

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Efeitos inerciais no crescimento de trincas

Cássio Dani de Almeida

Porto Alegre
2019

CÁSSIO DANI DE ALMEIDA

EFEITOS INERCIAIS NO CRESCIMENTO DE TRINCAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre
2019

CIP - Catalogação na Publicação

Almeida, Cássio Dani de
Efeitos inerciais no crescimento de trincas /
Cássio Dani de Almeida. -- 2019.
99 f.
Orientador: Eduardo Bittencourt.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2019.

1. modelo de zona coesiva. 2. fadiga. 3. efeitos
dinâmicos. 4. plasticidade cristalina. I. Bittencourt,
Eduardo, orient. II. Título.

CÁSSIO DANI DE ALMEIDA

EFEITOS INERCIAIS NO CRESCIMENTO DE TRINCAS

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 26 de Abril de 2019

Prof. Eduardo Bittencourt
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Orientador

Prof. Nilo Cesar Consoli
PhD pela Concordia University
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Inácio Benvegnú Morsch (PPGEC/UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Rodrigo Rossi (PROMEC/UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Luis Eduardo Kostas (UNIPAMPA)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho a meus pais, Léia e Delcio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou a realização desse trabalho.

Agradeço ao Prof. Eduardo Bittencourt, orientador deste trabalho, pelo conhecimento transmitido, pela compreensão, pela atenção e pelo convívio durante o mestrado.

Agradeço aos Engenheiros Eduardo Braun, Rafael Moresco e Guilherme Fornel por todas as contribuições a este trabalho.

A vida é mediada por realizações e não por anos.

Bruce McLaren

RESUMO

ALMEIDA, C.D. **EFEITOS INERCIAIS NO CRESCIMENTO DE TRINCAS**. 2019. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

A influência dos efeitos dinâmicos (inerciais) no crescimento de trincas é estudada neste trabalho. A zona de crescimento de trinca é modelada por interfaces coesivas cujo processo de separação é descrito por um modelo de zona coesiva irreversível. São considerados carregamentos de impacto e cíclico. Três diferentes modelos constitutivos para o material são adotados nas análises: elástico, elasto-plástico isotrópico e elasto-plástico cristalino. Soluções quase estáticas e dinâmicas são comparadas para estabelecer as condições nas quais os efeitos dinâmicos se tornam importantes na análise. Discute-se como a velocidade de carregamento e a frequência podem modificar as características de crescimento, tais como, taxa de crescimento, extensão total, tempo de incubação e campos de plastificação. Observa-se que altas velocidades de carregamento podem inclusive alterar o modo de falha das estruturas trincadas, passando de propagação de trincas para decoesão uniforme. Da mesma forma, altas frequências de carregamento podem levar à formação de micro trincas à frente da ponta da trinca. Efeitos da altura do espécime, distribuições de tensão e evolução da trinca ao longo do tempo também são investigados. Mostra-se que a plasticidade limita a velocidade e a extensão de propagação da trinca. Para o caso de um monocristal CFC são feitas considerações sobre a distribuição das deformações plásticas e o processo de propagação de trinca sob carregamento dinâmico.

Palavras-chave: *fadiga, efeitos dinâmicos, modelo de zona coesiva, plasticidade cristalina.*

ABSTRACT

ALMEIDA, C.D. **EFEITOS INERCIAIS NO CRESCIMENTO DE TRINCAS**. 2019.
Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil,
Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

The influence of dynamic (inertial) effects on crack growth is studied in this paper. The crack growth zone is modeled by cohesive interfaces whose separation process is described by an irreversible cohesive zone model. Both impact and cyclic loading are considered. Three different constitutive models are adopted in the analysis: elastic, isotropic elastic-plastic and crystalline elastic-plastic. Quasi-static and dynamic solutions are compared to establish the conditions in which the dynamic effects become important in the analysis. It is discussed how loading speed and frequency can modify crack growth characteristics such as, growth rate, crack extension, incubation period and plastic strain fields. It is observed that high loading speeds may even change the failure mode of cracked structures from crack propagation to uniform debonding. Similarly, high loading frequencies may lead to the formation of micro cracks ahead of the crack tip. Size effects, stress distribution and crack evolution through time are also investigated. It is shown that plasticity limits crack velocity and crack extension. For the case of a FCC single crystal, considerations are made about plastic strain distribution and the crack growing process under dynamic loading.

Key-words: *fatigue, dynamic effects, cohesive zone model, crystal plasticity.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 OBJETIVOS	17
2.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	18
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	20
2.1 FRATURA DINÂMICA	20
2.1.1 Considerações quanto à tenacidade	20
2.1.2 Considerações quanto ao fator de intensidade de tensão/energia de fratura	22
2.2 MODELOS COESIVOS	26
2.3 APLICAÇÕES DE CZM EM FRATURA DINÂMICA	28
2.4 APLICAÇÕES DE CZM EM FADIGA	31
2.5 OUTROS MODELOS PARA A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS	34
2.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	36
2.6.1 Resultados relativos à fratura dinâmica	36
2.6.2 Resultados relativos à fadiga dinâmica	37
3 METODOLOGIA	40
3.1 MODELO DA ZONA COESIVA DE NEEDLEMAN	40
3.2 MODELO DE DANO DE ROE E SIEGMUND	41
3.3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	43
4 APLICAÇÕES	47
4.1 APLICAÇÃO 1: IMPACTO EM MATERIAL ELÁSTICO-LINEAR .	47

4.2 APLICAÇÃO 2: EFEITO DA TENSÃO DE ESCOAMENTO NO IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO PERFEITO	54
4.3 APLICAÇÃO 3: EFEITO DA VELOCIDADE DE IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO COM ENDURECIMENTO LINEAR	58
4.4 APLICAÇÃO 4: IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO CRISTALINO	63
4.5. APLICAÇÃO 5: CARREGAMENTO CÍCLICO	68
4.6 APLICAÇÃO 6: EFEITO DA ALTURA DO ESPÉCIME EM CARREGAMENTO CÍCLICO	74
5 CONCLUSÕES	79
REFERÊNCIAS	82
APÊNDICE A – TRATAMENTO DA PLASTICIDADE ISOTRÓPICA	89
APÊNDICE B – TRATAMENTO DA PLASTICIDADE CRISTALINA	92
APÊNDICE C – DETALHES DA ANÁLISE MODAL	97

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Dependência entre tenacidade e velocidade de propagação	21
Figura 2.2: Dependência entre tenacidade e velocidade de propagação para aço 4340 .	21
Figura 2.3: Dependência entre energia e velocidade de propagação	25
Figura 2.4: Modelos coesivos	26
Figura 2.5: Leis de tensão-separação	27
Figura 2.6: Leis de descarga	32
Figura 3.1: Tensão normal T_n em função da separação normal Δu_n	41
Figura 3.2: Lei de carga e descarga	43
Figura 3.3: Corpo em estudo	44
Figura 4.1: Geometria do modelo	47
Figura 4.2: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $\Delta t = 20$ s e $t=17$ s	49
Figura 4.3: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $\Delta t = 10^{-4}$ s	49
Figura 4.4: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $\Delta t = 10^{-4}$ s	50
Figura 4.5: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $\Delta t = 10^{-5}$ s	51
Figura 4.6: Extensão normalizada de trinca $\Delta a/\delta_0$ em função do tempo normalizado $t/\Delta t$	52
Figura 4.7: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_S/Φ_n	52
Figura 4.8: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função do comprimento de trinca Δa	53
Figura 4.9: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_S/Φ_n	55
Figura 4.10: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função do comprimento de trinca Δa	56
Figura 4.11: Deformações plásticas totais	57
Figura 4.12: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$	59
Figura 4.13: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_S/Φ_n	60

Figura 4.14: Deformações plásticas totais	61
Figura 4.15: Deslizamentos nos sistemas efetivos	64
Figura 4.16: Deslizamento no sistema efetivo 2 para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s e $t = 1.4 \times 10^{-6}$ s	65
Figura 4.17: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s	65
Figura 4.18: Velocidade de propagação $\Delta a / \Delta t$ em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$	66
Figura 4.19: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_S / Φ_n	67
Figura 4.20: Comparativo entre os casos elástico, elasto-plástico isotrópico e elasto-plástico cristalino	68
Figura 4.21: Extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ em função do número de ciclos N ..	69
Figura 4.22: Extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ no ciclo $N = 50$ em função da frequência de carregamento	69
Figura 4.23: Perfis de abertura de trinca	71
Figura 4.24: Distribuição de dano	72
Figura 4.25: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $f = 10$ kHz	73
Figura 4.26: Velocidade de propagação $\Delta a / \Delta t$ em função da extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$	74
Figura 4.27: Extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ em função do número de ciclos N ..	75
Figura 4.28: Resultados para $f = 750$ Hz e $N = 27,5$	76
Figura 4.29: Extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ em função do número de ciclos N ..	77
Figura 4.30: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (Mpa) para $f = 0.05$ kHz	77
Figura B.1: Sistemas de deslizamento e orientação da trinca	93
Figura B.2: Numeração dos sistemas de deslizamento	94
Figura C.1: Modelo para a análise modal	98
Figura C.2: Modos de vibração	98

LISTA DE SÍMBOLOS

Γ	Superfície externa do corpo
Γ_c	Superfície interna do corpo
Δ	Vetor de aberturas de trinca
Δa	Comprimento atual da trinca
Δt	Tempo de impacto
Δu	Incremento da separação da zona coesiva
Δu_n	Separação normal da zona coesiva
$\Delta u_{n,max}$	Separação normal máxima da zona coesiva
Λ	Módulo de deformação plástica
Ω	Volume do corpo
β	Corretor plástico
$\gamma^{(\alpha)}$	Deslizamento no sistema α
ε_{ij}	Tensor de deformações
δ	Variação arbitrária virtual
δ_0	Comprimento coesivo
δ_Σ	Comprimento coesivo acumulado
δ_c	Separação crítica da zona coesiva
μ	Módulo de elasticidade transversal
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Massa específica
σ	Matriz das tensões de Cauchy
σ_{esc}	Tensão de escoamento
σ_f	Tensão limite de resistência à fadiga
σ_{ij}	Tensões de Cauchy
σ_{max}	Tensão coesiva máxima atualizada

$\tau^{(\alpha)}$	Tensão projetada no sistema α
τ_c	Tensão resolvida crítica
B	Forças de volume
C_{ijkl}	Tensor constitutivo elástico
D	Dano
D_c	Dano em carregamento cíclico
D_m	Dano em carregamento monotônico
E	Módulo de Young
E_T	Módulo de endurecimento
F	Gradiente de deformação
\mathbf{F}_{ext}	Vetor de forças externas
\mathbf{F}_{int}	Vetor de forças internas
G	Energia de fratura
G_d	Tenacidade para o caso dinâmico em termos de energia
G_{tip}	Energia que flui pela ponta da trinca
K	Matriz de rigidez
K_I	Fator de intensidade de tensões para o modo I
K_{IA}	Tenacidade para a que a trinca deixe de propagar
K_{Ic}	Tenacidade para o caso quase estático
K_{Id}	Tenacidade para o caso dinâmico
L	Comprimento do espécime
M	Matriz de massa
$N_{\alpha\beta}$	Tensor constitutivo cristalino para estado plano de deformações
P_{ij}	Tensor de Schmid
\mathbf{T}_{CZ}	Vetor de tensões coesivas
T_n	Tensão coesiva normal
$T_{n,comp}$	Tensão coesiva normal compressiva

$T_{n,contact}$	Tensão de contato
$T_{n,max}$	Tensão coesiva normal máxima
\mathbf{U}	Vetor de deslocamentos nodais
$\dot{\mathbf{U}}$	Vetor de velocidades nodais
$\ddot{\mathbf{U}}$	Vetor de acelerações nodais
a	Comprimento da trinca
c_d	Velocidade da onda P ou dilatacional
c_l	Velocidade da onda uniaxial
c_r	Velocidade da onda de Rayleigh
c_s	Velocidade da onda S ou de cisalhamento
dt	Incremento temporal na integração numérica das equações de movimento
f	Frequência do carregamento
g	Função que relaciona a energia de fratura com a velocidade de propagação
h	Coeficiente de endurecimento
h_s	Metade da altura do espécime
$m^{(\alpha)}$	Vetor diretor do plano cristalográfico α
p	Tensão hidrostática
r_p	Raio de plastificação
$s^{(\alpha)}$	Vetor diretor da direção cristalográfica α
s_{ij}	Tensões desviadoras
t	Tempo
u_2	Deslocamento prescrito na direção x_2

1 INTRODUÇÃO

A propagação de trincas é um problema que acompanha a humanidade desde que o homem se tornou capaz de projetar estruturas. A civilização romana, por exemplo, desenvolveu a técnica de construção em arco para evitar a ocorrência de tensões trativas já que os materiais disponíveis a época eram pouco resistentes à tração, sendo suscetíveis a trincas. Pelo mesmo motivo as abóbodas foram usadas durante séculos em construções no Oriente Médio e na Europa. Com a Revolução Industrial o tamanho das estruturas cresceu, e com isso cresceu também o tamanho dos desastres causados com a falha de estruturas que não haviam sido adequadamente dimensionadas à fratura.

No início do século 19, acredita-se que o engenheiro alemão W. A. J. Albert (1838) tenha sido o primeiro a conduzir ensaios de fadiga em materiais metálicos, focando sua análise nos elos de correntes de ferro utilizadas em navios. Posteriormente, a falha de eixos de vagões ferroviários após um breve período de serviço levou Rankine (1843) a reconhecer as características distintas da fratura por fadiga na chamada teoria da cristalização e a perceber o perigo da concentração de tensões nos componentes de máquinas. Wöhler (1860) foi um dos pioneiros no estudo da fadiga ao submeter eixos de trens até a falha sob carregamento alternado. Suas descobertas levaram à caracterização da vida em fadiga pelas curvas de Wöhler ou curvas S-N, onde a amplitude de tensão aplicada se relaciona com o número de ciclos até a ruptura. No início do século 20, Ewing e Rosenhain (1900) e Ewing e Humfrey (1903) refutaram definitivamente a teoria da cristalização ao publicar imagens da superfície de espécimes danificados em carregamento cíclico. Os pesquisadores mostraram que bandas de deslizamento se desenvolvem nos grãos de materiais policristalinos. Essas bandas se alargam com o acúmulo de deformação por fadiga e eventualmente formam trincas. A falha catastrófica do espécime se dá então pela propagação de uma trinca dominante. A partir de 1920, a fadiga se tornou então um grande objeto de estudos com investigações sobre corrosão de metais, acúmulo de danos, efeitos da introdução de recortes nos espécimes, carregamentos de amplitude variável e teorias estatísticas da resistência dos materiais. Uma revisão histórica do estudo da fadiga é dada em Suresh (1998). Todos esses avanços no estudo da fadiga não foram suficientes, no entanto, para que alguns acidentes fossem evitados.

Durante a Segunda Guerra Mundial, cerca de 400 de um total de 2700 navios cargueiros Liberty sofreram fraturas, muitos deles vindo a afundar. Concluiu-se que as rupturas foram causadas pela inexperiência dos soldadores, pela inexistência de barreiras à propagação de trincas e pelo uso de aço de baixa tenacidade. Na década de 50, uma série de acidentes com aviões Comet foi causada pela propagação de trincas originadas nos cantos das janelas por fadiga causada pelos ciclos de compressão e descompressão na cabine. A necessidade de prevenir e mitigar as consequências desses e outros acidentes motivou o surgimento e a evolução da Mecânica da Fratura, ramo da Mecânica dos Sólidos dedicado ao estudo dos processos mecânicos que levam à propagação de fendas, fissuras e outros defeitos.

O crescimento de trincas pode ocorrer devido a carregamento estático ou dinâmico, de forma monotônica ou cíclica. Para o caso cíclico, dependendo das características do carregamento, a ruptura pode ocorrer para níveis de carga muito menores do que no caso monotônico, num fenômeno denominado fadiga. Embora as condições para fratura estática sejam, em geral, bem estabelecidas, certos aspectos da fratura dinâmica ainda não estão completamente esclarecidos, especialmente quando a fadiga está envolvida. A importância do estudo da fratura dinâmica se dá pelo fato de que muitos dos fenômenos causadores da propagação de trincas são de natureza dinâmica, como, por exemplo, o choque de projéteis, mísseis e veículos contra estruturas, a vibração de máquinas ou o trânsito de veículos sobre pontes.

Para a consideração do carregamento dinâmico em qualquer tipo de problema, uma análise dinâmica é necessária. Essa se diferencia de uma solução estática basicamente na consideração das forças de inércia e do amortecimento. Na Mecânica da Fratura não é diferente. Tanto a inércia como o amortecimento afetam a solução das equações de movimento, e com isso, a propagação de trincas. A inércia do material, especialmente, pode influenciar no crescimento de trincas quando o carregamento é aplicado suficientemente rápido, quando o crescimento da própria trinca é rápido ou quando as propriedades do material são dependentes da taxa de deformação (FREUND, 1990). Desse modo, a não consideração de efeitos dinâmicos em problemas que apresentam alguma dessas características pode levar a resultados equivocados.

Para os casos em que a taxa de carregamento for suficientemente lenta, os campos de tensão na ponta da trinca serão os mesmos das análises estáticas e o crescimento de trincas não será afetado pela inércia. Contudo, se a taxa de carregamento é rápida, o estado de tensões na

ponta da trinca muda, e isso acaba afetando o próprio processo de crescimento de trincas. Além disso, a inércia do material passa a atuar em conjunto com a rigidez estrutural no movimento do corpo, modificando seu comportamento frente às cargas. Por outro lado, taxas de carregamento rápidas geram ondas de tensão que se propagam do ponto de aplicação da carga até a trinca. De forma similar, trincas de crescimento rápido também geram ondas de tensão que se propagam da ponta da trinca para o restante do material. Tais ondas de tensão afetam o estado de tensões na ponta da trinca e conseqüentemente, o crescimento de trincas. A influência dos efeitos dinâmicos na propagação de trincas está ainda condicionada às propriedades do material, às condições de carregamento, à geometria do corpo e à reflexão de ondas.

Sendo assim, a influência de alguns dos fatores que afetam a propagação dinâmica de trincas é o alvo da investigação do presente trabalho, que se enquadra na linha de pesquisa “Modelos para a simulação em mecânica da fratura e fadiga” desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Anteriormente, trabalhos como os de Rocha et al. (1991) e Riera et al. (2014) foram desenvolvidos dentro do programa nessa mesma linha de pesquisa utilizando uma versão do método dos elementos discretos (DEM) formado por barras. Aqui um modelo de zona coesiva (CZM, do inglês *cohesive zone model*) é utilizado, assim como nos trabalhos de Fedrigo (2001), Machado (2007) e Moresco (2018).

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo principal a avaliação dos efeitos dinâmicos (inerciais) na propagação de trincas em modo I (abertura normal) de ruptura, sob estado plano de deformações (EPD), em estruturas que apresentam interfaces de propagação. São analisados dois tipos diferentes de carregamento: monotônico e cíclico. O carregamento dinâmico cíclico é de especial interesse, pois quase não existe na literatura simulações ou experimentos sob essa condição.

A zona de crescimento da trinca é modelada por interfaces coesivas cujo processo de separação é descrito por um modelo de zona coesiva (CZM). O CZM é definido pela lei coesiva irreversível de Needleman (1987) em conjunto com o modelo de dano proposto por

Roe e Siegmund (2003) e está inserido em um algoritmo de análise estrutural pelo método dos elementos finitos. O algoritmo, utilizado como base para este trabalho, para o cálculo das interfaces coesivas foi criado por Fedrigo (2001) e Machado (2007) e modificado por Moresco (2018).

Nas aplicações analisadas, um dos objetivos é comparar soluções quase estáticas e dinâmicas para estabelecerem-se as condições nas quais os efeitos dinâmicos tornam-se importantes na análise. Além disso, pretende-se investigar como a velocidade e frequência do carregamento podem modificar características da propagação de trincas tais como: velocidade, extensão total, tempo para o início do processo de crescimento e plastificação do material adjacente. Também se deseja determinar se efeitos dinâmicos podem mudar o modo de falha de estruturas trincadas e em quais condições isso pode acontecer.

Nas análises serão considerados diferentes tipos de material: elástico, elasto-plástico isotrópico e elasto-plástico cristalino. Sabe-se que a taxa de carregamento pode influenciar no comportamento do material e da zona coesiva. Normalmente, os efeitos da taxa são considerados através de leis constitutivas viscosas, seja no material ou na zona coesiva. Aqui, esse comportamento viscoso é desconsiderado, de modo que qualquer diferença no processo de crescimento é resultado unicamente de efeitos inerciais. Assim, a comparação entre soluções estáticas e dinâmicas é mais significativa. Com base no mesmo argumento, a tenacidade do material é a mesma nas análises estáticas e dinâmicas.

Por fim, este trabalho une duas linhas de pesquisa que vinham sendo desenvolvidas em paralelo: a de simulações da Mecânica da Fratura e a de simulações de plasticidade cristalina. Isso é feito através da compatibilização das rotinas de interfaces coesivas com as rotinas de plasticidade cristalina desenvolvidas por Fornel (2018). A partir disso, tem-se um modelo onde a zona fraturada e o material virgem possuem relações constitutivas independentes e onde a fratura é o resultado do processo de deformações que o material sofre na ponta da trinca. Anteriormente, em trabalhos como os de Rice (1990) e Juul et al. (2017) a fratura era imposta através da liberação de nós restringidos (técnicas *node release*) em um método que não permite avaliar a influência dos campos de tensão e deformação no crescimento da trinca. Não se tem conhecimento de outros trabalhos que utilizam a solução dinâmica para o problema de propagação de trincas em monocristais utilizando-se um CZM.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O trabalho é formado por cinco capítulos. No capítulo 2 está a revisão bibliográfica, abrangendo resultados analíticos, numéricos e experimentais referentes à fratura dinâmica. No capítulo 3 está descrita a metodologia utilizada nas análises. No capítulo 4 estão as aplicações da metodologia previamente descrita. No capítulo 5 são feitas conclusões sobre os resultados obtidos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A influência de diversos fatores na propagação dinâmica de trincas foi alvo de diferentes estudos analíticos, numéricos e experimentais no passado. Algumas das principais conclusões obtidas são expostas nesse capítulo e servem como base de comparação dos resultados obtidos nos exemplos numéricos deste trabalho.

2.1 FRATURA DINÂMICA

Tal qual na Mecânica da Fratura estática tradicional, no caso da fratura elastodinâmica para ocorrer a propagação da trinca, uma força motriz deve igualar o valor de tenacidade do material. Formulando-se em termos do fator de intensidade tensões, em modo I, a condição é dada pela Eq. (1), ou, equivalentemente, em termos da energia aplicada pela Eq. (2), onde t é o tempo e V é a velocidade de propagação.

$$K_I(t,V) \geq K_{I_d}(V). \quad (1)$$

$$G(t,V) \geq G_d(V). \quad (2)$$

No caso particular de problemas elástico lineares, a energia de fratura e o fator de intensidade de tensões se relacionam pela Eq. (3), válida para o estado plano de deformações, onde ν é o coeficiente de Poisson e E é o módulo de Young.

$$G = \frac{(1-\nu^2)}{E} K_I^2. \quad (3)$$

2.1.1 Considerações quanto à tenacidade

Embora, neste trabalho, a tenacidade seja considerada independente do tempo (independente da taxa de carga), vários trabalhos têm considerado o efeito das taxas nessa propriedade, conforme descrito nesta seção. Segundo Anderson (2005) a tenacidade K_{I_d} é dependente da velocidade instantânea de propagação da trinca. As causas desse efeito não são unânimes

entre os pesquisadores. Rosakis e Zehnder (1985) citam que embora esse efeito seja explicado em parte pela dependência das taxas de deformação na resposta do material, ele é causado principalmente por efeitos inerciais acontecendo dentro da zona plástica na ponta da trinca, afetando, por exemplo, a nucleação e coalescência de vazios. Enquanto isso, Kobayashi et al. (1986) concluíram que o aumento da tenacidade no caso dinâmico é resultado dos efeitos da propagação de ondas, sendo dependente da geometria do espécime. Na Figura 2.1 é apresentada a resposta típica de um material. Para velocidades baixas K_{I_d} não é influenciado pela velocidade, mas conforme a velocidade cresce K_{I_d} aumenta assintoticamente, afastando-se de K_{I_c} , a tenacidade para carregamento estático. A Figura 2.2 mostra resultados experimentais para um aço.

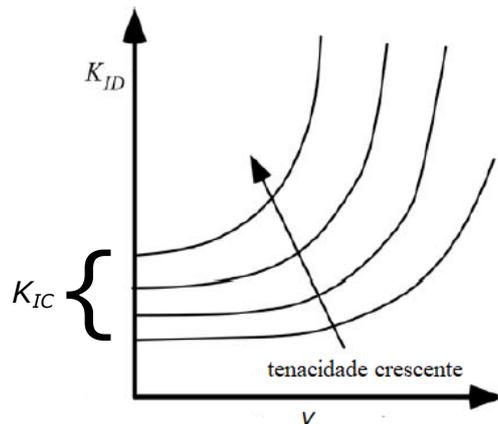


Figura 2.1: Dependência entre tenacidade e velocidade de propagação (Fonte: Anderson (2005))

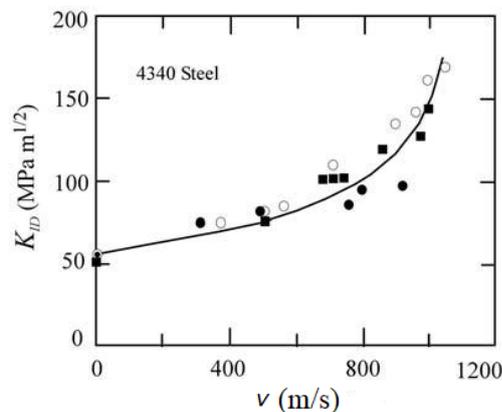


Figura 2.2: Dependência entre tenacidade e velocidade de propagação para aço 4340 (Fonte: Rosakis e Freund (1982))

Ainda em relação à tenacidade, Freund (1990) analisa o resultado de experimentos sobre o efeito da taxa de carregamento em diversos tipos de materiais. Em alguns casos, a resistência ao início do processo de fratura parece aumentar com a taxa de carregamento enquanto em outros casos a dependência oposta é encontrada. A explicação para uma mudança na resistência, seja de aumento ou redução, está nos mecanismos de deformação inelástica e separação do material na região altamente tensionada na ponta da trinca. Freund (1990) segue explicando que um dos efeitos do aumento da taxa de deformação na resposta do material é aumentar a tensão necessária para plastificação. A magnitude deste efeito pode ter grande variação, dependendo do material e de sua condição microestrutural. Para o caso de materiais em que a fratura inicia por um mecanismo dependente da tensão (“fratura frágil”), em carregamento rápido, um nível crítico de tensão na ponta da trinca será alcançado em um nível mais baixo de deformação do que para carregamento lento. Conseqüentemente, a energia de deformação será menor no caso de carregamento rápido. Se menos trabalho tem que ser feito na ponta da trinca para iniciar a fratura, então o material parecerá ser mais frágil. Ressalta-se que essa observação é válida somente para o início do processo de fratura, não sendo relacionada às Figuras 2.1 e 2.2 que são válidas para quando a propagação já está ocorrendo. Por outro lado, para o caso de materiais cuja fratura é iniciada por uma deformação crítica (“fratura dúctil”), a tensão e conseqüentemente a energia de deformação na ponta da trinca serão maiores para o caso de carregamento rápido do que no carregamento lento. Se mais trabalho tem que ser feito para iniciar a fratura, então o material parecerá mais resistente. O autor ainda afirma que a principal consequência de uma alta taxa de carregamento pode não ser a mudança na resistência à fratura, mas sim a completa mudança no mecanismo de fratura (de “fratura frágil” para “fratura dúctil” ou vice-versa).

