

Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Escola de Engenharia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE  
ENSAIOS AEROELÁSTICOS EM TÚNEIS DE VENTO**

**Marcelo Luiz Funez**

Porto Alegre  
2019

MARCELO LUIZ FUNEZ

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE  
ENSAIOS AEROELÁSTICOS EM TÚNEIS DE VENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,  
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em  
Engenharia.

Porto Alegre  
2019

### CIP - Catalogação na Publicação

Funez, Marcelo Luiz  
UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE ENSAIOS  
AEROELÁSTICOS EM TÚNEIS DE VENTO / Marcelo Luiz Funez.  
-- 2019.  
134 f.  
Orientador: Alexandre Luis Braun.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,  
BR-RS, 2019.

1. Engenharia do Vento. 2. Análise aeroelástica. 3.  
CFD. 4. LES. 5. MEF. I. Braun, Alexandre Luis, orient.  
II. Título.

**MARCELO LUIZ FUNEZ**

**UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE  
ENSAIOS AEROELÁSTICOS EM TÚNEIS DE VENTO**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, na Área de Concentração de ESTRUTURAS, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Porto Alegre, 31 de maio de 2019

Prof. Alexandre Luis Braun  
Dr. pela UFRGS  
Orientador

Prof. Nilo Cesar Consoli  
Coordenador do PPGEC/UFRGS

**BANCA EXAMINADORA**

**Prof. Flávia Schwarz Franceschini Zinani (UNISINOS)**  
Dra. pelo PROMEC/UFRGS, Brasil

**Prof. Renato Vaz Linn (UFRGS)**  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS, Brasil

**Prof. Inácio Benvegno Morsch(UFRGS)**  
Dr. pelo PPGEC/UFRGS, Brasil

Dedico este trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Alexandre Luis Braun pelo apoio, paciência e ensinamentos durante o período do mestrado.

Agradeço aos meus pais, Claudia e Cleonir, por todo amor e apoio durante toda minha vida e também a minha namorada Amanda pelo amor e paciência mesmo distantes geograficamente.

Agradeço a todos amigos e familiares pela ajuda e suporte durante todo o mestrado, principalmente ao Michael pelo companheirismo durante todos os anos e a Lucia pela ajuda, amizade e parceria no decorrer do último ano.

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos, possibilitando a total dedicação a pesquisa desenvolvida.

Agradeço ao Centro Nacional de Supercomputação (CESUP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) pela assistência e suporte prestados e os recursos computacionais utilizados.

Agradeço ao auxílio da FAPESP/CENAPAD-SP (Centro Nacional de Processamento de Alto Desempenho em São Paulo) por disponibilizar acesso aos seus clusters.

Há um tempo em que é preciso abandonar as  
roupas usadas que já tem a forma do nosso  
corpo e esquecer os nossos caminhos, que nos  
levam sempre aos mesmos lugares. É o tempo  
da travessia: e, se não ousarmos fazê-la,  
teremos ficado, para sempre, à margem de nós  
mesmos.

*Fernando Pessoa*

## RESUMO

FUNEZ, M. L. Um modelo numérico para a simulação de ensaios aeroelásticos em túneis de vento. 2019. Dissertação (Mestre em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre

No presente trabalho se propõe desenvolver uma ferramenta numérica para a simulação de ensaios aeroelásticos em modelos de edifícios altos e modelos seccionais de pontes utilizados em túneis de vento. Para este fim, será implementada uma formulação baseada em técnicas de interação fluido-estrutura com abordagem tridimensional de corpo rígido para o movimento das estruturas aqui analisadas. O acoplamento fluido-estrutura é realizado aplicando as condições de compatibilidade e equilíbrio na interface. A análise dinâmica da estrutura é efetuada através do método clássico de Newmark. escoamentos de vento foram simulados usando-se o modelo explícito de dois passos de Taylor-Galerkin no contexto do Método dos Elementos Finitos, onde hexaedros lineares com integração reduzida são empregados na discretização espacial. A turbulência foi tratada numericamente empregando-se a Simulação de Grandes Vórtices (LES – *Large Eddy Simulation*) juntamente com os modelos sub-malha de Smagorinsky e dinâmico. Para uma melhor eficiência computacional do código numérico, técnicas de paralelização OPENMP foram utilizadas. Conclui-se que o código numérico implementado nesse trabalho obteve sucesso para o estudo de seção de pontes, com resultados de velocidade crítica de drapejamento próximos aos das referências, assim como para edifícios altos, onde os deslocamentos no topo do edifício estão de acordo com os apresentados nas referências, validando o código para casos com escoamentos tridimensionais.

**Palavras-chave:** *Engenharia do vento; Análise aeroelástica; CFD, LES, MEF.*

## ABSTRACT

FUNEZ, M. L. **UM MODELO NUMÉRICO PARA A SIMULAÇÃO DE ENSAIOS AEROELÁSTICOS EM TÚNEIS DE VENTO.** 2019. Dissertação (Mestre em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre

The present work proposes to develop a numerical tool for the simulation of aeroelastic tests in high-rise building models and sectional models of bridges used in wind tunnel tests. For this purpose, a formulation based on fluid-structure interaction techniques with a three-dimensional rigid body approach was implemented to describe the structural motion of the structures that area analyzed here. The fluid-structure coupling is performed by applying the conditions of compatibility and equilibrium at the interface. The structure dynamic analysis is solved by using the implicit Newmark method. Wind flows were simulated using an explicit two-step Taylor-Galerkin scheme in the context of the Finite Element Method, in which linear hexahedral elements with reduced integration are employed for spatial discretization. Turbulence was numerically treated using Large Eddy Simulation (LES), with sub-grid scale modeling being executed with the use of the dynamic and Smagorinsky turbulence models. For better computational efficiency, OPENMP parallelization techniques were used. It is concluded that the numerical code implemented in this work successfully reproduced the results obtained in wind tunnel tests for tall building and bridge sectional models, validating the code for cases with three-dimensional flows.

