D do cilindro comparado com os outros. Pelo que foi visto na Figura 5.17, o cilindro 4 apresenta menor deslocamento, enquanto que os cilindros 2 e 3 têm maior. Isto se vê refletido na Figura 5.21, os cilindros 2 e 3 têm maior \bar{C}_D , e o cilindro 4 tem o menor \bar{C}_D .

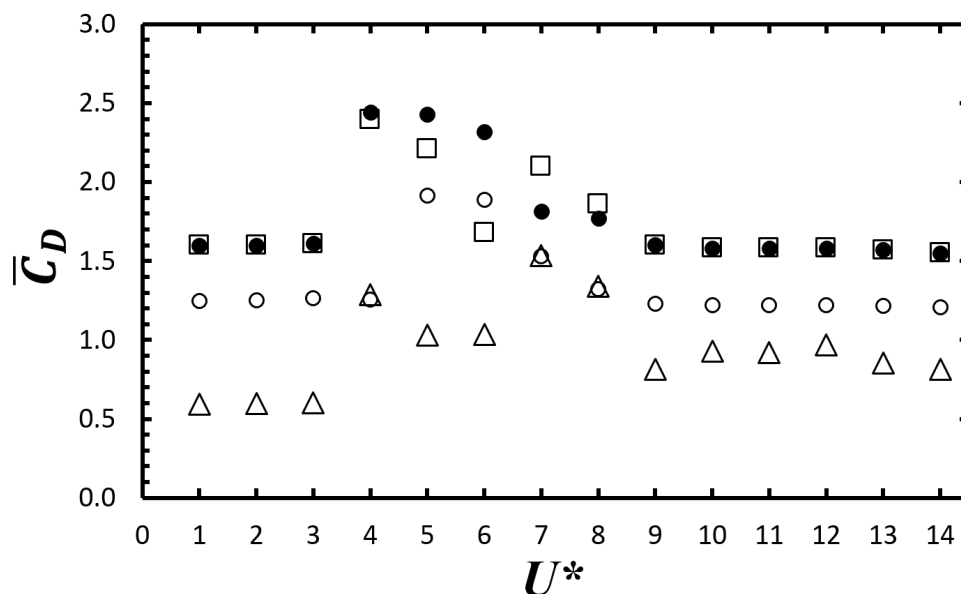


Figura 5.21: Variação de \bar{C}_D em função da velocidade reduzida. \circ Cilindro 1, \square Cilindro 2, \bullet Cilindro 3, \triangle Cilindro 4.

Para \bar{C}_L de cada cilindro, é mostrado na Figura 5.22, que os cilindros em "Side-by-Side" são mais influenciados por esta força, a exceção de $U^* = 6$, onde o cilindro 1 (montante), tem um valor mais forte do que o cilindro 2 (cilindro inferior). A esteira despreendida pelo cilindro 1 bate no cilindro 3 (cilindro superior), enquanto que para o cilindro 2, não tem sido influenciado pela esteira do cilindro 1. É por isso que o cilindro 2 tem menor \bar{C}_L , enquanto que os cilindros 1 e 3 estão interagindo entre eles, apresentando maiores valores para \bar{C}_L .

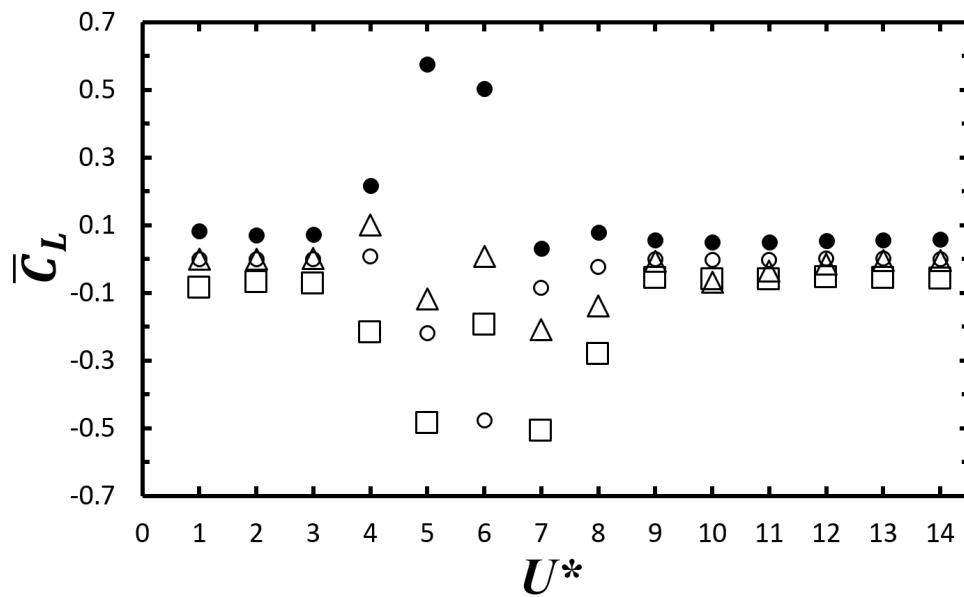


Figura 5.22: Variação de \bar{C}_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.

A Figura 5.23 tem os valores de C'_L para cada cilindro, variando a velocidade reduzida U^* . Ela mostra valores pouco semelhantes do que nas outras configurações para 1 grau de liberdade. O cilindro 4 (jusante) apresenta maiores valores do que os outros cilindros. Além, pode se observar que quando o cilindro 4 tem maiores amplitudes (Figura 5.17), comparados aos outros cilindros, isto se vê refletido em maior C'_L .