2.1.2 Considerações quanto ao fator de intensidade de tensão/energia de fratura

Com relação à dependência temporal do fator de intensidade de tensões na Eq. (1), ela deve-se ao fato de que as forças aplicadas também são dependentes do tempo. Freund (1990) expõe diversas soluções analíticas para o fator de intensidade de tensões e os campos assintóticos de tensões na ponta da trinca, para trincas estáticas e em movimento sob a ação de carregamentos repentinos, para todos os modos de separação e para materiais elásticos e elastoplásticos. Tais soluções permitem avaliar o comportamento da trinca no momento em que a carga é aplicada e compará-lo com o comportamento obtido pelas soluções da mecânica da fratura linear elástica. O autor menciona que, para trincas estáticas, em alguns casos, a intensidade do

campo de tensões da ponta da trinca, resultante de uma carga aplicada subitamente, pode atingir níveis superiores aos níveis de intensidade da solução de equilíbrio correspondente à lenta aplicação de uma carga do mesmo valor, ou seja, nos estágios iniciais da aplicação de uma carga de impacto, o fator de intensidade de tensões supera o seu valor estático antes de eventualmente decair em um processo transiente. Um exemplo desse efeito pode ser visto em Kostas et al. (2009), onde o fator de intensidade de tensões apresenta oscilações após a aplicação de um carregamento de impacto, antes de atingir o seu valor estático.

Broberg (1967) determinou a taxa de energia absorvida pelas faces de uma trinca que propaga. A partir disso, Freund (1990) determinou que a razão entre a taxa de energia absorvida pelas faces de uma trinca propagando e a taxa de trabalho sendo feita no sólido é uma função monotonicamente decrescente da velocidade de propagação (maior a velocidade de carregamento, menos energia chega à ponta da trinca). Para propagação quase estática essa razão vale um meio. Para velocidades de propagação tendendo a velocidade da onda de Rayleigh (c_r), ela tende a zero. Essencialmente, essa razão quer dizer que, para velocidades de propagação baixas, de toda a energia que está sendo fornecida ao corpo, metade vai para o processo de fratura, o restante é convertido em energias de deformação e cinética. Conforme aumenta a velocidade de propagação menos energia de fratura é aplicada à trinca. A energia de fratura dinâmica pode ser determinada pela Eq. (4), onde $G(0, t)$ é a energia de fratura estática em um determinado instante de tempo e $g(V)$ é uma função que pode ser aproximada como linear e vale um para $V=0$ e zero para $V=c_r$.

$$G(V, t) = g(V)G(0, t). \quad (4)$$

A conclusão do parágrafo anterior é de fundamental importância, pois permite fazer considerações sobre a velocidade de propagação das trincas. Com base nesse e em outros conceitos energéticos, verificou-se então que a velocidade limite teórica para uma trinca propagando em modo I em um meio elástico é a velocidade da onda de Rayleigh (c_r) (FREUND, 1990). Isso acontece, pois à medida que a velocidade de propagação aproxima-se de c_r a energia de fratura (ou o fator de intensidade de tensões) tende a zero, eliminando-se a força motriz da propagação.

Ainda com relação à velocidade de propagação, Freund (1990) estabelece uma velocidade em que os efeitos inerciais podem ser desprezados na determinação do campo da ponta da trinca.

O autor considera que isso é possível quando a relação entre as energias cinética e de deformação em um ponto na vizinhança da trinca é de cerca de um décimo. Assim chega-se a conclusão que efeitos inerciais são desprezíveis para velocidades da trinca inferiores a cerca de um terço da velocidade da onda elástica uniaxial no material.

Nesse ponto é interessante definir-se as velocidades de onda elástica em um material. São elas: velocidade da onda P ou dilatacional, c_d (Eq.(5)); velocidade da onda S ou de cisalhamento, c_s (Eq.(6)); velocidade da onda de Rayleigh, c_r (Eq.(7)); e velocidade da onda uniaxial, c_l (Eq.(8)) (FREUND, 1990). Definidas dessa forma, essas velocidades obedecem a seguinte hierarquia: $c_d > c_l > c_s > c_r$. Ressalta-se que as velocidades obtidas pelas Eqs 5 à 8 não consideram efeitos do dano ou da plastificação no material.

$$c_d = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}. \quad (5)$$

$$c_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}. \quad (6)$$

$$c_r = c_s \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu}. \quad (7)$$

$$c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (8)$$

Freund e Hutchinson (1985) apresentam um resultado aproximado para a relação entre a energia aplicada remotamente G e a tenacidade da ponta da trinca G_c para um material elasto-plástico (Figura 2.3, onde G_S é a energia aplicada quase estática $G(0, t)$ da Eq. (4)). Conforme a velocidade de propagação tende a zero, a energia que deve ser aplicada para garantir a propagação cresce acentuadamente, já que há mais tempo para as deformações plásticas acumularem e dissiparem energia. Conforme a velocidade de propagação aumenta até um determinado valor, a energia dissipada em plastificação diminui, o que corresponde ao trecho descendente A-M das curvas na Figura 2.3. Por outro lado, para velocidades maiores que essa, a inércia do material age resistindo à propagação, o que demanda uma maior energia aplicada para garantir a propagação a essas velocidades. Esta última situação corresponde ao trecho ascendente M-B na Figura 2.3. P_c é uma combinação de vários parâmetros do material e depende da temperatura. Um maior valor de P_c significa que o material é mais dúctil. Para um

dado valor de P_c , para pontos abaixo de M , a propagação cessa de forma abrupta e a energia é dissipada apenas por plastificação.

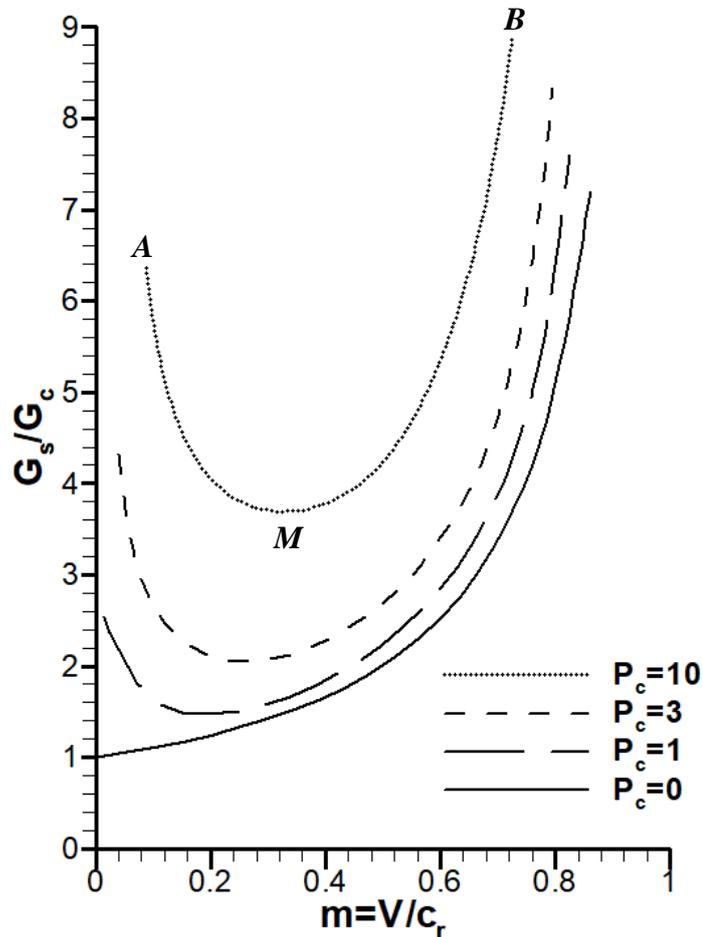


Figura 2.3: Dependência entre energia e velocidade de propagação
(Fonte: Freund e Hutchinson (1985))

Finalmente, Broberg (1995) apresentou um estudo teórico de propagação dinâmica de trincas em modo I em uma camada elástica inserida em um meio externo e concluiu, assim como Freund (1990), que a velocidade limite de propagação é c_r . Além disso, o autor deduziu que se a altura da camada for muito baixa, a tensão normal ao plano da trinca vai atingir a tensão de interface antes de o carregamento ser alto o suficiente para produzir o fator de intensidade de tensões necessário para o crescimento de trinca, causando o descolamento da interface e fazendo com que a trinca se mova a velocidades superiores a c_r . A altura limite para a ocorrência desse efeito é dependente das propriedades do material.

Soluções analíticas para problemas de fratura dinâmica estão disponíveis para somente alguns problemas, como os ressaltados nessa revisão. Então, para determinar o comportamento dinâmico de trincas em situações de aplicações reais, depende-se de experimentos e modelos numéricos. Um modelo numérico bastante utilizado na literatura e escolhido para esse trabalho é o Modelo de Zona Coesiva (CZM) acoplado a uma análise por elementos finitos. Porém, o CZM também pode ser utilizado em conjunto com o método dos elementos de contorno, como em Yang e Ravi-Chandar (1998); e com o método dos elementos finitos estendido (XFEM), como em Xu e Yuam (2009).

2.2 MODELOS COESIVOS

O conceito de zona coesiva se originou a partir das idéias de Dugdale (1960) e Barrenblat (1962). Dugdale (1960) basicamente supôs, no estado plano de tensões, que o comportamento de um material elasto-plástico com uma trinca de comprimento a é equivalente ao de um material elástico com uma trinca de comprimento $a + b$, onde na zona b atuam tensões compressivas constantes iguais a tensão de escoamento σ_{esc} (Figura 2.4). Barrenblat (1962) propôs um modelo similar, onde as tensões compressivas (coesivas) seriam função da abertura na zona comprimida (coesiva). A partir desses conceitos desenvolveram-se os modelos de zona coesiva (CZMs).

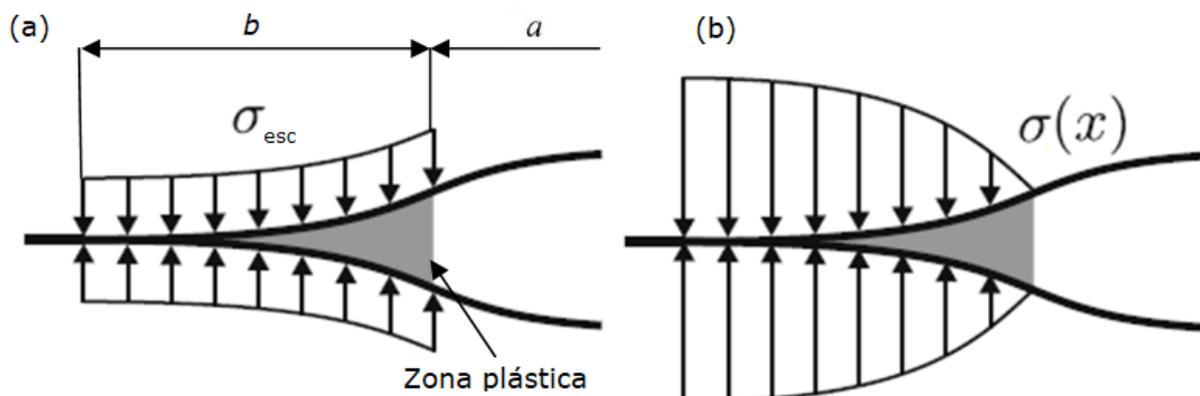


Figura 2.4: Modelos coesivos (a) Modelo de Dugdale (b) Modelo de Barrenblat (Fonte: Geißler e Kaliske (2010))

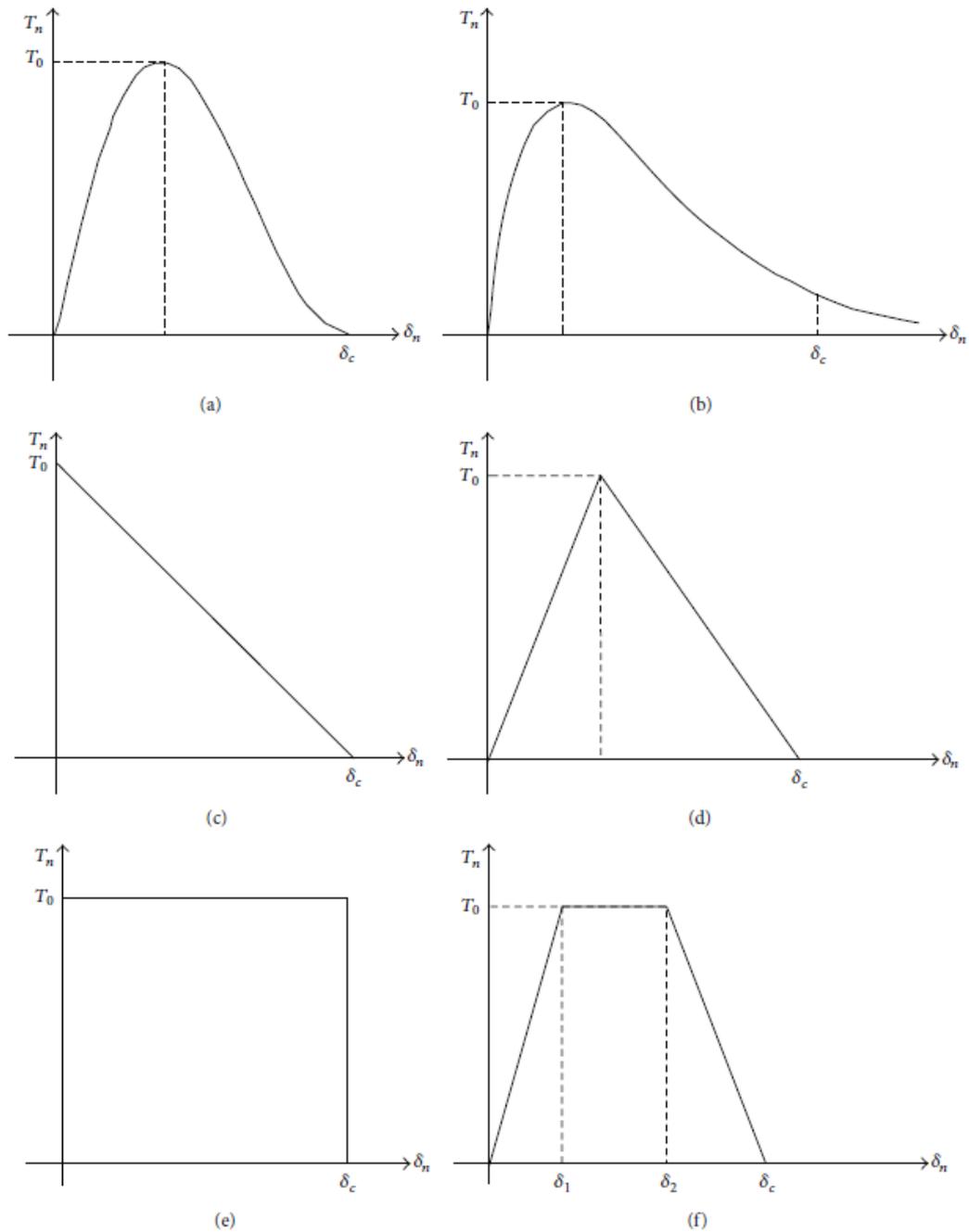


Figura 2.5: Leis de tensão-separação: (a) Needleman (1987); (b) Needleman (1990); (c) Hillerborg et al. (1976); (d) Geubelle e Baylor (1990); (e) Yuan et al. (1996); (f) Tvergaard e Hutchinson (1992) (Fonte: Liu et al. (2013))

A zona coesiva é uma interface estreita constituída de duas superfícies fictícias que estão conectadas por tensões coesivas. Nessa interface, vazios se formam, coalescem e originam trincas que se propagam. A relação entre a abertura da zona coesiva e a tensão coesiva é conhecida como lei de tensão-separação. Para o modo I de fratura (separação normal das interfaces), diversas formas para essa lei já foram propostas para os mais diversos materiais

(Figura 2.5): a forma polinomial de Needleman (1987), a forma de decrescimento linear de Hillerborg et al. (1976), a forma exponencial de Needleman (1990), a forma bilinear de Geubelle e Baylor (1990), a forma constante de Yuan et al. (1996) e a forma multilinear de Tvergaard e Hutchinson (1992).

De forma geral, todos os CZMs possuem um valor máximo de tensão coesiva T_0 relacionado com uma separação característica do material. A tensão coesiva geralmente é considerada como o principal parâmetro material, não apenas para comportamento frágil, mas também para o dúctil. Após a separação característica do material ser superada, a tensão coesiva reduz até que uma separação crítica δ_c seja atingida, onde ocorre a fratura da zona coesiva. A área abaixo das curvas de tensão-separação corresponde à energia coesiva, isto é, a energia que é dissipada no processo de propagação. Os parâmetros coesivos podem ser determinados por ensaios laboratoriais, onde geralmente são identificadas a tensão máxima coesiva e a energia coesiva. A partir desses dois parâmetros pode-se ajustá-los a uma lei de tensão-separação. As leis coesivas também têm sido aplicadas na caracterização de compósitos laminados, adesivos e soldas.

A formulação do CZM é de fácil integração com o método dos elementos finitos (FEM) através do uso de elementos coesivos. Esses elementos são superfícies compatíveis, de forma geral, com as malhas da estrutura sólida, ligando faces de trinca e governando a sua separação de acordo com a lei coesiva. Portanto, apesar de existirem outras formas de se aplicar o CZM, o método dos elementos finitos é a mais utilizada.

2.3 APLICAÇÕES DE CZM EM FRATURA DINÂMICA

Além das já consagradas aplicações quase estáticas, o CZM tem sido uma importante ferramenta no estudo e nas simulações da mecânica da fratura dinâmica. Andrews (1976) estudou a propagação dinâmica de trincas em modo II usando uma formulação coesiva. Nessa formulação, a tensão de cisalhamento na interface coesiva decresce linearmente com o aumento do deslizamento relativo entre as interfaces, até atingir um valor que corresponderia somente ao atrito entre as duas interfaces. O autor concluiu que a velocidade aparente de trinca pode exceder a velocidade da onda de Rayleigh, que é o limite teórico para a velocidade de propagação de trinca.

Burridge et al. (1979) utilizaram uma formulação coesiva para confirmar os resultados de Andrews (1976). Os autores constataram que trincas em modo II com velocidade de propagação V são estáveis quando $V < c_r$ ou quando $\sqrt{2} c_s < V < c_d$. Nesse caso a condição de estabilidade vem do fato de que a força motriz precisaria aumentar para a velocidade de propagação crescer. Para $c_s < V < \sqrt{2} c_s$ a propagação é instável, pois uma redução na força motriz leva a um aumento na velocidade de propagação. Velocidades de propagação na zona $c_r < V < c_s$ não são possíveis.

Xu e Needleman (1994) avaliaram os efeitos de altas velocidades de impacto nas taxas de crescimento de trinca e ramificação de trincas para o modo I de fratura em materiais elásticos. Os pesquisadores observaram que maiores velocidades de impacto levam a maiores velocidades de propagação da trinca, podendo a velocidade inclusive superar a velocidade da onda de Rayleigh se a tensão coesiva do material é excedida pela tensão das ondas de pressão geradas pelo carregamento. Quanto à ramificação de trinca, eles observaram que a energia de uma trinca propagando a cerca de 40% da velocidade de Rayleigh é suficiente para haver ramificação e essa ramificação ajuda a fazer com que as trincas se propaguem abaixo da velocidade limite.

Needleman (2018) estudou o crescimento dinâmico de trincas em modo II em uma interface entre um material elástico e um material elasto-viscoplástico. Para baixos valores de resistência coesiva, foi observado que a velocidade de propagação é a mesma de um material totalmente elástico, e bem acima da velocidade da onda de Rayleigh. Portanto, mesmo materiais que estão sujeitos à plastificação podem apresentar trincas que se propagam com velocidade superior à c_r . Para valores mais altos de resistência coesiva o efeito da plasticidade é reduzir a velocidade de propagação para valores abaixo de c_r . No caso de material totalmente elástico a velocidade de propagação cresce acentuadamente devido à formação de micro trincas a frente da trinca original. Também foi observado que o aparecimento de micro trincas e o consequente aumento na velocidade de propagação podem ocorrer em materiais elasto-viscoplásticos, desde que as deformações plásticas sejam pequenas e localizadas. Além disso, observou-se que maiores velocidades de impacto levam a maiores velocidades de propagação.

A partir da análise desses trabalhos, conclui-se que a limitação da velocidade de propagação a valores abaixo de c_r é válida quando de fato existe propagação de trinca. Para o modo II foi

observada a formação de micro trincas à frente da trinca original, que fazem com que a velocidade aparente de propagação possa assumir valores entre $\sqrt{2} c_s$ e c_d . Já para o modo I, há a possibilidade de rompimento por decoesão uniforme, o que leva a uma velocidade aparente de propagação infinita.

Muitas vezes o próprio material é sensível a variações na taxa de carregamento, de modo que os efeitos inerciais sozinhos não explicam a variação de comportamento da propagação de trincas no material. Dessa forma, quando se deseja simular o comportamento de um material real muitas vezes recorre-se a formulações dependentes da taxa de carregamento. Isso pode ser feito de duas maneiras. A primeira é tornando o material dependente da taxa, através de relações constitutivas viscoelásticas (como em Musto e Alfano (2013), por exemplo) ou visco-plásticas (como em Siegmund e Needleman (1997), por exemplo). A segunda é tornando o CZM dependente da taxa, normalmente através de uma dependência na energia de fratura (como em Salih et al. (2016), por exemplo). Ambas as abordagens têm sido utilizadas com sucesso na literatura e serão exemplificadas nos próximos parágrafos. Neste trabalho introdutório, tanto o material como o modelo coesivo são considerados independentes da taxa, de modo que os efeitos dinâmicos sejam unicamente relacionados a efeitos inerciais.

Needleman (1997) fez um estudo numérico empregando CZM para avaliar o carregamento de impacto dinâmico em materiais elásticos e viscoplásticos. O autor fez um estudo da sensibilidade da malha para ambos os casos. Concluiu-se que, para o caso estudado, o crescimento de trinca no material elástico foi insensível ao refinamento de malha. Já para o material visco-plástico, a velocidade de crescimento é insensível ao refinamento para malhas com elementos de até 25 μm de comprimento, enquanto que o tempo para o início da propagação mostrou-se moderadamente dependente do refinamento de malha.

Siegmund e Needleman (1997) usaram CZM para avaliar o efeito do endurecimento devido à taxa de deformação nos campos da ponta da trinca e na propagação e parada da trinca sob carga dinâmica de impacto. Os autores consideraram materiais visco-plásticos com dois tipos diferentes de endurecimento: por lei de potência e em uma lei onde para altas taxas de deformação, a sensibilidade da lei à deformação aumenta. Eles encontraram uma velocidade de propagação para a qual o fator de intensidade de tensões aplicado remotamente aumenta acentuadamente. Essa velocidade, que depende do carregamento e também das propriedades coesivas, é a velocidade limite de propagação. Portanto, para materiais que sofrem

plastificação, a velocidade limite de propagação é abaixo da velocidade limite para materiais elásticos, c_r .

Ortiz e Pandolfi (1999) utilizaram CZM em uma versão tridimensional para modelar o crescimento de trincas sob impacto dinâmico em material visco-plástico. Os autores observaram que a propagação obtida apresentou boa concordância com resultados experimentais.

Zhou et al. (2005) modelaram o crescimento de trincas em alta velocidade em Polimetil Metacrilato usando um CZM cuja relação tensão-separação é dependente da velocidade de propagação. Os resultados obtidos tiveram uma boa concordância com resultados experimentais.

Salih et al. (2016) realizaram análises dinâmicas e quase estáticas da propagação de trincas em modo I em um material elasto-plástico. Os autores compararam leis tensão-separação independentes da taxa de carregamento com leis onde a tensão coesiva é dependente da taxa de separação do material na zona coesiva. O uso de CZMs dependentes da taxa de carregamento permite que a energia de fratura também seja dependente dessa taxa, enquanto mantém a tensão coesiva limitada a valores característicos do material e permite que a separação crítica varie. O CZM dependente da taxa mostrou resultados aceitáveis e proporcionou alta estabilidade.

2.4 APLICAÇÕES DE CZM EM FADIGA

Um aspecto importante no caso de carregamento cíclico é o modo como são feitas a descarga e a recarga dentro da zona coesiva. No caso de descarga na origem do gráfico da lei tensão-separação (Figura 2.6a), a abertura da zona coesiva é zerada na ausência de carregamento. Esse modo de descarga é geralmente utilizado para simular um comportamento frágil. Outra opção de descarga é aquela que permite uma separação residual (Figura 2.6b) quando o carregamento é removido. Esse modo de descarga tem o objetivo de simular o efeito de deformações plásticas causando o contato entre as faces da trinca (ROTH et al., 2014). A descarga na origem é adotada em Bouvard et al. (2009), Nguyen et al. (2001), Yang e Ravi-Chandar (1998), entre outros. Roe e Siegmund (2003) e Roth et al. (2014), por exemplo, adotam a descarga com separação residual.

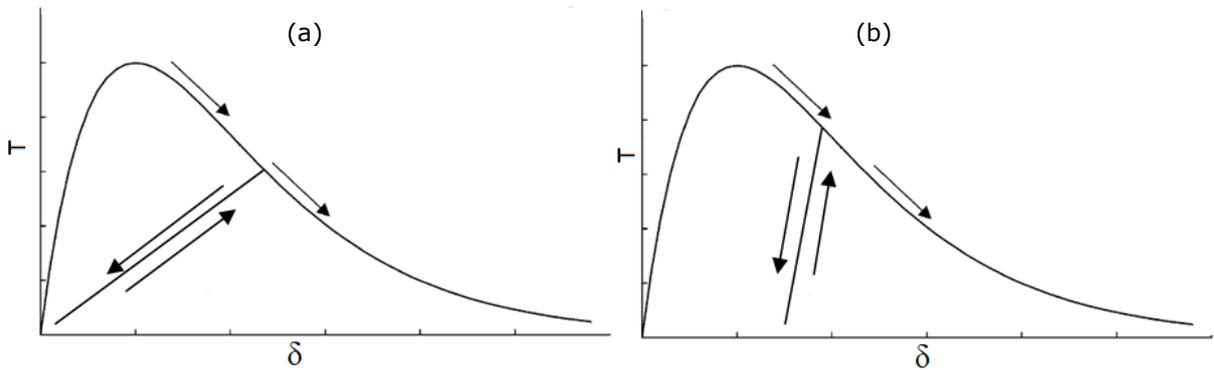


Figura 2.6: Leis de descarga: (a) Descarga na origem; (b) Separação residual.

