

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO CONSTITUTIVO HIPERELÁSTICO

por

Pedro Emílio Gazola

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, julho de 2019



Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Escola de Engenharia

Departamento de Engenharia Mecânica

IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO CONSTITUTIVO HIPERELÁSTICO

por

Pedro Emílio Gazola

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mário Roland Sobczyk Sobrinho
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: **Mecânica dos Sólidos**

Orientador: Prof. Felipe Tempel Stumpf

Comissão de Avaliação:

Prof. Felipe Tempel Stumpf

Prof. Letícia Fleck Fadel Miguel

Prof. Edson Hikaro Aseka

Porto Alegre, 08, julho de 2019.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Ricardo e Ângela, por sempre terem me apoiado e que aguardaram muito por esse momento.

À minha irmã, Virgínia que contribuiu muito para o desenvolvimento do trabalho com memes motivacionais.

A meu amor, Pietra Splendor Ruschel, por ter me aguentado por todo esse tempo com muito amor, amizade e alegria. Se não fosse o teu suporte em todos os momentos eu estaria maluco. Sem ela este trabalho não seria possível e eu não conseguiria me formar.

Ao GMAp, pela disponibilidade dos equipamentos e dos professores e técnicos sempre estarem abertos para consultas.

Ao meu orientador, Felipe Stumpf, pela paciência durante várias manhãs de simulações com resultados sem sentido e toda a ajuda e suporte durante o desenvolvimento deste trabalho.

GAZOLA, P. E. **Implementação Numérica de um Modelo Constitutivo Hiperelástico**. 2019. 17 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

RESUMO

Neste trabalho é realizada a implementação numérica do modelo de Hoss-Marczak modificado para materiais hiperelásticos isotrópicos no software comercial Abaqus. O modelo constitutivo foi implementado através da sub-rotina UHYPER. Foi realizado um ensaio experimental de tração uniaxial de um corpo de prova de borracha nitrílica e o ajuste de curvas do resultado para obter as constantes relativas ao material. Foram realizadas previsões teóricas para modelos de deformação biaxial e cisalhamento puro indicados pela literatura. Os resultados obtidos foram comparados com simulações numéricas realizadas com a sub-rotina implementada para verificar sua acuracidade. Também foi realizado um *benchmark* afim de validar o modelo implementado para casos de deformação e condições de contorno complexas. Os resultados obtidos mostram que o modelo é capaz de representar o comportamento de materiais hiperelásticos.

PALAVRAS-CHAVE: (Hiperelástico, Hoss-Marczak, Abaqus)

GAZOLA, P.E. **Hyperelastic Constitutive Model Numerical Implementation**. 2019.17 folhas. Monografia (Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

ABSTRACT

In this paper the numerical implementation of the modified Hoss-Marczak model for isotropic hyperelastic materials is performed in the Abaqus software. The constitutive model was implemented through the subroutine UHYPER. An uniaxial tensile test was performed with a nitrile rubber test specimen and the results used to get the material's constants. Theoretical predictions were made for the biaxial tensile and pure shear tests pointed by the literature. The results obtained were compared with numerical simulations realized using the implemented subroutine to verify its accuracy. Also, a benchmark test was performed to evaluate the implemented model capabilities in cases with complex deformations and boundary conditions. The results show that the model is able to replicate the hyperelastic materials behavior.

KEYWORDS:(Hyperelastic, Hoss-Marczak, Abaqus)

ÍNDICE	Pág.
1. INTRODUÇÃO	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	2
3. OBJETIVOS	2
4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	2
4.1 Modelo Constitutivo	2
4.1.1 Medidas de deformações	3
4.1.2 Função energia de deformação	3
4.1.3 Medidas de tensão.....	3
4.1.4 Modelo Modificado de Hoss-Marczak	4
4.2 Caracterização do Material	5
4.3 Ajuste da curva experimental	6
4.4 Sub-rotina utilizada	6
5. METODOLOGIA.....	6
6. RESULTADOS	7
6.1 Ensaio experimental	7
5.2 Obtenção das constantes do material.....	8
6.3 Modelos Numéricos	9
6.4 <i>Benchmark</i>	10
7. CONCLUSÃO.....	12
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	13
APÊNDICE I	14

1. INTRODUÇÃO

Materiais como as borrachas possuem uma relação não-linear entre tensão e deformação independentemente do nível de solicitação, caracterizando uma não linearidade quanto à relação constitutiva do material. Estes materiais são denominados hiperelásticos porque manifestam grandes deformações elásticas, bem maiores que as encontradas em materiais mais convencionais (Hoss,2009).

A utilização de materiais hiperelásticos é cada vez mais comum em aplicações industriais, tornando mais importante conseguir prever o seu comportamento mecânico com precisão. Como esses materiais possuem um comportamento não linear quando solicitados, a lei de Hooke não é aplicável, dessa forma a maneira mais utilizada para descrever a relação tensão-deformação desses materiais é através da função de densidade de energia de deformação.

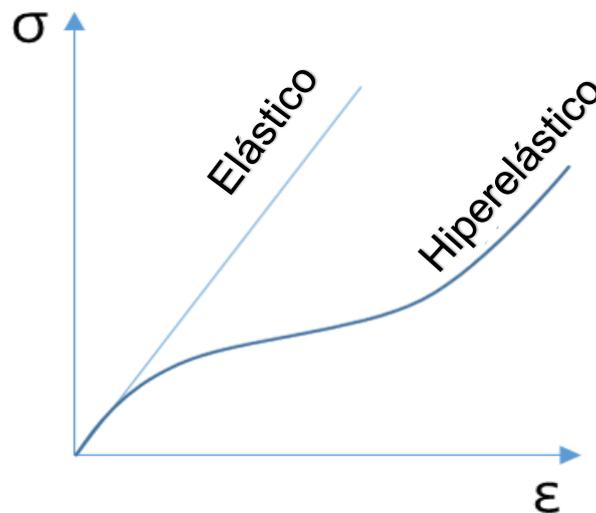


Figura 1.1 Tensão (σ) versus deformação (ϵ) comparativo de materiais hiperelásticos e material elástico linear. (Fonte: functionbay.com/preprocessing/hyperelastics acessado em 10/06/2019)

Ao se trabalhar com materiais elastoméricos não existe uma forma padrão para a função de energia de deformação utilizada. Atualmente os estudos desenvolvidos buscam encontrar uma função que seja capaz de representar o comportamento do maior número de elastômeros possível. Para isso é necessário que o modelo consiga representar as diferenças no comportamento entre as borrachas que podem ser causados por pequenas variações na composição química por exemplo. Uma das formas da função de energia de deformação de materiais hiperelásticos é o modelo de Hoss-Marczak (Hoss,2009).