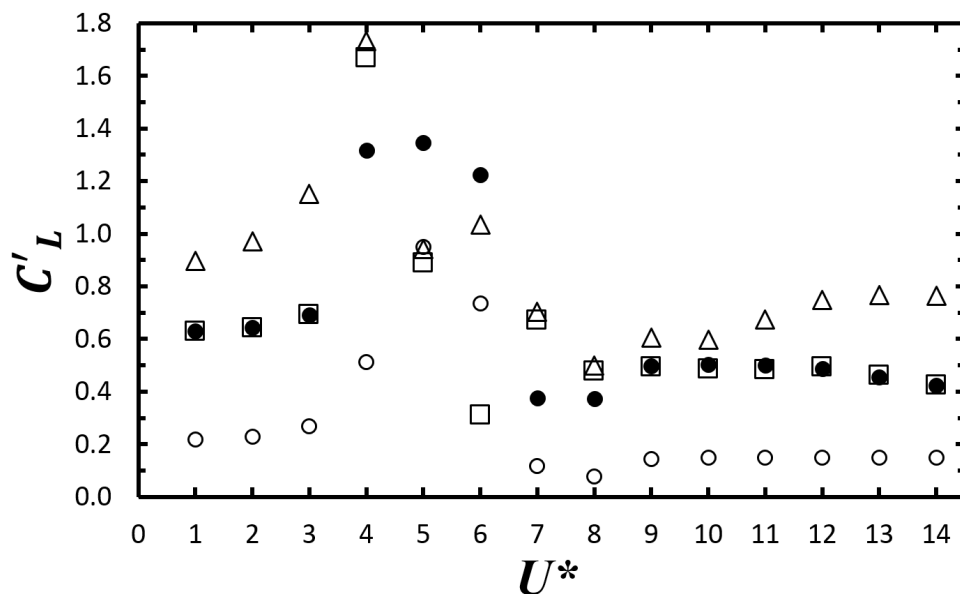


Figura 5.23: Variação de C'_L em função da velocidade reduzida. ○ Cilindro 1, □ Cilindro 2, ● Cilindro 3, △ Cilindro 4.

Capítulo 6

Conclusões e recomendações

6.1 Conclusões

Este trabalho está focado no estudo de quatro cilindros posicionados em duas diferentes configurações (quadrada *in-line* e *diamond*) em *VIV* para $1gdl$ e $2gdl$. Primeiramente verificou-se o código `Incompact3d` avaliando dois cilindros fixos em *side-by-side*, quatro cilindros fixos em configuração *in-line* e *VIV* com $1gdl$. Conclui-se que o código `Incompact3d` representou bem o escoamento em torno de vários cilindros, pois os coeficientes de forças (\overline{C}_D , \overline{C}_L e C'_L) e St calculados no mesmo se ajustaram bem nas simulações da verificação do código quando foi comparado com outros trabalhos. Também comportou-se satisfatoriamente nos resultados da verificação dos 4 cilindros *in-line* em *VIV* para $1gdl$. Na realização desta verificação podem se ressaltar as seguintes conclusões:

CILINDROS FIXOS

- Na configuração quadrada *in-line*, observou-se que o desprendimento de vórtices nos cilindros a montante se apresenta para um espaçamento de $L/D = 2.5$, isto simulado para $Re = 200$. Aqui as forças nos cilindros a jusante apresentam uma mudança forte, tendo um aumento em seus coeficientes de forças (\overline{C}_D e C'_L).
- Continuando nesta configuração, as forças de arrasto nos cilindros de montante foram mais fortes, enquanto que para as forças de sustentação, ocorreu o contrário, sendo mais

forte nos cilindros de jusante.

- A conclusão anterior não é válida na configuração *diamond* para os cilindros 1, 2 e 3. As forças de arrasto e sustentação nos cilindros 2 e 3 foram maiores do que o cilindro 1 em todo momento, mesmo eles estando a jusante do cilindro 1. O que parece ser é que para cilindros em *staggered* sempre apresentam maiores forças (\bar{C}_D e C'_L) do que os cilindros a montante.
- St nos cilindros fixos para ambas configurações foi um pouco instável para espaçamentos de cilindros entre $2D$ e $2.5D$. A esteira dos cilindros de montante ainda não era despreendida, mas a medida que aumentava o espaçamento entre os cilindros, St fica mais estável a um valor entre 0.19 e 0.20 . Segundo estudos feitos por outros trabalhos, este é o valor de St para um cilindro isolado.

CILINDROS VIV COM 1 *gdl*

- O código *Incompact3d* e a equação de Poisson para 4 cilindros móveis usados no presente trabalho representaram satisfatoriamente o comportamento dos cilindros, para modelos estruturais massa-mola, usando $Re = 150$ e espaçamento de cilindros de 3.5 , em configuração *in-line*.
- Para ambas configurações (quadrada *in-line* e *diamond*), as amplitudes dos cilindros a jusante na direção transversal ao escoamento, são maiores do que as amplitudes para os cilindros a montante, a exceção da velocidade reduzida $U^* = 4$. (Fenômeno também observado em trabalhos de outros autores para dois cilindros em *tandem*).
- Na configuração *diamond*, o cilindro mais a jusante (cilindro 4), apresenta maiores amplitudes de oscilação comparado aos outros cilindros, e os cilindros 2 e 3 têm maiores oscilações do que o cilindro 1. O que se observa é que um cilindro que está mais a jusante apresenta maiores amplitudes de oscilação com respeito a seus cilindros a montante, devido a estar influenciado pelas esteiras destes.