Além da questão da descarga, há outro aspecto importante a ser considerado, o dano. O modelo coesivo por si só não é capaz de simular a propagação de trincas por fadiga, levando a uma vida infinita quando a energia aplicada na trinca é inferior à energia coesiva. A ruptura por fadiga pode, no entanto, ser obtida se uma degradação na resistência do material devido ao carregamento cíclico é incorporada no cálculo (SURESH, 1998). Essa degradação pode ser incorporada ao CZM utilizando-se diferentes teorias. Uma delas é o uso de uma função de dano que basicamente age enfraquecendo a tensão coesiva do material. Lemaitre (1996) propõe as seguintes condições que uma função de dano deve satisfazer:

- a) O dano somente inicia o seu acúmulo quando uma medida de deformação, acumulada ou atual, é maior que um valor crítico;
- b) O incremento de dano é relacionado ao incremento de deformação ponderado pelo nível atual de carregamento;
- c) Existe uma tensão limite de resistência à fadiga a qual leva a uma vida infinita quando o material é submetido a carregamento cíclico de magnitude menor que esse limite.

Roe e Siegmund (2003) desenvolveram uma lei de dano que satisfaz essas características. Eles a utilizaram na análise do descolamento de compósitos de alumínio e polietileno. Wang e Siegmund (2006) usaram a mesma lei de dano para o estudo de efeitos de escala na propagação de trincas por fadiga em materiais quase frágeis.

Xu e Yuan (2009) modelaram a fadiga em modo misto utilizando o método dos elementos finitos estendido (XFEM). No XFEM uma descontinuidade de deslocamentos pode ser inserida em um elemento finito e tratada com graus de liberdade e funções interpoladoras extras. Então, através dessa descontinuidade, o início da trinca pode ocorrer em um ponto material arbitrário e a propagação pode ocorrer em uma direção arbitrária, sem a necessidade de se adicionar nós ou elementos extras. O XFEM ainda permite a nucleação, crescimento e coalescência de múltiplas trincas sem a necessidade de remalhamento. Nas suas simulações Xu e Yuan (2009) utilizaram a forma exponencial da lei tensão-separação de Needleman (1990) e a mesma lei de dano de Roe e Siegmund (2003).

Del Busto et al. (2017) utilizaram a mesma lei de dano de Roe e Siegmund (2003) em conjunto com uma lei tensão-separação do tipo exponencial modificada para ser dependente da concentração de gás hidrogênio nas faces da trinca. Dessa forma, o modelo é destinado a capturar efeitos de corrosão provocados por condições ambientais na fadiga. Os seus resultados reproduziram tendências experimentais que apontam menores taxas de crescimento de trinca para maiores frequências de carregamento, devido ao maior tempo de exposição da trinca ao ambiente.

Bouvard et al. (2009) adotam critérios um pouco diferentes para o acúmulo de dano. Em seu trabalho, a função de dano está associada a uma força termodinâmica, de modo que o dano somente acumula após essa força termodinâmica superar um valor crítico. Além disso, os autores impedem o acúmulo de dano durante a descarga. O trabalho de Bouvard et al. (2009) também se destaca por se tratar de uma aplicação do CZM para a fadiga de monocristais. Anteriormente, as simulações de crescimento de trinca nesse tipo de material eram feitas majoritariamente com técnicas do tipo *node release* que não permitem relacionar o processo de plastificação com a propagação. Os autores, então, simularam a fadiga em cristais CFC de liga de níquel com a trinca propagando ao longo da linha de simetria de espécimes no estado plano de deformações. O modelo também foi estendido para capturar efeitos da taxa de carregamento através da consideração da fluência. Isso foi feito através de uma lei de dano específica para a fluência, cujo efeito é somado ao dano por fadiga. Os resultados obtidos nesse trabalho foram comparados com resultados experimentais mostrando muito boa concordância na maior parte dos casos. Divergências com experimentos foram observadas quando os efeitos de fluência são muito pronunciados ou quando a plastificação na ponta da trinca é alta devido à alta amplitude do carregamento.

Outros autores utilizam critérios mais simples para o dano. Em Yang e Ravi-Chandar (1998) e Yang et al. (2001) é utilizado o método dos elementos de contorno em conjunto com um CZM para modelar o crescimento de trincas. Uma vantagem da utilização do método dos elementos de contorno é a discretização isolada do contorno, o que fornece uma matriz de rigidez reduzida em relação ao FEM. Nas suas simulações, o acúmulo de dano é tido como somente dependente da abertura na zona coesiva e o seu efeito é o de enfraquecer a rigidez dessa zona. O método utilizado é capaz de prever desvios na direção de crescimento da trinca, sendo que a trinca propaga na direção perpendicular à máxima tensão principal no momento em que a energia coesiva é esgotada.

Nguyen et al. (2001) utilizaram uma lei coesiva de decrescimento linear onde a descarga ocorre segundo uma reta em direção a origem do gráfico tensão-deformação e a recarga é uma função do incremento de separação das interfaces coesivas. Essencialmente, essa escolha faz com que a recarga ocorra com uma rigidez coesiva menor do que a descarga, simulando o acúmulo de dano em um ciclo de carregamento.

Roth et al. (2014) introduziram parâmetros de forma para modificar o formato exponencial da lei de tensão-separação. Também incluíram fatores de forma para possibilitar a inclusão de relações não lineares durante a descarga e recarga. Nas suas simulações, o valor do parâmetro de dano é tomado da própria curva exponencial de tensão-separação.

2.5 OUTROS MODELOS PARA A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS

Existem outros métodos, além do CZM, para se modelar o crescimento de trincas. No método dos elementos discretos (DEM), para a formulação conhecida como *lattice model*, um sólido pode ser representado por barras interconectadas capazes de suportar esforços axiais. As barras possuem sua lei constitutiva que relaciona tensões e deformações, e descreve uma energia de fratura. Em carregamento cíclico, o dano age diminuindo a rigidez da lei constitutiva, efetivamente consumindo energia de fratura. A cada barra é atribuído um valor de energia de fratura aleatório, segundo uma distribuição e uma variabilidade pré-estabelecidas. Nos casos dinâmicos, a massa da estrutura é discretizada e colocada nos nós das extremidades das barras do modelo. O método destaca-se em sua capacidade de modelar materiais não uniformes e em prever a ramificação e a tortuosidade do caminho de trincas.

Essa formulação do DEM foi utilizada em Soares (2014) para avaliar efeitos de escala em fadiga e em Birck (2016) para relacionar o dano em materiais quase frágeis com medições de emissão acústica. Kostaski (2012) fez uma análise dinâmica do impacto de projéteis e seu efeito na fratura de placas de PMMA e de concreto armado. Os resultados obtidos apresentaram boa concordância com experimentos. Outras aplicações do método são dadas, por exemplo, em Rocha et al. (1991), Riera et al. (2014), Mastilovic e Rinaldi (2015) e Hwang e Lim (2017).

Outra possibilidade de modelagem de trincas é dada em Aslan (2010), que estudou a propagação de trincas em fadiga para monocristais da superliga de níquel PWA1483. Nesse trabalho, a propagação de trincas é formulada a partir da relação constitutiva cristalina e da mecânica do dano, onde a fadiga e a fluência contribuem para o acúmulo de dano. Três sistemas de dano são então associados aos planos de deslizamento do cristal, sendo um associado à abertura de trincas e os outros associados às deformações no plano. O efeito do dano é reduzir uma tensão crítica do material, facilitando a ocorrência de deslizamentos. A principal vantagem do método adotado é a ausência de um caminho prescrito para a trinca, podendo ser simulados casos de ramificação e desvio na direção de crescimento. Os resultados apresentaram ótima concordância com resultados experimentais, exceto para frequências mais altas, onde o modelo não captura efeitos de fluência e oxidação.

Em um trabalho pioneiro, Buehler et al. (2003) utilizaram dinâmica molecular de larga escala, que prevê o movimento de um grande número de átomos governados pelas suas interações interatômicas mútuas, em conjunto com conceitos da Mecânica do Contínuo para provar que a hiper-elasticidade pode causar a propagação supersônica de trincas. Para materiais que sofrem enrijecimento hiper-elástico, os autores obtiveram velocidades intersônicas (maiores que c_r e menores que c_d) de propagação para o modo I e supersônicas para o modo II. Baseando-se no trabalho de Broberg (1995), os autores postularam a existência de um comprimento característico que deve ser comparado com o raio de ação dos efeitos hiper-elásticos para determinar se a hiper-elasticidade afeta a propagação. Para condições utilizadas em experimentos, a tensão aplicada é muito menor do que a necessária para que o comprimento característico seja grande o suficiente a ponto de provocar velocidades supersônicas de propagação.

2.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os estudos experimentais existentes na literatura normalmente analisam espécimes de diferentes materiais submetidos a altas taxas de carga. Os resultados focam nos modos de propagação e nas propriedades em fadiga dos materiais, bem como em sua relação com condições ambientais. A seguir são apresentados alguns resultados relevantes.

2.6.1 Resultados relativos à fratura dinâmica

Washabaugh e Knauss (1994) analisaram as velocidades de propagação em espécimes de Polimetil Metacrilato (PMMA) com uma interface enfraquecida servindo de caminho preferencial para o crescimento da trinca. Os pesquisadores relataram velocidades de crescimento de $0.95 c_r$, confirmando efetivamente que a velocidade da onda de Rayleigh é a velocidade limite de propagação. Além disso, notou-se que a tendência de ramificação da trinca é observada somente no início do processo de propagação. Após o início do processo, nenhum dos espécimes analisados apresentou ramificação. Portanto, em uma situação real, se algo impedir a ramificação da trinca no início da propagação, a trinca pode chegar a velocidades próximas a c_r . Para espécimes de aço, Nilsson (1974) obteve velocidades de propagação de até 65% de c_r .

Rosakis et al. (1999) analisaram a propagação em modo II em uma interface enfraquecida de Homalite, em um experimento conceitualmente similar ao de Washabaugh e Knauss (1994). Rosakis et al. (1999) observaram que a velocidade de propagação superou a velocidade da onda de cisalhamento. Isso mostra que resultados como os de Andrews (1973) e Needleman (2018) estão corretos: é possível a existência de propagação intersônica (entre c_r e c_d), ao menos para o modo II.

Outro dos efeitos dinâmicos observado experimentalmente é o surgimento de micro trincas em uma zona danificada onde ocorre o processo de fratura. Guerra et. al (2012) analisaram as superfícies de ruptura de espécimes de PMMA rompidos em alta velocidade de carga no modo I. Os seus resultados mostram que a velocidade de propagação de uma única trinca é limitada a 23% da velocidade de onda de Rayleigh do material devido a efeitos de ramificação da trinca. No entanto a velocidade com a qual a trinca efetivamente avança no material pode ser muito maior do que essa devido à coalescência de micro trincas, cada uma delas movendo-se à velocidade limite observada para uma única trinca. Então o efeito do surgimento de micro

trincas é acelerar a propagação a velocidades que não seriam possíveis sem a presença de micro trincas. O aparecimento de micro trincas que posteriormente coalescem, ocasionando maiores velocidades de propagação também foi observado por Zhang e Liu (2012) em espécimes de liga de alumínio submetidos a carregamento em tração.

2.6.2 Resultados relativos à fadiga dinâmica

No que se refere às diferenças nas propriedades de fadiga devido à frequência de carregamento, Fuczak (1994) estudou a fadiga à flexão de espécimes de aço de alta resistência sem trinca inicial. O autor concluiu que para fadiga de baixo ciclo, sob altas tensões; altas frequências de carregamento causam a falha prematura do espécime. Para tensões mais baixas e números mais altos de ciclos, o efeito prejudicial reduz até desaparecer completamente.

Nas últimas décadas desenvolveram-se ensaios que permitem testar a vida em fadiga de espécimes de diferentes materiais em frequências ultrassônicas. Nesses ensaios os espécimes sem trinca inicial são estimulados a vibrar em ressonância em frequências de até 20 kHz, geralmente em um grande número de ciclos (entre 10^5 e 10^9 ciclos) de tração-compressão de igual magnitude, ou seja, $R (\sigma_{min}/ \sigma_{max}) = -1$. Tais ensaios permitem avaliar se existem e quais são os efeitos da frequência de carregamento nas propriedades de fadiga dos materiais.

Diversos tipos de ligas metálicas foram estudadas por esse método. Mayer et. al (2001), por exemplo, estudaram a fadiga de espécimes de liga de alumínio para frequências de carregamento de 100 Hz e 20 kHz. Os autores concluíram que o comportamento em fadiga do espécime não foi afetado pela frequência de carregamento. Guennec et. al (2013) avaliaram os efeitos de frequências entre 0.2 Hz e 20 kHz na fadiga de espécimes de aço. Os pesquisadores observaram que a resistência em fadiga tende a crescer com o aumento da frequência. Entre as causas desse comportamento estão efeitos da taxa de deformação nos processos de endurecimento e amolecimento cíclicos. Analisando espécimes de aço de alta resistência, Furuya et. al (2002) concluíram que as propriedades em fadiga são independentes da frequência de carregamento. Para o ferro fundido, os experimentos de Zhang et. al (2015) revelaram que a frequência de carregamento não interfere na vida em fadiga do material. Para ligas de titânio, Morrissey e Nicholas (2006) determinaram que a frequência de carregamento não tem influência na vida em fadiga, para as condições estudadas. Conclui-se, portanto, que

o efeito da frequência de carregamento na fadiga é dependente do material. No entanto, para vários tipos de material a frequência não parece afetar a vida em fadiga de espécimes sem trinca inicial. Considerando-se que a maior parte da vida em fadiga é gasta na formação das trincas, estes experimentos permitem concluir que não existem efeitos específicos da frequência na formação das trincas para certos materiais, mas não permitem obter conclusões específicas sobre os efeitos dinâmicos na propagação das trincas.

Poucos experimentos foram feitos especificamente sobre o efeito da frequência na propagação das trincas. Em um desses estudos, Maillet et. al (2013) testaram espécimes do tipo *double cantilever beam* feitos de polímero reforçado com fibra de carbono, com trinca inicial, em frequências de 10 Hz e 100 Hz. Observou-se que a propagação inicia para valores mais baixos de energia de fratura quando a frequência é mais alta, ou seja, que a resistência do material à fadiga decresce com o aumento da frequência. No estudo atribuiu-se esse resultado aos efeitos da taxa de deformação mais alta para maiores valores de frequência.

Outro tópico que é frequentemente alvo de estudos é o efeito da frequência em metais submetidos a altas temperaturas. Makhoulf e Jones (1993) avaliaram efeitos da frequência no crescimento de trincas por fadiga em espécimes de aço em altas temperaturas submetidos a ciclos de carga com $R (\sigma_{min}/\sigma_{max}) = 0.1$. Os autores concluíram que a taxa de propagação para uma dada temperatura independe da frequência para valores acima de uma determinada frequência. Para valores abaixo dessa frequência limite, que depende da temperatura, a taxa de propagação cresce com a diminuição da frequência devido a efeitos de fluência e oxidação. Ghonem e Foerch (1991) analisando uma liga de titânio também observaram que altas temperaturas tendem a aumentar a taxa de propagação. Para um mesmo nível de temperatura também foi observado que frequências mais baixas contribuem para um crescimento mais rápido de trinca devido a efeitos de fluência.

Ainda existem estudos que investigam efeitos da frequência de carregamento combinados a diferentes condições ambientais, como o de Sun et. al (2013). Os autores analisaram os efeitos da frequência de carregamento no crescimento de trincas por fadiga em espécimes de aço em ar ambiente e sob pressão de gás hidrogênio. Os autores concluíram que a taxa de propagação é maior em um ambiente com hidrogênio do que em um ambiente com ar e maior ainda para altas pressões de hidrogênio. Quanto aos efeitos da frequência, frequências mais baixas provocam maiores taxas de propagação quando o espécime está exposto ao gás hidrogênio

devido ao maior tempo de exposição das faces da trinca ao gás, que promove uma série de efeitos de fragilização.

3 METODOLOGIA

Nesta seção, apresentam-se em detalhes os modelos empregados no algoritmo implementado. São apresentados três subcapítulos que descrevem especificamente o modelo de zona coesiva de Needleman (1987), o modelo de dano de Roe e Siegmund (2003) e a aplicação dos elementos de interface coesiva em um algoritmo de análise estrutural pelo método dos elementos finitos.

3.1 MODELO DA ZONA COESIVA DE NEEDLEMAN

A lei coesiva (NEEDLEMAN, 1987 e NEEDLEMAN, 1990) relaciona as componentes normal e tangencial da separação do material, Δu_n e Δu_t , com as tensões coesivas normais e de corte, T_n e T_t . As tensões coesivas são tratadas no âmbito do método dos elementos finitos através do princípio dos trabalhos virtuais. O modelo desenvolvido é capaz de analisar tanto as tensões coesivas normais quanto as de corte, no entanto apenas as tensões coesivas normais são descritas aqui já que este trabalho foca apenas no modo I de separação. Portanto a lei de tensão-separação é dada pela Eq. (9).

$$T_n = \sigma_{\max,0} \exp(1) \exp\left(-\frac{\Delta u_n}{\delta_0}\right). \quad (9)$$

Os parâmetros do material na Eq. (9) são a tensão coesiva inicial máxima, $\sigma_{\max,0}$, e o comprimento coesivo, δ_0 . A energia coesiva superficial normal que representa a energia de separação por unidade de área é dada pela Eq. (10). Na ausência de fadiga, os elementos coesivos falham quando a energia coesiva é inteiramente consumida, o que se assume que ocorre para $\Delta u_n = 5\delta_0$ (ROE e SIEGMUND, 2003).

$$\phi_{n,0} = \sigma_{\max,0} \delta_0 \exp(1), \quad (10)$$

A curva gerada pela Eq. (9) encontra-se representada graficamente na Fig. (3.1), onde a tensão T_n está normalizada pela tensão $\sigma_{max,0}$ e a separação Δu_n está normalizada pelo comprimento coesivo, δ_0 .

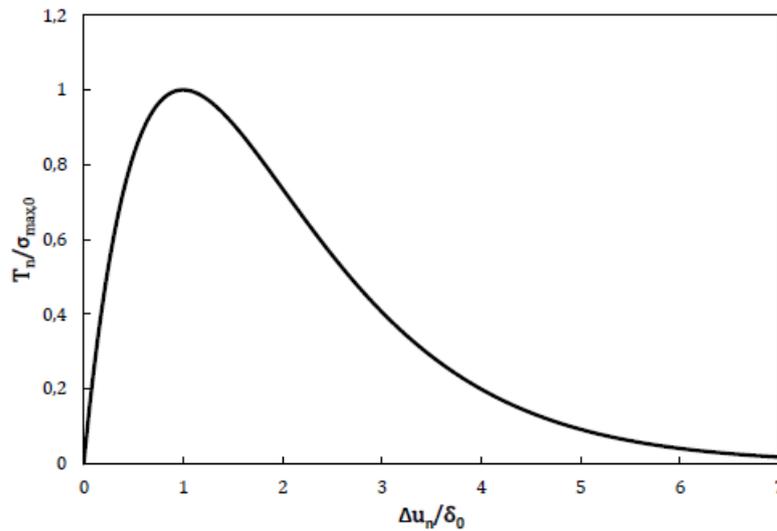


Figura 3.1: Tensão normal T_n em função da separação normal Δu_n

3.2 MODELO DE DANO DE ROE E SIEGMUND

Para simular os efeitos da fadiga, Roe e Siegmund (2003) introduziram uma variável de dano cíclico D_c . Essa variável descreve a redução na resistência coesiva devido à fadiga e apresenta sempre um valor entre 0 e 1. O valor atualizado da tensão coesiva é então dado pela Eq. (11).

$$\sigma_{max} = (1 - D_c) \sigma_{max,0} \quad (11)$$

A evolução da variável de dano é descrita pela Eq. (12), onde o acúmulo de dano ocorre somente se $T_n / \sigma_{max} > \sigma_f / \sigma_{max,0}$. A função adotada satisfaz as condições de Lemaitre (1996).

$$\dot{D}_c = \frac{|\Delta u|}{\delta_\Sigma} \left[\frac{T_n}{\sigma_{max}} - \frac{\sigma_f}{\sigma_{max,0}} \right] H \left(\int_t |\Delta u| dt - \delta_0 \right) \quad (12)$$

Onde H designa a função de Heaviside. Na Eq. (12) novos parâmetros da zona coesiva são introduzidos: δ_Σ é o comprimento coesivo acumulado, que faz um escalonamento do

incremento da separação efetiva do material, e σ_f é o limite de resistência à fadiga do material, que resulta em uma vida infinita na fadiga. A variável Δu é o incremento da abertura efetiva de trinca, que é calculado a partir da Eq.(13).

$$\Delta u = \Delta u_n(t_i) - \Delta u_n(t_{i-1}). \quad (13)$$

O modelo também deve ser capaz de representar o dano no caso de carregamento monotônico. Para tanto, a Eq. (14) é adotada para descrever o dano em carregamento monotônico, D_m , onde o dano ocorre somente se $\Delta u > \delta_0$. Ressalta-se que a Eq.(14) satisfaz as condições de que o dano é nulo quando a abertura da trinca é inferior ao comprimento coesivo e de que o dano é unitário quando a abertura é igual a cinco vezes o comprimento coesivo.

$$D_m = \frac{\Delta u - \delta_0}{4\delta_0}. \quad (14)$$

Finalmente, o dano que de fato é considerado é o maior entre os dois danos calculados, como mostrado na Eq. (15).

$$D = \text{máx}\left[D_m, \int \dot{D}_c dt\right]. \quad (15)$$

A descarga na zona coesiva segue a Eq. (16) onde $T_{n,max}$ é a máxima tensão correspondente à máxima separação $\Delta u_{n,max}$ do ciclo de carga anterior. A recarga também ocorre segundo a Eq. (16), até que T_n atinja o valor dado pela Eq. (9), com a tensão coesiva assumindo o seu valor atual. Essa escolha de caminho para a descarga e recarga foi proposta por Wang e Siegmund (2006) e faz com que após a descarga não exista nenhuma separação residual devida ao modelo coesivo. O comportamento do modelo sob carregamento cíclico é mostrado na Figura 3.2.

$$T_n = T_{n,max} + \left(\frac{T_{n,max}}{\Delta u_{n,max}}\right)(\Delta u_n - \Delta u_{n,max}). \quad (16)$$

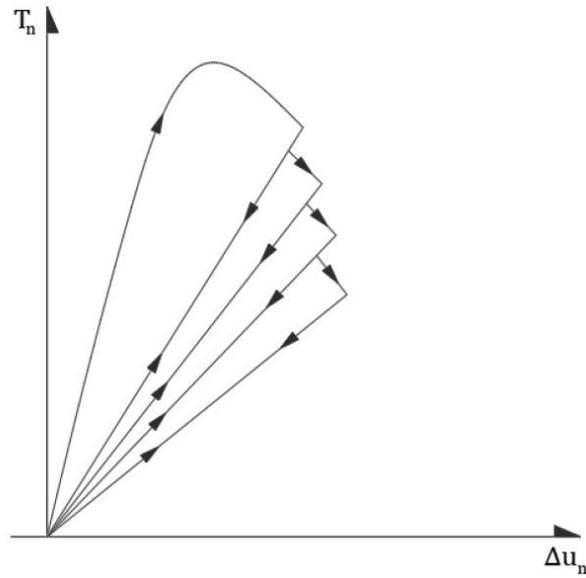


Figura 3.2: Lei de carga e descarga

Durante a descarga, o contato entre as interfaces coesivas ocorre quando $\Delta u_n < 0$. Se a interface coesiva ainda não foi rompida ($D < 1$), o comportamento da zona coesiva sob compressão é dado pela Eq. (17), onde A é tomado como 30.

$$T_{n,comp} = A \cdot \sigma_{\max,0} \exp(1) \exp\left(-\frac{\Delta u_n}{\delta_0}\right) \left(\frac{\Delta u_n}{\delta_0}\right). \quad (17)$$

Depois de a interface coesiva falhar ($D=1$) as tensões coesivas deixam de existir. Nesse caso, o contato entre as interfaces é calculado pela Eq. (18) onde B é tomado como 10.

$$T_{n,contact} = B \cdot \sigma_{\max,0} \exp(1) \exp\left(-\frac{\Delta u_n}{\delta_0}\right) \left(\frac{\Delta u_n}{\delta_0}\right). \quad (18)$$

3.3 MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

O estado de equilíbrio do problema a ser resolvido pode ser representado através do princípio dos trabalhos virtuais pela Eq. (19).

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \delta \mathbf{F} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{\mathbf{U}} \cdot \delta \mathbf{U} dV + \int_{\Gamma^c} \mathbf{T}_{CZ} \cdot \delta \Delta dS = \int_{\Omega} \mathbf{B} \cdot \delta \mathbf{U} dV + \int_{\Gamma} \mathbf{F}_{ext} \cdot \delta \mathbf{U} dS. \quad (19)$$

Onde Ω é o volume do corpo, Γ é a superfície externa do corpo, Γ^c é a superfície coesiva, $\boldsymbol{\sigma}$ são as tensões de Cauchy, \mathbf{F} é o gradiente de deformação, \mathbf{U} é o vetor de deslocamentos, ρ é a massa específica do material, \mathbf{B} são as forças de volume, \mathbf{F}_{ext} é o vetor de forças externas e δ é uma variação virtual arbitrária. \mathbf{T}_{CZ} são as tensões coesivas superficiais e Δ representa as aberturas de trinca, ambos em coordenadas cartesianas. O corpo em estudo é representado na Figura 3.3.

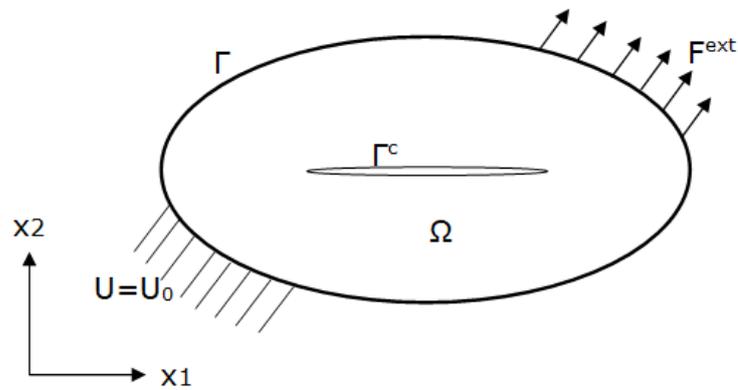


Figura 3.3: Corpo em estudo

A Eq.(19) pode então ser transformada em um sistema de equações diferenciais ordinárias eliminando-se os deslocamentos virtuais nodais (Eq. (20)).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}_{ext} - \mathbf{F}_{int}. \quad (20)$$

Onde \mathbf{M} é a matriz de massa, \mathbf{K} é a matriz de rigidez e \mathbf{F}_{int} é um vetor de forças nodais internas, incluindo as forças coesivas. Nas equações 19 e 20 termos referentes ao amortecimento foram desprezados. Na literatura essa é uma prática comum e adotada em todos os trabalhos mencionados nessa dissertação que tratam do crescimento dinâmico de trincas utilizando modelos coesivos. Obviamente a consideração do amortecimento levaria a uma descrição mais precisa do movimento do corpo, especialmente em seu estado transiente até o equilíbrio estático, mas também traz consigo um grau de incerteza na determinação da matriz de amortecimento. Além disso, assume-se que o caso mais crítico para a propagação de trincas é quando as faces da trinca podem vibrar livremente após a aplicação da carga.

