

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ANÁLISE COMPARATIVA DA RESPOSTA DINÂMICA DE MODELOS DE PNEU /  
RODA SUBMETIDOS A TERRENOS DIVERSOS

por

Fabio Bazacas Zetola

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Abril de 2019

ANÁLISE COMPARATIVA DA RESPOSTA DINÂMICA DE MODELOS DE PNEU /  
RODA SUBMETIDOS A TERRENOS DIVERSOS

por

Fabio Bazacas Zetola

Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Rogério José Marczak

Aprovada por:

Prof. Dr. Luiz Carlos Gertz ..... PPGEMPS / ULBRA

Prof. Dr. Walter Paucar Casas ..... PROMEC / UFRGS

Prof. Dr. Daniel Milbrath de Leon ..... DEMEC / UFRGS

Prof. Dr. Fernando Marcelo Pereira

Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 18 de Abril de 2019

*Great achievement is usually born of great sacrifice, and is never the result of selfishness.*

Napoleon Hill

## AGRADECIMENTOS

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro para a elaboração desta dissertação.

Agradeço ao professor Rogério José Marczak pela orientação desde a iniciação científica passando pelo trabalho de conclusão e finalmente nesta dissertação, reconhecido pela maioria dos alunos como um grande professor pela capacidade de transformar temas complexos em conceitos inteligíveis, certamente é um exemplo de profissional que procuro me espelhar.

Agradeço também a todos professores do Grupo de Mecânica Aplicada, pela dedicação em fornecer cada um à sua maneira, o melhor ensino possível dentro do nosso contexto.

## RESUMO

Os modelos de pneu tem grande importância na modelagem de veículos terrestres. Estes modelos são comumente utilizados em conjunto na simulação multi-corpo. Por meio destes, deslocamentos, acelerações e forças são obtidas para posterior utilização em cálculos de esforços e fadiga dos componentes mecânicos. Porém, pela natureza complexa da estrutura do pneu, a modelagem de sua resposta dinâmica representa um desafio, as representações mais avançadas se valem de experimentos complexos e caros para identificação de seus parâmetros. O presente trabalho aborda o contexto de dinâmica vertical. O modelo de envelope em conjunto com o de anel rígido, são os que tem a maior influência na resposta dinâmica. Uma avaliação comparativa do efeito da não utilização de envelope de terreno, contra um modelo mínimo e um avançado é realizada em terrenos e obstáculos discretos em diferentes velocidades. Em muitos destes cenários a resposta no domínio da frequência foi muito semelhante para o caso simplificado e o avançado, bem como em alguns cenários no domínio do tempo, provando que nestes casos a modelagem simplificada pode ser suficiente para uma aproximação razoável, sem grande prejuízo na qualidade do resultado, apontando uma possível redução de custos de projeto.

Palavras-chave: Modelo de pneu; Envelope de terreno; Dinâmica veicular; Dinâmica multicorpo

## ABSTRACT

Tire models have great importance in the ground vehicle modeling. These models are commonly used together with multibody simulation models. By these models, displacements, accelerations and forces are obtained for later use in stress and fatigue calculations of the mechanical components. However, by the complex nature of the tire structure, the modeling of its dynamic response represents a challenge and advanced tire models resort on complex and expensive experiments for parameter identification. In the present work, different tire models are tested in vertical dynamics context. The envelope model together with the rigid ring model are found to be the ones with the greatest influence in the model response. A comparative evaluation of the effect of not using an envelope model against a minimal model and an advanced model is made for vehicle riding different terrains and discrete obstacles at several speeds. In many of these scenarios the frequency response is very similar for the minimal model and the advanced one, as well in some of time domain scenarios, proving that in these cases a minimal model may be suitable for a reasonable approximation, without significant loss in the results quality, pointing for a potential cost reduction in the design process.

Keywords: Tire model; Terrain Envelope; Vehicle dynamics; Multibody dynamics

## ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1	Motivação	1
1.2	Revisão Bibliográfica	2
1.3	Objetivos	4
1.4	Organização do Trabalho	6
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>7</b>
2.1	Modelos Multi-corpo	7
2.1.1	Elementos de vibração mecânica	7
2.1.2	O princípio de Hamilton e o método de Euler-Lagrange	9
2.1.3	Modelo de pneu de anel rígido	11
2.2	Modelos de Envelope	12
2.2.1	Modelo de contato pontual	12
2.2.2	Modelo seguidor de contato circular rígido	13
2.2.3	Modelo de comprimento de contato fixo	13
2.2.4	Modelo de comprimento de contato adaptativo	14
2.2.5	Modelo de contato por came elíptico duplo (tandem)	14
2.3	Terrenos e obstáculos	17
2.3.1	Perfil de terreno aderente a norma ISO 8608	17
<b>3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO / IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA</b>	<b>19</b>
3.1	Equações de Movimento	19
3.1.1	Modelo de pneu de anel rígido	19
3.1.2	Modelo de 1/4 de veículo com modelo de pneu	20
3.1.3	Modelo de veículo completo	21
3.1.4	Modelo de veículo completo com anel rígido acoplado	23
3.2	Terrenos e obstáculos	27
3.2.1	Perfil de terreno aderente a norma ISO 8608	27
3.2.2	Obstáculos catalogados em pistas de testes	29

3.3	Modelos de Envelope . . . . .	32
3.3.1	Modelo com banda de contato rígida . . . . .	32
3.3.2	Modelo de contato por cames elípticos . . . . .	32
<b>4</b>	<b>RESULTADOS . . . . .</b>	<b>35</b>
4.1	Resultados para modelo de veículo completo com modelo de pneu . . . . .	35
4.1.1	Resultados DEP para terreno ISO A . . . . .	36
4.1.2	Resultados DEP para terreno ISO C . . . . .	37
4.1.3	Resultados DEP para terreno ISO E . . . . .	38
4.1.4	Resultados das acelerações para terreno ISO A . . . . .	39
4.1.5	Resultados das acelerações para terreno ISO C . . . . .	40
4.1.6	Resultados das acelerações para terreno ISO E . . . . .	41
4.2	Resultados para obstáculos catalogados . . . . .	41
4.2.1	Resultados de aceleração para dreno . . . . .	42
4.2.2	Resultados para lombada parabólica . . . . .	43
4.2.3	Resultados para redutor de velocidade . . . . .	44
4.2.4	Resultados para lombada comum . . . . .	45
4.2.5	Resultados para <i>potholes</i> . . . . .	46
4.3	Resultados para terrenos não classificados ISO . . . . .	47
4.3.1	Resultados DEP para terreno de cascalho . . . . .	47
4.3.2	Resultados DEP para terreno de paralelepípedo . . . . .	48
4.3.3	Resultados DEP para terreno de asfalto de medição experimental . . . . .	49
4.3.4	Resultados das acelerações para terreno de cascalho . . . . .	50
4.3.5	Resultados das acelerações para terreno de paralelepípedo . . . . .	50
4.3.6	Resultados das acelerações para terreno de asfalto de medição experimental . . . . .	51
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>53</b>
5.1	Sugestões para Trabalho Futuros . . . . .	54
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . . . .</b>	<b>54</b>
	<b>APÊNDICE A Diagrama de Modelo de Veículo de 11 GDL . . . . .</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE B Implementação dos Modelos de Pneu . . . . .</b>	<b>62</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Modelos de pneu . . . . .	5
Figura 2.1	Uma massa $m$ , mola $k$ , amortecedor $c$ [adaptado de Jazar, 2008]. . . . .	8
Figura 2.2	Mola [adaptado de Rao, 2010]. . . . .	9
Figura 2.3	Modelo de pneu de anel rígido [adaptado de Zegelaar, 1998]. . . . .	10
Figura 2.4	Modelo de pneu de anel rígido [adaptado de Schmeitz, 2004]. . . . .	11
Figura 2.5	Modelos de pneu de contato pontual [adaptado de Captain et al., 1979]. . . . .	12
Figura 2.6	Modelo seguidor de contato circular rígido [adaptado de Captain et al., 1979]. . . . .	13
Figura 2.7	Modelo de comprimento de contato fixo [adaptado de Captain et al., 1979]. . . . .	14
Figura 2.8	Modelo tandem [adaptado de Pauwelussen, 2014]. . . . .	15
Figura 2.9	Comparação roda rígida e flexível [adaptado de Pauwelussen, 2014]. . . . .	15
Figura 2.10	Perfil efetivo de terreno [adaptado de Pauwelussen, 2014]. . . . .	16
Figura 3.1	Modelo de pneu anel rígido [adaptado de Dixon, 2009]. . . . .	19
Figura 3.2	Modelo quarto de veículo com modelo de pneu [adaptado de Dixon, 2009]. . . . .	21
Figura 3.3	Modelo de veículo com 7 graus de liberdade [adaptado de Jazar, 2008]. . . . .	22
Figura 3.4	Modelo de veículo com 11 graus de liberdade [adaptado de Jazar, 2008]. . . . .	24
Figura 3.5	Lombada e red. de velocidade [adaptado de Mukherjee e Majhi, 2016]. . . . .	30
Figura 3.6	Lombada com perfil parabólico [adaptado de Elizer Jr., 1993]. . . . .	30
Figura 3.7	<i>Potholes</i> [adaptado de US Army, 1981]. . . . .	31
Figura 3.8	Obstáculos alternados [adaptado de Inc., 2012]. . . . .	31
Figura 3.9	Dreno de pista de testes [adaptado de Chae, 2006]. . . . .	32
Figura 3.10	Modelo de contato por came elíptico duplo [adaptado de Pacejka, 2002]. . . . .	33

Figura 4.1	DEP's para terreno ISO A . . . . .	36
Figura 4.2	DEP's para terreno ISO C . . . . .	37
Figura 4.3	DEP's para terreno ISO E . . . . .	38
Figura 4.4	Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO A, 5-15-30 m/s	39
Figura 4.5	Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO C, 5-15-30 m/s	40
Figura 4.6	Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO E, 5-15-3 m/s	41
Figura 4.7	Acelerações no centro de massa para obstáculo tipo dreno . . . . .	42
Figura 4.8	Acelerações no centro de massa para lombada parabólica . . . . .	43
Figura 4.9	Acelerações no centro de massa para redutor de velocidade . . . . .	44
Figura 4.10	Acelerações no centro de massa para lombada comum . . . . .	45
Figura 4.11	Acelerações no centro de massa para <i>potholes</i> . . . . .	46
Figura 4.12	DEP das acelerações no centro de massa para terreno de cascalho .	47
Figura 4.13	DEP das acelerações no centro de massa para terreno de pa- ralelepípedo . . . . .	48
Figura 4.14	Acelerações no centro de massa para terreno de asfalto de me- dição experimental . . . . .	49
Figura 4.15	Aceleração, comparação entre modelos, terreno de cascalho, 5-15-30 m/s . . . . .	50
Figura 4.16	Aceleração, comparação entre modelos, terreno de paralelepí- pedo, 5-15-30 m/s . . . . .	51
Figura 4.17	Aceleração, comparação entre modelos, terreno de asfalto de medição experimental, 5-15-30 m/s . . . . .	52
Figura A.1	Diagrama de modelo completo de 11 graus de liberdade . . . . .	57
Figura A.2	Diagrama de modelo para um modulo da suspensão independente .	57
Figura A.3	Diagrama de modelo para o grau de liberdade da roda . . . . .	58
Figura A.4	Diagrama de modelo para o grau de liberdade do anel rígido . . . .	58
Figura A.5	Diagrama de modelo para os graus de liberdade do chassi . . . . .	59
Figura A.6	Diagrama de modelo para o grau de liberdade de deslocamento vertical do chassi . . . . .	60
Figura A.7	Diagrama de modelo para o grau de liberdade de rolagem do chassi	60
Figura A.8	Diagrama de modelo para o grau de liberdade de arfagem do chassi	61

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	Constantes do Modelo Multicorpo . . . . .	26
Tabela 3.2	Valores de $G_d(n_0)$ e $G_d(\Omega_0)$ , ISO 8608 [adaptado de Agostinacchio et al., 2014] . . . . .	27
Tabela 3.3	Constantes do Modelo de Pneu . . . . .	34

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

DPE	Densidade de Potência Espectral
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos Latinos

$U$	Energia Potencial, J
$T$	Energia Cinética, J
$\mathcal{H}$	Hamiltoniano
$\mathcal{L}$	Lagrangeano
$K$	Rigidez, N/m
$C$	Coeficiente de Amortecimento, Ns/m
$M$	Massa, Kg
$Z$	Deslocamento, m

### Símbolos Gregos

$\phi$	Rolagem, °
$\theta$	Arfagem, °
$\zeta$	Fração de Contato
$\beta$	Inclinação do Terreno

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Motivação

O pneu é um dos componentes mais essenciais de um veículo terrestre, é através dele que ocorre a interação com o terreno, a transmissão das forças de contato para o chassi, uma parte significativa da atenuação e amortecimento de vibrações, e a transmissão das forças de tração do veículo.

Dentro do contexto da simulação estrutural automotiva, a simulação multi-corpo é uma das fases que integram o conjunto de procedimentos necessários para definição completa do problema. Na simulação multi-corpo o veículo é representado de maneira simplificada geralmente por massas concentradas conectadas por molas e amortecedores. Através dessa representação simplificada é possível estimar de maneira eficaz os deslocamentos, acelerações e forças que as partes de interesse dos subsistemas são submetidas. Com os resultados da simulação multi-corpo é possível dimensionar partes e conjuntos relevantes, considerando efeitos de fadiga.

Sendo o pneu o componente que conecta o veículo ao terreno, responsável por filtrar as irregularidades, transmitir as forças de tração e frenagem, desta forma apresenta grande importância na modelagem da dinâmica veicular. Em se tratando de simulação multi-corpo de um veículo terrestre o pneu é um dos componentes que apresenta uma grande complexidade em sua modelagem, por ser uma peça de material composto, viscoelástico, altamente não linear ele é normalmente representado por um conjunto de submodelos que são acoplados ou tem seus efeitos sobrepostos de maneira a integrar a resposta completa.

Para representação do efeito que o contato do pneu tem nos deslocamentos verticais do veículo, um modelo que reflita em sua resposta onde existe o contato do pneu com o terreno é necessário, este modelo é conhecido como modelo de envelope. Para completar a representação dos efeitos dos deslocamentos verticais do pneu, um modelo vibratório deve ser acoplado ao modelo de envelope, e ainda modelos de deslizamento lateral e longitudinal para a representação completa do contato.

Além da modelagem definida dentro de um contexto de simulação estrutural, é também de grande importância a avaliação em termos de conforto e saúde ocupacional. Sendo a vibração veicular um grande fator de prejuízo a saúde de motoristas de veículos comerciais, caminhões, ônibus, tratores, etc, que diariamente se submetem a grandes pe-

ríodos de exposição. Neste caso, um modelo de pneu adequado é essencial para permitir que no estágio de projeto as montadoras avaliem e adéquem previamente o veículo a legislação trabalhista (NR15) e a normas internacionais de exposição a vibrações (ISO2631-1), reduzindo os riscos relacionados a saúde ocupacional.

O pneu por sua natureza complexa, apresenta um grande desafio para modelagem do seu comportamento, exigindo experimentos de alto custo para extração dos dados necessários na parametrização do modelo. Sendo assim este trabalho busca comparar a performance de simulações utilizando modelos de pneu mínimos em diversos cenários, com um modelo considerado padrão da indústria que exige a utilização dados experimentais menos acessíveis, de maneira a expor onde é de relevância indiscutível a utilização de um modelo mais refinado e onde pode ser considerado o uso de um modelo simples.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Desde os primórdios do desenvolvimento veicular o elemento rolante que se encontra em contato com a superfície do terreno é objeto de estudos visando melhorias. Entretanto, é de valor se ater somente a pesquisa mais recente, dadas as mudanças no padrão de construção dos pneus modernos que são incompatíveis com gerações anteriores.

As reações do pneu a pequenas irregularidades são comumente chamadas de "propriedades de envelope"[Lippmann et al., 1965]. Uma das mais importantes propriedades do pneu é a habilidade de amortecer o veículo contra irregularidades do terreno. Devido à complexidade do pneu e a atratividade de modelos simples de mola, a função de absorção de impacto dos pneus não é levada em conta para o desenvolvimento de veículos [Lippmann e Nanny, 1967].

Mesmo tendo sido desenvolvido um grande número de modelos de pneu, geralmente faltam dados de simulação com a qual seria possível avaliar e comparar os diversos modelos, e uma seleção do modelo de pneu baseada no trabalho existente não é facilmente realizável [Captain et al., 1979]. Quatro modelos, cada um com um nível de sofisticação sucessivamente maior foram derivados [Captain et al., 1979] :

- a) Modelo de contato pontual
- b) Modelo com banda de contato rígida
- c) Modelo de banda de contato fixo

d) Modelo de banda de contato adaptativo.

Também podem ser citadas outras categorias de modelos de pneu, os modelos de deslizamento, sendo a "*magic formula*" a mais conhecida, os de pneu rolante, e ainda abordagens *data-driven*.

O modelo de deslizamento "*magic formula*" se trata de uma abordagem semi-empírica capaz de descrever fielmente as forças e momentos em regime permanente, geradas em condições de deslizamento, ex.: curvas (incluindo camber), frenagem ou direção regular.[Pacejka e Bakker, 1992]

Já as modelagens que consideram o pneu rolante foram desenvolvidos para análise e predição da resposta dinâmica em frequência da força lateral e momento agindo sobre o pneu, quando este se move lateralmente e rotaciona em torno do eixo vertical.[Pacejka, 1972]

As abordagens *data-driven* aplicam algoritmos de *machine learning* para o ajuste dos parâmetros que são pouco compreendidos, ou sujeitos a sensíveis mudanças no tempo, em grandezas como o coeficiente de atrito em cenários como competições automotivas . [Surmacz, 2018]

O modelo de contato pontual, Figura 1.1 (a), é o modelo mais utilizado, ele é representado matematicamente por uma mola e um amortecedor em paralelo, resultando numa aproximação razoavelmente boa das forças desenvolvidas por um pneu em obstáculos suaves e terrenos de longo comprimento de onda. Porém dado que esse modelo não tem a capacidade de simular o envelope de pneu conforme ele atravessa obstáculos de pequeno comprimento de onda, e tende a resultar em estimativas ruins das forças geradas em um terreno severo [Badalamenti e Doyle, 1988].

O pneu que age como um filtro geométrico devido as suas dimensões finitas, suaviza os cantos vivos das irregularidades. Se desejarmos simular a dinâmica do pneu em estradas irregulares devemos levar em conta este efeito [Zegelaar, 1998].

O modelo com banda de contato rígida, Figura 1.1 (b), também utiliza uma combinação de mola amortecedor em paralelo. Porém, a mola e amortecedor são submetidos a forças devido ao movimento vertical de uma roda rígida conforme ela rola sobre o terreno [Badalamenti e Doyle, 1988].

O modelo de comprimento de contato fixo, interage com a pista através de um comprimento ou tamanho constante independente da deflexão do pneu. A área de com-

primento finito proporciona um modelo com a habilidade de envolver pequenas irregularidades através de deformação local dentro do comprimento. O modelo é equivalente aos modelos de ponto de contato, mas a elevação da pista é substituída pela média da elevação da pista tomada através do comprimento de contato. [Maia, 2002]

Já o modelo de comprimento de contato adaptativo, consiste de uma banda de contato inflada pela pressão interna e ligada ao centro da roda por rigidez e amortecimento radialmente distribuído, que simulam a rigidez da carcaça e a banda de contato. Como no modelo de comprimento de contato fixo, esse modelo tem a habilidade de envolver pequenas irregularidades através de deformações locais dentro da zona de contato. Porém, a principal característica desse modelo é que o tamanho da zona de contato e sua orientação em relação ao centro da roda mudam, dependendo da deflexão do pneu e do perfil de terreno. [Captain et al., 1979]

O chamado projeto SWIFT (*Short wavelength intermediate frequency tire model*), foi conduzido em uma cooperação entre a Delft University of Technology e a organização de pesquisa holandesa TNO, com grande suporte de fabricantes de veículos e pneus, e com seus resultados publicados nas teses de Zegelaar, 1998, Maurice, 2000 e obviamente no texto de Pacejka, 2002. Esse trabalho foi continuado por Schmeitz, 2004, finalmente resultando em um tratamento completo do comportamento dinâmico para frequências intermediárias, e para dinâmica longitudinal, lateral e condições combinadas, exemplificado na Figura 1.1 (c).

### 1.3 Objetivos

Este trabalho visa trazer uma análise da importância dos modelos de envelope de pneu avaliados em diversos contextos, procurando evidenciar onde a sua utilização tem a maior relevância.

Para as avaliações um modelo multi-corpo de veículo completo, acoplado a um modelo de pneu com grau de liberdade vertical serão acoplados aos respectivos modelo de envelope de pneu com objetivo de avaliar a performance de cada modelo de envelope, em sua resposta no centro de massa do veículo.

Serão feitas análises de deslocamentos, velocidades e acelerações, bem como análises no domínio da frequência de forma a evidenciar as características de cada modelo de envelope de pneu.

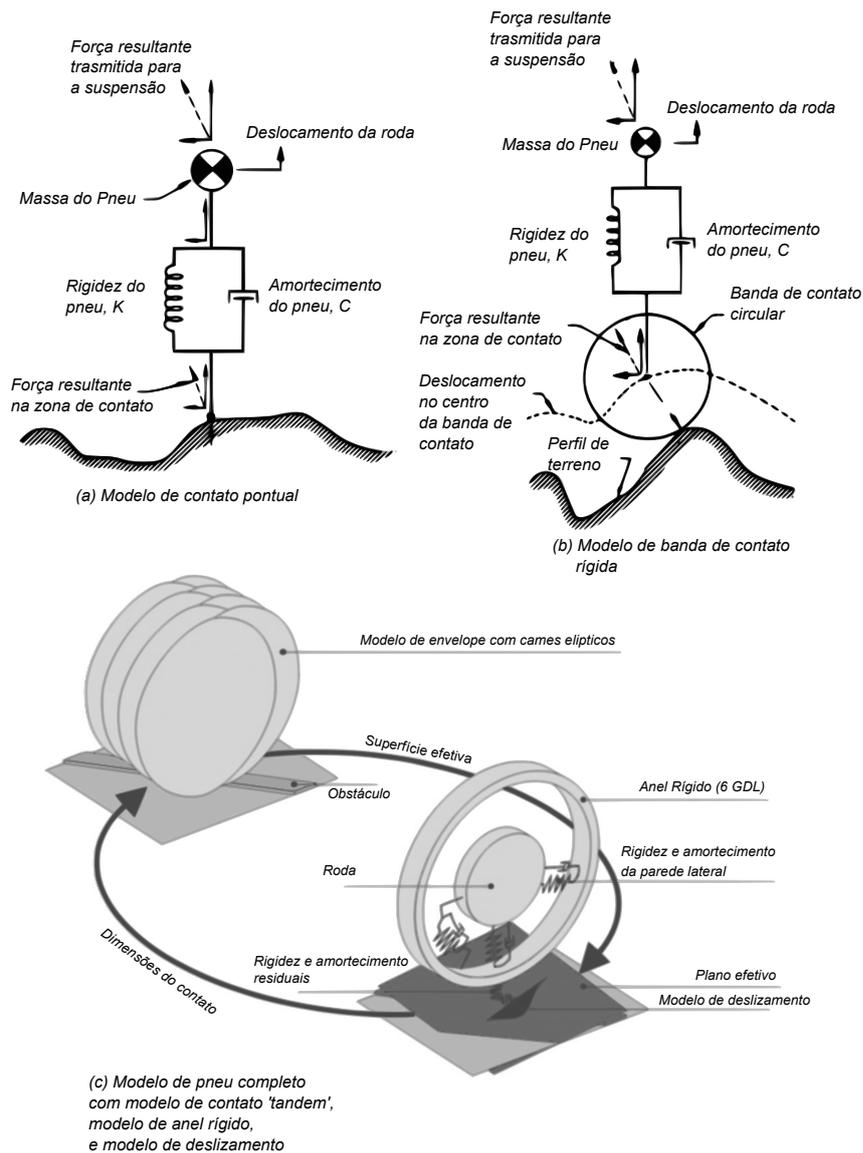


Figura 1.1 – Modelos de pneu

Diversos terrenos classificados serão explorados, buscando demonstrar onde cada modelo de pneu tem maior relevância, também serão explorados uma série de obstáculos comuns e obstáculos utilizados em pistas de testes. Os terrenos explorados estão listados abaixo:

- a) Terrenos ISO A-F
- b) Vala
- c) Lombada
- d) Redutores de velocidade

e) Buracos

## 1.4 Organização do Trabalho

Este trabalho tem sua organização da seguinte forma, na fundamentação teórica é apresentada a teoria necessária para o desenvolvimento posterior do trabalho, iniciando por uma breve passagem nos elementos importantes para modelagem multi-corpo, passando por uma técnica para dedução das equações de movimento, e a apresentação dos principais modelos de pneu referências deste trabalho. Também são apresentados os terrenos e obstáculos de interesse para as simulações.

As ferramentas apresentadas na fundamentação teórica serão utilizadas para aprofundar o conhecimento desenvolvendo a modelagem completa necessária para as avaliações que são objeto deste trabalho. Desta maneira, os modelos multi-corpo de pneu e de veículo, para um caso de 1/4 de veículo e veículo completo, e os modelos de veículo completo com pneu acoplado são apresentados. Seguindo, a modelagem dos terrenos conforme norma ISO 8608 é apresentada, e são definidos os parâmetros utilizados na modelagem dos obstáculos catalogados. Por fim, os modelos de envelope são deduzidos e apresentados com as figuras necessárias para sua compreensão.

