



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL – UFRGS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – PPGEC



**ESTUDO COMPARATIVO DA CONFIABILIDADE DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO DIMENSIONADOS DE ACORDO COM A NORMA BRASILEIRA NBR
6118:2014 E COM O CÓDIGO AMERICANO ACI 318:2014**

ARTHUR HOCKMULLER CARPES RODRIGUES DE OLIVEIRA

Porto Alegre

2018

ARTHUR HOCKMULLER CARPES RODRIGUES DE OLIVEIRA

**ESTUDO COMPARATIVO DA CONFIABILIDADE DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO DIMENSIONADOS DE ACORDO COM A NORMA BRASILEIRA NBR
6118:2014 E COM O CÓDIGO AMERICANO ACI 318:2014**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre

2018

CIP - Catalogação na Publicação

Oliveira, Arthur Hockmuller Carpes Rodrigues de
Estudo comparativo da confiabilidade de pilares
de concreto armado dimensionados de acordo com a
norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código
americano ACI 318:2014 / Arthur Hockmuller Carpes
Rodrigues de Oliveira. -- 2018.

155 f.

Orientador: Inácio Benvegnu Morsch.

Coorientador: Mauro de Vasconcellos Real.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-
RS, 2018.

1. Confiabilidade estrutural. 2. Elementos
finitos. 3. Pilares de concreto armado. 4. NBR
6118:2014. 5. ACI 318:2014. I. Morsch, Inácio
Benvegnu, orient. II. Real, Mauro de Vasconcellos,
Coorient.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os
dados fornecidos pelo(a) autor(a).

ARTHUR HOCKMULLER CARPES RODRIGUES DE OLIVEIRA

**ESTUDO COMPARATIVO DA CONFIBILIDADE DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO DIMENSIONADOS DE ACORDO COM A NORMA BRASILEIRA NBR
6118:2014 E COM O CÓDIGO AMERICANO ACI 318:2014**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS).

Porto Alegre, 07 de dezembro de 2018

Prof. Inácio Benvegnu Morsch
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul (UFRGS)
Orientador

Prof. Mauro de Vasconcellos Real
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul (UFRGS)
Coorientador

Prof. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Américo Campos Filho (PPGEC/UFRGS)
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

Prof. Zacarias Martin Chamberlain Pravia (UPF)
Dr. pela Universidade Federal do Rio de Janeiro

Herbert Martins Gomes (PPGEC/UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Professor Inácio Benvegnu Morsch, pela dedicada orientação, pelas sugestões e pelo apoio ao longo deste trabalho.

Agradeço ao Professor Mauro de Vasconcellos Real, pela atenção, dedicação e disponibilidade, não só ao longo deste trabalho, mas desde a minha graduação.

Agradeço a toda minha família, principalmente aos meus pais, Delvo e Jussara, e aos meus irmãos, André e Luíza, por todo apoio e amor compartilhados ao longo da minha vida.

Agradeço à Eduarda e à Malu, pelo amor, companheirismo, paciência e dedicação em nosso cotidiano.

Agradeço aos meus sogros, Volmir e Cléris, e ao meu cunhado, Kayky, pelo afeto e apoio desde que nos conhecemos.

Agradeço a todos meus colegas de mestrado, pelos conhecimentos e momentos compartilhados.

Agradeço aos meus amigos, pelo carinho e motivação ao longo da minha vida.

Agradeço ao PPGEC e à Escola de Engenharia da UFRGS, por fornecer a estrutura e os recursos necessários para a minha formação.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro que permitiu a realização deste trabalho.

RESUMO

OLIVEIRA, A. H. C. R. de. **Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014**. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O estudo da confiabilidade em estruturas e em seus elementos é de fundamental importância para que, cada vez mais, possa ser garantida maior segurança dos mesmos. Esse trabalho tem como objetivo principal determinar o nível de confiabilidade alcançado no dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal de acordo com a norma NBR 6118:2014 e com o código ACI 318:2014. Para isso, foram dimensionados pilares, segundo ambas as normas, com diferentes resistências, comprimentos e solicitações. Com os pilares dimensionados, foram simulados seus respectivos comportamentos, com o auxílio do *software ANSYS*, onde foi introduzido um modelo constitutivo para o concreto, baseado nas recomendações do Código Modelo *fib* 2010 (2012), e esse foi validado através de comparação com resultados experimentais de outros autores. Por fim, a análise da confiabilidade foi realizada, empregando o método de simulação numérica de Monte Carlo, onde, definindo as variáveis aleatórias de entrada e assumindo suas características estatísticas, foram obtidos conjuntos de dados da resposta da estrutura frente à solicitação, possibilitando a determinação do valor do índice de confiabilidade (β) para cada pilar e a realização de estudos paramétricos, para análise da influência de parâmetros de projeto. Os resultados obtidos mostraram que os índices de confiabilidade determinados para os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118 são consideravelmente inferiores aos obtidos para os dimensionados de acordo com o ACI 318. Diversos pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118 obtiveram valores inadequados de índice de confiabilidade, em sua grande maioria, para os maiores valores de índice de esbeltez (λ), esforço normal adimensional (ν), relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r) e excentricidade relativa de primeira ordem (e_1/h), enquanto que os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, em sua totalidade, obtiveram valores superiores ao valor alvo.

Palavras-chave: confiabilidade estrutural, elementos finitos, pilares de concreto armado, NBR 6118:2014, ACI 318:2014.

ABSTRACT

OLIVEIRA, A. H. C. R. de. **Comparative study of the reliability of reinforced concrete columns designed according to the Brazilian standard NBR 6118:2014 and to the American code ACI 318:2014.** 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The study of reliability in structures and their elements is of fundamental importance so that, progressively, greater safety can be achieved. This work has as main objective to determine the level of reliability reached in the design of reinforced concrete columns submitted to combined compression and flexure according to the NBR 6118:2014 standard and to the ACI 318:2014 code. For this, reinforced concrete columns were designed for combined compression and flexure according to both standards with different resistances, lengths and loads. With the columns designed, their respective behaviors were simulated with ANSYS software, where a constitutive model for concrete was introduced, based on the recommendations of the Model Code fib 2010 (2012), and this was validated by comparison with experimental results of other authors. Finally, the reliability analysis was performed using the Monte Carlo numerical simulation method, allowing, with the random variables of entry defined and their statistical characteristics assumed, and obtaining response data sets from the structure in front of the loading, the determination of the value of the reliability index (β) for each column and do parametric studies, to analyze the influence of design parameters. The results obtained showed that the reliability indices determined for the columns designed according to the NBR 6118 are considerably lower than those obtained for those designed according to the ACI 318. Some columns designed according to the NBR 6118 obtained inadequate reliability index values, mainly for higher values of slenderness (λ), dimensionless normal loading (ν), relation between dead and live loads (r) and relative first order eccentricity (e_1/h), while all the columns designed according to the ACI 318 obtained values above the target.

Key-words: structural reliability, finite element method, reinforced concrete columns, NBR 6118:2014, ACI 318:2014.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação do concreto de acordo com a NBR 6118:2014 (adaptada de ARAÚJO, 2014)	33
Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014)	34
Figura 2.3 – Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014)	36
Figura 2.4 – Domínios de dimensionamento (ABNT, 2014)	42
Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação do concreto de acordo com o ACI 318:2014 (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)	49
Figura 3.2 – Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com o ACI 318:2014 (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)	51
Figura 3.3 – Distribuição de deformações para seções controladas por tração e compressão (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)	58
Figura 3.4 – Valores de ϕ (adaptada de ACI, 2014)	58
Figura 4.1 – Geometria do elemento finito BEAM189 (ANSYS, 2016)	62
Figura 4.2 – Seção transversal retangular com 4 células (ANSYS, 2016)	63
Figura 4.3 – Sistema de coordenadas do elemento finito REINF264 (ANSYS, 2016)	64
Figura 4.4 – Geometria do elemento finito REINF264 (ANSYS, 2016)	65
Figura 4.5 – Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido (adaptada de Código Modelo <i>fib</i> 2010, 2012)	67
Figura 4.6 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado não-fissurado (adaptada de Código Modelo <i>fib</i> 2010, 2012)	68
Figura 4.7 – Diagrama tensão deformação para o concreto tracionado (adaptada de Código Modelo <i>fib</i> 2010, 2012; com base em MARTINELLI, 2003)	69
Figura 4.8 – Diagrama tensão-deformação para o aço (adaptado de BARBOSA, 2017)	70
Figura 4.9 – Malha de elementos finitos	71
Figura 4.10 – Processo iterativo do método Newton-Raphson padrão (adaptada de BATHE, 1996)	73
Figura 5.1 – Seção transversal dos pilares de Goyal e Jackson (1971)	74
Figura 5.2 – Seções transversais dos pilares de Claeson e Gylltoft (1998)	76
Figura 5.3 – Seção transversal dos pilares de Melo (2009)	78

Figura 6.1 – Funções densidade de probabilidade de R e S (ANG e TANG, 1984).....	82
Figura 6.2 – Variável aleatória margem de segurança padronizada m , de distribuição normal, e índice de confiabilidade β (REAL, 2000)	83
Figura 6.3 – Processo do método de Monte Carlo (REAL, 2000)	86
Figura 6.4 – Critérios de falha (DINIZ e FRANGOPOL, 1997).....	88
Figura 6.5 – FDP Lognormal ajustada para representar a FDP Gumbel	93
Figura 6.6 – Método FORM (PALIGA, 2008).....	95
Figura 7.1 – FDP Lognormal da solicitação ajustada aos dados usados no modelo numérico	97
Figura 7.2 – FDP Normal da resistência ajustada aos dados obtidos no modelo numérico	97
Figura 7.3 – Variação da média da carga de ruptura (500 simulações)	99
Figura 7.4 – Variação do desvio-padrão da carga de ruptura (500 simulações).....	100
Figura 7.5 – Variação da média da carga de ruptura (1500 simulações).....	100
Figura 7.6 – Variação do desvio-padrão da carga de ruptura (1500 simulações)	101
Figura 7.7 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 30$ e $e1h = 0,1$)	102
Figura 7.8 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 60$ e $e1h = 0,1$)	102
Figura 7.9 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 90$ e $e1h = 0,1$)	103
Figura 7.10 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 30$ e $e1h = 0,2$) ..	103
Figura 7.11 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 60$ e $e1h = 0,2$) ..	103
Figura 7.12 – Variação de β em função de fck para Fd constante ($\lambda = 90$ e $e1h = 0,2$) ..	104
Figura 7.13 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 0,50$ e $e1h = 0,1$).....	105
Figura 7.14 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 0,75$ e $e1h = 0,1$).....	106
Figura 7.15 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 1,00$ e $e1h = 0,1$).....	106
Figura 7.16 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 0,50$ e $e1h = 0,2$).....	106
Figura 7.17 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 0,75$ e $e1h = 0,2$).....	107
Figura 7.18 – Variação de β em função de λ ($fck = 30$, $\nu = 1,00$ e $e1h = 0,2$).....	107
Figura 7.19 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 0,50$ e $e1h = 0,1$).....	107
Figura 7.20 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 0,75$ e $e1h = 0,1$).....	108
Figura 7.21 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 1,00$ e $e1h = 0,1$).....	108
Figura 7.22 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 0,50$ e $e1h = 0,2$).....	108
Figura 7.23 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 0,75$ e $e1h = 0,2$).....	109
Figura 7.24 – Variação de β em função de λ ($fck = 40$, $\nu = 1,00$ e $e1h = 0,2$).....	109
Figura 7.25 – Variação de β em função de λ ($fck = 50$, $\nu = 0,50$ e $e1h = 0,1$).....	109
Figura 7.26 – Variação de β em função de λ ($fck = 50$, $\nu = 0,75$ e $e1h = 0,1$).....	110

Figura 7.27 – Variação de β em função de λ ($fck = 50, \nu = 1,00$ e $e1h = 0,1$).....	110
Figura 7.28 – Variação de β em função de λ ($fck = 50, \nu = 0,50$ e $e1h = 0,2$).....	110
Figura 7.29 – Variação de β em função de λ ($fck = 50, \nu = 0,75$ e $e1h = 0,2$).....	111
Figura 7.30 – Variação de β em função de λ ($fck = 50, \nu = 1,00$ e $e1h = 0,2$).....	111
Figura 7.31 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 30$ e $e1h = 0,1$).....	113
Figura 7.32 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 30$ e $e1h = 0,1$).....	114
Figura 7.33 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 30$ e $e1h = 0,1$).....	114
Figura 7.34 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 30$ e $e1h = 0,2$).....	114
Figura 7.35 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 30$ e $e1h = 0,2$).....	115
Figura 7.36 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 30$ e $e1h = 0,2$).....	115
Figura 7.37 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 60$ e $e1h = 0,1$).....	115
Figura 7.38 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 60$ e $e1h = 0,1$).....	116
Figura 7.39 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 60$ e $e1h = 0,1$).....	116
Figura 7.40 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 60$ e $e1h = 0,2$).....	116
Figura 7.41 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 60$ e $e1h = 0,2$).....	117
Figura 7.42 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 60$ e $e1h = 0,2$).....	117
Figura 7.43 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 90$ e $e1h = 0,1$).....	117
Figura 7.44 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 90$ e $e1h = 0,1$).....	118
Figura 7.45 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 90$ e $e1h = 0,1$).....	118
Figura 7.46 – Variação de β em função de ν ($fck = 30, \lambda = 90$ e $e1h = 0,2$).....	118
Figura 7.47 – Variação de β em função de ν ($fck = 40, \lambda = 90$ e $e1h = 0,2$).....	119
Figura 7.48 – Variação de β em função de ν ($fck = 50, \lambda = 90$ e $e1h = 0,2$).....	119
Figura 7.49 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 30$ e $\nu = 0,50$).....	121
Figura 7.50 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 30$ e $\nu = 0,50$).....	121
Figura 7.51 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 30$ e $\nu = 0,50$).....	121
Figura 7.52 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 30$ e $\nu = 0,75$).....	122
Figura 7.53 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 30$ e $\nu = 0,75$).....	122
Figura 7.54 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 30$ e $\nu = 0,75$).....	122
Figura 7.55 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 30$ e $\nu = 1,00$).....	123
Figura 7.56 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 30$ e $\nu = 1,00$).....	123
Figura 7.57 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 30$ e $\nu = 1,00$).....	123
Figura 7.58 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 60$ e $\nu = 0,50$).....	124
Figura 7.59 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 60$ e $\nu = 0,50$).....	124

Figura 7.60 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 60$ e $\nu = 0,50$).....	124
Figura 7.61 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 60$ e $\nu = 0,75$).....	125
Figura 7.62 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 60$ e $\nu = 0,75$).....	125
Figura 7.63 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 60$ e $\nu = 0,75$).....	125
Figura 7.64 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 60$ e $\nu = 1,00$).....	126
Figura 7.65 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 60$ e $\nu = 1,00$).....	126
Figura 7.66 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 60$ e $\nu = 1,00$).....	126
Figura 7.67 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 90$ e $\nu = 0,50$).....	127
Figura 7.68 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 90$ e $\nu = 0,50$).....	127
Figura 7.69 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 90$ e $\nu = 0,50$).....	127
Figura 7.70 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 90$ e $\nu = 0,75$).....	128
Figura 7.71 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 90$ e $\nu = 0,75$).....	128
Figura 7.72 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 90$ e $\nu = 0,75$).....	128
Figura 7.73 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 30, \lambda = 90$ e $\nu = 1,00$).....	129
Figura 7.74 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 40, \lambda = 90$ e $\nu = 1,00$).....	129
Figura 7.75 – Variação de β em função de $e1h$ ($fck = 50, \lambda = 90$ e $\nu = 1,00$).....	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Espaçamento máximo da armadura transversal de acordo com o ACI 318:2014	Erro! Indicador não definido.
Tabela 5.1 – Cargas de ruptura para os pilares de Goyal e Jackson	75
Tabela 5.2 – Cargas de ruptura para os pilares de Claeson e Gylltoft	77
Tabela 5.3 – Cargas de ruptura para os pilares de Melo	79
Tabela 6.1 – Índice de confiabilidade alvo	84
Tabela 6.2 – Relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha	84
Tabela 6.3 – Variação das dimensões de pilares	89
Tabela 6.4 – Variação das dimensões de pilares	89
Tabela 6.5 – Variação das dimensões de pilares de obras de médio porte brasileiras.....	90

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

ACI – *American Concrete Institute*

ANSYS – *Analysis Systems*

APDL – *ANSYS Parametric Design Language*

ASCE – *American Society of Civil Engineers*

ASTM – *American Society for Testing and Materials*

ELU – Estado-Limite Último

FDP – Função densidade de probabilidade

FDPA – Função distribuição de probabilidade acumulada

LRFD – *Load and Resistance Factor Design*

NBR – Norma Brasileira aprovada pela ABNT

SEI – *Structural Engineering Institute*

UPF – *User Programmable Features*

LISTA DE SÍMBOLOS

NBR 6118	ACI 318	SIGNIFICADO
$e_{1,mín}$	$e_{2,mín}$	Excentricidade mínima de 1ª ordem
b	b_w	Largura da seção transversal do pilar
h	h	Altura da seção transversal do pilar
d	d	Distância da fibra mais comprimida da seção transversal ao centroide da armadura longitudinal tracionada
A_s	A_{st}	Área total da armadura longitudinal
$e_{1d,mín}$	$e_{2,mín}$	Excentricidade mínima de 1ª ordem
l_o	l_u	Comprimento livre
λ	λ	Índice de esbeltez
E_{ci}	-	Módulo de deformação tangente inicial do concreto
I_c	I_g	Momento de inércia da seção
$A_{s,mín}$	$A_{st,mín}$	Área mínima da armadura longitudinal
N_{sd}	P_u	Esforço normal solicitante de cálculo
f_{yd}	-	Resistência de cálculo de escoamento do aço
A_c	A_g	Área da seção transversal do concreto
$A_{s,máx}$	$A_{st,máx}$	Área máxima da armadura longitudinal
f_{yk}	f_y	Resistência característica de escoamento do aço
f_{cm}	f'_{cr}	Resistência média do concreto à compressão
f_{ck}	f'_c	Resistência característica do concreto à compressão
S_d	s_s	Desvio-padrão da dosagem
f_{cd}	-	Resistência de cálculo à compressão do concreto
γ_c	-	Coefficiente de minoração da resistência do concreto
E_{cs}	E_c	Módulo de deformação secante do concreto
α_E	-	Parâmetro em função da natureza do agregado
ϵ_{c2}	-	Deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
ϵ_{cu}	ϵ_o	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

γ_s	-	Coefficiente de minoração da resistência do aço
E_s	E_s	Módulo de elasticidade do aço
F_d	P_u	Esforço normal solicitante de cálculo
F_{gk}	D	Esforço solicitante característico das ações permanentes
F_{qk}	L	Esforço solicitante característico das ações variáveis
i	r	Raio de giração da seção geométrica
l	-	Distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado
e_1/h	e_1/h	Excentricidade relativa de 1ª ordem
M_B	M_1	Menor valor absoluto de momento de 1ª ordem nas extremidades do pilar
M_A	M_2	Maior valor absoluto de momento de 1ª ordem nas extremidades do pilar
$1/r$	-	Curvatura na seção crítica
ν	ν	Esforço normal adimensional
e_2	-	Excentricidade de 2ª ordem
N_{Rd}	ϕP_n	Esforço normal resistente de cálculo
M_{Rd}	ϕM_n	Momento fletor resistente de cálculo
N_{Sd}	P_u	Esforço normal solicitante de cálculo
M_{Sd}	M_u	Momento fletor solicitante de cálculo
-	s_{min}	Espaçamento mínimo das barras da armadura longitudinal
-	w_c	Densidade do concreto
f_c	f_c	Resistência à compressão simples do concreto
ϵ_c	ϵ_c	Deformação específica do concreto à compressão
-	ϵ_y	Deformação correspondente à resistência de escoamento do aço
-	k	Fator que considera a rigidez dos elementos no mesmo plano que as extremidades do pilar
-	M_c	Momento fletor fatorado amplificado
-	δ	Fator amplificador do momento
-	C_m	Fator que relaciona o diagrama de momentos real a um equivalente

-	P_c	Carga crítica de flambagem
-	EI	Rigidez à flexão do pilar
-	I_{se}	Momento de inércia da armadura em relação ao centroide da seção transversal do pilar
-	β_{dns}	Razão entre D_u e P_u
-	D_u	Esforço permanente fatorado
-	ε_{cu}	Máxima deformação de compressão permitida no concreto
-	ϕ	Fator redutor da resistência
-	ε_t	Deformação específica do aço na camada mais tracionada da armadura
-	$\phi P_{n,máx}$	Valor máximo permitido para a resistência de cálculo à compressão da seção
-	$M_{u,mín}$	Momento fletor fatorado mínimo
	$[K]$	Matriz de rigidez tangente
	$\{\Delta U\}$	Vetor de incremento de deslocamentos
	$\{\Psi\}$	Vetor de forças residuais
	$\{F\}$	Vetor de forças externas
	$\{R\}$	Vetor de forças internas
	$\{U\}$	Vetor de deslocamentos
	u	Deslocamento nodal em x
	v	Deslocamento nodal em y
	w	Deslocamento nodal em z
	θ	Rotação nodal
	s	Coordenada no espaço reduzido
	ν	Coefficiente de Poisson
	k	Número plástico
	ε_{c1}	Deformação correspondente à máxima tensão de compressão
	E_{c1}	Módulo secante, da origem ao pico da tensão de compressão
	σ_{ct}	Tensão de tração do concreto
	ε_{ct}	Deformação de tração do concreto
	f_{ctm}	Resistência à tração média do concreto
	σ_s	Tensão do aço

ε_s	Deformação do aço
$F_{u,exp}$	Valores de carga de ruptura obtidos experimentalmente
$F_{u,mod}$	Valores de carga de ruptura obtidos através do modelo numérico
$F_X(x)$	Função distribuição de probabilidade acumulada
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade
P_f	Probabilidade de falha
β	Índice de confiabilidade
M	Margem de segurança
S	Esforços solicitantes
R	Resistência máxima da estrutura para determinada finalidade
X	Variável aleatória genérica
x	Realização da variável aleatória genérica X
μ_M	Valor esperado da margem de segurança
σ_M	Desvio-padrão da margem de segurança
m	Variável normal padronizada para a margem de segurança
Φ	Função distribuição normal de probabilidade acumulada
V_{fc}	Coefficiente de variação da resistência à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência à tração do concreto
ρ_{ct}	Coefficiente de correlação linear entre f_c e f_{ct}
ρ_{ce}	Coefficiente de correlação linear entre f_c e E_c
ρ_{te}	Coefficiente de correlação linear entre f_{ct} e E_c
V_{fy}	Coefficiente de variação da resistência de escoamento do aço
V_{Es}	Coefficiente de variação do módulo de elasticidade do aço
V_G	Coefficiente de variação das cargas permanentes
V_Q	Coefficiente de variação das cargas variáveis
F_{mod}^{cor}	Carga de ruptura obtida através do modelo numérico corrigida pela estimativa do erro do modelo
e_{Resist}	Variável aleatória da estimativa do erro do modelo em relação à capacidade resistente

N_{mod}^{cor}	Solicitação no pilar corrigida pela estimativa do erro do modelo
e_{solic}	Variável aleatória da estimativa do erro do modelo em relação à solicitação
r	Relação entre o esforço solicitante característico acidental e o permanente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	21
1.1	Objetivos	23
1.2	Trabalhos e pesquisas realizados	23
1.3	Organização do trabalho	26
2	PROJETO DE PILARES SEGUNDO A NBR 6118	27
2.1	Introdução	27
2.2	Geometria.....	27
2.2.1	Seção transversal.....	28
2.2.2	Excentricidades	28
2.2.3	Armadura Longitudinal.....	29
2.3	Materiais	29
2.3.1	Concreto.....	30
2.3.2	Aço.....	35
2.4	Carregamento.....	37
2.4.1	Valores característicos das ações.....	37
2.4.2	Valores característicos nominais	37
2.4.3	Valores de cálculo e combinações últimas das ações	37
2.5	Efeitos de 2ª ordem.....	38
2.5.1	Método do pilar-padrão com curvatura aproximada.....	40
2.6	Dimensionamento.....	41
2.6.1	Hipóteses fundamentais	41
2.6.2	Esforços de cálculo.....	43
3	PROJETO DE PILARES SEGUNDO O ACI 318:2014	44
3.1	Introdução	44
3.2	Geometria.....	44

3.2.1	Seção transversal.....	44
3.2.2	Excentricidades.....	44
3.2.3	Armadura longitudinal.....	45
3.3	Materiais.....	45
3.3.1	Concreto.....	46
3.3.2	Aço.....	50
3.4	Carregamento.....	52
3.4.1	Classificação das ações.....	52
3.4.2	Combinações de cargas.....	52
3.5	Efeitos de 2ª ordem:.....	52
3.5.1	Método amplificador do momento.....	53
3.6	Dimensionamento.....	55
3.6.1	Hipóteses fundamentais.....	56
3.6.2	Fator redutor de resistência.....	57
3.6.3	Esforços de cálculo.....	59
4	MODELAGEM COMPUTACIONAL.....	61
4.1	Software ANSYS.....	61
4.2	Elementos finitos utilizados.....	62
4.2.1	Concreto.....	62
4.2.2	Armadura.....	63
4.3	Modelos constitutivos.....	65
4.3.1	Concreto.....	65
4.3.2	Aço.....	69
4.4	Análise numérica.....	70
5	VALIDAÇÃO DO MODELO.....	74
5.1	Pilares de Goyal e Jackson.....	74
5.2	Pilares de Claeson e Gylltoft.....	76

5.3	Pilares de Melo.....	77
6	CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	80
6.1	Probabilidade de falha e índice de confiabilidade	81
6.2	Método de Monte Carlo.....	85
6.3	Critério de falha.....	87
6.4	Caracterização das variáveis aleatórias.....	88
6.4.1	Geração aleatória da geometria	89
6.4.2	Geração aleatória das propriedades mecânicas do concreto	90
6.4.3	Geração aleatória das propriedades mecânicas do aço	91
6.4.4	Geração aleatória das cargas axiais.....	91
6.4.5	Estimativa de erro do modelo	93
6.5	FORM e <i>Subset Simulation</i>	94
7	ESTUDOS PARAMÉTRICOS.....	96
7.1	Variação de β em função de fck	101
7.2	Variação de β em função de λ	105
7.3	Variação de β em função de ν	113
7.4	Variação de β em função de $e1/h$	120
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	131
	REFERÊNCIAS	134
	APÊNDICE A – Processos de Cálculo da NBR 6118 e do ACI 318	141
	APÊNDICE B – Tabelas Índices de Confiabilidade	144

1 INTRODUÇÃO

O processo da globalização, cada vez mais intenso e presente em nossas vidas, permite a troca de informações e conhecimentos entre pessoas e entidades de diferentes regiões do mundo, muito facilitada inclusive com a difusão e aperfeiçoamento dos meios de comunicação e da internet. Na engenharia, esse processo tem um papel muito interessante, pois permite que diferentes conhecimentos, ideias e descobertas de diversos lugares possam ser compartilhados com o resto do mundo e assim se crie uma rede que permite o desenvolvimento da teoria e da prática pertinentes à engenharia. Muitas vezes as entidades que regulamentam projetos de engenharia utilizam dessa ferramenta, que possibilita o acesso aos conhecimentos ao redor do mundo, para melhorarem suas prescrições.

No caso da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), mais especificamente na norma da NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, para o dimensionamento de pilares de concreto armado, desde o ano de 2003, podem ser ressaltadas algumas prescrições por essa incluídas que foram retiradas do código ACI 318 – Requisitos para Concreto Estrutural, da American Concrete Institute (ACI), como por exemplo, o valor da excentricidade mínima de primeira ordem, o método simplificado da rigidez aproximada para a determinação dos efeitos de segunda ordem e o modelo de cálculo de flechas. Mas essas normas também têm suas diferenças e, mesmo que com algumas semelhanças, devem ter suas prescrições avaliadas como um todo e comparadas, possibilitando assim o avanço das mesmas.

Ambas as normas tratam de estruturas de concreto estrutural, que tem um comportamento bastante complexo, por ser um material heterogêneo, composto por vários outros, que tem um comportamento bastante distinto quando solicitado à compressão e à tração, que sofre fenômenos como a fluência e a retração, que são relacionados com o tempo, e que tem uma relação entre a tensão e a deformação não-linear. Por conta disso, se torna essencial o desenvolvimento de ferramentas que descrevam corretamente o comportamento dos materiais e do elemento estrutural em si. Nesse sentido, já há algum tempo, o método dos elementos finitos tem se destacado. A essência desse método para um problema de engenharia é o estabelecimento e a solução de um conjunto de equações algébricas que governam o mesmo (BATHE, 1996).

Quanto à segurança dessas normas, ambas utilizam uma teoria semi-probabilística para garantir um comportamento satisfatório das estruturas, que tratam as cargas de formas distintas, em função de sua previsibilidade e frequência de ocorrência, e definem valores característicos para cada variável. Os valores de cálculo são obtidos através da introdução de coeficientes parciais de segurança, que reduzem as resistências características e aumentam as solicitações, tornando os projetos mais seguros. Porém, segundo Araújo (2014), essa teoria, apesar de ser conveniente do ponto de vista prático, não é suficiente para que se tenha uma ideia clara a respeito do nível de segurança obtido no projeto.

Além das incertezas devido à complexidade dos materiais, ainda existem incertezas quanto aos métodos construtivos, à qualidade da mão de obra e dos instrumentos utilizados em obra. Todas essas incertezas tornam muitos dos dados de um projeto estrutural em variáveis aleatórias, fazendo com que as mesmas tenham que ser tratadas de forma probabilística. Para que seja possível uma avaliação consistente do nível de segurança, é preciso conhecer a distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias, sendo essas, muitas vezes, de difícil determinação (ARAÚJO, 2014). Uma alternativa para o estudo da confiabilidade estrutural é o método de Monte Carlo, que consiste na realização de diversas simulações, onde são estipuladas as variáveis aleatórias do problema, assim como são assumidas as distribuições de probabilidades e os parâmetros estatísticos das mesmas, e cada simulação é realizada com a geração aleatória dessas variáveis, respeitando suas estatísticas. Após um número grande de simulações, com posse de uma amostra suficiente de soluções para a estrutura em estudo frente às solicitações, é possível, com uma análise estatística, determinar a distribuição de probabilidades da resposta e seus parâmetros estatísticos, que, por fim, possibilitam estimar a confiabilidade da estrutura.

A metodologia adotada neste trabalho consiste, primeiramente, na revisão bibliográfica dos processos de dimensionamento de pilares de acordo com as normas ABNT NBR 6118 e ACI 318, do método dos elementos finitos, do *software ANSYS*, dos modelos constitutivos do concreto e do aço e da confiabilidade estrutural. Posteriormente, no dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal segundo ambas as normas, através de planilhas elaboradas com o auxílio do *software Excel*, com diferentes resistências, comprimentos e solicitações. Com os pilares dimensionados, são simulados seus respectivos comportamentos, com o auxílio do

software ANSYS, e, com o método de Monte Carlo e o devido estudo probabilístico, são estimados seus níveis de confiabilidade.

1.1 Objetivos

O principal objetivo deste trabalho é determinar o nível de confiabilidade alcançado no dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal de acordo com a norma NBR 6118 (2014) e com o código ACI 318 (2014). Já os objetivos específicos são a comparação dos índices de confiabilidade obtidos para as duas normas e a avaliação da influência dos parâmetros de projeto.

1.2 Trabalhos e pesquisas realizados

Grant, Mirza e Macgregor (1978) estudaram as propriedades da distribuição da resistência última de pilares curtos de concreto armado e analisaram a influência de diversas variáveis. Os resultados indicaram que a resistência à compressão do concreto e a tensão de escoamento do aço têm significativa influência nas propriedades da distribuição da resistência última, sendo que a variabilidade do primeiro mostrou ter maior contribuição na região de falha por compressão e a do segundo mostrou ter maior contribuição na região de falha por tração.

Mirza e Macgregor (1982) realizaram um estudo de confiabilidade de vigas e pilares de concreto armado segundo as prescrições da norma canadense CSA A23.3 (*Canadian Standards Association*) e propuseram valores para o fator redutor de resistência desses elementos.

Mirza e Macgregor (1989) investigaram a variabilidade da resistência última de pilares esbeltos de concreto armado. Os resultados indicaram que o índice de esbeltez, a taxa de armadura longitudinal e a excentricidade da carga influenciam significativamente as propriedades da distribuição de probabilidade da resistência do pilar e que variabilidade da resistência à compressão do concreto mostrou ter maior contribuição na variabilidade da resistência em pilares com pequena excentricidade da carga, enquanto que, para altos

valores de excentricidade da carga, a variabilidade da tensão de escoamento do aço mostrou ter maior influência.

Ruiz e Aguilar (1994) estudaram a confiabilidade de pilares curtos e esbeltos de concreto armado seguindo as prescrições do código ACI 318:89 e do código regulamentar da Cidade do México (RCDF:87). Os resultados mostraram que o índice de esbeltez, o aço da armadura longitudinal e a excentricidade da aplicação da carga são importantes na avaliação da confiabilidade de pilares esbeltos de concreto armado, que os valores do índice de confiabilidade obtidos para os pilares esbeltos são maiores que os obtidos para pilares curtos e que os valores obtidos segundo o código RCDF:87 resultaram, em todos os casos, superiores aos obtidos segundo o código ACI 318:89.

Frangopol *et al.* (1996) mostraram que a correlação entre a carga axial e o momento fletor e a maneira como esses esforços são aplicados têm efeitos substanciais na confiabilidade de pilares curtos e esbeltos de concreto armado.

Mirza (1996) realizou um estudo de confiabilidade de pilares de concreto armado segundo as prescrições do código ACI 318:95 e propôs valores para os fatores redutores de resistência desses elementos.

Diniz e Frangopol (1998) avaliaram a confiabilidade de pilares de concreto de alta resistência segundo as prescrições do código ACI 318:95. Além de analisarem a influência da resistência à compressão do concreto, do índice de esbeltez e da quantidade de aço na armadura longitudinal, eles concluíram que a confiabilidade de pilares de concreto de alta resistência, em geral, é menor que de pilares de concreto de resistência normal e que a principal razão de os pilares esbeltos de concreto de alta resistência apresentarem baixa confiabilidade é a pequena quantidade de aço na armadura longitudinal dos mesmos.

Diniz e Frangopol (2003) analisaram a confiabilidade de pilares esbeltos de concreto de normal e alta resistências considerando os efeitos de carregamento de longo termo. Foi observado que a resistência à compressão do concreto, a quantidade de aço na armadura longitudinal, a excentricidade da aplicação da carga e o índice de esbeltez têm impacto considerável na confiabilidade resultante dos pilares.

Szerszen, Szwed e Nowak (2005) avaliaram a confiabilidade de pilares de concreto armado segundo as prescrições do código ACI 318:05. Como resultado desse estudo,

propuseram um novo modelo para o fator redutor da resistência, em função da taxa de armadura longitudinal.

Stucchi, Santos e Franco (2011) realizaram a análise da confiabilidade de elementos esbeltos segundo a NBR 6118:2007 e avaliaram o critério de segurança da mesma. Os resultados indicaram que o valor dos coeficientes de majoração das cargas permanentes e variáveis são inadequados e os autores propuseram a proibição de pilares com largura inferior a 15 cm.

A Professora Dra. Sofia Diniz orientou duas dissertações de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) sobre confiabilidade de pilares de concreto armado. Nogueira (2006) avaliou a confiabilidade de pilares curtos de concreto armado segundo a NBR 6118:2003 e avaliou a influência de diversos parâmetros de projeto nos níveis de confiabilidade. Os resultados indicaram que pilares com f_{ck} de 50 MPa implicam em níveis de confiabilidade inferiores aos com f_{ck} de 20 a 35 MPa e que a mera extrapolação das recomendações da norma para pilares com concreto de alta resistência resulta em índices de confiabilidade baixos, sendo que valores adequados são obtidos apenas com ajustes no bloco de tensões, mantendo todas as outras recomendações. Vieira (2017) estudou a confiabilidade de pilares curtos de concreto de alta resistência submetidos à flexão normal composta segundo a norma NBR 6118:2014 e avaliou a influência de diversos parâmetros de projeto. Os resultados mostraram que a resistência à compressão do concreto e a razão das cargas atuantes têm maior influência no índice de confiabilidade.

Os Professores Dr. Américo Campos Filho e Dr. Mauro de Vasconcellos Real orientaram duas dissertações de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) sobre confiabilidade de pilares de concreto armado segundo a norma NBR 6118:2014. Damas (2015) investigou a confiabilidade de pilares esbeltos de concreto de alta resistência. Além de realizar estudos paramétricos para avaliar a influência de diversos parâmetros de projeto no índice de confiabilidade, a autora observou que o índice de confiabilidade desses pilares está em níveis adequados, sendo que os casos mais críticos são os de pilares mais esbeltos cuja parcela de carga acidental é muito significativa. Barbosa (2017) avaliou a confiabilidade de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal e oblíqua. Os pilares submetidos à flexo-compressão normal, em sua grande maioria, apresentaram

valores satisfatórios para o índice de confiabilidade, enquanto que quase metade dos submetidos à flexo-compressão oblíqua não atingiram o valor alvo para o índice de confiabilidade adotado no estudo.

1.3 Organização do trabalho

Nos Capítulos 2 e 3, respectivamente, são apresentados os processos de dimensionamento de pilares de concreto armado de acordo com as normas NBR 6118:2014 e ACI 318:2014.

No Capítulo 4, são apresentados os elementos finitos e os modelos constitutivos dos materiais usados, assim como a modelagem dos pilares e algumas informações da análise numérica.

No Capítulo 5, o modelo computacional é validado através da comparação com resultados experimentais obtidos na bibliografia técnica.

No Capítulo 6, é apresentada uma introdução à confiabilidade estrutural e são caracterizadas as variáveis aleatórias do problema estudado, assumindo suas distribuições de probabilidades e parâmetros estatísticos.

No Capítulo 7, estão os estudos paramétricos, onde os pilares em estudo são detalhados, com suas geometrias, resistências dos materiais e solicitações, e são apresentados gráficos com os resultados obtidos.

Por fim, no Capítulo 8, estão as considerações finais deste trabalho.

2 PROJETO DE PILARES SEGUNDO A NBR 6118

2.1 Introdução

O projeto de pilares, assim como de qualquer elemento estrutural, tem por objetivo garantir que a resistência desses elementos seja igual ou superior às suas solicitações. Para garantir a segurança da estrutura em relação aos Estados Limites Últimos, relacionados à ruptura, e em relação aos Estados Limites de Serviço, relacionados ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização da mesma, a NBR 6118:2014 utiliza a Teoria Semi-Probabilística de Segurança, ou Método dos Estados Limites. Este método tem como ideia principal minorar a resistência característica dos elementos estruturais, resultando em uma resistência de cálculo, e majorar as cargas características solicitantes, resultando em cargas e solicitações de cálculo. A solução do dimensionamento é alcançada quando se encontra uma seção com resistência de cálculo igual às solicitações de cálculo.

Neste capítulo são apresentadas as recomendações feitas pela NBR 6118 (2014) quanto à geometria, aos materiais, ao carregamento e ao dimensionamento de pilares de concreto armado para o estado-limite último.

2.2 Geometria

A geometria do pilar é de grande importância no projeto, pois esta influencia tanto a resistência do elemento, conforme a forma e dimensões de sua seção transversal, seu comprimento e a disposição e área total da armadura, quanto às solicitações no mesmo, conforme a distância entre a aplicação da carga solicitante e o centroide da seção transversal.

Nesta seção são apresentadas as recomendações da NBR 6118 (2014) quanto à geometria no dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal.

2.2.1 Seção transversal

A NBR 6118 (2014) determina que a seção transversal, independentemente de sua forma, deve ter área, no mínimo, igual à 360 cm^2 e não pode apresentar dimensão menor que 19 cm. Para casos especiais, é permitido que se adote dimensões entre 14 e 19 cm, nesse caso, os esforços solicitantes de cálculo devem ser majorados pelo coeficiente adicional $\gamma_n = 1,95 - 0,05b \geq 1,0$.

2.2.2 Excentricidades

A excentricidade total considerada no dimensionamento de pilares submetidos à flexo-compressão é composta pelas excentricidades de 1ª ordem e 2ª ordem, além da excentricidade decorrente do fenômeno de fluência do concreto.

A excentricidade de 1ª ordem é a excentricidade inicial da força de compressão solicitante. Já a de 2ª ordem é decorrente do deslocamento transversal do elemento depois de deformado.

Quanto à excentricidade de primeira ordem, segundo a NBR 6118 (2014), no dimensionamento de pilares, seu valor mínimo deve ser calculado segundo a seguinte expressão:

$$e_{1,min} = 0,015 + 0,03h \quad (2.1)$$

Em que:

$e_{1,min}$ = excentricidade mínima de 1ª ordem, em metros (m);

h = altura total da seção transversal na direção considerada, em metros (m).

A determinação dos efeitos de segunda ordem está apresentada na Seção 2.5.

2.2.3 Armadura Longitudinal

A NBR 6118 (2014, p.144) diz que: “O arranjo das armaduras deve atender não só à sua função estrutural, como também às condições adequadas de execução, particularmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto”.

A NBR 6118 (2014) determina que o diâmetro das barras longitudinais seja superior ou igual a 10 mm e que não seja superior a 1/8 da menor dimensão transversal. Além disso, também determina áreas de armadura longitudinal mínima e máxima, segundo as expressões abaixo:

$$A_{s,mín} = 0,15 \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \geq 0,004A_c \quad (2.2)$$

$$A_{s,máx} = 0,08A_c \quad (2.3)$$

Em que:

$A_{s,mín}$ = área mínima da armadura longitudinal;

N_{sd} = força normal solicitante de cálculo;

f_{yd} = resistência de cálculo ao escoamento do aço;

A_c = área da seção transversal de concreto;

$A_{s,máx}$ = área máxima da armadura longitudinal.

2.3 Materiais

O concreto armado, como bem se sabe, alia uma boa resistência à compressão do concreto com uma boa resistência à tração do aço, e só tem um funcionamento conjunto graças à aderência (ARAÚJO, 2014). Propriedades do concreto e do aço, como suas resistências características e módulos de deformação, assim como seus respectivos diagramas tensão-deformação, são essenciais no dimensionamento de um pilar de concreto armado.

Como a NBR 6118 (2014) adota o Método dos Estados Limites para garantir a segurança no seu procedimento de dimensionamento, são introduzidos coeficientes de ponderação tanto na determinação da resistência à compressão do concreto quanto na resistência de escoamento do aço, resultando em valores de cálculo para essas propriedades.

Nesta seção são apresentados os valores recomendados pela NBR 6118 (2014) para as propriedades dos materiais relevantes ao dimensionamento de um pilar de concreto armado, assim como os valores de cálculo para os mesmos.

2.3.1 Concreto

2.3.1.1 Resistências média e característica à compressão

A resistência média à compressão do concreto é dada pela média aritmética das resistências à compressão de um conjunto de corpos de prova, de um mesmo lote, ensaiados de acordo com a NBR 5739 (2007). Já a resistência característica à compressão é definida como o valor de resistência com 5% de probabilidade de não ser alcançado pelos corpos de prova ensaiados.

Segundo a NBR 12655 (2006), a resistência média à compressão do concreto deve ser calculada segundo à seguinte equação:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 \cdot S_d \quad (2.4)$$

Sendo:

f_{cm} = resistência média do concreto à compressão, aos 28 dias, em MPa;

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão, em MPa;

S_d = desvio-padrão da dosagem, em MPa.

Quando não for indicada a idade, as resistências referem-se à idade de 28 dias.

A norma admite duas situações de cálculo, para desvio-padrão conhecido e desconhecido.

O desvio-padrão é considerado conhecido quando o concreto for elaborado com os mesmos materiais, mediante equipamentos similares e sob condições equivalentes. O

mesmo deve ser fixado com, no mínimo, 20 resultados consecutivos obtidos no intervalo de 30 dias, em período imediatamente anterior, e, em nenhum caso, deve ser adotado menor que 2 MPa.

Para os casos em que o valor do desvio-padrão não é conhecido, deve-se adotar os valores apresentados na Tabela 2.1, em função da condição de preparo do concreto.

As condições de preparo são definidas a seguir:

- a) Condição A (aplicável a todas as classes de concreto): o cimento e os agregados são medidos em massa, a água de amassamento é medida em massa ou volume com dispositivo dosador e corrigida em função da umidade dos agregados;
- b) Condição B (pode ser aplicada às classes C10 e C20): o cimento é medido em massa, a água de amassamento é medida em volume mediante dispositivo dosador e os agregados medidos em massa combinada com volume;
- c) Condição C (pode ser aplicada apenas aos concretos de classe C10 e C15): o cimento é medido em massa, os agregados são medidos em volume, a água de amassamento é medida em volume e a sua quantidade é corrigida em função da estimativa da umidade dos agregados da determinação da consistência do concreto.

Tabela 2.1 – Desvio-padrão a ser adotado em função da condição de preparo do concreto

Condição de preparo do concreto	Desvio-padrão (MPa)
A	4,0
B	5,5
C	7,0

Fonte: ABNT (2006)

2.3.1.2 Resistência de cálculo à compressão

A resistência de cálculo à compressão do concreto é obtida através da divisão da resistência característica à compressão por um coeficiente de minoração.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.5)$$

Em que:

f_{cd} = resistência de cálculo à compressão do concreto;

γ_c = coeficiente de minoração da resistência do concreto.

Segundo Araújo (2014, p. 102), “o coeficiente γ_c cobre os desvios das dimensões dos elementos estruturais, bem como as diferenças entre as resistências do concreto obtido em laboratório e do concreto na estrutura real”.

O valor de γ_c para combinações normais, conforme indicado na Tabela 12.1 da NBR 6118 (2014, p.71), é igual a 1,4.

2.3.1.3 Módulos de deformação tangente inicial e secante

O módulo de deformação é a relação entre as tensões e as deformações. Para sua determinação deve ser elaborado um diagrama tensão-deformação do concreto, através de um ensaio de compressão simples.

Como mostrado na Figura 2.1, o módulo de deformação tangente inicial (E_{ci}) representa a inclinação da reta tangente à curva na origem do diagrama. E o módulo de deformação secante (E_{cs}) representa a inclinação da reta que passa pela origem e corta o diagrama no ponto correspondente a uma tensão da ordem de 0,4 vezes a resistência à compressão simples (f_c).