A lei constitutiva adotada para o material varia nas análises entre as seguintes: elástica, elasto-plástica isotrópica e elasto-plástica cristalina. O tratamento da plasticidade isotrópica é dado no Apêndice A. O tratamento da plasticidade cristalina é dado no Apêndice B, utilizando o algoritmo desenvolvido em Fornel (2018).

As equações dinâmicas de movimento foram resolvidas utilizando-se um esquema de integração temporal implícito do tipo Newmark. Uma matriz de massa consistente foi utilizada. O procedimento adotado pode ser obtido em livros de métodos numéricos, como, por exemplo, Bathe (1996) e é descrito a seguir.

Primeiramente é formada uma matriz de rigidez efetiva $\hat{\mathbf{K}}$ (Eq. (21)).

$${}^t\hat{\mathbf{K}} = {}^t\mathbf{K} + \frac{4}{dt^2}\mathbf{M}. \quad (21)$$

Onde dt é o incremento temporal. Depois, para cada passo de tempo, o equilíbrio deve ser resolvido (Eq. (22)).

$${}^t\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U}^k = {}^{t+dt}\mathbf{F}_{ext} - {}^{t+dt}\mathbf{F}_{int}^{k-1} - \mathbf{M}\left(\frac{4}{dt^2}({}^{t+dt}\mathbf{U}^{k-1} - {}^t\mathbf{U}) - \frac{4}{dt}{}^t\dot{\mathbf{U}} - {}^t\ddot{\mathbf{U}}\right). \quad (22)$$

Onde o superíndice $t+dt$ indica o passo de tempo atual e o superíndice t indica o passo de tempo anterior. O superíndice $k-1$ indica que a variável é tomada de uma iteração anterior a atual. A Eq. (22) é claramente um procedimento iterativo onde um resíduo formado pelas forças fora de equilíbrio (internas, externas e inerciais) deve ser minimizado (Eq. (23)). No presente trabalho isso é feito através de um esquema do tipo Newton-Raphson. Bathe (1996) escreve que, em geral, a resposta dinâmica é mais suave que a estática, pois essa última não possui o termo inercial. Por isso, a convergência do processo iterativo é mais rápida no caso dinâmico. Essa convergência pode ser ainda melhorada se valores mais baixos de dt forem adotados, pois isso faz com que a contribuição da massa aumente de acordo com a Eq. (22). Essas razões fazem da escolha de um esquema implícito interessante para esse tipo de análise.

$$\mathbf{R} = {}^{t+dt}\mathbf{F}_{ext} - {}^{t+dt}\mathbf{F}_{int}^{k-1} - \mathbf{M}{}^{t+dt}\ddot{\mathbf{U}}^{k-1}. \quad (23)$$

Após o processo de minimização atingir uma tolerância pré-estabelecida, um incremento de deslocamento $\Delta\mathbf{U}$ é obtido. Esse incremento é então somado ao vetor de deslocamentos nodais do passo de tempo anterior para obter-se o vetor de deslocamentos nodais atual. Então, como a solução de um passo de tempo depende diretamente da solução do passo de tempo anterior, qualquer erro é carregado por todo o processo. Por isso é vital que a tolerância adotada seja baixa. De posse dos deslocamentos, as acelerações e velocidades são calculadas respectivamente pelas Eqs. (24) e (25).

$${}^{t+dt}\ddot{\mathbf{U}} = \frac{4}{dt^2}({}^{t+dt}\mathbf{U}^{k-1} - {}^t\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^k) - \frac{4}{dt}{}^t\dot{\mathbf{U}} - {}^t\ddot{\mathbf{U}}. \quad (24)$$

$${}^{t+dt}\dot{\mathbf{U}} = {}^t\dot{\mathbf{U}} + \frac{dt}{2}({}^t\ddot{\mathbf{U}} + {}^{t+dt}\ddot{\mathbf{U}}). \quad (25)$$

E assim o processo segue sucessivamente.

Para o primeiro passo de tempo, a aceleração inicial pode ser calculada pela Eq. (26) e pela Eq. (27).

$$\mathbf{M}^{-1}\ddot{\mathbf{U}} = {}^0\mathbf{F}_{ext}. \quad (26)$$

$${}^0\ddot{\mathbf{U}} = -{}^1\ddot{\mathbf{U}} - \mathbf{K}^0\mathbf{U}. \quad (27)$$

Três foram os critérios adotados na escolha dos incrementos temporais, conforme o caso. O incremento de tempo deve ser capaz de representar satisfatoriamente a frequência de carregamento, o tempo de viagem de uma onda de pressão da borda carregada até a face da trinca e pelo menos os três primeiros modos de vibração da estrutura. Considerou-se como representação satisfatória dos fenômenos anteriormente listados, a sua discretização em ao menos dez passos de tempo. Precedeu a resolução dos problemas uma análise modal para determinarem-se as frequências naturais de vibração nas configurações inicial (nenhum elemento coesivo rompido) e final (todos os elementos coesivos rompidos). Detalhes sobre a análise modal são dados no Apêndice C. Para os casos onde a propagação de ondas não se mostrou essencial na caracterização da fratura, esse critério de escolha do passo de tempo foi oportunamente dispensado.

4 APLICAÇÕES

Este capítulo possui foco em aplicações práticas do modelo exposto no capítulo anterior. Além da discussão dos resultados obtidos nos exemplos, quando possível, são feitos comparativos com os trabalhos de referência.

4.1 APLICAÇÃO 1: IMPACTO EM MATERIAL ELÁSTICO-LINEAR

O problema a ser analisado está ilustrado na Fig. (4.1).

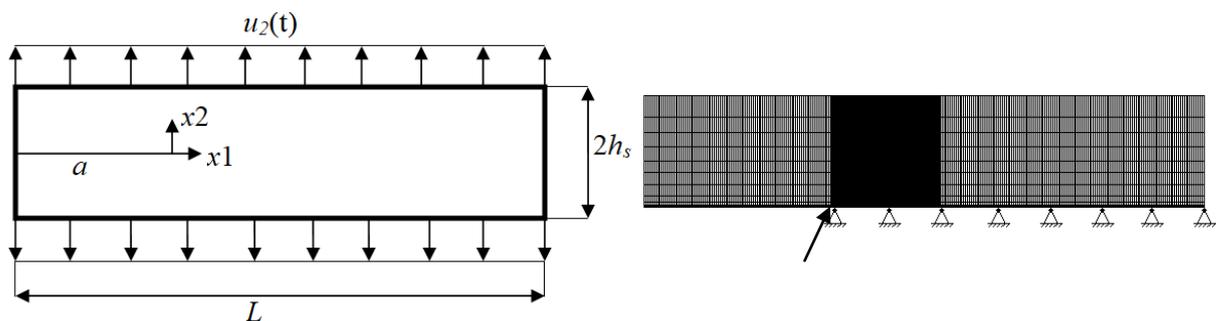


Figura 4.1: Geometria do modelo e malha utilizada (a flecha indica a ponta inicial da trinca).

A malha de elementos finitos implementada é composta por 4488 elementos de 4 nós no EPD e mais 141 elementos coesivos, também de 4 nós, inseridos à frente da ponta da trinca. Presume-se que a trinca se propague ao longo de sua direção inicial. Uma malha altamente refinada é colocada na frente da ponta inicial da trinca com elementos quadrados de 0,517 mm de comprimento. Por razões de simetria, apenas a metade superior do espécime é modelada.

Os cálculos foram realizados para um espécime de comprimento $L = 374$ mm e altura $h_s = 75$ mm. O comprimento inicial da trinca é de 124,5 mm. Os 141 elementos coesivos não percorrem todo o espécime, de modo que o comprimento máximo de trinca é de 197,9 mm. Um deslocamento uniforme prescrito $u_2(t)$ é aplicado nas bordas superior e inferior do

espécime. O material é considerado elástico isotrópico homogêneo com módulo de Young $E = 100$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,34$ e massa específica $\rho = 3000$ kg / m³. Os parâmetros coesivos adotados são $\delta_0 = 0,1$ mm, $\sigma_{max,0} = 1$ GPa, $\delta_\Sigma / \delta_0 = 4$ e $\sigma_f / \sigma_{max,0} = 0,25$. A análise modal do espécime revelou que as frequências fundamentais para as configurações inicial e final são de 2400 Hz e 1200 Hz, respectivamente. Não existe uma preocupação em modelar qualquer tipo específico de material.

Neste primeiro exemplo, o deslocamento prescrito $u_2(t)$ aumenta de zero para um valor máximo $u_{2,max}$ em um determinado intervalo de tempo Δt , de acordo com a Eq. (28).

$$\begin{aligned} u_2(t) &= u_{2,max} \left[0.5 - 0.5 \cos\left(\pi t / \Delta t\right) \right] & t \leq \Delta t \\ u_2(t) &= u_{2,max} , & t \geq \Delta t \end{aligned} \quad (28)$$

O valor de deslocamento máximo adotado $u_{2,max} = 3,64 \times 10^{-4}$ m é o deslocamento para o qual a energia da integral J no caso quase estático para o problema é igual à energia coesiva normal. A energia de fratura G pode ser calculada facilmente pela integral J através da Eq. (29) (NAKAMURA et al., 1985), onde Γ é um contorno arbitrário, W é a energia específica de deformação, n_1 é a componente da normal ao contorno na direção x_1 e \mathbf{T} são forças agindo no contorno. Simulações dinâmicas foram conduzidas para diferentes valores de Δt e uma simulação quase estática foi conduzida para $\Delta t = 20$ s.

$$G = J = \int_{\Gamma} \left[\left(W + \rho \frac{\dot{\mathbf{U}}\dot{\mathbf{U}}}{2} \right) n_1 - \mathbf{T} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_1} \right] ds + \int_A \left[\rho \ddot{\mathbf{U}} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x_1} - \rho \dot{\mathbf{U}} \frac{\partial \dot{\mathbf{U}}}{\partial x_1} \right] dA. \quad (29)$$

A parcela estática da energia aplicada (G_S) é dada pela Eq. (30).

$$G_S = \left[\frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \right] E \frac{u_2^2}{h_s}. \quad (30)$$

Gráficos das distribuições da componente vertical da tensão de Cauchy σ_{22} para diferentes tempos totais são mostrados nas Figuras 4.2, 4.3, 4.4 e 4.5 para $\Delta t = 20$ s, $\Delta t = 10^{-4}$ s e $\Delta t = 10^{-5}$ s. Estes intervalos de tempo correspondem a velocidades médias de carregamento de 1,092 mm/min (caso quase estático), 3,64 m/s e 36,4 m/s. Para intervalos de tempo Δt iguais ou maiores que 10^{-4} s, os campos de tensão na ponta da trinca foram semelhantes ao caso quase

estático. A concentração de tensão próxima à ponta da trinca é perceptível e o modo de falha para esses casos é o crescimento de trincas. Na Figura 4.3 é interessante observar para $\Delta t = 10^{-4}$ s (e também para qualquer outro caso dinâmico) que inicialmente ondas de pressão propagam da borda carregada até o centro do espécime. Com o passar do tempo, uma concentração de tensões surge na ponta da trinca, com uma tensão maior do que a das ondas de pressão. É essa concentração de tensões que governa a propagação para esse caso.

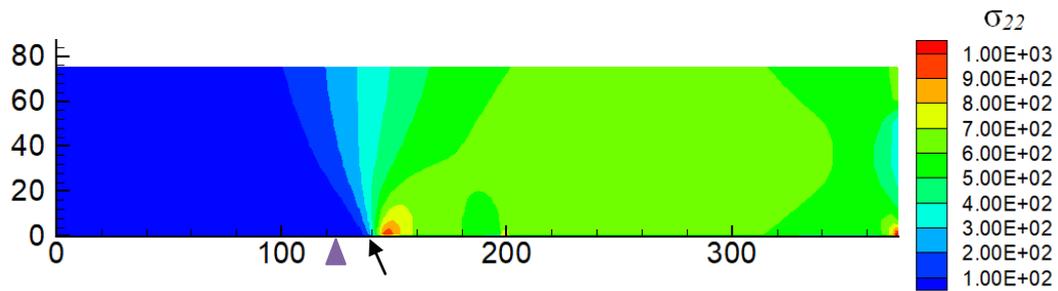


Figura 4.2: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $\Delta t = 20$ s e $t=17$ s. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

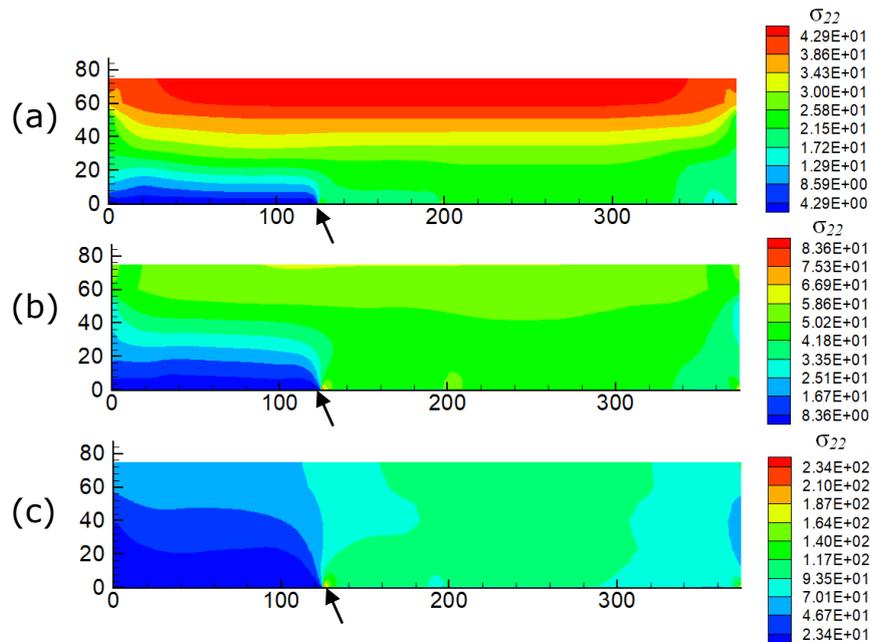


Figura 4.3: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $\Delta t = 10^{-4}$ s. (a) $t=0,14 \times 10^{-4}$ s. (b) $t=0,17 \times 10^{-4}$ s. (c) $t=0,24 \times 10^{-4}$ s. Dimensões em mm. Flechas indicam a ponta da trinca.

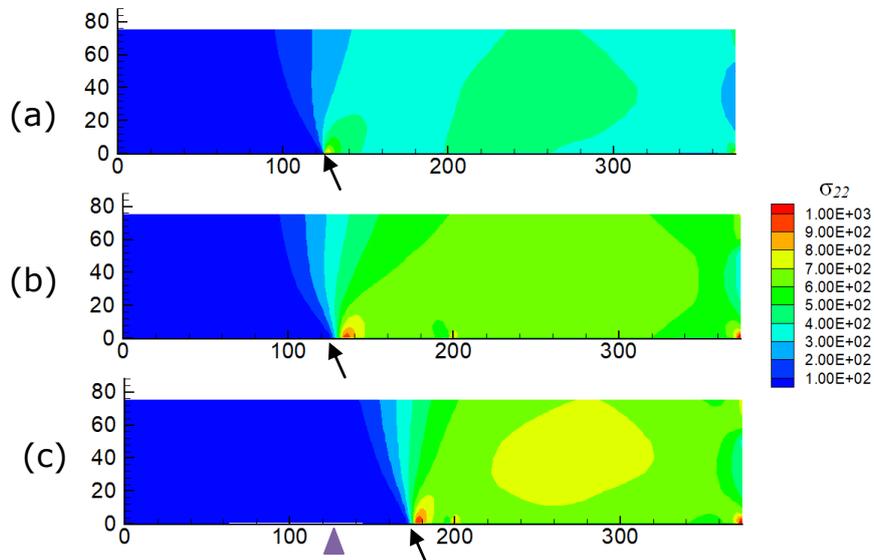


Figura 4.4: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $\Delta t = 10^{-4}$ s. (a) $t=0,54 \times 10^{-4}$ s. (b) $t=0,82 \times 10^{-4}$ s. (c) $t=1,1 \times 10^{-4}$ s. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

No entanto, para $\Delta t = 10^{-5}$ s, os campos de tensão são completamente diferentes. A Figura 4.5 mostra claramente que há um intervalo de tempo no qual uma onda de tensão se propaga das bordas carregadas até o centro do espécime. A onda de tensão atinge a trinca no tempo $t = 1,04 \times 10^{-5}$ s, que é o tempo exato que uma onda de tensão leva para se propagar através de $h_s = 75$ mm movendo-se na velocidade de onda dilatacional do material ($c_d = 7162,82$ m/s (Eq. (5))).

A figura 4.5c mostra que a decoesão ocorre uniformemente ao longo da superfície coesiva quando a onda de tensão efetivamente atinge a ponta da trinca. Isso ocorre porque a magnitude da tensão transportada pela onda é maior que a tensão coesiva máxima do material. Quando a magnitude da onda de tensão excede a tensão coesiva do material, a velocidade aparente de propagação é infinita e o material falha repentinamente. Este efeito também foi observado por Xu e Needleman (1994).

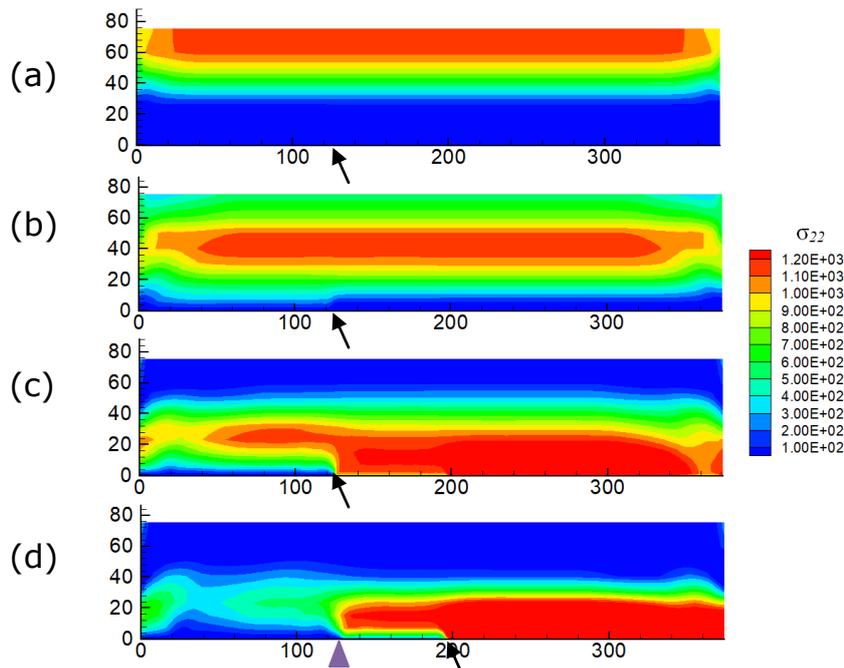


Figura 4.5: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $\Delta t = 10^{-5}$ s. (a) $t = 0,64 \times 10^{-5}$ s. (b) $t = 0,96 \times 10^{-5}$ s. (c) $t = 1,28 \times 10^{-5}$ s. (d) $t = 1,44 \times 10^{-5}$ s. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

A extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ em função do tempo normalizado $t / \Delta t$ é mostrada na Figura 4.6. Os efeitos dinâmicos têm uma influência desprezível no crescimento de trinca para intervalos de tempo Δt iguais ou superiores a 5×10^{-4} s (o que corresponde a uma velocidade média de carregamento de 0,73 m/s). Um maior intervalo de tempo relativo entre o carregamento e o crescimento de trinca também é notado e atribuído aos efeitos inerciais, tanto em relação à propagação de ondas de tensão quanto em relação à própria inércia do material se opondo ao início da abertura. O grande intervalo de tempo entre o carregamento e o início do processo de propagação para $\Delta t = 10^{-5}$ s é devido ao tempo que a onda de tensão leva para se propagar através do material. Durante esse tempo, não ocorre crescimento de trinca. Após a onda de tensão finalmente atingir a zona coesiva, há um breve estágio de crescimento de trinca, seguido pela súbita falha dos demais elementos coesivos. Na Figura 4.7 é mostrada a variação da energia de fratura estática com o crescimento da trinca (curva R) para diferentes velocidades. Observa-se a necessidade do aumento da energia aplicada para produzir a propagação com o aumento da velocidade de aplicação de carga, como esperado. Com o aumento da velocidade, menos energia chega à ponta da trinca (Eq. (4)). Para os casos de impacto em mais alta velocidade, a energia G_S não ultrapassa 1, pois este é o limite de aplicação da energia pelas condições de contorno. (Em geral a propagação se inicia para

valores ligeiramente menores do que 1, devido a imprecisões relacionadas à malha, cálculo do G_S e devido ao tamanho da peça.).

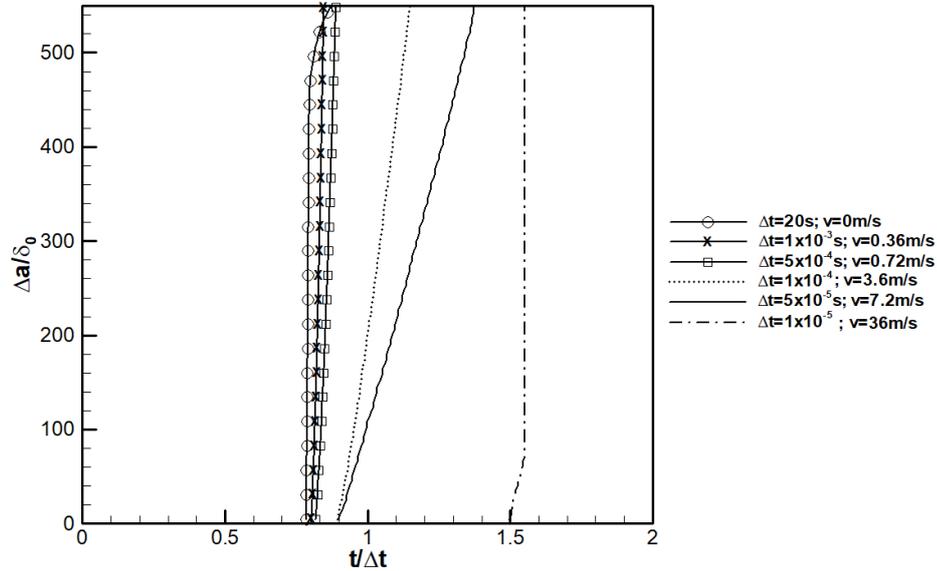


Figura 4.6: Extensão normalizada de trinca $\Delta a/\delta_0$ em função do tempo normalizado $t/\Delta t$

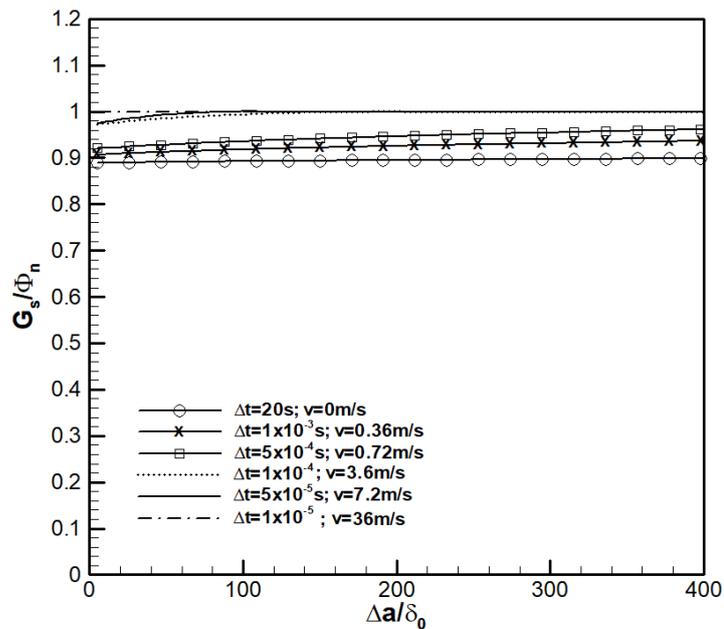


Figura 4.7: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_S/Φ_n .

A Figura 4.8 mostra as velocidades de propagação que foram calculadas usando o mesmo procedimento adotado em Needleman (2018), através de ajustes de mínimos quadrados com sete pontos sucessivos das curvas da Figura 4.6. Para $\Delta t = 5 \times 10^{-5}$ s, um intervalo de tempo onde os efeitos dinâmicos já são pronunciados, e após uma breve fase de aceleração, a velocidade da ponta da trinca têm valor aproximadamente constante de 2400 m/s. Aproximadamente o mesmo valor de velocidade foi encontrado para $\Delta t = 10^{-4}$ s. Essa velocidade é ao mesmo tempo menor que a velocidade da onda de Rayleigh ($c_r = 3289$ m/s) e maior que um terço da velocidade da onda elástica uniaxial ($c_l/3 = 1925$ m/s), o que é consistente com as previsões de propagação dinâmica de trincas baseadas em conceitos energéticos (FREUND, 1990). Já para $\Delta t = 1 \times 10^{-3}$ s, um intervalo de tempo onde os efeitos dinâmicos não se mostraram muito relevantes, a velocidade de propagação fica sempre abaixo de $c_l/3$, o que novamente corrobora as conclusões de Freund (1990).

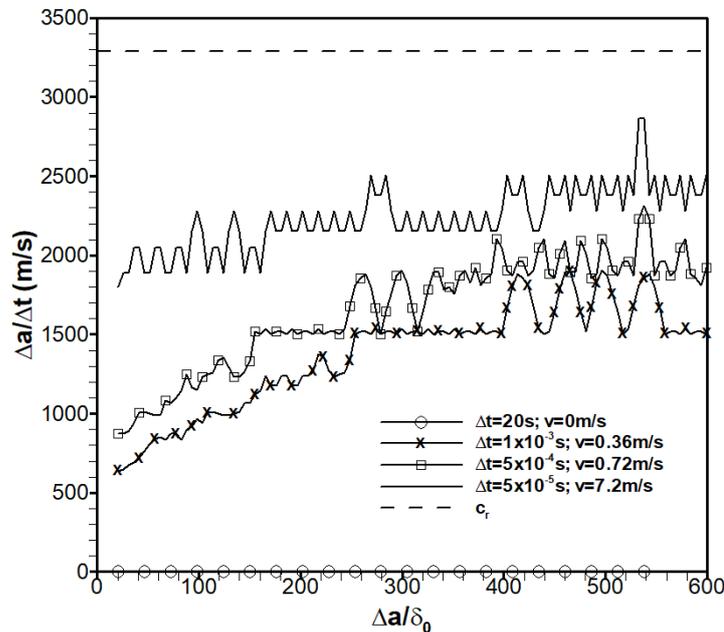


Figura 4.8: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função da extensão normalizada de trinca $\Delta a/\delta_0$

Das curvas de velocidade de trinca (Figura 4.8) e dos gráficos de tensão (Figuras 4.4 e 4.5) pode ser concluído que o decréscimo de Δt leva a um aumento tanto da magnitude da onda de tensão quanto da velocidade de propagação. O aumento na taxa de crescimento de trinca com a diminuição de Δt ocorre até que Δt atinja um valor limite onde o modo de falha muda de

propagação de trinca para decoesão uniforme como visto na Figura 4.5. As mesmas conclusões foram obtidas por Xu e Needleman (1994).