O capítulo 4 é dedicado a apresentação dos resultados, iniciando pelos terrenos ISO, são apresentados resultados para terrenos com as classificações ISO A, ISO C e ISO E, avaliados nas velocidades de 5, 15 e 30 m/s, gráficos de densidade espectral de potência (DEP) e acelerações são apresentados. Para os obstáculos catalogados, é seguido o mesmo padrão, somente excluindo os gráficos de DEP.

Por fim temos a conclusão onde são recapitulados os principais resultados, as considerações finais e feitas sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo será apresentada a base teórica do desenvolvimento e implementação numérica do trabalho. Se tratando de um trabalho baseado em simulações multi-corpo, será apresentado um método para obtenção das equações de movimento, a partir do princípio de Hamilton, o método de Euler Lagrange é apresentado para dedução das equações de movimento. É apresentado também o modelo de pneu conhecido como "anel rígido", um modelo multi-corpo muito utilizado em simulação veicular.

Após serão apresentados os modelos de envelope de terreno, e definidas as questões referentes a suas performances e figuras esquemáticas.

Também serão apresentados os terrenos no qual o trabalho se desenvolverá. Primeiramente será detalhada a norma ISO 8608 que dentre outros aspectos, dá as diretrizes para a geração de terrenos parametrizados e utilização em pesquisa. Alguns obstáculos comuns em rodovias e pistas de testes serão detalhados para posterior utilização nas simulações.

### 2.1 Modelos Multi-corpo

#### 2.1.1 Elementos de vibração mecânica

A vibração mecânica é resultado de uma continua transformação de energia cinética  $T$  para energia potencial  $U$ . Quando a energia potencial está em seu máximo, a energia cinética é zero, e vice-versa. Devido a flutuações periódicas da energia cinética resultarem em um movimento periódico de um corpo com massa, chamamos essa transformação de energia de *vibração mecânica*. [Jazar, 2008]

O elemento mecânico que armazena energia cinética é chamado *massa*, e o elemento mecânico que armazena energia potencial, é chamado *mola*, Figura 2.1. Se o valor total da energia mecânica  $E = T + U$  diminuir durante a vibração, existe um elemento mecânico que dissipa energia. O elemento dissipativo é chamado amortecedor. [Jazar, 2008] Todos sistemas dinâmicos reais sofrem amortecimento, porque os mecanismos de dissipação de energia são como a morte e impostos: inevitáveis [Felippa, 2018].

A quantidade de energia cinética  $T$ , Equação 2.1 armazenada por uma massa  $m$  é proporcional ao quadrado da sua velocidade,  $v^2$ . A velocidade  $v \equiv \dot{x}$  é função da posição

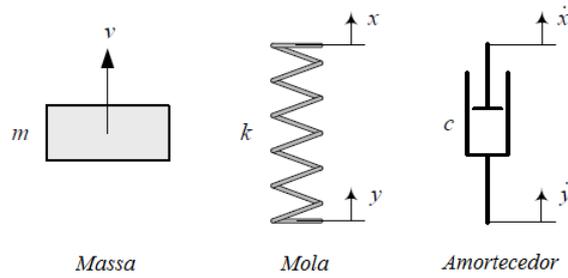


Figura 2.1 – Uma massa  $m$ , mola  $k$ , amortecedor  $c$  [adaptado de Jazar, 2008].

e do tempo.

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2.1)$$

A força  $f_m$ , Equação 2.2, necessária para mover a massa  $m$  é proporcional a sua aceleração  $a \equiv \ddot{x}$ .

$$f_m = ma \quad (2.2)$$

Uma mola é um tipo de ligação mecânica, que na maioria das aplicações se assume ter massa e amortecimento negligenciáveis. O tipo mais comum de mola é a do tipo helicoidal, usada em canetas, grampeadores, suspensões de veículos de passeio e outros veículos. Muitos outros tipos de mola podem ser identificados em aplicações de engenharia. Na verdade, qualquer corpo elástico ou deformável, como cabos, barras, vigas, eixos ou placas, podem ser considerados uma mola. Uma mola é comumente representada como mostrado na Figura 2.2(a). O comprimento livre da mola, sem forças atuando é denotado por  $l$ , está é submetida a uma mudança de comprimento se uma força axial é aplicada. Por exemplo, quando uma força de tração  $f_k$  é aplicada no ponto 2, a mola se alonga  $z$  como mostrado na Figura 2.2(b), enquanto uma força de compressão aplicada no ponto 2 causa uma redução  $z$  no comprimento como mostra a Figura 2.2(c). [Rao, 2010]

A mola é dita linear se o alongamento ou a redução de comprimento  $z$  se relaciona com a força aplicada  $f_k$  por:

$$f_k = kz \quad (2.3)$$

Onde  $k$  é uma constante, conhecida como constante de mola ou rigidez. A constante de mola  $k$  é sempre positiva e representa a força (positiva ou negativa) requerida para causar uma deformação unitária (alongamento ou redução do comprimento) na mola. Quando a mola é alongada (ou comprimida) sob uma força  $F$  de tração (ou compressão),

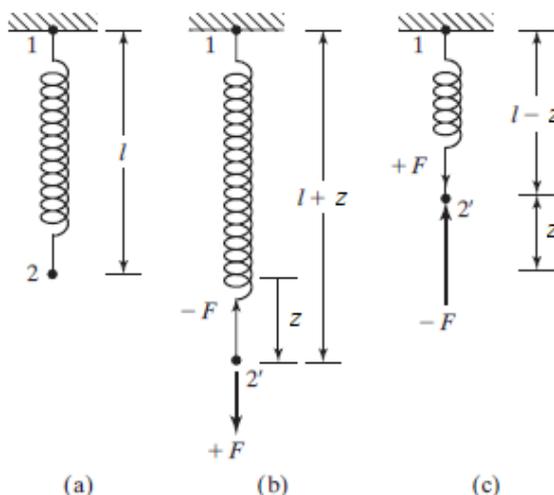


Figura 2.2 – Mola [adaptado de Rao, 2010].

de acordo com a terceira lei de Newton, uma força de reação de magnitude  $-F$  (ou  $F$ ) se desenvolve em oposição a força aplicada. Essa força restauradora tenta trazer a mola esticada (ou comprimida) de volta para sua posição original como mostrado na Fig. 2.2 (b). Se plotarmos o gráfico de  $F$  por  $z$ , o resultado é uma linha reta, de acordo com a Equação 3.10. O trabalho resultante ( $U$ ) feito na deformação da mola é armazenado como deformação ou energia potencial na mola, e é dado por:

$$U = \frac{1}{2}kz^2 \quad (2.4)$$

O amortecimento é medido como o valor da perda de energia mecânica em um ciclo. Equivalentemente, um amortecedor pode ser definido pela força necessária  $f_c$  para gerar movimento em um amortecedor. Se  $f_c$  é proporcional a velocidade relativa dos seus extremos, é um amortecedor linear com uma constante de amortecimento  $c$ .

$$f_c = -c\dot{z} = -c(\dot{x} - \dot{y}) \quad (2.5)$$

### 2.1.2 O princípio de Hamilton e o método de Euler-Lagrange

O princípio de Hamilton estabelece que em um sistema conservativo a configuração dinâmica do mesmo de um instante  $t_1$  até um instante  $t_2$  é aquela que minimiza o seguinte funcional:

$$\mathcal{H} = \int_{t_1}^{t_2} ( \underbrace{T}_{\text{energia cinetica}} - \underbrace{U}_{\text{energia potencial}} ) dt \quad (2.6)$$

Onde  $T - U$  é chamado de Lagrangiano  $\mathcal{L}$ . Dado um sistema de  $n$  coordenadas generalizadas  $q_n$ , a condição para a minimização do funcional é dada por:

$$\delta \mathcal{H} = \delta \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) dt \quad (2.7)$$

E a primeira variação do funcional é dada pelo operador de Euler Lagrange:

$$0 = \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) dt \quad (2.8)$$

E o funcional que minimiza o Lagrangiano:

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad (2.9)$$

Um exemplo simples de aplicação pode ser um modelo multi-corpo de pneu, Figura 2.3).

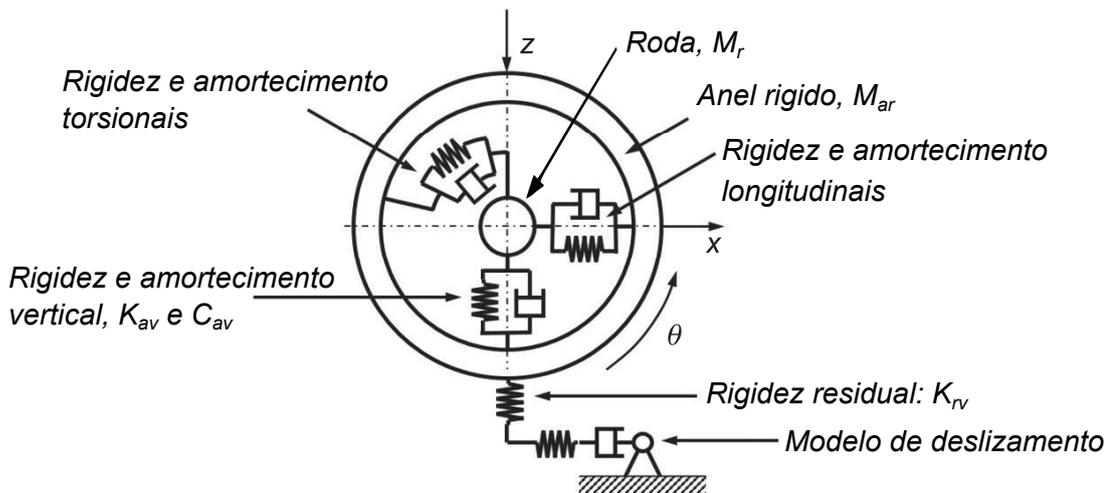


Figura 2.3 – Modelo de pneu de anel rígido [adaptado de Zegelaar, 1998].

Levando em conta a rigidez residual vertical  $K_{rv}$ , a rigidez e amortecimento translacional da parede lateral,  $K_{av}$  e  $C_{av}$ , a massa do anel rígido e a massa da roda  $M_{ar}$  e  $M_r$ . Considerando  $Z_t$  o deslocamento originário do perfil de terreno,  $Z_{ar}$  o deslocamento do anel rígido e  $Z_r$  o deslocamento do eixo da roda.

$$T = \frac{1}{2} M_{ar} \dot{Z}_{ar}^2 + \frac{1}{2} M_r \dot{Z}_r^2 \quad (2.10)$$

$$U = \frac{1}{2} K_{rv} (Z_{ar} - Z_t)^2 + \frac{1}{2} K_r (Z_r - Z_{ar})^2 \quad (2.11)$$

$$\mathcal{H} = \int_{t_1}^{t_2} [T - U] dt \quad (2.12)$$

Sendo o Lagrangiano  $\mathcal{L}$  a equação abaixo:

$$\frac{1}{2}M_{ar}\dot{Z}_{ar}^2 + \frac{1}{2}M_r\dot{Z}_r^2 - \frac{1}{2}K_{rv}(Z_{ar} - Z_t)^2 + \frac{1}{2}K_r(Z_r - Z_{ar})^2 = 0 \quad (2.13)$$

Desprezando aqui o amortecimento, somente para fins de demonstração, e aplicando as derivadas parciais da Equação 2.9, para as coordenadas generalizadas  $Z_{ar}$  e  $Z_r$ , chegamos nas equações de movimento:

$$M_{ar}\ddot{Z}_{ar} = K_{rv}(Z_{ar} - Z_t) - K_{av}(Z_r - Z_{ar}) \quad (2.14)$$

$$M_r\ddot{Z}_r = K_{av}(Z_r - Z_{ar}) \quad (2.15)$$

### 2.1.3 Modelo de pneu de anel rígido

Este modelo é um dos mais utilizados para representação dos efeitos vibratórios do pneu, por sua relativa simplicidade na aplicação e obtenção dos parâmetros necessários, e também pelo ganho na aproximação da resposta real de um pneu.

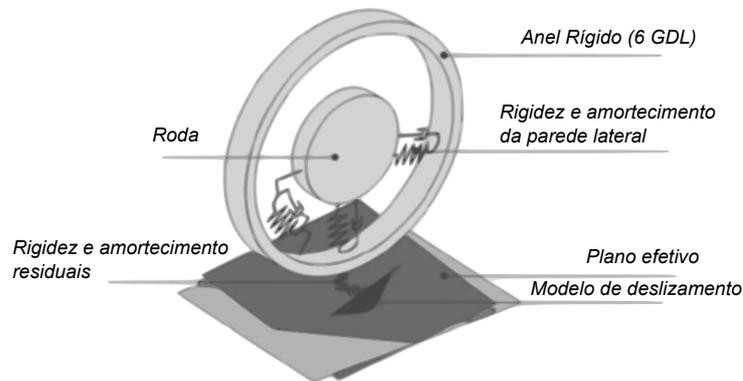


Figura 2.4 – Modelo de pneu de anel rígido [adaptado de Schmeitz, 2004].

Este é utilizado para representação de um pneu na modelagem multi-corpo de um veículo, por ser de relativamente simples implementação e obtenção dos parâmetros de rigidez e amortecimentos necessários. Porém este modelo isoladamente ainda peca por não representar os efeitos de contato, sendo necessário acoplar o mesmo a outros modelos como o modelo de contato que consiste de uma pequena massa  $m_c$ , rigidez residual, amortecimento e um modelo de deslizamento (transiente e modelo *Magic Formula*). Ainda

se faz necessária a integração com um modelo de envelope, que provê um plano de terreno efetivo.

## 2.2 Modelos de Envelope

### 2.2.1 Modelo de contato pontual

O modelo de contato pontual (Figura 2.5) é considerado o modelo básico mais utilizado, este não modifica o sinal do terreno e é usado como modelo base para comparação. O sinal do terreno é repassado diretamente para o modelo multi-corpo, sendo assim, não é necessária nenhuma implementação do ponto de vista de envelope de terreno.

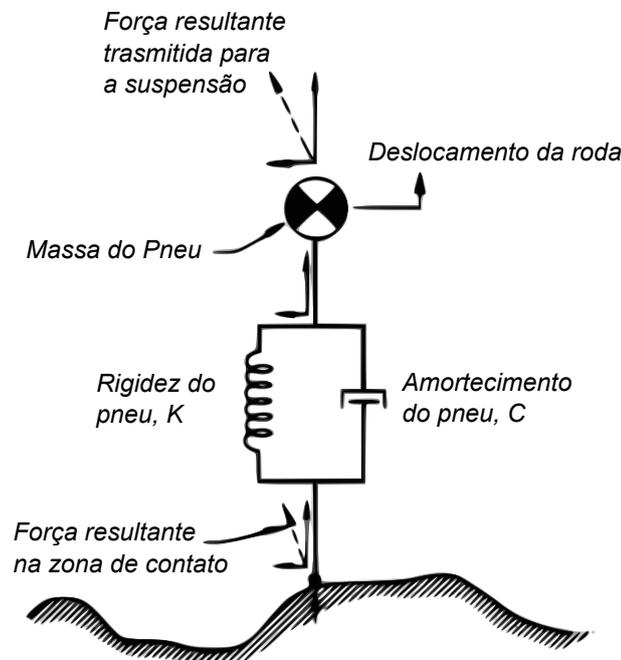


Figura 2.5 – Modelos de pneu de contato pontual [adaptado de Captain et al., 1979].

Representado por uma mola e um amortecedor em paralelo que transmitem a força de suporte do terreno para o veículo e entra em contato com o solo através de um seguidor pontual. A rigidez da mola é escolhida para simular os efeitos da pressão interna do pneu e da elasticidade da carcaça. O amortecimento fornece a dissipação de energia causada pela deformação da carcaça do pneu. O contato com o terreno ocorre num ponto único, verticalmente abaixo do centro da roda. As forças dinâmicas de suporte ocorrem devido a deflexão da mola e do amortecedor, causadas pelo movimento da roda em relação ao terreno [Captain et al., 1979].

### 2.2.2 Modelo seguidor de contato circular rígido

O modelo seguidor de contato circular rígido (Figura 2.6), considera o pneu um seguidor circular rígido, que somente tangencia o perfil do terreno. Este modelo já fornece uma resposta consideravelmente melhor que o modelo de contato pontual, pois é capaz de resolver a influência do terreno em uma região maior, não somente logo abaixo do eixo da roda. Porém o contato com o terreno ainda se dá de forma pontual de maneira geral, excetuando casos onde mais de um ponto tangenciam o círculo da banda de contato.

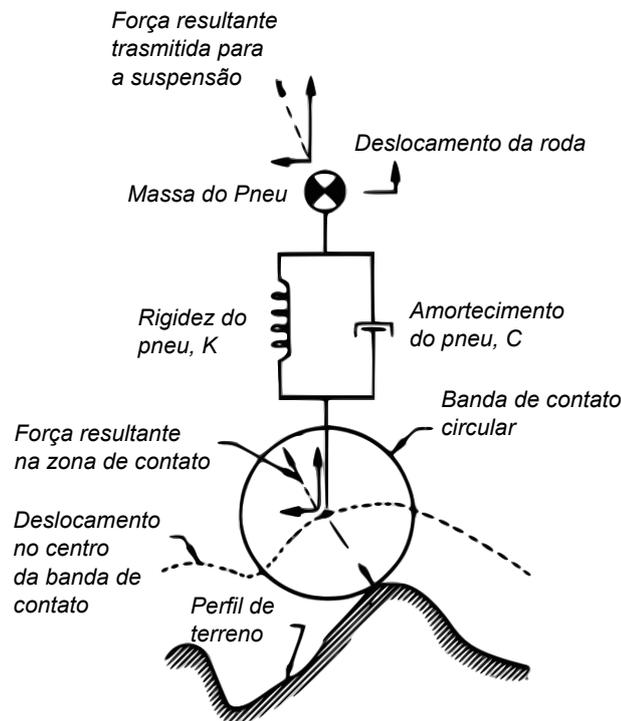


Figura 2.6 – Modelo seguidor de contato circular rígido [adaptado de Captain et al., 1979].

### 2.2.3 Modelo de comprimento de contato fixo

O modelo de comprimento de contato fixo, (Figura 2.7), interage com o solo através de uma área de tamanho constante, independente da deflexão do pneu. A pressão interna e as forças da carcaça são simuladas pelos elementos de mola e amortecedor distribuídos uniformemente pelo comprimento de contato. A área de contato finita possibilita a esse modelo a habilidade de cobrir pequenas irregularidades através de deformações locais. Na realidade, com rigidez e amortecimentos lineares, esse modelo é equivalente a um modelo

de contato pontual no qual a elevação local do terreno é substituída pela média da elevação do terreno em seu comprimento de contato.[Captain et al., 1979]

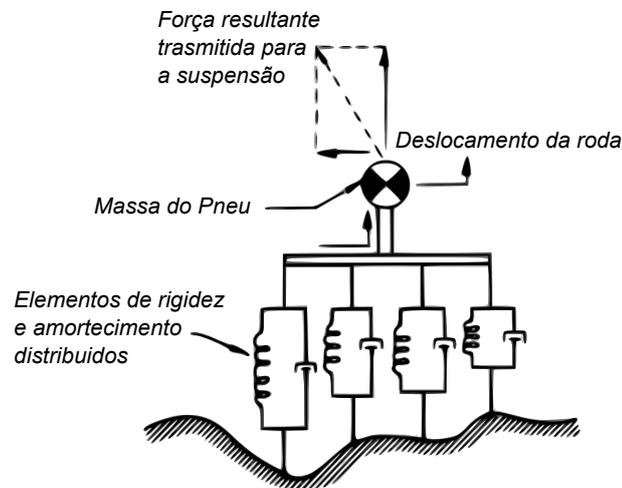


Figura 2.7 – Modelo de comprimento de contato fixo [adaptado de Captain et al., 1979].

#### 2.2.4 Modelo de comprimento de contato adaptativo

O modelo de comprimento de contato adaptativo, consiste de uma banda de contato flexível inflada pela pressão interna e ligada ao centro da roda por elementos de rigidez e amortecimento radialmente distribuídos que simulam a rigidez da carcaça e da banda de pneu. Conforme a roda passa sobre as irregularidades do terreno, a banda na região de contato se deforma e faz que os componentes de força pneumáticos e da carcaça aumentem. [Captain et al., 1979]

#### 2.2.5 Modelo de contato por came elíptico duplo (tandem)

O modelo de contato por came elíptico duplo, também chamado de modelo tandem, demonstrado na Figura 2.8, foi desenvolvido por uma evolução de um esforço contínuo desenvolvido na T.U. Delft, sob orientação do professor H.B. Pacejka, chegando em um modelo de envelope aceito e utilizado pela indústria desenvolvido por A.J.C. Schmeitz. Este modelo evolução dos modelos desenvolvidos por J.P. Maurice e P.W.A. Zegelaar, utiliza uma abordagem onde o contato é dado por cames, de maneira análoga ao modelo de banda de contato rígida, substituindo o elemento de contato circular com o diâmetro do pneu original por dois cames que tem sua dimensão calibrada por um ajuste de curva de dados experimentais do pneu.

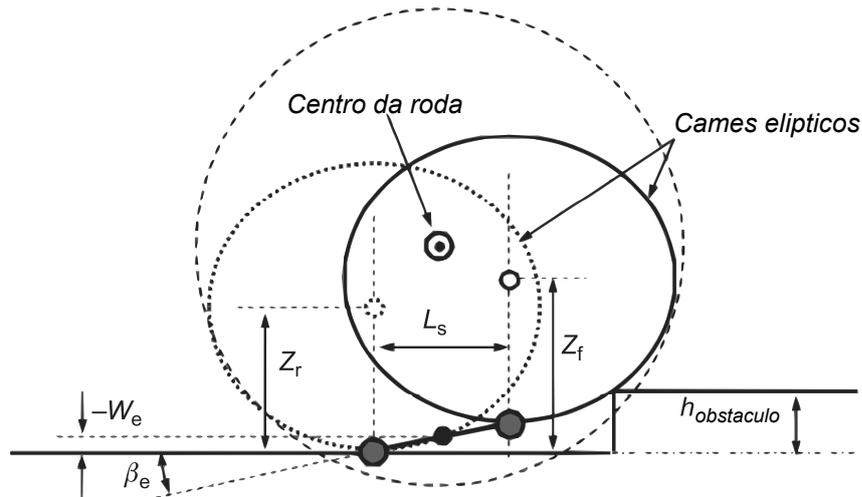


Figura 2.8 – Modelo tandem [adaptado de Pauwelussen, 2014].

Considerando o modelo de banda de contato rígida, este ainda tem somente um único ponto de contato, negligenciando os casos onde o círculo rígido tem mais de um ponto de contato com a superfície. O ponto de contato neste caso não está restrito a estar embaixo do eixo da roda. Foi observado ainda que, no círculo flexível a posição parece mudar de acordo com a superposição do deslocamento de duas funções seno, como mostra a Figura 2.9. [Zegelaar, 1998]

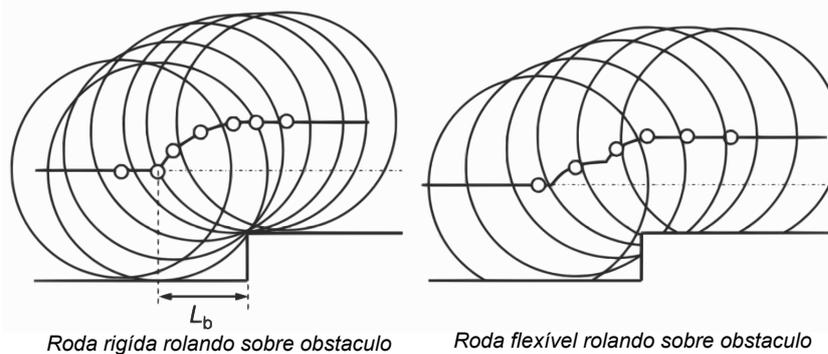


Figura 2.9 – Comparação roda rígida e flexível [adaptado de Pauwelussen, 2014].

A abordagem consiste nos seguintes passos:

- a) Usar uma entrada unitária para derivar uma função básica tipo quarto de senoide. Essa função básica é definida para um intervalo  $x$ , de comprimento  $L_b$ . É observado que essa função é deslocada uma distância  $L_f$  na direção do obstáculo unitário.

- b) Usar um modelo de seguidor de dois pontos com comprimento  $L_s$ , movendo-se por essa função básica.
- c) O ponto médio define a altura  $W_e$  da entrada de terreno efetivo.
- d) A orientação do seguidor define a inclinação efetiva do terreno  $\beta_e$ .

[Pauwelussen, 2014]

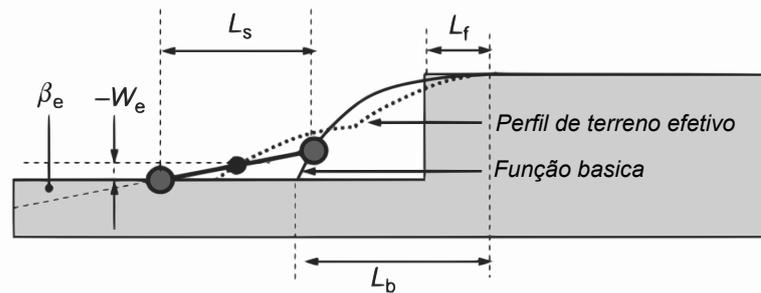


Figura 2.10 – Perfil efetivo de terreno [adaptado de Pauwelussen, 2014].