- As forças de arrasto para a configuração *diamond*, os cilindros 2 e 3 ("*side-by-side*") sempre foram maiores do que os cilindros 1 e 4 ("*tandem*"). Mas para as forças de sustentação, no cilindro 4 se apresentou uma situação diferente comparado aos cilindros fixos, ao liberar $1gdl$ no sistema, o cilindro 4 tende a ser igual aos valores dos cilindros 2 e 3, a medida que U^* aumenta.

CILINDROS *VIV* COM 2 *gdl*

- Na configuração *in-line*, todas as trajetórias estão bem definidas fora da zona do *lock-in*, mesmo para a velocidade reduzida $U^* = 11$ que têm dois modos de frequência de oscilação. Após sair do *lock-in*, as trajetórias ficam mais fechadas e deslocadas da sua posição inicial. Na configuração *diamond*, as trajetórias são mais desordenadas, e só é visível o deslocamento nos cilindros 1, 2 e 3.
- Uma comparação entre a configuração *in-line*, com $1gdl$ e $2gdl$, St não varia muito entre os cilindros, tendo intervalo de *lock-in* ($4 < U^* < 7$). Para a configuração *diamond*, só o cilindro 1 permanece igual para $1gdl$ e $2gdl$, os cilindros 2 e 3 permanecem em um intervalo maior. A liberação de mais um grau de liberdade, faz com que o cilindro 4 saia do *lock-in* com uma velocidade reduzida inferior.

6.2 Trabalhos futuros

- Avaliar as forças e St tanto para diferentes separações entre cilindros, quanto para diferentes Re . Além de acoplar no código a equação de choque elástico para cilindros em *VIV*. (Casos em que os cilindros estejam muito próximos entre eles).
- Neste trabalho foi realizado um estudo de 4 cilindros em dois diferentes configurações, onde uma delas, era uma configuração rotacionada 45 graus da outra configuração. Porém pode ser estudado um pouco mais a fundo outras configurações com 15 e 30 graus de rotação, além de fazê-lo para diferentes Re .

- Devido à falta de trabalhos experimentais para 4 cilindros em *VIV*, propõe-se realizar o mesmo estudo com simulações tridimensionais, usando novas versões do código *Incompact3d*, que permitirá simular casos com *Re* da ordem de 10^3 e 10^4 .
- Em caso de fazer o estudo tridimensional, realizá-lo tanto para cilindros rígidos quanto para flexíveis, à superfície livre.
- O presente trabalho vem de uma série de estudos feitos anteriormente para casos de *VIV* com um e dois cilindros. Propõe-se realizar estudos adicionando mais cilindros (bateria de cilindros) em *VIV* para 1 *gdl* e 2 *gdl*.

Referências Bibliográficas

- [1] ACHENBACH, E., AND HEINECKE, E. On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 . *J. Fluid Mech.* **109** (1981), 239–251.
- [2] AKOSILE, O. O., AND SUMNER, D. Staggered circular cylinders immersed in a uniform planar shear flow. *J. Fluids and Structures.* **18** (2003), 613–633.
- [3] ALAM, M., , AND SAKAMOTO, H. Investigation of strouhal frequencies of two staggered bluff bodies and detection of multistable flow by wavelets. *J. Fluids and Structures.* **20** (2005), 425–449.
- [4] ALAM, M., , SAKAMOTO, H., AND ZHOU, Y. Determination of flow configurations and fluid forces acting on two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow. *J. Fluids and Structures.* **21** (2005), 363–394.
- [5] ALAM, M., MORIYA, M., AND SAKAMOTO, H. Aerodynamic characteristics of two side-by-side circular cylinders and application of wavelet analysis on the switching phenomenon. *J. Fluids and Structures.* **18** (2003a), 325–346.
- [6] ALAM, M., MORIYA, M., TAKAI, K., AND SAKAMOTO, H. Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical reynolds number. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **91** (2003b), 139–154.
- [7] ALAM, M., AND ZHOU, Y. Flow around two side-by-side closely spaced circular cylinders. *J. Fluids and Structures.* **23** (2007), 799–805.
- [8] ARIE, M., KIYA, M., MORIYA, M., AND MORI, H. Pressure fluctuations on the surface of two circular cylinders in tandem arrangement. *J. Fluids Engine.* **105** (1983), 161–167.

- [9] BAO, Y., ZHOU, D., AND TU, J. Flow characteristics of two in-phase oscillating cylinders in side-by-side arrangement. *Computers and Fluids* **71** (2013), 124–145.
- [10] BASHFORD-THOMPSON.COMMERCIAL.PHOTOGRAPHERS. Towers and midspan of tacoma narrows bridge after the collapse. <http://digitalcollections.lib.washington.edu/cdm/singleitem/collection/farquharson/id/42/rec/29>, Nov. 1940.
- [11] BEARMAN, P. W. Vortex shedding from oscillating bluff bodies. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **16** (1984), 195–222.
- [12] BEARMAN, P. W., AND WADCOCK, A. J. The interaction between a pair of circular cylinders normal to a stream. *J. Fluid Mech.* **61** (1973), 499–511.
- [13] BERNITSAS, M. M., RAGHAVAN, K., BEN-SIMON, Y., AND GARCIA, E. M. H. Vivace (vortex induced vibration aquatic clean energy): A new concept in generation of clean and renewable energy from fluid flow. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* **130** (2008).
- [14] BIERMANN, D., AND HERRNSTEIN, W. H. The interference between struts in various combinations. *NACA Report Nro. 468* (1934).
- [15] BLACKBURN, H. M., AND KARNIADAKIS, G. E. Two- and three-dimensional simulations of vortex-induced vibration of a circular cylinder. In *3rd. International Offshore and Polar Engineering Conference*. (Singapore, 1993), pp. 715–720.
- [16] BLEVINS, R. D. *Flow-Induced Vibrations*, vol. 1. 2. ed Van Nostrand Reinhold, 1990, pp. 43–103.
- [17] BOKAIAN, A., AND GEOOLA, F. Wake displacement as cause of lift force on cylinder pair. *ASCE Journal of Engineering Mechanics* **111** (1984), 92–99.
- [18] BORAZJANI, I., AND SOTIROPOULOS, F. Vortex-induced vibrations of two cylinders in tandem arrangement in the proximity wake interference region. *J. Fluid Mech.* **621** (2009), 321–364.