4.2 APLICAÇÃO 2: EFEITO DA TENSÃO DE ESCOAMENTO NO IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO PERFEITO

Nesta aplicação, o problema analisado ainda é o mesmo da figura 4.1, porém reduziram-se as dimensões da peça e dos elementos da região refinada em dez vezes em relação à aplicação 1, de forma a melhor capturar as deformações plásticas. Assim, os cálculos foram realizados para um espécime de comprimento $L = 37,4$ mm e altura $h_s = 7,5$ mm. Os elementos na região de propagação são quadrados de lado $51,7\mu\text{m}$. O material agora é elasto-plástico perfeito, possuindo módulo de Young $E = 100$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,34$ e massa específica $\rho = 2780$ kg / m³. Os parâmetros coesivos adotados são $\delta_0 = 2 \times 10^{-6}$ m e $\sigma_{max,0} = 1$ GPa. Simulações dinâmicas foram conduzidas para diferentes tensões de escoamento.

Neste exemplo, o deslocamento prescrito $u_2(t)$ aumenta linearmente de zero para um valor máximo $u_{2,max}$ em um intervalo de tempo Δt igual a 10^{-5} s. O valor de deslocamento máximo adotado $u_{2,max} = 5 \times 10^{-5}$ m é o deslocamento para o qual a energia da integral J no caso quase estático para o problema é igual a 9,4 vezes a energia coesiva normal. Essa condição de contorno é equivalente à aplicação de uma velocidade de 5 m/s nas bordas superior e inferior do espécime.

Curvas da energia aplicada G_s , normalizada pela energia coesiva Φ_n em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$ para diferentes valores da relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc}$ são mostradas na Figura 4.9 e curvas da velocidade de propagação em função do comprimento de trinca são mostradas na Figura 4.10. Para fins de comparação também são mostradas as curvas para um material elástico, caracterizado pela relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 0$, onde na Figura 4.9 observa-se que a curva de energia para esse caso é crescente devido aos efeitos inerciais provocados pela alta velocidade de carregamento. Nos casos plásticos, a dissipação aumenta consideravelmente no volume do material, fazendo com que um substancial aumento em G_s seja necessário para se produzir a propagação quando $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc}$ aumenta. A análise do gráfico na Figura 4.10 deixa claro que a plastificação age limitando a velocidade de propagação, de modo que valores mais baixos de tensão de escoamento proporcionam

maiores deformações plásticas e menores velocidades de propagação. Para uma relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 2$, no início da propagação a trinca cresce como em um material elástico, porém a sua velocidade é limitada a cerca de 2000 m/s pela dissipação energética causada pelo processo de plastificação. Para as relações $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc}$ maiores que 2, a trinca não chega a propagar por toda a zona coesiva até o tempo final de análise e possui uma velocidade sempre menor que a do caso elástico, ficando em cerca de 900 m/s para $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 3$ e abaixo de 100 m/s para $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 4$. Também é observado certo retardo no início da propagação para as relações $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc}$ maiores que 2.

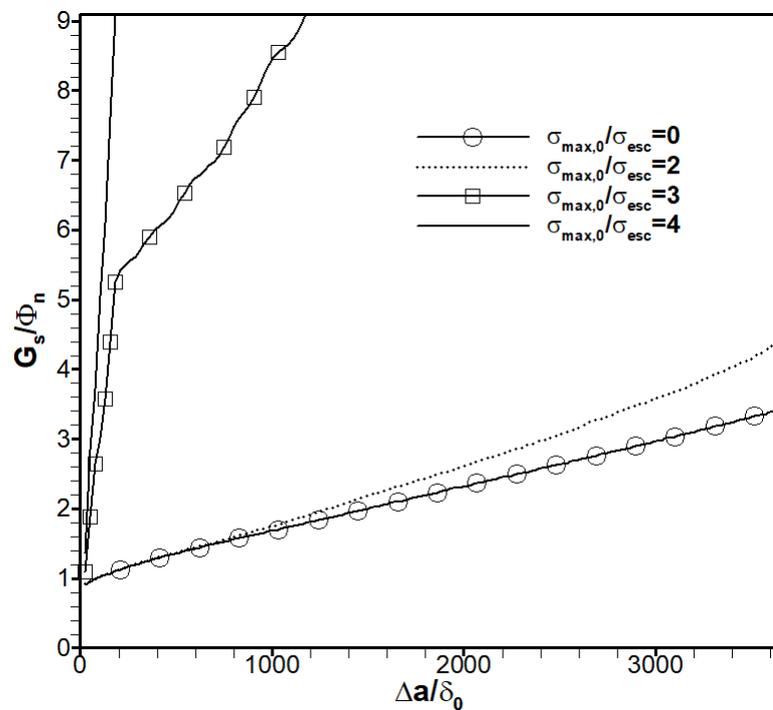


Figura 4.9: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_s / Φ_n . Velocidade de carregamento de 5 m/s.

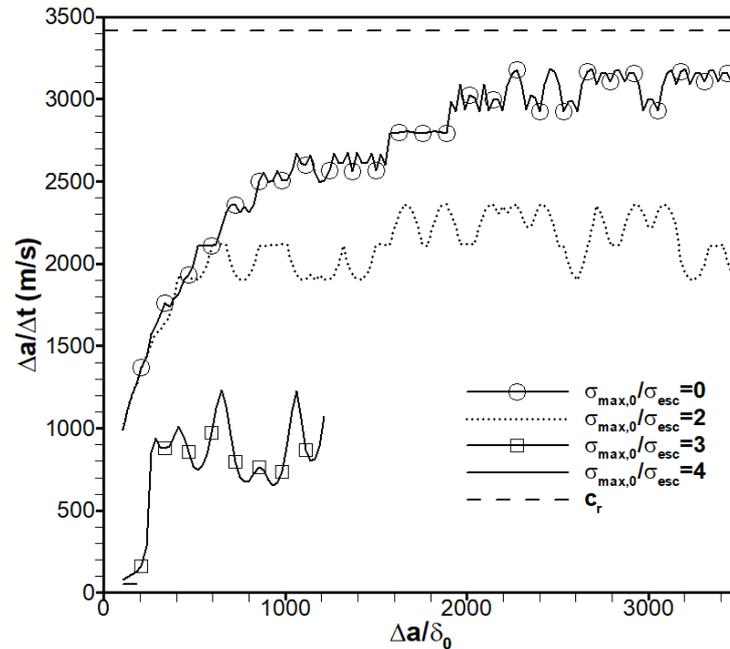


Figura 4.10: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função do comprimento de trinca Δa . Velocidade de carregamento de 5 m/s.

Gráficos das deformações plásticas totais para diferentes tempos totais e diferentes tensões de escoamento são mostrados na Figura 4.11. Nos casos (a) e (b) são mostradas as deformações para uma relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 2$, para os tempos de análise de 0.5×10^{-4} s e 10^{-4} s (correspondente ao final da análise) onde as pontas das trincas estão localizadas a 15,9 mm e 19,8 mm (todos os elementos coesivos já estão rompidos) da borda esquerda do espécime, respectivamente (a posição inicial da ponta da trinca é a 12,5 mm da borda esquerda do espécime). Nos casos (c) e (d) são mostradas as deformações para uma relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 3$, para os tempos de análise de 0.5×10^{-4} s e 10^{-4} s onde as pontas das trincas estão localizadas a 12,6 mm e 15,1 mm da borda esquerda do espécime, respectivamente. Nos casos (e) e (f) são mostradas as deformações para uma relação $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 4$, para os tempos de análise de 0.5×10^{-4} s e 10^{-4} s onde as pontas das trincas estão localizadas a 12,6 mm e 12,9 mm da borda esquerda do espécime, respectivamente.

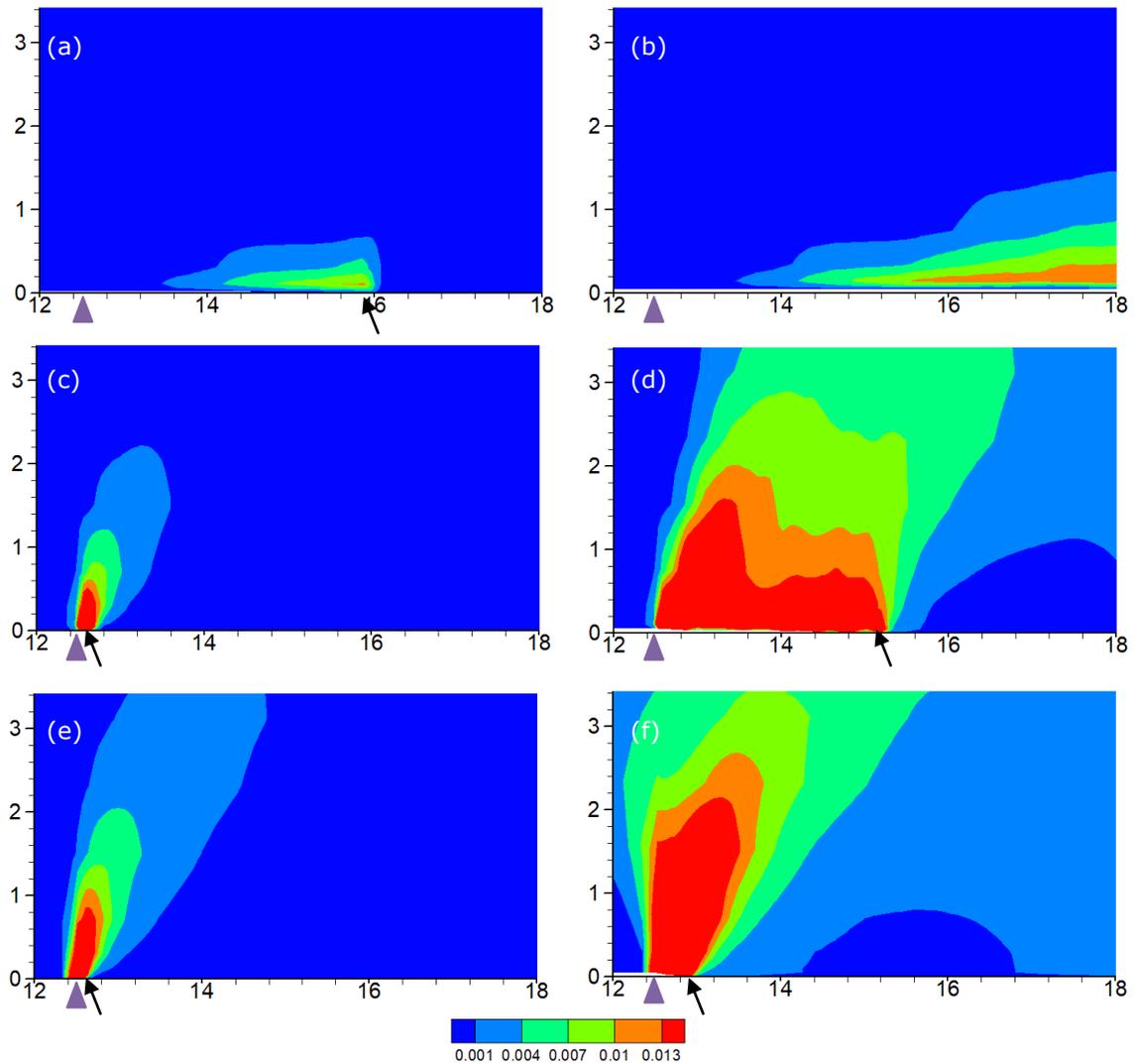


Figura 4.11: Deformações plásticas totais (m/m). (a) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 2$, $t = 0.5 \times 10^{-4}$ s (b) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 2$, $t = 10^{-4}$ s (c) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 3$, $t = 0.5 \times 10^{-4}$ s (d) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 3$, $t = 10^{-4}$ s (e) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 4$, $t = 0.5 \times 10^{-4}$ s (f) $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 4$, $t = 10^{-4}$ s. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da trinca, respectivamente. Velocidade de carregamento de 5 m/s.

Observa-se que para a maior tensão de escoamento (Figuras 4.11a e 4.11b) as deformações plásticas são pequenas, sendo quase inexistentes no início do processo de propagação, o que explica o fato da velocidade de propagação coincidir com o caso elástico no início do processo. A menor deformação plástica também faz com que a dissipação energética seja menor e a velocidade de propagação maior em relação aos demais casos (Figura 4.10). Nota-se também que as deformações plásticas aumentam com a propagação. Isso acontece porque o deslocamento prescrito e consequentemente a energia aplicada aumentam no decorrer da análise. Com isso, há mais energia excedente para ser dissipada.

Para $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 3$ (Figuras 4.11c e 4.11d), ocorre um acúmulo de deformação junto à posição inicial da ponta da trinca, até que os primeiros elementos coesivos sejam rompidos. Esse acúmulo de deformação explica o retardo no início da propagação observado na Figura 4.9. Após o início da propagação, as deformações plásticas reduzem um pouco (Figura 4.11d), o que faz com que a trinca acelere, para posteriormente as deformações plásticas crescerem de novo, limitando a velocidade máxima da trinca (Figura 4.10). Já para $\sigma_{max,0} / \sigma_{esc} = 4$ (Figuras 4.11e e 4.11f) é observado que as deformações plásticas são bem maiores que nos casos anteriores, o que limita muito a propagação da trinca.

Os campos de deformação plástica obtidos nessa aplicação assemelham-se em formato e distribuição aos obtidos por Needleman (1997). Já a limitação da velocidade de propagação com a redução da tensão de escoamento, além de intuitiva, é corroborada pelo estudo de Siegmund e Needleman (1997).

4.3 APLICAÇÃO 3: EFEITO DA VELOCIDADE DE IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO COM ENDURECIMENTO LINEAR

Nesta aplicação, a mesma geometria da aplicação 2 é utilizada, com a diferença que agora o material é elasto-plástico com endurecimento isotrópico linear. O material possui as mesmas propriedades do caso anterior, a saber, módulo de Young $E = 1$ GPa, coeficiente de Poisson $\nu = 0,34$ e massa específica $\rho = 2780$ kg / m³. Os parâmetros coesivos adotados são $\delta_0 = 2 \times 10^{-6}$ m e $\sigma_{max,0} = 1$ GPa. A tensão de escoamento adotada segue a relação $\sigma_{esc} = \sigma_{max,0} / 4$ e o módulo de endurecimento segue a relação $E_T = E / 20$. As propriedades adotadas são próximas das propriedades de ligas de alumínio.

Nesta aplicação, o deslocamento prescrito $u_2(t)$ aumenta linearmente de zero para um valor máximo $u_{2,max}$ em um intervalo de tempo Δt . Depois de atingido o valor de Δt , o deslocamento prescrito permanece em seu valor máximo até que todos os elementos coesivos rompam. O valor de deslocamento máximo adotado $u_{2,max} = 0.025$ mm é o deslocamento para o qual a energia quase estática para o problema é igual a 2,36 vezes a energia coesiva normal. Simulações dinâmicas foram conduzidas para diferentes valores de Δt . Para proporcionar uma comparação, uma simulação quase estática foi conduzida para $\Delta t = 1$ s.

Curvas da velocidade de propagação em função do comprimento de trinca para os diferentes tempos de impacto são mostradas na Figura 4.12. Para os maiores tempos de impacto, observa-se que a trinca acelera gradualmente até atingir uma velocidade de crescimento estável de cerca de 1000 m/s. Para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s e $\Delta t = 10^{-6}$ s, a velocidade de propagação estabiliza entre 1100 m/s e 1200 m/s. Isso ocorre até um dado momento onde a plastificação no espécime é generalizada e a zona coesiva falha de uma só vez.

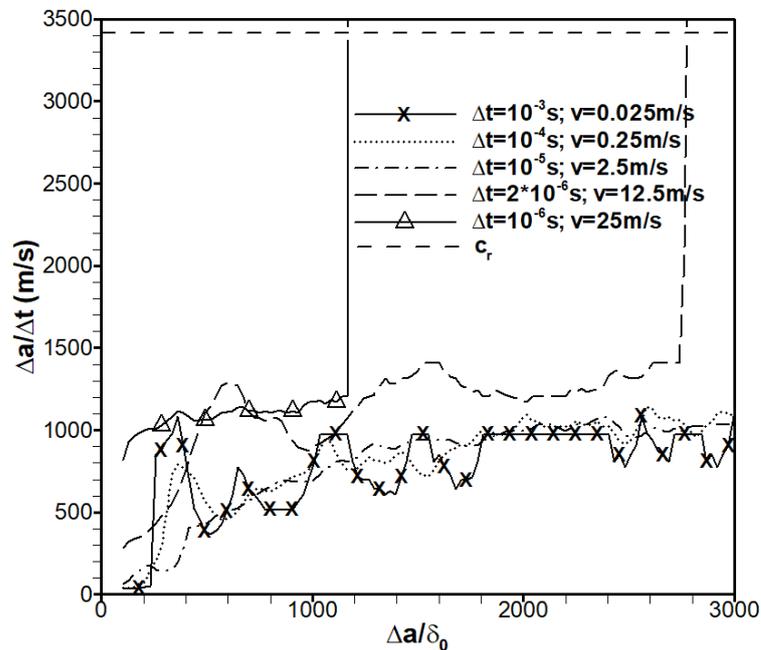


Figura 4.12: Velocidade de propagação $\Delta a/\Delta t$ em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$

Curvas da energia estática aplicada G_S normalizada pela energia coesiva Φ_n em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$ para diferentes velocidades de aplicação da carga são mostradas na Figura 4.13. Observa-se que a solução quase estática apresenta uma energia maior do que a solução dinâmica para baixas velocidades de impacto ($V=0.025$ m/s). Portanto, nesta faixa de velocidade, o processo de propagação claramente se encontra na zona A-M na Figura 2.3. Para velocidades mais altas de impacto, a energia passa a crescer, caracterizando a zona M-B da Figura 2.3.

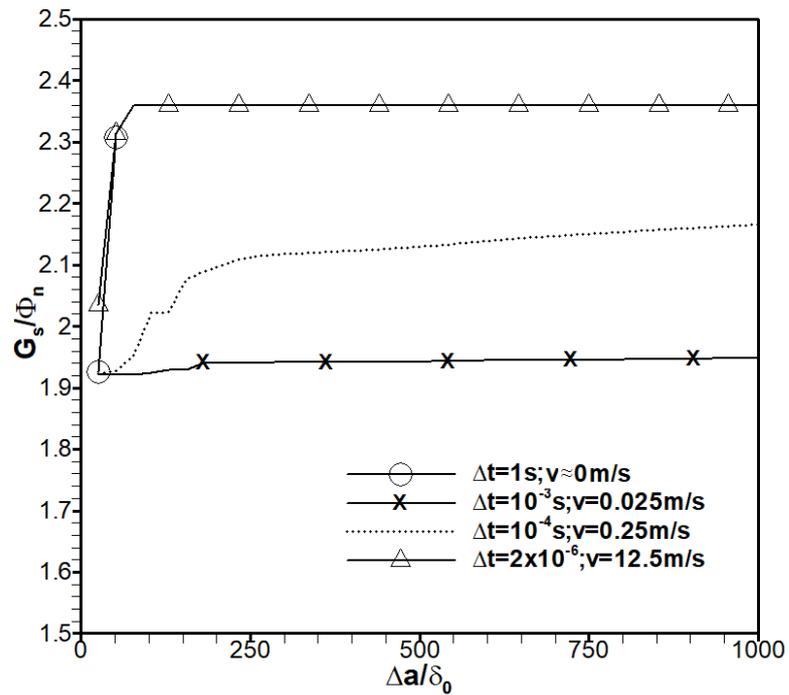


Figura 4.13: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_s/Φ_n .

Gráficos das deformações plásticas totais para diferentes tempos de impacto são mostrados na Figura 4.14. No caso (a) são mostradas as deformações para $\Delta t = 1\text{s}$, caso quase estático, para o tempo de análise de 1s. No caso (b) são mostradas as deformações para $\Delta t = 10^{-3}\text{s}$, para o tempo de análise de $7.3\times 10^{-4}\text{s}$. No caso (c) são mostradas as deformações para $\Delta t = 10^{-4}\text{s}$, para o tempo de análise de $8.5\times 10^{-5}\text{s}$. No caso (d) são mostradas as deformações para $\Delta t = 10^{-5}\text{s}$, para o tempo de análise de $2\times 10^{-5}\text{s}$. No caso (e) são mostradas as deformações para $\Delta t = 2\times 10^{-6}\text{s}$, para o tempo de análise de $6.8\times 10^{-6}\text{s}$. Nos casos (b) até (e) os tempos de análise são diferentes para caracterizar o momento no qual a trinca tem aproximadamente o mesmo tamanho.

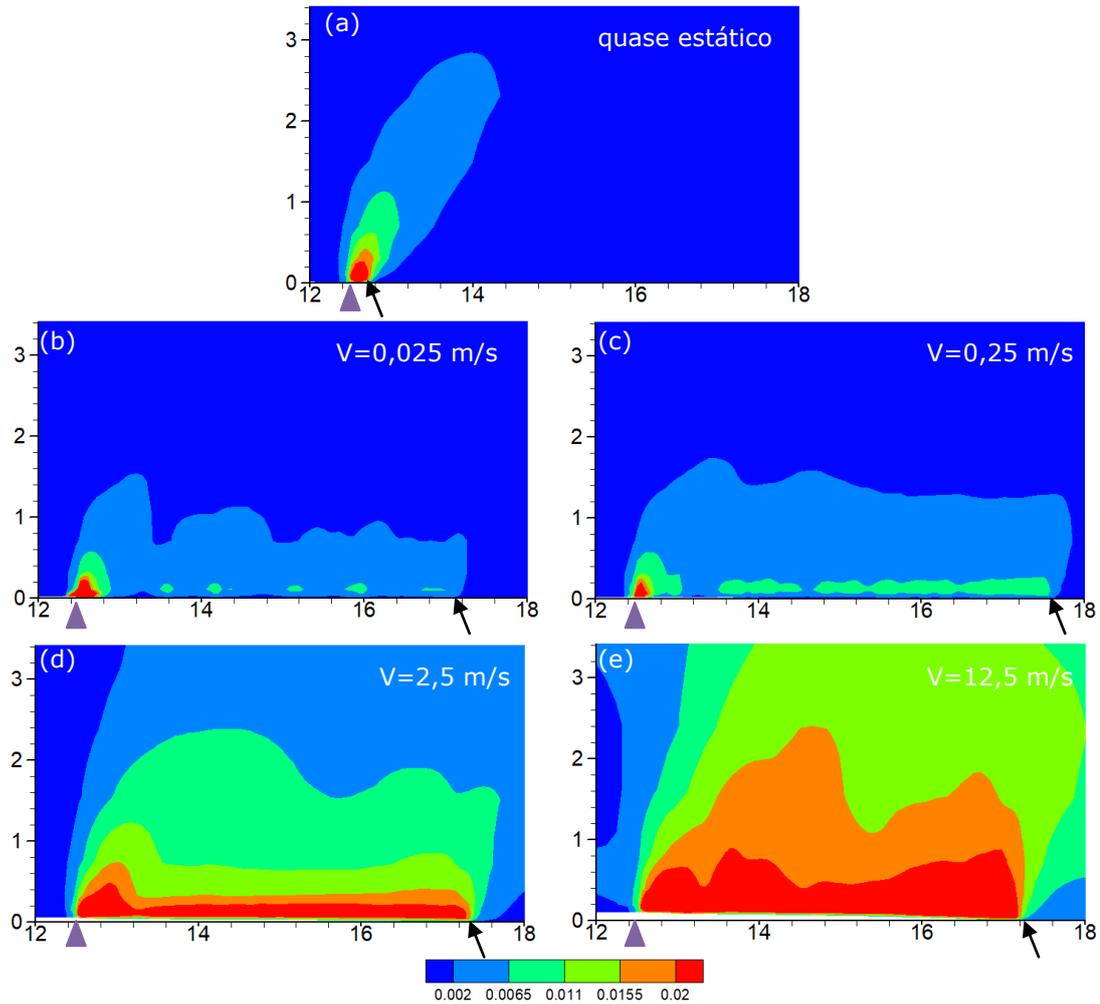


Figura 4.14: Deformações plásticas totais (m/m). (a) $\Delta t = 1$, $t = 1$ s, quase estático (b) $\Delta t = 10^{-3}$ s, $t = 7,3 \times 10^{-4}$ s, $V = 0,025$ m/s (c) $\Delta t = 10^{-4}$ s, $t = 8,5 \times 10^{-5}$ s, $V = 0,25$ m/s (d) $\Delta t = 10^{-5}$ s, $t = 2,0 \times 10^{-5}$ s, $V = 2,5$ m/s (e) $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s, $t = 6,8 \times 10^{-6}$ s, $V = 12,5$ m/s. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

Nota-se que o caso quase estático (Figura 4.14a) apresenta uma maior tendência para a plastificação, se comparado às simulações dinâmicas em baixas velocidades (Figuras 4.14b). Esta observação está de acordo com o comportamento em baixas velocidades, trecho A-M, Figura 2.3, onde o aumento da velocidade de propagação reduz a plastificação. Observa-se que para o menor tempo de impacto (Figura 4.14b) as deformações plásticas acumulam na posição inicial da ponta da trinca antes do início da propagação. Após um nível crítico de plastificação ser atingido, os primeiros elementos rompem e a trinca começa a acelerar. A partir daí, a plastificação que acompanha a propagação apresenta uma alternância entre valores mais altos e mais baixos de deformação. Este efeito pode ser associado à flutuação na

velocidade de propagação observada na Figura 4.12 para este caso. Em comparação com o caso anterior, o caso $\Delta t = 10^{-4}$ s (Figura 4.14c) apresenta uma distribuição da deformação plástica mais uniforme. O caso $\Delta t = 10^{-5}$ s (Figura 4.14d) apresenta uma uniformidade ainda maior, que se relaciona a uma velocidade de propagação bem estável para esse caso (Figura 4.12). Para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s (Figura 4.14e) a plastificação é consideravelmente maior que no caso anterior. O crescente nível de plastificação dos casos (b) até (e) pode ser explicado novamente pela Figura 2.3, trecho M-B, no qual é necessário um aumento substancial da energia para que haja propagação. Resultados similares também foram encontrados em Deng e Rosakis (1991), onde para altas velocidades de propagação, é percebido um aumento na zona de plastificação. Além disso, o caso $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s é o único onde os picos de plastificação são mais altos após o início da propagação. Esses picos se relacionam com a velocidade de propagação (Figura 4.12), onde baixos valores de plastificação estão associados com a aceleração da propagação. Com o crescimento da velocidade, a plastificação aumenta, o que por sua vez reduz a velocidade até que uma plastificação grande o suficiente provoque o enfraquecimento da zona coesiva e o subsequente aumento da velocidade, reiniciando o processo. Tem-se, portanto, uma propagação instável de trinca. Esse processo instável ocorre até que a plastificação seja generalizada em todo o espécime e a zona coesiva falhe de uma só vez.

Outra observação pertinente concerne à taxa de deformação que o material na ponta da trinca sofre. O raio de plastificação da ponta da trinca pode ser estimado pela Eq. (31).

$$r_p = \frac{K_I^2}{\pi \sigma_{esc}^2} (1 - \nu^2). \quad (31)$$

Considerando-se a energia total aplicada, $r_p = 7 \times 10^{-4}$ m. Para uma velocidade de propagação de 1000 m/s, que é da ordem das velocidades encontradas nessa aplicação, a trinca percorre essa distância em 7×10^{-7} s. Tomando-se a deformação plástica da ordem de 10^{-2} conforme obtido na Figura 4.14 resulta em uma taxa de deformação no raio de plastificação da ordem de 10^4 s^{-1} . Dependendo do tipo de material que se deseja modelar, essa taxa de deformação pode requerer uma relação constitutiva para o material que leve em conta altas taxas de deformação (relação viscoplástica).