O comprimento do seguidor  $L_s$ , aparenta ser da ordem de 80% do comprimento de contato. Foi demonstrado que o deslocamento  $L_f$  e o comprimento  $L_b$  somente dependem da altura do obstáculo e do pneu, não da carga. Essa abordagem permitiu fazer uma distinção entre os parâmetros dependentes do terreno e os dependentes da carga. [Zegelaar, 1998]

Neste contexto devemos considerar três tipos de perfil de terreno:

- a) O terreno original
- b) O perfil efetivo de terreno: a posição do eixo da roda, que será usado como entrada para a análise dinâmica, usando um modelo de contato pontual.
- c) A função básica de terreno: um perfil de terreno, definido previamente por um obstáculo unitário, que será usado como passo intermediário entre o terreno original e o perfil efetivo de terreno.

Essa abordagem trouxe a tona uma série de considerações, que tornaram esta, uma abordagem não ideal para gerar um perfil efetivo de terreno:

- a) O deslocamento  $L_f$  é difícil de interpretar com um fenômeno físico, e uma função explícita para a função básica de terreno seria preferível.

b) Uma função seno para descrição da função básica de terreno, não aparente ser uma abordagem muito adequada, também com o deslocamento  $L_f$  em mente.

c) A superposição de passos para construir o terreno parece inadequada, especialmente no caso de um declive.

[Pauwelussen, 2014]

Foi proposta uma alternativa para a função seno, introduzindo os cames elípticos. Também verificou-se que a função básica pode ser descrita por um came elíptico. Com o came seguindo o perfil de terreno, essa abordagem pode ser justificada pela observação do pneu perto de sua zona entrada do contato, este tem um formato elíptico. Um seguidor duplo continuou a ser utilizado, porém desta vez com dois cames elípticos conectados pelos seus centros, ou equivalentemente, representado por seus pontos de contato imediatamente sobre o centro, como observado na Figura 2.8. [Schmeitz, 2004]

## 2.3 Terrenos e obstáculos

Como suplemento básico de uma simulação de um veículo terrestre, temos o terreno no qual este transitará. De maneira que boa parte da literatura moderna em simulação veicular se utiliza de terrenos gerados em conformidade com a norma ISO 8608 e alguns obstáculos representativos dos tipos mais comuns encontrados em rodovias. Estes serão apresentados de maneira a esclarecer os pormenores necessários para posterior implementação.

### 2.3.1 Perfil de terreno aderente a norma ISO 8608

As funções densidade espectral de potência (DEP) traduzem, de forma aproximada, a qualidade de um pavimento rodoviário ou estrada típica, através da amostragem de amplitudes registradas por um perfilômetro. A parametrização de pavimentos via DEP permite uma comparação direta entre terrenos de diferentes níveis de rugosidade. [Santos e Marczak, 2014]

Para um modelo de veículo 2D, somente a irregularidade longitudinal do perfil representando a mudança num ponto ao longo do terreno é considerado. A irregularidade do terreno é medida por dois tipos de equipamento em geral: perfilômetros, que medem a irregularidade de uma maneira direta, e equipamentos *response-type*, que medem a

irregularidade de maneira indireta como a resposta dinâmica do equipamento [Wambold et al., 1981]. Quando a rodovia apresenta irregularidades discretas ou periódicas, como juntas, buracos ou rachaduras, a descrição por uma PSD não é adequada [Agostinacchio et al., 2014].

A norma ISO 8608, para classificação de perfis de superfície de terreno, é baseada na comparação da DEP unilateral das medições, oito categorias rotuladas de A até H, definidas pela variação da DEP artificial. É indicado na ISO 8608 que os perfis podem ser usados como entrada para estudos teóricos paramétricos [Agostinacchio et al., 2014].

### 3 DESENVOLVIMENTO / IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

#### 3.1 Equações de Movimento

Nesta seção serão deduzidas as equações de movimento, estas equações serão obtidas pelo princípio de Hamilton conjuntamente com o método de Euler Lagrange, anteriormente abordados. Serão demonstrados diversos modelos de maneira incremental, alguns destes não foram objetos diretos da pesquisa, mas compõe os passos intermediários para obtenção dos modelos mais complexos. O modelo de pneu de anel rígido, o modelo de quarto de veículo com modelo de pneu, o modelo de veículo completo, e um modelo de veículo completo com modelo de pneu foram deduzidos.

##### 3.1.1 Modelo de pneu de anel rígido

O modelo de pneu de anel rígido, apresentado na Figura 3.1, consiste dos seguintes componentes: As paredes laterais flexíveis do pneu com ar pressurizado, é assumido que esta possui rigidez ( $c_{u,v,w}$ ) e amortecimento ( $k_{u,v,w}$ ) por unidade de comprimento circunferencial em três direções: tangencial ( $u$ ), lateral ( $v$ ) e radial ( $w$ ). O modelo de contato consiste de uma pequena massa  $m_c$ , uma rigidez residual e amortecimento e um modelo de deslizamento (transiente e modelo *Magic Formula*). O elemento de rigidez residual é usado para garantir que a completude da rigidez quasi-estática é modelada corretamente. A roda, que não é um componente do pneu por si só, é modelada como um corpo rígido. [Schmeitz, 2004]

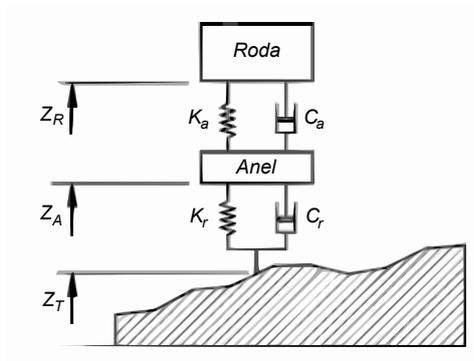


Figura 3.1 – Modelo de pneu anel rígido [adaptado de Dixon, 2009].

Para obtenção das equações de movimento do modelo, primeiramente são neces-

sárias as equações de energia cinética  $T$  e potencial  $U$ . Onde  $M_R$  representa a massa da roda,  $M_A$  a massa do anel rígido,  $Z_R$  representa o deslocamento da roda,  $Z_A$  o deslocamento do anel,  $Z_T$  o perfil do terreno,  $K_a$  e  $C_a$  representam respectivamente a rigidez e amortecimento no anel rígido e por fim  $K_r$  e  $C_r$  a rigidez e amortecimento residuais.

$$T = \frac{1}{2}M_R\dot{Z}_R^2 + \frac{1}{2}M_A\dot{Z}_A^2 \quad (3.1)$$

$$U = \frac{1}{2}K_r(Z_A - Z_T)^2 + \frac{1}{2}K_a(Z_R - Z_A)^2 \quad (3.2)$$

$$D = \frac{1}{2}C_r(\dot{Z}_A - \dot{Z}_T)^2 + \frac{1}{2}C_a(\dot{Z}_R - \dot{Z}_A)^2 \quad (3.3)$$

Com a aplicação do método de Euler Lagrange são obtidas as equações de movimento, para os graus de liberdade da roda:

$$K_a(Z_A - Z_R) + C_a(\dot{Z}_A - \dot{Z}_R) = M_R\ddot{Z}_R \quad (3.4)$$

E as equações para o anel rígido:

$$K_r(Z_T + Z_A) - K_a(Z_A - Z_R) + C_r(\dot{Z}_T + \dot{Z}_A) - C_a(\dot{Z}_A - \dot{Z}_R) = M_A\ddot{Z}_A \quad (3.5)$$

### 3.1.2 Modelo de 1/4 de veículo com modelo de pneu

Um modelo muito utilizado para avaliação da dinâmica veicular é o modelo de quarto de veículo. No contexto aqui tratado é interessante demonstrar o equacionamento incluindo o modelo de pneu, como apresentado na Figura 3.2.

Para obtenção das equações de movimento do modelo, são necessárias as equações de energia cinética  $T$  e potencial  $U$ . Mantendo a mesma nomenclatura do modelo de pneu de anel rígido, porém onde lê-se  $K_p$  e  $C_p$  representa-se a rigidez e amortecimento do pneu,  $K_s$  e  $C_s$  tratam-se da rigidez e amortecimento da suspensão e por fim  $Z_V$  representa o deslocamento e  $M_V$  a massa do quarto de veículo.

$$T = \frac{1}{2}M_V\dot{Z}_V^2 + \frac{1}{2}M_R\dot{Z}_R^2 + \frac{1}{2}M_A\dot{Z}_A^2 \quad (3.6)$$

$$U = \frac{1}{2}K_s(Z_R - Z_V)^2 + \frac{1}{2}K_r(Z_A - Z_T)^2 + \frac{1}{2}K_a(Z_R - Z_A)^2 \quad (3.7)$$

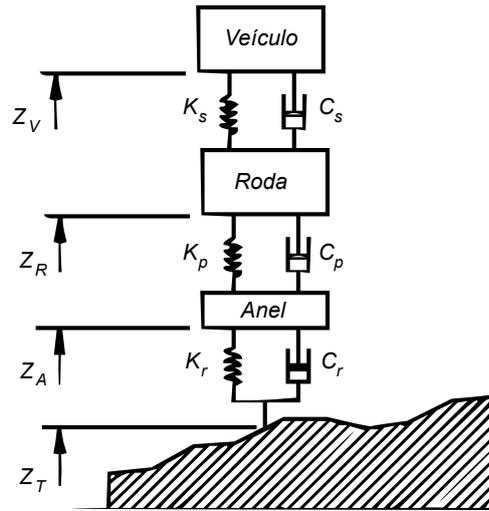


Figura 3.2 – Modelo quarto de veículo com modelo de pneu [adaptado de Dixon, 2009].

$$D = \frac{1}{2}C_s(\dot{Z}_R - \dot{Z}_V)^2 + \frac{1}{2}C_r(\dot{Z}_A - \dot{Z}_T)^2 + \frac{1}{2}C_a(\dot{Z}_R - \dot{Z}_A)^2 \quad (3.8)$$

Através do método de Euler Lagrange são obtidas as equações de movimento, para os graus de liberdade do veículo:

$$K_s(Z_R - Z_V) + C_s(\dot{Z}_R - \dot{Z}_V) = M_V \ddot{Z}_V \quad (3.9)$$

E nas equações para os graus de liberdade da roda:

$$K_p(Z_A - Z_R) - K_s(Z_R - Z_V) + C_p(\dot{Z}_A - \dot{Z}_R) - C_s(\dot{Z}_R - \dot{Z}_V) = M_{roda} \ddot{Z}_R \quad (3.10)$$

Para o anel rígido temos a seguinte equação:

$$K_r(Z_T - Z_A) - K_p(Z_A - Z_R) + C_r(\dot{Z}_T - \dot{Z}_A) - C_p(\dot{Z}_A - \dot{Z}_R) = M_{anel} \ddot{Z}_A \quad (3.11)$$

### 3.1.3 Modelo de veículo completo

Um modelo geral de vibração de um veículo é chamado de modelo de veículo completo. Tal modelo mostrado na Figura 3.3, inclui o deslocamento vertical do chassi  $Z_{Veic}$ , rolagem  $\phi$ , arfagem  $\theta$ , deslocamento das rodas  $Z_{R(1)}$ ,  $Z_{R(2)}$ ,  $Z_{R(3)}$ ,  $Z_{R(4)}$  e as excitações independentes na base dos pneus  $Z_{T(1)}$ ,  $Z_{T(2)}$ ,  $Z_{T(3)}$ ,  $Z_{T(4)}$ . O modelo de veículo completo tem 7 graus de liberdade. [Jazar, 2008]

Através da aplicação de Euler Lagrange são obtidas as equações de movimento do

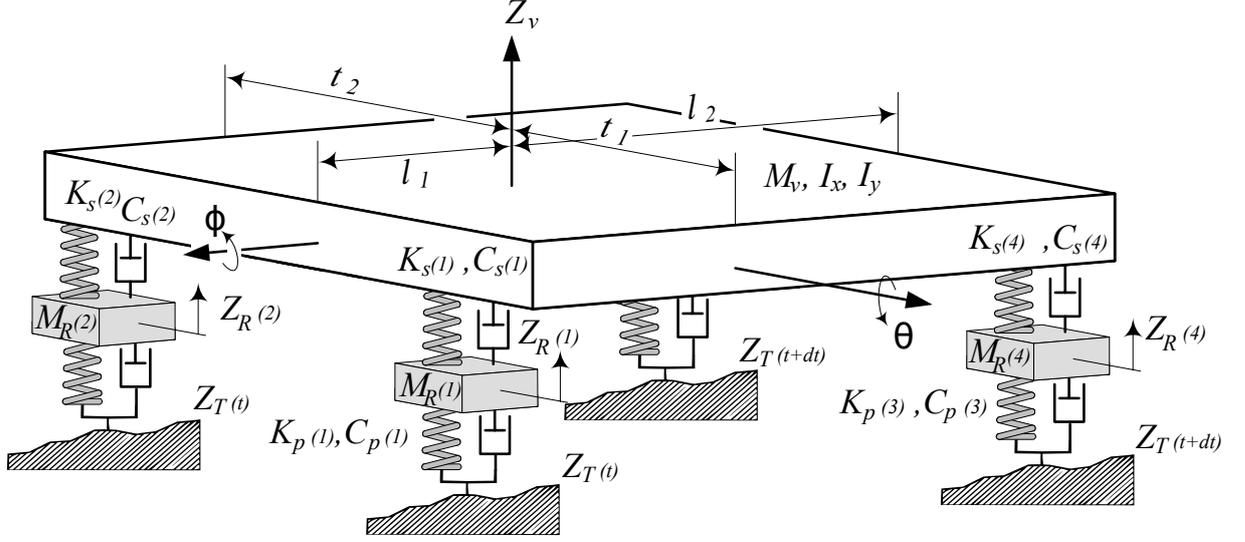


Figura 3.3 – Modelo de veículo com 7 graus de liberdade [adaptado de Jazar, 2008].

veículo completo, para os graus de liberdade das rodas,  $Z_{R(1)}$ ,  $Z_{R(2)}$ ,  $Z_{R(3)}$ ,  $Z_{R(4)}$ :

$$\begin{aligned} & -K_{P(1)} (Z_{R(1)} - Z_{T(1)}) + K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) \\ & -C_{P(1)} (\dot{Z}_{R(1)} - \dot{Z}_{T(1)}) + C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) = M_{R(1)}\ddot{Z}_{R(1)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} & -K_{P(2)} (Z_{R(2)} - Z_{T(2)}) + K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) \\ & -C_{P(2)} (\dot{Z}_{R(2)} - \dot{Z}_{T(2)}) + C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) = M_{R(2)}\ddot{Z}_{R(2)} \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & -K_{P(3)} (Z_{R(3)} - Z_{T(3)}) + K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) \\ & -C_{P(3)} (\dot{Z}_{R(3)} - \dot{Z}_{T(3)}) + C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) = M_{R(3)}\ddot{Z}_{R(3)} \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} & -K_{P(4)} (Z_{R(4)} - Z_{T(4)}) + K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) \\ & -C_{P(4)} (\dot{Z}_{R(4)} - \dot{Z}_{T(4)}) + C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) = M_{R(4)}\ddot{Z}_{R(4)} \end{aligned} \quad (3.15)$$

A seguir as equações para os graus de liberdade do chassi  $\phi$ ,  $\theta$  e  $Z_V$ :

$$\begin{aligned}
& -K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) - K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) - K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) \\
& -C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) - C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) \\
& -C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) - C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) = M_V \ddot{Z}_V \quad (3.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) l_1 + K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) l_1 \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) l_2 - K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) l_2 \\
& +C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) l_1 + C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) l_1 \\
& -C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) l_2 - C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) l_2 = J_y \ddot{\theta} \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) t_1 + K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) t_2 \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) t_1 + K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) t_2 \\
& -C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) t_1 + C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) t_2 \\
& -C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) t_1 + C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) t_2 = J_x \ddot{\phi} \quad (3.18)
\end{aligned}$$

### 3.1.4 Modelo de veículo completo com anel rígido acoplado

Combinando o modelo de veículo completo com o modelo de anel rígido, é obtido o modelo multi-corpo que será objeto de estudo deste trabalho, Figura 3.4. As equações deduzidas abaixo foram implementadas em software para integração numérica e os diagramas estão presentes no apêndice A, e as constantes utilizadas na Tabela 3.3.

Para dedução das equações de movimento, são necessárias as equações de energia cinética  $T$ :

$$\begin{aligned}
T = & \frac{1}{2} M_{A(1)} \dot{Z}_{A(1)}^2 + \frac{1}{2} M_{A(2)} \dot{Z}_{A(2)}^2 + \frac{1}{2} M_{A(3)} \dot{Z}_{A(3)}^2 + \frac{1}{2} M_{A(4)} \dot{Z}_{A(4)}^2 \\
& + \frac{1}{2} M_{R(1)} \dot{Z}_{R(1)}^2 + \frac{1}{2} M_{R(2)} \dot{Z}_{R(2)}^2 + \frac{1}{2} M_{R(3)} \dot{Z}_{R(3)}^2 + \frac{1}{2} M_{R(4)} \dot{Z}_{R(4)}^2 \\
& + \frac{1}{2} M_V \dot{Z}_V^2 + \frac{1}{2} J_x \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} J_y \dot{\theta}^2 \quad (3.19)
\end{aligned}$$

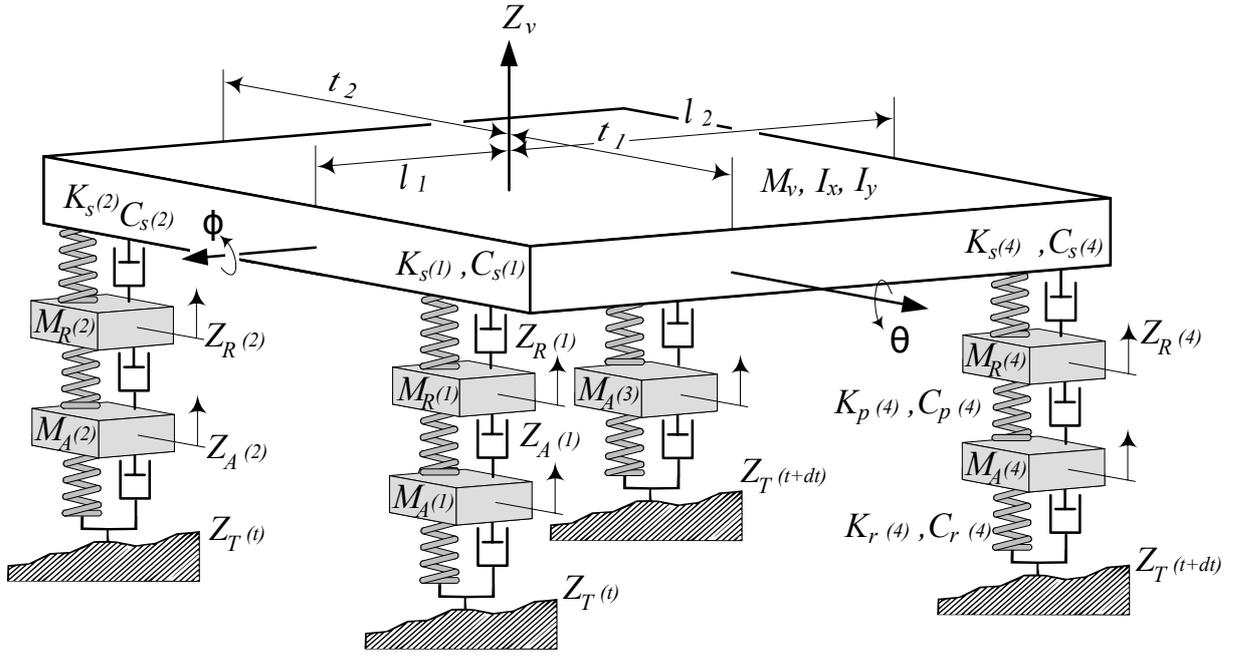


Figura 3.4 – Modelo de veículo com 11 graus de liberdade [adaptado de Jazar, 2008].

A seguir é apresentada a equação da energia potencial  $U$ :

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} K_{R(1)} (Z_{A(1)} - Z_{T(1)})^2 + \frac{1}{2} K_{R(2)} (Z_{A(2)} - Z_{T(2)})^2 + \frac{1}{2} K_{R(3)} (Z_{A(3)} - Z_{T(3)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} K_{R(4)} (Z_{A(4)} - Z_{T(4)})^2 + \frac{1}{2} K_{P(1)} (Z_{R(1)} - Z_{A(1)})^2 + \frac{1}{2} K_{P(2)} (Z_{R(2)} - Z_{A(2)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} K_{P(3)} (Z_{R(3)} - Z_{A(3)})^2 + \frac{1}{2} K_{P(4)} (Z_{R(4)} - Z_{A(4)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi)^2 + \frac{1}{2} K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi)^2 \\
 & + \frac{1}{2} K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi)^2 + \frac{1}{2} K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi)^2
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

E a equação da energia de dissipação  $D$ :

$$\begin{aligned}
 D = & \frac{1}{2} C_{R(1)} (\dot{Z}_{A(1)} - \dot{Z}_{T(1)})^2 + \frac{1}{2} C_{R(2)} (\dot{Z}_{A(2)} - \dot{Z}_{T(2)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{R(3)} (\dot{Z}_{A(3)} - \dot{Z}_{T(3)}(t))^2 + \frac{1}{2} C_{R(4)} (\dot{Z}_{A(4)} - \dot{Z}_{T(4)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{P(1)} (\dot{Z}_{R(1)}(t) - \dot{Z}_{A(1)})^2 + \frac{1}{2} C_{P(2)} (\dot{Z}_{R(2)} - \dot{Z}_{A(2)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{P(3)} (\dot{Z}_{R(3)}(t) - \dot{Z}_{A(3)})^2 + \frac{1}{2} C_{P(4)} (\dot{Z}_{R(4)} - \dot{Z}_{A(4)})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2} C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi})^2 \\
 & + \frac{1}{2} C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi})^2 + \frac{1}{2} C_{S(4)} (\dot{Z}_V(t) - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi})^2
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Aplicando Euler Lagrange se obtém as equações de movimento para os 11 graus

de liberdade. Para os graus de liberdade das rodas  $Z_{R(1)}$ ,  $Z_{R(2)}$ ,  $Z_{R(3)}$ ,  $Z_{R(4)}$ , temos:

$$\begin{aligned} & -C_{P(3)} \left( \dot{Z}_{R(3)} - \dot{Z}_{A(3)} \right) - K_{P(3)} \left( Z_{R(3)} - Z_{A(3)} \right) \\ & + K_{S(3)} \left( Z_V - Z_{R(3)} + l_2 \theta + t_1 \phi \right) + C_{S(3)} \left( \dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2 \dot{\theta} + t_1 \dot{\phi} \right) = M_{R(3)} \ddot{Z}_{R(3)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} & C_{S(4)} \left( \dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2 \dot{\theta}(t) - t_2 \dot{\phi} \right) + K_{S(4)} \left( Z_V - Z_{R(4)} + l_2 \theta - t_2 \phi \right) \\ & - K_{P(4)} \left( Z_{R(4)} - Z_{A(4)} \right) - C_{P(4)} \left( \dot{Z}_{R(4)} - \dot{Z}_{A(4)} \right) = M_{R(4)} \ddot{Z}_{R(4)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} & -K_{P(1)} \left( Z_{R(1)} - Z_{A(1)} \right) - C_{P(1)} \left( \dot{Z}_{R(1)} - \dot{Z}_{A(1)} \right) \\ & + K_{S(1)} \left( Z_V - Z_{R(1)} - l_1 \theta + t_1 \phi \right) + C_{S(1)} \left( \dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1 \dot{\theta} + t_1 \dot{\phi} \right) = M_{R(1)} \ddot{Z}_{R(1)} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} & -K_{P(2)} \left( Z_{R(2)} - Z_{A(2)} \right) - C_{P(2)} \left( \dot{Z}_{R(2)} - \dot{Z}_{A(2)} \right) \\ & + K_{S(2)} \left( Z_V - Z_{R(2)} - l_1 \theta - t_2 \phi \right) + C_{S(2)} \left( \dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1 \dot{\theta} - t_2 \dot{\phi} \right) = M_{R(2)} \ddot{Z}_{R(2)} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Para os graus de liberdade do anel rígrado  $Z_{A(1)}$ ,  $Z_{A(2)}$ ,  $Z_{A(3)}$ ,  $Z_{A(4)}$ , temos as equações:

$$\begin{aligned} & -K_{R(1)} \left( Z_{A(1)} - Z_{T(1)} \right) - C_{R(1)} \left( \dot{Z}_{A(1)} - \dot{Z}_{T(1)} \right) \\ & + K_{P(1)} \left( Z_{R(1)} - Z_{A(1)} \right) + C_{P(1)} \left( \dot{Z}_{R(1)} - \dot{Z}_{A(1)} \right) = M_{A(1)} \ddot{Z}_{A(1)} \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} & -K_{R(2)} \left( Z_{A(2)} - Z_{T(2)} \right) - C_{R(2)} \left( \dot{Z}_{A(2)} - \dot{Z}_{T(2)} \right) \\ & + K_{P(2)} \left( Z_{R(2)} - Z_{A(2)} \right) + C_{P(2)} \left( \dot{Z}_{R(2)} - \dot{Z}_{A(2)} \right) = M_{A(2)} \ddot{Z}_{A(2)} \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} & -K_{R(3)} \left( Z_{A(3)}(t) - Z_{T(3)} \right) - C_{R(3)} \left( \dot{Z}_{A(3)} - \dot{Z}_{T(3)} \right) \\ & + C_{P(3)} \left( \dot{Z}_{R(3)} - \dot{Z}_{A(3)} \right) + K_{P(3)} \left( Z_{R(3)} - Z_{A(3)} \right) = M_{A(3)} \ddot{Z}_{A(3)} \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} & -K_{R(4)} \left( Z_{A(4)} - Z_{T(4)} \right) - C_{R(4)} \left( \dot{Z}_{A(4)} - \dot{Z}_{T(4)} \right) \\ & + K_{P(4)} \left( Z_{R(4)} - Z_{A(4)} \right) + C_{P(4)} \left( \dot{Z}_{R(4)} - \dot{Z}_{A(4)} \right) = M_{A(4)} \ddot{Z}_{A(4)} \end{aligned} \quad (3.29)$$