**Keywords:** *Wind Engineering, Aeroelastic analysis, CFD, LES, FEM.*

## SUMÁRIO

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>  | <b>16</b> |
| 1.1      | OBJETIVO E MOTIVAÇÃO .....   | 27        |
| 1.2      | METODOLOGIA .....  | 28        |
| <b>2</b> | <b>EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS .....</b>   | <b>30</b> |
| 2.1      | EQUAÇÕES PARA ANÁLISE DA DINÂMICA DE ESCOAMENTOS<br>INCOMPRESSÍVEIS .....                            | 30        |
| 2.1.1    | Equações de Navier-Stokes .....  | 30        |
| 2.1.2    | Equação de conservação de massa usando a hipótese de pseudo-compressibilidade ...                    | 30        |
| 2.1.3    | Equações constitutivas .....   | 31        |
| 2.2      | ANÁLISE DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS .....   | 32        |
| 2.2.1    | Metodologia LES ( <i>Large Eddy Simulation</i> ) .....   | 33        |
| 2.3      | INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA .....   | 36        |
| 2.3.1    | Condições de compatibilidade cinemática e equilíbrio .....   | 38        |
| 2.3.2    | Descrição ALE .....  | 41        |
| 2.4      | ANÁLISE DA ESTRUTURA .....   | 43        |
| 2.4.1    | Dinâmica de corpos rígidos na forma variacional .....  | 43        |
| 2.4.1    | Equações de movimento rotacional tridimensional .....  | 51        |
| <b>3</b> | <b>MODELO NUMÉRICO .....</b>   | <b>57</b> |
| 3.1      | DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES PELO<br>MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....           | 57        |
| 3.2      | MODELO EXPLÍCITO DE DOIS PASSOS DE TAYLOR-GALERKIN .....   | 58        |
| 3.3      | INTEGRAÇÃO NUMÉRICA .....  | 62        |
| 3.4      | ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA 3D .....  | 63        |
| 3.5      | ESQUEMA IMPLÍCITO DE NEWMARK .....   | 68        |
| 3.6      | ALGORITMO DO PROGRAMA .....  | 69        |
| <b>4</b> | <b>APLICAÇÕES .....</b>  | <b>71</b> |
| 4.1      | EFICIÊNCIA DO CÓDIGO PARALELO .....  | 71        |
| 4.2      | ESCOAMENTO SOBRE UM CORPO RETANGULAR – ANÁLISE<br>AEROELÁSTICA DE UM PROBLEMA DE ROTAÇÃO LIVRE ..... | 74        |
| 4.2.1    | Análise com escoamento bidimensional .....   | 74        |
| 4.2.2    | Análise com escoamento tridimensional .....  | 84        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.3      | ESCOAMENTO SOBRE UM CORPO RETANGULAR – ANÁLISE AEROELÁSTICA DE UM PROBLEMA COM VELOCIDADE HORIZONTAL PRESCRITA ..... | 88         |
| 4.4      | ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UM CILINDRO .....   | 94         |
| 4.5      | ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UMA SEÇÃO DE PONTE.....   | 99         |
| 4.6      | ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UM EDIFÍCIO ALTO .....  | 112        |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>   | <b>125</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS .....</b>   | <b>128</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1.1 – escoamento do vento em torno de edifícios na Cidade do Panamá.....   | 16 |
| Figura 1.2 – Suporte flexível para ensaios de modelos aeroelásticos equivalentes. ....  | 20 |
| Figura 1.3 – Sistema de apoio elástico do modelo dinâmico com dispositivo para incremento de amortecimento do sistema.....          | 22 |
| Figura 1.4 – BD3GDL para ensaios de modelos aeroelásticos em túnel de vento.....  | 23 |
| Figura 1.5 – Deformação de um edifício alto devido a cargas laterais. ....  | 28 |
| Figura 2.1 - Algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional. .... | 38 |
| Figura 2.2 – Definição de parâmetros para o esquema de movimento de malha.....  | 43 |
| Figura 2.3 – Relação entre o sistema inercial XYZ e o sistema solidário local xyz. ....   | 46 |
| Figura 2.4 – Modelos rígidos tridimensionais, (a) rotação baricêntrica e (b) rotação não baricêntrica.....                          | 51 |
| Figura 2.5 – Modelos do movimento rotacional tridimensional. ....   | 52 |
| Figura 3.1 – Elemento hexaédrico isoparamétrico de oito nós. ....   | 58 |
| Figura 3.2 – Elemento do domínio do fluido em contato com a estrutura. ....   | 64 |
| Figura 4.1 – Resultado do speed-up. ....  | 73 |
| Figura 4.2 – Resultado da Eficiência da paralelização.....  | 73 |
| Figura 4.3 – Características geométricas e condições de contorno de um corpo retangular submetido a rotação. ....                   | 75 |
| Figura 4.4 – Movimento da malha com a rotação do prisma retangular.....   | 76 |
| Figura 4.5 – Malha tridimensional com destaque ao elemento hexaédrico de oito nós.....  | 77 |
| Figura 4.6 – Deslocamento angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017)..   | 79 |
| Figura 4.7 – Velocidade angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017).....  | 80 |
| Figura 4.8 – Aceleração angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017).....  | 81 |
| Figura 4.9 – Linhas de corrente para Reynolds 3,628 nos instantes de tempo (a) 12 s, (b) 18 s e (c) 24 s.....                       | 82 |
| Figura 4.10 – Linhas de corrente para Reynolds 362,8 nos instantes de tempo (a) 12 s, (b) 18 s e (c) 24 s.....                      | 83 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 4.11 – Geometria e condições de contorno do prisma retangular com escoamento tridimensional. ....   | 85  |
| Figura 4.12 – Prisma retangular tridimensional. ....   | 85  |
| Figura 4.13 – Deslocamento, velocidade e aceleração angular do prisma retangular tridimensional. ....  | 86  |
| Figura 4.14 – Características geométricas e condições de contorno de um corpo retangular submetido a rotação. ....   | 89  |
| Figura 4.15 – Malha de elementos finitos. ....   | 89  |
| Figura 4.16 – Movimento da malha do corpo retangular. ....   | 91  |
| Figura 4.17 – Históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais. ....   | 92  |
| Figura 4.18 – Históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais de Sarrate <i>et al.</i> (2001). ....   | 92  |
| Figura 4.19 – Campos de pressão suavizados e linhas de corrente para os instantes de tempo adimensionais de (a) 330, (b) 335 e (c) 339. ....                                       | 93  |
| Figura 4.20 – Características geométricas e condições de contorno do domínio. ....   | 94  |
| Figura 4.21 – Malha do cilindro. ....  | 95  |
| Figura 4.22 – Malha com detalhe mais próximo ao cilindro. ....   | 95  |
| Figura 4.23 – Deslocamento máximo do cilindro para as velocidades reduzidas utilizadas. ....   | 97  |
| Figura 4.24 – Histórico de deslocamento vertical para a velocidade reduzida 4. ....  | 97  |
| Figura 4.25 - Campos de pressão para a velocidade reduzida 4 para (a) o máximo deslocamento vertical positivo, (b) em equilíbrio e (c) máximo deslocamento vertical negativo. .... | 98  |
| Figura 4.26 – Plano e localização da <i>Great Belt fixed link</i> . ....   | 99  |
| Figura 4.27 – Características gerais da ponte de <i>Great Belt East</i> : (a) seção, (b) elevação. ...   | 100 |
| Figura 4.28 – Barca carregando dois segmentos de vigas da ponte. ....  | 100 |
| Figura 4.29 – Domínio computacional e condições de contorno da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional. ....  | 102 |
| Figura 4.30 – Malha de elementos finitos do domínio da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional. ....  | 103 |
| Figura 4.31 – Malha de elementos finitos com destaque da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional. ....  | 103 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 4.32 – Histórico do deslocamento angular em função das velocidades reduzidas da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional. ....                        | 105 |
| Figura 4.33 – Taxa de incremento/decaimento em função das velocidades reduzidas da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional.....                             | 105 |
| Figura 4.34 – Geometria e condições de contorno da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional. ....   | 106 |
| Figura 4.35 – Malha em elementos finitos da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional. ....  | 107 |
| Figura 4.36 – Taxa de incremento/decaimento em função das velocidades reduzidas da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional. ....                           | 108 |
| Figura 4.37 – Linhas de corrente da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2, no instante $t=10s$ , para $Y=40m$ e $Y=45m$ . . | 110 |
| Figura 4.38 – Linhas de corrente da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2 no instante $t=10s$ , para $Y=47.5m$ e $Y=50m$ .  | 111 |
| Figura 4.39 – Campo de pressão da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2 no instante $t = 6 s$ , para $Z = 15.5 m$ .....     | 112 |
| Figura 4.40 – Domínio computacional e condições de contorno do CAARC. ....   | 113 |
| Figura 4.41 –Malha em elementos finitos do domínio do CAARC. ....  | 113 |
| Figura 4.42 –Malha em elementos finitos próximo ao CAARC. ....   | 114 |
| Figura 4.43 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 2. ....                             | 115 |
| Figura 4.44 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 6. ....                             | 116 |
| Figura 4.45 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 8. ....                             | 116 |
| Figura 4.46 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 10. ....                            | 117 |
| Figura 4.47 – Média das amplitudes obtidas normalizadas pela seção transversal ( $x/L$ ).....  | 117 |
| Figura 4.48 – Média das amplitudes obtidas normalizadas pela seção transversal ( $\sigma_y/W$ ). ..  | 118 |
| Figura 4.49 – Campo de pressão instantâneo para a velocidade reduzida 2 para: (a) a face frontal do CAARC e (b) a face traseira do CAARC.....  | 119 |
| Figura 4.50 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante que não há movimento da estrutura em diferentes valores de $Z$ . ....             | 120 |