- [19] BRUN, C., TENCHINE, D., AND HOPFINGER, E. J. Role of the shear layer instability in the near wake behaviour of two side-by-side circular cylinders. *Experiments in Fluids* **36** (2004), 334–343.
- [20] CARINI, M., AUTERI, F., AND GIANNETTI, F. Secondary instabilities of the in-phase synchronized wakes past two circular cylinders in side-by-side arrangement. *J. Fluids and Structures*. **53** (2014), 70–83.
- [21] CHANG, S., AND SA, J. Patterns of vortex shedding from an oscillating circular cylinder. *AIAA Paper* **30, No. 5** (1992), 1331–1336.
- [22] CHEN, W., JI, C., WANG, R., XU, D., AND CAMPBELL, J. Flow-induced vibrations of two side-by-side circular cylinders: Asymmetric vibration, symmetry hysteresis and near-wake patterns. *Ocean Engineering* **110** (2015b), 244–257.
- [23] CHEN, W., JI, C., XU, W., LIU, S., AND CAMPBELL, J. Response and wake patterns of two side-by-side elastically supported circular cylinders in uniform laminar cross-flow. *J. Fluids and Structures*. **55** (2015a), 218–236.
- [24] CHORIN, A. J. Numerical solutions of the navier-stokes equations. *Mathematics of Computation* **22** (1968), 745–762.
- [25] COOPER, K. R. *Wind tunnel measurements of the steady aerodynamic forces on a smooth circular cylinder immersed in the wake of an identical cylinder*. National Research Council of Canada, LTR-LA-119., 1974.
- [26] DE ARAUJO, L. A., SCHETTINI, E. B. C., AND SILVESTRINI, J. H. Direct numerical simulation of the flow around a cylinder with splitter plate: analysis for moderated reynolds numbers. *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. and Eng.* **40:276** (2018), 1–13.
- [27] DURGIN, W. W., MARCH, P. A., AND LEFEBVRE, P. J. Lower mode response of circular cylinders in cross-flow. *J. Fluids Engine.* **102** (1980), 183–190.
- [28] ENDRES, L. A. M., AND MÖLLER, S. V. On the fluctuating wall pressure field in tube banks. *Nuclear engineering and Desing* **203** (2001), 13–26.

- [29] FARRANT, T., TAN, M., AND PRICE, W. G. A cell boundary element method applied to laminar vortex-shedding from arrays of cylinders in various arrangements. *J. Fluids and Structures*. **14** (2000), 375–402.
- [30] GRIFFIN, O. M., AND RAMBERG, S. E. Some recent studies of vortex shedding with application to marine tubulars and risers. *J. Energy Resources Technology* **104** (1982), 2–13.
- [31] GROVER, L. K., AND WEAVER, D. S. Cross-flow induced vibrations in a tube bank-vortex shedding. *Journal of Sound and Vibration* **59** (1978), 263–276.
- [32] GU, Z. F., AND SUN, T. F. On interference between two circular cylinders in staggered arrangement at high subcritical reynolds numbers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **80** (1999), 287–309.
- [33] GU, Z. F., SUN, T. F., HE, D. X., AND ZHANG, L. L. Two circular cylinders in high-turbulence flow at supercritical reynolds number. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **49** (1993), 379–388.
- [34] GUERREIRO, C. B. P. Resolução numérica das equações de navier-stokes com esquemas de diferenças finitas de quarta ordem. Master’s thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Matemática. Programa de Ps-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, 2000.
- [35] HAN, Z., ZHOU, D., GUI, X., AND TU, J. Numerical study of flow past of four square-arranged cylinders using spectral element method. *Computers and Fluids* **84** (2013), 100–112.
- [36] HIWADA, M., MABUCHI, I., AND YANAGIHARA, H. Fluid flow and heat transfer around two circular cylinders. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers* **25, No. 209** (1982), 1737–1745.
- [37] HORI, E. Experiments on flow around a pair of parallel circular cylinders. In *Proceeding 9th Japan National Congress for Applied Mechanics*. (Tokyo - Japan, 1959), pp. 231–234.