E para os graus de liberdade do chassi  $\phi$ ,  $\theta$  e  $Z_V$ , temos as equações:

$$\begin{aligned}
& -K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi(t)) - C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) \\
& -K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) - C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) - C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) \\
& -C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) - K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) = M_V \ddot{Z}_V
\end{aligned} \tag{3.30}$$

$$\begin{aligned}
& K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) l_1 + C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) l_1 \\
& +K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) l_1 + C_{S(2)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) l_1 \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) l_2 - C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) l_2 \\
& -C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) l_2 - K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) l_2 = J_y \ddot{\theta}
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
& -K_{S(1)} (Z_V - Z_{R(1)} - l_1\theta + t_1\phi) t_1 - C_{S(1)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(1)} - l_1\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) t_1 \\
& +K_{S(2)} (Z_V - Z_{R(2)} - l_1\theta - t_2\phi) t_2 + C_{S(2)} (\dot{Z}_V(t) - \dot{Z}_{R(2)} - l_1\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) t_2 \\
& -K_{S(3)} (Z_V - Z_{R(3)} + l_2\theta + t_1\phi) t_1 - C_{S(3)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(3)} + l_2\dot{\theta} + t_1\dot{\phi}) t_1 \\
& +C_{S(4)} (\dot{Z}_V - \dot{Z}_{R(4)} + l_2\dot{\theta} - t_2\dot{\phi}) t_2 + K_{S(4)} (Z_V - Z_{R(4)} + l_2\theta - t_2\phi) t_2 = J_x \ddot{\phi}
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Tabela 3.1 – Constantes do Modelo Multicorpo

Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
$M_A$	Massa Anel Rígido	8.61	Kg
$K_r$	Rigidez Residual	1775149	N/m
$C_r$	Amortecimento Residual	1775	Ns/m
$M_R$	Massa Roda (eixo)	17.3	Kg
$K_p$	Rigidez Pneu	261347	N/m
$C_p$	Amortecimento Pneu	209	Ns/m
$M_V$	Massa Veículo	2400	Kg
$K_s$	Rigidez Suspensão	316750	N/m
$C_s$	Amortecimento Suspensão	2950	Ns/m
$I_x$	Momento de inércia em torno de x	10000	
$I_y$	Momento de inércia em torno de y	10000	
$l_1$	Dist. C.M. Eixo D.	1.2	m
$l_2$	Dist. C.M. Eixo T.	1.2	m
$t_1$	bitola/2	0.8	m
$t_2$	bitola/2	0.8	m

## 3.2 Terrenos e obstáculos

### 3.2.1 Perfil de terreno aderente a norma ISO 8608

A norma ISO 8608, de maneira a facilitar a comparação entre perfis de terreno de diferentes rugosidades, propõe uma classificação que é baseada na sua densidade de espectral de potência, calculada em correspondência dos valores comuns de frequência espacial  $n_0 = 0.1$  ciclos/m e frequência angular espacial  $\Omega_0 = 1$  rad/m.

Assumindo para  $G_d(n_0)$  e  $G_d(\Omega_0)$  os valores estabelecidos na ISO 8608, apresentados na Tabela 3.2, verificam-se as classes A até a H. Comparando a densidade espectral de potência associada com as varias classes, podemos deduzir que a classe A abrange estradas que tem o menor grau de rugosidade e, portanto, em uma avaliação de produção de vibrações pode ser definida como de melhor qualidade. Em contraste, a classe H estão incluídas as estradas que tem um alto grau de irregularidade e pode ser considerado como muito ruim. [Agostinacchio et al., 2014]

Tabela 3.2 – Valores de  $G_d(n_0)$  e  $G_d(\Omega_0)$ , ISO 8608 [adaptado de Agostinacchio et al., 2014]

Classe de terreno	$G_d(n_0)(10^{-6}m^3)$		$G_d(\Omega_0)(10^{-6}m^3)$	
	Limite inferior	Limite superior	Limite inferior	Limite superior
A	-	32	-	2
B	32	128	2	8
C	128	512	8	32
D	512	2048	32	128
E	2048	8192	128	512
F	8192	32768	512	2048
G	32768	131072	2048	8192
H	131072	-	8192	-
	$n_0 = 0.1$ cycles/m		$\Omega_0 = 1$ rad/m	

Para aplicações praticas em acordo com a classificação ISO para rugosidade de terreno, é possível gerar um perfil de terreno artificial a partir de uma representação estocástica, em termos da função densidade de espectral potência, do deslocamento vertical, obtida através da transformada de Fourier da função de autocorrelação do processo estocástico que descreve o perfil do terreno.

Começando de um perfil de terreno contínuo, para um valor definido de frequência espacial  $n$ , centrado em uma banda de frequência  $\Delta n$ , o valor da função de densidade de

espectral potência, para a frequência dada  $n$  é definido pela seguinte expressão:

$$G_d(n) = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Psi_x^2}{\Delta n} \quad (3.33)$$

Onde  $\Psi_x^2$  é o valor quadrático médio da componente do sinal para a frequência espacial  $n$ , dentro da banda de frequência  $\Delta n$ .

O sinal do perfil de terreno é convenientemente discretizado e então é descrito como a sequência de elevação de pontos uniformemente espaçados. Sendo o comprimento do perfil de terreno  $L$  e o intervalo de amostragem  $B$ , a frequência máxima de amostragem teórica  $n_{max} = 1/B$ , a máxima frequência espacial de amostragem  $n_{ef} = n_{max}/2$ , e no domínio da frequência, os valores discretizados da frequência espacial  $n_i$  são igualmente espaçados dentro de um intervalo de  $\Delta n = 1/L$ . O valor genérico de frequência espacial  $n_i$  pode ser considerado como  $i\Delta n$  e a Equação 3.33 pode ser escrita na sua forma discreta:

$$G_d(n_i) = \frac{\Psi_x^2(n_i, \Delta n)}{\Delta n} = \frac{\Psi_x^2(i\Delta n, \Delta n)}{\Delta n} \quad (3.34)$$

Com  $i$  variando de 0 até  $N = n_{max}/\Delta n$ .

Se o perfil de terreno pode ser descrito através de uma função harmônica simples de acordo com:

$$h(x) = A_i \cos(2\pi n_i x + \phi) - A_i \cos(2\pi i \Delta n x + \phi) \quad (3.35)$$

Onde  $A_i$  é a amplitude,  $n_i$  é a frequência espacial e  $\phi$  é o ângulo de fase, é possível demonstrar que o valor quadrático médio desse sinal harmônico é:

$$\Psi_x^2 = \frac{A_i^2}{2} \quad (3.36)$$

A partir das equações 3.34 e 3.36 resulta:

$$G_d(n_i) = \frac{\Psi_x^2(n_i)}{\Delta n} = \frac{A_i^2}{2\Delta n} \quad (3.37)$$

E então:

$$A_i = \sqrt{2\Delta n G_d(i\Delta n)} \quad (3.38)$$

É possível gerar um perfil de terreno usando a expressão 3.37 e assumindo um

ângulo de fase aleatório  $\phi_i$  seguindo uma distribuição probabilística uniforme no intervalo de  $0 - 2\pi$ . O terreno artificial pode ser descrito como:

$$h(x) = \sum_{i=0}^N A_i \cos(2\pi n_i x + \phi_i)$$

$$h(x) = \sum_{i=0}^N \sqrt{2\Delta n G_d(i \Delta n)} \cos(2\pi i \Delta n x + \phi_i) \quad (3.39)$$

Em simulações a ISO 8608 define que a rugosidade do perfil de terreno pode ser definida usando as equações:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left( \frac{n}{n_0} \right)^{-2} \quad (3.40)$$

$$G_d(\Omega) = G_d(\Omega_0) \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^{-2} \quad (3.41)$$

Substituindo 3.40 em 3.39, um perfil de terreno artificial pode ser gerado de acordo com a classificação ISO, seguindo a equação:

$$h(x) = \sum_{i=0}^N \sqrt{2\Delta n} 2^k 10^{-3} \left( \frac{n_0}{i \Delta n} \right) \cos(2\pi i \Delta n x + \phi_i) \quad (3.42)$$

Onde:  $x$  é a abscissa variável de 0 a  $L$ ,  $\Delta n = 1/L$ ,  $n_{max} = 1/B$ ,  $N = n_{max}/\Delta n$ ,  $\Delta n = L/B$ ,  $k$  é um valor constante dependendo da classificação do terreno ISO, assume valores inteiros de 2 a 8, correspondendo a terrenos da classe A até classe H,  $n_0 = 0.1$  ciclos/m, ângulo de fase  $\phi_i$  aleatório seguindo uma distribuição probabilística uniforme no intervalo de 0 a  $2\pi$ .

Para os resultados apresentados nas seções posteriores, foram gerados 3 perfis de terreno com comprimento  $L$  de 500 metros, definição na direção longitudinal de 0.01 metro, com classificações ISO A, C, e E.

### 3.2.2 Obstáculos catalogados em pistas de testes

Neste subcapítulo são reunidos um conjunto de obstáculos, disponíveis em diversos artigos e catálogos, este tem por objetivo ser utilizado de maneira a representar uma pista de testes de durabilidade.

Para geração dos perfis equivalentes aos catalogados em pistas de testes, foram utilizadas sequências de funções de interpolação lineares, funções seno e *splines* quando conveniente. Foi atribuída uma resolução de 0.01 metro, ou seja, cada vez que esta distância é percorrida na direção longitudinal  $x$ , um ponto é interpolado na direção vertical  $z$ .

Para os obstáculos unitários, como vala, lombada, redutores de velocidade e buracos, iniciam o perfil com um comprimento de 10 metros sem elevação.

Diversos artigos se utilizam de reconstituições de obstáculos presentes em pistas de testes, pois um dos objetivos da simulação normalmente é aproximar computacionalmente resultados que possam posteriormente ser verificados experimentalmente na pista de testes.

As lombadas e o conjunto de obstáculos menores também conhecido como redutor de velocidade (Figura 3.5) permanecem ainda hoje como principal maneira de controlar abusos de velocidade [Mukherjee e Majhi, 2016]. Os obstáculos em questão foram medidos em avenidas na cidade de Ahmedabad na Índia.

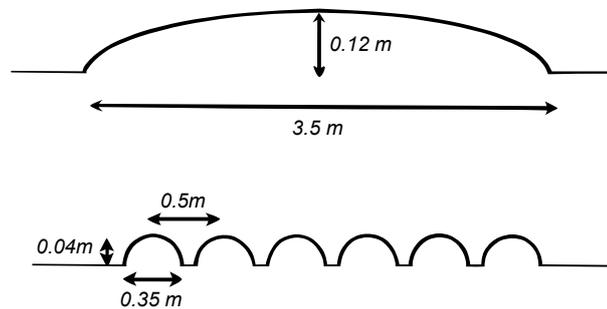


Figura 3.5 – Lombada e red. de velocidade [adaptado de Mukherjee e Majhi, 2016].

Um outro obstáculo é a lombada com perfil parabólico, representada na 3.6, esta proposta em um guia de recomendações praticas para projeto de lombadas. No presente trabalho o perfil com altura de 10 cm (4 polegadas) foi escolhido .

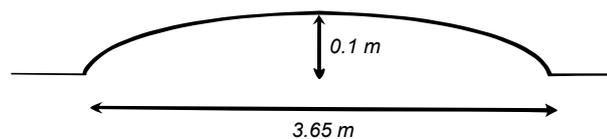


Figura 3.6 – Lombada com perfil parabólico [adaptado de Elizer Jr., 1993].

Um dos obstáculos encontrados nas pistas de testes, neste caso na pista de testes

do exército norte-americano em Aberdeen, conhecido como *pothole* (Figura 3.7), representa os buracos em rodovias causados por uma falha estrutural na superfície da rodovia, usualmente pavimento de asfalto, a falha ocorre devido a água na estrutura do solo abaixo e ao tráfego acima da área afetada [Miller e Bellinger, 2003].

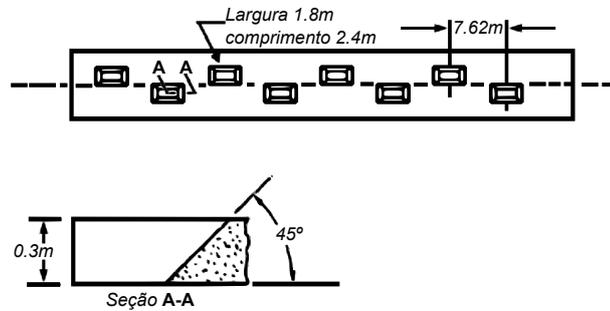


Figura 3.7 – *Potholes* [adaptado de US Army, 1981].

Encontrado na pista de testes da *Transportation Research Center Inc.*, na cidade de East Liberty, Ohio, o conjunto de 6 obstáculos alternados (Figura 3.8) se encontra no percurso de testes de durabilidade para ônibus e caminhões.

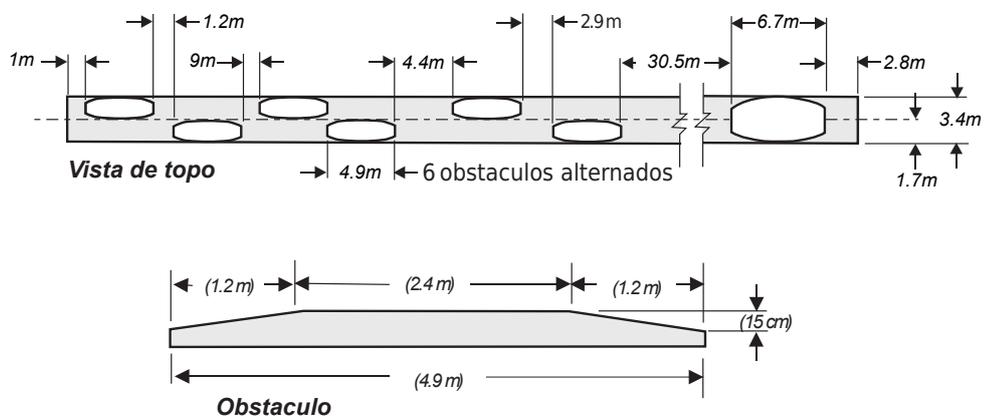


Figura 3.8 – Obstáculos alternados [adaptado de Inc., 2012].

Um perfil de terreno usado nas simulações (Figura 3.9), foi desenvolvido para simular uma vala de drenagem de concreto, na VOLVO 3P, pista de testes localizada em Allentown, Pennsylvania, que é usada para análise de durabilidade. O dreno de concreto fica em uma rodovia de asfalto liso, perpendicular a direção de tráfego. [Allen e El-Gindi, 2013]

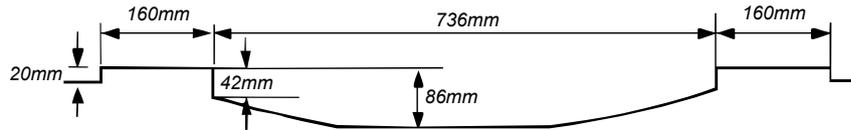


Figura 3.9 – Dreno de pista de testes [adaptado de Chae, 2006].

### 3.3 Modelos de Envelope

#### 3.3.1 Modelo com banda de contato rígida

Este modelo foi implementado como filtro do terreno original. Para esta implementação primeiramente se faz uma varredura local de  $-R$  até  $R$  na zona do terreno abaixo do pneu, considerando o pneu um círculo perfeito. É feita uma comparação entre a altura do círculo e o sinal do terreno, conforme equação: [Zetola e Marczak, 2017]

$$Z_{banda_j} = -\sqrt{R^2 - x_j^2} + R \quad (3.43)$$

Onde o índice  $i$  representa a posição global do perfil de terreno  $Z_i$ . O corolário é que o perfil de terreno efetivo é dado por:

$$z_{eixo_i} = \sqrt{R^2 - x_j^2} + Z_i \quad (3.44)$$

Aqui o índice  $i$  representa a posição global do perfil de terreno  $Z_i$ . E então o perfil de terreno efetivo é dado por:

$$z_{ef_i} = \max(z_{eixo_i}) - R \quad (3.45)$$

#### 3.3.2 Modelo de contato por cames elípticos

No modelo originalmente desenvolvido, os parâmetros de forma da elipse são constantes determinadas por um ajuste de curva de ensaios experimentais. A desvantagem deste método é que ele requer muitos dados experimentais. Em contraste, o novo algoritmo para perfil de terreno efetivo desenvolvido requer somente a deflexão para carga estática e dados da área de contato, que podem ser adquiridos por um teste simples, de custo relativamente baixo. Um conjunto de equações constitutivas relaciona as propriedades físicas quasi-estáticas do pneu com os parâmetros de forma da elipse. [Allen e El-Gindi,

2013]

O comprimento da elipse,  $a_e$  Equação 3.47 , apresentado na Figura 3.10, é dado por uma função do meio comprimento de contato  $a$  Equação 3.46 que é aproximado por uma função parabólica da carga vertical baseada em medidas experimentais. [Allen e El-Gindi, 2013]

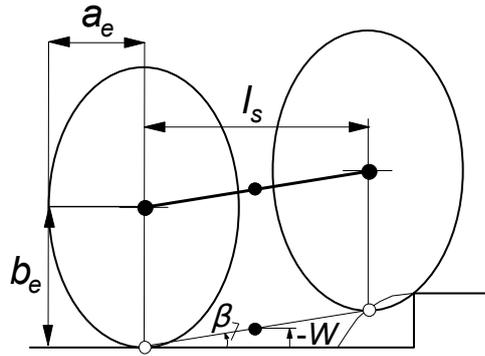


Figura 3.10 – Modelo de contato por came elíptico duplo [adaptado de Pacejka, 2002].

O comprimento  $a_e$  é também função do raio livre do pneu  $R_0$  e da fração de contato  $\zeta$  que representa a área do perímetro ao no qual há contato entre o pneu e o solo, sobre a área do pneu que de fato está em contato, ou seja é descontada a área das ranhuras.

$$a = -1.26e^{-11}F_z^2 + 2.98e^{-6}F_z + 0.0317 \quad (3.46)$$

$$a_e = R_0 - \zeta a \quad (3.47)$$

Os comes elípticos podem ser descritos pela Equação 3.48, onde temos o meio comprimento de elipse horizontal  $a_e$ , o meio comprimento de elipse vertical  $b_e$  e o expoente  $c_e$  que definem as elipses.

$$\left(\frac{x}{a_e}\right)^{c_e} + \left(\frac{z}{b_e}\right)^{c_e} = 1 \quad (3.48)$$

A Equação 3.48 é reorganizada, e uma varredura é feita na coordenada  $x$  local, de  $-a_e$  até  $a_e$ , de maneira a obter o envelope de came elíptico dado por:

$$Z_{pneu_i} = -b_e \left(1 - \left(\frac{-x_i}{a_e}\right)^{c_e}\right)^{\frac{1}{c_e}} + R \quad (3.49)$$

Depois de definido o envelope, este é utilizado no processo de obtenção do plano de terreno efetivo. Esse perfil é obtido fazendo uma comparação da altura do terreno que

está abaixo do came elíptico, e esse processo se dá para todo  $x_{ij}$ , o índice  $i$  se refere a um sistema de coordenadas globais, que varre a variável  $x$  de 0 até  $L$ , e o índice  $j$  é utilizado localmente, para a varredura abaixo do came. Então é calculada a altura do centro do came, com referência a todos pontos abaixo dele:

$$Z_{came_i} = b_e \left( 1 - \left( \frac{-x_{ij}}{a_e} \right)^{c_e} \right)^{\frac{1}{c_e}} + Z_i \quad (3.50)$$

Similar ao procedimento utilizado para encontrar o perfil efetivo do modelo de contato circular, o calculo se dá pela equação:

$$Z_{ef_i} = \max(z_{came_i}) - b_e \quad (3.51)$$

Sendo calculado o perfil de terreno efetivo baseado em um único came elíptico deve-se considerar o comprimento do tandem,  $l_s$  é definido como a distância horizontal entre os centros dos comes. É função do meio comprimento de contato, que no fim das contas é função da carga vertical. A Equação 3.52 mostra a dependência entre o comprimento do tandem, o meio comprimento de contato  $a$  e a fração de contato  $\zeta$ . [Allen e El-Gindi, 2013]

$$l_s = 2a\zeta \quad (3.52)$$

E a partir do comprimento do tandem, calculamos o perfil de terreno efetivo do modelo de came elíptico em tandem  $Z_{tandem}$ , e a inclinação efetiva do terreno  $\beta_i$ .

$$Z_{tandem} = \frac{Z_{ef(i-translao)} + Z_{ef_i}}{2} \quad (3.53)$$

$$\beta_i = \frac{Z_{ef(i-translao)} + Z_{ef_i}}{l_s} \quad (3.54)$$

Tabela 3.3 – Constantes do Modelo de Pneu

Símbolo	Descrição	Valor	Unidade
$a_e$	Raio 1	0.269	m
$b_e$	Raio 2	0.3	m
$c_e$	Expoente da elipse	2	
$\zeta$	Fração de contato	0.7	

## 4 RESULTADOS

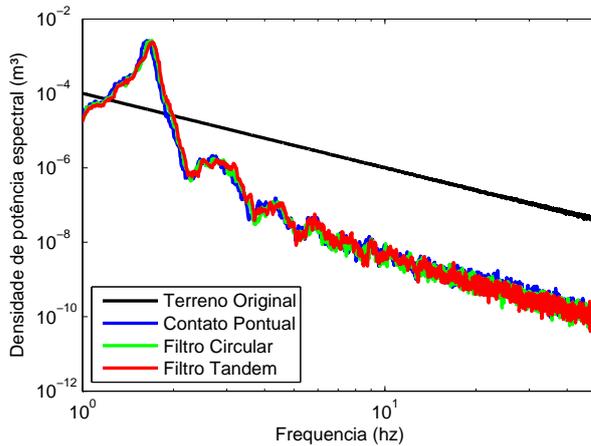
Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos das simulações, através de gráficos tanto no domínio do tempo quanto no da frequência, gráficos comparativos dos modelos para diversas velocidades e terrenos em questão. Também serão apresentados resultados estatísticos que trazem uma informação quantitativa do que foi avaliado qualitativamente anteriormente.

### 4.1 Resultados para modelo de veículo completo com modelo de pneu

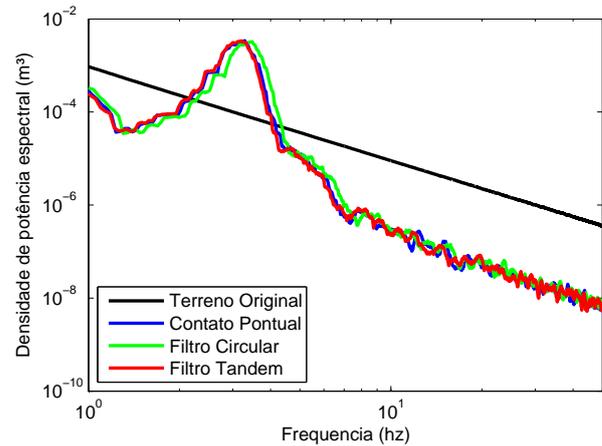
Para os terrenos ISO, foram considerados os perfis classificados entre A e E, acima desta classificação é razoável assumir que a superfície do terreno é caracterizada por um nível de dano alto o suficiente requerendo que seja transitada em velocidades muito baixas, não condizente com o trânsito seguro de veículos [Agostinacchio et al., 2014].

#### 4.1.1 Resultados DEP para terreno ISO A

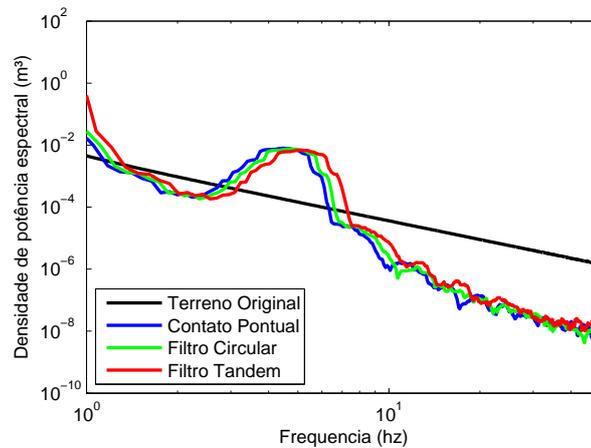
Abaixo os resultados de DEP dos deslocamentos para o terreno ISO A, Figura 4.1, considerando os modelos de contato pontual, contato circular e tandem, nas velocidades de 5, 15, e 30 m/s.



