

SÉRGIO FLORÊNCIO DE SOUZA

**CONTRIBUIÇÃO DO GPS PARA O APRIMORAMENTO DO
GEÓIDE NO ESTADO DE SÃO PAULO**

Tese apresentada ao Instituto Astronomia,
Geofísica e Ciências Atmosféricas da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Geofísica.

São Paulo

2002

**CONTRIBUIÇÃO DO GPS PARA O APRIMORAMENTO DO
GEÓIDE NO ESTADO DE SÃO PAULO**

SÉRGIO FLORÊNCIO DE SOUZA

Tese apresentada ao Instituto Astronomia,
Geofísica e Ciências Atmosféricas da
Universidade de São Paulo para obtenção do
título de Doutor em Geofísica.

Orientador: Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá

São Paulo
2002

Dedico este trabalho a:

Meus pais, *Milton e a Eunice*
Pelos seus sábios conselhos!

À minha querida *Luciane*

“Aquele que mais profundamente estudar os mistérios da Natureza, mais plenamente se compenetrará de sua própria ignorância e fraqueza. Compreenderá que existem profundidades e alturas que não poderá atingir, segredos que não poderá penetrar, e vastos campos de verdades jazendo diante de si, não penetrados. Dispor-se-á a dizer com Newton: “ Pareço-me como a criança na praia, procurando seixos e conchas, enquanto o grande oceano da verdade jaz por descobrir diante de mim”.

E.G. WHITE

AGRADECIMENTOS

Ao final desta pesquisa gostaria de expressar meus agradecimentos às pessoas que com sua colaboração e apoio tornaram possível sua realização.

Agradeço, de forma especial, a Deus por ter abençoado nossa participação no curso;

Ao Prof. Dr. Nelsi Côgo de Sá pela orientação, pelas discussões e sugestões sempre oportunas;

A todos os Professores do Curso de pós-graduação em Geofísica do Instituto Astronômico, Geofísico e de Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo;

Ao Departamento de Geodésia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, que concedeu o meu afastamento para a realização do curso;

Às instituições financiadoras FAPESP e CAPES-PICDT pelo apoio financeiro durante a realização do curso.

Ao técnico Clarino Divino Vieira pela dedicação e o zelo com que realizou os trabalhos de implantação da Rede GPS do Estado de São Paulo.

Aos colegas de curso e as pessoas que, de alguma forma direta ou indiretamente, auxiliaram neste trabalho.

SUMÁRIO

DEDICATÓRIA	
AGRADECIMENTOS	
LISTA DE FIGURAS	i
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE SIGLAS	viii
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 INTRODUÇÃO	01
2 REFERENCIAIS UTILIZADOS EM GEODÉSIA	03
2.1 REFERENCIAIS CARTESIANOS	03
2.1.1 <i>Conventional Terrestrial System</i> CTS	03
2.1.2 <i>Celestial Reference System</i> CRS	05
2.1.3 <i>Orbital Reference System</i> ORS	06
2.2 REFERENCIAIS ELIPSOIDAIIS	07
2.2.1 <i>Geodetic Reference System 1967</i> GRS67	08
2.2.2 <i>Geodetic Reference System 1980</i> GRS80	09
2.2.3 <i>World Geodetic System 1984</i> WGS84	10
2.2.4 Coordenadas elipsoidais	12
2.3 <i>DATUM</i> GEODÉSICO	13
2.4 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS	17
2.4.1 Transformação de coordenadas cartesianas	18
2.4.2 Transformação de coordenadas cartesianas em geodésicas e vice-versa	19
2.4.3 Mudança de <i>Datum</i>	22
3 CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE	24
3.1 GEOPOTENCIAL	24
3.2 ESFEROPOTENCIAL	25
3.3 POTENCIAL ANÔMALO	26
3.4 APROXIMAÇÃO ESFÉRICA	30

4	DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE USANDO COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS	34
4.1	MODELO MATEMÁTICO	34
4.2	DETERMINAÇÃO DE COVARIÂNCIAS	38
4.2.1	Covariâncias esféricas	41
4.2.2	Representação de covariâncias esféricas	44
5	DESCRIÇÃO DOS DADOS	47
5.1	DADOS GRAVIMÉTRICOS	47
5.2	MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL	52
5.3	MODELO GEOPOTENCIAL	57
5.4	REDE BRASILEIRA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO	59
5.5	REDES DE NIVELAMENTO DO ESTADO DE SÃO PAULO	59
5.6	ALTURAS GEOIDAIIS OBTIDAS COM GPS	67
5.6.1	Equipamentos e acessórios utilizados na implantação da rede GPS do Estado de São Paulo	73
5.6.2	Posicionamento sobre RNs	75
5.6.3	Processamento e ajustamento dos dados da rede GPS	91
6	ESTRATÉGIAS USADAS NA DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE	98
6.1	COMPARTIMENTAÇÃO DA ÁREA	98
6.2	DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE COM DADOS IRREGULARES	100
6.3	DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE COM O MODELO DIGITAL DA ANOMALIA AR-LIVRE	115
6.3.1	Geração do Modelo Gravimétrico Digital Ar-Livre MDAL	115
6.3.2	Determinação do geóide com o MDAL	121
6.4	ANÁLISE DOS MODELOS GEOIDAIIS OBTIDOS	132
7	AVALIAÇÃO E APRIMORAMENTO DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS	135
7.1	AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS	135
7.2	AVALIAÇÃO RELATIVA DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS	165
7.3	MODELAGEM E CORREÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA	172
7.4	ANÁLISE DAS CARACTERÍSTICAS LOCAIS DOS MODELOS GEOIDAIIS	184

8	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	197
9	REFERÊNCIAS	200

LISTA DE FIGURAS

FIGURA

2.1	<i>Conventional Terrestrial System</i>	05
2.2	<i>Celestial Reference System</i>	06
2.3	<i>Orbital Reference System</i>	07
2.4	Coordenadas geodésicas de um ponto na superfície física da Terra	12
2.5	Representação do <i>Datum</i> local	15
2.6	Materialização do <i>Datum</i> horizontal (Vértice Chuá)	15
2.7	O marégrafo e a origem da altitude ortométrica	17
2.8	Transformação de coordenadas cartesianas em geodésicas e vice-versa	19
3.1	Elementos do campo de gravidade anômalo	27
3.2	Componentes do desvio da vertical	27
3.3	Aproximação esférica	31
4.1	Parâmetros essenciais das funções covariâncias	40
5.1	Distribuição dos dados gravimétricos na área de estudo	53
5.2	Modelo Topográfico-Digital do Estado de São Paulo - MTDSP	55
5.3	Modelo digital do Erro do MTDSP	55
5.4	Estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo RBMC	60
5.5	Linhas do nivelamento executado pelo IGG	62
5.6	Monumentação das RNs implantadas pelo IGG	63
5.7	Rede de nivelamento do IBGE	64
5.8	Monumentação das RNs implantadas pelo IBGE	65
5.9	Diferenças entre o nível médio do mar no marégrafo de Imbituba, e nos outros marégrafos da costa brasileira	66
5.10	Resultados do ajustamento: a em preto, a rede de macrocircuitos utilizadas no ajustamento; b em escala de cores até 25cm, sem cor; de 25 a 50cm, em amarelo; de 50 a 75, em laranja; e acima de 75, em vermelho, são mostradas as diferenças entre as novas altitudes ajustadas e as altitudes preliminares. Para maiores detalhes ver (Luz & Guimarães, 2001)	68
5.11	Distribuição dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo	74

5.12	Receptor em operação e acessórios	76
5.13	Característica da antena ASH707018A	77
5.14	Exemplo de posicionamento sobre a RN	79
5.15	Implantação e observação de uma RN excêntrica	80
5.16	Nivelamento Geométrico	81
5.17	Exemplo da ficha descritiva do ponto GPS posicionado	90
6.1	Divisão da área em blocos quadrados Representação do bloco A	99
6.2	Esquematização do cálculo do geóide utilizando dados irregulares	101
6.3	Distribuição dos dados gravimétricos após a divisão dos blocos	103
6.4	Representação das componentes da altura geoidal	105
6.5	Funções covariâncias $(C_{\Delta g \Delta g})$ empírica e ajustada para os blocos com dados irregulares	107
6.6	Função covariância $(C_{\Delta g \zeta})$ para os blocos com dados irregulares	110
6.7	Função covariância $(C_{\zeta \zeta})$ para os blocos com dados irregulares	111
6.8	Dimensão da área selecionada para a determinação das alturas geoidais	112
6.9	Modelo Digital do Geóide determinado com dados irregulares MDGI	114
6.10	Modelo digital do erro estimado para o MDGI	114
6.11	Modelo digital Bouguer com resolução de 5'	116
6.12	Modelo digital Bouguer com resolução de 30'	116
6.13	Modelo Gravimétrico Digital Bouguer Residual MDBR	117
6.14	Modelo digital do erro estimado para MDBR	117
6.15	Modelo Digital Ar-Livre MDAL	120
6.16	Modelo digital do erro estimado para o MDAL	120
6.17	Anomalia gravimétrica de referência obtidas do EGM96	122
6.18	Funções covariâncias bidimensionais estimadas para os Blocos C e F	125
6.19	Funções covariâncias $(C_{\Delta g \Delta g})$ empírica e ajustada para os blocos com dados distribuídos de forma regular	127
6.20	Funções covariâncias $(C_{\Delta g \zeta})$ para os blocos com dados distribuídos de forma regular	128
6.21	Funções covariâncias $(C_{\zeta \zeta})$ para os blocos com dados distribuídos de forma regular	129

6.22	Modelo Digital do Geóide determinado com MDAL	131
6.23	Modelo Digital do erro estimado para o MDGR	131
6.24	Diferenças entre as alturas geoidais do MDGR e MDGI	133
7.1	Relação entre altitudes e altura geoidal	136
7.2	Componente sistemática obtida para a região de estudo	145
7.3	Diferenças entre as altitudes manuais e ajustadas para a região de estudo	159
7.4	Histogramas dos valores residuais obtidos para os modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95 com as altitudes preliminares	160
7.5	Histogramas dos valores residuais obtidos para os modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95, com as altitudes ajustadas	163
7.6	Esquema do princípio da avaliação relativa baseada na dupla diferença entre as alturas geoidais	166
7.7	Avaliação relativa dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95, com as altitudes preliminares	168
7.8	Avaliação relativa dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95, com as altitudes ajustadas	170
7.9	Resolução espacial dos dados da rede GPS do Estado de São Paulo	173
7.10	Erro relativo determinado para o modelo geoidal MDGR atitude preliminar	173
7.11	Erro relativo após a remoção da componente sistemática do geóide altitude ajustadas	181
7.12	O geóide MDGR antes e após a correção da componente sistemática	183
7.13	Área de abrangência dos pontos da rede GPS e componente sistemática	185
7.14	Erro relativo do modelo geoidal MDGR, após a correção da componente sistemática	185
7.15	Características topográficas dos pontos do perfil	187
7.16	Localização do perfil sobre o modelo geoidal determinado para a área	187
7.17	Comparação no Perfil das alturas geoidais GPS e dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95	188
7.18	Diferenças das alturas geoidais obtidas para o perfil altitudes preliminares	193

7.19	Diferenças das alturas geoidais obtidas para o perfil altitudes ajustadas	193
7.20	Comparação da altura geoidal GPS e dos modelos geoidais, após a correção da componente sistemática altitude preliminar	195
7.21	Comparação da altura geoidal GPS e dos modelos geoidais, após a correção da componente sistemática altitude ajustada	196

LISTA DE TABELAS

TABELA

5.1	Estatísticas dos dados gravimétricos no Estado de São Paulo	52
5.2	Coeficientes do modelo EGM96 $n=m=5$	58
5.3	Conversão das altitudes do IGG para as altitudes preliminares do IBGE e das preliminares para as ajustadas IBGE	69
5.4	Conversão das altitudes do IBGE ajustadas para as altitudes manuais do IBGE	70
5.5	Locais onde foi necessária a implantação de estações excêntricas através do nivelamento geométrico	83
5.6	Campanhas realizadas para a implantação da Rede GPS do Estado de São Paulo	86
5.7	Coordenadas das estações da RBMC utilizadas no ajustamento dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo	92
5.8	Coordenadas dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo ajustadas com as Estações da RBMC Brasília, Curitiba, Presidente Prudente e Viçosa	95
6.1	Estatísticas das correções atmosféricas e topografia, para os dados gravimétricos irregulares	102
6.2	Estatística da anomalia ar-livre residual para os blocos com dados irregulares	104
6.3	Parâmetros ajustados para os blocos com dados irregulares	108
6.4	Covariâncias e parâmetros ajustados para os blocos com dados irregulares	121
6.5	Estatísticas das correções atmosférica e topográfica aplicada ao MDAL	123
6.6	Parâmetros ajustados para os blocos com dados regulares	126
7.1	Alturas geoidais GPS obtidas a partir das altitudes geométricas e ortométricas ajustadas e preliminares, com os respectivos erros padrões	138
7.2	Diferenças entre as alturas geoidais GPS e dos modelos geoidais altitudes preliminares	146
7.3	Diferenças entre as alturas geoidais GPS e dos modelos	

	geoidais avaliados altitudes ajustadas	152
7.4	Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes preliminares	161
7.5	Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes preliminares Sem erros grosseiros	161
7.6	Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes ajustadas	164
7.7	Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes ajustadas Sem erros grosseiros	164
7.8	Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais altitudes preliminares	169
7.9	Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais altitudes ajustadas	171
7.10	Coefficientes dos polinômios ajustados para os modelos avaliados altitudes preliminares	176
7.11	Valores estatísticos encontrados, após a remoção da componente sistemática, para os modelos geoidais avaliados altitudes preliminares	176
7.12	Teste F para a avaliação dos modelos polinomiais altitudes preliminares	177
7.13	Coefficientes dos polinômios ajustados para os modelos avaliados altitudes ajustadas	178
7.14	Valores estatísticos encontrados, após a remoção da componente sistemática, para os modelos geoidais avaliados altitudes ajustadas	179
7.15	Teste F para a avaliação dos modelos polinomiais altitudes ajustadas	179
7.16	Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais após a remoção da componente sistemática altitudes preliminares	182
7.17	Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais após a remoção da componente sistemática altitudes ajustadas	182
7.18	Diferenças entre as alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes preliminares e as dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95	189
7.19	Diferenças entre as alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes ajustadas e as dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95	190
7.20	Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados altitudes preliminares	192
7.21	Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais	

	avaliados altitudes ajustadas	192
7.22	Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados após a remoção da componente sistemática altitudes preliminares	194
7.23	Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados após a remoção da componente sistemática altitudes ajustadas	194

LISTA DE SIGLAS

SIGLA

BIH	<i>Bureau International de l'Heure</i>
CIO	<i>Conventional International Origin</i>
CMQ	Colocação por Mínimos Quadrados
CNG	Conselho Nacional de Geodésica
CRS	<i>Celestial Reference System</i>
CTP	<i>Convencional Terrestre Pole</i>
CTS	<i>Convencional Terrestre System</i>
DORIS	<i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
EGM96	<i>Earth Geopotential Model 1996</i>
ERS-1	<i>European Remote Sensing Satellite 1</i>
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
FCT/UNESP	Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual Paulista
GEOSAT	<i>Geodetic Satellite</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRS67	<i>Geodetic Reference System 1967</i>
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
GSFC	<i>Goddard Space Flight Center</i>
IAG/USP	Instituto Astronômico e Geofísico da Universidade de São Paulo
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS	<i>International Earth Rotation Service</i>
IGG	Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo
IGS	<i>International GPS Service</i>
IGSN71	<i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
ISPM	<i>International Service of Polar Motion</i>
ITRF	<i>International Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>

JPG5	<i>Joint Gravity Project 5</i>
LLR	<i>Lunar Laser Ranging</i>
MDAL	Modelo Digital Gravimétrico Ar-livre
MDB	Modelo Gravimétrico Digital Bouguer
MDB5	Modelo Gravimétrico Digital Bouguer com resolução de 5'
MDB30	Modelo Gravimétrico Digital Bouguer com resolução de 30'
MDBR	Modelo Gravimétrico Digital Bouguer Residual
MDGI	Modelo Digital do Geóide obtido com dados irregulares
MDGR	Modelo Digital do Geóide obtido com dados regulares
MDG95	Modelo Digital do Geóide determinado por Sá & Molina (1995)
MGD30'	Modelo Gravimétrico Digital com resolução de 30'
MGD60'	Modelo Gravimétrico Digital com resolução de 60'
MM	Marco Municipal
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MTDB	Modelo Topográfico Digital do Brasil
MTDSP	Modelo Topográfico Digital do Estado de São Paulo
MVC	Matriz variância-covariância
NASA	<i>National Aeronautic and Space Administration</i>
NGS	<i>National Geodetic Survey</i>
NIMA	<i>National Imagery and Mapping Agency</i>
ORS	<i>Orbital Reference System</i>
OSU	<i>Ohio State University</i>
QUASARS	<i>Quase Stellar Rádio Source</i>
RAAP	Rede Altimétrica de Alta Precisão do Brasil
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RGFB	Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira
RINEX	<i>Receiver INdependent EXchange format</i>
RN, RNs	Referência de Nível, Referências de Nível
RNFB	Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil
RNFSP	Rede de Nivelamento Fundamental do Estado de São Paulo
SAD69	<i>South American Datum 1969</i>
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>

SP	<i>Spectra Precision</i>
TC	<i>Terrain Correction</i>
TEQC	<i>Translation, Edition and Quality Control</i>
U. S. NGDC	<i>U. S. National Geophysical Data Center</i>
U.S. DoD	<i>U. S. Department of Defense</i>
U.S. NGDC	<i>U. S. National Geophysical Data Center</i>
UNAVCO	<i>University Consortium</i>
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i>

RESUMO

A determinação e o aprimoramento do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo constituem o objetivo principal deste trabalho. Essa idéia foi colocada em prática com a determinação de dois modelos geoidais. O primeiro foi calculado utilizando a distribuição irregular dos dados (MDGI); o segundo, utilizando um modelo digital gerado a partir de dados gravimétricos e topográficos (MDGR). Na determinação desses geóides, foi utilizado o método da colocação por mínimos quadrados, que permite combinar dados do campo de gravidade resultantes de levantamentos gravimétricos terrestres e oceânicos, e das missões geodésicas de altimetria por satélite, dados topográficos, e coeficientes de modelos geopotenciais.

Na avaliação dos geóides, determinados neste trabalho (MDGI e MDGR), e dois já existentes (MDG95 e EGM96), foi usada uma rede GPS densa, implantada sobre RNs, e ajustadas com relação as estações da RBMC. Esses dados proporcionaram a avaliação dos modelos geoidais de forma absoluta e relativa. Na avaliação absoluta foram comparadas as alturas geoidais, obtidas por técnicas diferentes, nos mesmos pontos; na relativa, foram comparadas as diferenças de alturas geoidais entre pares de pontos. Os resultados mostraram que a componente sistemática é semelhante à encontrada em muitos países. Na avaliação relativa do geóide gravimétrico, obtida a partir de pares das diferenças entre o geóide gravimétrico e o geóide GPS, observa-se que as diferenças encontradas estão dentro das exigências para a utilização destes modelos geoidais no nivelamento por satélite. Após a avaliação dos modelos geoidais, foi necessário compatibilizar modelo geoidal com o sistema altimétrico. O polinômio de segundo grau foi escolhido para representar a componente sistemática, e posteriormente, utilizado para compatibilizar o sistema altimétrico. A metodologia usada neste trabalho, para a determinação e aprimoramento do geóide no Estado de São Paulo, constitui uma estratégia a ser aplicada em outras partes do Brasil e fornecer precisão para as alturas geoidais compatível com a do nivelamento.

ABSTRACT

The determination and the improvement of the gravimetric geoid in São Paulo State constitute the main objective of this work. This idea became reality with the determination of two geoid models. The first one was calculated from an irregular distribution of gravity data (MDGI); the second one computed from a digital gravity model and topographic data (MDGR). These geoids were computed by least squares collocation method, which allows to combine terrestrial and oceanic gravity data, satellite altimetry derived data, topographic data, and coefficients of geopotential model.

In the evaluation of the geoids determined in this work (MDGI and MDGR), and the two already existing ones (MDG95 and EGM96), was used a dense GPS network, established on benchmarks, and adjusted by fixing the RBMC stations net. These data have enabled the evaluation of the geoid models in absolute and relative ways. In absolute evaluation, the geoid heights computed in the same points by different techniques, have been compared; in the relative evaluation, the differences of geoid heights among pairs of points have been compared. The results showed that the systematic component is similar to that one encountered in many countries. In relative evaluation of the gravimetric geoid, accomplished from pairs of differences between the gravimetric geoid and GPS geoid, was observed that the differences satisfy the requirements for the use of these geoidal models in the satellite levelling. After the evaluation of geoidal models, it was necessary make them compatible geoidal model with the altimetric system geoid. The second degree polynomial was chosen to represent the systematic component, and later on to make these geoids compatible with the altimetric system geoid. The methodology used in this work for the determination and improvement of the geoid in the São Paulo State, constitutes a strategy to be applied in other parts of Brazil and to provide the precision the geoid heights compatible with that one of levelling.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A determinação da altitude ortométrica, imprescindível em várias atividades cotidianas (mapeamento, distribuição de água, saneamento, planejamento urbano, etc), praticamente não evoluiu durante um século e, até bem pouco tempo não havia alternativa para se evitar os inconvenientes da morosidade e do custo elevado do nivelamento clássico. Isto é particularmente problemático para os países com dimensões continentais, como é o caso do Brasil, que além das dificuldades geográficas naturais, é inviável economicamente a implantação de uma rede de nivelamento, que se estenda por todas as regiões do País, de maneira a possibilitar uma distribuição geográfica adequada às necessidades dos usuários. Atualmente, nas atividades mencionadas é possível substituir os métodos tradicionais, pelo uso do GPS combinado com alturas obtidas de modelos de alta resolução. Neste caso, dois requisitos são fundamentais: um geóide de alta precisão compatível com o sistema altimétrico, e uma rede GPS suficientemente densa que permita a aplicação desta metodologia de forma eficiente. Esta combinação tem motivado inúmeros trabalhos nestes últimos anos (Featherstone, 2001; Subiza, 2000; Fotopoulos et al., 1999; Kotsakis & Sideris, 1999; Mainville et al., 1992; Engelis et al., 1984; entre outros).

Neste trabalho, são apresentadas metodologias para determinação e avaliação do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo. Na determinação do geóide, é utilizado o método da colocação por mínimos quadrados, que permite combinar dados do campo de gravidade resultantes de levantamentos gravimétricos terrestres e oceânicos, e das missões geodésicas de altimetria por satélite, dados topográficos, e coeficientes de modelos geopotenciais. Além de possibilitar a utilização de dados distribuídos geograficamente na forma regular, ou na forma irregular, tal como são obtidos em campo, esta técnica permite estimar o erro padrão para a altura geoidal determinada.

Na avaliação do geóide, são comparadas as alturas geoidais obtidas a partir de dados do campo de gravidade com as alturas geoidais determinadas a partir das coordenadas geodésicas, obtidas com o posicionamento através do GPS em pontos da rede de nivelamento geométrico, e da altitude ortométrica nesses pontos. A técnica consiste basicamente em determinar as diferenças entre as alturas geoidais e os respectivos erros formais, obtidos com técnicas e dados independentes. A componente residual geralmente encontrada nessa comparação pode ser modelada e usada no aprimoramento do geóide gravimétrico. A

inexistência de uma rede GPS com essas características, e a necessidade de se determinar um modelo geoidal de alta precisão para essa região, conduziram ao projeto de pesquisa amplo sobre o uso do GPS no aprimoramento do geóide e apoio básico local (Sá, 1999), no qual se insere este projeto de doutorado.

Os objetivos principais deste trabalho são: calcular as alturas geoidais nos pontos que constituem a rede GPS no Estado de São Paulo; determinar o geóide gravimétrico da região, usando o mais recente modelo do geopotencial, denominado de EGM96, novos dados gravimétricos e topográficos; avaliar o modelo geoidal, e os respectivos erros estimados, e modelar a componente sistemática do geóide gravimétrico que geralmente resulta do uso de modelos geopotenciais, para torná-lo compatível com o do sistema altimétrico brasileiro.

Desta forma, no Capítulo 2 apresenta-se um resumo dos referenciais utilizados nos levantamentos geodésicos, priorizando os que foram utilizados nesta pesquisa; o Capítulo 3 descreve os elementos constituintes do campo de gravidade e a relação entre os funcionais entre eles; o Capítulo 4 trata dos princípios da metodologia de colocação por mínimos quadrados; No Capítulo 5 tem-se uma descrição dos dados envolvidos neste trabalho. No Capítulo 6 encontra-se a metodologia utilizada para a determinação do geóide no Estado de São Paulo, demonstrando de forma prática, a aplicação do método da colocação por mínimos quadrados. Combinando o modelo geopotencial EGM96, com dados do campo de gravidade resultantes de levantamentos gravimétricos terrestres e oceânicos, e das missões geodésicas de altimetria por satélite. No Capítulo 7 é tratada a avaliação do geóide, são comparadas as alturas geoidais obtidas a partir de dados do campo de gravidade com as alturas geoidais determinadas a partir das coordenadas geodésicas, resultantes do posicionamento através do GPS em pontos da rede de nivelamento geométrico, e da altitude ortométrica nesses pontos. A técnica consiste basicamente em determinar as diferenças entre as alturas geoidais e os respectivos erros formais, obtidos com técnicas e dados independentes, de modo que a componente sistemática, geralmente é encontrada, possa ser modelada e usada no aprimoramento do geóide gravimétrico. Finalmente, no Capítulo 8 traz as discussões e conclusões obtidas nesta pesquisa.

CAPÍTULO 2

REFERENCIAIS UTILIZADOS EM GEODÉSIA

O desenvolvimento das técnicas de posicionamento *Very Long Baseline Interferometry* (VLBI), *Satellite Laser Ranging* (SLR), *Lunar Laser Ranging* (LLR), *Global Positioning System* (GPS), e mais recentemente, *Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite* (DORIS), possibilitaram o aperfeiçoamento dos sistemas de referência atuais, com uma precisão jamais vista. O posicionamento de pontos na superfície física da Terra envolve dois tipos de coordenadas: as cartesianas e as geodésicas. As coordenadas cartesianas tornaram-se importantes nas últimas décadas com o posicionamento por satélite; contudo, por serem de uso prático mais adequado, as coordenadas geodésicas, ainda são as preferidas. Neste Capítulo, abordam-se os referenciais utilizados em Geodésia, onde estão inseridas as coordenadas cartesianas e elipsoidais. E, no final, algumas considerações a respeito de *Datum* (local, geocêntrico e altimétrico) e sobre transformação de coordenadas.

2.1 REFERENCIAIS CARTESIANOS

Os referenciais cartesianos estão relacionados com o posicionamento por satélite, são geocêntricos, haja vista que o movimento dos satélites ocorre ao redor do centro de massa da Terra. Os referenciais cartesianos utilizados são: o *Conventional Terrestrial System* (CTS); no qual se determinam as coordenadas do ponto, o *Celestial Reference System* (CRS), no qual se posicionam os satélites no espaço; e para descrever o movimento dos satélites no plano orbital, utiliza-se o *Orbital Reference System* (ORS). Os referenciais envolvem dois aspectos importantes: a *definição*, que especifica a origem e a orientação dos eixos; e a *realização*, que torna a definição operacional.

2.1.1 *Conventional Terrestrial System* (CTS)

É assim denominado por estar vinculado ao centro de massa da Terra, acompanhando-o em seu movimento de rotação.

- Definição do CTS (Monico, 2000)

- geocêntrico (origem no centro de massa da Terra, incluindo oceanos e atmosfera);
- o eixo Z coincidente com o eixo de rotação médio da Terra, posição correspondente à *Conventional International Origin* (CIO) que, com a introdução do conjunto aprimorado de nuações, passou a ser denominado *Conventional Terrestrial Pole* (CTP);
- o eixo X contido no plano do equador terrestre médio, e no meridiano médio de *Greenwich*; este é definido pelo eixo terrestre médio e o meridiano zero das longitudes (observatório médio de *Greenwich*), definidos pelo *Bureau International de l'Heure* (BIH); e
- o eixo Y contido no plano equatorial médio, completando o terno ortogonal dextrógiro (Figura 2.1).

- Realização do CTS

O CTS é realizado através das coordenadas (preferencialmente cartesianas) de uma rede mundial de estações (VLBI, SLR, LLR, GPS, DORIS, etc.). O CTS, monitorado pelo *International Earth Rotation Service* (IERS), é chamado *International Terrestrial Reference System* (ITRS); foi especificado pela resolução N^o 2 da *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG); e aprovada na 20^a. Assembléia Geral de Viena, em 1991. As realizações do ITRS são produzidas pelo IERS com a denominação de *International Reference Frame* (ITRF) e consistem de uma lista de coordenadas (e velocidades) para estações selecionadas do IERS.

Atualmente, o ITRF_{aa} é publicado anualmente pelo IERS. Os números (aa), que seguem a sigla ITRF, especificam o ano em que os dados foram usados na determinação do sistema. Assim, o ITRF94 é a designação do conjunto de coordenadas e velocidades, determinados em 1995, a partir dos dados do IERS disponíveis em 1994. A versão atual do ITRF recebe a denominação de ITRF2000, que em definição, não existem diferenças entre esta e as versões de 94, 96 e 97. Pois a orientação, a origem, a escala e a evolução temporal foram sempre definidas de modo a serem iguais em todas as versões. As únicas alterações estão relacionadas à quantidade de estações e a metodologia de ajustamento adotada (Costa, 2000).

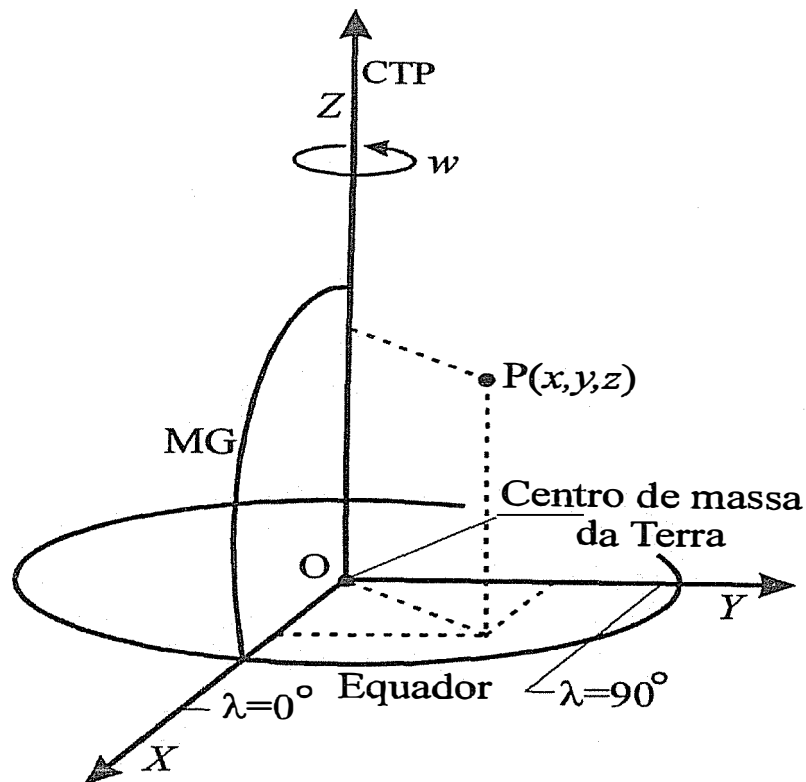


Figura 2.1 - *Conventional Terrestrial System*

2.1.2 *Celestial Reference System* (CRS)

- Definição do CRS (Gemael, 1981)

- geocêntrico;
- o eixo Z coincidente com o eixo de rotação verdadeiro da época T (sujeito à precessão geral e a nutação, orientado para o pólo norte verdadeiro na época T);
- o eixo X coincidente com a linha dos equinócios, orientado para o ponto vernal verdadeiro da época T; e
- o eixo Y a 90° de X no sentido dextrógiro (Figura 2.2).

- Realização do CRS

É definida por um catálogo de coordenadas equatoriais, ascensão reta e declinação, de fontes de radio extragalácticos *quasars* (*Quase Stelar Rádio Source*) na época de referência J2000, calculada de modo a não apresentar movimento próprio (Monico, 2000).

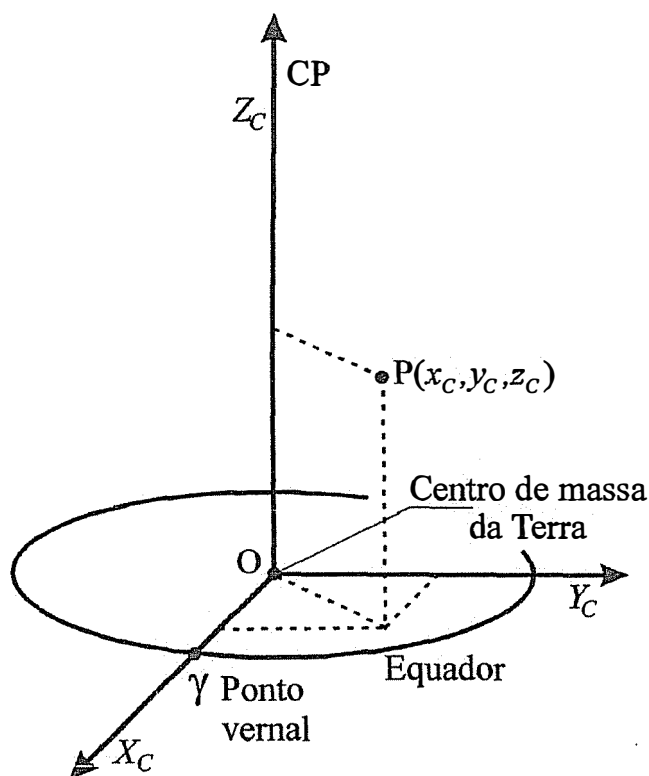


Figura 2.2 - *Celestial Reference System*

2.1.3 *Orbital Reference System* (ORS)

O referencial orbital é utilizado para descrever o movimento dos satélites artificiais, em função dos elementos orbitais (keplerianos).

- Definição do ORS (Gemael, 1981)

- geocêntrico (origem no centro de massa da Terra, que coincide com um dos focos da elipse kepleriana);
- o eixo Z_0 perpendicular ao plano orbital;
- o eixo X_0 contido no plano orbital, coincidindo com a linha dos ápsides (eixo maior), orientado positivamente para o perigeu;
- o eixo Y_0 contido no plano orbital, completando o terno ortogonal dextrógiro (Figura 2.3).

- Realização do ORS

É realizado pela combinação de dois referenciais: o orbital (ORS) e o terrestre convencional (CTS), através dos parâmetros keplerianos (semi-eixo maior (a) e excentricidade da órbita (e); ascensão reta do nodo ascendente (Ω), inclinação da órbita (i), argumento do perigeu (ω) e época da passagem pelo perigeu) e pelas anomalias da órbita kepleriana (anomalias verdadeira, excêntrica e média).

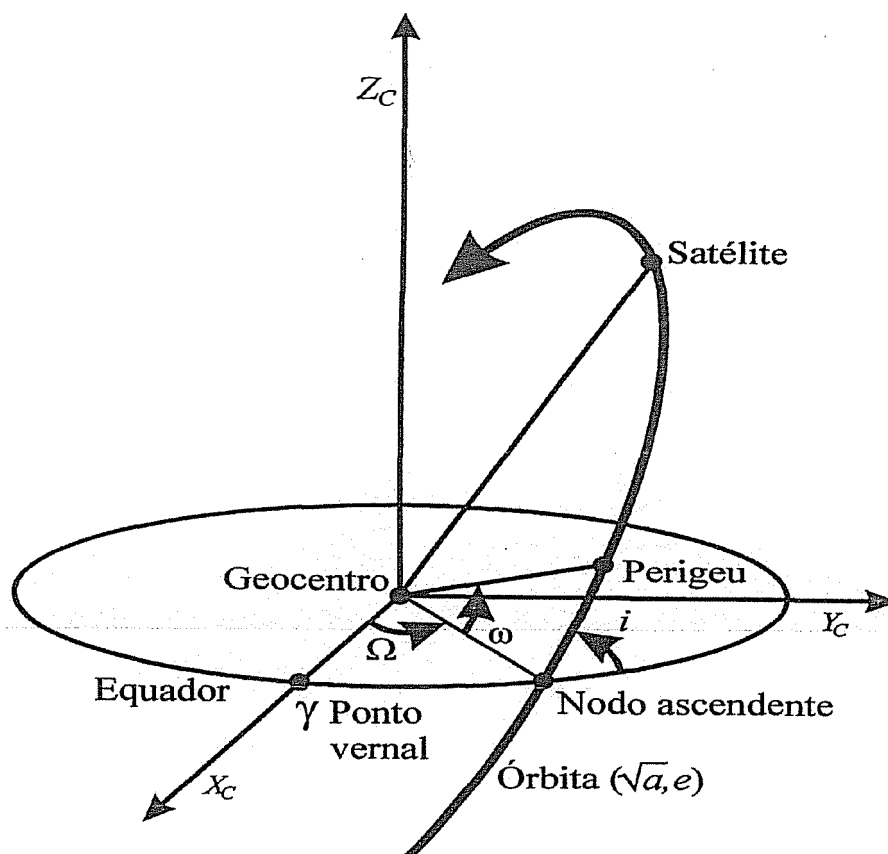


Figura 2.3 - *Orbital Reference System*

2.2 REFERENCIAL ELIPSOIDAL

No referencial elipsoidal, a Terra é representada por um elipsóide de revolução, sobre o qual são realizados todos os cálculos envolvidos no posicionamento geodésico. O elipsóide de revolução é definido por um conjunto de constantes fundamentais que são: o semi-eixo maior (a), velocidade angular (ω), constante gravitacional geocêntrica (GM) e a constante dinâmica de forma (J_2). A realização do referencial é feita a partir de observações realizadas sobre a superfície da Terra, por inúmeras técnicas de posicionamento, citadas no início deste Capítulo.

Além das constantes fundamentais, o elipsóide de revolução é definido através de constantes classificadas em: *constantes geométricas e físicas derivadas*. O conjunto de parâmetros físicos e geométricos, necessários para definir o modelo terrestre e o campo de gravidade teórico, é chamado de *Sistema de Referência Geodésico*. Exemplos destes sistemas são *Geodetic Reference System 1967 (GRS67)*, *Geodetic Reference System 1980 (GRS80)* e o *World Geodetic System 1984 (WGS84)*.

2.2.1 *Geodetic Reference System 1967 (GRS67)*

Reunida em 1967 na Assembléia Geral, realizada em Lucerne, a *International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG)* adotou oficialmente o *Geodetic Reference System 1967 (GRS67)*, em substituição ao GRS30, que se tornou inadequado com as inovações da era espacial. A definição do GRS67 é coincidente com a do *South América Datum 1969 (SAD69)*, adotado pelo Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). Os dados gravimétricos utilizados, neste trabalho, encontram-se referenciados a este sistema. Portanto, faz-se necessária a definição de suas constantes.

Constantes Fundamentais

Semi-eixo maior	a	6378160 m
Velocidade angular	ω	$7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$
Constante gravitacional geocêntrica	GM	$398603 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Constante dinâmica de forma	J_2	10827×10^{-7}

Constantes Geométricas Derivadas

Semi-eixo menor	b	6356774,52 m
Excentricidade linear	E	521864,67 m
Raio médio polar	c	6399617,43 m
Primeira excentricidade	e^2	0,006694605
Segunda excentricidade	e'^2	0,006739725
Achatamento polar	α	1:298,247167
Comprimento de um quadrante	Q	10002001,23 m
Raio terrestre médio	R_1	6371031,51 m
Raio da esfera de mesma superfície	R_2	6371029,91 m
Raio da esfera de mesmo volume	R_3	6371023,52 m

Constantes Físicas Derivadas

Esferopotencial	U_0	6263703,05 m ² s ⁻²
Coefficientes do esferopotencial de grau 4	J_4	-0,000002370912
Idem para o grau 6	J_6	0,000000006083
Idem para o grau 8	J_8	-0,000000000014
$m = (\omega^2 a^2) / GM$	m	0,003449801434
Gravidade teórica equatorial	γ_e	9,78031845 ms ⁻²
Gravidade teórica polar	γ_p	9,83217717 ms ⁻²

2.2.2 Geodetic Reference System 1980 (GRS80)

Em 1979, na Assembléia geral, realizada na cidade de *Camberra*, a *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG) adotou oficialmente o *Geodetic Reference System 1980* (GRS80). No GRS80, foi removida a deformação de maré da constante dinâmica de forma, e fixados os erros padrões das constantes fundamentais. Nos trabalhos envolvendo elementos do campo de gravidade, é adotado o GRS80. Os dados gravimétricos oriundos de levantamentos oceanográficos, de altimétrica por satélite e até os dados obtidos dos modelos geopotenciais estão referidos a este sistema. As anomalias gravimétricas existentes no país estão referidas ao GRS67, conforme já citado; é o referencial adotado no SGB, e por isso é necessária à sua conversão para o GRS80. Por isso, o conhecimento de suas constantes é importante, e são dadas a seguir (IAG, 2000).

Constantes Fundamentais

Semi-eixo maior	a	6378137 m
Velocidade angular	ω	7,292115x10 ⁻⁵ rad s ⁻¹
Constante gravitacional geocêntrica	GM	3986005x10 ⁸ m ³ s ⁻²
Constante dinâmica de forma	J_2	108263x10 ⁻⁸

Constantes Geométricas Derivadas

Semi-eixo menor	b	6356752,314 m
Excentricidade linear	E	521854,010 m
Raio médio polar	c	6399593,626 m
Primeira excentricidade	e^2	0,006694380023
Segunda excentricidade	e'^2	0,006739496755

Achatamento polar	α	1:298,257222101
Comprimento de um quadrante	Q	10001965,729 m
Raio terrestre médio	R_1	6371008,771 m
Raio da esfera de mesma superfície	R_2	6371007,181 m
Raio da esfera de mesmo volume	R_3	6371000,790 m
Constantes Físicas Derivadas		
Esferopotencial	U_0	6263686,085 m ² s ⁻²
Coefficiente do esferopotencial de grau 4	J_4	0,000002370912
Idem para o grau 6	J_6	0,000000006083
Idem para o grau 8	J_8	-0,000000000014
$m = (\omega^2 a^2) / GM$	m	0,003449786003
Gravidade teórica equatorial	γ_e	9,780326776 ms ⁻²
Gravidade teórica polar	γ_p	9,832186368 ms ⁻²

2.2.3 *World Geodetic System 1984* (WGS84)

A crescente utilização do GPS nos levantamentos geodésicos tornou necessária a adoção de um sistema de referência geocêntrico. O sistema de referência dos satélites GPS, quando se utilizam efemérides transmitidas, é o *World Geodetic System 1984*, conhecido pela sigla WGS84 (NIMA, 2000).

O WGS84 é definido como um sistema geodésico geocêntrico, estabelecido pelo U. S. *Department of Defense* (DoD), desde 1960, com o objetivo de fornecer o posicionamento e a navegação em qualquer parte do mundo, através de informações espaciais.

Desde a sua criação, o WGS84 passou por duas atualizações, a primeira foi obtida através de uma nova materialização do sistema, desta vez com 32 estações (10 estações DoD correspondente à rede de referência WGS84 original (GPS) e mais 22 estações pertencentes à rede IGS). Essa solução recebeu a denominação de WGS (G730), foi adotada a época de referência 1994,0, utilizada nas órbitas operacionais dos satélites GPS de 29 de junho de 1994 a 29 de janeiro de 1997. A letra ‘G’ significa que neste refinamento foi utilizada a técnica GPS e ‘730’ se refere à semana GPS dessa solução. A segunda foi um trabalho que envolveu três instituições: a *National Imagery and Mapping Agency* (NIMA), a NASA através do *Goddard Space Flight Center* (GSFC) e a *Ohio State University* (OSU). O resultado foi o desenvolvimento de um novo modelo global do campo de gravidade da Terra, o *Earth*

Geopotential Model 1996 (EGM96). A nova realização do WGS84 recebeu a denominação de WGS84 (G873), referida a semana GPS 873, na época de referência 1997,0 que é a versão do WGS84 atualmente em uso (NIMA, 2000). A realização do WGS84 envolve um número considerável de estações, entre essas estações, estão as que monitoram o sistema GPS, isto é, Colorado Springs, Hawai, Ascencion, Diego Garcia, Kwajalein.

As diferenças encontradas nos parâmetros geométricos do elipsóide WGS84 e relação aos do GRS80, são causadas pela utilização do coeficiente do harmônico zonal de segundo grau no WGS84 para determinação do achatamento e que, no caso do GRS80, foi utilizada a constante dinâmica de forma. Os valores numéricos das constantes podem ser vistos a seguir (NIMA, 2000)

Constantes Fundamentais

Semi-eixo maior	a	6378137 m
Velocidade angular	ω	$7,292115 \times 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$
Constante gravitacional geocêntrica	GM	$3986004,418 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$
Constante dinâmica de forma	$\bar{C}_{2,0}$	$-0,484166774985 \times 10^{-3}$

Constantes Geométricas Derivadas

Semi-eixo menor	b	6356752,3142 m
Excentricidade linear	E	521854,00842339 m
Raio médio polar	c	6399593,6258 m
Primeira excentricidade	e^2	0,00669437999014
Segunda excentricidade	e'^2	0,00673949674228
Achatamento polar	α	1:298,257223563
Comprimento de um quadrante	Q	10001965,729 m
Raio terrestre médio	R_1	6371008,7714 m
Raio da esfera de mesma superfície	R_2	6371007,1809 m
Raio da esfera de mesmo volume	R_3	6371000,7900 m

Constantes Físicas Derivadas

Esferopotencial	U_0	$62636851,7146 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$
$m = (\omega^2 a^2) / GM$	m	0,00344978650684
Gravidade teórica equatorial	γ_e	$9,7803253359 \text{ ms}^2$
Gravidade teórica polar	γ_p	$9,8321849378 \text{ ms}^2$

2.2.4 Coordenadas Elipsoidais

As coordenadas geodésicas de um ponto $P(\varphi, \lambda, h)$ na superfície física da Terra (Figura 2.4), são definidas a partir do elipsóide de revolução adotado como modelo matemático da Terra. Estas são a

latitude geodésica (φ): é o ângulo formado pela normal que passa pelo ponto e a sua projeção sobre o plano do equador. Por convenção, a latitude é positiva no hemisfério norte e negativa no sul;

longitude geodésica (λ): é o ângulo do diedro formado pelo meridiano médio de *Greenwich* e o meridiano do ponto. Por convenção, a longitude é positiva contada leste e negativa contada a oeste de *Greenwich*;

altitude geométrica (h): é a distância, contada sobre a normal, entre o ponto considerado e o elipsóide;

normal (n): é a linha de força do campo de gravidade da terra teórica (modelo elipsoidal), que passa pelo ponto. Na prática, a normal é tangente a linha de força no ponto considerado;

azimute da direção (A): é o ângulo que o meridiano do ponto foram com a direção convencionada entre esses pontos;

vertical (v): é a linha de força do campo de gravidade da Terra real que passa pelo ponto. Na prática, a vertical é a tangente a linha de força no ponto considerado;

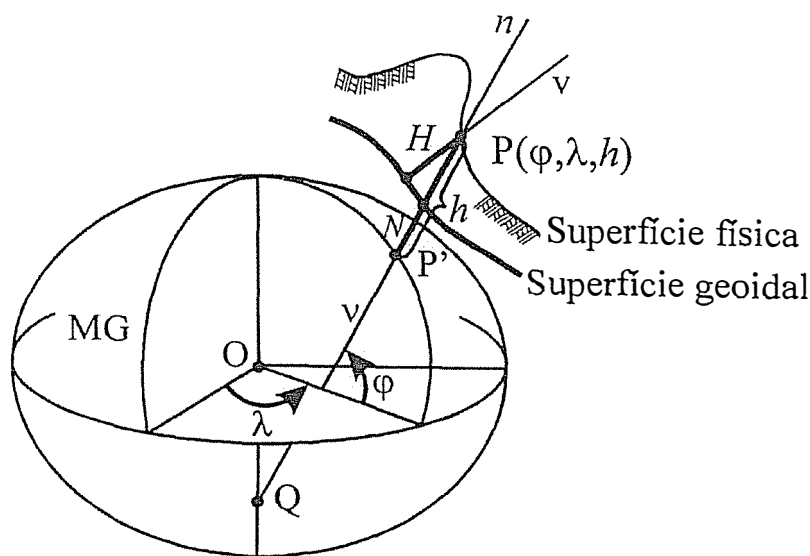


Figura 2.4 - Coordenadas geodésicas de um ponto na superfície física da Terra

latitude astronômica (Φ): é o ângulo que a vertical do ponto forma com a sua projeção sobre o plano do equador;

longitude astronômica (Λ): é o ângulo do diedro formado pelo meridiano médio de *Greenwich* e pelo meridiano local do ponto.

Para descrever completamente a forma da Terra, são necessários ainda os parâmetros que caracterizam as ondulações geoidais e a topografia terrestre, dados a seguir

altitude ortométrica (H): é a distância, contada sobre a vertical, entre o ponto considerado e o geóide. Por convenção, é positiva acima da superfície geoidal e negativa abaixo dela;

altura geoidal (N): é a distância, contada sobre a normal, entre as superfícies geoidal e elipsoidal. Por convenção, é positiva acima da superfície elipsoidal e negativa abaixo dela.

2.3 DATUM GEODÉSICO

O termo *Datum* é utilizado para designar um conjunto de parâmetros e dados, que constitui a base para obtenção de outros dados. Historicamente, o mapeamento e os trabalhos geodésicos foram iniciados próximos da costa oceânica, o que ocasionaram o surgimento de *Data* locais, exigindo a necessidade de fixar um ponto como origem e um azimute para a orientação das direções. Este *Datum* local, geralmente utiliza um elipsóide não geocêntrico para representar a figura da Terra na região a ser mapeada. E o sistema de coordenadas consistia de uma definição teórica e arbitrária dos parâmetros definidores dos sistemas geodésicos.

Um *Datum* local fica definido plenamente por oito parâmetros, a saber

- dois parâmetros que especificam as dimensões do elipsóide adotado, o semi-eixo maior e o achatamento;
- três parâmetros definem a orientação do elipsóide, a componente meridiana e primeiro vertical do desvio da vertical, e a altura geoidal;
- três coordenadas que definem a posição da base, a latitude geodésica, a longitude geodésica e a altitude geométrica.

No início dos levantamentos geodésico foi arbitrada, nos *Data* locais, a coincidência das

superfícies elipsoidal e geoidal, isto implicava em uma translação do elipsóide até tangenciar o geóide (Figura 2.5) no *Datum*. O que leva a coincidir no *Datum*, a normal e a vertical, e conseqüentemente, com a conseqüente igualdade das coordenadas geodésicas e astronômicas (Gemael, 1981). Um exemplo de *Datum* geodésico local é o SAD69 (*South American Datum* 1969), que foi adotado oficialmente em 1979 como um sistema de referência para trabalhos geodésicos e cartográficos desenvolvidos no território brasileiro.

Os parâmetros adotados na definição deste *Datum* são:

- *Superfície de referência*: GRS67
- *Semi-eixo maior*: 378160 m
- *Achatamento*: 1/298,25
- *Origem*: Vértice Chuá,
Coordenadas geodésicas:
Latitude $19^{\circ} 45' 41''.6527 S$
Longitude $48^{\circ} 06' 04''.0639 W$
Azimute (Chuá-Uberaba) $271^{\circ} 30' 04''.05$
- *Altitude Ortométrica*: 726,28 m
- *Orientação elipsóide-geóide na origem*: $\xi=0,31$; $\eta=3,52$; $N=0m$.

A Figura 2.6 mostra a materialização do *Datum* SAD69, Vértice Chuá, localizado no Estado de Minas Gerais. A estação é materializada por uma chapa metálica do Conselho Nacional de Geografia (CNG), sobre uma base de concreto. É circundada por uma mureta de proteção, e uma base adicional, de concreto. Sobre a base, há uma viga de concreto armado, sobre duas pilastras de apoio. Essa viga possui um orifício de centragem forçada, coincidente com a vertical do centro da estação, para a instalação de antenas utilizadas no rastreamento de sinais de satélite GPS. Para o usuário que não dispõe do pino de centragem forçada, o posicionamento tem que ser feito com o auxílio do tripé. A montagem do tripé sobre a viga de concreto, tornou-se uma tarefa trabalhosa, pois a viga dificulta a movimentação dos pés do tripé. Além disso, houve uma certa dificuldade para medir a altura da antena, devido à altura da viga, que obriga o usuário a instalar o tripé numa altura maior, estas observações foram detectadas na execução do posicionamento deste marco.

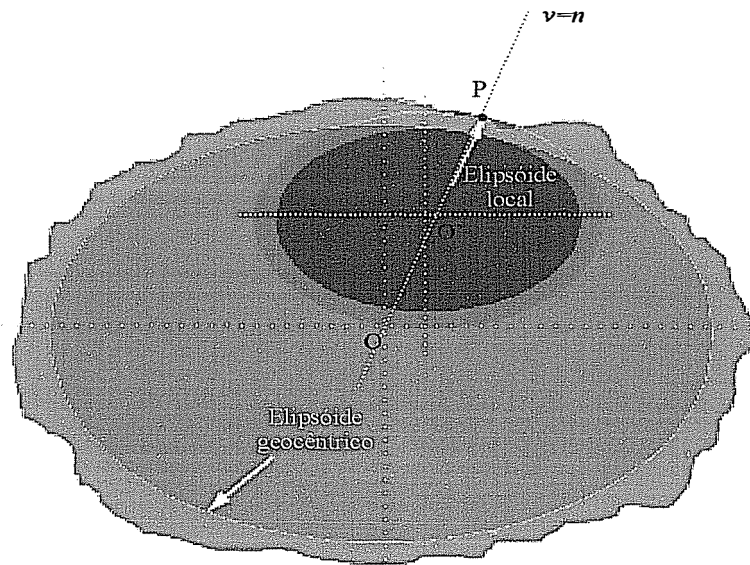
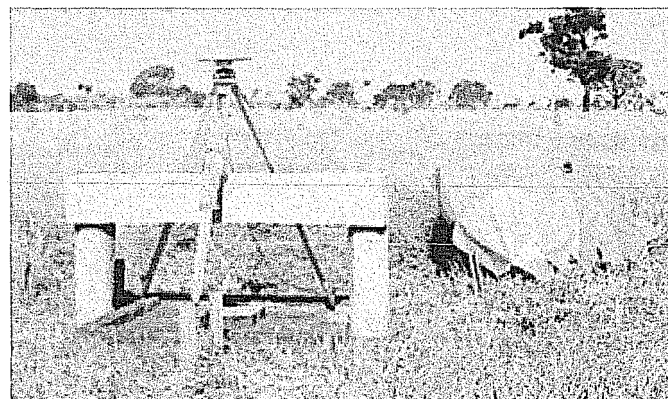


Figura 2.5 - Representação do *Datum* local



Posicionamento do vértice CHUÁ

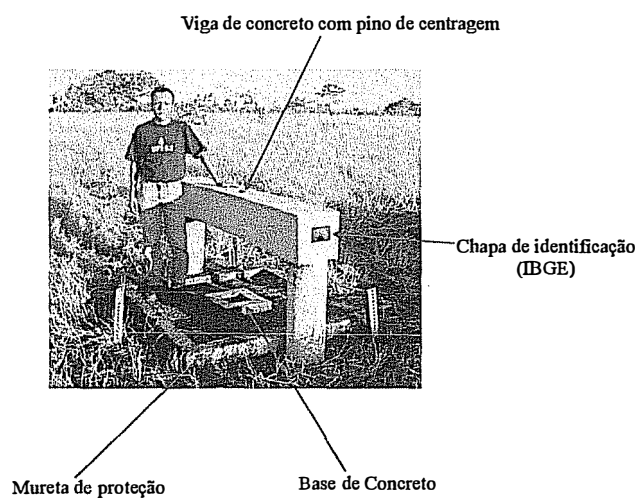


Figura 2.6 - Materialização do *Datum* horizontal (Vértice Chuá)

O *Datum geocêntrico* pressupõe a adoção de um elipsóide de revolução cuja origem coincide com o centro de massa da Terra, e sua materialização se dá mediante o estabelecimento de uma rede geodésica com coordenadas tridimensionais conhecidas. O Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul (SIRGAS), é um exemplo de *Datum geocêntrico*, foi criado na Conferência Internacional para definição de um Referencial Geocêntrico para América do Sul, realizada em 1993 em Assunção – Paraguai (IBGE, 1997). Os primeiros resultados do SIRGAS foram divulgados na reunião científica da IAG, realizada no Rio de Janeiro em 1997. Estes resultados se traduzem em uma das redes de referência continentais mais precisas do mundo. Composta por 58 estações distribuídas pelo continente sul-americano, com coordenadas determinadas por GPS e referidas ao sistema de referência internacional mais preciso, que é o ITRF94, época 1995.4, constituindo o sistema SIRGAS. Das 58 estações, 11 se situam no território brasileiro, das quais 9 coincidem com as estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), a rede GPS ativa implantada pelo Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

O *Datum altimétrico* é constituído pela equipotencial materializada através de marégrafos (Figura 2.7), e do conjunto de pontos nos quais se conhece a altitude referida a essa equipotencial. Esta é a equipotencial do campo de gravidade, que coincide com o nível médio dos mares, e a altitude obtida através do nivelamento, referida a esta superfície, é chamada de *ortométrica*. A altitude geométrica obtida através do posicionamento tridimensional está referida à superfície elipsoidal. No Brasil, até 1946, não existia uma superfície de referência para o cálculo das altitudes no nosso país, ou seja, não havia um *Datum altimétrico* brasileiro. Somente depois que o IBGE deu início à implantação da rede de nivelamento de precisão, é que foi adotado o nível médio do mar referido ao marégrafo de Torres(RS), o primeiro *Datum altimétrico* Brasileiro. Em 1958, este foi substituído pelo marégrafo de Imbituba (SC), que permanece até os nossos dias (Alencar, 1990).

As Referência de Nível (RNs), pertencentes à Rede Altimétrica de Alta Precisão do Brasil (RAAP), são materializadas através de marcos de concretos e chapas, cravadas sempre que possível em superfícies estáveis, como afloramentos rochosos, pontes, bases de monumentos, calçadas com espessura adequada, etc. As altitudes desses marcos e chapas foram obtidas a partir de um marco inicial (Figura 2.7), implantado próximo ao marégrafo, e a medição foi realizada através do nivelamento geométrico. As diferenças de altitude medidas variam de acordo com o campo de gravidade na região, além das irregularidades da topografia. Gemael (1981), chama a atenção para o nivelamento de precisão no Brasil, que na sua concepção, apresenta um aspecto puramente geométrico, sempre desacompanhado de

medições gravimétricas. Para tornar unívoca a rede altimétrica, usa-se a chamada correção ortométrica (correção do não paralelismo das superfícies equipotenciais), aplicada à altitude que decorre do nivelamento.

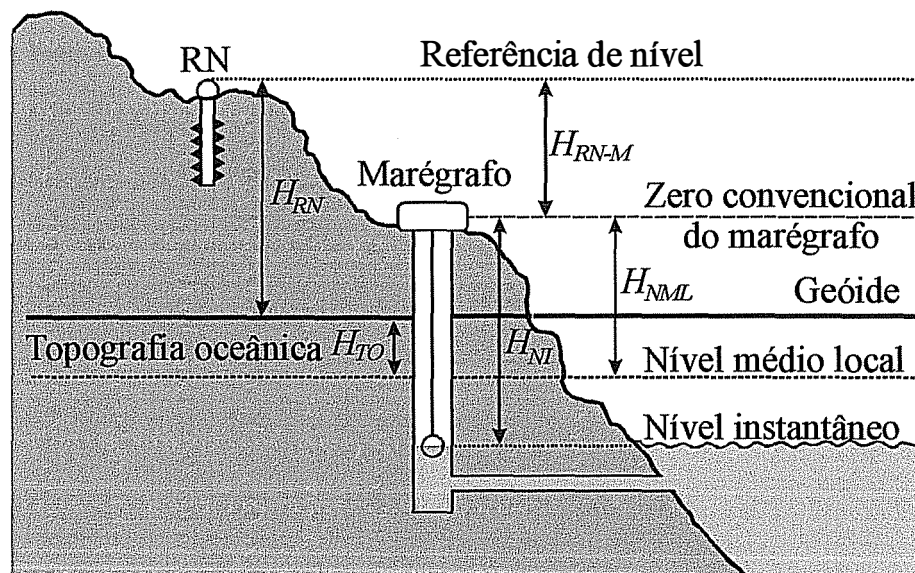


Figura 2.7 – O marégrafo e a origem da altitude ortométrica

Onde H_{RN} é a altitude da RN, H_{RN-M} é o desnível entre a RN e o marégrafo, H_{NI} é o desnível entre a superfície instantânea e o zero convencional (marégrafo), H_{TO} é a altitude da topografia oceânica, e H_{NML} é o desnível entre a superfície media local e o zero convencional (marégrafo), é obtido por análise harmônica a partir de H_{NI} .

Atualmente, o IBGE tem se preocupado em definir novas diretrizes para o gerenciamento da RAAP do país, com o objetivo de satisfazer as necessidades operacionais da comunidade técnica nacional (Luz & Guimarães, 2001). Nesta filosofia, destacam-se: a recomposição de uma estrutura homogênea da rede; a integração com os levantamentos gravimétricos e com o posicionamento por satélite; e o estabelecimento de estações maregráficas “geodésicas”, em que a preocupação é não somente a observação do nível do mar, mas também o monitoramento de todos os fenômenos associados.

2.4 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

As coordenadas cartesianas são as primeiras a serem obtidas no posicionamento com GPS; mas, nas aplicações cotidianas o usuário utiliza as coordenadas geodésicas. Por isso há a

necessidade de transformar as coordenadas de um sistema para outro. As expressões básicas envolvidas na transformação usuais são dadas a seguir.

2.4.1 Transformação de coordenadas cartesianas

Supondo que as coordenadas cartesianas sejam conhecidas em um sistema diferente daquele que se deseja, estas podem ser convertidas para o novo sistema, utilizando-se da seguinte expressão (Monico, 2000)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{novo}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{antigo}} + \begin{bmatrix} \mu & \varepsilon_z & -\varepsilon_y \\ -\varepsilon_z & \mu & \varepsilon_x \\ \varepsilon_y & -\varepsilon_x & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{antigo}} + \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde

$\Delta x, \Delta y, \Delta z$ são os parâmetros de translação

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ são os ângulos de rotação e μ um fator de escala, geralmente desprezados por serem de magnitude pequena.

Para exemplificar a utilização da expressão (2.1), sejam dadas as coordenadas no WGS84(873) e deseja-se transformar para o SIRGAS, utilizando os parâmetros obtidos para

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{SIRGAS}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{WGS84}} + \begin{bmatrix} 0,457 \\ 0,471 \\ 0,228 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Para se obter as coordenadas cartesianas em WGS84, a partir das coordenadas SIRGAS, com uma simples manipulação da expressão (2.1), tem-se

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{WGS84}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\text{SIRGAS}} + \begin{bmatrix} -0,457 \\ -0,471 \\ -0,228 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.4.2 Transformação de coordenadas cartesianas em geodésicas e vice-versa

A transformação das coordenadas cartesianas em coordenadas geodésicas, pode ser realizada de forma relativamente simples. Para isso, são necessários os parâmetros do elipsóide, as constantes de transformação e as coordenadas conhecidas dos pontos, como será visto a seguir.

A Figura 2.8 ilustra as coordenadas cartesianas geocêntricas do ponto $P(x,y,z)$, o elipsóide de revolução com a mesma origem do sistema cartesiano; e a posição desse ponto em coordenadas geodésicas $P(\varphi,\lambda,h)$.

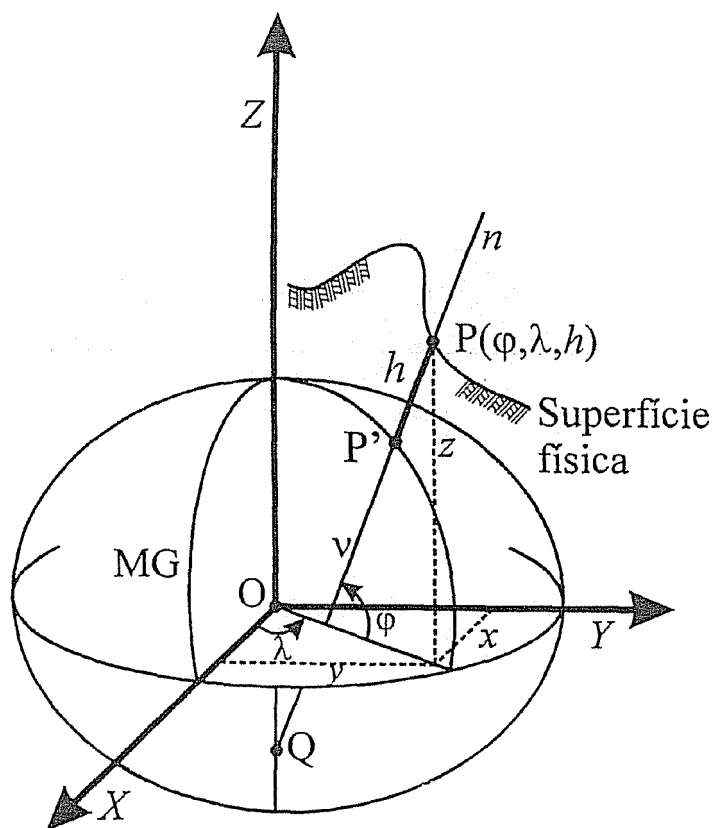


Figura 2.8 - Transformação de coordenadas cartesianas em geodésicas e vice-versa

A relação entre as coordenadas cartesianas e as coordenadas geodésicas tem a forma (Sá, 2001)

$$x = (v + h)\cos\varphi \cos\lambda \quad (2.4)$$

$$y = (v + h) \cos \varphi \sin \lambda \quad (2.5)$$

$$z = [v(1 - e^2) + h] \sin \varphi \quad (2.6)$$

com o raio de curvatura do primeiro vertical, dado por

$$v = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} \quad (2.7)$$

e a segunda excentricidade, por

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2.8)$$

A transformação inversa, ou seja, expressar coordenadas geodésicas, a partir das cartesianas, geralmente é feita pelo método iterativo. O raio do paralelo que passa por P , tem a expressão (Sá, 2001)

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} = (v + h) \cos \varphi \quad (2.9)$$

Logo, a altitude geométrica pode ser escrita na forma

$$h = \frac{p}{\cos \varphi} - v \quad (2.10)$$

De (2.3), tem-se

$$z = (v + h - e^2 v) \sin \varphi = (v + h) \left(1 - e^2 \frac{v}{v + h} \right) \sin \varphi \quad (2.11)$$

Dividindo (2.11) por (2.9), resulta a latitude aproximada

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{z}{p \left(1 - e^2 \frac{v}{v+h} \right)} \quad (2.12)$$

Dividindo (2.5) por (2.4), tem-se a longitude

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{y}{x} \quad (2.13)$$

Se as expressões da altitude (2.10) e da latitude (2.12) fossem independentes, a transformação estaria concluída. Mas, como ambas dependem da altitude e da latitude, é necessário recorrer a solução iterativa, que pode ser obtida através dos seguintes passos:

1) Calcular

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}$$

2) Determinar a latitude aproximada pela expressão

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{a}{p(1-e^2)}$$

3) Obter o raio de curvatura aproximada

$$v_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi_0}}$$

4) Calcular a altitude aproximada

$$h_0 = \frac{p}{\operatorname{cos} \varphi_0} - v_0$$

5) Aprimorar a latitude

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{z}{p \left(1 - e^2 \frac{v_0}{v_0 + h} \right)}$$

6) Testar o resultado

se $\varphi - \varphi_0 < \xi$, iteração concluída

se $\varphi \neq \varphi_0$, fazer $\varphi_0 = \varphi$, e continuar a partir do passo (3)

2.4.3 Mudança de *Datum*

A transformação de *Data* envolve coordenadas geodésicas de um *Datum* para outro. Podem ser realizadas com a utilização das equações diferenciais simplificadas de *Molodensky* (Monico, 2000).

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi \quad (2.14)$$

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda \quad (2.15)$$

$$h_2 = h_1 + \Delta h \quad (2.16)$$

onde $\Delta\varphi, \Delta\lambda, \Delta h$ são determinados pelas equações simplificadas de *Molodensky*

$$\Delta\varphi^\circ = \frac{1}{M_1} \left\{ (a\Delta f + f_1\Delta a) \sin 2\varphi_1 - \Delta x \sin \varphi_1 \cos \lambda_1 - \Delta y \sin \varphi_1 \sin \lambda_1 + \Delta z \cos \varphi_1 \right\} \frac{180}{\pi} \quad (2.17)$$

$$\Delta\lambda^\circ = \frac{1}{N_1 \cos \varphi_1} \left[-\Delta x \sin 2\lambda_1 + \Delta y \cos \lambda_1 \right] \frac{180}{\pi} \quad (2.18)$$

e

$$\Delta h = (\alpha_1 \Delta f + f_1 \Delta \alpha) \sin 2\varphi_1 - \Delta \alpha + \Delta z \cos \lambda_1 + \Delta y \cos \varphi_1 \sin \lambda_1 + \Delta z \sin \varphi_1 \quad (2.19)$$

onde

$\varphi_1, \lambda_1, h_1$ são as coordenadas geodésicas locais

f achatamento

$\Delta f, \Delta \alpha$ são as diferenças entre o semi-eixo maior e o achatamento dos *Data 1* e *2*.

$$N_1 = \frac{a}{(1 - e^2 \sin^2 \varphi_1)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.20)$$

$$M_1 = \frac{N_1}{(1 + e_1'^2 \cos^2 \varphi_1)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.21)$$

Para aplicações do GPS no Brasil, o conhecimento das expressões citadas neste Capítulo é de interesse para os usuários. Em certos momentos estes terão que conviver com os diferentes sistemas de referência e suas realizações, o que tornará cada vez mais importante o conhecimento das expressões e dos parâmetros de transformação envolvidos.

CAPÍTULO 3

CAMPO DE GRAVIDADE TERRESTRE

Neste Capítulo, foram reunidas as definições fundamentais para o estudo do campo de gravidade da Terra. Serão apresentadas de forma concisa, mas procurando proporcionar a base para a total compreensão dos Capítulos seguintes.

3.1 GEOPOTENCIAL

O campo de gravidade da Terra constitui um campo vetorial conservativo. Isto significa que existe um campo escalar W , tal que

$$\mathbf{g} = \text{grad } W \quad (3.1)$$

onde o geopotencial (W) é composto pelo potencial gravitacional (V), decorrente da atração das massas, e o potencial centrífugo (Φ), proveniente da rotação da Terra. Em coordenadas polares (r, θ, λ) , a expressão tem a forma

$$W(r, \theta, \lambda) = V(r, \theta, \lambda) + \Phi(r, \theta, \lambda) \quad (3.2)$$

No exterior das massas atrativas, o geopotencial reduz-se ao potencial gravitacional que, sendo uma função harmônica, satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 V(r, \theta, \lambda) = 0 \quad (3.3)$$

É possível representar o geopotencial em série de harmônicos esféricos na forma (Moritz, 1980)

$$V(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} \sum_{m=0}^n (A_{nm} \cos m\lambda + B_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \quad (3.4)$$

onde $P_{nm}(\cos\theta)$ representa os polinômios de Legendre associados, e A_{nm} e B_{nm} são coeficientes obtidos a partir do ajuste dos parâmetros dos modelo aos dados associados ao campo de gravidade.

As superfícies que satisfazem à condição

$$W = \text{constante} \quad (3.5)$$

são chamadas superfícies equipotenciais, sendo em todos os pontos normais ao vetor g ; e a equipotencial que coincide com o nível médio dos mares não perturbados é chamada superfície geoidal, e tem grande importância em Geodésia.

3.2 ESFEROPOTENCIAL

O modelo mais adequado para aproximação da forma e dimensões da Terra, do ponto de vista matemático, é chamado Terra normal, e tem a forma de um elipsóide de revolução com a mesma massa (M) e velocidade angular (\mathcal{D}) da Terra. A superfície limitante deste modelo é equipotencial, ou seja, satisfaz a condição:

$$U(r, \theta, \lambda) = \text{constante} \quad (3.6)$$

Sendo U o esferopotencial, do qual deriva o campo de gravidade normal (γ)

$$\gamma = \text{grad}U \quad (3.7)$$

O esferopotencial (U), tal como ocorre com o geopotencial, é composto do potencial gravitacional normal e do potencial centrífugo normal

$$U(r, \theta, \lambda) = V'(r, \theta, \lambda) + \mathcal{D}'(r, \theta, \lambda) \quad (3.8)$$

onde V' e \mathcal{D}' são os potenciais gravitacional e centrífugo, respectivamente, da Terra normal (Heiskanen & Moritz, 1967).

3.3 POTENCIAL ANÔMALO

A análise e a representação do campo de gravidade da Terra assim como suas aplicações nos estudos da forma e estrutura terrestres se processam no campo de gravidade anômalo. Ele representa as variações geométricas e físicas da Terra real em relação à Terra normal, decorrentes da distribuição heterogênea da massa terrestre. Então, as relações entre os elementos do campo de gravidade anômalo, que serão vistos a seguir, são fundamentais nos estudos que envolvem informações do campo de gravidade.

O campo anômalo representa as variações do campo geopotencial em relação ao campo esferopotencial. Assim, o potencial anômalo (T) consiste na diferença entre o geopotencial ($W(r, \theta, \lambda)$) e o esferopotencial ($U(r, \theta, \lambda)$) no mesmo ponto.

$$T(r, \theta, \lambda) = W(r, \theta, \lambda) - U(r, \theta, \lambda) \quad (3.9)$$

Este potencial é o elemento fundamental na representação do campo anômalo.

Os elementos do campo de gravidade que estão relacionados com o potencial anômalo são (Heiskanen & Moritz, 1967)

Anomalia de gravidade (Δg) que representa a diferença entre a gravidade real (g) no geóide e a gravidade normal (γ) no elipsóide (Figura 3.1).

$$\Delta g = g - \gamma \quad (3.10)$$

Desvio da vertical (i) que determina o ângulo formado pela vertical e a normal do ponto considerado. Este ângulo é expresso em termos das componentes segundo o meridiano e segundo o primeiro vertical (Figura 3.2).

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (3.11)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (3.12)$$

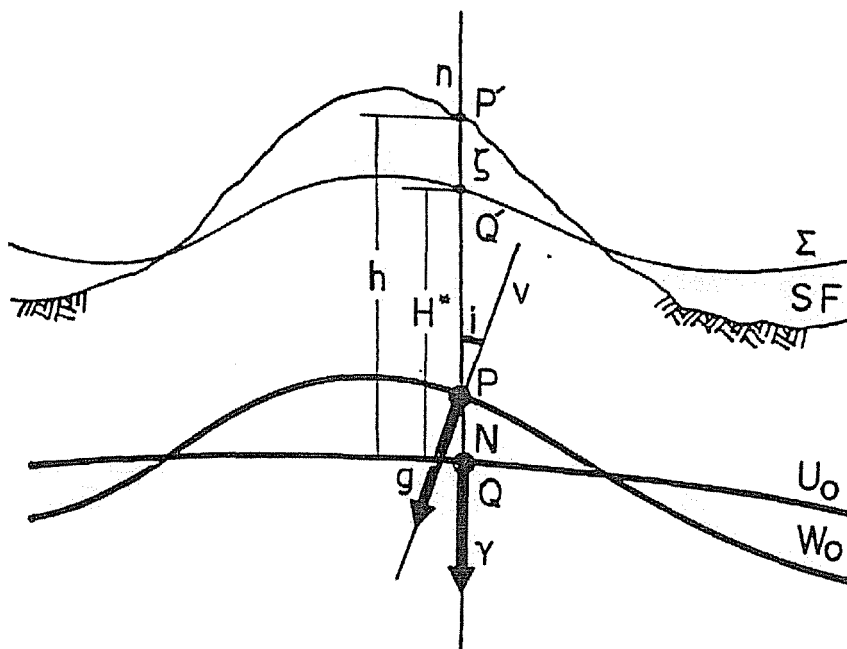


Figura 3.1 - Elementos do Campo de Gravidade

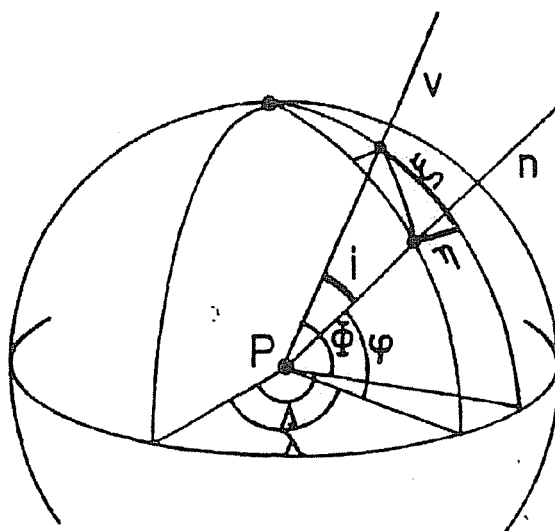


Figura 3.2 - Componentes do desvio da vertical

onde φ e λ são as coordenadas astronômicas, latitude e longitude. A altura geoidal (N), foi definida anteriormente no Capítulo 2. O teluróide é a forma geométrica limitada pela superfície (Σ) cujos esferopotencial, em cada ponto, é igual ao geopotencial do ponto correspondente na superfície física. A anomalia de altitude (ζ) é a diferença entre a altitude geométrica (h) e a altitude normal (H^*), definida de forma similar a altitude ortométrica, entretanto, o campo de gravidade é o normal, ou seja, substituindo g por γ , e W por U .

Qualquer elemento do campo de gravidade anômalo pode ser expresso através do potencial perturbador, o que tem implicações teóricas e práticas importantes, mesmo sendo o único elemento que não pode ser obtido diretamente a partir da observação.

Para obter a relação entre a altura geoidal e o potencial anômalo, compara-se o esferopotencial com o geopotencial no mesmo ponto. O esferopotencial em P é dado por (Heiskanen & Moritz, 1967),

$$U_P = U_Q + \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_Q N = U_Q - \gamma N \quad (3.13)$$

e o geopotencial

$$W_P = U_P + T_P = U_Q - \gamma N + T \quad (3.14)$$

Fazendo

$$W_P = U_Q = W_0 \quad (3.15)$$

resulta

$$T = \gamma N \quad (3.16)$$

isolando N , obtém-se a *fórmula de Bruns*

$$N = \frac{T}{\gamma} \quad (3.17)$$

que relaciona a altura geoidal (N) com o potencial anômalo (T) e a gravidade teórica (γ).

A relação entre a anomalia gravimétrica ar-livre e o potencial, é obtida do seguinte modo

$$\gamma_P = \gamma_Q + \frac{\partial \gamma}{\partial H} N \quad (3.18)$$

mas, pela definição de distúrbio de gravidade

$$-\frac{\partial T}{\partial H} = \delta g = g_P - \gamma_P = g_P - \gamma_Q - \frac{\partial T}{\partial H} N \quad (3.19)$$

com a definição de anomalia gravimétrica, esta expressão pode ser escrita na forma

$$-\frac{\partial T}{\partial H} = \Delta g - \frac{\partial T}{\partial H} N \quad (3.20)$$

usando a *fórmula de Bruns*, obtém-se a relação da anomalia gravimétrica com o potencial anômalo

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial H} + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial H} T \quad (3.21)$$

Relações semelhantes podem ser encontradas para o desvio da vertical através das componentes meridiana e primeiro vertical, e para os gradientes gravimétricos (Vanicek & Krakiwsky, 1986; Torge, 1989).

$$\xi = -\frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial h} \quad (3.22)$$

e

$$\eta = -\frac{1}{r \cos \phi \gamma} \frac{\partial T}{\partial h} \quad (3.23)$$

e os gradientes de gravidade

$$T_{zz} = \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}; \quad T_{xx} = \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial x}; \quad T_{yy} = \frac{\partial^2 T}{\partial z \partial y}; \quad 2T_{xy} = \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial y}; \quad T_{\Delta} = \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3.24)$$

3.4 APROXIMAÇÃO ESFÉRICA

O achatamento da terra normal é relativamente pequeno ($f=3 \times 10^{-3}$). Portanto, ela difere pouco da esfera de mesmo volume cujo raio é expresso por (Moritz, 1980)

$$R = \sqrt[3]{a^2 b} \quad (3.25)$$

Com isso, os elementos do campo anômalo podem ser desenvolvidos em séries de potências, nas quais são retidos somente os termos maiores que f . A derivada normal, por exemplo, da expressão (3.21) é aproximada pela derivada radial (Sá, 1988),

$$\frac{\partial}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial r} \quad (3.26)$$

e a gravidade normal é aproximada pela aceleração gravitacional da esfera homogênea de raio R

$$\gamma = \frac{GM}{R^2} \quad (3.27)$$

onde GM é a constante gravitacional geocêntrica.