|  |     |
|--|-----|
| Figura 4.51 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante $t=70s$ em diferentes valores de $Y$ . .....  | 121 |
| Figura 4.52 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante $t=70s$ em diferentes valores de $Z$ . .....  | 122 |
| Figura 4.53 – (a) Linhas de corrente verticais para a velocidade reduzida 2 no instante de tempo $t=100s$ e em (b) tem-se as linhas de corrente horizontais para a velocidade reduzida 2 e instante de tempo $t=100s$ para diferentes valores de $Z$ . ..... | 123 |
| Figura 4.54 – Padrões de linhas de corrente em torno de um edifício. ....  | 124 |

## LISTA DE TABELAS

|   |     |
|---|-----|
| Tabela 4.1 – Resultado do <i>speed-up</i> e eficiência da paralelização.....                                      | 72  |
| Tabela 4.2 – Dados do problema. ....  | 77  |
| Tabela 4.3 – Variação do número de Reynolds com a viscosidade cinemática. ....                                    | 78  |
| Tabela 4.4 – Decremento logarítmico da análise com 1 elemento na profundidade. ....                               | 84  |
| Tabela 4.5 – Decremento logarítmico da análise com 25 elementos na profundidade. ....                             | 87  |
| Tabela 4.6 – Decremento logarítmico da análise com 25 elementos na profundidade. ....                             | 87  |
| Tabela 4.7 – Dados do problema. ....  | 89  |
| Tabela 4.8 – Dados da estrutura. ....   | 90  |
| Tabela 4.9 – Dados do problema do cilindro.....   | 96  |
| Tabela 4.10– Propriedades físicos da estrutura do cilindro.....   | 96  |
| Tabela 4.11 – Dados do problema - <i>Great Belt East Bridge</i> .....   | 103 |
| Tabela 4.12 – Dados da estrutura da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento bidimensional.....   | 104 |
| Tabela 4.13 – Dados da estrutura da <i>Great Belt East Bridge</i> para o caso com escoamento tridimensional. .... | 107 |
| Tabela 4.14 – Resultados de velocidade crítica de drapejamento para a <i>Great Belt East Bridge</i> .....         | 108 |
| Tabela 4.15 – Dados para o exemplo do CAARC.....  | 114 |
| Tabela 4.16 – Dados da estrutura para o exemplo do CAARC.....   | 115 |

## 1 INTRODUÇÃO

Com o passar dos anos, a influência da ação do vento sobre as estruturas tem se tornado cada vez mais importante, visto que as edificações e obras de arte têm atingido alturas cada vez maiores enquanto que sua rigidez tem diminuído significativamente. Além disso, tem-se também o aumento da incidência de fenômenos climáticos mais intensos sobre os meios urbanos, exigindo um maior cuidado quanto a avaliação das cargas aerodinâmicas e do comportamento aeroelástico no projeto de estruturas civis. Um dos primeiros registros referentes a destruição de grandes cidades devido a tempestades se dá em Londres no século XVIII (DEFOE, 1704). Mais tarde, foi-se observando que certas regiões do globo terrestre eram mais suscetíveis a estes fenômenos, como as regiões da Costa Americana e do Caribe. A importância da ação do vento em estruturas localizadas em regiões costeiras, por exemplo, pode ser constatada ao se observar a Figura 1.1, onde cargas horizontais são geradas em torno de edifícios na Cidade do Panamá por uma massa de água (vapor condensado) associada ao escoamento de vento.



Figura 1.1 – Escoamento do vento em torno de edifícios na Cidade do Panamá.(HOTT, 2012).

Baker (2007) comenta que, a partir do século XIX, estudos mais aprofundados sobre a ação do vento nas estruturas começaram a ser apresentados, graças ao desenvolvimento teórico da

dinâmica dos fluidos produzido por autores tais como Newton, Euler, Bernoulli, Navier e Stokes, além de observações experimentais realizadas em laboratório. De acordo com Billah e Scanlan (1991), o colapso da ponte Tacoma Narrows em 1940 nos Estados Unidos e sua documentação em vídeo fez com que o caso fosse altamente divulgado e estudado em detalhe, influenciando, desde então, as especificações de projeto para pontes de grande vão. Estabeleceu-se, assim, um campo de pesquisa particular, que tem por objetivo final fornecer dados para o projeto de estruturas sob a ação do vento, a chamada Engenharia do Vento.