(a) DEP 5 m/s



(b) DEP 15 m/s



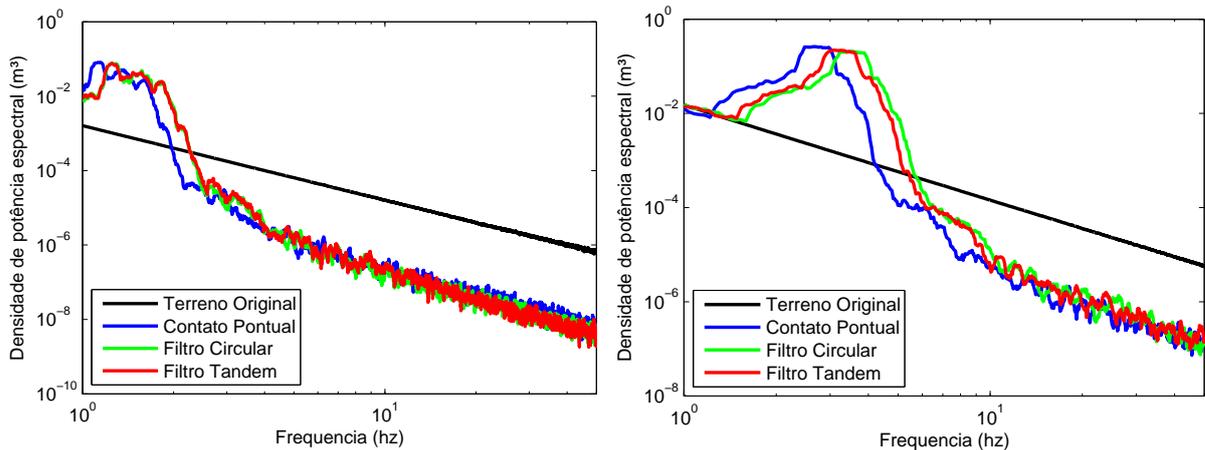
(c) DEP 30 m/s

Figura 4.1 – DEP's para terreno ISO A

O que se observa nos gráficos de densidade espectral de potência nesse caso, é uma pequena defasagem entre os modelos, representando que os modelos de contato circular e tandem capturam efeitos em frequências mais altas que o modelo de pneu de contato pontual, porém não de maneira significativa.

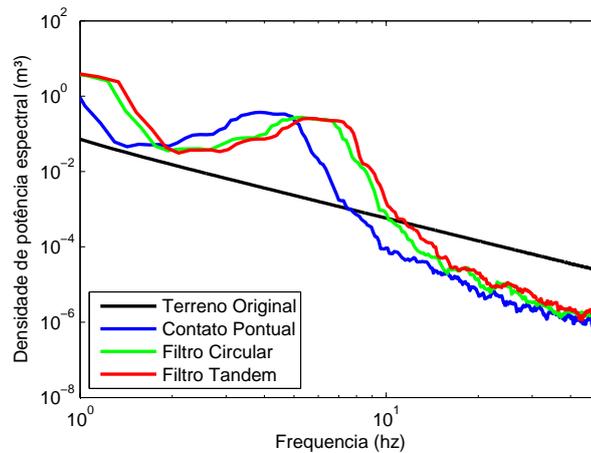
#### 4.1.2 Resultados DEP para terreno ISO C

Abaixo os resultados de DEP dos deslocamentos para o terreno ISO C, Figura 4.2, considerando os modelos de contato pontual, contato circular e tandem, nas velocidades de 5, 15, e 30 m/s.



(a) DEP 5 m/s

(b) DEP 15 m/s



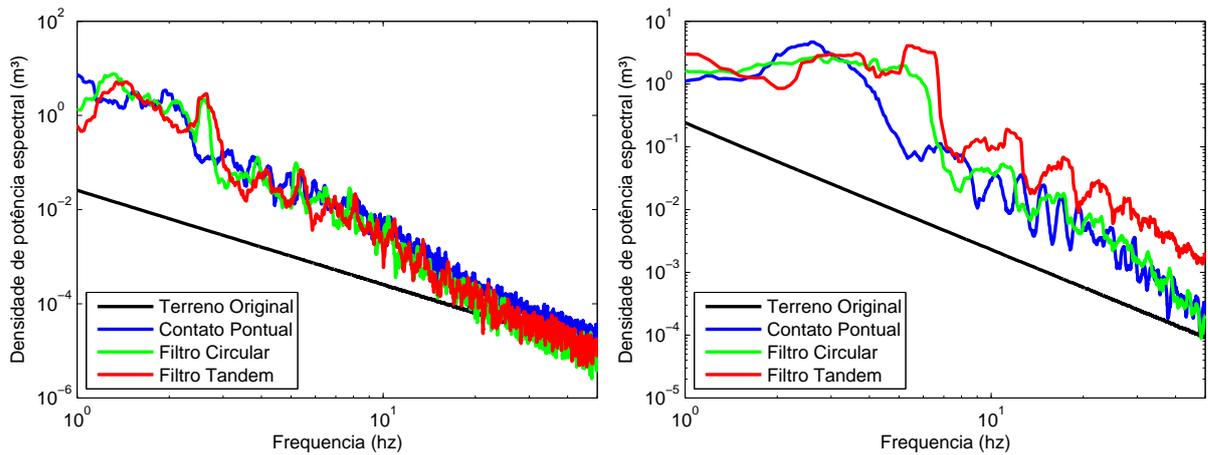
(c) DEP 30 m/s

Figura 4.2 – DEP's para terreno ISO C

O mesmo padrão observado nas respostas do terreno ISO A, se repete neste caso de maneira mais pronunciada, o modelo tandem e circular capturam efeitos em frequências mais altas que o modelo de contato pontual, e tem respostas semelhantes.

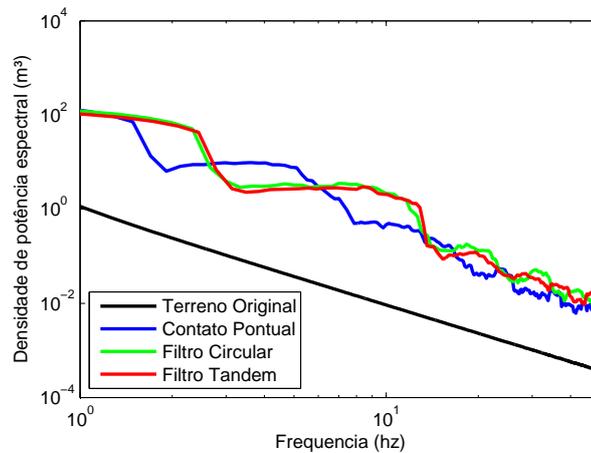
### 4.1.3 Resultados DEP para terreno ISO E

Abaixo os resultados de DEP dos deslocamentos para o terreno ISO E, Figura 4.3, considerando os modelos de contato pontual, contato circular e tandem, nas velocidades de 5, 15, e 30 m/s.



(a) DEP 5 m/s

(b) DEP 15 m/s



(c) DEP 30 m/s

Figura 4.3 – DEP's para terreno ISO E

Neste caso, a resposta dos modelos de contato circular e tandem não apresenta uma semelhança consistente, na velocidade de 5 m/s as respostas são próximas porém não tem a mesma forma em toda a faixa de frequência analisada, na velocidade de 15 m/s as respostas são diferentes, e para a velocidade de 30 voltamos a observar o padrão de resposta que se apresentou no terreno ISO C.

#### 4.1.4 Resultados das acelerações para terreno ISO A

Os resultados das acelerações no centro de massa para o terreno classificado ISO A e velocidades de 5 m/s, 15 m/s, 30 m/s se apresentam na Figura 4.4 .

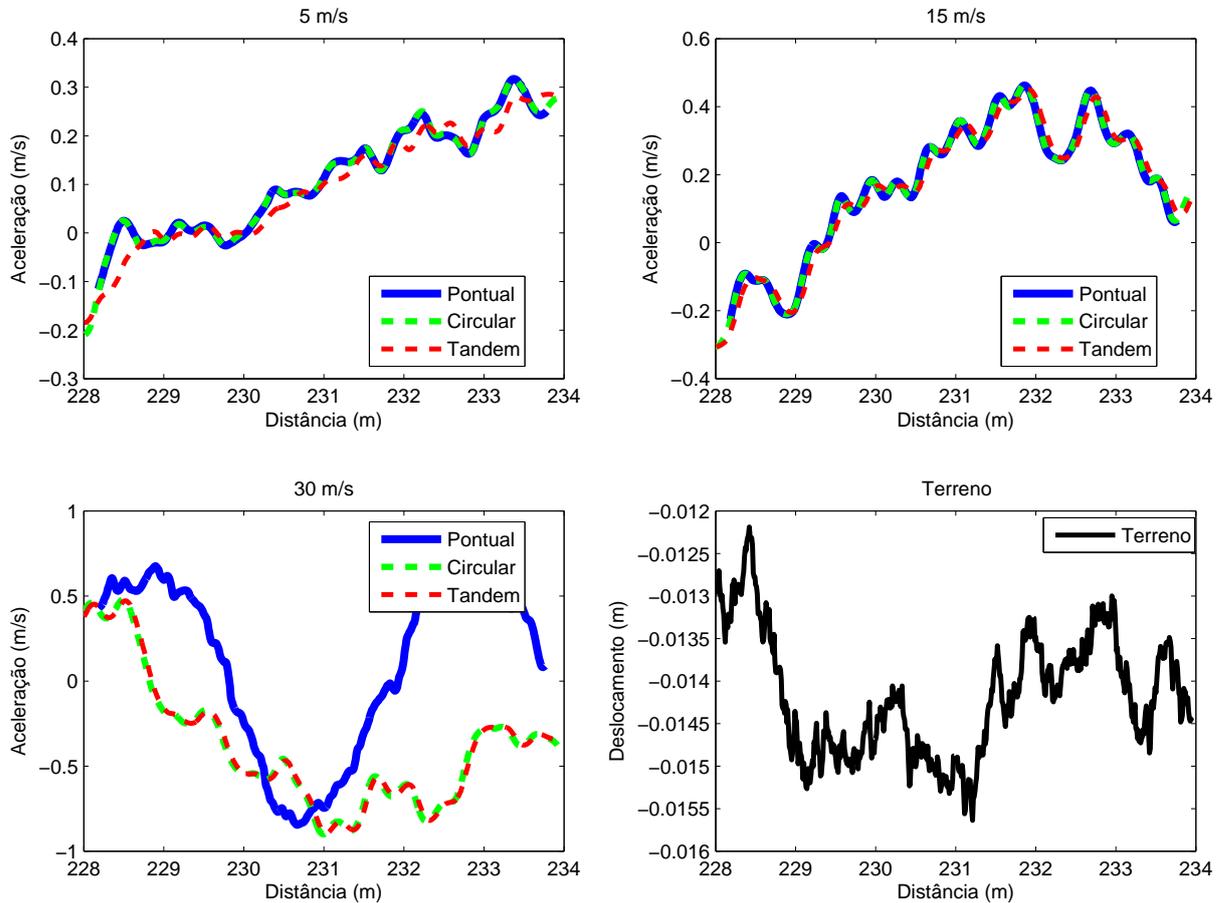


Figura 4.4 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO A, 5-15-30 m/s

A partir dos gráficos é possível perceber que na velocidade de 5 m/s o modelo tandem atenua as acelerações, porém como a magnitude das acelerações é muito pequena essa diferença é desprezível. Já nas velocidades de 15 e 30 m/s a sua resposta é equivalente ao modelo de contato circular. Para a velocidade de 30 m/s o modelo de contato pontual apresenta uma resposta diferente dos outros modelos. Sendo assim se conclui que para terrenos de boa qualidade a utilização do modelo de contato circular é equivalente ao tandem.

#### 4.1.5 Resultados das acelerações para terreno ISO C

Os resultados das acelerações no centro de massa para o terreno classificado ISO C e velocidades de 5 m/s, 15 m/s, 30 m/s se apresentam na Figura 4.5 . O intervalo de distância representado no gráfico foi selecionado de maneira a ser possível perceber os picos de aceleração com um nível razoável de detalhe e sem muita sobreposição.

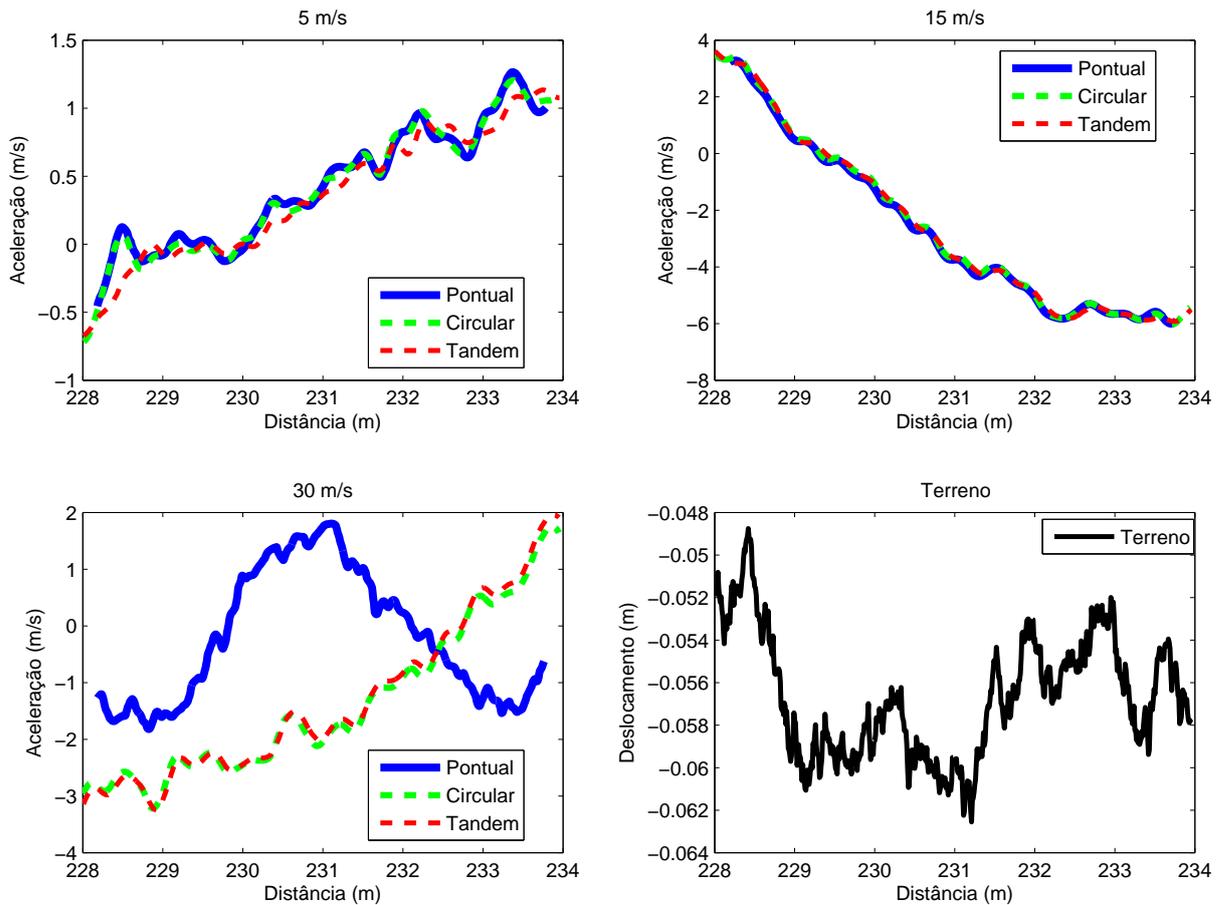


Figura 4.5 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO C, 5-15-30 m/s

Neste caso, se repete o padrão de resposta que observamos para o terreno ISO A, sendo assim pode-se considerar uma equivalência entre os modelos circular e tandem.

#### 4.1.6 Resultados das acelerações para terreno ISO E

Os resultados das acelerações no centro de massa para o terreno classificado ISO E e velocidades de 5 m/s, 15 m/s, 30 m/s se apresentam na Figura 4.6 .

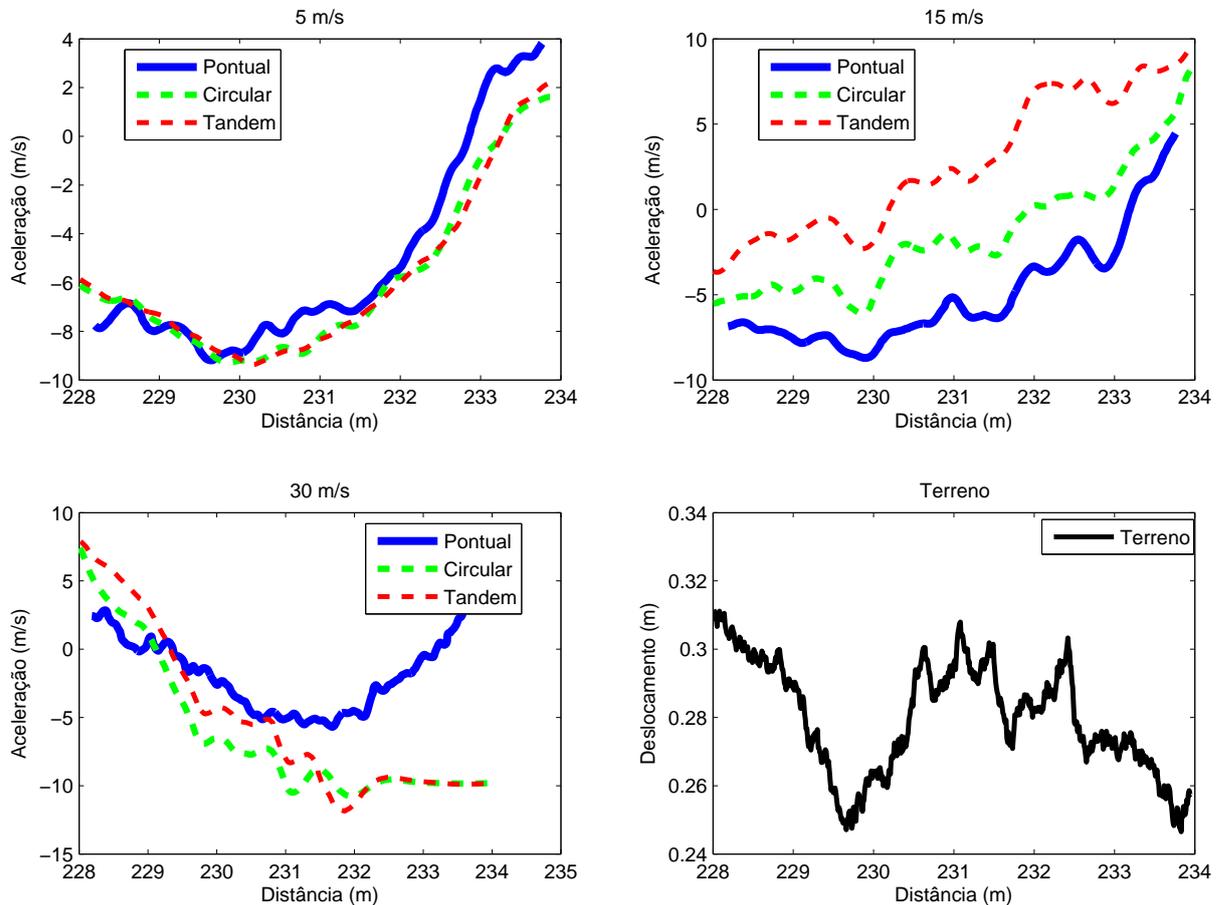


Figura 4.6 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno ISO E, 5-15-3 m/s

Para este terreno, não valem as considerações feitas para os terrenos anteriores. Com o aumento das magnitudes das acelerações se acentuam as diferenças entre os modelos. Somente na velocidade de 5 m/s se pode considerar uma equivalência dos modelos circular e tandem, já para as velocidades maiores não existe essa equivalência, os modelos exibem diferenças significativas em suas respostas.

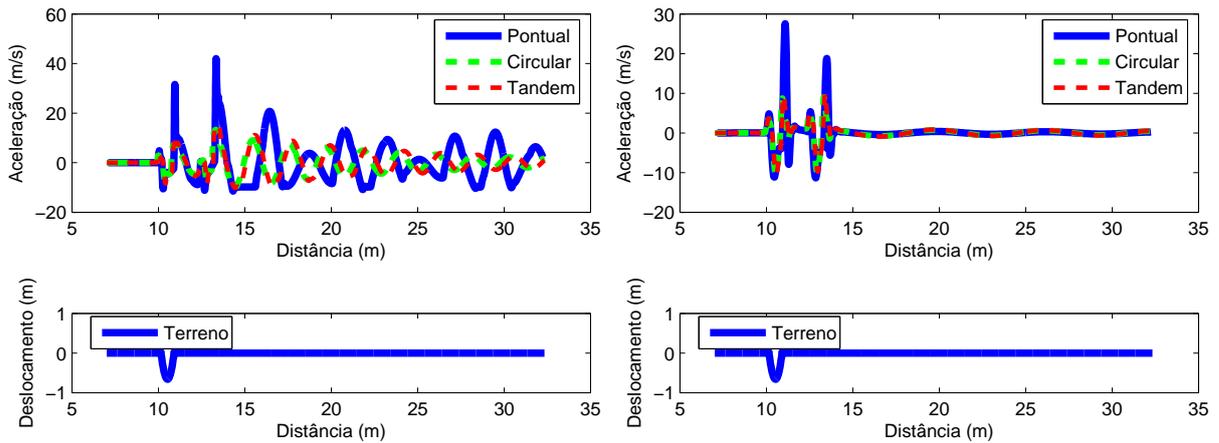
#### 4.2 Resultados para obstáculos catalogados

Para os obstáculos catalogados, a avaliação dos resultados no domínio da frequência, não faz sentido conforme observado por Agostinacchio et al., 2014, desta maneira

para estes serão apenas analisados os gráficos de acelerações.

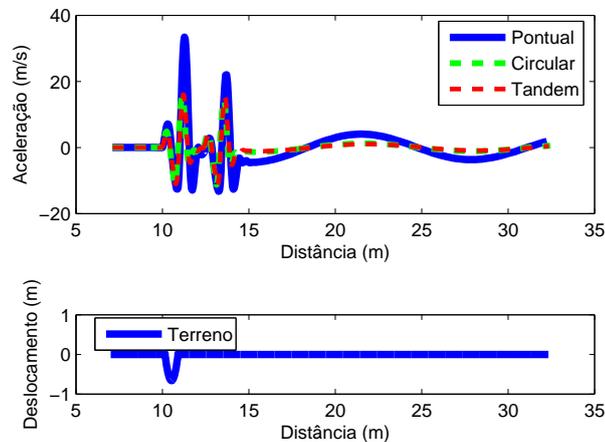
#### 4.2.1 Resultados de aceleração para dreno

Nesta subseção serão apresentados os resultados para o dreno da pista de testes Volvo 3P, descrito em detalhe anteriormente. Serão apresentados os gráficos para acelerações nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.7.



(a) Aceleração para velocidade de 5 m/s

(b) Aceleração para velocidade de 15 m/s



(c) Aceleração para velocidade de 30 m/s

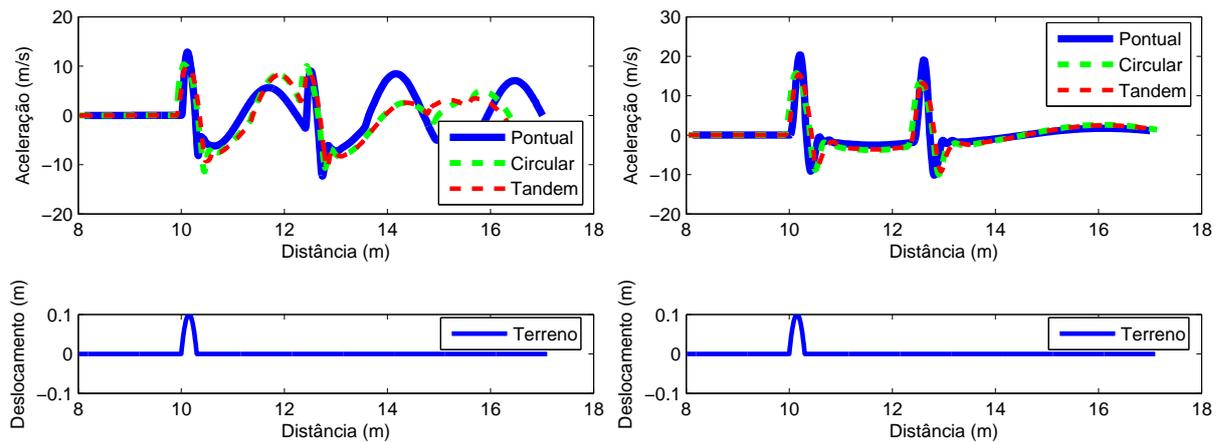
Figura 4.7 – Acelerações no centro de massa para obstáculo tipo dreno

Na análise das acelerações para as três velocidades, sendo o dreno o obstáculo, verifica-se um padrão consistente na comparação entre os modelos, sendo que o modelo de contato circular e o de came em tandem apresentam resultados muito similares nas três rodadas, enquanto o modelo de contato pontual sempre apresenta picos de aceleração

consideravelmente maiores que os modelos anteriores.