Com as aproximações (3.26) e (3.27), a expressão (3.21) assume a forma

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_R + \frac{2}{R} T + \Delta g = 0 \quad (3.28)$$

O significado geométrico da aproximação esférica segundo Moritz (1980), está representado na Figura 3.3. O ponto P , com coordenadas geocêntricas (r, θ, λ) , é transformado no ponto P' , com coordenadas também geocêntricas $(R+h, \theta, \lambda)$. A

aproximação esférica consiste em usar P' em vez de P no cálculo envolvendo os elementos do campo anômalo.

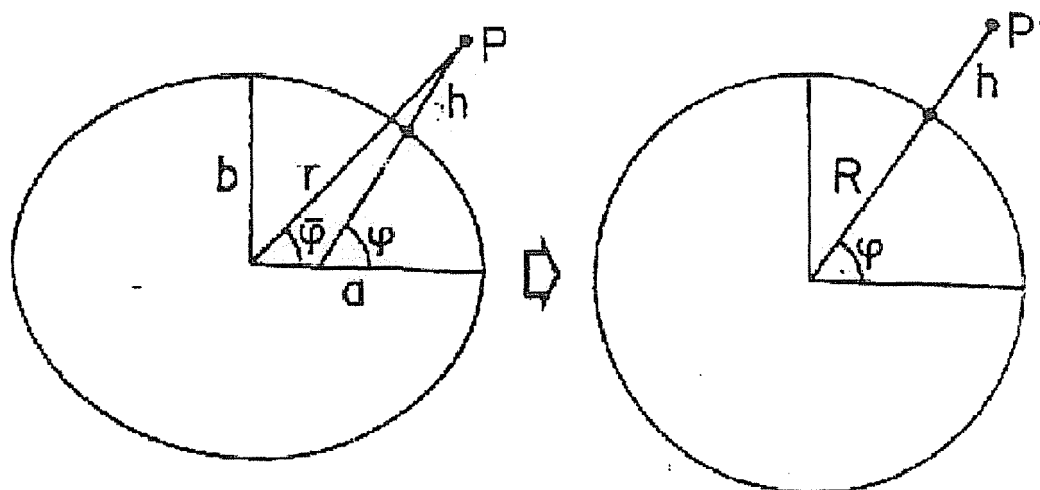


Figura 3.3 - Aproximação esférica

O potencial anômalo externo é uma função harmônica e, desta forma, pode ser desenvolvido numa série de harmônicos esféricos do tipo

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.29)$$

onde $T_n(\theta, \lambda)$ representa os harmônicos esféricos de superfície

$$T_n(\theta, \lambda) = \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta) \quad (3.30)$$

Os coeficientes e polinômios de Legendre associados, totalmente normalizados, são dados pelas expressões

$$\bar{C}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{k(2n+1)(n-m)!}} C_{nm} \quad (3.31)$$

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{(n+m)!}{k(2n+1)(n-m)!}} S_{nm} \quad (3.32)$$

$$\bar{P}_{nm}(\cos \theta) = \sqrt{\frac{(n+m)!}{k(2n+1)(n-m)!}} P_{nm}(\cos \theta) \quad (3.33)$$

com

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } m = 0 \\ 2 & \text{se } m \neq 0 \end{cases} \quad (3.34)$$

onde C_{nm} e S_{nm} são coeficientes determinados a partir do ajuste dos dados associados ao campo de gravidade terrestre, e $P_{nm}(\cos \theta)$ representa os polinômios de Legendre.

Sobre o geóide, admitindo-se aproximação esférica, a expressão (3.29) assume a forma

$$T(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.35)$$

A representação da anomalia ar-livre em harmônicos esféricos é obtida a partir da expressão (3.28) (Sá, 1988),

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2T}{r} \quad (3.36)$$

de (3.29), calcula-se a derivada

$$-\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.37)$$

A substituição de (3.35) e (3.37) em (3.36) proporciona

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \quad (3.38)$$

Sobre o geóide, considerando a aproximação esférica, tem-se

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} (n-1) T_n(\theta, \lambda) \quad (3.39)$$

CAPÍTULO 4

COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS

Na determinação do geóide do Estado de São Paulo, foi utilizado o método de Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ). A CMQ é uma técnica matemática que permite a determinação do campo de gravidade pela combinação de dados diferentes em tipo e precisão.

4.1 MODELO MATEMÁTICO

Dado o potencial anômalo (T) e um conjunto de observações relacionadas com o campo de gravidade da Terra (1), pode-se expressar através de um funcional linear (L), tais observações como

$$l = L(T) \quad (4.1)$$

Sendo que as observações podem ser representadas por um modelo matemático da forma (Moritz, 1980)

$$l = AX + s + n \quad (4.2)$$

onde l é o vetor das observações, X é o vetor dos parâmetros que representam a componente determinística, s é o vetor dos sinais do campo anômalo expresso por funcionais aplicados ao potencial anômalo e n é o vetor dos erros observacionais.

O problema da representação do campo de gravidade, a partir de dados heterogêneos, expresso em (4.2), é solucionado através da condição de unicidade, dada por

$$\alpha \langle T, T \rangle + \beta \mathbf{n}^T \mathbf{D}^{-1} \mathbf{n} = \text{mínimo} \quad (4.3)$$

que tem solução analítica igual a (Moritz, 1980)

$$\hat{X} = \left[A^T (\beta C + \alpha D)^{-1} A \right]^{-1} A^T (\beta C + \alpha D)^{-1} I \quad (4.4)$$

$$\hat{T} = (\beta BK)^T (\beta C + \alpha D)^{-1} (I - AX) \quad (4.5)$$

onde α e β são parâmetros numéricos, K é o núcleo do espaço de Hilbert, C e D são matrizes simétricas definidas positivas. De acordo com a escolha dos parâmetros, do núcleo e das matrizes, é possível que se obtenha soluções particulares para as expressões (4.4) e (4.5).

A colocação por mínimos quadrados constitui o caso particular em que T é considerado um processo estocástico. Isto proporciona interpretações estatísticas para as normas do potencial anômalo e do erro observacional. A colocação por mínimos quadrados é aquela que minimiza as variâncias dos parâmetros σ_x^2 e do potencial anômalo σ_T^2 (Sá, 1988)

$$\sigma_x^2 = \text{mínimo} \quad (4.6)$$

$$\sigma_T^2 = \text{mínimo} \quad (4.7)$$

Estas condições de mínimo são satisfeitas por (4.4) e (4.5) através de (4.2) e (4.3) se (Moritz, 1980)

- os parâmetros forem unitários

$$\alpha = \beta = 1 \quad (4.8)$$

- a função que representa o núcleo for igual à função covariância do sinal

$$K(P, Q) = C(T_P, T_Q) = C_{tt} \quad (4.9)$$

- a matriz peso é igual a matriz das covariâncias do ruído

$$C(n_P, n_Q) = C_{mm} \quad (4.10)$$

Assim, com (4.9) e (4.10) pode-se escrever

$$C(T_P, T_Q) + C(n_P, n_Q) = C_u + C_m = C \quad (4.11)$$

$$BK = C_{st} \quad (4.12)$$

$$t = BT \quad (4.13)$$

e

$$s = \begin{bmatrix} t \\ u \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Onde t e u representam os vetores dos sinais conhecidos e desconhecidos, respectivamente. Nestas condições, o modelo matemático da colocação por mínimos quadrados tem forma geral

$$l = AX + s + n \quad (4.15)$$

Como a componente determinística (AX), neste caso, é representada pelo modelo EGM96, a expressão (4.15) se reduz ao modelo não paramétrico ($X = 0$), expresso por

$$l = s + n \quad (4.16)$$

As soluções para o vetor dos sinais e a respectiva variância são dadas por (Moritz, 1980)

$$\hat{s} = C_{st} C^{-1}(l) \quad (4.17)$$

$$\sigma_{\hat{s}}^2 = C_{ss} - C_{st} C^{-1} C_{ts} \quad (4.18)$$

onde as matrizes covariâncias são obtidas através de funções ajustadas às covariâncias amostrais.

Para ilustrar a aplicação destas expressões, apresenta-se um exemplo teórico de aplicação da CMQ. Supondo que se deseja determinar anomalias de altitude (ζ) a partir de anomalias gravimétricas (Δg), e que os dados estejam referidos ao geóide. Dada a expressão (4.17), e considerando f como sendo a quantidade total de dados utilizados, tem-se

$$\hat{s} = C_{st} C^{-1} (l)$$

lembrando que,

$$C = C_u + C_m$$

e

$$\hat{s} = \zeta(P) \tag{4.19}$$

onde a expressão (4.19) representa a anomalia de altitude no ponto P , o vetor das observações (l) é dado por

$$l = \begin{bmatrix} \Delta g_1 \\ \vdots \\ \Delta g_f \end{bmatrix} \tag{4.20}$$

Admitindo que se conheça os erros dos dados gravimétricos e que todas as observação sejam independentes, tem-se a matriz covariância do ruído C_m igual a,

$$C_m = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta g_1}^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{\Delta g_f}^2 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

a matriz covariância cruzada e a matriz covariância do sinal são dadas por,

$$C_{st} = \begin{bmatrix} C_{P_1}^{\zeta \Delta g} & \dots & C_{P_f}^{\zeta \Delta g} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

$$C_{tt} = \begin{bmatrix} C_{\Delta g_1 \Delta g_1} & \cdots & C_{\Delta g_1 \Delta g_f} \\ \vdots & & \vdots \\ C_{\Delta g_f \Delta g_1} & \cdots & C_{\Delta g_f \Delta g_f} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

As matrizes C_{tt} e C_{st} são modeladas a partir de uma função covariância, e os procedimentos envolvidos na sua determinação estão descritos no item seguinte.

4.2 DETERMINAÇÃO DE COVARIÂNCIAS

A colocação por mínimos quadrados requer as covariâncias de todos os dados envolvidos na aproximação. Teoricamente, qualquer tipo de dado do campo de gravidade pode ser usado para a obtenção das covariâncias. Mas, como a quantidade e distribuição geográfica dos dados são importantes nos processos de amostragem, as anomalias gravimétricas geralmente são usadas por constituírem a maior população e a distribuição mais homogênea dos dados atualmente disponíveis.

Assim, representando a anomalia observada (Δg) através das componentes determinística (Δg^d) e estocásticas (Δg^r), tem-se:

$$\Delta g = \Delta g^d + \Delta g^r \quad (4.24)$$

A componente determinística é representada pelo modelo geopotencial, a componente estocástica, na realidade, é a combinação do sinal (Δg^s) e do ruído (Δg^n) resultante dos erros observacionais e da aproximação das correções adotadas às observações

$$\Delta g^r = \Delta g^s + \Delta g^n \quad (4.25)$$

Para distribuições geográficas apropriadas, as covariâncias amostrais podem ser calculadas pelo método direto. Assim, as covariâncias entre n elementos amostrais da componente estocástica

$$\Delta g^r = \{\Delta g_1^r, \Delta g_2^r, \dots, \Delta g_n^r\} \quad (4.26)$$

são dadas pelo operador média

$$C(\psi_k) = \text{cov}(\Delta g_i^r, \Delta g_j^r) = M\{\Delta g_i^r \Delta g_j^r\} \quad (4.27)$$

e obtidas numericamente por

$$C(\psi_k) = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta g_i^r \Delta g_j^r \quad (4.28)$$

onde k é o índice de classificação segundo as distâncias. Assim, $C(\psi_k)$ representa a média dos produtos dos elementos existentes em pontos que estão à distância $\psi_{i,j}$ tal que

$$\psi_k - \frac{\Delta\psi}{2} \leq \psi_{i,j} \leq \psi_k + \frac{\Delta\psi}{2} \quad (4.29)$$

onde $\Delta\psi$ é o intervalo de distância das classes.

A expressão (4.28) proporciona covariâncias em função apenas da distância relativa ψ , o que significa covariâncias isotrópicas. Na prática, estas são a de maior interesse devido à simplicidade de cálculo.

As funções covariâncias são caracterizadas por três parâmetros (Figura 4.1): a variância (C_0), a correlação (ξ) e o parâmetro de curvatura (χ). A variância é o valor que a função covariância assume para ψ_0 (Moritz, 1980)

$$C_0 = C(0) \quad (4.30)$$

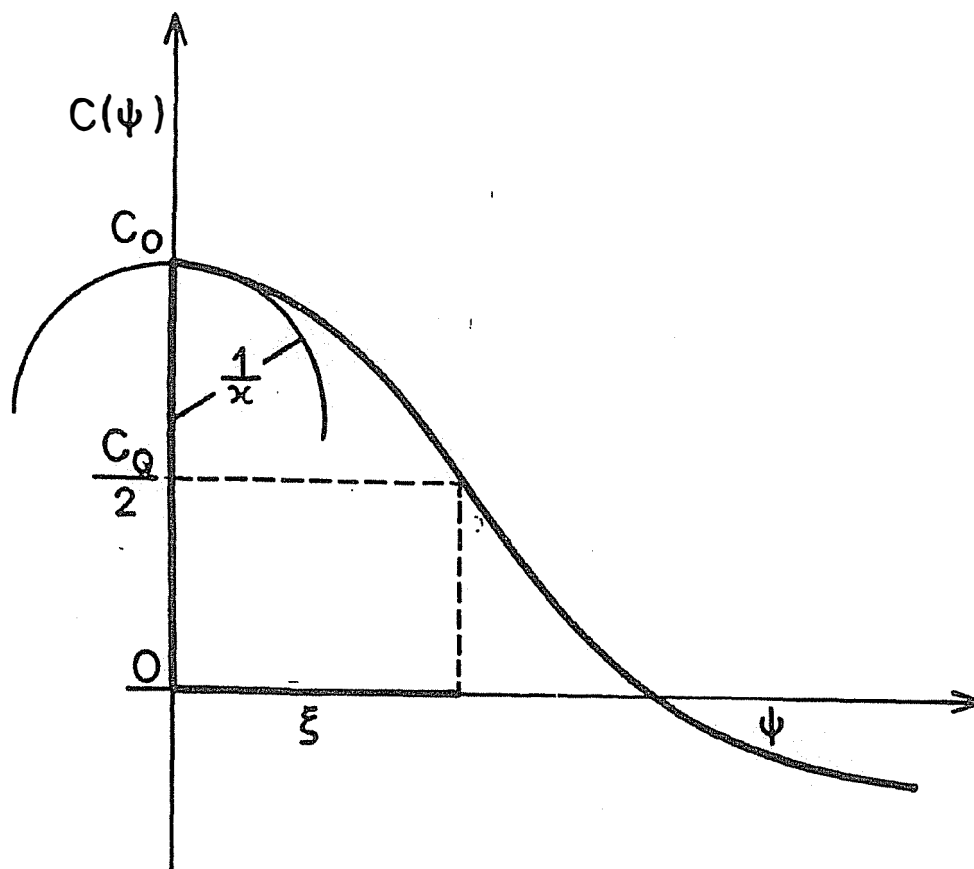


Figura 4.1 - Parâmetros essenciais das funções covariâncias

A distância de correlação é o valor do argumento para o qual a covariância é igual a metade da variância.

$$C(\xi) = \frac{C_0}{2} \quad (4.31)$$

O parâmetro de curvatura é relacionado com a curvatura da função em $\psi=0$ por

$$\chi = \xi^2 \frac{G_0}{C_0} \quad (4.32)$$

onde G_0 é a variância do gradiente horizontal da anomalia gravimétrica. Estes parâmetros são chamados de essenciais.

4.2.1 Covariâncias esféricas

Dados dois pontos $P(\theta, \lambda)$ e $Q(\theta', \lambda')$ no espaço, e o potencial perturbador $T(P)$ e $T(Q)$, nesses pontos, define-se a função covariância do potencial perturbador $K(P, Q)$ como

$$K(P, Q) = M\{T(P)T(Q)\} \quad (4.33)$$

onde $M\{\bullet\}$ representando o estimador da média do sinal do campo de gravidade anômalo. Admitindo-se a inexistência o termo de ordem zero no potencial anômalo, tem-se

$$M\{T\} = 0 \quad (4.34)$$

característica que implica na anulação dos harmônicos de ordens zero e um do potencial perturbador.

Sobre a esfera, o operador $M\{\bullet\}$ é considerado homogêneo (independe de translação) e isotrópico (independe de direção). Deste modo, a função dependerá somente da distância esférica (ψ)

$$K(P, Q) = K(\psi) = M\{T(P)T(Q)\} = \frac{1}{8\pi^2} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\alpha=0}^{2\pi} T(\theta, \lambda) T(\theta', \lambda') \sin\theta d\theta d\lambda d\alpha \quad (4.35)$$

onde a distância esférica pode ser expressa como

$$\cos\psi = \cos\theta \cos\theta' + \sin\theta \sin\theta' \cos(\lambda - \lambda') \quad (4.36)$$

Considerando uma esfera de raio unitário e o fato da função ser harmônica sobre a esfera, justifica-se a representação em harmônicos esféricos da expressão (4.35), da forma

$$K(P, Q) = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm} \cos m\lambda + \bar{b}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \psi) \quad (4.37)$$

sendo $\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}$, coeficientes dos harmônicos esféricos associados à função covariância. Com o caráter isotrópico da função covariância, a expressão (4.38) se reduz a

$$K(\psi) = \sum_{N=2}^{\infty} k_n P_n(\cos \psi) \quad (4.38)$$

onde $P_n(\cos \psi)$ são os polinômios de Legendre, sendo k_n expresso por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$k_n = \sum_{m=0}^n (\bar{a}_{nm}^2 + \bar{b}_{nm}^2) \quad (4.39)$$

onde $\bar{a}_{nm}, \bar{b}_{nm}$ coeficientes plenamente normalizados, relacionados ao potencial perturbador.

Para o exterior da esfera, a função covariância do potencial anômalo entre os pontos P e Q , situados a uma distância (ψ), será

$$K(P, Q) = \sum_{n=2}^{\infty} k_n \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{n+1} P_n(\cos \psi) \quad (4.40)$$

sendo que r_P, r_Q são os raios vetores dos pontos P e Q , e R_B é o raio da esfera de *Bjerhammar*.

As covariâncias associadas a qualquer elemento do campo de gravidade podem ser expressas em função de $K(P, Q)$. Representando a covariância de um elemento qualquer do campo anômalo por

$$C_{ij} = cov(l_i, l_j) = M \{l_i, l_j\} \quad (4.41)$$

e expressando os elementos de l por funcionais lineares de T , nos pontos P e Q , obtém-se

$$l_i = L_i^P T(P) \quad (4.42)$$

e

$$l_j = L_j^Q T(Q) \quad (4.43)$$

que substituindo em (4.35), proporcionam

$$C_{ij} = M\{L_i^P T(P) L_j^Q T(Q)\} = L_i^P L_j^Q \{T(P) T(Q)\} \quad (4.44)$$

que expressa a propagação das covariâncias

$$C_{ij} = L_i^P L_j^Q K(P, Q) \quad (4.45)$$

para a obtenção de covariâncias a partir de $K(P, Q)$.

Desta forma, pode-se obter as expressões para as covariâncias entre os elementos do campo de gravidade

$$cov(T_P, T_Q) = K(P, Q) \quad (4.46)$$

$$\begin{aligned} cov(\Delta g_P, \Delta g_Q) &= \frac{\partial^2}{\partial r_P \partial r_Q} K(P, Q) + \frac{2}{r_P} \frac{\partial}{\partial r_Q} K(P, Q) \\ &+ \frac{2}{r_Q} \frac{\partial}{\partial r_P} K(P, Q) + \frac{4}{r_P r_Q} K(P, Q) \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$cov(\Delta g_P, \zeta_Q) = -\frac{1}{\gamma_P} \left[\frac{\partial}{\partial r_P} K(P, Q) + \frac{2}{r_P} K(P, Q) \right] \quad (4.48)$$

$$cov(\zeta_P, \zeta_Q) = \frac{K(P, Q)}{\gamma_P \gamma_Q} \quad (4.49)$$

4.2.2 Representação de covariâncias esféricas

O modelo mais usado para a representação de covariâncias sobre a esfera é o de Tscherning & Rapp (1974), expresso por

$$C(\psi) = \sum_{n=2}^N \sigma_n \left[\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right]^{n+2} P_n(\cos \psi) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{A(n-1)}{(n-2)(n+B)} \left[\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right]^{n+2} P_n(\cos \psi) \quad (4.50)$$

onde σ_n representa a variância de grau do erro contido no modelo do geopotencial, adotado na representação da componente determinística.

O segundo termo da expressão (4.50), representa o modelo de função covariância proposto por Tscherning & Rapp (1974). Onde A (uma constante em unidades de $(\text{m/s})^4$) e R_B (raio da esfera de *Bjehammar*) são determinados através de um ajustamento não linear (Knudsen, 1987).

O número N é um valor fixo, que é igual ao grau de truncamento do modelo geopotencial, neste caso, $N=180$. A variável B , que descreve a estrutura da variância de grau, não pode ser obtida a partir de dados locais. Assim, geralmente usa-se o valor numérico ($B=24$), determinado por Tscherning & Rapp (1974), a partir de dados globais.

A determinação dos parâmetros para cada interação pode ser expressa por (Knudsen, 1987)

$$\mathbf{x} - \mathbf{x}_0 = \left(A^T C_y^{-1} A + C_x^{-1} \right)^{-1} A^T C_y^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_0) \quad (4.51)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de parâmetros ajustados a partir dos valores aproximados do vetor \mathbf{x}_0 ; \mathbf{y} contém as covariâncias amostrais; \mathbf{y}_0 contém os valores gerados pelo modelo para $\mathbf{x}=\mathbf{x}_0$; A é a matriz Jacobiana contendo os valores de $\frac{\partial y_i}{\partial x_j}$; C_y é a matriz dos erros de \mathbf{y} , e C_x é a matriz variância de $(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)$.

Adotando os valores iniciais \mathbf{x}_0 para o modelo, aplica-se a expressão (4.51) e iterativamente determina-se o conjunto de parâmetros.

Para aumentar a precisão e reduzir o tempo computacional no cálculo das covariâncias, são usadas as fórmulas finitas (Sá, 1988), equivalentes a (4.51). Desta forma, a expressão da função covariância do potencial anômalo, que também depende desses parâmetros, tem a forma

$$K(\psi) = \frac{AR_B^2}{(B+2)(B+1)} + \left[(B+1)F_{-2} - (B+2)(F_{-1} - s^3P(t)) - \frac{s}{B} - \frac{s^2t}{B+1} - \frac{s^3P_2(t)}{B+2} \right] \quad (4.52)$$

onde

$$s = \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right) \quad (4.53)$$

e

$$t = \cos\psi \quad (4.54)$$

As funções F_B , F_{-1} e F_{-2} , são funções auxiliares que dependem de s e t (Sá, 1988). Esta técnica consiste basicamente na representação de funções envolvendo somas infinitas, por uma combinação de funções finitas e suas derivadas.

A relação entre os elementos do campo de gravidade envolvidos pode ser obtida a partir da função covariância do potencial anômalo. Assim, utilizando a lei de propagação das covariâncias, pode-se expressar a covariância da anomalia de altitude como (Sá, 1988)

$$\text{cov}(\zeta_P, \zeta_Q) = \frac{1}{\gamma_P \gamma_Q} \left\{ \frac{AR_B^2}{(B+2)(B+1)} + \left[(B+1)F_{-2} - (B+2)(F_{-1} - s^3P(t)) - \frac{s}{B} - \frac{s^2t}{B+1} - \frac{s^3P_2(t)}{B+2} \right] \right\} \quad (4.55)$$

e entre a anomalia ar-livre e a anomalia de altitude, da forma

$$\text{cov}(\Delta g_P, \zeta_Q) = \frac{AR_B^2}{r_P \gamma_P (B+2)} + \left[F_{-2} - F_B - \frac{s}{B} - \frac{s^2 t}{B+1} - \frac{s^3 P_2(t)}{B+2} \right] \quad (4.56)$$

onde γ é a gravidade teórica no ponto, geralmente substituída pela aceleração de gravidade média na superfície.

CAPÍTULO 5

DESCRIÇÃO DOS DADOS

Atualmente, há a necessidade de geóides com resolução cada vez maior. Esta demanda surgiu com a utilização do posicionamento por satélite, mais precisamente, com o uso do GPS na determinação da altitude ortométrica. O aumento da resolução exige maior quantidade de dados gravimétricos, distribuição geográfica adequada e o adensamento em regiões com baixa cobertura gravimétrica. Além disso, faz-se necessária a utilização de modelos geopotenciais de alta precisão e de modelos topográficos digitais. Para satisfazer as necessidades de aprimoramento do geóide, foi determinado o modelo geoidal do Estado de São Paulo, seguindo estes critérios. Os dados envolvidos na sua determinação são os seguintes: dados gravimétricos, modelo topográfico digital, coeficientes do modelo do geopotencial, dados da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC), e do nivelamento fundamental do Estado de São Paulo.

5.1 DADOS GRAVIMÉTRICOS

Os dados gravimétricos, que foram utilizados neste trabalho, resultaram da integração de três tipos de informações: terrestres, oceânicas e de altimetria por satélite. As informações terrestres foram obtidas em levantamentos realizados por várias instituições, com objetivos diversos; as oceânicas foram coletadas por instituições internacionais nos levantamentos de Geofísica marinha, processadas e fornecidas pelo *U. S. National Geophysical Data Center* (NGDC); as de altimetria por satélite são aquelas que resultaram das missões GEOSAT e ERS-1, convertidas em anomalias ar-livre na forma digital (Andersen & Knudsen, 1998). As medidas terrestres foram referidas a *International Gravity Standardization Net 1971* (IGSN71) através da Rede Gravimétrica Fundamental Brasileira (RGFB), implantada a partir de 1975. Os dados gravimétricos terrestres foram acrescidos com os de levantamentos recentes realizados por diversas instituições. Entretanto, ainda há regiões com deficiência de dados, por exemplo, a área compreendida entre os paralelos $(-24^\circ \text{ e } -27^\circ)$ e os meridianos $(-56^\circ \text{ e } -54^\circ)$, que foi preenchida com anomalias gravimétricas obtidas do modelo geopotencial EGM96. Este procedimento foi necessário para evitar possíveis problemas com

os algoritmos de aproximação na determinação do modelo gravimétrico digital. Com a junção de todos os dados gravimétricos existentes (terrestres e oceânicos), foi gerado um arquivo contendo cerca de 31540 registros.

As anomalias gravimétricas ar-livre geralmente são utilizadas na determinação das alturas geoidais, por produzirem “pequeno” efeito indireto e não implicarem em dificuldades de cálculos. A correção ar-livre corrige somente o efeito gravitacional correspondente à altitude do ponto de observação. Existe, ainda, a necessidade de corrigir os efeitos relacionados com as massas topográfica e atmosférica.

As anomalias ar-livre (Δg_a) podem ser determinadas através do gradiente vertical da aceleração da gravidade, e da altitude ortométrica do ponto (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$C_a = -\frac{\partial g}{\partial H} H = 0,3086H \quad (5.1)$$

onde $\frac{\partial g}{\partial H}$ é o gradiente vertical da aceleração de gravidade, que pode ser determinado de várias formas (Vanicek & Krakiwsky, 1986). Para a aceleração dada em $mGal$ e a altitude em m , a correção é expressa em $mGal$. Portanto, a expressão para o cálculo da anomalia ar-livre pode ser reescrita na forma

$$\Delta g_a = g + 0,3086H - \gamma \quad (5.2)$$

onde g é a gravidade observada, e γ é a gravidade da terra normal, calculada com a fórmula do modelo adotado.

A anomalia ar-livre pode ser obtida a partir da anomalia Bouguer, assim os dados topográficos na forma digital permitem explorar a baixa correlação da anomalia Bouguer e a alta correlação da anomalia ar-livre com a topografia para a determinação do modelo gravimétrico digital ar-livre. A aceleração gravitacional exercida pelas massas topográficas é expressa por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$C_B = A_c + C_t \quad (5.3)$$

onde o primeiro termo (A_c) constitui a correção Bouguer propriamente dita, que corresponde à componente vertical da aceleração gravitacional exercida por uma camada horizontal, em espessura H e dimensões infinitas, sobre a massa unitária situada no ponto de observação. O segundo termo (C_t), denominado correção topográfica, leva em conta as irregularidade da topografia em relação à camada horizontal. Então, a correção Bouguer pode ser expressa por (Heiskanen & Moritz, 1967)

$$C_B = -2\pi G\rho H + C_t \cong -0,1119H + C_t \quad (5.4)$$

Nestas condições, a anomalia Bouguer toma a forma

$$\Delta g_B = g + 0,3086H - 0,1119H - \gamma + C_t \quad (5.5)$$

Lembrando que a anomalia ar-livre é expressa por

$$\Delta g_a = g + 0,3086H - \gamma \quad (5.6)$$

e reescrevendo a expressão (5.5), obtém-se

$$\Delta g_B = \Delta g_a - 0,1119H + C_t \quad (5.7)$$

então, pela expressão (5.7)

$$\Delta g_a + C_t = \Delta g_B + 0,1119H \quad (5.8)$$

Esta expressão pode ser comparada ao segundo método de condensação de *Helmert*.

$$\Delta g_H = \Delta g_a + C_t \quad (5.9)$$

Pode-se dizer que em regiões onde a topografia é pouco acidentada, o método de condensação e a redução ar-livre confunde-se, oferecendo, do ponto de vista geodésico, a

vantagem de satisfazer a exigência de inexistência de massas externas ao geóide sem introduzir alterações significativas no potencial.

Há necessidade ainda de se corrigir na expressão (5.2), o efeito causado pela massa da atmosfera, considerando o fato da não existência de massas externas ao geóide; portanto, não somente as massas topográficas devem ser removidas ou transferidas para o interior do geóide como também a atmosfera.

O efeito da atmosfera¹ é muito pequeno tal que, um modelo matemático simples é suficiente para representá-lo (IAG, 2000).

$$C_{atm} = 0,8658 - 9,727 \times 10^{-5} H + 3,482 \times 10^{-9} H^2 \quad mGal \quad (5.10)$$

onde H é expressa em quilômetros (km). Esta correção deve ser adicionada às anomalias gravimétricas, pois de maneira semelhante às massas topográficas, estas produzem um efeito indireto.

Por último, as anomalias gravimétricas, originalmente referidas ao GRS67, devem ser convertidas para o GRS80, pela expressão (IAG, 2000)

$$\Delta g_{80} = \Delta g_{67} - (0,8316 + 0,0782 \sin^2 \varphi - 0,0007 \sin^4 \varphi) \quad (5.11)$$

O conhecimento das variâncias, da aceleração de gravidade e da altitude ortométrica, são importantes para a determinação das variâncias das anomalias gravimétricas, como mostram as expressões

$$\sigma_{\Delta g_a}^2 = \sigma_g^2 + (0,3086 \sigma_H)^2 \quad (5.12)$$

e

$$\sigma_{\Delta g_b}^2 = \sigma_g^2 + (0,1967 \sigma_H)^2 \quad (5.13)$$

As estações gravimétricas são definidas por um conjunto de informações que

¹ Atmosfera é o nome dado à massa de ar que circunda a Terra

representam: a posição geográfica, a altitude ortométrica, a aceleração de gravidade e os indicadores dos erros observacionais. Os erros dos dados gravimétricos foram determinados a partir dos indicadores dos erros observacionais (Sá, 1994). A partir dessas informações foi possível determinar os erros dos dados gravimétricos utilizados.

Os erros dos dados gravimétricos oceânicos foram baseados em Andersen & Knudsen (1998), que atribuem às anomalias gravimétricas derivadas de altimetria por satélite o erro de ± 6 mGal, e para as anomalias obtidas dos levantamentos oceanográficos de $\pm 5,5$ mGal.

Como os dados gravimétricos usados neste trabalho têm origens diversas, é necessária uma avaliação para evitar dúvidas em relação à qualidade. Inicialmente, fez-se a remoção de todas as medidas geograficamente agrupadas, originadas nos levantamentos gravimétricos locais. O procedimento usado consiste em retirar do conjunto de observações, aquelas cujas distâncias entre si sejam inferiores a 3km. A próxima etapa foi detectar erros grosseiros existentes nos dados do arquivo principal. Para isso, foi determinado um modelo digital com resolução de $5'$, e filtrado para se obter a resolução de $30'$, com o qual foram calculadas as anomalias gravimétricas residuais, para remover os dados correspondentes aos resíduos, tais que

$$|v_i| > \alpha \sigma_v \quad (5.14)$$

Os resíduos, a média e o desvio padrão para cada quadricula de $5'$ são expressos por

$$v_i = \Delta g_i - \Delta g_{grd30'} \quad (5.15)$$

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum_1^n v_i \quad (5.16)$$

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (v_i - \bar{v})^2} \quad (5.17)$$

onde n representa o número de estações da quadricula. Este procedimento foi repetido duas vezes, com o valor da constante $\alpha = 5,0$, e foram removidos todos os pontos que apresentaram um resíduo maior que o fornecido pela expressão (5.14). Após a remoção de todos os erros

grosseiros, no arquivo final existiam 23026 registros. (Figura 5.1), que foi utilizado na determinação do modelo gravimétrico digital Bouguer, e na determinação do geóide utilizando os dados irregulares. A Tabela 5.1 mostra um resumo estatístico das anomalias gravimétricas utilizadas.

A área compreende o Estado de São Paulo e as regiões adjacentes, apresentando formato retangular, com as seguintes dimensões; -27° a -21° em latitude e -56° a -42° em longitude (ver Tabela 5.1).

Tabela 5.1 - Estatísticas dos dados gravimétricos no Estado de São Paulo

	MÍNIMO	MÁXIMO	MÉDIA	DESVIO PADRÃO
Latitude ($^{\circ}$)	-27	-17	-23,18	
Longitude ($^{\circ}$)	-56	-42	-47,19	
Altitude (m)	-3398,63	2400	-125,65	
Ar-livre (mGal)	-104,17	137,74	-10,23	24,24
Erro (mGal)	0,23	6	3,25	2,43

A escolha dessa região, não foi por acaso, a existência de cobertura gravimétrica satisfatória em distribuição geográfica e densidade, aliada as diversidades topográficas existentes, fazem desta área uma excelente amostra do que ocorre no restante do País. O modelo topográfico da região é atualizado, e será visto a seguir. Mas, o principal, é a possibilidade da avaliação de modelos geoidais determinados por técnicas diferentes, através da rede GPS implantada na região sobre referências de nível.

5.2 MODELO TOPOGRÁFICO DIGITAL

O modelo topográfico utilizado neste trabalho faz parte do Modelo Topográfico do Brasil (MTDB), que vem sendo determinado no IAG para ser usado em correções gravimétricas e na determinação do geóide gravimétrico de alta resolução para o Brasil (Sá, 1997).

A resolução efetiva do MTDB na região deste projeto, é de $2,5'$, e para o restante do Brasil é de $5'$. Isto significa que o Modelo Topográfico Digital do Estado de São Paulo

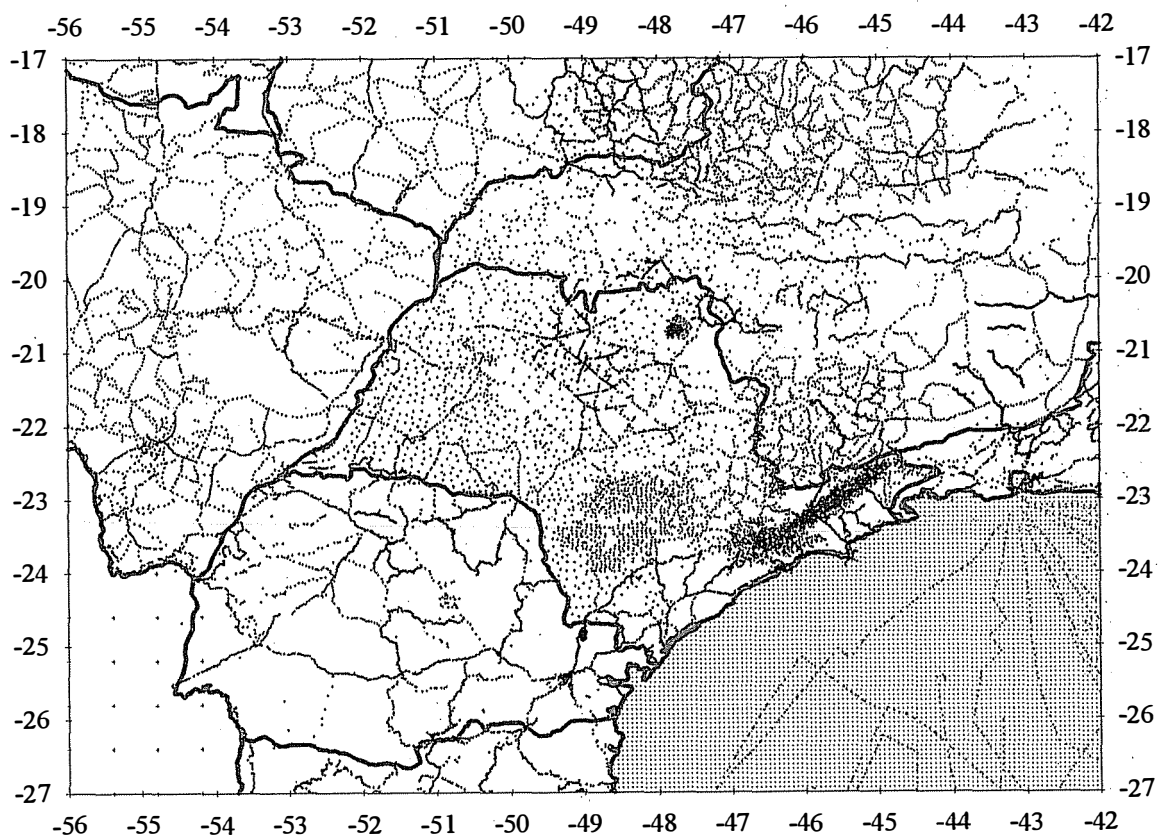


Figura 5.1 - Distribuição dos dados gravimétricos na área de estudo

(MTDSP), tem resolução de 2,5' no continente e aproximadamente 5' no oceano. Mas, este não constitui um problema, pois a principal contribuição do MTDSP é possibilitar a obtenção do modelo digital da anomalia ar-livre a partir do Bouguer. A Figura 5.2 mostra o modelo topográfico digital utilizado na região de estudo.

No cálculo do erro modelo digital ar-livre a partir do Bouguer, é necessário o erro do modelo topográfico digital, como mostram as expressões (5.12) e (5.13). Esse erro foi estimado com base na escala dos mapas topográficos usados para a obtenção das altitudes e no gradiente horizontal médio (Sá, 2002). Com essas informações foi possível gerar um modelo digital do erro do MTDSP, representado graficamente na Figura 5.3.

Na anomalia gravimétrica, expressa em (5.9), aparece o termo C_t , que corresponde a correção topográfica. A remoção deste efeito é uma das exigências para satisfazer a condição do problema de valor de contorno, onde todas as massas externas ao geóide devem ser removidas, tal como, a massa atmosférica, explicada anteriormente. Este efeito pode ser determinado por diversas formas, e tem sido alvo de vários trabalhos (Forsberg, 1997; Zhao, 1989; Tziavos, 1993; Sideris, 1997). Neste trabalho foi usada a metodologia proposta por Forsberg (1997), isto permitiu a utilização do programa de sua autoria para o cálculo da correção topográfica disponibilizado pela Escola do Geóide, realizada no Rio de Janeiro em 1997. O programa utilizado neste trabalho é o *TC (Terrain Correction)*, que utiliza para o cálculo da correção topográfica dois modelos topográficos: um modelo de alta resolução e outro de resolução inferior. O primeiro é utilizado para os cálculos da região próxima do ponto e o segundo, para a região distante. Na região próxima ao ponto, os dados são densificados com a utilização de uma *spline* bicúbica, de maneira a amplificar os efeitos locais, que são as contribuições maiores, no efeito total. A integração dos efeitos topográficos é feita com as fórmulas do efeito gravitacional de um prisma retangular. Dependendo da geometria e precisão, várias expressões são utilizadas: tais como, fórmulas exatas, expansão em harmônicos esféricos ou aproximação ao centro de massa do ponto (Forsberg, 1997). O efeito topográfico foi calculado com o auxílio do programa *TC*, e adicionado aos dados gravimétricos.

Inicialmente, tratou-se dos aspectos relacionados com a correção das massas topográficas aplicadas nas anomalias gravimétricas, mas, pelo segundo método de condensação de *Helmert*, as massas externas ao geóide são verticalmente comprimidas sob o geóide. Por isso, o potencial gravitacional da Terra é alterado, a diferença entre o potencial

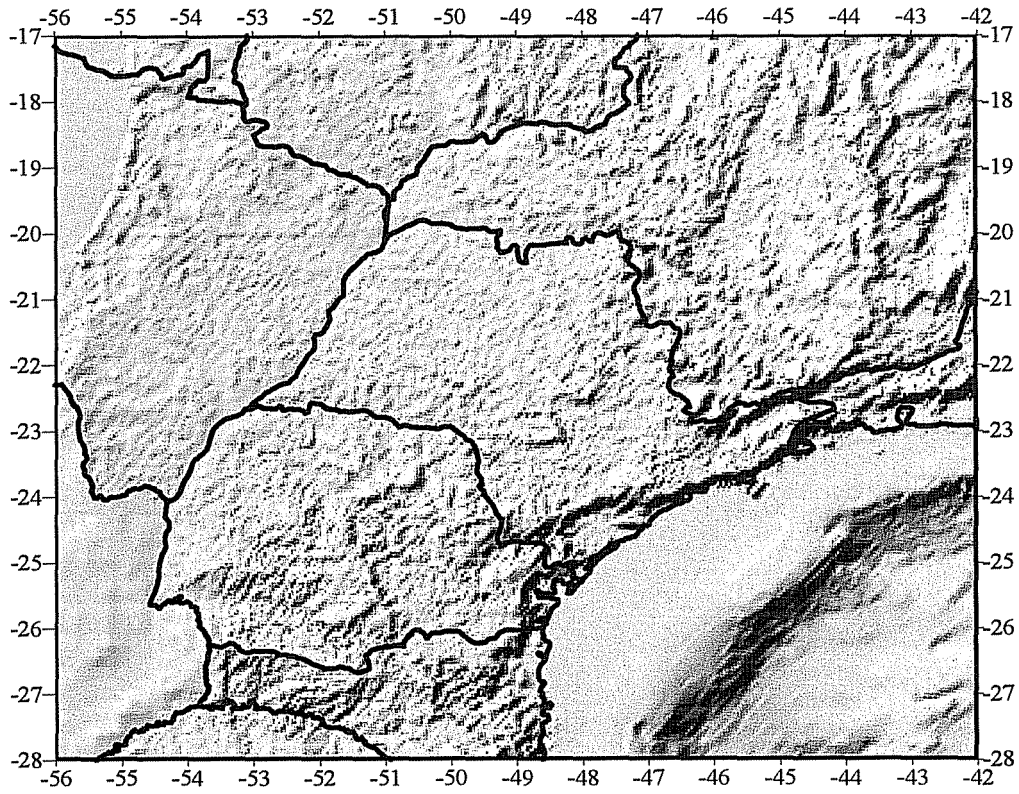


Figura 5.2 - Modelo Topográfico Digital do Estado de São Paulo - MTDSP

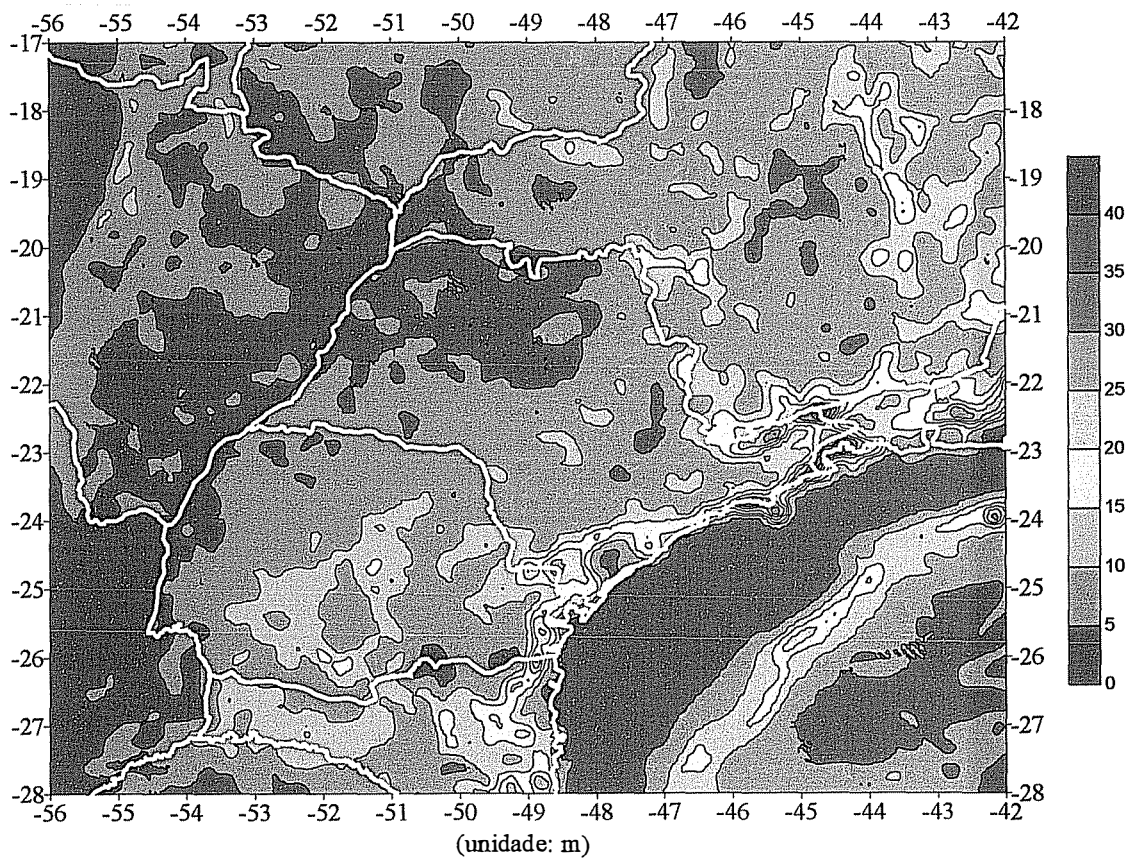


Figura 5.3 - Modelo digital do Erro do MTDSP

gravitacional das massas topográficas antes da correção e depois do processo de redução, é chamado de *efeito indireto do potencial*. A alteração correspondente ao geóide é chamada de *efeito indireto*. A superfície definida quando se utiliza a anomalia *faye* é chamada de co-geóide. A adição do efeito indireto no co-geóide determinará a superfície geoidal. Várias fórmulas podem ser usadas para considerar o efeito indireto (Wichiencharoen, 1982; Sideris, 1997).

A inclusão de termos adicionais que levam em consideração as massas circunvizinhas à estação encontradas na literatura (Wichiecharoen, 1982; Tziavos, 1993; Sideris, 1997), também foram considerados.

$$\delta N = -\frac{\rho\pi G}{\gamma} H_P^2 - \frac{G\rho}{6\gamma} \iint_E \frac{H^3 - H_P^3}{s_0^3} dx dy \quad (5.18)$$

Esta expressão representa o efeito indireto e foi desenvolvida até a terceira ordem. Usando a notação de Sideris (1997), tem-se

$$\delta N = \delta N_0 + \delta N_1 + \delta N_2 \quad (5.19)$$

$$\delta N_0 = -\frac{\rho\pi G}{\gamma} H_P^2 \quad (5.20)$$

$$\delta N_1 = \frac{G\rho}{\gamma} \left[\int \frac{H - H_P}{\sqrt{x^2 + y^2 + H_m^2}} dx dy - \int \frac{H - H_P}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy \right] \quad (5.21)$$

$$\delta N_2 = -\frac{G\rho}{6\gamma} \left[\int \left(\frac{H^3 - H_P^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + H_m^2}} \right) dx dy \right] + \frac{G\rho H_m^2}{2\gamma} \left[\int \left(\frac{H - H_P}{\sqrt{x^2 + y^2 + H_m^2}} \right) dx dy \right] \quad (5.22)$$

onde H_m é a altitude média da área de estudo.

O efeito indireto sobre a gravidade (δg) será dado pela aplicação do gradiente ar-livre sobre δN , ou seja,

$$\delta g = \frac{\partial g}{\partial H} \delta N \cong \frac{\partial \gamma}{\partial H} \delta N = 0,3086 \delta N \quad (5.23)$$

os valores de (δg) , também serão considerados.

Este efeito foi determinado com o programa *IND* (Sideris, 1997), e adicionado às alturas geoidais calculadas através da colocação por mínimos quadrados.

5.3 MODELO GEOPOTENCIAL

O conhecimento do potencial gravitacional da Terra em escala global e com alta resolução é um pré-requisito para o desenvolvimento de diversas ciências, como a Geodésia, Geofísica, Oceanografia entre outras. Nos últimos anos, os avanços dos recursos computacionais e da teoria, deram um grande impulso no desenvolvimento de modelos geopotenciais.

Esses modelos, expressos por conjuntos de coeficientes do potencial gravitacional anômalo, desenvolvido em harmônicos esféricos (Heiskanen & Moritz, 1967), são determinados através da integração de dados do campo de gravidade, heterogêneos em tipo e precisão. Atualmente, os modelos geopotenciais integram os sistemas de referência geodésicos e vem sendo usados como esferóides combinados com dados locais para a representação do campo de gravidade anômalo de alta resolução (Sá & Molina, 1995; Sá, 1988). Como a distribuição geográfica dos dados gravimétricos usados na determinação dos coeficientes de alto grau ainda é muito irregular em termos globais, esses modelos refletem essa deficiência na representação do campo de gravidade anômalo sobre toda a superfície terrestre.

O *Earth Geopotential Model 1996* (EGM96), que resultou do trabalho conjunto realizado pela *National Imagery and Mapping Agency* (NIMA), NASA através do *Goddard Space Flight Center* (GSFC) e *Ohio State University* (OSU), contém coeficientes do potencial gravitacional expresso em harmônicos esféricos até o grau 360 (Tabela 5.2), o que significa uma resolução espacial de 30' de arco (Lemoine et al., 1998).

Os dados utilizados no processamento incluem a base de dados gravimétricos da NIMA, na forma de anomalias médias em blocos de 30', complementadas com as novas aquisições de dados ocorridas na década de 90, incluindo gravimetria terrestre e aérea, e contribuições provenientes de várias instituições, fornecendo dados de diversas áreas como África, Canadá, América do Sul, Ásia, Europa ocidental e da antiga União Soviética. Os dados de altimetria

por satélite das missões GEOSAT-GM, ERS-1 e TOPEX-POSSEIDON foram utilizados na forma de anomalias gravimétricas médias determinadas a partir dos dados altimétricos, com resolução de 30'. Para a redução dos dados gravimétricos, foi utilizado um modelo topográfico digital JGP5 (*Joint Gravity Project 5*) obtido a partir de todos os dados topográficos disponíveis nas instituições envolvidas. Este modelo topográfico foi usado também para o cálculo de anomalias isostáticas, utilizadas para o preenchimento de áreas onde não havia dados gravimétricos disponíveis.

Tabela 5.2 - Coeficientes do modelo EGM96 (n=m=5)

GRAU (N)	ORDEM (M)	$\bar{C}_{n,m}$	$\bar{S}_{n,m}$	$\sigma(\bar{C}_{n,m})$	$\sigma(\bar{S}_{n,m})$
2	0	-0,000484165	0,000000000	3,56106E-11	0,000000000
2	1	-1,86988E-10	1,19528E-09	1,00000E-30	1,00000E-30
2	2	2,43914E-06	-1,40017E-06	5,37392E-11	5,43533E-11
3	0	9,57254E-07	0,000000000	1,80942E-11	0,000000000
3	1	2,02999E-06	2,48513E-07	1,39652E-10	1,36459E-10
3	2	9,04628E-07	-6,19026E-07	1,09623E-10	1,11829E-10
3	3	7,21073E-07	1,41436E-06	9,51563E-11	9,32851E-11
4	0	5,39874E-07	0,000000000	1,04237E-10	0,000000000
4	1	-5,36322E-07	-4,7344E-07	8,56744E-11	8,24085E-11
4	2	3,50694E-07	6,62672E-07	1,60002E-10	1,63906E-10
4	3	9,90772E-07	-2,00928E-07	8,46578E-11	8,26625E-11
4	4	-1,88561E-07	3,08853E-07	8,73154E-11	8,78528E-11
5	0	6,85323E-08	0,000000000	5,43831E-11	0,000000000
5	1	-6,21012E-08	-9,44226E-08	2,79969E-10	2,80829E-10
5	2	6,52438E-07	-3,2335E-07	2,37474E-10	2,43570E-10
5	3	-4,51955E-07	-2,14847E-07	1,71116E-10	1,68106E-10
5	4	-2,95302E-07	4,96659E-08	1,19813E-10	1,18498E-10
5	5	1,74972E-07	-6,69384E-07	1,16426E-10	1,15900E-10

Avaliações do modelo geopotencial EGM96 foram realizadas para determinar a resolução máxima do modelo para a área de estudo. Isto é feito através dos elementos do campo de gravidade anômalo como, por exemplo, anomalias gravimétricas. Como a resolução efetiva dos modelos varia de uma região para outra, o uso do modelo EGM96 na representação da componente determinística do campo de gravidade anômalo no Estado de São Paulo, levanta a seguinte questão: Qual o grau que melhor representa a componente determinística para a área de estudo? Nesta avaliação, foram usados modelos gravimétricos digitais do Estado de São Paulo com resoluções espaciais de 30' (MGD30) e 60' (MGD60).

A metodologia utilizada consiste em determinar as diferenças entre os modelos gravimétricos MGD30 e MGD60 com os valores fornecidos pelo EGM96, para isto foi utilizado um programa de computador desenvolvido por (Tscherning et al, 1983) que calcula a partir dos coeficientes do modelo geopotencial as componentes derivadas do potencial anômalo, neste caso, anomalias gravimétricas para os graus 360 (EGM30) e 180 (EGM60); e calcular os parâmetros estatísticos para as diferenças obtidas (Sá, 1993). O resultado desta análise, mostra que o grau 180 do modelo geopotencial EGM96, fornece uma resolução efetiva máxima de 60', para a região estudada (Souza & Sá, 2000).

5.4 REDE BRASILEIRA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO

A Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) é formada atualmente por 13 estações GPS (Figura 5.4), fixas e de operação contínua, constituindo uma estrutura de suporte para utilização da tecnologia GPS no Brasil (IBGE, 2001). Tem como objetivos: fornecer o apoio básico para o posicionamento por satélite através do GPS em todo o território brasileiro; disponibilizar observações em duas frequências (L1 e L2) para pesquisas sobre monitoração tectônica, refração ionosférica, etc.; possibilitar a integração do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) aos sistemas de referência geocêntricos regionais e globais, tais como, o Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul (SIRGAS), descrito no relatório preparado pelo IBGE (IBGE, 1997), e o *Conventional Terrestrial System* (CTS) através do *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF), definido pelo *International Earth Rotation Service* (IERS), conforme divulgação através de relatórios técnicos.

As estações da RBMC que foram utilizadas nesta pesquisa são as seguintes: BRASÍLIA e CURITIBA, PRESIDENTE PRUDENTE e VIÇOSA. Os dados das estações são coletados diariamente e transferidos automaticamente para a unidade de controle no Rio de Janeiro e colocados à disposição dos usuários pela *internet*, na página do IBGE (www.ibge.gov.br), em formato RINEX e com intervalo de observação de 15 segundos.

5.5 REDE DE NIVELAMENTO DO ESTADO DE SÃO PAULO

A Rede Nivelamento Fundamental do Estado de São Paulo (RNFSP) foi iniciada com os trabalhos de apoio geodésico, realizados pelo Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo (IGG), entre 1940-61 (IGG, 1962), para o mapeamento básico do Estado (Figura

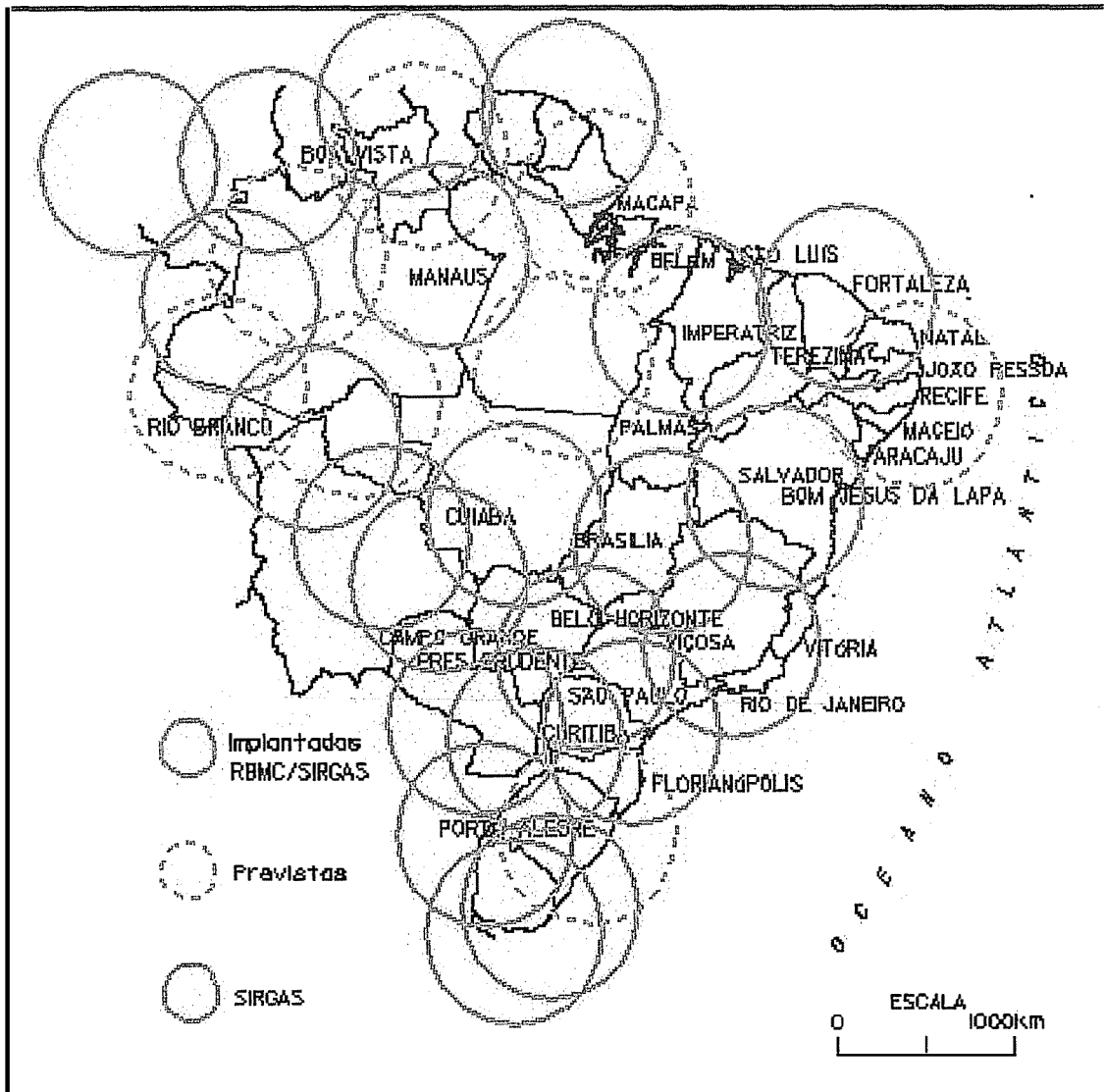


Figura 5.4 - Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC)

5.5). Os circuitos seguiram, tanto quanto possível, as melhores estradas de rodagem e, em algumas regiões, as estradas de ferro. As RNs (referências de nível) foram colocadas, em média, com espaçamento de 5 quilômetros.

As altitudes das RNs do IGG são referidas ao nível médio do mar, dado pelo marégrafo de Torres, no Estado do Rio Grande do Sul. As RNs são constituídas de duas partes, uma em forma de tronco de pirâmide removível (pino cima), cujo valor é dado até o cm e outra na forma prismática, enterrada no solo (pino baixo), cujo valor é dado até o mm. Existe também as altitudes dadas em chapas metálicas, chumbadas em portas de igrejas, plataformas de estações ferroviárias, pontes, etc., assim como as dos Marcos Municipais (MM), colocados nos jardins de algumas sedes de municípios (Figura 5.6).

Fazem parte da rede de nivelamento do Estado de São Paulo, as RNs provenientes dos trabalhos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), desde a década de 40, para implantação da Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil (RNFB). Da rede mais antiga, implantada pelo IGG (Figura 5.5), pouco resta atualmente, pois a destruição das RNs foi quase total nas regiões onde houve urbanização e pavimentação de estradas. As regiões onde há menor disponibilidade de RNs correspondem ao sudoeste e oeste do Estado. Nas demais regiões, o IBGE vem realizando trabalhos de nivelamento e praticamente não há dificuldades para escolha adequada de RNs em número e distribuição geográfica (Figura 5.7).

As RNs do IBGE são encontradas na forma de marcos de concreto, com chapa de bronze para a materialização do ponto; também, são usadas chapas metálicas, chumbadas em monumentos, soleiras de igrejas, plataformas de estações de estradas de ferro, pontes, etc (Figura 5.8).

As RNs que compõem a rede GPS do Estado de São Paulo estão referidas a *data* altimétricos diferentes, pois as RNs do IGG estão referidas ao marégrafo de Torres e as RNs do IBGE ao de Imbituba. Portanto, as altitudes das RNs do IGG devem ser referidas ao marégrafo de Imbituba, o que implica a adição de uma correção para as altitudes das RNs do IGG. Alencar (1990) analisou as discrepâncias entre os marégrafos existentes no Brasil, e concluiu que as diferenças entre os marégrafos de Imbituba e Torres é de aproximadamente +5 cm. O sinal positivo indica que o nível médio do mar registrado pelas observações do marégrafo de Torres é mais alto que o determinado em Imbituba (Figura 5.9).

Uma nova análise foi realizada considerando as RNs pertencentes às redes de nivelamento do IGG e IBGE, foi possível calcular as diferenças nas RNs comuns pertencentes aos dois nivelamentos. A diferença média encontrada é de aproximadamente +10 cm; portanto,

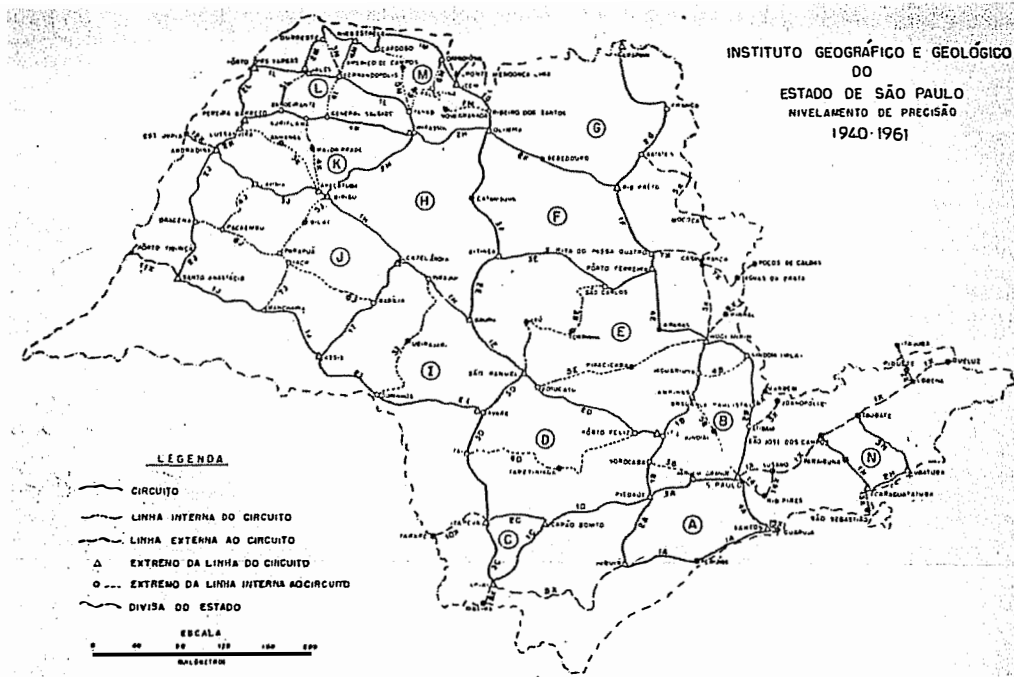
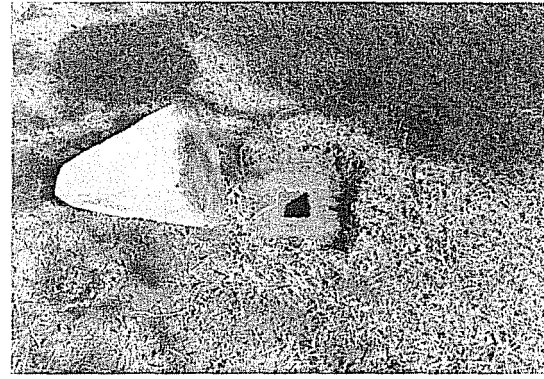


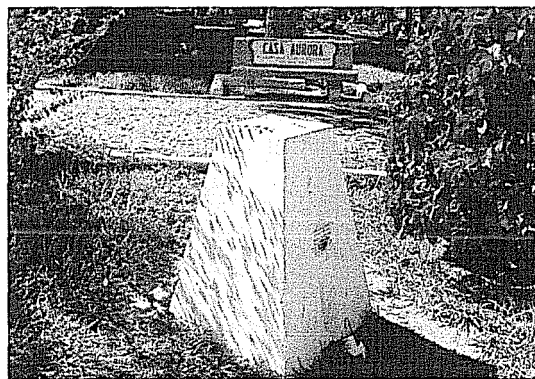
Figura 5.5 - Linhas do nivelamento executado pelo IGG



a) Marco de concreto, parte superior com pino cima



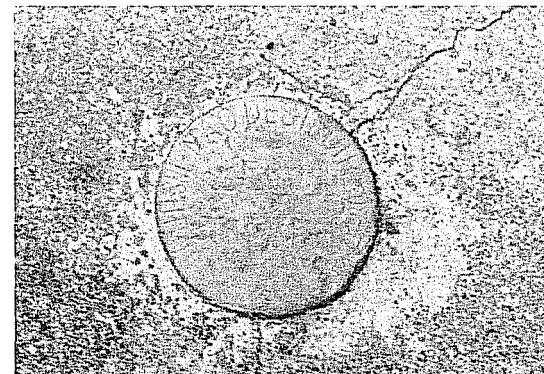
b) Marco de concreto, base com pino baixo



c) Marco Municipal de concreto com pino na base



d) Estação ferroviária com chapa na porta principal



e) Chapa de latão

Figura 5.6 - Monumentação de RNs implantadas pelo IGG

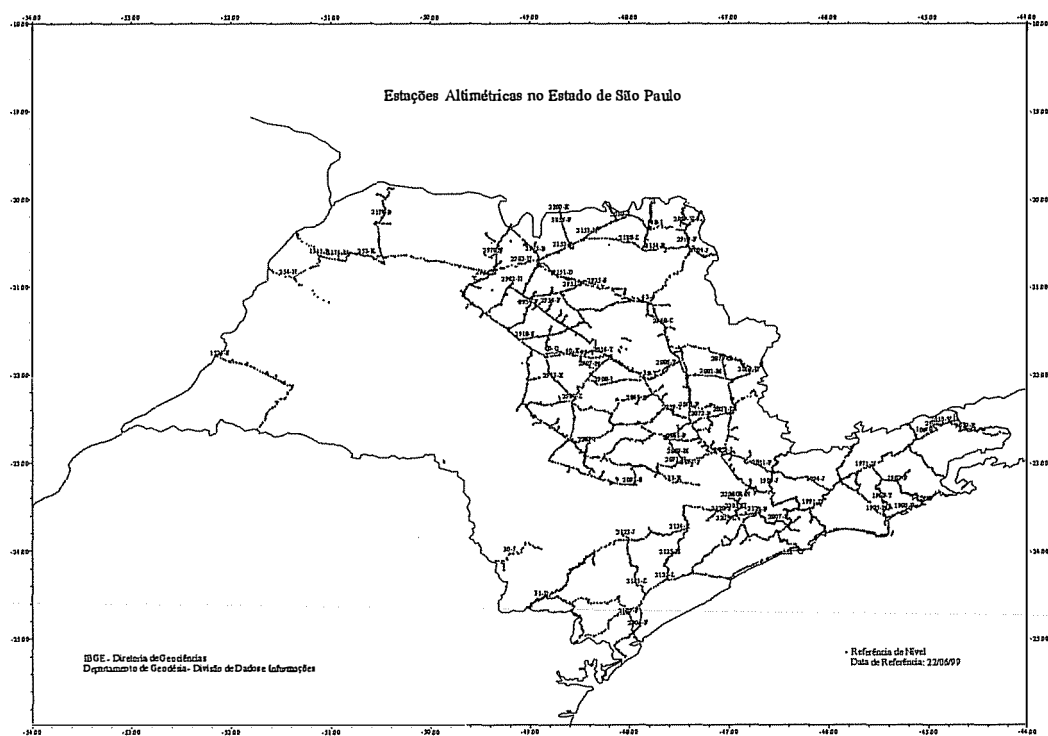
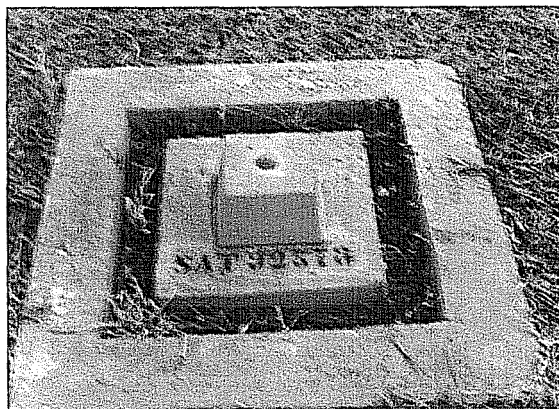
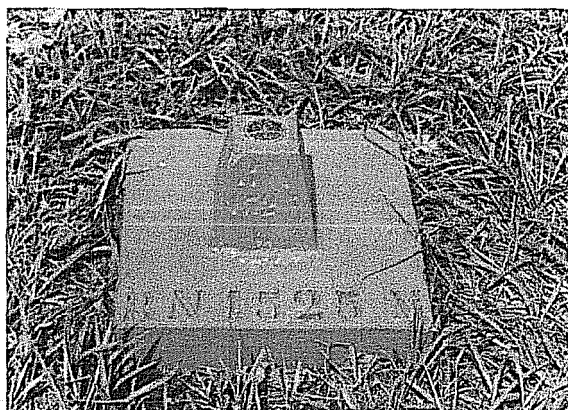


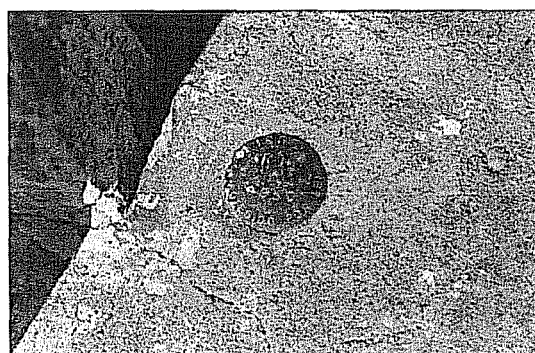
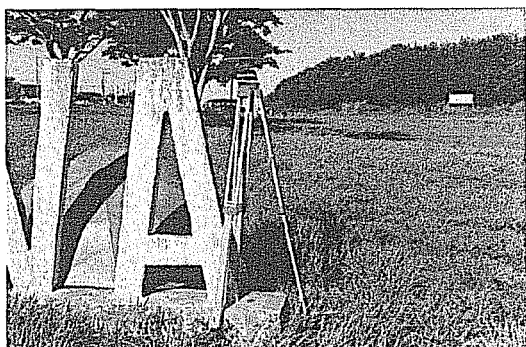
Figura 5.7 - Rede de Nivelamento do IBGE



a) RN atual



b) RN clássica



c) Chapa metálica

Figura 5.8 - Monumentação das RNs implantadas pelo IBGE

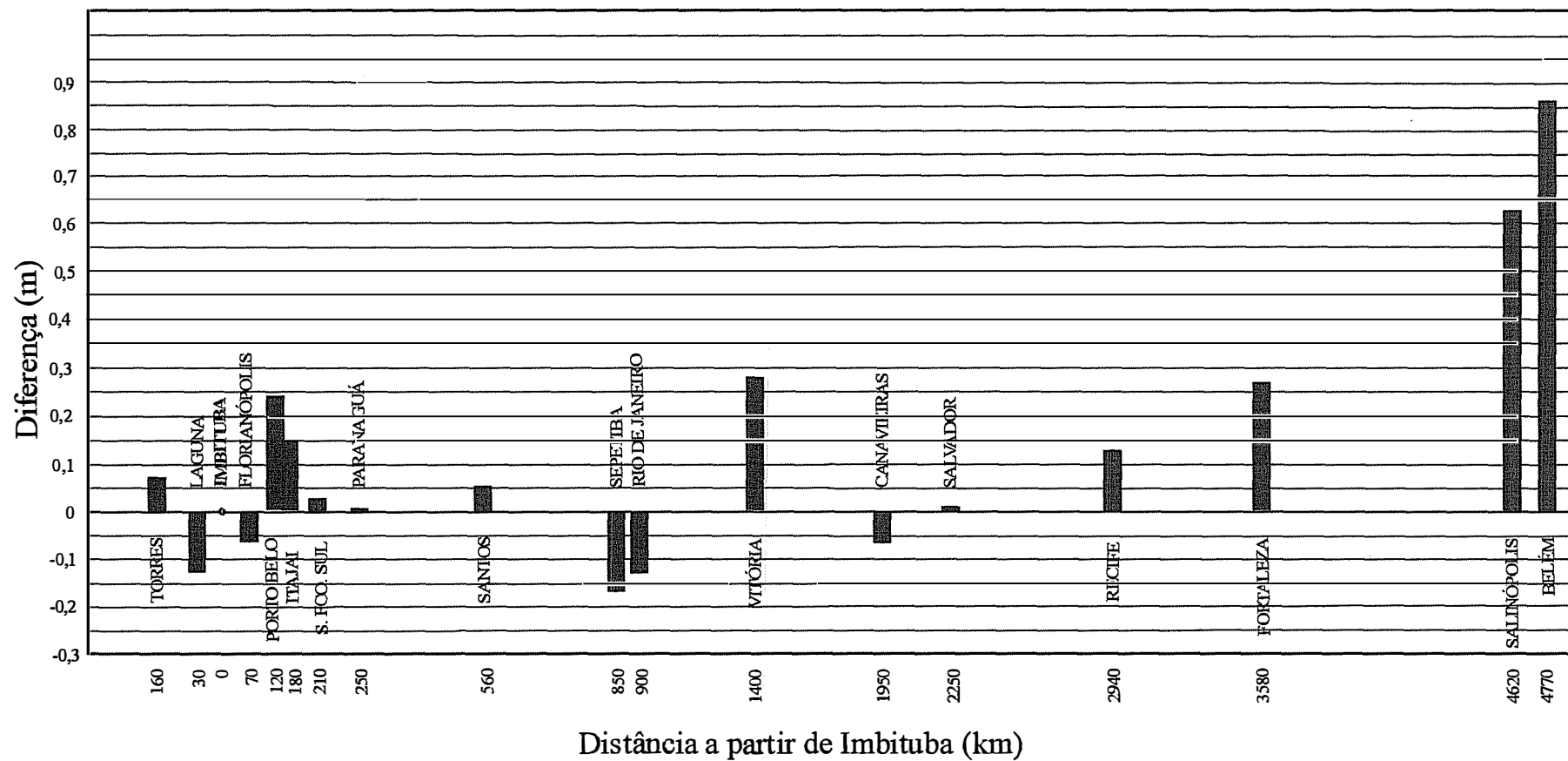


Figura 5.9 - Diferenças entre o nível médio do mar no marégrafo de Imbituba, e nos outros marégrafos da costa brasileira

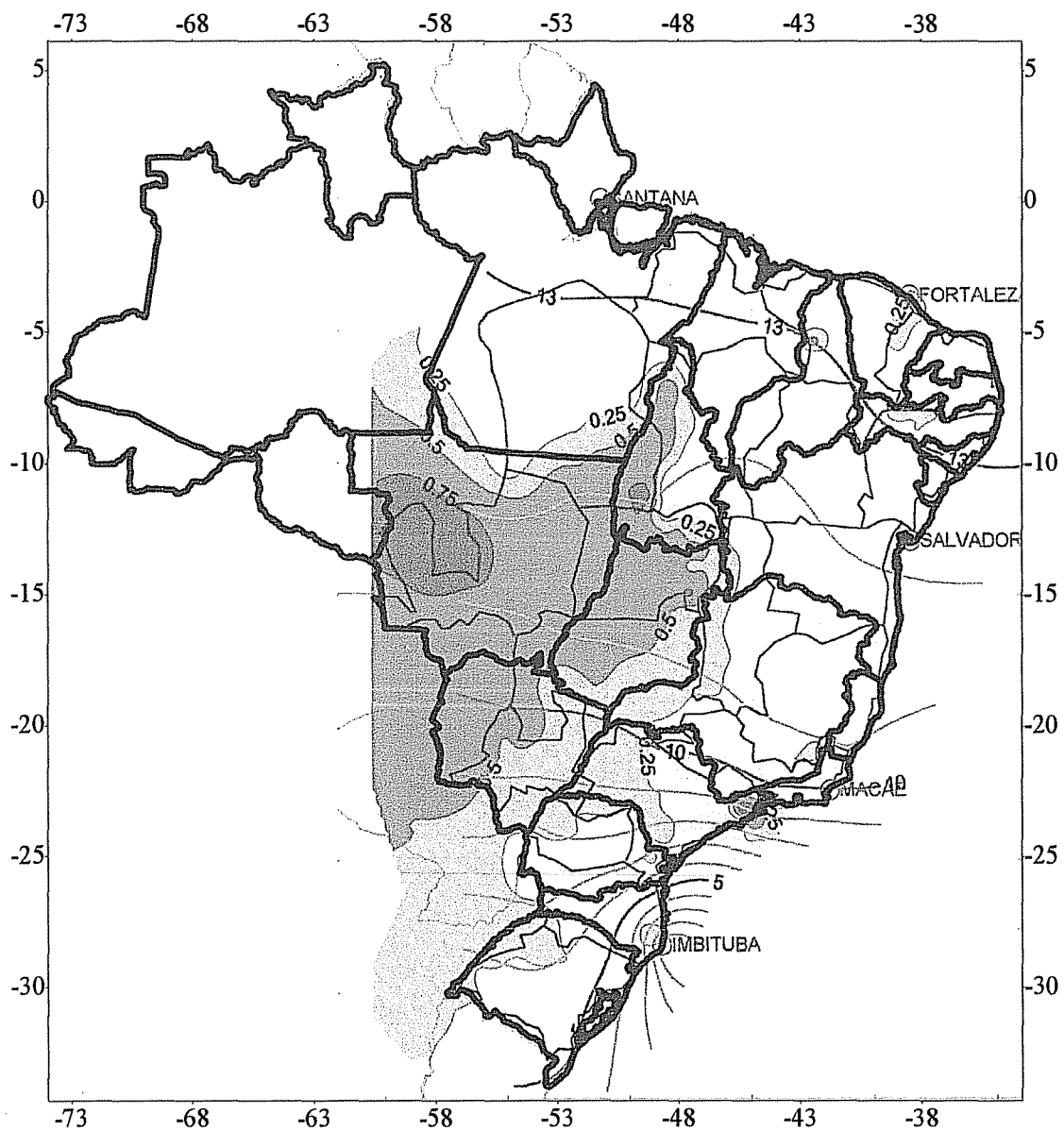
maior do que o determinado por Alencar (1990). Cabe ressaltar que Alencar (1990), baseou-se nas diferenças encontradas entre os marégrafos e não nos pontos pertencentes às redes de nivelamento. Esta análise foi realizada, considerando as altitudes do IBGE iguais as altitudes preliminares (H_{PREL}) anteriores ao ajustamento realizado em 1991. Para padronizar as altitudes das RNs do IGG com as do IBGE, foi adicionada o valor de 10 cm nas altitudes do IGG (Tabela 5.3).