Para implementar numericamente um modelo hiperelástico é necessário obter dados experimentais para casos de deformação do material e então através de ajuste de curvas encontrar os parâmetros do material requeridos pela função de energia de deformação que será utilizada. Uma das maneiras de implementar numericamente modelos hiperelásticos é através do *software* Abaqus versão 6.14 da empresa Dassault Systemes. O Abaqus permite que sejam implementados modelos constitutivos não convencionais através da utilização de sub-rotinas definidas pelo usuário. A validação numérica do modelo constitutivo implementado pode ser realizada em comparação com dados experimentais, dados oriundos de cálculos teóricos e casos *benchmark* (teste indicado pela literatura com resultado conhecido utilizado para comparação dos resultados obtidos e posterior validação do modelo).

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diversos modelos constitutivos foram desenvolvidos ao longo dos anos para prever o comportamento de materiais hiperelásticos, sendo que alguns são mais conhecidos e podem até ser encontrados em bibliotecas de *softwares* comerciais de elementos finitos como por exemplo: Mooney-Rivlin (Rivlin e Saunders,1951), Ogden (Ogden,1984), Gent (Gent,1996) e os modelos de Yeoh (Yeoh,1990) e Arruda-Boyce (Arruda e Boyce,1993). Um outro modelo desenvolvido recentemente e que vem ganhando atenção na literatura é o de Hoss-Marczak (HMI), primeiramente proposto por Hoss (Hoss,2009).

(Shazad et al.,2015) realizou em seu trabalho a implementação numérica de uma borracha utilizando o software Abaqus. Para o modelo constitutivo foi utilizado o método de Yeoh que está disponível nas bibliotecas já existentes no software. A caracterização do material utilizado foi realizada através de ensaios experimentais de tração uniaxial e tração biaxial e com os dados experimentais obtidos foi então feito o ajuste de curvas simultâneo dos dois ensaios para obtenção das constantes relativas ao modelo. Com as constantes obtidas, foram realizadas simulações numéricas para os ensaios de tração uniaxial e biaxial e os resultados comparados, onde foi constatada a capacidade de reprodução dos resultados experimentais através do modelo constitutivo implementado numericamente.

(Franus e Kowalewski, 2018) compararam o desempenho computacional de duas sub-rotinas existentes no software Abaqus que são capazes de implementar modelos constitutivos hiperelásticos. Uma das sub-rotinas é a UHYPER, que permite a implementação de modelos isotrópicos e para utilizá-la é necessário possuir a função de energia de deformação e as suas derivadas com relação aos invariantes de deformação. No outro método, a sub-rotina UMAT, é possível implementar modelos de materiais hiperelásticos mais complexos. Para implementar um UMAT é necessário possuir a matriz Jacobiana e o tensor de tensão de Cauchy. A fim de comparar a eficiência computacional dos dois métodos foram realizadas simulações numéricas idênticas utilizando sub-rotinas diferentes para dois casos: um tubo sob compressão uniaxial e uma placa de duas dimensões com um furo no centro submetida a tração e compressão. Os resultados obtidos demonstram que as duas sub-rotinas chegam aproximadamente nos mesmos resultados, porém o modelo implementado com a UHYPER convergiu com melhor precisão e precisou de menos tempo computacional para resolver os modelos.

Neste trabalho, será realizada a implementação numérica do modelo modificado de Hoss-Marczak, proposto por Stumpf (Stumpf e Marczak, 2018) para garantir que o modelo atenda às restrições de policonvexidade e desigualdades de Baker-Ericksen necessárias para que o modelo tenha estabilidade numérica.

3. OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo realizar a implementação numéricas do modelo constitutivo hiperelástico modificado de Hoss-Marczak (Stumpf e Marczak, 2018). O modelo de Hoss-Marczak modificado não é encontrado nas bibliotecas de materiais dos programas de elementos finitos comerciais, portanto foi implementada uma sub-rotina UHYPER para o *software* comercial Abaqus versão 6.14 e realizada uma análise numérica através de métodos de caracterização de materiais hiperelásticos, realizando sua validação através da comparação com dados experimentais, dados teóricos e com um caso *benchmark* (teste com resultado conhecido para verificar o desempenho do modelo implementado).

4. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 Modelo Constitutivo

Considera-se um corpo $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ submetido a deformação finita $\varphi: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ com o gradiente de deformações $\mathbf{F} = \partial\varphi(\mathbf{X}) / \partial\mathbf{X}$ e o Jacobiano $J = \det \mathbf{F} > 0$ onde \mathbf{X} é um ponto de referência no material.

4.1.1 Medidas de deformações

Para a medida de deformações, o gradiente de deformações dado por $\mathbf{F} = \partial\varphi(\mathbf{X}) / \partial\mathbf{X}$ pode ser decomposto em,

$$\mathbf{F} = \hat{\mathbf{F}}\bar{\mathbf{F}} \quad (4.1)$$

com a parte volumétrica $\hat{\mathbf{F}}$ e a fração isocórica $\bar{\mathbf{F}}$ definidas como:

$$\hat{\mathbf{F}} = J^{1/3}\mathbf{1}, \quad \det \hat{\mathbf{F}} = \det \mathbf{F} = J \quad (4.2)$$

$$\bar{\mathbf{F}} = J^{-1/3}\mathbf{F}, \quad \det \bar{\mathbf{F}} = 1 \quad (4.3)$$

Vários modelos de materiais são baseados na decomposição (4.1), pois isso permite que tensores de tensão, que resultam na mesma decomposição que as deformações, sejam utilizados.