4.4 APLICAÇÃO 4: IMPACTO EM MATERIAL ELASTO-PLÁSTICO CRISTALINO

Na aplicação 4 o mesmo problema da Figura 4.1 é analisado, porém dessa vez a simetria da malha não é levada em conta. A malha de elementos finitos adotada possui uma geometria diferente das demais, bem como um nível de refinamento maior para poder lidar com a plasticidade cristalina adequadamente. Em Bouvard et al. (2009) um estudo de convergência apontou que a taxa de propagação é independente da malha para malhas com elementos de até $4\mu\text{m}$. Aslan (2010) afirma que elementos de $2\mu\text{m}$ são adequados para a modelagem da propagação de trincas em monocristais. Com base nessas informações, fixou-se o tamanho dos elementos próximos a trinca em $2\mu\text{m}$. Assim a malha é composta por 3900 elementos de 4 nós no EPD e mais 150 elementos coesivos, também de 4 nós, inseridos à frente da ponta da trinca.

Os cálculos foram realizados para um espécime de comprimento $L = 3\text{ mm}$ e altura $2h_s = 0,1\text{ mm}$. O comprimento inicial da trinca é de $60\mu\text{m}$, equivalente a 20% do comprimento do espécime. O material é um monocristal CFC (Cúbico de Face Centrada), onde a deformação elástica é tomada como isotrópica, com módulo de Young $E = 100\text{ GPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,34$ e massa específica $\rho = 3000\text{ kg / m}^3$. A ponta da trinca está no plano cristalino (001) e se desenvolve na direção cristalográfica $[1\bar{1}0]$, de acordo com a formulação dada no Apêndice B. Os parâmetros coesivos adotados são $\delta_0 = 0,1\mu\text{m}$ e $\sigma_{max,0} = 1\text{ GPa}$. A tensão resolvida crítica é de 250 MPa . As propriedades do material adotadas são da mesma ordem de grandeza das adotadas em Bouvard et al. (2009), representando uma liga metálica monocristalina utilizada em lâminas de turbinas aeronáuticas.

Como nas aplicações anteriores o deslocamento prescrito $u_2(t)$ cresce até um valor máximo $u_{2,max}$ em um intervalo de tempo Δt , seguindo a Eq. (28). O valor de deslocamento máximo adotado $u_{2,max} = 0,7\mu\text{m}$ é o deslocamento para o qual a energia aplicada estática para o problema é igual a 5,55 vezes a energia coesiva normal. Simulações dinâmicas foram conduzidas para diferentes valores de Δt . Para proporcionar uma comparação, uma simulação quase estática foi conduzida para $\Delta t = 100\text{s}$.

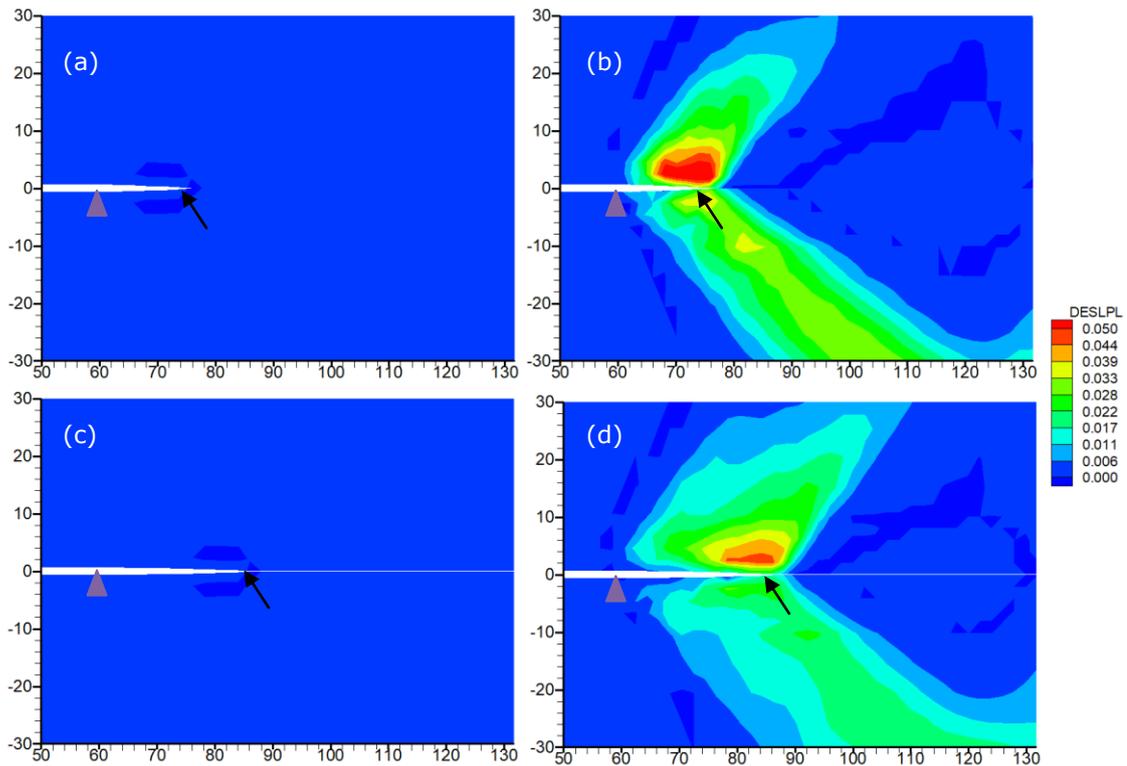


Figura 4.15: Deslizamentos nos sistemas efetivos (a) Sistema 1, análise quase estática, $t = 87s$ (b) Sistema 2, análise quase estática, $t = 87s$ (c) Sistema 1, $\Delta t = 10^{-5}s$, $t=0,86 \times 10^{-5}s$, $V=0,07$ m/s (d) Sistema 2, $\Delta t = 10^{-5}s$, $t=0,86 \times 10^{-5}s$, $V=0,07$ m/s. Dimensões em μm . A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

A Figura 4.15 mostra os deslizamentos nos sistemas de deslizamento 1 e 2, que estão relacionados às deformações plásticas conforme o Apêndice B. O sistema de deslizamento 3 é simétrico horizontalmente em relação à trinca ao sistema 2 e por isso não é mostrado. Os casos (a) e (b) são referentes à análise quase estática e os casos (c) e (d) à análise dinâmica com $\Delta t = 10^{-5}s$. Os casos (a) e (c) mostram os deslizamentos no sistema 1 e mostram uma distribuição de deslizamentos quase idêntica nos dois casos. Os casos (b) e (d) mostram os deslizamentos no sistema 2, onde o formato da distribuição é semelhante entre eles. Para o caso quase estático é observada uma concentração maior de deslizamentos próximo à ponta da trinca.

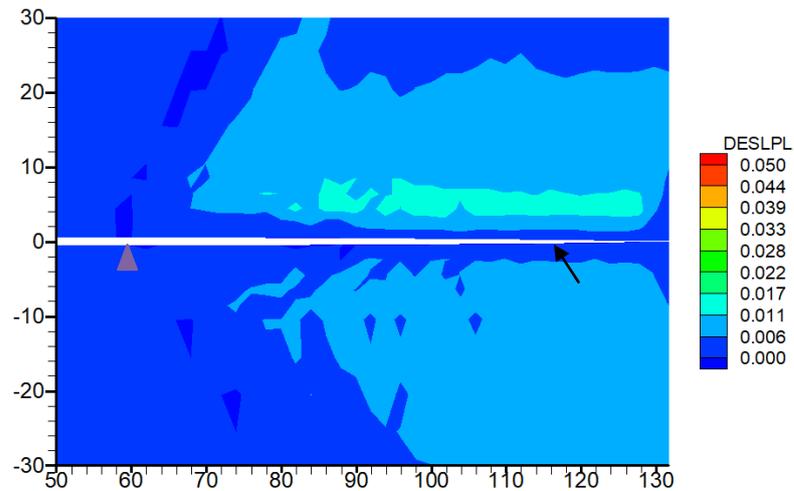


Figura 4.16: Deslizamento no sistema efetivo 2 para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s e $t = 1,4 \times 10^{-6}$ s, $V = 0,35$ m/s. Dimensões em μm . A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

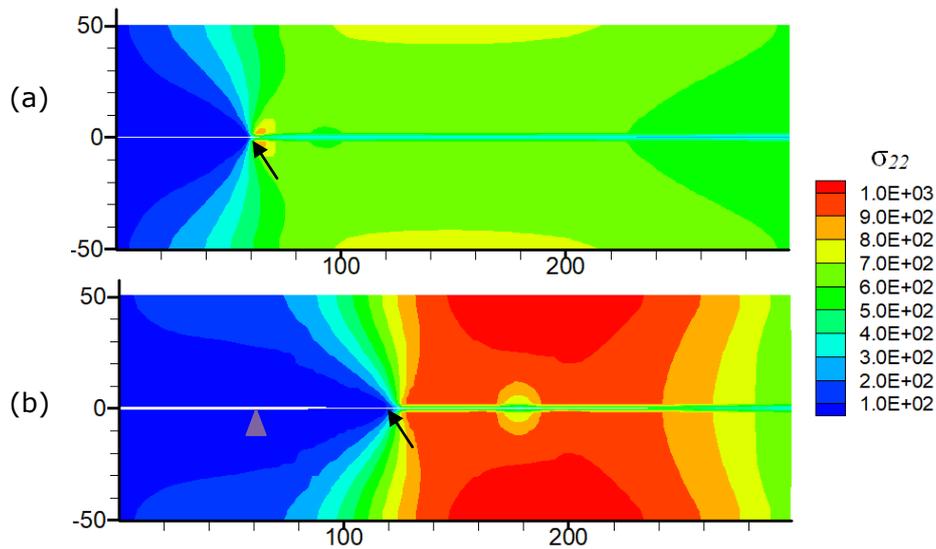


Figura 4.17: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s (a) $t = 0,8 \times 10^{-6}$ s (b) $t = 1,4 \times 10^{-6}$ s. Dimensões em μm . A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

Os deslizamentos no sistema 2 para $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s e um tempo de análise de $1,4 \times 10^{-6}$ s são mostrados na Figura 4.16, onde o processo de diminuição da plastificação com o aumento da velocidade de propagação continua. Comparando-se as Figuras 4.15 e 4.16, observa-se novamente uma tendência de redução da deformação plástica com o aumento da velocidade em relação ao caso quase estático. Portanto, até a faixa de velocidade aplicação de carga

correspondente à $V=0,35$ m/s (Figura 4.16), o processo de propagação encontra-se na zona A-M da Figura 2.3.

Na Figura 4.17 são mostradas as componentes verticais da tensão de Cauchy para os tempos de análise de $0,8 \times 10^{-6}$ s e $1,4 \times 10^{-6}$ s, para o caso $\Delta t = 2 \times 10^{-6}$ s. Na Figura 4.17a uma concentração de tensões é observada na ponta da trinca, o que indica que o modo de falha é o de propagação. Já na Figura 4.17b não existe concentração de tensões e toda a zona coesiva é solicitada com a mesma intensidade, o que indica um processo de descolamento ou decoesão. Seguindo a discussão apresentada em Broberg (1995) e Wang e Sigmund (2006), esse efeito depende da altura do espécime. Há uma tendência de espécimes de pequenas dimensões romperem por decoesão em função da limitação que estes impõem para o desenvolvimento do campo de tensões na ponta da trinca.

Na Figura 4.18 são mostradas as curvas de velocidade de propagação em função da extensão de trinca Δa . Fica claro que as velocidades são muito baixas, o que justifica que os resultados desta seção encontram-se no trecho A-M da Figura 2.3. Não é possível atingir a faixa M-B, pois antes ocorre a decoesão.

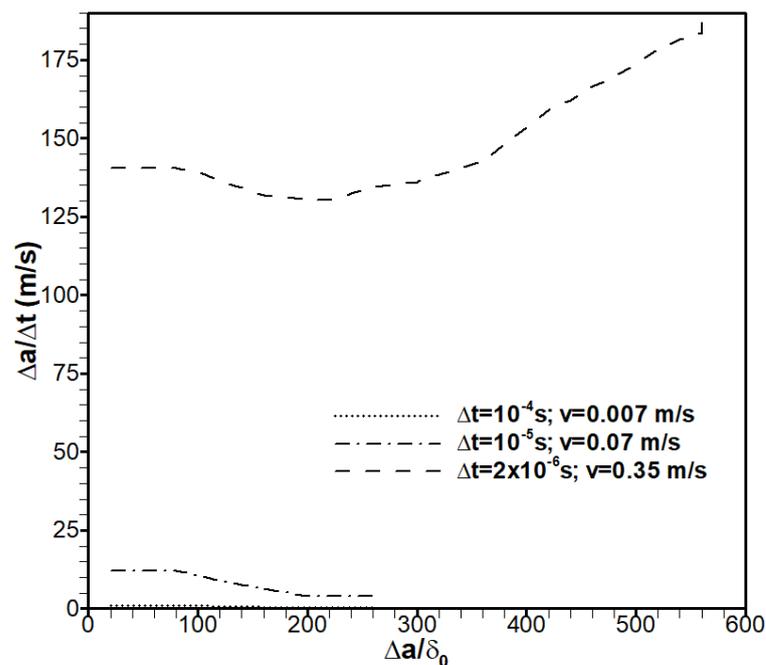


Figura 4.18: Velocidade de propagação $\Delta a / \Delta t$ em função do comprimento normalizado de trinca $\Delta a / \delta_0$

Na Figura 4.19 são mostradas as curvas da energia normalizada G_s/Φ_n em função da extensão normalizada de trinca $\Delta a/\delta_0$. Observa-se que os efeitos dinâmicos diminuem a energia necessária para propagação, conforme discutido na Figura 2.3, trecho A-M, devido a menor plastificação, conforme também mostram as Figura 4.15 e 4.16.

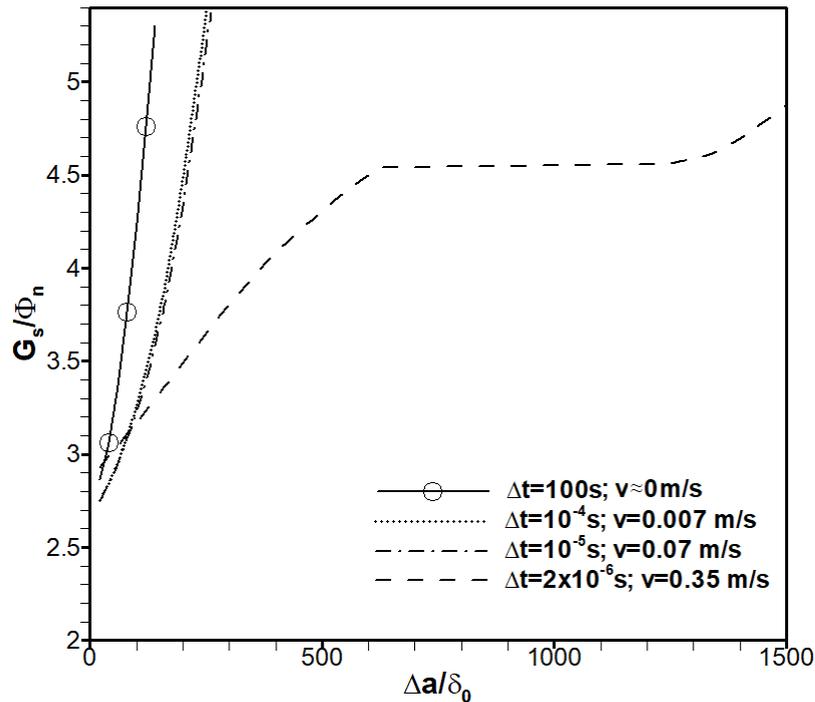


Figura 4.19: Relação entre comprimento normalizado de trinca $\Delta a/\delta_0$ e energia estática aplicada normalizada pela energia coesiva G_s/Φ_n

Por fim, na Figura 4.20 é feito um comparativo entre os casos elástico, elasto-plástico isotrópico e elasto-plástico cristalino. Todas as curvas de G_s/Φ_n em função de $\Delta a/\delta_0$ foram obtidas considerando-se a malha e os dados dessa seção e o tempo de impacto de 10^{-5}s , portanto a curva para o material cristalino é a mesma da Figura 4.19 para esse tempo de impacto. Para o material elasto-plástico isotrópico buscou-se uma tensão de escoamento para a qual a curva de crescimento de trinca fosse similar à do material cristalino, de modo que um paralelo entre os dois tipos de plasticidade possa ser traçado.

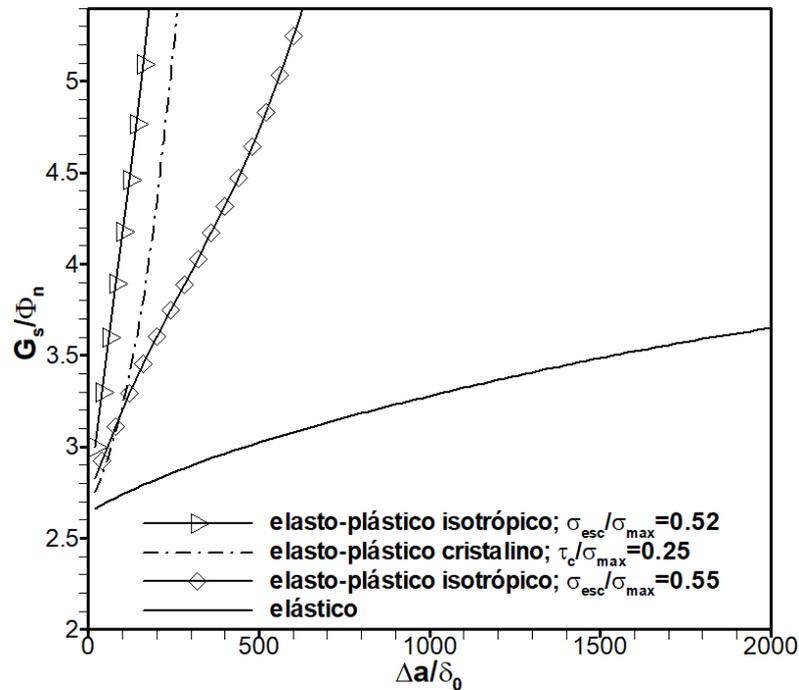


Figura 4.20: Comparativo entre os casos elástico, elasto-plástico isotrópico e elasto-plástico cristalino. $V=0.07$ m/s.

4.5 APLICAÇÃO 5: CARREGAMENTO CÍCLICO

Neste exemplo os dados do modelo são os mesmos da aplicação 1, ou seja, o material é elástico-linear. A única diferença é o deslocamento prescrito $u_2(t)$ que é uma função periódica que varia de zero a um valor máximo $u_{2,max}$. O valor de deslocamento máximo adotado $u_{2,max} = 1.63 \times 10^{-4}$ m é o deslocamento para o qual a energia da integral J no caso quase estático para o problema é igual a 20% da energia coesiva normal. A função de carga adotada é descrita pela Eq. (32), onde f é a frequência do carregamento.

$$u_2(t) = u_{2,max} [0.5 - 0.5 \cos(2\pi ft)]. \quad (32)$$

A Figura 4.21 mostra a extensão normalizada da trinca $\Delta a / \delta_0$ como uma função do número de ciclos de carga N . Foram realizadas simulações dinâmicas para diferentes valores de frequência de carga f e uma simulação quase estática foi conduzida para $f = 0,05$ Hz.

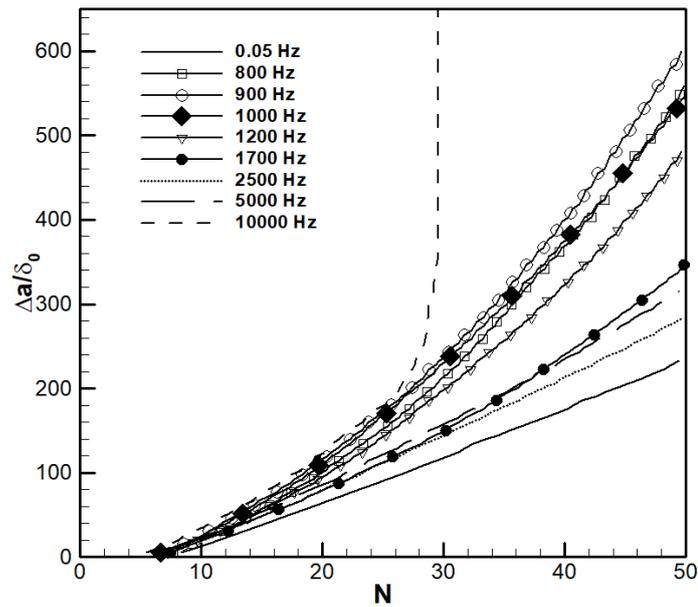


Figura 4.21: Extensão normalizada de trinca Δ_a/δ_0 em função do número de ciclos N

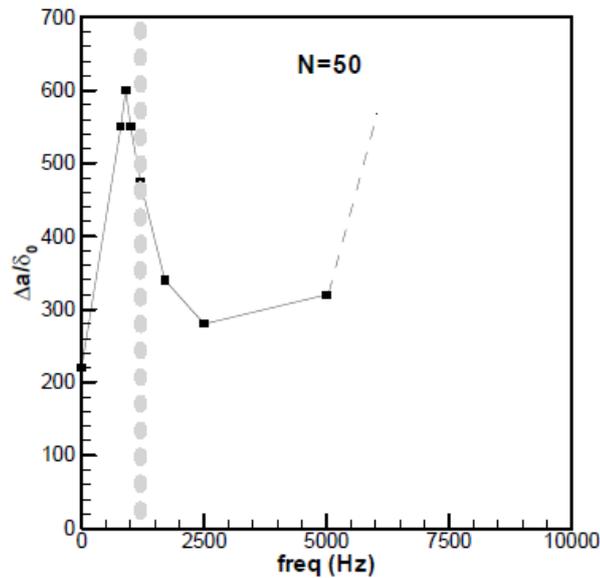


Figura 4.22: Extensão normalizada de trinca Δ_a/δ_0 no ciclo $N=50$ em função da frequência de carregamento. A linha em cinza representa a frequência natural do espécime após os elementos coesivos serem rompidos.

O comportamento de crescimento de trinca previsto para a simulação quase estática é muito semelhante ao obtido por Wang e Siegmund (2006) para as mesmas condições. Simulações dinâmicas para carregamentos de alta frequência mostraram que o período de incubação (período no qual o dano acumula na zona coesiva sem que haja propagação) que precede o

crescimento de trincas é menor se comparado com a simulação quase estática. Isso contribui para que a extensão de trinca seja sempre maior quando os efeitos dinâmicos são considerados.

Em geral, maiores frequências aplicadas tendem a levar a maiores taxas de crescimento $d(\Delta a/\delta_0)/dN$. Além disso, a taxa de crescimento de trinca tende a aumentar conforme a trinca se estende nas simulações dinâmicas, enquanto que nas simulações quase estáticas ela permanece constante. Este efeito foi mais severo para frequências entre 800 e 1200 Hz, conforme visto na Figura 4.22, que mostra a extensão normalizada de trinca no ciclo 50 para as diferentes frequências de carregamento analisadas. Portanto a taxa de crescimento de trinca não cresce monotonicamente com a frequência de carregamento. Considerando que a frequência fundamental do espécime varia de 2400 Hz a 1200 Hz, é possível que a aceleração no crescimento de trinca seja resultado de uma frequência ressonante. O resultado para 800 Hz é particularmente interessante porque a velocidade média de carregamento (medida de $u_2=0$ até $u_2= u_{2,max}$) é de apenas 0.26 m/s, a qual é uma velocidade em que os efeitos dinâmicos podem ser desconsiderados em carregamento monotônico, de acordo com a discussão da seção 4.1. Então, velocidades médias de carregamento que não produzem efeitos dinâmicos em carregamento monotônico podem estar associadas a significativos efeitos dinâmicos em carregamento cíclico.

Para $f = 10$ kHz, ocorre um processo diferente: a taxa de crescimento de trinca aumenta abruptamente e os elementos coesivos falham em um número menor de ciclos. Esta frequência está associada com uma velocidade média de carregamento de 3.26 m/s que é próxima de 3.64 m/s, a velocidade média de carregamento para $\Delta t = 10^{-4}$ s na seção 4.1. De maneira interessante, foi concluído na mesma seção que os efeitos dinâmicos começam a ter forte influência na propagação exatamente para este tempo de impacto. O processo de ruptura para $f = 10$ kHz é explicado nos parágrafos seguintes.

A figura 4.23 representa a abertura normalizada de trinca $\Delta u_n / \delta_0$ em função da posição normalizada x_1 / δ_0 para diferentes frequências de carregamento e número de ciclos. A posição x_1 é definida pelo eixo coordenado na Figura 4.1. Para $N = 20,5$ ciclos (Figura 4.23a), todos os perfis de abertura têm o mesmo formato, com a abertura sendo maior para frequências com maior extensão de trinca nesse ciclo. Para $N = 29,5$ ciclos (Figura 4.23b), o perfil de abertura permanece o mesmo para as frequências menores, apenas os valores de

abertura aumentam. No entanto, para $f = 10$ kHz, o perfil é claramente diferente, com maiores valores de abertura de trinca mais longe da ponta inicial da trinca. A Figura 4.24 representa a distribuição de dano ao longo dos elementos coesivos para o mesmo número de ciclos da Figura 4.23. Mais uma vez pode ser visto que para $N = 20,5$ ciclos (Figura 4.24a) a distribuição de danos é semelhante para todas as frequências. O mesmo acontece para as frequências mais baixas para $N=29,5$ ciclos (Figura 4.24b). No entanto, para $N = 29,5$ ciclos e $f = 10$ kHz, a variável de dano não diminui acentuadamente para valores altos de $x1 / \delta_0$, como acontece com as outras frequências. Em vez disso, a distribuição de dano tem valores de pico a determinadas distâncias da ponta da trinca. Esses valores de pico eventualmente crescem para um valor unitário e os elementos coesivos falham. Este processo cria uma micro trinca a frente da ponta original da trinca e aumenta substancialmente a extensão da trinca em um intervalo de tempo muito curto.