No caso das RNs do IBGE, deve-se considerar que houve também a necessidade de homogeneizar os valores das altitudes, conforme Luz & Guimarães (2001). Entre 1945 e 1975 foram realizados oito ajustamentos preliminares das observações da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP), e que somente no final da década de 70 foi iniciada a preparação para um ajustamento automatizado. Neste trabalho, a altitude proveniente deste ajustamento será denominada de *altitude preliminar* (H_{Pre}). Todas as informações de resumo de nivelamento foram digitadas, e as respectivas linhas foram verificadas. No entanto, não foi possível um ajustamento global, o que implicou em um novo particionamento (Ribeiro & Luz, 1991) e ajustamento das RNs, denominado de Ajustamento Altimétrico Global Preliminar (AAGP). A altitude das RNs provenientes deste ajustamento, será denominada de *altitude ajustada* (H_{AJ}). As diferenças entre as altitudes das RNs ajustadas e preliminares, podem ser visto na Figura 5.10. Nas áreas em que havia as RNs dos levantamentos preliminares, as diferenças são da ordem de 25 cm, nas regiões onde não existiam RNs destes levantamentos, a diferença chega a mais de 80 cm (Luz & Guimarães, 2001).

Neste trabalho, foram avaliadas as RNs preliminares e ajustadas, devido as altas discrepâncias encontradas nos valores das altitudes (IBGE, 1998). Para converter as altitudes ajustadas para as preliminares (Tabela 5.4), foi digitalizado o mapa da Figura 5.10. E assim, foi possível homogeneizar as altitudes, interpolando as correções a partir do mapa digital.

5.6 ALTURAS GEOIDAIIS OBTIDAS COM GPS

Atualmente, o GPS vem sendo usado com sucesso em duas aplicações importantes relacionadas com esse tema: o aprimoramento do geóide e o nivelamento por satélite. As coordenadas geodésicas de pontos da superfície terrestre, fornecidas pelo GPS, combinadas com a altitude ortométrica resultante do nivelamento geométrico tradicional, proporcionam a altura geoidal nesses pontos com exatidão comparável a do nivelamento. Essas alturas geoidais são usadas no refinamento do geóide determinado a partir de dados do campo de gravidade.



(Figura adaptada de Luz & Guimarães, 2001)

Figura 5.10 - Resultados do ajustamento: (a) em preto, a rede de macrocircuitos utilizadas no ajustamento; (b) em escala de cores (até 25cm, sem cor; de 25 a 50cm, em amarelo; de 50 a 75, em laranja; e acima de 75, em vermelho), são mostradas as diferenças entre as novas altitudes (ajustadas) e as altitudes preliminares. Para maiores detalhes ver (Luz & Guimarães, 2001)

Tabela 5.3 - Conversão das altitudes do IGG para altitudes preliminares do IBGE e das preliminares para as ajustadas (IBGE)

LOCALIZAÇÃO	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)			ALTITUDES PRELIMINARES H_{PREL} (m)	ALTITUDES AJUSTADAS H_{AJ} (m)
	IDENTIFICAÇÃO	ALTITUDE (H_{IGG}) (m)	EXCÊNTRICA (H_{EXC}) (m)		
ALTINOPOLIS	IGG (CH)	889,550	890,926	891,026	891,216
ANDRADINA	IGG (PB)	408,042	407,579	407,679	408,049
ARAÇATUBA	IGG (PB)	404,451	405,365	405,465	405,775
ARARAS	IGG (CH)	629,147	629,654	629,754	629,934
ASSIS	IGG (PB)	569,576	569,365	569,465	569,725
AVARE	IGG (MM)	761,879		761,979	762,229
BURITAMA	IGG (PB)	398,642	397,259	397,359	397,649
CAMPINAS	IGG (MM)	733,853		733,953	734,113
DRACENA	IGG (PB)	408,092		408,192	408,542
ELDORADO	IGG (PB)	39,834		39,934	40,114
FERNANDOPOLIS	IGG (PB)	535,443	535,023	535,123	535,453
GUARATINGUETA_B	IGG (CH)	536,676	537,289	537,389	537,959
ITAPETNINGA	IGG (MM)	656,204	658,424	658,524	658,754
ITAPEVA	IGG (MM)	682,312	681,350	681,450	681,710
ITOBI	IGG (CH)	739,313	739,207	739,307	739,467
LAVÍNIA	IGG (PB)	460,573		460,673	461,013
LINS	IGG (MM)	432,629	434,082	434,182	434,452
MOGI MIRIM	IGG (PB)	631,800	631,077	631,177	631,337
ORIENTE	IGG (PB)	605,440	604,590	604,690	604,960
OSVALDO CRUZ	IGG (PB)	463,400	464,789	464,889	465,189
PARAGUAÇU PAULISTA	IGG (PB)	504,494	497,519	497,619	497,889
PIRACICABA	IGG (MM)	547,764		547,864	548,054
PIRAJUI	IGG (MM)	478,374		478,474	478,734
PORTO FELIZ	IGG (MM)	516,592	513,662	513,762	513,942
QUEIROZ	IGG (PB)	431,689	432,296	432,396	432,676
SALTO GRANDE	IGG (PB)	396,507		396,607	396,857
SÃO SEBASTIÃO_B	IGG (CH)	1,405	1,584	1,684	1,9040
UBATUBA_B	IGG (PB)	3,521	4,257	4,357	5,1570
UBIRAJARA	IGG (PB)	482,072	482,227	482,327	482,587

OBS: Para transformar as altitudes ortométricas do IGG em altitudes do IBGE preliminares, usou-se a seguinte expressão: $H_{PREL} = H_{IGG} + 0,10m$ ou $H_{PREL} = H_{EXC} + 0,10m$. Para converter das altitudes preliminares para ajustadas (IBGE), foram interpolados os valores obtidos da Figura 5.10.

Tabela 5.4 - Conversão das altitudes do IBGE ajustadas para as altitudes preliminares

LOCALIZAÇÃO	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)				RN EXCÊNTRICA H_{BAC} (m)	ALTITUDES Preliminares H_{PREL} (m)
	NUMERO	ALTITUDE (Ajustadas) H_{AJ} (m)	ALTITUDE (Preliminares) H_{PREL} (m)	DIFERENÇAS $H_{RES} = H_{AJ} - H_{PREL}$		
ADOLFO	2969-M	433,4227	*	0,27	433,718	433,448
AGUA CLARA	1503-L	322,2389	321,8322	0,407	323,824	323,417
AGUAS DA PRATA	99-K	823,5331	*	0,15	823,053	822,903
ALFENAS	95-Z	880,0553	879,8714	0,1839	879,797	879,613
ANAURILÂNDIA	1528-M	313,6264	313,3353	0,291		313,335
ANGRA DOS REIS_A	2818-M	78,2611	*	0,25		78,011
ANGRA DOS REIS_B	2818-N	7,8847	*	0,25		7,635
APARECIDA DO TABUADO	1241-V	388,7165	388,2662	0,4503		388,266
APIAI	2114-G	897,4150	897,3218	0,1032		897,322
ARABÁ	2179-M	426,3286	*	0,36		425,969
ARARAQUARA	2908-C	610,6769	*	0,22		610,457
ARCOS	79-B	747,1304	746,9195	0,2109	745,475	745,264
AURIFLAMA	2182-M	475,3041	*	0,33	475,210	474,880
BANANAL	9020-G	449,4536	*	0,20		449,254
BARRA BONITA	2900-L	532,4255	*	0,25		532,176
BARRETOS	9102-B	579,3478	*	0,23		579,118
BARRINHA	2923-L	518,6764	*	0,21	517,484	517,274
BASTOS	646-F	684,8991	684,5554	0,3432		684,555
BATAGUASSU	1246-V	329,9140	329,4913	0,4227		329,491
BAURU	2899-D	505,9758	*	0,25	506,984	506,734
BEBEDOURO	43-O	570,3319	570,1078	0,224	570,568	570,344
BOCAIUVA DO SUL	2043-S	973,7882	*	0,25	973,788	973,538
BRAGANÇA PAULISTA	1997-N	836,3481	*	0,14	832,354	832,214
CAMBUI	2801-Z	863,2071	*	0,17	861,097	860,927
CAMPESTRE	98-G	1076,2711	1076,0803	0,1908	1074,736	1074,545
CANANÉIA	2806-P	3,6281	*	0,04		3,588
CAPÃO BONITO	2117-N	674,9040	674,7739	0,1301		674,774
CAPITOLIO	76-R	766,3513	766,1486	0,2027	767,509	767,306
CARMO DA MATA	90-S	847,0724	846,8361	0,2363	843,802	843,566
CÁSSIA	2995-Z	731,5268	*	0,19		731,337
CASSILÂNCIA	1232-E	485,8137	485,4516	0,3621	484,953	484,591
CATANDUVA	2950-C	565,1374	*	0,25		564,887
CAZUZA	1500-T	432,3363	431,8878	0,449		431,887
COLORADO	1583-H	435,8106	435,5481	0,263	443,588	443,326
COMENDADOR GOMES	644-F	560,0728	559,7732	0,3000		559,773
CONCHAS	2890-J	491,8340	*	0,22		491,614
CORNÉLIO PROCÓPIO	1587-P	679,3217	679,0825	0,239	681,031	680,793
COTIA	2129-B	854,2941	854,0444	0,2497	853,937	853,687
CRUZEIRO	2810-N	517,9207	*	0,37	517,412	517,042
CUNHA	1974-E	954,7192	955,5478	0,79	974,253	973,463
CURIÚVA	2932-C	867,7627	*	0,25		867,513
CHA VESLÂNDIA	2172-V	411,6264	*	0,42		411,619
CHUÁ	SAT 91031	762,9219	*	0,25		762,671
ESTRELA DO NORTE	1584-L	412,1528	411,8807	0,272	411,891	411,619
FRANCA	49-G	1002,1195	1001,9055	0,214	1001,745	1001,531
GUADALUPE	1256-C	342,5084	342,0364	0,472		342,036
GUARATINGUETA_A	1970-A	539,1706	538,6006	0,57		538,601
IBAÍTI	2933-S	880,9569	*	0,25		880,707
IBITINGA	2905-U	529,2919	*	0,25		529,042
IBIÚNA	2128-N	860,6797	860,550	0,13	859,852	859,722
ICEM	2976-U	469,5904	*	0,25		469,340
IGARAPAVA	2158-T	642,2863	*	0,22		642,066
IGARATÁ	1994-M	772,6675	*	0,15	770,933	770,783
INOCENCIA	1501-S	503,8989	503,4486	0,450		503,449
IPORANGA	2116-R	93,8829	93,7943	0,0886		93,794

Tabela 5.4 - Continuação

LOCALIZAÇÃO	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)				RN EXCÊNTRICA H_{EXC} (m)	ALTITUDES PRELIMINARES H_{PREL} (m)
	NUMERO	ALTITUDE (Ajustadas) H_{AJ} (m)	ALTITUDE (Preliminares) H_{PREL} (m)	DIFERENÇAS $H_{RES}=H_{AJ}-H_{PREL}$		
ITABORAI	1007-U	25,0792	25,0590	0,02	27,319	27,299
ITAGUAI	1017-R	9,0235	8,9807	0,133	9,749	9,616
ITAJUBA	2809-S	843,3726	*	0,18		843,193
ITARARE	30-C	737,4395	737,0908	0,349	736,375	736,026
ITUJUTABA	2170-F	561,4407	*	0,35		561,091
JAU	2901-A	515,8103	*	0,25	515,631	515,381
JUIZ DE FORA	115-N	679,2191	*	0,17	680,164	679,994
JUNDIAÍ	2862-S	761,9316	*	0,13		761,802
JUQUIÁ	2122-J	21,1549	21,0502	0,1047		21,050
JUQUITIBA	2131-T	701,8684	701,7563	0,1121	700,025	699,913
LOANDA	1574-S	489,6233	489,3595	0,2638		489,360
MOGI DAS CRUZES	1991-G	749,1341	748,9997	0,134	748,942	748,807
NHANDEARA	251-F	525,2017	524,8807	0,3210		524,881
NOVA ANDRADINA	1529-Z	384,5391	384,2541	0,285		384,254
NOVO HORIZONTE	2957-V	451,8878	*	0,25		451,638
ORTIGUEIRA	1598-A	783,9594	783,7137	0,2457		783,714
OURO FINO	104-I	908,7156	908,5381	0,1775		908,538
PALMEIRA	2113-Z	697,7249	697,6312	0,0937		697,631
PARAIBUNA	1986-D	675,4776	675,3104	0,1672		675,310
PARANAGUA	25-A	3,5388	3,6334	-0,095		3,633
PARANAÍBA	1238-X	431,1842	430,7542	0,4300		430,754
PARANAVAI	1577-G	408,3736	408,1161	0,2575	410,551	410,293
PARATI_A	1975-S	6,6189	5,8490	0,77		5,849
PARATI_B	2820-J	0,8473	*	0,77	1,535	0,765
PASSOS	2997-F	739,5607	*	0,18		739,381
PEREIRA BARRETO	253-H	347,3610	347,4125	-0,0515		347,412
PERUIBE	2134-J	22,1772	22,0637	0,1135		22,064
PIEDADE	2126-G	966,6202	966,4905	0,130		966,490
PILAR DO SUL	2124-G	691,3290	691,1823	0,147	699,847	699,700
PIRAI	1000-U	387,6630	387,6630	0,000	387,001	387,001
PIRAÍ DO SUL	2017-Z	1018,4841	1018,3353	0,1488		1018,335
PIRASSUNUNGA	2882-E	624,3174	*	0,18		624,137
PONTA GROSSA	26-X	884,0990	883,9992	0,0998	882,952	882,852
POUSO ALEGRE	2803-C	828,6001	*	0,15		828,450
POUSO ALTO	113-S	878,9900	878,8389	0,1511		878,839
PRESIDENTE EPITÁCIO	1524-R	292,1481	292,1481	0,0000		292,148
PRESIDENTE PRUDENTE	1527-C	404,2023	403,7900	0,4123		403,790
PRESIDENTE VENCESLAU	1525-M	422,5738	422,5738	0,0000		422,574
QUELUZ	2811-B	497,9037	*	0,31	493,587	493,277
REGISTRO	2120-T	19,0173	18,9176	0,0997		18,918
RIBEIRA	2113-T	173,9827	173,8885	0,0942		173,888
RIBEIRÃO PRETO	42-I	591,2875	591,0765	0,2110	591,603	591,392
RIO BONITO	1008-J	62,4265	62,3428	0,084	59,100	59,016
ROLÂNDIA	1589-L	733,4115	733,1712	0,2403		733,171
SANTA JULIANA	2164-G	958,3850	*	0,25		958,135
SANTA RITA DO RIO PARDO	1523-J	356,9226	356,5101	0,413	357,198	356,786
SANTO ALEIXO	1006-R	28,6242	28,5152	0,109	27,717	27,608
SANTO ANASTÁCIO	1526-B	436,5738	436,4954	0,0784		436,495
SANTO ANTONIO PLATINA	1592-L	499,3481	499,1255	0,2226		499,126
SÃO BENTO DO SAPUCAÍ	1993-S	874,0199	*	0,22	874,314	874,094
SÃO CARLOS	2903-G	856,9951	*	0,20		856,795
SÃO FRANCISCO DE SALES	2177-J	483,8566	*	0,32		483,537
SÃO JOÃO DEL REI	120-F	898,8262	898,5780	0,2482		898,578
SÃO JOSÉ DA BARRA	2154-M	573,7934	*	0,21		573,583
SÃO JOSÉ DA SERRA	2931-A	918,8098	*	0,25		918,560

Tabela 5.4 - Continuação

LOCALIZAÇÃO	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)				RN EXCÊNTRICA H_{Exc} (m)	ALTITUDES PRELIMINARES H_{Prel} (m)
	NUMERO	ALTITUDE (Ajustadas) H_{Aj} (m)	ALTITUDE (Preliminares) H_{Prel} (m)	DIFERENÇAS $H_{RES}=H_{Aj}-H_{Prel}$		
SÃO JOSE DO RIO PRETO	2970-T	510,0272	*	0,26	506,426	506,176
SÃO LUIZ DE PARAITINGA	1981-Z	744,7208	743,9110	0,81	759,749	758,939
SÃO MANUEL	2899-V	663,9437	*	0,25		663,694
SÃO MIGUEL ARCANJO	2123-S	683,9832	683,8374	0,146		683,837
SÃO SEBASTIÃO	1984-R	4,7245	*	0,20	4,235	4,035
SÃO SIMÃO	2947-T	621,1515	*	0,19		620,962
SÃO VICENTE	2141-D	5,3217	5,1955	0,126		5,196
SIQUEIRA CAMPOS	1593-L	624,4095	624,2024	0,207		624,202
SOROCABA	2127-F	554,4147	554,2216	0,1931	555,040	554,847
TAUBATE	1971-U	589,5840	589,0340	0,55		589,034
TORRINHA	2867-A	826,0293	*	0,22		825,809
TRÊS CORAÇÕES	2805-V	884,2134	*	0,14	884,230	884,090
TRES LAGOAS	1254-Z	322,1095	321,6666	0,4430		321,666
TRES RIOS	14-U	268,6800	*	0,12	268,725	268,605
UBATUBA	1979-S	5,5468	4,7470	0,80		4,747
UBERLANDIA	2167-O	829,5879	*	0,28		829,308
VASSOURAS	1001-Z	448,1673	448,1673	0,0000		448,1673
WENCESLAU BRÁS	1595-C	810,5889	810,3935	0,1954		810,394

OBS: (*) Não existem valores preliminares para estas altitudes, os valores utilizados foram interpolados a partir da Figura 5.10 (Luz & Guimarães, 2001)

As RNs posicionadas para o aprimoramento do geóide, constituindo redes densas e compatíveis com o Sistema Geodésico Brasileiro, podem ser usadas como bases curtas em aplicações locais do GPS nas quais podem ser utilizados receptores de uma frequência. A possibilidade de uso das RNs posicionadas como bases para a realização de levantamentos locais, naturalmente requer a documentação dos marcos utilizados. Essa idéia foi colocada em prática com a implantação da Rede GPS no Estado de São Paulo e regiões adjacentes, visando o aprimoramento do geóide e o apoio básico local, num projeto que vem sendo desenvolvido pelo IAG/USP, com a colaboração da FCT/UNESP e SCT/UFPR, com apoio financeiro da FAPESP.

A Rede de Nivelamento do Estado de São Paulo, apesar de antiga e ter alto índice de destruição em consequência da urbanização e da pavimentação das rodovias, ainda possui um número mínimo de RNs com as quais vem sendo possível implantar uma rede GPS visando também apoio básico, em termos de coordenadas geodésicas e altitude ortométrica; e avaliar geóides gravimétricos da região.

A quantidade de RNs (IBGE e IGG) existentes no Estado de São Paulo é de aproximadamente 700, destas foram selecionadas cerca de 160 RNs, distribuídas no Estado e regiões adjacente, de maneira a possibilitar uma distância média entre as RNs da ordem de 70 km, o que implica em bases não superiores a 40 km. Para bases desse comprimento, o posicionamento relativo estático fornece precisão satisfatória para várias aplicações, mesmo com receptores simples e baratos de uma frequência. A Figura 5.11, mostra a distribuição das RNs que constituem a Rede GPS do Estado de São Paulo.

5.6.1 Equipamentos e Acessórios utilizados na implantação da rede GPS

Os equipamentos de campo usualmente recomendados para a realização de levantamentos usando o sistema GPS, são os receptores GPS e seus complementos como tripés, sombreiros, e de aparelhos auxiliares como, sensores meteorológicos para a monitoração da pressão atmosférica, temperaturas seca e úmida. Nos trabalhos de nivelamento por satélite ou determinação de alturas geoidais, são necessários os equipamentos convencionais de nivelamento geométrico (níveis de luneta, miras, etc), utilizados na transposição de pontos obstruídos para o rastreamento dos sinais de satélites GPS.

No caso do posicionamento dos pontos da rede GPS do Estado de São Paulo, foram usados os seguintes equipamentos: um receptor GPS de dupla frequência e 12 canais, modelo

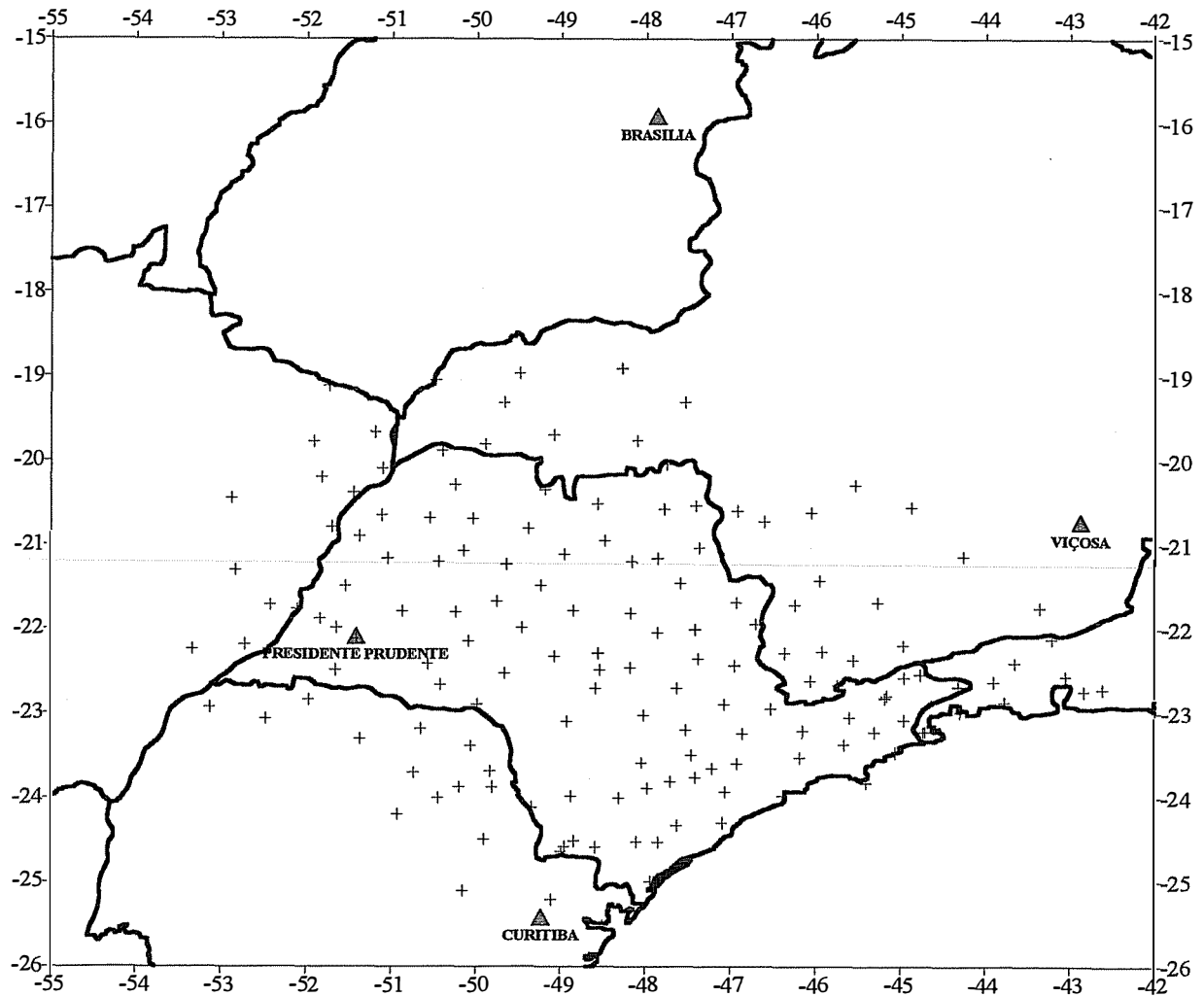


Figura 5.11 - Distribuição dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo

Z12 e uma antena *ASH700718A*, todos de fabricação *ASTECH* (Figura 5.12); um nível *WILD NA0* e acessórios; uma mira dobrável de fibra e um software para processamento dos dados, que neste caso, é o programa *GeoGenius* desenvolvido e comercializado pela *Spectra Precision*.

Os receptores com dupla frequência são utilizados no posicionamento de alta precisão, pois permite a combinação das portadoras L1 e L2. O número de canais disponíveis nos receptores, também é um fator importante a ser analisado. No receptor *ASTECH* são 12 canais, o que possibilita o rastreamento de todos os satélites visíveis, simultaneamente, da constelação GPS.

O conhecimento do modelo de antena é importante para a correção do centro de fase, no qual as medidas dos sinais são referidas, e que geralmente não coincide com o centro geométrico da antena. Atualmente, as correções utilizadas pela comunidade geodésica são aquelas adotadas como padrão pelo *International GPS Service* (IGS), nos quais quase todas as antenas em uso para fins geodésicos são calibradas com respeito à antena *Dorne Margolin*. Essa calibração tem sido realizada pelo *National Geodetic Survey* (NGS). Informações detalhadas sobre as antenas podem ser encontradas na página <http://www.grdl.noaa.gov/gdr/GPS/Projects/ANTCAL>. A Figura 5.13 mostra as principais características da antena *ASH707018A*, que foi utilizada no posicionamento das RNs no Estado de São Paulo.

5.6.2 Posicionamento de RNs

O método de posicionamento de RNs adotado, nesta pesquisa, foi o relativo no modo estático, em que dois ou mais receptores capturem, simultaneamente, um grupo de pelo menos quatro satélites comuns. Portanto, a escolha deste método, faz com que o usuário necessite de no mínimo dois receptores. Mas, com o advento das redes ativas, como é o caso da RBMC, este não é mais um problema. As estações da RBMC coletam dados continuamente. Portanto, é necessário apenas um receptor para realizar o posicionamento relativo.

O posicionamento relativo estático consiste em rastrear os sinais dos satélites GPS por um período relativamente longo, que no caso dos pontos da Rede GPS de São Paulo foram inicialmente de duas horas, conforme descrito no projeto enviado a FAPESP (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo), e posteriormente aumentado para três horas.



a) Receptor GPS em operação numa RN



b) Receptor GPS e acessórios

Figura 5.12 - Receptor em operação e acessórios

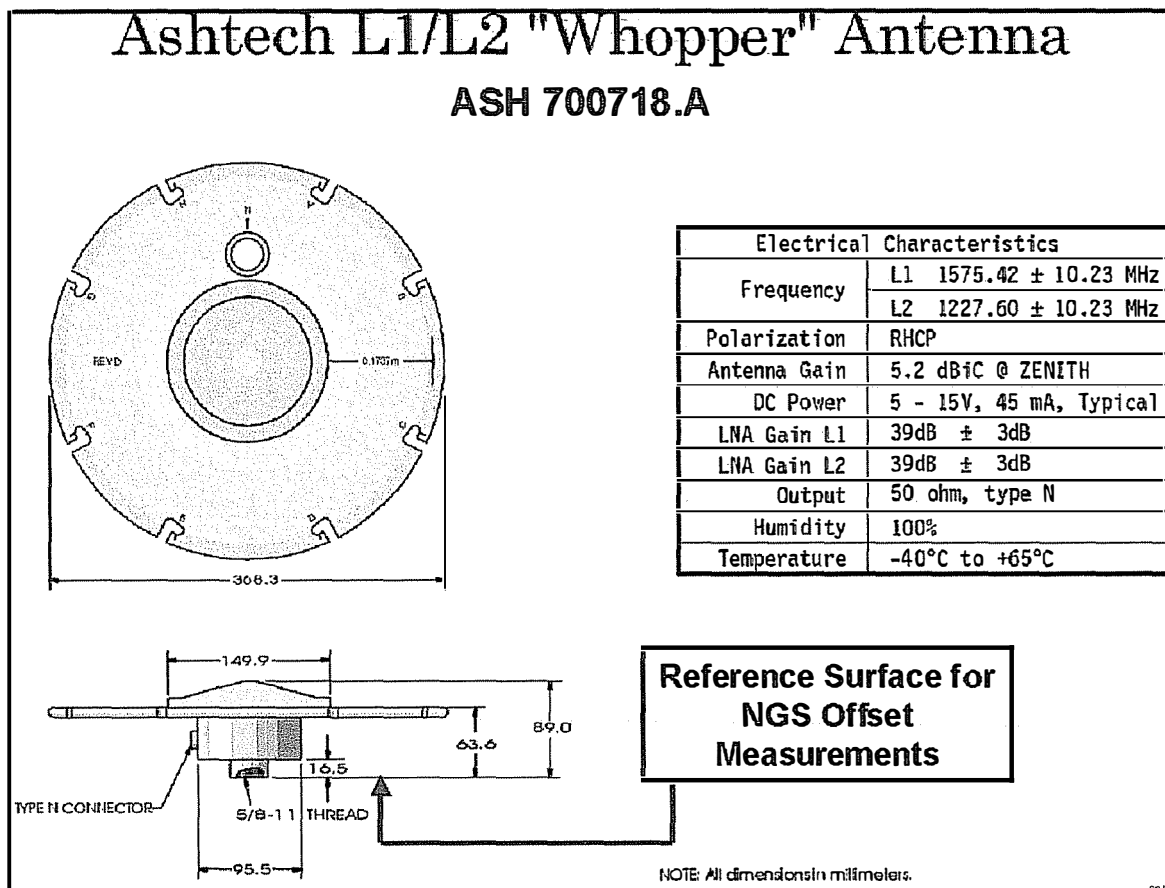


Figura 5.13 - Características da antena ASH700718A

O posicionamento por satélite de referência de nível (RNs), exige que o ponto, neste caso, materializado por um marco de concreto ou chapa, esteja livre de obstruções, tais como prédios, grande cobertura de vegetação, etc. O procedimento para o rastreamento utilizando o GPS, consiste na instalação da antena GPS sobre o ponto (marco ou chapa), com a finalidade de fazer a coincidência do centro de fase da antena com o ponto (Figura 5.14). O centro de fase da antena é determinado com o prumo ótico da base nivelante da antena e o ponto materializado com uma chapa metálica cravada nos marcos ou bases de concreto.

O nivelamento da antena é feito com o auxílio dos parafusos calantes ou niveladores existentes na base nivelante que suporta a antena. Nos casos onde é impossível instalar a antena sobre a RN, devido à existência de objetos que possam prejudicar a recepção do sinal GPS, é necessário que se escolha e nivele um ponto em um lugar desobstruído.

Na implantação desta nova RN, denominada Referência de Nível Excêntrica (RNE), o ponto escolhido é materializado com chapa construída de latão. A fixação da chapa consiste em perfurar o concreto no local escolhido, até cerca de 7cm de profundidade, usando um ponteiro ou furadeira de impacto, e fixá-la nesse furo com *durepox* (Figura 5.15).

A altitude desse ponto é determinada por meio do nivelamento geométrico, utilizando um nível de luneta para a medição. No nivelamento geométrico é necessária a utilização de uma mira (régua graduada) e de um nível esférico para manter a sua verticalidade.

Para realizar o nivelamento geométrico deve-se instalar o aparelho em um local adequado; desta posição, realiza-se leituras em miras verticalizadas nos pontos de interesse. Por diferença de leituras obtidas nas miras, obtém-se a diferença de nível entre os pontos visados.

A primeira visada é feita no ponto que tem a altitude conhecida, no caso a RN, denominada de visada de Ré, e a seguir é feita a visada no ponto em que se deseja conhecer a altitude, chamada visada de Vante (Figura 5.16). A nova altitude (RNE) é determinada de maneira bastante simples

$$H_E = H_A + V_{RÉ} - V_{VANTE} \quad (5.24)$$

onde

H_E representa a altitude da excêntrica

H_A representa a altitude da RN



Figura 5.14 - Exemplo do posicionamento de RN



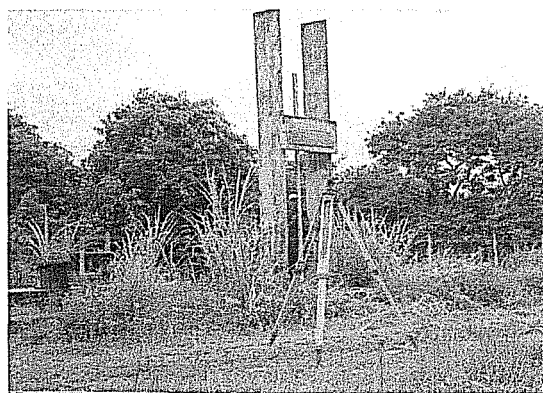
a) Perfuração



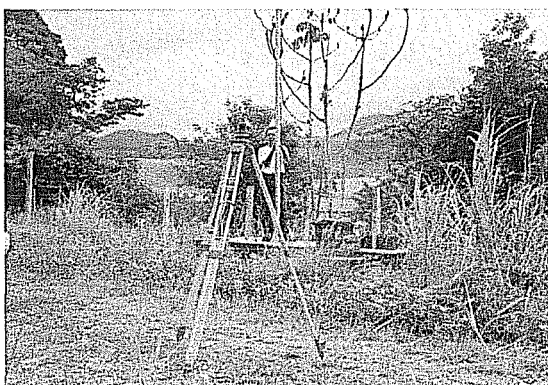
b) Fixação do pino



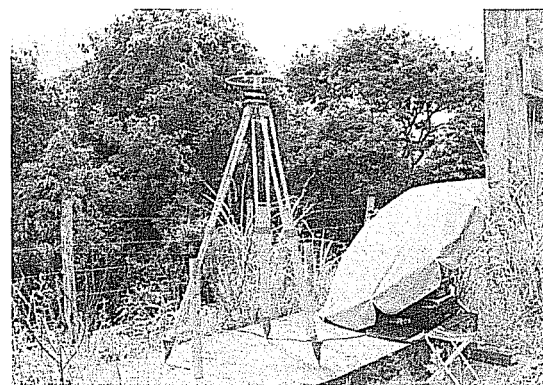
c) Localização da RN



d) Visada de ré



e) Visada de vante



f) RN excêntrica em observação

Figura 5.15 - Implantação e observação de uma RN excêntrica

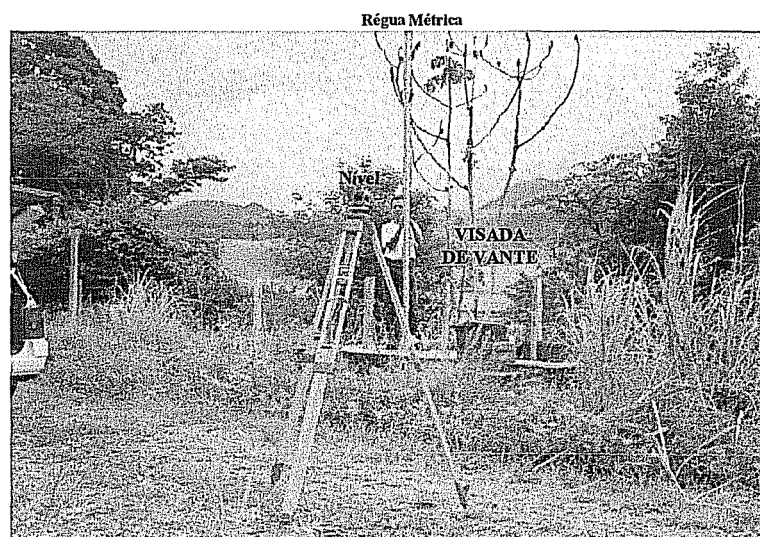


Figura 5.16 - Nivelamento geométrico

$V_{RÉ}$ valor lido na régua sobre a RN

V_{VANTE} valor lido na régua para a excêntrica

A Tabela 5.5 mostra os locais em que foi necessária a utilização do nivelamento geométrico para o transporte da altitude do ponto

Nos trabalhos de campo, foram realizadas 8 campanhas de observação (Tabela 5.6), as três primeiras com períodos de 10 dias. Na primeira e segunda campanhas, a duração das sessões foi de 2 horas, com gravação de registro a cada 30 segundos, como estava previsto no projeto. Entretanto, o processamento inicial dos dados coletados nestas duas campanhas, mostrou que o resultado seria consideravelmente melhorado se a duração das sessões fosse ampliada para 3 horas e o intervalo de gravação reduzido para 15 segundos. A experiência de campo mostrou também que o rendimento diário do trabalho poderia ser mantido com as sessões de 3 horas. Assim, a partir da terceira campanha de observação, este novo procedimento foi adotado.

O ângulo de elevação mínimo considerado em campo para a recepção dos sinais GPS foi de 10° , uma vez que no processamento pode ser aumentada para 15° , como é geralmente fixado nos levantamentos com GPS. Nas campanhas 5, 6 e 7, os dados coletados foram mantidos com a duração das sessões em 3 horas, e o intervalo de gravação em 15 segundos.

As informações de campo para a documentação do ponto medido (RN original ou excêntrica), que são anotadas durante o período de rastreamento, incluem o croqui do local com indicação do ponto, a descrição desse local, e a tomada de duas fotografias (localização e detalhe). No laboratório, essas informações são digitadas em computador, para edição das fichas descritivas, contendo todas as informações geográficas e altimétricas dos pontos (Figura 5.17).

A coleta de dados GPS envolve cuidados que vão desde os mais simples, como a montagem e centragem do tripé, a medida da altura e a orientação da antena, até as mais complexas como a programação do receptor. Estes cuidados poderão ajudar na identificação e correção de problemas que venham ocorrer durante o posicionamento dos pontos. A leitura e o registro da altura da antena é algo que se exige maior atenção, o seu esquecimento é um dos principais erros cometidos em trabalhos com GPS. A antena deve ser mantida sempre com a mesma orientação, no caso de antena dotada de bússolas magnéticas, sua orientação deve ser feita preferencialmente para o norte magnético. Este procedimento elimina o erro relacionado

Tabela 5.5 - Locais onde foi necessária a implantação de estações excêntricas através do nivelamento geométrico

REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)			LEITURAS DO NIVELAMENTO						DES NÍVEL ΔH_N	LEITURAS DO CONTRA NIVELAMENTO						DES NÍVEL ΔH_{CN}	DES NÍVEL MÉDIO $\Delta H = \frac{\Delta H_N + \Delta H_{CN}}{2}$	ALTITUDE DARN (E) $H_B = H + \Delta H$
CIDADE	RN	H	RÉ			VANTE				VANTE			RÉ					
			S	M	I	S	M	I		S	M	I	S	M	I			
JUQUITIBA	2131-T	701,8684	0,404	0,334	0,264	2,210	2,177	2,144	-1,843	0,395	0,324	0,253	2,202	2,167	2,132	-1,843	-1,843	700,025
ITAPETINGA	IGG(PB)	656,2040	2,790	3,07	3,350	1,100	0,850	0,530	2,22	2,790	3,07	3,350	1,100	0,850	0,530	2,220	2,22	658,424
SOROCABA	2127-F	554,4147	1,507	1,546	1,585	0,985	0,9205	0,856	0,6255	1,507	1,546	1,585	0,985	0,9205	0,856	0,6255	0,6255	555,040
IBIUNA	2128-N	860,6797	1,3175	1,2675	1,2175	2,1775	2,095	2,0125	-0,8275	1,3175	1,2675	1,2175	2,1775	2,095	2,0125	-0,8275	-0,8275	859,852
COTIA	2129-B	854,2941	1,225	1,085	0,945	1,5125	1,4425	1,3725	-0,3575	1,225	1,085	0,945	1,5125	1,4425	1,3725	-0,3575	-0,3575	853,937
ITAPEVA	IGG (MM)	682,3120	0,908	0,848	0,788	1,855	1,811	1,767	-0,963	0,914	0,857	0,800	1,866	1,819	1,882	-0,962	-0,9625	681,350
PONTA GROSSA	26-X	884,0990	0,690	0,520	0,350	1,724	1,667	1,610	-1,147	0,660	0,507	0,354	1,727	1,654	1,581	-1,147	-1,147	882,952
UBIRAJARA	IGG(PB)	482,072	1,497	1,438	1,379	1,311	1,283	1,255	0,1550	1,498	1,438	1,378	1,31	1,2825	1,2550	0,1555	0,1555	482,227
BAURU	2899-D	505,9758	2,035	1,940	1,845	0,990	0,932	0,874	1,008	2,055	1,957	1,859	1,005	0,950	0,895	1,007	1,0075	506,984
JAÚ	2901-A	515,8103	1,180	1,128	1,076	1,348	1,308	1,268	-0,180	1,180	1,128	1,076	1,348	1,308	1,268	-0,180	-0,180	515,631
SÃO SEBASTIÃO	1984-R	4,7245	0,995	0,8775	0,760	1,390	1,3675	1,345	-0,490	0,995	0,8775	0,760	1,390	1,3675	1,345	-0,490	-0,490	4,235
QUELUZ	2811-B	497,9037	0,2925	0,220	0,1475	3,700	3,5825	3,4650	-3,3625	0,315	0,2425	0,17	3,728	3,604	3,480	-3,3615	-3,3620	493,587
			0,6975	0,600	0,5025	1,609	1,554	1,500	-0,954	0,730	0,635	0,540	1,650	1,590	1,530	-0,955	-0,9545	
CRUZEIRO	2810-N	517,9207	1,250	1,161	1,072	1,748	1,670	1,592	-0,509	1,244	1,154	1,064	1,738	1,663	1,588	-0,509	-0,509	517,412
SÃO B. DO SAPUCAÍ	1993-S	874,0199	1,389	1,363	1,337	1,092	1,068	1,044	0,295	1,389	1,363	1,337	1,092	1,068	1,044	0,295	0,295	874,314
IGARATA	1994-M	722,6675	0,276	0,224	0,224	0,172	2,030	1,888	-1,735	0,232	0,175	0,118	1,975	1,910	1,845	-1,735	-1,735	770,933
ASSIS	IGG (PB)	569,5760	1,255	1,173	1,091	1,494	1,384	1,274	-0,211	1,272	1,192	1,112	1,513	1,403	1,293	-0,211	-0,211	569,365
CORN. PROCOPIO	1587-P	679,3217	2,616	2,478	2,340	0,902	0,769	0,636	1,709	2,645	2,505	2,365	0,930	0,795	0,660	1,710	1,7095	681,031
ESTRELA DO NORTE	1584-L	412,1528	1,288	1,2695	1,251	1,552	1,531	1,510	-0,2615	1,286	1,2675	1,249	1,549	1,529	1,508	-0,2615	-0,2615	411,891
PARANAVAI	1577-G	408,3736	3,000	2,910	2,820	0,875	0,735	0,595	2,175	3,008	2,916	2,824	0,880	0,741	0,602	2,175	2,175	410,551
ORIENTE	IGG(PB)	605,440	1,040	1,008	0,976	1,902	1,8585	1,815	-0,8505	1,057	1,025	0,993	1,919	1,8755	1,832	-0,8505	-0,8505	604,590
OSVALDO CRUZ	IGG(PB)	463,400	2,800	2,567	2,334	1,350	1,178	1,006	1,398	2,800	2,565	2,330	1,343	1,176	1,009	1,389	1,389	464,789
CASSILÂNDIA	1232-E	485,8137	1,496	1,394	1,292	2,428	2,255	2,082	-0,861	1,504	1,400	1,296	2,434	2,262	2,090	-0,862	-0,8615	484,953
ANDRADINA	IGG(PB)	408,042	1,375	1,284	1,193	1,835	1,7465	1,658	-0,4625	1,372	1,281	1,190	1,834	1,744	1,645	-0,463	-0,4675	407,579
ARAÇATUBA	IGG (PB)	404,451	2,335	2,249	2,163	1,444	1,335	1,226	0,914	2,335	2,249	2,163	1,444	1,335	1,226	0,914	0,914	405,365
BURITAMA	IGG(PB)	398,6425	1,632	1,498	1,3650	2,330	2,115	1,900	-0,617	1,632	1,498	1,3650	2,330	2,115	1,900	-0,617	-0,617	397,259
			1,282	1,182	1,082	2,052	1,9485	1,845	-0,7665	1,282	1,182	1,082	2,052	1,9485	1,845	-0,7675	-0,767	
AURIFLÂMA	2182-N	475,3041	2,490	2,255	2,020	2,560	2,350	2,140	-0,095	2,494	2,257	2,020	2,561	2,351	2,141	-0,094	-0,0945	475,210
SÃO J. RIO PRETO	2970-T	510,0272	0,268	0,194	0,120	3,985	3,795	3,605	-3,601	0,258	0,184	0,110	3,975	3,785	3,595	-3,601	-3,601	506,426
ADOLFO	2969-M	433,4227	1,946	1,820	1,694	1,588	1,525	1,462	0,2950	1,946	1,820	1,694	1,589	1,525	1,461	0,2950	0,2950	433,718
LINS	IGG (MM)	432,6295	2,552	2,465	2,378	1,059	1,013	0,697	1,452	2,552	2,465	2,378	1,059	1,013	0,697	1,452	1,452	434,082
QUEIROZ	IGG(PB)	431,6892	1,772	1,673	1,574	1,169	1,066	0,963	0,607	1,767	1,669	1,571	1,165	1,062	0,959	0,607	0,607	432,296
ARARAS	IGG (MM)	629,147	2,142	1,972	1,802	1,530	1,465	1,400	0,507	2,142	1,972	1,802	1,530	1,465	1,400	0,507	0,507	629,654
MOGI MIRIM	IGG(PB)	631,800	1,139	1,037	0,935	1,871	1,760	1,649	-0,723	1,136	1,035	0,934	1,870	1,759	1,646	-0,724	-0,7235	631,077
AGUAS DA PRATA	99-K	823,5331	1,190	0,965	0,740	1,594	1,445	1,296	-0,480	1,190	0,965	0,740	1,594	1,445	1,296	-0,480	-0,480	823,053
CAMPESITRE	98-G	1076,2711	0,196	0,141	0,086	1,731	1,676	1,621	-1,535	0,195	0,140	0,085	1,730	1,675	1,620	-1,535	-1,535	1074,736

Tabela 5.5 - continuação

REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)			LEITURAS DO NIVELAMENTO						DESNÍVEL ΔH_N	LEITURAS DO CONTRA NIVELAMENTO						DESNÍVEL ΔH_{CN}	DESNÍVEL MÉDIO $\Delta H = \frac{\Delta H_N + \Delta H_{CN}}{2}$		ALTITUDE DARN (E) $H_B = H + \Delta H$
CIDADE	RN	H	RÉ			VANTE				VANTE			RÉ				ΔH_N	ΔH_{CN}	
			S	M	I	S	M	I		S	M	I	S	M	I				
ITOBI	IGG(CH)	739,313	1,624	1,527	1,430	1,678	1,633	1,588	-0,106	1,626	1,529	1,431	1,681	1,635	1,591	-0,107	-0,1065	739,207	
ALTINOPOLIS	IGG(CH)	889,550	1,630	1,573	1,517	0,345	0,197	0,049	1,396	1,630	1,5725	1,515	0,344	0,1965	0,049	1,376	1,376	890,926	
RIBEIRAO PRETO	42-I	591,2875	1,689	1,625	1,552	1,362	1,310	1,258	0,315	1,698	1,625	1,552	1,362	1,310	1,258	0,315	0,315	591,603	
BARRINHA	2923-L	518,6764	0,400	0,230	0,06	1,640	1,4225	1,205	-1,1925	0,720	0,570	0,420	2,050	1,7625	1,520	-1,1925	-1,1925	517,484	
BEBEDOURO	43-O	570,3319	1,756	1,679	1,602	1,520	1,443	1,366	0,236	1,759	1,682	1,605	1,523	1,446	1,369	0,236	0,236	570,568	
FRANCA	49-G	1002,1195	1,180	0,990	0,800	1,575	1,365	1,155	-0,375	1,180	0,990	0,800	1,575	1,365	1,155	-0,375	-0,375	1001,745	
FERNANDOPOLIS	IGG(PB)	535,443	1,610	1,405	1,200	1,985	1,825	1,665	-0,420	1,610	1,405	1,200	1,985	1,825	1,665	-0,420	-0,420	535,023	
ALFENAS	95-Z	880,0553	0,955	0,927	0,899	1,197	1,185	1,173	0,258	0,959	0,927	0,899	1,197	1,185	1,173	0,258	0,258	879,797	
TRES CORACOES	2805-V	884,2134	0,980	0,905	0,830	0,966	0,888	0,810	0,017	0,976	0,902	0,828	0,960	0,885	0,810	0,017	0,017	884,230	
CAMBUI	2801-Z	863,2071	0,4125	0,2225	0,0325	2,4850	2,3325	2,1800	-2,110	0,4250	0,2325	0,040	2,490	2,3425	2,1950	-2,110	-2,110	861,097	
CAPITOLIO	76-R	766,3513	1,6825	1,5625	1,4425	0,4750	0,4050	0,3350	1,1575	1,6625	1,5425	1,5475	1,4325	0,460	0,390	0,320	1,1575	767,509	
ARCOS	79-B	747,1304	0,3525	0,3050	0,2575	1,9975	1,9600	1,9225	-1,655	0,2925	0,2450	0,1975	1,9375	1,9000	1,8625	-1,655	-1,655	745,475	
CARMO DA MATA	90-S	847,0724	0,39	0,225	0,06	3,6775	3,4950	3,3125	3,270	3,690	3,505	3,320	0,400	0,235	0,07	-3,270	-3,270	843,802	
JUIZ DE FORA	115-N	679,2191	1,8475	1,675	1,5025	1,685	1,51	1,335	0,165	1,1075	0,955	0,8025	1,865	1,735	1,610	0,780	0,780	680,164	
			1,9525	1,7925	1,6325	1,1225	1,0125	0,9025	0,780	1,6350	1,4950	1,355	1,865	1,660	1,455	0,165	0,165		
TRES RIOS	14-U	268,590	1,3650	1,255	1,1450	1,340	1,210	1,080	0,045	1,3575	1,2375	1,1075	1,3975	1,2775	1,1650	0,045	0,045	268,725	
BRAGANÇA PAULISTA	1997-N	836,3481	0,084	0,052	0,020	3,445	3,395	3,345	-3,343	0,106	0,083	0,060	3,475	3,425	3,375	-3,342	-3,3425	832,354	
			1,189	1,164	1,139	1,838	1,816	1,794	-0,652	1,215	1,190	1,165	1,865	1,842	1,182	-0,652	-0,652		
AGUA CLARA	1503-L	322,2389	1,735	1,6875	1,64	0,1325	0,1025	0,0725	1,585	1,795	1,705	1,615	0,150	0,120	0,09	1,585	1,585	323,824	
SANTA RITA DO RIO PARDO	1523-J	356,9226	1,560	1,460	1,360	1,560	1,420	1,280	0,04	1,470	1,4125	1,265	1,765	1,650	1,5325	0,235	0,235	357,198	
			1,770	1,6525	1,535	1,4695	1,4175	1,3655	0,235	1,560	1,4125	1,265	1,550	1,4525	1,355	0,04	0,04		
PARAGUAÇU PAULISTA	IGG(PB)	504,494	1,640	1,330	1,020	3,0650	2,8750	2,6850	-1,545	1,670	1,640	1,610	1,1725	1,1225	1,0725	-0,518	-0,518	497,518	
			0,550	0,330	0,110	2,9550	2,7520	2,550	-2,423	3,350	3,0625	2,775	0,750	0,573	0,395	-2,490	-2,490		
			0,740	0,575	0,410	3,3550	3,0650	2,7750	-2,490	2,8725	2,700	2,5275	0,480	0,275	0,074	-2,423	-2,423		
			1,1725	1,1225	1,0725	1,670	1,640	1,610	-0,518	3,250	3,025	2,800	1,7250	1,480	1,235	-1,545	-1,545		
NOVA ANDRADINA	1529-Z	384,5391	0,330	0,235	0,140	1,320	1,205	1,090	-0,970	1,295	1,180	1,065	0,310	0,210	0,110	-0,97	-0,970	383,569	
COLORADO	1583-H	435,8106	2,040	1,865	1,690	0,945	0,765	0,585	1,1	1,585	1,505	1,425	2,6175	2,560	2,505	1,055	1,1	443,588	
			3,6025	3,4175	3,2325	0,360	0,2025	0,045	3,215	0,630	0,4925	0,355	0,302	0,290	0,278	2,4075	3,215		
			3,01	2,890	2,770	0,6025	0,4825	0,3625	2,4075	0,340	0,185	0,03	3,875	3,400	3,2175	3,215	2,4075		
			2,575	2,515	2,455	1,2375	1,460	1,3825	1,055	0,970	0,820	0,670	2,125	1,920	1,715	1,100	1,055		
ITARARE	30-C	737,4395	1,140	0,970	0,800	2,140	2,035	1,930	-1,065	1,145	0,9775	0,81	2,1475	2,0425	1,9375	-1,065	-1,065	736,375	
PILARDO SUL	2124-G	691,3290	0,2325	0,1475	0,0625	1,630	1,530	1,425	-1,383	1,3850	1,3450	1,3050	2,5925	2,530	2,4675	-1,185	-1,185	699,847	
			3,285	3,120	2,955	0,515	0,345	0,175	2,755	0,780	0,570	0,360	1,630	1,315	1,000	-0,745	0,745		
			3,685	3,495	3,305	0,350	0,190	0,030	3,305	1,490	1,265	1,040	3,360	3,155	2,950	-1,890	1,890		
			3,385	3,1775	2,970	1,510	1,2875	1,065	1,890	0,5525	0,420	0,285	3,945	3,725	3,505	-3,305	3,305		
			1,465	1,2025	0,940	0,715	0,4575	0,200	0,745	0,395	0,215	0,030	3,1425	2,990	2,8375	-2,775	2,775		
			2,5775	2,520	2,4625	1,370	1,335	1,300	1,185	1,7750	1,6650	1,5550	0,3525	0,2825	0,2125	-1,3825	-1,3825		
PORTO FELIZ	IGG(MM)	516,592	1,185	1,1125	1,040	4,370	4,195	4,02	-3,083	1,210	1,135	1,0625	4,390	4,2175	4,040	-3,083	-3,083	513,662	
			1,9275	1,8425	1,760	2,800	2,6250	2,4550	-0,783	2,0075	1,9275	1,8475	2,885	2,710	2,540	-0,783	-0,783		
			3,420	3,340	3,160	1,050	0,850	0,650	+2,490	3,120	2,990	2,860	0,7525	0,500	0,245	+2,490	+2,490		
			0,770	0,425	0,135	2,1425	1,980	1,820	-1,555	0,720	0,425	0,135	2,145	1,980	1,815	-1,555	-1,555		
MOGIDAS CRUZES	1991-G	749,1341	1,580	1,4650	1,350	1,755	1,6575	1,560	-0,1925	1,5725	1,460	1,3475	1,7475	1,6525	1,5575	0,1925	-0,1925	748,942	

Tabela 5.5 - continuação

REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)			LEITURAS DO NIVELAMENTO						DESNÍVEL ΔH_N	LEITURAS DO CONTRA NIVELAMENTO						DESNÍVEL ΔH_{CN}	DESNÍVEL MÉDIO $\Delta H = \frac{\Delta H_N + \Delta H_{CN}}{2}$		ALTITUDE DARN (E) $H_B = H + \Delta H$
CIDADE	RN	H	RE			VANTE				VANTE			RE				ΔH_N	ΔH_{CN}	
			S	M	I	S	M	I		S	M	I	S	M	I				
SÃO SEBASTIÃO	IGG(PB)	1,405	1,8275	1,750	1,670	1,6425	1,570	1,4975	0,180	1,6425	1,570	1,4975	1,8275	1,7475	1,6675	0,178	0,179		1,584
UBATUBA	IGG(PB)	3,521	3,000	2,950	2,900	1,6650	1,5175	1,370	1,4325	1,8450	1,6950	1,5450	1,4750	1,300	1,1250	0,395	-0,398	0,736	4,257
			2,0450	1,9175	1,790	2,3350	2,2150	2,0950	-0,2975	2,340	2,210	2,080	2,030	1,910	1,790	0,300	-0,299		
			1,470	1,3025	1,1350	1,860	1,7025	1,5450	-0,400	1,6550	1,5125	1,3700	3,000	2,9450	2,89000	1,4325	1,4325		
SÃO LUIZ DE PARAITINGA	1981-Z	744,7208	1,510	1,460	1,410	0,585	0,320	0,055	1,140	1,2325	1,175	1,1175	2,195	2,145	2,095	0,97	1,140	15,028	759,749
			4,460	4,310	4,160	0,325	0,260	0,195	4,05	0,460	0,385	0,310	4,690	4,6075	4,525	4,2225	4,05		
			5,0475	4,935	4,8225	0,3425	0,2925	0,2425	4,6425	0,200	0,145	0,09	4,900	4,790	4,680	4,645	4,644		
			4,7475	4,665	4,5825	0,515	0,440	0,365	4,225	0,335	0,265	0,195	4,460	4,315	4,170	4,05	4,224		
CUNHA	1974-E	954,7192	2,695	2,650	2,605	1,720	1,680	1,640	0,97	0,545	0,280	0,015	1,480	1,420	1,360	1,14	0,97		
			0,915	0,7125	0,510	3,660	3,355	3,050	-2,643	1,1525	1,0875	1,0225	2,350	2,290	2,230	1,2025	-2,640	19,534	974,253
			3,090	2,865	2,640	0,335	0,215	0,095	2,650	0,245	0,155	0,065	4,440	4,3025	4,165	4,1475	2,649		
			4,985	4,8275	4,670	0,245	0,180	0,115	4,648	0,305	0,230	0,155	5,030	4,870	4,710	4,640	4,644		
			5,095	4,9475	4,80	0,215	0,175	0,135	4,773	0,195	0,1475	0,100	5,03	4,8875	4,745	4,740	4,782		
			5,015	4,8675	4,720	0,205	0,125	0,045	4,743	0,195	0,1325	0,070	5,095	4,9225	4,750	4,740	4,742		
PARATI_B	2820-J	0,8473	4,480	4,34	4,20	0,260	0,175	0,09	4,165	0,4025	0,2825	0,1625	3,155	2,930	2,705	2,6475	4,156		
			2,350	2,2875	2,225	1,140	1,0875	1,035	1,200	3,600	3,3425	3,085	0,905	0,705	0,505	-2,6375	1,201		
ITABORAI	1007-U	25,0792	1,860	1,6825	1,505	1,170	0,995	0,820	0,6875	1,855	1,6725	1,490	1,1625	0,985	0,810	0,6875	0,6875		1,535
ITAGUAÍ	3067-S	9,0235	1,300	1,140	0,980	0,360	0,250	0,140	0,890	0,500	0,430	0,360	1,865	1,780	1,695	1,350	1,350	2,240	27,319
			1,845	1,7575	1,670	0,480	0,4075	0,335	1,350	0,3225	0,210	0,095	1,265	1,100	0,935	0,89	0,890		
RIO BONITO	1008-J	62,4265	1,440	1,365	1,290	1,1925	1,0475	0,9025	0,3175	1,680	1,6175	1,5555	2,095	2,025	1,955	0,4075	0,4075	0,725	9,749
			2,150	2,075	2,000	1,7275	1,6675	1,6075	0,4075	1,185	1,040	0,895	1,4325	1,3575	1,2825	0,3175	0,3175		
SANTO ALEIXO	1006-R	28,6242	1,449	1,4325	1,422	4,890	4,7625	4,635	-3,327	1,4225	1,408	1,3863	4,865	4,735	4,605	-3,327	-3,327		59,100
PIRAÍ	1000-U	387,6630	0,965	0,915	0,865	1,870	1,8225	1,775	-0,9075	1,745	1,700	1,655	0,8425	0,7925	0,7425	-0,9075	-0,9075		27,717
			1,120	1,0725	1,025	1,7675	1,7350	1,7025	-0,6625	1,080	1,035	0,9875	1,730	1,6975	1,665	-0,6625	-0,6625		387,001
GUARATINGUETA	IGG(PB)	536,676	1,600	1,450	1,300	2,825	2,6175	2,410	-1,1675	1,085	0,9775	0,870	2,800	2,645	2,490	1,6675	-1,6675	0,613	537,289
			1,340	1,135	0,930	1,945	1,755	1,565	-0,620	1,290	1,1225	0,9550	2,020	1,855	1,690	0,7325	-0,7325		
			2,055	1,8925	1,730	1,330	1,160	0,990	0,7325	1,905	1,715	1,525	1,300	1,095	0,890	0,620	0,620		
			2,715	2,5675	2,42	1,0175	0,900	0,7825	1,6675	2,805	2,5975	2,390	1,575	1,460	1,285	1,1675	1,1675		

Tabela 5.6 - Campanhas realizadas para a implantação da Rede GPS do Estado de São Paulo

LOCALIZAÇÃO	DATA DO POSICIONAMENTO	ALTURA DA ANTENA (m)	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)		RN (EXC) ALTITUDE
			NUMERO	ALTITUDE (m)	
CAMPANHIA 01					
JUQUITIBA	21/08/00	1,435	2131-T	701,8684	700,025
PERUIBE	22/08/00	1,258	2134-J	22,1772	
JUQUÍÁ	22/08/00	1,395	2122-J	21,1549	
REGISTRO	22/08/00	1,300	2120-T	19,0173	
ELDORADO	23/08/00	1,770	IGG (PB)	39,834	
CANANEIA	23/08/00	1,308	2806-P	3,6281	
APIÁÍ	25/08/00	1,3555	2114-G	897,4150	
PALMEIRA	25/08/00	1,535	2113-Z	697,7249	
RIBEIRA	25/08/00	1,362	2113-T	173,9827	
IPORANGA	26/08/00	1,379	2116-R	93,8829	
CAPÃO BONITO	26/08/00	1,475	2117-N	674,9040	
ITAPETINGA	28/08/00	1,780	IGG (PB)	656,204	658,424
SOROCABA	28/08/00	1,770	2127-F	554,4147	555,040
IBIUNA	30/08/00	1,652	2128-N	860,6797	859,852
COTIA	30/08/00	1,7625	2129-B	854,2941	853,937
CAMPANHIA 02					
CONCHAS	17/10/00	1,598	2890-J	491,8340	
SÃO MANUEL	17/10/00	1,375	2899-V	663,9437	
AVARÉ	17/10/00	1,444	IGG (MM)	761,879	
ITAPEVA	18/10/00	1,714	IGG (MM)	682,312	681,350
PIRAÍ DO SUL	19/10/00	1,387	2017-Z	1018,4841	
PONTA GROSSA	19/10/00	1,770	26-X	884,0990	882,952
ORTIGUEIRA	20/10/00	1,490	1598-A	783,9594	
SÃO JOSÉ DA SERRA	21/10/00	1,642	2931-A	918,8098	
CURIUVA	21/10/00	1,531	2932-C	867,7627	
WENCESLAU BRÁS	22/10/00	1,309	1595-C	810,5889	
SANTO ANTONIO PLATINA	22/10/00	1,492	1592-L	499,3481	
SALTO GRANDE	23/10/00	2,155	IGG (PB)	396,507	
UBIRAJARA	24/10/00	1,4325	IGG (PB)	482,072	482,227
BAURU	24/10/00	1,668	2899-D	505,9758	506,984
JAU	25/11/00	1,805	2901-A	515,8103	515,631
BARRA BONITA	25/11/00	1,845	2900-L	532,4255	
TORRINHA	25/11/00	1,448	2867-A	826,0293	
CAMPANHIA 03					
SÃO SEBASTIÃO	21/11/00	1,795	1984-R	4,7245	4,235
PARAIBUNA	22/11/00	1,665	1986-D	675,4776	
UBATUBA	22/11/00	1,458	1979-S	5,5468	
PARATI	23/11/00	1,499	1975-S	6,6189	
ANGRADOS REIS	23/11/00	1,581	2818-N	7,8847	
QUELUZ	25/11/00	1,684	2811-B	497,9037	493,587
CRUZEIRO	25/11/00	1,793	2810-N	517,9207	517,412
POUSO ALTO	26/11/00	1,910	113-S	878,9900	
ITAJUBA	26/11/00	1,577	2809-S	843,3726	
SÃO BENTO DO SAPUCAÍ	27/11/00	1,777	1993-S	874,0199	874,314
TAUBATÉ	27/11/00	1,482	1971-U	589,5840	
GUARATINGUETA	28/11/00	1,485	1970-A	539,1706	
IGARATÁ	28/11/00	1,750	1994-M	772,6675	770,933

Tabela 5.6 – continuação

LOCALIZAÇÃO	DATA DO POSICIONAMENTO	ALTURA DA ANTENA (m)	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)		RN (EXC) ALTITUDE
			NÚMERO	ALTITUDE (m)	
CAMPANHA 04					
ASSIS	17/04/01	1,585	IGG(PB)	569,576	569,365
CORNÉLIO PROCÓPIO	18/04/01	1,887	1587-P	679,3217	681,031
ROLÂNDIA	18/04/01	1,458	1589-L	733,4115	
ESTRELA DO NORTE	19/04/01	1,760	1584-L	412,1528	411,891
PARANAVAI	20/04/01	1,886	1577-G	408,3736	410,551
LOANDA	21/04/01	1,569	1574-S	489,6233	
BATAGUASSU	22/04/01	1,623	1246-V	329,9140	
PRESIDENTE EPITÁCIO	22/04/01	1,565	1524-R	292,1481	
PRESIDENTE VENCESLAU	23/04/01	1,524	1525-M	422,5738	
SANTO ANÁSTACIO	23/04/01	1,540	1526-B	436,5738	
PRESIDENTE PRUDENTE	24/04/01	1,562	1527-C	404,2023	
ORIENTE	25/04/01	1,930	IGG (PB)	605,440	604,590
OSVALDO CRUZ	25/04/01	1,807	IGG(PB)	463,400	464,789
DRACENA	26/04/01	2,360	IGG (PB)	408,0921	
CASSILÂNCIA	28/04/01	1,880	1232-E	485,8137	484,953
PARANAIBA	28/04/01	1,535	1238-X	431,1842	
APARECIDA DO TABUADO	30/04/01	1,780	1241-V	388,7165	
PEREIRA BARRETO	30/04/01	1,579	253-H	347,3610	
ANDRADINA	01/05/01	1,758	IGG (PB)	408,042	407,579
LAVÍNIA	01/05/01	2,072	IGG (PB)	460,5730	
ARAÇATUBA	02/05/01	1,750	IGG(PB)	404,451	405,365
BURITAMA	02/05/01	1,907	IGG (PB)	398,6425	397,259
AURIFLAMA	03/05/01	1,871	2182-M	475,3041	475,210
NHANDEARA	03/05/01	1,597	251-F	525,2017	
SÃO JOSÉ DO RIO PRETO	04/05/01	1,925	2970-T	510,0272	506,426
ADOLFO	05/05/01	1,832	2969-M	433,4227	433,718
LINS	05/05/01	1,902	IGG(MM)	432,6295	434,082
QUEIROZ	07/05/01	1,701	IGG (PB)	431,6892	432,296
PIRAJUI	07/05/01	1,567	IGG (MM)	478,374	
IBITINGA	08/05/01	1,520	2905-U	529,2919	
NOVO HORIZONTE	08/05/01	1,920	2957-V	451,8878	
ARARAQUARA	09/05/01	1,824	2908-C	610,6769	
CAMPINAS	09/05/01	1,558	IGG(MM)	733,8530	
CAMPANHA 05					
JUNDIAÍ	04/06/01	1,481	2862-S	761,9316	
PIRACICABA	05/06/01	1,561	IGG (MM)	547,764	
ARARAS	05/06/01	1,897	IGG (CH)	629,147	629,654
MOGI MIRIM	06/06/01	1,869	IGG (PB)	631,800	631,077
ÁGUAS DA PRATA	06/06/01	1,806	99-K	823,5331	823,053
CAMPESTRE	07/06/01	1,686	98-G	1076,2711	1074,736
ITOBI	08/06/01	1,806	IGG (CH)	739,313	739,207
PIRASSUNUNGA	08/06/01	1,896	2882-E	624,3174	
SÃO CARLOS	09/06/01	1,786	2903-G	856,9951	
SÃO SIMÃO	09/06/01	1,763	2947-T	621,1515	
ALTINÓPOLIS	10/06/01	1,850	IGG (CH)	889,550	890,926

Tabela 5.6 – continuação

LOCALIZAÇÃO	DATA DO POSICIONAMENTO	ALTURA DA ANTENA (m)	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)		RN (EXC) ALTITUDE
			NÚMERO	ALTITUDE (m)	
CONTINUAÇÃO DA CAMPANHA 05					
RIBEIRÃO PRETO	10/06/01	1,635	42-1	591,2875	591,603
BARRINHA	11/06/01	1,603	2923-L	518,6764	517,484
BEBEDOURO	11/06/01	1,534	43-O	570,3319	570,568
CATANDUVA	12/06/01	1,600	2950-C	565,1374	
BARRETOS	12/06/01	1,753	9102-B	579,3478	
SÃO JOSÉ DA BARRA	13/06/01	1,729	2154-M	573,7934	
FRANCA	13/06/01	1,695	49-G	1002,1195	1001,745
CÁSSIA	14/06/01	1,605	2995-Z	731,5268	
PASSOS	14/06/01	1,530	2997-F	739,5607	
CHUÁ	15/06/01	1,960	SAT 91031	762,9219	
IGARAPAVA	16/06/01	1,491	2158-T	642,2863	
ICEM	16/06/01	1,533	2976-U	469,5904	
FERNANDÓPOLIS	17/06/01	1,784	IGG (PB)	535,443	535,023
ARABÁ	18/06/01	1,530	2179-M	426,3286	
SÃO FRANCISCO DE SALES	18/06/01	1,435	2177-J	483,8566	
COMENDADOR GOMES	19/06/01	1,547	644-F	560,0728	
CHAVESLÂNDIA	20/06/01	1,466	2172-V	411,6264	
BASTOS (Cruzalândia)	21/06/01	1,563	646-F	684,8991	
ITUIUTABA	21/06/01	1,510	2170-F	561,4407	
UBERLÂNDIA	22/06/01	1,497	2167-O	829,5879	
SANTA JULIANA	22/06/01	1,520	2164-G	958,3850	
ALFENAS	24/06/01	1,532	95-Z	880,0553	879,797
TRES CORAÇÕES	25/06/01	1,545	2805-V	884,2134	884,230
POUSO ALEGRE	25/06/01	1,619	2803-C	828,6001	
CAMPANHA 06					
CAMBUÍ	10/09/01	1,053	2801-Z	863,2071	861,097
CAPITOLIO	12/09/01	1,777	76-R	766,3513	767,509
ARCOS	13/09/01	1,754	79-B	747,1304	745,475
CARMODA MATA	13/09/01	1,638	90-S	847,0724	843,802
SÃO JOÃO DEL REI	14/09/01	1,475	120-S	898,8262	
JUIZ DE FORA	16/09/01	1,671	11-S	678,9769	680,164
TRES RIOS	19/09/01	1,535	14-U	268,590	268,725
VASSOURAS	19/09/01	1,469	1001-Z	448,1673	
BRAGANÇA PAULISTA	20/09/01	1,843	1997-N	836,3481	832,354
OURO FINO	20/09/01	1,585	104-I	908,7156	
CAMPANHA 07					
TRES LAGOAS	13/11/01	1,467	1254-Z	322,1095	
GUADALUPE	13/11/01	1,470	1256-C	342,5084	
CAZUZA	14/11/01	1,575	1500-T	432,3363	
INOCENCIA	14/11/01	1,558	1501-S	503,8989	
ÁGUA CLARA	15/11/01	0,465	1503-L	322,2389	323,824
SANTA RITA DO RIO PARDO	16/11/01	1,856	1523-J	356,9226	357,198
ANAURILÂNDIA	17/11/01	1,648	1528-M	313,6264	
NOVA ANDRADINA	19/11/01	1,570	1529-Z	384,5391	383,569
PARAGUAÇU PAULISTA	20/11/01	1,742	IGG(PB)	504,494	497,518
COLORADO	21/11/01	1,721	1583-H	435,8106	443,588
IBAÍTI	21/11/01	1,583	2933-S	880,9569	
SIQUEIRA CAMPOS	22/11/01	1,508	1593-L	624,4095	

Tabela 5.6 – continuação

LOCALIZAÇÃO	DATA DO POSICIONAMENTO	ALTURA DA ANTENA (m)	REFERÊNCIA DE NÍVEL (RN)		RN (EXC) ALTITUDE
			NUMERO	ALTITUDE (m)	
CONTINUAÇÃO DA CAMPANHA 07					
ITARARÉ	23/11/01	1,742	30-C	737,4395	736,375
BOCAIÚVA DO SUL	25/11/01	1,780	2043-S	973,7882	
PARANAGUA	26/11/01	1,690	25-A	3,5388	
PIEDADE	27/11/01	1,735	2126-G	966,6202	
PILAR DO SUL	28/11/01	1,712	2124-G	691,3290	699,847
SÃO MIGUEL ARCANJO	28/11/01	1,492	2123-S	683,9832	
PORTO FELIZ	29/11/01	1,540	IGG(MM)	516,592	513,662
MOGI DAS CRUZES	30/11/01	1,650	1991-G	749,1341	748,942
CAMPANHA 08					
SÃO VICENTE	04/03/02	1,880	2141-D	5,3217	
SÃO SEBASTIÃO	05/03/02	1,765	IGG (CH)	1,405	1,584
UBATUBA	06/03/02	1,768	IGG (CH)	3,521	4,257
SAO LUIZ DE PARAITINGA	07/03/02	1,733	1981-Z	744,7208	759,749
CUNHA	08/03/02	1,712	1974-E	954,7192	974,253
PARATI	09/03/02	1,550	2820-J	0,8473	1,535
ANGRA DOS REIS	11/03/02	1,635	2818-M	78,2611	
ITAGUAÍ	12/03/02	1,830	3067-S	9,0235	9,749
ITABORAÍ	12/03/02	1,627	1007-U	25,0792	27,319
RIO BONITO	13/03/02	1,560	1008-J	62,4265	59,100
SANTO ALEIXO	14/03/02	1,803	1006-R	28,6242	27,717
PIRAI	15/03/02	1,690	1000-U	387,6630	387,001
GUARATINGUETÁ	18/03/02	1,760	IGG (CH)	536,676	537,289
BANANAL	18/03/02	1,697	9020-G	449,4536	

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
IAG - DEPARTAMENTO DE GEOFÍSICA
LABORATÓRIO DE GEODESIA E GRAVIMETRIA**

ESTAÇÃO GPS

Nome CHUÁ		Número 115	UF MG	Data 15/06/01
Latitude S 19° 45' 43,3446"		Precisão 0,0061 m	Longitude W 048° 06' 05,7160"	
Alt. Geométrica 754,1501 m		Precisão 0,016 m	Alt. ortométrica 762,6709 m	Precisão 0,0921 m
Datum IMBITUBA		Fonte IBGE		
Referencial WGS-84	Observação RN SAT 91031			

<p>Croqui</p>	<p>Descrição</p> <p>CHUÁ (115)</p> <p>Na cidade de Uberaba, fazenda Independência (Chuá). A estação GPS está localizada no marco de concreto da RN (2134J). A medição foi realizada com a antena GPS apurada no centro do orifício de centragem forçada com auxílio do tripé instalado sobre o marco.</p>
----------------------	--

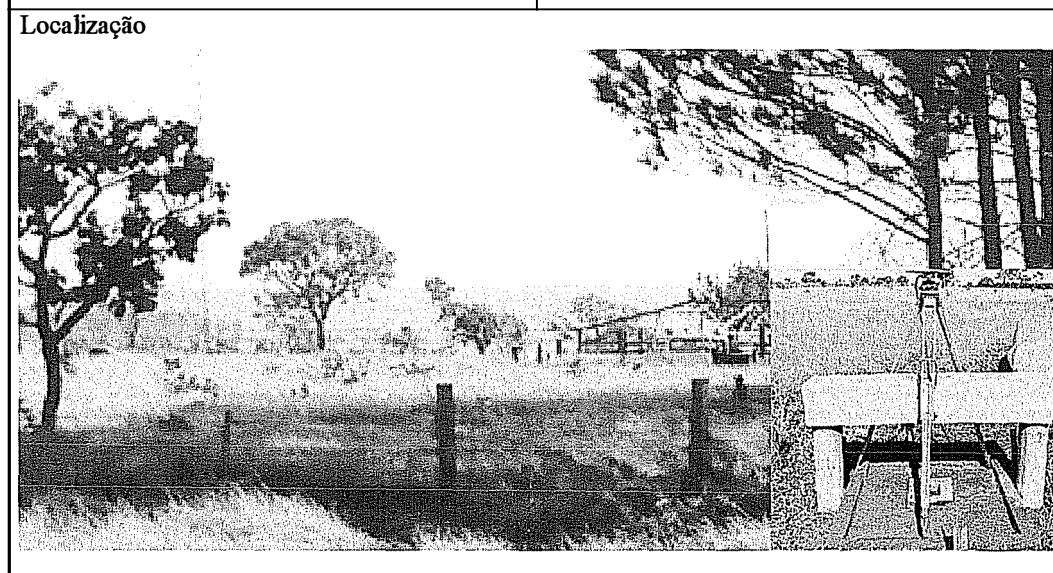


Figura 5.17 - Exemplo da ficha descritiva do ponto GPS posicionado

com o centro de fase da antena.

Por último, mas não menos importante, é o material utilizado na documentação do trabalho de campo, neste caso, os formulários utilizados para anotação das atividades realizadas durante o posicionamento do ponto (nivelamento geométrico, altura da antena, pressão, temperatura), o croqui de identificação do ponto e as fotografias tomadas no local, podem auxiliar no processamento dos dados, ajudando a resolver dúvidas que porventura venham a ocorrer.

5.6.3 Processamento e ajustamento dos dados da rede GPS

O processamento inicia com a transferência dos dados do receptor para o computador, através de um software, neste caso, o *GeoGenius*. Este programa possibilita a transferência de dados da maioria dos receptores disponíveis no mercado, que em alguns casos, pode ser muito útil para o usuário.

Após a fase inicial, os dados são avaliados sobre perdas de ciclo (*cycle slips*) ocorridas durante o rastreamento. Este fenômeno é decorrente da interrupção no recebimento do sinal, provocado pela existência de objetos próximos a antena, tais como, construções, árvores, pontes, montanhas, etc. Várias técnicas têm sido usadas para resolver este problema; uma boa descrição sobre algumas destas técnicas, pode ser vista em Hofmann-Wellenhof et al. (1997). No caso dos dados pertencentes a rede GPS do Estado de São Paulo, foi utilizado o programa *TEQC (Translation, Edition and Quality Control)*, desenvolvido e atualizado constantemente pela *UNAVCO (University Consortium)*, que está disponível na *internet*, no endereço <http://www.unavco.ucar.edu>. Esse programa apresenta inúmeras funções de análise, edição e controle de qualidade de dados GPS.

Após a verificação dos dados, foi realizada a composição das bases (uma linha composta de duas estações). Como pontos fixos foram utilizadas as estações de Brasília, Curitiba, Presidente Prudente e Viçosa (Tabela 5.7).

No caso da rede GPS do Estado de São Paulo, foram compostas 570 bases, das 628 esperadas. A diminuição ocorreu em função de problemas com as estações de referência, provocados por problemas do receptor, perda no armazenamento, queda de energia, entre outros. O número de estações fixas utilizadas no ajustamento é fundamental na qualidade das coordenadas geodésicas ajustadas.

Tabela 5.7 - Coordenadas das estações da RBMC utilizadas no ajustamento dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo

BRASÍLIA	SIRGAS* ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) TX, TY, TZ WGS84	4115014,106 (0.004) -0,457 4115013,649	-4550641,513 (0,004) -0,471 -4550641,984	-1741444,086 (0.004) -0,228 -1741444,314
CURITIBA	SIRGAS* ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) TX, TY, TZ WGS84	3763751,639 (0.004) -0,457 3763751,182	-4365113,768 (0.004) -0,471 -4365114,239	-2724404,755 (0.004) -0,228 -2724404,983
PRESIDENTE PRUDENTE	SIRGAS* ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) TX, TY, TZ WGS84	3687624,310 (0.003) -0,457 3687623,853	-4620818,571 (0.004) -0,471 -4620819,042	-2386880,635 (0.004) -0,228 -2386880,635
VIÇOSA	SIRGAS* ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$) TX, TY, TZ WGS84	4373283,325 (0.004) -0,457 4373282,868	-4059639,008 (0.005) -0,471 -4059639,479	-2246959,796 (0.004) -0,228 -2246960,024

* (ITRF94, época 1995.4)

Também foram verificados os problemas relacionados com a quantidade de registros disponíveis nos arquivos das estações consideradas fixas (estações de referência). Os problemas causados pelo mau funcionamento do receptor nestas estações, mesmo que em curtos períodos, podem comprometer a qualidade dos resultados obtidos no processamento. Estes problemas devem ser solucionados com a verificação do período de tempo inicial e final em que foram coletados os registros existentes nos arquivos, verificando se a compatibilidade entre os horários dos pontos posicionados e os fixos. Caso não se verifique esta condição, deve-se ou realizar um novo posicionamento, ou substituir o ponto, com problema, por outro.