Baker (2007) faz uma divisão de períodos na Engenharia do Vento, sendo o período tradicional até o ano de 1750, o período empírico, entre 1750 e 1900, o período de consolidação, entre 1900 e 1960, o período de crescimento, entre 1960 e 1980, e o período moderno, a partir de 1980. No período de consolidação, a tecnologia de materiais crescia muito e, conseqüentemente, a quantidade de estruturas cada vez mais desafiadoras para a engenharia também aumentava, como a construção de arranha-céus e pontes suspensas com vãos cada vez maiores. Com todo esse avanço, a demanda por mais laboratórios e técnicas experimentais crescia, levando à criação e o desenvolvimento dos túneis de vento justamente nesse período de consolidação. Atualmente, com o avanço na tecnologia dos computadores, modelos numéricos têm sido amplamente utilizados na simulação da ação do vento sobre estruturas a partir da solução das equações fundamentais do escoamento através de técnicas numéricas da Dinâmica de Fluidos Computacional, criando assim o que se conhece por Engenharia do Vento Computacional (ver MURAKAMI, 1997; STATHOPOULOS, 1997; BLOCKEN, 2014).

Embora a avaliação de cargas de vento sobre construções civis possa ser realizada a partir de ensaios aerodinâmicos, onde os movimentos da estrutura imersa no escoamento estão totalmente restringidos, a determinação das condições críticas de instabilização dinâmica é fundamental no projeto de estruturas esbeltas (BLESSMANN, 2005). Neste sentido, ensaios aeroelásticos em túneis de vento são recomendados, onde as vibrações da estrutura são obtidas considerando modelos reduzidos nos quais as condições geométricas e mecânicas da estrutura real são reproduzidas através de técnicas experimentais especiais.

Em se tratando especificamente de trabalhos realizados no túnel de vento *Prof. Joaquim Blessmann* do LAC/UFRGS (Laboratório de Aerodinâmica das Construções – Universidade Federal do Rio Grande do Sul), Limas (2003) estudou as características aerodinâmicas de diversas seções transversais de pontes em túnel de vento. Para as análises, Limas (2003) utilizou

modelos seccionais com suas extremidades presas a discos terminais, garantindo um escoamento bidimensional para diferentes ângulos de ataque. A autora ainda aborda as alternativas existentes quanto aos modelos experimentais, destacando a diferença entre modelos de pontes completas, seccionais e de segmentos tensionados, importante para este trabalho onde será realizado o estudo do modelo seccional para pontes. Observa-se que o modelo de ponte completa deve ser geometricamente similar, precisando satisfazer diversas exigências de semelhança, além de ter um custo relativamente alto, dificultando a sua construção. Ensaios com modelos completos são importantes quando as características do vento natural variam ao longo do eixo da ponte, podendo variar por acidente geográfico situado a barlavento ou quando as propriedades aerodinâmicas do tabuleiro da ponte variam ao longo do eixo.

Sobre modelos seccionais, Limas (2003) comenta que eles são constituídos de uma porção rígida da seção transversal do tabuleiro, apoiada em seus extremos por molas que permitem o movimento vertical e de torção, além de placas terminais presas ao modelo para assegurar o escoamento bidimensional em seu comprimento, sendo modelos relativamente baratos e com escalas menores em relação ao modelo completo. No entanto, o modelo não consegue reproduzir todas as propriedades do vento natural, nem simular efeitos tridimensionais. Contudo, a grande maioria dos modelos de ponte estudados em túneis de vento são seccionais. Quanto ao modelo de segmento torçionado, Limas (2003) comenta que o modelo é produzido com segmentos da seção transversal do tabuleiro em escala, onde as distribuições de massa e inércia cumprem as condições de semelhança. O tabuleiro é suspenso por um par de fios ou tubos tensionados que correm ao longo da altura do centro de corte da seção. A vantagem do modelo de segmento tensionado é a observação de efeitos da turbulência na excitação induzida por vórtices no drapejamento.

No trabalho de Oliveira (2003) são analisados os tipos de modelos aeroelásticos existentes, os quais podem ser classificados como réplicas e modelos seccionais, similar ao que foi apresentado por Limas (2003) sobre modelos de ponte completa e modelos seccionais de ponte, respectivamente. Além desses dois modelos aeroelásticos, tem-se o chamado modelo equivalente, mais utilizado no caso de edifícios altos, onde o modelo é constituído de uma “casca” que representa a geometria do protótipo em escala, garantindo a correta representação do vento natural e das forças aerodinâmicas, além de um sistema mecânico que simula as características de rigidez e amortecimento. Oliveira (2003) comenta que os modelos

equivalentes trazem bons resultados quando se estuda estruturas nas quais o modo flexional, torsional ou axial tem efeito predominante.

Oliveira (2003) desenvolveu ainda um suporte flexível para ensaios de modelos aeroelásticos em túnel de vento, que pode ser descrito como dois eixos perpendiculares entre si, que giram independentemente em torno de um mesmo ponto, com possibilidade de regular inércia, rigidez rotacional e amortecimento, para cada eixo (Figura 1.2). Na extremidade dos eixos estão localizadas molas de tração, que são responsáveis pela rigidez torsional de todo mecanismo (e, conseqüentemente, da frequência de vibração do modelo). Trocando a rigidez das molas, pode-se alterar a frequência de vibração do modelo. O amortecimento é regulado por pás de acrílico imersas em um líquido viscoso, as quais encontram-se presas por barras rosqueadas ao eixo principal e secundário. Para alterar o amortecimento, pode-se mudar a viscosidade do líquido ou alterar o número de pás. As barras rosqueadas que prendem as pás de acrílico também servem como lastro de massas para ajustar o momento de inércia de massa do sistema. Oliveira (2003) testou o suporte flexível utilizando o modelo de edifício alto *CAARC Standard Tall Building*, respeitando as semelhanças geométricas e dinâmicas do protótipo e do modelo, tais como escala de comprimento, escala de momento de inércia de massa, escala de frequência, escala de tempo, escala de velocidade, escala de aceleração, escala de força, escala de momentos e escala de amortecimento. Os resultados obtidos por Oliveira (2003) foram coerentes com trabalhos da literatura, podendo concluir que o suporte desenvolvido é válido.