A partir de (4.1) o tensor de deformações de Cauchy-Green à direita ($\bar{\mathbf{C}}$) de módulo unitário, é dado por

$$\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \bar{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{U}}^2 = J^{-2/3}\mathbf{C} \quad (4.4)$$

com $\det \bar{\mathbf{C}} = 1$ e $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$. Os invariantes principais ($\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$) de $\bar{\mathbf{C}}$ são dados por:

$$\bar{I}_1 = \text{tr} \bar{\mathbf{C}}, \quad \bar{I}_2 = \frac{1}{2}((\text{tr} \bar{\mathbf{C}})^2 - \text{tr} \bar{\mathbf{C}}^2), \quad \bar{I}_3 = \det \bar{\mathbf{C}} = 1 \quad (4.5)$$

4.1.2 Função energia de deformação

A função de energia de deformação (W) de um material hiperelástico isotrópico pode ser escrita de maneira desacoplada como uma soma de sua fração isocórica e sua parte volumétrica que dependem dos invariantes principais de $\bar{\mathbf{C}}$ (4.5) como:

$$W = \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + \hat{W}(J) \quad (4.6)$$

4.1.3 Medidas de tensão

O tensor de tensão de Cauchy pode ser escrito em termos da função de energia de deformação (4.6) e do gradiente de deformações (3.1) com respeito ao tensor direito de Cauchy-Green,

$$\boldsymbol{\sigma} = 2J^{-1}\mathbf{F} \frac{\partial W(\mathbf{C})}{\partial \mathbf{C}} \mathbf{F}^T \quad (4.7)$$

Para efeito de cálculo, pode-se utilizar o segundo tensor de tensão de Piola-Kirchhoff (\mathbf{S}). Esse tensor relaciona as áreas e forças com a configuração inicial não deformada, representando a tensão como uma medida Lagrangeana. O tensor de tensão de Piola-Kirchhoff (\mathbf{S}) é escrito em termos da tensão de Cauchy como:

$$\mathbf{S} = (\det \mathbf{F})\mathbf{F}^{-1}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T} \quad (4.8)$$

onde σ é a tensão de Cauchy.

Pode-se escrever de maneira decomposta o tensor de Piola-Kirchhoff, com suas partes isocórica \bar{S} e volumétrica \hat{S} de acordo com,

$$S = 2 \frac{\partial W}{\partial C} = \bar{S} + \hat{S} \quad (4.9)$$

onde W é a função de energia de deformação e \bar{S} e \hat{S} são dados por,

$$\bar{S} = J^{-2/3} \mathbb{P} : \check{S} \quad (4.10)$$

$$\hat{S} = J \frac{\partial \hat{W}}{\partial J} C^{-1} \quad (4.11)$$

sendo que \mathbb{P} é um tensor de projeção de quarta ordem e \check{S} é um tensor de tensão fictício $\check{S} = \partial W(\bar{C}) / \partial \bar{C}$, onde

$$\mathbb{P} = \mathbb{I} - \frac{1}{3} C^{-1} \otimes C \quad (4.12)$$

$$\check{S} = \frac{\partial \bar{W}}{\partial \bar{C}} = \bar{\gamma}_1 \mathbb{1} + \bar{\gamma}_2 \bar{C} \quad (4.13)$$

onde $\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2, \mathbb{I}$ podem ser calculados por

$$\bar{\gamma}_1 = 2 \left(\frac{\partial \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_1} + \bar{I}_1 \frac{\partial \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_2} \right) \quad (4.14)$$

$$\bar{\gamma}_2 = -2 \frac{\partial \bar{W}(\bar{I}_1, \bar{I}_2)}{\partial \bar{I}_2} \quad (4.15)$$

$$\mathbb{I}_{ijkl} = \delta_{ik} \delta_{jl} \quad (4.16)$$

4.1.4 Modelo Modificado de Hoss-Marczak

O modelo modificado de Hoss-Marczak, propõe a seguinte equação para a função densidade de energia de deformação de um material hiperelástico isotrópico compressível:

$$W = \frac{\alpha}{\beta} \left(1 - e^{-\beta(\bar{I}_1 - 3)} \right) + \frac{\mu}{2b} \left[\left(1 - \frac{b(\bar{I}_1 - 3)}{n} \right)^n - 1 \right] + \bar{I}_2 C_2 \ln \frac{\bar{I}_2}{3} + \frac{K}{2} (J - 1)^2 \quad (4.17)$$

onde α, β, b, n, μ e C_2 são constantes do material a serem determinadas, K é o módulo volumétrico e os invariantes modificados \bar{I}_1, \bar{I}_2 são dados em (3.5) e o Jacobiano (J) é dado por

$$J = \sqrt{\det(\mathbf{C})} \quad (4.18)$$

onde \mathbf{C} é o gradiente de deformações.

4.2 Caracterização do Material

A função de energia de deformação depende da obtenção das constantes relativas ao material que são obtidas através de ensaios experimentais. A norma ASTM D412 descreve os procedimentos para realização de ensaios em materiais hiperelásticos, definindo os tamanhos e restrições geométricas dos corpos de prova e os parâmetros de processo da máquina utilizada como por exemplo a velocidade de deslocamento, temperatura para realização do ensaio, tipo de fixação utilizado na máquina e também os métodos para realizar o cálculo da deformação e tensão de engenharia obtidos.