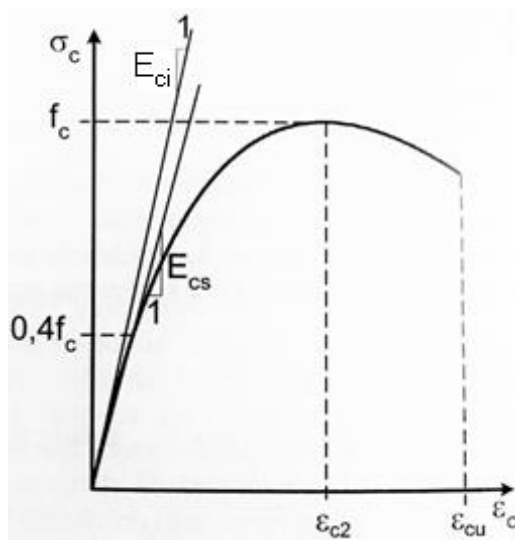


Figura 2.1 – Diagrama tensão-deformação do concreto de acordo com a NBR 6118:2014 (adaptada de ARAÚJO, 2014)

A NBR 6118 (2014) determina que o módulo de deformação tangencial inicial (E_{ci}) deve ser obtido segundo o método de ensaio estabelecido na NBR 8522 (2008).

Quando não forem realizados ensaios, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade inicial, para $f_{ck} \leq 50$ MPa, usando a expressão (2.12) e, para $f_{ck} > 50$ MPa, a expressão (2.13), na qual α_E é um parâmetro função da natureza do agregado que influencia o módulo de elasticidade.

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.6)$$

$$E_{ci} = 2,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.7)$$

Em que:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

O módulo de deformação secante pode ser obtido segundo método de ensaio estabelecido na NBR 8522 (2008), ou estimado pela expressão:

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (2.8)$$

Sendo:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (2.9)$$

Em que:

E_{cs} = módulo de deformação secante do concreto.

2.3.1.4 Diagrama tensão-deformação

A Figura 2.2 apresenta o diagrama tensão-deformação idealizado do concreto, que segundo a NBR 6118 (2014), para efeito de dimensionamento, pode ser adotado.

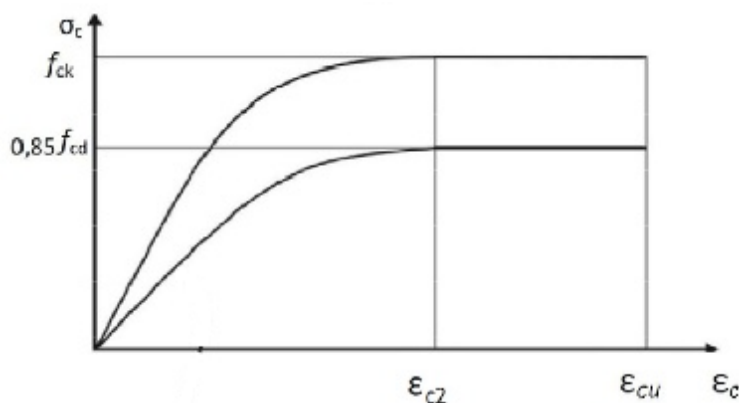


Figura 2.2 – Diagrama tensão-deformação idealizado do concreto de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014)

Os valores a serem adotados para a deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (ϵ_{c2}) e para a deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura (ϵ_{cu}) para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa são:

$$\epsilon_{c2} = 2,0\text{‰} \quad (2.10)$$

$$\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad (2.11)$$

enquanto que para concretos com $f_{ck} > 50$ MPa, são:

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰} \cdot (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left[\frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4 \quad (2.13)$$

2.3.2 Aço

2.3.2.1 Resistência característica de escoamento

A resistência característica de escoamento do aço deve ser adotada de acordo com a NBR 7480 (2007), para as categorias CA-25, CA-50 e CA-60.

A NBR 7480 (2007) traz uma tabela onde são apresentadas as propriedades mecânicas exigíveis de barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado, a Tabela 2.2 é uma adaptação desta tabela contida na norma e mostra os valores da resistência característica de escoamento para as categorias citadas anteriormente.

Tabela 2.2 – Resistência característica de escoamento do aço de acordo com a NBR 7480:2007

Categoria	Resistência característica de escoamento, f_{yk} (MPa)
CA-25	250
CA-50	500
CA-60	600

Fonte: adaptada de ABNT (2007)

2.3.2.2 Resistência de cálculo de escoamento

A resistência de cálculo de escoamento do aço é igual a resistência característica de escoamento dividida por um coeficiente de minoração.

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (2.14)$$

Em que:

γ_s = coeficiente de minoração da resistência do aço.

Conforme indicado na Tabela 12.1 da NBR 6118 (2014, p.71), o valor de γ_s para combinações normais é igual a 1,15.

2.3.2.3 Módulo de elasticidade

A NBR 6118 (2014) permite, para quando não há ensaios ou valores fornecidos pelo fabricante, que o módulo de elasticidade do aço (E_s) seja admitido igual a 210 GPa.

2.3.2.4 Diagrama tensão-deformação

A norma permite, para cálculos nos estados-limite último e de serviço, que o diagrama tensão-deformação indicado na Figura 2.3, para aços com ou sem patamar de escoamento, seja utilizado. O comportamento em tração e compressão é admitido idêntico.

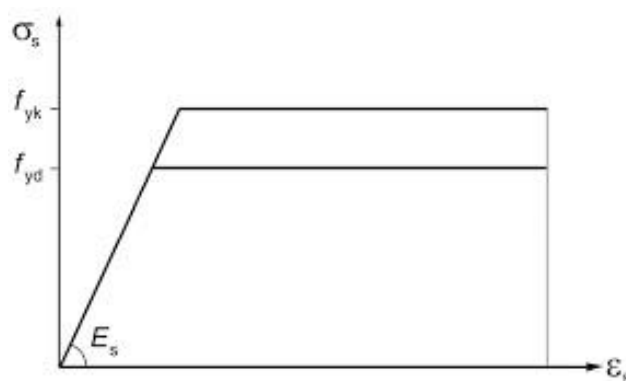


Figura 2.3 – Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com a NBR 6118:2014 (ABNT, 2014)

2.4 Carregamento

“Por definição, as ações são as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Usualmente, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se elas fossem as próprias ações” (ARAÚJO, 2014, p. 90).

Nesta seção, são apresentados os valores característicos e de cálculo das ações, além das combinações de ações indicadas na NBR 6118 (2014).

2.4.1 Valores característicos das ações

A NBR 8681 (2003) define que os valores característicos para as ações permanentes correspondem à variabilidade existente num conjunto de estruturas análogas, e deve ser adotado como o valor médio, correspondente ao quantil de 50%, tanto para efeitos favoráveis quanto para efeitos desfavoráveis.

Para as ações variáveis, a norma estabelece que os valores característicos são os que têm de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, em um período de 50 anos, e que não devem ser consideradas as ações variáveis que produzam efeitos favoráveis à estrutura.

2.4.2 Valores característicos nominais

Para ações que não tenham sua variabilidade expressa por distribuições de probabilidade, os valores característicos podem substituídos por valores nominais convenientemente escolhidos. Já para ações que tenham baixa variabilidade, os valores médios das respectivas distribuições devem ser adotados como característicos (NBR 8681, 2003).

2.4.3 Valores de cálculo e combinações últimas das ações

Os valores de cálculo das ações devem ser determinados multiplicando os valores característicos pelos respectivos coeficientes de ponderação.

Segundo a NBR 8681 (2003), o esforço solicitante de cálculo pode ser obtido através da combinação última normal apresentada na equação (2.15):

$$F_d = 1,4 G_k + 1,4 Q_k \quad (2.15)$$

em que F_d é o esforço normal solicitante de cálculo, F_{gk} é o esforço solicitante característico das ações permanentes e F_{qk} é o esforço solicitante característico das ações variáveis.

2.5 Efeitos de 2ª ordem

Segundo a NBR 6118 (2014), efeitos de 2ª ordem são aqueles que devem ser analisados considerando a configuração geométrica deformada da estrutura.

A norma diz que o comportamento não linear dos materiais deve ser considerado na determinação desses efeitos e, quando não representarem um acréscimo maior que 10% nas reações e nas solicitações relevantes na estrutura, os mesmos podem ser desprezados.

Segundo Araújo (2014), os pilares podem ser classificados em curtos, moderadamente esbeltos e esbeltos:

- a) pilares curtos: são aqueles para os quais os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados. Para esses pilares, os esforços solicitantes obtidos na configuração deformada são aproximadamente iguais aos calculados na configuração indeformada.
- b) pilares moderadamente esbeltos: os efeitos de segunda ordem são importantes e não podem ser desprezados. Porém, esses efeitos podem ser determinados através de processos simplificados, como por exemplo, os métodos da curvatura aproximada e da rigidez aproximada.
- c) pilares esbeltos: os efeitos de segunda ordem são de tamanha importância que não podem ser calculados por métodos simplificados. É preciso analisá-los de forma rigorosa, considerando a não-linearidade dos materiais e geométrica.

Para a NBR 6118 (2014), os efeitos de 2ª ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez λ for menor que o valor-limite λ_1 , definidos, respectivamente, por:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (2.16)$$

Sendo:

$$l_e = \begin{cases} l_0 + h, & \text{se } (l_0 + h) < l \\ l & \end{cases} \quad (2.17)$$

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (2.18)$$

Em que:

λ = índice de esbeltez;

i = raio de giração da seção geométrica;

l = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado;

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (2.19)$$

Sendo:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40, \quad (2.20)$$

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4 \quad (2.21)$$

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (2.22)$$

Sendo:

e_1/h = excentricidade relativa de 1ª ordem;

M_A e M_B = momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo, em caso contrário.

A expressão (2.22) é válida para pilares biapoiados sem cargas transversais.

Para índices de esbeltez menores que 90, a NBR 6118 (2014) permite que, no cálculo de pilares com seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo do seu eixo, os efeitos de 2ª ordem sejam determinados através de métodos aproximados, como o do pilar-padrão com curvatura aproximada e o do pilar-padrão com rigidez aproximada. Já para índices de esbeltez entre 90 e 200, a norma determina que, além da obrigatoriedade da consideração da fluência, os efeitos de 2ª ordem sejam determinados pelo método geral.

Foram estudados neste trabalho pilares curtos e moderadamente esbeltos. Os efeitos de 2ª ordem foram determinados pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada, mesmo para os pilares curtos, onde a norma permite que esses sejam desprezados.

2.5.1 Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Este método, que só é permitido pela NBR 6118 (2014) para pilares com seção transversal constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo e com índices de esbeltez entre λ_1 e 90, considera a não-linearidade geométrica de forma aproximada, e supõe que a deformação da barra é senoidal. A não-linearidade física também é considerada de forma aproximada, através da expressão, aproximada, da curvatura na seção crítica a seguir:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (2.23)$$

Sendo:

$$v = \frac{N_{Sd}}{A_c f_{cd}} \quad (2.24)$$

Em que:

$1/r$ = curvatura na seção crítica;

v = força normal adimensional;

A excentricidade de segunda ordem é determinada através da equação (2.25):

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10r} \quad (2.25)$$

2.6 Dimensionamento

Nesta seção são apresentadas as hipóteses fundamentais adotadas pela NBR 6118 (2014), os domínios de dimensionamento e os esforços, solicitantes e resistentes, de cálculo.

2.6.1 Hipóteses fundamentais

As seguintes hipóteses básicas devem ser consideradas na determinação dos esforços resistentes de pilares:

- a) as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b) a deformação das barras em tração ou compressão deve ser a mesma do concreto em seu entorno;
- c) as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no estado-limite último (ELU);
- d) a distribuição de tensões no concreto deve ser feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo. Pode-se substituir esse diagrama pelo retângulo de profundidade $y = \lambda x$;
- e) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir do diagrama tensão-deformação simplificado;
- f) o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios de dimensionamento.

2.6.1.1 Domínios de dimensionamento

O estado-limite último corresponde à ruína de uma seção transversal, que pode ocorrer tanto por ruptura do concreto como por deformação excessiva da armadura. A ocorrência da ruína é admitida quando a distribuição das deformações ao longo da altura da seção transversal se enquadra em um dos domínios mostrados na Figura 2.4.

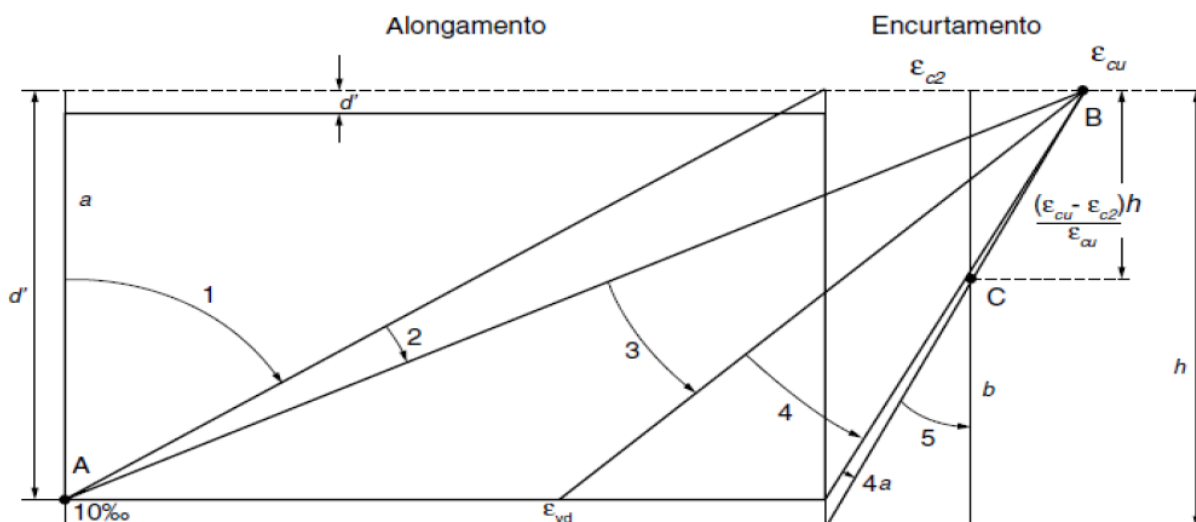


Figura 2.4 – Domínios de dimensionamento (ABNT, 2014)

- A reta a corresponde à solicitação de tração uniforme, onde a deformação da armadura atinge o valor máximo permitido, que é de 10‰;
- O domínio 1 representa, também, a ruína por deformação excessiva da armadura, porém com tração não uniforme, ou seja, flexo-tração, sem tensões de compressão;
- O domínio 2 é caracterizado pela deformação excessiva da armadura sob flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto;
- O domínio 3 caracteriza os casos solicitados por flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e escoamento do aço;
- O domínio 4 se caracteriza pelas solicitações de flexão simples ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento;
- O domínio 4a engloba os casos em que as solicitações sejam de flexão composta e as armaduras resultem comprimidas, causando a ruína por esmagamento do concreto;
- O domínio 5 representa as solicitações de compressão não uniforme, ou seja, flexo-compressão, sem tensões de tração, e também resulta em ruína por esmagamento do concreto;
- A reta b corresponde à compressão uniforme.

2.6.2 Esforços de cálculo

Como já foi salientado neste trabalho, devido à utilização do Método dos Estados Limites pela NBR 6118 (2014), devem ser introduzidos coeficientes de ponderação aos valores característicos de algumas propriedades dos materiais e das solicitações, de maneira que os mesmos sejam minorados e majorados, respectivamente. Dessa maneira são obtidos os valores de cálculo, que são usados para determinar os esforços resistentes e solicitantes, como está apresentado a seguir.

2.6.2.1 Esforços resistentes de cálculo

Os esforços resistentes de cálculo são constituídos pelas resultantes das tensões, tanto do concreto quanto do aço, que devem ser obtidas respeitando as hipóteses fundamentais de dimensionamento e o equilíbrio da seção transversal.

O esforço normal resistente (N_{Rd}) é o somatório da resultante de tensão de compressão do concreto com as resultantes de tensão das camadas da armadura. E o momento fletor resistente (M_{Rd}) é obtido a partir do somatório da multiplicação de cada um desses esforços e da distância, perpendicular ao sentido do esforço, do ponto de aplicação do mesmo até um ponto em comum.

2.6.2.2 Esforços solicitantes de cálculo

Os esforços solicitantes de cálculo em pilares de concreto armado, submetidos à flexo-compressão, são os esforços normais de compressão (N_{Sd}) e os momentos fletores (M_{Sd}).

Para o dimensionamento no estado-limite último, os esforços normais de compressão de cálculo são obtidos através das combinações últimas e os momentos fletores a partir da multiplicação desses esforços normais pelas excentricidades correspondentes.

3 PROJETO DE PILARES SEGUNDO O ACI 318:2014

3.1 Introdução

Assim como a NBR 6118 (2014), o ACI 318 (2014) também adota a Teoria Semi-Probabilística de Segurança (*Load and Resistance Factor Design – LRFD*). O princípio básico é o mesmo, majorar as ações nominais, resultando em ações fatoradas, equivalente às ações de cálculo na NBR 6118 (2014), e minorar as resistências nominais, resultando em resistências fatoradas, equivalente às resistências de cálculo na NBR 6118 (2014).

Neste capítulo são apresentadas as recomendações feitas pelo ACI 318 (2014) quanto à geometria, aos materiais, ao carregamento e ao dimensionamento de pilares de concreto armado para o estado-limite último.

3.2 Geometria

Nesta seção são apresentadas as recomendações do ACI 318 (2014) quanto à geometria no dimensionamento de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal.

3.2.1 Seção transversal

O ACI 318 (2014) não impõe dimensões mínimas para a seção transversal de concreto de pilares desde 1971, essa exigência foi excluída para possibilitar uma maior utilização de elementos de compressão de concreto armado em estruturas menores e com pequenos carregamentos.

3.2.2 Excentricidades

Para pilares esbeltos, o ACI 318 (2014) estabelece uma excentricidade mínima para a determinação do momento fatorado, apresentada na equação (3.1):

$$e_{2,mín} = 15 + 0,03h \quad (3.1)$$

Sendo $e_{2,mín}$ e h expressos em mm e $e_{2,mín}$ é a excentricidade mínima de 1ª ordem para pilares esbeltos.

3.2.3 Armadura longitudinal

O ACI 318 (2014) determina que o espaçamento mínimo entre as barras da armadura longitudinal em pilares seja o maior entre os valores apresentados abaixo:

$$s_{mín} = \begin{cases} 25 \text{ mm} \\ \text{diâmetro nominal da barra} \\ \text{diâmetro nominal máximo} \\ \text{do agregado graúdo} \end{cases} \quad (3.2)$$

em que $s_{mín}$ é o espaçamento mínimo das barras da armadura longitudinal.

O código também exige os seguintes limites para a área total da armadura longitudinal:

$$A_{st,mín} = 0,01A_g \quad (3.3)$$

$$A_{st,máx} = 0,08A_g \quad (3.4)$$

Em que:

$A_{st,mín}$ = área mínima da armadura longitudinal;

A_g = área da seção transversal de concreto;

$A_{st,máx}$ = área máxima da armadura longitudinal.

3.3 Materiais

Nesta seção são apresentados os valores recomendados pelo ACI 318 (2014) para as propriedades dos materiais relevantes ao dimensionamento de um pilar de concreto armado.

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

3.3.1 Concreto

3.3.1.1 Resistências média e característica à compressão

O valor da resistência média à compressão (f'_{cr}), equivalente à f_{cm} da NBR 6118, é a média aritmética das resistências à compressão obtidos em testes de corpos-de-prova cilíndricos. O ACI 318, na sua publicação de 2014, determina que a resistência característica à compressão do concreto deve ser obtida com a probabilidade de apenas 1% que uma das situações abaixo ocorra:

- a média da resistência de três testes consecutivos seja inferior à resistência característica;
- um teste individual tenha resistência, pelo menos, 3,5 MPa inferior à resistência característica, se essa for menor ou igual a 35 MPa;
- um teste individual tenha resistência inferior a 90% da resistência característica, se essa for maior que 35 MPa.

Já na publicação de 2011 do ACI 318, os critérios para obtenção do valor característico da resistência à compressão do concreto eram os mesmos, porém era informada toda a base estatística do mesmo. Devido ao fato de que não houve modificação nos critérios, é assumido que as informações estatísticas desse item, presente na publicação de 2011, foi apenas omitida na publicação de 2014, e não alterada. Então, com base no ACI 318:2011 e no ACI 214R, que é outro código do mesmo órgão que também trata da determinação da resistência dos materiais, está apresentado abaixo como é obtido o valor característico da resistência à compressão do concreto.

Ambos os códigos citados anteriormente admitem duas situações de cálculo, para desvio-padrão conhecido e não conhecido:

O desvio-padrão é considerado conhecido quando a empresa responsável pela dosagem possuir registro de resistências baseadas em testes, não anteriores à 24 meses, com materiais e condições similares, e resistência característica com uma diferença não maior que 7 MPa em relação à desejada. Esse registro deve consistir em, pelo menos, 30 testes consecutivos ou dois grupos de testes consecutivos totalizando 30 testes. Caso a empresa alcance todos requisitos, porém tenha entre 15 e 29 testes consecutivos, o desvio-padrão

deve ser o produto do desvio-padrão calculado, mostrado na Tabela 3.1, e do fator de correção do desvio-padrão, apresentado na Tabela 3.2.

Tabela 3.1 – Resistência média à compressão com desvio-padrão conhecido de acordo com o ACI 318:2014

Resistência característica à compressão (MPa)	Resistência média à compressão (MPa)
$f'_c \leq 35$	Usar o maior valor obtido das equações (3.6) e (3.7)
	$f'_{cr} = f'_c + 1,34s_s$ (3.5)
	$f'_{cr} = f'_c + 2,33s_s - 3,5$ (3.6)
$f'_c > 35$	Usar o maior valor obtido das equações (3.6) e (3.8)
	$f'_{cr} = f'_c + 1,34s_s$ (3.5)
	$f'_{cr} = 0,90f'_c + 2,33s_s$ (3.7)

Fonte: adaptada de ACI (2011)

Em que:

f'_{cr} = resistência média à compressão, em MPa;

s_s = desvio-padrão da dosagem, em MPa.

A equação (3.5) é baseada na probabilidade de 1% de que a média da resistência de três testes consecutivos seja inferior à resistência característica.

A equação (3.6) é baseada na probabilidade de 1% de que um teste individual tenha resistência, pelo menos, 3,5 MPa inferior à resistência característica.

A equação (3.7) é baseada na probabilidade de 1% de que um teste individual tenha resistência inferior a 90% da resistência característica.

Tabela 3.2 – Fator de correção do desvio-padrão

Número de testes	Fator de correção do desvio-padrão
15	1,16
20	1,08
25	1,03
30 ou mais	1,00
*Interpolar para valores intermediários	

Fonte: adaptada de ACI (2002)

Quando a empresa responsável pela dosagem não satisfizer os requisitos anteriormente citados, o desvio-padrão é considerado não conhecido, e a resistência média à compressão deve ser obtida conforme a Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Resistência média à compressão com desvio-padrão não conhecido de acordo com o ACI 318:2014

Resistência característica à compressão (MPa)	Resistência média à compressão (MPa)
$f'_c < 20,7$	$f'_{cr} = f'_c + 6,9$ (3.8)
$20,7 \leq f'_c \leq 34,5$	$f'_{cr} = f'_c + 8,3$ (3.9)
$f'_c > 34,5$	$f'_{cr} = 1,10f'_c + 4,8$ (3.10)

Fonte: adaptada de ACI (2002)

3.3.1.2 Módulo de deformação

O módulo de deformação é a relação entre as tensões e as deformações. Segundo o ACI 318 (2014), o módulo de deformação do concreto (E_c), equivalente ao E_{cs} da NBR 6118 (2014), é definido como a inclinação da reta que passa pelos pontos de tensão igual a zero e igual a $0,45f'_c$.

O módulo de deformação pode ser obtido, para valores de densidade do concreto entre 1440 e 2560 kg/m³, através da expressão:

$$E_c = w_c^{1,5} 0,043 \sqrt{f'_c} \quad (3.11)$$

Sendo:

E_c = módulo de deformação do concreto, em MPa;

w_c = densidade do concreto.

Para concretos com densidade entre 2155 e 2560 kg/m³, chamados de concretos de densidade normal, o módulo de deformação pode ser calculado pela expressão a seguir:

$$E_c = 4700 \sqrt{f'_c} \quad (3.12)$$

3.3.1.3 Diagrama tensão-deformação

A Figura 3.1 mostra o diagrama tensão-deformação assumido para o concreto sujeito à compressão pelo ACI 318 (2014). Esse modelo consiste de uma parábola da tensão igual a zero até o valor da resistência à compressão do concreto.

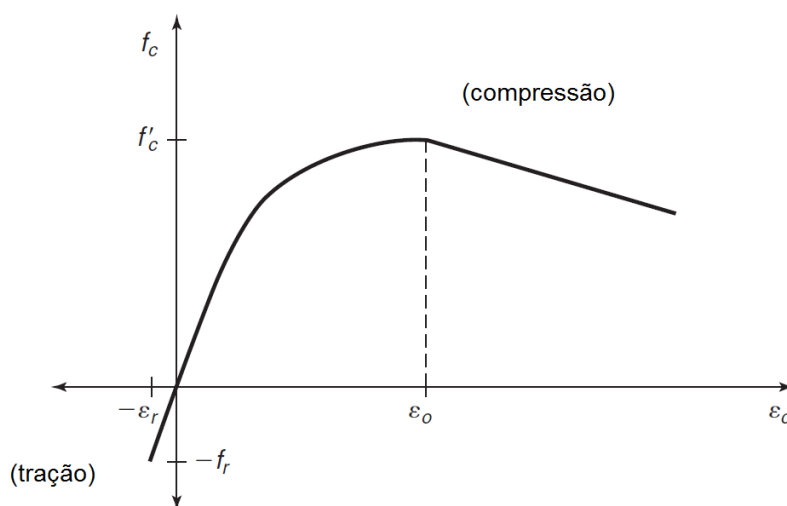


Figura 3.1 – Diagrama tensão-deformação do concreto de acordo com o ACI 318:2014 (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)

A deformação correspondente à tensão de compressão de pico (ε_o) é, geralmente, assumida igual a 0,002 para concretos de densidade normal.

A equação da parábola é a seguinte:

$$f_c = f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad (3.13)$$

Em que:

f_c = tensão à compressão do concreto;

ε_c = deformação específica do concreto à compressão;

ε_o = deformação específica do concreto correspondente à tensão máxima de compressão.

Para deformações maiores que ε_o , a relação é admitida linear e definida pela expressão (3.14):

$$f_c = f'_c \left[1 - \frac{Z}{1000} \left(\frac{\varepsilon_c - \varepsilon_o}{\varepsilon_o} \right) \right] \quad (3.14)$$

em que Z é a constante que controla a inclinação da reta, geralmente adotada igual a 150.

3.3.2 Aço

3.3.2.1 Resistência de escoamento

O ACI 318 (2014) exige que as barras de aço sejam nervuradas, exceto para espirais e aço protendido, para os quais são permitidas barras lisas. A norma determina que devem ser seguidas as especificações da ASTM A615M (2003) para aço carbono.

A ASTM A615M (2003) classifica as barras em *Grade 40*, *Grade 60* e *Grade 75*¹, e suas resistências de escoamento (f_y), equivalente à f_{yk} da NBR 6118 (2014), mínimas exigidas estão indicadas na Tabela 3.4.

¹ Os valores 40, 60 e 75 adotados na classificação das barras se explicam devido aos valores de resistência de escoamento mínimos no sistema inglês de unidades, que é o utilizado nos Estados Unidos, serem 40, 60 e 75 ksi, respectivamente.

Tabela 3.4 – Resistência de escoamento do aço de acordo com o ACI 318:2014

	<i>Grade 40</i>	<i>Grade 60</i>	<i>Grade 75</i>
Resistência de escoamento, f_y (MPa)	280	420	520

Fonte: adaptada de ASTM (2003)

O código limita o valor de f_y , a ser usado nos cálculos de dimensionamento de pilares de concreto armado, a 550 MPa.

3.3.2.2 Módulo de elasticidade

O ACI 318 (2014) permite que o valor do módulo de elasticidade do aço (E_s), quando não protendido, seja admitido igual a 200 GPa.

3.3.2.3 Diagrama tensão-deformação

O diagrama tensão-deformação apresentado abaixo é assumido pelo ACI 318 (2014) para o aço no dimensionamento.

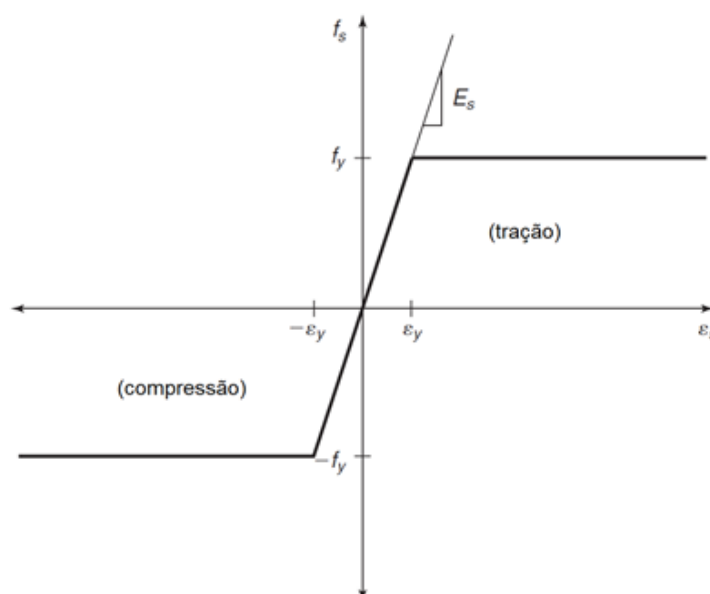


Figura 3.2 – Diagrama tensão-deformação do aço de acordo com o ACI 318:2014 (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)

Em que:

f_y = resistência de escoamento do aço;

ε_y = deformação correspondente à resistência de escoamento do aço.

3.4 Carregamento

3.4.1 Classificação das ações

Segundo a ASCE/SEI 7 (2010), as cargas permanentes consistem no peso próprio da estrutura, incluindo instalações e equipamentos fixos, e as cargas acidentais são as produzidas pelo uso e ocupação da estrutura.

3.4.2 Combinações de cargas

As cargas fatoradas, equivalentes aos esforços solicitantes de cálculo da NBR 6118 (2014), devem ser determinadas através do produto das cargas nominais, ou de serviço, equivalentes aos esforços solicitantes característicos da NBR 6118 (2014), que atuam na estrutura e de fatores de carga apropriados. A carga axial fatorada (P_u), equivalente ao N_{sd} da NBR 6118 (2014), segundo o ACI 318 (2014) deve ser adotada igual ao maior valor encontrado entre as combinações de cargas apresentadas nas equações (3.15) e (3.16):

$$1,4D \quad (3.15)$$

$$1,2D + 1,6L \quad (3.16)$$

em que D são as cargas permanentes e L são as cargas acidentais.

3.5 Efeitos de 2ª ordem:

O ACI 318 (2014) classifica os pilares em uma estrutura como deslocáveis ou indeslocáveis, dependendo dos efeitos de segunda ordem nas suas extremidades.

O pilar pode ser considerado indeslocável na estrutura quando o acréscimo nos momentos de extremidade no pilar devido aos efeitos de 2ª ordem não forem maiores que 5% dos momentos de extremidade de 1ª ordem.

Quanto à esbeltez, o código permite, para pilares indeslocáveis, desprezar os efeitos de 2ª ordem quando:

$$\frac{kl_u}{r} \leq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \leq 40 \quad (3.17)$$

Sendo:

$$r = \sqrt{\frac{I_g}{A_g}} \quad (3.18)$$

em que k é o fator que considera a rigidez dos elementos no mesmo plano que as extremidades do pilar, l_u é o comprimento livre do pilar, r é o raio de giração, M_1 e M_2 são os momentos de 1ª ordem nas extremidades do pilar, sendo M_2 o momento de maior valor absoluto e M_1/M_2 positivo se os momentos tiverem sentidos opostos e negativo se tiverem sentidos iguais, e I_g é o momento de inércia da seção de concreto.

Para os casos em que o efeito da esbeltez não possa ser desprezado, o ACI 318 (2014) permite utilizar o método amplificador do momento, sendo este utilizado neste trabalho.

3.5.1 Método amplificador do momento

Nesta subseção está apresentado o método amplificador do momento, que é um método aproximado para obtenção dos efeitos de 2ª ordem em pilares indeslocáveis de concreto armado, recomendado pelo ACI 318 (2014).

O momento fatorado amplificado (M_c) é definido por:

$$M_c = \delta M_2 \quad (3.19)$$

Sendo:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \geq 1,0 \quad (3.20)$$

em que M_c é o momento fletor fatorado amplificado, δ é o fator amplificador do momento, C_m é o fator que relaciona o diagrama de momentos real a um uniforme equivalente, P_u é o esforço normal fatorado e P_c é a carga crítica de flambagem.

O valor de M_2 deve ser comparado ao momento resultante do produto de P_u e de $e_{2,min}$, definido na equação (3.1). O maior valor entre os dois deve ser adotado.

O ACI 318 (2014) exige que o valor do momento total não seja maior que 1,4 vezes o valor do momento de 1ª ordem, ou seja, que M_c não seja maior que $1,4M_2$, conseqüentemente:

$$\delta \leq 1,4 \quad (3.21)$$

Outra exigência da norma é que P_u não exceda $0,75P_c$:

$$P_u \leq 0,75P_c \quad (3.22)$$

O valor de 0,75 que multiplica P_c nas equações (3.20) e (3.22) é um fator de redução que considera a probabilidade de um pilar esbelto isolado ter resistência menor do que a esperada, chamado de ϕ_k .

O valor de C_m é dado por:

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \quad (3.23)$$

E a carga crítica de flambagem (P_c) é definida pela seguinte equação:

$$P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2} \quad (3.24)$$

sendo EI a rigidez à flexão do pilar.

O ACI 318 (2014) permite o uso de duas equações para o cálculo da rigidez à flexão do pilar (EI). A primeira é a equação (3.25), que é mais precisa, mas é necessário conhecer a área total da armadura longitudinal. No processo de dimensionamento, para uma estimativa inicial, é utilizada a segunda, a equação (3.28).

$$EI = \frac{(0,2E_cI_g + E_sI_{se})}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.25)$$

Sendo:

$$I_{se} = \sum_{i=1}^{n'} A_{si} \left(\frac{h}{2} - d_i \right)^2 \quad (3.26)$$

$$\beta_{dns} = \frac{D_u}{P_u} \leq 1,0 \quad (3.27)$$

Em que:

E_s = módulo de elasticidade do aço;

I_{se} = momento de inércia da armadura em relação ao centroide da seção transversal do pilar;

β_{dns} = razão entre o esforço permanente fatorado e o esforço total fatorado;

D_u = esforço permanente fatorado, igual ao produto do esforço normal permanente e do fator de carga para o esforço permanente, referente ao da combinação que resultou o maior valor de P_u .

$$EI = \frac{0,4E_cI_g}{1 + \beta_{dns}} \quad (3.28)$$

3.6 Dimensionamento

Nesta seção são apresentadas as hipóteses fundamentais adotadas pelo ACI 318 (2014), o fator redutor de resistência e os esforços, solicitantes e resistentes, de cálculo.

3.6.1 Hipóteses fundamentais

O ACI 318 (2014) utiliza o método de dimensionamento da resistência, que exige que duas condições básicas sejam satisfeitas: equilíbrio estático e compatibilidade de deformações.

As hipóteses básicas de dimensionamento são:

- a) as deformações no concreto e na armadura devem ser assumidas diretamente proporcionais às suas distâncias em relação à linha neutra da seção;
- b) as deformações no concreto e na armadura devem ser assumidas iguais quando estiverem em uma mesma altura na seção;
- c) a máxima deformação de compressão permitida no concreto (ϵ_{cu}) deve ser assumida igual a 0,003;
- d) as tensões na armadura, quando menores que f_y , devem ser determinadas pelo produto de E_s e da deformação correspondente no aço. Para deformações maiores do que a correspondente a f_y , a tensão deve ser igual a f_y , independente da deformação;
- e) a resistência à tração do concreto deve ser desprezada;
- f) a relação entre a distribuição da tensão de compressão do concreto e sua deformação deve ser assumida como retangular, trapezoidal, parabólica ou qualquer outro formato que resulte em uma estimativa de resistência com substancial coerência com resultados de testes de resistência. Essa relação pode ser satisfeita por uma distribuição retangular, assumindo uma tensão uniformemente distribuída igual a $0,85f'_c$ com profundidade igual a $a = \beta_1 c$ a partir da fibra de maior deformação de compressão do concreto.

O valor de β_1 tem uma variação linear entre os valores de 0,85 e 0,65, em função da resistência característica à compressão do concreto, como definido a seguir:

- a) para $f'_c \leq 28$ MPa:

$$\beta_1 = 0,85 \quad (3.29)$$

b) para $28 \text{ MPa} < f'_c \leq 56 \text{ MPa}$:

$$\beta_1 = 0,85 - 0,05 \left(\frac{f'_c - 28 \text{ MPa}}{7 \text{ MPa}} \right) \quad (3.30)$$

c) para $f'_c > 56 \text{ MPa}$:

$$\beta_1 = 0,65 \quad (3.31)$$

3.6.2 Fator redutor de resistência

A resistência de cálculo de um elemento é obtida através da multiplicação da resistência nominal pelo fator redutor de resistência adequado.

O valor do fator redutor de resistência (ϕ) depende da forma da seção, podendo ser espiral ou de outra forma, e da deformação do aço na camada mais tracionada (ε_t), e tem por finalidade minorar a resistência nominal do elemento levando em consideração:

- a) a probabilidade de o elemento ter uma resistência menor do que a esperada, devido às variações nas propriedades dos materiais e nas dimensões;
- b) as imprecisões das equações de projeto;
- c) o grau de ductilidade e a confiabilidade necessária do elemento frente às cargas as quais está sendo submetido;
- d) a importância do elemento para a estrutura.

Dependendo do valor de ε_t , a seção pode ser classificada em:

- a) condição equilibrada de deformações: quando o valor de ε_t é igual a ε_y e a deformação no concreto é igual a ε_{cu} ;
- b) controlada por compressão: quando o valor de ε_t é menor ou igual ao valor limite para seção controlada por compressão, que para *Grade 60* ($f_y = 420 \text{ MPa}$) pode ser adotado igual a 0,002, e a deformação no concreto é igual a ε_{cu} ;
- c) controlada por tração: quando o valor de ε_t é maior ou igual a 0,005 e a deformação no concreto é igual a ε_{cu} ;

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

d) região de transição: quando o valor de ε_t está entre 0,002 e 0,005.

A Figura 3.3 ilustra as distribuições de deformações para uma seção controlada por tração e por compressão.

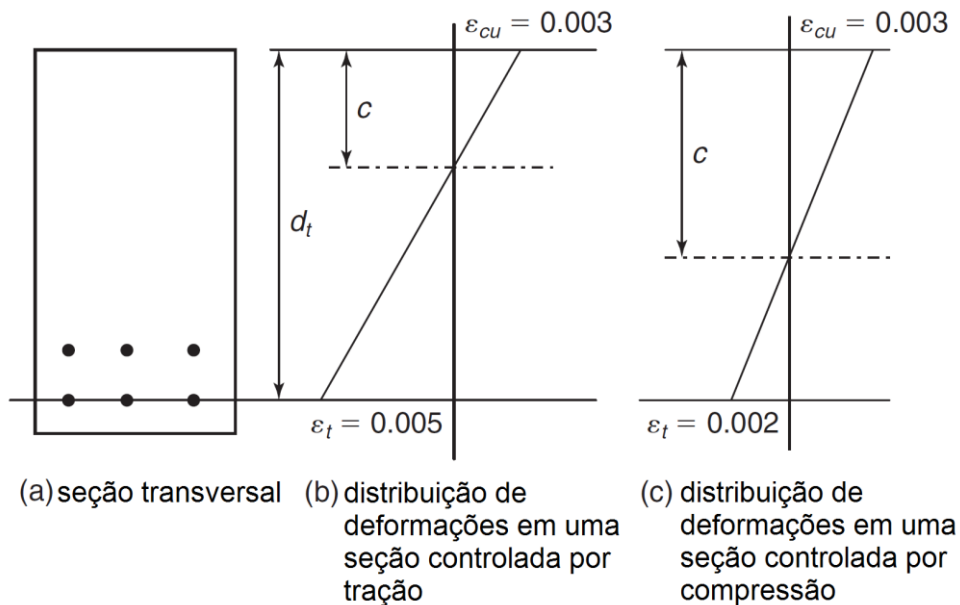


Figura 3.3 – Distribuição de deformações para seções controladas por tração e compressão (adaptada de WIGHT; MACGREGOR, 2011)

A Figura 3.4 mostra os valores de ϕ para as diferentes classificações de uma seção:

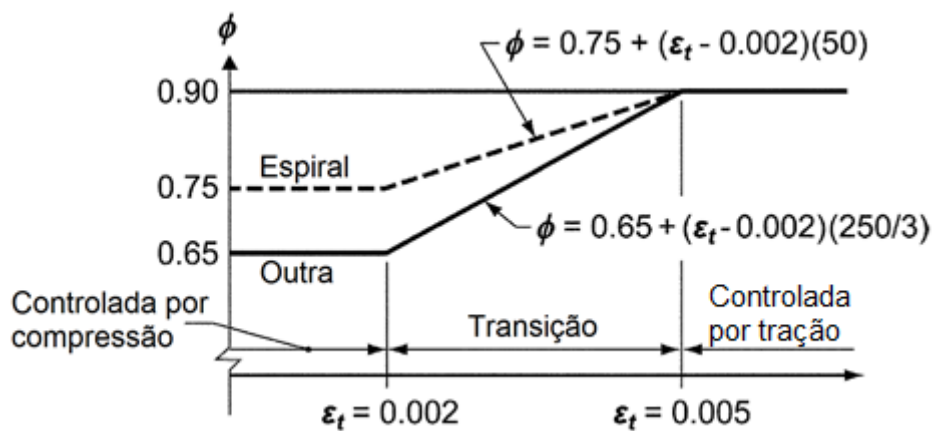


Figura 3.4 – Valores de ϕ (adaptada de ACI, 2014)

3.6.3 Esforços de cálculo

3.6.3.1 Esforços resistentes nominais e de cálculo

Os esforços resistentes nominais da seção são constituídos pelas resultantes das tensões, tanto do concreto quanto do aço, que devem ser obtidas respeitando as hipóteses fundamentais de dimensionamento e o equilíbrio da seção transversal.

O esforço normal resistente nominal da seção (P_n) é o somatório da resultante de tensão de compressão do concreto com as resultantes de tensão das camadas da armadura. E o momento fletor resistente nominal (M_n) é obtido a partir do somatório da multiplicação de cada um desses esforços e da distância, perpendicular ao sentido do esforço, do ponto de aplicação do mesmo até um ponto em comum.

Já os esforços resistentes de cálculo, ou fatorados, como são chamados nos Estados Unidos, tanto normal (ϕP_n), equivalente ao N_{Rd} da NBR 6118 (2014), quanto o momento fletor (ϕM_n), equivalente ao M_{Rd} da NBR 6118 (2014), são iguais ao produto de seus valores nominais pelo fator redutor de resistência.

O ACI 318 (2014) limita, para pilares de seção retangular, a resistência à compressão de cálculo da seção a 80% da resistência nominal P_n , para consideração de excentricidades acidentais:

$$\phi P_{n,m\acute{a}x} = 0,80\phi [0,85f'_c(A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (3.32)$$

Em que:

$\phi P_{n,m\acute{a}x}$ = valor máximo permitido para a resistência normal de cálculo da seção de concreto armado;

A_{st} = área total de aço da armadura longitudinal.

O valor limite $\phi P_{n,m\acute{a}x}$ deve ser respeitado também para pilares sujeitos à flexo-compressão.

3.6.3.2 Esforços solicitantes de cálculo

O esforço normal fatorado (P_u) deve ser tomado igual ao maior valor encontrado entre as combinações de cargas apresentadas na Subseção 3.4.2.

Para pilares não esbeltos, sem momentos fletores aplicados ao elemento, o ACI 318 (2014) não exige um valor mínimo para o momento fletor fatorado (M_u), equivalente ao M_{sd} da NBR 6118. Já para pilares esbeltos, há um valor mínimo exigido para o momento fletor fatorado, igual a:

$$M_{u,mín} = P_u \cdot e_{2,mín} \quad (3.33)$$

em que $M_{u,mín}$ é o momento fletor fatorado mínimo.

4 MODELAGEM COMPUTACIONAL

Muitos fenômenos da engenharia podem ser descritos em termos de equações diferenciais parciais. Porém, em geral, solucionar essas equações através de métodos analíticos clássicos é quase impossível (FISH; BELYTSCHKO, 2009).

Com o surgimento dos computadores, e contínuo avanço de suas capacidades, o método dos elementos finitos (MEF), já existente, porém antes inviável, se torna eficiente e tem sua aplicabilidade ampliada (BATHE, 1996).

4.1 Software ANSYS

A análise estrutural, realizada com o ANSYS, através do sistema APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), que permite um maior controle do usuário sobre a simulação numérica (SILVA, 2017), se resume à três etapas: pré-processamento, solução e pós-processamento. A primeira envolve a modelagem e discretização da estrutura, sendo definidos a sua geometria, os elementos finitos a serem utilizados, as constantes do problema e as propriedades dos materiais. Na segunda etapa, são definidos o tipo de análise a ser realizada, as cargas atuantes e as condições de contorno do problema, para que a solução possa ser obtida. E, enfim, na terceira e última etapa, são apresentados os resultados obtidos através da análise (MADENCI; GUVEN, 2015).

O ANSYS apresenta duas ferramentas fundamentais para esse trabalho, a UPF (*User Programmable Features*) e a *Probabilistic Design*. A primeira é uma ferramenta de customização, que permite que o usuário programe, em linguagem FORTRAN, modelos de materiais e introduza-os no software. Para isso, a rotina de cálculo deve ser compilada e associada ao sistema principal, permitindo que o ANSYS utilize o modelo programado em suas análises. A segunda ferramenta diz respeito à análise probabilística, e permite dois métodos para a realização da mesma, o Método de Monte Carlo e o Método da Superfície de Resposta (BARBOSA, 2017).

4.2 Elementos finitos utilizados

4.2.1 Concreto

O concreto foi modelado utilizando o elemento finito BEAM189, que é um elemento de viga quadrático tridimensional, com dois pontos de integração, três nós e seis graus de liberdade por nó. Os graus de liberdade, em cada nó, são translações nas direções x , y e z e rotações em torno dos eixos x , y e z . Este elemento é baseado na teoria da viga de Timoshenko, conseqüentemente inclui os efeitos de deformação por cisalhamento, e é adequado para análise linear, com grandes rotações e/ou não-linear com grandes deformações. São suportados materiais com modelos elásticos, plásticos, com fluência e outras não-linearidades. A seção transversal é modelada por um número de elementos finitos, denominados de células, que é estabelecido pelo usuário, de nove nós cada, onde cada célula tem quatro pontos de integração, e a mesma pode ser constituída por mais de um material. O número de células na seção transversal influencia a precisão na determinação das suas propriedades, necessárias para definir a matriz de rigidez do elemento, e a habilidade de representar a relação não-linear tensão-deformação ao longo da mesma (SIMO; VU-QUOC, 1986; IBRAHIMBEGOVIC, 1995).