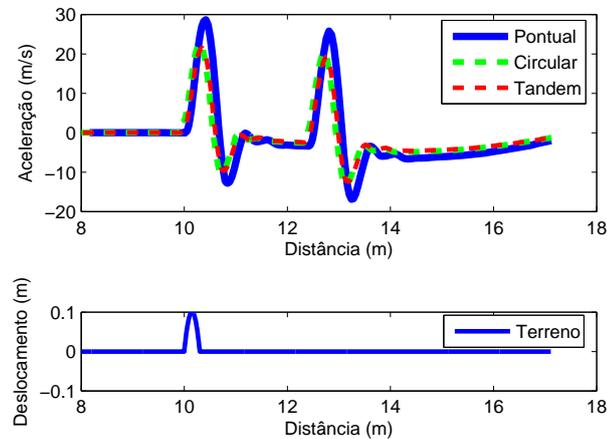
#### 4.2.2 Resultados para lombada parabólica

Nesta subseção serão apresentados os resultados para a lombada parabólica, descrita em detalhe anteriormente. Serão apresentados os gráficos para acelerações nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.8.



(a) Aceleração para velocidade de 5 m/s

(b) Aceleração para velocidade de 15 m/s



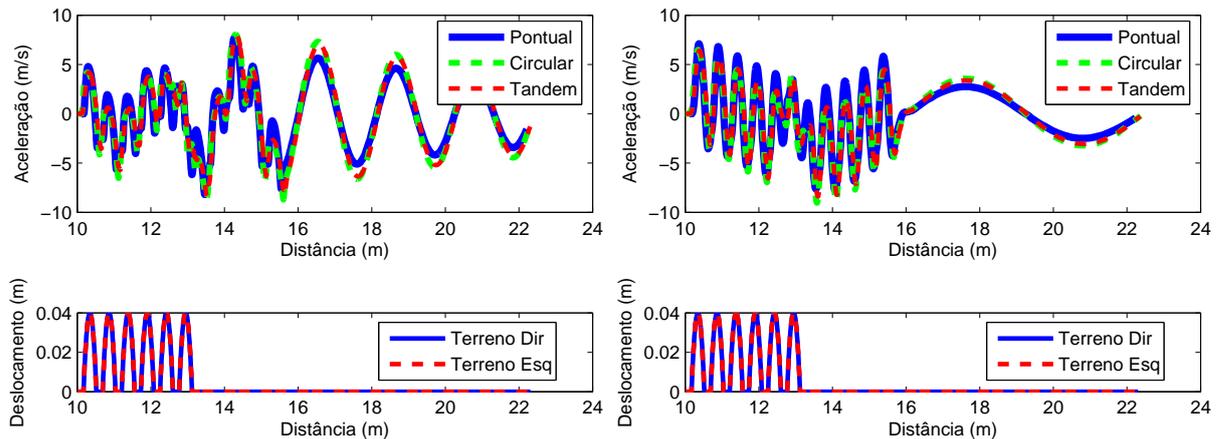
(c) Aceleração para velocidade de 30 m/s

Figura 4.8 – Acelerações no centro de massa para lombada parabólica

No caso da lombada parabólica como obstáculo, o comportamento em todas velocidades segue o padrão verificado no obstáculo anterior e terrenos ISO, com picos de aceleração mais pronunciados para o modelo de contato pontual.

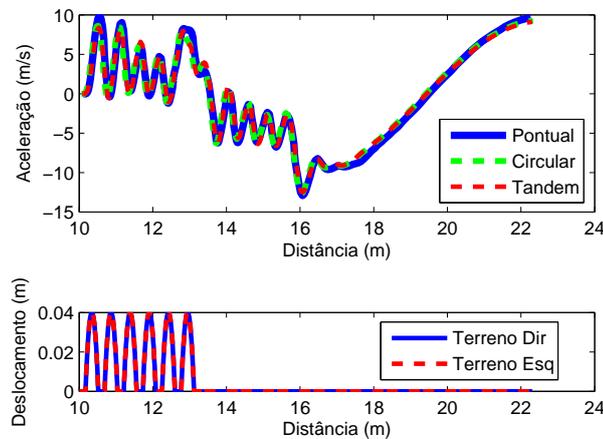
### 4.2.3 Resultados para redutor de velocidade

Nesta subsecção serão apresentados os resultados para o redutor de velocidade, descrito em detalhe anteriormente. Serão apresentados os gráficos para acelerações nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.9.



(a) Aceleração para velocidade de 5 m/s

(b) Aceleração para velocidade de 15 m/s



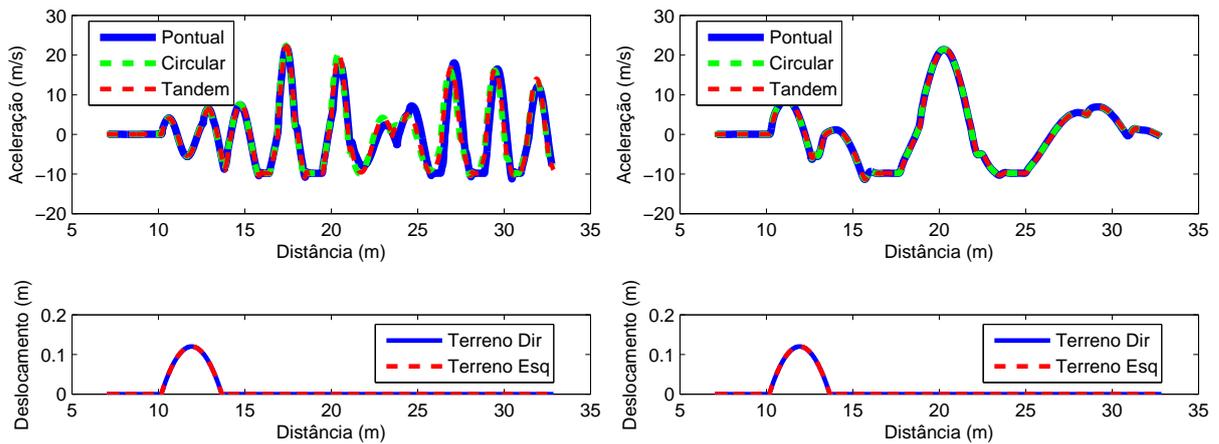
(c) Aceleração para velocidade de 30 m/s

Figura 4.9 – Acelerações no centro de massa para redutor de velocidade

No caso do redutor de velocidade, na análise das acelerações para a velocidade de 5 m/s e 15 m/s, verifica-se que, no curso do obstáculo as acelerações são maiores para o modelo de contato pontual, e após as oscilações ficam maiores para os modelos de filtro circular e filtro tandem. Para maiores velocidades não observa-se um padrão semelhante.

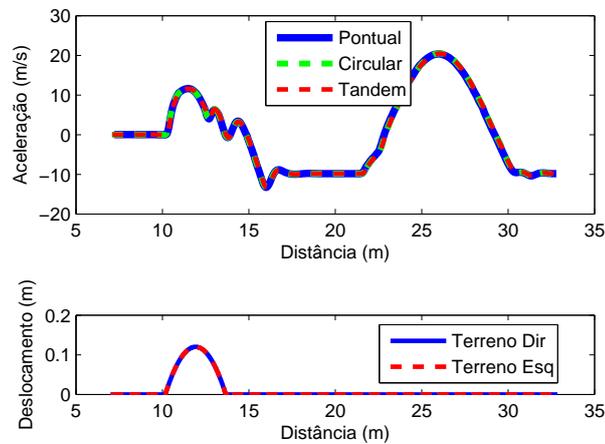
#### 4.2.4 Resultados para lombada comum

Nesta subseção serão apresentados os resultados para a lombada comum, descrita em detalhe anteriormente. Serão apresentados os gráficos para acelerações nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.10.



(a) Aceleração para velocidade de 5 m/s

(b) Aceleração para velocidade de 15 m/s



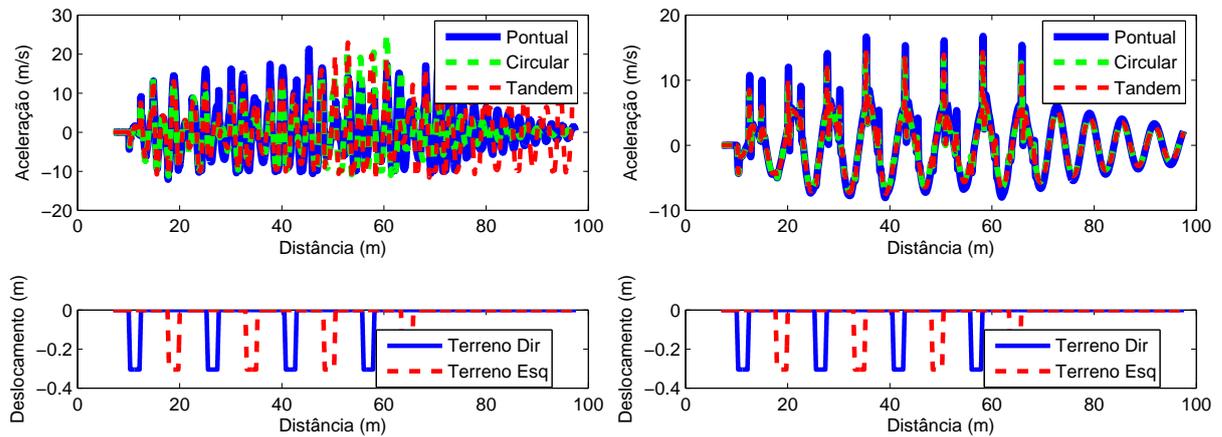
(c) Aceleração para velocidade de 30 m/s

Figura 4.10 – Acelerações no centro de massa para lombada comum

Para a lombada comum os resultados para os três modelos são semelhantes para todas velocidades. Neste caso a utilização de qualquer um dos três modelos traz um resultado satisfatório.

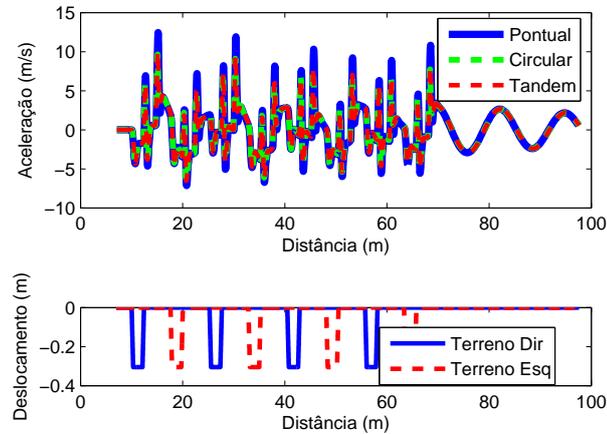
#### 4.2.5 Resultados para *potholes*

Nesta subsecção serão apresentados os resultados para *potholes*, descrito em detalhe anteriormente. Serão apresentados os gráficos para acelerações nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.11.



(a) Aceleração para velocidade de 5 m/s

(b) Aceleração para velocidade de 15 m/s



(c) Aceleração para velocidade de 30 m/s

Figura 4.11 – Acelerações no centro de massa para *potholes*

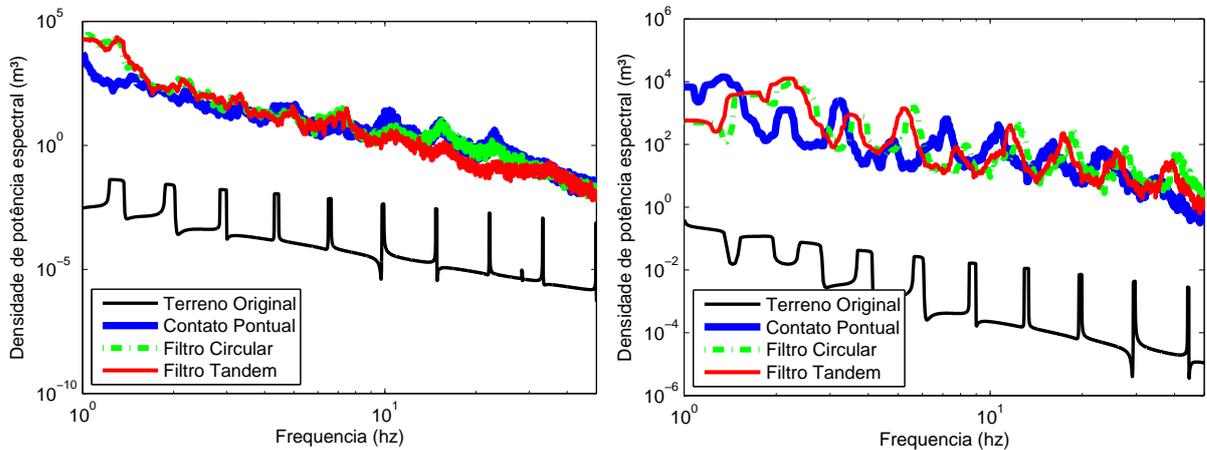
Na velocidade de 5 m/s onde o modelo tandem e o modelo circular apresentam alguns picos com maior amplitude que o modelo de contato pontual, para as velocidades de 15 e 30 m/s os modelos circular e tandem tem respostas equivalentes, com picos inferiores aos do modelo de contato pontual.

### 4.3 Resultados para terrenos não classificados ISO

Nesta seção serão avaliados alguns terrenos gerados artificialmente, baseado na medição de suas DEP, estes não respeitam a norma ISO 8608 para sua geração e não estão classificados. Também é avaliado um terreno medido experimentalmente.

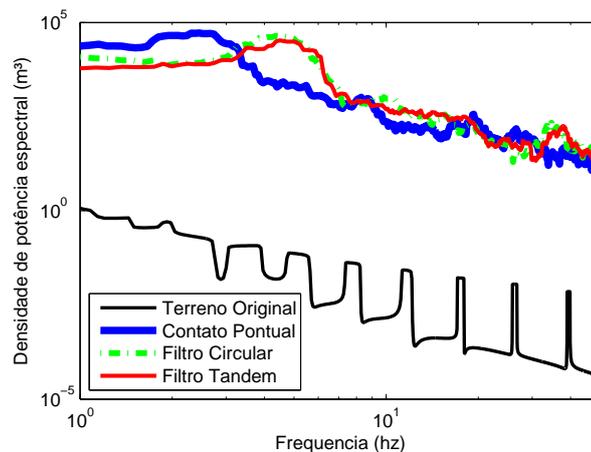
#### 4.3.1 Resultados DEP para terreno de cascalho

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de cascalho. Serão apresentados os gráficos para DEP das acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.12.



(a) DEP para velocidade de 5 m/s

(b) DEP para velocidade de 15 m/s



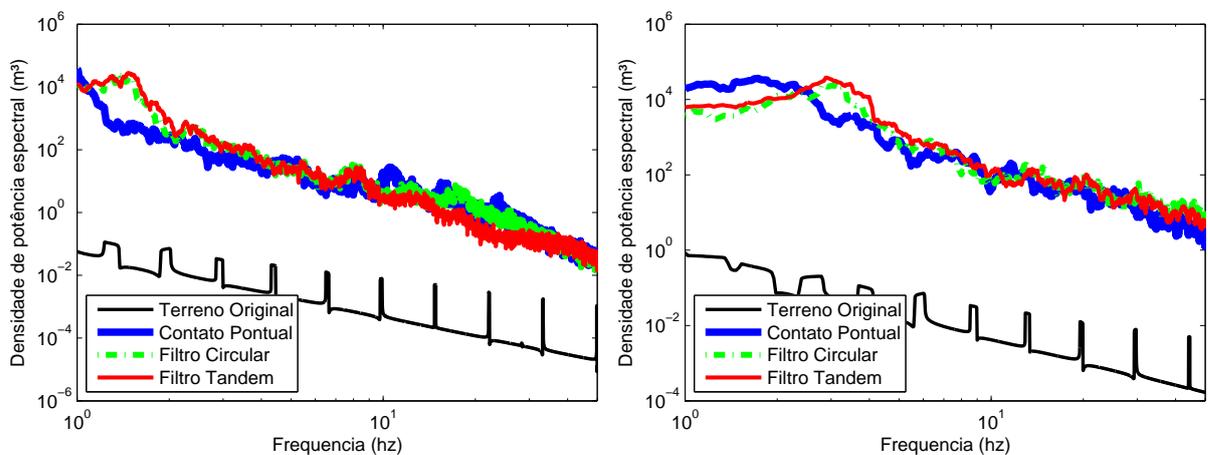
(c) DEP para velocidade de 30 m/s

Figura 4.12 – DEP das acelerações no centro de massa para terreno de cascalho

Neste terreno o resultado da DEP é similar para os modelos circular e tandem em todas velocidades, já o modelo de contato pontual apresenta uma resposta diferente dos outros modelos.

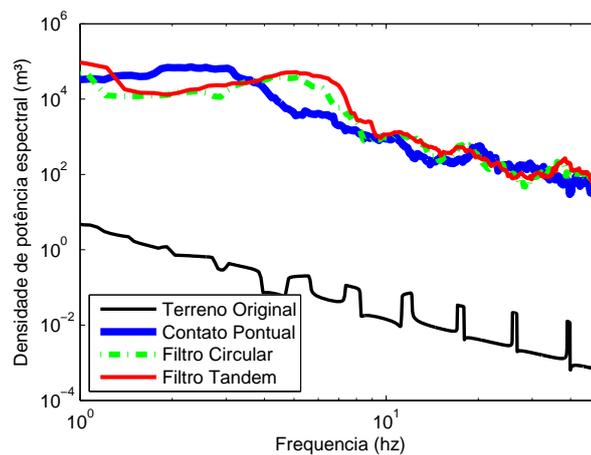
#### 4.3.2 Resultados DEP para terreno de paralelepípedo

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de paralelepípedo. Serão apresentados os gráficos para DEP das acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.13.



(a) DEP para velocidade de 5 m/s

(b) DEP para velocidade de 15 m/s



(c) DEP para velocidade de 30 m/s

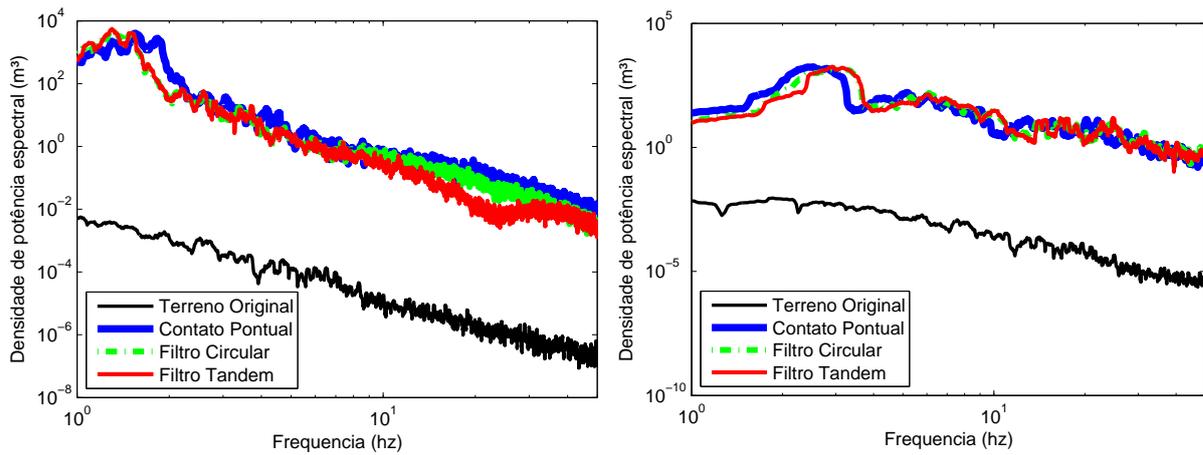
Figura 4.13 – DEP das acelerações no centro de massa para terreno de paralelepípedo

Para o terreno de paralelepípedo a DEP dos modelos de contato pontual e circular apresenta perfis similares e a resposta como um todo muito próxima, diferente do modelo

de contato pontual, sendo assim os modelos poderiam ser intercambiáveis em geral.

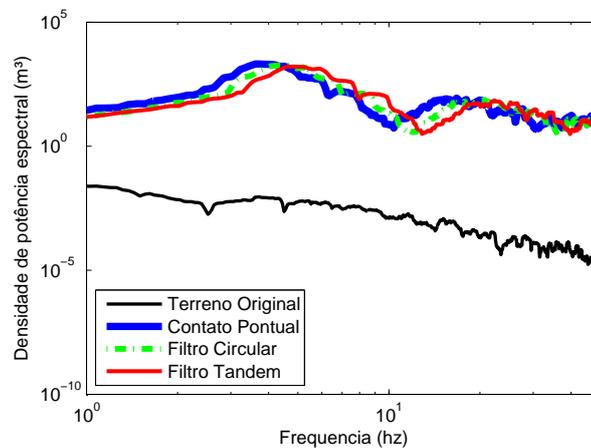
### 4.3.3 Resultados DEP para terreno de asfalto de medição experimental

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de asfalto de medição experimental. Serão apresentados os gráficos para DEP das acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.14.



(a) DEP para velocidade de 5 m/s

(b) DEP para velocidade de 15 m/s



(c) DEP para velocidade de 30 m/s

Figura 4.14 – Acelerações no centro de massa para terreno de asfalto de medição experimental

No caso do terreno de asfalto obtido de medições experimentais, a resposta para os modelos circular e tandem é muito similar nas velocidades de 5 e 15 m/s e apresenta uma pequena defasagem do modelo tandem em direção a maiores frequências na velocidade de

30 m/s.

#### 4.3.4 Resultados das acelerações para terreno de cascalho

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de cascalho. Serão apresentados os gráficos para acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.15.

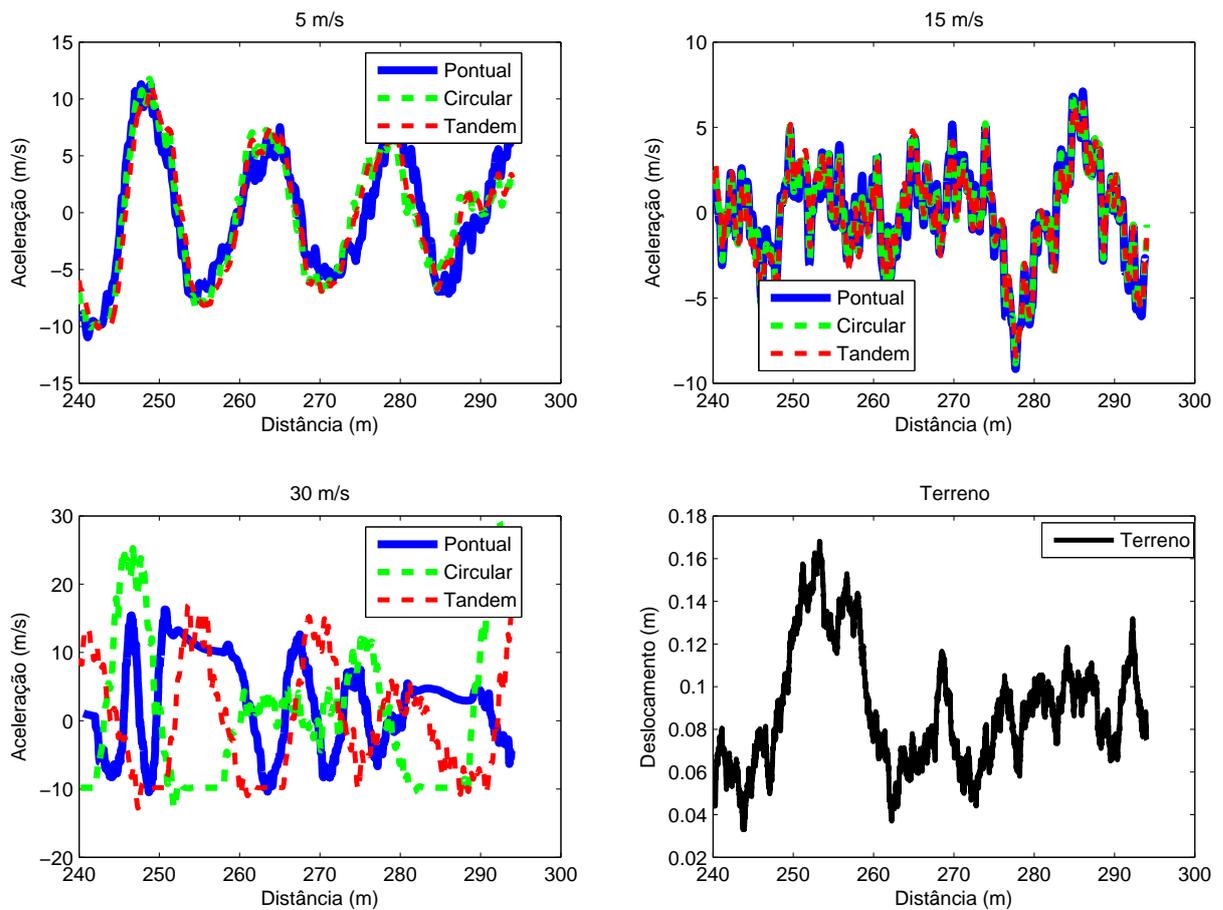


Figura 4.15 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno de cascalho, 5-15-30 m/s

Para este terreno, nas velocidades de 5 e 15 m/s os modelos tiveram respostas equivalentes, já na velocidade de 30 m/s as respostas foram significativamente diferentes.