Para a validação da implementação numérica, com as constantes ajustadas para o ensaio de tração uniaxial Figura (4.1a), é indicado pela literatura realizar simulações de casos de tração biaxial (Figura 4.1b) e cisalhamento puro (Figura 4.1c), com posterior comparação com as curvas de experimentais ou predições teóricas destes casos de deformação dadas por (4.19) e (4.20).

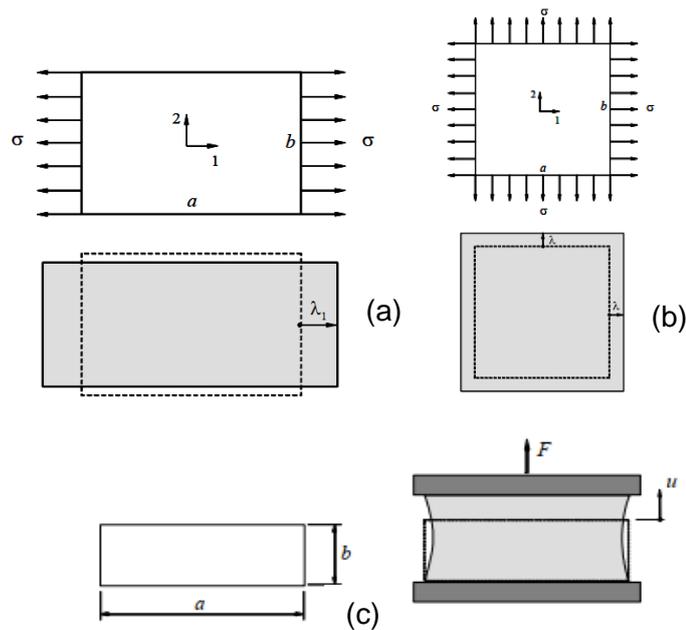


Figura 4.1. Exemplos de tração uniaxial (a), biaxial, (b) e cisalhamento puro (c). (Fonte: Marczak et al., 2006)

A predição da curva de tensão-deformação biaxial é dada por,

$$\sigma = \sigma_{11} = \sigma_{22} = 2\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda^4}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \quad (4.19)$$

sendo que λ é a constante de lamé e σ a tensão. Para o cisalhamento puro a curva é dada por,

$$\sigma_{22} = 2\left(1 - \frac{1}{\lambda^2}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda^2 \frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \quad (4.20)$$

mais detalhes, ver (Marczak et al.,2006).

4.3 Ajuste da curva experimental

O *software* Hyperfit, desenvolvido em ambiente Matlab, foi utilizado para ajuste das constantes constitutivas do modelo (4.17). O Hyperfit também permite que os resultados de predições teóricas sejam comparados com os dados experimentais disponíveis. Assim, o usuário pode fazer uma verificação visual da qualidade do ajuste, bem como da aplicabilidade de cada modelo a um dado composto (Manual Hyperfit, 2008).

4.4 Sub-rotina utilizada

Para a implementação de materiais hiperelásticos no *software* Abaqus, podem ser utilizadas duas sub-rotinas: UMAT ou UHYPER. Franus, 2018 realiza em seu trabalho uma comparação entre as duas. Apesar dos modelos chegarem em resultados similares, a implementação em UHYPER é mais estável e requer menos tempo computacional para solução

Segundo o manual do Abaqus 6.14, 2014, a sub-rotina UHYPER pode ser utilizada para definir a função densidade de energia de deformação W para materiais hiperelásticos isotrópicos. A sub-rotina utiliza um código em Fortran, onde são descritas a equação de função de energia de deformação e suas derivadas primeira, segunda e terceira com respeito aos invariantes \bar{I}_1 , \bar{I}_2 e o Jacobiano (J).

5. METODOLOGIA

A fim de implementar o modelo constitutivo utilizando o *software* comercial Abaqus foi desenvolvida uma sub-rotina em Fortran para o modelo. Utilizando a sub-rotina UHYPER, é possível descrever as relações constitutivas do material a partir da equação de energia de deformação na sub-rotina é necessário definir as derivadas de primeiro e segundo grau da função de energia de deformação para o modelo implementado. Foram calculadas as derivadas da função energia de deformação necessárias e os termos para a implementação da sub-rotina UHYPER, que pode ser vista no Apêndice I no formato do código, se encontram na Tabela 5.1

Tabela 5.1: Derivadas não nulas do HMI utilizadas na sub-rotina.

Derivadas primeira	Derivadas segunda
$\frac{\partial W}{\partial \bar{I}_1} = \alpha \exp(-\beta(\bar{I}_1 - 3)) + \frac{\mu}{2} \left(1 + \frac{b(\bar{I}_1 - 3)}{n}\right)^{n-1}$	$\frac{\partial^2 W}{\partial \bar{I}_1^2} = -\alpha\beta \exp(-\beta(\bar{I}_1 - 3)) + \frac{\mu b}{2n} (n-1) \left(1 + \frac{b(\bar{I}_1 - 3)}{n}\right)^{n-2}$
$\frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} = C_2 \ln\left(\frac{\bar{I}_2}{3}\right) + C_2$	$\frac{\partial^2 W}{\partial \bar{I}_2^2} = \frac{C_2}{\bar{I}_2}$
$\frac{\partial W}{\partial J} = K(J - 1)$	$\frac{\partial^2 W}{\partial J^2} = K$

Para o ensaio experimental, a amostra utilizada foi de uma borracha nitrílica, utilizada em elementos de vedação, cedida pelo Instituto SENAI de Inovação em Engenharia de Polímeros. Com a realização de um ensaio de tração uniaxial seguindo as recomendações da norma ASTM D412, foi realizado o cálculo das constantes relativas ao material a partir do *software* Hyperfit. Com estes valores, realizou-se a implementação de um modelo numérico equivalente ao ensaio de tração uniaxial no *software* Abaqus e os resultados obtidos comparados. Seguindo a

metodologia proposta por (Marczak et al., 2006) para a caracterização de materiais hiperelásticos, também foram realizadas simulações computacionais de ensaios de tração biaxial e cisalhamento puro.