As Figuras 4.1 e 4.2 ilustram a geometria do elemento BEAM189 e uma seção transversal retangular com quatro células, respectivamente.

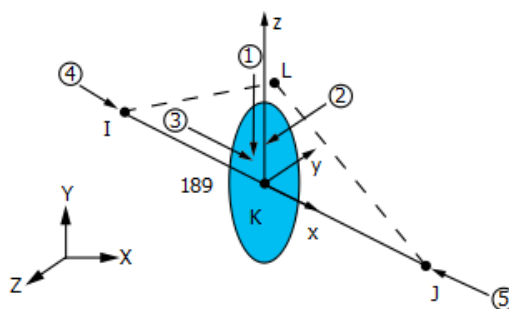


Figura 4.1 – Geometria do elemento finito BEAM189 (ANSYS, 2016)

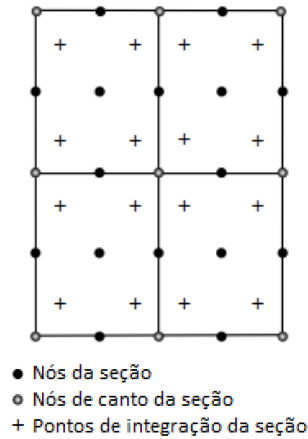


Figura 4.2 – Seção transversal retangular com 4 células (ANSYS, 2016)

As funções de interpolação deste elemento são:

$$u = \frac{1}{2} [u_I(-s + s^2) + u_J(s + s^2) + u_K(1 - s^2)] \quad (4.1)$$

$$v = \frac{1}{2} [v_I(-s + s^2) + v_J(s + s^2) + v_K(1 - s^2)] \quad (4.2)$$

$$w = \frac{1}{2} [w_I(-s + s^2) + w_J(s + s^2) + w_K(1 - s^2)] \quad (4.3)$$

$$\theta_x = \frac{1}{2} [\theta_{xI}(-s + s^2) + \theta_{xJ}(s + s^2) + \theta_{xK}(1 - s^2)] \quad (4.4)$$

$$\theta_y = \frac{1}{2} [\theta_{yI}(-s + s^2) + \theta_{yJ}(s + s^2) + \theta_{yK}(1 - s^2)] \quad (4.5)$$

$$\theta_z = \frac{1}{2} [\theta_{zI}(-s + s^2) + \theta_{zJ}(s + s^2) + \theta_{zK}(1 - s^2)] \quad (4.6)$$

em que u , v e w são os deslocamentos nodais em x , y e z , θ é a rotação e s é uma coordenada no espaço reduzido.

4.2.2 Armadura

Segundo Campos Filho (2003), a armadura pode ser modelada de três maneiras distintas, pelos modelos contínuo equivalente, discreto ou incorporado:

- Modelo contínuo equivalente: conveniente no caso de placas e cascas com armadura densamente distribuída, onde se usa uma discretização em camadas;
- Modelo discreto: a armadura é representada por elementos unidimensionais, tipo treliça, cujas matrizes de rigidez são superpostas às dos elementos de concreto;
- Modelo incorporado: a barra de armadura é considerada como uma linha de material mais rígido no interior do elemento de concreto. Supõe-se aderência perfeita entre o aço e o concreto, dessa forma os deslocamentos ao longo da barra são expressos em função dos deslocamentos nodais do elemento de concreto. A matriz de rigidez do elemento de concreto armado passa a ser a soma das matrizes de rigidez da armadura e do concreto.

O modelo discreto tem a desvantagem de limitar a malha de elementos finitos de concreto em função da distribuição da armadura, tornando o modelo incorporado mais interessante para a modelagem de um pilar de concreto armado.

Com isso, optou-se por modelar a armadura pelo modelo incorporado, empregando-se para tal o elemento REINF264, justamente por ser compatível com o elemento BEAM189, utilizado para o concreto.

O REINF264 é adequado para simular fibras de reforço com orientação arbitrária e apresenta apenas rigidez uniaxial. Este elemento finito admite modelos plásticos para grandes deformações e deflexões.

As Figuras 4.3 e 4.4 ilustram o sistema de coordenadas do REINF264 e sua geometria quando o elemento base é do tipo *beam* com três nós, respectivamente:

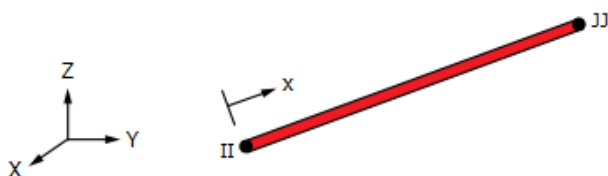


Figura 4.3 – Sistema de coordenadas do elemento finito REINF264 (ANSYS, 2016)

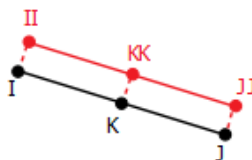


Figura 4.4 – Geometria do elemento finito REINF264 (ANSYS, 2016)

4.3 Modelos constitutivos

4.3.1 Concreto

O concreto foi modelado baseado nas equações apresentadas no Código Modelo *fib* 2010 (2012). Segundo o próprio código, essas equações são válidas para concretos com resistência característica à compressão de até 120 MPa.

4.3.1.1 Resistência à compressão

A resistência característica à compressão do concreto deve ser obtida através de ensaios à compressão de corpos de prova cilíndricos com o critério de que apenas 5% dos valores alcançados sejam inferiores ao esperado.

A resistência média à compressão pode ser estimada pela equação (4.7):

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad (4.7)$$

na qual $\Delta f = 8 \text{ MPa}$.

4.3.1.2 Resistência à tração

Na falta de dados experimentais, a resistência média à tração do concreto pode ser estimada pelas seguintes equações, em função da resistência característica à compressão do concreto:

$$f_{ctm} = 0,3 (f_{ck})^{2/3} , \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (4.8)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + 0,1 (f_{ck} + \Delta f)) , \text{ para } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (4.9)$$

Os valores mínimo e máximo para a resistência característica à tração são estimados pelas equações (4.10) e (4.11), respectivamente:

$$f_{ctk,mín} = 0,7 f_{ctm} \quad (4.10)$$

$$f_{ctk,máx} = 1,3 f_{ctm} \quad (4.11)$$

4.3.1.3 Módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson

O módulo de elasticidade do concreto, aos 28 dias, pode ser estimado pela equação (4.12):

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (4.12)$$

na qual $E_{c0} = 21500 \text{ MPa}$ e α_E tem os mesmos valores apresentados para a equação (2.12).

Quanto ao coeficiente de Poisson, o valor de $\nu = 0,2$ atende com precisão suficiente a influência deste coeficiente, especialmente em relação à abertura de fissuras no estado limite-último.

4.3.1.4 Relação constitutiva para o concreto comprimido

A relação entre a tensão e a deformação para compressão uniaxial de curta duração, ilustrada na Figura 4.5, é descrita pela equação abaixo:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = - \left(\frac{k \eta - \eta^2}{1 + (k-2) \eta} \right) , \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (4.13)$$

Sendo:

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (4.14)$$

$$k = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (4.15)$$

em que k é o número plástico, ε_{c1} é a deformação correspondente à máxima tensão de compressão e E_{c1} é o módulo secante, da origem ao pico da tensão de compressão.

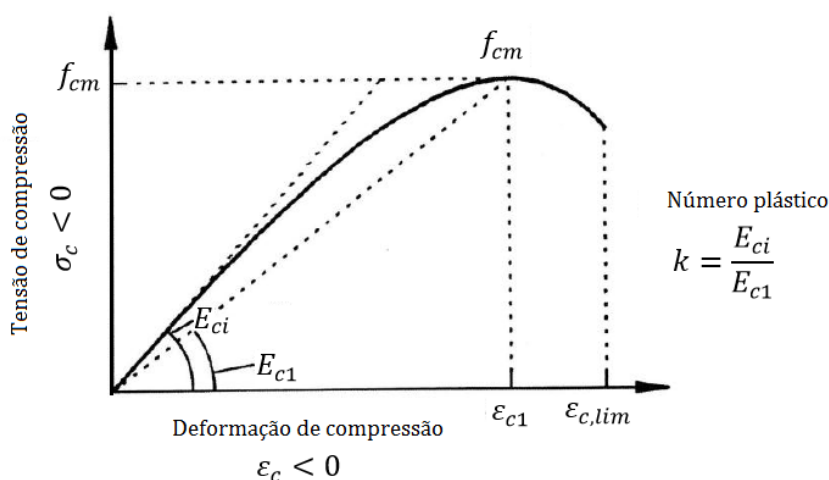


Figura 4.5 – Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido (adaptada de Código Modelo *fib* 2010, 2012)

4.3.1.5 Relação constitutiva para o concreto tracionado

O concreto sob tração tem dois comportamentos possíveis, um quando não está fissurado e outro quando há fissuração. A relação entre a tensão e a deformação para o concreto não fissurado é bilinear, com uma redução na rigidez a partir do valor de tensão igual a 90% da resistência média à tração, devido a microfissuração em pequenas zonas de falha, e um limite para a deformação por tração de 0,15‰, como descrito pelas equações (4.16) e (4.17) e ilustrado na Figura 4.6:

$$\sigma_{ct} = E_{ci} \varepsilon_{ct}, \quad \text{para } \sigma_{ct} \leq 0,9 f_{ctm} \quad (4.16)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctm} \left(1 - 0,1 \frac{0,00015 - \varepsilon_{ct}}{0,00015 - 0,9 \frac{f_{ctm}}{E_{ci}}} \right), \text{ para } 0,9 f_{ctm} < \sigma_{ct} \leq f_{ctm} \quad (4.17)$$

Em que:

σ_{ct} = tensão de tração do concreto, em MPa;

ε_{ct} = deformação de tração do concreto;

f_{ctm} = resistência à tração média do concreto.

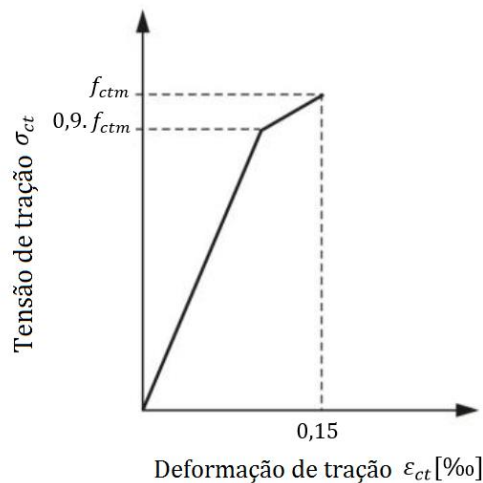


Figura 4.6 – Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado não-fissurado (adaptada de Código Modelo *fib* 2010, 2012)

Quando a tensão atinge a resistência média à tração do concreto, as microfissuras passam a ser consideradas fissuras discretas, sendo necessária uma nova relação entre a tensão e a deformação. Usualmente, as normas e códigos, entre os quais podem ser incluídos a NBR 6118 (2014) e o ACI 318 (2014), desprezam a resistência oferecida pelo concreto após sua fissuração, o que inclusive leva aos dimensionamentos mais seguros, porém não é o que realmente acontece. Na prática, depois de fissurado, o concreto entre as fissuras continua resistindo à tração, esse fenômeno é chamado de *tension stiffening*.

O Código Modelo *fib* 2010 (2012) determina as tensões e deformações no concreto fissurado a partir de relações com um valor fictício para a abertura de fissuras (w). Porém, devido ao fato de não ser possível obter esse valor fictício através da análise realizada

pelo ANSYS, a relação utilizada é a mesma proposta por Hinton (1988) e ajustada por Martinelli (2003):

$$\sigma_{ct} = \alpha f_{ctm} \left(1 - \frac{\varepsilon_{ct}}{\beta}\right), \quad \text{para } \sigma_{ct} > f_{ctm} \quad (4.18)$$

Em que:

α = parâmetro que define a inclinação do ramo descendente no diagrama;

β = deformação limite para consideração da contribuição do concreto entre fissuras.

Os valores α e β adotados são iguais aos utilizados por Martinelli (2003), 0,6 e 1‰, respectivamente.

A Figura 4.7 ilustra a relação tensão-deformação utilizada neste trabalho, onde o primeiro trecho é igual ao já apresentado na Figura 4.6, acrescido de um ramo linear descendente, conforme as equações expostas acima.

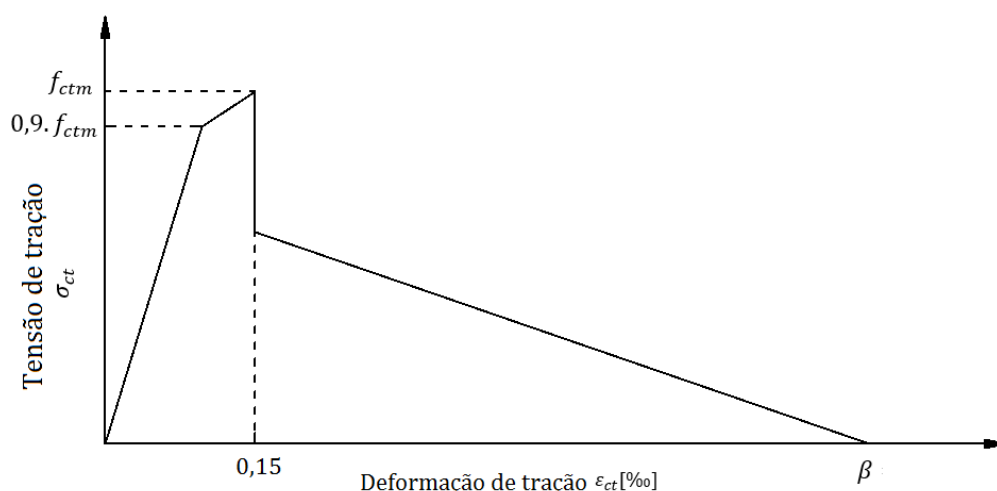


Figura 4.7 – Diagrama tensão deformação para o concreto tracionado (adaptada de Código Modelo *fib* 2010, 2012; com base em MARTINELLI, 2003)

4.3.2 Aço

Um modelo elastoplástico perfeito, com diagrama tensão-deformação bilinear, sendo o primeiro trecho do diagrama uma reta com inclinação igual ao módulo de elasticidade do aço, até atingir a tensão de escoamento, e então, a partir deste ponto, uma reta com

inclinação nula foi utilizado para o aço. Esse diagrama está ilustrado na Figura 4.8 e é descrito pelas equações (4.19) e (4.20):

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad , \quad \text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (4.19)$$

$$\sigma_s = E_s f_y \quad , \quad \text{para } \varepsilon_s > \varepsilon_y \quad (4.20)$$

Em que:

σ_s = tensão do aço;

ε_s = deformação do aço.

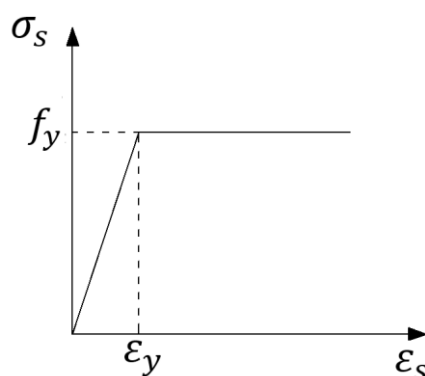


Figura 4.8 – Diagrama tensão-deformação para o aço (adaptado de BARBOSA, 2017)

4.4 Análise numérica

Os pilares analisados neste trabalho foram divididos em 10 elementos ao longo do seu comprimento, representados pelas linhas na Figura 4.9(b). A Figura 4.9(a) mostra os nós do pilar numerados, automaticamente pelo ANSYS, e a Figura 4.9(c) mostra a modelagem da armadura longitudinal do pilar, que foi dividida em duas camadas simétricas, onde cada camada tem quatro barras, sendo essas as linhas contínuas da figura. A seção transversal dos pilares foi dividida em 4 células, valor padrão do elemento, como mostrado na Figura 4.2. Foi feito um estudo da malha antes da definição desses valores, onde foram testados, além de 10, os valores de 20 e 50 para o número de elementos e a seção transversal dividida em 8 células, sendo que nenhuma dessas configurações levou a uma carga de ruptura diferente para os pilares testados.



Figura 4.9 – Malha de elementos finitos

As condições de contorno adotadas nas análises foram, para o nó 1, o impedimento da translação em todos os sentidos e da rotação em torno dos eixos X e Y, e, para o nó 12, o impedimento da translação em X. O carregamento externo aplicado foi uma força de compressão paralela ao eixo Y e um momento em torno do eixo Z no nó 12 e um momento em torno do eixo Z no nó 1, sendo estes divididos em 100 passos de carga. Foram testados, além de 100, os valores 200 e 500 para o número de passos de carga, que não resultaram em valores de carga de ruptura diferentes.

O *ANSYS* oferece uma opção de análise, que foi utilizada neste trabalho, através do comando *NLGEOM*. Este comando, quando habilitado, inclui os efeitos de grandes deslocamentos e grandes rotações ou de grandes deformações, em função do tipo do elemento.

Devido às não-linearidades do material e geométrica em estruturas de concreto armado, é necessário o uso de métodos numéricos iterativos para a solução do sistema de equações não-lineares. Um procedimento bastante eficaz é o método de *Newton-Raphson padrão*, que foi o adotado neste trabalho e consiste em um processo incremental de carga. Este método está ilustrado na Figura 4.10 e descrito abaixo:

- I. Em uma determinada etapa, é aplicado um incremento de carga;
- II. Para essa etapa, em uma determinada iteração, o respectivo incremento de deslocamentos na estrutura é determinado, utilizando a matriz de rigidez tangente da iteração anterior:

$$[K]_{i-1}\{\Delta U\}_i = \{\Psi\}_{i-1} \quad (4.21)$$

Sendo:

$$\{\Psi\}_{i-1} = \{F_e\} - \{R\}_{i-1} \quad (4.22)$$

Em que:

$[K]$ = matriz de rigidez tangente;

$\{\Delta U\}$ = vetor de incremento de deslocamentos;

$\{\Psi\}$ = vetor de forças residuais;

$\{F\}$ = vetor de forças externas;

$\{R\}$ = vetor de forças internas;

Os subíndices i , $i - 1$, e e $e - 1$ se referem às iterações atual e anterior e às etapas atual e anterior, respectivamente.

- III. Com esse incremento de deslocamentos, encontra-se o vetor de deslocamentos da respectiva iteração, somando o incremento dessa iteração com os deslocamentos da iteração anterior:

$$\{U\}_i = \{U\}_{i-1} + \{\Delta U\}_i \quad (4.23)$$

em que $\{U\}$ é o vetor de deslocamentos.

- IV. Com os deslocamentos, calculam-se as deformações, as tensões e os esforços internos da atual iteração e atualiza-se a matriz de rigidez tangente;
- V. Determina-se o vetor de forças residuais da atual iteração, subtraindo os esforços internos, dessa mesma iteração, do vetor de forças externas:

$$\{\Psi\}_i = \{F_e\} - \{R\}_i \quad (4.24)$$

- VI. Inicia-se a próxima iteração. Os passos de II a V são novamente executados até que haja convergência nos valores dos deslocamentos de duas iterações sucessivas;
- VII. Inicia-se a próxima etapa. Os passos de I a VI são novamente executados até que as tensões internas na estrutura não sejam mais capazes de equilibrar as tensões externas, caracterizando a ruptura.

Na primeira iteração de cada etapa, a matriz de rigidez tangente e o vetor de deslocamentos devem ser tomados iguais aos encontrados na última iteração da etapa anterior.

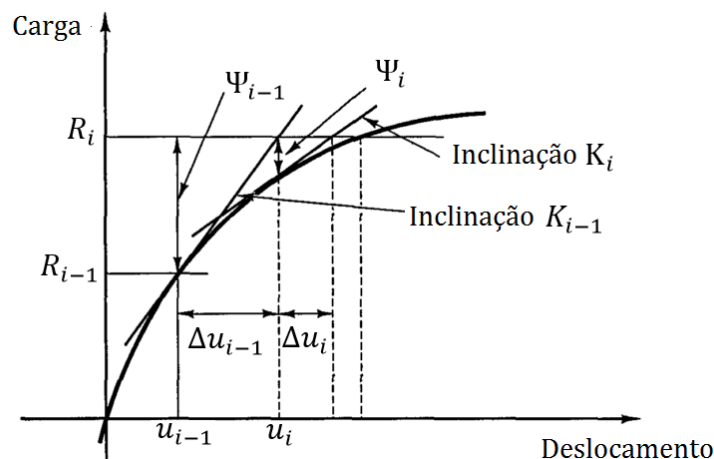


Figura 4.10 – Processo iterativo do método Newton-Raphson padrão (adaptada de BATHE, 1996)

5 VALIDAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo estão apresentados valores de carga de ruptura obtidos por outros autores em ensaios experimentais de pilares sujeitos à flexo-compressão normal e valores de carga de ruptura encontrados através do modelo computacional apresentado no capítulo anterior, onde a situação de cada experimento é simulada.

5.1 Pilares de Goyal e Jackson

Goyal e Jackson (1971) realizaram 26 ensaios de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, todos birrotulados, com seção transversal quadrada, com 76,2 cm de lado, altura útil de 6,35 m e armadura longitudinal distribuída em 4 barras, uma em cada quina. Os pilares foram divididos em quatro grupos, onde o índice de esbeltez (λ), a área da armadura e/ou a tensão de escoamento do aço variam. Dentro do mesmo grupo, as características do pilar que variam são a resistência média à compressão (f_{cm}) e a excentricidade de aplicação da carga (e). A seção transversal dos pilares está ilustrada na Figura 5.1.

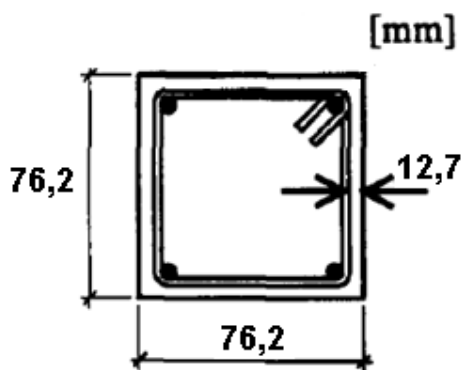


Figura 5.1 – Seção transversal dos pilares de Goyal e Jackson (1971)

Foram ensaiados pares de pilares com o mesmo valor nominal das propriedades dos materiais e das dimensões da estrutura, fazendo com que se tenha um melhor controle dos resultados obtidos.

Na Tabela 5.1 estão apresentados os valores das propriedades dos materiais e das dimensões da estrutura necessários para a identificação dos pilares, assim como os valores

de carga de ruptura obtidos experimentalmente ($F_{u,exp}$) e através do modelo numérico ($F_{u,mod}$) e a razão entre $F_{u,mod}$ e $F_{u,exp}$.

Foi encontrado, para a razão $F_{u,mod}/F_{u,exp}$, um valor médio de 0,99, com desvio-padrão igual a 5,3 %. Onde o valor mínimo foi igual a 0,87 e o máximo igual a 1,10.

Tabela 5.1 – Cargas de ruptura para os pilares de Goyal e Jackson

Pilar	fcm [kN/cm ²]	e [cm]	Fu,exp [kN]	Fu,mod [kN]	Fu,mod/Fu,exp
L = 182,88 cm; As = 1,42 cm ² ; fy = 35,16 kN/cm ² ; λ = 83					
A1	1,99	3,81	33,14	32,39	0,98
A2	1,99	3,81	33,16	32,39	0,98
C1	2,33	2,54	44,48	44,64	1,00
C2	2,33	2,54	46,80	44,64	0,95
E1	2,19	1,27	66,72	62,99	0,94
E2	2,19	1,27	65,39	62,99	0,96
G1	2,22	1,91	55,38	50,33	0,91
G2	2,22	1,91	53,02	50,33	0,95
L = 182,88 cm; As = 1,00 cm ² ; fy = 31,02 kN/cm ² ; λ = 83					
I1	2,27	1,27	60,05	58,89	0,98
I2	2,27	1,27	57,38	58,89	1,03
K1	2,28	1,91	46,57	46,85	1,01
K2	2,28	1,91	45,59	46,85	1,03
M1	2,29	2,54	37,14	37,64	1,01
M2	2,29	2,54	37,01	37,64	1,02
L = 121,92 cm; As = 1,00 cm ² ; fy = 31,02 kN/cm ² ; λ = 55					
O1	2,36	1,27	82,29	90,45	1,10
O2	2,36	1,27	92,39	90,45	0,98
P1	2,36	1,91	64,50	68,59	1,06
P2	2,36	1,91	72,73	68,59	0,94
Q1	1,99	2,54	51,38	50,86	0,99
Q2	1,99	2,54	48,92	50,86	1,04
L = 274,32 cm; As = 1,00 cm ² ; fy = 31,02 kN/cm ² ; λ = 125					
R1	2,14	1,27	33,45	29,05	0,87

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

R2	2,14	1,27	31,14	29,05	0,93
S1	2,09	1,91	23,00	24,50	1,07
S2	2,09	1,91	24,33	24,50	1,01
T1	2,07	2,24	19,44	20,74	1,07
T2	2,07	2,24	20,55	20,74	1,01

5.2 Pilares de Claeson e Gylltoft

Claeson e Gylltoft (1998) ensaiaram 12 pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal, todos birrotulados. Os pilares foram separados em três grupos, em função das dimensões da seção transversal, da área de aço da armadura, do comprimento, da excentricidade de aplicação da carga e da tensão de escoamento do aço.

Foram ensaiados tanto pilares de alta resistência quanto de resistência normal. Serão apresentados os resultados obtidos para os pilares com concreto de resistência normal.

A seções dos pilares estão apresentadas na Figura 5.2. Os pilares do Grupo A têm a seção transversal ilustrada a esquerda, comprimento de 240 cm e os dos Grupos B e C têm a seção transversal ilustrada a direita. O comprimento dos pilares do Grupo B é igual a 300 cm e dos pilares do Grupo C é igual a 400 cm. Todos os pilares têm excentricidade de aplicação da carga igual a 2 cm.

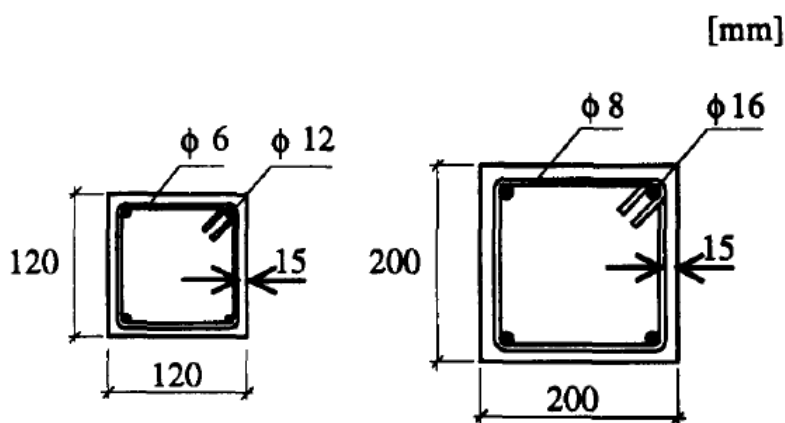


Figura 5.2 – Seções transversais dos pilares de Claeson e Gylltoft (1998)

Assim como nos pilares de Goyal e Jackson (1971), Claeson e Gylltoft (1998) ensaiaram pares de pilares com as mesmas propriedades dos materiais e dimensões da estrutura.

A Tabela 5.2 apresenta as principais características dos pilares, as suas respectivas cargas de ruptura obtidas experimentalmente ($F_{u,exp}$) e através do modelo numérico ($F_{u,mod}$) e a razão $F_{u,mod}/F_{u,exp}$.

Foi encontrado, para a razão $F_{u,mod}/F_{u,exp}$, um valor médio de 1,02, com desvio-padrão igual a 11,4 %. Onde o valor mínimo foi igual a 0,88 e o máximo igual a 1,12.

Tabela 5.2 – Cargas de ruptura para os pilares de Claeson e Gylltoft

Pilar	fcm [kN/cm ²]	e [cm]	Fu,exp [kN]	Fu,mod [kN]	Fu,mod/Fu,exp
Grupo A - As = 4,52 cm ² ; fy = 68,4 kN/cm ² ; λ = 69					
#23	4,30	2,00	320,00	310,20	0,97
#24	4,30	2,00	280,00	310,20	1,11
Grupo B - As = 8,04 cm ² ; fy = 63,6 kN/cm ² ; λ = 52					
#27	3,30	2,00	990,00	1112,00	1,12
#28	3,30	2,00	990,00	1112,00	1,12
Grupo C - As = 8,04 cm ² ; fy = 63,6 kN/cm ² ; λ = 69					
#31	3,70	2,00	900,00	810,00	0,90
#32	3,70	2,00	920,00	810,00	0,88

5.3 Pilares de Melo

Melo (2009), em conjunto com Dantas (2006) e Santos (2009), ensaiaram 24 pilares de concreto armado, todos birrotulados. Estes pilares foram divididos em três séries de ensaios, sendo 10 destes na primeira, 7 na segunda e, também, 7 na terceira série. A seção transversal dos pilares está apresentada na Figura 5.3.

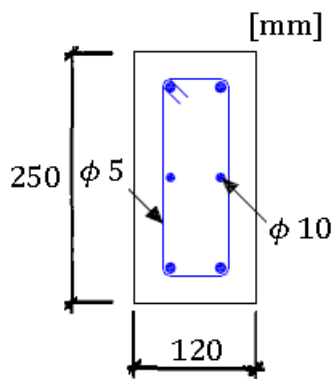


Figura 5.3 – Seção transversal dos pilares de Melo (2009)

Vale ressaltar que foi adotado um cobrimento para a armadura de 25 mm e que a excentricidade de aplicação da carga foi introduzida na direção da menor inércia da seção transversal.

Em cada série, foi ensaiado um pilar submetido apenas a esforço axial, sendo que estes três pilares romperam no consolo presente em uma das suas extremidades por esmagamento do concreto. Devido ao fato de o modelo numérico não incluir o consolo na extremidade do pilar, estes três resultados foram omitidos.

As principais características dos pilares, os valores de suas respectivas cargas de ruptura obtidas experimentalmente ($F_{u,exp}$) e através do modelo numérico ($F_{u,mod}$) e a razão entre $F_{u,mod}$ e $F_{u,exp}$ estão apresentados na Tabela 5.3.

Foi encontrado, para a razão $F_{u,mod}/F_{u,exp}$, um valor médio de 1,05, com desvio-padrão igual a 9 %. Onde o valor mínimo foi igual a 0,92 e o máximo igual a 1,22.

Tabela 5.3 – Cargas de ruptura para os pilares de Melo

Série	Pilar	f_{cm} [kN/cm ²]	e [cm]	$F_{u,exp}$ [kN]	$F_{u,mod}$ [kN]	$F_{u,mod}/F_{u,exp}$
Série 1 (L=300 cm)	PFN 6-3	3,96	0,60	652,00	690,00	1,06
	PFN 12-3	3,96	1,20	535,00	560,00	1,05
	PFN 15-3	3,58	1,50	460,50	460,00	1,00
	PFN 18-3	3,97	1,80	460,50	424,90	0,92
	PFN 30-3	3,39	3,00	254,80	255,00	1,00
	PFN 40-3	3,39	4,00	170,20	174,00	1,02
	PFN 50-3	3,76	5,00	155,00	177,50	1,14
	PFN 60-3	3,76	6,00	131,00	156,30	1,19
Série 2 (L=250 cm)	PFN 15-2.5	4,31	1,50	670,40	639,00	0,95
	PFN 30-2.5	4,16	3,00	336,00	348,00	1,04
	PFN 40-2.5	4,16	4,00	246,00	228,80	0,93
	PFN 50-2.5	4,16	5,00	202,20	225,70	1,12
	PFN 60-2.5	4,31	6,00	164,80	200,90	1,22
Série 3 (L=200 cm)	PFN 15-2	3,85	1,50	662,00	696,00	1,05
	PFN 30-2	3,72	3,00	317,00	292,90	0,92
	PFN 40-2	3,72	4,00	294,00	309,00	1,05
	PFN 50-2	3,72	5,00	232,00	263,40	1,13
	PFN 60-2	3,85	6,00	198,40	228,40	1,15

6 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Segundo Ang e Tang (1984), o problema básico da confiabilidade é garantir que a capacidade seja maior que a demanda ao longo da vida útil da estrutura, onde a demanda são os esforços solicitantes (S), devido às ações do carregamento, e a capacidade é a resistência máxima da estrutura para determinada finalidade (R).

O dimensionamento de estruturas de concreto armado envolve várias incertezas, que, segundo Nowak e Collins (2000), podem ser divididas em duas categorias principais, as de causas naturais e as de causas humanas. As incertezas de causas naturais resultam da imprevisibilidade de ações, como do vento, água e cargas acidentais, e do comportamento mecânico dos materiais. O concreto, por exemplo, por ser uma mistura de diversos componentes, apresenta uma certa dispersão em relação aos seus valores médios, dificultando a previsão de suas propriedades. Enquanto que as incertezas de causas humanas incluem mão-de-obra e materiais inadequados, resultando em erros de construção, como geometria da estrutura e posicionamento das armaduras diferentes do projeto. Devido a essas incertezas, as solicitações, a resistência dos materiais e, conseqüentemente, a resposta da estrutura são variáveis aleatórias.

Pelo fato de o dimensionamento de estruturas de concreto armado envolver variáveis aleatórias, a confiabilidade do mesmo só pode ser tratada em termos probabilísticos, ou seja, quantificar a probabilidade de os esforços resistentes serem superiores aos esforços solicitantes $P(R > S)$.

Segundo Nowak e Collins (2000), a função distribuição de probabilidade acumulada (FDPA) $F_X(x)$ é definida como o somatório de todas funções de probabilidade correspondentes aos valores menores ou iguais a x , conforme a equação (6.1):

$$F_X(x) = P(X \leq x) \quad (6.1)$$

Em que:

X = variável aleatória genérica;

x = realização da variável aleatória genérica X .

Para uma variável aleatória X contínua, ou seja, com uma medida de probabilidade definida para qualquer valor dentro de um certo intervalo no eixo dos números reais, a função densidade de probabilidade (FDP) $f_X(x)$ é definida como a primeira derivada da função distribuição de probabilidade acumulada (FDPA). As funções, FDPA e FDP, se relacionam da seguinte forma:

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (6.2)$$

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(\xi) d\xi \quad (6.3)$$

6.1 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade

Segundo Nowak e Collins (2000), a confiabilidade pode ser estimada através da probabilidade de falha $P(R < S)$ ou pela probabilidade de sobrevivência $P(R > S)$. Considerando as variáveis aleatórias R e S contínuas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha (P_f) pode ser calculada através da equação (6.4):

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (6.4)$$

Para que a probabilidade de falha seja estimada, é preciso que a distribuição de alguma variável aleatória que represente certa margem de segurança da estrutura seja conhecida. Porém, nem sempre é possível, ou pelo menos prático, obter tal informação. Uma alternativa para a avaliação do nível de segurança de uma estrutura é obter o índice de confiabilidade (β), que leva em conta todas as variáveis aleatórias envolvidas e a maneira como a estrutura se comporta quando solicitada. E, apesar de não ficar explícito, o índice de confiabilidade está associado a uma determinada probabilidade de falha. (ARAÚJO, 2014)

O problema pode ser tratado em termos da margem de segurança (M), que é definida como a diferença entre a resistência da estrutura e a solicitação da mesma, conforme a equação (6.5).

$$M = R - S \quad (6.5)$$

Considerando R e S variáveis aleatórias contínuas, estatisticamente independentes e com distribuição normal de probabilidade, como mostra a Figura 6.1, é possível determinar o valor esperado (μ_M) e o desvio-padrão (σ_M) da margem de segurança, conforme as equações (6.6) e (6.7), respectivamente.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (6.6)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (6.7)$$

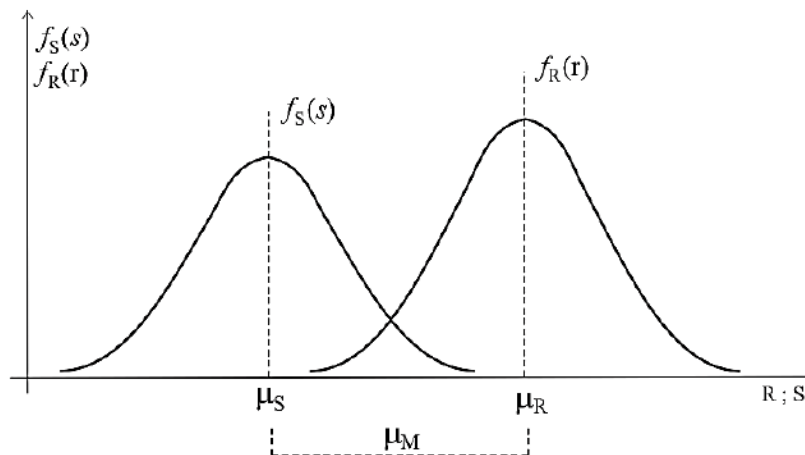


Figura 6.1 – Funções densidade de probabilidade de R e S (ANG e TANG, 1984)

E definindo uma variável normal padronizada, com média igual a zero e desvio-padrão unitário, para a margem de segurança (m), conforme a equação (6.8):

$$m = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (6.8)$$

Segundo Nowak e Collins (2000), o índice de confiabilidade pode ser definido como a distância entre o ponto onde a margem de segurança é igual a zero, ou seja, no início da região de falha, ou ruptura, e o valor médio da margem de segurança padronizada ($m = 0$). Podendo ser determinado, então, através da equação (6.9):

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (6.9)$$

A probabilidade de falha de uma estrutura com margem de segurança padronizada com distribuição normal de probabilidade é determinada através da equação (6.10), e é ilustrada na Figura 6.2:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (6.10)$$

em que Φ é a função distribuição normal de probabilidade acumulada da variável m .

Caso as distribuições de probabilidades, tanto da solicitação, quanto da resistência, sejam conhecidas, a probabilidade de falha pode ser determinada com a equação 6.4 e, com esse valor definido, pode-se estimar o índice de confiabilidade (β) através da equação (6.11):

$$\beta = \Phi^{-1}(1 - P_f) \quad (6.11)$$

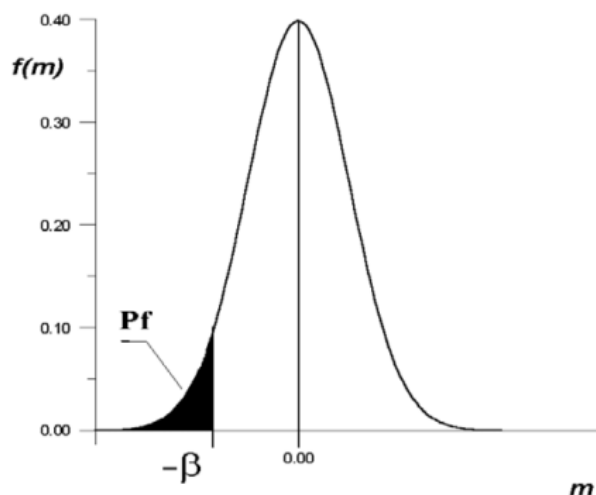


Figura 6.2 – Variável aleatória margem de segurança padronizada m , de distribuição normal, e índice de confiabilidade β (REAL, 2000)

É possível, a partir da Figura 6.2, concluir que, quanto maior for o índice de confiabilidade, menor será a área hachurada, resultando em uma menor probabilidade de falha da estrutura (REAL, 2000).

De acordo com o Código Modelo *fib* 2010 (2012), a escolha do índice de confiabilidade alvo de uma estrutura deve levar em conta as possíveis consequências de falha da mesma, em termos de risco de vida, potenciais perdas econômicas e o grau de inconveniência social. Também deve ser considerado o custo e o esforço necessários para reduzir a probabilidade de falha. A Tabela 6.1 apresenta os valores recomendados pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012), para um período de referência de 50 anos, para o índice de confiabilidade alvo de estruturas, em função do custo relativo da medida de segurança e da consequência de falha.

Tabela 6.1 – Índice de confiabilidade alvo

Custo relativo da medida de segurança	Consequência de falha			
	Muito pequena	Pequena	Moderada	Elevada
Alto	0	1,5	2,3	3,1
Normal	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

Fonte: adaptada de Código Modelo *fib* 2010 (2012)

O índice de confiabilidade alvo considerado neste trabalho foi de 3,8, seguindo os valores recomendados pelo Código Modelo *fib* 2010 (2012), considerando que a consequência de falha de um pilar é elevada e um custo relativo da medida de segurança como normal. O Código Modelo *fib* 2010 (2012) ainda apresenta uma relação entre os valores do índice de confiabilidade e da probabilidade de falha da estrutura:

Tabela 6.2 – Relação entre o índice de confiabilidade e a probabilidade de falha

P_f	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-6}
β	1,28	2,32	3,09	3,72	4,75

Fonte: Código Modelo *fib* 2010 (2012)

6.2 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo é um processo de simulação que pode ser usado na avaliação da confiabilidade estrutural. Para isso, é preciso que sejam conhecidas, ou assumidas, as distribuições de probabilidade das variáveis aleatórias envolvidas e que se tenha um modelo matemático capaz de representar o comportamento da estrutura quando solicitada (SAN MARTINS, 2014).

O método, cujo processo está ilustrado na Figura 6.3, consiste na realização de diversas simulações, cada uma com um conjunto de valores para as variáveis aleatórias, geradas de acordo com suas respectivas distribuições de probabilidade, para que seja obtido o comportamento da estrutura frente às solicitações. Após n simulações é obtido um conjunto de soluções (parâmetros de saída), que podem ser tratadas como variáveis aleatórias, para um conjunto de variáveis aleatórias (parâmetros de entrada) (PALIGA, 2008). De acordo com Ang e Tang (1984), uma amostra da simulação de Monte Carlo é similar a uma amostra de observações experimentais. Dessa forma, os parâmetros de saída obtidos devem ser tratados estatisticamente, onde devem ser determinados seus respectivos momentos e distribuições de probabilidade. Com um número suficiente de simulações e após análise estatística das respostas da estrutura obtidas, é possível estimar a confiabilidade estrutural.

Em caso de distribuição de probabilidade da margem de segurança (M) normal, a confiabilidade estrutural pode ser feita através da obtenção da média e do desvio-padrão. Para outros tipos de distribuição de probabilidade, a confiabilidade estrutural pode ser feita pela probabilidade de falha, onde o número de desempenhos insatisfatórios da estrutura é contado e a probabilidade de falha vem a ser a razão entre o número de desempenhos insatisfatórios e o número de simulações, ou pela integral de convolução apresentada na equação (6.8) (NOGUEIRA, 2006).

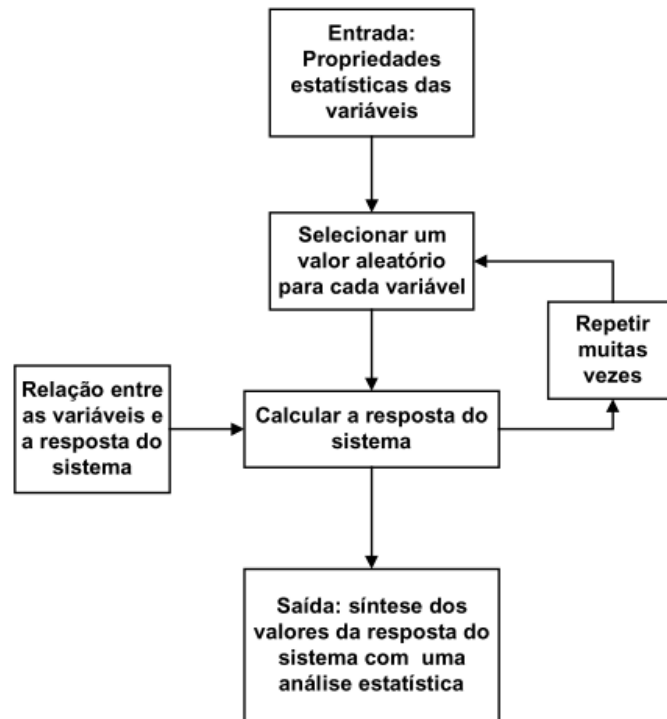


Figura 6.3 – Processo do método de Monte Carlo (REAL, 2000)

Abaixo são apresentadas algumas características estatísticas de uma variável aleatória da resposta da estrutura, que podem ser determinadas após a realização de n simulações de Monte Carlo.

O valor esperado, ou a média, da variável aleatória X pode ser estimado pela equação (6.12):

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (6.12)$$

Já o desvio-padrão da variável aleatória X pode ser estimada por:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (6.13)$$

Com o valor esperado e o desvio-padrão estimados, o coeficiente de variação pode então ser estimado pela equação (6.14):

$$V_x = \frac{s}{\bar{x}} \quad (6.14)$$

Com as estatísticas acima calculadas, através do teste de χ -quadrado ou do teste de Kolmogorov-Smirnov, pode-se determinar se a distribuição de probabilidade da variável aleatória se ajusta a uma distribuição de probabilidade normal ou não. A mesma análise também pode ser feita com a utilização de gráficos de probabilidade normal (REAL, 2000).

6.3 Critério de falha

Um pilar de concreto armado, que é o elemento estrutural estudado nesse trabalho, submetido à flexo-compressão é solicitado por uma carga axial de compressão e um momento fletor. A interação desses esforços influencia diretamente na falha do elemento, devendo ser adotado um critério para que essa falha possa ser descrita da maneira mais adequada (DINIZ; FRANGOPOL, 1997).

Na Figura 6.4 estão apresentados os critérios de falha possíveis para o caso de um pilar sujeito à flexo-compressão normal. Nessa figura, a reta (\overline{LA}) representa o caso de momento fletor constante, a reta (\overline{LB}) o caso de carga axial e momento fletor não correlacionados, a reta (\overline{LC}) o caso de excentricidade constante e a reta (\overline{LD}) o caso de carga axial constante.

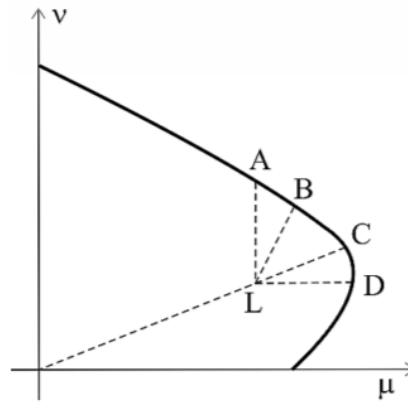


Figura 6.4 – Critérios de falha (DINIZ e FRANGOPOL, 1997)

Neste trabalho, é admitido o momento fletor proporcional à carga axial, ou seja, a excentricidade é considerada constante. Dessa maneira, os efeitos solicitantes e os resistentes podem ser lidados separadamente e a função estado limite pode ser definida pela equação (6.15):

$$g(X) = \left[P^2 + \left(\frac{P e}{h} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - \left\{ (D + L)^2 + \left[\frac{(D + L) e}{h} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (6.15)$$

Em que:

P = resistência axial do pilar para uma dada excentricidade e ;

h = altura da seção transversal;

D = carga permanente;

L = carga acidental.