- [38] HU, J. C., AND ZHOU, Y. Flow structure behind two staggered circular cylinders. part 1. downstream evolution and classification. *J. Fluid Mech.* **607** (2008a), 51–80.
- [39] HU, J. C., AND ZHOU, Y. Flow structure behind two staggered circular cylinders, part 2: heat and momentum transport. *J. Fluid Mech.* **607** (2008b), 81–107.
- [40] HUHE, A., TATSUNO, M., AND TANEDA, S. Visual studies of wake structure behind two cylinders in tandem arrangement. In *Reports of Research Institute for Applied Mechanics*. (Kyushy University, 1985), vol. XXXII, p. 99.
- [41] IGARASHI, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem (1st report). *Bulletin of the Japan Society of Mechanicals Engineers* **24** (1981), 323–331.
- [42] IGARASHI, T. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem (second report, unique flow phenomenon at small spacing). *Bulletin of the Japan Society of Mechanicals Engineers* **27** (1984), 2380–2387.
- [43] ISHIGAI, S., NISHIKAWA, E., NISHIMURA, K., AND CHO, K. Experimental study of structure of gas flow in tube banks with tube axes normal to flow (part i, kármán vortex flow from two tubes at various spacings). *Bulletin of the Japan Society of Mechanicals Engineers* **15, No. 86** (1972), 949–956.
- [44] ISHIGAI, S., NISHIKAWA, E., AND YAGI, E. Structure of gas flow and vibration in tube banks with tube axes normal to flow. In *Proceedings of the International Symposium on Marine Engineering*. (Tokyo, Japan, 1973), pp. 1–5–21–1–5–33.
- [45] JAUVTIS, N., AND WILLIAMSON, H. K. Vortex-induced vibration of a cylinder with two degrees of freedom. *J. Fluid Mech.* **17** (2003), 1035–1042.
- [46] JAUVTIS, N., AND WILLIAMSON, H. K. The effect of two degrees of freedom on vortex-induced vibration at low mass and damping. *J. Fluid Mech.* **509** (2004), 23–62.
- [47] JENDRZEJCZYK, J. A., AND CHEN, S. S. Fluid forces on two circular cylinders in crossflow. In *Proceedings of the Flow-Induced Vibration, PVP-vol. 104, ASME* (New York, U.S.A, 1986), pp. 1–13.

- [48] JEON, D., AND GHARIB, M. On circular cylinders undergoing two-degree-of-freedom forced motions. *J. Fluids and Structures*. **15** (2001), 533–541.
- [49] KAERCHER, A. L. Estudo de vibrações induzidas por vórtices em estruturas cilíndricas submetidas a escoamento permanente. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2007.
- [50] KAMEMOTO, K. Formation and interaction of two parallel vortex streets. *Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers* **19** (1976), 283–290.
- [51] KANG, S. Characteristics of flow over two circular cylinders in a side-by-side arrangement at low reynolds numbers. *Phys. Fluids* **15**, No. **9** (2003), 2486–2498.
- [52] KHALAK, A., AND WILLIAMSON, C. H. K. Fluid forces and dynamics of hydroelastic structure with very low mass and damping. *J. Fluids and Structures*. **11** (1997a), 973–982.
- [53] KHALAK, A., AND WILLIAMSON, C. H. K. Investigation of relative effects of mass and damping in vortex-induced vibration of a circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **69-71** (1997b), 341–350.
- [54] KHALAK, A. E., AND WILLIAMSON, C. H. K. Motions, forces and mode transitions in vortex-induced vibrations at low mass-damping. *J. Fluids and Structures*. **10** (1999), 455–472.
- [55] KIM, H. J., AND DURBIN, P. A. Investigation of the flow between a pair of circular cylinders in the flopping regime. *J. Fluid Mech.* **196** (1988), 431–448.
- [56] KIYA, M., ARIE, M., TAMURA, H., AND MORI, H. Vortex shedding from two circular cylinders in staggered arrangement. *J. Fluids Engine.* **102** (1980), 166–173.
- [57] KIYA, M., MOCHIZUKI, O., IDO, Y., SUZUKI, T., AND ARAI, T. Flip-flopping flow around two bluff bodies in tandem arrangement. In *Proceedings of Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities. IUTAM Symposium, Göttingen, Germany September 7–11, 1992* (Berlin, Heidelberg, 1993), H. Eckelmann, J. M. R. Graham, P. Huerre, and P. A. Monkewitz, Eds., Springer Berlin Heidelberg, pp. 15–18.

- [58] KLAMO, J. T. *Effects of Damping and Reynolds Number on Vortex-Induced Vibrations*. PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena - California., 2006.
- [59] KOSTIC, G., AND OKA, S. N. Fluid flow and heat transfer with two cylinders in cross flow. *Int. J. Heat and Mass Transfer* **15** (1972), 279–299.
- [60] KWON, S. H., PARK, J., HA, D. D., AND LEE, Y. H. Experimental study of flow fields around cylinder arrays using piv. In *Proceedings of the Sixth International Offshore and Polar Engineering Conference, vol. III* (Los Angeles, U.S.A, 1996), pp. 145–150.
- [61] LAIZET, S., AND LAMBALLAIS, E. High-order compact schemes for incompressible flows: A simple and efficient method with quasi-spectral accuracy. *J. Comp. Phys.* **228** (2009), 5989–6015.
- [62] LAIZET, S., LAMBALLAIS, E., AND VASSILICOS, J. C. A numerical strategy to combine high-order schemes, complex geometry and massively parallel computing for dns of fractal generated turbulence. *Journal Computers and Fluids* **39** (2010), 471–484.
- [63] LAIZET, S., AND LI, N. Incompact3d: A powerful tool to tackle turbulence problems with up to $o(10^5)$ computational cores. *Int. J. Numer. Methods Fluids* **67** (2011), 1735–1757.
- [64] LAM, K., GONG, W. Q., AND SO, R. M. C. Numerical simulation of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration. *J. Fluids and Structures.* **24** (2008), 34–57.
- [65] LAM, K., LI, J. Y., CHAN, K. T., AND SO, R. M. C. Flow patterns and velocity field distribution of cross-flow around four cylinders in a square configuration at a low reynolds number. *J. Fluids and Structures.* **17** (2003a), 665–679.
- [66] LAM, K., LI, J. Y., AND SO, R. M. C. Force coefficients and strouhal numbers of four cylinders in cross flow. *J. Fluids and Structures.* **18** (2003b), 305–324.
- [67] LEE, D. S., HA, M. Y., YOON, H. S., AND BALACHANDAR, S. A numerical study on the flow patterns of two oscillating cylinders. *J. Fluids and Structures.* **25** (2009), 263–283.
- [68] LEE, T., AND BASU, S. Nonintrusive measurements of the boundary layer developing on a single and two circular cylinders. *Experiments in Fluids* **23** (1997), 187–192.