Para as simulações numéricas foram utilizados modelos bidimensionais e os elementos selecionados para o cálculo foram elementos do tipo CPS8R que são elementos quadriláteros de oito nós e nove pontos de integração. Foi utilizada formulação de estado plano de tensões, e os elementos quadráticos foram escolhidos para reduzir *shear* e *volumetric locking* e eliminar modos espúrios de deformação.

Os resultados obtidos numericamente foram verificados para avaliar a coerência física do comportamento do material e, assim, atestar a correta implementação da sub-rotina.

6. RESULTADOS

6.1 Ensaio experimental

O ensaio de tração uniaxial foi realizado em uma máquina de ensaios universal Shimadzu TC-N300 presente do Grupo de Mecânica Aplicada (GMAp) do Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. A configuração do ensaio de tração uniaxial pode ser vista na Figura 6.1.



Figura 6.1. Ensaio de tração uniaxial realizado.

O corpo de prova de elastômero seguiu as dimensões do tipo C da norma ASTM 412 e a deformação foi medida com a ajuda de extensômetros óticos. Na Figura 6.2 se pode observar a curva tensão-deformação obtida no ensaio. O corpo de prova foi tracionado até a sua ruptura, atingindo uma tensão última de 17,31 MPa.

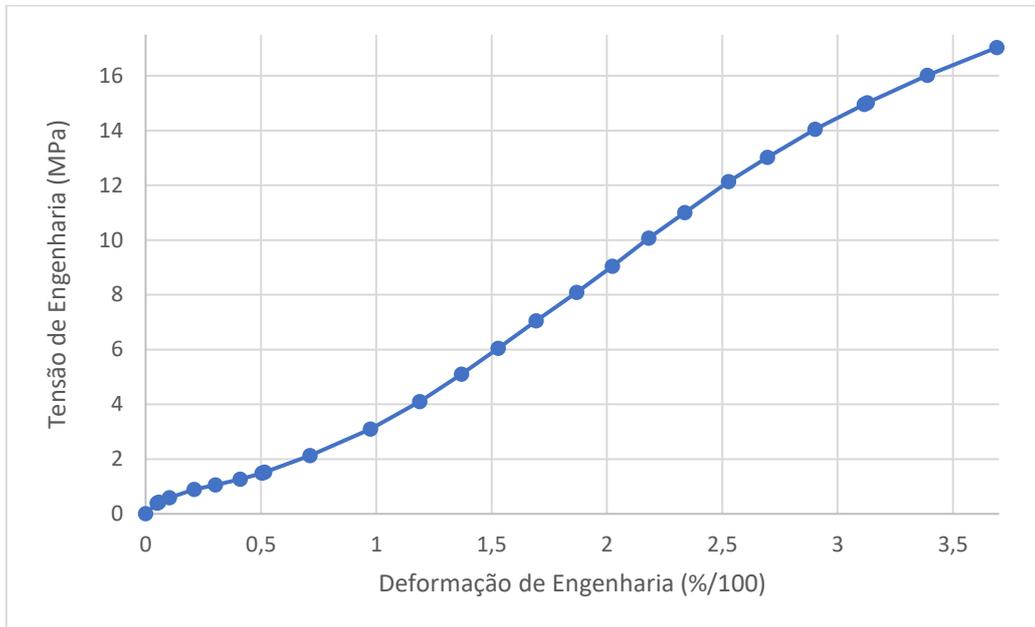


Figura 6.2: Curva tensão-deformação obtida no ensaio.

5.2 Obtenção das constantes do material

A partir do resultado de tensão-deformação obtido no ensaio experimental, foi realizado um ajuste de curvas para o modelo HMI modificado utilizando o *software* Hyperfit. O Hyperfit realiza a aproximação das constantes do método com os dados experimentais através do método dos mínimos quadrados. O intervalo de deformação considerado para o ajuste de curvas do modelo foi de até 350%. O resultado do ajuste pode ser visto na Figura 6.3.

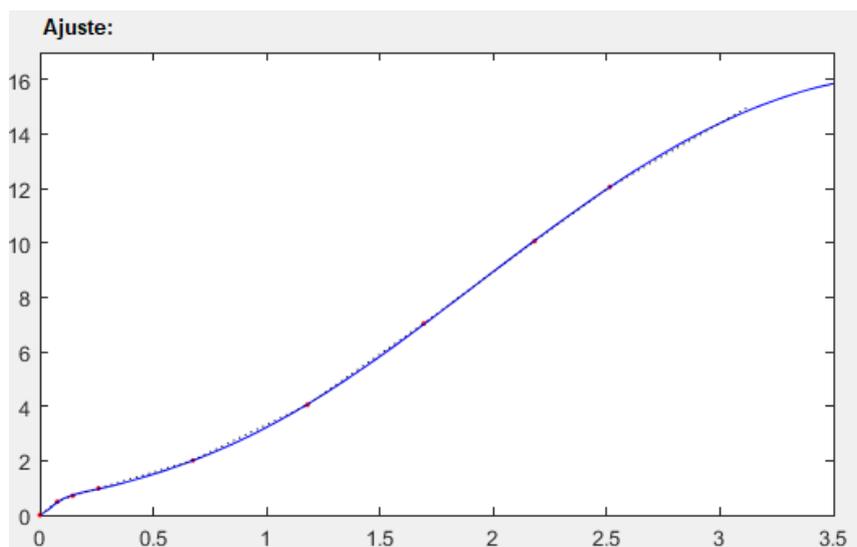


Figura 6.3. Ajuste de curvas para obtenção das constantes do material. Eixo horizontal: deformação de engenharia (mm/mm) /100. Eixo vertical: tensão de engenharia (MPa).