6.4 Caracterização das variáveis aleatórias

Para a análise de confiabilidade estrutural, é preciso conhecer as variáveis aleatórias do problema e seus parâmetros estatísticos. A estimativa adequada do comportamento dessas variáveis resulta em respostas do modelo numérico mais precisas. Nesta seção são apresentados os valores para os parâmetros estatísticos e a distribuição de probabilidade

assumidos para as variáveis aleatórias de entrada, que são relativas à geometria da estrutura, à resistência do concreto e do aço e às solicitações.

6.4.1 Geração aleatória da geometria

Neste trabalho, são consideradas como variáveis aleatórias as dimensões da seção transversal dos pilares, base (b) e altura (h), e a altura útil da seção transversal (d). Para todos, é considerada uma distribuição normal de probabilidades com média igual ao valor nominal, especificado em projeto, e desvio-padrão igual a 0,50 cm, conforme adotado por Damas (2015). Estes valores se mostram coerentes com os valores recomendados em Mirza e Macgregor (1982), Udoeyo e Ugbem (1995) e Magalhães (2014), apresentados nas Tabelas 6.3, 6.4 e 6.5, respectivamente.

Tabela 6.3 – Variação das dimensões de pilares

Construção de qualidade média (elementos moldados <i>in-loco</i>)		Variação média em relação ao valor nominal (cm)	Desvio padrão (cm)
Altura (h) e Largura (b)		+ 0,150	0,640
Altura (h) e Largura (b)	Barras exteriores	+ 0,810	0,430
	Barras interiores	+ 0,100	2,010

Fonte: Mirza e Macgregor (1982)

Tabela 6.4 – Variação das dimensões de pilares

Pilar (seção transversal)	Intervalo de variação nominal (cm)	Variação média em relação ao valor nominal (cm)	Desvio padrão (cm)
Altura (h)	30 – 83	+ 0,039	0,369
Largura (b)	20 – 34	+ 0,079	0,549

Fonte: Udoeyo e Ugbem (1995)

Tabela 6.5 – Variação das dimensões de pilares de obras de médio porte brasileiras

Descrição do elemento analisado	Dimensão nominal (cm)	Média da razão das dimensões medidas/nominal	Variações médias das dimensões (cm)	Desvio padrão (cm)
Largura (b)	40	1,012	+ 0,496	0,499
Altura (h)	40	1,010	+ 0,406	0,512

Fonte: Magalhães (2014)

6.4.2 Geração aleatória das propriedades mecânicas do concreto

Neste trabalho é considerada uma distribuição normal de probabilidade para a resistência à compressão do concreto com um coeficiente de variação (V_{fc}) de 15%, a partir de Galambos et al (1982), Stucchi, Santos e Franco (2011) e Santos, Stucchi e Beck (2014), esse valor é coerente com o indicado em Nowak e Szerszen (2003). Então é possível determinar a resistência à compressão média e, posteriormente, a resistência à tração média e o módulo de deformação médio, tomado igual ao módulo de elasticidade (E_{ci}), como definidos no Capítulo 4 deste trabalho.

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645 V_{fc}} \quad (6.20)$$

O coeficiente de variação do módulo de elasticidade é adotado igual a V_{fc} , conforme adotado em Real (2000) e Silva (2017). Já para a resistência à tração, para levar em consideração a maior variabilidade dela em relação a resistência à compressão do concreto, é adotado o valor do coeficiente de variação igual a 18%, valor recomendado em Macgregor, Mirza e Ellingwood (1983) e também adotado em Real (2000) e Silva (2017).

Para levar em consideração a correlação existente entre f_c , f_{ct} e E_c , deve-se, primeiramente, para representar a parcela flutuante dessas propriedades, gerar três variáveis aleatórias gaussianas de média zero e desvio-padrão unitário [$a_c(x, y)$, $a_t(x, y)$ e $a_e(x, y)$]. Então define-se a matriz de covariância entre estas variáveis aleatórias:

$$C_{cte} = \begin{bmatrix} \sigma_c^2 & \rho_{ct}\sigma_c\sigma_t & \rho_{ce}\sigma_c\sigma_e \\ \rho_{ct}\sigma_c\sigma_t & \sigma_t^2 & \rho_{te}\sigma_t\sigma_e \\ \rho_{ce}\sigma_c\sigma_e & \rho_{te}\sigma_t\sigma_e & \sigma_e^2 \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Em que σ_c , σ_t e σ_e são, respectivamente, o desvio-padrão das variáveis a_c , a_t e a_e , ou ainda, os coeficientes de variação das propriedades f_c , f_{ct} e E_c . E ρ_{ct} , ρ_{ce} e ρ_{te} são os coeficientes de correlação linear entre as propriedades f_c e f_{ct} , entre f_c e E_c e entre f_{ct} e E_c , respectivamente.

Neste trabalho são usados $\rho_{ct} = 0,80$, $\rho_{ce} = 0,90$ e $\rho_{te} = 0,70$, conforme indicado por Mirza e MacGregor (1979) e adotado por Real (2000).

6.4.3 Geração aleatória das propriedades mecânicas do aço

Neste trabalho, é utilizado aço CA-50 para as armaduras, com resistência característica de escoamento de 500 MPa. Para esse parâmetro, é considerada uma distribuição normal de probabilidades, com coeficiente de variação (V_{fy}) igual a 5%, a partir de Galambos et al (1982), Nowak e Szerszen (2003), Stucchi, Santos e Franco (2011) e Santos, Stucchi e Beck (2014). A média é dada pela equação abaixo:

$$\mu_{fy} = \frac{f_{yk}}{1 - 1,645 V_{fy}} \quad (6.22)$$

O valor médio do módulo de elasticidade longitudinal do aço é considerado igual a 200 GPa, com uma distribuição normal de probabilidades e coeficiente de variação (V_{Es}) igual a 10%, seguindo Lopes e Real (2010).

6.4.4 Geração aleatória das cargas axiais

Conforme apresentado em Galambos et al (1982); Diniz e Frangopol (2003) e Stucchi, Santos e Franco (2011), são apresentadas a seguir as características estatísticas das solicitações adotadas. Em relação às cargas permanentes, foi considerada uma

distribuição normal de probabilidades com coeficiente de variação (V_G) igual a 0,10, onde a média é representada pela equação (6.23):

$$\mu_g = 1,05 F_{gk} \quad (6.23)$$

E quanto às cargas variáveis, foi considerada uma distribuição de valores extremos máximos do tipo I (Gumbel) com coeficiente de variação (V_Q) igual a 0,25, onde a média é dada por:

$$\mu_q = \frac{F_{qk}}{1 + 0,35 V_Q} \quad (6.24)$$

Segundo Silva (2017), foram simuladas nove lajes para verificar a influência dos parâmetros estatísticos da carga acidental no índice de confiabilidade da estrutura. Foram adotadas quatro configurações de carregamento variável, uma baseada nos parâmetros de Galambos et al (1982), uma nos de Stucchi, Santos e Franco (2011) e outras duas baseadas na definição de carregamento acidental da norma NBR 8681:2003.

Por Galambos et al (1982), a média da carga variável é igual ao valor característico da mesma e o coeficiente de variação é igual a 0,25. Por Stucchi, Santos e Franco (2011), o valor médio é igual a 93,4% do valor característico e o coeficiente de variação é igual a 0,2. A terceira e a quarta configurações têm média dada pela Equação 6.24 e coeficiente de variação iguais a 0,25 e 0,4, respectivamente.

Através da análise dos resultados obtidos, observou-se que, quando a razão entre o carregamento variável e o carregamento permanente é pequena, as quatro configurações apresentam valores muito próximos para o índice de confiabilidade. À medida que essa razão cresce, o índice de confiabilidade diminui com o aumento do coeficiente de variação. Ou seja, a configuração a partir dos parâmetros de Stucchi, Santos e Franco (2011) levam aos maiores valores de índice de confiabilidade, enquanto que a quarta configuração leva aos menores valores.

Neste trabalho, como já foi dito, adota-se, para as cargas acidentais, a terceira configuração relatada nos parágrafos anteriores, que apresentou valores para o índice de confiabilidade entre os encontrados com os parâmetros de Galambos et al (1982) e Stucchi, Santos e Franco (2011).

A ferramenta *PDS* no *ANSYS* limita o uso das distribuições de probabilidade, sendo possível utilizar apenas as presentes na sua biblioteca interna. Por esse motivo, foi necessário ajustar os parâmetros de uma distribuição Lognormal para a utilização de uma distribuição semelhante à distribuição Gumbel, como mostrado na Figura 6.5, procurando, principalmente, uma boa representação da cauda dessa distribuição, já que essa tem grande importância na análise da confiabilidade.

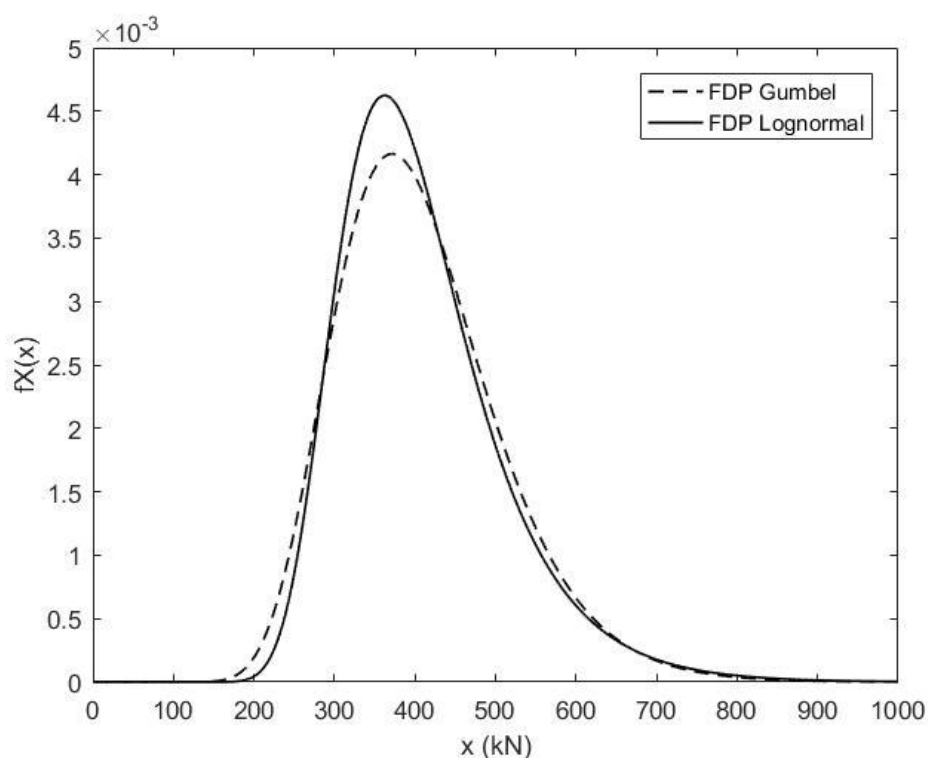


Figura 6.5 – FDP Lognormal ajustada para representar a FDP Gumbel

6.4.5 Estimativa de erro do modelo

O modelo numérico usado na análise tem suas incertezas inerentes, que devem ser consideradas, assim como as variabilidades inerentes às resistências dos materiais e aos esforços impostos (MAGALHÃES, 2014).

Neste trabalho, a consideração do erro do modelo foi introduzida através de duas variáveis aleatórias, uma correspondente à resistência e outra correspondente à solicitação. Ambas

foram adotadas com distribuição lognormal, com média igual a 1 e desvio padrão igual a 0,05, seguindo Santos, Stucchi e Beck (2014).

Os 500 resultados, tanto da capacidade resistente dos pilares, quanto da solicitação, obtidos através do modelo numérico foram corrigidos pela estimativa do erro do modelo gerada a cada análise, de acordo com as equações (6.25) e (6.26), respectivamente. Os valores corrigidos foram então utilizados na análise da confiabilidade.

$$F_{mod}^{cor} = e_{Resist} F_{u,mod} \quad (6.25)$$

$$N_{mod}^{cor} = e_{Solic} N_{sd} \quad (6.26)$$

Em que:

F_{mod}^{cor} é a carga de ruptura obtida através do modelo numérico corrigida pela estimativa do erro do modelo;

e_{Resist} é a variável aleatória da estimativa do erro do modelo em relação à capacidade resistente;

N_{mod}^{cor} é a solicitação no pilar corrigida pela estimativa do erro do modelo;

e_{Solic} é a variável aleatória da estimativa do erro do modelo em relação à solicitação.

6.5 FORM e *Subset Simulation*

Existem diversos métodos para análise de confiabilidade, além do método de Monte Carlo. Embora não tenham sido utilizados neste trabalho, os métodos FORM (*First Order Reliability Method*) e *Subset Simulation* merecem destaque e serão brevemente apresentados nesta seção.

O método FORM consiste em transformar as variáveis aleatórias com distribuições quaisquer de probabilidade, correlacionadas ou não entre si, em variáveis aleatórias estatisticamente independentes, normais equivalentes padronizadas, ou seja, com média igual a zero e desvio padrão unitário. Dessa forma, a função de estado limite no espaço real pode ser reescrita no espaço normal padrão, em função das variáveis aleatórias normais equivalentes padronizadas. O índice de confiabilidade corresponderá à menor

distância entre a superfície de falha no sistema normal padronizado e a sua origem, como mostrado na Figura 6.6.

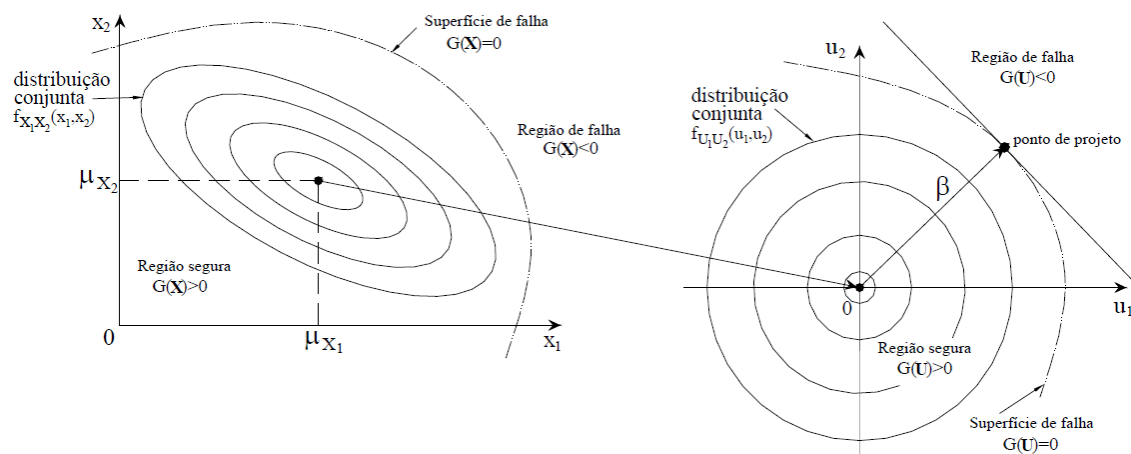


Figura 6.6 – Método FORM (PALIGA, 2008)

Já o método *Subset Simulation* é motivado pela observação de que a ineficiência do método direto de Monte Carlo em problemas de confiabilidade surge da necessidade de estimar valores baixos para a probabilidade de falha, ou equivalentemente, da necessidade de simular eventos de raro acontecimento, já que eleva o número de simulações necessárias para uma boa representação das variáveis aleatórias. A ideia principal do método é substituir um problema envolvendo a simulação de eventos de raro acontecimento por uma sequência de problemas envolvendo eventos mais frequentes. Nessa abordagem, a probabilidade de falha é expressa como o produto de probabilidades condicionais de eventos de falha intermediários, cuja avaliação depende apenas da simulação de eventos mais frequentes (AU; BECK, 2001).

7 ESTUDOS PARAMÉTRICOS

Para comparar a confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a NBR 6118 (2014) e com o ACI 318 (2014), foram analisados pilares birrotulados submetidos à flexo-compressão normal, com seção transversal quadrada de 40x40 cm, com a distância entre o centro das barras e a face da seção de concreto mais próxima igual a 4 cm e com a armadura sendo admitida em duas camadas simétricas, de aço CA-50.

Os pilares analisados foram, primeiramente, dimensionados com o auxílio de planilhas elaboradas no software *Excel* pelo próprio autor, seguindo as recomendações apresentadas nos Capítulos 2 e 3, para a norma NBR 6118 e para o código ACI 318, respectivamente. Estes pilares, com suas armaduras longitudinais determinadas, foram modelados e tiveram seus comportamentos simulados com o auxílio do software *ANSYS*, cujas informações da modelagem e da análise estão apresentadas no Capítulo 4. Através do método de Monte Carlo, adotando as variáveis aleatórias e suas características, presentes na Seção 6.4, foi gerado um conjunto de valores de resposta da estrutura frente à solicitação e os índices de confiabilidade (β) foram determinados de duas maneiras. Na primeira, as funções de variáveis aleatórias de resistência e da solicitação foram consideradas estatisticamente independentes e com distribuição normal de probabilidade. Dessa forma, o índice de confiabilidade pode ser calculado como a razão entre a média e o desvio-padrão da margem de segurança, como mostrado na equação (6.9). Na segunda, através de uma análise estatística, com o auxílio do software *Easyfit*, foram determinadas as distribuições de probabilidade, tanto da solicitação, quanto da resistência, que melhor se ajustavam aos dados obtidos com as simulações e seus parâmetros estatísticos. Vale ressaltar que, para a solicitação, em todos os casos, a distribuição Lognormal foi a que obteve o melhor ajuste aos dados das simulações e, para a resistência, também em todos os pilares, a distribuição que mostrou melhor ajuste foi a Normal, como mostrado nas Figuras 7.1 e 7.2, respectivamente. Para todos os casos, também com o auxílio do software *Easyfit*, foram verificadas as aderências dos dados às respectivas distribuições de probabilidade através do teste Kolmogorov-Smirnov, para um nível de significância de 5%. Com esses dados determinados, o índice de confiabilidade foi calculado através do método da integração numérica. Os valores usados nos gráficos a seguir são os obtidos pelo segundo método. Estes valores, identificados como β integral, assim como os obtidos pelo primeiro método, identificados como β normal, estão presentes no Apêndice

A, juntamente com os valores da área de aço da armadura longitudinal obtidos para cada pilar e seus esforços solicitantes.

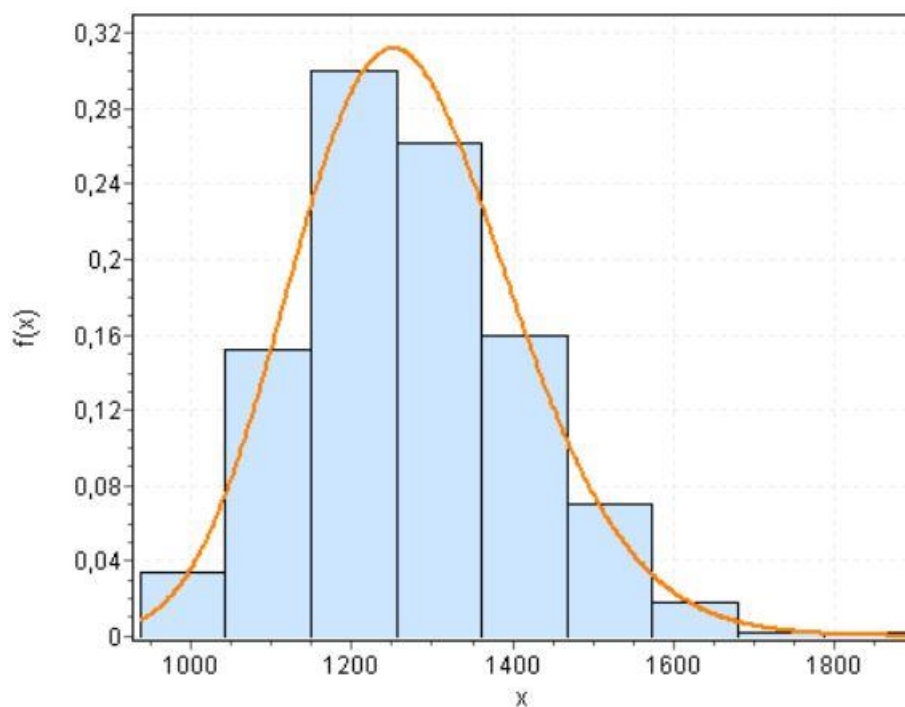


Figura 7.1 – FDP Lognormal da solicitação ajustada aos dados usados no modelo numérico

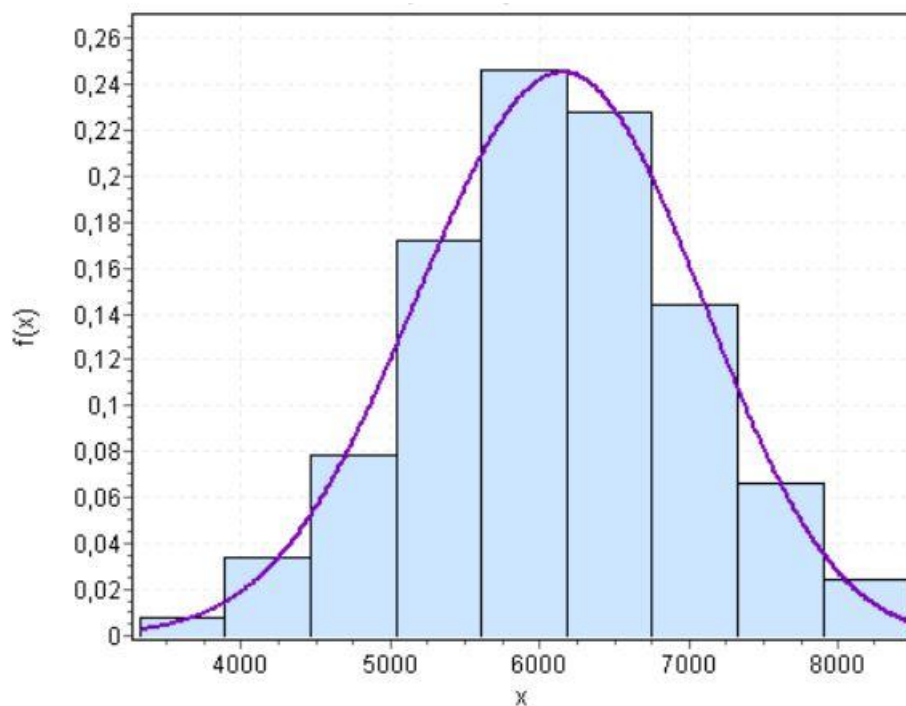


Figura 7.2 – FDP Normal da resistência ajustada aos dados obtidos no modelo numérico

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

Para os estudos paramétricos, foram variados os valores da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}), do índice de esbeltez (λ), do esforço normal adimensional (ν), da relação entre o esforço solicitante característico acidental e o permanente (r) e da excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h).

O esforço normal adimensional (ν) e a relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r) são definidos pelas equações (7.1) e (7.2), respectivamente:

$$\nu = \frac{F_d}{f_{cd} A_c} \quad (7.1)$$

$$r = \frac{F_{qk}}{F_{gk}} \quad (7.2)$$

É importante ressaltar que, na determinação dos esforços solicitantes dos pilares, primeiramente foram obtidos os valores característicos permanentes (F_{gk}) e variáveis (F_{qk}) para a NBR 6118, entrando com os valores de f_{ck} , ν e r , esses definidos em função do pilar analisado, nas equações (7.1) e (7.2), lembrando que $f_{cd} = f_{ck}/1,4$. Com esses valores determinados, adotou-se o valor do esforço permanente nominal (D) igual ao F_{gk} e o valor do esforço variável permanente (L) igual ao F_{qk} , ambos para o ACI 318. Como as combinações de cargas das duas normas são diferentes, o esforço solicitante de cálculo (F_d) obtido para a NBR 6118 e para o ACI 318, para os mesmos valores de esforço permanente e variável, serão diferentes, levando, conseqüentemente, a diferentes valores de ν . Dessa maneira, para facilitar a apresentação dos resultados, os valores de ν que identificam os pilares estudados, tanto nos gráficos deste Capítulo, quanto nas tabelas em anexo, mesmo para os dimensionados de acordo com o ACI 318, são referentes ao ν obtido para a NBR 6118. Ou seja, nos resultados apresentados neste trabalho, dois pilares, um dimensionado de acordo com a NBR 6118, e outro dimensionado de acordo com o ACI 318, com o mesmo valor de ν , tem na verdade os mesmos valores de esforços solicitantes permanente e variável.

Foram testados os valores 500, 1500 e 15000 para o número de simulações no método de Monte Carlo, as variações da média e do desvio padrão da carga de ruptura com o número de simulações, para 500 simulações, estão ilustradas nas Figuras 7.3 e 7.4 e, para 1500 simulações, nas Figuras 7.5 e 7.6. O índice de confiabilidade (β) foi determinado com os valores da resposta obtidos com 500, 1500 e 15000 simulações. Para 500 simulações, o

β calculado com a equação (6.9) foi 4,5560 e com a equação (6.4) foi 4,4883. Para 1500 simulações, o β calculado com a equação (6.9) foi 4,6297 e com a equação (6.4) foi 4,5569. E para 15000 simulações, o β calculado com a equação (6.9) foi 4,6471 e com a equação (6.4) foi 4,5694. A diferença entre os valores obtidos com 500 simulações e 1500 e 15000, respectivamente, foram de aproximadamente 1,5% e 1,9%. Com essa análise realizada, adotou-se neste trabalho 500 simulações, o qual se mostrou suficiente para a convergência estatística da média e do desvio-padrão.

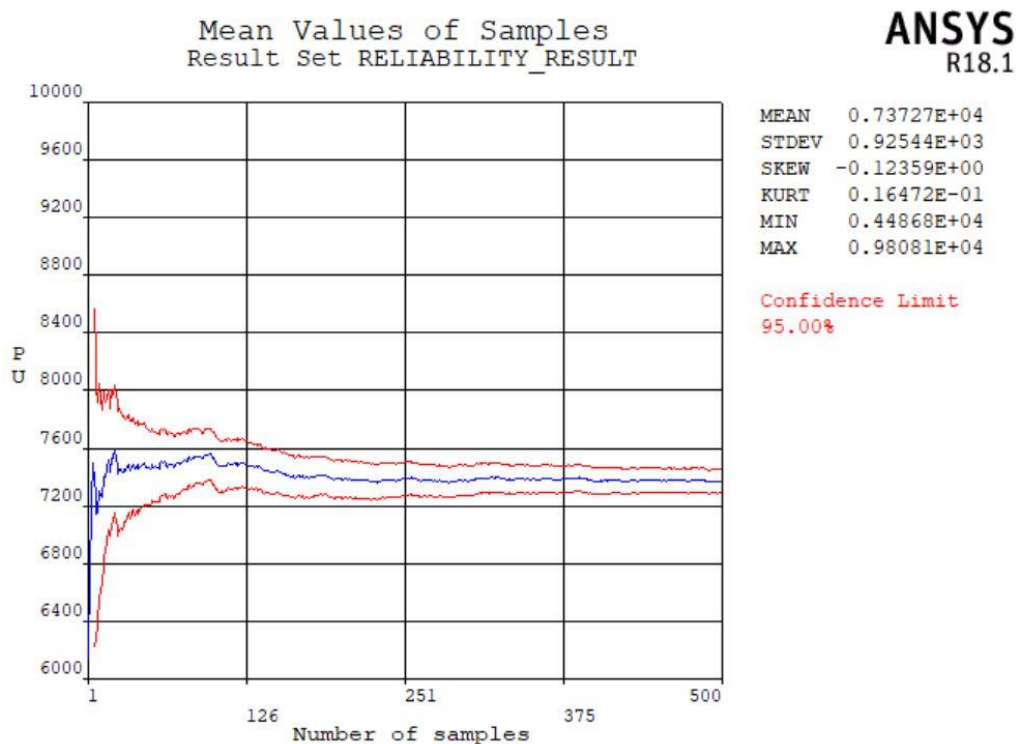


Figura 7.3 – Variação da média da carga de ruptura (500 simulações)

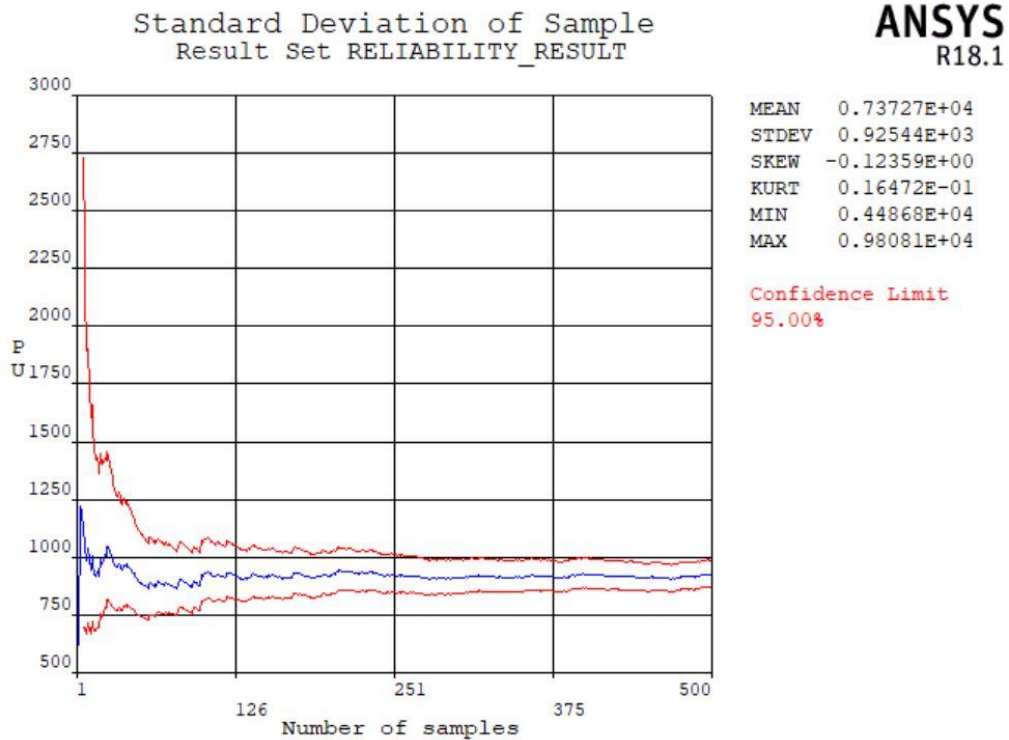


Figura 7.4 – Variação do desvio-padrão da carga de ruptura (500 simulações)

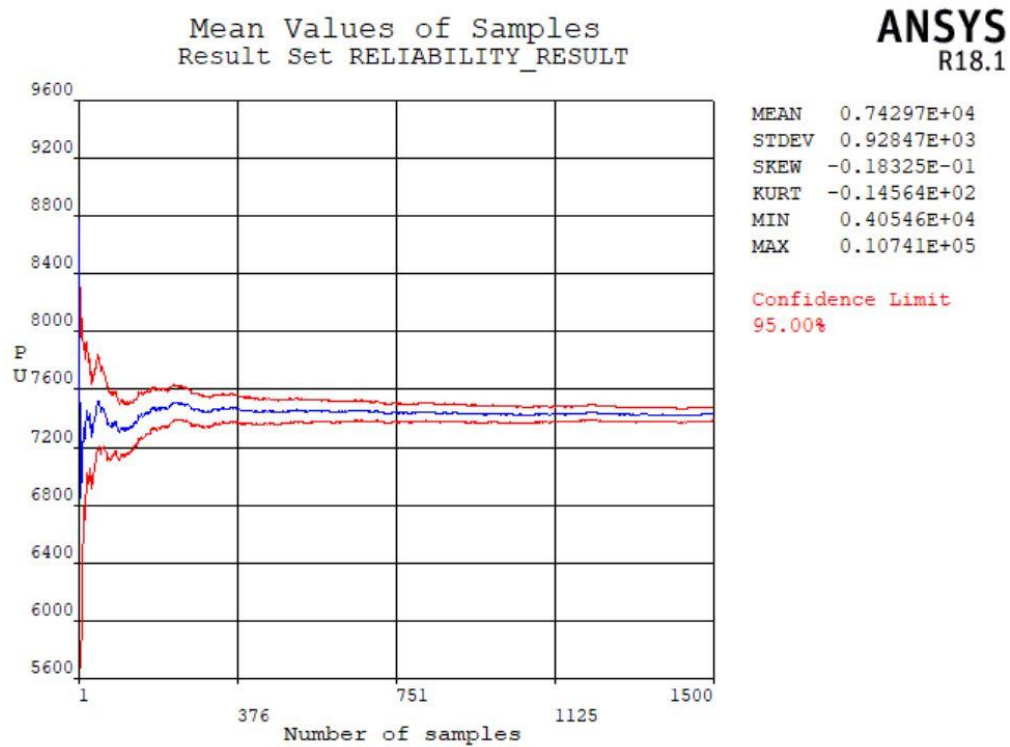


Figura 7.5 – Variação da média da carga de ruptura (1500 simulações)

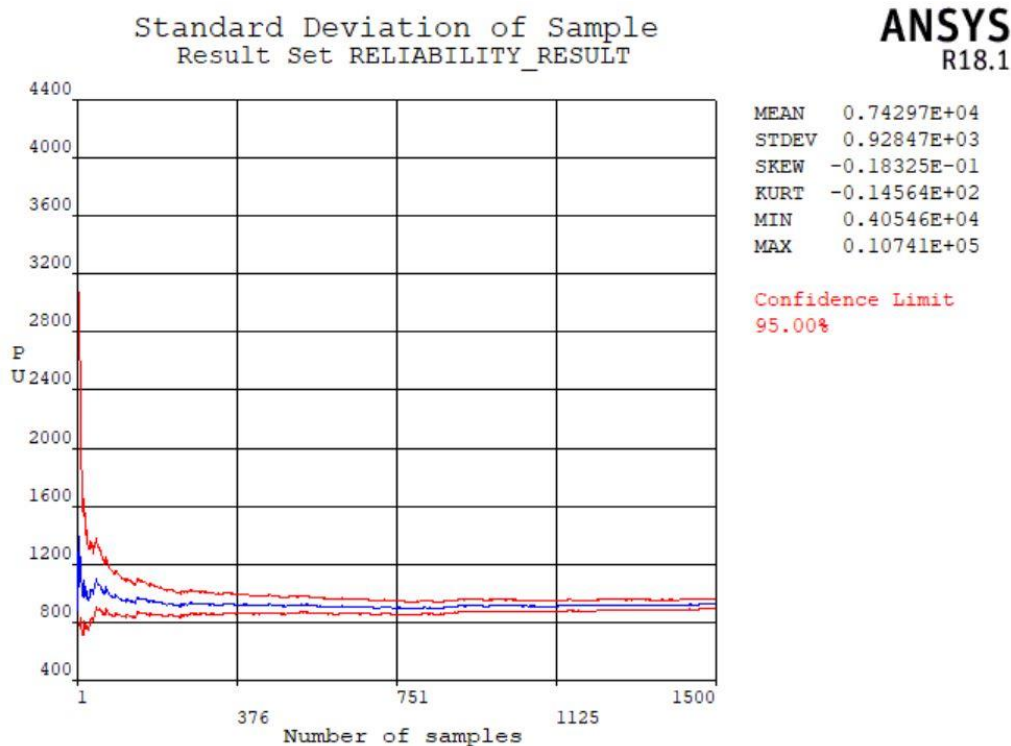


Figura 7.6 – Variação do desvio-padrão da carga de ruptura (1500 simulações)

Os valores escolhidos para a resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) foram 30, 40 e 50 MPa. Para o índice de esbeltez (λ), foram escolhidos os valores 30, 60 e 90. Para o esforço normal adimensional (ν), os valores escolhidos foram 0,50, 0,75 e 1,00. Para a relação (r), foram escolhidos os valores 0,50, 1,00 e 2,00. E para a excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h), foram escolhidos os valores 0,10, 0,20 e 0,30. Esses valores foram escolhidos por serem valores usuais na prática.

Todos os gráficos apresentados a seguir têm três curvas azuis e três curvas vermelhas, sendo as primeiras referentes aos pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118 e as últimas de acordo com o ACI 318. Têm-se ainda uma linha verde de valor constante igual a 3,8, que é o valor alvo considerado neste trabalho para o índice de confiabilidade (β).

7.1 Variação de β em função de f_{ck}

Esta seção apresenta a variação do índice de confiabilidade (β) em função da resistência característica à compressão (f_{ck}). Para que fosse possível avaliar apenas a influência de

f_{ck} , foram simulados pilares com $f_{ck} = 60 \text{ MPa}$ e $\nu = 0,50$, para que pudessem ser comparados com pilares com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ e $\nu = 1,00$ e com $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ e $\nu = 0,75$, que resultam no mesmo F_d , como pode ser constatado na equação (7.1).

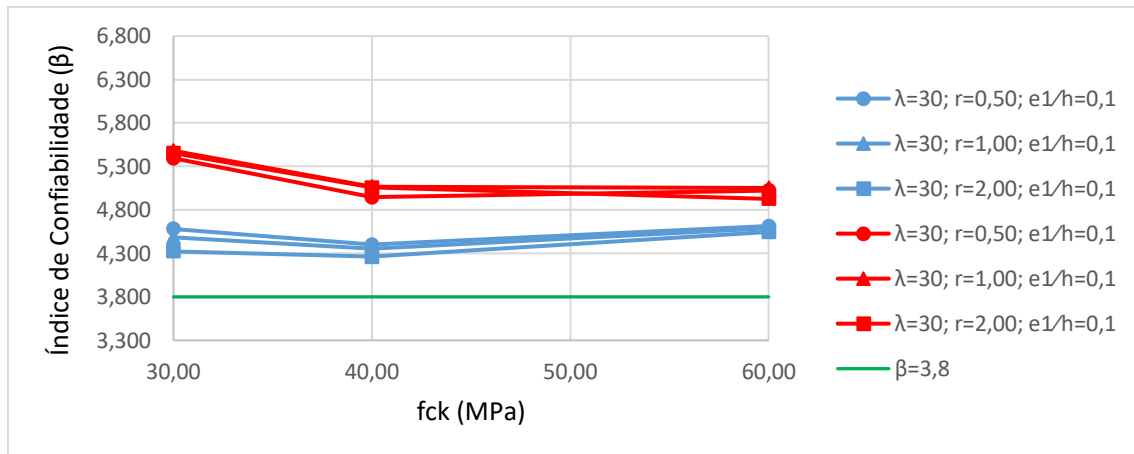


Figura 7.7 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,1$)

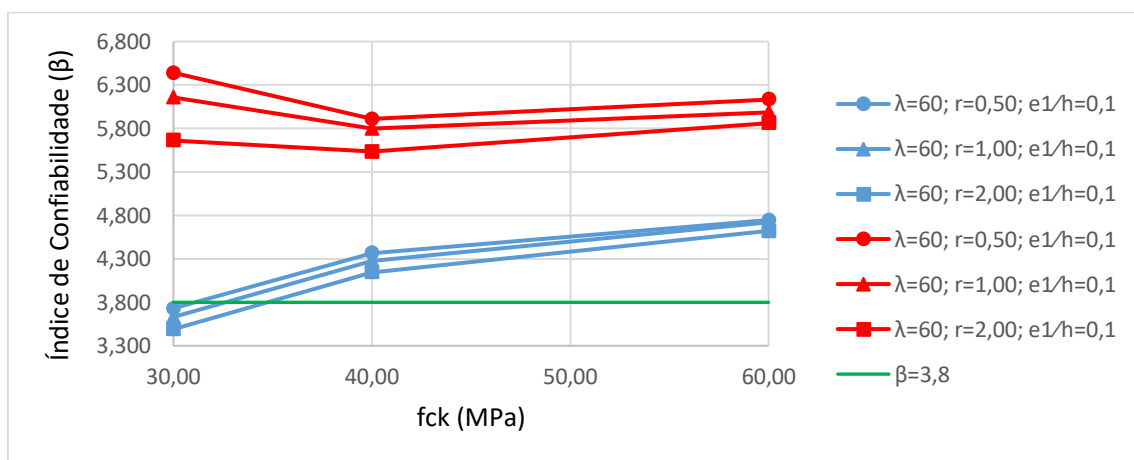


Figura 7.8 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,1$)

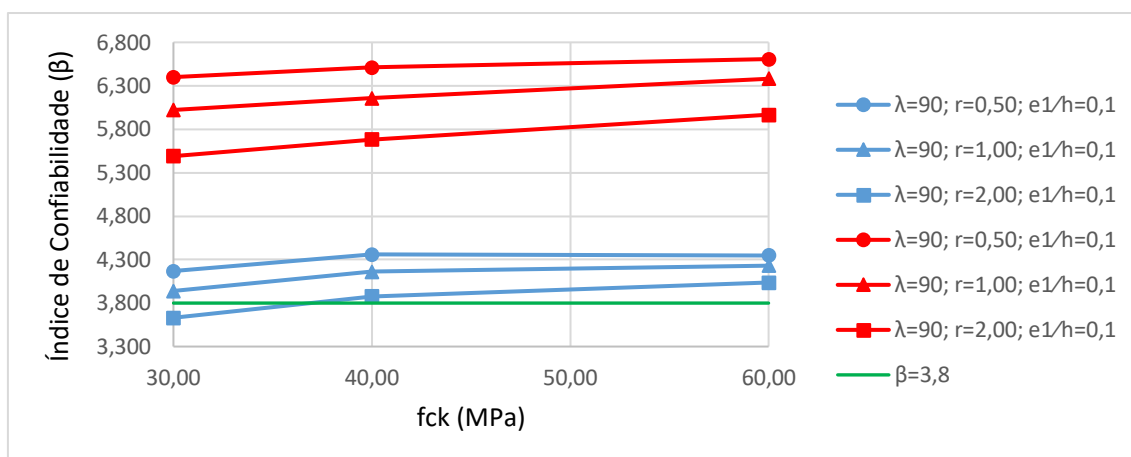


Figura 7.9 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,1$)

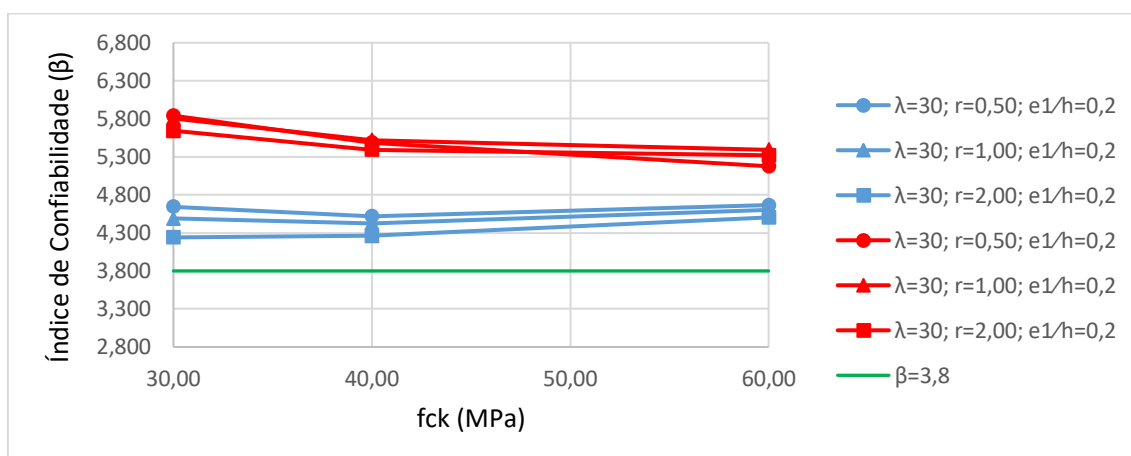


Figura 7.10 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,2$)

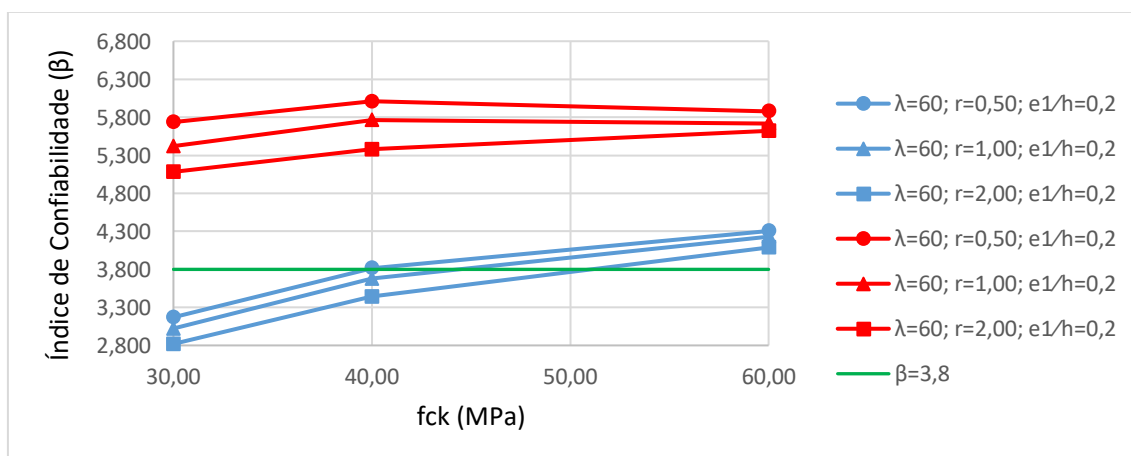


Figura 7.11 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,2$)

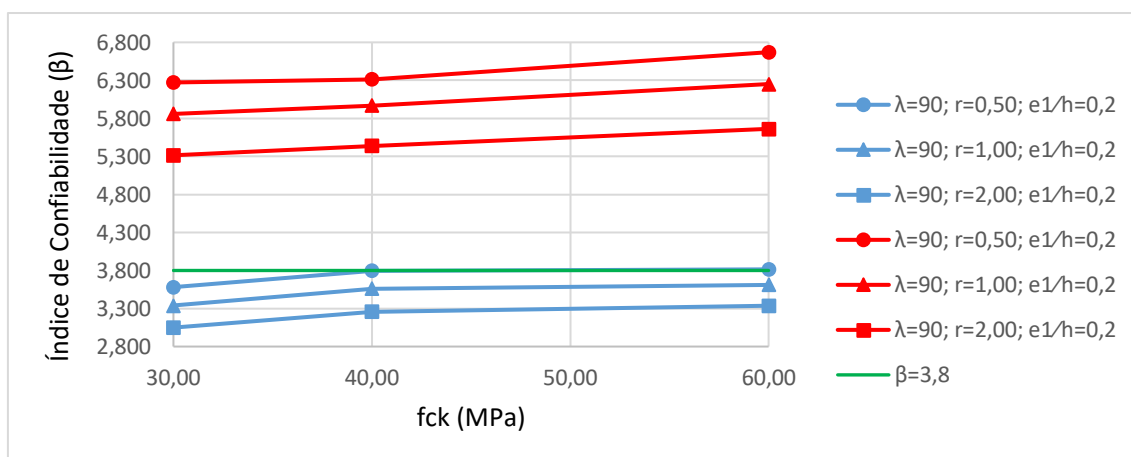


Figura 7.12 – Variação de β em função de f_{ck} para F_d constante ($\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,2$)

Observando os gráficos desta seção, nota-se que, em geral, há um aumento de β com o aumento de f_{ck} , para os pilares dimensionados de acordo com as duas normas. Esse comportamento somente não se confirma para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 com $\lambda = 30$, principalmente na variação do f_{ck} entre 30 MPa e 40 MPa, onde β se mostrou decrescente.