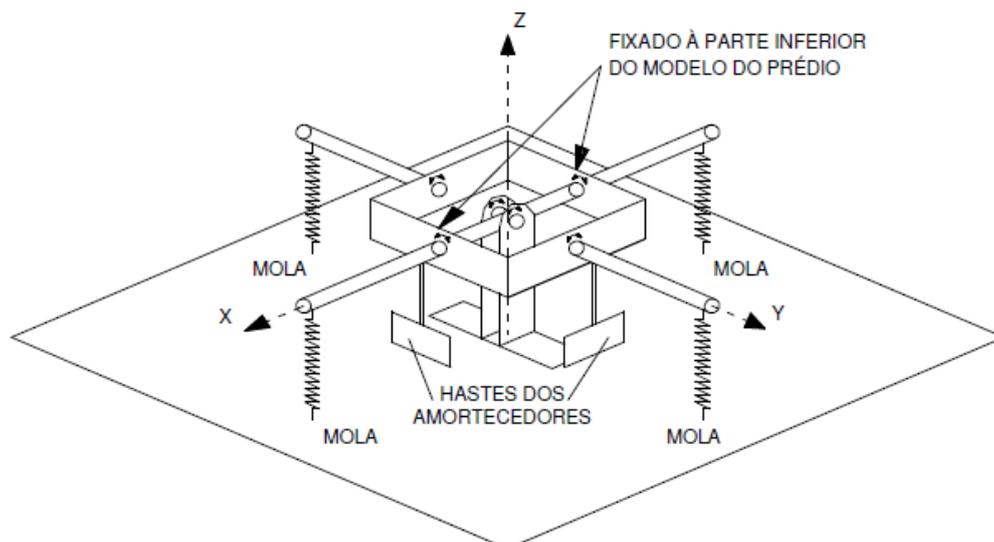


Figura 1.2 – Suporte flexível para ensaios de modelos aeroelásticos equivalentes. (OLIVEIRA, 2003).

Miguel (2003) realizou um estudo teórico e experimental de um edifício submetido a ação dinâmica do vento. O autor utilizou o suporte flexível criado por Oliveira (2003) para obter os resultados aeroelásticos da edificação, os quais foram comparados com resultados obtidos pela Norma Brasileira NBR 6123 (1988) referentes a resposta longitudinal ao vento. Para as respostas longitudinal e transversal ao vento, os resultados foram comparados com a Norma Canadense NBCC (1985). Observou-se que para a resposta transversal a NBCC (1985) apresentou grande discrepância frente aos resultados experimentais, muito devido a formulação empírica da norma. Por outro lado, para a resposta longitudinal, ambas as normas apresentaram bons resultados.

Trein (2005) estudou a modelagem dinâmica equivalente para edifícios altos, construindo um dispositivo próprio para ensaios aeroelásticos com ação dinâmica do vento. Trein (2005) utiliza o modelo CAARC *Standard Tall Building* com o suporte conhecido como *stick*, que é composto por uma parte móvel com total liberdade de rotação no grau de liberdade requerido, mas sem movimentos nos outros graus de liberdade, e ainda por uma base fixa que não influencie nas características dinâmicas da parte móvel. Concluiu-se que os ensaios experimentais possuem resultados mais confiáveis que os resultados analíticos e as respostas obtidas em seu trabalho estão de acordo com os da literatura, inclusive os resultados obtidos por Miguel (2003), onde os mesmos critérios de modelagem foram utilizados.

Czarnobay (2006) estudou os efeitos dinâmicos de atenuadores sintonizados em modelos de edifícios altos, onde utilizou-se o suporte flexível desenvolvido por Oliveira (2003) e o modelo CAARC *Standard Tall Building*. Foram analisados os casos com e sem acréscimo de diferentes modelos de amortecedores de massa sintonizados, concluindo-se que a utilização de amortecedores de massa constitui uma forma eficiente para prevenção e controle de vibrações induzidas pelo vento.

Limas (2007) estudou a influência da forma em seções transversais na resposta dinâmica de pontes através de ensaios em túnel de vento. Para a modelagem dinâmica, sabendo que o modelo tem uma baixa relação massa/rigidez, pode-se ter um maior controle sobre as características dinâmicas, feitas externamente ao túnel de vento, nas extremidades da seção da

ponte, com apoios elásticos, de complementação de massas e um dispositivo para a dissipação de energia por amortecimento viscoso. Limas (2007) concluiu que a alteração da forma arquitetônica da seção transversal do tabuleiro pode melhorar o desempenho aerodinâmico, assim como o amortecimento se mostrou efetivo para a estabilização da seção transversal do tabuleiro.

Núñez (2008) fez uma investigação experimental do efeito de interferência de tabuleiros paralelos de pontes em túnel de vento frente ao desprendimento de vórtices, onde ensaios aerodinâmicos e ensaios aeroelásticos foram realizados usando modelos de seção de ponte similares aos usados por Limas (2007). A imposição das características dinâmicas é feita externamente ao túnel de vento através de um pórtico auxiliar, com massa e rigidez significativa, onde instala-se um par de apoios elásticos para fixar o modelo seccional. Cada apoio consiste em um conjunto de molas, massas e amortecedores, permitindo a simulação das frequências naturais correspondentes ao primeiro modo de vibração vertical e torsional. As molas e massas são fixadas em uma régua horizontal, conectada na extremidade do modelo. Quatro molas são posicionadas de acordo com distâncias já calculadas, além de massas adicionais que são ajustadas em relação ao centro de rotação do modelo para obter a correta inércia de massa. Esse sistema descrito de apoio dos modelos dinâmicos é apresentado na Figura 1.3. Observou-se que para os testes dinâmicos, a alteração na forma da seção transversal pode alterar significativamente a resposta por desprendimento de vórtices e que um pequeno aumento no amortecimento estrutura pode diminuir drasticamente a resposta por desprendimento de vórtices. Além disso, Núñez (2008) obteve nos ensaios dinâmicos para a obtenção da resposta frente ao desprendimento de vórtices mais de um pico na resposta, concluindo que nem sempre a velocidade crítica de desprendimento de vórtices determinada pela relação de Strouhal está associada as maiores amplitudes de deslocamento vertical.



Figura 1.3 – Sistema de apoio elástico do modelo dinâmico com dispositivo para incremento de amortecimento do sistema. (NÚÑEZ, 2008).

Oliveira (2009) desenvolveu uma balança dinâmica de três graus de liberdade para estudo dos efeitos de flexo-torção em edifícios altos submetidos a ação do vento. Essa balança, abreviada como BD3GDL (Balança dinâmica de 3 graus de liberdade), consiste em um sistema mecânico com três graus de liberdade (rotação de três eixos ortogonais entre si em torno do mesmo ponto), permitindo a regulagem do momento de inércia de massa, da rigidez rotacional e do amortecimento estrutural de cada um dos três movimentos. A BD3GDL está apresentada na Figura 1.4, onde observa-se que a rigidez rotacional do modelo pode ser alterada em cada grau de liberdade sem afetar outros graus. O ajuste da rigidez pode ser feito pela mudança da posição das molas ou pela mudança das próprias molas, o ajuste do momento de inércia de massa pode ser feito pela adição de massas em cada um dos graus de liberdade e da mudança de posição das massas em relação ao centro de giro, já o ajuste do amortecimento é feito pela fixação de pás em cada um dos três graus de liberdade, imersos em um líquido viscoso, variando a viscosidade do líquido ou a área em contato com o líquido das pás. Oliveira (2009) utilizou o modelo *CAARC Standard Tall Building* para testar a BD3GDL, obtendo resultados, em sua maioria, coerentes com os da literatura.