O programa *GeoGenius* permite a utilização de efemérides precisas, que podem ser obtidas na página do IGS, no seguinte endereço: <http://www.igs.nasa.gov>, possibilitando melhor precisão que a das efemérides transmitidas. No processamento da base, a combinação linear da fase da portadora escolhida foi a *ionospheric free*, ou livre de ionosfera. Esse modelo, em que o efeito da ionosfera é reduzido, geralmente é utilizado nos casos de base longa. Na rede do Estado de São Paulo, foi o método que proporcionou os melhores resultados, em relação às outras opções disponibilizadas no programa *GeoGenius*. Apesar de existirem pontos próximos às bases escolhidas, a maior parte dos pontos está afastada, por isso este método tornou-se o mais adequado.

As observações da fase da portadora são processadas para três tipos de solução, com as seguintes características: a tripla diferença de fase, a dupla diferença de fase com ambigüidade flutuante, e a dupla diferença de fase com ambigüidade solucionada. A tripla diferença de fase proporciona uma solução inicial (componente da base), e permite resolver a ambigüidade de forma eficiente e rápida. As coordenadas resultantes desta solução constituem os valores

iniciais nas etapas seguintes. A dupla diferença de fase flutuante permite processar dados correlacionados da dupla diferença de fase da portadora. Na dupla diferença de fase com ambigüidade resolvida, a solução é aprimorada através de testes estatísticos, o de *Fisher* sobre os quocientes das menores variâncias, e o Qui-quadrado sobre a variância a posteriori (SP, 2000).

O ajustamento da rede GPS do Estado de São Paulo também foi realizado com o auxílio do programa *GeoGenius*. A versão 2000 apresenta um módulo para o ajustamento simultâneo dos dados da rede, usando a dupla diferença de fase. Os dados de entrada (observações), são as componentes Δx , Δy e Δz , obtidas no processamento das linhas e suas respectivas matrizes variância-covariância, definidas pelas siglas MVC. Os parâmetros desconhecidos são as coordenadas dos pontos observados. O modelo matemático utilizado é dos mínimos quadrados, conhecido pela sigla MMQ.

Após o ajustamento da rede, os resultados foram sobre a existência de erros grosseiros. A detecção e eliminação desses erros é um procedimento necessário para avaliar a qualidade da rede GPS, os métodos implementados nos programas comerciais, permitem localizar a maioria dos erros envolvidos nos levantamentos. No *GeoGenius* o método implementado é o teste τ (teste *tau*), que faz uso do resíduo padronizado. Este procedimento é realizado da seguinte maneira; a partir da MVC dos resíduos determinada no ajustamento, extraem-se as variâncias desta matriz e obtém-se a raiz quadrada da variância, determinando o desvio padrão do resíduo, por último, divide-se o valor de cada resíduo calculado no ajustamento pelo seu respectivo desvio padrão, obtendo-se então

$$\tau_i = \frac{|v_i|}{\sigma_{v_i}} \quad (5.25)$$

onde v_i representa o resíduo i e σ_{v_i} o respectivo desvio padrão. A variável τ é relacionada com a distribuição t (*Student*), através da expressão (Kuang, 1996)

$$\tau_{\alpha/2}(r) = \frac{\sqrt{r} t_{\alpha/2}(r-1)}{\sqrt{r-1 + t_{\alpha/2}^2(r-1)}} \quad (5.26)$$

onde r representa os graus de liberdade e α é o nível de significância adotado para o teste.

Portanto, devem ser retirados os pontos que satisfizerem a seguinte expressão

$$|\tau| > \tau_{\alpha/2} \quad (5.27)$$

Para a aplicação do teste, o *GeoGenius* considera que os dados obtidos tenham a precisão expressa por

$$\sigma_s^2 = 5^2 \text{ mm}^2 + (0,5 \text{ ppm} \cdot s)^2 \quad (5.28)$$

O valor adotado para o nível de significância (α) foi de 5%, para aceitar ou rejeitar a observação. Nenhuma das linhas analisadas foi rejeitada pelo teste aplicado, o que possibilitou o aproveitamento de todos os pontos da rede GPS.

Os resultados do ajustamento dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo foram determinados em função do processamento das linhas e de suas respectivas MVC. Os valores encontrados para os pontos pertencentes à rede GPS podem ser vistos na Tabela 5.8, com os respectivos erros.

Tabela 5.8 - Coordenadas dos pontos da Rede GPS do Estado de São Paulo ajustadas com as Estações da RBMC (Brasília, Curitiba, Presidente Prudente e Viçosa).

CIDADE	LATITUDE (°)	σ_{LAT} (m)	LONGITUDE (°)	σ_{LONG} (m)	h (m)	σ_h (m)
ADOLFO	-21,2310	0,0159	-49,6381	0,0304	426,9259	0,0435
AGUAS CLARAS	-20,4447	0,0178	-52,8759	0,0676	319,1090	0,0390
AGUAS DA PRATA	-21,9374	0,0182	-46,7159	0,0554	819,3179	0,0490
ALFENAS	-21,4286	0,0188	-45,9472	0,0990	876,1301	0,0434
ALTINÓPOLIS	-21,0284	0,0126	-47,3721	0,0528	885,7515	0,0331
ANAURILÂNDIA	-22,1816	0,0103	-52,7187	0,0243	309,3552	0,0272
ANDRADINA	-20,8975	0,0210	-51,3796	0,0521	401,4341	0,0681
ANGRADOSREIS A	-22,9836	0,0417	-44,2963	0,1562	3,3444	0,0659
ANGRADOSREIS B	-22,9923	0,0161	-44,3060	0,0604	73,3999	0,0470
APAR. DO TABUADO	-20,0945	0,0231	-51,1045	0,0362	381,1151	0,0660
APIAÍ	-24,5122	0,0346	-48,8452	0,1422	898,1121	0,1269
ARABA	-19,8821	0,0155	-50,3987	0,0294	418,6722	0,0384
ARAÇATUBA	-21,2105	0,0356	-50,4415	0,0879	398,9985	0,1091
ARARAQUARA	-21,8103	0,0177	-48,1773	0,0308	603,9997	0,0479
ARARAS	-22,3573	0,0191	-47,3857	0,0931	624,3216	0,0480
ARCOS	-20,2829	0,0164	-45,5402	0,1064	738,6710	0,0491
ASSIS	-22,6621	0,0243	-50,4208	0,0708	563,9351	0,0691
AURIFLAMA	-20,6862	0,0239	-50,5497	0,0527	467,7206	0,0661
AVARE	-23,0982	0,0358	-48,9250	0,2308	757,7468	0,1279
BANANAL	-22,6828	0,0208	-44,3221	0,0435	445,9066	0,0614
BARRABONITA	-22,4843	0,0305	-48,5476	0,0838	526,3586	0,0633
BARRETOS	-20,5151	0,0126	-48,5674	0,0651	571,7808	0,0417
BARRINHA	-21,1995	0,0123	-48,1610	0,0212	510,5122	0,0309
BASTOS	-19,3115	0,0249	-49,6627	0,0564	677,6628	0,0662
BATAGUASSU	-21,7145	0,0334	-52,4234	0,0860	325,9746	0,0817
BAURU	-22,3238	0,0449	-49,0784	0,1738	501,1814	0,0833
BEBEDOURO	-20,9507	0,0133	-48,4790	0,0695	563,5999	0,0322
BOCAIUVADOSUL	-25,2080	0,0187	-49,1132	0,0915	977,5388	0,0751
BRAG. PAULISTA	-22,9452	0,0177	-46,5383	0,0437	829,7075	0,0417
BURITAMA	-21,0664	0,0152	-50,1483	0,0675	390,4775	0,0348
CAMBUI	-22,6137	0,0151	-46,0655	0,0736	859,3410	0,0364
CAMPESTRE	-21,7115	0,0317	-46,2468	0,0468	1071,8212	0,0729
CAMPINAS	-22,8905	0,0190	-47,0767	0,0966	729,9138	0,0400
CANANÉIA	-24,9947	0,0384	-47,9454	0,1442	2,1243	0,0743
CAPÃO BONITO	-24,0024	0,0297	-48,3146	0,0693	672,9968	0,0635
CAPITÓLIO	-20,6152	0,0123	-46,0503	0,0297	761,1052	0,0305
CARMO DA MATA	-20,5580	0,0169	-44,8695	0,0795	839,4338	0,0431
CASSIA	-20,5928	0,0109	-46,9186	0,0231	725,0601	0,0298
CASSILÂNDIA	-19,1156	0,0309	-51,7387	0,0712	478,8590	0,0876
CASUZA	-20,1983	0,0136	-51,8208	0,0346	425,9649	0,0352
CATANDUVA	-21,1087	0,0116	-48,9615	0,0211	558,0273	0,0275
CHAVESLÂNDIA	-19,0474	0,0182	-50,4849	0,0766	404,2994	0,0615
CHUÁ	-19,7620	0,0061	-48,1016	0,0171	754,1501	0,0160
COLORADO	-22,8384	0,0150	-51,9751	0,0754	441,0283	0,0392
COMEN. GOMES	-19,6923	0,0139	-49,0844	0,0287	552,4632	0,0369
CONCHAS	-23,0232	0,0212	-48,0218	0,0835	486,8134	0,0473
CORN. PROCÓPIO	-23,1825	0,0317	-50,6511	0,0487	677,0008	0,0786
COTIA	-23,6034	0,0276	-46,9306	0,0701	851,1481	0,0818
CRUZEIRO	-22,5765	0,0213	-44,9626	0,0797	514,5985	0,1075
CUNHA	-23,0776	0,0148	-44,9602	0,0374	971,5460	0,0436
CURIÚVA	-24,0036	0,0326	-50,4465	0,0981	868,1135	0,0562
DRACENA	-21,4904	0,0212	-51,5409	0,0557	402,7677	0,0631
ELDORADO	-24,5215	0,0229	-48,1097	0,0946	37,6050	0,0897
ESTRELA DO NORTE	-22,4855	0,0157	-51,6614	0,0437	407,9961	0,0536
FERNANDÓPOLIS	-20,2825	0,0195	-50,2484	0,0838	528,0524	0,0490
FRANCA	-20,5324	0,0163	-47,4129	0,1030	995,9022	0,0837
GUADALUPE	-20,3790	0,0173	-51,4478	0,1911	335,7520	0,0462
GUARATINGUETA A	-22,7914	0,0207	-45,1679	0,0615	536,3214	0,0482
GUARATINGUETA B	-22,8171	0,0216	-45,1918	0,0558	534,5719	0,0681
IBAITI	-23,8735	0,0196	-50,2029	0,0751	880,1021	0,0611
IBITINGA	-21,7831	0,0112	-48,8453	0,0163	522,5407	0,0294
IBIÚNA	-23,6564	0,0447	-47,2226	0,1807	857,1290	0,1329
ICEM	-20,3399	0,0114	-49,1858	0,0674	462,1717	0,0469
IGARAPAVA	-20,0423	0,0102	-47,7570	0,0237	634,0067	0,0279
IGARATA	-23,2067	0,0248	-46,1557	0,0621	768,3368	0,0444

Tabela 5.8 - continuação

CIDADE	LATITUDE (°)	σ_{LAT} (m)	LONGITUDE (°)	σ_{LONG} (m)	h (m)	σ_h (m)
INOCÊNCIA	-19,7737	0,0246	-51,9194	0,1308	497,9952	0,0491
IPORANGA	-24,5854	0,0628	-48,5940	0,1398	93,6148	0,1266
ITABORAÍ	-22,7385	0,0163	-42,8390	0,0715	21,2606	0,0606
ITAGUAÍ	-22,8701	0,0166	-43,7784	0,0623	3,3718	0,0515
ITAJUBÁ	-22,3638	0,0143	-45,5563	0,0495	841,2978	0,0486
ITAPETININGA	-23,5872	0,0368	-48,0478	0,1879	654,8706	0,1774
ITAPEVA	-23,9825	0,0384	-48,8759	0,1037	680,5711	0,0716
ITARARÉ	-24,1158	0,0110	-49,3408	0,0240	736,0110	0,0306
ITOBI	-21,6842	0,0121	-46,9330	0,0268	734,9351	0,0321
ITUITABA	-18,9663	0,0112	-49,4905	0,0654	553,2585	0,0305
JAÚ	-22,2912	0,0435	-48,5613	0,2071	509,3817	0,1065
JUIZ DE FORA	-21,7482	0,0205	-43,3595	0,0487	676,4209	0,0514
JUNDIAÍ	-23,2389	0,0223	-46,8557	0,0952	759,1146	0,0648
JUQUIÁ	-24,3298	0,0461	-47,6315	0,2163	17,6367	0,2043
JUQUITIBA	-23,9325	0,0302	-47,0674	0,1751	697,3707	0,1567
LA VÍNIA	-21,1663	0,0513	-51,0388	0,2614	454,4606	0,2036
LINS	-21,6749	0,0214	-49,7518	0,0648	427,5249	0,0629
LOANDA	-22,9324	0,0192	-53,1354	0,0467	488,6941	0,0468
MOGI DAS CRUZES	-23,5211	0,0194	-46,1896	0,0415	746,0180	0,0480
MOGI MIRM	-22,4331	0,0207	-46,9580	0,0838	626,7334	0,0780
NHANDEARA	-20,6955	0,0202	-50,0408	0,1151	518,0930	0,0418
NOVA ANDRADINA	-22,2478	0,0074	-53,3475	0,0180	383,9725	0,0202
NOVO HORIZONTE	-21,4779	0,0205	-49,2300	0,0691	444,9563	0,0620
ORIENTE	-22,1529	0,0226	-50,0919	0,0645	599,2405	0,0844
ORTIGUEIRA	-24,2097	0,0271	-50,9249	0,0801	785,1978	0,0501
OSVALDO CRUZ	-21,7949	0,0169	-50,8759	0,0720	458,8497	0,0508
OURO FINO	-22,2826	0,0314	-46,3695	0,1885	905,7414	0,1180
PALMEIRA	-24,5812	0,0264	-48,9555	0,1305	698,6428	0,1085
PARAG. PAULISTA	-22,4145	0,0129	-50,5733	0,0448	492,2357	0,0312
PARAIBUNA	-23,3707	0,0611	-45,6707	0,2143	672,3176	0,1349
PARANAGUÁ	-25,5171	0,0134	-48,5066	0,0301	3,8211	0,0339
PARANAÍBA	-19,6630	0,0219	-51,1926	0,1517	423,6094	0,0492
PARANAÍ	-23,0672	0,0280	-52,4701	0,0498	408,9900	0,0699
PARATI A	-23,2231	0,0264	-44,7329	0,0851	2,2011	0,0668
PARATI B	-23,2174	0,0181	-44,7131	0,0427	-2,9612	0,0538
PASSOS	-20,7185	0,0172	-46,6112	0,0805	733,3553	0,0512
PEREIRA BARRETO	-20,6446	0,0222	-51,1116	0,1036	340,2836	0,0449
PERUÍBE	-24,2972	0,0165	-47,0998	0,0582	18,5611	0,0526
PIEDADE	-23,7600	0,0130	-47,4188	0,0357	963,7185	0,0312
PILAR DO SUL	-23,8166	0,0125	-47,7169	0,0271	696,6566	0,0286
PIRACICABA	-22,7099	0,0107	-47,6322	0,0263	542,6824	0,0337
PIRAÍ	-22,6281	0,0247	-43,8998	0,0976	382,7985	0,0716
PIRAÍ DO SUL	-24,5008	0,0311	-49,8982	0,0708	1022,3006	0,0631
PIRAJÚ	-21,9919	0,0305	-49,4576	0,1337	472,9911	0,1210
PIRASSUNUNGA	-21,9967	0,0225	-47,4265	0,1055	618,4317	0,0661
PONTA GROSSA	-25,1143	0,0410	-50,1556	0,1381	887,4277	0,1380
PORTO FELIZ	-23,2097	0,0201	-47,5265	0,0972	512,2859	0,0671
POUSO ALEGRE	-22,2648	0,0158	-45,9283	0,0739	826,0975	0,0383
POUSO ALTO	-22,1950	0,0279	-44,9721	0,1124	877,4082	0,1160
PRES. EPITÁCIO	-21,7636	0,0173	-52,1061	0,0752	288,1165	0,0517
PRES. PRUDENTE	-22,1175	0,0235	-51,4059	0,0576	399,4458	0,0627
PRES. VENCESLAU	-21,8767	0,0591	-51,8444	0,0936	418,4385	0,1657
QUEIROZ	-21,7996	0,0137	-50,2406	0,0275	426,3367	0,0409
QUELUZ	-22,5384	0,0313	-44,7740	0,1465	490,6099	0,0561
REGISTRO	-24,5272	0,0414	-47,8559	0,1036	16,2295	0,1131
RIBEIRA	-24,6361	0,0257	-48,9981	0,0551	175,1693	0,0673
RIBEIRÃO PRETO	-21,1650	0,0473	-47,8543	0,0907	585,0206	0,0900
RIO BONITO	-22,7110	0,0256	-42,6241	0,0701	53,0407	0,0748
ROLANDIA	-23,3104	0,0121	-51,3692	0,0525	731,0119	0,0423
SANTO A. PLATINA	-23,3849	0,0315	-50,0596	0,0912	495,8852	0,0557
SALTO GRANDE	-22,8930	0,0378	-49,9861	0,1820	391,6062	0,1308
SANTA JULIANA	-19,3091	0,0096	-47,5371	0,0244	949,9722	0,0261
SANTA R. R. PARDO	-21,3035	0,0189	-52,8301	0,0679	353,4594	0,0473
SANTO ALEIXO	-22,5620	0,0233	-43,0531	0,0625	22,6901	0,0735
SÃO CARLOS	-22,0451	0,0117	-47,8613	0,0201	850,9197	0,0276

Tabela 5.8 - continuação

CIDADE	LATITUDE (°)	σ_{LAT} (m)	LONGITUDE (°)	σ_{LONG} (m)	h (m)	σ_h (m)
SÃO LUIZ PARAITINGA	-23,2214	0,0159	-45,3094	0,0361	756,9891	0,0466
SÃO MANUEL	-22,6997	0,0299	-48,5884	0,0696	658,4257	0,0576
SÃO MIGUEL ARCANJO	-23,8891	0,0171	-47,9807	0,0950	680,9179	0,0449
SÃO SEBASTIÃO A	-23,8223	0,0260	-45,4145	0,0658	-0,1773	0,0628
SÃO SEBASTIÃO B	-23,8027	0,0189	-45,3998	0,0378	-2,5173	0,0506
SÃO SIMÃO	-21,4574	0,0106	-47,5922	0,0552	614,9652	0,0424
SÃO VICENTE	-23,9746	0,0237	-46,3886	0,0460	1,0333	0,0705
SÃO B. DO SAPUCAÍ	-22,6674	0,0221	-45,7456	0,0565	872,7475	0,0592
SÃO F. DE SALES	-19,8067	0,0158	-49,8943	0,0803	476,1907	0,0528
SIQUEIRA CAMPOS	-23,6882	0,0146	-49,8335	0,0788	622,6853	0,0482
SÃO J. DA BARRA	-20,5751	0,0183	-47,7835	0,0391	567,3411	0,0478
SÃO JOSÉ DA SERRA	-23,7035	0,0420	-50,7387	0,0927	917,4559	0,1272
SÃO JOÃO DEL REI	-21,1341	0,0289	-44,2591	0,0623	895,8033	0,0736
SÃO J. RIO PRETO	-20,8069	0,0187	-49,3870	0,0470	499,5178	0,0576
SOROCABA	-23,4964	0,0472	-47,4547	0,1563	551,3440	0,1556
SANTO ANASTÁCIO	-21,9822	0,0225	-51,6539	0,0554	432,4304	0,0675
TAUBATÉ	-23,0507	0,0182	-45,6030	0,0624	586,5066	0,0620
TORKINHA	-22,4606	0,0390	-48,1796	0,2126	820,0168	0,0656
TRÊS CORAÇÕES	-21,6835	0,0152	-45,2649	0,0599	881,0339	0,0578
TRÊS LAGOAS	-20,7852	0,0141	-51,7056	0,0315	315,9856	0,0422
TRÊS RIOS	-22,1165	0,0160	-43,2093	0,0981	264,3056	0,0451
UBATUBA A	-23,4631	0,0229	-45,0643	0,0944	1,2937	0,1032
UBATUBA B	-23,4514	0,0145	-45,0469	0,0371	-1,4748	0,0431
UBERLÂNDIA	-18,9048	0,0159	-48,2850	0,0478	819,4927	0,0451
UBIRAJARA	-22,5243	0,0550	-49,6639	0,2937	476,5468	0,2136
VASSOURAS	-22,4015	0,0287	-43,6526	0,0764	444,0065	0,0757
WENCESLAU BRÁS	-23,8773	0,0783	-49,8118	0,3157	809,8202	0,1576
Estatística dos dados da tabela						
Mínimo	-25,5171	0,0061	-53,3475	0,0163	-2,9612	0,0160
Máximo	-18,9048	0,0783	-42,6241	0,3157	1071,8212	0,2136
Média	-22,2587	0,0235	-48,2398	0,0824	537,3179	0,0665
Desvio padrão	1,4702	0,0119	2,5170	0,0548	270,1992	0,0373

CAPÍTULO 6

ESTRATÉGIAS USADAS NA DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE

Nas últimas décadas, tem aumentado o interesse na determinação de geóides gravimétricos; um dos principais motivos, é a sua utilização na determinação da altitude ortométrica a partir da altitude geométrica, obtida no posicionamento por satélite (GPS). Para a efetiva utilização desta metodologia, é necessária a determinação de modelos geoidais de alta resolução e, a utilização de modelos geopotenciais de alta precisão, combinados com dados topográficos e gravimétricos é importante no desenvolvimento do processo. Neste Capítulo, são apresentados os procedimentos utilizados na determinação do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo e regiões adjacentes.

6.1 COMPARTIMENTAÇÃO DA ÁREA

Para uma grande quantidade de dados, a colocação por mínimos quadrados tem o inconveniente da morosidade computacional, por envolver procedimentos de inversão de matrizes ou soluções de sistemas lineares, que apresentam dimensões iguais ao número de dados envolvidos no processamento.

Uma prática comumente utilizada, nesses casos, consiste na divisão da área em pequenos blocos quadrados com sobreposição nas bordas, permitindo a continuidade do elemento do campo de gravidade (Tscherning et al., 2001; Ayhan, 1993; Gil, et al., 1993; Forsberg & Tscherning, 1981). Com isso, é possível diminuir o tamanho da matriz a ser invertida e, conseqüentemente, tornar o cálculo do geóide mais eficiente e rápido.

No processamento realizado com os dados do Estado de São Paulo, as dimensões dos blocos foram fixadas em 6° graus em latitude e longitude, para as anomalias gravimétricas. Com isso, foi possível dividir a área estudada em 6 blocos quadrados (Figura 6.1), que foram diferenciados pelas letras A, B, C, D, E e F. Para se evitar a descontinuidade entre os blocos adjacentes, decorrentes da instabilidade dos interpoladores nas regiões de bordas, foi fixada uma sobreposição de 2° nos lados de cada quadrícula.

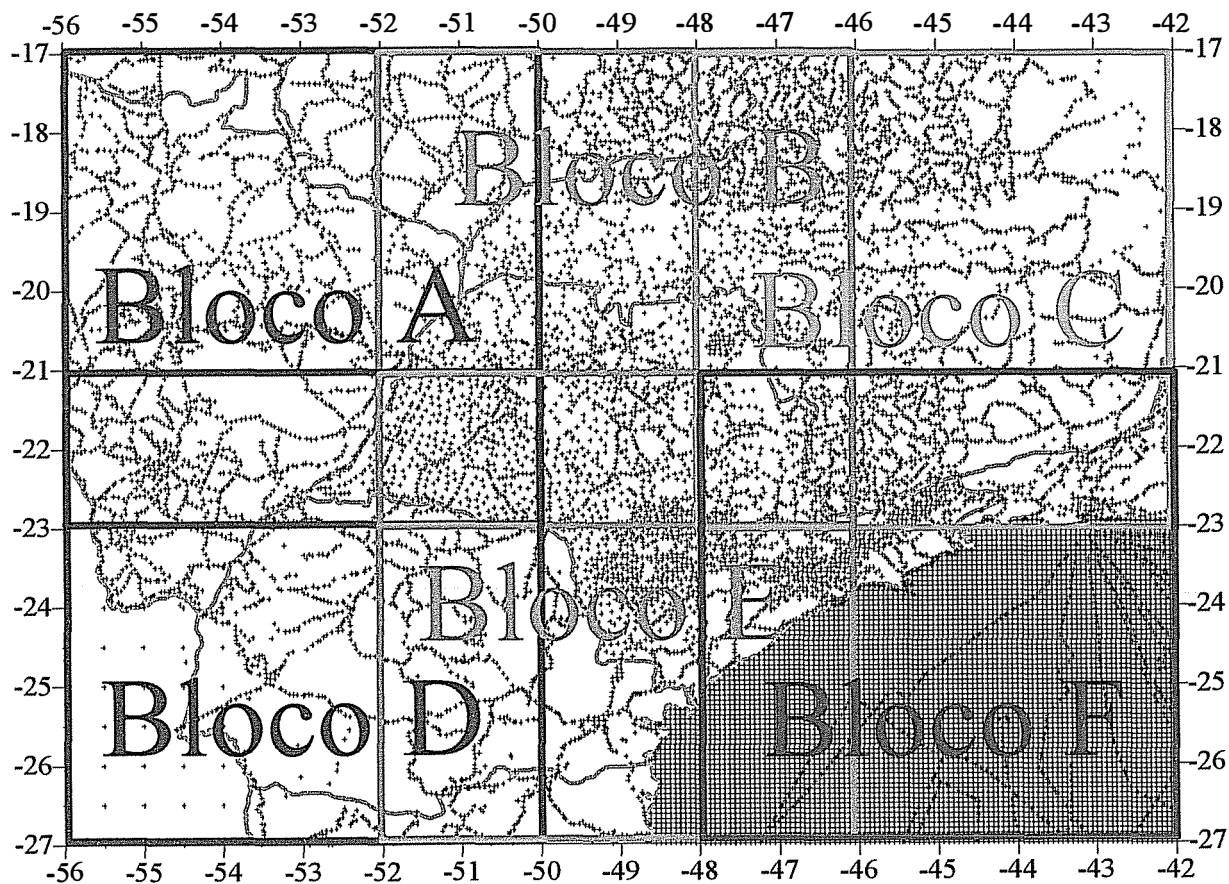


Figura 6.1 - Divisão da área em blocos quadrados (Representação do bloco A)

6.2 DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE COM DADOS IRREGULARES

Inicialmente, será tratado o caso onde os dados apresentam uma distribuição geográfica irregular; neste caso, é possível encontrar áreas, onde a cobertura gravimétrica é densa e homogênea, e regiões onde a distribuição é esparsa, ocasionando vantagens e desvantagens na sua utilização.

A principal vantagem na utilização de dados gravimétricos, com distribuição irregular, é evitar os erros provenientes da geração de modelos digitais. A determinação de modelos gravimétricos digitais é relativamente simples, pois existem vários algoritmos disponíveis para isso. Entretanto, a escolha da técnica adequada requer muita experiência. Os dados gravimétricos irregulares, quando apresentam densidade e distribuição geográfica adequadas, possibilitam a obtenção de um modelo geoidal de grande precisão. A desvantagem deste tipo de amostragem é a falta de dados em algumas áreas, decorrentes de peculiaridades florestais, topográficas, climáticas e logísticas, que dificultam a obtenção de informações sobre o campo de gravidade na região. Além desses aspectos, as deficiências de apoio gravimétrico e cartográfico, também dificultam a medição numa distribuição geográfica adequada.

O cálculo do geóide, envolvendo dados com distribuição irregular, pode ser dividido em 3 fases. A fase inicial está relacionada com a obtenção das anomalias gravimétricas e as correções dos efeitos causados pela remoção das massas externas ao geóide, isto é, as massas atmosférica e topográfica. A fase seguinte consiste na determinação das anomalias gravimétricas residuais que, neste caso, foram obtidas pela remoção da componente determinística, usando o modelo do geopotencial EGM96, truncado em grau 180. A fase final envolve o cálculo das anomalias de altitude pelo método dos mínimos quadrados, e a determinação da altura geoidal, com a adição do efeito indireto e da componente relacionada ao modelo do geopotencial (Figura 6.2).

Para um melhor entendimento da primeira fase, é necessária a decomposição das anomalias gravimétricas, conforme mostra expressão

$$\Delta g = \Delta g_a + C_t + C_{atm} \quad (6.1)$$

onde Δg_a é a anomalia gravimétrica ar-livre; C_t é a correção do efeito topográfico, determinada com o auxílio do programa *TC* e C_{atm} é o efeito causado pelas massas

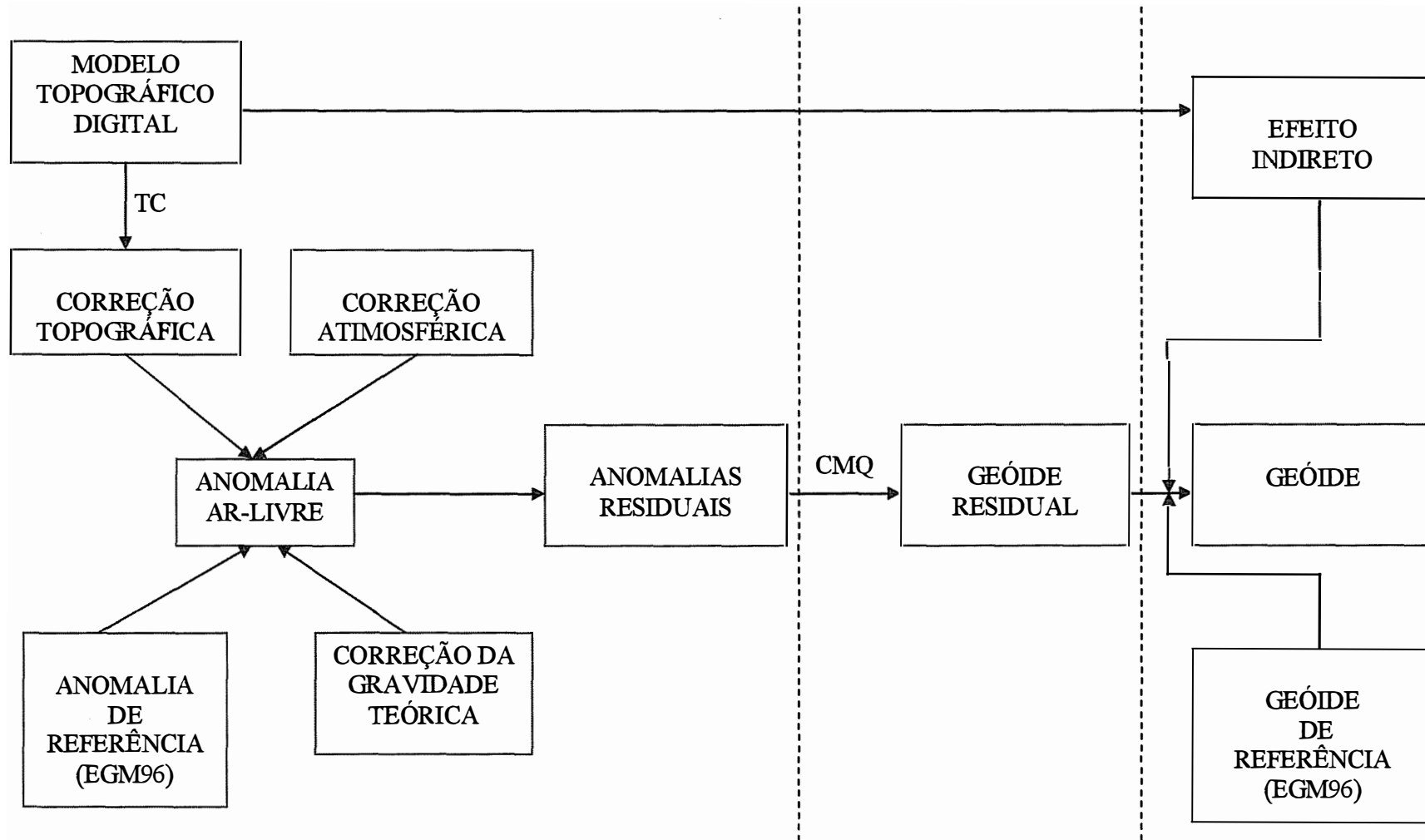


Figura 6.2 - Cálculo do geóide utilizando dados irregulares

atmosféricas. A Tabela 6.1 mostra um resumo estatístico dos valores encontrados para estas correções e que foram adicionadas nas anomalias gravimétricas.

Tabela 6.1 - Estatísticas das correções atmosférica e topográfica, para os dados gravimétricos irregulares

	CORREÇÃO ATMOSFÉRICA (mGal)	CORREÇÃO TOPOGRÁFICA (mGal)
Mínimo	0,66	-2,41
Máximo	0,87	8,59
Média	0,81	0,16
Variância	0,00	0,55
Desvio padrão	0,03	0,74

A determinação da componente residual da anomalia gravimétrica é obtida a partir da expressão

$$\Delta g_r = \Delta g - \Delta g_M \quad (6.2)$$

sendo Δg_M a componente determinística da anomalia ar-livre, fornecida pelo modelo geopotencial, representada por

$$\Delta g_M = \frac{1}{R} \sum_{n=2}^{180} (n-1) \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \quad (6.3)$$

onde \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} são os coeficientes do geopotencial plenamente normalizados, P_{nm} são as funções de Legendre plenamente normalizadas, e R é o raio médio da Terra.

Após a remoção da componente determinística, os dados foram divididos em blocos quadrados com dimensões de 6° em latitude e longitude, seguindo a metodologia explicada no início deste Capítulo. A Figura 6.3 mostra como ficou a distribuição dos dados gravimétricos após da divisão, e a Tabela 6.2 mostra os valores estatísticos encontrados para os blocos.

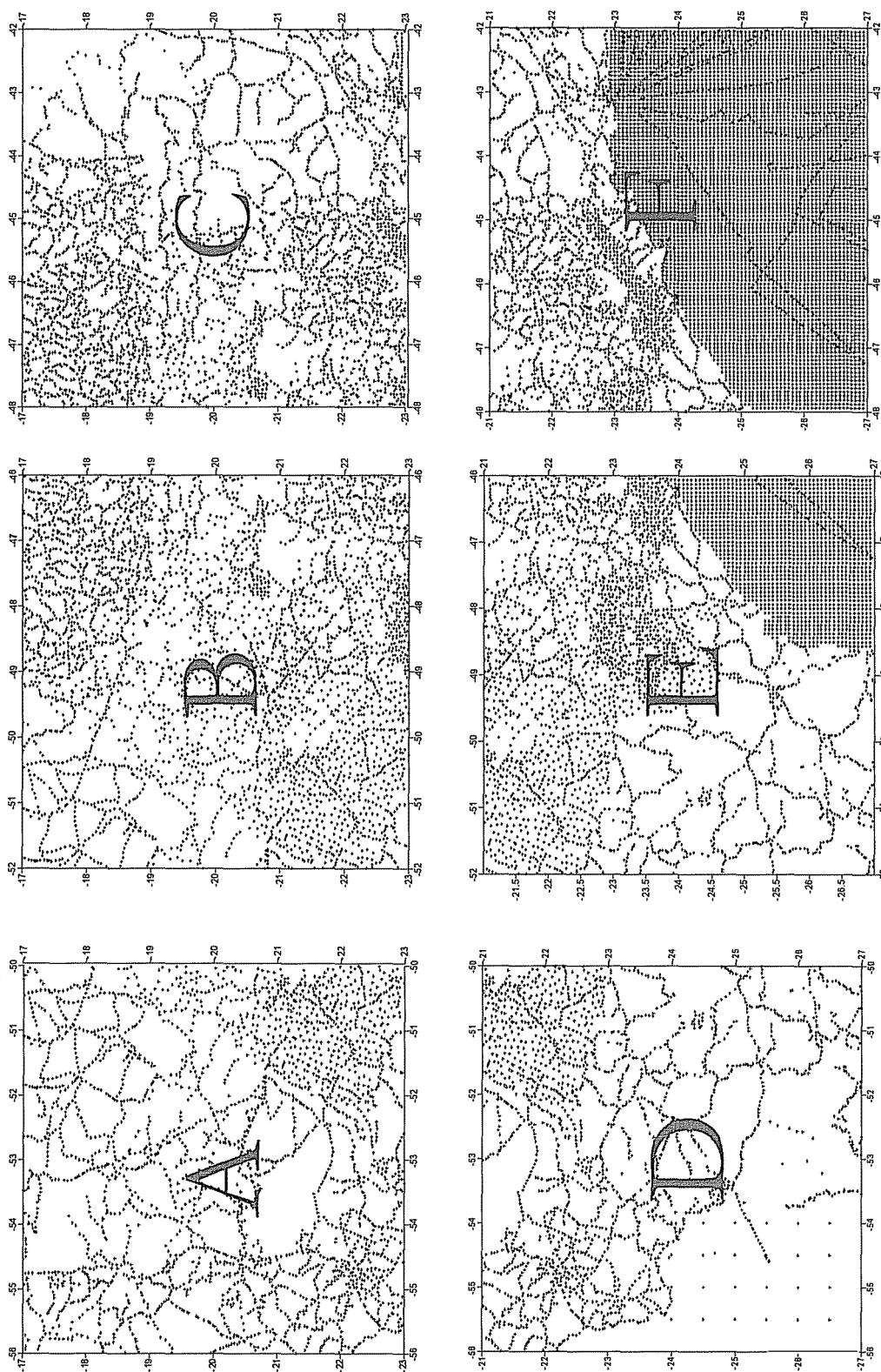


Figura 6.3 - Distribuição dos dados gravimétricos após a divisão dos blocos

Tabela 6.2 - Estatística da anomalia ar-livre residual para os blocos com dados irregulares

BLOCO A					
	LATITUDE	LONGITUDE	ALTITUDE	AR LIVRE	ERRO
Mínimo	-23,00	-56,00	116,50	-37,73	0,05
Máximo	-17,00	-50,00	1027,00	112,67	1,62
Média	-20,31	-52,96	445,22	2,18	0,32
Desvio padrão			175,65	11,68	0,43
BLOCO B					
Mínimo	-23,00	-52,00	10,60	-69,74	0,05
Máximo	-17,00	-46,00	1612,00	-78,58	1,62
Média	-20,10	-48,69	665,56	1,79	0,40
Desvio padrão			221,22	15,63	0,45
BLOCO C					
Mínimo	-23,00	-48,00	-9,00	-66,77	0,05
Máximo	-17,00	-42,00	2400,00	121,45	6,00
Média	-20,16	-45,43	750,66	-3,27	0,64
Desvio padrão			269,71	21,89	0,71
BLOCO D					
Mínimo	-27,00	-56,00	139,00	-48,49	0,05
Máximo	-21,00	-50,00	1342,30	112,67	3,50
Média	-23,28	-52,64	517,13	1,49	0,45
Desvio padrão			224,57	14,18	0,62
BLOCO E					
Mínimo	-26,99	-52,00	-947,50	-70,25	0,05
Máximo	-21,00	-46,00	1612,00	-73,49	6,00
Média	-24,09	-48,34	393,38	-3,03	2,28
Desvio padrão			409,58	20,28	2,66
BLOCO F					
Mínimo	-27,00	-48,00	-2613,00	-71,92	0,05
Máximo	-21,00	-42,00	2400,00	121,45	6,00
Média	-24,47	-44,86	-457,60	-2,91	4,49
Desvio padrão			1092,04	19,00	2,43

Para determinar o geóide gravimétrico, combinando coeficientes do potencial gravitacional, dados gravimétricos e topográficos; a altura geoidal (N) foi expressa em função de 3 componentes (Figura 6.4)

$$N = \zeta_M + \zeta_r + \zeta_I \quad (6.4)$$

onde ζ_M é a componente relacionada ao modelo geopotencial, obtida a partir dos coeficientes,

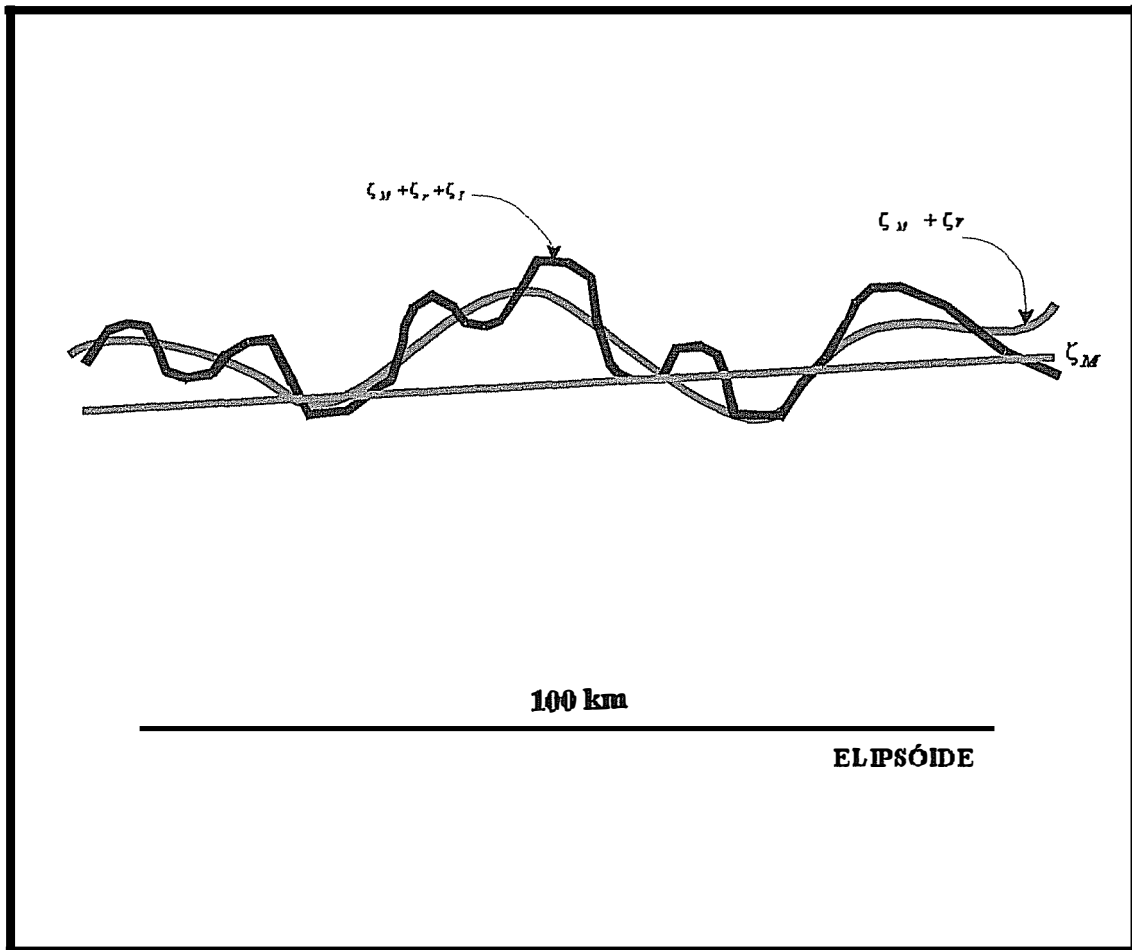


Figura 6.4 - Representação das componentes da altura geoidal

$$\zeta_M = R \sum_{n=2}^{180} \sum_{m=0}^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos \theta) \quad (6.5)$$

e ζ_r e ζ_I representam as contribuições da componente gravimétrica residual e do efeito indireto, respectivamente.

A contribuição da componente gravimétrica residual (ζ_r) foi determinada através da CMQ, explicada no Capítulo 4. A partir das expressões (4.17) e (4.18), pode-se determinar (ζ_r) diretamente das anomalias gravimétricas residuais, da seguinte forma

$$\zeta_r = C_{\Delta g_r, \zeta} (C_{\Delta g_r, \Delta g_r} + C_{nn})^{-1} \Delta g_r \quad (6.6)$$

A variância da anomalia de altitude, é expressa por

$$\sigma_{\zeta}^2 = C_{\zeta\zeta} - C_{\zeta\Delta g_r} (C_{\Delta g_r, \Delta g_r} + C_{nn})^{-1} C_{\Delta g_r, \zeta} \quad (6.7)$$

onde $C_{\Delta g_r, \Delta g_r}$ representa a matriz covariância de dimensões $n \times n$ entre as anomalias observadas, C_{nn} são as variâncias dos erros das observações, $C_{\zeta\zeta}$ é a matriz covariância da anomalia de altitude, e $C_{\zeta\Delta g_r}$ é a matriz covariância entre a anomalia de altitude e a anomalia gravimétrica observada.

O cálculo do geóide utilizando a colocação por mínimos quadrados envolve a modelagem de funções covariâncias (Capítulo 4). Para isso, foram utilizados os programas *EMPCOV* (Tscherning, 1997) na modelagem das covariâncias amostrais, e *COVFIT* (Knudsen, 1987) no ajuste dos parâmetros da função covariância esférica.

As covariâncias amostrais foram determinadas a partir da expressão (4.23), utilizando as anomalias gravimétricas residuais e cuja resolução espacial é 5'. As covariâncias obtidas foram utilizadas para modelar os parâmetros da função covariância esférica, onde o modelo escolhido é o proposto por Tscherning & Rapp (1974). Neste caso, não foi possível a determinação de covariâncias bidimensionais, para a verificação de isotropia. Pois os dados devem estar na forma de um modelo digital. Os parâmetros das funções covariâncias ajustadas, podem ser vistos na Tabela 6.3; e o comportamento gráfico destas funções na Figura 6.5.

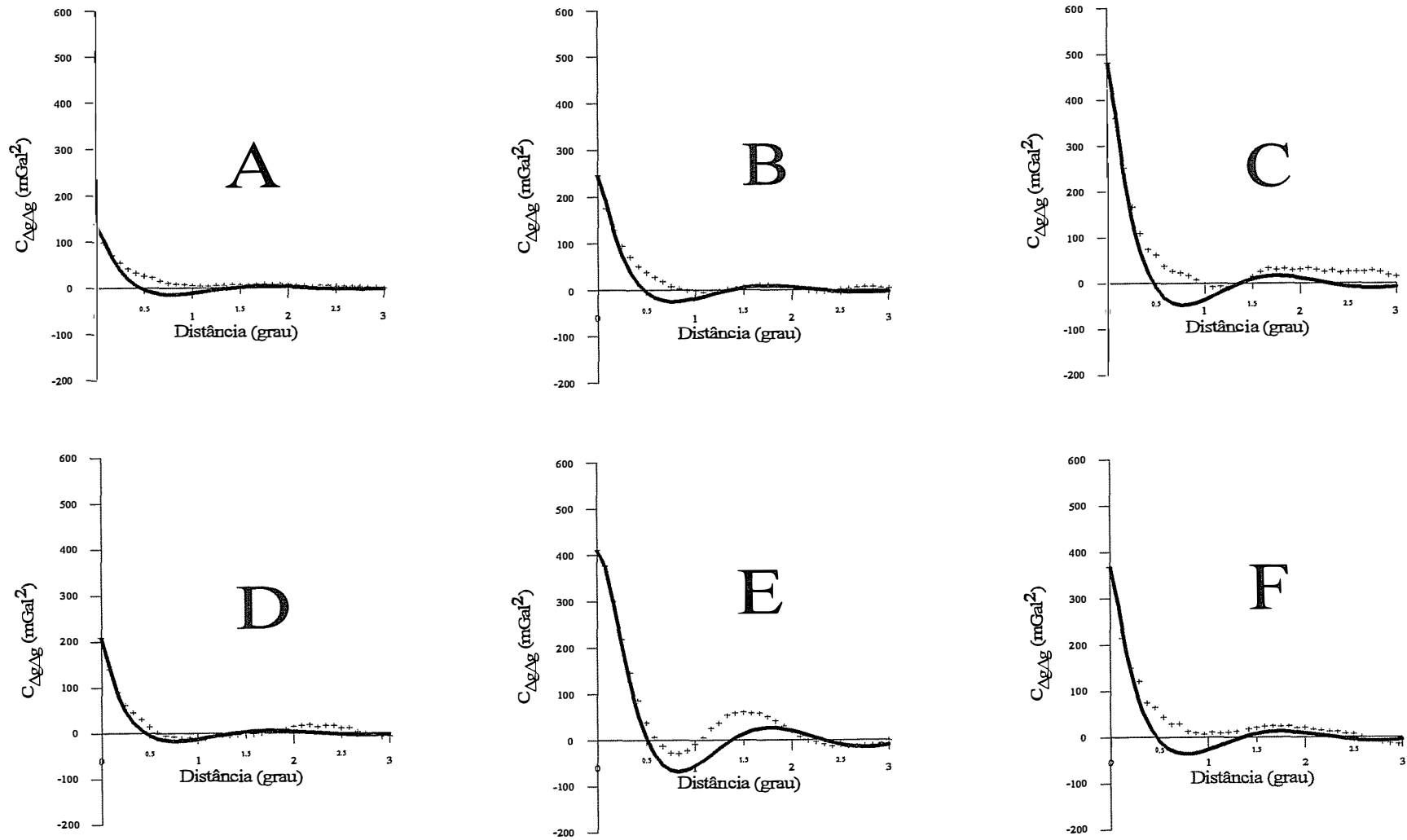


Figura 6.5 - Funções covariâncias empíricas (vermelho) e ajustadas (preto) determinadas para os blocos com dados irregulares

Tabela 6.3 - Parâmetros ajustados para os blocos com dados irregulares

BLOCO	C_{AM} (mGal ²)	C_{AJ} (mGal ²)	ξ (km)	$(R_B - R)$ (km)
A	138,29	137,74	17	-3541,13
B	245,37	243,58	19	-3979,99
C	480,27	478,69	17	-3695,11
D	207,85	207,52	15	-2464,57
E	410,25	409,73	25	-4428,02
F	367,46	367,27	17	-3692,81

onde C_{AM} e C_{AJ} são as variâncias amostrais e ajustadas, ξ é a distância de correlação e $(R_B - R)$ é a diferença entre o raio da esfera de *Bjehammar* e o raio médio da Terra.

A Tabela 6.3 mostra que os blocos apresentam modelos distintos para as covariâncias amostrais. As causas estão relacionadas a diversos fatores, tais como a representação da componente determinística pelo modelo do geopotencial, que pode ser eficiente em algumas áreas e deficiente em outras; sendo eficiente nas áreas onde os dados gravimétricos existentes foram utilizados na determinação dos seus coeficientes, e ineficiente quando estes não estão incluídos. A topografia é outro aspecto a ser considerado; existem regiões dentro do Estado de São Paulo, onde a topografia varia pouco (região oeste), e existem áreas onde a topografia é mais acidentada (região leste). Como a anomalia ar-livre é altamente correlacionada com a topografia, espera-se um comportamento semelhante, ou seja, nas áreas planas uma variação menor do que nos locais de onde a topografia é mais acidentada, o que se pode notar nos blocos usados. Os blocos A e D apresentam as menores variâncias em relação aos demais blocos, nota-se que a topografia da região não é muito elevada, e que os blocos apresentam deficiência em medidas gravimétricas. Nos blocos restantes, verifica-se que a topografia é mais elevada, e existe uma maior quantidade de dados gravimétricos, incluindo os levantamentos gravimétricos mais recentes. É provável que os coeficientes do modelo do geopotencial não representem de maneira adequada o campo de gravidade nestas regiões, devido à variação topográfica existente e aos dados gravimétricos que não haviam na época da determinação dos coeficientes do modelo geopotencial.

A Tabela 6.3 mostra que uma função covariância única, para representar toda a área, não seria recomendável. Pois as covariâncias estimadas variam de maneira significativa de uma região para outra. Após a determinação das funções covariâncias das anomalias

gravimétricas, a etapa seguinte, é determinar as funções covariâncias $C_{\zeta Ag}$ e $C_{\zeta \zeta}$, a partir dos parâmetros ajustados. Estas funções foram determinadas a partir das expressões (4.55) e (4.56); e as Figuras 6.6 e 6.7 mostram o seu comportamento.

A distância de correlação para C_{AJ} , correspondente ao bloco E, é diferente das demais, o que provavelmente esta relacionada com a distribuição geográfica dos dados e a efeitos locais. Nos blocos restantes, a distância de correlação não apresenta características semelhantes às do bloco E.

Com a obtenção das anomalias gravimétricas residuais, e a modelagem das funções covariâncias concluídas, o passo seguinte é a determinação da anomalia de altitude e, para isso, foi utilizado o programa de computador *GEOCOL* (Tscherning, 1997). Esse programa é disponibilizado pelo *IGeS* aos participantes da Escola do Geóide, para aplicações acadêmicas e científicas. Faz parte de um conjunto de programas, denominado de *GRAVSOFT*, no qual são integrantes, os programas *COVFIT*, *GEOGRID*, *TCFOUR* e *EMPCOV*, entre outros.

No *GEOCOL*, desenvolvido em linguagem Fortran IV, está implementada a técnica da colocação por mínimos quadrados. Para a sua utilização, é necessário fornecer; o modelo da função covariância, e um conjunto de observações (elementos do campo de gravidade) com seus respectivos erros padrões. Para a remoção e recomposição da componente determinística, são necessários os coeficientes do modelo do geopotencial, neste caso, os do EGM96.

Como foi visto no Capítulo 4, a solução do método da colocação por mínimos quadrados, envolve inversão de matrizes. No programa *GEOCOL* é utilizada a técnica da fatoração (Fatoração de *Cholesky*), que permite a decomposição da inversa, como produto de duas matrizes triangulares, desde que a matriz seja simétrica e definida positiva¹.

A anomalia de altitude foi determinada para uma distribuição regular com resolução espacial de 5', correspondente à área identificada pelo número 1, interna ao bloco dos dados gravimétricos disponíveis (Figura 6.8), o que corresponde a uma área de 4°. Este procedimento foi repetido para todos os blocos selecionados e caracterizados pelos números 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Após a obtenção da altura geoidal para os blocos A, B, C, D, E e F, fez-se à junção dos blocos. Nos locais de junção dos blocos (bordas), os valores adotados foram determinados através da média aritmética.

O procedimento final para a obtenção do modelo digital do geóide, são as adições do efeito indireto para corrigir a remoção das massas externas ao geóide, e da componente

¹ Determinante maior que zero ($\text{Det}(M) > 0$)

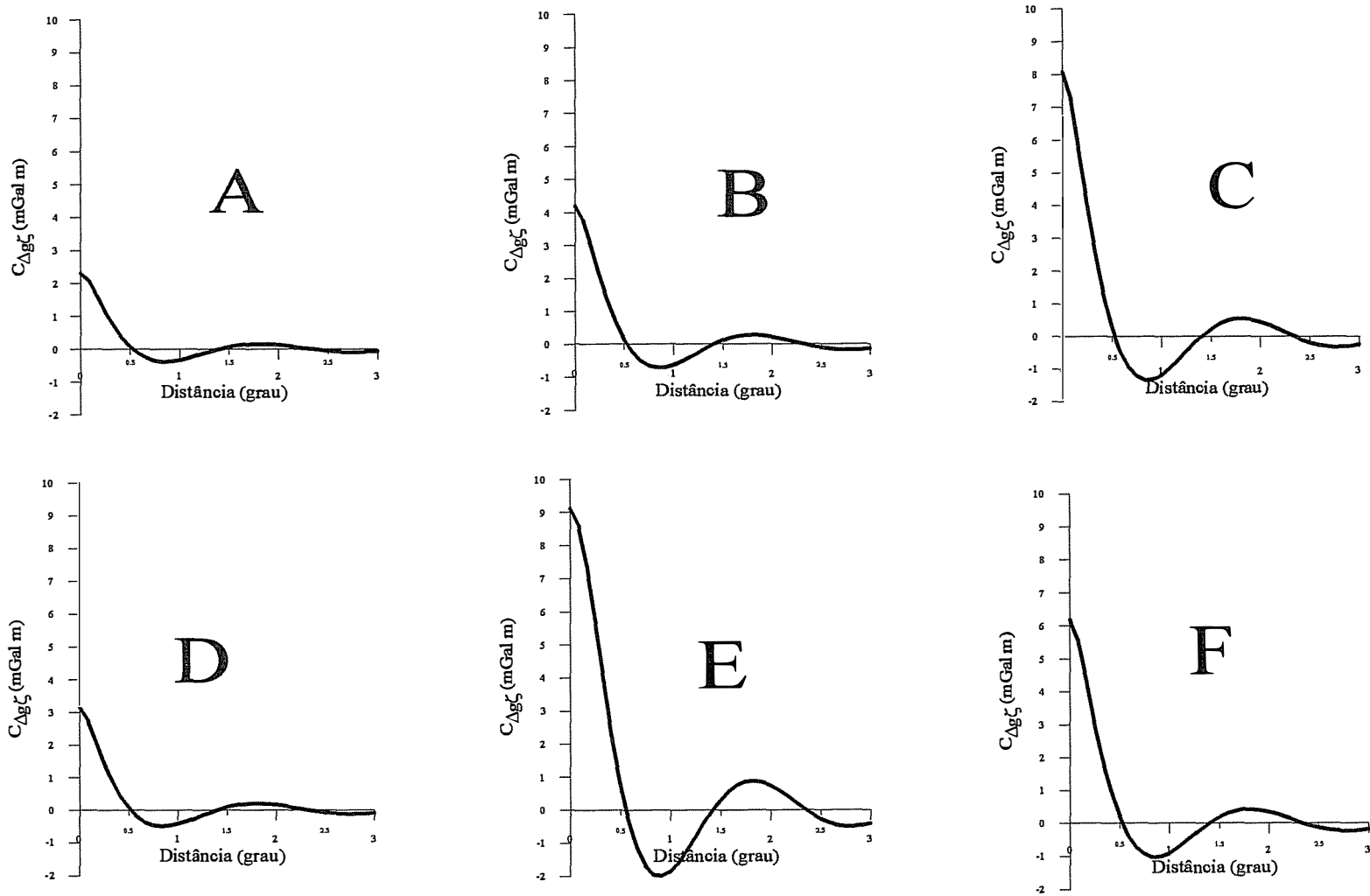


Figura 6.6 - Função covariância ($C_{\Delta g_{\zeta}}$) para os blocos com dados irregulares

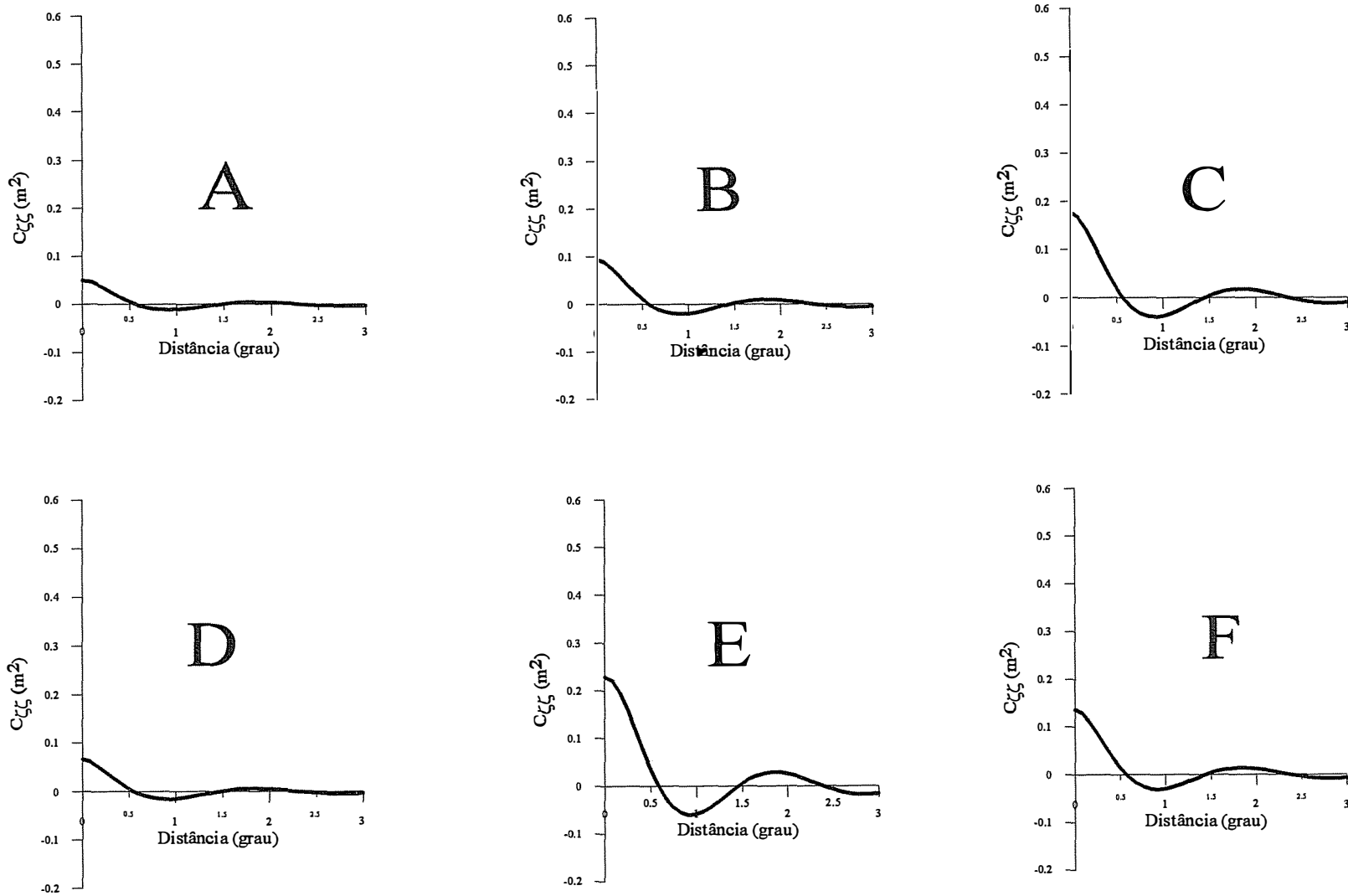


Figura 6.7 - Função covariância ($C_{\zeta\zeta}$) para os blocos com dados irregulares

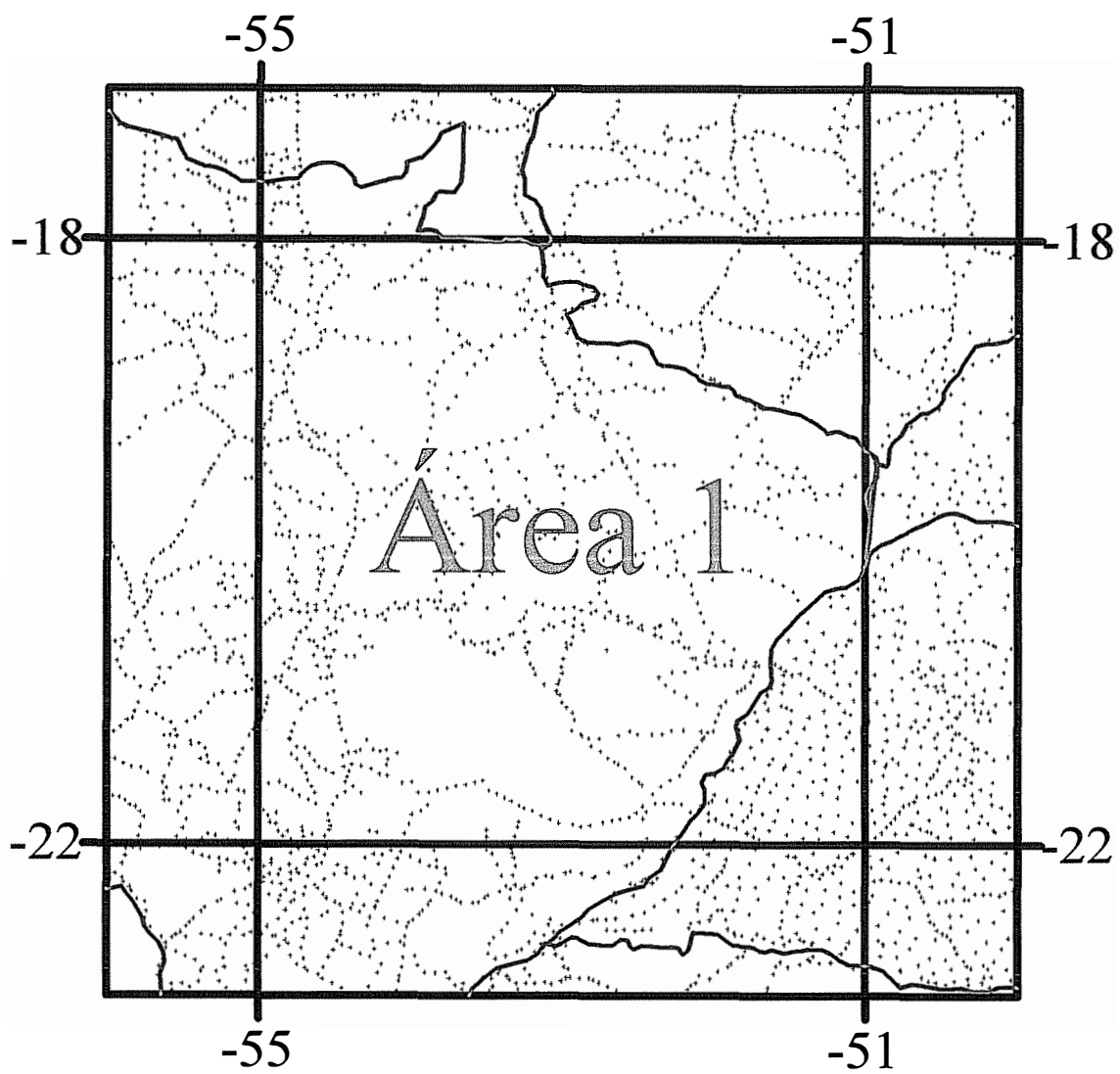


Figura 6.8 - Dimensão da área selecionada para a determinação das alturas geoidais

determinística. A contribuição do efeito indireto é determinada a partir da expressão (5.19), e para o cálculo foi utilizado o programa *IND* (Capítulo 5, item 5.2).

O modelo geoidal obtido com dados gravimétricos irregulares é identificado pela sigla MDGI (Modelo Digital do Geóide obtido com dados Irregulares), este procedimento foi necessário para diferenciá-lo do modelo geoidal determinado com o modelo digital gravimétrico. O MDGI e respectivo modelo digital do erro podem ser vistos nas Figuras 6.9 e 6.10.

A análise do MDGI e dos erros estimados será realizada no Capítulo seguinte, comparando os resultados obtidos deste modelo, com as alturas geoidais obtidas por GPS em pontos da rede de nivelamento existente no Estado de São Paulo. Por enquanto, faz-se aqui um breve comentário a respeito dos resultados obtidos. Para o erro estimado do MDGI, pode-se observar que eles apresentam um aspecto que se aproxima da distribuição geográfica dos dados gravimétricos, isto é, os erros de maior magnitude estão nas regiões onde os dados são esparsos, e os menores, nos locais em que a distribuição é densa e homogênea.

A região oceânica será tratada de maneira diferente da parte terrestre, pois toda a análise será realizada na parte terrestre. O erro obtido para as alturas geoidais na região oceânica é inferior ao esperado. Pois os erros atribuídos para os dados gravimétricos oceânicos foram maiores. Entretanto, o erro estimado para as alturas geoidais na parte oceânica, tem relação com a densidade e distribuição geográfica dos dados gravimétricos e com a função covariância. Para os dados gravimétricos oceânicos, atribuiu-se um erro constante, o arquivo disponível encontra-se na forma de um modelo digital, com resolução espacial de 3,5', ou seja, uma cobertura gravimétrica densa e homogênea. O resultado desta combinação é claramente observada na estimativa dos erros do modelo geoidal, a grande quantidade de dados acaba ocasionando uma superabundância de observações, determinando um valor subestimado para o erro.

Por outro lado, a função covariância, nestes casos, praticamente não se altera. A única alteração está na adição da variância dos elementos envolvidos na aproximação pontual. Esta modificação é feita na diagonal da matriz covariância, que no caso dos dados oceânicos, o valor atribuído é praticamente igual. Causando a determinação dos erros destes pontos com mesma precisão, conforme mostra a Figura 6.9.

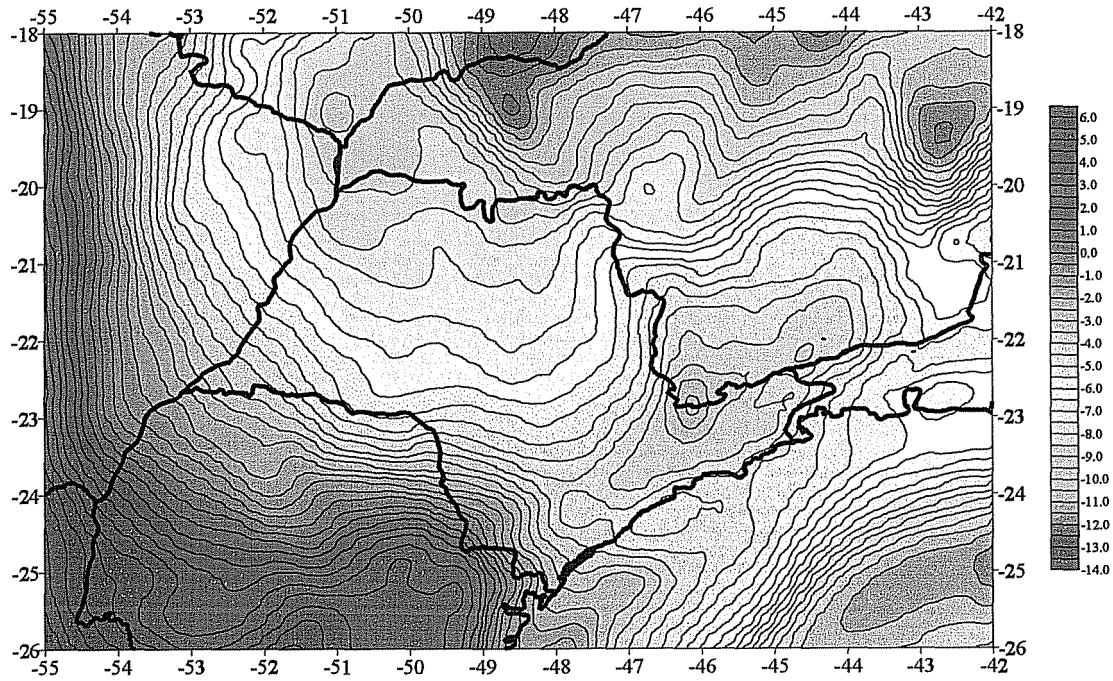


Figura 6.9 - Modelo Digital do Geóide determinado com dados Irregulares (MDGI)
(unidade: m)

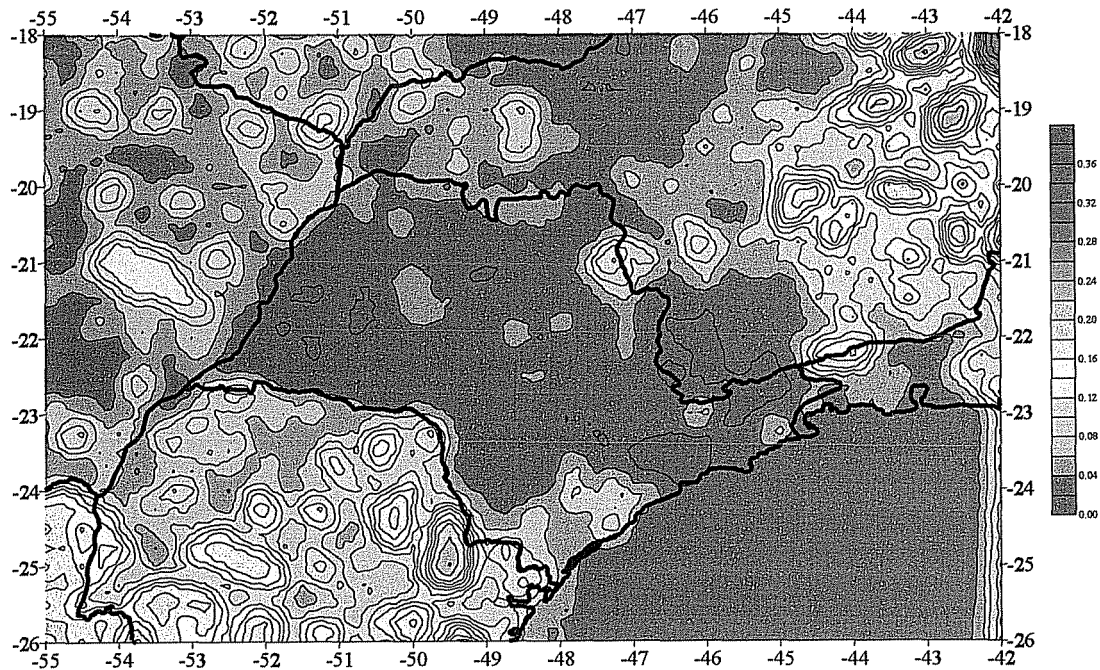


Figura 6.10 - Modelo digital do erro estimado para o MDGI
(unidade: m)

6.3 DETERMINAÇÃO DO GEÓIDE COM O MODELO DIGITAL AR-LIVRE

6.3.1 Geração do Modelo Gravimétrico Digital Ar-Livre (MDAL)

O Modelo Digital Ar-Livre (MDAL) foi determinado a partir da anomalia Bouguer e do modelo topográfico da área em questão. Portanto, a combinação do Modelo Gravimétrico Digital Bouguer (MDB) com o Modelo Topográfico Digital de São Paulo (MTDSP) têm a mesma resolução do MDAL.

A metodologia para determinar o MDB, consiste em gerar um modelo digital da anomalia Bouguer com resolução de 5', a partir de outros dois modelos digitais, que podem ser expresso matematicamente por

$$\Delta g_{MDB} = \Delta g_{MDB30} + \Delta g_{MDBR} \quad (6.8)$$

onde Δg_{MDB30} é o modelo digital Bouguer com resolução de 30' e Δg_{MDBR} representa o modelo digital Bouguer residual (MDBR).

O MDB30 tem a mesma finalidade do modelo geopotencial, ambos são utilizados para determinação da anomalia residual. O MDB30 foi gerado com uma resolução de 30' a partir de um modelo digital de resolução de 5' (MDB5). Para o MDB5 (Figura 6.11) foi utilizado o método de *kriger*. O método de *kriger* é um método de interpolação que minimiza o erro da estimativa. Na realidade, o erro médio da estimativa é nulo. Este, envolve a utilização de variogramas, que se assemelham às funções covariâncias do método de colocação. É um dos métodos mais populares na geração de modelos digitais. Na determinação do MDB5 foi utilizado o programa *SURFER*, onde as opções pré-definidas (*default*), para o método de interpolação por krigagem, foram mantidas.