Outro parâmetro que pode ser avaliado através da observação dos gráficos desta seção é a relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r). É possível concluir que, tanto para a NBR 6118, quanto para o ACI 318, β diminui com o aumento de r . Isto acontece devido ao fato de que o esforço solicitante acidental tem uma maior variabilidade que o esforço solicitante permanente, até por isso é assumida uma distribuição de probabilidades do tipo Gumbel para o primeiro e do tipo Normal para o segundo. A distribuição do tipo Gumbel apresenta uma cauda mais representativa para os valores máximos se comparada à distribuição Normal e tem também maior variabilidade, ou seja, o aumento do esforço solicitante acidental, consequência do aumento de r , faz com que haja uma mudança na distribuição de probabilidades do esforço solicitante total, que se afasta do tipo Normal e se aproxima do tipo Gumbel. Dessa maneira a solicitação passa a ter maior variabilidade e maior ocorrência de valores próximos ao máximo e, consequentemente, menor β .

Todos os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 resultaram em valores de β bem superiores ao índice de confiabilidade alvo, enquanto que entre os dimensionados de

acordo com a NBR 6118, uma parcela considerável apresentou valores de β insatisfatórios, sendo a maioria desses com os menores valores de f_{ck} .

Por último, em todos os casos, os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 resultaram em índices de confiabilidade consideravelmente maiores que os dimensionados de acordo com a NBR 6118.

7.2 Variação de β em função de λ

Os gráficos presentes nesta seção mostram a variação do índice de confiabilidade (β) com a variação do índice de esbeltez (λ).

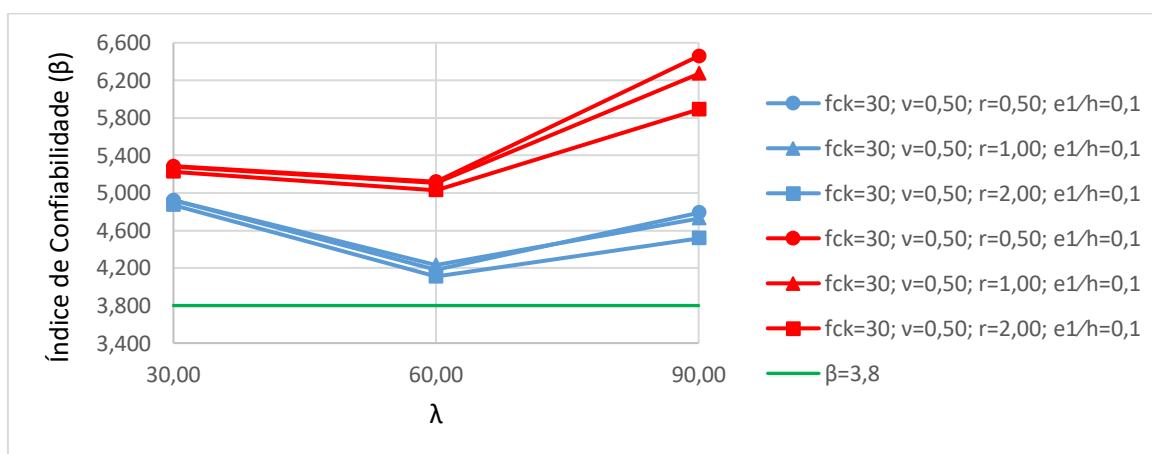


Figura 7.13 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,1$)

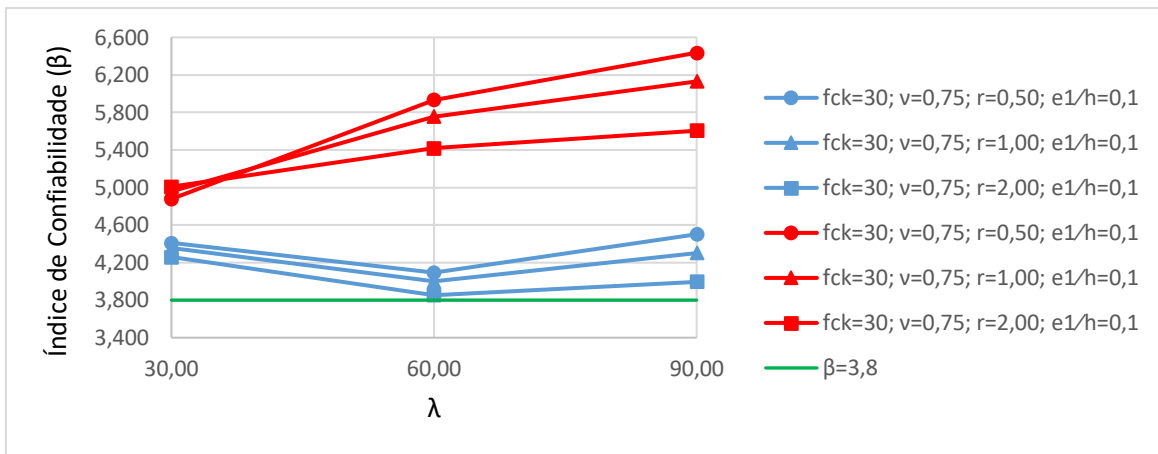


Figura 7.14 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,1$)

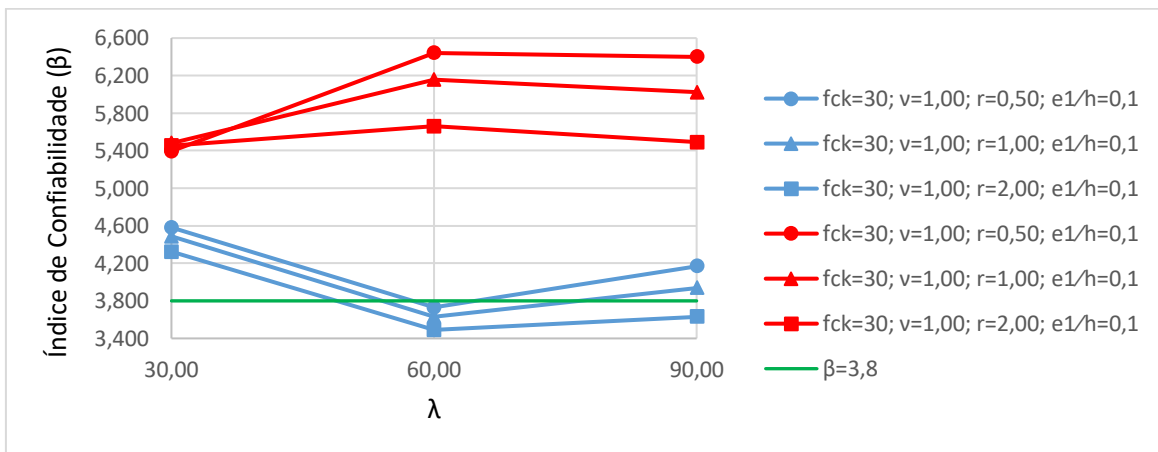


Figura 7.15 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,1$)

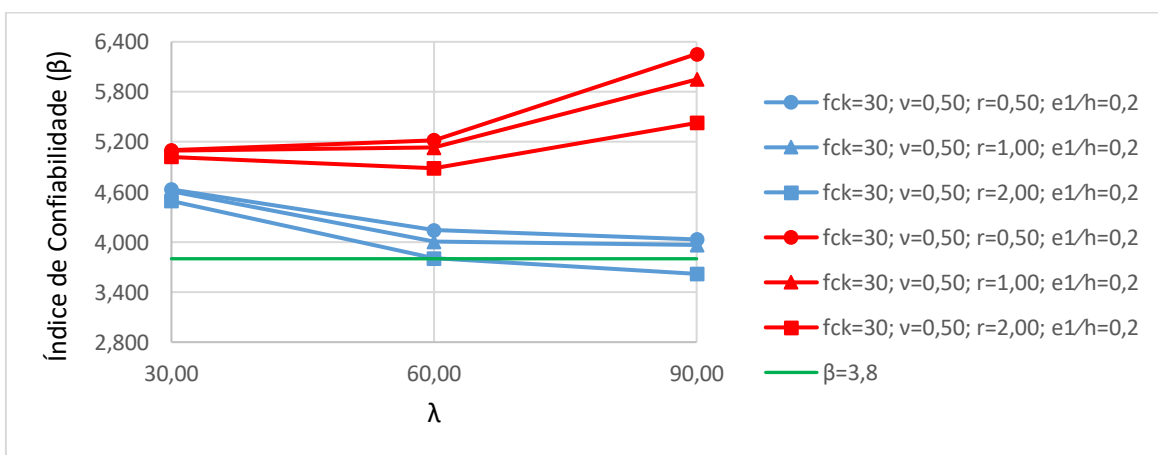


Figura 7.16 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,2$)

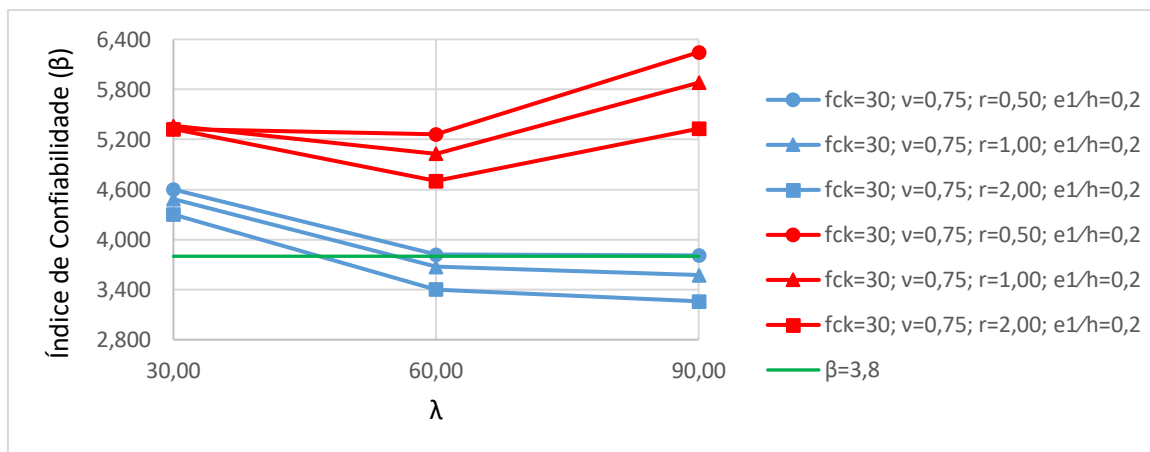


Figura 7.17 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,2$)

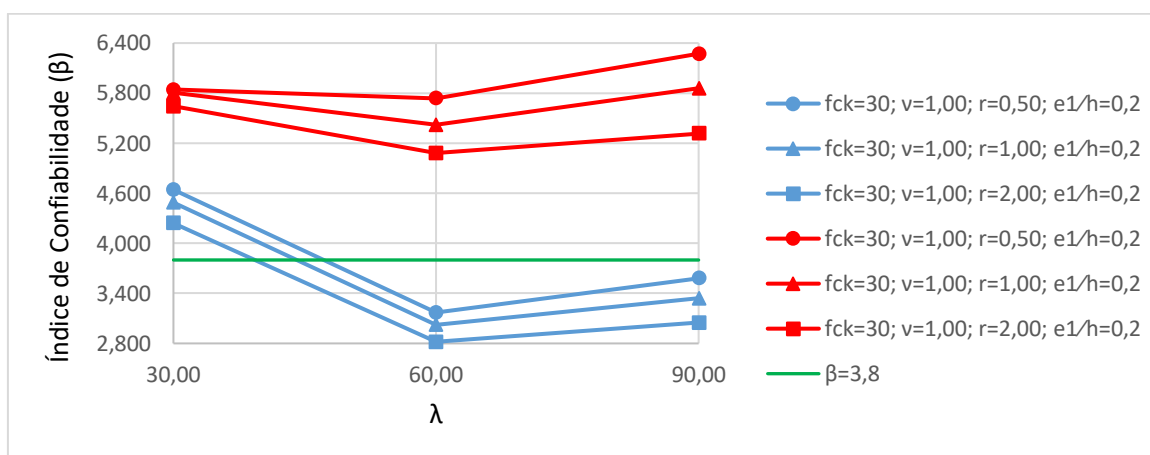


Figura 7.18 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 30$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,2$)

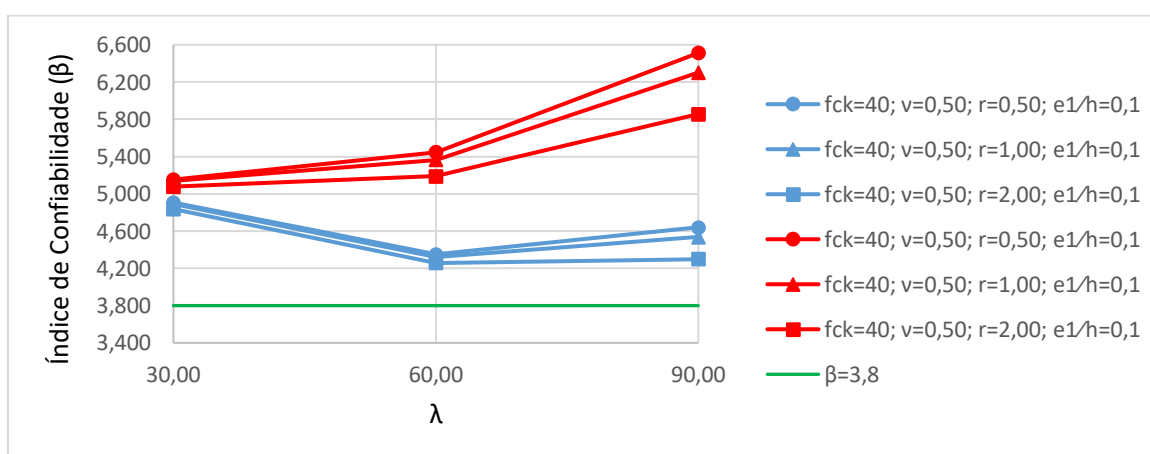


Figura 7.19 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,1$)

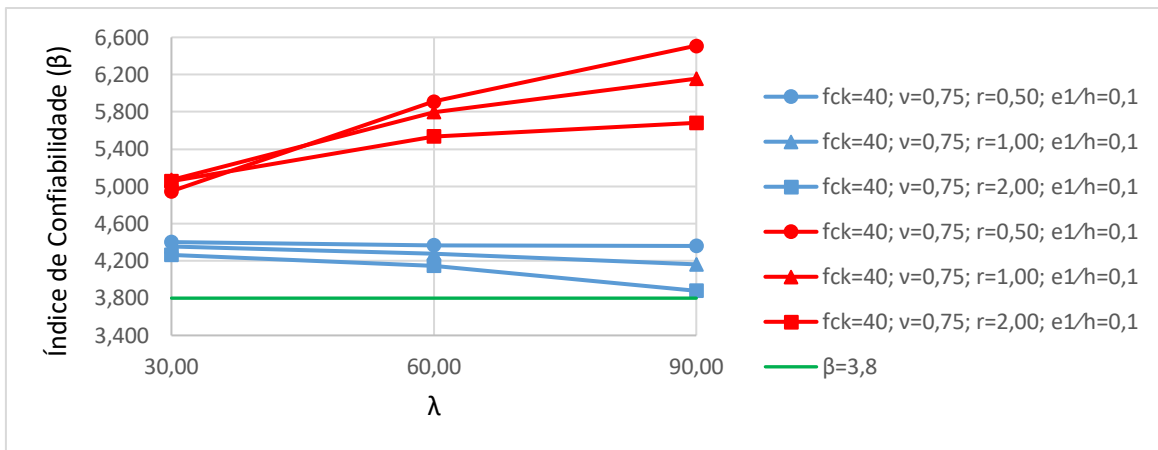


Figura 7.20 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,1$)

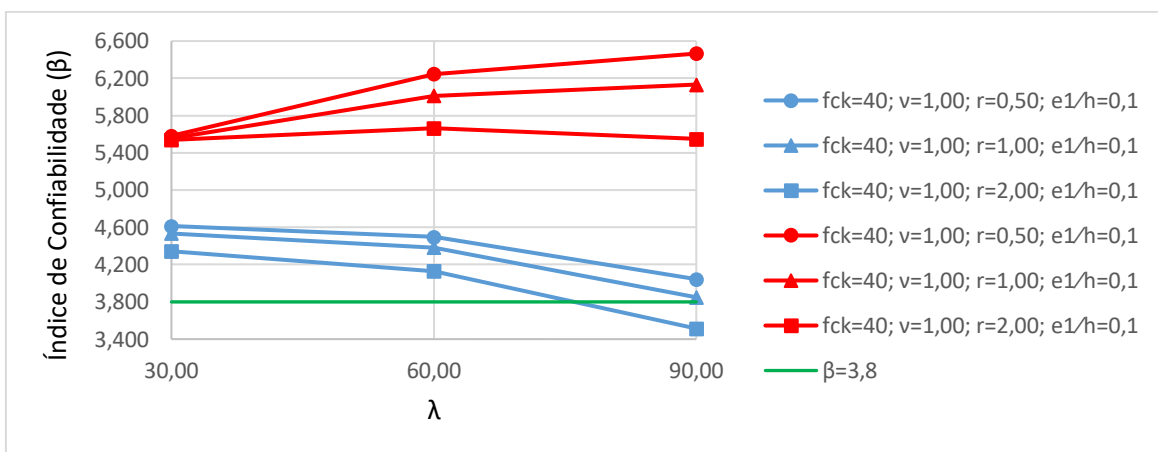


Figura 7.21 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,1$)

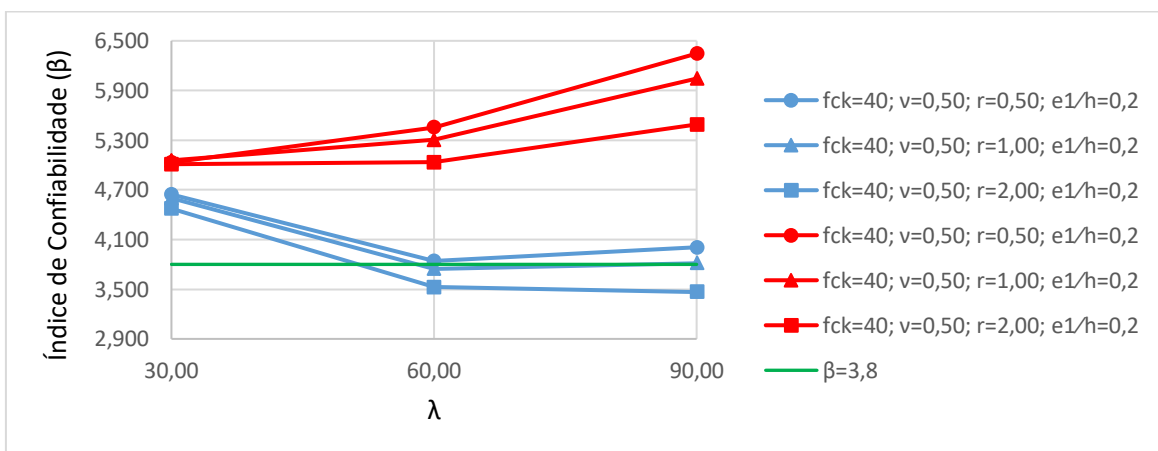


Figura 7.22 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,2$)

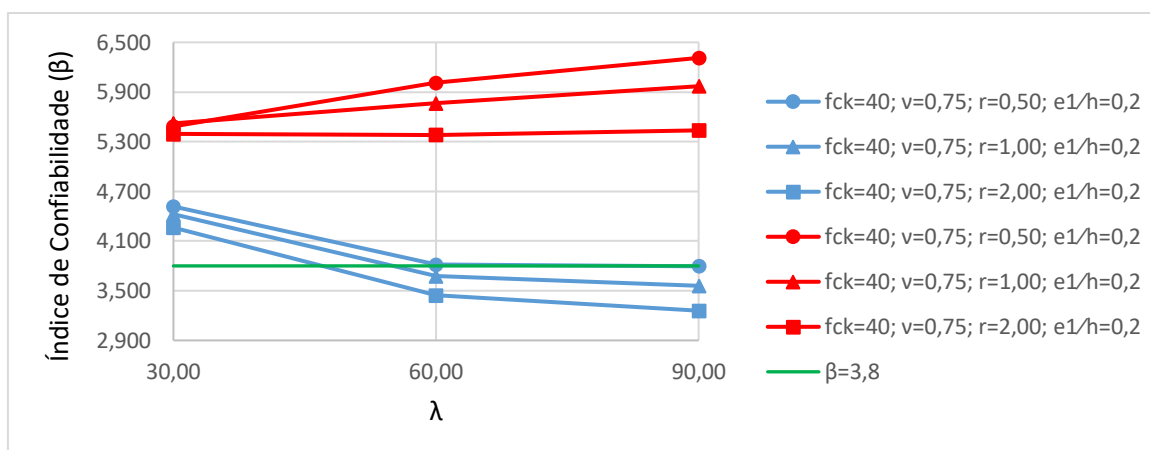


Figura 7.23 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,2$)

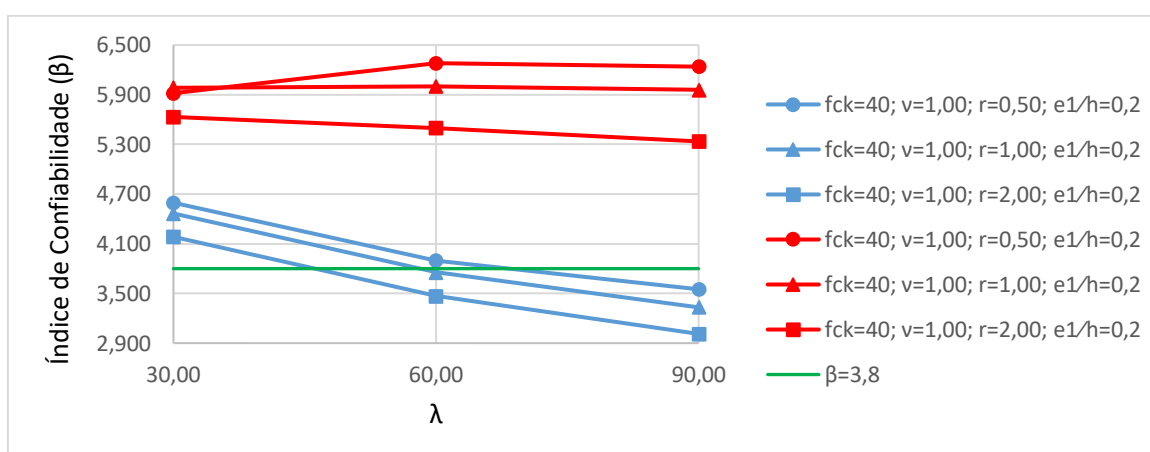


Figura 7.24 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 40$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,2$)

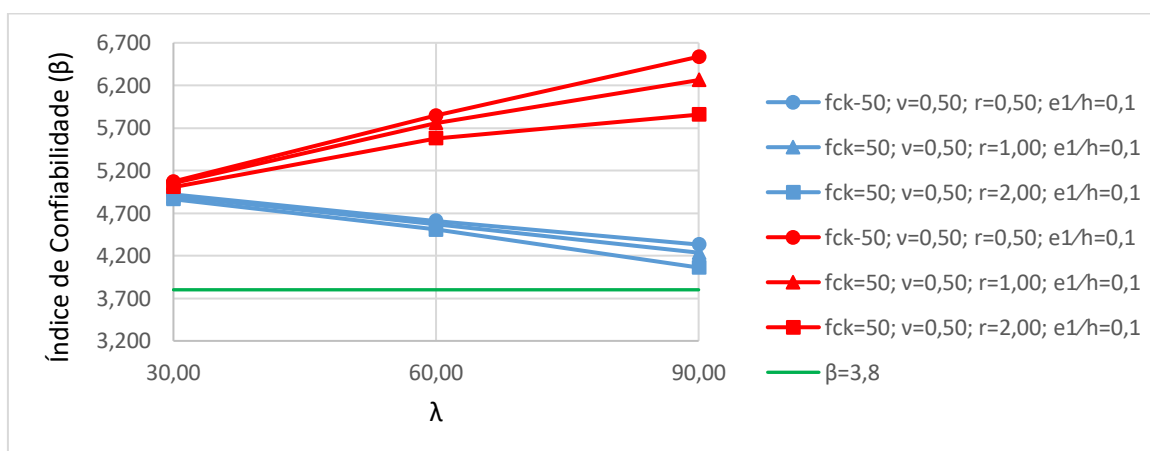


Figura 7.25 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,1$)

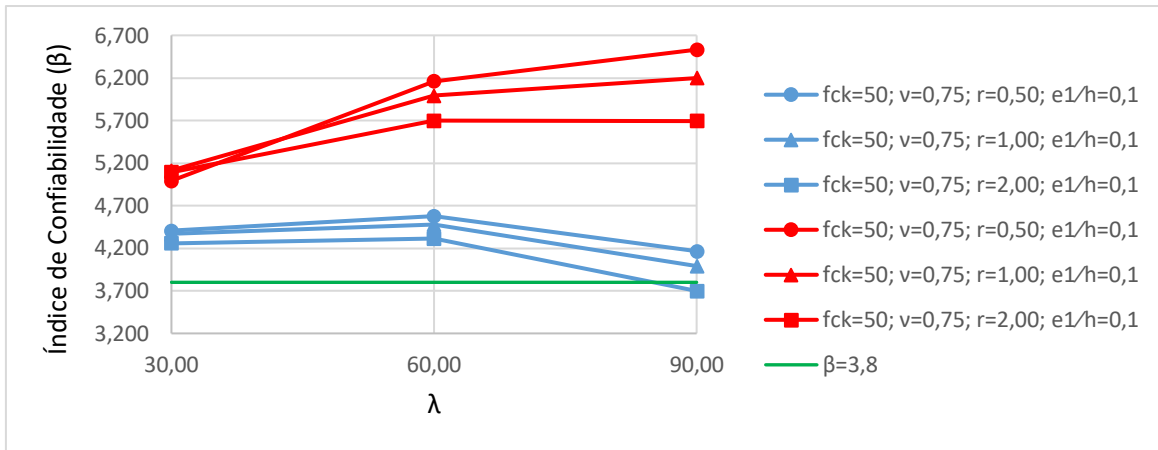


Figura 7.26 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,1$)

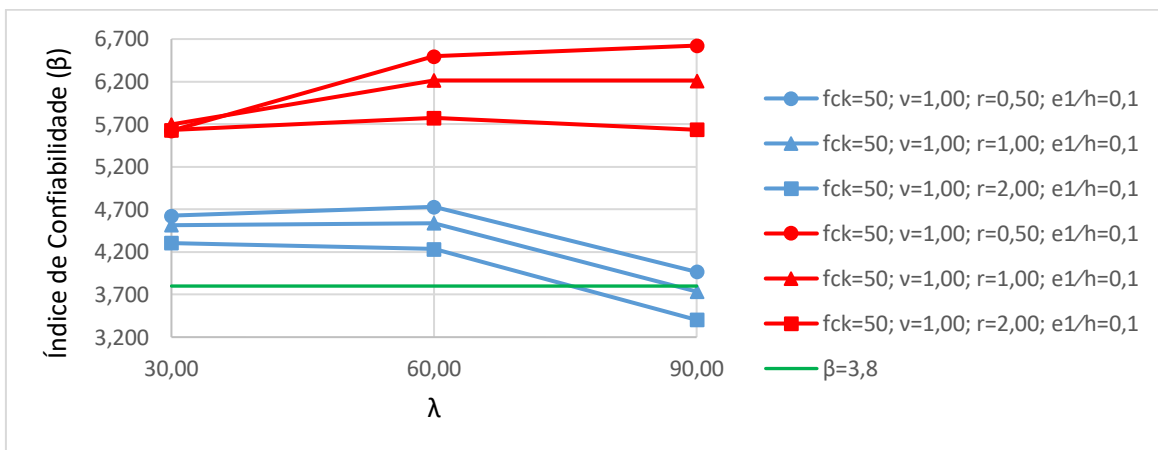


Figura 7.27 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,1$)

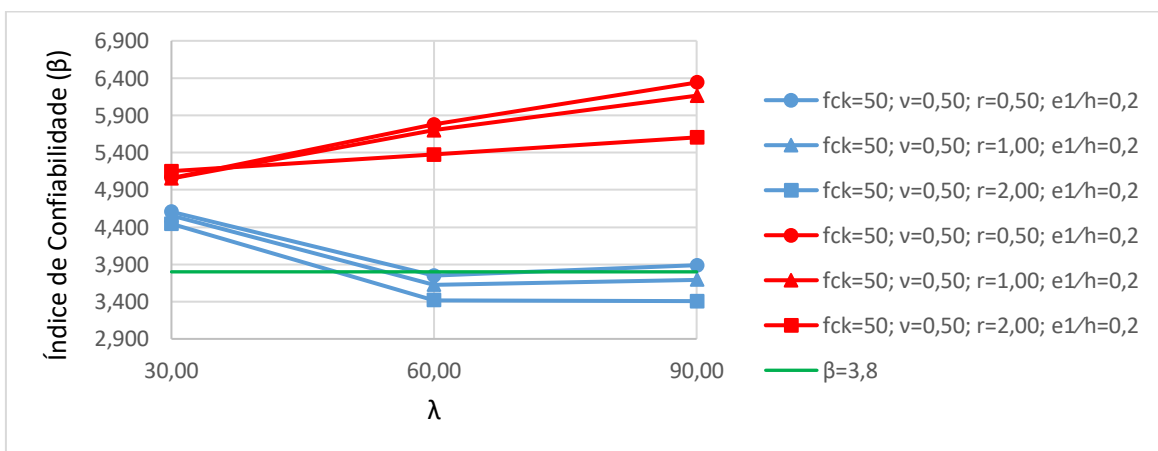


Figura 7.28 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 0,50$ e $e_1/h = 0,2$)

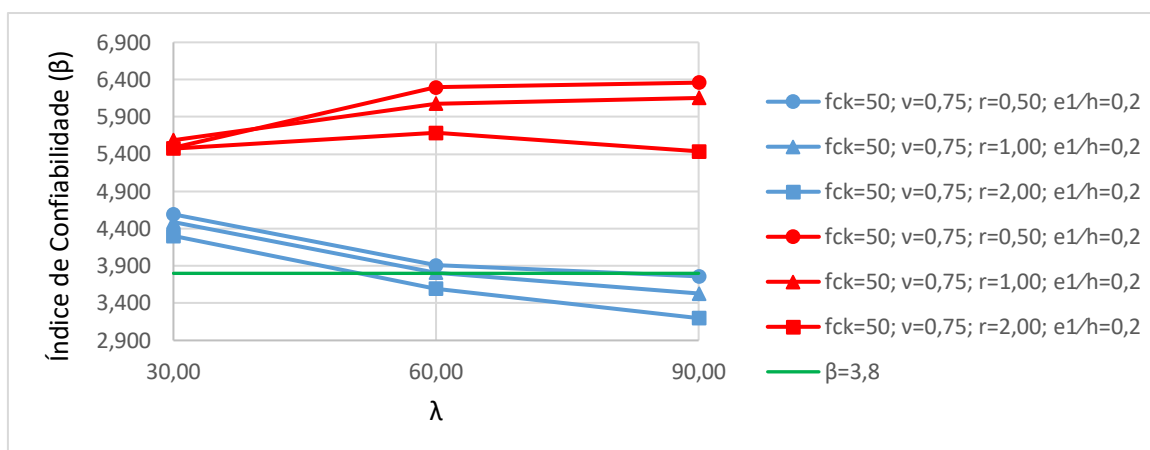


Figura 7.29 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 0,75$ e $e_1/h = 0,2$)

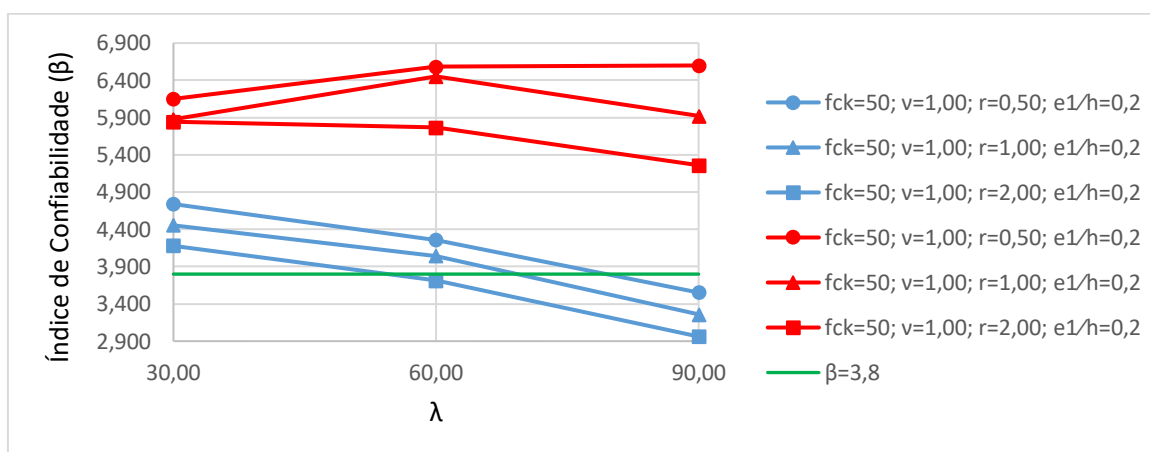


Figura 7.30 – Variação de β em função de λ ($f_{ck} = 50$, $\nu = 1,00$ e $e_1/h = 0,2$)

O aumento do índice de esbeltez (λ), que é ocasionado pelo aumento do comprimento do pilar, tanto para a NBR 6118, quanto para o ACI 318, resulta em aumento na área de aço da armadura longitudinal (A_s). Porém, as normas apresentam diferenças na determinação dos momentos de 2ª ordem, que levam a comportamentos distintos.

Para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, observa-se que o comportamento do índice de confiabilidade (β) varia, principalmente, com a excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h).

Os pilares com $e_1/h = 0,1$ apresentam β crescente com o aumento de λ , exceto nos casos com $\nu = 1,00$ e $r = 2,00$. Pois, com o aumento de ν , há um aumento dos esforços solicitantes, para uma mesma resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}). E

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

o aumento da relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r) causa uma diminuição do fator β_{dns} , que é a relação entre o esforço solicitante acidental e total, ambos já fatorados, ou seja, depois de serem multiplicados pelos fatores de majoração. Tal diminuição leva a um valor de rigidez à flexão maior, que, por consequência, faz com que o efeito de 2ª ordem seja menor. Essa combinação dos esforços solicitantes, maior esforço normal e menor efeito de 2ª ordem, para os casos com maior ν e r analisados resultam em um comportamento de constância de β com o aumento de λ .

Quanto aos pilares com $e_1/h = 0,2$, observa-se um comportamento crescente de β com o aumento de λ para os casos com $\nu = 0,50$. Enquanto que para os casos com ν igual a 0,75 e 1,00, o comportamento passa de decrescente no trecho com λ entre 30 e 60 e crescente no trecho entre 60 e 90, com $f_{ck} = 30$, para o oposto, ou seja, crescente entre 30 e 60 e decrescente entre 60 e 90, com $f_{ck} = 50$. Sendo que os casos com $f_{ck} = 40$ têm comportamento intermediário, mais se aproximando de uma constância.

Assim como os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, os dimensionados de acordo com a NBR 6118 também apresentam uma diferença de comportamento de β com e_1/h .

Os pilares com $e_1/h = 0,1$ apresentam um comportamento semelhante ao observado nos pilares com $e_1/h = 0,2$ do ACI 318, onde os casos com $f_{ck} = 30$ têm β decrescente no trecho com λ entre 30 e 60 e crescente no trecho com λ entre 60 e 90, os casos com $f_{ck} = 50$ têm β constante no trecho com λ entre 30 e 60 e decrescente no trecho com λ entre 60 e 90 e os casos com $f_{ck} = 40$ têm comportamento intermediário entre os dois primeiros.

Já os pilares com $e_1/h = 0,2$ apresentam um comportamento decrescente de β no trecho com λ entre 30 e 60, em todos os casos, e variável para os diferentes valores de ν no trecho com λ entre 60 e 90. Tendo um comportamento de constância para $\nu = 0,50$ e decrescente para os casos com ν igual a 0,75 e 1,00.

Quanto ao comportamento de β em relação à variação de r , observa-se o mesmo comportamento da seção anterior, ou seja, diminuição de β com o aumento de r , pelo mesmo motivo apresentado anteriormente.

Em relação ao índice de confiabilidade alvo, como já foi ressaltado na seção anterior, todos os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 obtiveram valores superiores. Já os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118 apresentaram grande influência em função de λ , pois todos os casos com $\lambda = 30$ obtiveram valores satisfatórios, enquanto que a quantidade de valores insatisfatórios cresce com o aumento deste parâmetro.

E, também como na seção anterior, todos os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 apresentam β consideravelmente maior que os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118.

7.3 Variação de β em função de ν

Os gráficos presentes nesta seção mostram a variação do índice de confiabilidade (β) com o esforço normal adimensional (ν).

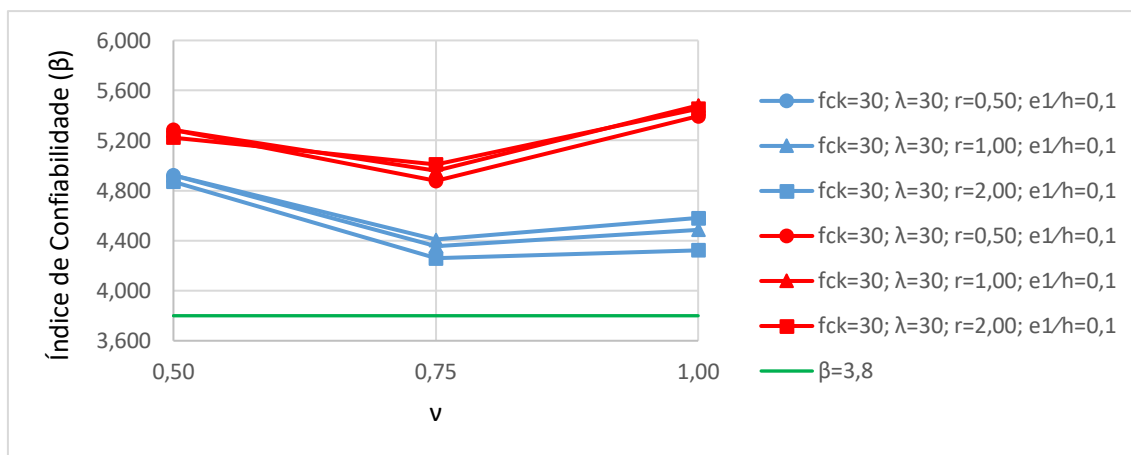


Figura 7.31 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,1$)

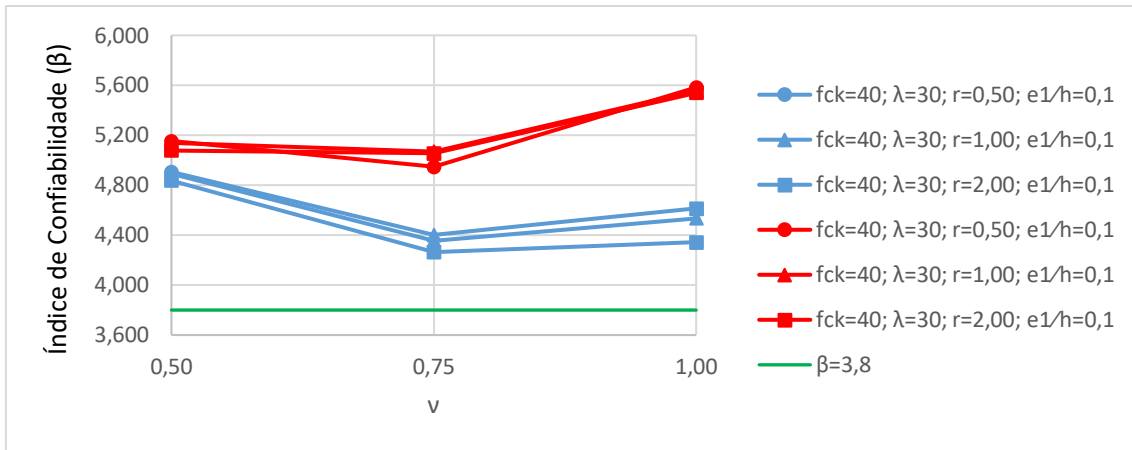


Figura 7.32 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,1$)

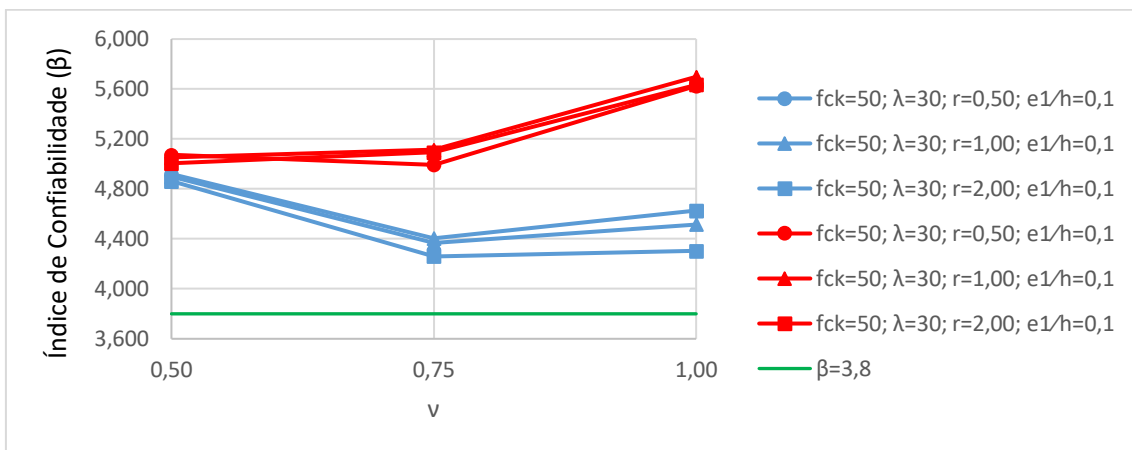


Figura 7.33 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,1$)

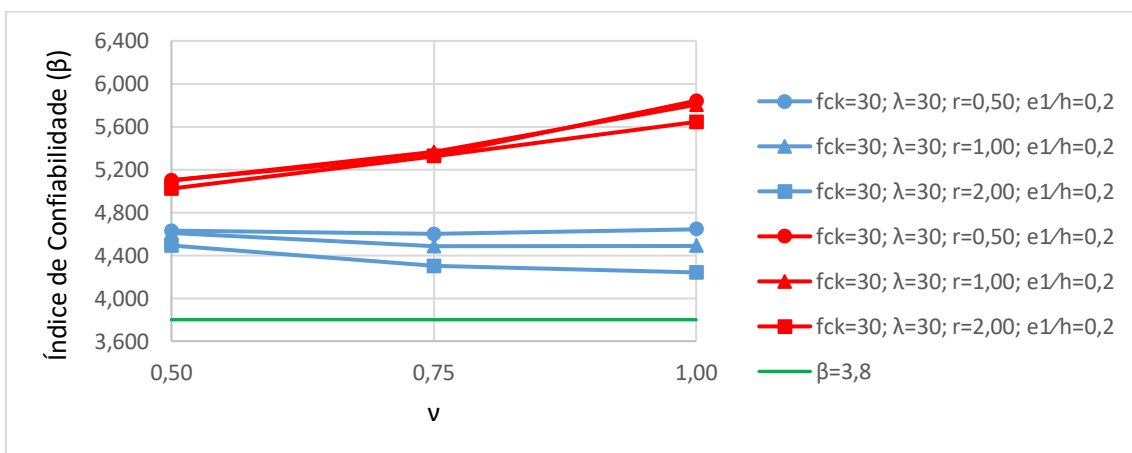


Figura 7.34 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,2$)

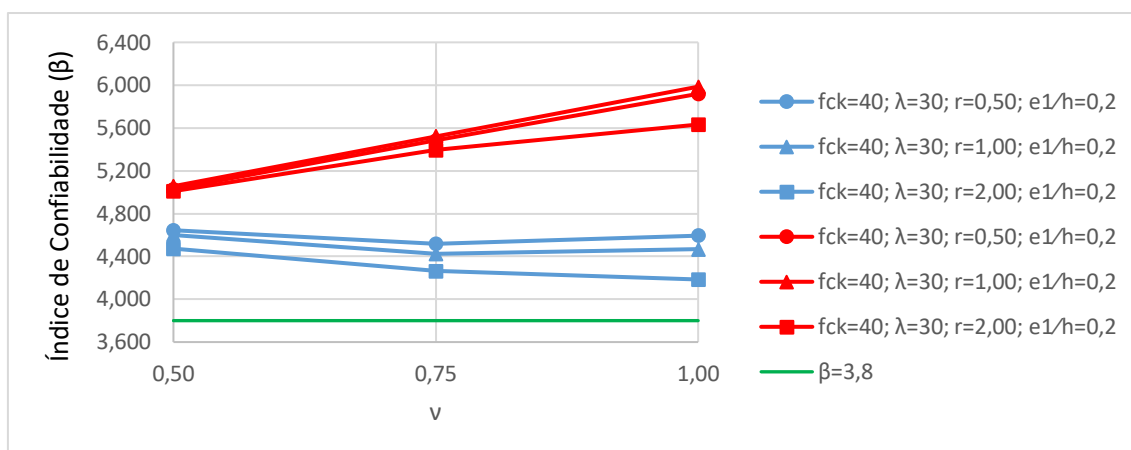


Figura 7.35 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,2$)