- [69] LEE, T., AND PANAGAKOS, A. Investigation of boundary layer behavior on single and tandem cylinders. In *Proceedings of the Fourth International Symposium on Fluid-Structure Interactions, Aeroelasticity, Flow-Induced Vibration and Noise, Dallas, TX, vol. 1, ASME* (New York, U.S.A, 1997), pp. 103–112.
- [70] LE GAL, P., CHAUVE, M. P., LIMA, R., AND REZENDE, J. Coupled wakes behind two circular cylinders. *Physical Rev. A* **41** (1990), 4566–4569.
- [71] LELE, S. Compact finite difference schemes with spectral-like resolution. *J. Comp. Phys.* **103** (1992), 16–42.
- [72] LIENHARD, J. H. *Bulletin 300 - Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders*. Technical Extension Service., Washington, 1966.
- [73] LIN, J. C., YANG, Y., AND ROCKWELL, D. Flow past two cylinders in tandem: Instantaneous and averaged flow structure. *J. Fluids and Structures.* **16** (2002), 1059–1071.
- [74] LJUNGKRONA, L., NORBERG, C., AND SUNDÉN, B. Free-stream turbulence and tube spacing effects on surface pressure fluctuations for two tubes in an in-line arrangement. *J. Fluids and Structures.* **5** (1991), 701–727.
- [75] LJUNGKRONA, L., AND SUNDÉN, B. Flow visualization and surface pressure measurement on two tubes in an inline arrangement. *Experimental Thermal and Fluid Science* **6** (1993), 15–27.
- [76] MARCOLLO, H., AND HINWOOD, J. B. On shear flow single mode lock-in with both cross-flow and in-line lock-in mechanisms. *J. Fluids and Structures.* **22** (2006), 197–211.
- [77] MENEGHINI, J. R. Mecânica de geração e desprendimento de vórtices no escoamento ao redor de cilindros. In *III Escola de Primavera em Transição e Turbulência*. (Florianópolis, 2002), pp. 217–344.
- [78] MENEGHINI, J. R., AND BEARMAN, P. W. Numerical simulation of high amplitude oscillatory flow about a circular cylinder. *J. Fluids and Structures.* **9** (1995), 435–455.

- [79] MICHIGAN.NEWS.UNIVERSITY.OF.MICHIGAN. “fish technology” draws renewable energy from slow water currents. <http://ns.umich.edu/new/releases/6842>, Dec. 2008.
- [80] MITTAL, R., AND BALACHANDER, S. Effect of three-dimensionality on the lift and drag of nominally two-dimensional cylinders. *Phys. Fluids* **7** (1995), 1841–1865.
- [81] MOE, G., AND WU, Z. J. The lift force on a cylinder vibrating in a current. *J. Fluids and Structures*. **112** (1990), 297–303.
- [82] MOIN, P. *Fundamentals of Engineering Numerical Analysis*. Cambridge University Press, Stanford University, 2001. 209p.
- [83] MOORE, T., AND LAKHA, R. *Tolley’s Handbook of Disaster and Emergency Management, Third Edition: Principles and Practice*. Butterworth-Heinemann., 2006.
- [84] MORIYA, M., AND SAKAMOTO, H. Fluctuating fluid forces acting on a downstream circular cylinder in the staggered arrangement. *Transactions of the JSME* **51** (1985), 2098–2104 (Em Japonês).
- [85] MURPHY, S. Section of vertigo fails at cedar point. <http://www.toledoblade.com/frontpage/2002/01/16/Section-of-VertiGo-fails-at-Cedar-Point.html>, Jan. 2002.
- [86] NARVÁEZ, G. F. Análise numérica da vibração induzida por vórtices de dois cilindros alinhados com o escoamento. Master’s thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Pesquisas Hidráulicas. Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Porto Alegre, 2015.
- [87] NEWMAN, D. J., AND KARNIADAKIS, G. E. Direct numerical simulations of flow over a flexible cable. In *Proc. 6th International Conference Flow-Induced Vibrations*. (Rotterdam, Netherlands, 1995), pp. 193–203.
- [88] NISHIMURA, T., OHORI, Y., AND KAWAMURA, Y. Flow pattern and rate of mass transfer around two cylinders in tandem. *International Chemical Engineering* **26** (1986), 123–129.

- [89] NORBERG, C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements. *J. Fluids and Structures*. **17** (2003), 57–96.
- [90] NORFOLK, M. Industry in knottingley and ferrybridge. https://web.archive.org/web/20051216064118/http://knottingley.org/history/tales_and_events.htm#Cooling%20Towers, Nov. 2005.
- [91] OILANDGASPROCESSING.BLOGSPOT.COM. Oil and gas processing (gas section). <http://oilandgasprocessing.blogspot.com/2009/>, Feb. 2009.
- [92] OKAJIMA, A. Flows around two tandem circular cylinders at very high reynolds numbers. *Bulletin of the Japan Society of Mechanicals Engineers* **22** (1979), 504–511.
- [93] OLINTO, C. R. *Estudo experimental das características do escoamento turbulento nas primeiras fileiras de bancos de tubos*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - Rio Grande do Sul., 2005.
- [94] OZONO, S., ODA, J., YOSHIDA, Y., AND WAKASUGI, Y. Critical nature of the base pressure of the upstream circular cylinder in two staggered ones in cross-flow. In *Theoretical and Applied Mechanics, vol. 50, Proceedings of the 50th Japan National Congress on Theoretical and Applied Mechanics, January 23-25* (Tokyo, Japan, 2001), pp. 335–340.
- [95] PARKINSON, G. Phenomena and modeling of flow-induced vibration of bluff bodies. *Progress in Aerospace Sciences*. **26** (1989), 169–224.
- [96] PARNAUDEAU, P., CARLIER, J., DOMINIQUE, D., AND LAMBALLAIS, E. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at reynolds number 3900. *Phys. Fluids* **20** (2008), 085101–085101.
- [97] PARSONS. Tacoma narrows bridge project. <https://www.parsons.com/projects/pages/tacoma-narrows-bridge.aspx>, Apr. 2007.
- [98] PAÏDOUSSIS, M. P., PRICE, S. J., AND LANGRE, E. *Fluid-Structure Interaction, Cross-Flow Induced Instabilities*, 2 ed. Cambridge University Press, New York, USA, 2014.