Para o ajuste realizado as constantes obtidas estão indicadas na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 Constantes Ajustadas no Hyperfit para os dados experimentais da Figura 6.2

$\alpha = -3.00E+00$
$\beta = 1.00E-01$
$b = -2.38E-02$
$n = 2.43E+05$
$\mu = 6.00E+00$
$C_2 = 8.76E-01$

6.3 Modelos Numéricos

Buscando a validação da sub-rotina empregada, foram realizadas simulações numéricas representando casos de deformação homogênea que não tenham sido ensaiadas experimentalmente. Todas as simulações foram realizadas utilizando modelos em estado plano de tensões.

No caso da simulação de deformação uniaxial os resultados esperados são uma aproximação da curva do ensaio de tração experimental. Através da utilização dos valores obtidos pelo ajuste de curvas nas constantes relativas ao material e da deformação uniaxial do modelo numérico foi obtida a curva numérica do ensaio de tração.

A fim de verificar a validade do comportamento físico do material modelado frente a outras deformações que não tenham sido ensaiadas experimentalmente, foram simulados casos de tração biaxial e cisalhamento puro. Com as constantes obtidas (Tabela 6.1), fez-se uma predição teoria do comportamento deste material frente a casos de deformação distintos (tração biaxial e cisalhamento puro) através das equações (4.19) e (4.20). O resultado comparativo dos dados calculados teoricamente e dos dados simulados pode ser visto na Figura 6.4.

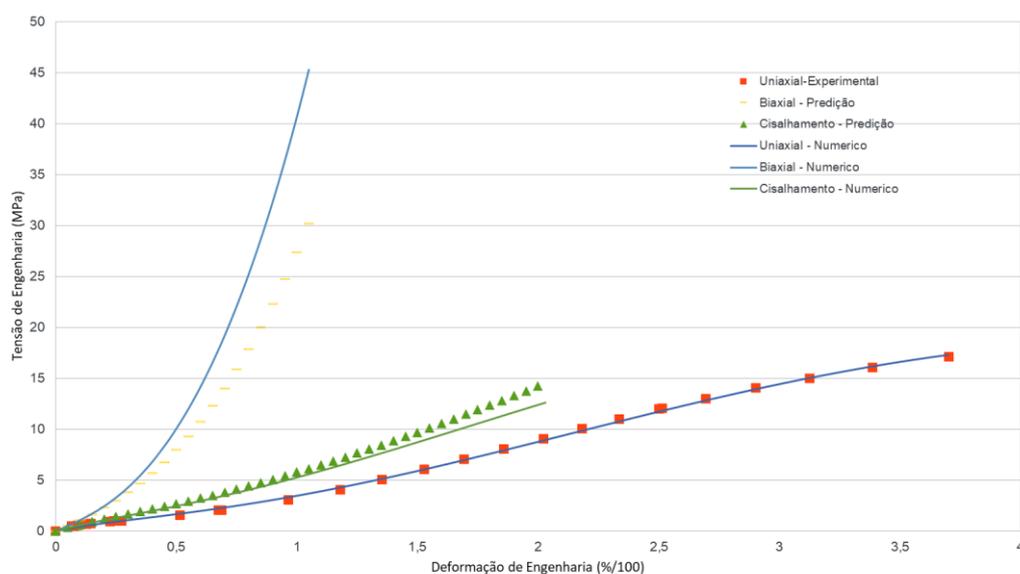


Figura 6.4 Tensão-deformação para caso ensaiado e previsões.

Observando o resultado obtido pode-se perceber que a curva obtida numericamente se aproxima do resultado experimental, ou seja, o modelo foi capaz de representar fielmente o comportamento do material ensaiado sob as mesmas condições de condições de contorno. Ademais, os casos de *predição* de deformação também foram modelados de maneira aceitável pelo modelo implementado, mas, para garantir que o modelo está reproduzindo fielmente o comportamento do material seria necessário realizar ensaios experimentais para os três casos de deformação homogênea e realizar o ajuste de curvas com os resultados dos três ensaios simultaneamente.

6.4 Benchmark

Com a intenção de validar o modelo constitutivo implementado em casos de deformação não homogênea com geometria e condições de contorno complexas, foi realizada uma simulação proposta por (Korelc et al., 2010), originalmente desenvolvida para teste de desempenho de diferentes elementos, mas que aqui será utilizada para comparação de resultado para validação da implementação da sub-rotina. O modelo é uma casca de esfera tridimensional com deslocamento de 10 mm aplicado na linha em que apenas um oitavo da esfera é representado por questão de simetria. O teste pode ser visto na Figura 6.5.

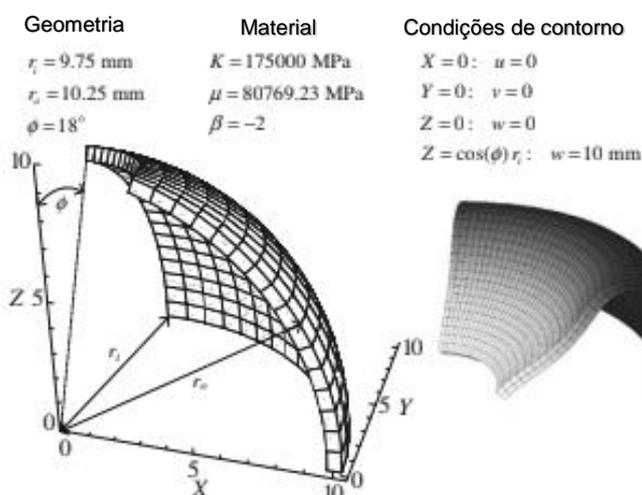


Figura 6.5. Teste de *benchmark*. (Fonte:Korelc et al.,2010)

Para tornar viável a reprodução do teste de *benchmark* proposto, foi realizado o ajuste de *curva experimental fictícia* de tração uniaxial obtida utilizando-se o material (neo-Hookeano (Rivlin, 1948)) e as constantes constitutivas utilizadas em (Korelc et al., 2010). Esta curva experimental fictícia foi inserida no Hyperfit e então foram obtidos os valores das constantes do material equivalente para o modelo de Hoss-Marczak modificado. Estes valores se encontram na Tabela 6.2.