O MDB30 (Figura 6.12) foi obtido com a filtragem do MDB5 usando a média móvel, com 7 linhas e 7 colunas, e com pesos iguais. Após a obtenção do MB30, foi retirada dos dados irregulares, a componente relativa a este modelo digital, e passou-se para uma nova fase; que resultou na determinação do Modelo Gravimétrico Digital Bouguer Residual (MDBR). Na determinação do MDBR (Figura 6.13) foi utilizada a colocação por mínimos quadrados. Esta envolve o cálculo das covariâncias de todos os elementos que são utilizados na aproximação. Neste caso, como se trata de dados homogêneos, a superfície esférica pode ser substituída pelo plano tangente nas proximidades do centro desta. A função covariância,

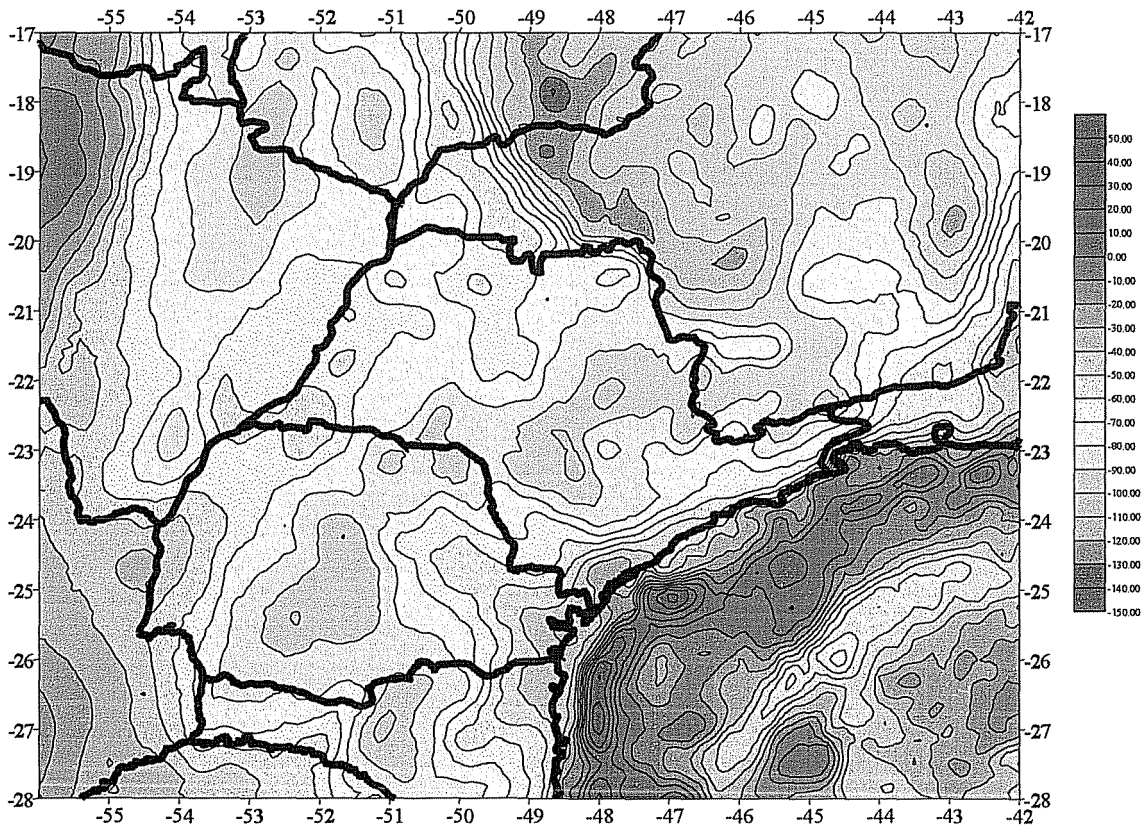


Figura 6.11 - Modelo digital Bouguer com resolução de 5'
(unidade: mGal)

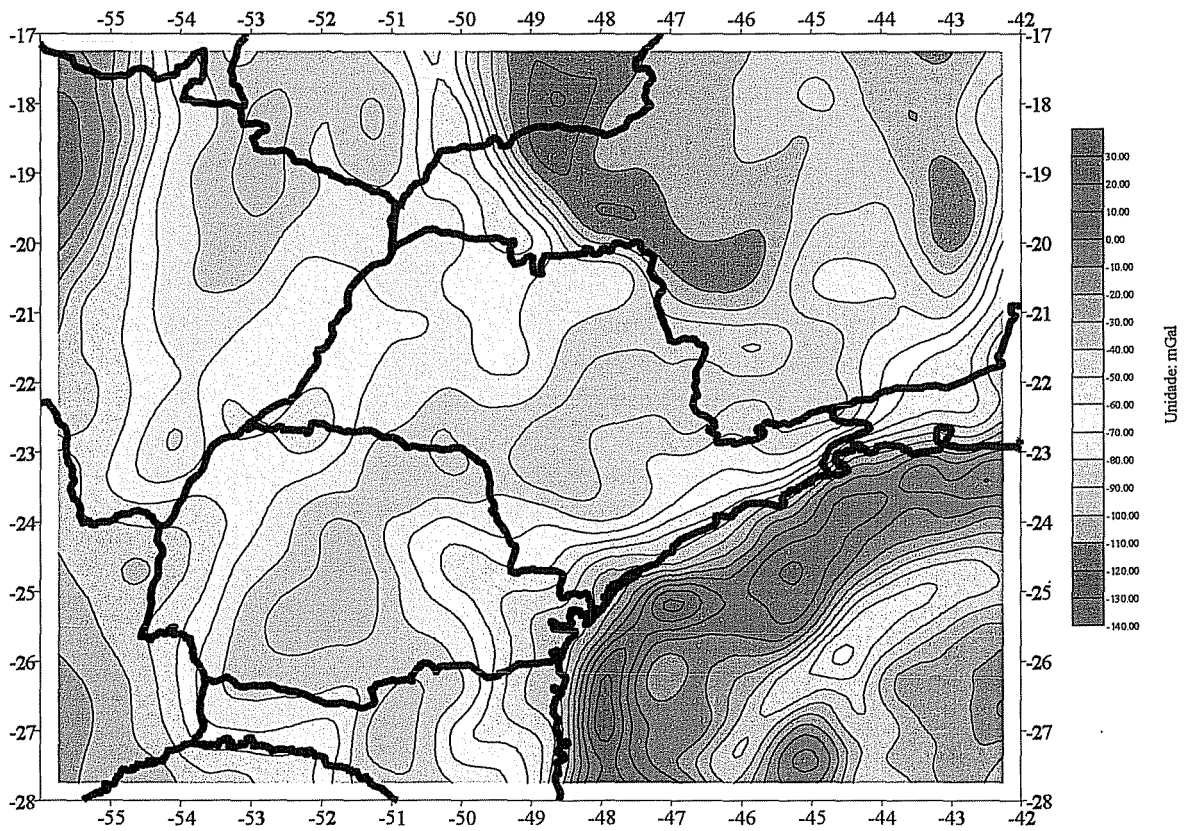


Figura 6.12 - Modelo digital Bouguer com resolução de 30'
(unidade: mGal)

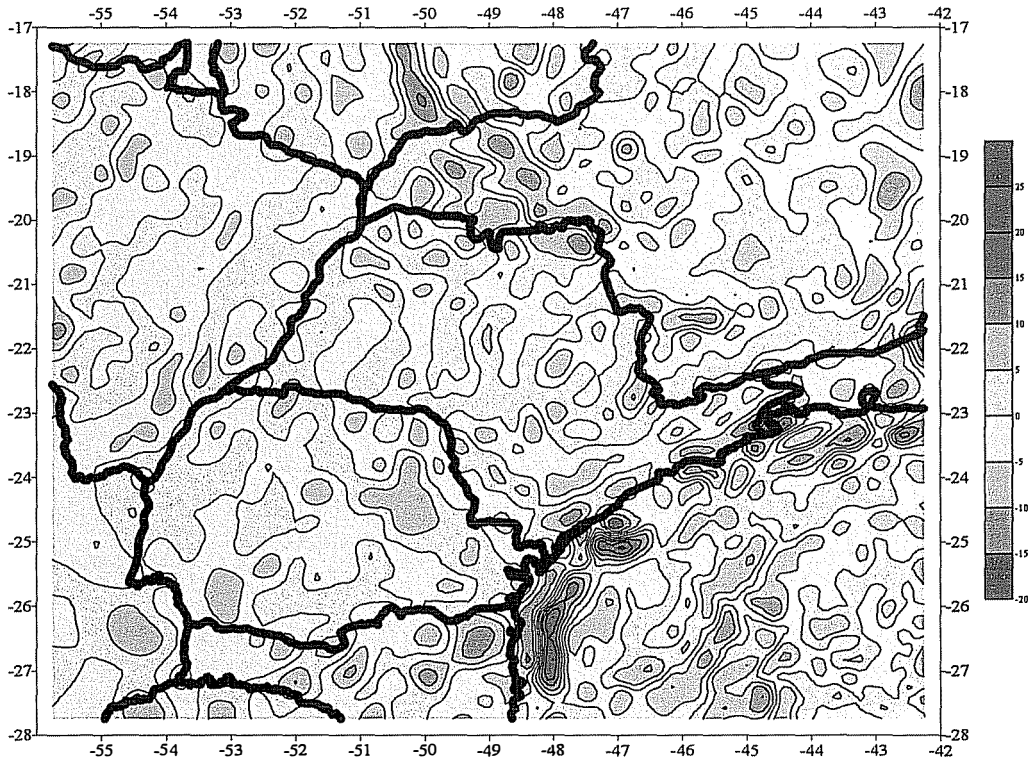


Figura 6.13 - Modelo digital Bouguer residual (MDBR)
(unidade: mGal)

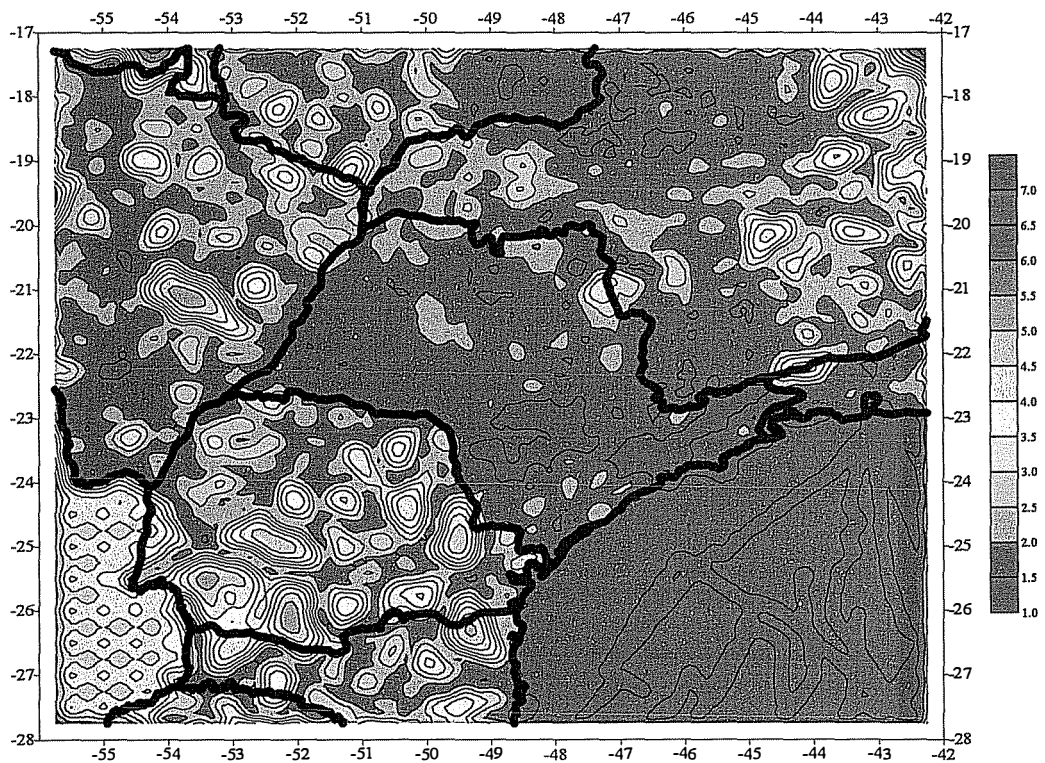


Figura 6.14 - Modelo digital do erro estimado para o MDBR
(unidade: mGal)

definida sobre esse plano é denominada função covariância plana. Para sua definição, adota-se o sistema cartesiano topocêntrico (X, Y, Z) de modo que a distancia entre os pontos P e Q do plano (XY) é expressa por (Sá, 1988)

$$s = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2} \quad (6.9)$$

As funções covariâncias planas obtidas também através do operador $M\{\bullet\}$, que é homogêneo (invariante em relação a translações) e isotrópico (invariante em relação a rotações), podem ser representadas por funções que dependem apenas da distância plana

$$C(s) = cov(t_P, t_Q) \quad (6.10)$$

onde t representa um elemento do campo de gravidade anômalo. As propriedades e as restrições das funções covariâncias esféricas aplicam-se às planas.

Há vários modelos matemáticos que podem ser usados na representação de covariâncias planas, neste caso, utilizou-se do modelo *Markov* de segunda ordem, implementado no programa *GEOGRID* (Forsberg, 1997).

$$C(s) = C_0 \left[1 + \left(\frac{s}{D} \right) \right] e^{-\frac{s}{D}} \quad (6.11)$$

onde C_0 e D são parâmetros a determinar e s representa a distância sobre o plana.

No *GEOGRID*, C_0 é igual a variância dos dados e D é determinado a partir da distância de correlação. Para determinar a distância de correlação foi calculada a função covariância empírica para os dados gravimétricos residuais, a partir da expressão (6.11). Os valores encontrados para os parâmetros da função covariância plana adotada foram os seguintes

$$C_0 = 57,0 \text{ mGal}^2 \text{ (variância dos dados)}$$

$$\xi = 15 \text{ Km (distância de correlação)}$$

A partir da definição do valor da distância de correlação, o parâmetro D é obtido a partir da expressão

$$D = \frac{0,595\xi}{111,12} \quad (6.12)$$

À distância de correlação pode ser obtida a partir da modelagem da função covariância empírica. Pode-se utilizar para ξ , um valor maior do que o estimado pela função covariância, limitando-se a até 3 vezes o valor da distância de correlação encontrada. A partir desta distância, os elementos envolvidos na estimação do ponto de interesse, não irão contribuir de forma significativa no cálculo. Isto permite o aumento de ξ para até 50 km, neste caso. O MDBR foi determinado com uma resolução de 5', em que cada nó do modelo digital foi determinado com o número máximo de 20 pontos, isto é, 4 por quadrante, encontrados até uma distância de 50 km do ponto estimado. Na Figura 6.14 pode-se ver os erros determinados para o MDBR, obtido simultaneamente com método da colocação por mínimos quadrados.

Após a determinação do MDBR, deve-se adicioná-lo ao MDB30 para a obtenção do modelo digital da anomalia Bouguer final (MDB). Ao MDB, foi adicionado o efeito das massas topográficas, determinada com o programa *TC*.

Finalmente, o MDAL (Figura 6.15) foi obtido com (5.8) e o respectivo erro (Figura 6.16), determinado com a expressão

$$\sigma_{MDAL}^2 = \sigma_{MDB}^2 + (0,1119\sigma_H)^2 \quad (6.13)$$

A análise da Figura 6.16, mostra que existe uma relação direta entre a disponibilidade de dados gravimétricos e o erro estimado para o modelo digital. Os erros menores estão localizados nas áreas onde a cobertura gravimétrica é densa e homogênea; nos locais em que a distribuição dos dados é deficiente, os erros são maiores, como é esperado. Observa-se que existem áreas onde a densidade de dados é satisfatória, mas os erros estimados apresentam valores elevados. Neste caso, existe a influência dos erros do modelo topográfico digital, considerado neste trabalho. Nas áreas onde existe uma alta densidade de dados, mas a topografia é acidentada, os erros estimados para as anomalias gravimétricas devem ser maior do que os obtidos para os mesmos dados em áreas de topografia plana. Por isso, é aconselhável que na determinação do modelo topográfico digital, exista a preocupação na

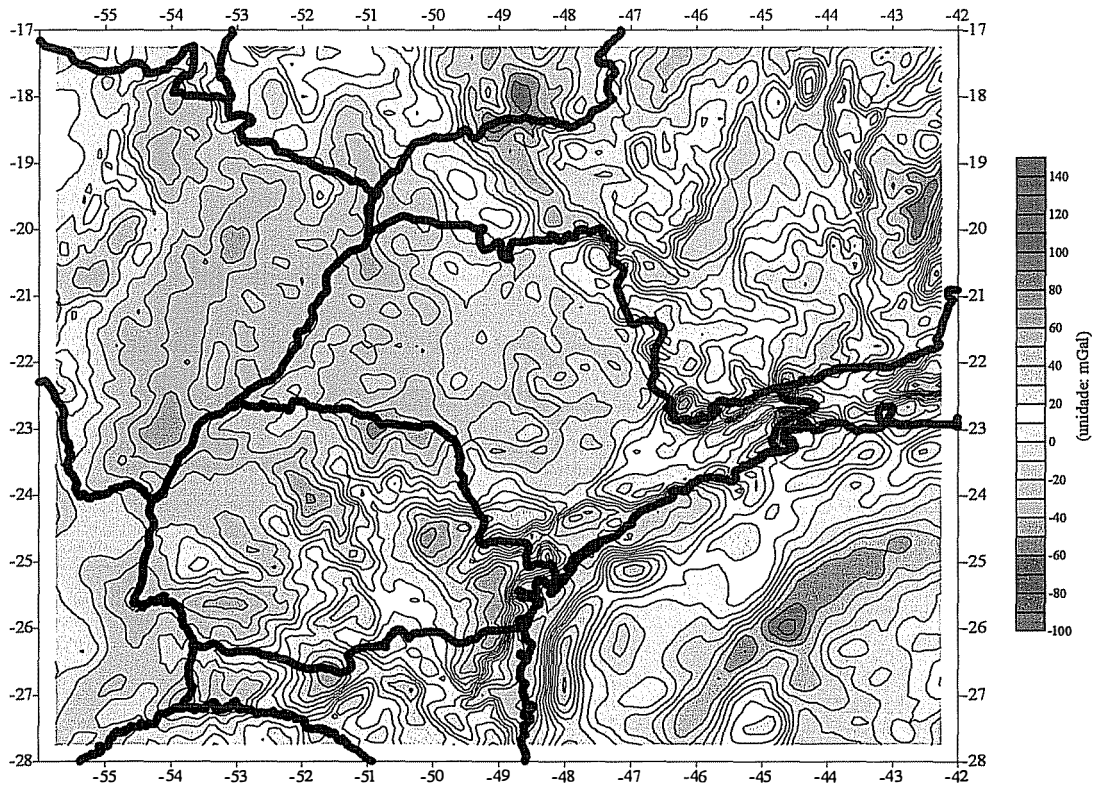


Figura 6.15 - Modelo Digital AR-LIVRE (MDAL)
(unidade: mGal)

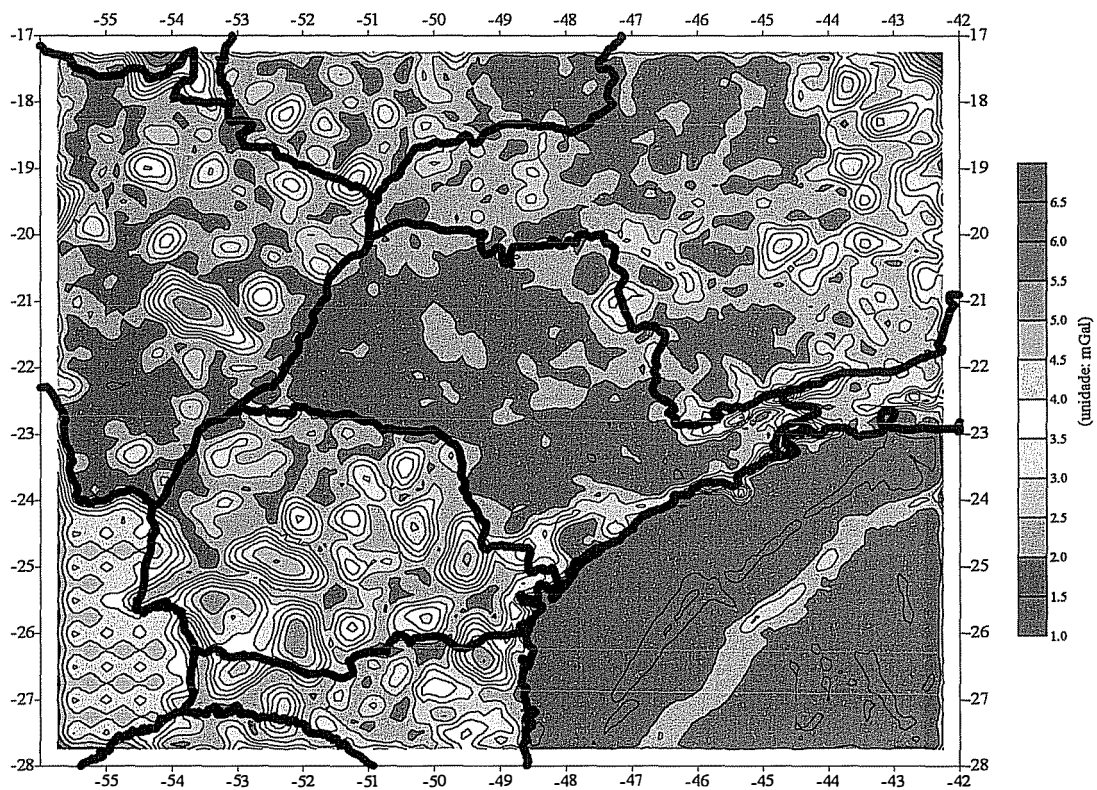


Figura 6.16 - Modelo digital do erro estimado para o MDAL
(unidade: mGal)

obtenção dos seus erros, muitas vezes negligenciada, mas que são fundamentais na obtenção dos erros gravimétricos. O erro dos dados gravimétricos Bouguer somente, não consegue exprimir esta condição, imposta pela variação topográfica.

6.3.2 Determinação do geóide com o MDAL

Os procedimentos utilizados para descrever a determinação do geóide utilizando dados com distribuição regular, são semelhantes ao caso anterior envolvendo os dados irregulares, e podem ser resumidos em três etapas. A etapa inicial envolve a determinação do modelo digital, já discutida anteriormente, o cálculo das correções necessárias para a obtenção da anomalia ar-livre e a determinação da anomalia residual. A etapa seguinte consiste na determinação da anomalia de altitude residual utilizando a CMQ. Finalmente, a reposição da componente determinística, representada pelo modelo do geopotencial EGM96 e da adição do efeito indireto.

Na etapa inicial, foram aplicadas as correções relacionadas às massas atmosféricas e topográficas e, por fim, a obtenção da anomalia residual, descritas a seguir. O efeito atmosférico foi determinado a partir da expressão (5.10), e o efeito topográfico calculado com o programa *TC*, foi adicionado ao MDB, para obtenção do MDAL, conforme discutido no item anterior. A Tabela 6.4 mostra um resumo estatístico das correções topográficas e atmosféricas aplicadas aos dados gravimétricos na forma de modelo digital.

Tabela 6.4 - Estatísticas das correções atmosférica e topográfica aplicada ao MDAL

	CORREÇÃO ATMOSFÉRICA (mGal)	CORREÇÃO TOPOGRÁFICA (mGal)
Mínimo	0,70	-2,59
Máximo	0,87	6,78
Média	0,82	0,19
Variância	0,00	0,69
Desvio padrão	0,03	0,83

Por último, a remoção da componente determinística, representada pelo modelo do geopotencial foi obtida com a expressão (6.3). A anomalia de referência foi gerada para uma distribuição geográfica regular, com resolução de 5', a partir do modelo do geopotencial EGM96, truncado em grau 180 (Figura 6.17). A partir da determinação do modelo digital

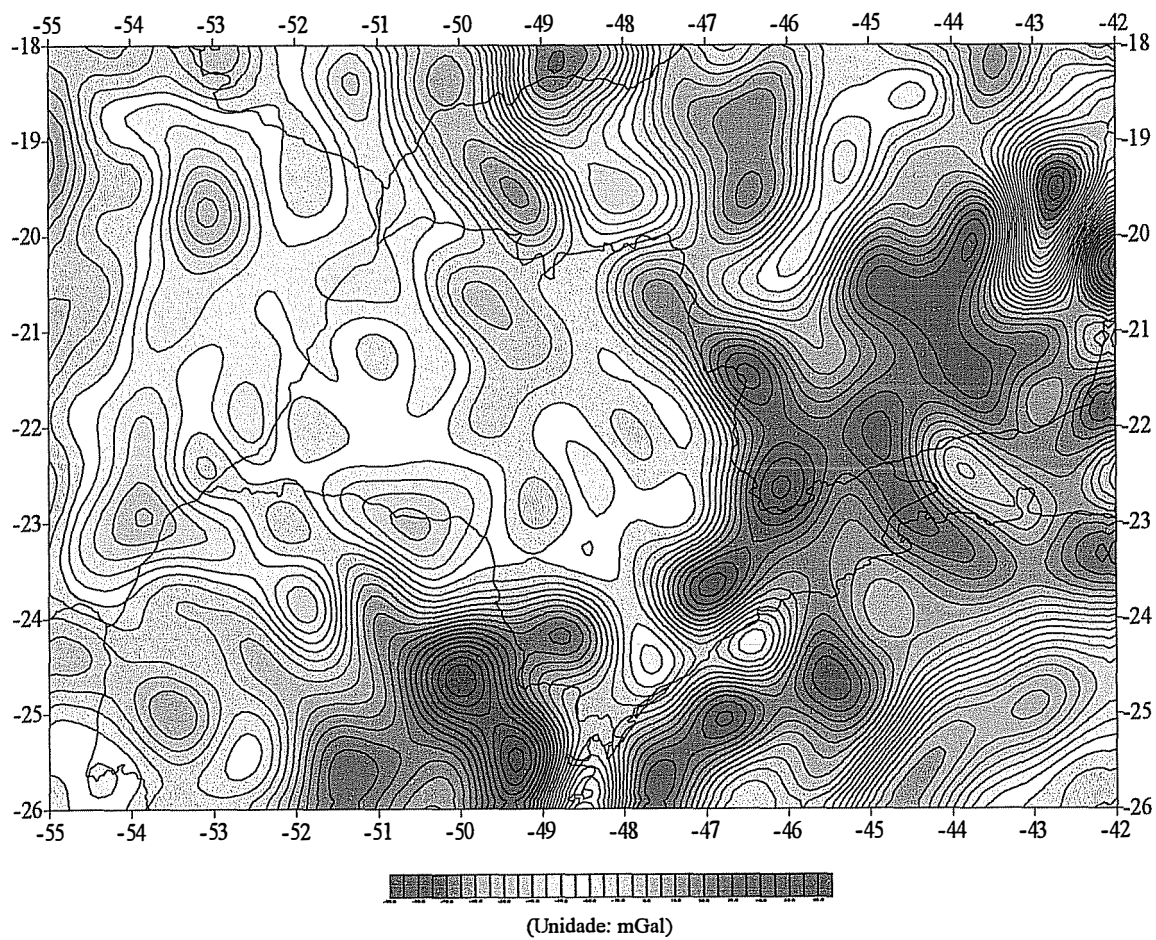


Figura 6.17 - Anomalia gravimétrica de referência obtida do EGM96

residual, fez-se novamente a divisão da área em 6 blocos, seguindo a metodologia explicada no início deste Capítulo. Neste caso, ocorreu uma diminuição da área de estudo, causada na geração do modelo digital Bouguer, devido a filtragem dos dados gravimétricos para a obtenção do MDB30. A deficiência de dados nas bordas da área, não comprometem o cálculo do geóide para o Estado de São Paulo. As estatísticas determinadas para as anomalias residuais dos blocos, podem ser vistas na Tabela 6.5. Nessa tabela, observa-se que os valores encontrados são menores do que os estimados para os dados irregulares. Este efeito é causado na geração do modelo digital, que envolvem geralmente a determinação de um valor médio para o ponto.

Tabela 6.5 - Estatística da anomalia ar-livre residual para os blocos com dados regulares

BLOCO A					
	LATITUDE	LONGITUDE	ALTITUDE	AR LIVRE	ERRO
Mínimo	-22,92	-55,75	108,00	-30,13	1,44
Máximo	-17,25	-50,08	974,50	36,61	6,26
Média	-20,08	-52,92	450,84	1,52	2,32
Desvio padrão			167,18	10,16	0,66
BLOCO B					
Mínimo	-22,92	-51,92	270,80	-39,66	1,49
Máximo	-17,25	-46,08	1442,30	48,06	4,24
Média	-20,08	-49,00	633,25	1,11	2,10
Desvio padrão			206,35	12,15	0,37
BLOCO C					
Mínimo	-22,92	-47,92	20,60	-45,87	1,42
Máximo	-17,25	-42,25	1777,30	82,55	6,95
Média	-20,83	-45,08	801,38	0,45	2,40
Desvio padrão			220,28	17,36	0,69
BLOCO D					
Mínimo	-26,92	-55,75	118,70	-39,55	1,44
Máximo	-21,08	-50,08	1265,40	45,35	5,71
Média	-24,00	-52,92	494,57	-1,04	2,81
Desvio padrão			235,34	11,35	1,02
BLOCO E					
Mínimo	-26,92	-51,92	-872,20	-43,89	1,39
Máximo	-21,08	-46,08	1442,30	66,20	5,53
Média	-24,00	-49,00	533,86	-0,37	2,19
Desvio padrão			358,38	16,77	0,68
BLOCO F					
Mínimo	-26,92	-47,92	-2587,50	-45,87	1,37
Máximo	-21,08	-42,25	1777,30	82,55	5,76
Média	-24,00	-45,08	-135,73	0,43	1,97
Desvio padrão			1071,11	17,12	0,60

A etapa seguinte, envolve a determinação e modelagem covariâncias que, neste caso, há duas opções. Como no caso anterior, envolvendo os dados irregulares, ou explorando a distribuição geográfica dos dados. Aqui, determinam-se as covariâncias bidimensionais, a partir dos modelos gravimétricos digitais residuais.

O cálculo de covariâncias bidimensionais é uma simples extensão da técnica que se usa na obtenção das unidimensionais, para elementos com distribuição regular, expressa em (4.28). Na prática a determinação de covariâncias isotrópicas é de maior interesse devido a sua simplicidade de cálculo. Contudo, é necessário verificar até que distância pode-se supor a isotropia. Portanto, a covariância no ponto de coordenadas r_k e s_l com origem no centro da área, é representada por (Sá, 1988)

$$C(r_k, s_l) = \frac{1}{(N-k)(N-l)} \sum_{i=1}^{N-k} \sum_{j=1}^{N-l} \Delta g_{r_y} \Delta g_{r_{i+k, j+l}} \quad (6.14)$$

$$C(r_k, -s_l) = \frac{1}{(N-k)(N-l)} \sum_{i=1}^{N-k} \sum_{j=l+1}^N \Delta g_{r_y} \Delta g_{r_{i+k, j+l}} \quad (6.15)$$

tem-se, pela propriedade de simetria

$$C(-r_k, -s_l) = C(r_k, s_l) \quad (6.16)$$

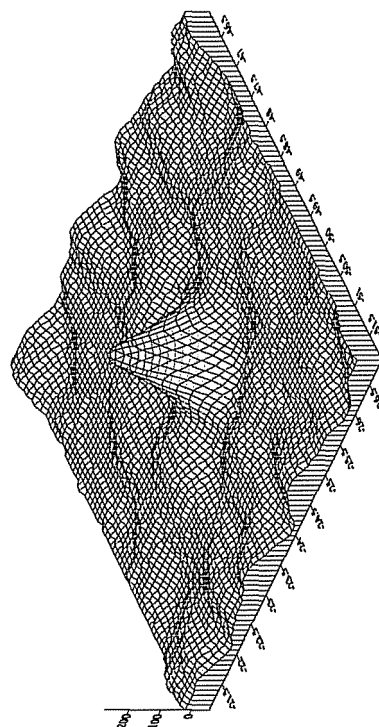
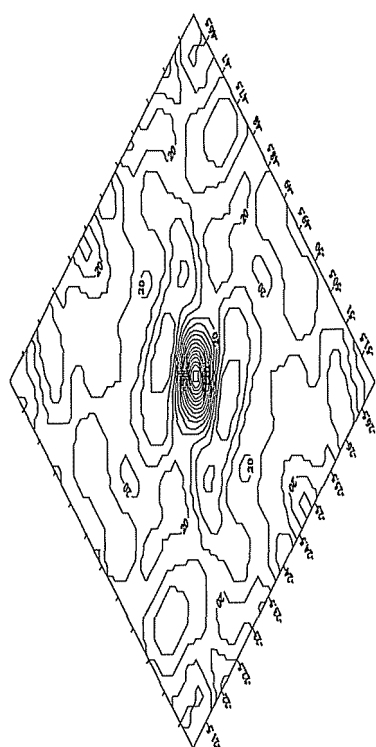
e

$$C(-r_k, s_l) = C(r_k, -s_l) \quad (6.17)$$

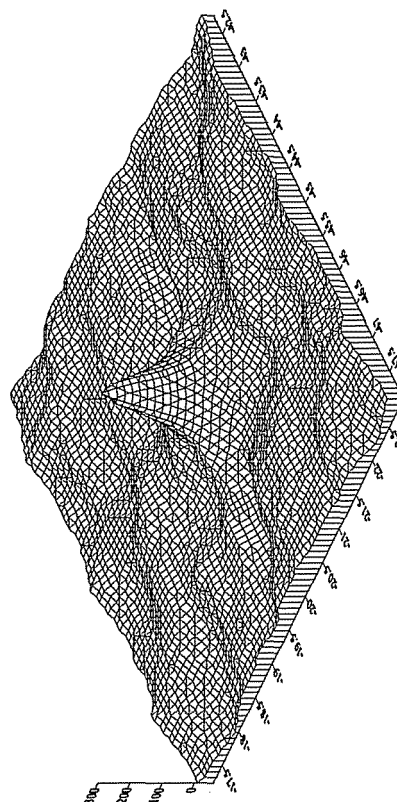
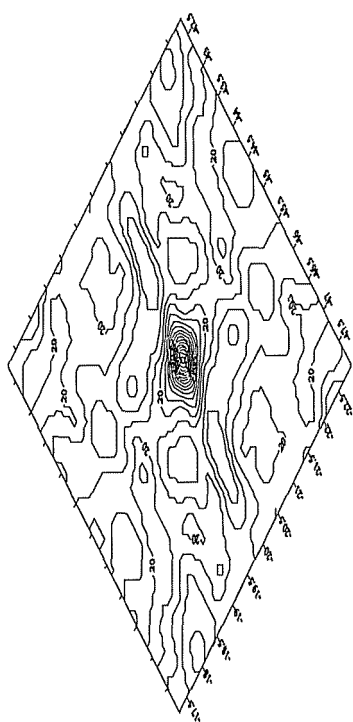
que completam as expressões para a obtenção de covariâncias nos quatro quadrantes.

Na determinação de covariâncias bidimensionais, geralmente utiliza-se a transformada de *Fourier*. Neste trabalho, o cálculo de covariâncias bidimensionais foi realizado com o auxílio do programa *TCFOUR* (Forsberg, 1997). Para exemplificar esta metodologia, foram calculadas as covariâncias bidimensionais dos blocos C e F (Figura 6.18).

Para não alterar a metodologia, que vem sendo desenvolvida para o cálculo do geóide no Estado de São Paulo e utilizada anteriormente, optou-se em utilizar para a modelagem das



BLOCO F



BLOCO C

Figura 6.18 - Covariâncias bidimensionais determinadas para os blocos C e F

covariâncias esféricas, as covariâncias amostrais unidimensionais. Estas foram calculadas com o programa *EMPCOV* em intervalos de 5'. Na modelagem dos parâmetros da função covariância esférica, novamente, utilizou-se o programa *COVFIT*; os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 6.6, e a representação gráfica na Figura 6.19.

Comparando a Tabela 6.6 com a Tabela 6.3 dos dados irregulares, nota-se que houve uma certa suavização dos dados. Este efeito é causado na geração de modelos digitais, quanto maior a resolução, mais suavizada será a resposta encontrada pelas funções covariâncias. Os parâmetros foram estimados para bloco, sendo novamente diferentes, e reforçando mais uma vez a idéia que estes parâmetros variam conforme a característica e a distribuição dos dados locais. Pode-se observar que o ajuste de covariâncias foi melhor do que a determinado para os dados com distribuição irregular. Isto é devido à melhor distribuição e quantidade de dados existentes no modelo digital do que nos dados irregulares.

Tabela 6.6 - Parâmetros ajustados para os blocos com dados regulares

BLOCO	C_{AM} (mGal ²)	C_{AJ} (mGal ²)	ξ (km)	$(R_B - R)$ (km)
A	105,48	105,35	38	-6982,451
B	148,58	148,87	28	-7955,999
C	301,47	300,81	23	-6349,202
D	129,86	128,83	24	-8081,289
E	281,23	279,35	27	-5026,052
F	293,12	292,14	25	-8119,423

As funções covariâncias $C_{\zeta\zeta}$ e $C_{\zeta\Delta g}$, como no caso anterior, foram determinadas a partir das expressões (4.55) e (4.56). As Figuras 6.20 e 6.21 mostram o comportamento dessas funções covariâncias, representadas a partir dos parâmetros ajustados, contidos na Tabela 6.6. As distâncias de correlação estimadas para estas funções covariâncias são maiores do que as determinadas para os dados irregulares. A distribuição regular dos dados, deve ser a responsável por este efeito.

As distâncias de correlação determinada para C_{AJ} são maiores do que as encontradas para os dados irregulares, o que provavelmente está relacionada com a distribuição geográfica dos dados. O Bloco A têm uma distância de correlação maior que as dos demais Blocos, e deve estar relacionada com características locais do campo de gravidade e a efeitos locais.

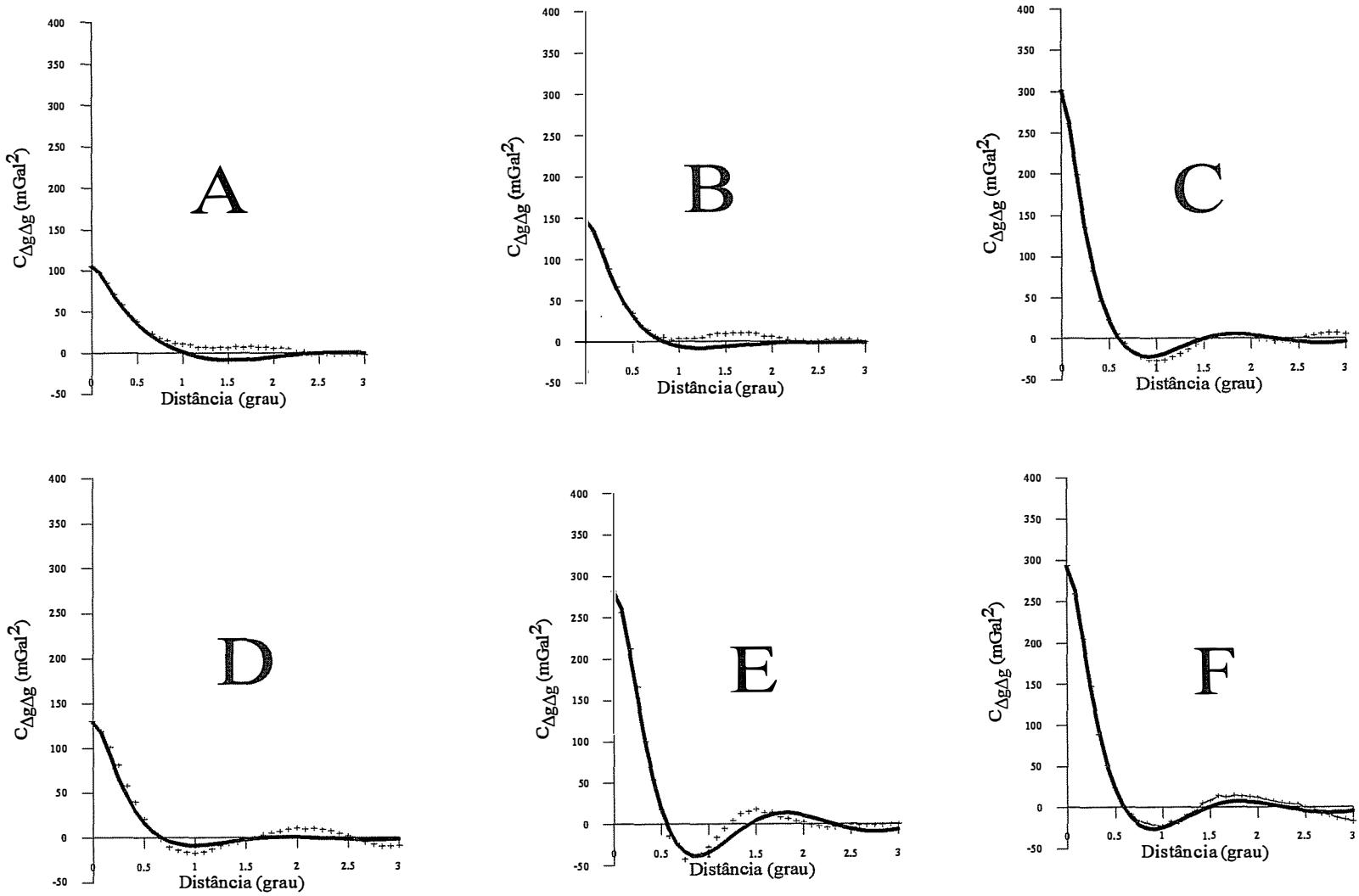


Figura 6.19 - Funções covariâncias ($C_{\Delta g \Delta g}$) empírica e ajustada para os blocos com distribuição regular

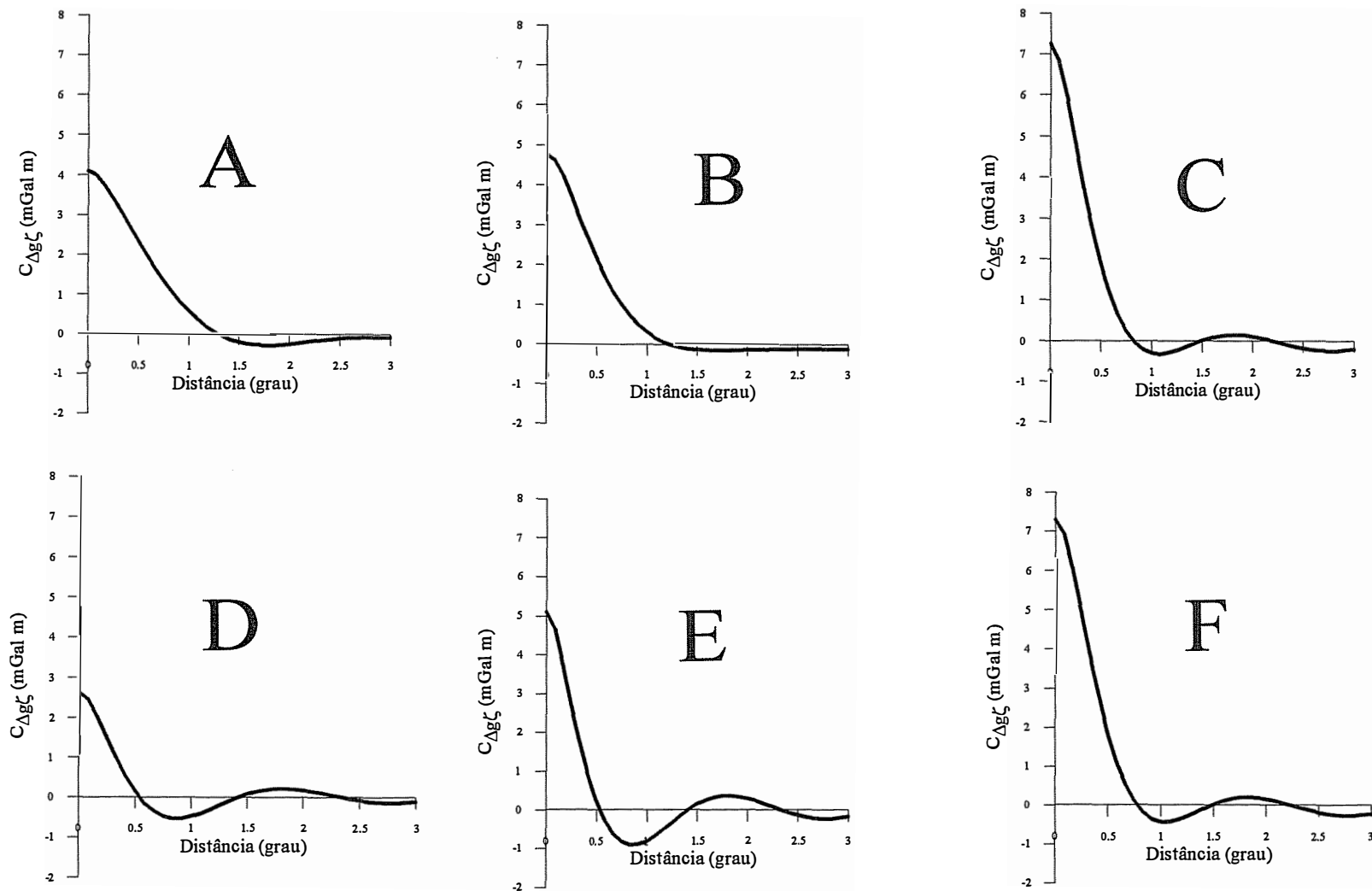


Figura 6.20 - Funções covariâncias ($C_{\Delta g \zeta}$) para os blocos com dados distribuídos de forma regular

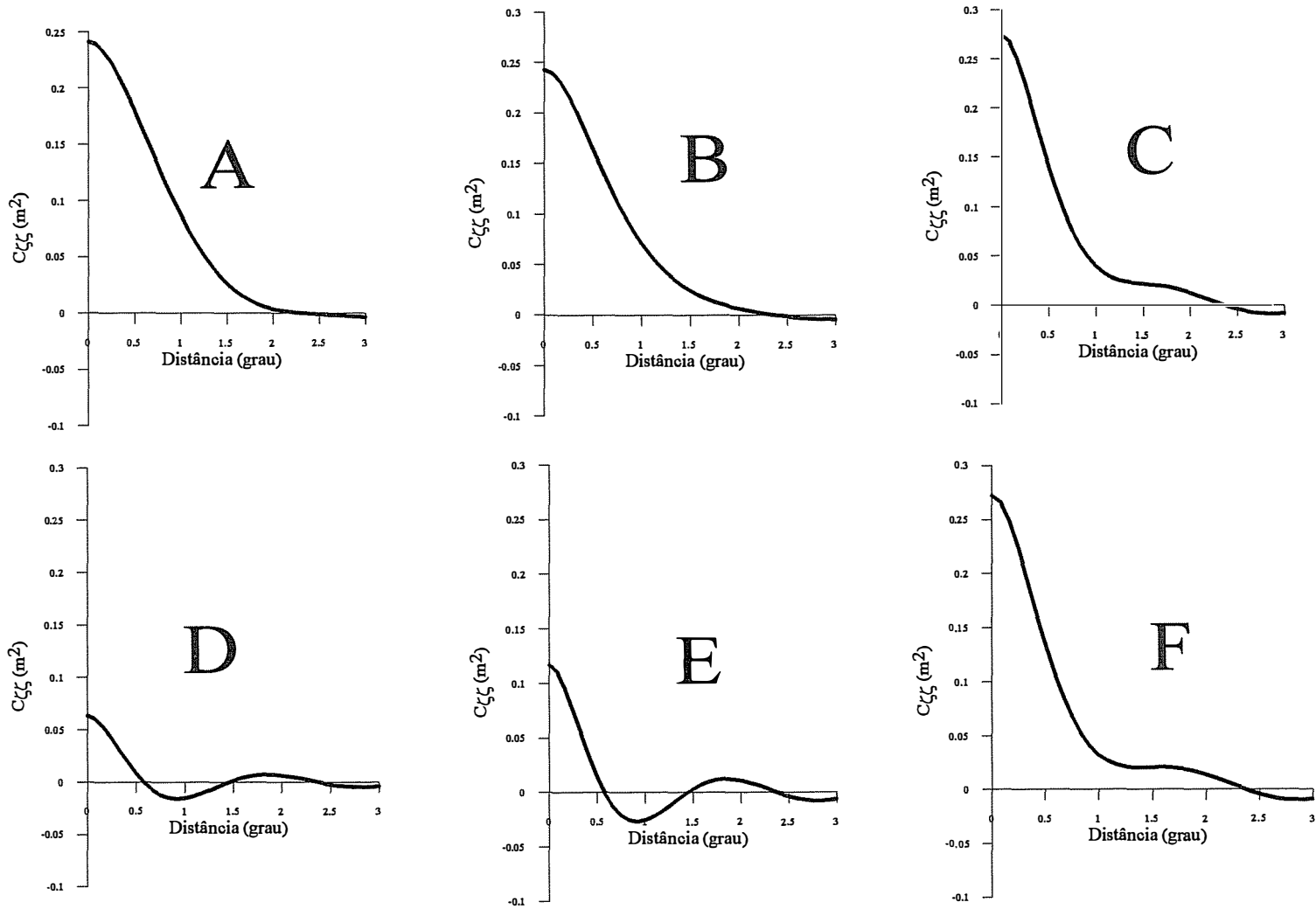


Figura 6.21 - Funções covariâncias ($C_{\zeta\zeta}$) determinadas para os blocos com dados distribuídos de forma regular

As funções covariâncias das alturas geoidais estimadas para os dados regulares, apresentam o raio de curvatura ainda maiores, fazendo com que à distância de correlação aumente ainda mais, conforme mostra a Figura 6.21. Este efeito é prejudicial na determinação do erro da altura geoidal, como será visto mais adiante.

Para a determinação da altura geoidal, foram utilizadas as expressões (6.6) e (6.7), que representa a técnica da colocação por mínimos quadrados. Os dados de entrada foram às anomalias gravimétricas residuais e os parâmetros da função covariância obtidos anteriormente. O programa utilizado para o cálculo da altura geoidal foi o *GEOCOL*, e a altura geoidal foi determinada sobre os pontos de uma distribuição geográfica regular com intervalo de 5' em latitude e longitude, em uma área com as seguintes dimensões; de -55° a -42° em longitude e de -26° a -18° em latitude, constituindo um modelo digital residual da altura geoidal.

Para a obtenção da altura geoidal final, deve-se adicionar o valor da altura geoidal de referência, obtida do modelo geopotencial EGM96, truncado em grau 180. O efeito indireto foi determinado a partir do modelo topográfico digital usando a expressão (5.19). O modelo geoidal final do Estado de São Paulo é designado pela sigla MDGR (Modelo Digital do Geóide determinado com dados regulares). O MDGR e o seu modelo digital do erro são apresentados nas Figuras 6.22 e 6.23.

A distorção observada no erro estimado para o MDGR, Figura 6.23, é devido a vários fatores; Primeiramente, a distribuição geográfica dos dados acaba influenciando na determinação do erro do modelo digital, o aumento da quantidade de dados utilizados na aproximação pontual faz com que os erros sejam equivalentes. Outro aspecto está relacionado com o efeito de bordas (*edge effects*). Pode-se observar que no centro da área os erros são menores, isto é devido a uma maior quantidade de dados estarem envolvidos na estimação do ponto e a condição de isotropia e homogeneidade das funções covariâncias. Agora quando o ponto dirige-se para as bordas da área, os erros aumentam significativamente, pois a determinação deste ponto não satisfaz as propriedades das funções covariâncias, devido ao efeito de bordas, provocadas pelo limite da área. O problema é provocado pela forma como são obtidas as alturas geoidais no programa *GEOCOL*, este faz uso de todos os dados para a solução dos sistemas lineares, portanto, a quantidade de equações determinadas é igual ao número de pontos. Na determinação de qualquer ponto será utilizado o mesmo conjunto de equações.

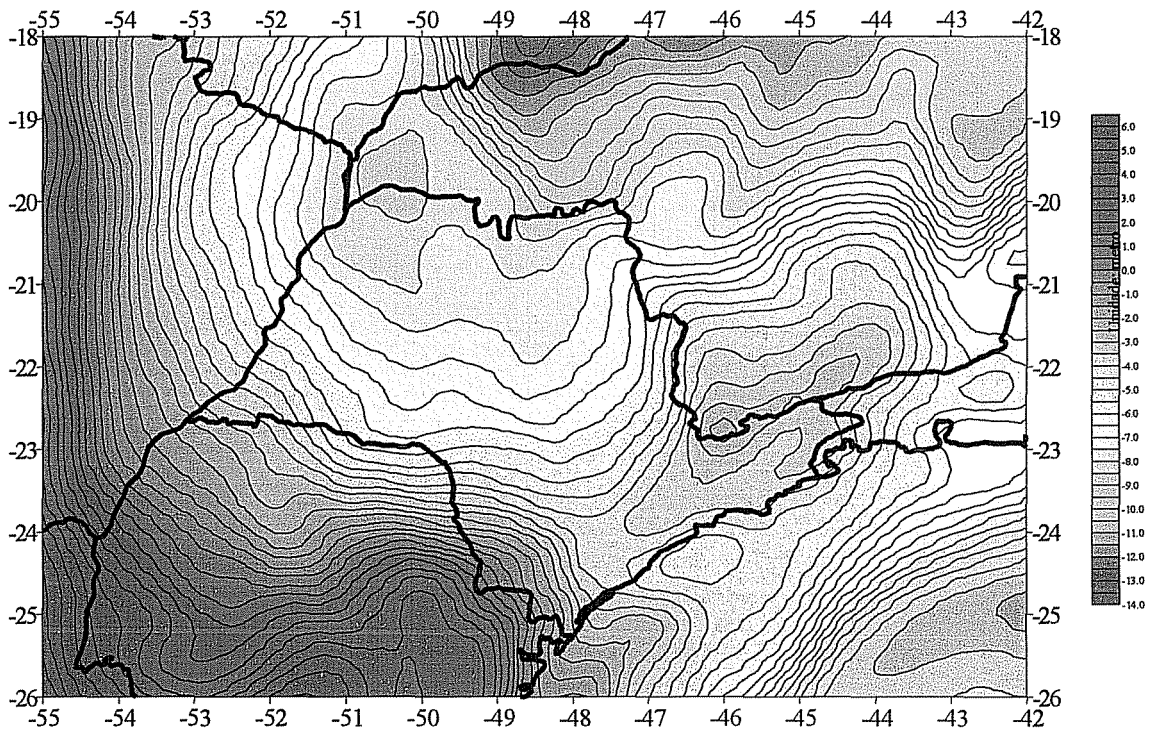


Figura 6.22 - Modelo Digital do Geóide determinado com o MGDAL (MDGR) (unidade: m)

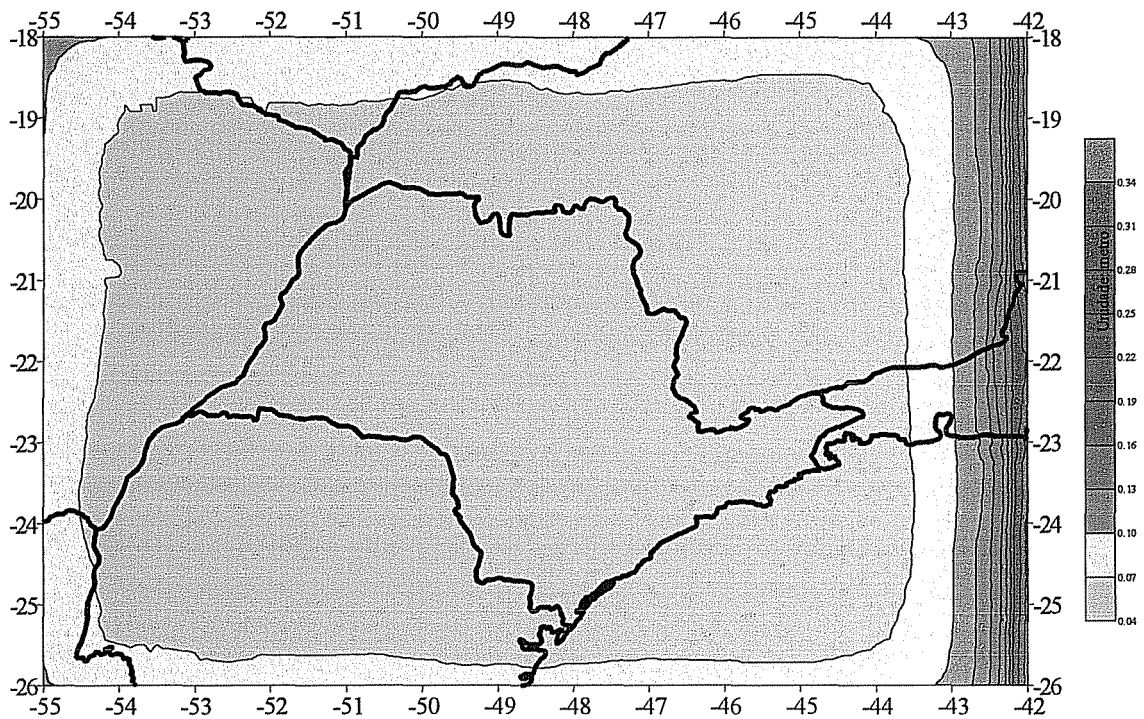


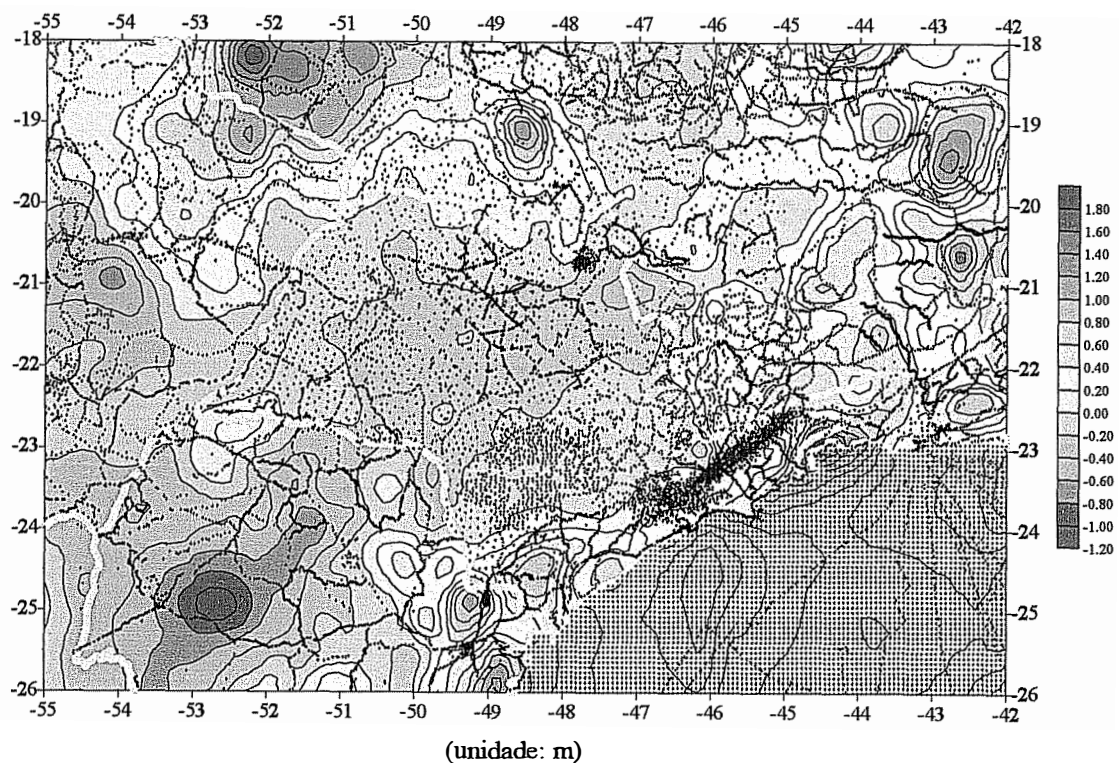
Figura 6.23 - Modelo digital do erro estimado para o MDGR (unidade: m)

6.4 ANÁLISE DOS MODELOS GEODAIS OBTIDOS

Pelo que foi descrito nos itens anteriores, os modelos geodais para o Estado de São Paulo foram determinados com os dados gravimétricos distribuídos geograficamente duas formas. O MGDI utiliza os dados na forma irregular, ou seja, tal qual são obtidos em campo e o MGDR foi obtido com um modelo gravimétrico digital, portanto, uma comparação entre os modelos se faz necessária.

As alturas geodais dos modelos geodais MGDI e MGDR foram determinadas sobre pontos com uma distribuição geográfica regular com intervalo de 5' em latitude e longitude, constituindo um modelo digital. Esses modelos geodais foram comparados entre si, para se identificar eventuais distorções, e a diferença entre esses modelos são mostradas na Figura 6.24. Nesta figura, encontra-se a diferença entre os geóides dentro dos limites esperados, relacionando-se com a distribuição e com as características locais da região. Na região oeste do Estado, onde a topografia varia muito pouco, geóides diferem cerca de ± 20 cm, o que está dentro do esperado. A diferença mais significativa está situada na região leste do Estado, na região da Serra do Mar, onde a variação vertical é muito acentuada. Neste caso, o modelo geoidal determinado a partir dos dados com distribuição regular é melhor que o obtido com dados irregulares. O efeito topográfico é muito acentuado, e a distribuição geográfica dos dados fica prejudicada, devido à inexistência de estradas na região. A combinação da anomalia Bouguer e da topografia para a determinação do modelo gravimétrico digital possibilitam diminuir estes efeitos, próprios dos levantamentos gravimétricos. O efeito topográfico local é considerado na geração do modelo digital ar-livre, compensando a falta de dados.

Os erros estimados para os modelos geodais MDGI e MDGR apresentam características bastante distintas. No primeiro caso, o erro está relacionado com a distribuição geográfica dos dados gravimétricos, ou seja, nos locais onde a cobertura gravimétrica é densa e homogênea, o erro encontrado é menor; caso contrário, nas áreas onde há uma deficiência ou falta de dados, o erro é maior. No caso do MDGR, o erro estimado é menor no centro da área e aumenta à medida que se aproxima das suas bordas. Este efeito é provocado por um conjunto de fatores relacionados à distribuição dos dados e as propriedades da função covariância. Primeiramente, os maiores erros estão localizados na periferia da área, neste caso, a diminuição na quantidade e a distribuição geográfica dos dados utilizados na estimação do ponto, determina este comportamento. Conforme, os pontos vão se aproximando do centro da área, a quantidade de pontos utilizados para a sua determinação também



Número de dados	15229
Mínimo	-1,126
Máximo	1,933
Média	0,105
Desvio padrão	0,408

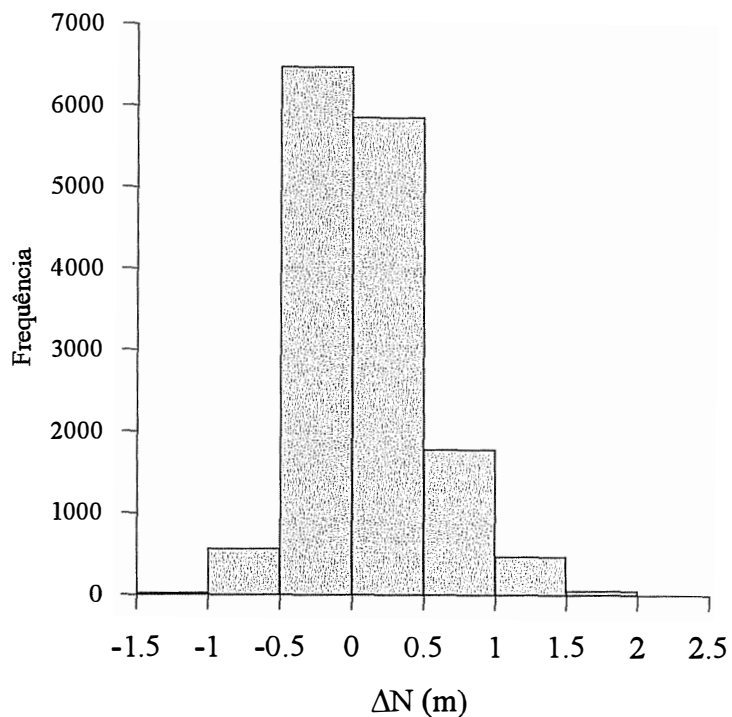


Figura 6.24 - Diferenças entre as alturas geoidais do MDGR e MDGI

aumenta, e a distribuição geográfica é melhorada; portanto, tem-se a redução e homogeneização do erro estimado. A causa deste efeito está relacionada com as propriedades das funções covariâncias, que são homogêneas e isotrópicas; estas características implicam na não variação estatística dos dados em direção e translação. O efeito é bem característico na determinação do erro do modelo geoidal, pois como já foi dito a variação do menor valor para o maior valor ocorre de maneira gradual, sem interrupções abruptas, como ocorre com os erros estimados para o modelo geoidal determinado com dados irregulares.

No Capítulo seguinte, faz-se uma avaliação mais completa dos modelos geoidais MDGR e MDGI, comparando-os com as alturas geoidais obtidas com o posicionamento de Referências de Níveis (RNs). O posicionamento GPS sobre RNs constitui uma nova técnica para a determinação do geóide, que se distingue das convencionais por ter caráter pontual, proporcionando uma alta precisão. Com isto será possível testar a componente sistemática, geralmente envolvida na determinação do geóide, causada pela utilização de anomalias gravimétricas e verificar se os erros estimados para as alturas geoidais são adequados.

CAPÍTULO 7

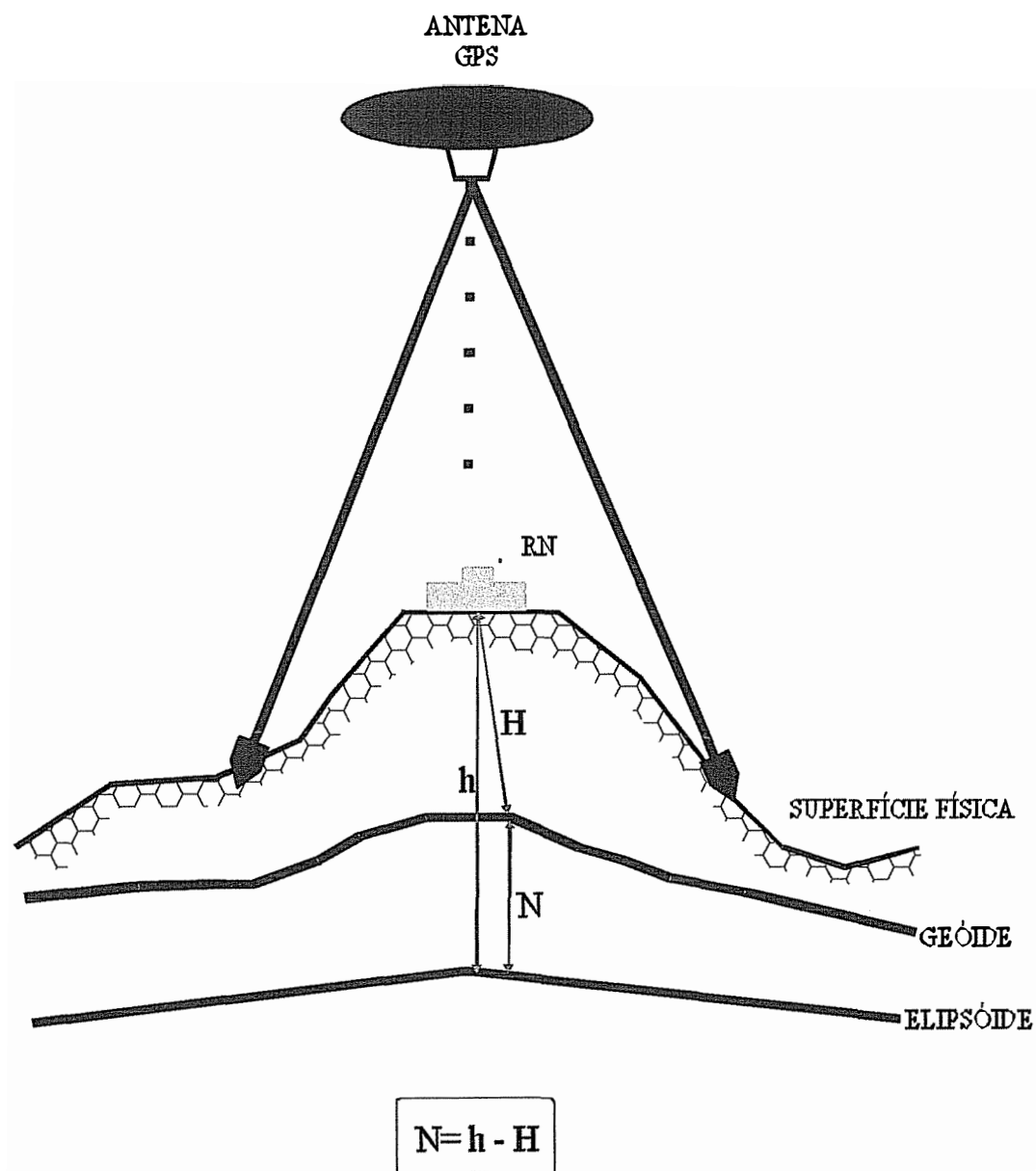
AVALIAÇÃO E APRIMORAMENTO DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS

Neste Capítulo, será abordada a avaliação de geóides gravimétricos em relação às alturas geoidais obtidas a partir das coordenadas geodésicas, fornecidas pelo GPS, e da altitude ortométrica resultante do nivelamento geométrico convencional. A avaliação de geóides usando essa técnica pode ser absoluta ou relativa. Na avaliação absoluta são comparadas às alturas geoidais, obtidas por técnicas diferentes, nos mesmos pontos; na relativa, são comparadas as diferenças de alturas geoidais entre pares de pontos. Para o aprimoramento do geóide é modelada a componente resultante da avaliação absoluta. Por último, uma avaliação dos modelos geoidais, a partir de um perfil, selecionado dentro da área de pesquisa.

7.1 AVALIAÇÃO ABSOLUTA DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS

A avaliação absoluta consiste na comparação das alturas geoidais obtidas por duas técnicas diferentes. É realizada a partir das diferenças entre as alturas geoidais obtidas a partir de dados gravimétricos, modelos topográficos e dos coeficientes do modelo do geopotencial, com as alturas geoidais obtidas através do posicionamento por satélites GPS, de referências de nível (RNs), na qual se conhece as altitudes ortométricas (Figura 7.1). As diferenças entre as alturas geoidais absolutas caracterizam a *componente sistemática* do geóide; que tem como causas as inconsistências de *Data* altimétricos, decorrentes da topografia oceânica, salinidade da tectônica de placas. Existem, ainda, os erros relacionados ao modelo topográfico, aos dados gravimétricos e aos coeficientes do modelo do geopotencial. A utilização deste tipo de informação é essencial na determinação da altitude ortométrica, a partir do posicionamento por satélite, em áreas que abrange, algumas dezenas de quilômetros. Outra possibilidade é a integração de alturas geoidais GPS e as obtidas de modelos geoidais gravimétricos, e utilizá-las no aprimoramento de geóides.

Para a avaliação absoluta, foram utilizados os resultados da rede GPS do Estado de São Paulo, constituídas por RNs do IBGE e do IGG. A compatibilidade dos sistemas de referência é a premissa inicial na aplicação desta metodologia; os sistemas de referência utilizados foram o GRS80 e o WGS84, que são compatíveis entre si. Para avaliar geóides, são necessárias as altitudes geométricas, obtidas do posicionamento por satélite, e as altitudes ortométricas dos



N = Altura geoidal

h = Altitude geométrica

H = Altitude ortométrica

Figura 7.1 - Relação entre altitudes e altura geoidal

pontos, fornecidas pelo nivelamento geométrico, e por simples diferença entre as duas, determinam-se às alturas geoidais residuais.

A avaliação absoluta é realizada com as diferenças das alturas geoidais obtidas por cada um dos modelos geoidais a serem avaliados e as alturas geoidais obtidas por GPS e nivelamento geométrico. Os erros das altitudes geométricas foram estimados no ajustamento da Rede GPS, a partir de estações de referência da RBMC; e os das altitudes ortométricas foram baseados nas prescrições do nivelamento geométrico realizado pelo IBGE. Portanto, tem-se

$$N_{grav} \pm \sigma_{N_{grav}}$$

e

$$N_{GPS} \pm \sigma_{N_{GPS}}$$

onde, $\sigma_{N_{GPS}}$ é obtido com a propagação das variâncias da altitude geométrica (σ_h^2) e da altitude ortométrica (σ_H^2), respectivamente.

$$\sigma_{N_{GPS}} = \pm \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_H^2} \quad (7.1)$$

onde σ_H^2 foi determinado a partir dos dados do IBGE, utilizando o itinerário do nivelamento por eles realizados, supondo que o erro do nivelamento é descrito por $3mm \sqrt{K}$ (K em quilômetros), e σ_h^2 foi obtido com o ajustamento da rede GPS (Tabela 7.1).

Os geóides gravimétricos na forma digital, que foram determinados para o Estado de São Paulo e regiões adjacentes, fornecem as alturas geoidais (N_{grav}) e os respectivos erros padrões ($\sigma_{N_{grav}}$). As alturas geoidais (N_{grav}) são determinadas a partir de um modelo digital, e obtidas por meio de interpolação. Há inúmeras técnicas de interpolação que podem ser utilizadas, mas poucas são realmente adequadas quanto à estabilidade numérica, que é um requisito básico para garantir a alta precisão nos resultados de interpolação. As técnicas mais indicadas, geralmente utilizam funções aproximantes locais, formadas por polinômios cujos

Tabela 7.1 - Alturas geoidais GPS obtidas a partir das altitudes geométrica e ortométrica, (ajustadas e preliminares) com os respectivos erros padrões

CIDADE	φ ($^{\circ}$)	σ_{φ} (m)	λ ($^{\circ}$)	σ_{λ} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PREL} (m)	σ_H (m)	N_{GPSAJ} (m)	$N_{GPSPREL}$ (m)	σ_{GPS} (m)
ADOLFO	-21,2310	0,0159	-49,6381	0,0304	426,9259	0,0435	433,7180	433,4480	0,0840	-6,7921	-6,5221	0,0946
AGUAS CLARAS	-20,4447	0,0178	-52,8759	0,0676	319,1090	0,0390	323,8240	323,4170	0,0931	-4,7150	-4,3080	0,1009
AGUAS DA PRATA	-21,9374	0,0182	-46,7159	0,0554	819,3179	0,0490	823,0530	822,9030	0,0808	-3,7351	-3,5851	0,0945
ALFENAS	-21,4286	0,0188	-45,9472	0,0990	876,1301	0,0434	879,7970	879,6130	0,0850	-3,6669	-3,4829	0,0954
ALTINÓPOLIS	-21,0284	0,0126	-47,3721	0,0528	885,7515	0,0331	891,2160	891,0260	0,0854	-5,5645	-5,2745	0,0916
ANAUROLÂNDIA	-22,1816	0,0103	-52,7187	0,0243	309,3552	0,0272	313,6264	313,3350	0,0841	-4,2712	-3,9798	0,0884
ANDRADINA	-20,8975	0,0210	-51,3796	0,0521	401,4341	0,0681	408,0490	407,6790	0,0879	-6,6149	-6,2449	0,1112
ANGRA DOS REIS A	-22,9836	0,0417	-44,2963	0,1562	3,3444	0,0659	7,8847	7,6350	0,0809	-4,5403	-4,2906	0,1043
ANGRA DOS REIS B	-22,9923	0,0161	-44,3060	0,0604	73,3999	0,0470	78,2611	78,0110	0,0808	-4,8612	-4,6111	0,0935
APARC. DO TABUADO	-20,0945	0,0231	-51,1045	0,0362	381,1151	0,0660	388,7165	388,2660	0,0918	-7,6014	-7,1509	0,1131
APIAÍ	-24,5122	0,0346	-48,8452	0,1422	898,1121	0,1269	897,4150	897,3220	0,0610	0,6971	0,7901	0,1408
ARABÁ	-19,8821	0,0155	-50,3987	0,0294	418,6722	0,0384	426,3286	425,9690	0,0921	-7,6564	-7,2968	0,0998
ARAÇATUBA	-21,2105	0,0356	-50,4415	0,0879	398,9985	0,1091	405,7750	405,4650	0,0848	-6,7765	-6,4665	0,1382
ARARAQUARA	-21,8103	0,0177	-48,1773	0,0308	603,9997	0,0479	610,6769	610,4570	0,0802	-6,6772	-6,4573	0,0934
ARARAS	-22,3573	0,0191	-47,3857	0,0931	624,3216	0,0480	629,9340	629,7540	0,0773	-5,6124	-5,4324	0,0910
ARCOS	-20,2829	0,0164	-45,5402	0,1064	738,6710	0,0491	745,4750	745,2640	0,0918	-6,8040	-6,5930	0,1041
ASSIS	-22,6621	0,0243	-50,4208	0,0708	563,9351	0,0691	569,7250	569,4650	0,0761	-5,7799	-5,5299	0,1028
AURIFLAMA	-20,6862	0,0239	-50,5497	0,0527	467,7206	0,0661	475,2100	474,8800	0,0879	-7,4894	-7,1594	0,1100
AVARÉ	-23,0982	0,0358	-48,9250	0,2308	757,7468	0,1279	766,2290	761,9790	0,0716	-4,4822	-4,2322	0,1466
BANANAL	-22,6828	0,0208	-44,3221	0,0435	445,9066	0,0614	449,4536	449,2540	0,0823	-3,5470	-3,3474	0,1027
BARRABONITA	-22,4843	0,0305	-48,5476	0,0838	526,3586	0,0633	532,4255	532,1760	0,0758	-6,0669	-5,8174	0,0988
BARRETOS	-20,5151	0,0126	-48,5674	0,0651	571,7808	0,0417	579,3478	579,1180	0,0878	-7,5670	-7,3372	0,0972
BARRINHA	-21,1995	0,0123	-48,1610	0,0212	510,5122	0,0309	517,4840	517,2740	0,0839	-6,9718	-6,7618	0,0894
BASTOS	-19,3115	0,0249	-49,6627	0,0564	677,6628	0,0662	684,8991	684,5550	0,0946	-7,2363	-6,8922	0,1155
BATAGUASSÚ	-21,7145	0,0334	-52,4234	0,0860	325,9746	0,0817	329,9140	329,4910	0,0857	-3,9394	-3,5164	0,1184
BAURU	-22,3238	0,0449	-49,0784	0,1738	501,1814	0,0833	506,9840	506,7340	0,0769	-5,8026	-5,5526	0,1134
BEBEDOURO	-20,9507	0,0133	-48,4790	0,0695	563,5999	0,0322	570,5680	570,3440	0,0853	-6,9681	-6,7441	0,0912
BOCAIÚVA DO SUL	-25,2080	0,0187	-49,1132	0,0915	977,5388	0,0751	973,7882	973,5380	0,0552	3,7506	4,0008	0,0932

Tabela 7.1 - Continuação

CIDADE	φ ($^{\circ}$)	σ_{φ} (m)	λ ($^{\circ}$)	σ_{λ} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PRBL} (m)	σ_H (m)	$N_{GPS AJ}$ (m)	$N_{GPS PRBL}$ (m)	σ_{GPS} (m)
BRAGANÇA PAULISTA	-22,9452	0,0177	-46,5383	0,0437	829,7075	0,0417	832,3540	832,2140	0,0749	-2,6465	-2,5065	0,0857
BURITAMA	-21,0664	0,0152	-50,1483	0,0675	390,4775	0,0348	397,6490	397,3590	0,0854	-7,1715	-6,8815	0,0922
CAMBUÍ	-22,6137	0,0151	-46,0655	0,0736	859,3410	0,0364	861,0970	860,9270	0,0780	-1,7560	-1,5860	0,0861
CAMPESTRE	-21,7115	0,0317	-46,2468	0,0468	1071,8212	0,0729	1074,7360	1074,545	0,0829	-2,9148	-2,7238	0,1104
CAMPINAS	-22,8905	0,0190	-47,0767	0,0966	729,9138	0,0400	734,1130	733,9530	0,0743	-4,1992	-4,0392	0,0844
CANANÉIA	-24,9947	0,0384	-47,9454	0,1442	2,1243	0,0743	3,6281	3,5880	0,0574	-1,5038	-1,4637	0,0939
CAPÃO BONITO	-24,0024	0,0297	-48,3146	0,0693	672,9968	0,0635	674,9040	674,7740	0,0651	-1,9072	-1,7772	0,0909
CAPITÓLIO	-20,6152	0,0123	-46,0503	0,0297	761,1052	0,0305	767,5090	767,3060	0,0893	-6,4038	-6,2008	0,0944
CARMO DA MATA	-20,5580	0,0169	-44,8695	0,0795	839,4338	0,0431	843,8020	843,5660	0,0917	-4,3682	-4,1322	0,1013
CÁSSIA	-20,5928	0,0109	-46,9186	0,0231	725,0601	0,0298	731,5268	731,3370	0,0883	-6,4667	-6,2769	0,0932
CASSILÂNDIA	-19,1156	0,0309	-51,7387	0,0712	478,8590	0,0876	484,9530	484,5910	0,0976	-6,0940	-5,7320	0,1311
CASUZA	-20,1983	0,0136	-51,8208	0,0346	425,9649	0,0352	432,3363	431,8870	0,0923	-6,3714	-5,9221	0,0988
CATANDUVA	-21,1087	0,0116	-48,9615	0,0211	558,0273	0,0275	565,1374	564,8870	0,0844	-7,1101	-6,8597	0,0888
CHAVESLANDIA	-19,0474	0,0182	-50,4849	0,0766	404,2994	0,0615	411,6264	411,6190	0,0966	-7,3270	-6,9066	0,1145
CHUÁ	-19,7620	0,0061	-48,1016	0,0171	754,1501	0,0160	762,9219	762,6710	0,0921	-8,7718	-8,5209	0,0935
COLORADO	-22,8384	0,0150	-51,9751	0,0754	441,0283	0,0392	443,5880	443,3260	0,0785	-2,5597	-2,2977	0,0877
COMEN. GOMES	-19,6923	0,0139	-49,0844	0,0287	552,4632	0,0369	560,0728	559,7730	0,0924	-7,6096	-7,3098	0,0995
CONCHAS	-23,0232	0,0212	-48,0218	0,0835	486,8134	0,0473	491,8340	491,6140	0,0723	-5,0206	-4,8006	0,0864
CORNÉLIO PROCÓPIO	-23,1825	0,0317	-50,6511	0,0487	677,0008	0,0786	681,0310	680,7930	0,0732	-4,0302	-3,7922	0,1074
COTIA	-23,6034	0,0276	-46,9306	0,0701	851,1481	0,0818	853,9370	853,6870	0,0698	-2,7889	-2,5389	0,1075
CRUZEIRO	-22,5765	0,0213	-44,9626	0,0797	514,5985	0,1075	517,4120	517,0420	0,0810	-2,8135	-2,4435	0,1346
CUNHA	-23,0776	0,0148	-44,9602	0,0374	971,5460	0,0436	974,2530	973,4630	0,0783	-2,7070	-1,9170	0,0896
CURIUVA	-24,0036	0,0326	-50,4465	0,0981	868,1135	0,0562	867,7627	867,5130	0,0672	0,3508	0,6005	0,0876
DRACENA	-21,4904	0,0212	-51,5409	0,0557	402,7677	0,0631	408,5420	408,1920	0,0850	-5,6744	-5,7743	0,1059
ELDORADO	-24,5215	0,0229	-48,1097	0,0946	37,6050	0,0897	40,1140	39,9340	0,0611	-2,5790	-2,5090	0,1085
ESTRELA DO NORTE	-22,4855	0,0157	-51,6614	0,0437	407,9961	0,0536	411,8910	411,6190	0,0797	-3,8949	-3,6229	0,0960
FERNANDÓPOLIS	-20,2825	0,0195	-50,2484	0,0838	528,0524	0,0490	535,4530	535,1230	0,0898	-7,3206	-7,4006	0,1023
FRANCA	-20,5324	0,0163	-47,4129	0,1030	995,9022	0,0837	1001,7450	1001,531	0,0882	-5,8428	-5,6288	0,1216
GUADALUPE	-20,3790	0,0173	-51,4478	0,1911	335,7520	0,0462	342,5084	342,0360	0,0908	-6,7564	-6,2840	0,1019
GUARATINGUETÁ A	-22,7914	0,0207	-45,1679	0,0615	536,3214	0,0482	539,1706	538,6010	0,0792	-2,8492	-2,2796	0,0927