- [99] PESCHARD, I., AND LE GAL, P. Coupled wakes of cylinders. *Physical Rev. Letters* **77** (1996), 3122–3125.
- [100] PINTO, L. *Análise por simulação numérica direta do escoamento ao redor de um cilindro submetido a vibração induzida por vórtices*. PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - Rio Grande do Sul., 2012.
- [101] POPE, R. A. Structural deficiencies of natural draught cooling towers at uk power stations part 1: failures at ferrybridge and fiddlers ferry. *Proc. Inst. Civ. Engrs Structs and Bldgs* **104** (1994), 1–10.
- [102] PRICE, S. J. The origin and nature of the lift force on the leeward of two bluff bodies. *The Aeronautical Quarterly* **27** (1976), 154–168.
- [103] PRICE, S. J., AND PAÏDOUSSIS, M. P. The aerodynamic forces acting on groups of two and three circular cylinders when subject to a cross-flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **17** (1984), 329–347.
- [104] RAGHAVAN, K., AND BERNITSAS, M. M. Experimental investigation of reynolds number effect on vortex induced vibration of rigid circular cylinder on elastic supports. *Ocean Engineering* **38** (2011), 719–731.
- [105] ROSHKO, A. On the wake and drag of bluff bodies. *Journal of the Aeronautical Sciences* **2**, No. 2 (1955), 124–132.
- [106] ROSHKO, A. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high reynolds number. *J. Fluid Mech.* **10** (1961), 345–356.
- [107] SARPKEYA, T. Vortex-induced oscillations a selective review. *J. Applied Mech.* **46** (1979), 241–258.
- [108] SARPKEYA, T. Hydrodynamic damping, flow-induced oscillations, and biharmonic response. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* **117** (1995), 232–238.
- [109] SARPKEYA, T. A critical review of the intrinsic nature of vortex-induced vibrations. *J. Fluids and Structures.* **19** (2004), 389–447.

- [110] SHIELS, D., LEONARD, A., AND ROSHKO, A. Flow-induced vibration of a circular cylinder at limiting structural parameters. *J. Fluids and Structures*. **15** (2001), 3–21.
- [111] SINGH, S. P., AND MITTAL, S. Flow past a cylinder: shear layer instability and drag crisis. *Int. J. Numer. Methods Fluids* **47** (2005), 75–98.
- [112] SINGHA, S., NAGARAJAN, K. K., AND SINHAMAHAPATRA, K. P. Numerical study of two-dimensional flow around two side-by-side circular cylinders at low reynolds numbers. *Phys. Fluids* **28** (2016).
- [113] SONG, L., AND SONG, F. Regimes of vortex shedding from an in-line oscillating circular cylinder in the uniform flow. *Chinese Journal of Mechanics Press* **19** (2003), 118–126.
- [114] SPIVACK, H. M. Vortex frequency and flow pattern in the wake of two parallel cylinders at varied spacing normal to an air stream. *Journal of the Aeronautical Sciences* **13** (1946), 289–297.
- [115] SUMER, B. M., AND FREDSSØE, J. *Hydrodynamics Around Cylindrical Structures*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1997.
- [116] SUMNER, D. Closely spaced circular cylinders in cross-flow and a universal wake number. *J. Fluids Engine*. **126** (2004), 245–249.
- [117] SUMNER, D. Two circular cylinder in cross-flow: A review. *J. Fluids and Structures*. **26** (2010), 849–899.
- [118] SUMNER, D., PRICE, S. J., AND PAÏDOUSSIS, M. P. Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in cross-flow. *J. Fluid Mech.* **411** (2000), 263–303.
- [119] SUMNER, D., AND RICHARDS, M. D. Some vortex-shedding characteristics of the staggered configuration of circular cylinders. *J. Fluids and Structures*. **17** (2003), 345–350.
- [120] SUMNER, D., RICHARDS, M. D., AND AKOSILE, O. O. Two staggered circular cylinders of equal diameter in cross-flow. *J. Fluids and Structures*. **20** (2005), 255–276.