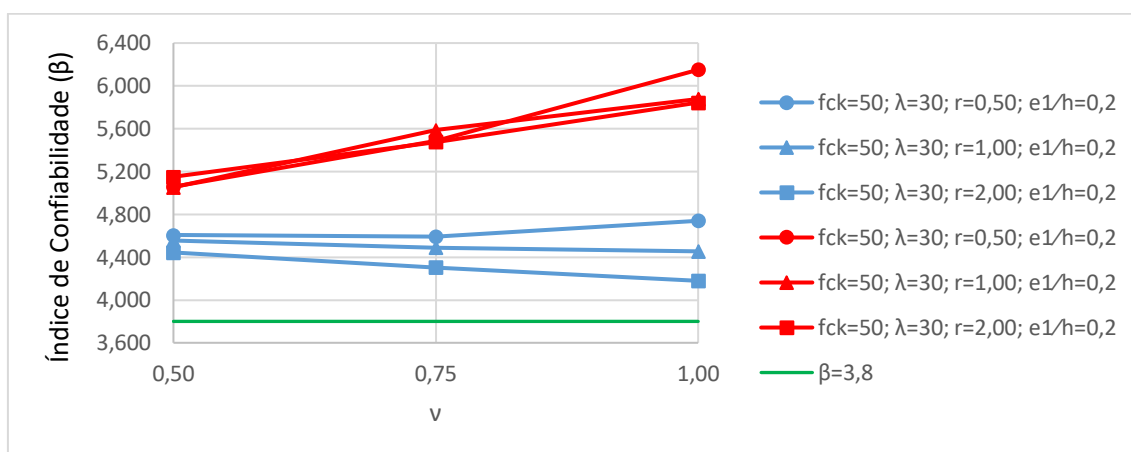


Figura 7.36 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 30$ e $e_1/h = 0,2$)

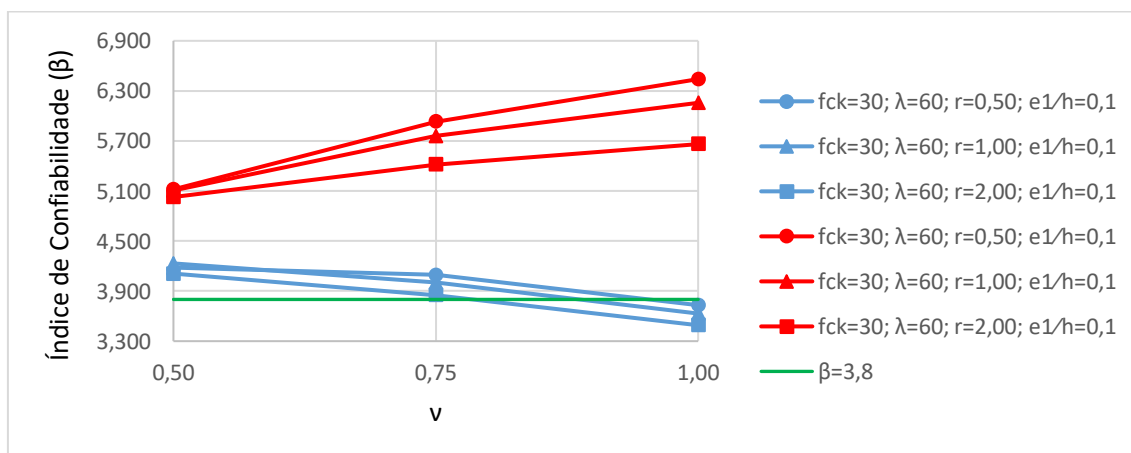


Figura 7.37 – Variação de β em função de v ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,1$)

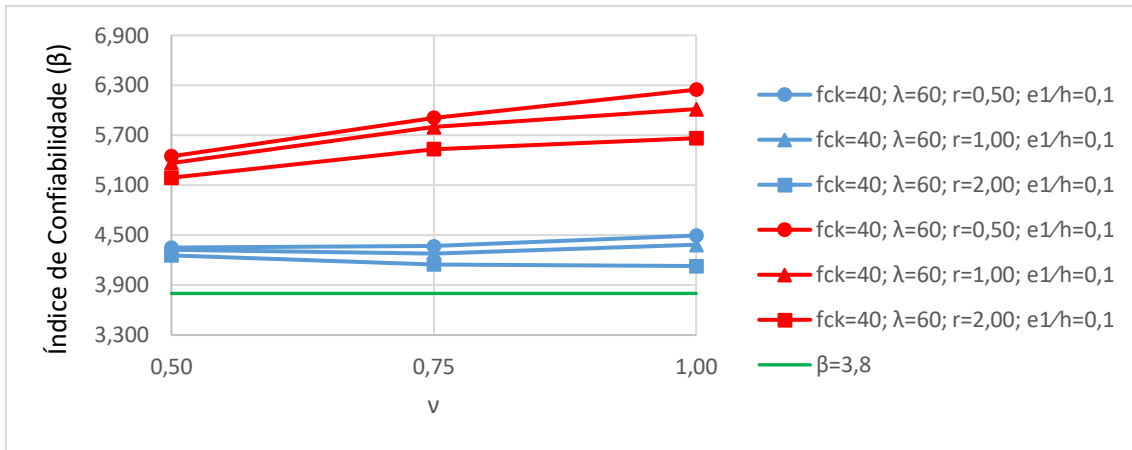


Figura 7.38 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,1$)

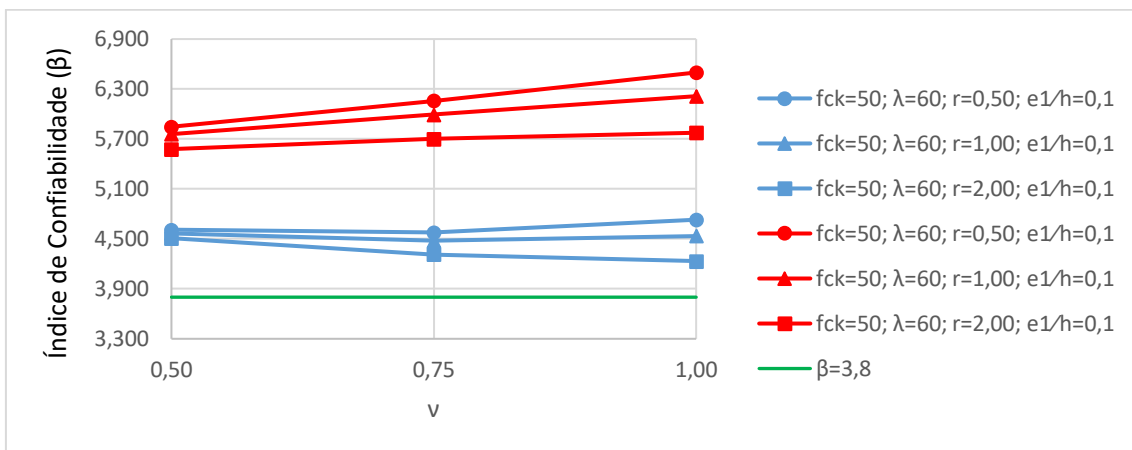


Figura 7.39 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,1$)

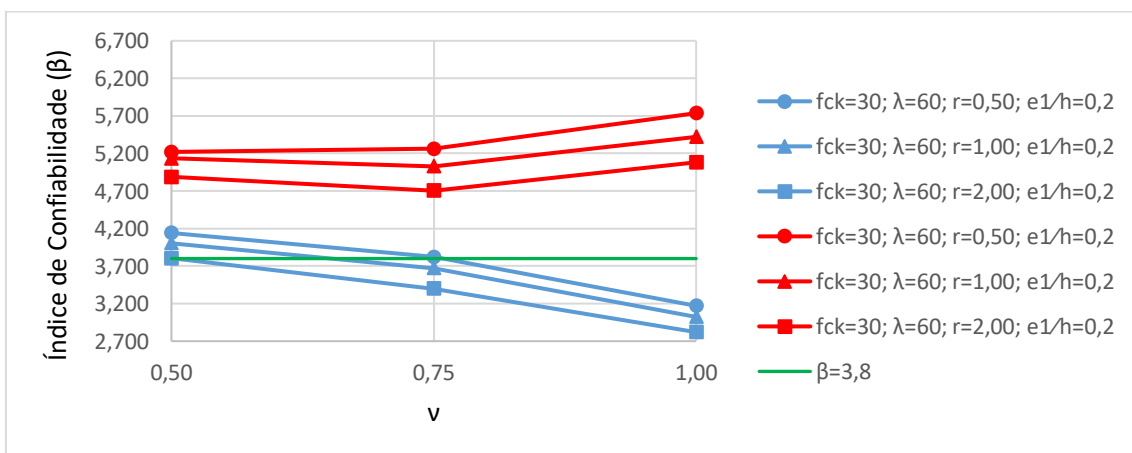


Figura 7.40 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,2$)

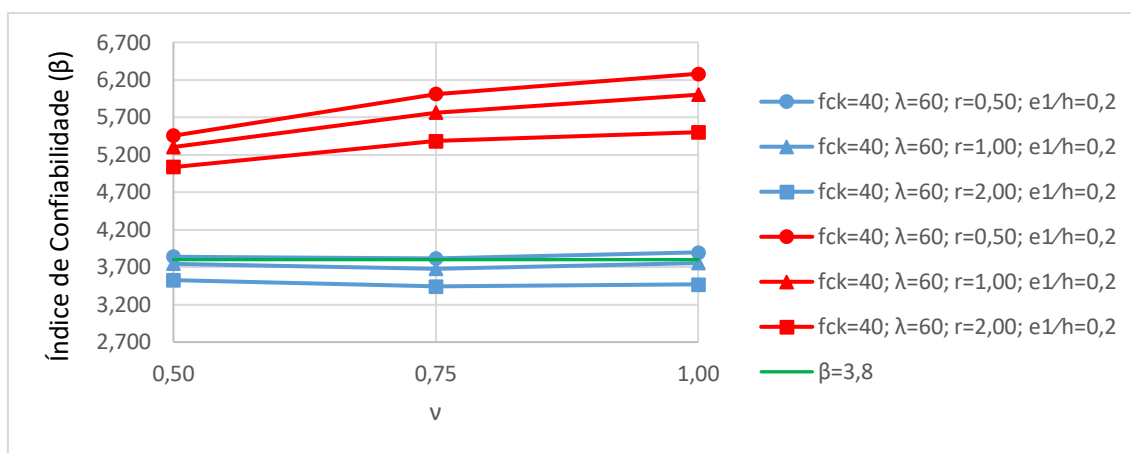


Figura 7.41 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,2$)

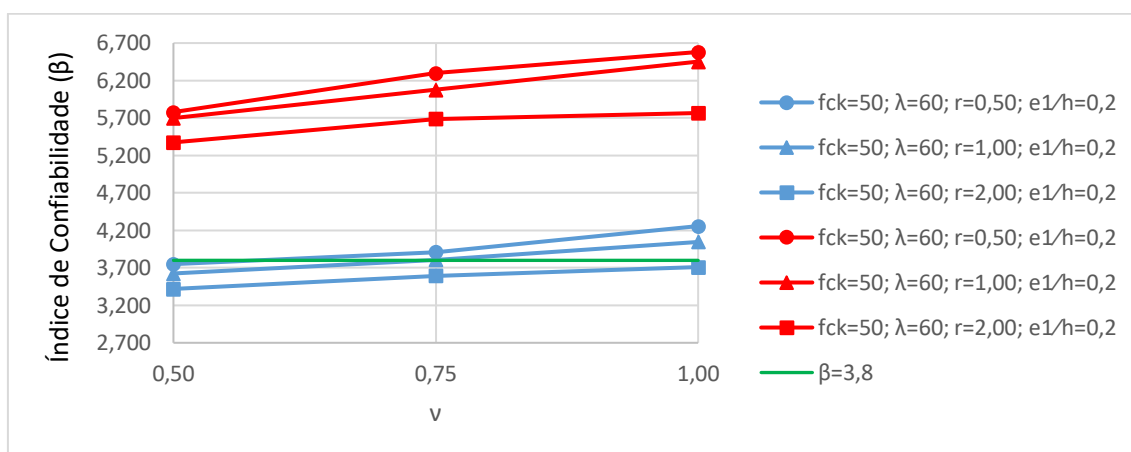


Figura 7.42 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 60$ e $e_1/h = 0,2$)

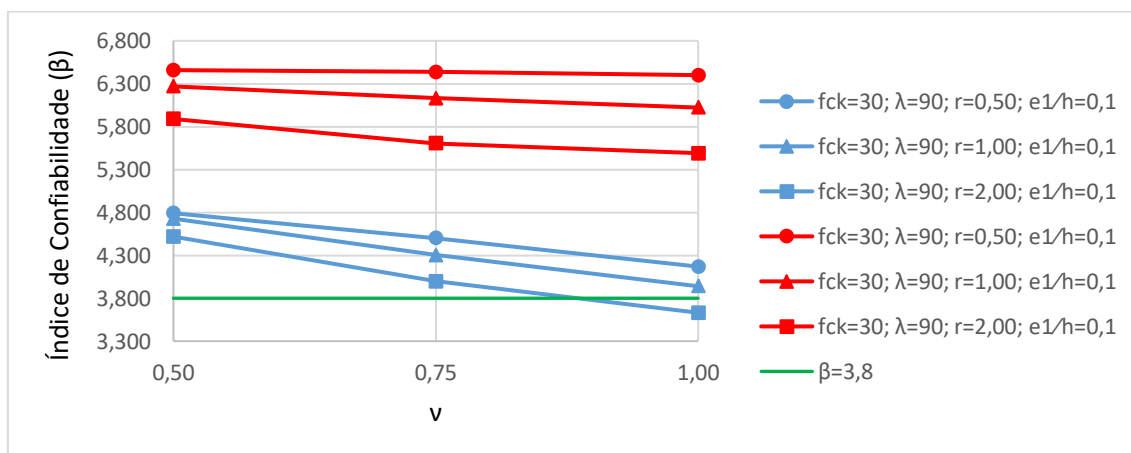


Figura 7.43 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,1$)

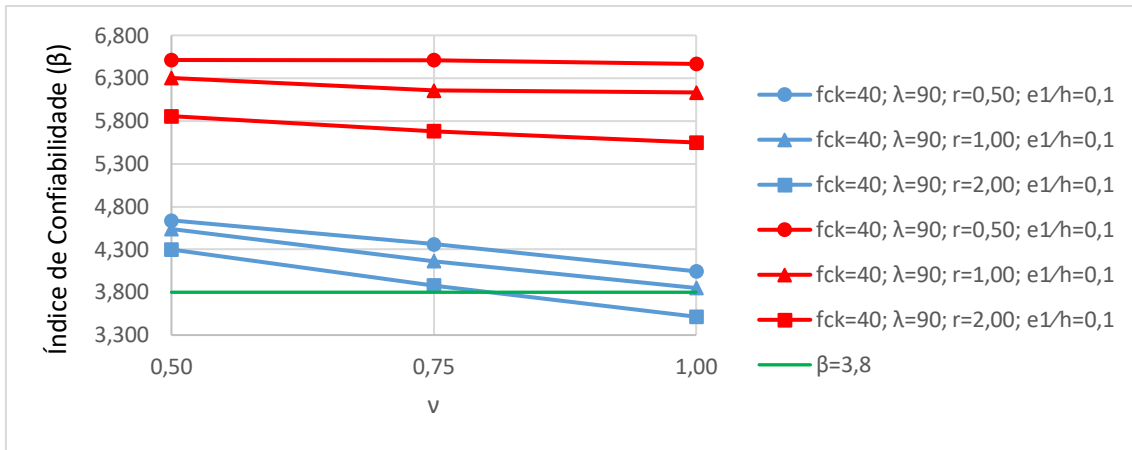


Figura 7.44 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,1$)

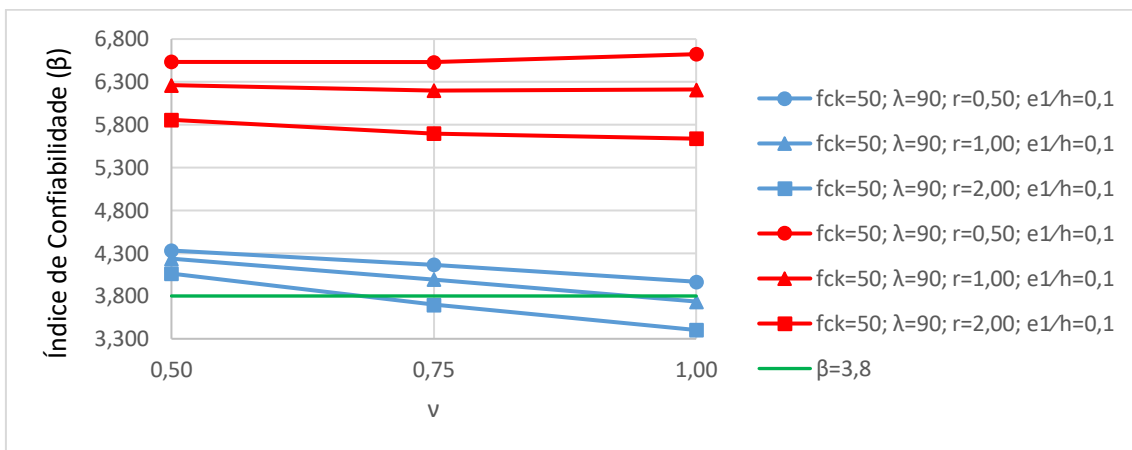


Figura 7.45 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,1$)

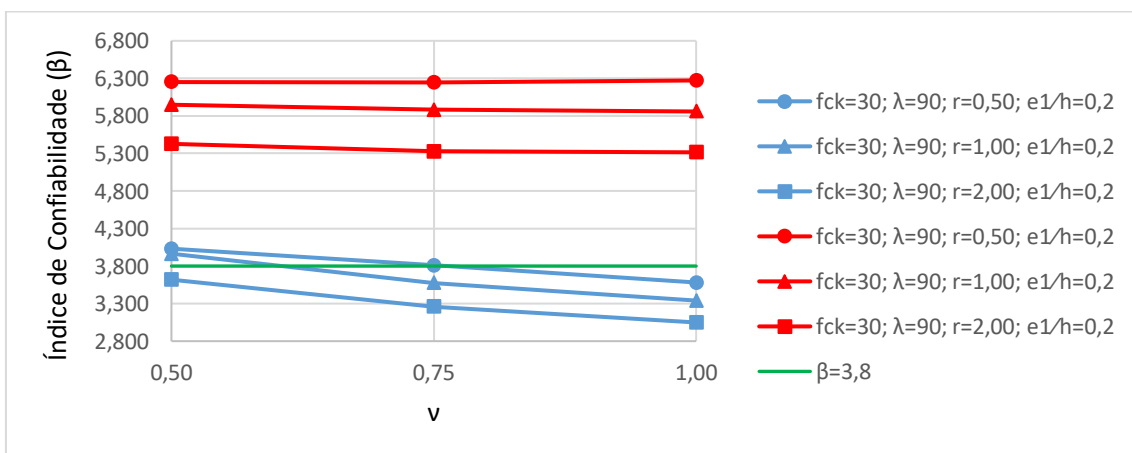


Figura 7.46 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,2$)

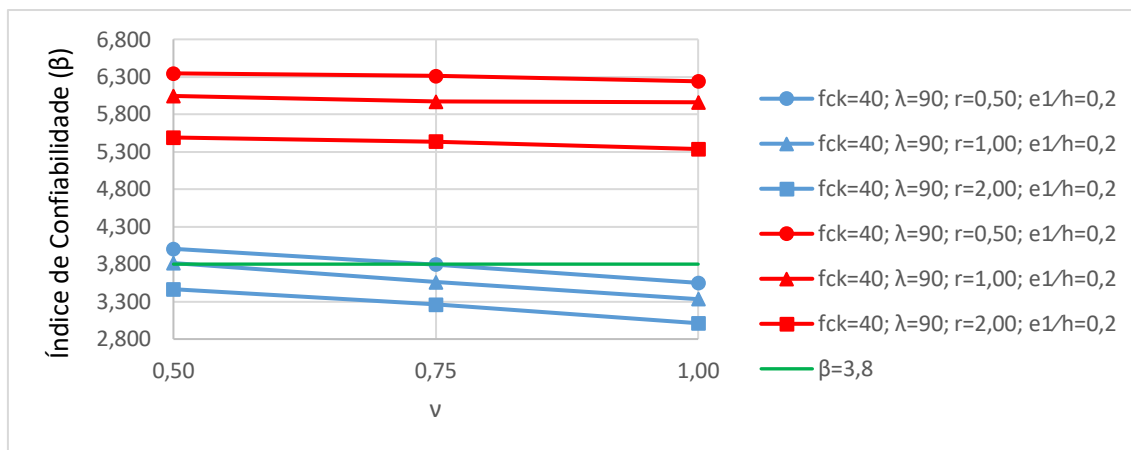


Figura 7.47 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,2$)

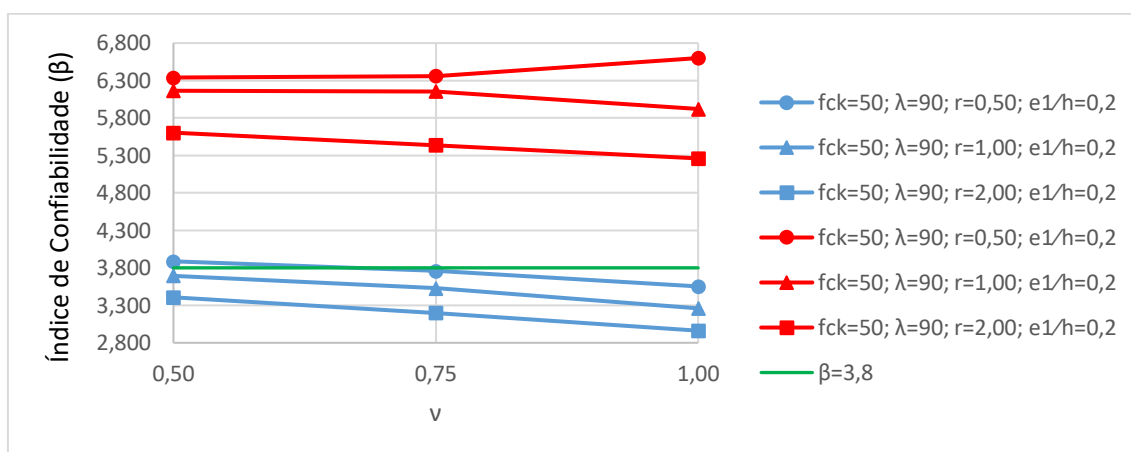


Figura 7.48 – Variação de β em função de ν ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 90$ e $e_1/h = 0,2$)

O aumento do esforço normal adimensional (ν), tanto para a norma NBR 6118, quanto para o código ACI 318, leva ao aumento do esforço normal solicitante, para a mesma resistência à compressão do concreto (f_{ck}), e à redução do efeito de 2ª ordem, para a NBR 6118, devido ao fato de que há redução na curvatura na seção crítica ($1/r$) do pilar, e para o ACI 318, porque o maior esforço solicitante leva a uma maior área de aço da armadura longitudinal (A_s), que aumenta a rigidez à flexão do pilar.

Para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, há aumento do índice de confiabilidade (β) com o aumento de ν , exceto para os casos com $\lambda = 90$, onde o comportamento se torna de constância. As Figuras 7.31 e 7.32 apresentam comportamento distinto no trecho com ν entre 0,50 e 0,75 porque os pilares com menor

ν resultaram em valores mínimos para A_s , fazendo com que seu β resultasse maior que os pilares com $\nu = 0,75$.

Já os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118 apresentam mudança de comportamento de β principalmente em função do índice de esbeltez (λ).

Os pilares com $\lambda = 30$, em geral, apresentam comportamento de constância de β , sendo que os com $r = 0,50$ têm uma pequena tendência crescente e os com $r = 2,00$ têm uma pequena tendência decrescente.

Os pilares com $\lambda = 60$ apresentam mudança de comportamento de β de acordo com f_{ck} . Os casos com $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ apresentam tendência decrescente com o aumento de ν , enquanto que os com $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$ apresentam tendência crescente e os com $f_{ck} = 40 \text{ MPa}$ comportamento intermediário entre os anteriores, aproximadamente de constância.

Por último, os pilares com $\lambda = 90$ têm β decrescente com o aumento de ν .

O comportamento da relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r) observado nesta seção é o mesmo das duas seções anteriores.

O parâmetro ν mostrou ter considerável influência nos valores de β , para os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118, na grande maioria dos casos, os valores insatisfatórios foram obtidos para os pilares com maiores valores do mesmo. Já para os dimensionados de acordo com o ACI 318, todos obtiveram valores bem superiores ao alvo.

Os índices de confiabilidade obtidos para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 são consideravelmente maiores que os obtidos para os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118, também como nas duas seções anteriores.

7.4 Variação de β em função de e_1/h

Os gráficos presentes nesta seção mostram a variação do índice de confiabilidade (β) com a excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h).

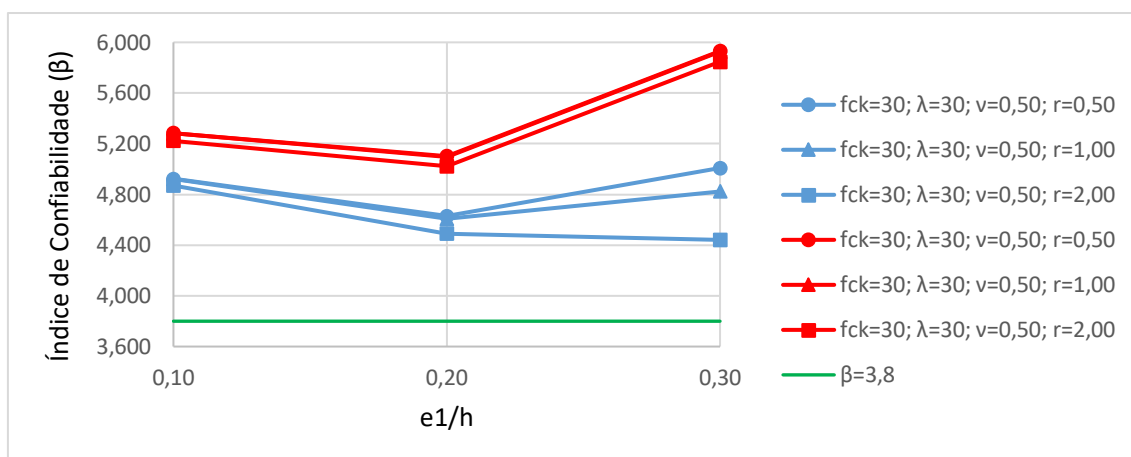


Figura 7.49 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,50$)

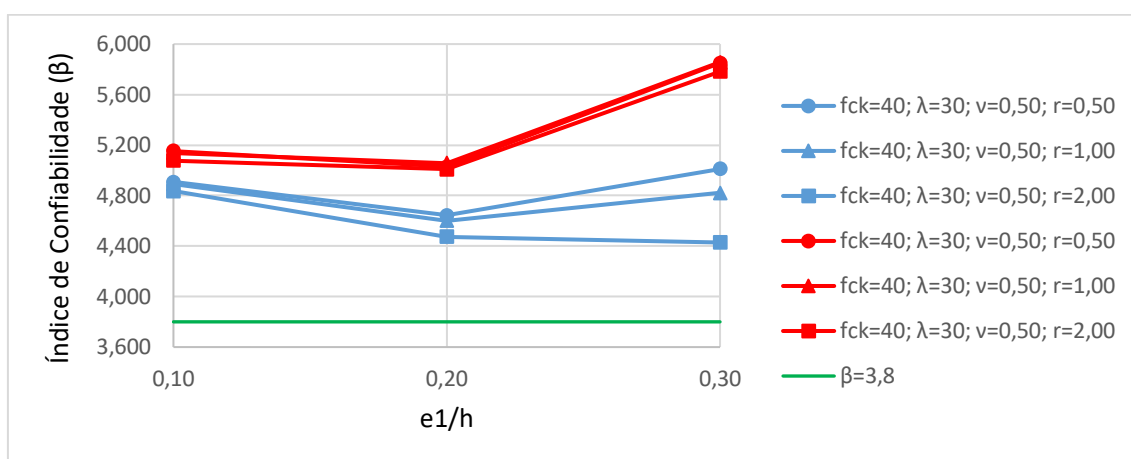


Figura 7.50 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,50$)

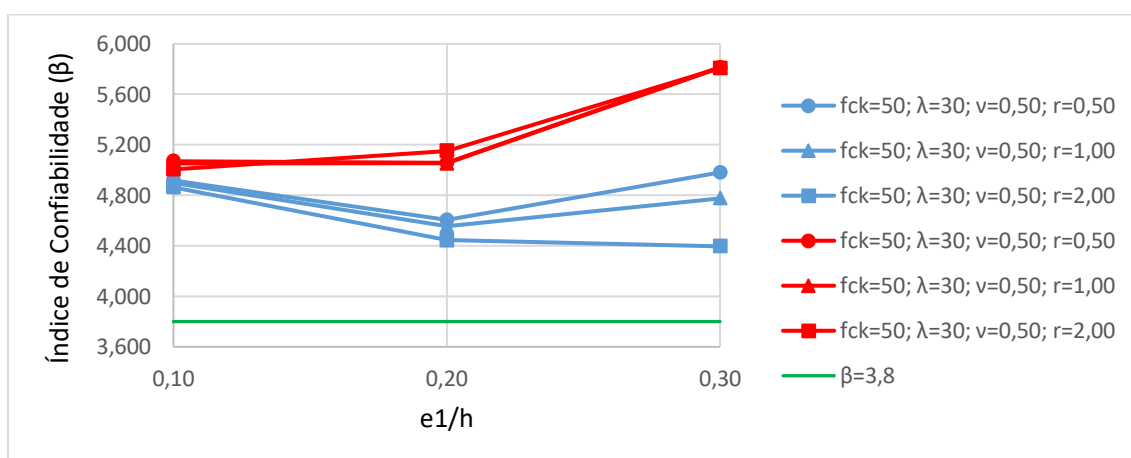


Figura 7.51 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,50$)

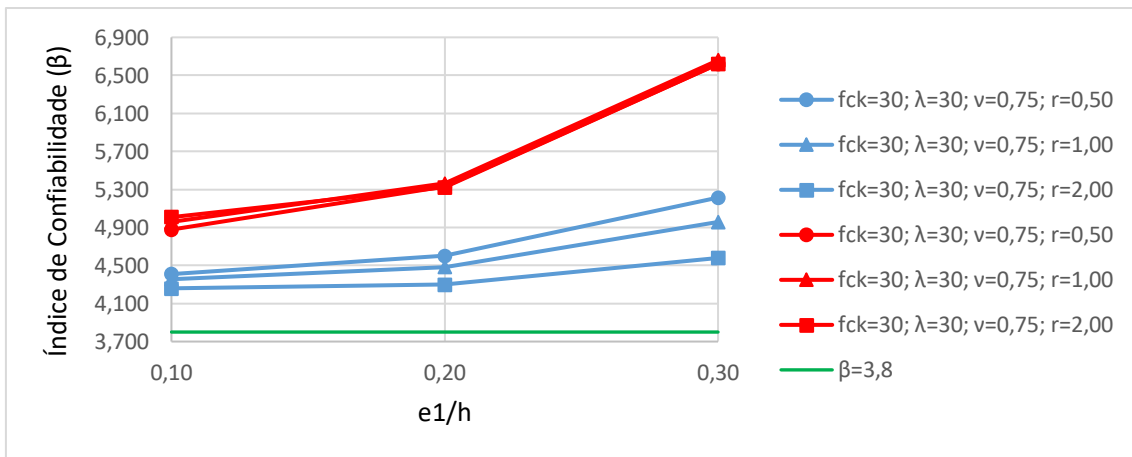


Figura 7.52 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,75$)

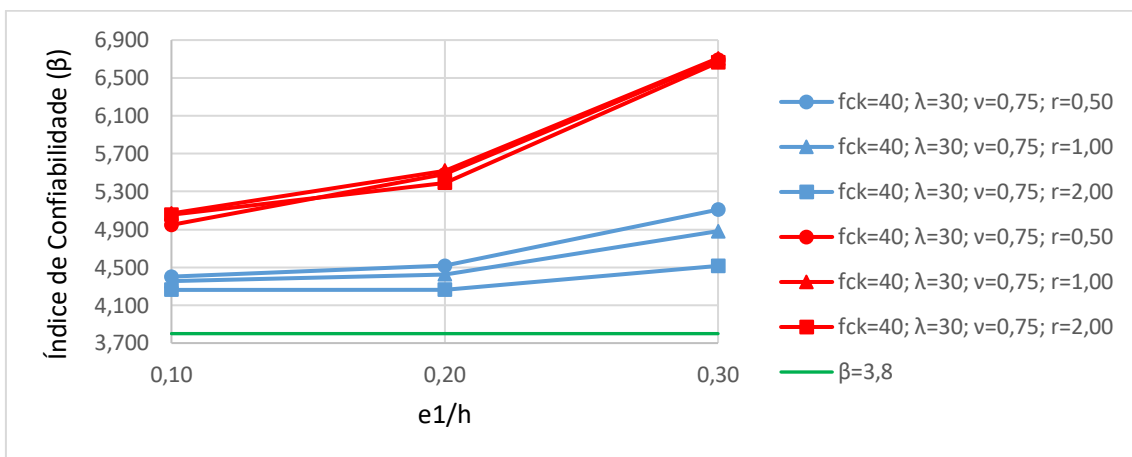


Figura 7.53 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,75$)

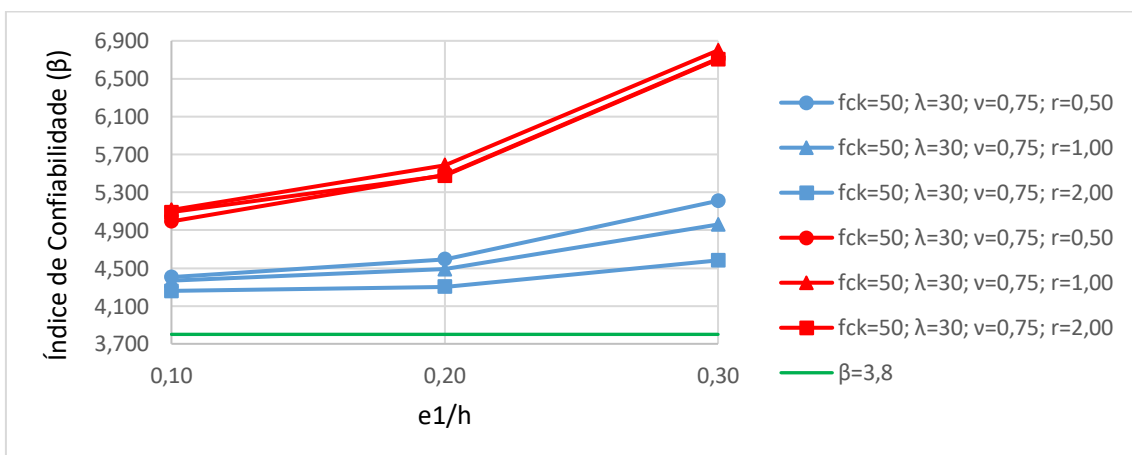


Figura 7.54 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 30$ e $\nu = 0,75$)

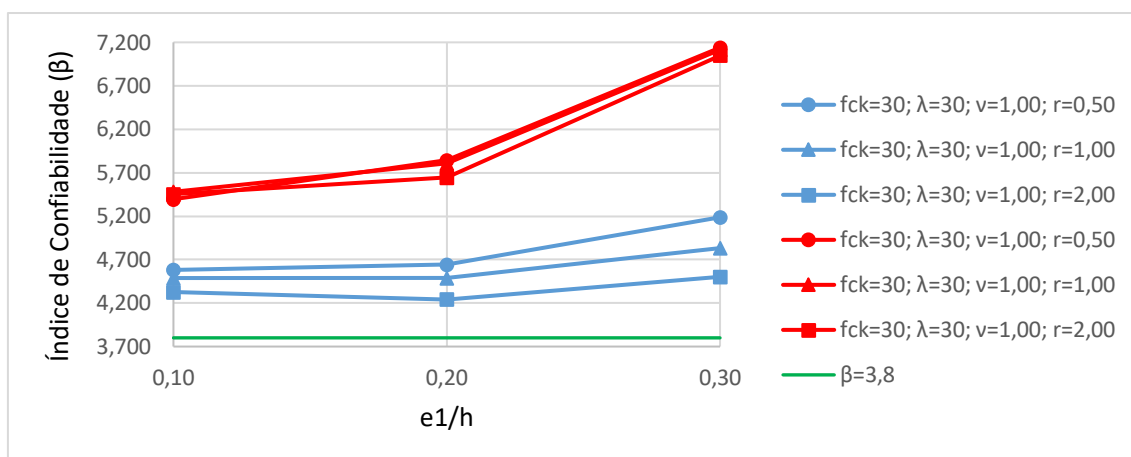


Figura 7.55 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 30$ e $\nu = 1,00$)

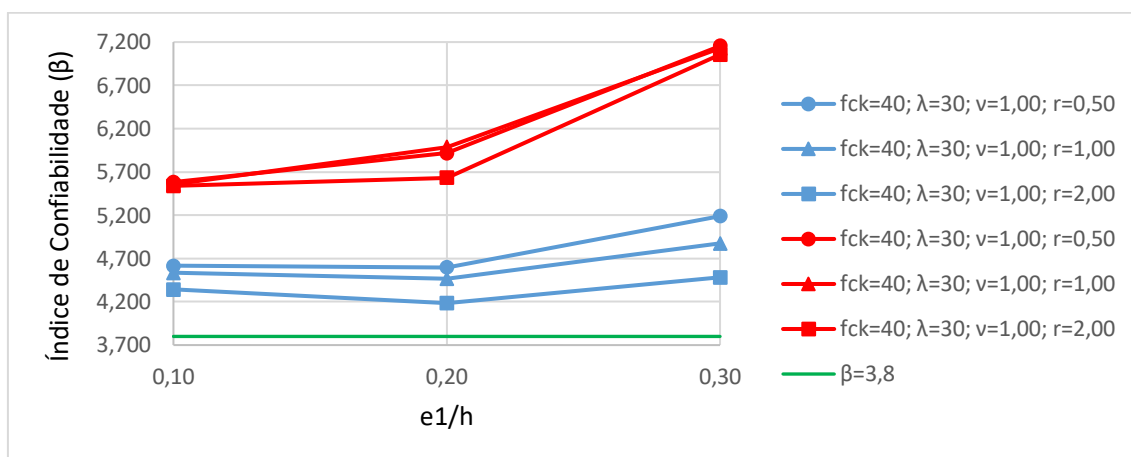


Figura 7.56 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 30$ e $\nu = 1,00$)

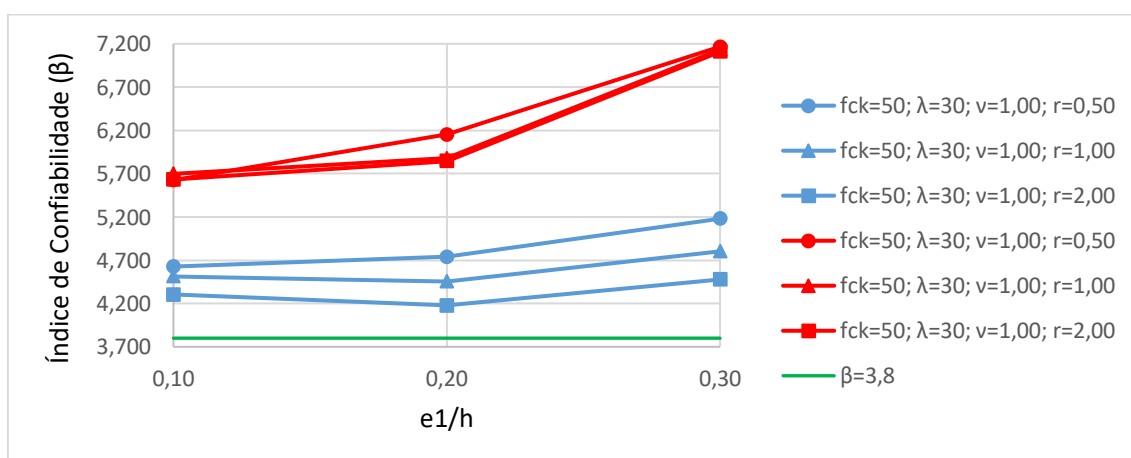


Figura 7.57 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 30$ e $\nu = 1,00$)

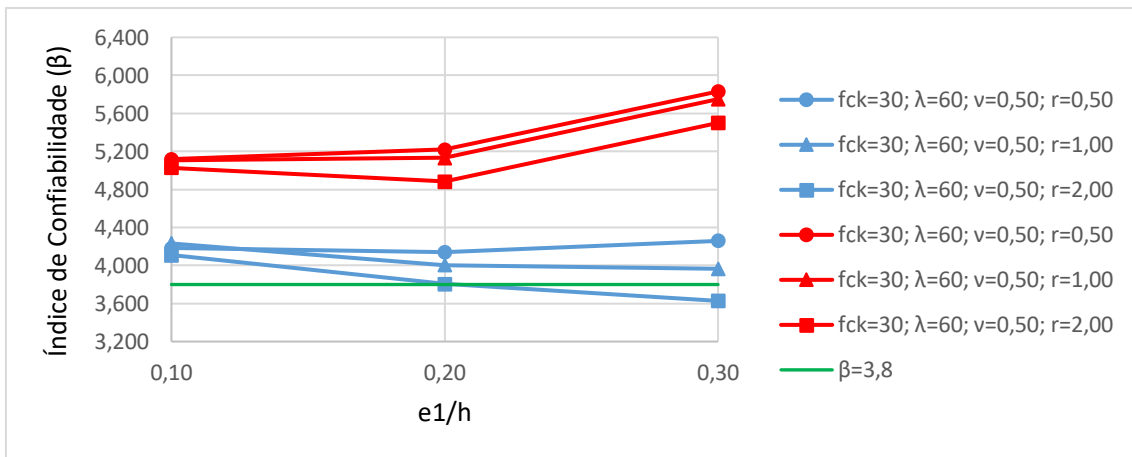


Figura 7.58 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,50$)

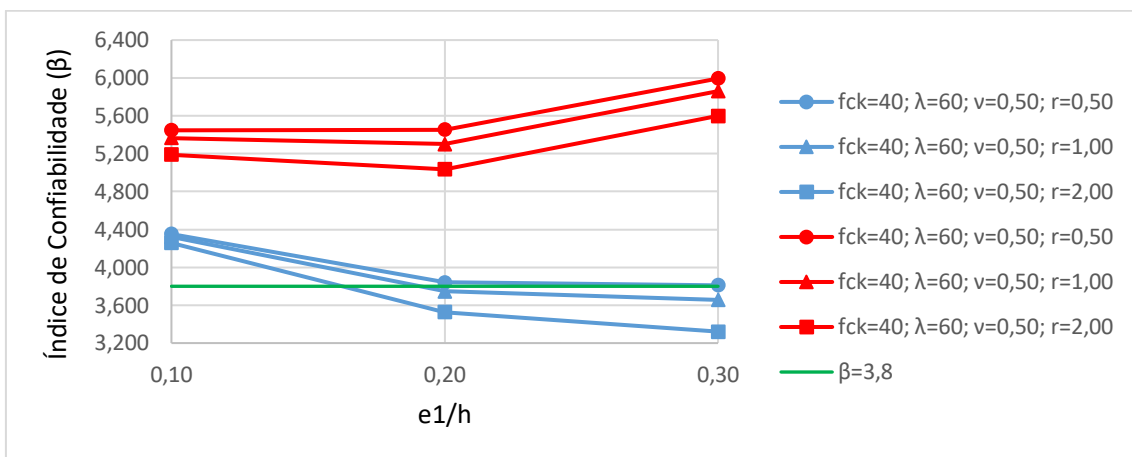


Figura 7.59 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,50$)

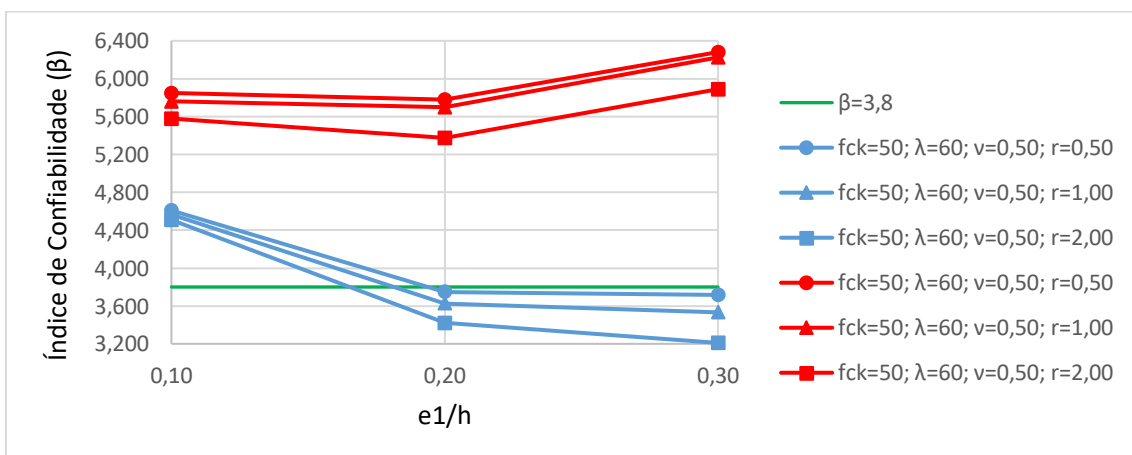


Figura 7.60 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,50$)

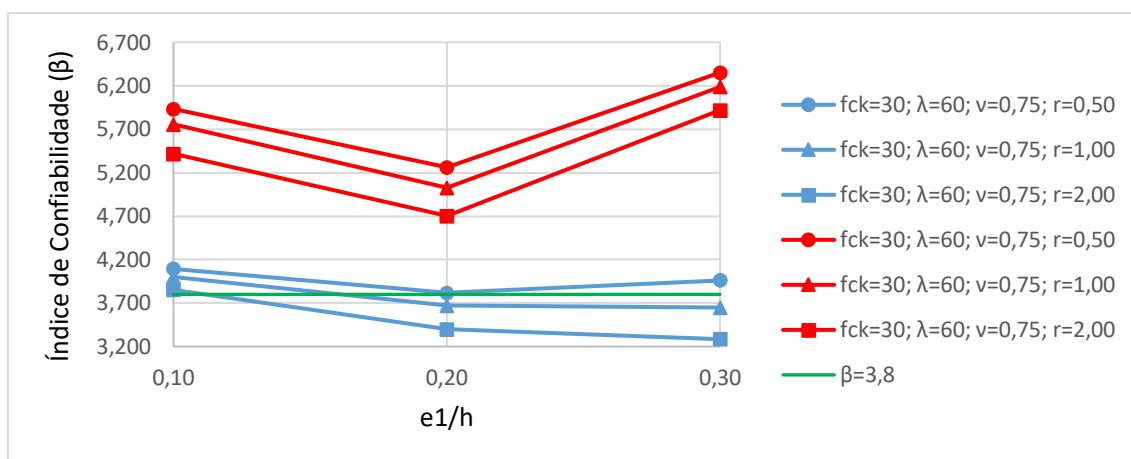


Figura 7.61 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,75$)