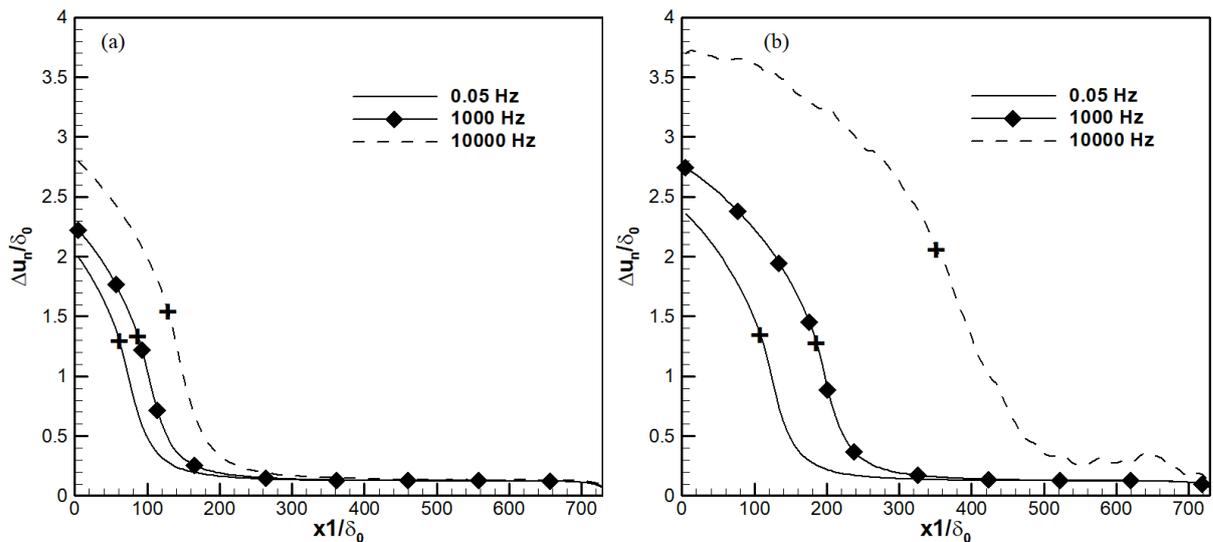


Figura 4.23: Perfis de abertura de trinca. O sinal “+” indica a localização da ponta da trinca (a) $N=20,5$ (b) $N=29,5$

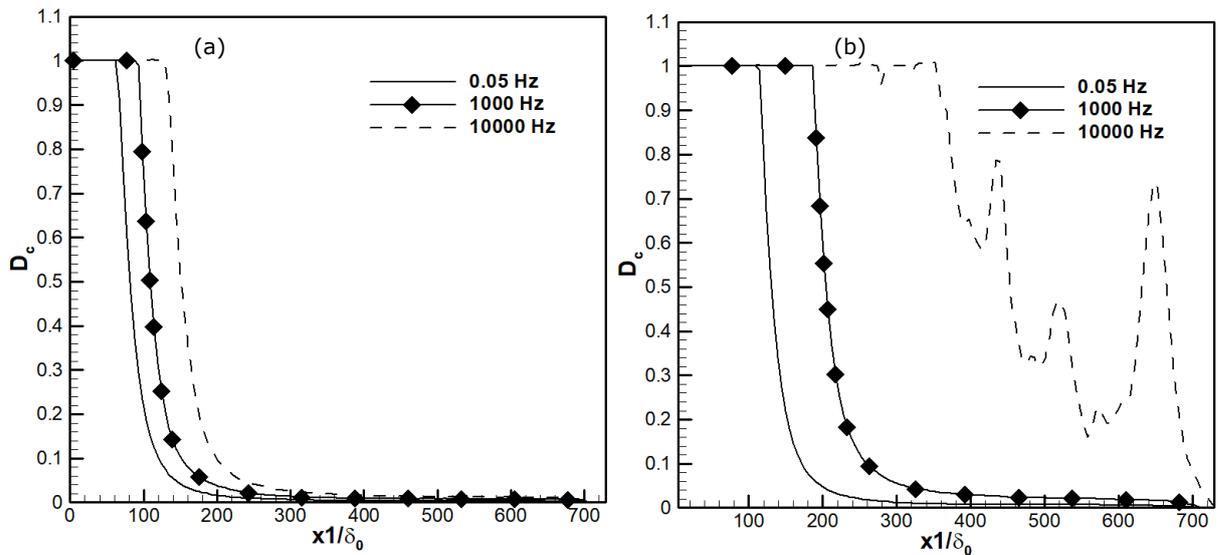


Figura 4.24: Distribuição de dano. (a) $N=20,5$ (b) $N=29,5$

A Figura 4.25 é um gráfico de distribuição da componente vertical da tensão de Cauchy σ_{22} para $f = 10$ kHz, que ilustra a formação da micro trinca a frente da ponta da trinca original. Em $N = 20,5$ ciclos (Figura 4.25a), o campo de tensão ao redor da ponta da trinca é muito semelhante ao da Figura 4.2, o que indica um crescimento estável de trinca. Em $N = 29,5$ ciclos (Figura 4.25b), a ponta da trinca está localizada a aproximadamente 160 mm da borda esquerda do espécime, mas há uma concentração de tensão localizada 15 mm à direita dessa posição. Neste ponto de concentração de tensão, σ_{22} supera o valor de σ_{max} que é menor que $\sigma_{max,0}$ devido ao processo cíclico de dano. Isso faz com que o processo de acúmulo de danos acelere e então os elementos coesivos falham rapidamente, criando uma micro trinca. A trinca original então cresce rapidamente através da faixa enfraquecida de elementos coesivos e se funde com a micro trinca. Assim, a taxa de crescimento da trinca aumenta acentuadamente.

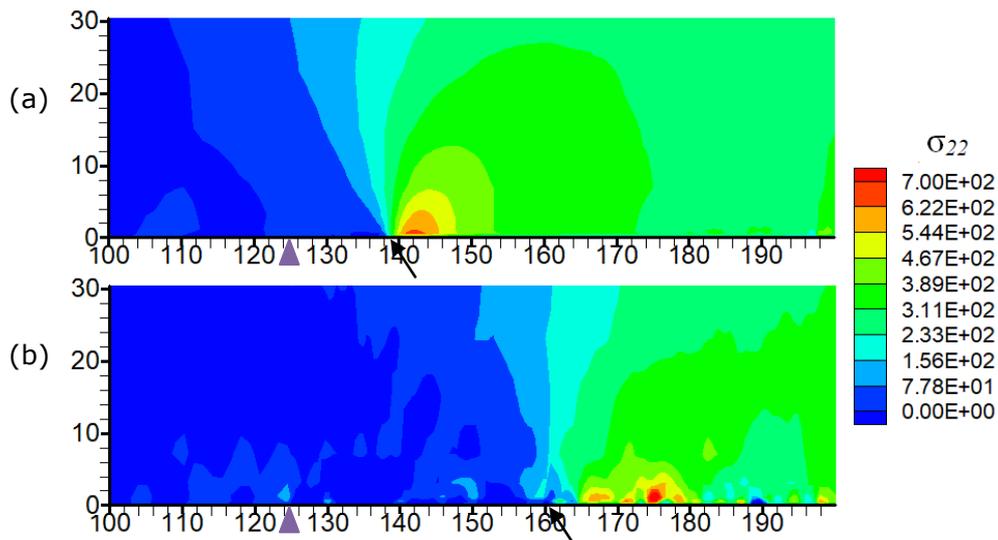


Figura 4.25: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $f = 10$ kHz. (a) $N=20,5$ (b) $N=29,5$. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente

As velocidades de propagação para o carregamento cíclico foram computadas da mesma maneira que no caso de impacto e estão expressas na Figura 4.26. Obviamente as velocidades obtidas são menores do que no caso de carregamento por impacto, já que aqui foram usados valores menores de deslocamento prescrito. Assim a velocidade para $f = 1$ kHz varia de 1 a 2 m/s, para $f = 5$ kHz varia de 3 a 4 m/s e para $f = 10$ kHz é de 10 m/s durante a propagação e atinge 2195 m/s durante a coalescência de trincas. Assim, verifica-se que a formação de microtrincas propagando-se em altas velocidades obtida por Andrews (1976) também pode ocorrer em carregamento cíclico para o modo I.

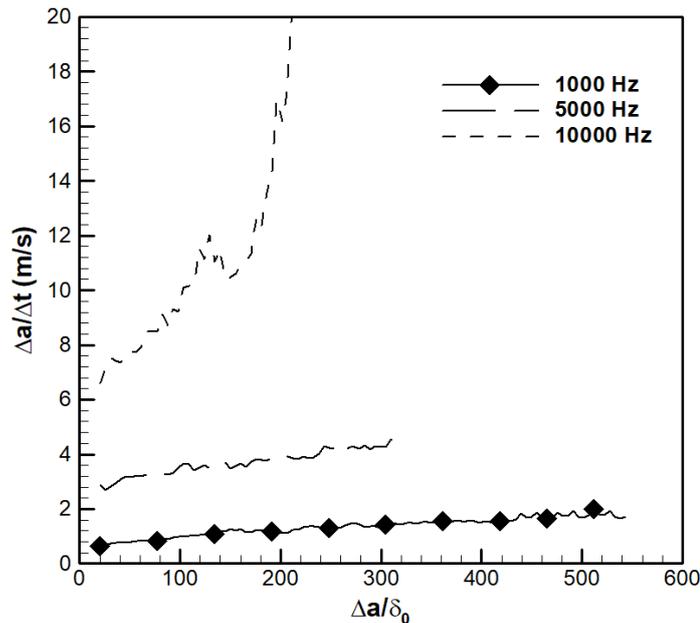


Figura 4.26: Velocidade de propagação $\Delta a / \Delta t$ em função da extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$

4.6 APLICAÇÃO 6: EFEITO DA ALTURA DO ESPÉCIME EM CARREGAMENTO CÍCLICO

Nesta aplicação busca-se fazer uma análise semelhante à da aplicação 5, mudando-se apenas a altura h_s do espécime analisado. Serão estudadas as alturas $h_s = 40$ mm e $h_s = 24$ mm, as quais correspondem os valores de deslocamento máximo $u_{2,max} = 0,119$ mm e $u_{2,max} = 0,092$ mm, calculados da mesma forma que na aplicação 2, ou seja, igualando-se a energia coesiva normal com 20% da energia da integral J no caso quase estático para o problema. Da mesma forma que na aplicação 5, aqui também foi executada uma análise quase estática para a frequência de 0,05 Hz e análises dinâmicas para as demais frequências.

Primeiro analisa-se o espécime com altura $h_s = 40$ mm, cuja extensão normalizada da trinca $\Delta a / \delta_0$ como uma função do número de ciclos de carga N encontra-se representada na Figura 4.27. Primeiramente, nota-se que para a análise quase estática o espécime apresenta um comportamento distinto em relação à aplicação 5. Se naquele caso a taxa de crescimento da trinca era constante, aqui ela apresenta um crescimento com o aumento da extensão da trinca. O resultado da análise quase estática novamente assemelha-se com aquele obtido por Wang e Siegmund (2006), com a diferença de que no estudo de 2006 os pesquisadores observaram

uma transição para um processo de decoesão uniforme quando a trinca atingiu uma extensão normalizada $\Delta a / \delta_0 = 550$.

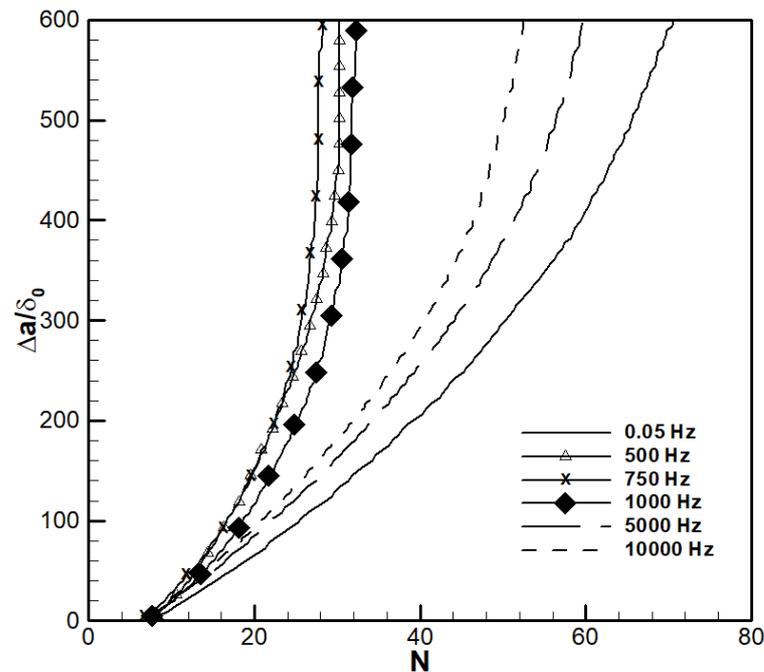


Figura 4.27: Extensão normalizada de trinca $\Delta a / \delta_0$ em função do número de ciclos N

A análise modal da estrutura revelou frequências fundamentais de vibração inicial de 1749 Hz e final de 787 Hz. Isso acabou por refletir na propagação dinâmica da trinca, como observado na Figura 4.26. Ao contrário da aplicação 5, aqui a frequência $f = 10$ kHz não resultou em efeitos tão severos para a propagação. Assim as duas frequências mais altas foram as que menos excitaram os modos de vibração da estrutura, dentre as frequências analisadas. Para as frequências entre 500 Hz e 1000 Hz a taxa de propagação por ciclo foi bem mais acentuada devido aos efeitos de ressonância, que amplificam os deslocamentos e conseqüentemente a abertura da trinca, levando a uma ruptura prematura dos elementos coesivos.

Cabe ressaltar também que o gráfico da Figura 4.27 apresenta a extensão normalizada em função do número de ciclos e não em função do tempo, de modo que uma alta taxa de propagação por ciclos $d(\Delta a / \delta_0) / dN$ não necessariamente se traduz em uma alta velocidade de propagação de trinca $\Delta a / \Delta t$. De fato, a frequência de 10 kHz que possui uma taxa de propagação por ciclo relativamente baixa leva a uma velocidade média de propagação,

medida entre as extensões normalizadas de 500 e 600, de 43,1 m/s. Já a velocidade média da trinca para a frequência de 1000 Hz, medida nas mesmas condições é de apenas 14,7 m/s.

Novamente observou-se a formação de uma micro trinca a frente da trinca original, dessa vez para a frequência $f = 750$ Hz. Este efeito pode ser visualizado na Figura 4.28 que apresenta a distribuição de dano para esta frequência quando $N = 27,5$ ciclos. Assim como no caso da aplicação 5 (Figura 4.24b) um pico de dano à frente da ponta da trinca é notado. Embora seja menor do que no caso anterior, este pico também cresce até um valor unitário, originando uma micro trinca que se expande nas duas direções, coalescendo com a trinca original e propagando-se a frente.

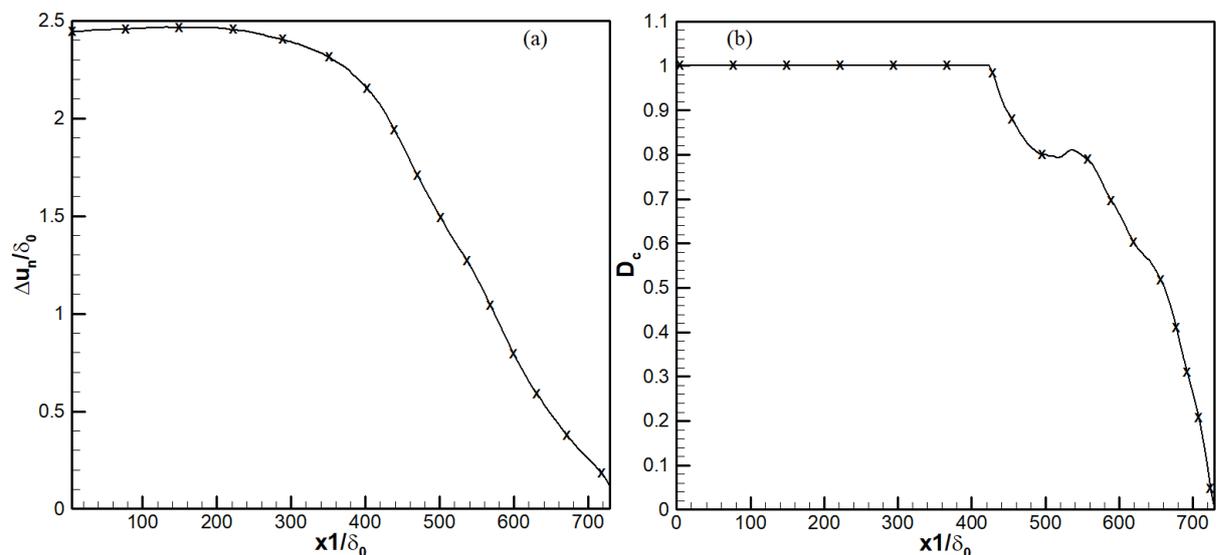


Figura 4.28: Resultados para $f = 750$ Hz e $N = 27,5$ (a) Perfil de abertura (b) Distribuição de dano.

A seguir analisa-se o espécime que possui altura $h_s = 24$ mm e cuja análise modal mostrou que a sua frequência fundamental de vibração varia entre 1216 Hz e 522 Hz. A extensão normalizada da trinca $\Delta a / \delta_0$ como uma função do número de ciclos de carga N encontra-se representada na figura 4.29. Novamente o comportamento da análise quase estática é próximo do observado por Wang e Siegmund (2006), com o espécime sofrendo decoesão uniforme após um período de crescimento de trinca. Este resultado pode ser observado detalhadamente no gráfico de distribuição da componente vertical da tensão de Cauchy σ_{22} da figura 4.30. Observa-se que para $N=9,5$ ciclos (Figura 4.30a) a concentração de tensões na ponta da trinca indica um modo de falha por propagação. Já para $N=33,5$ ciclos (Figura 4.30b) a concentração

de tensões não é tão visível e a magnitude das tensões no espécime começa a reduzir, apesar da carga aplicada ser a mesma. Isso indica que toda a zona coesiva está sendo danificada e denota o início do processo de descolamento uniforme.

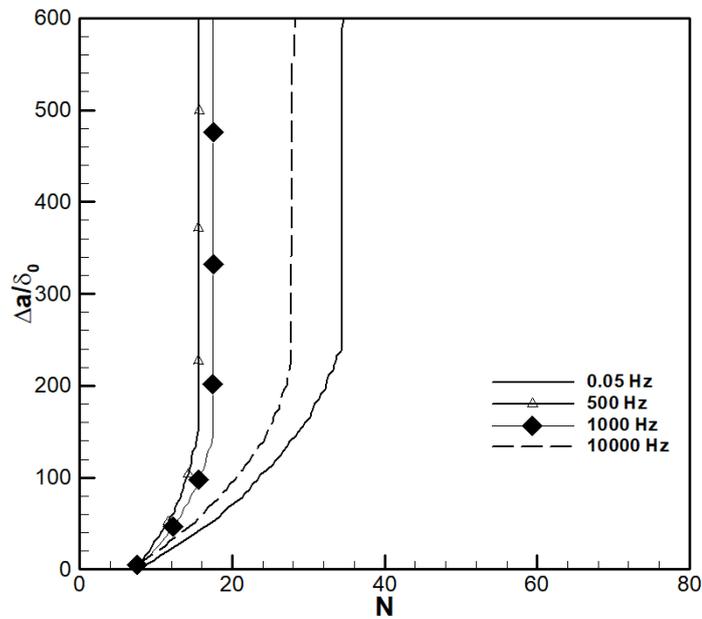


Figura 4.29: Extensão normalizada de trinca $\Delta a/\delta_0$ em função do número de ciclos N

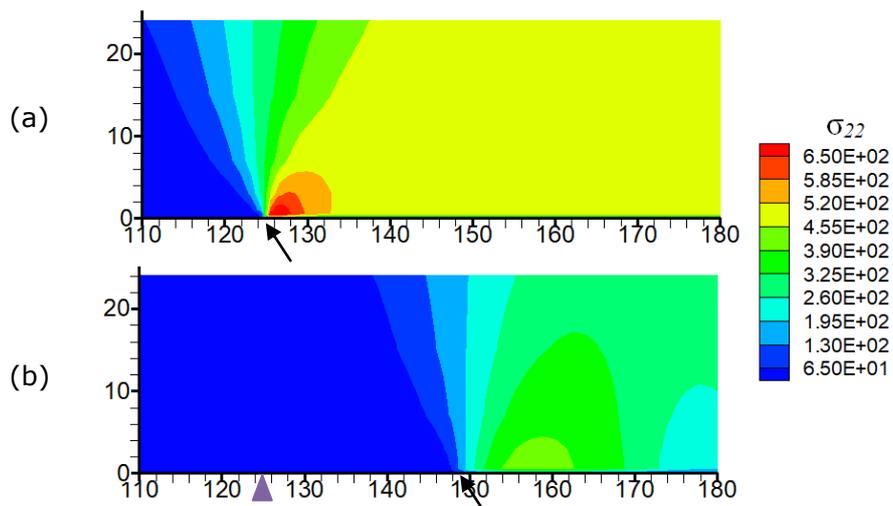


Figura 4.30: Componente σ_{22} da tensão de Cauchy (MPa) para $f = 0.05$ kHz. (a) $N = 1,5$ (b) $N = 33,5$. Dimensões em mm. A flecha e o triângulo indicam as posições atual e inicial da ponta da trinca, respectivamente.

Quanto às simulações dinâmicas, percebe-se novamente que os efeitos mais pronunciados são causados pelas frequências ressonantes, nesse caso para frequências entre 500 Hz e 1000 Hz. O efeito de todas as frequências em relação ao caso quase estático é o de acelerar a transição do regime de propagação de trincas para o regime de descolamento. Para essa altura de espécime, portanto, não há a formação de micro trincas.

Os resultados dessa aplicação mostram que as conclusões de Broberg (1995), que deduziu que camadas elásticas com altura muito baixa tendem a falhar por decoesão e não por propagação, são aplicáveis também ao carregamento cíclico.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho é um estudo numérico introdutório da fratura dinâmica no qual apenas efeitos inerciais são considerados. Um modelo de zona coesiva irreversível foi usado em elementos de interface dentro de uma análise de elementos finitos no estado plano de deformações. Foram considerados materiais elásticos, elastoplásticos e monocristais elastoplásticos. Para materiais elásticos efeitos de fadiga também foram considerados.

Primeiramente foi feita uma análise considerando-se o carregamento monotônico, onde se definiu a partir de qual velocidade de carregamento as contribuições dinâmicas tornam-se importantes. Concluiu-se que para tempos de impacto longos, os efeitos dinâmicos são desprezíveis; para tempos de impacto intermediários, a velocidade de propagação e a intensidade das ondas de pressão crescem com a redução do tempo de impacto; e para tempos de impacto curtos, o modo de falha do espécime muda de propagação de trinca para decoação uniforme. Maiores velocidades de carga exigem uma maior energia estática aplicada para que a propagação ocorra.

Observou-se que o efeito da plastificação é o de restringir a propagação de trincas. Nesse sentido, quanto maior a razão entre a tensão coesiva e a tensão de escoamento, maior a intensidade das deformações plásticas e menor a propagação de trinca. O processo de plastificação também age limitando a velocidade de propagação a valores bem abaixo da velocidade da onda de Rayleigh, o que está de acordo com as observações experimentais e teóricas.

O comportamento dos materiais elasto-plásticos submetidos a crescentes velocidades de carga mostrou-se ser não monotônico, contrário do que acontece nos casos elásticos. Abaixo de certo patamar de velocidade de propagação da trinca, um aumento na velocidade de carregamento reduz o nível de plastificação fragilizando o material. Ou seja, é necessária uma menor energia estática aplicada para que a propagação ocorra. Acima deste patamar de velocidade o efeito se inverte, sendo necessário que se aumente a energia estática aplicada para que ocorra a propagação. Este efeito foi analiticamente previsto em diversas publicações por Freund e coautores. A transição de um regime para o outro foi capturada nas simulações

apresentadas neste trabalho nos casos de material elasto-plástico isotrópico. Devido às dimensões reduzidas da peça, apenas o primeiro regime - o de fragilização - foi capturado nos casos de material cristalino. Antes da transição para o segundo regime, o espécime sofreu decoesão.

Com relação ao carregamento cíclico, observou-se um incremento no crescimento de trinca por fadiga para altas frequências de carregamento. Esse efeito é visível mesmo quando a velocidade de carregamento é muito menor do que aquela necessária para produzir efeitos dinâmicos no caso monotônico. Para frequências muito altas, quando a velocidade de carregamento é compatível com aquela que produz efeitos dinâmicos no carregamento monotônico, o comportamento da trinca muda da propagação de trinca para um fenômeno análogo a decoesão que ocorre no caso monotônico. Esse fenômeno é caracterizado pela nucleação de micro trincas à frente da trinca principal.

O processo de formação de micro trincas pode também ocorrer para frequências mais baixas, se estas se aproximarem das frequências fundamentais de vibração do espécime, devido a efeitos de ressonância. Assim, efeitos dinâmicos severos podem acometer o crescimento de trinca em fadiga mesmo para velocidades de carregamento relativamente baixas. A consequência disso é a substancial redução da vida em fadiga. O efeito da ressonância também foi verificado para diferentes tamanhos de espécime.

Ainda em relação ao caso cíclico, mostrou-se que ocorre uma transição do processo de ruptura, passando de propagação de trinca para decoesão, quando a altura do espécime decresce. Isso foi observado tanto em simulações quase estáticas quanto em dinâmicas, sendo que os efeitos dinâmicos tendem a acelerar a ocorrência dessa transição.

Várias sugestões podem ser feitas para trabalhos futuros, por exemplo:

- a) Consideração dos efeitos da taxa de carregamento no material e no CZM, através de relações constitutivas viscosas;
- b) Efeitos dinâmicos na fadiga de materiais elasto-viscoplásticos;
- c) Influência do modo II e do modo misto de carregamento na fratura dinâmica;

- d) Resolução de problemas em três dimensões, especialmente no caso cristalino, dispensando a utilização de sistemas efetivos de deslizamento.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 3^a ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.

ANDREWS, D. J. Rupture velocity of plane strain shear cracks. **Journal of Geophysical Research**. v.81, n.32, p.5679-5687, 1976.

ANSYS. Academic Research Mechanical, Release 18.2, 2018.

ASARO, R.J., Micromechanics of crystals and polycrystals. **Advances in applied mechanics**. v. 23, p.1-115, 1983.

ASLAN, O. **Numerical modelling of fatigue crack growth in single crystal nickel based superalloys**. Materials. École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2010. English.

BARREBLAT, G. S. The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. **Advances in applied mechanics**, v. 7, p. 55-129, 1962.

BATHE, K.J. **Finite element procedures**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1996.

BIRCK, G. **Análise do processo de dano em material quase-frágil através da simulação de um modelo de barras**. 2016. 110p. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2016.

BOUVARD, J.L.; CHABOCHE, J.L.; FEYEL, F.; GALLERNEAU, F. A cohesive zone model for fatigue and creep-fatigue crack growth in single crystal superalloys. **International Journal of Fatigue**, v.31, n.5, p.868-879, 2009.

BROBERG, K. B. Discussion of fracture from the energy point of view. **Recent Progresses in Applied Mechanics**, p. 125-151, 1967.

BROBERG, K. B. Dynamic crack propagation in a layer. **International Journal of Solids and Structures**, v.32, n.6/7, p.883-896, 1995.

BUEHLER, M.J.; ABRAHAM, F.F.; GAO, H. Hyperelasticity governs dynamic fracture at a critical length scale. **Nature**, v.426, p.141-146, 2003.

BURRIDGE, R.; CONN G.; FREUND, L. B. The stability of a rapid mode II shear crack with finite cohesive traction. **Journal of Geophysical Research**. v.84, n.B5, p.2210-2222, 1979.

DEL BUSTO, S.; BETEGÓN, C.; MARTÍNEZ-PAÑEDA, E. A cohesive zone framework for environmentally assisted fatigue. **Engineering Fracture Mechanics**, v.185, p.210-226, 2017.

DENG, X.; ROSAKIS, A. Dynamic crack propagation in elastic-perfectly plastic solids under plane stress conditions. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. v. 39, n. 5, p. 683-722, 1991.