- [121] SUMNER, D., AND SCHENSTEAD, A. J. Moderately and widely spaced circular cylinders in crossflow and a universal wake number. *J. Fluids Engine.* **128** (2006), 1122–1125.
- [122] SUMNER, D., WONG, S. S. T., PRICE, S. J., AND PAÏDOUSSIS, M. P. Fluid behaviour of side-by-side circular cylinders in steady cross-flow. *J. Fluids and Structures.* **13** (1999b), 309–338.
- [123] SUN, T. F., GU, Z. F., HE, D. X., AND ZHANG, L. L. Fluctuating pressure on two circular cylinders at high reynolds numbers. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **41-44** (1992), 577–588.
- [124] SUZUKI, N., SATO, H., IUCHI, M., AND YAMAMOTO, S. Aerodynamic forces acting on circular cylinders arranged in a longitudinal row. In *Wind Effects on Buildings and Structures, International Wind Conference* (Tokyo, Japan, 1971), pp. 20–1—20–10.
- [125] THOMPSON, M., HOURIGAN, K., AND SHERIDAN, J. Three-dimensional instabilities in the wake of a circular cylinder. *Experimental Thermal and Fluid Science* **12** (1996), 190–196.
- [126] TING, D. S.-K., WANG, D. J., PRICE, S. J., AND PAÏDOUSSIS, M. P. An experimental study on the fluidelastic forces for two staggered circular cylinders in cross-flow. *J. Fluids and Structures.* **12** (1998), 259–294.
- [127] TRIANTAFYLLOU, M. S., HOVER, F. S., TECHET, A. H., AND YUE, D. K. P. Vortex-induced vibrations of slender structures in shear flow. In *IUTAM Symposium on Integrated Modeling of Fully Coupled Fluid Structure Interactions Using Analysis, Computations and Experiments.* (New Jersey, U.S.A, 2003), pp. 313–327.
- [128] TÉMAM, R. Sur l’approximation de la solution des Équations de navier-stokes par la méthode des pas fractionnaires (ii). *Archive for Rational Mechanics and Analysis* **32** (1969), 377–385.
- [129] VANDIVER, J. K. Dimensionless parameters important to the prediction of vortex-induced vibration of long, flexible cylinders in ocean currents. *J. Fluids and Structures.* **7** (1993), 423–455.

- [130] VANDIVER, J. K., AND JONG, J. Y. The relationship between in-line and cross-flow vortex-induced vibration of cylinders. *J. Fluids and Structures*. **1** (1987), 381–399.
- [131] WANG, Z. J., ZHOU, Y., AND LI, H. Flow-visualization of a two side-by-side cylinder wake. *Journal of Flow Visualization and Image Processing* **9** (2002b), 123–138.
- [132] WILLIAMSON, C. H. K. Evolution of a single wake behind a pair of bluff bodies. *J. Fluid Mech.* **159** (1985), 1–18.
- [133] WILLIAMSON, C. H. K. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **28** (1996), 477–539.
- [134] WILLIAMSON, C. H. K., AND GOVARDHAN, R. Vortex induced vibrations. *Annu. Rev. Fluid Mech.* **36** (2004), 413–455.
- [135] WILLIAMSON, C. H. K., AND ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. *J. Fluids and Structures*. **2** (1988), 355–381.
- [136] WU, J., WELCH, L. W., WELSH, M. C., SHERIDAN, J., AND WALKER, G. J. Spanwise wake structures of a circular cylinder and two circular cylinders in tandem. *Experimental Thermal and Fluid Science* **9** (1994), 299–308.
- [137] XU, G., AND ZHOU, Y. Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders. *Experiments in Fluids* **37** (2004), 248–256.
- [138] XU, S. J., ZHOU, Y., AND SO, R. M. C. Reynolds number effects on the flow structure behind two side-by-side cylinders. *Phys. Fluids* **15**, No. 5 (2003), 1214–1219.
- [139] ZDRAVKOVICH, M. M. The effects of interference between circular cylinder in cross flow. *J. Fluids and Structures*. **1** (1987), 239–61.
- [140] ZDRAVKOVICH, M. M. *Flow around circular cylinders. A Comprehensive Guide Through Flow Phenomena, Experiments, Applications, Mathematical Models, and Computer Simulations*. Oxford University Press, 2003.

- [141] ZDRAVKOVICH, M. M., AND PRIDDEN, D. L. Interference between two circular cylinders; series of unexpected discontinuities. *Journal of Industrial Aerodynamics* **2** (1977), 255–270.
- [142] ZHANG, H., AND MELBOURNE, W. H. Interference between two circular cylinders in tandem in turbulent flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* **41-44** (1992), 589–600.
- [143] ZHAO, M., AND CHENG, L. Numerical simulation of vortex-induced vibration of four circular cylinders in a square configuration. *J. Fluids and Structures*. **31** (2012), 125–140.
- [144] ZHAO, M., CHENG, L., AN, H., AND TONG, F. Flow and flow-induced vibration of a square array of cylinders in steady currents. *Fluid Dynam. Res.* **47** (2015).
- [145] ZHAO, M., KAJA, K., XIANG, Y., AND CHENG, L. Vortex-induced vibration of four cylinders in an in-line square configuration. *Phys. Fluids* **28** (2016).
- [146] ZHOU, Y., FENG, S. X., ALAM, M., AND BAI, H. L. Reynolds number effect on the wake of two staggered cylinders. *Phys. Fluids* **21** (2009), 125105.
- [147] ZHOU, Y., SO, R. M. C., LIU, M. H., AND ZHANG, H. J. Complex turbulent wakes generated by two and three side-by-side cylinders. *Int. J. Heat and Fluid Flow* **21** (2000), 125–133.
- [148] ZHOU, Y., AND YIU, M. W. Flow structure, momentum and heat transport in a two-tandem-cylinder wake. *J. Fluid Mech.* **548** (2006), 17–48.
- [149] ZHOU, Y., ZHANG, H. J., AND YIU, M. W. The turbulent wake of two side-by-side circular cylinders. *J. Fluid Mech.* **458** (2002), 303–332.
- [150] ZOU, L., LIN, Y. F., AND LU, H. Flow patterns and force characteristics of laminar flow past four cylinders in diamond arrangement. *Journal of Hydrodynamics* **23** (2011), 55–64.