Tabela 6.2. Constantes adimensionais do material ajustado pelo Hyperfit para o material fictício de (Korelc et al.,2010) utilizando o modelo de HMI modificado.

$\alpha = 1.00E-4$
$\beta = 1.00E-5$
$b = 2.00E-7$
$n = 5$
$\mu = 8.00E-2$
$C_2 = 2.00E-6$

Inserindo as constantes na sub-rotina desenvolvida, foi realizada a simulação com malha composta por 9.471 graus de liberdade construída com elementos hexaédricos lineares tipo H1, com integração reduzida. A força resultante na porção inferior do hemisfério obtida foi de 7000 N, enquanto o resultado obtido por (Korelc et al., 2010) foi de 6508 N, para a mesma malha. A Figura 6.6 mostra a evolução da força de reação na superfície inferior da estrutura ao longo do tempo.

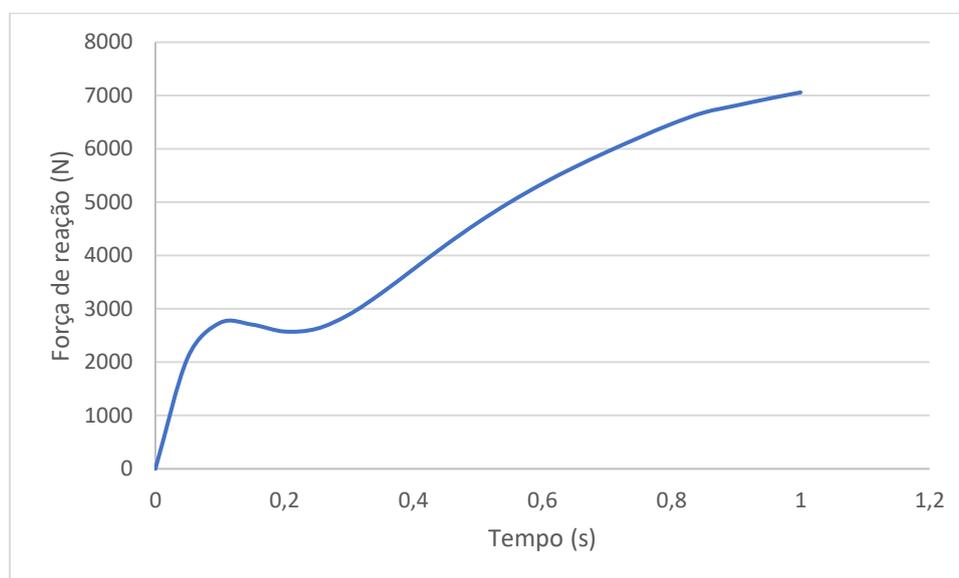


Figura 6.6. Resultados de força de reação na superfície inferior da estrutura.

O erro apresentado pelo modelo em relação ao teste realizado é de cerca de 7,02%, o que se mostra adequado já que o modelo do material utilizado na simulação é uma aproximação do modelo utilizado no teste baseado em sua predição de tensão-deformação de um ensaio uniaxial fictício e o caso estudado apresenta deformações severamente não homogêneas, demonstradas na Figura 6.7, que podem não ter sido bem aproximadas pela predição uniaxial.

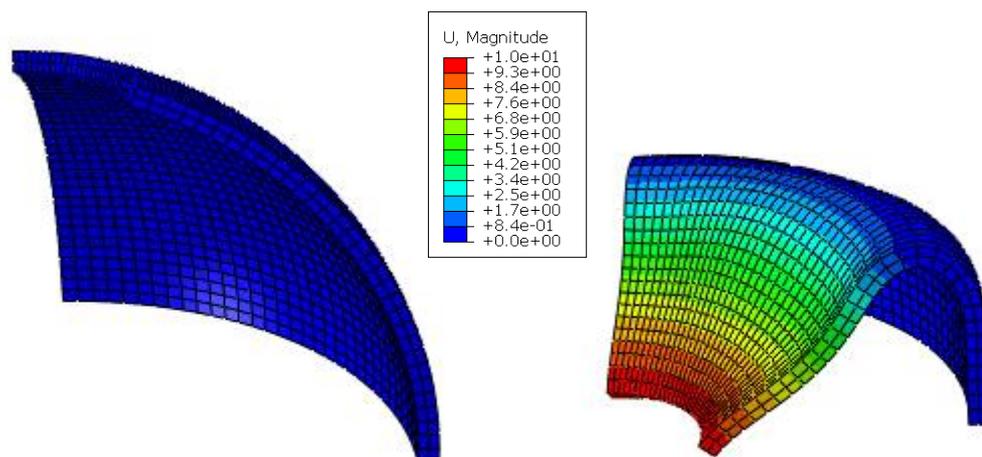


Figura 6.7. Deformação do modelo de benchmark. (Escala com valores em milímetros).

7. CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi utilizada uma sub-rotina para implementar o modelo de Hoss-Marczak modificado no *software* comercial Abaqus. Utilizando a sub-rotina para realizar simulações numéricas de caracterização do comportamento de materiais hiperelásticos foi possível atestar que ela é capaz de produzir uma predição adequada do material simulado.

Foram simulados quatro casos de deformação encontrados na literatura, sendo três casos de deformação homogênea indicados para a caracterização de materiais hiperelásticos e um caso de *benchmark*, de deformações e geometria complexas para validar a eficácia da sub-rotina. Algumas diferenças foram percebidas na comparação entre as curvas de predição do comportamento de tração biaxial e do cisalhamento puro, porém, ao se levar em consideração que a obtenção das constantes do material baseou-se apenas no ensaio experimental uniaxial é possível sugerir que o erro percebido seja em decorrência desta simplificação (muito comum na indústria, embora altamente não recomendado). Para garantir que as constantes representem o comportamento do material em situações de tração biaxial e cisalhamento puro, seria necessário realizar os experimentos para obtenção das curvas de tensão-deformação e então realizar o ajuste simultâneo das curvas com os três modos de deformação homogênea propostos.