DUGDALE, D. S. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. v. 8, n. 2, p. 100-104, 1960.

FEDRIGO, F., 2001. **Aplicação de interfaces coesivas na mecânica da fratura via método dos elementos finitos**. 2001, 93p. Dissertação de Mestrado em Engenharia – Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2001

FORNEL, G. F. **Implantação numérica de um modelo de plasticidade cristalina para o estado plano de deformações e aplicação ao estudo de trinca em monocristal**. 2018. 103p. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2018.

FREUND, L.B. **Dynamic Fracture Mechanics**. 1^a ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

FREUND, L.B.; HUTCHINSON, J.W. High strain-rate crack growth in rate-dependent plastic solids. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**. v. 33, n. 2, p. 169-191, 1985.

FUJCZAK, R. **The effects of fatigue loading frequency on fatigue life of high strength pressure vessel steels**. Technical report ARCCB-TR-94023. US Army armament research, development and engineering center, 1994.

FURUYA, Y.; MATSUOKA, S.; ABE, T.; YAMAGUCHI, K. Gigacycle fatigue properties for high-strength low alloy steel at 100 Hz, 600 Hz, and 20 kHz. **Scripta Materialia**, v. 46, n. 2, p. 157–162, 2002.

GEIßLER, G.; KALISKE, M. Time-dependent cohesive zone modelling for discrete fracture simulation. **Engineering Fracture Mechanics**, v.77, p.153-169, 2010.

GEUBELLE, P. H.; BAYLOR, J. S. Impact-induced delamination of composites: a 2D simulation. **Composites B**, v. 29, p. 589-602, 1990.

GHONEM, H.; FOERCH, R. Frequency effects on fatigue crack growth behaviour in a near- α titanium alloy. **Materials Science and Engineering A**. v.138, p.69-81, 1991.

GUENNEC, B.; UENO, A.; SAKAI, T.; TAKANASHI, M.; ITABASHI, Y. Effect of loading frequency in fatigue properties and micro-plasticity behaviour of JIS S15C low carbon steel. **13th International Conference on Fracture**, June 16–21, Beijing, China, 2013.

GUERRA, C.; SCHEIBERT, J.; BONAMY, D.; DALMAS, D. Understanding fast macroscale fracture from microcrack post mortem patterns. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v.109, n.2, p.390-394, 2012.

HILLERBORG, A.; MODÉER, M.; PETERSSON, P.-E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement and Concrete Research**, v. 6, p. 773-781, 1976.

HWANG, Y.K.; LIM, Y.M. Validation of three-dimensional irregular lattice model for concrete failure mode simulations under impact loads. **Engineering Fracture Mechanics**, v.169, p.109-127, 2017.

JUUL, K.J.; NIELSEN, K.L.; NIORDSON, C.F. Steady-state crack growth in single crystals under mode I loading. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v.101, p.209-222, 2017.

KOBAYASHI, A.S.; RAMULU, M.; DADKHAH, M.S.; YANG, K.-H.; KANG, B.S.J. Dynamic fracture toughness. **International Journal of Fracture**. v. 30, p. 275-285, 1986.

KOSTESKI, L. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 2012. 202p. Tese de Doutorado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2012.

KOSTESKI, L.; BARRIOS D'AMBRA, R.; ITURRIOZ, I. Fractomechanics parameter calculus using the Discrete Element Method with bars. **Latin American Journal of Solids and Structures**. v. 6, p. 301-321, 2009.

LEMAITRE, J. **A Course on Damage Mechanics**. 2^a. ed. Cachan: Springer, 1996.

LIU, J.; LI, J.; WU, B. The cohesive zone model for fatigue crack growth. **Advances in Mechanical Engineering**, v. 5, p. 737392, 2013.

MACHADO, A. **Uso do método das interfaces coesivas na simulação do processo de propagação de trincas por fadiga**. 2007. 83p. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Curso de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2007.

MAILLET, I.; MICHEL, L.; RICO, G.; FRESSINET, M.; GOURINAT, Y. A new test methodology based on structural resonance for mode I fatigue delamination growth in an unidirectional composite. **Composite structures**. v.97, p.353-362, 2013.

MAYER, H.; PAPAKYRIACOU, M.; PIPPAN, R.; STANZL-TSCHEGG, S. Influence of loading frequency on the high cycle fatigue properties of AlZnMgCu1.5 aluminium alloy. **Materials Science and Engineering A**, v.314, p.48-54, 2001.

- MAKHLOUF, K.; JONES, J. Effects of temperature and frequency on fatigue crack growth in 18% Cr ferritic stainless steel. **International Journal of Fatigue**, v.15, n.3, p.163-171, 1993.
- MASTILOVIC, S.; RINALDI, A. Two-dimensional discrete damage models: discrete element methods, particle models, and fractal theories. In: Voyiadjis G. (eds). **Handbook of Damage Mechanics**. New York: Springer, 2015.
- MORESCO, R. **Um modelo computacional para o estudo da fadiga**. 2018. 94p. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2018.
- MORRISSEY, R.; NICHOLAS, T. Staircase testing of a titanium alloy in the gigacycle regime. **International Journal of Fatigue**, v.28, p.1577–1582, 2006.
- MUSTO, M.; ALFANO, G. A novel rate-dependent cohesive zone model combining damage and viscoelasticity. **Computers and Structures**, v.118, p.126-133, 2013.
- NAKAMURA, T.; SHIH, C. F.; FREUND, L. B. Computational methods based on an energy integral in dynamic fracture. **International Journal of Fracture**, v.27, p.229-243, 1985.
- NEEDLEMAN, A. A continuum model for void nucleation by inclusion debonding. **Journal of Applied Mechanics**, v. 54, p. 525-531, 1987.
- NEEDLEMAN, A. An analysis of decohesion along an imperfect interface. **International Journal of Fracture**, v.42, n.1, p.21-40, 1990.
- NEEDLEMAN, A. Numerical modelling of crack growth under dynamic loading conditions. **Computational mechanics**, v.19, p.463-469, 1997.
- NEEDLEMAN, A. Dynamic mode II crack growth along an interface between an elastic solid and a plastic solid. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v.120, p.22-35, 2018.
- NGUYEN, O.; REPETTO E.A.; ORTIZ, M.; RADOVITZKY, R. A Cohesive model of fatigue crack growth. **International Journal of Fracture**, v.110, n.4, p.351-369, 2001.
- NILSSON, F. Crack propagation experiments on strip specimens. **Engineering Fracture Mechanics**, v.6, p.397-403, 1974.
- ORTIZ, M.; PANDOLFI, A. Finite deformation irreversible cohesive elements for three-dimensional crack propagation analysis. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v.44, p.1267-1282, 1999.

RANKINE, W. J. M. On the causes of the unexpected breakage of the journals of railway axles; and on the means of preventing such accidents by observing the law of continuity in their construction. **Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers**, p.105-107, 1843.

RICE, J.R., Tensile crack tip fields in elastic-ideally plastic crystals. **Mechanics of Materials**. v.6, n.4, 317-335, 1987.

RICE, J.R.; HAWK, D.E.; ASARO, R. J. Crack tip fields in ductile crystals. **International Journal of Fracture**. v. 42, p.301-321, 1990.

RIERA, J. D.; MIGUEL, L. F. F.; ITURRIOZ, I. Study of imperfections in the cubic mesh of the truss-like discrete element method (DEM). **International Journal of Damage Mechanics**. v.23, n.6, p.819-838, 2014.

ROCHA, M. M.; RIERA, J. D.; KRUTZIK, N. J. Extension of a model that aptly describes fracture of plain concrete to the impact analysis of reinforced concrete. **International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 11)**. v. J. Tokyo, Japan, 1991.

ROE, K.; SIEGMUND, T. An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation. **Engineering Fracture Mechanics**, v.70, n.2, p.209-232, 2003.

ROSAKIS, A. J.; SAMUDRALA, O.; COKER, D. Cracks faster than the shear wave speed. **Science**, v. 284, n. 5418, p. 1337-1340, 1999.

ROSAKIS, A. J.; FREUND, L.B. Optical measurement of the plane strain concentration at a crack tip in a ductile steel plate. **Journal of Engineering Materials Technology**, v.104, p.115-120, 1982.

ROSAKIS, A. J.; ZEHNDER, A.T. On the dynamic fracture of structural metals. **International Journal of Fracture**, v. 27, p.169-186, 1985.

ROTH, S.; HÜTTER, G.; KUNA, M. Simulation of fatigue crack growth with a cyclic cohesive zone model. **International Journal of Fracture**, v.188, p.23-45, 2014.

SALIH, S.; DAVEY, K.; ZOU, Z. Rate-dependent elastic and elasto-plastic cohesive zone models for dynamic crack propagation. . **International Journal of Solids and Structures**, v.90, p.95-115, 2016.

SIEGMUND, T.; NEEDLEMAN, A. A numerical study of dynamic crack growth in elastic-viscoplastic solids. **International Journal of Solids and Structures**, v.34, n.7, p.769-787, 1997.

SOARES, F. S. **Caracterização de vida em fadiga pelo método dos elementos discretos**. 2014. 79p. Dissertação de Mestrado em Engenharia - Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre. 2014.

SUN, Z.; MORICONI, C.; BENOIT, G.; HALM, D.; HENAFF, G. Fatigue crack growth under high pressure of gaseous hydrogen in a 15-5PH martensitic stainless steel: Influence of pressure and loading frequency. **Metallurgical and Material Transactions A**, v.44, n.3, p.1320-1330, 2013.

SURESH, S. **Fatigue of Materials**. 2^a ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

TVERGAARD, V.; HUTCHINSON, J. W. The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 40, p. 1377-1397, 1992.

WANG, B.; SIEGMUND, T. A computational analysis of size effects in fatigue failure. **Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering**, v.14, n.4, p.775-787, 2006.

WASHABAUGH, P. D.; KNAUSS, W.G. A reconciliation of dynamic crack velocity and Rayleigh wave speed in isotropic brittle solids. **International Journal of Fracture**, v.65, p.97-114, 1994.

XU, X.; NEEDLEMAN, A. Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids. **Journal of Mechanics and Physics of Solids**, v.42, n.9, p.1397-1434, 1994.

XU, Y.; YUAN, H. Computational modelling of mixed-mode fatigue crack growth using extended finite element methods. **International Journal of Fracture**, v. 159, p.151-165, 2009.

YANG, B.; MALL, S.; RAVI-CHANDAR, K. A cohesive zone model for fatigue crack growth in quasi-brittle materials. **International Journal of Solid Structures**, v. 38, p.3927-3944, 2001.

YANG, B.; RAVI-CHANDAR, K. A single-domain dual-boundary-element formulation incorporating a cohesive zone model for elastostatic cracks. **International Journal of Fracture**, v. 93, p.115-144, 1998.

YUAN, H.; LIN, G.; CORNEC, A. Verification of a cohesive zone model for ductile fracture. **Journal of Engineering Materials and Technology**, v.118, p.192-200, 1996.

ZHANG, J.; SONG, Q.; ZHANG, N.; LU, L.; ZHANG, M.; CUI, G. Very high cycle fatigue property of high-strength austempered ductile iron at conventional and ultrasonic frequency loading. **International Journal of Fatigue**, v.70, p.235-240, 2015.

ZHANG, W.; LIU, Y. Investigation of incremental fatigue crack growth mechanisms using in situ SEM testing. **International Journal of Fatigue**, v.42, p.14-23, 2012.

ZHOU, F.; MOLINARI, J.; SHIOYA, T. A rate-dependent cohesive model for simulating dynamic crack propagation in brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, v.72, p.1383-1410, 2005.

APÊNDICE A – Tratamento da plasticidade isotrópica

A resolução do problema elasto-plástico se dá através de uma abordagem incremental preditor-corretor de deformações, onde para cada incremento de deformação $\Delta\varepsilon_{kl}$ se calcula o incremento de tensões através da relação dada na Eq. (A1).

$$\Delta\sigma_{ij}^E = C_{ijkl}\Delta\varepsilon_{kl} \quad (A1)$$

O estado de tensões do preditor elástico (σ_{ij}^E) é então atualizado a partir do estado de tensões inicial (σ_{ij}^0) conforme mostrado na Eq. (A2).

$$\sigma_{ij}^E = \sigma_{ij}^0 + \Delta\sigma_{ij}^E \quad (A2)$$

Verifica-se então se houve plastificação de acordo com o critério de von Mises, Eq.(A3).

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij}s_{ij})} - \sigma_{esc} \quad (A3)$$

Onde

$$p = \frac{1}{3}tr\sigma_{ij} \quad (A4)$$

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - p \quad (A5)$$

Onde p é a tensão hidrostática no sistema e s_{ij} são as tensões desviadoras. Se $f < 0$ não há escoamento e o preditor elástico representa o estado de tensões correto para o corpo. Para $f > 0$ e adotando-se o método do retorno radial, o corretor plástico é dado pelas Eq. (A6) e (A7).

$$\Lambda = \frac{\sqrt{(s_{ij}s_{ij})} - \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_{esc}}{2\mu\left(1 + \frac{h}{3\mu}\right)} \quad (A6)$$

$$\beta = 1 - 2\mu \frac{\Lambda}{\sqrt{(s_{ij}s_{ij})}} \quad (A7)$$

Onde μ é o módulo de elasticidade transversal do material e h é o coeficiente de endurecimento, dado pela Eq. (A8).

$$h = \frac{E \times E_T}{E - E_T} \quad (\text{A8})$$

As tensões desviadoras e as tensões de Cauchy atualizadas são dadas pelas Eqs. (A9) e (A10).

$$s_{ij}^1 = \beta s_{ij} \quad (\text{A9})$$

$$\sigma_{ij}^1 = s_{ij}^1 + p \quad (\text{A10})$$

Por fim, a tensão de escoamento é atualizada (Eq. (A11)).

$$\sigma_{esc} = \sigma_{esc}^0 + h \sqrt{\frac{2}{3}} \Lambda \quad (\text{A11})$$

APÊNDICE B – Tratamento da plasticidade cristalina

O modelo utilizado aqui considera que a ponta da trinca se desenvolve na direção cristalográfica $[1\bar{1}0]$ e está localizada no plano (001) ao longo da direção $[110]$ de um cristal CFC, como mostrado na Figura B.1. Outras direções poderiam ser facilmente consideradas apenas mudando-se a rotação dos planos efetivos, um conceito introduzido por Rice (1987) para a resolução de problemas no estado plano de deformações. Para analisar-se um material com estrutura cristalina tridimensional no estado plano de deformações, é necessária a utilização de sistema de deslizamento efetivos, que combinam sistemas de deslizamento que estão fora do plano para formar um sistema efetivo no plano. Em cristais CFC, o deslizamento pode ocorrer, por exemplo, nos planos (111) e $(\bar{1}\bar{1}1)$ ao longo das direções $[101]$ e $[0\bar{1}1]$, resultando no sistema efetivo de deslizamento $[112]$, que é uma composição das duas direções. A Figura B.1 mostra os planos e direções cristalográficas para um cristal CFC e a sua representação no estado plano de deformações. A Figura B.2 mostra a numeração dos três sistemas efetivos de deslizamentos atuantes. O sistema 1 está no plano (011) e direção $[110]$. O sistema 2 está no plano $(\bar{1}\bar{1}1)$ e direção $[112]$. O sistema 3 está no plano (111) e direção $[\bar{1}\bar{2}]$.

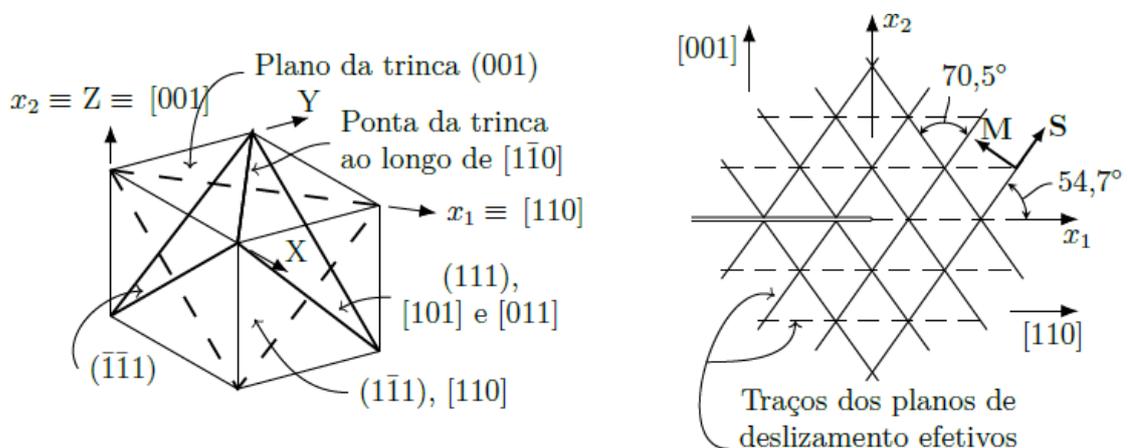


Figura B.1: Sistemas de deslizamento e orientação da trinca. (a) Cristal CFC (b) Representação no estado plano de deformações. (Fonte: Rice (1987))

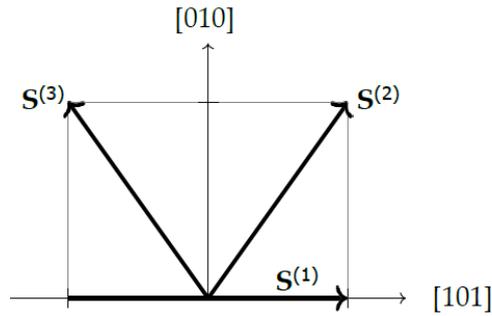


Figura B.2: Numeração dos sistemas de deslizamento.

O modelo utilizado neste trabalho baseia-se no trabalho de Asaro (1983), adaptado ao caso de pequenas deformações. Aqui se considera que as componentes do gradiente de deslocamentos são pequenas e que a rotação da rede cristalina em relação ao material é pequena. O cristal é considerado isótropo e linear em relação às propriedades elásticas e tem pouca compressibilidade.

Em um material cristalino, o fluxo de deformação plástica está relacionado com os deslizamentos nos sistemas cristalográficos ativos α pela Eq. (B1).

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = (\dot{\mathbf{E}}^p)_{ij} = \sum_{\alpha} P_{ij}^{(\alpha)} \dot{\gamma}^{(\alpha)}. \quad (\text{B1})$$

Onde $\dot{\gamma}^{(\alpha)}$ representa o deslizamento plástico no sistema α e $P_{ij}^{(\alpha)}$ a componente ij do tensor de orientação de Schmid para o sistema α . O tensor de Schmid são cossenos diretores que levam as tensões de Cauchy para os sistemas de deslizamento cristalino e as trazem de volta para o tensor de Cauchy. $P_{ij}^{(\alpha)}$ é dado pela Eq. (B2).

$$P_{ij}^{(\alpha)} = \frac{1}{2} (m_i^{(\alpha)} s_j^{(\alpha)} + m_j^{(\alpha)} s_i^{(\alpha)}) \quad (\text{B1})$$

Na Eq. (B2), $m_i^{(\alpha)}$ e $s_i^{(\alpha)}$ representam as componentes dos vetores $m^{(\alpha)}$ e $s^{(\alpha)}$, respectivamente relativos aos planos e direções cristalográficos. Para a configuração cristalográfica proposta por Rice (1987), em um cristal CFC (cristal considerado nesse trabalho), os vetores para os três sistemas de deslizamento são: $m^{(1)} = (0;1)$, $s^{(1)} = (1;0)$, $m^{(2)} = (-0,816;0,577)$, $s^{(2)} = (0,577;0,816)$, $m^{(3)} = (-0,816;-0,577)$, $s^{(3)} = (-0,577;0,816)$.

Na condição de pequenas deformações, a equação constitutiva proposta por Asaro (1983) assume a forma dada pela Eq. (B3).

$$\dot{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \sum_{\beta=1}^n C_{ijkl} P_{kl}^{(\beta)} \dot{\gamma}^{(\beta)} \quad (\text{B3})$$

Onde C_{ijkl} é o tensor de Hooke. Contraindo a Eq. (B3) com $P_{ij}^{(\alpha)}$ e chamando a tensão projetada no sistema α de $\dot{\tau}^{(\alpha)}$ chega-se a Eq. (B4).

$$P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl} - \sum_{\beta=1}^n P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} P_{kl}^{(\beta)} \dot{\gamma}^{(\beta)} = \dot{\tau}^{(\alpha)} \quad (\text{B4})$$

A Eq. (B4) pode ser aproximada pela Eq. (B5) aplicando-se o método de Euler implícito.

$$P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} - \sum_{\beta=1}^n P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} P_{kl}^{(\beta)} \Delta \gamma^{(\beta)} = \Delta \tau^{(\alpha)} \quad (\text{B5})$$

Para resolver o problema elasto-plástico faz-se uso de uma abordagem incremental preditor-corretor de deformações, onde para cada incremento de deformação $\Delta \epsilon_{kl}$ se calcula o incremento de tensões através da relação dada na Eq. (B6).

$$\Delta \sigma_{ij}^E = C_{ijkl} \Delta \epsilon_{kl} \quad (\text{B6})$$

O estado de tensões do preditor elástico (σ_{ij}^E) é então atualizado a partir do estado de tensões inicial (σ_{ij}^0) conforme mostrado na Eq. (B7).

$$\sigma_{ij}^E = \sigma_{ij}^0 + \Delta \sigma_{ij}^E \quad (\text{B7})$$

Verifica-se então se houve plastificação e, caso ocorra, corrige-se o estado de tensões em termos da deformação plástica. Isso é feito levando-se o preditor elástico às tensões resolvidas (projetadas) (Eq. B8).

$$\tau^{(\alpha),E} = P_{ij}^{(\alpha)} \sigma_{ij}^E \quad (\text{B8})$$

A condição de escoamento é dada dentro dos sistemas de deslizamento pela Eq. (B9).

$$f = \left| \tau^{(\alpha),E} \right| - \left| \tau_c^{(\alpha),0} \right| \quad (\text{B9})$$

Onde $\tau_c^{(\alpha),0}$ é uma tensão resolvida no sistema, que depende de τ_c , um valor de tensão crítica resolvida do material, definido em Rice (1987). Para a orientação definida na Figura B.2, têm-se as tensões críticas iniciais: $\tau_c^{(1),0} = 1.73 \tau_c$ e $\tau_c^{(2),0} = \tau_c^{(3),0} = 1.15 \tau_c$. Se $f < 0$ não há escoamento e o incremento de deslizamento $\Delta\gamma^{(\alpha)}$ é nulo. Para $f > 0$, têm-se as Eq. (B10), (B11) e (B12).

$$\Delta\tau^{(\alpha),E} = |f| \quad (\text{B10})$$

$$P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} \Delta\epsilon_{kl} = \Delta\tau^{(\alpha),E} \quad (\text{B11})$$

$$\Delta\tau^{(\alpha)} = \text{sgn}(\tau^{(\alpha),E}) \Delta\tau_c^{(\alpha)} \quad (\text{B12})$$

Para o caso sem endurecimento, o incremento na tensão resolvida crítica é nulo e a Eq. (B12) é igual à zero. Para o caso com endurecimento, a formulação completa pode ser consultada em Fornel (2018). As Eqs. (B11) e (B12) são substituídas na Eq. (B5), o que permite calcular os deslizamentos $\Delta\gamma^{(\beta)}$. Essa substituição resulta na Eq. (B13).

$$\sum_{\beta=1}^n N_{\alpha\beta} \Delta\gamma^{(\beta)} = \Delta\tau^{(\alpha),E} \quad (\text{B13})$$

Onde $N_{\alpha\beta} = P_{ij}^{(\alpha)} C_{ijkl} P_{kl}^{(\beta)}$ é o tensor constitutivo cristalino, que relaciona tensões e deformações no nível da microestrutura do cristal. Obtidos os incrementos nos deslizamentos, basta soma-los aos deslizamentos previamente existentes para obterem-se os deslizamentos atualizados. As deformações plásticas são obtidas com o auxílio do tensor de Schmid (Eq. (B1)) e com elas, as tensões de Cauchy (Eq. B14).

$$\sigma_{ij}^1 = \sigma_{ij}^E - 2\mu\Delta\epsilon_{ij}^p \quad (\text{B14})$$

Onde σ_{ij}^1 representa as tensões atualizadas e μ é o módulo de elasticidade transversal do material.

APÊNDICE C – Detalhes sobre a análise modal

A Análise modal foi conduzida no *software* Ansys (2018). Na Figura C.1 é mostrado o modelo utilizado para a determinação das frequências naturais de vibração para o espécime das aplicações 1 e 5, no caso onde todos os elementos coesivos estão rompidos, juntamente com as suas condições de contorno. Aqui, considerou-se que a parte inferior direita do espécime tem seus deslocamentos restringidos devido à simetria e que a parte superior do espécime tem deslocamento livre, como seria no caso de um carregamento do tipo força prescrita.

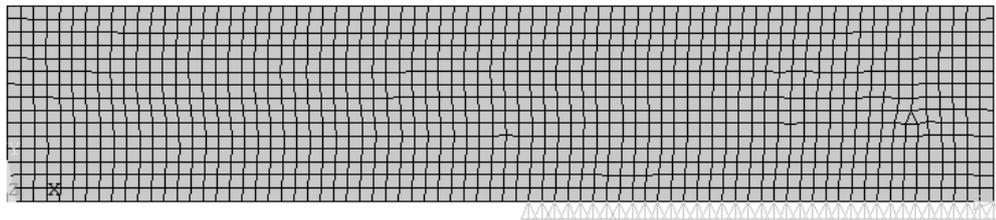


Figura C.1: Modelo para a análise modal

Como mencionado no capítulo 3, um dos critérios adotados na escolha dos incrementos temporais para a solução das equações dinâmicas do movimento foi a representação satisfatória dos três primeiros modos de vibração da estrutura. Para isso, descartaram-se os modos de vibração que não seriam compatíveis com o tipo de carregamento adotado nas análises. Assim, os modos de vibração considerados estão representados na Figura C.2.

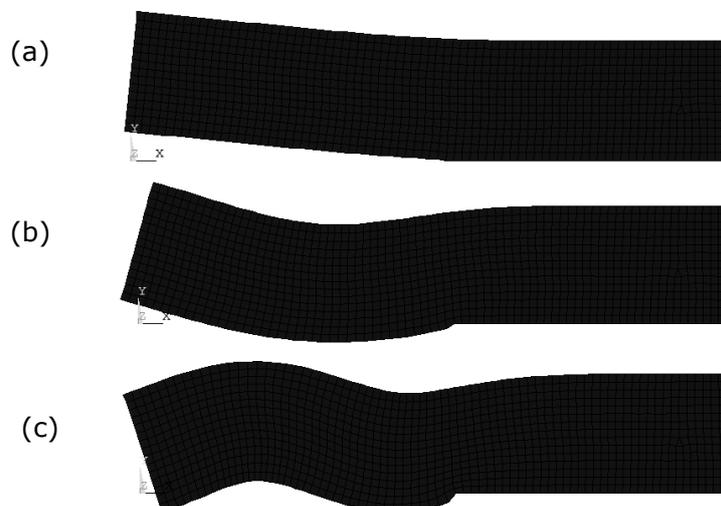


Figura C.2: Modos de vibração. (a) 1º modo (b) 2º modo (c) 3º modo