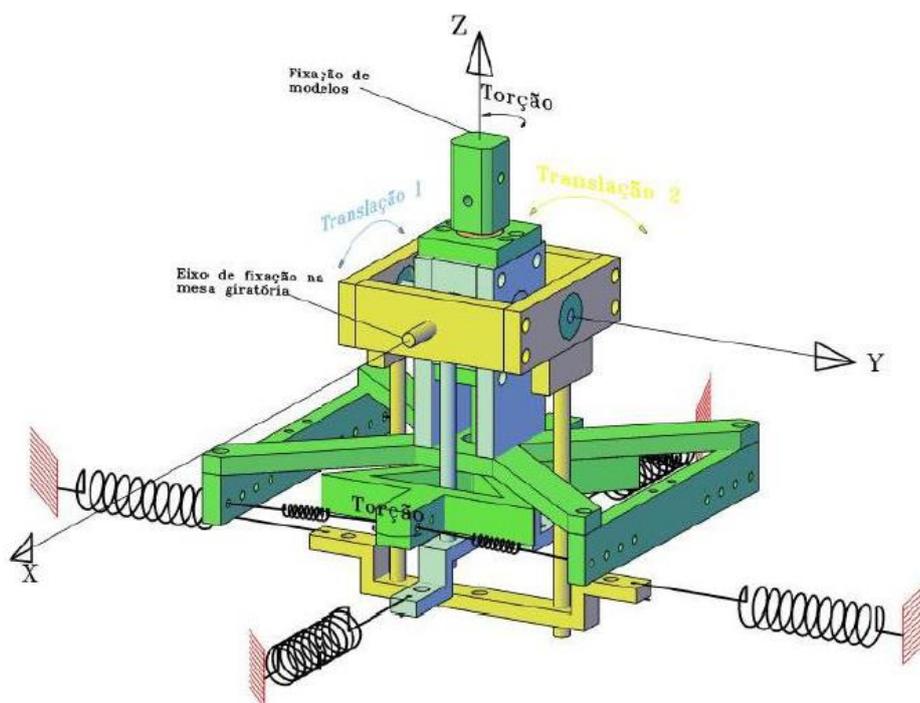


Figura 1.4 – BD3GDL para ensaios de modelos aeroelásticos em túnel de vento. (OLIVEIRA, 2009).

Sartori (2010) realizou uma comparação entre duas técnicas utilizadas no Túnel de Vento *Professor Joaquim Blessmann*, do LAC/UFRGS para avaliar a resposta dinâmica de edifícios altos, usando para isso o modelo *CAARC Standard Tall Building*. A primeira técnica utilizada por Sartori (2010) é o método experimental de Integração de Pressões em Alta Frequência (HFPI – *High Frequency Pressure Integration*) e a segunda técnica utiliza uma base flexível para modelagem aeroelástica de edifícios, medindo deslocamentos no topo ou momento fletor na base. Sartori (2010) concluiu que ambas técnicas levaram a resultados compatíveis para o modelo testado.

Vanin (2011) estudou a resposta dinâmica do modelo *CAARC Standard Tall Building* e de um edifício real (RCA), construído no Brasil e com uma arquitetura diferenciada, buscando assim determinar as respostas em termos das componentes médias e flutuantes, para deslocamentos longitudinais e transversais à direção do vento e a torção, através da BD3GDL desenvolvida por Oliveira (2009). Ambos modelos estudados apresentaram resultados satisfatórios e Vanin (2011) ainda comenta que a BD3GDL se mostra muito útil pela facilidade em ajustar os

parâmetros dinâmicos dos edifícios e pela coerência dos resultados ao serem comparados com a literatura e métodos analíticos.

Standerski (2012) estudou a ação estática do vento em diversas seções de tabuleiros de pontes. A autora comenta que não há, na NBR 6123 (1988), informações necessárias para a elaboração de projetos em relação a ação do vento em tabuleiros de pontes, sendo a melhor forma para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de pontes a utilização do ensaio em túnel de vento. Standerski (2012) sugere a criação de um item específico na NBR 6123 (1988) referente aos coeficientes aerodinâmicos de diversas seções transversais de tabuleiros de pontes, para isso a autora ensaiou cinco seções, obtendo resultados coerentes com os da literatura.

Vallis (2013) realizou uma investigação experimental da efetividade na supressão das vibrações induzidas por vórtices por uma série de dispositivos aerodinâmicos passivos, como o nariz de vento, placas e telas, aletas e método de perturbação ao longo do vão. Os dispositivos foram testados usando um modelo dinâmico de uma ponte real, obtendo resultados que indicam que algumas modificações simples na geometria da seção transversal do tabuleiro podem ter um efeito significativo na resposta.

Bênia (2013) estudou os efeitos de vizinhança na resposta dinâmica de edifícios altos sob a ação do vento, realizando 18 configurações de vizinhança para o CAARC *Standard Tall Building*, determinando a resposta do edifício em termos das componentes médias e flutuantes, deslocamentos longitudinais e transversais à direção do vento incidente e a torção, onde utilizou-se a BD3GDL desenvolvida por Oliveira (2009). Bênia (2013) concluiu que a presença de edificações vizinhas causou, em geral, um efeito de proteção, provocando uma diminuição das respostas médias longitudinal e transversal da edificação em relação ao edifício isolado, entretanto para algumas configurações de vizinhança obteve-se uma resposta flutuante com amplificações significativas para os três graus de liberdade analisados.

Outros estudos realizados no LAC (Laboratório de Aerodinâmica da Construções) podem ser citados brevemente, tais como Loredou-Souza *et al.* (2012), onde estudou-se a ação dinâmica do vento sobre um modelo seccional reduzido do Viaduto Estaiado Cidade de Guarulhos em São Paulo, verificando a influência da forma do guarda-corpo na determinação das velocidades críticas de instabilidade por desprendimento de vórtices e por *flutter*. Outro trabalho importante é o de Loredou-Souza *et al.* (2011), no qual estudou-se a ação dinâmica do vento sobre o vão

principal da Ponte do Rio Negro em Manaus. Para uma revisão mais completa sobre métodos experimentais em túneis de vento, o leitor pode consultar as dissertações e teses citadas acima.

Com o avanço na tecnologia dos computadores ao longo das últimas décadas foi possível aumentar consideravelmente a precisão das simulações numéricas, tanto em termos de um maior nível de refinamento dos processos de discretização como também de uma maior complexidade das técnicas e modelos numéricos utilizados. Como consequência, tem-se o surgimento da Engenharia do Vento Computacional a partir da especialização dos métodos numéricos desenvolvidos dentro da Dinâmica de Fluidos Computacional para aplicações da Engenharia do Vento. Neste contexto, o trabalho de Smagorinsky (1963), desenvolvendo uma das primeiras abordagens em LES – Large Eddy Simulation (simulação de grandes escalas), tem um papel muito importante, pois possibilita uma análise mais precisa dos fenômenos associados a turbulência no escoamento.