#### 4.3.5 Resultados das acelerações para terreno de paralelepípedo

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de paralelepípedo. Serão apresentados os gráficos para acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.16.

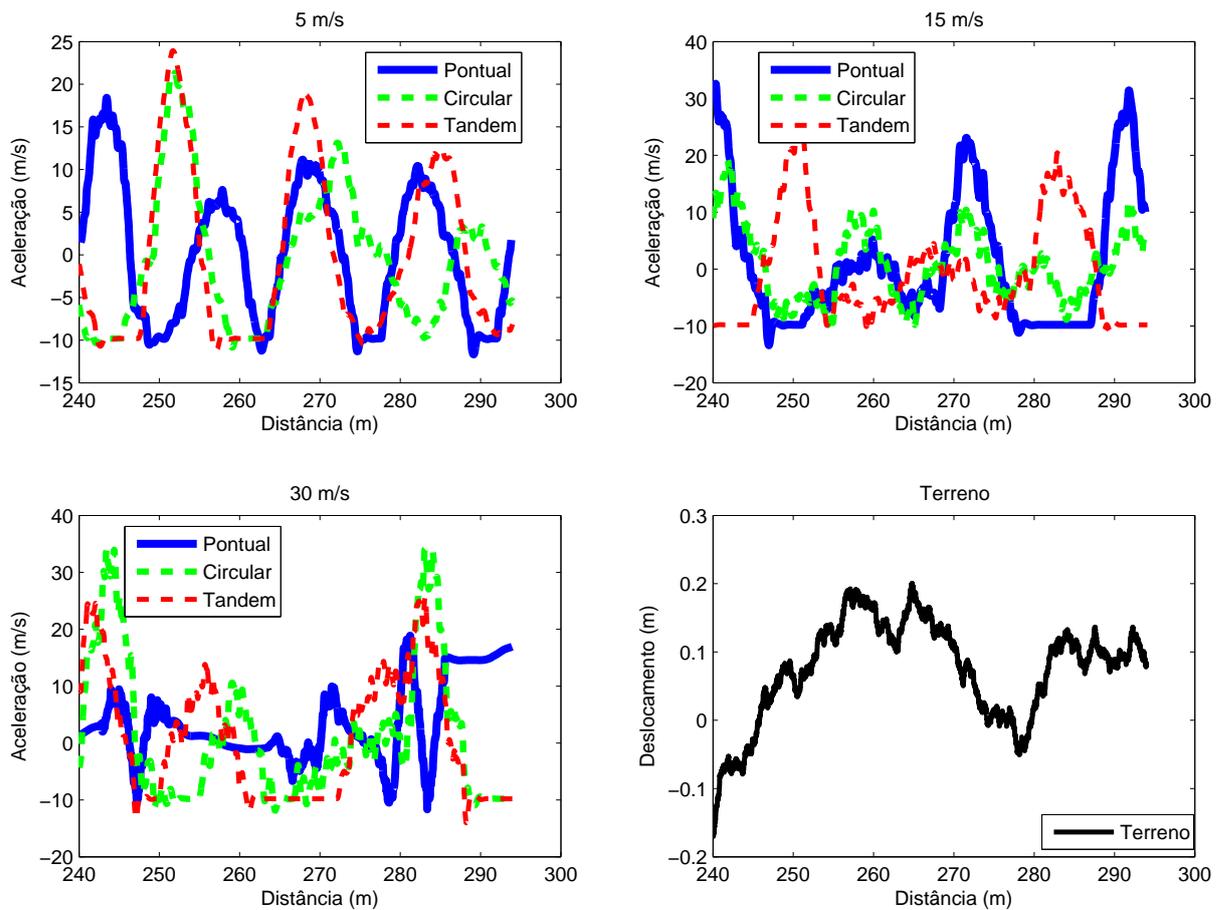


Figura 4.16 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno de paralelepípedo, 5-15-30 m/s

Para este terreno, todos modelos apresentaram respostas diferentes em acelerações. Podemos concluir que neste caso não é possível fazer uma equivalência entre os modelos circular e tandem.

#### 4.3.6 Resultados das acelerações para terreno de asfalto de medição experimental

Nesta subseção serão apresentados os resultados para terreno de asfalto de medição experimental. Serão apresentados os gráficos para acelerações no centro de massa, nas velocidades de 5 m/s, 15 m/s e 30 m/s, Figura 4.17.

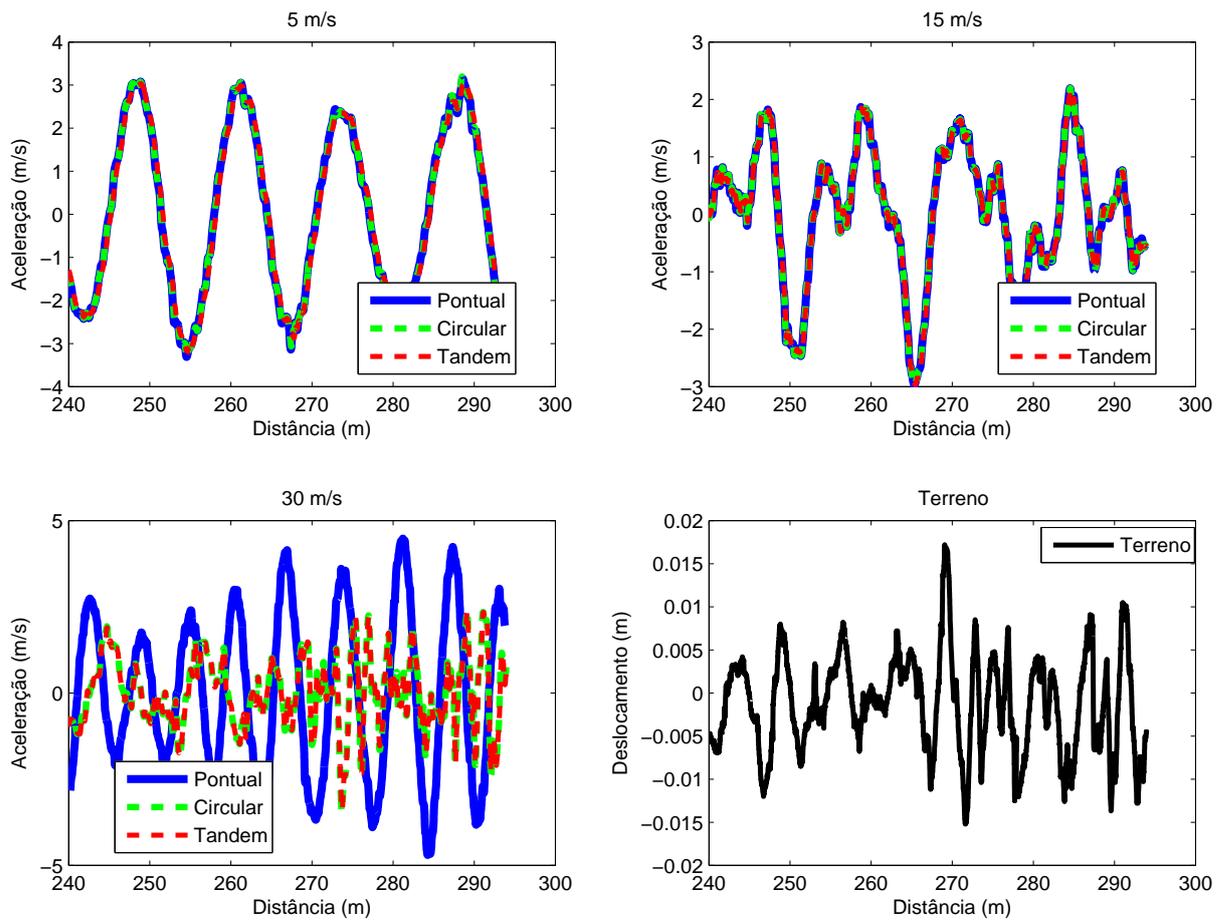


Figura 4.17 – Aceleração, comparação entre modelos, terreno de asfalto de medição experimental, 5-15-30 m/s

Para este terreno de boa qualidade, a resposta dos modelos circular e tandem é equivalente em todas velocidades, inclusive a 30 m/s onde a resposta do modelo de contato pontual se diferencia dos demais.

## 5 CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma análise comparativa de modelos de pneu e roda, esses modelos utilizados para representar os efeitos do contato de pneu na resposta vertical. Foram implementados os modelos de contato pontual, de contato circular rígido e o modelo tandem, todos estes foram acoplados ao modelo multi-corpo de pneu conhecido como modelo de anel rígido, e por fim os modelos foram acoplados a um modelo de veículo completo para avaliação da resposta em seu centro de massa. A resposta dinâmica no domínio do tempo, considerando acelerações, e no domínio da frequência para as acelerações, foi avaliada para terrenos gerados artificialmente de acordo com a norma ISO 8606, e também para uma coleção de obstáculos de pistas de testes catalogadas. A partir da resposta dos modelos para os terrenos em questão foram gerados gráficos para uma avaliação qualitativa e verificadas algumas métricas quantitativas, que permitiram chegar em algumas conclusões.

Para os terrenos ISO os modelos mostraram um padrão consistente nas respostas em aceleração no domínio da frequência e tempo. O modelo de contato tandem se diferenciando dos outros modelos, com sua resposta apresentando variações mais suaves que os modelos de contato circular e contato pontual, estes com aspecto praticamente idêntico em todas curvas de aceleração. Com este resultado é possível concluir que neste cenário é razoável a utilização do modelo de contato circular em substituição do modelo tandem para os terrenos classificados ISO A e C, em todas velocidades.

Observando a resposta dos obstáculos catalogados, as respostas mantiveram uma uniformidade com o verificado nos terrenos ISO. Neste caso também os modelos de contato circular e tandem apresentaram respostas equivalentes na maioria dos cenários, demonstrando a viabilidade do uso do modelo de contato circular nas avaliações de acelerações no centro de massa.

No caso dos terrenos não classificados pela norma ISO, as respostas em aceleração para o terreno de paralelepípedo em todas velocidades analisadas não apresentou nenhuma equivalência, bem como o terreno de cascalho na velocidade de 30 m/s, não sendo recomendado intercambiar os modelos de contato circular e tandem. Na análise das DEP's também verifica-se a diferença entre os modelos, na maioria dos casos o modelo de contato circular tem uma resposta no domínio da frequência mais próxima da resposta do filtro

tandem. Com exceção da resposta para o terreno de asfalto a 5 m/s, as DEP's dos modelos circular e tandem apresentam um deslocamento no sentido de mais alta frequência em relação ao modelo de contato pontual.

### 5.1 Sugestões para Trabalho Futuros

- Modelar o pneu utilizando modelos de *machine learning/deep learning*, treinando com dados numéricos obtidos em simulações de maneira a provar o conceito. Utilizando dados experimentais de um perfilômetro, treinar o modelo de pneu através de experimentos.

- Comparação dos modelos aqui estudados com implementações comerciais como o modelo MF-tyre da Tass International ou FTire da Cosin Scientific Software.

- Repetir a comparação aqui realizada para outros tipos de veículos, inclusive bicicletas e motocicletas.

- Avaliar a influência dos modelos aqui usados no cálculo de fadiga em chassis reais, na comparação com modelos avançados.

- Adaptar os modelos aqui usados para levar em conta dinâmica lateral e longitudinal (rigidezes laterais).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agostinacchio, M., Ciamp, D., e Olita, S. The vibrations induced by surface irregularities in road pavements - a Matlab approach, **European Transport Research Review**, vol. 6, p. 267–275, 2014.

Allen, J. R. e El-Gindi, M. Advanced effective road profile filter for a rigid ring tyre quarter-vehicle model, **International Journal Of Vehicle Performance**, vol. , p. 70–75, 2013.

Badalamenti, J. e Doyle, G. Radial-Interradial Spring Tire Models, **Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design**, vol. 110(75), p. 70–75, 1988.

Captain, K., Bohghani, A., e Wormley, D. Analytical Tire Models for Dynamic Vehicle Simulation, **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, vol. 8(1), p. 1–32, 1979.

Chae, S. **Nonlinear Finite Element Modeling and Analysis of a Truck Tire**. Tese de doutorado, The Pennsylvania State University, 2006.

Dixon, J. C. **Suspension Geometry and Computation**. Wiley, West Sussex, 2009.

Elizer Jr., R. M. **Summary of Proposed Recommended Practice Guidelines for the Design and Application of Speed Humps**. Resumo, Institute of Transportation Engineers, 1993.

Felippa, C. A. **Lecture 22: Modal analysis of MDOF forced damped systems**. <https://www.colorado.edu/engineering/CAS/courses.d/Structures.d/Home.html>., 2017, Acesso em: 07-10-2018.

Inc., T. R. C. **Bus Truck Durability Course**. Catálogo , Transportation Research Center Inc., 2012.

Jazar, R. N. **Vehicle Dynamics Theory and Application**. Springer, New York, 2008.

Lippmann, S. e Nanny, J. A Quantitative Analysis of the Enveloping Forces of Passenger Tires, **SAE Technical Paper**, vol. 670174, 1967.

Lippmann, S., Piccin, W., e Baker, T. P. Enveloping Characteristics of Truck Tires A Laboratory Evaluation, **SAE Transactions**, vol. 74, p. 831–836, 1965.

Maia, H. M. **Análise de Sensibilidade Aplicada a Estudos de Conforto Vibracional em Automóveis**. Tese de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, 2002.

Maurice, J. P. **Short Wavelength and Dynamic Tyre Behavior under Lateral and Combined Slip Conditions**. Tese de doutorado, Technische Universiteit Delft, 2000.

Miller, J. S. e Bellinger, W. Y. **Distress identification manual for the long-term pavement maintenance program**. Manual , Federal Highway Administration, 2003.

Mukherjee, A. e Majhi, S. Characterisation of road bumps using smartphones, **European Transport Research Review**, vol. 8, 2016.

Pacejka, H. Analysis of the Dynamic Response of a Rolling String- Type Tire Model to Lateral Wheel-Plane Vibrations, **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, vol. 1, p. 37–66, 1972.

Pacejka, H. e Bakker, E. The magic formula tyre model, **International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility**, vol. 21, p. 1–18, 1992.

Pacejka, H. B. **Tire and Vehicle Dynamics**. Butterworth-Heinemann, Delft, 2002.

Pauwelussen, J. **Essentials of Vehicle Dynamics**. Butterworth-Heinemann, Arnhem, 2014.

Rao, S. S. **Mechanical Vibrations**. Prentice Hall, New Jersey, 2010.

Santos, D. P. e Marczak, R. J. Algoritmo e Ferramenta Gráfica para a Geração de Sinais de Pavimentos Rodoviários pelo Método Fractal de Weierstrass Mandelbrot e pela Função Densidade de Potência Espectral, **Proceedings of the XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, vol. , p. 23–26, 2014.

Schmeitz, A. J. C. **A Semi-Empirical Three-Dimensional Model of the Pneumatic Tyre Rolling over Arbitrarily Uneven Road Surfaces**. Tese de doutorado, Technische Universiteit Delft, 2004.

Surmacz, K. B. **Machine Learning McLaren Style**. <https://www.mclaren.com/appliedtechnologies/lab/why-mclaren-applied-technologies-approach-machine-learning-unique/>, 2017, Acesso em: 06-08-2018.

US Army, A. P. G. **US Army Test and Evaluation Command Test Operations Procedure**. Procedimento , US Army Aberdeen Proving Ground, 1981.

Wambold, J. C., Hegmon, R. R., Mcghee, K., Reichert, J., e Spangler, E. B. State of the Art of Measurement and Analysis of Road Roughness, **Transportation Research Record**, vol. 836, p. 21–30, 1981.

Zegelaar, P. W. A. **The dynamic response of tyres to brake torque variations and road unevennesses**. Tese de doutorado, Technische Universiteit Delft, 1998.

Zetola, F. B. e Marczak, R. J. Comparative Analysis of the Dynamic Response of and Alternative Tire Model, **Proceedings of the XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, vol. , 2017.