Tabela 7.1 - Continuação

CIDADE	φ ($^{\circ}$)	σ_{φ} (m)	λ ($^{\circ}$)	σ_{λ} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PREL} (m)	σ_H (m)	$N_{GPS AJ}$ (m)	$N_{GPS PREL}$ (m)	σ_{GPS} (m)
GUARATINGUETÁ B	-22,8171	0,0216	-45,1918	0,0558	534,5719	0,0681	537,9590	537,3890	0,0790	-3,0671	-2,8492	0,1043
IBAITI	-23,8735	0,0196	-50,2029	0,0751	880,1021	0,0611	880,9569	880,7070	0,0676	-0,8548	-0,6049	0,0911
IBITINGA	-21,7831	0,0112	-48,8453	0,0163	522,5407	0,0294	529,2919	529,0420	0,0803	-6,7512	-6,5013	0,0855
IBIÚNA	-23,6564	0,0447	-47,2226	0,1807	857,1290	0,1329	859,8520	859,7220	0,0689	-3,5507	-2,5930	0,1497
ICEM	-20,3399	0,0114	-49,1858	0,0674	462,1717	0,0469	469,5904	469,3400	0,0889	-7,4187	-7,1683	0,1005
IGARAPAVA	-20,0423	0,0102	-47,7570	0,0237	634,0067	0,0279	642,2863	642,0660	0,0907	-8,2796	-8,0593	0,0949
IGARATA	-23,2067	0,0248	-46,1557	0,0621	768,3368	0,0444	770,9330	770,6830	0,0742	-2,5962	-2,4462	0,0865
INOCÊNCIA	-19,7737	0,0246	-51,9194	0,1308	497,9952	0,0491	503,8989	503,4490	0,0947	-5,9037	-5,4538	0,1067
IPORANGA	-24,5854	0,0628	-48,5940	0,1398	93,6148	0,1266	93,8829	93,7940	0,0604	-0,2681	-0,1792	0,1403
ITABORAI	-22,7385	0,0163	-42,8390	0,0715	21,2606	0,0606	27,3190	27,2990	0,0871	-6,0584	-6,0384	0,1061
ITAGUAÍ	-22,8701	0,0166	-43,7784	0,0623	3,3718	0,0515	9,7490	9,6160	0,0832	-6,3772	-6,2442	0,0978
ITAJUBA	-22,3638	0,0143	-45,5563	0,0495	841,2978	0,0486	843,3726	843,1930	0,0806	-2,0748	-1,8952	0,0941
ITAPETININGA	-23,5872	0,0368	-48,0478	0,1879	654,8706	0,1774	658,7540	658,5240	0,0683	-3,9034	-3,8834	0,1901
ITAPEVA	-23,9825	0,0384	-48,8759	0,1037	680,5711	0,0716	681,7100	681,4500	0,0652	-1,1289	-1,1389	0,0968
ITARARÉ	-24,1158	0,0110	-49,3408	0,0240	736,0110	0,0306	736,3750	736,0260	0,0645	-0,3640	-0,0150	0,0714
ITOBI	-21,6842	0,0121	-46,9330	0,0268	734,9351	0,0321	739,4670	739,3070	0,0820	-4,6219	-4,5319	0,0881
ITUÍTABA	-18,9663	0,0112	-49,4905	0,0654	553,2585	0,0305	561,4407	561,0910	0,0964	-8,1822	-7,8325	0,1011
JAÚ	-22,2912	0,0435	-48,5613	0,2071	509,3817	0,1065	515,6310	515,3810	0,0770	-6,2493	-5,9993	0,1314
JUIZ DE FORA	-21,7482	0,0205	-43,3595	0,0487	676,4209	0,0514	680,1640	679,9940	0,0897	-3,7431	-3,5731	0,1034
JUNDIAÍ	-23,2389	0,0223	-46,8557	0,0952	759,1146	0,0648	761,9316	761,8020	0,0724	-2,8170	-2,6874	0,0972
JUQUIÁ	-24,3298	0,0461	-47,6315	0,2163	17,6367	0,2043	21,1548	21,0500	0,0633	-3,5181	-3,4133	0,2139
JUQUITIBA	-23,9325	0,0302	-47,0674	0,1751	697,3707	0,1567	700,0250	699,9130	0,0673	-2,6543	-2,5423	0,1705
LAVÍNIA	-21,1663	0,0513	-51,0388	0,2614	454,4606	0,2036	461,0130	460,6730	0,0859	-6,4624	-6,5524	0,2210
LINS	-21,6749	0,0214	-49,7518	0,0648	427,5249	0,0629	434,4520	434,1820	0,0814	-6,9071	-6,9271	0,1029
LOANDA	-22,9324	0,0192	-53,1354	0,0467	488,6941	0,0468	489,6233	489,3600	0,0816	-0,9292	-0,6659	0,0941
MOGIDAS CRUZES	-23,5211	0,0194	-46,1896	0,0415	746,0180	0,0480	748,9420	748,8070	0,0721	-2,9240	-2,7890	0,0866
MOGI MIRM	-22,4331	0,0207	-46,9580	0,0838	626,7334	0,0780	631,3370	631,1770	0,0774	-4,6936	-4,6036	0,1099
NHANDEARA	-20,6955	0,0202	-50,0408	0,1151	518,0930	0,0418	525,2017	524,8810	0,0874	-7,1087	-6,7880	0,0969
NOVA ANDRADINA	-22,2478	0,0074	-53,3475	0,0180	383,9725	0,0202	384,5391	384,2540	0,0856	0,4035	-0,2815	0,0880
NOVO HORIZONTE	-21,4779	0,0205	-49,2300	0,0691	444,9563	0,0620	451,8878	451,6380	0,0823	-6,9315	-6,6817	0,1030

Tabela 7.1 - Continuação

CIDADE	φ ($^{\circ}$)	σ_{φ} (m)	λ ($^{\circ}$)	σ_{λ} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PREL} (m)	σ_H (m)	$N_{GPS AJ}$ (m)	$N_{GPS PREL}$ (m)	σ_{GPS} (m)
ORIENTE	-22,1529	0,0226	-50,0919	0,0645	599,2405	0,0844	604,9600	604,6900	0,0788	-5,6995	-5,7195	0,1155
ORTIGUEIRA	-24,2097	0,0271	-50,9249	0,0801	785,1978	0,0501	783,9594	783,7140	0,0671	1,2384	1,4838	0,0837
OSVALDO CRUZ	-21,7949	0,0169	-50,8759	0,0720	458,8497	0,0508	465,1890	464,8890	0,0821	-6,2893	-6,3393	0,0965
OURO FINO	-22,2826	0,0314	-46,3695	0,1885	905,7414	0,1180	908,7156	908,5380	0,0793	-2,9742	-2,7966	0,1422
PALMEIRA	-24,5812	0,0264	-48,9555	0,1305	698,6428	0,1085	697,7249	697,6310	0,0605	0,9179	1,0118	0,1242
PARAGUAÇU PAULISTA	-22,4145	0,0129	-50,5733	0,0448	492,2357	0,0312	497,8890	497,6190	0,0779	-5,6333	-5,6533	0,0839
PARAÍBUNA	-23,3707	0,0611	-45,6707	0,2143	672,3176	0,1349	675,4776	675,3100	0,0745	-3,1600	-2,9924	0,1541
PARANAGUÁ	-25,5171	0,0134	-48,5066	0,0301	3,8211	0,0339	3,5388	3,6330	0,0521	0,2823	0,1881	0,0622
PARANAÍBA	-19,6630	0,0219	-51,1926	0,1517	423,6094	0,0492	431,1842	430,7540	0,0942	-7,5748	-7,1446	0,1063
PARANAÍ	-23,0672	0,0280	-52,4701	0,0498	408,9900	0,0699	410,5510	410,2930	0,0787	-1,5610	-1,3030	0,1053
PARATI A	-23,2231	0,0264	-44,7329	0,0851	2,2011	0,0668	6,6189	5,8490	0,0782	-4,4178	-3,6479	0,1028
PARATI B	-23,2174	0,0181	-44,7131	0,0427	-2,9612	0,0538	1,5350	0,7650	0,0783	-4,4962	-3,7262	0,0950
PASSOS	-20,7185	0,0172	-46,6112	0,0805	733,3553	0,0512	739,5607	739,3810	0,0879	-6,2054	-6,0257	0,1017
PEREIRA BARRETO	-20,6446	0,0222	-51,1116	0,1036	340,2836	0,0449	347,3610	347,4120	0,0889	-7,0774	-7,1284	0,0996
PERUÍBE	-24,2972	0,0165	-47,0998	0,0582	18,5611	0,0526	22,1772	22,0640	0,0646	-3,6161	-3,5029	0,0833
PIEIDADE	-23,7600	0,0130	-47,4188	0,0357	963,7185	0,0312	966,6202	966,4900	0,0678	-2,9017	-2,7715	0,0746
PILAR DO SUL	-23,8166	0,0125	-47,7169	0,0271	696,6566	0,0286	699,8470	699,7000	0,0670	-3,1904	-3,0434	0,0728
PIRACICABA	-22,7099	0,0107	-47,6322	0,0263	542,6824	0,0337	548,0540	547,8640	0,0748	-5,4316	-5,3716	0,0820
PIRAÍ	-22,6281	0,0247	-43,8998	0,0976	382,7985	0,0716	387,0010	387,0010	0,0840	-4,2025	-4,2025	0,1104
PIRAÍ DO SUL	-24,5008	0,0311	-49,8982	0,0708	1022,3006	0,0631	1018,4841	1018,335	0,0624	3,8165	3,9656	0,0887
PIRAJUI	-21,9919	0,0305	-49,4576	0,1337	472,9911	0,1210	478,7340	478,4740	0,0792	-5,7329	-5,7429	0,1446
PIRASSUNUNGA	-21,9967	0,0225	-47,4265	0,1055	618,4317	0,0661	624,3174	624,1370	0,0795	-5,8857	-5,7053	0,1034
PONTA GROSSA	-25,1143	0,0410	-50,1556	0,1381	887,4277	0,1380	882,9520	882,852	0,0582	4,4757	4,5757	0,1498
PORTO FELIZ	-23,2097	0,0201	-47,5265	0,0972	512,2859	0,0671	513,9420	513,7620	0,0715	-1,7261	-1,6561	0,0981
POUSO ALEGRE	-22,2648	0,0158	-45,9283	0,0739	826,0975	0,0383	828,6001	828,4500	0,0803	-2,5026	-2,3525	0,0890
POUSO ALTO	-22,1950	0,0279	-44,9721	0,1124	877,4082	0,1160	878,9900	878,8390	0,0830	-1,5818	-1,4308	0,1426
PRES EPITÁCIO	-21,7636	0,0173	-52,1061	0,0752	288,1165	0,0517	292,1481	292,1480	0,0847	-4,0316	-4,0316	0,0992
PRES. PRUDENTE	-22,1175	0,0235	-51,4059	0,0576	399,4458	0,0627	404,2023	403,7900	0,0812	-4,7565	-4,3442	0,1026
PRES. VENCESLAU	-21,8767	0,0591	-51,8444	0,0936	418,4385	0,1657	422,5738	422,5738	0,0835	-4,1353	-4,1353	0,1855
QUEIROZ	-21,7996	0,0137	-50,2406	0,0275	426,3367	0,0409	432,6760	432,3960	0,0811	-6,3093	-6,3393	0,0908

Tabela 7.1 - Continuação

CIDADE	φ ($^{\circ}$)	σ_{φ} (m)	λ ($^{\circ}$)	σ_{λ} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PREL} (m)	σ_H (m)	$N_{GPS AJ}$ (m)	$N_{GPS PREL}$ (m)	σ_{GPS} (m)
QUELUZ	-22,5384	0,0313	-44,7740	0,1465	490,6099	0,0561	493,5870	493,2770	0,0817	-2,9771	-2,6671	0,0991
REGISTRO	-24,5272	0,0414	-47,8559	0,1036	16,2295	0,1131	19,0173	18,9180	0,0614	-2,7878	-2,6885	0,1287
RIBEIRA	-24,6361	0,0257	-48,9981	0,0551	175,1693	0,0673	173,9827	173,8880	0,0600	1,1866	1,2813	0,0902
RIBEIRÃO PRETO	-21,1650	0,0473	-47,8543	0,0907	585,0206	0,0900	591,6030	591,3920	0,0842	-6,5824	-6,3714	0,1232
RIO BONITO	-22,7110	0,0256	-42,6241	0,0701	53,0407	0,0748	59,1000	59,0160	0,0880	-6,0593	-5,9753	0,1155
ROLÂNDIA	-23,3104	0,0121	-51,3692	0,0525	731,0119	0,0423	733,4115	733,1710	0,0741	-2,3996	-2,1591	0,0853
S. A. DA PLATINA	-23,3849	0,0315	-50,0596	0,0912	495,8852	0,0557	499,3481	499,1260	0,0707	-3,4629	-3,2408	0,0900
SALTO GRANDE	-22,8930	0,0378	-49,9861	0,1820	391,6062	0,1308	396,8570	396,6070	0,0739	-5,0008	-5,2508	0,1502
SANTA JULIANA	-19,3091	0,0096	-47,5371	0,0244	949,9722	0,0261	958,3850	958,1350	0,0947	-8,4128	-8,1628	0,0982
SANTA R. DO R. PARDO	-21,3035	0,0189	-52,8301	0,0679	353,4594	0,0473	357,1980	356,7860	0,0888	-3,7386	-3,3266	0,1006
SANTO ALEIXO	-22,5620	0,0233	-43,0531	0,0625	22,6901	0,0735	27,7170	27,6080	0,0871	-5,0269	-4,9179	0,1140
SÃO CARLOS	-22,0451	0,0117	-47,8613	0,0201	850,9197	0,0276	856,9951	856,7950	0,0789	-6,0754	-5,8753	0,0836
SÃO L. DO PARAÍTINGA	-23,2214	0,0159	-45,3094	0,0361	756,9891	0,0466	759,7490	758,9390	0,0764	-2,7599	-1,9499	0,0895
SÃO MANUEL	-22,6997	0,0299	-48,5884	0,0696	658,4257	0,0576	663,9437	663,6940	0,0743	-5,5180	-5,2683	0,0940
SÃO M. ARCANJO	-23,8891	0,0171	-47,9807	0,0950	680,9179	0,0449	683,9832	683,8370	0,0662	-3,0653	-2,9191	0,0800
SÃO SEBASTIÃO A	-23,8223	0,0260	-45,4145	0,0658	-0,1773	0,0628	4,2350	4,0350	0,0726	-4,4123	-4,2123	0,0960
SÃO SEBASTIÃO B	-23,8027	0,0189	-45,3998	0,0378	-2,5173	0,0506	1,9040	1,6840	0,0728	-4,4513	-4,4213	0,0887
SÃO SIMÃO	-21,4574	0,0106	-47,5922	0,0552	614,9652	0,0424	621,1515	620,9020	0,0827	-6,1863	-5,9968	0,0929
SÃO VICENTE	-23,9746	0,0237	-46,3886	0,0460	1,0333	0,0705	5,3217	5,1960	0,0686	-4,2884	-4,1627	0,0984
S. B. DO SAPUCAÍ	-22,6674	0,0221	-45,7456	0,0565	872,7475	0,0592	874,3140	874,0640	0,0784	-1,5665	-1,3465	0,0982
S. F. DE SALES	-19,8067	0,0158	-49,8943	0,0803	476,1907	0,0528	483,8566	483,5370	0,0922	-7,6659	-7,3463	0,1062
SIQUEIRA CAMPOS	-23,6882	0,0146	-49,8335	0,0788	622,6853	0,0482	624,4095	624,2020	0,0683	-1,7242	-1,5167	0,0836
S. J. DA BARRA	-20,5751	0,0183	-47,7835	0,0391	567,3411	0,0478	573,7934	573,5830	0,0877	-6,4523	-6,2419	0,0999
S. J. DA SERRA	-23,7035	0,0420	-50,7387	0,0927	917,4559	0,1272	918,8098	918,5600	0,0700	-1,3539	-1,1041	0,1452
S. J. DEL REI	-21,1341	0,0289	-44,2591	0,0623	895,8033	0,0736	898,8262	898,5780	0,0902	-3,0229	-2,7747	0,1164
S. J. DO RIO PRETO	-20,8069	0,0187	-49,3870	0,0470	499,5178	0,0576	506,4260	506,1760	0,0863	-6,9082	-6,6582	0,1038
SOROCABA	-23,4964	0,0472	-47,4547	0,1563	551,3440	0,1556	555,0400	554,8470	0,0696	-3,6960	-3,5030	0,1705
SANTO ANASTÁCIO	-21,9822	0,0225	-51,6539	0,0554	432,4304	0,0675	436,5738	436,4950	0,0825	-4,1434	-4,0646	0,1066
TAUBATÉ	-23,0507	0,0182	-45,6030	0,0624	586,5066	0,0620	589,5840	589,0340	0,0765	-3,0774	-2,5274	0,0985
TORRINHA	-22,4606	0,0390	-48,1796	0,2126	820,0168	0,0656	826,0293	825,8090	0,0760	-6,0125	-5,7622	0,1004

Tabela 7.1 - Continuação

CIDADE	LATITUDE (°)	σ_{LAT} (m)	LONGITUDE (°)	σ_{LONG} (m)	h (m)	σ_h (m)	H_{AJ} (m)	H_{PR} (m)	σ_H (m)	$N_{GPS AJ}$ (m)	$N_{GPS PR}$ (m)	σ_{GPS} (m)
TRÊS CORAÇÕES	-21,6835	0,0152	-45,2649	0,0599	881,0339	0,0578	884,2300	884,0900	0,0850	-3,1961	-3,0561	0,1028
TRÊS LAGOAS	-20,7852	0,0141	-51,7056	0,0315	315,9856	0,0422	322,1095	321,6660	0,0891	-6,1239	-5,6804	0,0986
TRÊS RIOS	-22,1165	0,0160	-43,2093	0,0981	264,3056	0,0451	268,7250	268,6050	0,0885	-4,4194	-4,2994	0,0993
UBATUBA A	-23,4631	0,0229	-45,0643	0,0944	1,2937	0,1032	5,5468	4,7470	0,0758	-4,2531	-3,4533	0,1280
UBATUBA B	-23,4514	0,0145	-45,0469	0,0371	-1,4748	0,0431	5,1570	4,3570	0,0760	-6,0818	-6,6318	0,0874
UBERLÂNDIA	-18,9048	0,0159	-48,2850	0,0478	819,4927	0,0451	829,5879	829,3080	0,0966	-10,0952	-9,8153	0,1066
UBIRAJARA	-22,5243	0,0550	-49,6639	0,2937	476,5468	0,2136	482,5870	482,3270	0,0760	-6,0302	-6,0402	0,2267
VASSOURAS	-22,4015	0,0287	-43,6526	0,0764	444,0065	0,0757	448,1673	448,1673	0,0858	-4,1608	-4,1608	0,1144
WENCESLAU BRÁS	-23,8773	0,0783	-49,8118	0,3157	809,8202	0,1576	810,5898	810,3940	0,0669	-0,7696	-0,5738	0,1712

coeficientes são condicionados para garantir estabilidade da função e suas derivadas parciais, nos pontos nodais e nas direções dos lados que definem a células de interpolação. A função aproximante expressa por um conjunto de polinômios bicúbicos, vem sendo usada com sucesso neste tipo de interpolação, e será utilizada no cálculo de alturas geoidais a partir dos modelos digitais.

Assim, para cada RN posicionada através do GPS, obtém-se a diferença

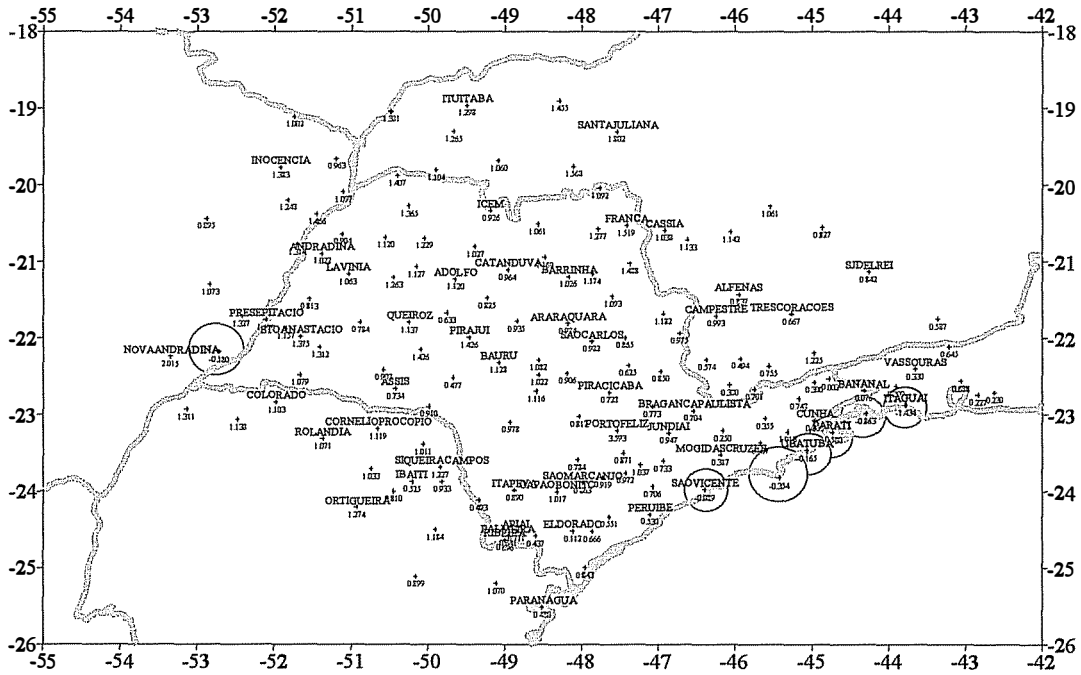
$$\Delta N = N_{GPS} - N_{grav} \quad (7.2)$$

e o respectivo erro padrão

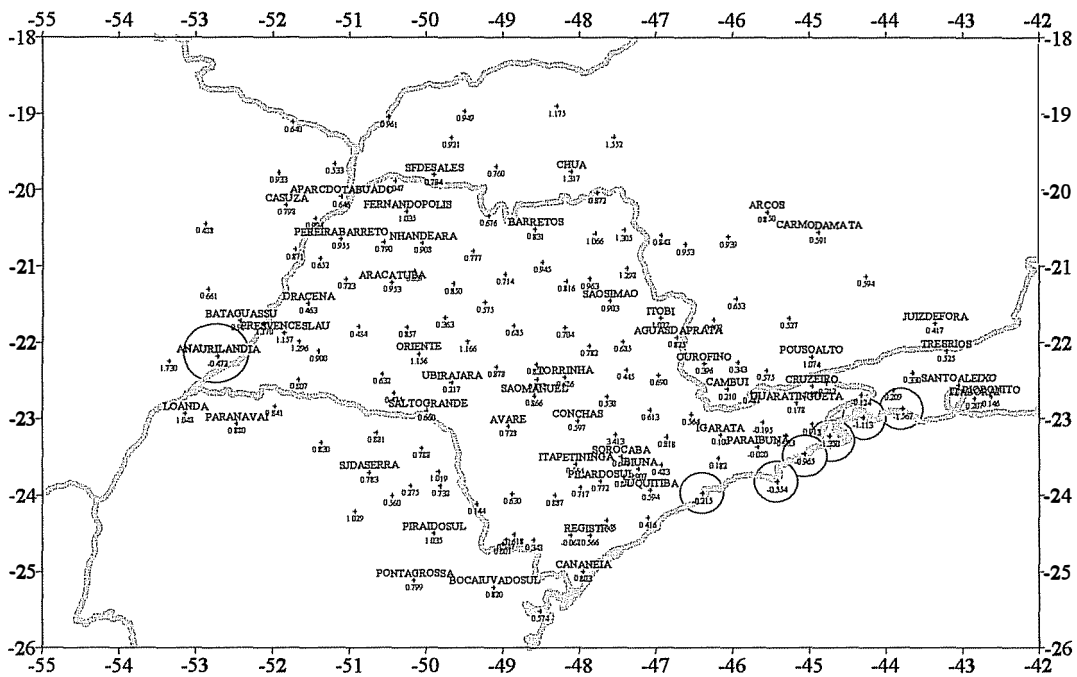
$$\sigma_{\Delta N} = \pm \sqrt{\sigma_{N_{GPS}}^2 + \sigma_{N_{grav}}^2} \quad (7.3)$$

No caso do Estado de São Paulo, os valores foram avaliados a partir das diferenças entre as alturas geoidais fornecidas pelo GPS e as obtidas dos modelos geoidais MDGR, MDGI, para o geóide gravimétrico do Estado de São Paulo, determinado por Sá & Molina (1995), identificado neste trabalho pela sigla MDG95, que utiliza a fórmula de Stokes, modificada para o esferóide de alto grau. O esferóide utilizado foi o modelo geopotencial OSU91A, truncado em grau 180, e a *Fast Fourier Transform* (FFT) para efetuar a integração. Por fim, foi avaliado o modelo geopotencial EGM96, truncado em grau 360.

Os geóides foram avaliados de duas formas; a primeira usando as alturas geoidais obtidas a partir das altitudes ortométricas preliminares, a segunda, a partir das altitudes ortométricas ajustadas. As alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes ortométrica ajustada e preliminar, podem ser vistas nas Tabelas 7.2 e 7.3; respectivamente, nessas tabelas, há diferenças de altura geoidal, que refletem erros, provavelmente na altitude ortométrica (Figura 7.2). Tomando-se, como exemplo, o caso da cidade de Anaurilândia, onde os dados gravimétricos existentes não permitem representar de maneira eficiente o campo de gravidade na região, por constituírem perfis realizados ao longo das estradas. Contudo, há uma componente residual negativa obtida na comparação da altura geoidal GPS com a do modelo geoidal determinado a partir dos dados gravimétricos na forma de uma distribuição regular, que não pode ser atribuída à distribuição inadequada dos dados gravimétricos, e que nos pontos vizinhos, não se verifica a mesma situação; fazendo com que as suspeitas recaiam sobre o valor da altitude ortométrica. Uma interpretação semelhante pode ser aplicada na



a) Componente sistemática obtida com as altitudes preliminares



b) Componente sistemática obtida com as altitudes ajustadas

Figura 7.2 - Componente sistemática obtida para a região de estudo

Tabela 7.2 - Diferenças entre as alturas geoidais GPS e as obtidas dos modelos geoidais (altitudes preliminares)

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
ADOLFO	-6,5221	0,0946	-7,3999	0,0281	0,8778	0,0987	-7,6418	0,0586	1,1197	0,1113	-7,1062	0,5841	-7,2014	0,6793
ÁGUAS CLARAS	-4,3080	0,1009	-5,5600	0,0469	1,2520	0,1113	-5,2032	0,0600	0,8952	0,1174	-4,5273	0,2193	-5,3315	1,0235
ÁGUAS DA PRATA	-3,5851	0,0945	-4,4912	0,0256	0,9061	0,0979	-4,5598	0,0586	0,9747	0,1112	-3,9248	0,3397	-4,4379	0,8528
ALFENAS	-3,4829	0,0954	-4,5864	0,0332	1,1035	0,1010	-4,3201	0,0588	0,8372	0,1121	-3,6494	0,1665	-4,3070	0,8241
ALTINÓPOLIS	-5,2745	0,0916	-6,3712	0,1096	1,0967	0,1428	-6,7628	0,0592	1,4883	0,1091	-6,1319	0,8574	-6,3070	1,0325
ANAURILÂNDIA	-3,9798	0,0884	-3,6658	0,0535	-0,3140	0,1033	-3,7996	0,0542	-0,1802	0,1037	-2,7914	-1,1884	-3,5910	-0,3888
ANDRADINA	-6,2449	0,1112	-7,1316	0,0233	0,8867	0,1136	-7,2670	0,0600	1,0221	0,1263	-6,4822	0,2373	-7,1074	0,8625
ANGRA DOS REIS_A	-4,2906	0,1043	-4,9335	0,0297	0,6429	0,1085	-3,4276	0,0595	-0,8630	0,1201	-3,7508	-0,5398	-3,9619	-0,3287
ANGRA DOS REIS_B	-4,6111	0,0935	-4,9236	0,0299	0,3125	0,0982	-3,4104	0,0595	-1,2007	0,1108	-3,7647	-0,8464	-3,9509	-0,6602
APARC. DO TABUADO	-7,1509	0,1131	-8,3238	0,0605	1,1729	0,1283	-8,2475	0,0600	1,0966	0,1280	-7,4496	0,2987	-8,2547	1,1038
APIAÍ	0,7901	0,1408	-0,4486	0,0561	1,2387	0,1516	0,0789	0,0500	0,7112	0,1494	-0,0679	0,8580	-0,2846	1,0747
ARABÁ	-7,2968	0,0998	-8,7127	0,0370	1,4159	0,1064	-8,7035	0,0600	1,4067	0,1164	-7,9131	0,6163	-8,6448	1,3480
ARAÇATUBA	-6,4665	0,1382	-7,5242	0,0227	1,0577	0,1400	-7,7292	0,0594	1,2627	0,1504	-7,0566	0,5901	-7,4589	0,9924
ARARAQUARA	-6,4573	0,0934	-7,0763	0,0380	0,6190	0,1008	-7,3815	0,0563	0,9242	0,1091	-6,9941	0,5368	-6,9361	0,4788
ARARAS	-5,4324	0,0910	-5,9843	0,0290	0,5519	0,0955	-6,0575	0,0564	0,6251	0,1071	-6,0884	0,6560	-5,8564	0,4240
ARCOS	-6,5930	0,1041	-7,5998	0,0368	1,0068	0,1104	-7,6539	0,0500	1,0609	0,1155	-6,7293	0,1363	-7,4481	0,8551
ASSIS	-5,5299	0,1028	-6,0722	0,0250	0,5423	0,1058	-6,2639	0,0586	0,7340	0,1183	-5,9160	0,3861	-5,8806	0,3507
AURIFLAMA	-7,1594	0,1100	-8,1314	0,0288	0,9720	0,1137	-8,2794	0,0600	1,1200	0,1253	-7,6387	0,4793	-7,9313	0,7719
AVARÉ	-4,2322	0,1466	-5,0716	0,0223	0,8394	0,1483	-5,2100	0,0500	0,9778	0,1549	-5,0396	0,8074	-5,0067	0,7745
BANANAL	-3,3474	0,1027	-4,4955	0,0380	1,1481	0,1095	-3,4231	0,0598	0,0757	0,1188	-2,9944	-0,3530	-3,9014	0,5540
BARRA BONITA	-5,8174	0,0988	-6,6299	0,0353	0,8125	0,1049	-6,8398	0,0530	1,0224	0,1121	-6,3407	0,5233	-6,4414	0,6240
BARRETOS	-7,3372	0,0972	-8,4390	0,0390	1,1018	0,1047	-8,3983	0,0531	1,0611	0,1107	-7,8765	0,5393	-8,3754	1,0382
BARRINHA	-6,7618	0,0894	-7,5796	0,0268	0,8178	0,0933	-7,7878	0,0584	1,0260	0,1068	-7,2987	0,5369	-7,5005	0,7387
BASTOS	-6,8922	0,1155	-8,3584	0,0437	1,4662	0,1235	-8,1569	0,0600	1,2647	0,1301	-7,5239	0,6317	-8,6016	1,7094
BATAGUASSÚ	-3,5164	0,1184	-4,6928	0,0417	1,1764	0,1255	-4,8434	0,0570	1,3270	0,1314	-3,9168	0,4004	-4,7957	1,2793
BAURU	-5,5526	0,1134	-6,4617	0,0260	0,9091	0,1163	-6,6810	0,0537	1,1284	0,1254	-6,1245	0,5719	-6,3911	0,8385
BEBEDOURO	-6,7441	0,0912	-7,7415	0,0230	0,9974	0,0940	-7,9133	0,0596	1,1692	0,1089	-7,3176	0,5735	-7,8240	1,0799
BOCAIÚVA DO SUL	4,0008	0,0932	2,9090	0,0977	1,0918	0,1350	2,9307	0,0595	1,0701	0,1106	3,1766	0,8242	2,3010	1,6998
BRAGANÇA PAULISTA	-2,5065	0,0857	-3,2095	0,0232	0,7030	0,0888	-3,2110	0,0569	0,7045	0,1029	-3,0626	0,5561	-2,9955	0,4890

Tabela 7.2 - Continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
BURITAMA	-6,8815	0,0922	-7,7555	0,0374	0,8740	0,0995	-8,0090	0,0593	1,1275	0,1096	-7,4552	0,5737	-7,5574	0,6759
CAMBUI	-1,5860	0,0861	-2,2327	0,0213	0,6467	0,0887	-1,9663	0,0590	0,3803	0,1044	-1,8016	0,2156	-2,3536	0,7676
CAMPESTRE	-2,7238	0,1104	-3,7725	0,0224	1,0487	0,1126	-3,7172	0,0593	0,9934	0,1253	-2,9859	0,2621	-3,5889	0,8651
CAMPINAS	-4,0392	0,0844	-4,7352	0,0263	0,6960	0,0884	-4,8124	0,0554	0,7732	0,1010	-4,6342	0,5950	-4,6444	0,6052
CANANÉIA	-1,4637	0,0939	-2,6676	0,0485	1,2039	0,1057	-2,3065	0,0598	0,8428	0,1113	-2,0609	0,5972	-1,8671	0,4034
CAPÃO BONITO	-1,7772	0,0909	-2,9900	0,0321	1,2128	0,0964	-2,7939	0,0500	1,0167	0,1038	-3,1529	1,3757	-2,7213	0,9441
CAPITÓLIO	-6,2008	0,0944	-7,4891	0,0885	1,2883	0,1294	-7,3424	0,0585	1,1416	0,1110	-6,5337	0,3329	-7,1351	0,9343
CARMO DA MATA	-4,1322	0,1013	-5,0993	0,1202	0,9671	0,1572	-4,9593	0,0502	0,8271	0,1131	-4,1808	0,0486	-4,9837	0,8515
CÁSSIA	-6,2769	0,0932	-7,3196	0,0396	1,0427	0,1013	-7,3147	0,0585	1,0378	0,1100	-6,4810	0,2041	-6,9929	0,7160
CASSILÂNDIA	-5,7320	0,1311	-7,5574	0,0563	1,8254	0,1427	-6,7343	0,0669	1,0023	0,1472	-6,3921	0,6601	-7,4342	1,7022
CAZUZA	-5,9221	0,0988	-7,0203	0,0792	1,0982	0,1266	-7,1697	0,0600	1,2476	0,1156	-6,1910	0,2689	-7,1979	1,2758
CATANDUVA	-6,8597	0,0888	-7,6425	0,0194	0,7828	0,0909	-7,8237	0,0584	0,9640	0,1062	-7,3978	0,5381	-7,4101	0,5504
CHAVESLÂNDIA	-6,9066	0,1145	-8,7724	0,0360	1,8657	0,1200	-8,2877	0,0652	1,3811	0,1318	-7,4708	0,5642	-8,6982	1,7916
CHUÁ	-8,5209	0,0935	-10,4146	0,0302	1,8937	0,0982	-10,0890	0,0600	1,5680	0,1111	-9,4467	0,9258	-10,1714	1,6505
COLORADO	-2,2977	0,0877	-3,4341	0,0668	1,1364	0,1103	-3,4006	0,0569	1,1029	0,1046	-2,5756	0,2779	-3,4196	1,1219
COMENDADOR GOMES	-7,3098	0,0995	-8,5574	0,0423	1,2476	0,1081	-8,3696	0,0502	1,0598	0,1114	-7,8843	0,5745	-8,6292	1,3194
CONCHAS	-4,8006	0,0864	-5,5450	0,0201	0,7444	0,0887	-5,6178	0,0527	0,8172	0,1012	-5,7420	0,9414	-5,4741	0,6735
CORNÉLIO PROCÓPIO	-3,7922	0,1074	-4,7482	0,0703	0,9560	0,1284	-4,9113	0,0553	1,1191	0,1208	-4,2601	0,4679	-4,5671	0,7749
COTIA	-2,5389	0,1075	-3,3956	0,0156	0,8567	0,1087	-3,2717	0,0524	0,7328	0,1196	-3,3731	0,8342	-2,5792	0,0403
CRUZEIRO	-2,4435	0,1346	-3,6595	0,0169	1,2160	0,1357	-2,7436	0,0535	0,3001	0,1448	-2,3034	-0,1401	-3,0663	0,6228
CUNHA	-1,9170	0,0896	-3,4137	0,0424	1,4967	0,0991	-2,7203	0,0535	0,8033	0,1044	-2,3316	0,4146	-3,6611	1,7441
CURIÚVA	0,6005	0,0876	-0,2247	0,0888	0,8252	0,1247	-0,2094	0,0512	0,8099	0,1015	0,2407	0,3598	-0,3364	0,9369
DRACENA	-5,4243	0,1059	-6,0914	0,0199	0,6671	0,1077	-6,2369	0,0589	0,8126	0,1211	-5,5306	0,1063	-6,1584	0,7341
ELDORADO	-2,3290	0,1085	-3,1994	0,0529	0,8704	0,1207	-2,4411	0,0518	0,1121	0,1203	-2,8142	0,4852	-2,3733	0,0443
ESTRELA DO NORTE	-3,6229	0,0960	-4,5841	0,0294	0,9612	0,1005	-4,7019	0,0584	1,0790	0,1124	-3,9585	0,3356	-4,6064	0,9835
FERNANDÓPOLIS	-7,0706	0,1023	-8,2809	0,0373	1,2103	0,1089	-8,4358	0,0600	1,3652	0,1186	-7,7913	0,7207	-8,1405	1,0699
FRANCA	-5,6288	0,1216	-6,9899	0,0328	1,3611	0,1259	-7,1475	0,0589	1,5187	0,1351	-6,1732	0,5444	-7,0726	1,4438
GUADALUPE	-6,2840	0,1019	-7,6188	0,0663	1,3348	0,1216	-7,7499	0,0600	1,4659	0,1182	-6,7329	0,4489	-7,6990	1,4150
GUARATINGUETÁ_A	-2,2796	0,0927	-3,5358	0,0163	1,2562	0,0941	-3,0273	0,0512	0,7477	0,1059	-2,6228	0,3432	-3,2208	0,9412
GUARATINGUETA_B	-2,8171	0,1043	-3,5462	0,0167	0,7291	0,1056	-3,1104	0,0510	0,2933	0,1161	-2,6149	-0,2022	-3,2333	0,4162

Tabela 7.2 - Continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG93} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDG93}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
IBAITI	-0,6049	0,0911	-1,0100	0,0995	0,4051	0,1349	-1,1294	0,0506	0,5245	0,1042	-0,8875	0,2826	-1,2223	0,6174
IBITINGA	-6,5013	0,0855	-7,1781	0,0296	0,6768	0,0905	-7,4360	0,0559	0,9347	0,1022	-6,9703	0,4690	-7,0801	0,5788
IBIUNA	-2,5930	0,1497	-3,6042	0,0283	1,0112	0,1523	-3,6298	0,0514	1,0368	0,1583	-3,6612	1,0682	-2,8844	0,2914
ICEM	-7,1683	0,1005	-8,0456	0,0345	0,8773	0,1063	-8,0944	0,0500	0,9261	0,1123	-7,6078	0,4395	-8,1511	0,9828
IGARAPAVA	-8,0593	0,0949	-9,3764	0,0326	1,3171	0,1003	-9,1515	0,0594	1,0922	0,1119	-8,4030	0,3437	-8,9624	0,9031
IGARATÁ	-2,4462	0,0865	-2,6727	0,0385	0,2265	0,0946	-2,6966	0,0548	0,2504	0,1024	-2,7525	0,3063	-2,7113	0,2651
INOCENCIA	-5,4538	0,1067	-6,9831	0,0549	1,5293	0,1200	-6,8363	0,0600	1,3825	0,1224	-6,2392	0,7854	-7,0681	1,6143
IPORANGA	-0,1792	0,1403	-1,5016	0,0698	1,3224	0,1567	-0,6158	0,0512	0,4366	0,1493	-1,0625	0,8833	-0,8965	0,7173
ITABORAÍ	-6,0384	0,1061	-6,6313	0,0268	0,5929	0,1094	-6,2655	0,1060	0,2271	0,1500	-5,6270	-0,4114	-5,8142	-0,2242
ITAGUAI	-6,2442	0,0978	-5,6545	0,0400	-0,5897	0,1057	-4,8104	0,0638	-1,4338	0,1168	-4,7810	-1,4632	-5,0433	-1,2009
ITAJUBA	-1,8952	0,0941	-3,0946	0,0234	1,1994	0,0970	-2,6500	0,0540	0,7548	0,1085	-1,8172	-0,0780	-2,7388	0,8436
ITAPETININGA	-3,6534	0,1901	-4,4335	0,0336	0,7801	0,1930	-4,4374	0,0502	0,7840	0,1966	-4,7838	1,1304	-4,2859	0,6325
ITAPEVA	-0,8789	0,0968	-1,7677	0,0301	0,8888	0,1014	-1,7691	0,0500	0,8902	0,1090	-1,9558	1,0769	-1,5728	0,6939
ITARARE	-0,0150	0,0714	-0,5325	0,0724	0,5175	0,1017	-0,5082	0,0500	0,4932	0,0872	-0,4682	0,4532	-0,3790	0,3640
ITOBI	-4,3719	0,0881	-5,2686	0,0368	0,8967	0,0955	-5,5542	0,0586	1,1823	0,1058	-4,9098	0,5379	-5,0750	0,7031
ITUITABA	-7,8325	0,1011	-9,5561	0,0439	1,7236	0,1102	-9,1308	0,0610	1,2983	0,1181	-8,5335	0,7010	-9,7416	1,9091
JAÚ	-5,9993	0,1314	-6,8035	0,0281	0,8042	0,1344	-7,0814	0,0538	1,0821	0,1420	-6,4571	0,4578	-6,6962	0,6969
JUIZ DE FORA	-3,5731	0,1034	-4,7031	0,0623	1,1300	0,1207	-4,1606	0,0791	0,5875	0,1302	-2,8825	-0,6906	-4,3853	0,8122
JUNDIAÍ	-2,6874	0,0972	-3,6209	0,0279	0,9335	0,1011	-3,6347	0,0536	0,9473	0,1110	-3,3663	0,6789	-3,2315	0,5441
JUQUIA	-3,4133	0,2139	-4,1586	0,0581	0,7453	0,2216	-3,9639	0,0505	0,5506	0,2198	-4,1248	0,7115	-3,4892	0,0759
JUQUITIBA	-2,5423	0,1705	-3,4860	0,0467	0,9437	0,1768	-3,2479	0,0513	0,7056	0,1781	-3,8875	1,3452	-2,7913	0,2490
LAVINIA	-6,2124	0,2210	-7,0986	0,0216	0,8862	0,2220	-7,2753	0,0593	1,0629	0,2288	-6,6237	0,4113	-6,9639	0,7515
LINS	-6,6571	0,1029	-7,0224	0,0489	0,3653	0,1139	-7,2900	0,0580	0,6329	0,1181	-6,6976	0,0405	-6,8726	0,2155
LOANDA	-0,6659	0,0941	-1,8916	0,0546	1,2257	0,1087	-1,9769	0,0514	1,3110	0,1072	-0,7176	0,0517	-2,0556	1,3897
MOGI DAS CRUZES	-2,7890	0,0866	-3,2296	0,0115	0,4406	0,0874	-3,1065	0,0537	0,3175	0,1019	-2,8845	0,0955	-3,0506	0,2616
MOGI MIRM	-4,4436	0,1099	-5,1829	0,0291	0,7393	0,1137	-5,2931	0,0574	0,8495	0,1240	-5,0583	0,6147	-4,8985	0,4549
NHANDEARA	-6,7880	0,0969	-7,7890	0,0366	1,0010	0,1036	-8,0170	0,0600	1,2290	0,1140	-7,3200	0,5320	-7,5891	0,8011
NOVA ANDRADINA	-0,2815	0,0880	-2,1726	0,0384	1,8911	0,0960	-2,2969	0,0571	2,0154	0,1049	-1,3396	1,0581	-2,2267	1,9452
NOVO HORIZONTE	-6,6817	0,1030	-7,3039	0,0228	0,6222	0,1055	-7,5064	0,0572	0,8247	0,1178	-7,1040	0,4223	-7,0569	0,3752
ORIENTE	-5,4495	0,1155	-6,5781	0,0224	1,1286	0,1176	-6,8752	0,0581	1,4257	0,1293	-6,3970	0,9475	-6,4181	0,9686

Tabela 7.2 - Continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
ORTIGUEIRA	1,4838	0,0837	0,3961	0,0695	1,0877	0,1089	0,2093	0,0548	1,2745	0,1001	0,9353	0,5485	0,5398	0,9440
OSVALDO CRUZ	-6,0393	0,0965	-6,6119	0,0209	0,5726	0,0988	-6,8236	0,0591	0,7843	0,1132	-6,2045	0,1652	-6,4466	0,4073
OURO FINO	-2,7966	0,1422	-3,3923	0,0211	0,5957	0,1437	-3,3702	0,0588	0,5736	0,1538	-2,9988	0,2022	-3,1990	0,4024
PALMEIRA	1,0118	0,1242	0,0622	0,0695	0,9496	0,1423	0,3710	0,0500	0,6408	0,1339	0,1777	0,8341	0,1017	0,9101
PARAGUAÇU PAULISTA	-5,3833	0,0839	-6,0612	0,0213	0,6779	0,0866	-6,2852	0,0587	0,9019	0,1024	-5,8813	0,4980	-5,9993	0,6160
PARAIBUNA	-2,9924	0,1541	-3,3111	0,0293	0,3187	0,1569	-3,0795	0,0500	0,0871	0,1620	-2,9039	-0,0885	-3,3044	0,3120
PARANAGUÁ	0,1881	0,0622	-0,8565	0,0698	1,0446	0,0934	-0,2916	0,0621	0,4797	0,0879	0,0908	0,0973	-0,4818	0,6699
PARANAIBA	-7,1446	0,1063	-8,5666	0,0614	1,4220	0,1227	-8,1079	0,0606	0,9633	0,1223	-7,2474	0,1028	-8,3318	1,1872
PARANAVAÍ	-1,3030	0,1053	-2,5255	0,0692	1,2225	0,1260	-2,4410	0,0510	1,1380	0,1170	-1,4304	0,1274	-2,4983	1,1953
PARATI_A	-3,6479	0,1028	-4,4405	0,0320	0,7926	0,1077	-3,0675	0,0561	-0,5804	0,1172	-3,4631	-0,1848	-3,9968	0,3489
PARATI_B	-3,7262	0,0950	-4,4744	0,0321	0,7482	0,1003	-3,1010	0,0563	-0,6252	0,1104	-3,4968	-0,2294	-3,9931	0,2669
PASSOS	-6,0257	0,1017	-7,1504	0,0404	1,1247	0,1094	-7,1584	0,0596	1,1327	0,1179	-6,2972	0,2715	-6,7139	0,6882
PEREIRA BARRETO	-7,1284	0,0996	-7,9618	0,0282	0,8334	0,1035	-8,0324	0,0600	0,9040	0,1163	-7,2967	0,1683	-7,7691	0,6407
PERUIBE	-3,5029	0,0833	-4,1936	0,0647	0,6907	0,1055	-4,0325	0,0508	0,5296	0,0976	-4,3036	0,8007	-3,3043	-0,1986
PIEDADE	-2,7715	0,0746	-3,7032	0,0413	0,9317	0,0853	-3,7434	0,0507	0,9719	0,0902	-3,7055	0,9340	-3,2045	0,4330
PILAR DO SUL	-3,0434	0,0728	-3,9972	0,0578	0,9538	0,0930	-3,9621	0,0504	0,9187	0,0886	-4,1330	1,0896	-3,7165	0,6731
PIRACICABA	-5,1816	0,0820	-5,7899	0,0248	0,6083	0,0857	-5,9096	0,0549	0,7280	0,0987	-6,1189	0,9373	-5,7407	0,5591
PIRAÍ	-4,2025	0,1104	-5,2962	0,0440	1,0937	0,1188	-4,4119	0,0627	0,2094	0,1270	-3,7665	-0,4360	-4,9499	0,7474
PIRAÍ DO SUL	3,9656	0,0887	2,3630	0,1201	1,6026	0,1493	2,7813	0,0562	1,1843	0,1050	3,0506	0,9150	2,6658	1,2998
PIRAJUI	-5,4829	0,1446	-6,6711	0,0265	1,1882	0,1470	-6,9084	0,0558	1,4255	0,1550	-6,4415	0,9586	-6,5972	1,1143
PIRASSUNUNGA	-5,7053	0,1034	-6,4201	0,0275	0,7148	0,1070	-6,5702	0,0574	0,8649	0,1183	-6,4880	0,7827	-6,2580	0,5527
PONTA GROSSA	4,5757	0,1498	3,5763	0,0682	0,9994	0,1646	3,6765	0,0603	0,8992	0,1615	3,8246	0,7511	3,7095	0,8662
PORTO FELIZ	-1,4761	0,0981	-4,9808	0,0203	3,5047	0,1001	-5,0688	0,0525	3,5927	0,1112	-5,0684	3,5923	-4,6263	3,1502
POUSO ALEGRE	-2,3525	0,0890	-3,2563	0,0135	0,9038	0,0900	-2,8460	0,0576	0,4935	0,1060	-2,5434	0,1909	-2,6766	0,3241
POUSO ALTO	-1,4308	0,1426	-3,3311	0,0291	1,9003	0,1456	-2,6554	0,0535	1,2246	0,1523	-1,6694	0,2386	-2,9320	1,5012
PRESIDENTE EPITÁCIO	-4,0316	0,0992	-5,0947	0,0279	1,0631	0,1031	-5,2016	0,0575	1,1700	0,1147	-4,5437	0,5121	-5,0373	1,0057
PRESIDENTE PRUDENTE	-4,3442	0,1026	-5,4875	0,0197	1,1433	0,1045	-5,6563	0,0588	1,3121	0,1182	-4,9586	0,6144	-5,4000	1,0558
PRESIDENTE VENCESLAU	-4,1353	0,1855	-5,1698	0,0200	1,0345	0,1866	-5,2919	0,0582	1,1566	0,1945	-4,5769	0,4416	-5,1346	0,9993
QUEIROZ	-6,0593	0,0908	-6,9138	0,0240	0,8545	0,0940	-7,1958	0,0586	1,1365	0,1081	-6,6871	0,6278	-6,8406	0,7813
QUELUZ	-2,6671	0,0991	-3,5471	0,0282	0,8800	0,1030	-2,6655	0,0560	-0,0016	0,1138	-2,2535	-0,4136	-3,1285	0,4614

Tabela 7.2 - Continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDGS} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGS}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
REGISTRO	-2,6885	0,1287	-3,6101	0,0506	0,9216	0,1383	-3,3542	0,0520	0,6657	0,1388	-3,3541	0,6656	-2,9928	0,3043
RIBEIRA	1,2813	0,0902	0,4541	0,0745	0,8272	0,1169	0,5853	0,0500	0,6960	0,1031	0,3476	0,9337	0,3216	0,9597
RIBEIRÃO PRETO	-6,3714	0,1232	-7,2824	0,0320	0,9110	0,1273	-7,5454	0,0589	1,1740	0,1366	-6,8985	0,5271	-7,1483	0,7769
RIO BONITO	-5,9753	0,1155	-6,6935	0,0462	0,7182	0,1244	-6,2050	0,1338	0,2297	0,1768	-5,5243	-0,4510	-5,8593	-0,1160
ROLÂNDIA	-2,1591	0,0853	-2,8109	0,0528	0,6518	0,1004	-3,2300	0,0539	1,0709	0,1009	-2,6880	0,5289	-3,0761	0,9170
SANTO A. DA PLATINA	-3,2408	0,0900	-4,1650	0,0937	0,9242	0,1299	-4,2513	0,0538	1,0105	0,1049	-4,1360	0,8952	-3,9758	0,7350
SALTO GRANDE	-5,0008	0,1502	-5,6724	0,0421	0,6716	0,1560	-5,9109	0,0578	0,9101	0,1610	-5,6471	0,6463	-5,5558	0,5550
SANTA JULIANA	-8,1628	0,0982	-9,9260	0,0310	1,7632	0,1030	-9,9649	0,0602	1,8021	0,1152	-9,0037	0,8409	-10,2988	2,1360
SANTAR. DO RIO PARDO	-3,3266	0,1006	-4,4437	0,0703	1,1171	0,1227	-4,4000	0,0579	1,0734	0,1161	-3,4225	0,0959	-4,4140	1,0874
SANTO ALEIXO	-4,9179	0,1140	-5,9896	0,0286	1,0717	0,1175	-5,6061	0,0920	0,6882	0,1465	-5,0019	0,0840	-5,5217	0,6038
SÃO CARLOS	-5,8753	0,0836	-6,6531	0,0292	0,7778	0,0886	-6,8578	0,0565	0,9825	0,1009	-6,6271	0,7518	-6,5088	0,6335
SÃO L. D. PARAÍNGA	-1,9499	0,0895	-3,3531	0,0338	1,4032	0,0957	-2,9632	0,0502	1,0133	0,1026	-2,6220	0,6721	-3,5829	1,6330
SÃO MANUEL	-5,2683	0,0940	-6,2542	0,0261	0,9859	0,0976	-6,3841	0,0521	1,1158	0,1075	-5,9287	0,6604	-6,0471	0,7788
SÃO M. ARCANJO	-2,9191	0,0800	-3,8824	0,0523	0,9633	0,0956	-3,7822	0,0502	0,8631	0,0944	-4,0822	1,1631	-3,6789	0,7598
SÃO SEBASTIÃO_A	-4,2123	0,0960	-4,3865	0,0265	0,1742	0,0996	-3,8579	0,0500	-0,3544	0,1082	-3,9512	-0,2611	-3,9290	-0,2833
SÃO SEBASTIAO_B	-4,2013	0,0887	-4,3614	0,0270	0,1601	0,0927	-3,8103	0,0500	-0,3910	0,1018	-4,0333	-0,1680	-3,9458	-0,2555
SÃO SIMÃO	-5,9968	0,0929	-6,7974	0,0356	0,8006	0,0995	-7,0897	0,0584	1,0929	0,1098	-6,4943	0,4975	-6,7414	0,7446
SÃO VICENTE	-4,1627	0,0984	-4,3596	0,0221	0,1969	0,1008	-4,0739	0,0520	-0,0888	0,1113	-4,5938	0,4311	-3,6730	-0,4897
SÃO B. DO SAPUCAÍ	-1,3465	0,0982	-2,6955	0,0218	1,3490	0,1006	-2,0473	0,0560	0,7008	0,1131	-1,4881	0,1416	-2,4918	1,1453
SÃO F. DE SALES	-7,3463	0,1062	-8,4834	0,0547	1,1371	0,1195	-8,4503	0,0600	1,1040	0,1220	-7,7367	0,3904	-8,5158	1,1695
SIQUEIRA CAMPOS	-1,5167	0,0836	-2,4909	0,0800	0,9742	0,1157	-2,7435	0,0506	1,2268	0,0977	-2,4106	0,8939	-2,4535	0,9368
SÃO J. DA BARRA	-6,2419	0,0999	-7,5533	0,0257	1,3114	0,1031	-7,5185	0,0594	1,2766	0,1162	-6,8449	0,6030	-7,3388	1,0969
SÃO J. DA SERRA	-1,1041	0,1452	-1,8552	0,0894	0,7511	0,1705	-2,1371	0,0515	1,0330	0,1541	-1,3662	0,2621	-1,8731	0,7690
SÃO J. DEL REI	-2,7747	0,1164	-4,2959	0,0828	1,5212	0,1429	-3,6165	0,0600	0,8418	0,1310	-2,4682	-0,3065	-3,8615	1,0868
SÃO J. DO RIO PRETO	-6,6582	0,1038	-7,5497	0,0231	0,8915	0,1063	-7,6853	0,0574	1,0271	0,1186	-7,2256	0,5674	-7,4705	0,8123
SOROCABA	-3,5030	0,1705	-4,2706	0,0212	0,7676	0,1718	-4,3741	0,0516	0,8711	0,1781	-4,4626	0,9596	-3,6889	0,1859
SANTTO ANASTÁCIO	-4,0646	0,1066	-5,2788	0,0203	1,2142	0,1085	-5,4396	0,0583	1,3750	0,1215	-4,6533	0,5887	-5,2266	1,1620
TAUBATÉ	-2,5274	0,0985	-3,3443	0,0180	0,8169	0,1001	-2,8821	0,0530	0,3547	0,1118	-2,7592	0,2318	-3,0204	0,4930
TORRINHA	-5,7922	0,1004	-6,4864	0,0356	0,6942	0,1065	-6,6987	0,0540	0,9065	0,1140	-6,3119	0,5197	-6,4186	0,6264
TRES CORAÇÕES	-3,0561	0,1028	-3,9799	0,0237	0,9238	0,1055	-3,7226	0,0519	0,6665	0,1151	-3,0441	-0,0120	-3,6335	0,5774

Tabela 7.2 - Continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{EGM96} (m)	ΔN (m) ($N_{GPS}-N_{EGM96}$)
TRÊS LAGOAS	-5,6804	0,0986	-6,8447	0,0456	1,1643	0,1086	-6,9948	0,0600	1,3144	0,1154	-6,1593	0,4789	-6,8881	1,2077
TRÊS RIOS	-4,2994	0,0993	-5,4272	0,0361	1,1278	0,1057	-4,9443	0,0861	0,6449	0,1314	-3,6396	-0,6598	-4,8447	0,5453
UBATUBA_A	-3,4533	0,1280	-4,1531	0,0361	0,6998	0,1330	-3,2886	0,0502	-0,1647	0,1375	-3,7535	0,3002	-4,1691	0,7158
UBATUBA_B	-5,8318	0,0874	-4,1499	0,0369	-1,6819	0,0949	-3,2464	0,0503	-2,5854	0,1008	-3,7424	-2,0894	-4,1734	-1,6584
UBERLÂNDIA	-9,8153	0,1066	-11,7842	0,0604	1,9689	0,1225	-11,2699	0,0641	1,4546	0,1244	-10,3615	0,5462	-11,8924	2,0771
UBIRAJARA	-5,7802	0,2267	-6,0944	0,0268	0,3142	0,2283	-6,2568	0,0544	0,4766	0,2332	-5,8487	0,0685	-6,0850	0,3048
VASSOURAS	-4,1608	0,1144	-5,2360	0,0508	1,0752	0,1252	-4,4906	0,0685	0,3298	0,1334	-3,6289	-0,5319	-5,1191	0,9583
WENCESLAU BRÁS	-0,5738	0,1712	-1,2812	0,0886	0,7074	0,1928	-1,5071	0,0500	0,9333	0,1784	-1,1967	0,6229	-1,2840	0,7102

Tabela 7.3 - Diferenças entre as alturas geoidais GPS e as obtidas dos modelos geoidais (altitudes ajustadas)

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{BGM96} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGM96}$)
ADOLFO	-6,7921	0,0946	-7,3999	0,0281	0,6078	0,0987	-7,6418	0,0586	0,8497	0,1113	-4,5273	-0,1877	-7,2014	0,4093
ÁGUAS CLARAS	-4,7150	0,1009	-5,5600	0,0469	0,8450	0,1113	-5,2032	0,0600	0,4882	0,1174	-3,6494	-0,0175	-5,3315	0,6165
ÁGUAS DA PRATA	-3,7351	0,0945	-4,4912	0,0256	0,7561	0,0979	-4,5598	0,0586	0,8247	0,1112	-2,7914	-1,4798	-4,4379	0,7028
ALFENAS	-3,6669	0,0954	-4,5864	0,0332	0,9195	0,1010	-4,3201	0,0588	0,6532	0,1121	-6,4822	-0,1327	-4,3070	0,6401
ALTINOPOLIS	-5,4645	0,0916	-6,3712	0,1096	0,9067	0,1428	-6,7628	0,0592	1,2983	0,1091	-3,7508	-0,7895	-6,3070	0,8425
ANAURILÂNDIA	-4,2712	0,0884	-3,6658	0,0535	-0,6054	0,1033	-3,7996	0,0542	-0,4716	0,1037	-3,7647	-1,0965	-3,5910	-0,6802
ANDRADINA	-6,6149	0,1112	-7,1316	0,0233	0,5167	0,1136	-7,2670	0,0600	0,6521	0,1263	-7,4496	-0,1518	-7,1074	0,4925
ANGRA DOS REIS_A	-4,5403	0,1043	-4,9335	0,0297	0,3932	0,1085	-3,4276	0,0595	-1,1127	0,1201	-6,7293	-0,0747	-3,9619	-0,5784
ANGRA DOS REIS_B	-4,8612	0,0935	-4,9236	0,0299	0,0624	0,0982	-3,4104	0,0595	-1,4508	0,1108	-2,9944	-0,5526	-3,9509	-0,9103
APARC. DO TABUADO	-7,6014	0,1131	-8,3238	0,0605	0,7224	0,1283	-8,2475	0,0600	0,6461	0,1280	-3,9168	-0,0226	-8,2547	0,6533
APIAÍ	0,6971	0,1408	-0,4486	0,0561	1,1457	0,1516	0,0789	0,0500	0,6182	0,1494	-4,1808	-0,1874	-0,2846	0,9817
ARABÁ	-7,6564	0,0998	-8,7127	0,0370	1,0563	0,1064	-8,7035	0,0600	1,0471	0,1164	-6,1910	-0,1804	-8,6448	0,9884
ARAÇATUBA	-6,7765	0,1382	-7,5242	0,0227	0,7477	0,1400	-7,7292	0,0594	0,9527	0,1504	-2,3034	-0,5101	-7,4589	0,6824
ARARAQUARA	-6,6772	0,0934	-7,0763	0,0380	0,3991	0,1008	-7,3815	0,0563	0,7043	0,1091	-2,3316	-0,3754	-6,9361	0,2589
ARARAS	-5,6124	0,0910	-5,9843	0,0290	0,3719	0,0955	-6,0575	0,0564	0,4451	0,1071	-5,5306	-0,2437	-5,8564	0,2440
ARCOS	-6,8040	0,1041	-7,5998	0,0368	0,7958	0,1104	-7,6539	0,0500	0,8499	0,1155	-6,7329	-0,0235	-7,4481	0,6441
ASSIS	-5,7899	0,1028	-6,0722	0,0250	0,2823	0,1058	-6,2639	0,0586	0,4740	0,1183	-2,6228	-0,2264	-5,8806	0,0907
AURIFLAMA	-7,4894	0,1100	-8,1314	0,0288	0,6420	0,1137	-8,2794	0,0600	0,7900	0,1253	-2,6149	-0,7722	-7,9313	0,4419
AVARÉ	-4,4822	0,1466	-5,0716	0,0223	0,5894	0,1483	-5,2100	0,0500	0,7278	0,1549	-5,6270	-0,4314	-5,0067	0,5245
BANANAL	-3,5470	0,1027	-4,4955	0,0380	0,9485	0,1095	-3,4231	0,0598	-0,1239	0,1188	-4,7810	-1,5962	-3,9014	0,3544
BARRA BONITA	-6,0669	0,0988	-6,6299	0,0353	0,5630	0,1049	-6,8398	0,0530	0,7729	0,1121	-1,8172	-0,2576	-6,4414	0,3745
BARRETOS	-7,5670	0,0972	-8,4390	0,0390	0,8720	0,1047	-8,3983	0,0531	0,8313	0,1107	-2,8825	-0,8606	-8,3754	0,8084
BARRINHA	-6,9718	0,0894	-7,5796	0,0268	0,6078	0,0933	-7,7878	0,0584	0,8160	0,1068	-6,6976	-0,2295	-7,5005	0,5287
BASTOS	-7,2363	0,1155	-8,3584	0,0437	1,1221	0,1235	-8,1569	0,0600	0,9206	0,1301	-0,7176	-0,2116	-8,6016	1,3653
BATAGUASSU	-3,9394	0,1184	-4,6928	0,0417	0,7534	0,1255	-4,8434	0,0570	0,9040	0,1314	-2,8845	-0,0395	-4,7957	0,8563
BAURU	-5,8026	0,1134	-6,4617	0,0260	0,6591	0,1163	-6,6810	0,0537	0,8784	0,1254	-6,2045	-0,1348	-6,3911	0,5885
BEBEDOURO	-6,9681	0,0912	-7,7415	0,0230	0,7734	0,0940	-7,9133	0,0596	0,9452	0,1089	-2,9039	-0,2561	-7,8240	0,8559
BOCAIÚVA DO SUL	3,7506	0,0932	2,9090	0,0977	0,8416	0,1350	2,9307	0,0595	0,8199	0,1106	-7,2474	-0,3274	2,3010	1,4496
BRAGANÇA PAULISTA	-2,6465	0,0857	-3,2095	0,0232	0,5630	0,0888	-3,2110	0,0569	0,5645	0,1029	-1,4304	-0,1306	-2,9955	0,3490

Tabela 7.3 - continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDGPS} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGPS}$)	N_{BGM96} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGM96}$)
BURITAMA	-7,1715	0,0922	-7,7555	0,0374	0,5840	0,0995	-8,0090	0,0593	0,8375	0,1096	-3,4631	-0,9547	-7,5574	0,3859
CAMBUI	-1,7560	0,0861	-2,2327	0,0213	0,4767	0,0887	-1,9663	0,0590	0,2103	0,1044	-3,4968	-0,9994	-2,3536	0,5976
CAMPESTRE	-2,9148	0,1104	-3,7725	0,0224	0,8577	0,1126	-3,7172	0,0593	0,8024	0,1253	-3,7665	-0,4360	-3,5889	0,6741
CAMPINAS	-4,1992	0,0844	-4,7352	0,0263	0,5360	0,0884	-4,8124	0,0554	0,6132	0,1010	-2,2535	-0,7236	-4,6444	0,4452
CANANÉIA	-1,5038	0,0939	-2,6676	0,0485	1,1638	0,1057	-2,3065	0,0598	0,8027	0,1113	-5,5243	-0,5350	-1,8671	0,3633
CAPÃO BONITO	-1,9072	0,0909	-2,9900	0,0321	1,0828	0,0964	-2,7939	0,0500	0,8867	0,1038	-3,4225	-0,3161	-2,7213	0,8141
CAPITÓLIO	-6,4038	0,0944	-7,4891	0,0885	1,0853	0,1294	-7,3424	0,0585	0,9386	0,1110	-5,0019	-0,0250	-7,1351	0,7313
CARMO DA MATA	-4,3682	0,1013	-5,0993	0,1202	0,7311	0,1572	-4,9593	0,0502	0,5911	0,1131	-2,6220	-0,1379	-4,9837	0,6155
CÁSSIA	-6,4667	0,0932	-7,3196	0,0396	0,8529	0,1013	-7,3147	0,0585	0,8480	0,1100	-3,9512	-0,4611	-6,9929	0,5262
CASSILÂNDIA	-6,0940	0,1311	-7,5574	0,0563	1,4634	0,1427	-6,7343	0,0669	0,6403	0,1472	-4,0333	-0,3880	-7,4342	1,3402
CAZUZA	-6,3714	0,0988	-7,0203	0,0792	0,6489	0,1266	-7,1697	0,0600	0,7983	0,1156	-1,4881	-0,0784	-7,1979	0,8265
CATANDUVA	-7,1101	0,0888	-7,6425	0,0194	0,5324	0,0909	-7,8237	0,0584	0,7136	0,1062	-2,4682	-0,5547	-7,4101	0,3000
CHAVESLÂNDIA	-7,3270	0,1145	-8,7724	0,0360	1,4454	0,1200	-8,2877	0,0652	0,9607	0,1318	-2,7592	-0,3182	-8,6982	1,3712
CHUÁ	-8,7718	0,0935	-10,4146	0,0302	1,6428	0,0982	-10,0890	0,0600	1,3171	0,1111	-3,0441	-0,1520	-10,1714	1,3996
COLORADO	-2,5597	0,0877	-3,4341	0,0668	0,8744	0,1103	-3,4006	0,0569	0,8409	0,1046	-3,6396	-0,7798	-3,4196	0,8599
COMENDADOR GOMES	-7,6096	0,0995	-8,5574	0,0423	0,9478	0,1081	-8,3696	0,0502	0,7600	0,1114	-3,7535	-0,4996	-8,6292	1,0196
CONCHAS	-5,0206	0,0864	-5,5450	0,0201	0,5244	0,0887	-5,6178	0,0527	0,5972	0,1012	-3,7424	-2,8894	-5,4741	0,4535
CORNÉLIO PROCÓPIO	-4,0302	0,1074	-4,7482	0,0703	0,7180	0,1284	-4,9113	0,0553	0,8811	0,1208	-5,8487	-0,1915	-4,5671	0,5369
COTIA	-2,7889	0,1075	-3,3956	0,0156	0,6067	0,1087	-3,2717	0,0524	0,4828	0,1196	-3,6289	-0,5319	-2,5792	-0,2097
CRUZEIRO	-2,8135	0,1346	-3,6595	0,0169	0,8460	0,1357	-2,7436	0,0535	-0,0699	0,1448	-1,3662	0,0123	-3,0663	0,2528
CUNHA	-2,7070	0,0896	-3,4137	0,0424	0,7067	0,0991	-2,7203	0,0535	0,0133	0,1044	-6,4810	0,0143	-3,6611	0,9541
CURIÚVA	0,3508	0,0876	-0,2247	0,0888	0,5755	0,1247	-0,2094	0,0512	0,5602	0,1015	-2,5756	0,0159	-0,3364	0,6872
DRACENA	-5,7743	0,1059	-6,0914	0,0199	0,3171	0,1077	-6,2369	0,0589	0,4626	0,1211	-2,9988	0,0246	-6,1584	0,3841
ELDORADO	-2,5090	0,1085	-3,1994	0,0529	0,6904	0,1207	-2,4411	0,0518	-0,0679	0,1203	-0,8875	0,0327	-2,3733	-0,1357
ESTRELA DO NORTE	-3,8949	0,0960	-4,5841	0,0294	0,6892	0,1005	-4,7019	0,0584	0,8070	0,1124	-6,1593	0,0354	-4,6064	0,7115
FERNANDÓPOLIS	-7,4006	0,1023	-8,2809	0,0373	0,8803	0,1089	-8,4358	0,0600	1,0352	0,1186	-2,5434	0,0408	-8,1405	0,7399
FRANCA	-5,8428	0,1216	-6,9899	0,0328	1,1471	0,1259	-7,1475	0,0589	1,3047	0,1351	-1,8016	0,0456	-7,0726	1,2298
GUADALUPE	-6,7564	0,1019	-7,6188	0,0663	0,8624	0,1216	-7,7499	0,0600	0,9935	0,1182	-3,9585	0,0636	-7,6990	0,9426
GUARATINGUETÁ_A	-2,8492	0,0927	-3,5358	0,0163	0,6866	0,0941	-3,0273	0,0512	0,1781	0,1059	-7,7367	0,0708	-3,2208	0,3716
GUARATINGUETA_B	-3,3871	0,1043	-3,5462	0,0167	0,1591	0,1056	-3,1104	0,0510	-0,2767	0,1161	-2,9859	0,0711	-3,2333	-0,1538

Tabela 7.3 - continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{BGM96} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGM96}$)
IBAITI	-0,8548	0,0911	-1,0100	0,0995	0,1552	0,1349	-1,1294	0,0506	0,2746	0,1042	-6,6237	0,0713	-1,2223	0,3675
IBITINGA	-6,7512	0,0855	-7,1781	0,0296	0,4269	0,0905	-7,4360	0,0559	0,6848	0,1022	-1,6694	0,0876	-7,0801	0,3289
IBIUNA	-2,7230	0,1497	-3,6042	0,0283	0,8812	0,1523	-3,6298	0,0514	0,9068	0,1583	-6,2972	0,0918	-2,8844	0,1614
ICEM	-7,4187	0,1005	-8,0456	0,0345	0,6269	0,1063	-8,0944	0,0500	0,6757	0,1123	-0,4682	0,1042	-8,1511	0,7324
IGARAPAVA	-8,2796	0,0949	-9,3764	0,0326	1,0968	0,1003	-9,1515	0,0594	0,8719	0,1119	0,2407	0,1101	-8,9624	0,6828
IGARATA	-2,5962	0,0865	-2,6727	0,0385	0,0765	0,0946	-2,6966	0,0548	0,1004	0,1024	-8,4030	0,1234	-2,7113	0,1151
INOCENCIA	-5,9037	0,1067	-6,9831	0,0549	1,0794	0,1200	-6,8363	0,0600	0,9326	0,1224	-5,9160	0,1261	-7,0681	1,1644
IPORANGA	-0,2681	0,1403	-1,5016	0,0698	1,2335	0,1567	-0,6158	0,0512	0,3477	0,1493	-6,5337	0,1299	-0,8965	0,6284
ITABORAÍ	-6,0584	0,1061	-6,6313	0,0268	0,5729	0,1094	-6,2655	0,1060	0,2071	0,1500	-7,4708	0,1438	-5,8142	-0,2442
ITAGUAI	-6,3772	0,0978	-5,6545	0,0400	-0,7227	0,1057	-4,8104	0,0638	-1,5668	0,1168	-7,6387	0,1493	-5,0433	-1,3339
ITAJUBA	-2,0748	0,0941	-3,0946	0,0234	1,0198	0,0970	-2,6500	0,0540	0,5752	0,1085	-2,7525	0,1563	-2,7388	0,6640
ITAPETININGA	-3,8834	0,1901	-4,4335	0,0336	0,5501	0,1930	-4,4374	0,0502	0,5540	0,1966	-7,1040	0,1725	-4,2859	0,4025
ITAPEVA	-1,1389	0,0968	-1,7677	0,0301	0,6288	0,1014	-1,7691	0,0500	0,6302	0,1090	-7,6078	0,1891	-1,5728	0,4339
ITARARE	-0,3640	0,0714	-0,5325	0,0724	0,1685	0,1017	-0,5082	0,0500	0,1442	0,0872	-3,9248	0,1897	-0,3790	0,0150
ITOBI	-4,5319	0,0881	-5,2686	0,0368	0,7367	0,0955	-5,5542	0,0586	1,0223	0,1058	0,0908	0,1915	-5,0750	0,5431
ITUITABA	-8,1822	0,1011	-9,5561	0,0439	1,3739	0,1102	-9,1308	0,0610	0,9486	0,1181	-4,9586	0,2021	-9,7416	1,5594
JAÚ	-6,2493	0,1314	-6,8035	0,0281	0,5542	0,1344	-7,0814	0,0538	0,8321	0,1420	-6,4571	0,2078	-6,6962	0,4469
JUIZ DE FORA	-3,7431	0,1034	-4,7031	0,0623	0,9600	0,1207	-4,1606	0,0791	0,4175	0,1302	-7,3200	0,2113	-4,3853	0,6422
JUNDIAI	-2,8170	0,0972	-3,6209	0,0279	0,8039	0,1011	-3,6347	0,0536	0,8177	0,1110	-6,9703	0,2191	-3,2315	0,4145
JUQUIA	-3,5181	0,2139	-4,1586	0,0581	0,6405	0,2216	-3,9639	0,0505	0,4458	0,2198	-7,2967	0,2193	-3,4892	-0,0289
JUQUITIBA	-2,6543	0,1705	-3,4860	0,0467	0,8317	0,1768	-3,2479	0,0513	0,5936	0,1781	-5,8813	0,2280	-2,7913	0,1370
LAVINIA	-6,5524	0,2210	-7,0986	0,0216	0,5462	0,2220	-7,2753	0,0593	0,7229	0,2288	-4,2601	0,2299	-6,9639	0,4115
LINS	-6,9271	0,1029	-7,0224	0,0489	0,0953	0,1139	-7,2900	0,0580	0,3629	0,1181	-7,9131	0,2567	-6,8726	-0,0545
LOANDA	-0,9292	0,0941	-1,8916	0,0546	0,9624	0,1087	-1,9769	0,0514	1,0477	0,1072	-10,3615	0,2663	-2,0556	1,1264
MOGI DAS CRUZES	-2,9240	0,0866	-3,2296	0,0115	0,3056	0,0874	-3,1065	0,0537	0,1825	0,1019	-6,3407	0,2738	-3,0506	0,1266
MOGI MIRM	-4,6036	0,1099	-5,1829	0,0291	0,5793	0,1137	-5,2931	0,0574	0,6895	0,1240	-7,8843	0,2747	-4,8985	0,2949
NHANDEARA	-7,1087	0,0969	-7,7890	0,0366	0,6803	0,1036	-8,0170	0,0600	0,9083	0,1140	-7,0566	0,2801	-7,5891	0,4804
NOVA ANDRADINA	-0,5666	0,0880	-2,1726	0,0384	1,6060	0,0960	-2,2969	0,0571	1,7303	0,1049	-7,4552	0,2837	-2,2267	1,6601
NOVO HORIZONTE	-6,9315	0,1030	-7,3039	0,0228	0,3724	0,1055	-7,5064	0,0572	0,5749	0,1178	-7,5239	0,2876	-7,0569	0,1254
ORIENTE	-5,7195	0,1155	-6,5781	0,0224	0,8586	0,1176	-6,8752	0,0581	1,1557	0,1293	-7,3978	0,2877	-6,4181	0,6986

Tabela 7.3 - continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDGPS} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGPS}$)	N_{BGMS} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGMS}$)
ORTIGUEIRA	1,2384	0,0837	0,3961	0,0695	0,8423	0,1089	0,2093	0,0548	1,0291	0,1001	-2,6880	0,2884	0,5398	0,6986
OSVALDO CRUZ	-6,3393	0,0965	-6,6119	0,0209	0,2726	0,0988	-6,8236	0,0591	0,4843	0,1132	-6,3921	0,2981	-6,4466	0,1073
OURO FINO	-2,9742	0,1422	-3,3923	0,0211	0,4181	0,1437	-3,3702	0,0588	0,3960	0,1538	-6,3119	0,2993	-3,1990	0,2248
PALMEIRA	0,9179	0,1242	0,0622	0,0695	0,8557	0,1423	0,3710	0,0500	0,5469	0,1339	0,9353	0,3031	0,1017	0,8162
PARAGUAÇU PAULISTA	-5,6533	0,0839	-6,0612	0,0213	0,4079	0,0866	-6,2852	0,0587	0,6319	0,1024	-2,8142	0,3052	-5,9993	0,3460
PARAIBUNA	-3,1600	0,1541	-3,3111	0,0293	0,1511	0,1569	-3,0795	0,0500	-0,0805	0,1620	-4,5938	0,3054	-3,3044	0,1444
PARANAGUA	0,2823	0,0622	-0,8565	0,0698	1,1388	0,0934	-0,2916	0,0621	0,5739	0,0879	-6,4943	0,3080	-0,4818	0,7641
PARANAÍBA	-7,5748	0,1063	-8,5666	0,0614	0,9918	0,1227	-8,1079	0,0606	0,5331	0,1223	-7,8765	0,3095	-8,3318	0,7570
PARANAVAÍ	-1,5610	0,1053	-2,5255	0,0692	0,9645	0,1260	-2,4410	0,0510	0,8800	0,1170	-7,1062	0,3140	-2,4983	0,9373
PARATI_A	-4,4178	0,1028	-4,4405	0,0320	0,0227	0,1077	-3,0675	0,0561	-1,3503	0,1172	-6,8985	0,3161	-3,9968	-0,4210
PARATI_B	-4,4962	0,0950	-4,4744	0,0321	-0,0218	0,1003	-3,1010	0,0563	-1,3952	0,1104	-6,9941	0,3169	-3,9931	-0,5031
PASSOS	-6,2054	0,1017	-7,1504	0,0404	0,9450	0,1094	-7,1584	0,0596	0,9530	0,1179	-7,2256	0,3174	-6,7139	0,5085
PEREIRA BARRETO	-7,0774	0,0996	-7,9618	0,0282	0,8844	0,1035	-8,0324	0,0600	0,9550	0,1163	-6,1245	0,3219	-7,7691	0,6917
PERUIBE	-3,6161	0,0833	-4,1936	0,0647	0,5775	0,1055	-4,0325	0,0508	0,4164	0,0976	-7,2987	0,3269	-3,3043	-0,3118
PIEDADE	-2,9017	0,0746	-3,7032	0,0413	0,8015	0,0853	-3,7434	0,0507	0,8417	0,0902	-6,1732	0,3304	-3,2045	0,3028
PILAR DO SUL	-3,1904	0,0728	-3,9972	0,0578	0,8068	0,0930	-3,9621	0,0504	0,7717	0,0886	-6,2392	0,3355	-3,7165	0,5261
PIRACICABA	-5,3716	0,0820	-5,7899	0,0248	0,4183	0,0857	-5,9096	0,0549	0,5380	0,0987	-6,6871	0,3478	-5,7407	0,3691
PIRAÍ	-4,2025	0,1104	-5,2962	0,0440	1,0937	0,1188	-4,4119	0,0627	0,2094	0,1270	-7,3176	0,3495	-4,9499	0,7474
PIRAÍ DO SUL	3,8165	0,0887	2,3630	0,1201	1,4535	0,1493	2,7813	0,0562	1,0352	0,1050	-8,5335	0,3513	2,6658	1,1507
PIRAJUI	-5,7429	0,1446	-6,6711	0,0265	0,9282	0,1470	-6,9084	0,0558	1,1655	0,1550	-4,9098	0,3779	-6,5972	0,8543
PIRASSUNUNGA	-5,8857	0,1034	-6,4201	0,0275	0,5344	0,1070	-6,5702	0,0574	0,6845	0,1183	-7,7913	0,3907	-6,2580	0,3723
PONTA GROSSA	4,4757	0,1498	3,5763	0,0682	0,8994	0,1646	3,6765	0,0603	0,7992	0,1615	-6,8449	0,3926	3,7095	0,7662
PORTO FELIZ	-1,6561	0,0981	-4,9808	0,0203	3,3247	0,1001	-5,0688	0,0525	3,4127	0,1112	-5,6471	0,3963	-4,6263	2,9702
POUSO ALEGRE	-2,5026	0,0890	-3,2563	0,0135	0,7537	0,0900	-2,8460	0,0576	0,3434	0,1060	-5,9287	0,4107	-2,6766	0,1740
POUSO ALTO	-1,5818	0,1426	-3,3311	0,0291	1,7493	0,1456	-2,6554	0,0535	1,0736	0,1523	-3,0626	0,4161	-2,9320	1,3502
PRESIDENTE EPITACIO	-4,0316	0,0992	-5,0947	0,0279	1,0631	0,1031	-5,2016	0,0575	1,1700	0,1147	-1,1967	0,4271	-5,0373	1,0057
PRESIDENTE PRUDENTE	-4,7565	0,1026	-5,4875	0,0197	0,7310	0,1045	-5,6563	0,0588	0,8998	0,1182	-4,6342	0,4350	-5,4000	0,6435
PRESIDENTE VENCESLAU	-4,1353	0,1855	-5,1698	0,0200	1,0345	0,1866	-5,2919	0,0582	1,1566	0,1945	-4,5769	0,4416	-5,1346	0,9993
QUEIROZ	-6,3393	0,0908	-6,9138	0,0240	0,5745	0,0940	-7,1958	0,0586	0,8565	0,1081	-5,0583	0,4547	-6,8406	0,5013
QUELUZ	-2,9771	0,0991	-3,5471	0,0282	0,5700	0,1030	-2,6655	0,0560	-0,3116	0,1138	-6,0884	0,4760	-3,1285	0,1514

Tabela 7.3 - continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDGPS} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGPS}$)	N_{BGM96} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGM96}$)
REGISTRO	-2,7878	0,1287	-3,6101	0,0506	0,8223	0,1383	-3,3542	0,0520	0,5664	0,1388	-4,6533	0,5099	-2,9928	0,2050
RIBEIRA	1,1866	0,0902	0,4541	0,0745	0,7325	0,1169	0,5853	0,0500	0,6013	0,1031	-4,5437	0,5121	0,3216	0,8650
RIBEIRÃO PRETO	-6,5824	0,1232	-7,2824	0,0320	0,7000	0,1273	-7,5454	0,0589	0,9630	0,1366	-3,3663	0,5493	-7,1483	0,5659
RIO BONITO	-6,0593	0,1155	-6,6935	0,0462	0,6342	0,1244	-6,2050	0,1338	0,1457	0,1768	-6,6271	0,5517	-5,8593	-0,2000
ROLÂNDIA	-2,3996	0,0853	-2,8109	0,0528	0,4113	0,1004	-3,2300	0,0539	0,8304	0,1009	-2,0609	0,5571	-3,0761	0,6765
SANTO A. DA PLATINA	-3,4629	0,0900	-4,1650	0,0937	0,7021	0,1299	-4,2513	0,0538	0,7884	0,1049	-5,0396	0,5574	-3,9758	0,5129
SALTO GRANDE	-5,2508	0,1502	-5,6724	0,0421	0,4216	0,1560	-5,9109	0,0578	0,6601	0,1610	-3,3541	0,5663	-5,5558	0,3050
SANTA JULIANA	-8,4128	0,0982	-9,9260	0,0310	1,5132	0,1030	-9,9649	0,0602	1,5521	0,1152	3,1766	0,5740	-10,2988	1,8860
SANTA R. DO RIO PARDO	-3,7386	0,1006	-4,4437	0,0703	0,7051	0,1227	-4,4000	0,0579	0,6614	0,1161	-3,3731	0,5842	-4,4140	0,6754
SANTO ALEIXO	-5,0269	0,1140	-5,9896	0,0286	0,9627	0,1175	-5,6061	0,0920	0,5792	0,1465	-9,0037	0,5909	-5,5217	0,4948
SÃO CARLOS	-6,0754	0,0836	-6,6531	0,0292	0,5777	0,0886	-6,8578	0,0565	0,7824	0,1009	-6,4880	0,6023	-6,5088	0,4334
SÃO L. D. PARAITINGA	-2,7599	0,0895	-3,3531	0,0338	0,5932	0,0957	-2,9632	0,0502	0,2033	0,1026	-4,1248	0,6067	-3,5829	0,8230
SÃO MANUEL	-5,5180	0,0940	-6,2542	0,0261	0,7362	0,0976	-6,3841	0,0521	0,8661	0,1075	3,8246	0,6511	-6,0471	0,5291
SÃO M. ARCANJO	-3,0653	0,0800	-3,8824	0,0523	0,8171	0,0956	-3,7822	0,0502	0,7169	0,0944	-6,1319	0,6674	-3,6789	0,6136
SÃO SEBASTIÃO_A	-4,4123	0,0960	-4,3865	0,0265	-0,0258	0,0996	-3,8579	0,0500	-0,5544	0,1082	-4,1360	0,6731	-3,9290	-0,4833
SÃO SEBASTIAO_B	-4,4213	0,0887	-4,3614	0,0270	-0,0599	0,0927	-3,8103	0,0500	-0,6110	0,1018	-9,4467	0,6749	-3,9458	-0,4755
SÃO SIMÃO	-6,1863	0,0929	-6,7974	0,0356	0,6111	0,0995	-7,0897	0,0584	0,9034	0,1098	-6,3970	0,6775	-6,7414	0,5551
SÃO VICENTE	-4,2884	0,0984	-4,3596	0,0221	0,0712	0,1008	-4,0739	0,0520	-0,2145	0,1113	-2,4106	0,6864	-3,6730	-0,6154
SÃO B. DO SAPUCAÍ	-1,5665	0,0982	-2,6955	0,0218	1,1290	0,1006	-2,0473	0,0560	0,4808	0,1131	-4,3036	0,6875	-2,4918	0,9253
SÃO F. DE SALES	-7,6659	0,1062	-8,4834	0,0547	0,8175	0,1195	-8,4503	0,0600	0,7844	0,1220	-6,4415	0,6986	-8,5158	0,8499
SIQUEIRA CAMPOS	-1,7242	0,0836	-2,4909	0,0800	0,7667	0,1157	-2,7435	0,0506	1,0193	0,0977	-5,7420	0,7214	-2,4535	0,7293
SÃO J. DA BARRA	-6,4523	0,0999	-7,5533	0,0257	1,1010	0,1031	-7,5185	0,0594	1,0662	0,1162	0,1777	0,7402	-7,3388	0,8865
SÃO J. DA SERRA	-1,3539	0,1452	-1,8552	0,0894	0,5013	0,1705	-2,1371	0,0515	0,7832	0,1541	-6,1189	0,7473	-1,8731	0,5192
SÃO J. DEL REI	-3,0229	0,1164	-4,2959	0,0828	1,2730	0,1429	-3,6165	0,0600	0,5936	0,1310	-0,0679	0,7650	-3,8615	0,8386
SÃO J. DO RIO PRETO	-6,9082	0,1038	-7,5497	0,0231	0,6415	0,1063	-7,6853	0,0574	0,7771	0,1186	3,0506	0,7659	-7,4705	0,5623
SOROCABA	-3,6960	0,1705	-4,2706	0,0212	0,5746	0,1718	-4,3741	0,0516	0,6781	0,1781	-4,4626	0,7666	-3,6889	-0,0071
SANTTO ANASTÁCIO	-4,1434	0,1066	-5,2788	0,0203	1,1354	0,1085	-5,4396	0,0583	1,2962	0,1215	-1,3396	0,7730	-5,2266	1,0832
TAUBATÉ	-3,0774	0,0985	-3,3443	0,0180	0,2669	0,1001	-2,8821	0,0530	-0,1953	0,1118	-1,0625	0,7944	-3,0204	-0,0570
TORRINHA	-6,0125	0,1004	-6,4864	0,0356	0,4739	0,1065	-6,6987	0,0540	0,6862	0,1140	-3,7055	0,8038	-6,4186	0,4061
TRÊS CORAÇÕES	-3,1961	0,1028	-3,9799	0,0237	0,7838	0,1055	-3,7226	0,0519	0,5265	0,1151	-1,9558	0,8169	-3,6335	0,4374

Tabela 7.3 - continuação

CIDADE	N_{GPS} (m)	σ_{NGPS} (m)	N_{MDGI} (m)	σ_{MDGI} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta NMDGI}$ (m)	N_{MDGR} (m)	σ_{MDGR} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta NMDGR}$ (m)	N_{MDG95} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{MDG95}$)	N_{BGM96} (m)	$\Delta N(m)$ ($N_{GPS}-N_{BGM96}$)
TRÊS LAGOAS	-6,1239	0,0986	-6,8447	0,0456	0,7208	0,1086	-6,9948	0,0600	0,8709	0,1154	0,3476	0,8390	-6,8881	0,7642
TRES RIOS	-4,4194	0,0993	-5,4272	0,0361	1,0078	0,1057	-4,9443	0,0861	0,5249	0,1314	-4,7838	0,9004	-4,8447	0,4253
UBATUBA_A	-4,2531	0,1280	-4,1531	0,0361	-0,1000	0,1330	-3,2886	0,0502	-0,9645	0,1375	-3,6612	0,9382	-4,1691	-0,0840
UBATUBA_B	-6,6318	0,0874	-4,1499	0,0369	-2,4819	0,0949	-3,2464	0,0503	-3,3854	0,1008	-4,1330	0,9426	-4,1734	-2,4584
UBERLÂNDIA	-10,0952	0,1066	-11,7842	0,0604	1,6890	0,1225	-11,2699	0,0641	1,1747	0,1244	-4,0822	1,0169	-11,8924	1,7972
UBIRAJARA	-6,0402	0,2267	-6,0944	0,0268	0,0542	0,2283	-6,2568	0,0544	0,2166	0,2332	-3,8875	1,2332	-6,0850	0,0448
VASSOURAS	-4,1608	0,1144	-5,2360	0,0508	1,0752	0,1252	-4,4906	0,0685	0,3298	0,1334	-3,1529	1,2457	-5,1191	0,9583
WENCESLAU BRÁS	-0,7696	0,1712	-1,2812	0,0886	0,5116	0,1928	-1,5071	0,0500	0,7375	0,1784	-5,0684	3,4123	-1,2840	0,5144

região litorânea do Estado, pois a componente negativa encontrada nesses pontos, pode não estar relacionada à falta dos dados gravimétricos. Nessa região, existem levantamentos gravimétricos ao longo da costa, além de uma grande quantidade de dados na região oceânica e na determinação das alturas geoidais obtidas a partir do modelo gravimétrico digital, foi considerado o efeito da topografia.