No CEMACOM/UFRGS (Centro de Mecânica Aplicada e Computacional – Universidade Federal do Rio Grande do Sul), vários trabalhos já foram realizados envolvendo aplicações da Engenharia do Vento Computacional. Braun (2002) apresentou um modelo numérico de interação fluido-estrutura para a análise aerodinâmica e aeroelástica de seções de ponte. O autor analisou escoamentos bidimensionais com uma abordagem pseudo-compressível, utilizando o método explícito de dois passos com uma formulação Arbitrária Lagrangeana-Euleriana (ALE). Os efeitos da turbulência foram simulados diretamente para as grandes escalas do escoamento utilizando o método clássico de Smagorinsky para as escalas de turbulência menores que a resolução da malha. Para a discretização espacial utilizou-se o método dos elementos finitos com elementos quadriláteros de 4 nós com integração completa. O acoplamento entre o fluido e a estrutura é feita aplicando as condições de compatibilidade e equilíbrio na interface através de um esquema particionado, onde o escoamento e a estrutura são resolvidos sequencialmente. A análise dinâmica da estrutura é realizada empregando-se o método clássico de Newmark com abordagem de corpo rígido. O modelo de Braun (2002) conseguiu reproduzir numericamente os ensaios experimentais, obtendo informações aerodinâmicas e aeroelásticas de uma seção de ponte com uma boa precisão.

Mais tarde, Braun e Awruch (2005) aplicaram este mesmo modelo numérico para a análise aeroelástica e aerodinâmica de cabos de linhas de transmissão de energia, onde modelos seccionais de cabos isolados e agrupados foram reproduzidos numericamente para as análises.

Os resultados apresentados mostraram-se consistentes com as previsões obtidas em túneis de vento.

Braun (2007) realizou um trabalho com o objetivo de estudar e desenvolver procedimentos numéricos para a análise tridimensional de problemas da Engenharia do Vento Computacional. O escoamento é resolvido empregando-se diferentes versões do método de Taylor-Galerkin, onde elementos hexaédricos de oito nós com integração reduzida são utilizados. Para a análise da turbulência adota-se a abordagem LES com os modelos clássico e dinâmico de Smagorinsky. A estrutura é tratada como um corpo elástico deformável levando-se em conta os efeitos de não linearidade geométrica, sendo também discretizada com elementos hexaédricos de oito nós e integração reduzida. A equação de equilíbrio dinâmico é integrada utilizando o método implícito de Newmark e o método de estabilização  $\alpha$ -Generalizado para problemas não lineares. O acoplamento fluido-estrutura é realizado através de um esquema particionado com propriedades conservativas. Os resultados obtidos pelo autor foram similares aos resultados experimentais, mostrando a viabilidade dos novos algoritmos desenvolvidos em aplicações da Engenharia do Vento.

No trabalho de Braun e Awruch (2008) estudou-se a ação do vento numa seção da ponte do rio Guamá. Neste trabalho o escoamento era turbulento, viscoso e bidimensional, utilizando a pseudo-compressibilidade, simulação de grandes vórtices, descrição arbitrária Lagrangeana-Euleriana e o método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin. Além disso, levou-se em consideração a interação fluido-estrutura e as equações de equilíbrio dinâmico foram resolvidas utilizando o método de Newmark. Os resultados obtidos mostraram-se consistentes com os dados experimentais em túnel de vento.

Braun e Awruch (2009) realizaram análises aerodinâmicas e aeroelásticas do modelo de edifício alto CAARC, vastamente utilizado para calibrar técnicas experimentais em túneis de vento. Neste trabalho é utilizado um modelo de interação fluido-estrutura descrito acima, sendo a estrutura tratada como um corpo elástico deformável, diferentemente dos modelos utilizados em túneis de vento, onde geralmente se utiliza uma abordagem de corpo rígido com restrições elásticas.

Mais recentemente, Madalozzo (2012) e Aguirre (2017) apresentaram modelos numéricos para a análise de dispersão de poluentes em meios urbanos (MADALOZZO *et al.*, 2014) e ação de

escoamentos de tornados sobre estruturas, respectivamente. Alminhana (2017), por sua vez, realizou um estudo comparativo experimental-numérico para a avaliação do desempenho aerodinâmica de modelos CAARC *Standard Tall Building* com modificações de forma do tipo chanfro e degrau. O autor obteve resultados semelhantes entre as simulações numéricas e os ensaios experimentais (ALMINHANA *et al.*, 2018a e ALMINHANA *et al.*, 2018b).

## 1.1 OBJETIVO E MOTIVAÇÃO

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver uma formulação numérica tridimensional de interação fluido-estrutura para simular as condições encontradas em ensaios aeroelásticos em túneis de vento, especialmente modelos seccionais de pontes e modelos de edifícios altos. Como exemplo de uma seção de ponte, será utilizada a ponte *Great Belt East Bridge*, amplamente pesquisada e apresentada em trabalhos como os de Kuroda (1997), Larsen e Walther (1997), Larsen e Walther (1998) e Braun (2002). Já em relação ao modelo de um edifício alto, será utilizado o modelo de edifício alto conhecido como CAARC, já estudado por Braun e Awruch (2009).

A presente formulação é uma extensão do modelo bidimensional proposto no trabalho de Braun (2002), a fim de obter um correto tratamento dos efeitos da turbulência, que é um fenômeno intrinsecamente tridimensional, e uma melhor aproximação para a estrutura em relação às técnicas experimentais usadas em túneis de vento. Em relação a turbulência, Tenekes e Lumley (1972) comentam que a turbulência é também rotacional e tridimensional, visto que caracteriza-se por altos níveis de flutuações dos vórtices, sendo que essas flutuações não conseguiriam se manter caso as flutuações da velocidade fossem bidimensionais. Verifica-se que um mecanismo importante para a manutenção da vorticidade, conhecido como o alongamento dos vórtices, é inexistente em escoamentos bidimensionais. Deardorff (1973) também comenta que as subfaixas inerciais entre a turbulência bidimensional e tridimensional são tão diferentes que utilizar um modelo bidimensional para simular um escoamento tridimensional só é justificável em problemas onde a continuidade e as forças predominam em duas dimensões como, por exemplo, a brisa do mar.

Além disso, Braun e Awruch (2009) utilizaram uma abordagem de corpo deformável elástico para representar o modelo de edifício CAARC. Entretanto, conforme Oliveira (2009), os edifícios altos são compostos por paredes e uma malha estrutural formada por vigas e pilares.