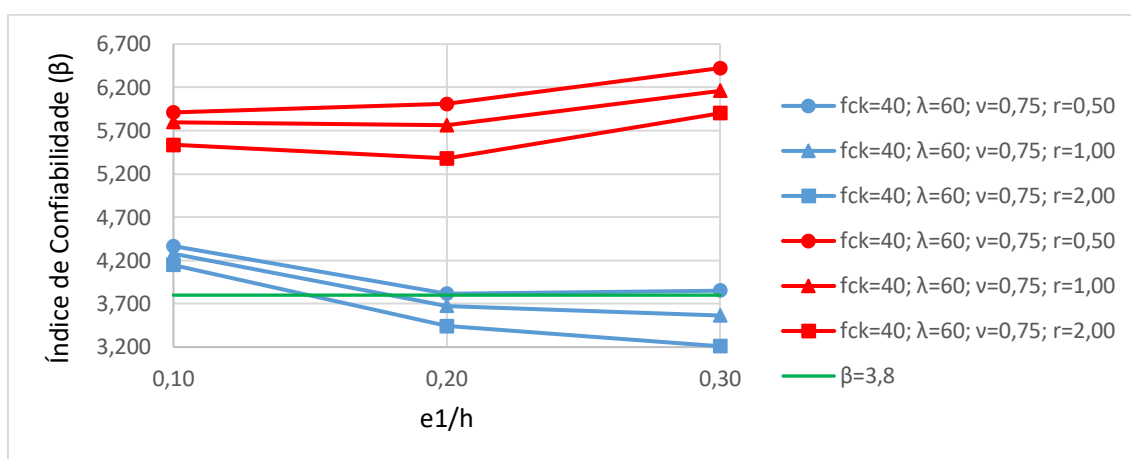


Figura 7.62 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,75$)

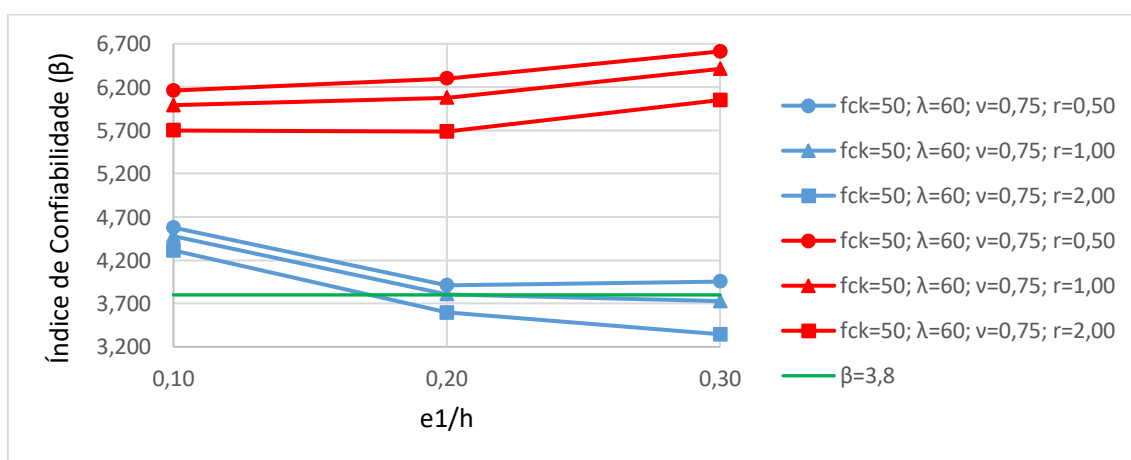


Figura 7.63 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 60$ e $\nu = 0,75$)

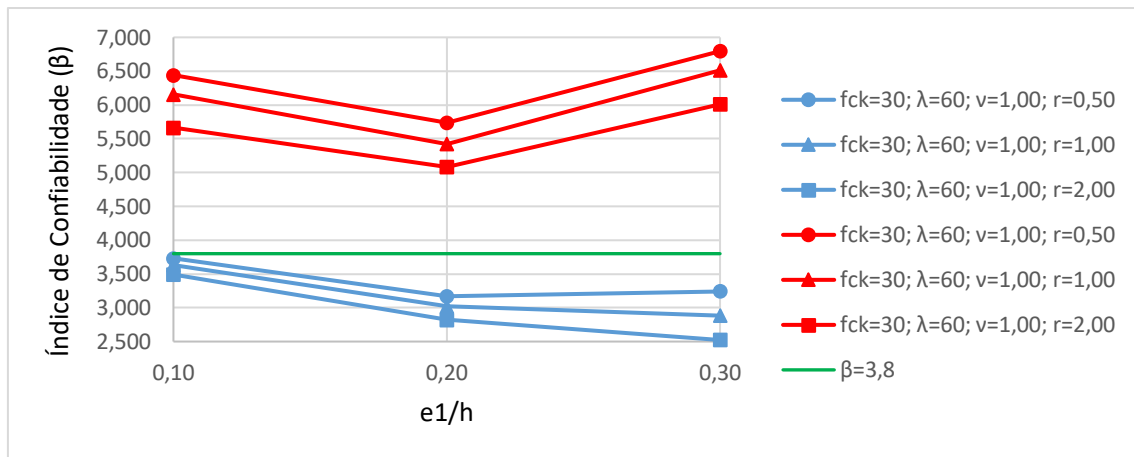


Figura 7.64 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 60$ e $\nu = 1,00$)

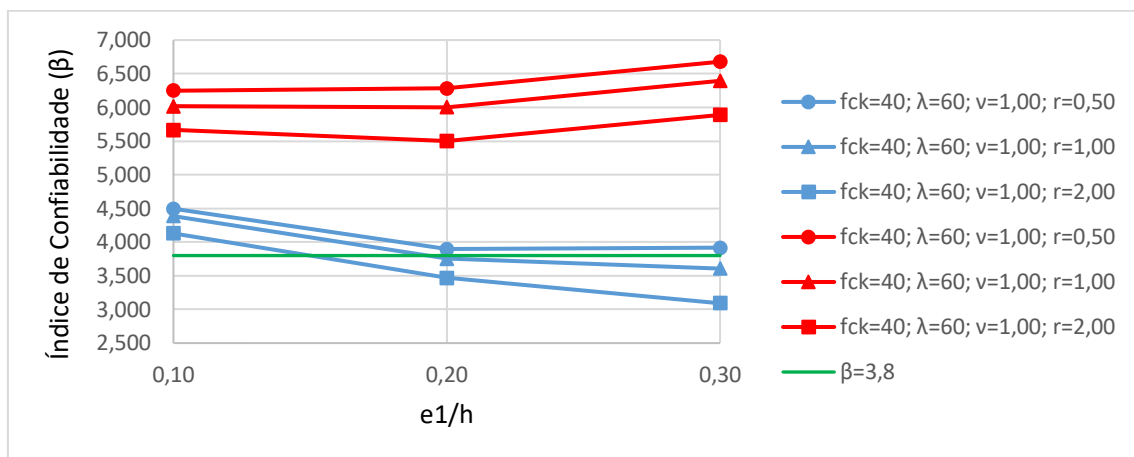


Figura 7.65 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 60$ e $\nu = 1,00$)

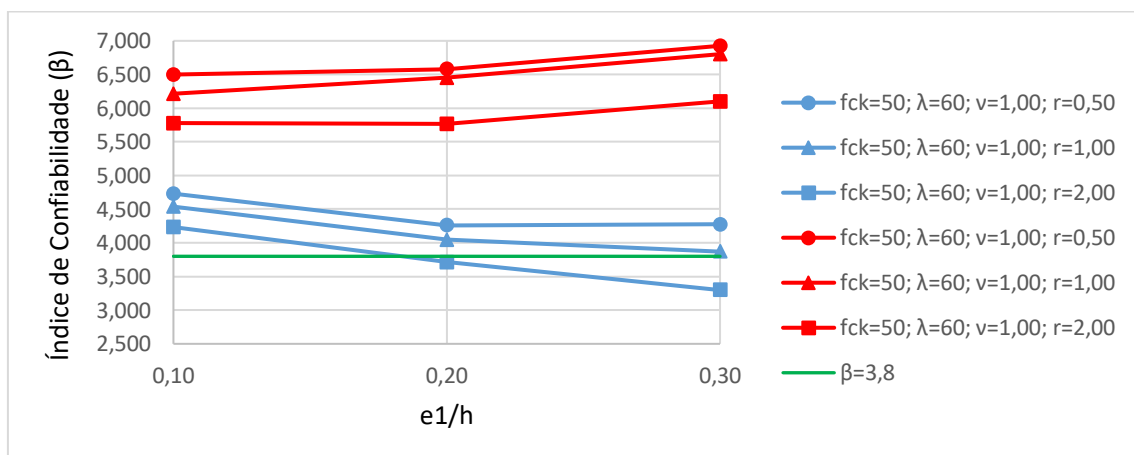


Figura 7.66 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 60$ e $\nu = 1,00$)

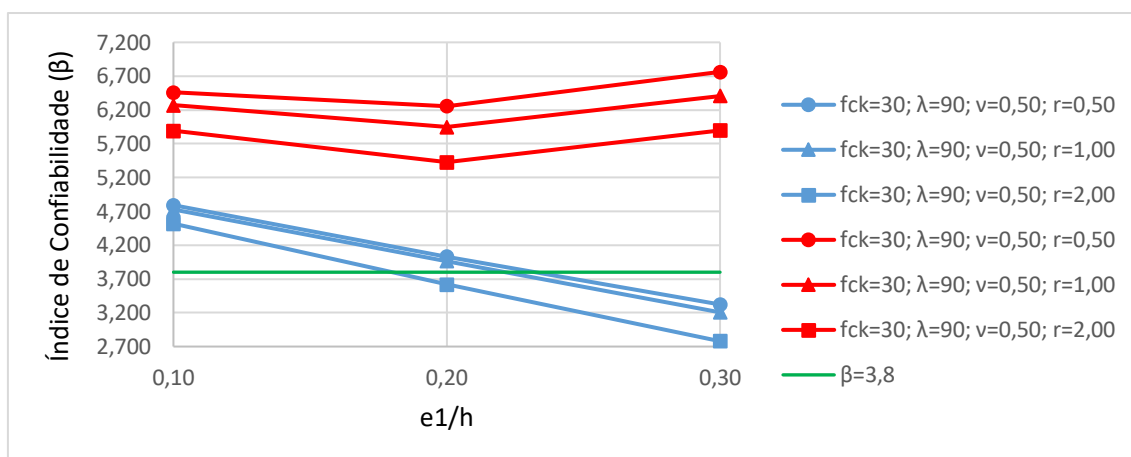


Figura 7.67 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,50$)

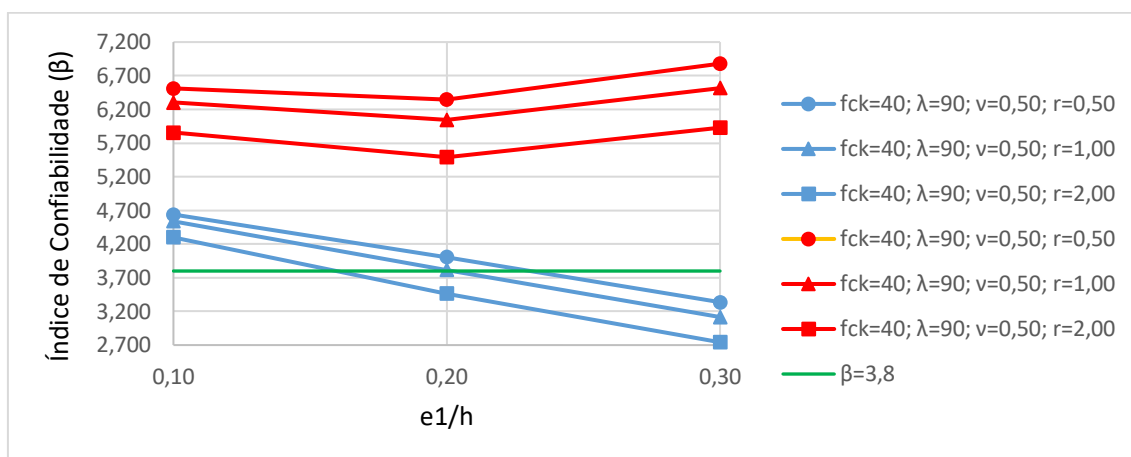


Figura 7.68 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,50$)

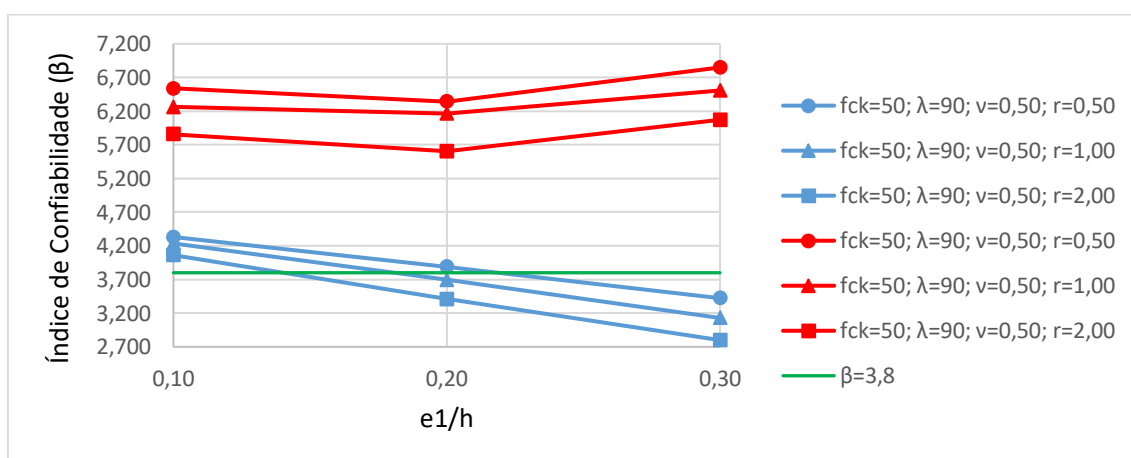


Figura 7.69 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,50$)

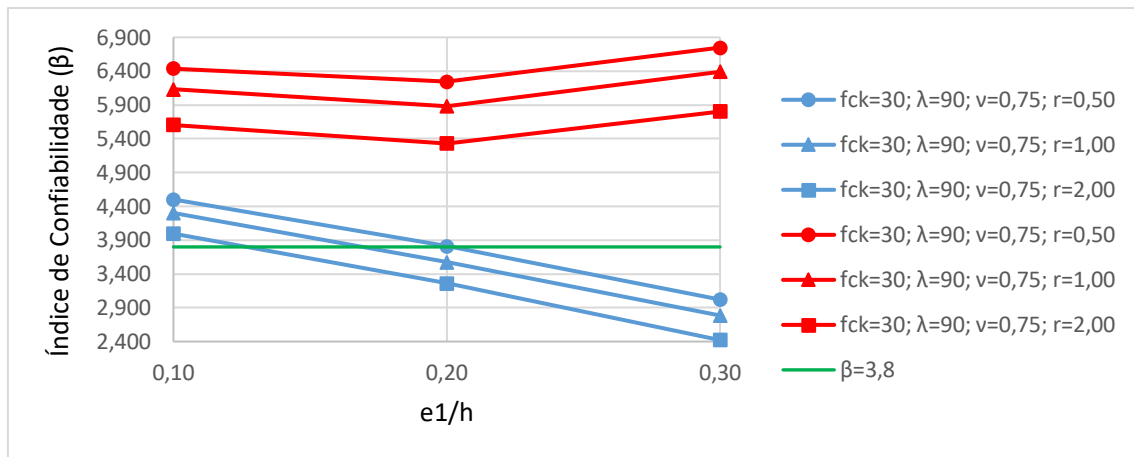


Figura 7.70 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,75$)

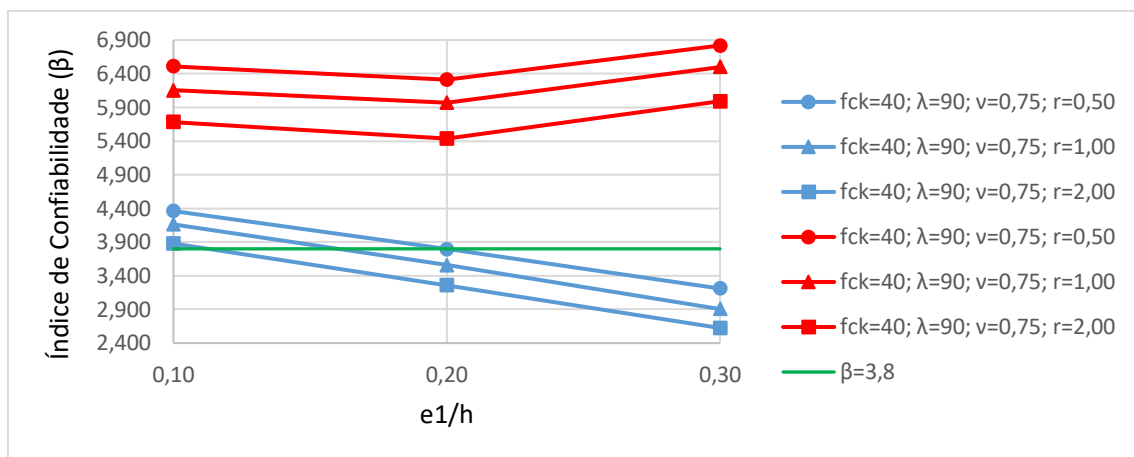


Figura 7.71 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,75$)

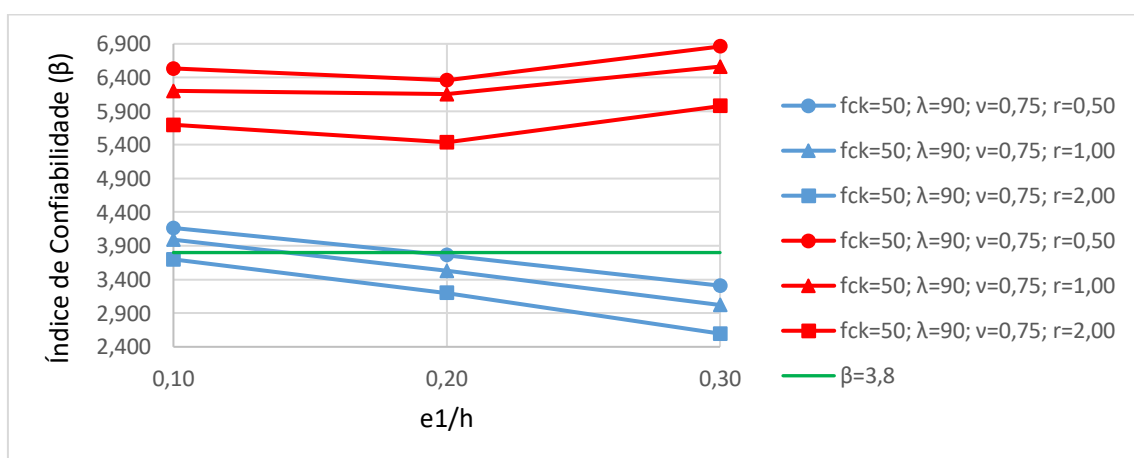


Figura 7.72 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 90$ e $\nu = 0,75$)

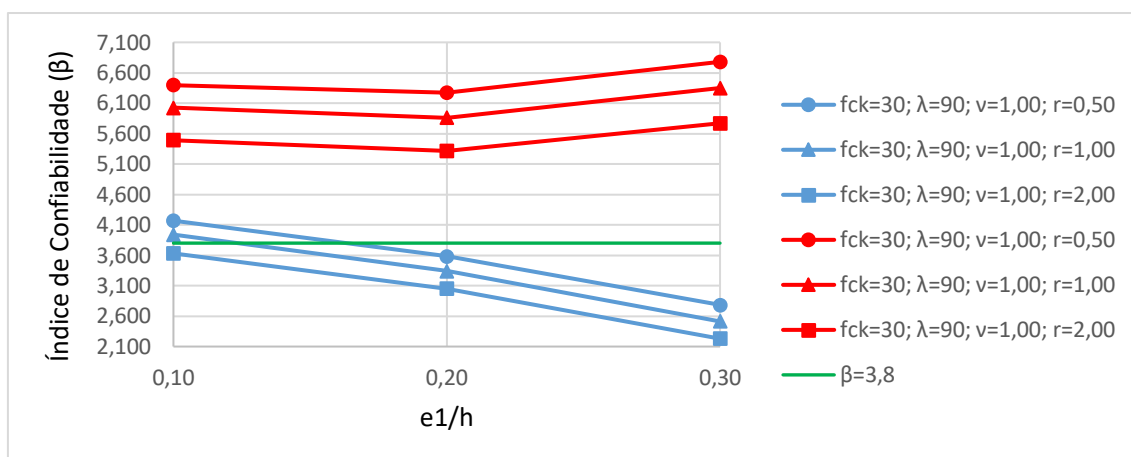


Figura 7.73 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 30$, $\lambda = 90$ e $\nu = 1,00$)

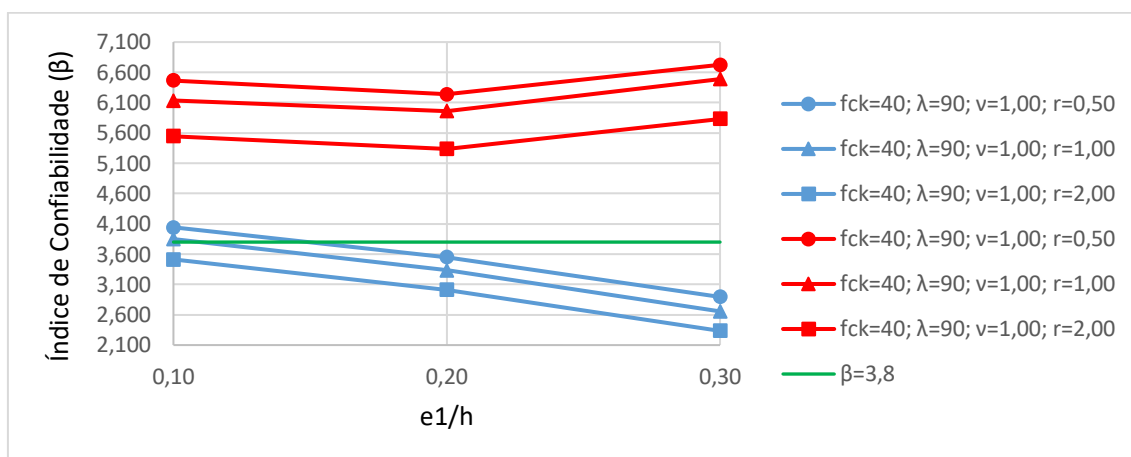


Figura 7.74 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 40$, $\lambda = 90$ e $\nu = 1,00$)

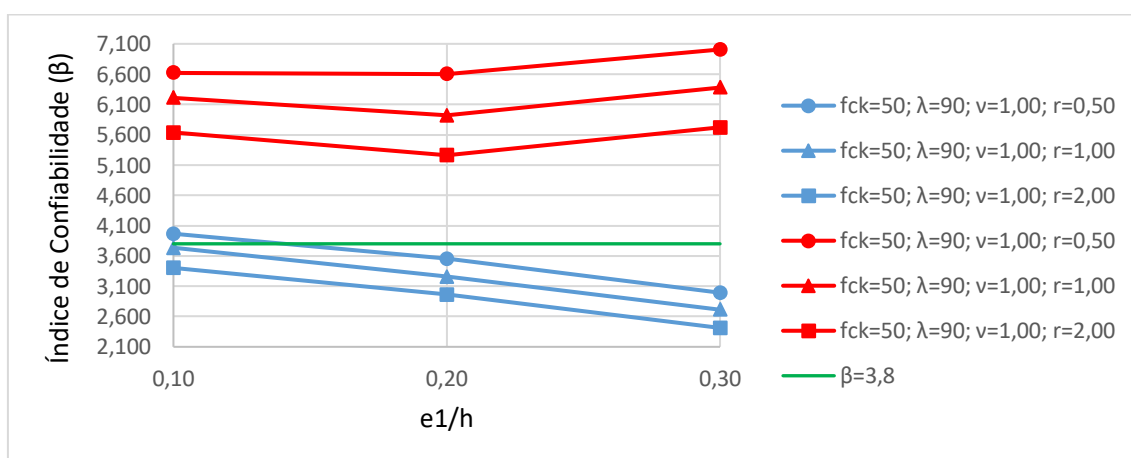


Figura 7.75 – Variação de β em função de e_1/h ($f_{ck} = 50$, $\lambda = 90$ e $\nu = 1,00$)

O aumento da excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h) leva ao aumento da área de aço da armadura longitudinal, devido ao aumento do momento fletor solicitante, sem variação do esforço normal solicitante com esse parâmetro.

O comportamento do índice de confiabilidade (β) com o aumento da excentricidade relativa de 1ª ordem (e_1/h), tanto para o código ACI 318, quanto para a norma NBR 6118, muda de acordo com o índice de esbeltez (λ).

Os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, com $\lambda = 30$, têm β crescente com o aumento de e_1/h , exceto os das Figuras 7.49 e 7.50, devido ao fato de que estes pilares têm a área de aço da armadura longitudinal (A_s) igual ao valor mínimo exigido pelo código.

Os pilares com λ igual a 60 e 90 apresentam comportamento de β praticamente constante para os valores de e_1/h entre 0,1 e 0,2 e levemente crescente entre 0,2 e 0,3.

Já os pilares com $\lambda = 30$, dimensionados de acordo com a NBR 6118, apresentam comportamento crescente de β com e_1/h crescente. Exceto os casos com $\nu = 0,50$, que têm comportamento decrescente devido ao fato de que suas áreas de aço da armadura longitudinal resultaram no valor mínimo exigido pela norma. Por outro lado, os pilares com λ igual a 60 e 90 apresentam comportamento decrescente de β para o aumento de e_1/h . Os efeitos de 2ª ordem estimados de acordo o método do pilar padrão com curvatura aproximada não se alteram para diferentes valores de e_1/h e, aparentemente, a área de aço da armadura longitudinal não cresce o suficiente com o aumento de λ .

Quanto ao comportamento de β em função da relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r), a conclusão é a mesma das seções anteriores, β decrescente com o aumento de r .

Já em relação ao índice de confiabilidade alvo, para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318, já foi salientado que todos obtiveram valores satisfatórios. Para os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118, e_1/h mostrou ter influência no valor de β , pois a grande maioria dos casos com e_1/h igual a 0,2 e 0,3 resultaram insatisfatórios.

E, também como já observado nas seções anteriores, os índices de confiabilidade obtidos para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318 são consideravelmente superiores aos dos pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve como objetivo principal determinar os níveis de confiabilidade de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014. Para isso, foram dimensionados pilares com diferentes valores de resistência à compressão do concreto (f_{ck}), índice de esbeltez (λ), esforço normal adimensional (ν), relação entre o esforço solicitante característico acidental e permanente (r) e excentricidade relativa de primeira ordem (e_1/h) de acordo com ambas as normas, com o auxílio de uma planilha de cálculo elaborada no software *Excel*. Esses pilares, com a área de aço da armadura longitudinal determinada, foram modelados e tiveram seus comportamentos simulados através do software *ANSYS*, sendo que foi introduzido neste um modelo constitutivo para o concreto seguindo as recomendações presentes no Código Modelo *fib* 2010 (2012) e esse foi validado através da comparação das cargas de ruptura obtidas experimentalmente por outros autores com as obtidas através do modelo numérico. As variáveis aleatórias de entrada foram definidas e tiveram suas características estatísticas estimadas de acordo com trabalhos anteriores. Utilizando o Método de Monte Carlo, obedecendo as distribuições de probabilidades das variáveis de entrada, foram obtidos conjuntos de dados da resposta da estrutura frente à solicitação e determinados os valores do índice de confiabilidade para cada caso. Como objetivos específicos, este trabalho realizou estudos paramétricos, onde a influência dos parâmetros de projeto estudadas pode ser analisada.

Foram adotados, neste trabalho, valores de f_{ck} , λ , ν , r e e_1/h usuais da prática da engenharia.

O software *ANSYS* teve importante participação no desenvolvimento deste trabalho, principalmente devido às ferramentas *UPF* e *Probabilistic Design*, que possibilitaram a introdução de um modelo constitutivo para o concreto e o estudo probabilístico através do Método de Monte Carlo, respectivamente.

O modelo numérico utilizado para simular o comportamento dos pilares apresentou bons resultados quando comparado com modelos reais encontrados na literatura.

A distribuição normal de probabilidade foi a que melhor se ajustou aos dados de resistência obtidos com as simulações numéricas e a distribuição lognormal de probabilidade foi a que melhor se ajustou às solicitações, sendo que a aderência dos dados a essas distribuições, em todos os casos, se mostrou satisfatória, usando o teste Kolmogorov-Smirnov, para um nível de significância de 5%.

Os índices de confiabilidade obtidos neste trabalho foram determinados por dois métodos diferentes. No primeiro, as funções de variáveis aleatórias da resistência e da solicitação foram consideradas estatisticamente independentes e com distribuição normal de probabilidade. Dessa forma, o índice de confiabilidade pode ser determinado pela razão entre a média e o desvio padrão da margem de segurança. No segundo, o índice de confiabilidade foi determinado através do método da integração numérica, utilizando as distribuições normal e lognormal de probabilidade para a resistência e para a solicitação, respectivamente. Os valores obtidos através do primeiro método resultaram, em todos os casos, maiores que os obtidos com o segundo, embora próximos.

Os índices de confiabilidade obtidos para os pilares dimensionados de acordo com a NBR 6118:2014, em todos os casos, resultaram inferiores aos obtidos para os pilares dimensionados de acordo com o ACI 318:2014. Sendo que todos os pilares do ACI 318 apresentaram índices de confiabilidade satisfatórios, quando comparados ao valor alvo, e diversos pilares da NBR 6118 obtiveram valores insatisfatórios, em sua maioria quando com os maiores valores de λ , ν , r e e_1/h .

Os estudos paramétricos mostraram que, de maneira geral, os índices de confiabilidade, para um aumento de f_{ck} com diferentes valores de ν , que levam ao mesmo esforço normal solicitante (F_d), se mostraram crescentes, tanto para a NBR 6118 quanto para o ACI 318. Com o aumento de λ , os índices de confiabilidade resultaram decrescentes para a NBR 6118 e crescentes para o ACI 318. Com o aumento de ν , os índices de confiabilidade resultaram decrescentes para a NBR 6118 e, para o ACI 318, crescentes para valores de λ iguais a 30 e 60 e constantes para $\lambda = 90$. Com o aumento de r , tanto para a NBR 6118 quanto para o ACI 318, os índices de confiabilidade apresentaram comportamento decrescente. Por último, com o aumento de e_1/h , os índices de confiabilidade se mostraram crescentes, para o ACI 318, e para a NBR 6118, para $\lambda = 30$, crescentes e, para valores de λ iguais a 60 e 90, decrescentes.

Para trabalhos futuros sugere-se a comparação da confiabilidade de pilares de concreto armado com outras normas, como Eurocode 2, Código Modelo *fib* 2010, *German Institute for Standardization* (DIN) e *British Standards Institution* (BSI), a investigação do projeto de pilares para os casos com índice de confiabilidade insatisfatórios e o estudo de pilares com concretos do Grupo II, com f_{ck} maior que 50 MPa.

REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 214R**:Evaluation of Strength Test Results of Concrete. Farmington Hills, MI/USA, 2002.

_____. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, MI/USA, 2011.

_____. **ACI 318**: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Farmington Hills, MI/USA, 2014.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM A615M**: standard specification for deformed and plain billet-steel bars for concrete reinforcement. West Conshohocken, PA/USA, 2003.

AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS; STRUCTURAL ENGINEERING INSTITUTE. **ASCE/SEI 7**: Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures. Reston, VA/USA, 2010.

ANG, A. H-S.; TANG, W. H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**. Volume I: Basic Principles. New York, John Wiley, 1975.

_____. **Probability concepts in engineering planning and design**. Volume II: Decision, risk, and reliability. New York, John Wiley & Sons, 1984b.

ANSYS, Inc. **ANSYS Mechanical APDL Element Reference** (Version 15), 2016.

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014, v. 1.

_____. **Curso de Concreto Armado**. 4. ed. Rio Grande: Dunas, 2014, v. 3.

_____. Métodos simplificados para consideração dos efeitos de segunda ordem no projeto de pilares de concreto armado. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. São Paulo, nº 27, nov./dez., 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 5739**: concreto – ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

_____. **NBR 7480**: aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado – especificação. Rio de Janeiro, 2007.

_____. **NBR 8522**: concreto – determinação do módulo elástico de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

_____. **NBR 8681**: ações e segurança nas estruturas – procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

_____. **NBR 12655**: concreto de cimento Portland – preparo, controle e recebimento – procedimento. Rio de Janeiro, 2006.

AU, SIU-KUI; BECK, J. L. Estimation of Small Failure Probabilities in High Dimensions by Subset Simulation. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 16, n. 4, p. 263-277, Out. 2001.

BARBOSA, P. R. O. **Análise Probabilística de Pilares de Concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice-Hall Inc., New Jersey, USA, 1996.

BAZANT, Z. P.; PRASANNAN, S. Solidification Theory for Concrete Creep – I: Formulation. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 115, n. 8, p. 1691-1703, Ago. 1989.

_____. Solidification Theory for Concrete Creep – II: Verification and Application. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 115, n. 8, p. 1704-1725, Ago. 1989.

CAMPOS FILHO, A. **Fundamentos da Análise de Estruturas de Concreto pelo Método dos Elementos Finitos**. Notas de Aula – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

CLAESON, C.; GYLLTOFT, K. Slender High-Strength Concrete Columns Subjected to Eccentric Loading. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, p. 1375-1381, 1998.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. Thomas Telford: London, 1993.

_____. **CEB-FIP Model Code 2010**. Bulletin N° 65, 2012.

CREUS, J. G. **Viscoelasticity** – Basic Theory and Applications to Concrete Structures. Berlin: Springer Verlag, 1986.

DAMAS, A. P. **Estudo de Confiabilidade no Projeto de Pilares Esbeltos de Concreto de Alta Resistência**. 183 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

DANTAS, A. B. **Estudo de Pilares de Concreto Armado Submetidos à Flexão Composta Reta**. 233 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Brasília, 2006.

DIAS, M. M. **Análise Numérica de Vigas Mistas Aço-Concreto pelo Método dos Elementos Finitos: efeitos de longa-duração**. 177 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reliability Bases for High-Strength Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**, p. 1375-1381, out. 1997.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Reliability Assessment of High-strength Concrete Columns. **Journal of Engineering Mechanics**. v. 124, p. 529-536, 1998.

DINIZ, S. M. C.; FRANGOPOL, D. M. Safety evaluation of slender high-strength concrete columns under sustained loads. **Computers and Structures**. v. 81, p. 1475-1486, 2003.

FIORE, P. M. C. V. **Um Modelo Tridimensional de Elementos Finitos para Túneis com Revestimentos em Concreto Projetado e Pré-moldado**. 118 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

FIORE, P. V.; MAGHOUS, D. B.; CAMPOS FILHO, A. Uma formulação tridimensional de elementos finitos para modelar um túnel revestido com concreto projetado e pré-moldado. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. São Paulo, nº 3, 2016.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **Um Primeiro Curso em Elementos Finitos**. LTC-Livros Técnicos e Científicos, 2009.

FRANGOPOL, D. M.; IDE, Y.; SPACONE, E.; IWAKI, I. A New Look at Reliability of Reinforced Concrete Columns. **Structural Safety**. v. 18, p. 123-150, 1996.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J. G.; CORNELL, C. A. Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice. **Journal of Structural Division**, v. 108, p. 959-977, Mai. 1982.

GOYAL, B. B.; JACKSON N. Slender Concrete Columns under sustained load. **Journal of the Structural Division**, v. 97, p. 2729-2750, 1971.

HINTON, E. **Numerical Methods and Software for Dynamic Analysis of Plates and Shells**. Swansea, U.K.: Pineridge Press, 1988.

IBRAHIMBEGOVIC, A. On Finite Element Implementation of Geometrically Nonlinear Reissner's Beam Theory: Three-dimensional Curved Beam Elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v. 122, p. 11-26, 1995.

LOPES, P. A. M.; REAL, M. V. **Aplicação dos Métodos FORM e Monte Carlo na Avaliação da Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado Recuperadas com PRFC**. Rio Grande, 2010.

MACGREGOR, J. G.; MIRZA S. A.; ELLINGWOOD B. Statistical Analysis of Resistance of Reinforced and Prestressed Concrete Members. **Journal Proceedings**. v. 80, p. 167-176, 1983.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do Método dos Elementos Finitos para Análise Elasto-Viscoplástica de Peças de Concreto Armado e Protendido, Submetidas a Estados Planos de Tensão**. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS**. Springer US, 2015.

MAGALHÃES, F. C. **A problemática dos concretos não conformes e sua influência na confiabilidade de pilares de concreto armado.** 262 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

MAGALHÃES, F. C.; REAL, M. V.; DA SILVA FILHO, LUIZ CARLOS P. The Problem of Non-compliant Concrete and its Influence on the Reliability of Reinforced Concrete Columns. **Materials and Structures.** São Paulo, nº 49, p.1485 - 1497, 2016.

MARTINELLI, M. **Modelagem de Situações de Punção em Lajes de Concreto Armado Através do Método dos Elementos Finitos.** 149 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MELO, C. E. L. **Análise Experimental e Numérica de Pilares Birrotulados de Concreto Armado Submetidos à Flexo-Compressão Normal.** 415 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

MIRZA, S. A. Reliability-based Design of Reinforced Concrete Columns. **Structural Safety.** v. 18, p. 179-194, 1996.

MIRZA, S. A.; MACGREGOR, J. G. Probabilistic Study of Strength of Reinforced Concrete Members. **Canadian Journal of Civil Engineering.** v. 9, p. 431-448, 1982.

MIRZA, S. A.; MACGREGOR, J. G. Slenderness and Strength Reliability of Reinforced Concrete Columns. **Structural Journal.** v. 86, p. 428-438, 1989.

MIRZA, S. A.; MACGREGOR, J. G. Variability of Mechanical Properties of Reinforcing Bars. **Journal of the Structural Division,** p. 751-766, 1979.

MORENO, J. C. A. **Análise Numérica de Vigas Mistas Aço-Concreto pelo Método dos Elementos Finitos:** modelos para os efeitos de longa duração e protensão interna. 181 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

NOGUEIRA, H. A. T. **Avaliação da Confiabilidade de Pilares Curtos em Concreto Armado Projetados Segundo à NBR 6118:2003.** 146 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

NOWAK, A. S.; COLLINS K. R. **Reliability of Structures.** McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.

NOWAK, A. S.; SZERSZEN M. M. Calibration of Design Code for Buildings (ACI 318): Part 1 – Statistical Models for Resistance. **ACI Structural Journal**. v. 100, p. 377-382, 2003.

PALIGA, C. M. **Análise Probabilística de Vigas de Concreto Armado Recuperadas à Flexão, Através do Método de Monte Carlo Utilizando um Modelo de Elementos Finitos**. 249 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

REAL, M. V. **Análise Probabilística de Estruturas de Concreto Armado, sob Estado Plano de Tensão, Através do Método dos Elementos Finitos**. 224 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

RUIZ, S. E.; AGUILAR, J. C. Reliability of Short and Slender Reinforced-Concrete Columns. **Journal of Structural Engineering**. v. 120, p. 1850-1865, 1994.

SAN MARTINS, D. A. **Confiabilidade de Vigas Pré-Tracionadas de Concreto Protendido**. 133 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F. R.; BECK A. T. Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**. São Paulo, nº 5, out., 2014.

SCHMITZ, R. J. **Estrutura Mista Aço-Concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia**. 212 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SILVA, G. R. **Análise da Confiabilidade da Ligação Laje-Pilar Interno sob Punção de Acordo com a NBR 6118:2014**. 173 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SIMO, J. C.; VU-QUOC, L. A Three Dimensional Finite Strain Rod Model. Part II: Computational Aspects. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v. 58, p. 79-116, 1986.

SORIANO, H. L.; LIMA, S. S. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003.

STUCCHI, F. R.; SANTOS, S. H. C.; FRANCO, R. M. Evaluation of the Safety Criteria of Brazilian Standard NBR 6118 for Slender Members Based on Reliability Analysis. **Applications os Statistics and Probability in Civil Engineering**, p. 2761-2767, 2011.

SZERSZEN, M. M.; SZWED, A.; NOWAK, A. S. Reliability Analysis for Eccentrically Loaded Columns. **ACI Structural Journal**. v. 102, p. 676-688, 2005.

UDOEYO, F. F.; UGBEM, P. I. Dimensional Variations in Reinforced Concrete Members. **Journal of Structural Engineering**. v. 121, p. 1865-1867, Dec, 1995.

VIEIRA, R. N. C. **Confiabilidade de Pilares Curtos em Concreto de Alta Resistência Dimensionados Segundo a ABNT NBR 6118:2014**. 241 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

WIGHT, James; MACGREGOR, James. **Reinforced Concrete: mechanics & design**. 6th ed. Upper Saddle River, NJ/USA: Pearson Education, 2011.

APÊNDICE A – Processos de Cálculo da NBR 6118 e do ACI 318

NBR 6118:2014	ACI 318:2014
Materiais:	
$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{1,4}$ $E_c = 5600\sqrt{f_{ck}}$ $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15}$ $E_s = 210 \text{ GPa}$	f'_c $E_c = 4700\sqrt{f'_c}$ f_y $E_s = 200 \text{ GPa}$
Esforços solicitantes:	
$F_d = N_{sd} = 1,4 G_k + 1,4 Q_k$ $M_d = F_d(e_1 + e_2)$ <p>Sendo:</p> $e_1 \geq 0,015 + 0,03h$ $e_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{0,005}{h(v + 0,5)}$ $v = \frac{N_{sd}}{A_c f_{cd}}$	$P_u = 1,4 D \geq 1,2 D + 1,6 L$ $M_u = F_u(\delta e_2)$ <p>Sendo:</p> $\delta = \frac{0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2}}{1 - \frac{P_u}{0,75P_c}} \geq 1,0$ $P_c = \frac{\pi^2 EI}{(kl_u)^2}$
Hipóteses fundamentais:	
<p>Relação tensão-deformação do concreto: Distribuição retangular, tensão uniformemente distribuída igual a $0,85f_{cd}$ e profundidade igual a $0,8x$.</p>	<p>Relação tensão-deformação do concreto: Distribuição retangular, tensão uniformemente distribuída igual a $0,85f'_c$ e profundidade igual a $\beta_1 c$. Sendo:</p> $\beta_1 = 0,85 \text{ para } f'_c \leq 28 \text{ MPa}$ $\beta_1 = 0,85 - 0,05 \left(\frac{f'_c - 28 \text{ MPa}}{7 \text{ MPa}} \right) \text{ para } 28 \text{ MPa} < f'_c \leq 56 \text{ MPa}$ $\beta_1 = 0,65 \text{ para } f'_c > 56 \text{ MPa}$ <p>Fator redutor de resistência (ϕ):</p> $\phi = 0,65 \text{ para } \varepsilon_t \leq 0,002$ $\phi = 0,65 + (\varepsilon_t - 0,002)(250/3) \text{ para } 0,002 < \varepsilon_t < 0,005$ $\phi = 0,90 \text{ para } \varepsilon_t \geq 0,005$

Esforços resistentes de cálculo:	
$N_{Rd} = (0,85f_{cd}0,8xb) - \sum_{i=1}^n E_s \varepsilon_i A_{si}$ $M_{Rd} = (0,85f_{cd}0,8xb) \left(\frac{h - 0,8x}{2} \right) - \sum_{i=1}^n E_s \varepsilon_i A_{si} d_i$	$\phi P_n = \phi \left[(0,85f_c' \beta_1 c b) - \sum_{i=1}^n E_s \varepsilon_i A_{si} \right]$ $\phi M_n = \phi \left[(0,85f_c' \beta_1 c b) \left(\frac{h - \beta_1 c}{2} \right) - \sum_{i=1}^n E_s \varepsilon_i A_{si} d_i \right]$
Dimensionamento:	
<p>Determinação de A_s e x a partir de:</p> $N_{Rd} \geq F_d$ $M_{Rd} \geq M_d$ $A_{s,mín} = 0,15 \frac{N_{sd}}{f_{yd}} \geq 0,004A_c$ $A_{s,máx} = 0,08A_c$	<p>Determinação de A_s e c a partir de:</p> $\phi P_n \geq P_u$ $\phi M_n \geq M_u$ $A_{st,mín} = 0,01A_g$ $A_{st,máx} = 0,08A_g$

APÊNDICE B – Tabelas Índices de Confiabilidade

B.1) Índices de confiabilidade dos pilares dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014.