Assim, as suspeitas recaem novamente sobre as altitudes das RNs existentes no litoral; em princípio, porque os valores encontrados para a componente sistemática nas cidades de Ubatuba, São Sebastião, Angra dos Reis e Parati estão muito discrepantes dos valores esperados para estas regiões. Estas discrepâncias podem estar relacionadas com as diferenças entre as altitudes ortométrica ajustada e preliminar, observadas na Figura 7.3. Na mesma figura, observa-se a existência de uma feição anômala, gerada pelas diferenças entre as altitudes ajustada e preliminar. A feição anômala está localizada nas proximidades da cidade de Ubatuba e cidades vizinhas. Nesses locais, as diferenças entre as altitudes podem ultrapassar 75cm. Das 157 RNs possíveis de serem utilizadas na avaliação dos geóides, foram removidas quatro, que apresentavam problemas de localização ou com a altitude ortométrica, sendo que estas estão localizadas nas cidades de Porto Feliz, Itaguaí, Anaurilândia e Ubatuba_B.

Primeiramente, serão avaliados os resultados obtidos para as alturas geoidais GPS, obtidas com as altitudes ortométricas preliminares (Tabela 7.2). Para visualizar, o comportamento das componentes sistemáticas, representadas graficamente na Figura 7.4, foram calculados dois histogramas. O primeiro, (Figura 7.4-a), contém os resultados estatísticos obtidos para todo o conjunto dos dados. O segundo (Figura 7.4-b) apresenta os valores encontrados para os dados, após a remoção dos erros grosseiros.

Para eliminar os erros grosseiros, optou-se em remover as diferenças superiores a 3 vezes um desvio padrão de referência. O desvio padrão de referência utilizado foi o do modelo geoidal MDGR; porque este foi determinado a partir de uma distribuição regular (MDAL), que por sua vez, foi determinado a partir do MTDSP e do MDB, proporcionando a obtenção de um geóide de alta precisão.

A Figura 7.4 mostra os histogramas dos valores residuais obtidos, para os modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95. Sem a remoção dos erros grosseiros, os parâmetros estatísticos são maiores (Tabela 7.4). Após a retirada dos pontos, a componente sistemática média é da ordem de 0,81m para o MDGR e 0,91m para o MDGI (Tabela 7.5).

O erro determinado para as componentes sistemáticas obtidas para os modelos geoidais MDGI e MDGR ficou em média igual a 0,12m. Estes foram obtidos da propagação das

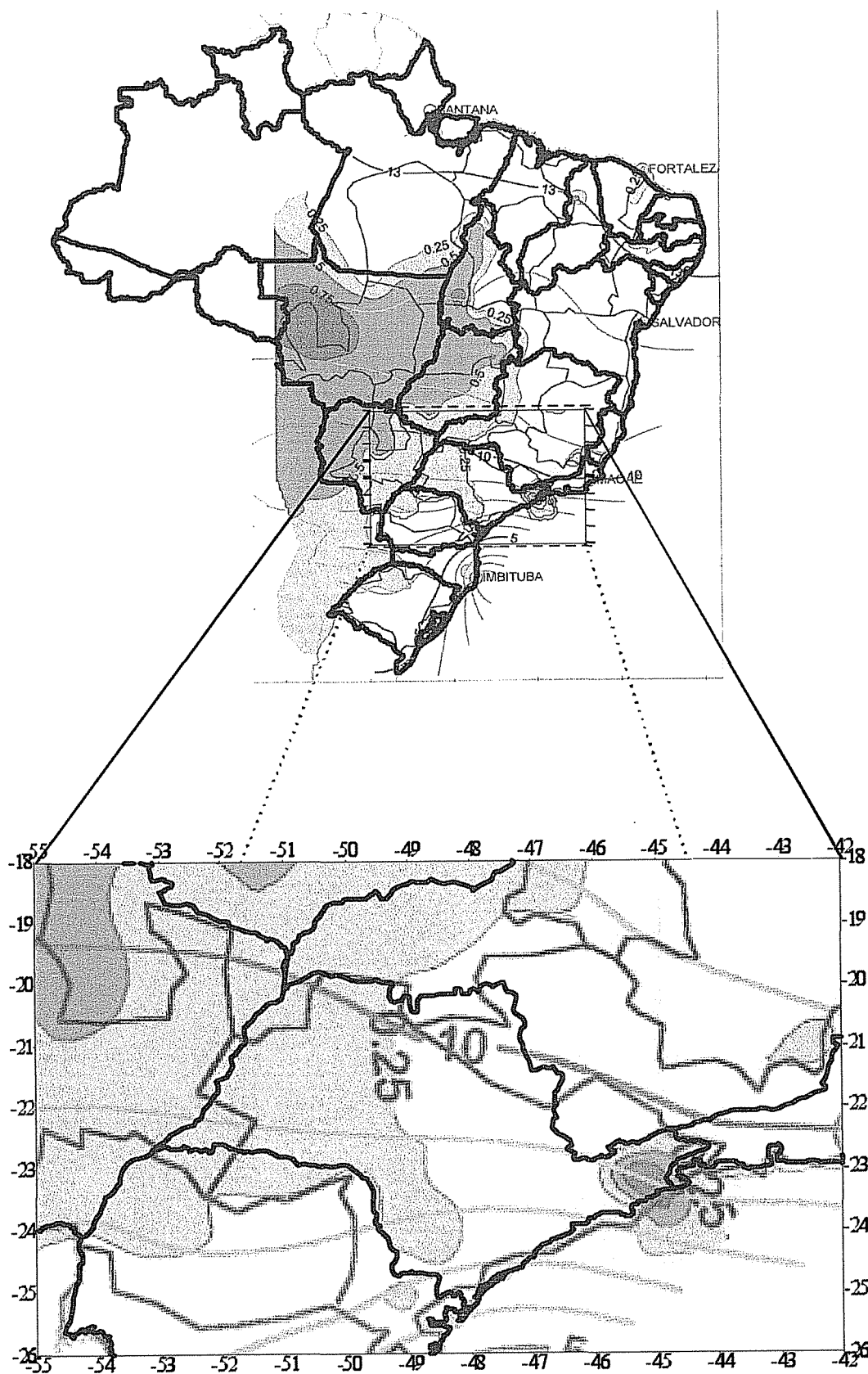
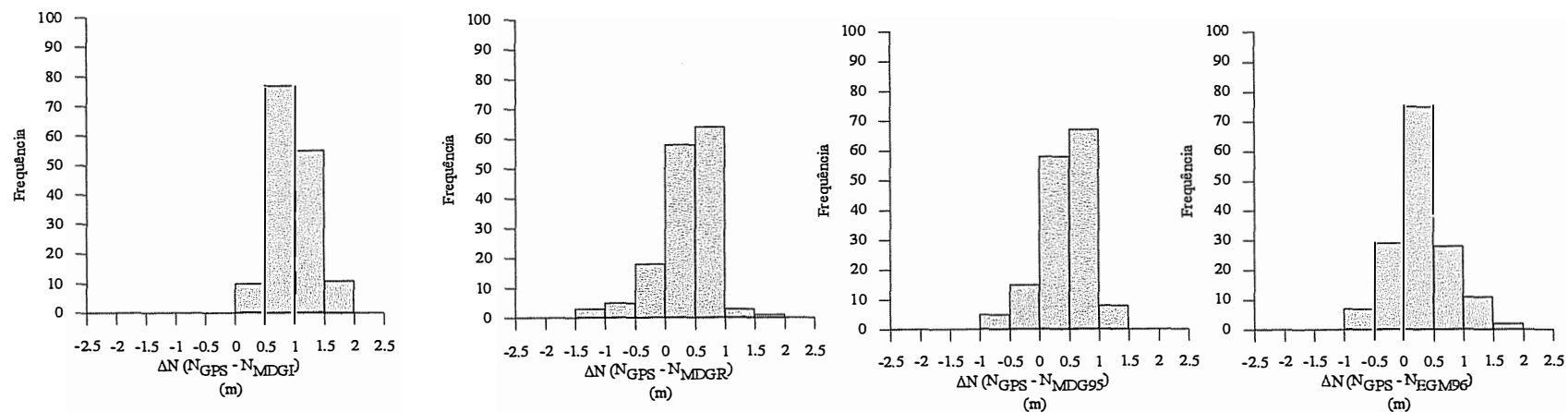
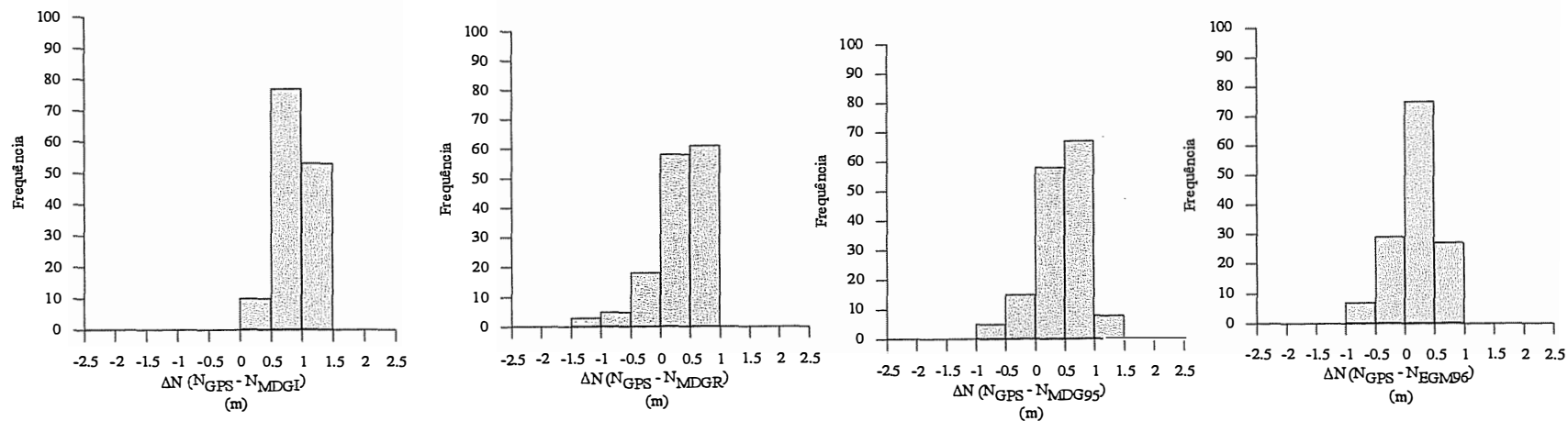


Figura 7.3 - Diferença entre as altitudes ajustadas e preliminares na região de estudo



a) Histogramas com os dados totais



b) Histogramas obtidos após a remoção de erros grosseiros

Figura 7.4 - Histograma dos valores residuais obtidos para os modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95, com as altitudes preliminares

variâncias das alturas geoidais GPS e das variâncias dos modelos geoidais. Os resultados obtidos estão bem próximos do esperado para a região, mas ainda podem ser melhorados. A maior dificuldade é estimar, de forma correta, o erro da anomalia gravimétrica. A falta de informações a respeito da aquisição dos dados gravimétricos dificulta a adoção de um valor coerente para os erros.

Tabela 7.4 - Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes preliminares

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	153	153	153	153	153	153
Mínimo (m)	0,160	0,085	-1,201	0,087	-0,846	-0,660
Máximo (m)	1,969	0,228	2,015	0,233	1,376	2,136
Média (m)	0,976	0,117	0,850	0,123	0,426	0,783
Desvio padrão (m)	0,352	0,027	0,480	0,025	0,413	0,485
EQM ² (m ²)	1,070	-	0,950	-	0,350	0,850

Tabela 7.5 - Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes preliminares
(Sem erros grosseiros)

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	140	140	146	146	153	139
Mínimo (m)	0,160	0,085	-1,201	0,087	-0,846	-0,660
Máximo (m)	1,422	0,228	1,426	0,233	1,376	1,415
Média (m)	0,906	0,117	0,813	0,123	0,426	0,685
Desvio padrão (m)	0,274	0,028	0,458	0,026	0,413	0,387
EQM (m ²)	0,890	-	0,870	-	0,350	0,62

A avaliação do modelo do geopotencial EGM96 é importante para os usuários do GPS, que não dispõem de geóides de alta precisão. O geóide resultante do EGM96 geralmente é usado nos *softwares* comerciais, que processam dados GPS. No caso EGM96, a avaliação foi realizada para o grau 360, e a componente sistemática foi determinada a partir da diferença entre a altura geoidal GPS e do modelo. A Tabela 7.5 mostra a componente sistemática média, para o EGM96, é da ordem de 0,69m. Após a remoção dos pontos anômalos, o valor correspondente é menor do que o determinado para os modelos geoidais MDGI e MDGR, o que é aceitável, devido à resolução do modelo geopotencial. A componente estimada fica próxima dos valores encontrados para as diferenças entre as alturas geoidais obtidas com GPS e dos modelos geoidais gravimétricos avaliados, o que para muitas aplicações é aceitável. No

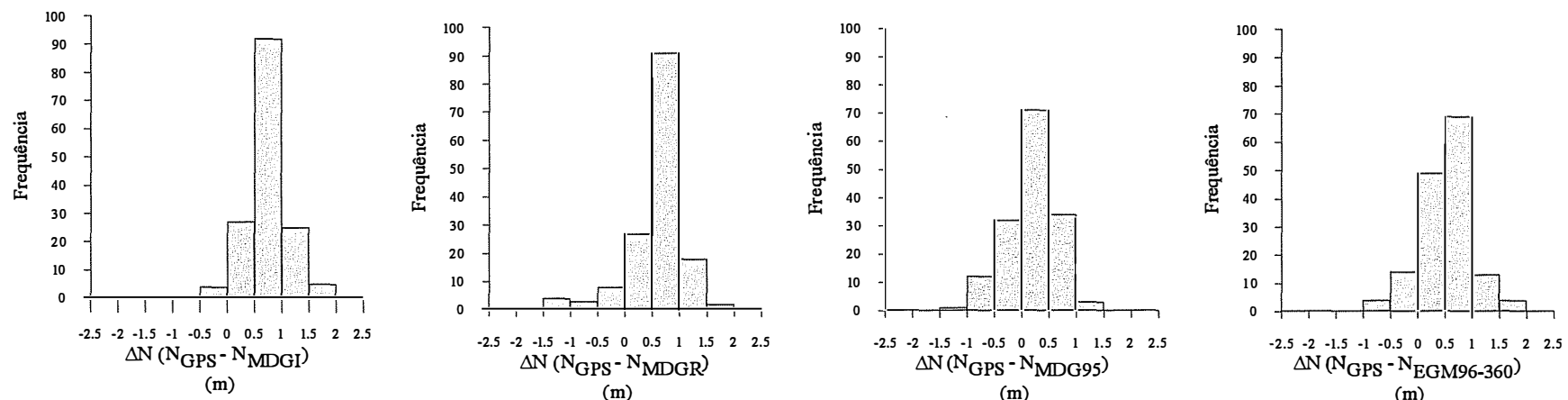
caso do usuário não dispor de nenhum modelo geoidal, é conveniente utilizar um modelo do geopotencial usando o grau máximo.

O modelo geoidal MDG95, apresenta uma componente sistemática inferior à dos demais modelos geoidais. Deve-se salientar que a forma de cálculo do geóide, o modelo do geopotencial utilizado, a quantidade e distribuição dos dados gravimétricos foram diferentes das atuais. Estes resultados mostram que ocorreu uma evolução do modelo geoidal desde a determinação do geóide de Sá & Molina (1995) e os atuais, obtidos pelo método da colocação por mínimos quadrados. A evolução ocorreu pelo adensamento gravimétrico, a utilização de um modelo topográfico digital e o respectivo erro, com os quais foi possível estimar os erros do modelo gravimétrico digital, além de possibilitar o cálculo da correção topográfica com uma maior precisão. Por último, a técnica utilizada para a determinação do geóide gravimétrico, que possibilitou a inclusão dos erros associados aos dados gravimétricos na determinação do geóide e de seu erro.

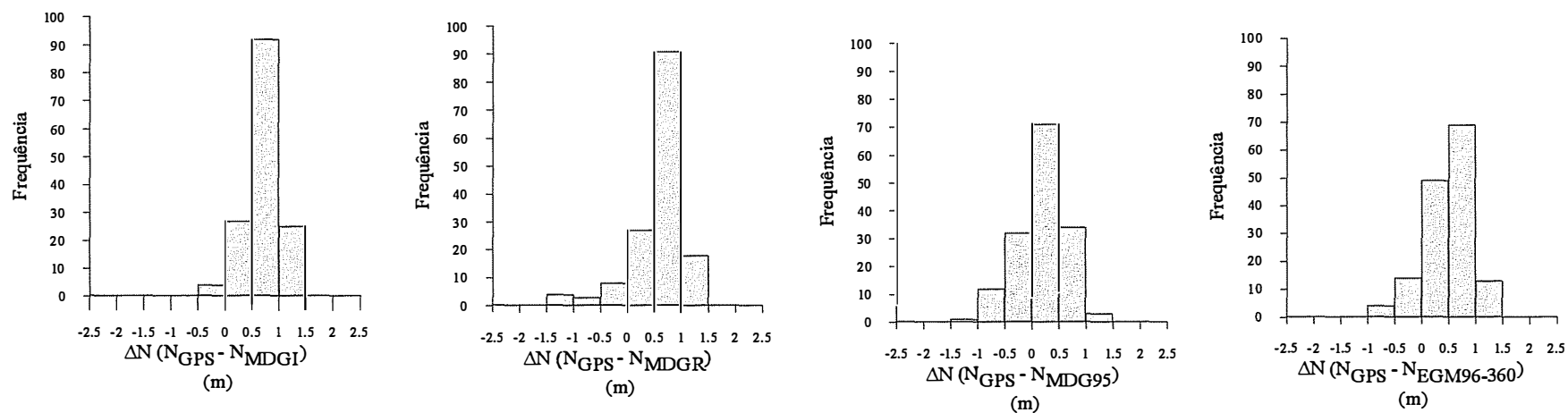
O percentual dos pontos removidos em cada um dos modelos foram: 8,5% para o MDGI, 4,5% para MDGR, nenhum para o MDG95 e 9,2% para o EGM96, que representa uma estimativa muito boa em relação à quantidade de pontos posicionados. Os pontos retirados, de acordo com o critério adotado foram: Bastos, Cunha, São J. Del Rei, Inocência, Pirai do Sul, Ituiutaba, Inocência, Santa Juliana, Cassilândia, Chaveslândia, Chuá, Pouso Alto, Uberlândia, para o MDGI; Uberlândia, Guadalupe, Altinópolis, Franca, Chuá, Santa Juliana, Nova Andradina, para o MDGR; finalmente, e Franca, Pouso Alto, Inocência, São L. do Paraitinga, Chuá, Bocaiúva do Sul, Cassilândia, Bastos, Cunha, Chaveslândia, Ituiutaba, Nova Andradina, Uberlândia, Santa Juliana e para o EGM96. Estes foram os pontos retirados pelo critério adotado, e são decorrentes da baixa representação dos modelos geoidais na região onde está localizada a referência de nível.

A análise apresentada a seguir, que foi realizada com as altitudes ajustadas, tem como objetivo de verificar eventuais alterações na determinação da componente sistemática. Os resultados obtidos para a componente sistemática determinada com as altitudes ajustadas para os modelos MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95, foram resumidos nas Tabelas 7.6 e 7.7. Os valores absolutos foram representados em histogramas, como mostra a Figura 7.5. Os erros da componente sistemática obtida dos modelos geoidais MDGI e MDGR foram determinados em função das variâncias encontrados para as alturas geoidais GPS, obtidas a partir das variâncias das altitudes ortométricas e geométricas com as estimadas dos modelos geoidais

² Erro Médio Quadrático (EMQ)



a) Histogramas com os dados totais



b) Histogramas obtidos após a remoção de erros grosseiros

Figura 7.5 – Histograma dos valores residuais obtidos para os modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95, com as altitudes ajustadas.

gravimétricos e, como no caso anterior, são da ordem de 0,12m, para os modelos MDGI e MDGR.

A componente sistemática média é da ordem de 0,70 m para o MDGI e 0,59 para o MDGR (Tabela 7.7). Em relação aos resultados anteriores, houve uma diminuição do valor da componente sistemática, em decorrência das diferenças encontradas nas altitudes ajustadas e preliminares. Estas diferenças afetam os resultados obtidos e, por isso, constituem um problema adicional na avaliação de modelos geoidais. As alterações ocorridas nas médias dos modelos MDGI e MDGR estão condizentes com as diferenças das altitudes ajustada e preliminar, observada na Figura 7.3. Para os demais modelos avaliados, a mesma situação é observada, e o resultado mostra que houve uma diminuição dos valores residuais com a mesma amplitude.

Tabela 7.6 - Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes ajustadas

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	153	153	153	153	153	153
Mínimo (m)	-0,100	0,085	-1,451	0,087	-1,096	-0,910
Máximo (m)	1,749	0,228	1,730	0,233	1,246	1,886
Média (m)	0,728	0,117	0,603	0,123	0,179	0,536
Desvio padrão (m)	0,359	0,027	0,507	0,025	0,450	0,466
EQM (m ²)	0,660	-	0,620	-	0,230	0,500

Tabela 7.7 - Resultados da componente sistemática obtida com as altitudes ajustadas
(Sem erros grosseiros)

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	$\sigma_{\Delta N}$	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	148	148	151	151	153	149
Mínimo (m)	-0,100	0,085	-1,451	0,087	-1,096	-0,910
Máximo (m)	1,463	0,228	1,317	0,233	1,246	1,450
Média (m)	0,698	0,118	0,589	0,123	0,179	0,504
Desvio padrão (m)	0,322	0,027	0,495	0,025	0,450	0,428
EQM (m ²)	0,590	-	0,590	-	0,230	0,440

Com a utilização das RNs ajustadas houve uma alteração significativa no percentual dos pontos removidos (Tabela 7.6); caso do modelo MDGR, de 4,5% para 1%; para o MDGI, de 8,5% para 3,3%; para o MDG95 não foram retirados pontos; e no caso do EGM96, diminui de 4,5% para menos de 2,6%. Os pontos removidos foram Santa Juliana, Uberlândia, Nova Andradina e Ituiutaba para o EGM96. Santa Juliana, Uberlândia, Nova Andradina, Chuá,

Pouso Alto, para MDGI; Santa Juliana e Nova Andradina para o MDGR. Estes foram retirados pelo critério adotado na avaliação absoluta, e são decorrentes da baixa representação dos modelos geoidais na região onde está localizada a referência de nível.

A grandeza da componente sistemática varia de uma região para outra, como mostram avaliações semelhantes realizadas em vários países (Subiza, 2001): Bélgica (-2,32m), Canadá (-3m), França (-1,087m), Polônia (-0.31m) e Uruguai (-1,90m).

Na avaliação absoluta, tem-se uma idéia do comportamento e da magnitude da componente residual determinada a partir da diferença entre a altura geoidal GPS e dos modelos geoidais avaliados. Como a maioria dos trabalhos geodésicos envolve medidas relativas, é importante realizar este tipo de análise nos modelos geoidais disponíveis, como será visto a seguir.

7.2 AVALIAÇÃO RELATIVA DE GEÓIDES GRAVIMÉTRICOS

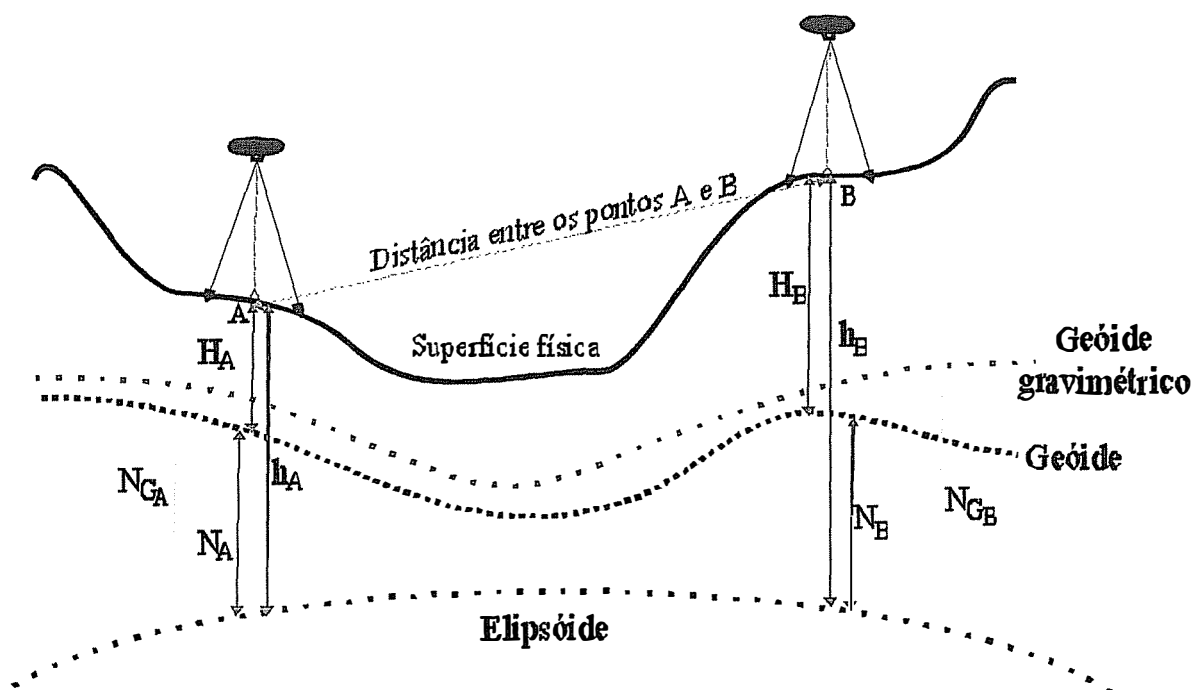
Na seção anterior, as alturas geoidais determinadas com o posicionamento por satélite e as obtidas dos modelos geoidais foram avaliadas em termos absolutos. A avaliação do geóide gravimétrico foi realizada a partir da rede GPS do Estado de São Paulo, constituída de RNs. As diferenças encontradas estão associadas às distorções nas altitudes geométricas, ortométricas e na altura geoidal; aos efeitos geodinâmicos e as aproximações teóricas na determinação da altitude ortométrica e da altura geoidal. A avaliação da precisão relativa é importante para os usuários de modelos geoidais, pois os trabalhos geodésicos geralmente são realizados, através desta medição. É necessário que o usuário disponha desta informação para planejar, em função da precisão desejada, a distância máxima em o receptor móvel pode se afastar da estação de referência (Figura 7.6).

O princípio da avaliação relativa baseia-se na dupla diferença de alturas geoidais

$$\delta \Delta N = \Delta N_{GPS_{ij}} - \Delta N_{grav_{ij}} \quad (7.4)$$

onde os termos representam as diferenças entre as alturas geoidais para todos os pares de pontos.

$$\Delta N_{GPS_{ij}} = N_i - N_j = (h_i - H_i) - (h_j - H_j) = \Delta h_{ij} - \Delta H_{ij} \quad (7.5)$$



$$(N_A - N_B) = (h_A - H_A) - (h_B - H_B)$$

$$\Delta N = \Delta h - \Delta H$$

$$\Delta N_G = N_{G_A} - N_{G_B}$$

$$\delta N = \Delta N - \Delta N_{G_{AB}}$$

Figura 7.6 - Esquema do princípio da avaliação relativa baseada na dupla diferença de alturas geoidais

sendo Δh_{ij} e ΔH_{ij} respectivamente, as diferenças entre altitudes geométrica e ortométrica nas RNs i e j ; e $\Delta N_{grav_{ij}}$ são as diferenças entre as alturas geoidais obtidas dos modelo avaliados.

Na avaliação relativa, os n pontos selecionados, proporcionam um conjunto de $\frac{n(n-1)}{2}$ diferenças alturas geoidais. Assim, foram avaliados os modelo MDGR, MDGI, EGM96 e o MDG95, e os resultados obtidos foram representados graficamente (Figura 7.7) e classificados em intervalos de distância (Tabela 7.8).

Nos eixos das abscissas (Figura 7.7), encontram-se as distâncias indicadas em quilômetros, e nos eixos das ordenadas as diferenças em ppm. Portanto, tem-se uma idéia das diferenças que, se deve esperar na prática, quando se emprega um respectivo modelo. Para facilitar o entendimento desses resultados e verificar suas tendências, foi ajustado um modelo matemático para representar o comportamento das diferenças correspondentes a cada modelo avaliado. A escolha do modelo matemático para a representação do erro relativo foi baseada em testes para identificar o modelo mais realista. Assim, foram testados diversos modelos, entre eles, os polinomiais, que são os mais utilizados na modelagem deste tipo de erro. Estes apresentam o inconveniente de não se ajustar adequadamente aos dados nas distâncias maiores que 300 km. Os modelos logarítmicos apresentam resultados melhores que os polinomiais. O problema em utilizar este tipo de modelo está nas curtas distâncias, onde os erros são superestimados. Este modelo tem o inconveniente de ser indefinido para ($X=0$), tornando-se com isso, paralelo ao eixo Y quando X tende a zero. O modelo matemático escolhido e que melhor se ajustou aos dados, foi o exponencial

$$Y = ae^{-bx} + c \quad (7.6)$$

onde a , b e c representam os coeficientes determinados pelo método dos mínimos quadrados. Após o ajuste do modelo matemático, os resultados foram colocados na Tabela 7.8, e as expressões exponenciais ajustadas foram colocadas na Figura 7.7.

Na avaliação do modelo MDGI, observa-se que os valores encontrados para as distâncias entre 100 e 200 km apresentam resultados semelhantes, que pode ser provocada por características similares nas diferenças residuais. Os resultados dos outros modelos, não mostram esse comportamento.

O modelo MDGR apresenta valores consistentes, tanto para as distâncias pequenas, como para as grandes. Os modelos geoidais MDGR e EGM96 apresentam os erros maiores

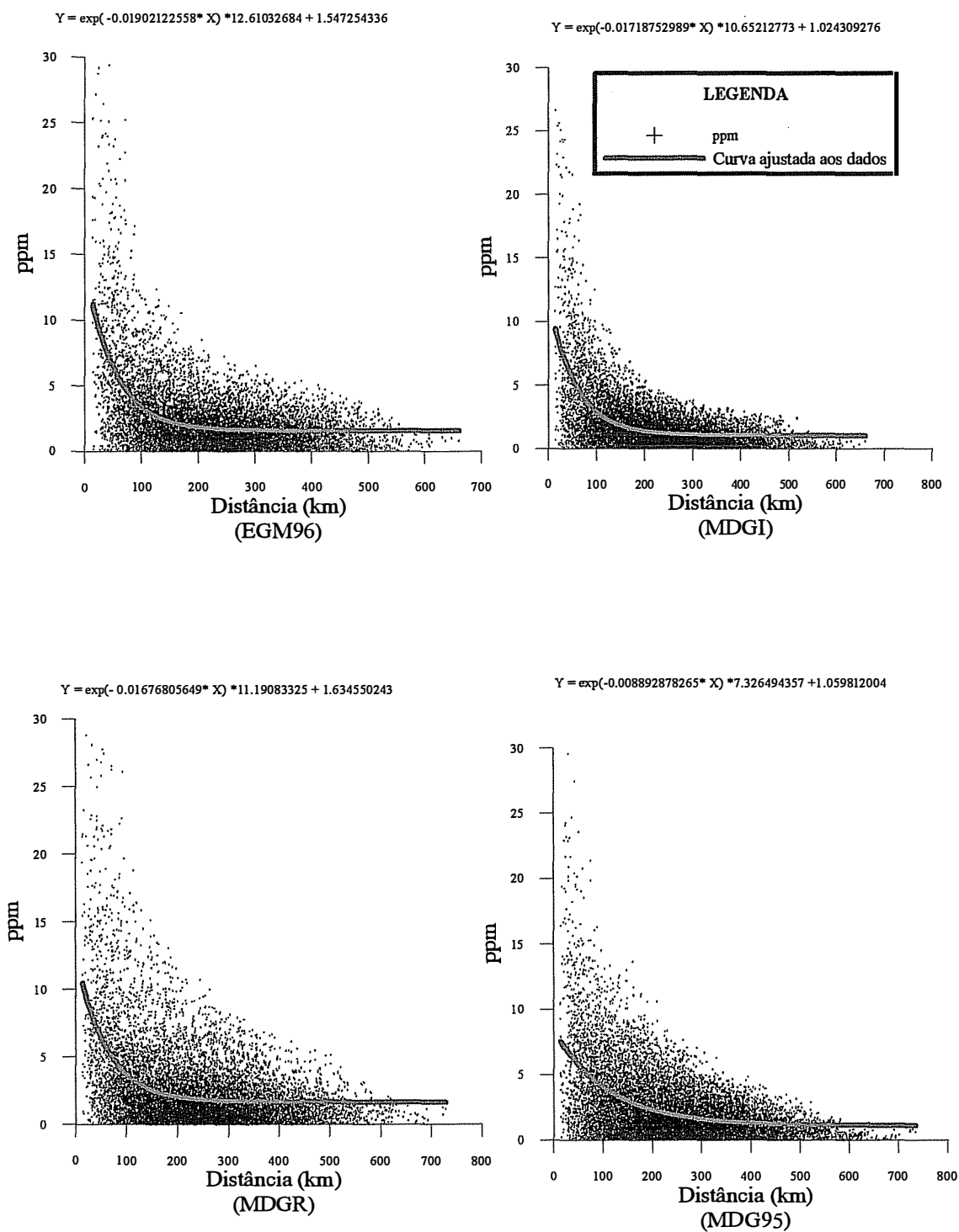


Figura 7.7 - Avaliação relativa dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95, com as altitudes ortométricas preliminares

que nos demais. Para o MDGR, o efeito está relacionado com os erros provenientes do modelo topográfico e da geração do modelo digital ar-livre. Isso torna o modelo mais eficiente do que os demais, porque estão incorporados aos valores obtidos, os erros relacionados à deficiência de dados gravimétricos e a variação altimétrica existentes na área. No caso do EGM96, a resolução não é suficiente para representar de maneira adequada, as características locais do geóide na região. Os resultados obtidos para o modelo geoidal MDG95 mostram coerência com os geóides comparados. Apesar de ter sido determinado a partir de dados e esferóide diferentes, a componente sistemática e a dispersão são pequenas e semelhantes aos demais geóides.

Tabela 7.8 - Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais (altitudes preliminares)

Distância (km)	MDGI (ppm)	Erro (MDGI) (cm)	MDGR (ppm)	Erro (MDGR) (cm)	MDG95 (ppm)	Erro (MDG95) (cm)	EGM96 (ppm)	Erro (EGM96) (cm)
5	10,7992	5,3996	11,9254	5,9627	8,0677	4,0338	13,0135	6,5068
10	9,9943	9,9943	11,0978	11,0978	7,7629	7,7629	11,9733	11,9733
20	8,5778	17,1556	9,6369	19,2738	7,1925	14,3851	10,1673	20,3346
30	7,3850	22,1549	8,4015	25,2046	6,6707	20,0121	8,6742	26,0225
40	6,3805	25,5221	7,3569	29,4274	6,1933	24,7731	7,4397	29,7587
50	5,5347	27,6735	6,4735	32,3674	5,7565	28,7824	6,4190	32,0951
100	2,9341	29,3412	3,7269	37,2690	4,0706	40,7062	3,4294	34,2936
150	1,8330	27,4946	2,5393	38,0893	2,9899	44,8485	2,2744	34,1156
200	1,3667	27,3344	2,0258	40,5152	2,2971	45,9420	1,8282	36,5632
250	1,1693	29,2324	1,8037	45,0927	1,8530	46,3245	1,6558	41,3944
300	1,0857	32,5710	1,7077	51,2308	1,5683	47,0482	1,5892	47,6754
350	1,0503	36,7606	1,6662	58,3162	1,3858	48,5017	1,5635	54,7208
400	1,0353	41,4126	1,6482	65,9290	1,2688	50,7505	1,5535	62,1405
450	1,0290	46,3036	1,6405	73,8209	1,1938	53,7192	1,5497	69,7352
500	1,0263	51,3141	1,6371	81,8554	1,1457	57,2840	1,5482	77,4094
550	1,0251	56,3830	1,6357	89,9611	1,1149	61,3172	1,5476	85,1188
600	1,0247	61,4798	1,6350	98,1017	1,0951	65,7060	1,5474	92,8436
650	1,0245	66,5898	1,6348	106,2592	1,0824	70,3581	1,5473	100,5750
700	1,0244	71,7061	1,6346	114,4248	1,0743	75,2019	1,5473	108,3093

Deve-se lembrar que os modelos geoidais avaliados, têm resolução de 5', o que corresponde a uma distância entre os pontos de 10 km. Contudo nas áreas em que existe uma boa cobertura gravimétrica, e a topografia é moderada ou plana como, por exemplo, a região oeste do Estado de São Paulo, é possível obter um erro relativo de magnitude igual ou inferior ao determinado pela expressão ajustada aos dados.

A mesma análise foi realizada para os valores obtidos com as altitudes ajustadas, e os resultados podem ser visto na Figura 7.8. Nesta figura tem-se o comportamento do erro em

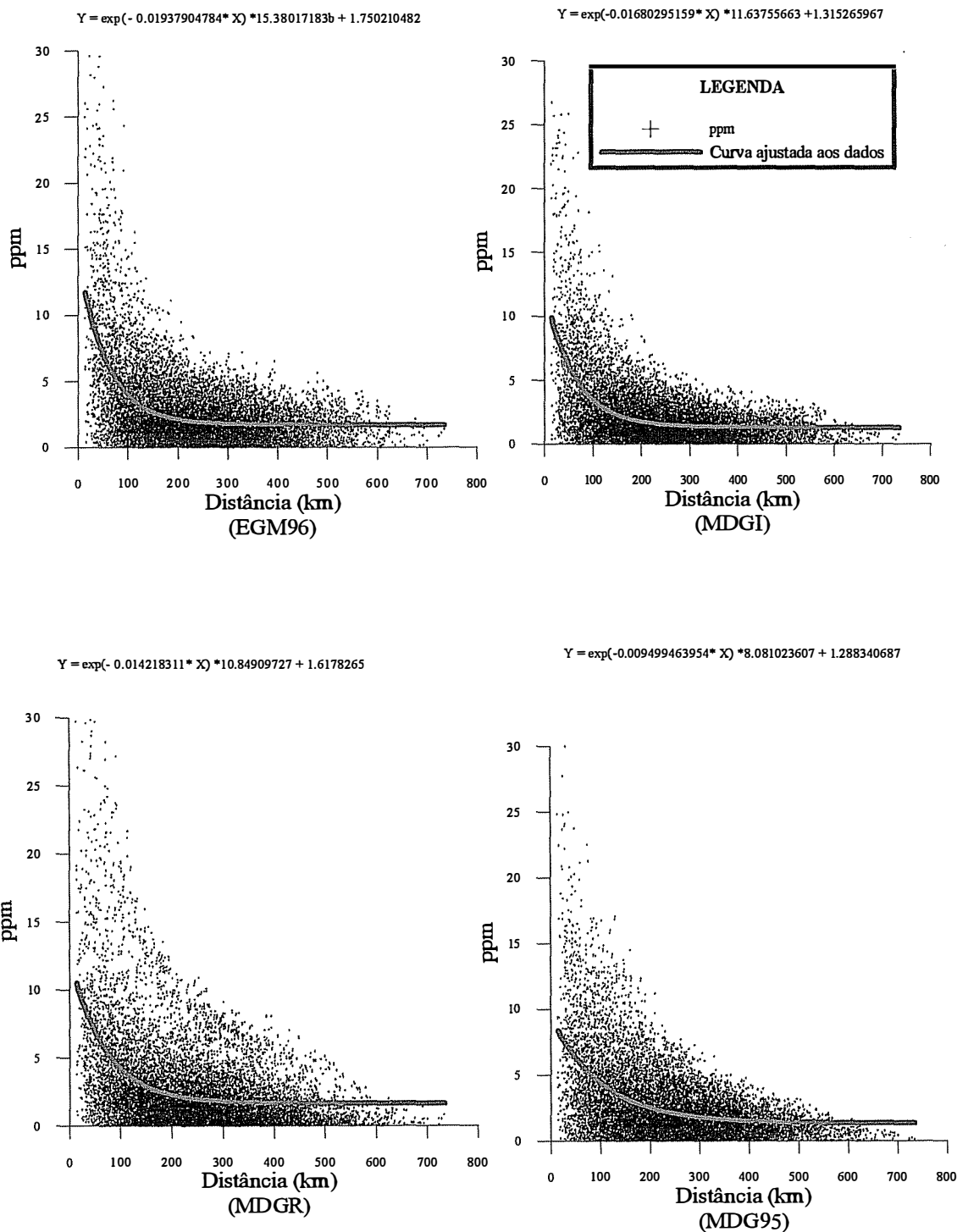


Figura 7.8 - Avaliação relativa dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95, com as altitudes ortométricas ajustadas

função da distância. Como no caso anterior, realizou-se o ajuste da expressão exponencial aos dados, e os resultados foram colocados na Tabela 7.9. Não se observa qualquer evidência da influência das diferenças entre as altitudes preliminares e ajustadas nos resultados obtidos. O modelo MDGI também apresenta os valores entre as distâncias de 100 e 200 km, sem muita alteração. A partir daí, os valores voltam a aumentar, como no caso anterior, supõe-se que tenha relação com as diferenças determinadas para o modelo neste intervalo.

Os resultados encontrados para o EGM96 estão próximos aos valores obtidos para os demais geóides. Portanto, com base nas diferenças relativas determinadas para este modelo, pode-se concluir que, para muitos objetivos, o EGM96 pode ser utilizado no nivelamento por satélite através do GPS, na falta de um modelo geoidal mais preciso. Os valores encontrados para o MDG95, mostram coerência com os geóides comparados, apesar deste ter sido determinado a partir de dados e esferóide diferente, o erro relativo é semelhante aos demais geóides.

Tabela 7.9 - Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais
(altitudes ajustadas)

Distância (km)	MDGI (ppm)	Erro (MDGI) (cm)	MDGR (ppm)	Erro (MDGR) (cm)	MDG95 (ppm)	Erro (MDG95) (cm)	EGM96 (ppm)	Erro (EGM96) (cm)
5	12,0150	6,0075	11,7224	5,8612	8,9945	4,4973	15,7100	7,8550
10	11,1528	11,1528	11,0290	11,0290	8,6370	8,6370	14,4209	14,4209
20	9,6312	19,2625	9,7817	19,5633	7,9711	15,9422	12,1887	24,3774
30	8,3450	25,0350	8,6997	26,0990	7,3655	22,0965	10,3497	31,0492
40	7,2577	29,0308	7,7610	31,0442	6,8148	27,2590	8,8348	35,3391
50	6,3386	31,6929	6,9468	34,7342	6,3139	31,5697	7,5867	37,9334
100	3,4836	34,8356	4,2354	42,3541	4,4138	44,1377	3,9650	39,6504
150	2,2512	33,7681	2,9036	43,5535	3,2321	48,4808	2,5907	38,8604
200	1,7193	34,3852	2,2494	44,9875	2,4971	49,9428	2,0692	41,3831
250	1,4896	37,2412	1,9280	48,2010	2,0401	51,0023	1,8712	46,7811
300	1,3905	41,7161	1,7702	53,1060	1,7559	52,6757	1,7961	53,8842
350	1,3478	47,1715	1,6927	59,2435	1,5791	55,2682	1,7676	61,8674
400	1,3293	53,1716	1,6546	66,1836	1,4692	58,7663	1,7568	70,2730
450	1,3213	59,4594	1,6359	73,6148	1,4008	63,0356	1,7527	78,8724
500	1,3179	65,8940	1,6267	81,3348	1,3583	67,9137	1,7512	87,5581
550	1,3164	72,4017	1,6222	89,2201	1,3318	73,2508	1,7506	96,2815
600	1,3158	78,9452	1,6200	97,1980	1,3154	78,9233	1,7503	105,0209
650	1,3155	85,5059	1,6189	105,2271	1,3052	84,8355	1,7503	113,7671
700	1,3154	92,0750	1,6183	113,2840	1,2988	90,9161	1,7502	122,5161

Confrontando os resultados da Tabela 7.9 com os da Tabela 7.8, observa-se que os valores se alteram; as diferenças encontradas para as altitudes ortométricas, alteram de forma significativa os resultados obtidos para os erros relativos. O MDGR é o único que não

apresenta alterações significativas no erro relativo, que pode estar relacionada com a correção topográfica aplicada no MDAL. O modelo MDGI apresenta o mesmo problema observado na Tabela 7.8, que entre as distâncias de 100 e 200 km, a variação crescente das diferenças é interrompida, o que não se verifica nos demais modelos.

Para melhor visualização dos resultados, o erro relativo do modelo geoidal MDGR foi representado na forma digital, que possibilita identificar as áreas em que ocorrem os maiores e os menores erros relativos. Este modelo digital foi construído em função das distâncias entre os pontos, ou seja, foi determinada a resolução espacial dos pontos da rede GPS do Estado de São Paulo (Figura 7.9). Na Figura 7.9, a menor distância, e que corresponde a maior resolução dos pontos GPS no Estado de São Paulo, é de 24km, e esta localizada na parte leste do Estado. As variações máximas encontram-se ao norte (divisa com o Estado de Minas Gerais) e ao Sul (na parte limítrofe com o Estado do Paraná). A Figura 7.10 representa o erro relativo fornecido pela função exponencial para o modelo geoidal MDGR. Esta figura foi obtida, a partir da anterior, e mostra um resultado coerente. Nas áreas de baixa resolução da rede GPS, encontra-se os maiores erros. Em contrapartida, nas regiões onde a concentração dos dados é melhor, os erros são menores. Nesta figura observa-se que a distribuição geográfica dos pontos GPS, não é a ideal, a densificação em algumas regiões é necessária.

Com base nas avaliações realizadas, conclui-se que o posicionamento GPS de RNs, proporciona uma ótima exatidão absoluta, mas em termos relativos, a distribuição dos pontos da rede ainda não é suficiente para proporcionar a mesma eficiência. Em contrapartida, os modelos geoidais determinados com o método de colocação por mínimos quadrados apresentam uma exatidão absoluta pobre, devido a resolução do modelo digital, que é de 5'. Mas, em termos relativos apresenta uma ótima exatidão relativa. A possibilidade de um aumento da resolução do modelo digital, não é de todo uma utopia para a região do Estado de São Paulo.

Para tornar o geóide gravimétrico compatível com o usado no sistema altimétrico, é necessário modelar a componente a partir do conjunto de diferenças obtido, e utilizar o modelo ajustado para transformar o geóide gravimétrico. Na próxima seção, é abordada a modelagem da componente sistemática.

7.3 A MODELAGEM E CORREÇÃO DA COMPONENTE SISTEMÁTICA

Um projeto de determinação do geóide com auxílio do GPS será sempre baseado em anomalias de gravidade, coeficientes do modelo geopotencial, posição tridimensional

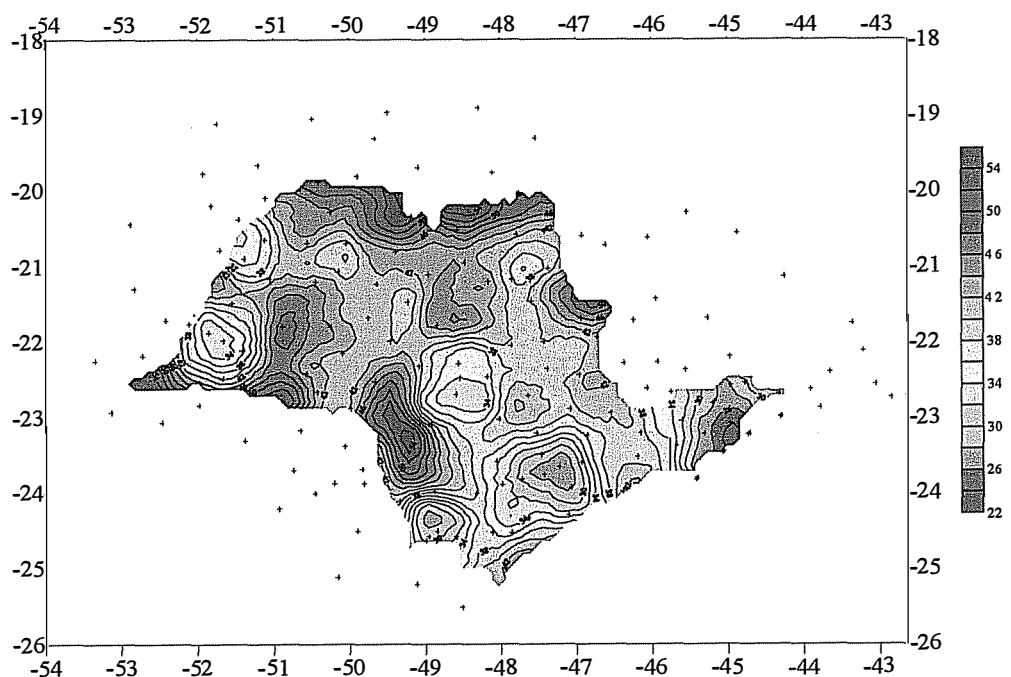


Figura 7.9 - Resolução espacial da Rede GPS do Estado de São Paulo (unidade: km)

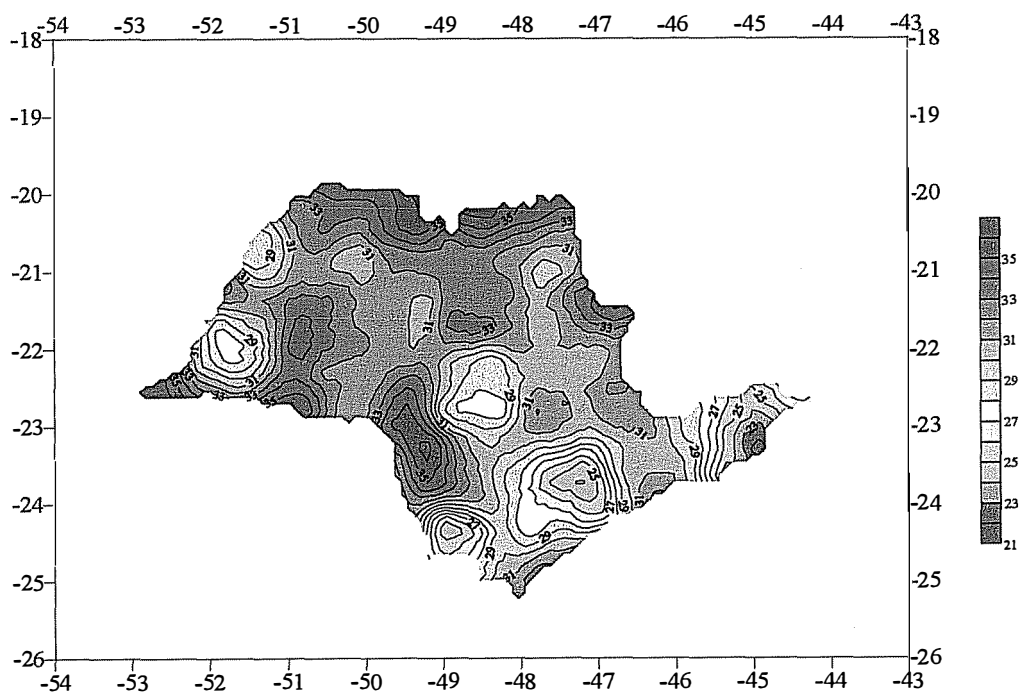


Figura 7.10 - Representação gráfica do erro relativo determinado para o modelo geoidal MDGR (unidade: cm)

determinada com GPS, e na rede altimétrica obtida por nivelamento geométrico. Diversas soluções têm sido propostas para o posicionamento vertical relativo usando o GPS, com apoio nas redes altimétricas fundamentais. A maior parte das soluções são baseadas na construção de modelos geoidais regionais com densificação de informações. Tais soluções consistem basicamente na determinação relativa, também com GPS, das coordenadas geodésicas de referências de nível, a partir de um ponto onde é conhecida a altura geoidal. A construção de um modelo geoidal pode ser efetuada desde uma interpolação essencialmente geométrica até a consideração das componentes do geopotencial a nível local, regional e global.

O aprimoramento de modelos geoidais, a partir de N_{grav} e N_{GPS} , utilizando métodos matemáticos diversos, constitui os mais variados temas de pesquisa e projetos. O posicionamento de RNs pertencentes às redes de nivelamento, visando o aprimoramento de modelos geoidais gravimétricos vem sendo aplicado em vários países, como no Canadá (Li & Sideris, 1997; Sideris & She, 1994; Kotsakis & Sideris, 1999), na Europa (Jiang & Duquene, 1996; Denker, 1999), nos Estados Unidos (Milbert, 1990; Smith & Milbert, 1999) e na Austrália (Featherstone, 2001). No Brasil, os resultados preliminares do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo foram divulgados por Sá & Molina (1995), entretanto o número insuficiente de RNs posicionadas dificultou a modelagem da componente sistemática de 0,30m, detectada nesta análise.

O uso do GPS combinado com a determinação da altura geoidal tem sido a uma aplicação geodésica importante. A relação fundamental tem a forma (Kotsakis & Sideris, 1999; Jian & Duquenne, 1996; Mainville et al., 1992)

$$h - H - N = 0 \quad (7.7)$$

onde h é o vetor das altitudes elipsoidais obtidas com o rastreamento de satélites artificiais (GPS), H o vetor das altitudes ortométricas, obtida do nivelamento geométrico, e N é o vetor as alturas geoidais determinadas a partir do modelo geoidal. Na prática, a equação (7.7), nunca é satisfeita. As causas prováveis são: erros aleatórios em h , H e N ; inconsistências nos *Data*, e efeitos geodinâmicos, entre outros.

A maioria dos estudos sobre a avaliação e aprimoramento de modelos geoidais gravimétricos, com as alturas geoidais fornecidas pelo GPS com o posicionamento de RNs, usam modelos matemáticos do tipo (Kotsakis & Sideris, 1999; Jian & Duquenne, 1996; Mainville et al., 1992)

$$\mathbf{h} - \mathbf{H} - \mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{X} + \mathbf{v} \quad (7.8)$$

onde \mathbf{X} é o vetor dos parâmetros a serem determinados, \mathbf{A} é um vetor que contém os coeficientes conhecidos, e \mathbf{v} é o vetor dos resíduos. O termo paramétrico $(\mathbf{A}^T \mathbf{X})$ descreve a inconsistência entre os diferentes *Data*, e outras componentes sistemáticas existentes nos dados.

Em muitos casos, um modelo polinomial linear,

$$C_N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{10}x + a_{11}xy \quad (7.9)$$

é suficiente; mas em outros casos, é preferível um modelo polinomial quadrático,

$$C_N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}x^2 \quad (7.10)$$

e, às vezes, o modelo polinomial bicúbico, expresso por

$$C_N(x, y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{21}x^2y + a_{30}x^3 \quad (7.11)$$

onde a representam os coeficientes do polinômio, e x, y são as coordenadas dos pontos. Os coeficientes foram determinados pelo método dos mínimos quadrados. Assim, foram estimados os coeficientes para as expressões (7.9), (7.10) e (7.11), e os resultados, correspondentes às altitudes preliminares, são apresentadas na Tabela 7.10.

Esses coeficientes foram usados para remover a componente sistemática dos modelos digitais avaliados. Os parâmetros estatísticos calculados para os modelos transformados (Tabela 7.11), mostram que a componente sistemática foi inteiramente removida de todos os modelos geoidais. Mas, os desvios padrões, correspondente ao modelo MDGI, apresenta um valor de 0,25m para o modelo linear; 0,23m para o polinômio quadrático, e 0,22m para o cúbico. Os resultados obtidos com o modelo geoidal MDGR, encontra-se na mesma tabela, a análise da componente sistemática residual obtida para o MDGR, mostra que o erro absoluto tem um desvio padrão um pouco maior que o estimado para o MDGI, que foram 0,29m para o linear, 0,29m para o quadrático e 0,28m para o cúbico. Para o modelo do geopotencial (Tabela 7.11), a componente sistemática residual é de 0,27m para o polinômio quadrático e 0,25m

para o cúbico. Para o MDG95, foram 0,28, 0,27 e 0,25m para os polinômios linear, quadrático e cúbico respectivamente.

Tabela 7.10 - Coeficientes dos polinômios ajustados para os modelos avaliados (altitudes preliminares)

linear				
$c_n(X,Y) = A_{00} + A_{01}Y + A_{10}X + A_{11}XY$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	17,031	64,215	9,854	49,788
a_{01}	0,757	3,071	0,602	2,363
a_{10}	0,302	1,247	0,217	0,957
a_{11}	0,014	0,061	0,013	0,046
QUADRÁTICO				
$C_N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}x^2$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	78,480	44,249	-82,400	96,003
a_{01}	3,583	3,140	0,153	4,283
a_{02}	0,053	0,005	0,009	0,036
a_{10}	1,540	0,377	-3,426	1,988
a_{11}	0,023	0,058	-0,004	0,053
a_{20}	0,011	-0,008	-0,034	0,009
CÚBICO				
$C_N(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	-267,980	589,192	879,952	-773,579
a_{01}	-16,314	12,185	69,853	-52,910
a_{02}	-0,682	-0,322	1,630	-1,442
a_{03}	-0,001	0,001	0,018	0,002
a_{10}	-11,007	30,339	24,230	-25,853
a_{11}	-0,119	0,746	1,390	-0,944
a_{12}	-0,014	-0,008	0,009	-0,033
a_{20}	-0,220	0,456	0,216	-0,342
a_{21}	0,005	0,011	0,010	0,005
a_{30}	-0,002	0,002	0,000	-0,003

Tabela 7.11 - Valores estatísticos encontrados, após a remoção da componente sistemática, para os modelos geoidais avaliados (altitudes preliminares)

	MDGI			MDGR			MDG95			EGM96		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Grau do polinômio	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Número de dados	140	140	140	146	146	146	153	153	153	139	139	139
Mínimo (m)	-0,619	-0,567	-0,533	-1,384	-1,327	-1,245	-0,951	-0,758	-0,664	-0,874	-0,903	-0,882
Máximo (m)	0,629	0,665	0,658	0,755	0,760	0,836	0,956	0,994	0,954	0,698	0,755	0,645
Média (m)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Desvio padrão (m)	0,254	0,229	0,221	0,294	0,288	0,278	0,358	0,270	0,257	0,279	0,267	0,245

Para verificar se existem diferenças significativas entre as expressões polinomiais utilizadas, foi utilizado o teste *F*. O teste de hipóteses ao nível de significância de 5%, é aplicado para verificar a igualdade de variâncias entre populações.

Nota-se que a componente sistemática varia de um modelo para o outro, porém cabe salientar que as diferenças encontradas entre os modelos são pequenas (Tabela 7.11). Diversas causas podem justificar a existência desta componente residual, as principais são: erros nas

altitudes ortométricas, erros provenientes dos coeficientes do modelo do geopotencial, erros gerados pelo truncamento na expressão da correção atmosférica.

As formas de interpretar o teste F são: se o valor calculado é menor que o valor tabelado para a função F, então, a hipótese nula (H_0) deve ser aceita. Este resultado significa que as variâncias das populações não são significativamente diferentes entre si. Caso contrário, rejeita-se a hipótese nula, e aceita-se a hipótese alternativa (H_1), de que as variâncias são diferentes entre si, para o intervalo de confiança definido. O teste aplicado (Tabela 7.12) mostra que não existem diferenças significativas entre os modelos avaliados, portanto, a escolha de um modelo polinomial de grau maior do que 2, não apresenta alterações na representação da componente sistemática.

Tabela 7.12 - Teste F para a avaliação dos modelos polinomiais (altitudes preliminares)

TESTE F												
	MDGI			MDGR			MDG95			EGM96		
Grau do polinômio	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Média	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Variância	0,065	0,052	0,049	0,087	0,083	0,078	0,128	0,073	0,066	0,078	0,071	0,060
Observações	140	140	140	146	146	146	153	153	153	139	139	139
gl (graus de liberdade)	139,000	139,000	139	145	145	145	152	152	152	138	138	138
F _{calculado}	1,233		1,074	1,041		1,073	1,762		1,096	1,089		1,190
F _{5%} (tabelado)	1,324			1,315			1,307			1,324		

No caso da Tabela 7.12, a análise deve ser interpretada da seguinte forma; quando o valor tabelado é menor que o valor calculado, deve-se rejeitar a hipótese nula; isto é, existe uma diferença significativa entre as expressões polinomiais. Neste caso, a utilização de uma expressão de grau menor, pode não ser a mais adequada na representação da componente sistemática. No caso seguinte, tem-se que o valor tabelado é maior que o valor calculado, portanto, deve-se aceitar a hipótese nula; isto é, não existe diferença significativa entre os modelos avaliados. Neste caso, utilizar um polinômio de grau maior, não traria benefício algum na modelagem da componente sistemática. Nos resultados mostrados na Tabela 7.12, observa-se que o polinômio de grau 1, já seria suficiente na representação da componente sistemática para os modelos MDGR, MDGI e EGM96, mas não para o para MDG95. O polinômio de grau 2, em função dos resultados obtidos, mostra-se o mais adequado para modelar a componente sistemática do geóide. A utilização de um polinômio de grau maior do que 2, não traria nenhum progresso na modelagem da componente.

Os parâmetros estatísticos permitem avaliar alguns aspectos importantes relacionados com a técnica utilizada na determinação dos modelos geoidais. Estes aspectos estão relacionados aos resíduos obtidos para as alturas geoidais, que são semelhantes aos encontrados em outros países. O desvio padrão ainda existente, após a remoção da componente sistemática, novamente, é explicado por problemas com as altitudes ortométricas, principalmente nos pontos localizados na região litorânea dentro da área de estudo, e pela falta de dados gravimétricos em algumas áreas do Estado de São Paulo. E, por outros, já comentados anteriormente. Este procedimento foi repetido para valores obtidos com as altitudes ortométricas ajustadas. A Tabela 7.13 mostra os resultados do ajuste dos coeficientes obtidos.

Tabela 7.13 - Coeficientes dos polinômios ajustados para os modelos avaliados (altitudes ajustadas)

linear				
$c_n(X,Y) = A_{00} + A_{01}Y + A_{10}X + A_{11}XY$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	25,805	86,022	28,464	50,952
a_{01}	1,159	4,055	1,445	2,404
a_{10}	0,486	1,703	0,613	0,987
a_{11}	0,022	0,081	0,031	0,047
QUADRÁTICO				
$C_M(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{20}x^2$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	108,428	65,068	-63,040	124,243
a_{01}	5,242	4,368	1,231	6,132
a_{02}	0,072	0,011	0,014	0,067
a_{10}	2,024	0,680	-3,108	2,300
a_{11}	0,041	0,077	0,014	0,063
a_{20}	0,012	-0,010	-0,035	0,010
CÚBICO				
$C_M(x,y) = a_{00} + a_{01}y + a_{02}y^2 + a_{03}y^3 + a_{10}x + a_{11}xy + a_{12}xy^2 + a_{20}x^2 + a_{21}x^2y + a_{30}x^3$				
COEFICIENTES	MDGI	MDGR	MDG95	EGM96
a_{00}	183,828	1047,545	1333,517	-877,335
a_{01}	-0,930	29,926	84,172	-61,979
a_{02}	-0,538	-0,199	1,618	-1,748
a_{03}	0,000	-0,002	0,015	-0,004
a_{10}	9,558	50,263	45,541	-28,665
a_{11}	0,355	1,336	1,973	-1,074
a_{12}	-0,012	-0,002	0,013	-0,031
a_{20}	0,094	0,731	0,521	-0,373
a_{21}	0,009	0,014	0,014	0,003
a_{30}	-0,001	0,003	0,002	-0,003

Para comparação, a determinação da componente residual para os modelos avaliados, foi efetuada utilizando as altitudes ajustadas. Os resíduos obtidos após a remoção da componente sistemática foram representados na Tabela 7.14. Nesta tabela, observa-se que o modelo geoidal MDGR apresentou um erro absoluto com desvio padrão entre 0,34m para o linear, e 0,32m para o quadrático, e 0,39m para o cúbico. Estes resultados mostram que as

expressões polinomiais ajustadas apresentam resultados semelhantes na representação da componente sistemática. Os resultados encontrados para o MDGI foram 0,30m (linear), 0,25m (quadrático) e 0,24m (cúbico), verifica-se que estes valores estão muito próximos dos anteriores. Os resíduos relativamente grandes da componente residual ocorrem de forma isolada, pois os resultados estão coerentes com as características esperadas para a área.

Tabela 7.14 - Valores estatísticos encontrados, após a remoção da componente sistemática, para os modelos geoidais avaliados (altitudes ajustadas)

Grau do polinômio	MDGI			MDGR			MDG95			EGM96		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Número de dados	148	148	148	151	151	151	153	153	153	149	149	149
Mínimo (m)	-0,674	-0,604	-0,623	-1,365	-1,294	-1,180	-0,950	-0,736	-0,671	-0,974	-0,974	-0,947
Máximo (m)	0,793	0,613	0,559	0,726	0,806	0,758	1,090	0,989	1,059	1,097	1,036	0,877
Média (m)	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Desvio padrão (m)	0,302	0,254	0,244	0,340	0,332	0,317	0,391	0,304	0,292	0,346	0,313	0,294

Novamente, depois de realizado o ajustamento dos coeficientes dos modelos polinomiais, novamente, avaliou-se a significância da utilização de polinômios com diferentes graus. Para tanto, foi utilizado o teste F , onde se teste a igualdade das variâncias das componentes residuais obtidas de cada polinômio (Tabela 7.15).

Tabela 7.15 - Teste F para a avaliação dos modelos polinomiais (altitudes ajustadas)

TESTE F												
Grau do polinômio	MDGI			MDGR			MDG95			EGM96		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
Média	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Variância	0,091	0,064	0,060	0,116	0,110	0,101	0,153	0,092	0,085	0,119	0,098	0,086
Observações	148	148	148	151	151	151	153	153	153	149	149	149
gl (graus de liberdade)	147	147	147	150	150	150	152	152	152	148	148	148
F _{calculado}	1,416		1,078	1,052		1,094	1,656		1,083	1,220		1,133
F _{5%} (tabelado)	1,313			1,309			1,307			1,312		

Os resultados mostram que o modelo polinomial de segunda ordem pode ser utilizado na representação da componente sistemática, sem que exista qualquer comprometimento nos valores encontrados. Os resíduos obtidos para o modelo geoidal determinado por Sá & Molina (1995), mostram coerência entre os geóides comparados, apesar de ter sido determinado a partir de dados e esferóide diferente, a componente sistemática e a dispersão são pequenas e semelhante aos demais geóides. O mesmo ocorre para a componente obtida da avaliação do

EGM96, que apresenta uma resolução diferente dos demais modelos avaliados, apresenta um resultado bastante otimista. Como visto anteriormente, a existência de um conjunto de diferenças com médias não nulas (avaliação absoluta), indica que o geóide gravimétrico é incompatível com o do sistema altimétrico nessa região. Para tornar o geóide gravimétrico compatível, é necessária a modelagem da componente residual obtida, isto é feito com o auxílio de uma expressão matemática, geralmente polinômios. Após a modelagem desta superfície é necessário compatibilizar o geóide gravimétrico, portanto, deve-se adicionar ao geóide gravimétrico a componente residual modelada, como visto anteriormente. Para verificar as alterações ocorridas, após a adição da componente sistemática, foi elaborada uma representação gráfica para o erro relativo. A Figura 7.11 mostra a representação do erro relativo para o Estado de São Paulo, com a modelagem e adição da componente sistemática aos modelos geoidais. Nesta figura observa-se que houve uma diminuição do erro relativo, e que a função escolhida para representar os dados, aproximou-se de uma reta. Novamente, após o ajuste do modelo exponencial, foi obtido o modelo digital do erro relativo. Os valores encontrados para as diferenças relativas dos modelos geoidais avaliados, com as altitudes preliminar e ajustada, foram colocados nas Tabelas 7.16 e 7.17.

Nota-se na tabela que houve uma melhora significativa nos resultados após a correção da componente sistemática. Anteriormente, os valores determinados para os erros relativos estavam em torno de 1cm/km, após a correção passaram, em média, para 2mm/km. Para demonstrar, de forma prática, o que foi descrito acima, o modelo MDGR foi utilizado para referendar o emprego desta técnica.

A Figura 7.12 mostra a o modelo geoidal MDGR (a) e em (b), após a correção da componente residual. A área está limitada pelos pontos da rede GPS do Estado de São Paulo, o que torna inconveniente a utilização deste tipo de modelagem. Fora da área de cobertura dos pontos da rede GPS, ocorre uma extrapolação, e por isso, faz-se necessário a limitação da área em função da distribuição dos pontos. Uma maneira de contornar o problema seria preencher as áreas em branco, do geóide visto em (b), com as alturas geoidais provenientes do geóide sem correção (visto em (a)).

Resumindo as técnicas envolvidas neste capítulo, chega-se à conclusão que para os usuários do GPS é necessário que o modelo geoidal seja compatível com o sistema altimétrico. Os dados fornecidos pela rede GPS do Estado de São Paulo podem ser integrados para produzir um modelo do geóide compatível para as aplicações GPS, principalmente, o nivelamento por satélite. No item anterior, buscou-se modelar uma superfície que representasse da melhor maneira possível à distribuição dos pontos GPS na região de estudo.