Na realização do teste de *benchmark*, o erro percebido foi de cerca de 8%. Para a obtenção das constantes relativas ao material a metodologia empregada foi a predição da curva de tensão-deformação do material indicado por Korelc et al.,2010. Seria possível refinar este erro realizando ensaios experimentais com o mesmo material e então ajustando as curvas para o modelo HMI modificado. Também, não se sabe exatamente se os elementos lineares utilizados por Korelc et al.,2010 são equivalentes aos elementos lineares CPS8R do *software* Abaqus, o que poderia causar algumas diferenças de valores obtidos. No entanto, considerando estes pontos é possível concluir que o modelo implementado obteve desempenho satisfatório, sendo capaz de aproximar com precisão o comportamento dos materiais hiperelásticos implementados.

Portanto, este trabalho obteve resultados satisfatórios, sendo capaz de aproximar o comportamento do material sobre tração uniaxial, biaxial e cisalhamento puro com precisão e, além disso, conseguir reproduzir um modelo complexo de deformação através de um teste de *benchmark*.

Como trabalhos futuros sugere-se o desenvolvimento de uma sub-rotina UMAT, com a qual é possível realizar a representação de materiais hiperelásticos anisotrópicos. A sub-rotina

UMAT permite um maior número de modificações no material, já a sub-rotina empregada neste trabalho a UHYPER permite apenas a implementação de materiais hiperelásticos isotrópicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arruda, E., Boyce M. “**A Three-Dimensional Constitutive Model of the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials**”. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 41.pp. 389-412, 1993.

Abaqus 6.14, “**ABAQUS 6.14, Theory manual**” 2014.

Abaqus 6.14, “**ABAQUS 6.14, User subroutines reference guide**” 2014.

Franus, A., Kowalewski, L. “**An efficiency comparison of numerical implementation approaches of hyperplastic constitutive model in ABAQUS/Standard**” MATEC Web of Conferences, 2018.

Gent, A. N. “**A New Constitutive Relation for Rubber**”. Rubber Chemistry and Technology: March 1996, Vol. 69, No. 1, pp. 59-61.

Hyperfit, “**Manual do Hyperfit**” 2008.

Hoss, L. “**Modelos constitutivos hiperelásticos para elastômeros incompressíveis: ajuste, comparação de desempenho e proposta de um novo modelo.**”2009. 315f. Dissertação (Mestrado) – Programa de pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

Korelc, J., Solinic, U., Wriggers, P. “**An improved EAS element for finite deformation**” Computational Mechanics.No.46. pp 641-659, 2010.

Marczak, R., Gheller Jr, J., Hoss, L.“**Caracterização de elastômeros para simulação numérica**” Centro tecnológico de polímeros-SENAI, 2006.

Ogden, R., “**Non-Linear Elastic Deformations**” Dover Publications, New York, 1984.

Rivlin, R. S., “**Large Elastic Deformations Isotropic Materials. IV. Further Developments of the General Theory,**” Philosophical Transactions of the Royal Society A, Vol. 241, No. 835, pp. 379-397, 1948.

Rivlin, R.S., Saunders, D.W., “**Large elastic deformations of isotropic materials. VII. Experiments on the deformation of rubber**”, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Vol. A243, pp. 251-288,1951.

Shazhad, M., Kamran A., Siddiqui, M.Z., Farhan, M. “**Mechanical Characterization and FE Modelling of a Hyperelastic Material**”, Materials Research,18(5), pp. 918-92, 2015.

Stumpf, F.T., Marczak, R.J. “**Assessment of non-conventional constraints imposed to a hyperelastic model**”. Proceedings of the XXXIX Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE2018). Paris/Compiègne, 2018.

Yeoh O. H. “**Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber**”. Rubber Chemistry and Technology. Vol 66, No. 5, pp. 754-771,1993.

APÊNDICE I

```

SUBROUTINE UHYPER(BI1,BI2,AJ,U,UI1,UI2,UI3,TEMP,NOEL,CMNAME,
$              INCOMPFLAG,NUMSTATEV,STATEV,NUMFIELDV,
$              FIELDV, FIELDVINC, NUMPROPS, PROPS)
C
  INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
  CHARACTER*80 CMNAME
  DIMENSION UI1(3),UI2(6),UI3(6),STATEV(*),FIELDV(*),
$           FIELDVINC(*),PROPS(*)
C
C  DEFINIR PROPRIEDADES
  A=PROPS(1)
  BT=PROPS(2)
  B=PROPS(3)
  N=PROPS(4)
  MI=PROPS(5)
  C2=PROPS(6)
  K=PROPS(7)
C
  STATEV(1)=BI1
  STATEV(2)=BI2
C  CALCULAR ENERGIA TOTAL DE DEFORMAÇÃO
  Y=EXP(-BT*(STATEV(1)-3))
  P=(STATEV(1)-3)
C
  U=A/BT*(1.-Y)+(MI/(2.*B))*(((1.+(B*P/N))**N)-1.)+STATEV(2)*C2
$ *LOG(STATEV(2)/3.)+K/2.*(AJ-1.)**2.
C
  UI1(1)=A*Y+(MI/2.)*((1.+B*P/N)**(N-1.))
  UI1(2)=C2*LOG(STATEV(2)/3.)+C2
  UI1(3)=K*(AJ-1.)
C
  UI2(1)=-A*BT*Y+(MI*B/(2.*N))*(N-1.)*(1.+(B/N)*P)**(N-2.)
  UI2(2)=C2/STATEV(2)
  UI2(3)=K
  UI2(4)=0
  UI2(5)=0
  UI2(6)=0
C
  UI3(1)=0
  UI3(2)=0
  UI3(3)=0
  UI3(4)=0
  UI3(5)=0
  UI3(6)=0
  RETURN
END

```