NBR 6118:2014					
PILAR (fck - λ - v - r - e1/h)	Fd (kN)	Md (kNm)	As (cm ²)	β normal	β integral
30-30-0,50-0,50-0,1	1714,29	92,20	6,40	4,9282	4,9225
30-30-0,50-0,50-0,2	1714,29	160,77	6,40	4,6463	4,6304
30-30-0,50-0,50-0,3	1714,29	229,34	15,48	5,1174	5,0087
30-30-0,50-1,00-0,1	1714,29	92,20	6,40	4,9325	4,9221
30-30-0,50-1,00-0,2	1714,29	160,77	6,40	4,6386	4,6081
30-30-0,50-1,00-0,3	1714,29	229,34	15,48	5,0241	4,8258
30-30-0,50-2,00-0,1	1714,29	92,20	6,40	4,8959	4,8702
30-30-0,50-2,00-0,2	1714,29	160,77	6,40	4,5636	4,4917
30-30-0,50-2,00-0,3	1714,29	229,34	15,48	4,7970	4,4415
30-30-0,75-0,50-0,1	2571,43	130,76	11,13	4,4240	4,4094
30-30-0,75-0,50-0,2	2571,43	233,62	28,69	4,6350	4,6004
30-30-0,75-0,50-0,3	2571,43	336,47	45,92	5,4183	5,2142
30-30-0,75-1,00-0,1	2571,43	130,76	11,14	4,3839	4,3556
30-30-0,75-1,00-0,2	2571,43	233,62	28,69	4,5520	4,4854
30-30-0,75-1,00-0,3	2571,43	336,47	45,92	5,0125	4,9578
30-30-0,75-2,00-0,1	2571,43	130,76	11,14	4,3271	4,2599
30-30-0,75-2,00-0,2	2571,43	233,62	28,69	4,4486	4,3005
30-30-0,75-2,00-0,3	2571,43	336,47	45,92	4,6623	4,5792
30-30-1,00-0,50-0,1	3428,57	167,82	35,34	4,6157	4,5816
30-30-1,00-0,50-0,2	3428,57	304,96	57,10	4,7068	4,6426
30-30-1,00-0,50-0,3	3428,57	442,11	79,13	5,4871	5,1870
30-30-1,00-1,00-0,1	3428,57	167,82	35,34	4,5560	4,4883
30-30-1,00-1,00-0,2	3428,57	304,96	57,10	4,6119	4,4885
30-30-1,00-1,00-0,3	3428,57	442,11	79,13	4,9266	4,8325
30-30-1,00-2,00-0,1	3428,57	167,82	35,34	4,4633	4,3248
30-30-1,00-2,00-0,2	3428,57	304,96	57,10	4,4703	4,2407
30-30-1,00-2,00-0,3	3428,57	442,11	79,13	4,6102	4,5025
30-60-0,50-0,50-0,1	1714,29	163,09	6,40	4,1927	4,1815
30-60-0,50-0,50-0,2	1714,29	231,66	15,86	4,1752	4,1405
30-60-0,50-0,50-0,3	1714,29	300,23	26,88	4,3818	4,2587
30-60-0,50-1,00-0,1	1714,29	163,09	6,40	4,2540	4,2319
30-60-0,50-1,00-0,2	1714,29	231,66	15,86	4,0683	4,0031
30-60-0,50-1,00-0,3	1714,29	300,23	26,88	4,0123	3,9654
30-60-0,50-2,00-0,1	1714,29	163,09	6,40	4,1635	4,1100
30-60-0,50-2,00-0,2	1714,29	231,66	15,86	3,9387	3,8054
30-60-0,50-2,00-0,3	1714,29	300,23	26,88	3,7452	3,6278
30-60-0,75-0,50-0,1	2571,43	214,47	25,41	4,1199	4,0933
30-60-0,75-0,50-0,2	2571,43	317,33	42,77	3,8905	3,8194
30-60-0,75-0,50-0,3	2571,43	420,18	59,44	4,1817	3,9617
30-60-0,75-1,00-0,1	2571,43	214,47	25,41	4,0503	4,0004

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

30-60-0,75-1,00-0,2	2571,43	317,33	42,77	3,8006	3,6724
30-60-0,75-1,00-0,3	2571,43	420,18	59,44	3,7712	3,6492
30-60-0,75-2,00-0,1	2571,43	214,47	25,41	3,9614	3,8524
30-60-0,75-2,00-0,2	2571,43	317,33	42,77	3,6210	3,3998
30-60-0,75-2,00-0,3	2571,43	420,18	420,18	3,4128	3,2846
30-60-1,00-0,50-0,1	3428,57	259,85	49,84	3,7627	3,7312
30-60-1,00-0,50-0,2	3428,57	396,99	71,90	3,2288	3,1703
30-60-1,00-0,50-0,3	3428,57	534,14	93,64	3,4066	3,2439
30-60-1,00-1,00-0,1	3428,57	259,85	49,84	3,6881	3,6310
30-60-1,00-1,00-0,2	3428,57	396,99	71,90	3,1154	3,0225
30-60-1,00-1,00-0,3	3428,57	534,14	93,64	3,9458	2,8834
30-60-1,00-2,00-0,1	3428,57	259,85	49,84	3,6008	3,4908
30-60-1,00-2,00-0,2	3428,57	396,99	71,90	2,9612	2,8198
30-60-1,00-2,00-0,3	3428,57	534,14	93,64	2,6785	2,5226
30-90-0,50-0,50-0,1	1714,29	281,24	23,88	4,8274	4,7914
30-90-0,50-0,50-0,2	1714,29	349,81	34,60	4,1194	4,0314
30-90-0,50-0,50-0,3	1714,29	418,38	45,06	3,4652	3,3225
30-90-0,50-1,00-0,1	1714,29	281,24	23,88	4,7976	4,7275
30-90-0,50-1,00-0,2	1714,29	349,81	34,60	4,1353	3,9651
30-90-0,50-1,00-0,3	1714,29	418,38	45,06	3,3520	3,2058
30-90-0,50-2,00-0,1	1714,29	281,24	23,88	4,6729	4,5183
30-90-0,50-2,00-0,2	1714,29	349,81	34,60	3,8970	3,6186
30-90-0,50-2,00-0,3	1714,29	418,38	45,06	2,9122	2,7791
30-90-0,75-0,50-0,1	2571,43	353,98	48,78	4,5830	4,5017
30-90-0,75-0,50-0,2	2571,43	456,84	65,25	3,9178	3,8104
30-90-0,75-0,50-0,3	2571,43	559,70	81,27	3,1696	3,0214
30-90-0,75-1,00-0,1	2571,43	353,98	48,78	4,4497	4,3019
30-90-0,75-1,00-0,2	2571,43	456,84	65,25	3,7443	3,5752
30-90-0,75-1,00-0,3	2571,43	559,70	81,27	2,9025	2,7854
30-90-0,75-2,00-0,1	2571,43	353,98	48,78	4,2690	3,9962
30-90-0,75-2,00-0,2	2571,43	456,84	65,25	3,5237	3,2601
30-90-0,75-2,00-0,3	2571,43	559,70	81,27	2,5221	2,4216
30-90-1,00-0,50-0,1	3428,57	413,23	74,52	4,2828	4,1690
30-90-1,00-0,50-0,2	3428,57	550,38	96,18	3,7079	3,5814
30-90-1,00-0,50-0,3	3428,57	687,52	117,40	2,9120	2,7855
30-90-1,00-1,00-0,1	3428,57	413,23	74,52	4,1315	3,9398
30-90-1,00-1,00-0,2	3428,57	550,38	96,18	3,5292	3,3402
30-90-1,00-1,00-0,3	3428,57	687,52	117,40	2,6823	2,5127
30-90-1,00-2,00-0,1	3428,57	413,23	74,52	3,9280	3,6311
30-90-1,00-2,00-0,2	3428,57	550,38	96,18	3,3100	3,0491
30-90-1,00-2,00-0,3	3428,57	687,52	117,40	2,4758	2,2293
40-30-0,50-0,50-0,1	2285,71	122,93	7,89	4,9128	4,9066
40-30-0,50-0,50-0,2	2285,71	214,36	7,89	4,6625	4,6447
40-30-0,50-0,50-0,3	2285,71	305,79	20,64	5,0596	5,0102
40-30-0,50-1,00-0,1	2285,71	122,93	7,89	4,9026	4,8913
40-30-0,50-1,00-0,2	2285,71	214,36	7,89	4,6336	4,5999

40-30-0,50-1,00-0,3	2285,71	305,79	20,64	4,8962	4,8201
40-30-0,50-2,00-0,1	2285,71	122,93	7,89	4,8659	4,8364
40-30-0,50-2,00-0,2	2285,71	214,36	7,89	4,5560	4,4730
40-30-0,50-2,00-0,3	2285,71	305,79	20,64	4,5033	4,4284
40-30-0,75-0,50-0,1	3428,57	174,35	14,85	4,4177	4,4020
40-30-0,75-0,50-0,2	3428,57	311,49	38,25	4,5484	4,5179
40-30-0,75-0,50-0,3	3428,57	448,63	61,23	5,1620	5,1094
40-30-0,75-1,00-0,1	3428,57	174,35	14,85	4,3855	4,3546
40-30-0,75-1,00-0,2	3428,57	311,49	38,25	4,4856	4,4244
40-30-0,75-1,00-0,3	3428,57	448,63	61,23	4,9962	4,8822
40-30-0,75-2,00-0,1	3428,57	174,35	14,85	4,3312	4,2640
40-30-0,75-2,00-0,2	3428,57	311,49	38,25	4,3905	4,2625
40-30-0,75-2,00-0,3	3428,57	448,63	61,23	4,6032	4,5152
40-30-1,00-0,50-0,1	4571,43	223,76	47,12	4,6541	4,6147
40-30-1,00-0,50-0,2	4571,43	406,62	76,13	4,6644	4,5958
40-30-1,00-0,50-0,3	4571,43	589,47	105,50	4,2621	5,1892
40-30-1,00-1,00-0,1	4571,43	223,76	47,12	4,6055	4,5344
40-30-1,00-1,00-0,2	4571,43	406,62	76,13	4,5863	4,4665
40-30-1,00-1,00-0,3	4571,43	589,47	105,50	4,9624	4,8752
40-30-1,00-2,00-0,1	4571,43	223,76	47,12	4,4951	4,3435
40-30-1,00-2,00-0,2	4571,43	406,62	76,13	4,4122	4,1846
40-30-1,00-2,00-0,3	4571,43	589,47	105,50	4,6198	4,4827
40-60-0,50-0,50-0,1	2285,71	217,45	7,89	4,3600	4,3514
40-60-0,50-0,50-0,2	2285,71	308,88	21,15	3,8826	3,8410
40-60-0,50-0,50-0,3	2285,71	400,31	35,84	3,8622	3,8102
40-60-0,50-1,00-0,1	2285,71	217,45	7,89	4,3370	4,3214
40-60-0,50-1,00-0,2	2285,71	308,88	21,15	3,8184	3,7449
40-60-0,50-1,00-0,3	2285,71	400,31	35,84	3,7423	3,6559
40-60-0,50-2,00-0,1	2285,71	217,45	7,89	4,2967	4,2572
40-60-0,50-2,00-0,2	2285,71	308,88	21,15	3,6735	3,5262
40-60-0,50-2,00-0,3	2285,71	400,31	35,84	3,4926	3,3212
40-60-0,75-0,50-0,1	3428,57	285,96	33,88	4,5335	4,3668
40-60-0,75-0,50-0,2	3428,57	423,10	57,02	3,8873	3,8165
40-60-0,75-0,50-0,3	3428,57	560,24	79,26	3,9127	3,8522
40-60-0,75-1,00-0,1	3428,57	285,96	33,88	4,3288	4,2786
40-60-0,75-1,00-0,2	3428,57	423,10	57,02	3,8025	3,6772
40-60-0,75-1,00-0,3	3428,57	560,24	79,26	3,7058	3,5646
40-60-0,75-2,00-0,1	3428,57	285,96	33,88	4,2515	4,1474
40-60-0,75-2,00-0,2	3428,57	423,10	57,02	3,6507	3,4434
40-60-0,75-2,00-0,3	3428,57	560,24	79,26	3,3821	3,2095
40-60-1,00-0,50-0,1	4571,43	346,47	66,45	4,5568	4,4958
40-60-1,00-0,50-0,2	4571,43	529,32	95,87	3,9839	3,8971
40-60-1,00-0,50-0,3	4571,43	712,18	124,86	4,0055	3,9157
40-60-1,00-1,00-0,1	4571,43	346,47	66,45	4,4931	4,3853
40-60-1,00-1,00-0,2	4571,43	529,32	95,87	3,8951	3,7544
40-60-1,00-1,00-0,3	4571,43	712,18	124,86	3,7136	3,6062

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

40-60-1,00-2,00-0,1	4571,43	346,47	66,45	4,3382	4,1291
40-60-1,00-2,00-0,2	4571,43	529,32	95,87	3,7035	3,4696
40-60-1,00-2,00-0,3	4571,43	712,18	124,86	3,3036	3,0912
40-90-0,50-0,50-0,1	2285,71	374,98	31,84	4,6833	4,6395
40-90-0,50-0,50-0,2	2285,71	466,41	46,13	4,1061	4,0045
40-90-0,50-0,50-0,3	2285,71	557,84	60,07	3,4469	3,3373
40-90-0,50-1,00-0,1	2285,71	374,98	31,84	4,6202	4,5383
40-90-0,50-1,00-0,2	2285,71	466,41	46,13	3,9793	3,8144
40-90-0,50-1,00-0,3	2285,71	557,84	60,07	3,2568	3,1165
40-90-0,50-2,00-0,1	2285,71	374,98	31,84	4,4793	4,2988
40-90-0,50-2,00-0,2	2285,71	466,41	46,13	3,7375	3,4654
40-90-0,50-2,00-0,3	2285,71	557,84	60,07	2,9122	2,7423
40-90-0,75-0,50-0,1	3428,57	471,98	65,04	4,4507	4,3604
40-90-0,75-0,50-0,2	3428,57	609,12	87,00	3,9165	3,7950
40-90-0,75-0,50-0,3	3428,57	746,26	108,36	3,3323	3,2102
40-90-0,75-1,00-0,1	3428,57	471,98	65,04	4,3244	4,1626
40-90-0,75-1,00-0,2	3428,57	609,12	87,00	3,7506	3,5597
40-90-0,75-1,00-0,3	3428,57	746,26	108,36	3,0325	2,9051
40-90-0,75-2,00-0,1	3428,57	471,98	65,04	4,1508	3,8788
40-90-0,75-2,00-0,2	3428,57	609,12	87,00	3,5326	3,2589
40-90-0,75-2,00-0,3	3428,57	746,26	108,36	2,8621	2,6239
40-90-1,00-0,50-0,1	4571,43	550,98	99,40	4,1666	4,0439
40-90-1,00-0,50-0,2	4571,43	733,83	128,25	3,6915	3,5502
40-90-1,00-0,50-0,3	4571,43	916,69	156,54	2,9959	2,8950
40-90-1,00-1,00-0,1	4571,43	550,98	99,40	4,0387	3,8494
40-90-1,00-1,00-0,2	4571,43	733,83	128,25	3,5250	3,3323
40-90-1,00-1,00-0,3	4571,43	916,69	156,54	2,8196	2,6562
40-90-1,00-2,00-0,1	4571,43	550,98	99,40	3,8087	3,5138
40-90-1,00-2,00-0,2	4571,43	733,83	128,25	3,2807	3,0115
40-90-1,00-2,00-0,3	4571,43	916,69	156,54	2,4963	2,3346
50-30-0,50-0,50-0,1	2857,14	153,67	9,86	4,9261	4,9197
50-30-0,50-0,50-0,2	2857,14	267,95	9,86	4,6226	4,6055
50-30-0,50-0,50-0,3	2857,14	382,24	25,79	5,0252	4,9811
50-30-0,50-1,00-0,1	2857,14	153,67	9,86	4,9108	4,8986
50-30-0,50-1,00-0,2	2857,14	267,95	9,86	4,5882	4,5553
50-30-0,50-1,00-0,3	2857,14	382,24	25,79	4,8852	4,7766
50-30-0,50-2,00-0,1	2857,14	153,67	9,86	4,8923	4,8632
50-30-0,50-2,00-0,2	2857,14	267,95	9,86	4,5170	4,4440
50-30-0,50-2,00-0,3	2857,14	382,24	25,79	4,4623	4,3958
50-30-0,75-0,50-0,1	4285,71	217,93	18,56	4,4212	4,4046
50-30-0,75-0,50-0,2	4285,71	389,36	47,82	4,6286	4,5920
50-30-0,75-0,50-0,3	4285,71	560,79	76,53	5,5531	5,2104
50-30-0,75-1,00-0,1	4285,71	217,93	18,56	4,3994	4,3675
50-30-0,75-1,00-0,2	4285,71	389,36	47,82	4,5583	4,4883
50-30-0,75-1,00-0,3	4285,71	560,79	76,53	5,0321	4,9601
50-30-0,75-2,00-0,1	4285,71	217,93	18,56	4,3321	4,2593

50-30-0,75-2,00-0,2	4285,71	389,36	47,82	4,4554	4,3024
50-30-0,75-2,00-0,3	4285,71	560,79	76,53	4,7036	4,5811
50-30-1,00-0,50-0,1	5714,29	279,70	58,90	4,6612	4,6272
50-30-1,00-0,50-0,2	5714,29	508,27	95,16	4,8106	4,7397
50-30-1,00-0,50-0,3	5714,29	736,84	131,88	5,2627	5,1796
50-30-1,00-1,00-0,1	5714,29	279,70	58,90	4,5843	4,5154
50-30-1,00-1,00-0,2	5714,29	508,27	95,16	4,5836	4,4543
50-30-1,00-1,00-0,3	5714,29	736,84	131,88	4,9219	4,8029
50-30-1,00-2,00-0,1	5714,29	279,70	58,90	4,4548	4,3043
50-30-1,00-2,00-0,2	5714,29	508,27	95,16	4,4711	4,1790
50-30-1,00-2,00-0,3	5714,29	736,84	131,88	4,5924	4,4781
50-60-0,50-0,50-0,1	2857,14	271,81	9,86	4,6203	4,6083
50-60-0,50-0,50-0,2	2857,14	386,10	26,43	3,7928	3,7496
50-60-0,50-0,50-0,3	2857,14	500,39	44,81	3,7426	3,7166
50-60-0,50-1,00-0,1	2857,14	271,81	9,86	4,5885	4,5656
50-60-0,50-1,00-0,2	2857,14	386,10	26,43	3,7035	3,6252
50-60-0,50-1,00-0,3	2857,14	500,39	44,81	3,6032	3,5323
50-60-0,50-2,00-0,1	2857,14	271,81	9,86	4,5625	4,5086
50-60-0,50-2,00-0,2	2857,14	386,10	26,43	3,5680	3,4187
50-60-0,50-2,00-0,3	2857,14	500,39	44,81	3,3752	3,2098
50-60-0,75-0,50-0,1	4285,71	357,45	42,36	4,6133	4,5775
50-60-0,75-0,50-0,2	4285,71	528,88	71,28	3,9568	3,9103
50-60-0,75-0,50-0,3	4285,71	700,30	99,07	4,0021	3,9558
50-60-0,75-1,00-0,1	4285,71	357,45	42,36	4,5456	4,4785
50-60-0,75-1,00-0,2	4285,71	528,88	71,28	3,9067	3,8075
50-60-0,75-1,00-0,3	4285,71	700,30	99,07	3,8269	3,7282
50-60-0,75-2,00-0,1	4285,71	357,45	42,36	4,4616	4,3142
50-60-0,75-2,00-0,2	4285,71	528,88	71,28	3,7536	3,5948
50-60-0,75-2,00-0,3	4285,71	700,30	99,07	3,5164	3,3452
50-60-1,00-0,50-0,1	5714,29	433,08	83,06	4,8109	4,7304
50-60-1,00-0,50-0,2	5714,29	661,65	119,84	4,3594	4,2578
50-60-1,00-0,50-0,3	5714,29	890,23	156,07	4,2813	4,2757
50-60-1,00-1,00-0,1	5714,29	433,08	83,06	4,6819	4,5374
50-60-1,00-1,00-0,2	5714,29	661,65	119,84	4,2153	4,0457
50-60-1,00-1,00-0,3	5714,29	890,23	156,07	3,9961	3,8692
50-60-1,00-2,00-0,1	5714,29	433,08	83,06	4,5057	4,2336
50-60-1,00-2,00-0,2	5714,29	661,65	119,84	3,9875	3,7107
50-60-1,00-2,00-0,3	5714,29	890,23	156,07	3,4052	3,2977
50-90-0,50-0,50-0,1	2857,14	468,73	39,80	4,3677	4,3310
50-90-0,50-0,50-0,2	2857,14	583,01	57,66	3,9840	3,8874
50-90-0,50-0,50-0,3	2857,14	697,30	75,09	3,5132	3,4223
50-90-0,50-1,00-0,1	2857,14	468,73	39,80	4,3049	4,2360
50-90-0,50-1,00-0,2	2857,14	583,01	57,66	3,8501	3,6932
50-90-0,50-1,00-0,3	2857,14	697,30	75,09	3,2629	3,1281
50-90-0,50-2,00-0,1	2857,14	468,73	39,80	4,2024	4,0614
50-90-0,50-2,00-0,2	2857,14	583,01	57,66	3,6563	3,4069

50-90-0,50-2,00-0,3	2857,14	697,30	75,09	2,9620	2,7992
50-90-0,75-0,50-0,1	4285,71	589,97	81,30	4,2482	4,1655
50-90-0,75-0,50-0,2	4285,71	761,40	108,75	3,8855	3,7598
50-90-0,75-0,50-0,3	4285,71	932,83	135,44	3,4597	3,3088
50-90-0,75-1,00-0,1	4285,71	589,97	81,30	4,1323	3,9910
50-90-0,75-1,00-0,2	4285,71	761,40	108,75	3,7189	3,5298
50-90-0,75-1,00-0,3	4285,71	932,83	135,44	3,2123	3,0213
50-90-0,75-2,00-0,1	4285,71	589,97	81,30	3,9435	3,6988
50-90-0,75-2,00-0,2	4285,71	761,40	108,75	3,4740	3,1990
50-90-0,75-2,00-0,3	4285,71	932,83	135,44	2,8202	2,5964
50-90-1,00-0,50-0,1	5714,29	688,72	124,25	4,0824	3,9665
50-90-1,00-0,50-0,2	5714,29	917,29	160,31	3,6940	3,5522
50-90-1,00-0,50-0,3	5714,29	1145,86	195,67	3,1033	2,9932
50-90-1,00-1,00-0,1	5714,29	688,72	124,25	3,9176	3,7353
50-90-1,00-1,00-0,2	5714,29	917,29	160,31	3,4452	3,2596
50-90-1,00-1,00-0,3	5714,29	1145,86	195,67	2,8965	2,7121
50-90-1,00-2,00-0,1	5714,29	688,72	124,25	3,6816	3,4024
50-90-1,00-2,00-0,2	5714,29	917,29	160,31	3,2292	2,9617
50-90-1,00-2,00-0,3	5714,29	1145,86	195,67	2,6311	2,4121
60-30-0,50-0,50-0,1	3428,57	184,40	11,83	4,6265	4,6154
60-30-0,50-0,50-0,2	3428,57	321,54	11,83	4,6850	4,6662
60-30-0,50-1,00-0,1	3428,57	184,40	11,83	4,5975	4,5897
60-30-0,50-1,00-0,2	3428,57	321,54	11,83	4,6403	4,6028
60-30-0,50-2,00-0,1	3428,57	184,40	11,83	4,5551	4,5471
60-30-0,50-2,00-0,2	3428,57	321,54	11,83	4,5862	4,5039
60-60-0,50-0,50-0,1	3428,57	326,18	11,83	4,7616	4,7464
60-60-0,50-0,50-0,2	3428,57	463,32	31,72	4,3125	4,3048
60-60-0,50-1,00-0,1	3428,57	326,18	11,83	4,7519	4,7205
60-60-0,50-1,00-0,2	3428,57	463,32	31,72	4,2385	4,2301
60-60-0,50-2,00-0,1	3428,57	326,18	11,83	4,6912	4,6222
60-60-0,50-2,00-0,2	3428,57	463,32	31,72	4,0972	4,0880
60-90-0,50-0,50-0,1	3428,57	562,47	47,76	4,3938	4,3484
60-90-0,50-0,50-0,2	3428,57	699,61	69,19	3,9132	3,8153
60-90-0,50-1,00-0,1	3428,57	562,47	47,76	4,3180	4,2307
60-90-0,50-1,00-0,2	3428,57	699,61	69,19	3,7714	3,6102
60-90-0,50-2,00-0,1	3428,57	562,47	47,76	4,2046	4,0370
60-90-0,50-2,00-0,2	3428,57	699,61	69,19	3,5834	3,3366

B.2) Índices de confiabilidade dos pilares dimensionados de acordo com o código americano ACI 318:2014.

ACI 318:2014					
PILAR (fck - λ - v - r - e1/h)	Fd (kN)	Md (kNm)	As (cm ²)	β normal	β integral
30-30-0,50-0,50-0,1	1632,65	83,82	16,00	5,2914	5,2851
30-30-0,50-0,50-0,2	1632,65	167,63	16,00	5,1180	5,1017
30-30-0,50-0,50-0,3	1632,65	233,29	30,18	6,0361	5,9314
30-30-0,50-1,00-0,1	1714,27	86,47	16,00	5,2941	5,2822
30-30-0,50-1,00-0,2	1714,27	172,95	16,00	5,1285	5,0959
30-30-0,50-1,00-0,3	1714,27	239,59	33,39	5,9521	5,9268
30-30-0,50-2,00-0,1	1795,92	89,04	16,00	5,2554	5,2248
30-30-0,50-2,00-0,2	1795,92	176,32	17,64	5,1006	5,0225
30-30-0,50-2,00-0,3	1795,92	246,10	36,78	5,9126	5,8472
30-30-0,75-0,50-0,1	2448,97	135,10	23,68	4,8953	4,8779
30-30-0,75-0,50-0,2	2448,97	236,62	50,68	5,3685	5,3290
30-30-0,75-0,50-0,3	2448,97	336,27	76,96	6,8943	6,6206
30-30-0,75-1,00-0,1	2571,44	134,80	27,63	4,9953	4,9587
30-30-0,75-1,00-0,2	2571,44	242,20	55,75	5,4454	5,3624
30-30-0,75-1,00-0,3	2571,44	347,13	83,27	6,7498	6,6591
30-30-0,75-2,00-0,1	2693,87	135,29	31,89	5,1076	5,0087
30-30-0,75-2,00-0,2	2693,87	248,17	61,02	5,5384	5,3231
30-30-0,75-2,00-0,3	2693,87	358,25	89,71	6,8024	6,6193
30-30-1,00-0,50-0,1	3264,95	164,40	58,99	5,4409	5,3950
30-30-1,00-0,50-0,2	3264,95	304,97	93,78	5,9417	5,8414
30-30-1,00-0,50-0,3	3264,95	440,50	128,14	7,2154	7,1393
30-30-1,00-1,00-0,1	3428,57	166,92	65,48	5,5826	5,4805
30-30-1,00-1,00-0,2	3428,57	313,90	101,42	6,0059	5,8044
30-30-1,00-1,00-0,3	3428,57	455,99	137,23	7,3356	7,1154
30-30-1,00-2,00-0,1	3591,84	169,96	72,12	5,6926	5,4539
30-30-1,00-2,00-0,2	3591,84	323,15	109,19	6,0761	5,6440
30-30-1,00-2,00-0,3	3591,84	471,69	146,41	7,3659	7,0469
30-60-0,50-0,50-0,1	1632,65	217,03	25,87	5,1325	5,1193
30-60-0,50-0,50-0,2	1632,65	276,26	41,30	5,2710	5,2204
30-60-0,50-0,50-0,3	1632,65	338,80	57,00	5,8812	5,8308
30-60-0,50-1,00-0,1	1714,27	207,78	24,84	5,1323	5,1065
30-60-0,50-1,00-0,2	1714,27	270,46	41,47	5,2316	5,1317
30-60-0,50-1,00-0,3	1714,27	336,64	58,30	5,8489	5,7502
30-60-0,50-2,00-0,1	1795,92	198,63	23,90	5,0927	5,0276
30-60-0,50-2,00-0,2	1795,92	265,01	41,78	5,1080	4,8846
30-60-0,50-2,00-0,3	1795,92	334,91	59,75	5,7212	5,5001
30-60-0,75-0,50-0,1	2448,97	262,82	57,66	5,9996	5,9323
30-60-0,75-0,50-0,2	2448,97	367,17	84,95	5,4014	5,2621
30-60-0,75-0,50-0,3	2448,97	469,99	110,99	6,4901	6,3522
30-60-0,75-1,00-0,1	2571,44	249,54	57,70	5,8952	5,7571

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

30-60-0,75-1,00-0,2	2571,44	360,78	86,79	5,2930	5,0271
30-60-0,75-1,00-0,3	2571,44	469,35	114,37	6,4487	6,1869
30-60-0,75-2,00-0,1	2693,87	237,15	58,13	5,7263	5,4172
30-60-0,75-2,00-0,2	2693,87	355,25	88,94	5,2420	4,7033
30-60-0,75-2,00-0,3	2693,87	464,90	121,08	6,5233	5,9194
30-60-1,00-0,50-0,1	3265,31	305,88	94,03	6,6012	6,4410
30-60-1,00-0,50-0,2	3265,31	457,99	132,56	5,9368	5,7367
30-60-1,00-0,50-0,3	3265,31	599,14	169,79	6,9687	6,7952
30-60-1,00-1,00-0,1	3428,57	291,33	95,76	6,4944	6,1569
30-60-1,00-1,00-0,2	3428,57	452,12	136,26	5,7703	5,4209
30-60-1,00-1,00-0,3	3428,57	598,59	176,95	6,7988	6,5121
30-60-1,00-2,00-0,1	3591,71	278,55	98,11	6,2718	5,6616
30-60-1,00-2,00-0,2	3591,71	447,46	140,34	5,7317	5,0821
30-60-1,00-2,00-0,3	3591,71	601,50	182,80	6,7102	6,0092
30-90-0,50-0,50-0,1	1632,65	384,47	68,22	6,5064	6,4582
30-90-0,50-0,50-0,2	1632,65	448,07	83,61	6,3506	6,2545
30-90-0,50-0,50-0,3	1632,65	512,58	99,04	6,8653	6,7632
30-90-0,50-1,00-0,1	1714,27	362,11	64,64	6,3705	6,2685
30-90-0,50-1,00-0,2	1714,27	429,23	81,10	6,1363	5,9487
30-90-0,50-1,00-0,3	1714,27	497,40	97,55	6,5542	6,4052
30-90-0,50-2,00-0,1	1795,92	340,32	61,11	6,1370	5,8891
30-90-0,50-2,00-0,2	1795,92	411,01	78,69	5,8062	5,4277
30-90-0,50-2,00-0,3	1795,92	482,84	96,19	6,2587	5,8969
30-90-0,75-0,50-0,1	2448,97	496,70	117,64	6,5285	6,4365
30-90-0,75-0,50-0,2	2448,97	603,50	143,88	6,3880	6,2456
30-90-0,75-0,50-0,3	2448,97	708,70	169,31	6,8852	6,7485
30-90-0,75-1,00-0,1	2571,44	464,05	113,04	6,3254	6,1303
30-90-0,75-1,00-0,2	2571,44	577,48	141,15	6,1587	5,8805
30-90-0,75-1,00-0,3	2571,44	688,70	168,20	6,6234	6,3902
30-90-0,75-2,00-0,1	2693,87	432,48	108,67	6,0266	5,6051
30-90-0,75-2,00-0,2	2693,87	552,67	138,70	5,8740	5,3290
30-90-0,75-2,00-0,3	2693,87	669,88	167,37	6,2963	5,8021
30-90-1,00-0,50-0,1	3265,31	602,76	168,61	6,5325	6,4001
30-90-1,00-0,50-0,2	3265,31	755,96	206,04	6,4624	6,2724
30-90-1,00-0,50-0,3	3265,31	903,27	241,49	6,8963	6,7801
30-90-1,00-1,00-0,1	3428,57	560,56	163,33	6,2936	6,0219
30-90-1,00-1,00-0,2	3428,57	723,49	203,35	6,2204	5,8587
30-90-1,00-1,00-0,3	3428,57	879,03	240,93	6,7786	6,3492
30-90-1,00-2,00-0,1	3591,84	520,23	158,52	5,9916	5,4907
30-90-1,00-2,00-0,2	3591,84	692,91	201,11	5,9220	5,3149
30-90-1,00-2,00-0,3	3591,84	856,50	240,78	6,3126	5,7702
40-30-0,50-0,50-0,1	2176,88	119,36	16,00	5,1599	5,1532
40-30-0,50-0,50-0,2	2176,88	231,22	19,91	5,0470	5,0301
40-30-0,50-0,50-0,3	2176,88	312,06	42,93	5,8642	5,8502
40-30-0,50-1,00-0,1	2285,72	122,49	16,00	5,1517	5,1392
40-30-0,50-1,00-0,2	2285,72	234,01	22,53	5,0874	5,0560

40-30-0,50-1,00-0,3	2285,72	320,28	47,22	5,8882	5,8568
40-30-0,50-2,00-0,1	2394,57	125,48	16,00	5,1105	5,0778
40-30-0,50-2,00-0,2	2394,57	237,11	25,47	5,0921	5,0096
40-30-0,50-2,00-0,3	2394,57	328,81	51,75	5,8863	5,7821
40-30-0,75-0,50-0,1	3265,31	183,16	32,89	4,9664	4,9482
40-30-0,75-0,50-0,2	3265,31	316,62	69,78	5,5283	5,4849
40-30-0,75-0,50-0,3	3265,31	448,71	105,73	6,8020	6,6948
40-30-0,75-1,00-0,1	3428,57	182,20	37,94	5,1147	5,0690
40-30-0,75-1,00-0,2	3428,57	323,90	76,47	5,6197	5,5212
40-30-0,75-1,00-0,3	3428,57	463,14	114,12	6,7997	6,7085
40-30-0,75-2,00-0,1	3591,84	182,37	43,44	5,1554	5,0559
40-30-0,75-2,00-0,2	3591,84	331,73	83,42	5,6144	5,3934
40-30-0,75-2,00-0,3	3591,84	477,93	122,69	6,8791	6,6639
40-30-1,00-0,50-0,1	4353,75	220,91	79,42	5,6427	5,5828
40-30-1,00-0,50-0,2	4353,75	407,43	127,20	6,0245	5,9190
40-30-1,00-0,50-0,3	4353,75	587,62	174,10	7,2269	7,1544
40-30-1,00-1,00-0,1	4571,42	223,97	87,87	5,6630	5,5565
40-30-1,00-1,00-0,2	4571,42	419,21	137,26	6,2536	5,9858
40-30-1,00-1,00-0,3	4571,42	608,19	186,15	7,4032	7,1291
40-30-1,00-2,00-0,1	4789,12	227,17	98,37	5,8069	5,5393
40-30-1,00-2,00-0,2	4789,12	431,46	147,53	6,0908	5,6322
40-30-1,00-2,00-0,3	4789,12	629,11	198,36	7,4628	7,0559
40-60-0,50-0,50-0,1	2176,88	293,87	37,92	5,4604	5,4469
40-60-0,50-0,50-0,2	2176,88	370,26	58,51	5,5032	5,4540
40-60-0,50-0,50-0,3	2176,88	452,35	79,63	6,0211	5,9941
40-60-0,50-1,00-0,1	2285,72	281,76	36,45	5,3910	5,3653
40-60-0,50-1,00-0,2	2285,72	362,55	58,67	5,4057	5,3030
40-60-0,50-1,00-0,3	2285,72	449,47	81,33	5,9532	5,8608
40-60-0,50-2,00-0,1	2394,57	269,77	35,08	5,2536	5,1899
40-60-0,50-2,00-0,2	2394,57	355,29	58,99	5,2800	5,0347
40-60-0,50-2,00-0,3	2394,57	447,16	83,23	5,8430	5,6001
40-60-0,75-0,50-0,1	3265,31	353,96	80,09	5,9554	5,9105
40-60-0,75-0,50-0,2	3265,31	490,50	116,79	6,1369	6,0107
40-60-0,75-0,50-0,3	3265,31	626,57	151,85	6,5317	6,4228
40-60-0,75-1,00-0,1	3428,57	336,53	79,93	5,9019	5,7989
40-60-0,75-1,00-0,2	3428,57	482,11	119,13	6,1733	5,7631
40-60-0,75-1,00-0,3	3428,57	625,80	156,32	6,5099	6,1592
40-60-0,75-2,00-0,1	3591,84	320,14	80,26	5,7597	5,5349
40-60-0,75-2,00-0,2	3591,84	474,82	121,87	5,8435	5,3804
40-60-0,75-2,00-0,3	3591,84	626,03	161,10	6,3233	5,9006
40-60-1,00-0,50-0,1	4353,75	411,36	128,22	6,3597	6,2479
40-60-1,00-0,50-0,2	4353,75	611,45	180,23	6,4589	6,2814
40-60-1,00-0,50-0,3	4353,75	801,91	228,39	6,8421	6,6788
40-60-1,00-1,00-0,1	4571,42	392,08	130,23	6,2173	6,0142
40-60-1,00-1,00-0,2	4571,42	603,75	185,01	6,3121	6,0011
40-60-1,00-1,00-0,3	4571,42	803,87	235,66	6,6062	6,3951

Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014.

40-60-1,00-2,00-0,1	4789,12	375,00	133,04	6,1567	5,6647
40-60-1,00-2,00-0,2	4789,12	597,63	190,31	6,0782	5,5008
40-60-1,00-2,00-0,3	4789,12	807,11	243,32	5,3297	5,8886
40-90-0,50-0,50-0,1	2176,88	512,87	94,78	6,5691	6,5122
40-90-0,50-0,50-0,2	2176,88	596,77	115,38	6,4552	6,3461
40-90-0,50-0,50-0,3	2176,88	682,29	136,06	7,0850	6,8798
40-90-0,50-1,00-0,1	2285,72	483,52	89,98	6,4228	6,3022
40-90-0,50-1,00-0,2	2285,72	571,94	112,01	6,2612	6,0444
40-90-0,50-1,00-0,3	2285,72	662,25	134,07	6,7323	6,5160
40-90-0,50-2,00-0,1	2394,57	454,96	85,24	6,1572	5,8567
40-90-0,50-2,00-0,2	2394,57	547,93	108,76	5,9539	5,4900
40-90-0,50-2,00-0,3	2394,57	643,03	132,24	6,3632	5,9288
40-90-0,75-0,50-0,1	3265,31	661,71	160,72	6,6136	6,5107
40-90-0,75-0,50-0,2	3265,31	803,22	195,86	6,4658	6,3122
40-90-0,75-0,50-0,3	3265,31	943,11	229,93	6,9621	6,8196
40-90-0,75-1,00-0,1	3428,57	618,83	154,54	6,3714	6,1564
40-90-0,75-1,00-0,2	3428,57	768,92	192,20	6,2884	5,9700
40-90-0,75-1,00-0,3	3428,57	916,73	228,45	6,7826	6,4988
40-90-0,75-2,00-0,1	3591,84	577,44	148,65	6,1193	5,6825
40-90-0,75-2,00-0,2	3591,84	736,24	188,89	5,9958	5,4370
40-90-0,75-2,00-0,3	3591,84	891,92	227,32	6,5211	5,9921
40-90-1,00-0,50-0,1	4353,75	803,14	228,70	6,6157	6,4660
40-90-1,00-0,50-0,2	4353,75	1006,35	278,80	6,4347	6,2399
40-90-1,00-0,50-0,3	4353,75	1202,38	326,26	6,9158	6,7256
40-90-1,00-1,00-0,1	4571,42	747,68	221,58	6,4207	6,1334
40-90-1,00-1,00-0,2	4571,42	963,52	275,18	6,3276	5,9601
40-90-1,00-1,00-0,3	4571,42	1170,38	325,51	6,8129	6,4893
40-90-1,00-2,00-0,1	4789,12	694,75	215,05	6,1033	5,5486
40-90-1,00-2,00-0,2	4789,12	923,20	272,14	5,9814	5,3362
40-90-1,00-2,00-0,3	4789,12	1140,66	325,29	6,4432	5,8307
50-30-0,50-0,50-0,1	2721,08	159,01	16,00	5,0783	5,0715
50-30-0,50-0,50-0,2	2721,08	290,45	27,33	5,0731	5,0577
50-30-0,50-0,50-0,3	2721,08	389,80	57,24	5,8296	5,8147
50-30-0,50-1,00-0,1	2857,15	162,28	16,00	5,0654	5,0524
50-30-0,50-1,00-0,2	2857,15	293,71	30,58	5,0843	5,0527
50-30-0,50-1,00-0,3	2857,15	400,07	62,68	5,8484	5,8102
50-30-0,50-2,00-0,1	2993,19	165,38	16,00	5,0362	5,0054
50-30-0,50-2,00-0,2	2993,19	297,38	34,23	5,2392	5,1512
50-30-0,50-2,00-0,3	2993,19	410,73	68,42	5,9120	5,8090
50-30-0,75-0,50-0,1	4081,64	231,32	42,59	5,0136	4,9926
50-30-0,75-0,50-0,2	4081,64	395,93	90,27	5,5394	5,4864
50-30-0,75-0,50-0,3	4081,64	560,30	136,63	6,7758	6,7119
50-30-0,75-1,00-0,1	4285,71	229,70	48,72	5,1631	5,1134
50-30-0,75-1,00-0,2	4285,71	405,03	98,59	5,6974	5,5869
50-30-0,75-1,00-0,3	4285,71	578,42	147,15	6,9211	6,7992
50-30-0,75-2,00-0,1	4489,80	229,56	55,43	5,2015	5,0917

50-30-0,75-2,00-0,2	4489,80	414,80	107,24	5,7988	5,4762
50-30-0,75-2,00-0,3	4489,80	596,97	157,90	6,9980	6,7053
50-30-1,00-0,50-0,1	5442,17	277,43	100,34	5,6807	5,6249
50-30-1,00-0,50-0,2	5442,17	509,31	162,23	6,2730	6,1509
50-30-1,00-0,50-0,3	5442,17	733,96	222,44	7,2955	7,1668
50-30-1,00-1,00-0,1	5714,30	280,93	110,99	5,8297	5,6981
50-30-1,00-1,00-0,2	5714,30	524,05	174,76	6,0867	5,8778
50-30-1,00-1,00-0,3	5714,30	759,76	237,52	7,3984	7,1331
50-30-1,00-2,00-0,1	5986,39	283,38	127,94	5,9334	5,6329
50-30-1,00-2,00-0,2	5986,39	539,20	188,07	6,3863	5,8444
50-30-1,00-2,00-0,3	5986,39	785,12	256,05	7,6628	7,1085
50-60-0,50-0,50-0,1	2721,08	367,11	50,68	5,8660	5,8468
50-60-0,50-0,50-0,2	2721,08	460,45	76,89	5,8877	5,7792
50-60-0,50-0,50-0,3	2721,08	562,29	103,82	6,4028	6,2811
50-60-0,50-1,00-0,1	2857,15	352,63	48,79	5,7973	5,7585
50-60-0,50-1,00-0,2	2857,15	451,21	77,07	5,8137	5,6991
50-60-0,50-1,00-0,3	2857,15	559,03	105,99	6,3347	6,2253
50-60-0,50-2,00-0,1	2993,19	338,29	46,98	5,6683	5,5784
50-60-0,50-2,00-0,2	2993,19	442,52	77,45	5,5812	5,3746
50-60-0,50-2,00-0,3	2993,19	556,45	108,40	6,0722	5,8891
50-60-0,75-0,50-0,1	4081,64	441,84	103,49	6,2222	6,1600
50-60-0,75-0,50-0,2	4081,64	610,29	150,20	6,4224	6,2984
50-60-0,75-0,50-0,3	4081,64	779,80	194,71	6,7251	6,6122
50-60-0,75-1,00-0,1	4285,71	420,90	103,13	6,1166	5,9916
50-60-0,75-1,00-0,2	4285,71	600,33	153,10	6,3314	6,0774
50-60-0,75-1,00-0,3	4285,71	779,28	200,33	6,6594	6,4106
50-60-0,75-2,00-0,1	4489,80	401,11	103,35	5,9859	5,6993
50-60-0,75-2,00-0,2	4489,80	591,71	156,47	6,1712	5,6868
50-60-0,75-2,00-0,3	4489,80	779,97	206,34	6,4953	6,0502
50-60-1,00-0,50-0,1	5442,17	514,18	163,55	6,6381	6,4990
50-60-1,00-0,50-0,2	5442,17	761,70	229,72	6,7814	6,5813
50-60-1,00-0,50-0,3	5442,17	999,13	290,70	7,1157	6,9262
50-60-1,00-1,00-0,1	5714,30	490,81	165,81	6,4805	6,2143
50-60-1,00-1,00-0,2	5714,30	752,63	235,65	6,9307	6,4529
50-60-1,00-1,00-0,3	5714,30	1002,04	299,82	7,1866	6,8022
50-60-1,00-2,00-0,1	5986,39	469,98	169,03	6,3158	5,7751
50-60-1,00-2,00-0,2	5986,39	745,44	242,19	6,6086	5,7666
50-60-1,00-2,00-0,3	5986,39	1006,48	309,40	6,8959	6,1008
50-90-0,50-0,50-0,1	2721,08	633,86	122,09	6,5955	6,5366
50-90-0,50-0,50-0,2	2721,08	738,60	148,22	6,4448	6,3404
50-90-0,50-0,50-0,3	2721,08	845,67	174,41	6,9335	6,8492
50-90-0,50-1,00-0,1	2857,15	597,98	116,10	6,3829	6,2624
50-90-0,50-1,00-0,2	2857,15	708,20	144,05	6,4052	6,1638
50-90-0,50-1,00-0,3	2857,15	821,17	171,99	6,7742	6,5075
50-90-0,50-2,00-0,1	2993,19	563,18	110,17	6,1308	5,8570
50-90-0,50-2,00-0,2	2993,19	678,84	140,02	6,0625	5,6044

50-90-0,50-2,00-0,3	2993,19	797,73	169,78	6,4152	6,0722
50-90-0,75-0,50-0,1	4081,64	818,98	204,74	6,6368	6,5320
50-90-0,75-0,50-0,2	4081,64	995,97	249,18	6,5128	6,3592
50-90-0,75-0,50-0,3	4081,64	1171,21	292,17	6,9963	6,8602
50-90-0,75-1,00-0,1	4285,71	766,51	197,03	6,4116	6,1985
50-90-0,75-1,00-0,2	4285,71	953,91	244,67	6,5493	6,1537
50-90-0,75-1,00-0,3	4285,71	1138,94	290,42	6,9854	6,5621
50-90-0,75-2,00-0,1	4489,80	716,00	189,66	6,1576	5,6963
50-90-0,75-2,00-0,2	4489,80	913,91	240,58	5,9837	5,4377
50-90-0,75-2,00-0,3	4489,80	1108,62	289,10	6,3922	5,9744
50-90-1,00-0,50-0,1	5442,17	995,80	289,86	6,7858	6,6238
50-90-1,00-0,50-0,2	5442,17	1249,84	353,08	6,8832	6,5999
50-90-1,00-0,50-0,3	5442,17	1495,29	412,84	7,3263	7,0066
50-90-1,00-1,00-0,1	5714,30	927,85	280,97	6,5267	6,2108
50-90-1,00-1,00-0,2	5714,30	1197,24	348,62	6,3431	5,9207
50-90-1,00-1,00-0,3	5714,30	1456,06	412,00	6,7751	6,3784
50-90-1,00-2,00-0,1	5986,39	863,12	272,78	6,3641	5,6367
50-90-1,00-2,00-0,2	5986,39	1147,79	344,87	5,8547	5,2609
50-90-1,00-2,00-0,3	5986,39	1419,67	411,82	6,2933	5,7219
60-30-0,50-0,50-0,1	3265,31	259,17	16,00	5,0321	5,0263
60-30-0,50-0,50-0,2	3265,31	349,84	34,97	5,1952	5,1764
60-30-0,50-1,00-0,1	3428,57	252,52	16,00	5,0659	5,0534
60-30-0,50-1,00-0,2	3428,57	353,56	38,83	5,4387	5,3923
60-30-0,50-2,00-0,1	3591,84	245,26	16,00	4,9553	4,9274
60-30-0,50-2,00-0,2	3591,84	357,79	43,18	5,4285	5,3206
60-60-0,50-0,50-0,1	3265,31	440,66	63,71	6,1607	6,1354
60-60-0,50-0,50-0,2	3265,31	551,00	95,48	5,9288	5,8808
60-60-0,50-1,00-0,1	3428,57	423,78	61,38	6,0389	5,9866
60-60-0,50-1,00-0,2	3428,57	540,16	95,69	5,8171	5,7203
60-60-0,50-2,00-0,1	3591,84	407,06	59,14	5,9868	5,8606
60-60-0,50-2,00-0,2	3591,84	529,99	96,12	5,8685	5,6215
60-90-0,50-0,50-0,1	3265,31	755,71	149,65	6,6714	6,6076
60-90-0,50-0,50-0,2	3265,31	881,28	181,26	6,8096	6,6704
60-90-0,50-1,00-0,1	3428,57	713,19	142,47	6,5298	6,3810
60-90-0,50-1,00-0,2	3428,57	845,20	176,29	6,5414	6,2519
60-90-0,50-2,00-0,1	3591,84	672,02	135,36	6,2962	5,9678
60-90-0,50-2,00-0,2	3591,84	810,40	171,50	6,1455	5,6628