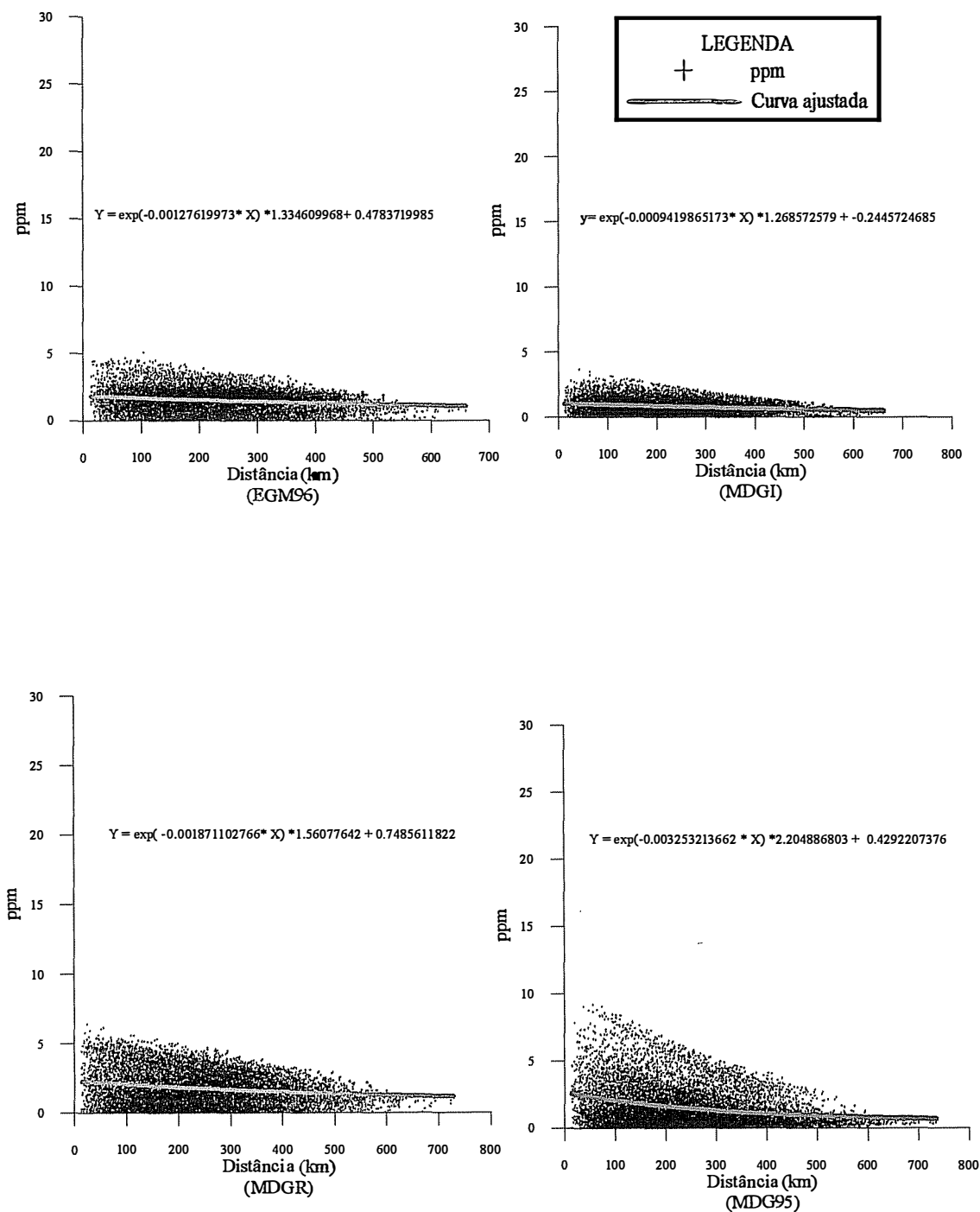


Figura 7.11 - Erro relativo após a remoção da componente sistemática do geóide (altitude preliminar)

Tabela 7.16 - Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais após a remoção da componente sistemática (altitudes preliminares)

Distância (km)	MDGI (ppm)	Erro (MDGI) (cm)	MDGR (ppm)	Erro (MDGR) (cm)	MDG95 (ppm)	Erro (MDG95) (cm)	EGM96 (ppm)	Erro (EGM96) (cm)
5	1,0180	0,5090	2,2948	1,1474	2,5985	1,2993	1,8045	0,9022
10	1,0121	1,0121	2,2804	2,2804	2,5635	2,5635	1,7961	1,7961
20	1,0003	2,0006	2,2520	4,5040	2,4952	4,9904	1,7793	3,5587
30	0,9887	2,9660	2,2241	6,6724	2,4291	7,2873	1,7629	5,2886
40	0,9771	3,9084	2,1968	8,7871	2,3651	9,4603	1,7466	6,9863
50	0,9656	4,8282	2,1699	10,8497	2,3031	11,5155	1,7305	8,6524
100	0,9100	9,0996	2,0430	20,4299	2,0218	20,2180	1,6531	16,5308
150	0,8568	12,8526	1,9274	28,9108	1,7827	26,7408	1,5805	23,7069
200	0,8062	16,1234	1,8221	36,4421	1,5795	31,5907	1,5123	30,2467
250	0,7578	18,9457	1,7262	43,1556	1,4068	35,1712	1,4484	36,2105
300	0,7117	21,3513	1,6389	49,1672	1,2601	37,8026	1,3885	41,6536
350	0,6677	23,3699	1,5594	54,5785	1,1354	39,7375	1,3322	46,6268
400	0,6257	25,0296	1,4870	59,4788	1,0294	41,1740	1,2794	51,1766
450	0,5857	26,3565	1,4210	63,9459	0,9393	42,2666	1,2299	55,3454
500	0,5475	27,3751	1,3610	68,0481	0,8627	43,1346	1,1834	59,1720
550	0,5111	28,1083	1,3063	71,8447	0,7976	43,8690	1,1399	62,6920
600	0,4763	28,5777	1,2565	75,3874	0,7423	44,5389	1,0990	65,9379
650	0,4431	28,8035	1,2111	78,7212	0,6953	45,1953	1,0606	68,9391
700	0,4115	28,8043	1,1698	81,8850	0,6554	45,8757	1,0246	71,7227

Tabela 7.17 - Resumo da avaliação relativa para os modelos geoidais após a remoção da componente sistemática (altitudes ajustadas)

Distância (km)	MDGI (ppm)	Erro (MDGI) (cm)	MDGR (ppm)	Erro (MDGR) (cm)	MDG95 (ppm)	Erro (MDG95) (cm)	EGM96 (ppm)	Erro (EGM96) (cm)
5	1,4663	0,7332	2,6919	1,3460	2,8035	1,4017	2,0077	1,0038
10	1,4571	1,4571	2,6683	2,6683	2,7659	2,7659	1,9976	1,9976
20	1,4387	2,8774	2,6219	5,2437	2,6927	5,3855	1,9777	3,9554
30	1,4206	4,2617	2,5766	7,7299	2,6220	7,8659	1,9581	5,8743
40	1,4027	5,6108	2,5325	10,1302	2,5535	10,2141	1,9387	7,7550
50	1,3850	6,9252	2,4896	12,4480	2,4873	12,4367	1,9197	9,5983
100	1,3001	13,0012	2,2908	22,9079	2,1880	21,8797	1,8282	18,2823
150	1,2205	18,3081	2,1162	31,7425	1,9350	29,0254	1,7430	26,1456
200	1,1460	22,9191	1,9628	39,2555	1,7213	34,4260	1,6637	33,2733
250	1,0761	26,9014	1,8280	45,7010	1,5407	38,5180	1,5897	39,7428
300	1,0105	30,3165	1,7097	51,2906	1,3881	41,6444	1,5208	45,6244
350	0,9492	33,2205	1,6057	56,2005	1,2592	44,0730	1,4566	50,9818
400	0,8916	35,6650	1,5144	60,5764	1,1503	46,0122	1,3968	55,8726
450	0,8377	37,6967	1,4342	64,5390	1,0583	47,6223	1,3411	60,3492
500	0,7872	39,3587	1,3637	68,1871	0,9805	49,0256	1,2892	64,4590
550	0,7398	40,6899	1,3019	71,6019	0,9148	50,3145	1,2408	68,2446
600	0,6954	41,7260	1,2475	74,8494	0,8593	51,5578	1,1957	71,7448
650	0,6538	42,4996	1,1997	77,9830	0,8124	52,8055	1,1538	74,9945
700	0,6149	43,0402	1,1578	81,0456	0,7728	54,0932	1,1146	78,0251

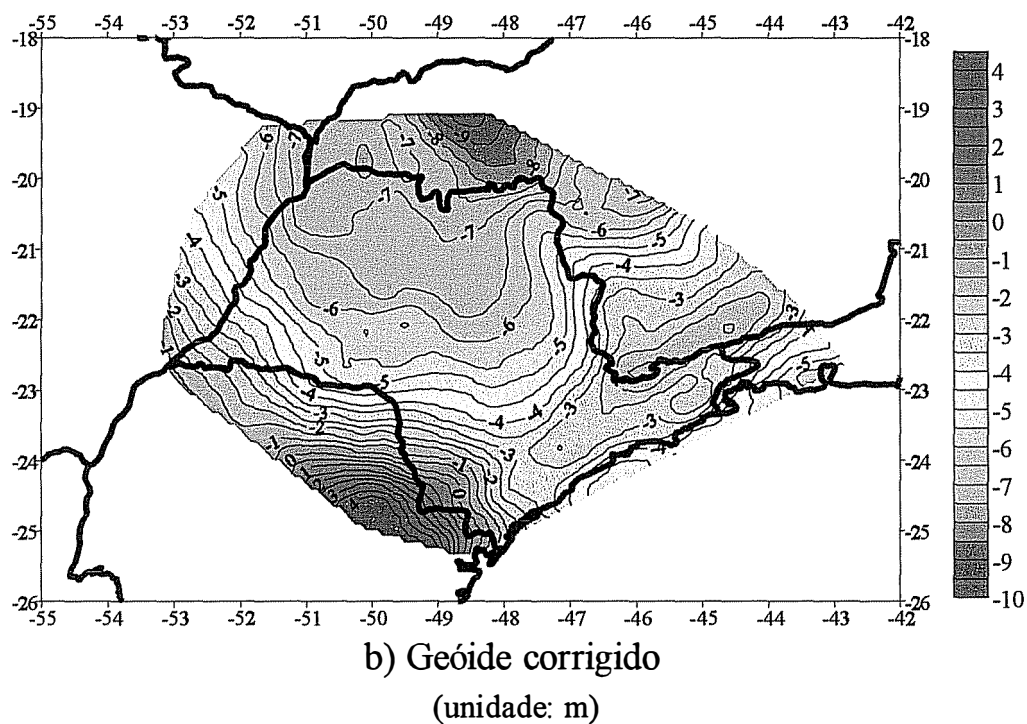
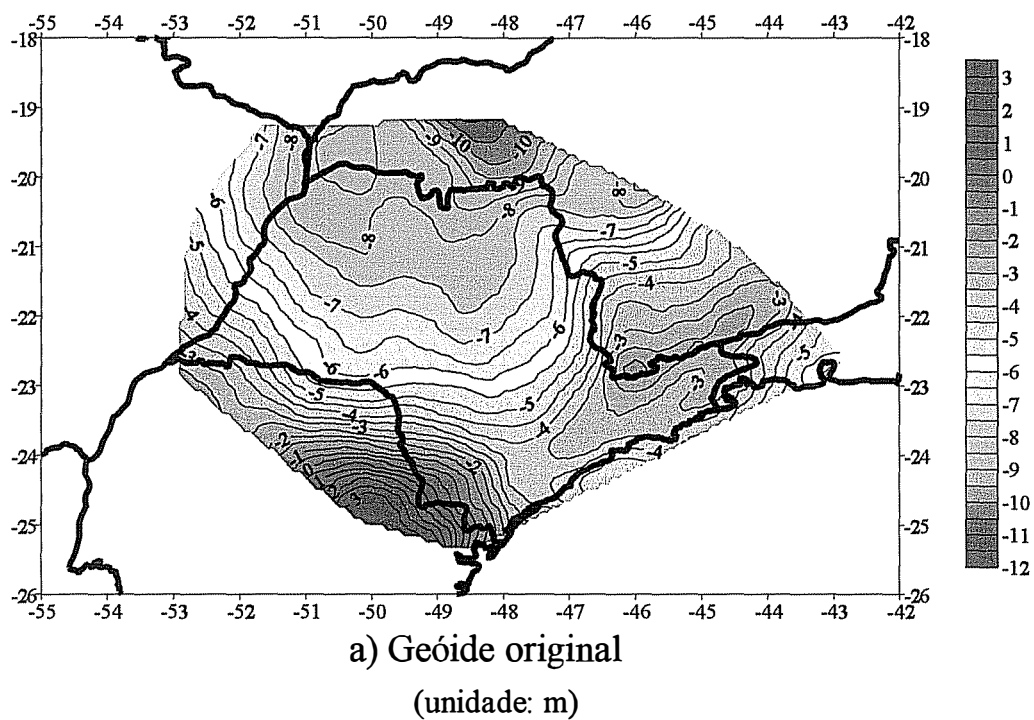


Figura 7.12 - O geóide MDGR antes e após a correção da componente sistemática

Os polinômios de grau baixo, geralmente, são os escolhidos para representar a componente sistemática, e posteriormente, utilizados para compatibilizar o sistema altimétrico. Estes modelos apresentam um conjunto de coeficientes que possibilitam determinar as correções a serem aplicadas nas demais estações de interesse. O problema em se utilizar este tipo de modelo, está relacionado com as extrapolações que ocorrem nas áreas, fora da influência dos pontos. E em relação aos parâmetros das expressões polinomiais, que caracterizam o comportamento da componente sistemática, nota-se à medida que há um aumento no número de parâmetros, a instabilidade numérica na determinação dos coeficientes também aumenta. Com isso é necessário que os pontos estejam distribuídos por toda a região de estudo, e que a cobertura seja suficientemente densa, para que no ajuste dos parâmetros representem de maneira adequada à região de estudo. Caso não seja possível, como é o caso do estado de São Paulo, devem ser removidas as áreas onde ocorrem às extrapolações do modelo, pois a inclusão, destes dados, afetaria a qualidade do modelo geoidal (Figura 7.13). A Figura 7.13 mostra a área de abrangência dos pontos da rede GPS, bem como, a característica do modelo polinomial de segundo grau obtido para a região de estudo e utilizado para compatibilizar o geóide gravimétrico com o geóide GPS. Como já comentado anteriormente, pode-se pensar em adicionar as alturas geoidais do modelo geoidal sem a correção da componente sistemática, nas áreas em branco.

O erro relativo do geóide gravimétrico, obtido a partir das diferenças entre os geóides compatibilizados, e a distância entre as estações GPS, permitiram mapear o erro relativo para o Estado de São Paulo, com uma variação de 5 a 12cm para o modelo MDGR (Figura 7.14). É conveniente lembrar que este é o erro relativo do geóide gravimétrico apenas, e que para se calcular o erro da altitude ortométrica, que geralmente é o desejo da maioria dos usuários do GPS, é necessário combinar os erros da altitude ortométrica da base, da altitude geométrica e da altura geoidal.

7.5 ANÁLISE DAS CARACTERÍSTICAS LOCAIS DOS MODELOS GEOIDAIIS

Os geóides disponíveis no Estado de São Paulo também foram avaliados a partir dos dados de um perfil realizado dentro da área de estudo. Esses dados fazem parte de um estudo sobre a utilização do GPS no nivelamento por satélite, que está em fase de conclusão (Castro, 2002). Neste caso, é possível avaliar a representação das características locais dos modelos geoidais. Para a obtenção dos dados, foram posicionadas as RNs, distribuídas ao longo de um perfil, localizada na região central da área de estudo. As RNs estão localizadas em uma região

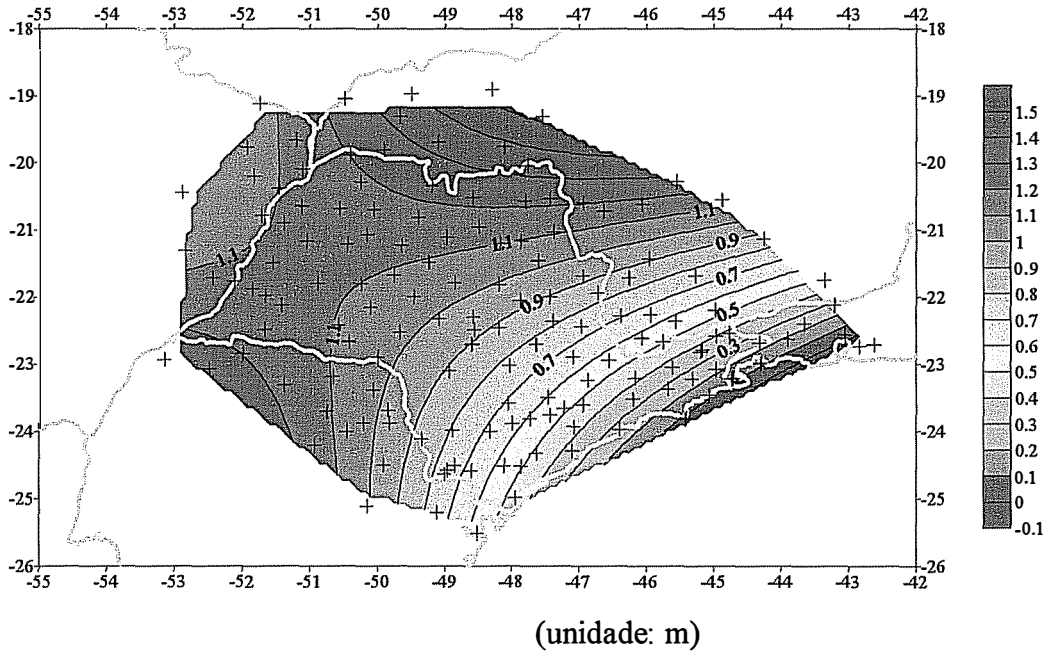


Figura 7.13 - Área de abrangência dos pontos da rede GPS e a componente sistemática

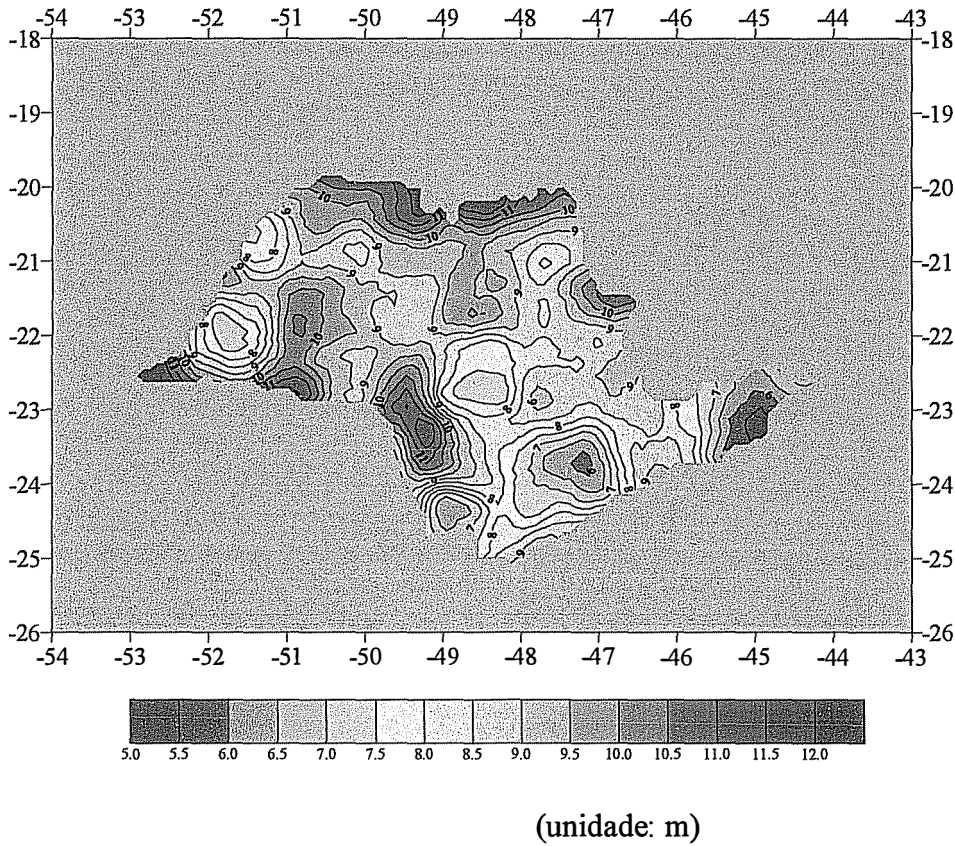


Figura 7.14 - Erro relativo do modelo geoidal MDGR, após a correção da componente sistemática

onde a variação altimétrica é de aproximadamente 500 m (Figura 7.15), o que é ideal para este tipo de avaliação. No posicionamento dessas RNs foi adotada uma base, na extremidade sul do perfil, que é a RN 2891P. No processamento e ajustamento das coordenadas dessa RN foram utilizadas as estações pertencentes a RBMC mais próximas, para garantir uma alta precisão, o que é muito importante neste tipo de avaliação.

No posicionamento das RNs que constituem o perfil, a sistemática de observação foi diferente da utilizado para os pontos da rede GPS do Estado de São Paulo, principalmente quanto à estação de referência, a duração das sessões, e o intervalo de gravação. Isso ocorreu porque as RNs desse perfil foram posicionadas para o desenvolvimentos de outras pesquisas e que não serão tratadas aqui (Castro, 2002). Para se obter uma variação gradual na distância (variando de 2 a 250 km), e intervalo de gravação de 5 segundos, foi mantido um receptor geodésico instalado sobre a RN 2891P, na cidade de Cesário Lange (Figura 7.16). Na obtenção das coordenadas da RN 2891P foram utilizadas as estações de Presidente Prudente e Curitiba, processadas com efemérides precisas, e ajustadas em função das coordenadas dessas estações. Para obter as coordenadas definitivas dos pontos do perfil, a RN 2891P foi utilizada como referência e, a partir dela, foram obtidas as coordenadas dos demais pontos (Tabelas 7.18 e 7.19).

Para avaliar o comportamento local dos modelos geoidais, as alturas geoidais GPS e as suas correspondentes obtidas dos modelos geoidais MDGI, MDGR, EGM96 e MDG95 são representadas na Figura 7.17. Nesse gráfico, são mostradas as alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes ortométricas preliminares (linha contínua) e ajustadas (linha tracejada). A separação entre as alturas geoidais GPS é causada pela transformação das altitudes ajustadas em preliminares. A conversão de altitudes acaba aumentando as diferenças entre as alturas geoidais GPS e as dos modelos.

Primeiramente, nota-se que existem problemas com as altitudes das RNs que estão na extremidade do perfil, mais distantes da estação de referência, pois apresentam características que estão fora do padrão observado para as alturas geoidais determinadas pelos modelos geoidais. As alturas geoidais GPS, obtidas com as altitudes preliminares, apresentam valores menores (linha contínua), e por isso encontra-se mais afastada das alturas geoidais dos modelos.

As alturas geoidais do MDG95, devem ser analisados com ressalvas. Esse modelo geoidal foi determinado pelo método da integral de Stokes modificada, através da transformada de Fourier, usando o modelo geopotencial OSU91. Na Figura 7.17, observa-se que o perfil descrito com essas alturas geoidais tem características diferentes dos outros

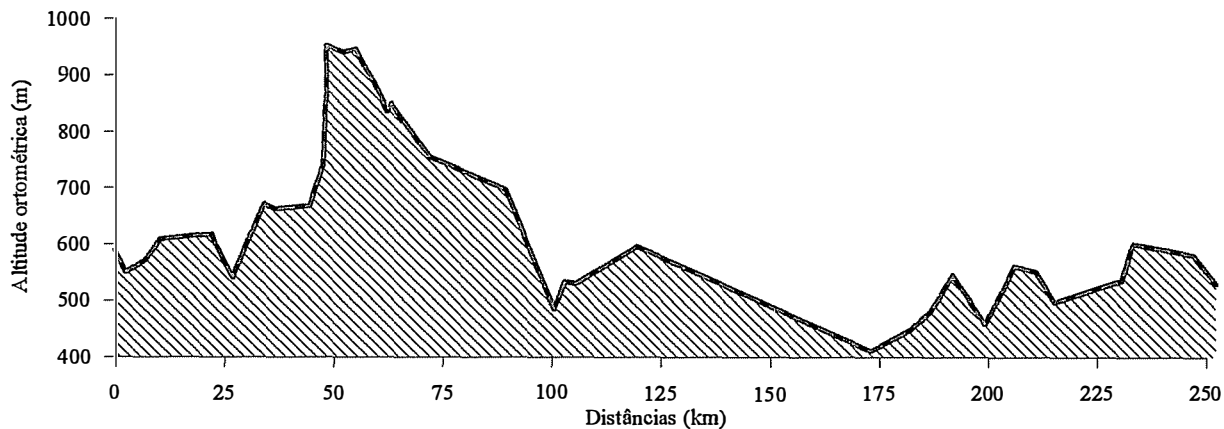


Figura 7.15 - Características topográficas dos pontos do perfil

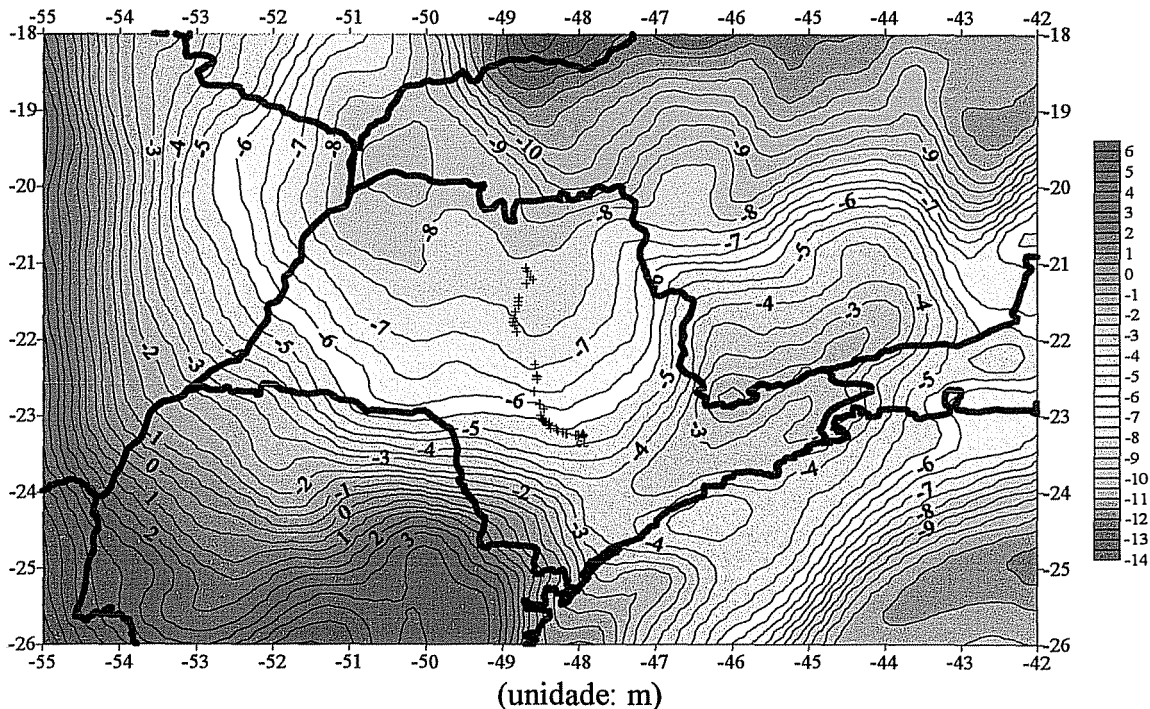


Figura 7.16 - Localização do perfil sobre o modelo geoidal determinado para a área

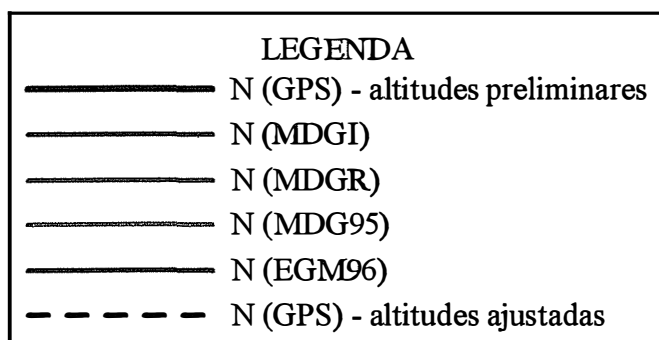
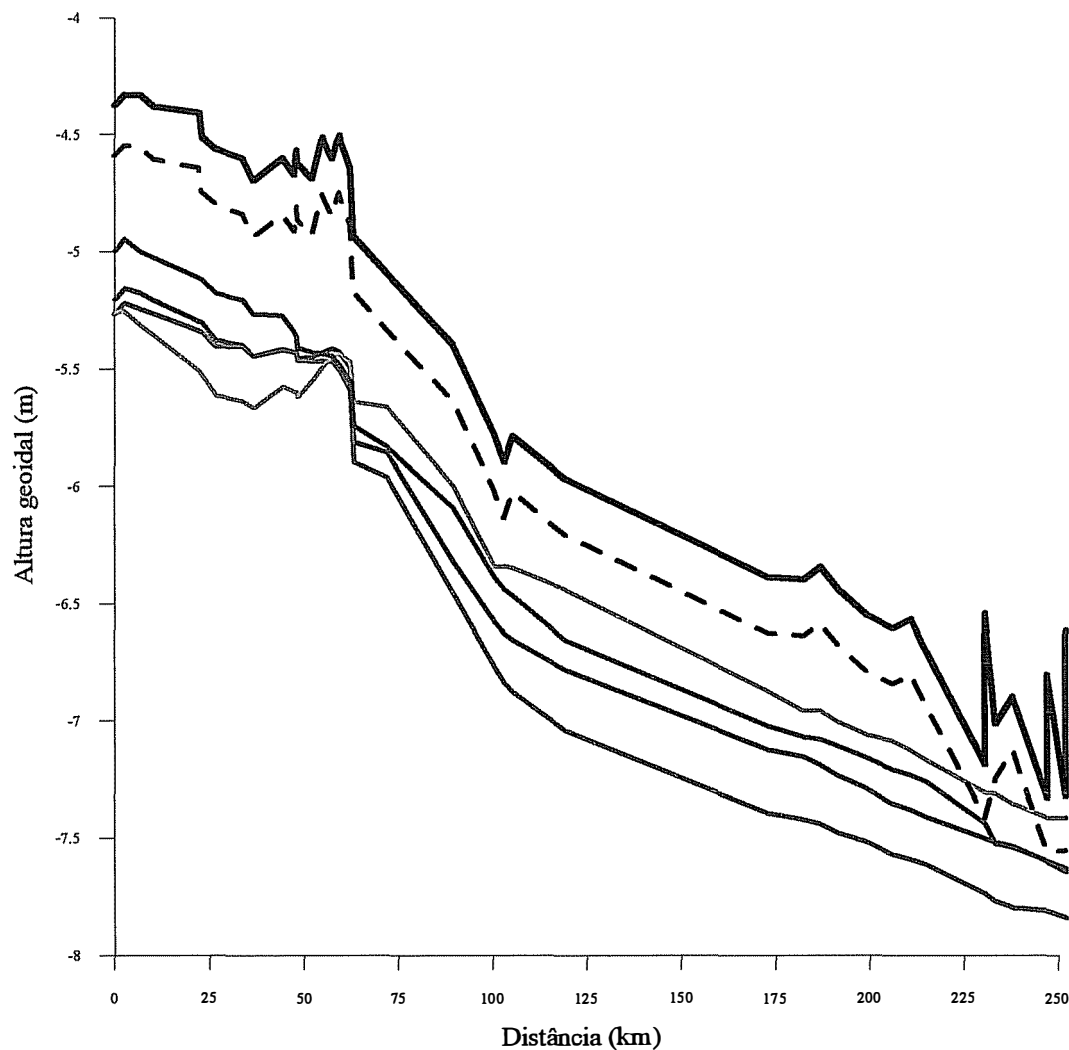


Figura 7.17 - Comparação no Perfil das alturas geoidais GPS e dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95

Tabela 7.18 - Diferenças entre as alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes preliminares e as dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95

RN	Latitude (<i>o</i>)	Longitude (<i>o</i>)	Distância (<i>km</i>)	N_{GPS} (<i>m</i>)	N_{MDGI} (<i>m</i>)	ΔN_{MDGI} (<i>m</i>)	N_{MDGR} (<i>m</i>)	ΔN_{MDGR} (<i>m</i>)	N_{MDG95} (<i>m</i>)	ΔN_{MDG95} (<i>m</i>)	N_{EGM96} (<i>m</i>)	ΔN_{EGM96} (<i>m</i>)
2891P (Cezário Lange)	-23,2310	-47,9486	0,0000	-4,3748	-5,2048	0,8300	-5,2692	0,8944	-5,2638	0,8890	-4,9991	0,6243
RA2891R	-23,2518	-47,9378	2,5563	-4,3326	-5,1591	0,8265	-5,2208	0,8882	-5,2554	0,9228	-4,9471	0,6145
RA2891V	-23,2481	-48,0133	6,8905	-4,3340	-5,1806	0,8466	-5,2498	0,9158	-5,3177	0,9837	-5,0071	0,6731
RA2891Z	-23,2458	-48,0480	10,3102	-4,3831	-5,2093	0,8262	-5,2697	0,8866	-5,3598	0,9767	-5,0314	0,6483
EA2892L	-23,2293	-48,1657	22,2190	-4,4124	-5,3000	0,8877	-5,3422	0,9299	-5,5116	1,0992	-5,1176	0,7052
RA2892M	-23,2271	-48,1729	22,9619	-4,5131	-5,3037	0,7906	-5,3442	0,8310	-5,5273	1,0142	-5,1238	0,6107
RA2892S	-23,2039	-48,2087	26,7989	-4,5634	-5,3795	0,8161	-5,4082	0,8448	-5,6161	1,0526	-5,1799	0,6165
EA2892V	-23,1932	-48,2776	33,9366	-4,6046	-5,4037	0,7991	-5,4094	0,8048	-5,6406	1,0360	-5,2103	0,6058
RA2893A	-23,1665	-48,2995	36,6270	-4,6978	-5,4476	0,7498	-5,4484	0,7506	-5,6680	0,9702	-5,2674	0,5696
RA2893L	-23,1571	-48,3747	44,3895	-4,6040	-5,4203	0,8164	-5,4179	0,8140	-5,5764	0,9725	-5,2765	0,6726
EA2893P	-23,1215	-48,3964	47,4324	-4,6742	-5,4330	0,7587	-5,4336	0,7594	-5,5988	0,9246	-5,3449	0,6707
RA2893R	-23,1111	-48,4007	48,1694	-4,5699	-5,4340	0,8640	-5,4352	0,8653	-5,6022	1,0322	-5,3655	0,7956
RA2895N	-23,0893	-48,3937	48,2084	-4,6248	-5,4605	0,8357	-5,4653	0,8406	-5,6225	0,9978	-5,4121	0,7873
EA2895R	-23,0741	-48,4294	52,2225	-4,6906	-5,4528	0,7622	-5,4704	0,7798	-5,5501	0,8595	-5,4315	0,7409
EA2895T	-23,0643	-48,4540	54,9532	-4,5149	-5,4327	0,9179	-5,4692	0,9544	-5,4929	0,9780	-5,4391	0,9242
RA2895U	-23,0534	-48,4757	57,4560	-4,6068	-5,4146	0,8078	-5,4712	0,8644	-5,4402	0,8335	-5,4502	0,8435
EA2895V	-23,0330	-48,4875	59,3924	-4,5075	-5,4287	0,9212	-5,5056	0,9981	-5,4421	0,9346	-5,4847	0,9772
EA2896A	-22,9920	-48,4988	62,2767	-4,6433	-5,4988	0,8555	-5,5978	0,9546	-5,4717	0,8284	-5,5595	0,9162
EA2896F	-22,9070	-48,4548	63,0717	-4,9358	-5,8162	0,8805	-5,9017	0,9659	-5,6424	0,7066	-5,7445	0,8087
RA2874T	-22,8430	-48,5118	71,9682	-5,0954	-5,8591	0,7638	-5,9665	0,8711	-5,6646	0,5693	-5,8343	0,7389
EA2899X	-22,6769	-48,5841	89,5192	-5,3937	-6,3193	0,9256	-6,4573	1,0636	-5,9974	0,6037	-6,0931	0,6994
EA2900F	-22,5153	-48,5524	100,6076	-5,7792	-6,5802	0,8010	-6,7725	0,9934	-6,3447	0,5655	-6,3909	0,6117
EA2900L	-22,4843	-48,5476	103,0439	-5,8979	-6,6299	0,7320	-6,8398	0,9420	-6,3407	0,4428	-6,4414	0,5435
EA2900M	-22,4644	-48,5563	105,3475	-5,7875	-6,6564	0,8690	-6,8779	1,0904	-6,3511	0,5636	-6,4675	0,6801
EA2900V	-22,3213	-48,5733	119,4345	-5,9716	-6,7845	0,8129	-7,0449	1,0733	-6,4422	0,4706	-6,6603	0,6887
RA2914L	-21,8917	-48,8142	172,9826	-6,3883	-7,1257	0,7374	-7,3963	1,0080	-6,8738	0,4855	-7,0226	0,6343
RA2914R	-21,8069	-48,8385	182,3519	-6,4001	-7,1551	0,7550	-7,4218	1,0217	-6,9572	0,5572	-7,0693	0,6692
RA2905T	-21,7708	-48,8605	186,9537	-6,3453	-7,1898	0,8445	-7,4423	1,0969	-6,9589	0,6136	-7,0813	0,7360
RA2919J	-21,7163	-48,8527	191,8107	-6,4418	-7,2378	0,7960	-7,4810	1,0392	-7,0072	0,5654	-7,1120	0,6703
RA2919R	-21,6293	-48,8321	199,3332	-6,5510	-7,2929	0,7419	-7,5187	0,9677	-7,0632	0,5122	-7,1604	0,6094
RA2920A	-21,5455	-48,7977	206,1150	-6,6059	-7,3557	0,7498	-7,5705	0,9646	-7,0853	0,4794	-7,2105	0,6046
EA2920D	-21,4953	-48,7956	211,0773	-6,5657	-7,3830	0,8172	-7,5933	1,0276	-7,1266	0,5609	-7,2354	0,6697
EA2920G	-21,4504	-48,7873	215,2711	-6,7052	-7,4112	0,7060	-7,6159	0,9107	-7,1670	0,4618	-7,2629	0,5577
EA2955G	-21,2647	-48,6862	230,6292	-7,1840	-7,5036	0,3196	-7,7371	0,5531	-7,3055	0,1215	-7,4374	0,2534
RA2951Z	-21,2135	-48,6009	233,3086	-7,0139	-7,5181	0,5043	-7,7706	0,7567	-7,3115	0,2976	-7,5239	0,5100
EA2951V	-21,1785	-48,6314	237,9363	-6,8972	-7,5369	0,6397	-7,7975	0,9003	-7,3545	0,4572	-7,5419	0,6447
EA2951M	-21,1029	-48,6718	247,1747	-7,3266	-7,6015	0,2748	-7,8129	0,4863	-7,4148	0,0882	-7,5988	0,2721
EA2951E	-21,0625	-48,6940	252,1391	-7,3200	-7,6428	0,3228	-7,8393	0,5193	-7,4127	0,0927	-7,6300	0,3101

Tabela 7.19 - Diferenças entre as alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes ajustadas e as dos modelos MDGI, MDGR, EGM96 e o MDG95

RN	Latitude ($^{\circ}$)	Longitude ($^{\circ}$)	Distância (km)	N_{GPS} (m)	N_{MDGI} (m)	ΔN_{MDGI} (m)	N_{MDGR} (m)	ΔN_{MDGR} (m)	N_{MDG95} (m)	ΔN_{MDG95} (m)	N_{EGM96} (m)	ΔN_{EGM96} (m)
2891P (Cezário Lange)	-23,2310	-47,9486	0,0000	-4,5930	-5,2048	0,6118	-5,2692	0,6762	-5,2638	0,6708	-4,9991	0,4061
RA2891R	-23,2518	-47,9378	2,5563	-4,5502	-5,1591	0,6089	-5,2208	0,6706	-5,2554	0,7052	-4,9471	0,3969
RA2891V	-23,2481	-48,0133	6,8905	-4,5576	-5,1806	0,6230	-5,2498	0,6922	-5,3177	0,7601	-5,0071	0,4495
RA2891Z	-23,2458	-48,0480	10,3102	-4,6092	-5,2093	0,6001	-5,2697	0,6605	-5,3598	0,7506	-5,0314	0,4222
EA2892L	-23,2293	-48,1657	22,2190	-4,6459	-5,3000	0,6541	-5,3422	0,6963	-5,5116	0,8657	-5,1176	0,4717
RA2892M	-23,2271	-48,1729	22,9619	-4,7470	-5,3037	0,5567	-5,3442	0,5972	-5,5273	0,7803	-5,1238	0,3768
RA2892S	-23,2039	-48,2087	26,7989	-4,7987	-5,3795	0,5808	-5,4082	0,6095	-5,6161	0,8174	-5,1799	0,3812
EA2892V	-23,1932	-48,2776	33,9366	-4,8430	-5,4037	0,5607	-5,4094	0,5664	-5,6406	0,7976	-5,2103	0,3673
RA2893A	-23,1665	-48,2995	36,6270	-4,9366	-5,4476	0,5110	-5,4484	0,5118	-5,6680	0,7314	-5,2674	0,3308
RA2893L	-23,1571	-48,3747	44,3895	-4,8457	-5,4203	0,5746	-5,4179	0,5722	-5,5764	0,7307	-5,2765	0,4308
EA2893P	-23,1215	-48,3964	47,4324	-4,9162	-5,4330	0,5168	-5,4336	0,5174	-5,5988	0,6826	-5,3449	0,4287
RA2893R	-23,1111	-48,4007	48,1694	-4,8119	-5,4340	0,6221	-5,4352	0,6233	-5,6022	0,7903	-5,3655	0,5536
RA2895N	-23,0893	-48,3937	48,2084	-4,8661	-5,4605	0,5944	-5,4653	0,5992	-5,6225	0,7564	-5,4121	0,5460
EA2895R	-23,0741	-48,4294	52,2225	-4,9330	-5,4528	0,5198	-5,4704	0,5374	-5,5501	0,6171	-5,4315	0,4985
EA2895T	-23,0643	-48,4540	54,9532	-4,7580	-5,4327	0,6747	-5,4692	0,7112	-5,4929	0,7349	-5,4391	0,6811
RA2895U	-23,0534	-48,4757	57,4560	-4,8505	-5,4146	0,5641	-5,4712	0,6207	-5,4402	0,5897	-5,4502	0,5997
EA2895V	-23,0330	-48,4875	59,3924	-4,7514	-5,4287	0,6773	-5,5056	0,7542	-5,4421	0,6907	-5,4847	0,7333
EA2896A	-22,9920	-48,4988	62,2767	-4,8871	-5,4988	0,6117	-5,5978	0,7107	-5,4717	0,5846	-5,5595	0,6724
EA2896F	-22,9070	-48,4548	63,0717	-5,1770	-5,8162	0,6392	-5,9017	0,7247	-5,6424	0,4654	-5,7445	0,5675
RA2874T	-22,8430	-48,5118	71,9682	-5,3381	-5,8591	0,5210	-5,9665	0,6284	-5,6646	0,3265	-5,8343	0,4962
EA2899X	-22,6769	-48,5841	89,5192	-5,6372	-6,3193	0,6821	-6,4573	0,8201	-5,9974	0,3602	-6,0931	0,4559
EA2900F	-22,5153	-48,5524	100,6076	-6,0189	-6,5802	0,5613	-6,7725	0,7536	-6,3447	0,3258	-6,3909	0,3720
EA2900L	-22,4843	-48,5476	103,0439	-6,1369	-6,6299	0,4930	-6,8398	0,7029	-6,3407	0,2038	-6,4414	0,3045
EA2900M	-22,4644	-48,5563	105,3475	-6,0265	-6,6564	0,6299	-6,8779	0,8514	-6,3511	0,3246	-6,4675	0,4410
EA2900V	-22,3213	-48,5733	119,4345	-6,2089	-6,7845	0,5756	-7,0449	0,8360	-6,4422	0,2333	-6,6603	0,4514
RA2914L	-21,8917	-48,8142	172,9826	-6,6278	-7,1257	0,4979	-7,3963	0,7685	-6,8738	0,2460	-7,0226	0,3948
RA2914R	-21,8069	-48,8385	182,3519	-6,6397	-7,1551	0,5154	-7,4218	0,7821	-6,9572	0,3175	-7,0693	0,4296
RA2905T	-21,7708	-48,8605	186,9537	-6,5854	-7,1898	0,6044	-7,4423	0,8569	-6,9589	0,3735	-7,0813	0,4959
RA2919J	-21,7163	-48,8527	191,8107	-6,6813	-7,2378	0,5565	-7,4810	0,7997	-7,0072	0,3259	-7,1120	0,4307
RA2919R	-21,6293	-48,8321	199,3332	-6,7894	-7,2929	0,5035	-7,5187	0,7293	-7,0632	0,2738	-7,1604	0,3710
RA2920A	-21,5455	-48,7977	206,1150	-6,8428	-7,3557	0,5129	-7,5705	0,7277	-7,0853	0,2425	-7,2105	0,3677
EA2920D	-21,4953	-48,7956	211,0773	-6,8023	-7,3830	0,5807	-7,5933	0,7910	-7,1266	0,3243	-7,2354	0,4331
EA2920G	-21,4504	-48,7873	215,2711	-6,9413	-7,4112	0,4699	-7,6159	0,6746	-7,1670	0,2257	-7,2629	0,3216
EA2955G	-21,2647	-48,6862	230,6292	-7,4160	-7,5036	0,0876	-7,7371	0,3211	-7,3055	-0,1105	-7,4374	0,0214
RA2951Z	-21,2135	-48,6009	233,3086	-7,2429	-7,5181	0,2752	-7,7706	0,5277	-7,3115	0,0686	-7,5239	0,2810
EA2951V	-21,1785	-48,6314	237,9363	-7,1272	-7,5369	0,4097	-7,7975	0,6703	-7,3545	0,2273	-7,5419	0,4147
EA2951M	-21,1029	-48,6718	247,1747	-7,5578	-7,6015	0,0437	-7,8129	0,2551	-7,4148	-0,1430	-7,5988	0,0410
EA2951E	-21,0625	-48,6940	252,1391	-7,5518	-7,6428	0,0910	-7,8393	0,2875	-7,4127	-0,1391	-7,6300	0,0782

modelos. No início do perfil, as alturas geoidais desse modelo são mais discrepantes. Considerando que a área apresenta uma topografia elevada, pode-se supor que os dados gravimétricos e utilizados na determinação desse modelo geoidal foram insuficientes para representar adequadamente o geóide na área. No restante do perfil, a componente sistemática determinada das alturas geoidais é menor do que as estimadas com os modelos MDGI e MDGR, o que possivelmente está relacionado ao modelo geopotencial utilizado na representação da componente determinística.

No caso dos modelos geoidais MDGI e MDGR, determinados pelo método da colocação por mínimos quadrados, as alturas geoidais apresentam as mesmas características locais que às obtidas com o GPS, até mesmo nas áreas mais elevada, que ocorre entre 25 e 50 km, aproximadamente da base. Esta aproximação dos modelos está relacionada à alta densidade gravimétrica existente no início do perfil.

As diferenças das alturas geoidais GPS obtidas com as altitudes preliminares (Figura 7.18), mostram que os modelos MDGI e MDGR apresentam diferenças muito próximas, até a distância de 50 km; a partir desta distância, a separação é quase constante. dos modelos geoidais, a causa desta separação está relacionada com a correção topográfica aplicada ao modelo digital gravimétrico, utilizado na determinação do MDGR. O MDG95 apresenta um comportamento diferente dos demais, e abordados anteriormente. O EGM96 apresenta os menores valores no início do perfil, mostrando baixa eficiência nesta área. No restante do perfil, as diferenças tendem a se aproximar do modelo MDGI, confirmando a pequena contribuição dos dados gravimétricos com distribuição irregular na representação desta área. Os parâmetros estatísticos para as diferenças entre as alturas geoidais são apresentados na Tabela 7.20. Nesta tabela, observa-se que existe um aumento na componente sistemática quando são utilizadas as altitudes preliminares. A componente sistemática determinada para os pontos do perfil, difere dos resultados (avaliação absoluta) obtidos para os pontos da rede GPS do Estado de São Paulo, principalmente para os modelos MDGI, EGM96 e MDG95.

No caso do MDG95, as causas estão relacionadas ao modelo do geopotencial, a falta de dados gravimétricos, e o modelo topográfico utilizado. Para o MDGI, as causas estão relacionadas com a distribuição geográfica dos dados gravimétricos e a correção topográfica. O modelo geoidal determinado a partir de um conjunto de dados com distribuição irregular, tem a característica de representar bem o geóide nas regiões onde a distribuição de dados gravimétricos é densa e homogênea; em áreas com deficiência de dados, a representação da altura geoidal fica prejudicada.

Tabela 7.20 - Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados (altitudes preliminares)

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	38	38	38	38
Mínimo (m)	0,275	0,486	0,088	0,253
Máximo (m)	0,926	1,097	1,099	0,977
Média (m)	0,761	0,890	0,698	0,656
Desvio padrão (m)	0,156	0,145	0,288	0,153
EQM (m ²)	0,600	0,813	0,568	0,453

Para as altitudes ajustadas, os resultados obtidos com as diferenças entre as alturas geoidais são mostrados na Figura 7.19, e os parâmetros estatísticos na Tabela 7.21.

Tabela 7.21 - Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados (altitudes ajustadas)

	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	38	38	38	38
Mínimo (m)	0,044	0,255	-0,143	0,021
Máximo (m)	0,682	0,857	0,866	0,733
Média (m)	0,524	0,654	0,461	0,419
Desvio padrão (m)	0,154	0,143	0,287	0,149
EQM (m ²)	0,298	0,447	0,293	0,197

O resultado obtido para o modelo MDGR (Tabela 7.21) está mais próximo do valor encontrado, para a componente sistemática determinada a partir dos pontos da rede GPS. O modelo geoidal MDGI, o EGM96 e o MDG95 apresentam as maiores diferenças, cujas causas foram explicadas anteriormente. Os resultados mostram uma componente sistemática média para o MDGR maior do que a encontrada para o MDGI, o que também foi observado na Figura 7.6. A causa desta diferença provavelmente está relacionada à correção topográfica utilizada na obtenção do MDAL.

Nas Figuras 7.18 e 7.19, a componente sistemática não mostra relação com a altitude. O agrupamento de dados, existente entre as distâncias 50 e 75 km, são provocados por uma pequena diferença nas alturas geoidais GPS e gravimétrica. Nesta região, observa-se que a resolução dos modelos geoidais ainda não é suficiente para detectar alterações consistentes na componente sistemática.

Utilizando-se dos modelos geoidais corrigidos da componente sistemática, refez-se o perfil, para as altitudes ajustadas e preliminares, e os resultados podem ser vistos Figuras 7.20

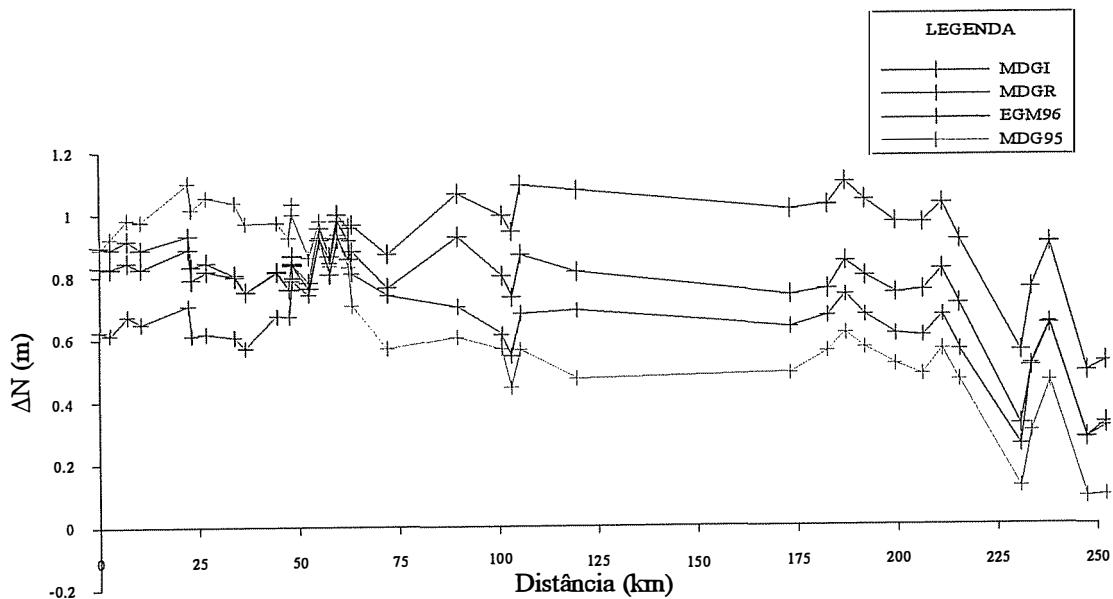


Figura 7.18 - Diferenças das alturas geoidais obtidas para o perfil (altitudes preliminares)

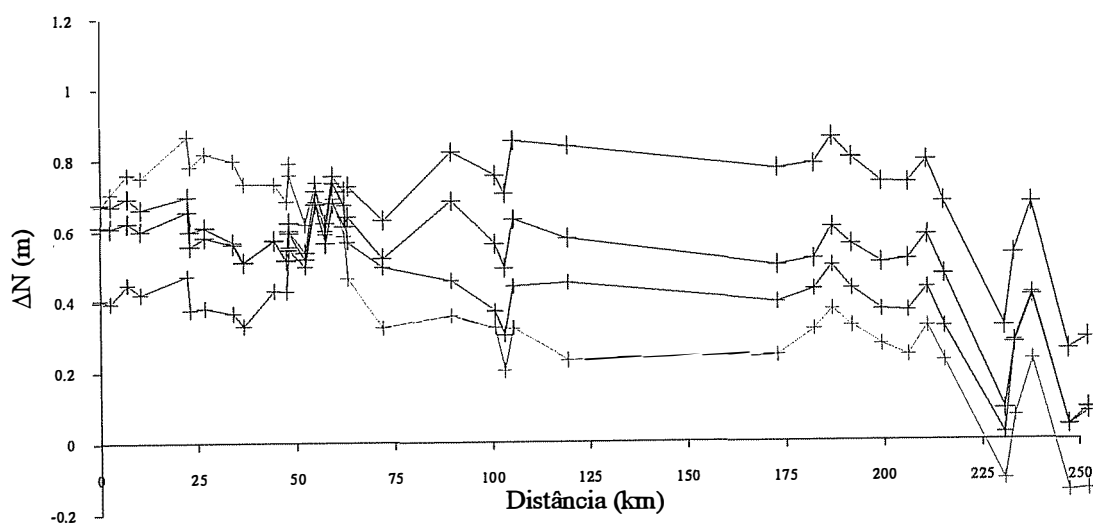


Figura 7.19 - Diferenças das alturas geoidais obtidas para o perfil (altitudes ajustadas)

e 7.21. Os parâmetros estatísticos, para as diferenças entre as alturas geoidais, são apresentados nas Tabelas 7.22 e 7.23.

Tabela 7.22 - Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados após a correção da componente sistemática (altitudes preliminares)

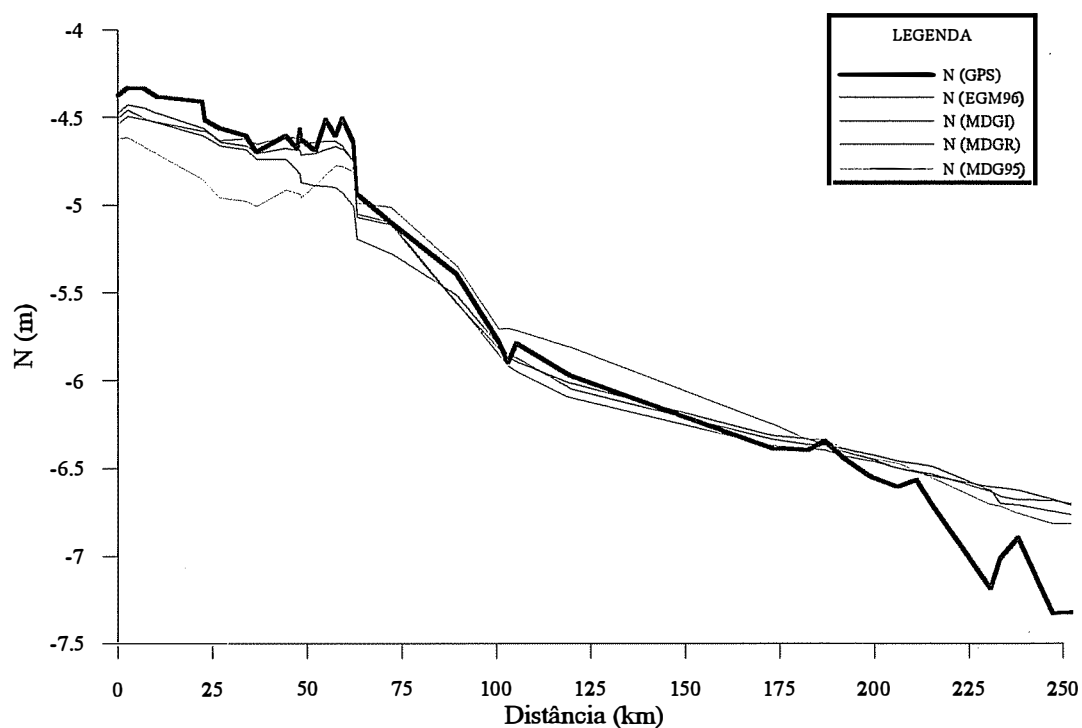
	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	38	38	38	38
Mínimo (m)	-0,651	-0,643	-0,509	-0,581
Máximo (m)	0,175	0,180	0,443	0,428
Média (m)	-0,026	-0,020	0,059	0,036
Desvio padrão (m)	0,211	0,208	0,267	0,242
EQM (m ²)	0,043	0,043	0,073	0,059

Tabela 7.23 - Análise estatística dos resíduos obtidos para os modelos geoidais avaliados após a correção da componente sistemática (altitudes ajustadas)

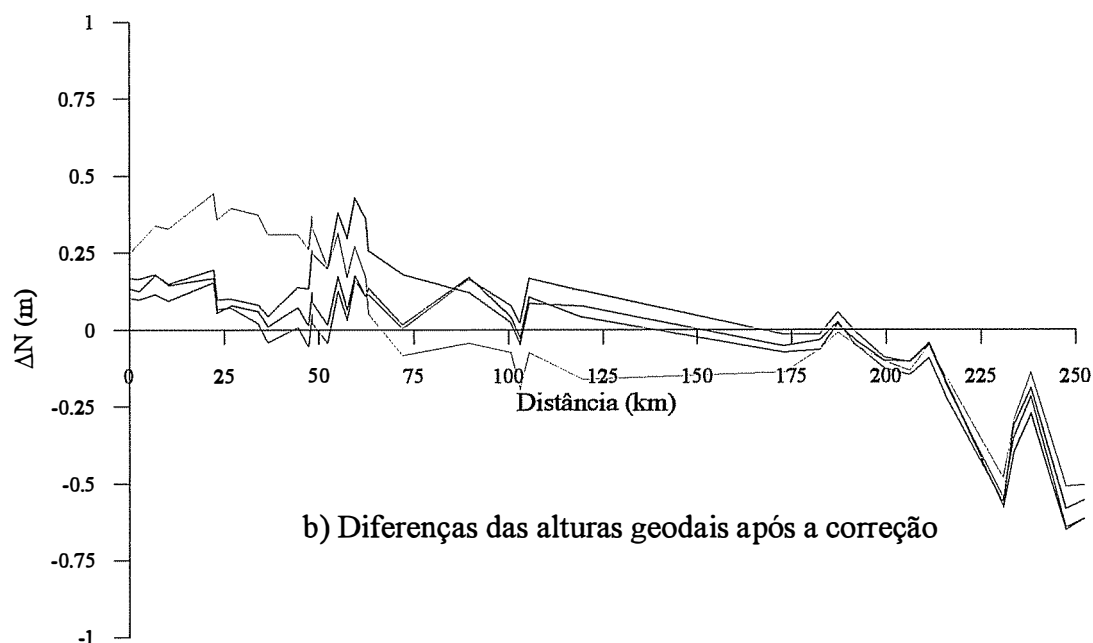
	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGI}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDGR}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{MDG95}$)	ΔN ($N_{GPS} - N_{EGM96}$)
Número de dados	38	38	38	38
Mínimo (m)	-0,596	-0,613	-0,482	-0,554
Máximo (m)	0,147	0,179	0,433	0,406
Média (m)	-0,036	-0,021	0,059	0,034
Desvio padrão (m)	0,181	0,197	0,255	0,228
EQM (m ²)	0,034	0,038	0,067	0,052

Nas Figuras 7.20 e 7.21, observa-se que as alturas geoidais dos modelos aproximam-se das alturas geoidais GPS, a pequena componente residual observada e observada nas Tabelas 7.22 e 7.23, pode estar relacionada com ajuste da superfície utilizada para a modelagem da componente sistemática, ou ainda, a existência de erros na altitude ortométrica, entre outras. Estudos mais completos sobre esta rede de nivelamento usando GPS, fazem parte de uma dissertação de mestrado que está em fase de conclusão e brevemente estará disponível (Castro, 2002).

Considerando que os modelos aqui avaliados, tem como objetivo principal à transformação de altitudes elipsoidais em ortométricas no Estado de São Paulo e que a técnica principal de trabalho em levantamentos geodésicos com GPS é de forma relativa, e com base nos resultados obtidos neste Capítulo, o modelo que melhor adaptou-se a estas exigências, foi o MDGR, constituindo-se no resultado final principal do presente trabalho.



a) Alturas geodais corrigidas



b) Diferenças das alturas geodais após a correção

Figura 7.20 - Comparação da altura geoidal GPS e dos modelos geodais, após a correção da componente sistemática (altitude preliminar)

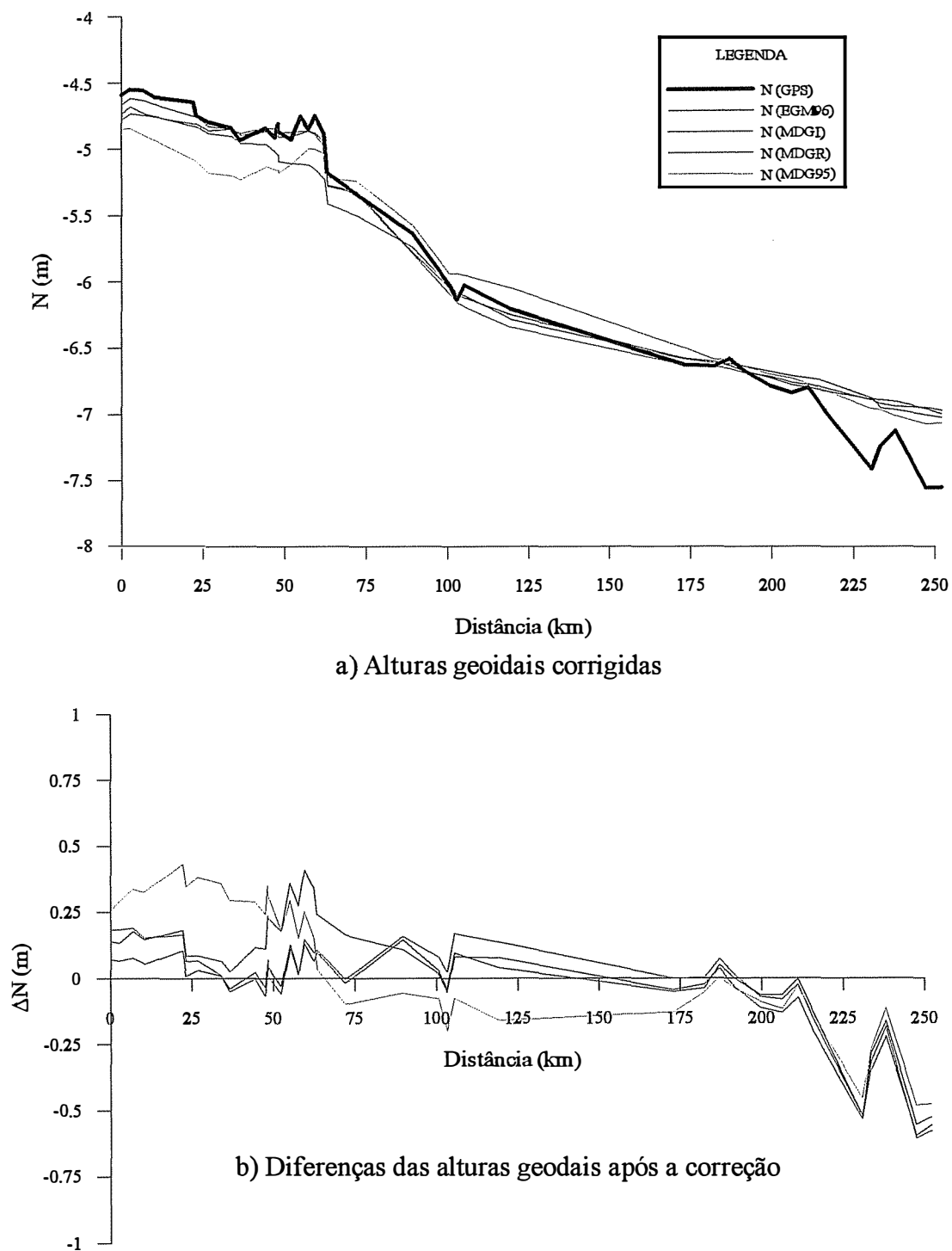


Figura 7.21 - Comparação da altura geoidal GPS e dos modelos geoidais, após a correção da componente sistemática (altitude ajustada)

CAPÍTULO 8

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A determinação e o aprimoramento do geóide gravimétrico no Estado de São Paulo constituiu o objetivo principal deste trabalho. Para a determinação do geóide, os dados do campo de gravidade foram integrados através da colocação por mínimos quadrados, usando funções covariâncias esféricas modeladas para a região. A anomalia de altitude foi calculada de duas formas: usando os dados com a mesma distribuição geográfica da medição (MDGI), e utilizando um modelo digital gerado a partir de dados gravimétricos e topográficos (MDGR). Os geóides gravimétricos foram avaliados em relação às alturas geoidais calculadas nas estações da rede GPS, implantada sobre RNs, e ajustada com base nas estações da RBMC.

A avaliação absoluta das alturas geoidais, que consiste na comparação das alturas geoidais gravimétricas com as obtidas por GPS e nivelamento, a componente sistemática, após a remoção de erros grosseiros, forneceu resultados de 0,81m para o MDGR e 0,90m para o MDGI, 0,43m para MDG95 e 0,69m EGM96, utilizando as altitudes preliminares. A mesma análise foi realizada para as altitudes ortométricas ajustadas pelo IBGE, e mostrou uma componente sistemática da ordem de 0,60m para o MDGR, 0,70m para o MDGI, 0,18m para MDG95 e 0,50m para o EGM96. As diferenças na componente sistemática decorrem das discrepâncias entre as altitudes ortométricas ajustadas e preliminares da rede de nivelamento do IBGE e sem os respectivos erros.

Na avaliação relativa das alturas geoidais, que consiste na comparação das diferenças de alturas geoidais associadas aos pares das diferenças absolutas do geóide gravimétrico e do geóide GPS, a componente sistemática para o modelo MDGR, antes da correção da componente sistemática, tem uma variação de 0,19 a 0,32m, para toda extensão da área de estudo. Para os demais modelos geoidais foram de 0,17 a 0,27m para o MDGI, 0,14 a 0,28m para o MDG95 e 0,20 a 0,32m para o EGM96. Após a remoção da componente, a variação do erro ficou em torno de 0,05 a 0,12m para o MDGR, de 0,03 a 0,07m para o MDGI, 0,05 a 0,12m para o MDG95 e 0,04 a 0,10m para o EGM96, utilizando as altitudes preliminares. Para as altitudes ajustadas os resultados encontrados foram 0,20 a 0,35m para o MDGR, 0,19 a 0,32m para o MDGI, 0,16 a 0,32m para o MDG95 e 0,24 a 0,38m para o EGM96. Com a remoção da componente sistemática, os resultados foram equivalentes aos anteriores, obtidos com as altitudes ortométricas preliminares.

Após a avaliação dos modelos geoidais, foi necessário compatibilizá-los com o sistema altimétrico. Os polinômios de grau baixo, geralmente, são os escolhidos para representar a componente sistemática, e posteriormente, utilizados para compatibilizar o sistema altimétrico. No caso do estado de São Paulo foi necessária a remoção das áreas onde há extrapolações do modelo, pois a inclusão, destes dados, afetaria a qualidade do modelo geoidal. Com a correção da componente sistemática ao geóide gravimétrico obteve-se um modelo compatível com o sistema altimétrico.

O Perfil GPS permitiu avaliar os geóides (MDGI, MDGR, MDG95 e EGM96) em termos locais, a distribuição dos pontos sobre uma linha de topografia irregular, possibilitou analisar o efeito da componente sistemática com relação à variação de altitude. Os resultados mostram que a componente sistemática não varia igualmente nos modelos estudados. O efeito local é diferente para cada um dos geóides, devido a inúmeros fatores, tais como, a forma de determinação do geóide, a diferença entre os esferóides utilizados, a quantidade e distribuição dos dados gravimétricos e o modelo topográfico digital. O modelo que apresentou menor variação entre os resultados obtidos para a componente sistemática para os dados da rede GPS e do Perfil, foi o MDGR.

A metodologia usada nesta pesquisa para a determinação do geóide no Estado de São Paulo constitui uma estratégia que pode ser aplicada em outras partes do Brasil e fornecer precisão para as alturas geoidais compatível com a do nivelamento. Apesar de constituir uma pequena amostra, os resultados mostram a existência de uma componente sistemática, semelhante às encontradas nesse tipo de avaliação em outras regiões do mundo.

Os resultados da análise sugerem as seguintes recomendações, sobre a determinação e aprimoramento do geóide do Estado de São Paulo:

É imprescindível um ajustamento integral da rede de nivelamento do Brasil, que permita a homogeneização de todas altitudes ortométricas existentes, e proporcione os respectivos erros. Sem isso é impossível determinar o erro da altura geoidal, usando a altitude geométrica obtida com o GPS.

O posicionamento GPS de RNs deve ser continuado, sobretudo nas regiões onde há evidências de problemas com a altitude ortométrica do IBGE, a fim de possibilitar um estudo mais aprofundado das deformações existentes na rede de nivelamento.

Há necessidade de adensamento gravimétrico nas regiões desprovidas de dados visando melhorar a quantidade e a distribuição dos dados gravimétricos. Nas áreas que apresentam uma distribuição insuficiente, como por exemplo, a região litorânea do Estado de São Paulo e na região limítrofe com os Estados do Rio de Janeiro e Minas Gerais.

Em razão da existência dos modelos geoidais MDGR e MDGI, determinados pelo método de colocação por mínimos quadrados, sugere-se que estes sejam comparados a outros modelos obtidos com diferentes técnicas, por exemplo, a FFT, em suas diferentes formas; utilizando os dados gravimétricos, topográficos, e o modelo do geopotencial usados neste trabalho.

O desenvolvimento de programas computacionais que utilizem o método da colocação por mínimos quadrados de forma mais funcional, que o programa *Geocol*; permitindo explorar adequadamente a distribuição e quantidade dos dados envolvidos e funções covariâncias mais adequadas são necessárias para avançar no aprimoramento do geóide.

REFERÊNCIAS

- ALENCAR, J.C.M. -1990- Datum altimétrico Brasileiro. *Cadernos de Geociências*, segunda edição, IBGE, 5:69-73.
- ANDERSEN, O.B. & KNUDSEN, P. -1998- Global Marine gravity Field from the ERS-1 and GEOSAT Geodetic Mission Altimeter, *J. Geoph. Res.* **102**(C4), 8129-8137.
- AYHAN, E. M. -1993- Geoid determination in Turkey (TG-91). *Bull. Géodésique* **67**: 10-22.
- CASTRO, A.L.P.de. -2002- Nivelamento através do GPS: *avaliação e proposição de estratégia*. Dissertação de Mestrado, FCT/UNESP (Em andamento).
- COSTA, S.M.A. -2000- Evolução do Sistema Geodésico Brasileiro – razões e impactos com a mudança do referencial. *I Seminário sobre Referencial Geocêntrico no Brasil*, Rio de Janeiro.
- DENKER, H. -1999- Evaluation and improvement of EGG97 quasigeoid model for Europe by GPS and leveling data. In. *Second Continental Workshop on the geoid in Europe – Proceedings* (M. Vermeer & J.Adam, eds.) pp: 53-61.
- ENGELIS, T.; RAPP, R.H. & TSCHERNING, C.C. -1984- The precise computation of geoid undulation differences with comparison to results obtained from the global positioning system, *Geophysical Research Letters*, **1**(9):821-824.
- FEATHERSTONE, W.E. -2001- Absolute and relative testing of gravimetric geoid models using Global Positioning System and orthometric height data. *Computers & Geosciences*, **27**:807-814.
- FORSBERG, R. -1997- Terrain Effects in Geoid Computations In: *Lectures Notes of the 2nd. International School for the Determination and Use of the Geoid*. International Geoid Service, Rio de Janeiro. 101-134.
- FORSBERG, R. & TSCHERNING, C.C. -1981- The use of height data in gravity field approximation by collocation, *Journal of Geophysical Research*, **86**(B6): 7843-7854.
- FORTES, L.P.S -2000- SIRGAS: O Sistema de Referência Para o Novo Milênio. *I Seminário sobre Referencial Geocêntrico no Brasil*, Rio de Janeiro.
- FOTOPOULOS, G., KOTSAKIS, C., SIDERIS, M.G. 1999. Evaluation of Geoid Models and Their Use in Combined GPS/Leveling/Geoid Height Network Adjustment. Technical Reports of the Department of Geodesy and Geoinformatics, Universität Stuttgart, *Report* No. 1994.4.
- GEMAEL, C -1981- Referenciais cartesianos utilizados em Geodésia. *Texto de Aulas*. Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas. UFPR, Curitiba, 76pp.

- GIL, A.J.; SEVILLA, M.J. & RODRIGUEZ-CADEROT, G. -1993- Geoid determination in central Spain from gravity and height data. *Bull. Géodésique* **67**:41-50.
- HEISKANEN, W. & MORITZ, H. -1967- *Physical Geodesy*. W.H. Freeman., N. York, 364 pp.
- HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H. & COLLINS, J. -1994- *GPS: Theory and practice*. Springer-Verlag Wien, N. York, 355 pp.
- IAG (International Association of Geodesy) -2000- The Geodesist's Handbooks, *Journal of Geodesy*. **74**(1): 128-133.
- IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1997- SIRGAS: *Relatório final*. Grupos de trabalho I e II, 99pp.
- IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -1998- Lista de altitudes de precisão do Estado de São Paulo. *Publ. do IBGE*, Rio de Janeiro, 1027 pp.
- IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) -2001- Informações obtidas na página mantida pelo IBGE na internet: www.ibge.gov.br.
- IGG (Instituto Geográfico e Geológico do Estado de São Paulo) -1962- Nivelamento Geral do Estado de São Paulo: altitudes de precisão. Secretaria da Agricultura, *Boletim N° 36*, 101 pp.
- JIANG, Z. & DUNQUENE, H. -1996- On the combined adjustment of combined GPS/levelling/geoid networks. *Journal of Geodesy* **70**: 505-514.
- KNUDSEN, P. -1987- Estimation and modelling of the local empirical covariance function using gravity and satellite altimeter data, *Bull. Géodésique*, **61**: 145-160.
- KOTSAKIS, C. SIDERIS, M.G. -1999- On the adjustment of combined GPS/leveling/geoid networks. *Journal of Geodesy* **73**: 412-421.
- KUANG, S. -1996- *GEODETIC NETWORK ANALYSIS AND OPTIMAL DESIGN: Concepts and Applications*. Ann Arbor Press, INC, MICHIGAN, EUA.
- LEMOINE, F.G.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K.; TRIMMER, R.G.; PAVLIS, N.K.; COX, C.M.; KLOSKO, S.M.; LUTHCKE, S.B.; TORRENCE, M.H.; WANG, Y.M.; WILLIAMSON, R.G.; PAVLIS, E.C.; RAPP, R.H. & OLSON, T.R. -1998- The development of joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. *NASA/TP* 206861.
- LI, Y.C. & SIDERIS, J.A. -1997- Minimization and estimation of geoid undulation errors. *Bull. Géodésique*. **68**: 282-289.
- LUZ, R.T. & GUIMARÃES, V.M. -2001- Realidade e Perspectivas da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro. II Colóquio Brasileiro de Ciências

- Geodésicas. Curitiba, PR. *Anais I*. CD-ROM.
- MAINVILLE A.; FORSBERG, R. & SIDERIS, M.G. -1992- Global Positioning System Testing of Geoids Computed from Geopotencial Models and Local Gravity Data: A Case Study. *Journal of Geophysical Research*, **97**(B7): 137-147.
- MILBERT, D.G. -1990- GEOID99: a high-resolution geoid for the United States. *EOS Trans. AGU*, **72**(49):545
- MONICO, J.F.G. -2000- *Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS – Descrição, fundamentos e aplicações*. Editora UNESP, São Paulo. 287p
- MORITZ, H. -1980- *Advanced physical Geodesy*. Abacus Press, Wichmann, 500 pp.
- NIMA (National Imagery and Mapping Agency). -2000- World Geodetic System 1984: Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems. *US Department of Defense*. 137pp.
- RIBEIRO, G.P. & LUZ, R.T. -1991- Resultados Preliminares do Ajustamento Global da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro. XV Congresso Brasileiro de Cartografia, São Paulo. *Anais I*.
- SÁ, N.C.de -1988- Modelos estatísticos e representação integrada do campo de gravidade no Brasil. *Tese de Doutorado*, IAG/USP, São Paulo, 240 pp.
- SÁ, N.C.de -1993- Testes sobre a eficiência de Modelos Geopotenciais no Brasil. XVI Congresso Brasileiro de Cartografia. Rio de Janeiro. *Anais I*:268-77.
- SÁ, N.C.de. -1994- Redução de Observações Gravimétricas – teoria e prática. *Relatório Técnico*. Instituto Astronômico e Geofísico (IAG/USP), São Paulo, 90pp.
- SÁ, N.C.de. -1997- A Topographic Model of Brazil Computed form New Elevation Data: *preliminary results*. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Rio de Janeiro, *Anais resumos*: S2.4-23p.
- SÁ, N.C.de. -1999- Rede GPS no Estado de São Paulo: aprimoramento do geóide e apoio básico local. *Projeto FAPESP (Proc. 99/12691-9)*.
- SÁ, N.C.de -2001- GPS – Fundamentos e aplicações. *Apostila do Curso de Verão*, São Paulo, 85 pp.
- SÁ, N.C.de -2002- comunicação pessoal.
- SÁ, N.C.de. & MOLINA, E.C -1995- O geóide gravimétrico do Estado de São Paulo: *resultados preliminares*. XVII Congresso Brasileiro de Cartografia, Salvador, *Anais 1*: 124-133.

- SIDERIS, M.G. -1997- Geoid determination by FFT techniques. In *Lectures Notes of the 2nd. International School for the Determination and Use of the Geoid*, International Geoid Service, Rio de Janeiro, 118 pp.
- SIDERIS, G.M. & SHE, B.B. -1994- A new height-resolution geoid for Canada and part of U.S. by 1D-FFT method. *Bull. Géodésique* **2**: 92-108.
- SMITH, D.A & MILBERT, D.G. -1999- The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States. *Journal of Geodesy* **73**: 219-236.
- SOUZA, S.F.de & SÁ, N.C.de. -2000- Tests on the geopotential model EGM96 in São Paulo State region. *Academia Brasileira de Ciências*, **72**(2): 291.
- SP (Spectra Precision) -2000- *GeoGenius 2000 user's manual. Version 2.1 Release 1*. Hohenkirchen-Siegertsbrunn, Germany.
- SUBIZA, W.H. -2000- A determinação de um modelo geoidal de precisão para o Uruguai. *Tese de Doutorado*, Curso de pós-graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 161 pp.
- TORGE, W. - 1991- *Geodesy*. Second Edition. Walter de Gruyter, N. Cork, 264pp.
- TSCHERNING, C.C. & RAPP, R.H. -1974- Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations and deflections of the vertical implied by anomaly degree-variance models, Ohio State University. *Report*. No 208.
- TSCHERNING, C.C. -1997- Geoid Determination by Least-square Collocation Using GRAVSOFT. In: *Lectures Notes of the 2nd. International School for the Determination and Use of the Geoid*. International Geoid Service, Rio de Janeiro. 135-164.
- TSCHERNING, C.C.; RADWAN, A.; TEALEB, A.A.; MAHMOUD, S.M.; ABD EL-MONUM M.; HASSAN, R.; EL-SYAED, I. & SAKER, K. -2001- Local geoid determination combining gravity disturbances and GPS/levelling: a case study in the Lake Nasser area, Aswan, Egypt. *Journal of Geodesy* **75**: 343-348.
- TSCHERNING, C.C.; RAPP, R.H. & GOAD, C. -1983- A Comparison of Methods for Computing Gravimetric Quantities from High Degree Spherical Harmonic Expansions. *Manuscripta Geodaetica*, **8**, 249-272.
- TZIAVOS, I.N. -1993- Numerical Considerations of FFT Methods in Gravity Field Modelling, *Wissenschaftliche Arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover*. Hannover. 138p.
- VANICEK, P. & KRAKIWSKY, E. -1986- *Geodesy: the concepts*. North-Holland, Amsterdam, 697 pp.

-
- WICHENCHAROEN, C. -1982- The indirect effects on the computation of geoid undulation. Ohio State University. *Report*. No 336.
- ZHAO, S. -1989- The computation of detailed geoids using the fast *Fourier* Transform method. Ohio State University. *Report*. No 400.