## APÊNDICE A – Diagrama de Modelo de Veículo de 11 GDL

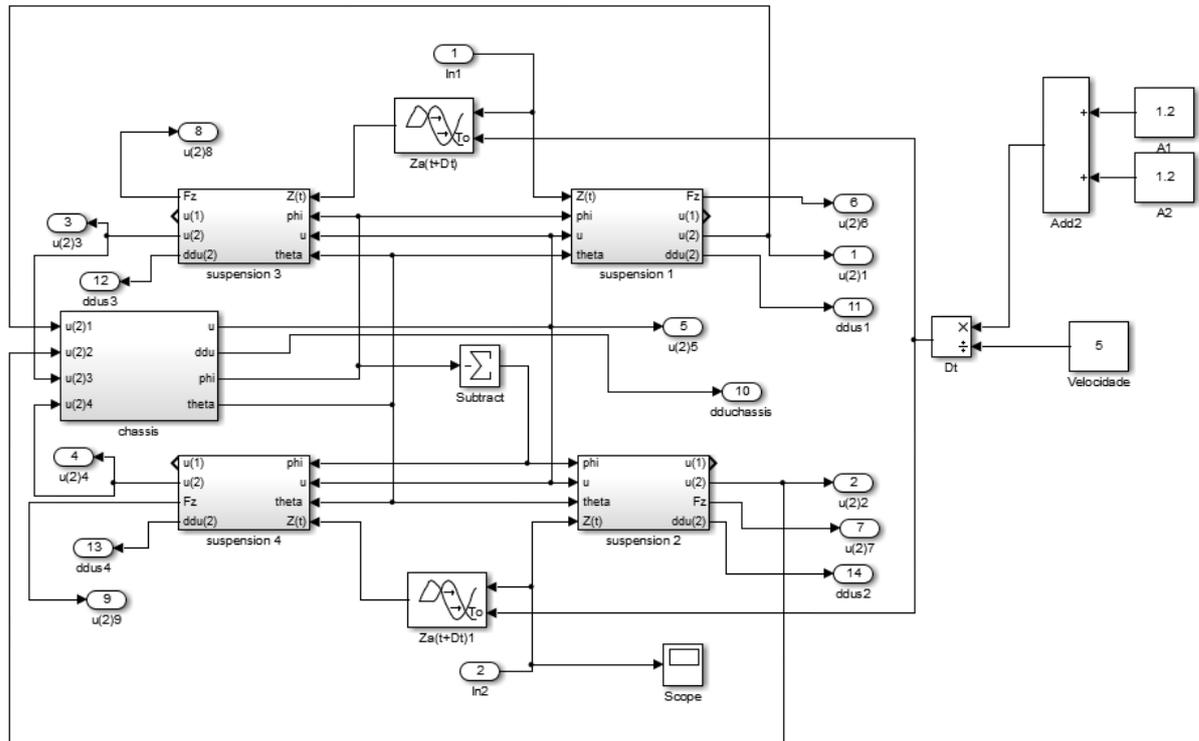


Figura A.1 – Diagrama de modelo completo de 11 graus de liberdade

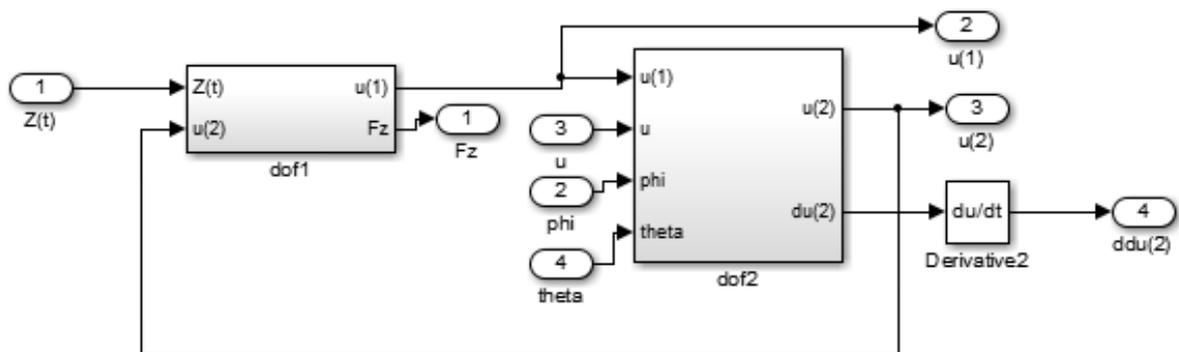


Figura A.2 – Diagrama de modelo para um módulo da suspensão independente

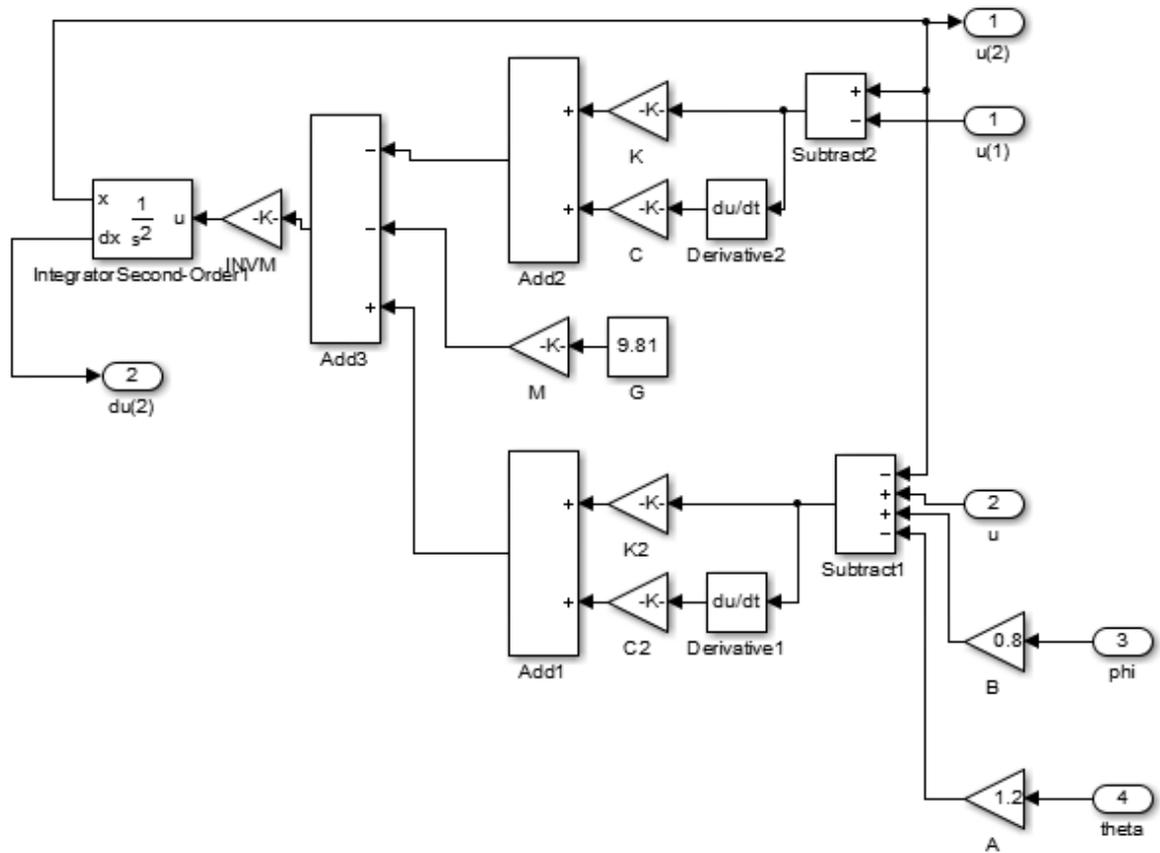


Figura A.3 – Diagrama de modelo para o grau de liberdade da roda

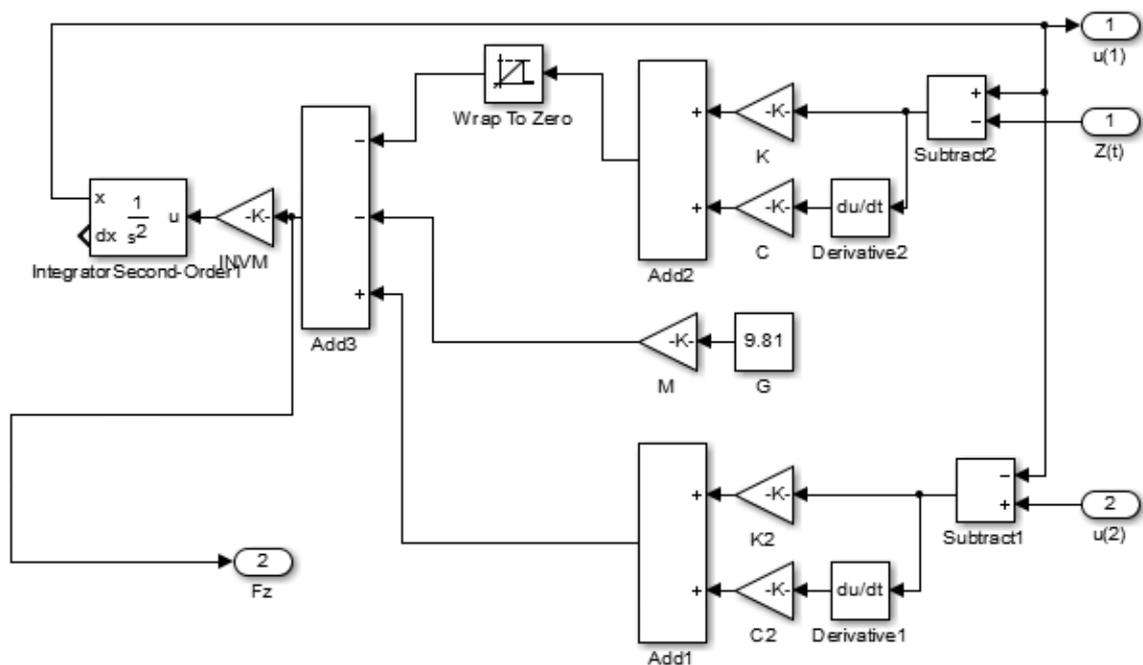


Figura A.4 – Diagrama de modelo para o grau de liberdade do anel rígido

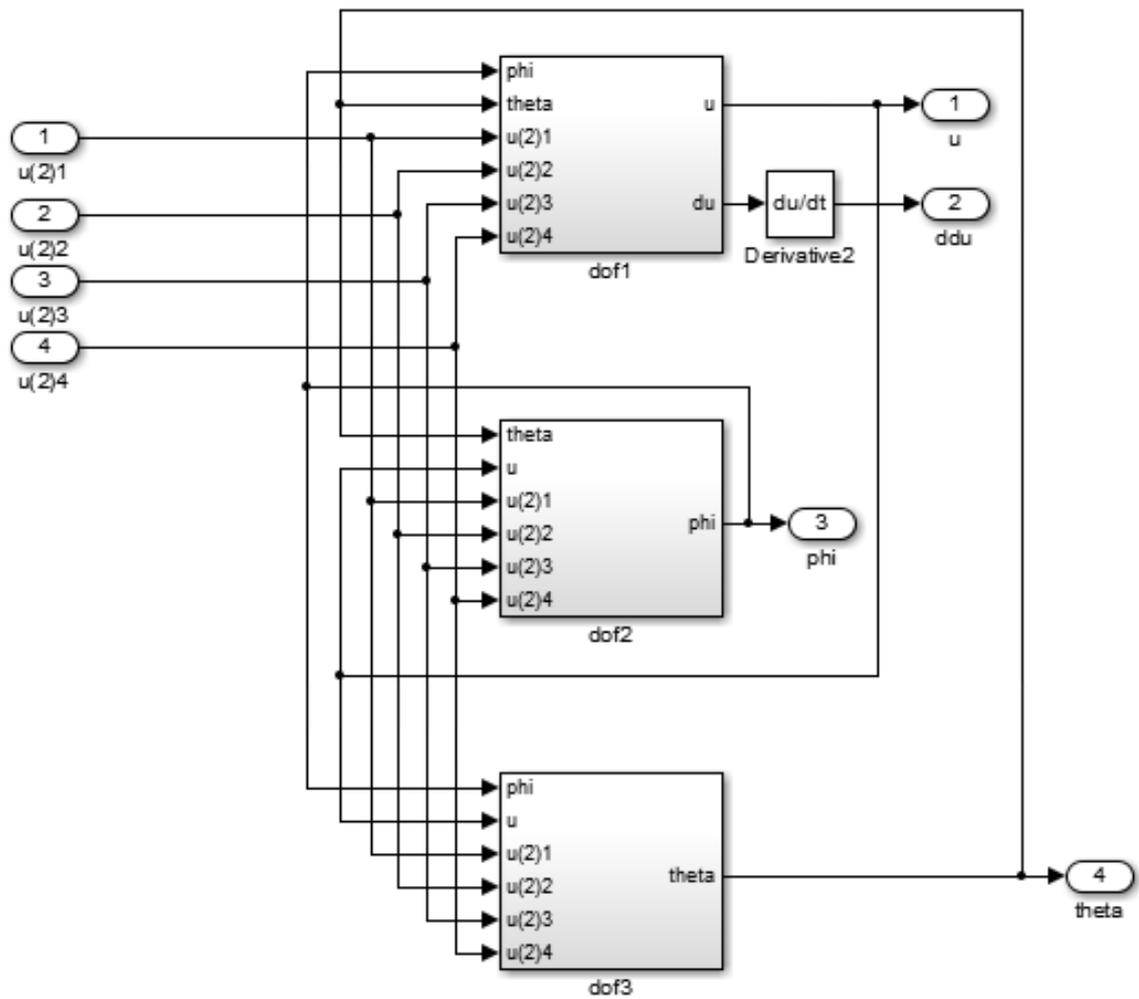


Figura A.5 – Diagrama de modelo para os graus de liberdade do chassi

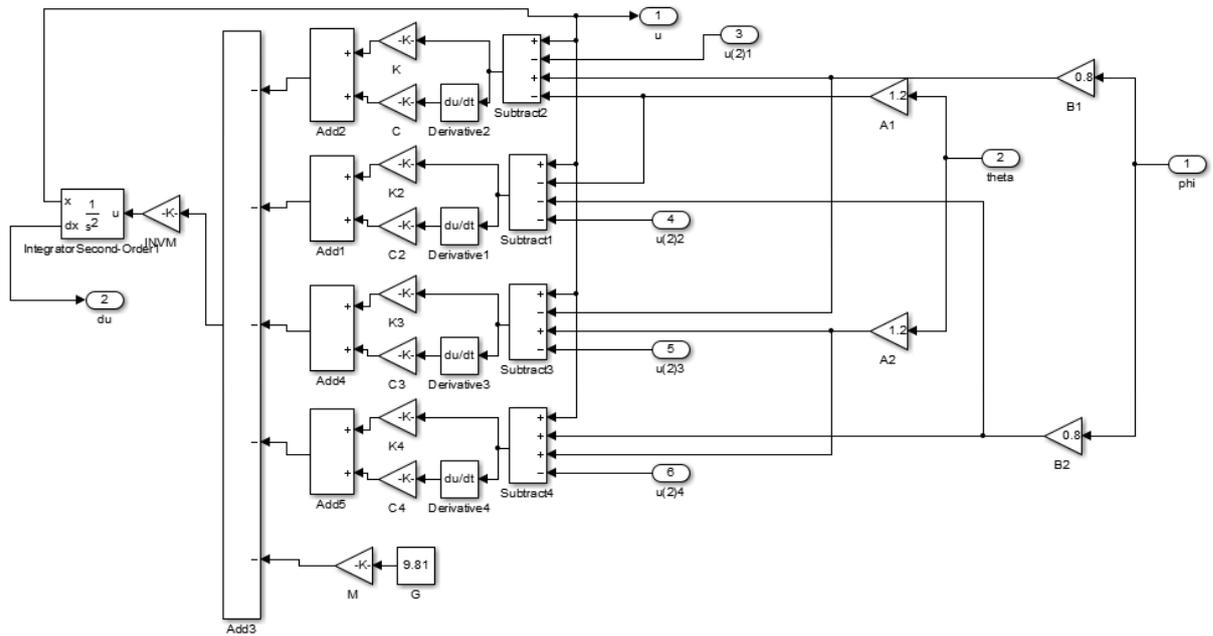


Figura A.6 – Diagrama de modelo para o grau de liberdade de deslocamento vertical do chassi

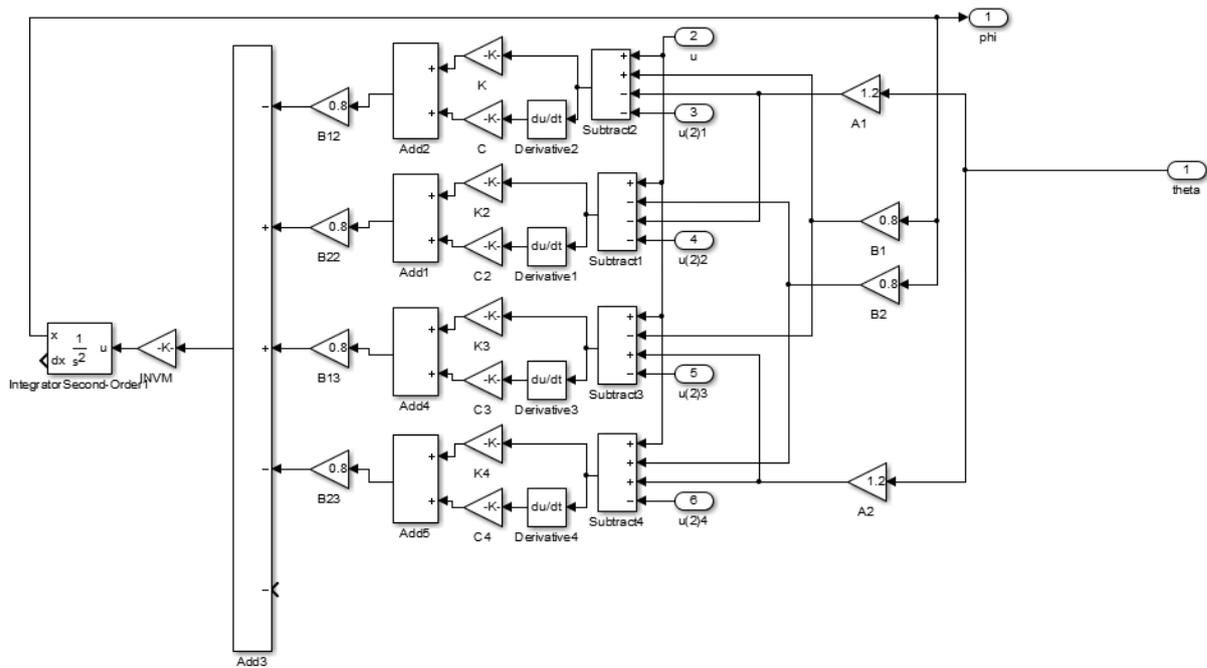


Figura A.7 – Diagrama de modelo para o grau de liberdade de rolagem do chassi

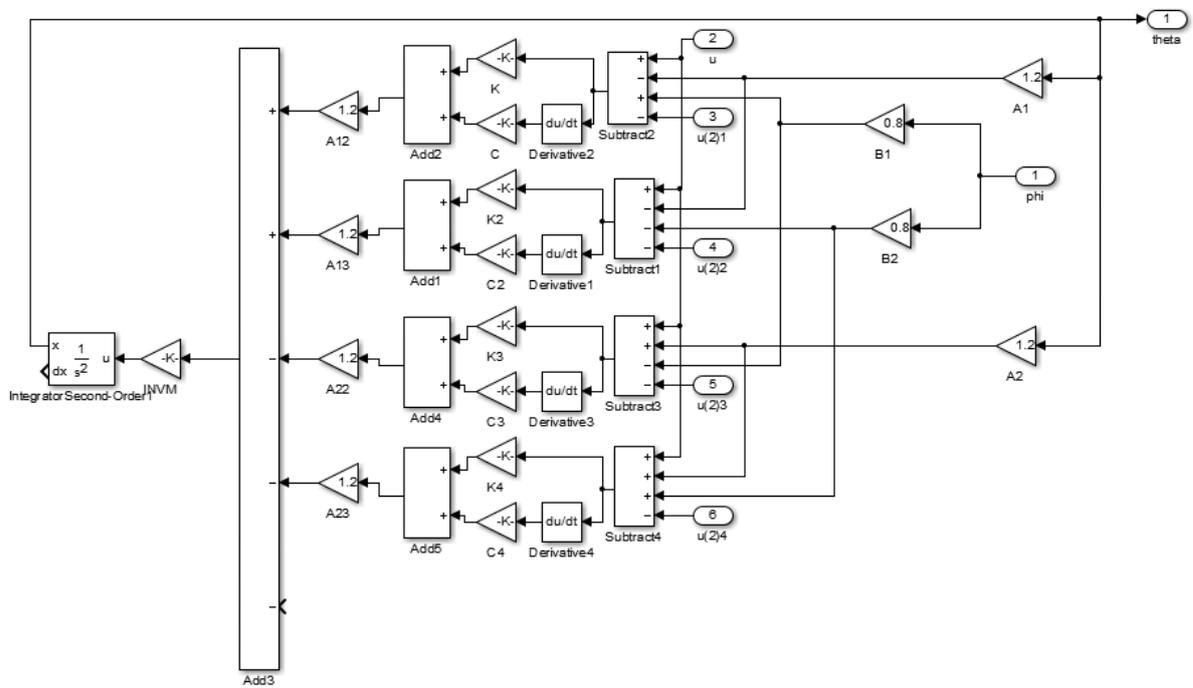


Figura A.8 – Diagrama de modelo para o grau de liberdade de arfagem do chassi

## APÊNDICE B – Implementação dos Modelos de Pneu

Modelo de contato circular:

```

1 {
2 function
3 [zcontact ,Beta ,X3 ,t]=generic_filter_3Circ (R, stepsize , Vel ,Xp ,Z1p)
4 %%Parametros Gerais
5 %generic_filter_3Circ (r ,step , vel ,Xp ,Z1p)
6
7
8 if min(Z1p)<0
9     Z1p = Z1p - min(Z1p);
10    corr = - min(Z1p);
11 else
12     corr = 0;
13 end
14
15 X0=Xp;
16 Z=Z1p;
17
18 %%
19 % Varrer sombra do pneu para verificar qual ponto
20 % encosta no pneu
21
22 contr=round(R/stepsize); % numero de pontos do raio do pneu
23
24 i=1;
25 x=-R;
26 while i<=(2*contr)+1
27     %eq circ ((x-a)^2)+(y-b)^2=r^2
28     x(i)=-R+(i-1)*stepsize;
29     zpneu(i)=-sqrt((R^2)-(x(i)^2))+R;

```

```

30     i=i+1;
31 end
32 %plot(x,zpneu)
33 %% Pré alocando
34 zcontact=zeros(1,max(size(Z)));
35 zcalc=zeros(max(size(Z)),2*contr);
36 Beta=zeros(1,max(size(Z))+2);
37 %%
38 %criar loop externo que varre terreno
39
40 i=1;
41 while i<=max(size(Z))
42
43 %loop interno que varre a sombra do pneu globalmente
44 %% na zona de entrada
45 %variavel i vai de 0 até contr
46 %variavel j varre altura local do pneu vai de contr até 2*contr
47 %variavel k varre altura do terreno global no contexto local,
    vai de 1 até
48 %contr+i
49
50     if i<=contr
51         k=1;
52         j=1;
53         while j<=contr+i
54             % contador igual ao valor central i menos o raio
55             %k=i-contr;
56             % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
57             zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j+contr-i+1);
58             %se z terreno maior que z pneu
59             if zcomp(i,j)>0
60                 %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)

```

```

61         %calcula altura do centro do circulo
62         zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j+contr-i)^2)+R^2)+Z(k);
63         %
64         %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
65     else
66         zcalc(i,j)=R;
67     end
68     zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
69     j=j+1;
70     k=k+1;
71 end
72 end
73 %% na zona intermediaria
74 %variavel i vai de contr+1 até max(size(Z))-contr
75 %variavel j varre altura local do pneu vai de 1 até 2*contr
76 %vaiavel k varre altura do terreno global no contexto local, vai
    de
77 %i-contr, até i+contr
78     if i>contr && i<(max(size(Z))-contr)
79         k=i-contr;
80         j=1;
81     while j<=(2*contr)
82         % contador igual ao valor central i menos o raio
83         %k=i-contr;
84         % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
85         zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j);
86         %se z terreno maior que z pneu
87         if zcomp(i,j)>0
88             %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)
89             %calcula altura do centro do circulo
90             zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j)^2)+R^2)+Z(k);
91             %

```

```

92         %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
93     else
94         zcalc(i,j)=R;
95     end
96     zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
97     j=j+1;
98     k=k+1;
99     end
100 end
101 % na zona de saida
102 %variavel i vai de max(size(Z))-contr até max(size(Z))
103 %variavel j varre altura local do pneu vai de contr até 1
104 %variavel k varre altura do terreno global no contexto local ,
    vai de
105 %(max(size(Z))-contr) até max(size(Z))
106     if i>=max(size(Z))-contr && i<=max(size(Z))
107         k=(max(size(Z))-contr);
108         j=1;
109         while contr-j>=1
110             % contador igual ao valor central i menos o raio
111             %k=i-contr;
112             % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
113             zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j);
114             %se z terreno maior que z pneu
115             if zcomp(i,j)>0
116
117                 %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)
118                 %calcula altura do centro do circulo
119                 zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j)^2)+R^2)+Z(k);
120                 %
121                 %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
122     else

```

```

123         zcalc(i, j)=R;
124     end
125     zcontact(i)=max(zcalc(i, :))-R;
126     j=j+1;
127     k=k+1;
128 end
129
130 end
131 i=i+1;
132
133 end
134
135 i=1;
136 X3=X0;
137
138 m=1;
139
140 while m<=max(size(zcontact))
141     if m<=contr
142         Beta(m)=atan((zcontact(1)-zcontact(m))/R);
143     elseif m<max(size(zcontact))-contr-1
144         Beta(m)=atan((zcontact(m-contr)-zcontact(m))/R);
145     else
146         Beta(m)=atan((zcontact(m-contr)-zcontact(max(size(
147             zcontact)-contr-1)))/R);
148     end
149     t(m, 1)=X3(m)/Vel;
150     m=m+1;
151 end
152
153

```

```

154 zcontact = zcontact - corr;
155
156 if zcontact(1)>0
157     zcontact= zcontact - zcontact(1);
158 end
159 if zcontact(1)<0
160     zcontact= zcontact - zcontact(1);
161 end
162 }

```

Modelo Tandem:

```

1 {
2 function [Zaxletandem ,Beta ,X3, t]=generic_filter_tandem(R,
3     stepsize ,Vel ,Xp,Z1p)
4 %%generic_filter_tandem(r ,step ,vel ,Xp,Z1p)
5 %%Parametros Gerais
6 if min(Z1p)<0
7     Z1p = Z1p - min(Z1p);
8     correc = - min(Z1p);
9 else
10     correc = 0;
11 end
12
13 X0=Xp;
14 Z=Z1p;
15
16 %% Parametros elipse
17 %Carga no pneu em newtons
18 x=4000;
19 %Raio livre do pneu
20 R0=R;
21 % meio comprimento do comprimento de contato

```

```

22 % a em metros e x em newtons
23 a=((-1.26e-11)*(x^2)+(2.98e-6)*x+0.0317);
24 % footprint fraction
25 Zeta=0.7;
26 % Comprimento da interligação
27 ls=2*a*Zeta;
28 %Ellipse lenght
29 ae=R0-Zeta*a; %1.05 to 1.2 times the free tire radius
30 %ae=.8*R0;
31 %Ellipse Height
32 %be=(4.21e-12*x^2-1.1e-6*x+R0); %1.00 to 1.1 times the free tire
    radius
33 be=1.*R0;
34
35 ce=2 ; %1.6 - 1.8
36
37 %%
38 % Varrer sombra do pneu para verificar qual ponto
39 % encosta no pneu
40
41 %R=0.3; % Raio Pneu
42 %div=0.01; % tamanho de divisões
43 contr=round(ae/stepsize); % numero de pontos do raio1 da elipse
44
45 %eq ellipse centro em (h,k)=(0,R)
46 %((x-h)/ae)^ce+((y-k)/be)^ce=1
47 %((y-k)/be)=(1-((x-h)/ae)^ce)^(1/ce)
48 %((y-k)=be*(1-((x-h)/ae)^ce)^(1/ce)
49 %((1)k=-be*(1-((x-h)/ae)^ce)^(1/ce)+y
50 %((2)y=-be*(1-((x-h)/ae)^ce)^(1/ce)+k
51 i=1;
52 x=-ae;

```

```

53
54 while i <= (2*contr)+1
55     %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2
56     x(i)=-ae+(i-1)*stepsize;
57     zpneu(i)=-be*(1-(((x(i)-0)/ae)^ce))^(1/ce)+R ; %(2)
58     %zpneu(i)=-sqrt((R^2)-(x(i)^2))+R;
59     i=i+1;
60 end
61 %{
62 plot(x,zpneu)
63 title('envelope eliptico')
64 xlabel('x local')
65 ylabel('z pneu')
66 %}
67
68 %% Pré alocando
69 zcontact=zeros(1,max(size(Z)));
70 zcalc=zeros(max(size(Z)),2*contr);
71 Zaxletandem=zeros(1,max(size(Z))+2);
72 Beta=zeros(1,max(size(Z))+2);
73 %%
74 %criar loop externo que varre terreno
75 i=1;
76 while i <= max(size(Z))
77
78     %loop interno que varre a sombra do pneu globalmente
79
80     %% na zona de entrada
81     %variavel i vai de 0 até contr
82     %variavel j varre altura local do pneu vai de contr até 2*contr
83     %variavel k varre altura do terreno global no contexto local,
        vai de 1 até

```

```

84 %contr+i
85
86     if i<=contr
87         k=1;
88         j=1;
89         while j<=contr+i
90             % contador igual ao valor central i menos o raio
91             %k=i-contr;
92             % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
93             %zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j+contr-i);
94             zcomp=Z(k)-zpneu(j+contr-i);
95             %se z terreno maior que z pneu
96             if zcomp>0
97                 %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)
98                 %calcula altura do centro do circulo
99                 %zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j+contr-i)^2)+R^2)+Z(k);
100                zcalc(i,j)=be*(1-((x(j+contr-i))/ae)^ce)^(1/ce)+
                    Z(k);
101                %
102                %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
103            else
104                zcalc(i,j)=R;
105            end
106            zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
107            j=j+1;
108            k=k+1;
109        end
110    end
111    %% na zona intermediaria
112    %variavel i vai de contr+1 até max(size(Z))-contr
113    %variavel j varre altura local do pneu vai de 1 até 2*contr
114    %vaiavel k varre altura do terreno global no contexto local, vai

```

```

de
115 %i-contr, até i+contr
116     if i>contr && i<(max(size(Z))-contr)
117         k=i-contr;
118         j=1;
119     while j<=(2*contr)
120         % contador igual ao valor central i menos o raio
121         %k=i-contr;
122         % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
123         %zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j);
124         zcomp=Z(k)-zpneu(j);
125         %se z terreno maior que z pneu
126         if zcomp>0
127             %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)
128             %calcula altura do centro do circulo
129             %zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j)^2)+R^2)+Z(k);
130             zcalc(i,j)=be*(1-((x(j))/ae)^ce)^(1/ce)+Z(k);
131             %
132             %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
133         else
134             zcalc(i,j)=R;
135         end
136         zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
137         j=j+1;
138         k=k+1;
139     end
140 end
141 %% na zona de saida
142 %variavel i vai de max(size(Z))-contr até max(size(Z))
143 %variavel j varre altura local do pneu vai de contr até 1
144 %variavel k varre altura do terreno global no contexto local,
    vai de

```

```

145  %(max(size(Z))-contr) até max(size(Z))
146      if i>=max(size(Z))-contr && i<=max(size(Z))
147          k=(max(size(Z))-contr);
148          j=1;
149          while contr-j>=1
150              % contador igual ao valor central i menos o raio
151              %k=i-contr;
152              % z comparação = zterreno(j)-zpneu(i)
153              %zcomp(i,j)=Z(k)-zpneu(j);
154              zcomp=Z(k)-zpneu(j);
155              %se z terreno maior que z pneu
156              if zcomp>0
157
158                  %eq circ ((x-a)^2)+((y-b)^2)=r^2 zcalc=b y=z(j)
159                  %calcula altura do centro do circulo
160                  %zcalc(i,j)=sqrt(-(x(j)^2)+R^2)+Z(k);
161                  zcalc(i,j)=be*(1-((x(j))/ae)^ce)^(1/ce)+Z(k);
162                  %
163                  %zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
164              else
165                  zcalc(i,j)=R;
166              end
167              zcontact(i)=max(zcalc(i,:))-R;
168              j=j+1;
169              k=k+1;
170          end
171
172      end
173      i=i+1;
174
175  end
176  %% Tandem

```

```

177
178 k=1;
179 % steps de separação entre as duas elipses
180 nsep=round(ls/stepsize);
181 while k<=max(size(X0)+nsep)
182     if k<=nsep
183         Zaxletandem(k)=((zcontact(1)+zcontact(k))/2);
184     elseif k<max(size(X0))
185         Zaxletandem(k)=((zcontact(k-nsep)+zcontact(k))/2);
186     else
187         Zaxletandem(k)=((zcontact(k-nsep)+zcontact(max(size(X0))
188             ))/2);
189     end
190     k=k+1;
191 end
192 i=1;
193 X3=X0;
194 while i<=max(size(Zaxletandem)-1)
195     X3(i+1)=X3(i)+stepsize;
196     i=i+1;
197 end
198 m=1;
199 while m<=max(size(X0)+nsep)
200     if m<=nsep
201         Beta(m)=atan((zcontact(1)-zcontact(m))/ls);
202     elseif m<max(size(X0))
203         Beta(m)=atan((zcontact(m-nsep)-zcontact(m))/ls);
204     else
205         Beta(m)=atan((zcontact(m-nsep)-zcontact(max(size(X0))))/
206             ls);
207     end

```

```
207     t(m,1)=X3(m)/Vel;  
208     m=m+1;  
209 end  
210  
211 Zaxletandem = Zaxletandem - correc;  
212  
213 if Zaxletandem(1)>0  
214     Zaxletandem = Zaxletandem - Zaxletandem(1);  
215 end  
216 if Zaxletandem(1)<0  
217     Zaxletandem = Zaxletandem - Zaxletandem(1);  
218 end  
219 }
```