Sob ação de carregamento lateral, as paredes se deformam em modo de flexão, enquanto a malha estrutural se deforma em um modo cortante. Quando as paredes e a malha estrutural trabalham em conjunto, unidas pelas lajes rígidas, o edifício deforma-se em um modo de flexo-corte, que pode ser aproximado por uma linha reta, conforme apresenta a Figura 1.5. Portanto, pode-se notar que o movimento de um edifício alto se assemelha com o movimento de um corpo rígido, como é tratado nos ensaios em túnel de vento. Como esse trabalho visa reproduzir as condições dos ensaios aeroelásticos em túneis de vento, utilizar-se-á formulações de movimento de corpo rígido tridimensional para a representação dos modelos estudados.

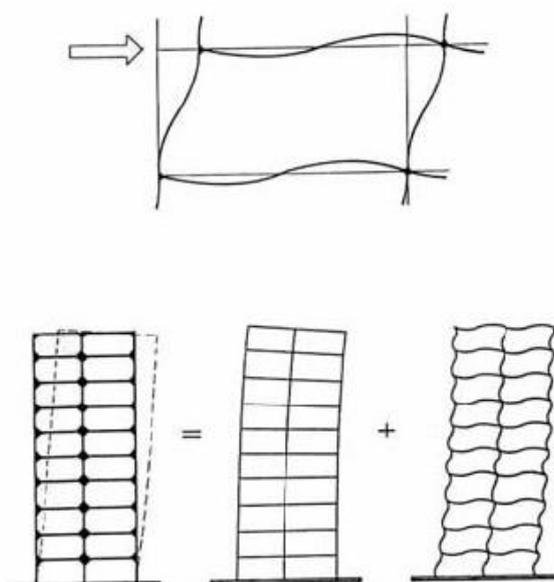


Figura 1.5 – Deformação de um edifício alto devido a cargas laterais. (OLIVEIRA, 2009).

## 1.2 METODOLOGIA

Neste trabalho serão estudados apenas escoamentos de fluidos viscosos em condição incompressível. Entretanto, impondo a restrição da incompressibilidade (divergente do campo de velocidade deve anular-se), reduz-se a equação de conservação de massa a uma forma que apresenta uma série de dificuldades. Portanto, a sua análise será em regime transiente com a consideração da pseudo-compressibilidade, apresentada originalmente por Chorin (1967). Braun (2002) comenta que a argumentação física desta hipótese está no fato de que a condição

de incompressibilidade total é ideal, sendo que os escoamentos reais possuem certo nível de compressibilidade que resulta de uma velocidade de propagação do som que não é infinita. Visto que serão estudados escoamentos turbulentos devido aos altos números de Reynolds observados nos escoamentos de vento, utiliza-se o modelo de Smagorinsky (1963) no contexto da metodologia LES - “*Large Eddy Simulation*” ou Simulação de Grandes Escalas.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é adotado para discretização do espaço de análise e o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin (T-G) (KAWAHARA E HIRANO, 1983) para a solução das equações fundamentais para escoamentos incompressíveis, onde elementos hexaédricos isoparamétricos de oito nós com integração reduzida são empregados. Entretanto, ao se utilizar esta técnica de integração, podem surgir instabilidades na malha conhecidas como modos espúrios, exigindo a adoção de um esquema de controle de modos espúrios para estabilização da formulação numérica (CHRISTON, 1997).

Para tratar a Interação Fluido-Estrutura (IFE) considera-se um esquema de acoplamento fraco particionado, onde o escoamento e a estrutura são resolvidos sequencialmente a partir da imposição das condições de equilíbrio e compatibilidade cinemática na interface. A estrutura é tratada como um corpo rígido tridimensional indeformável vinculado a apoios elásticos e amortecedores viscosos. O método implícito de Newmark é empregado para a solução das equações de movimento no domínio do tempo quando o movimento da estrutura se dá no plano ou quando envolve apenas os graus de liberdade de translação. A fim de acomodar os movimentos do corpo imerso na malha de elementos finitos do escoamento, emprega-se uma formulação ALE (Arbitrária Lagrangeana-Euleriana) e um esquema de movimento de malha arbitrário.

## 2 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

### 2.1 EQUAÇÕES PARA ANÁLISE DA DINÂMICA DE ESCOAMENTOS INCOMPRESSÍVEIS

As expressões utilizadas na análise de escoamentos constituídos de um fluido qualquer são dadas pelas equações de balanço (conservação de massa, balanço de momento e conservação de energia), relações constitutivas e relações termodinâmicas.

Neste trabalho são considerados apenas escoamentos isotérmicos, nos quais se despreza a variação de temperatura. Portanto, o sistema de equações fundamentais do escoamento é formado pelas equações e relações comentadas a seguir.

#### 2.1.1 Equações de Navier-Stokes

Conforme Schlichting (1979), as equações de balanço de momento, também chamadas de equações de Navier-Stokes, são derivadas da Segunda Lei de Newton, sendo descritas em um sistema de coordenadas cartesianas retangulares pela equação abaixo:

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = X_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \left[ \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \right\} \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (2.1)$$

Na expressão acima, as propriedades físicas do fluido são a massa específica ( $\rho$ ), a viscosidade volumétrica ( $\lambda$ ) e a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ), sendo as variáveis do escoamento dadas pela pressão termodinâmica ( $p$ ) e as componentes do vetor de velocidades do escoamento ( $v_i$ ). As variáveis do escoamento ( $v_i$  e  $p$ ) são dadas em função de suas coordenadas cartesianas no espaço segundo a direção dos eixos  $x_i$  e em função do tempo  $t$ . Ainda tem-se a força de corpo  $X_i$  e o delta de Kronecker ( $\delta_{ij}$ ), onde se tem  $\delta_{ij} = 1$  caso  $i = j$ , e  $\delta_{ij} = 0$  se  $i \neq j$ .

#### 2.1.2 Equação de conservação de massa usando a hipótese de pseudo-compressibilidade

A equação da conservação de massa (equação da continuidade) expressa o fato de que para uma unidade de volume há um balanço entre a massa entrando e saindo por unidade de tempo e mudanças de densidade. A equação de conservação de massa está apresentada na Equação (2.2) usando um sistemas de coordenadas cartesianas retangulares:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.2)$$

Para um escoamento incompressível, aproxima-se a massa específica como constante, tanto no espaço como no tempo. Consequentemente, obtém-se a equação da continuidade na forma apresentada abaixo:

$$\frac{\partial(v_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.3)$$

Entretanto, pode-se obter uma forma para a equação de massa contendo um termo explícito de pressão. Para isso, deve-se considerar a hipótese da pseudo-compressibilidade formulada por Chorin (1967), que considera que a velocidade de propagação do som no fluido ( $c$ ) apresenta um valor finito nos escoamentos naturais, adotando-se, neste caso, a seguinte relação:

$$c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial x_j} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \quad (j = 1,2,3) \quad (2.4)$$

Ao substituir os termos da derivada de massa da Equação (2.4) na Equação (2.2), tem-se:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.5)$$

A Equação (2.5) é a nova equação de conservação de massa, sendo utilizada neste trabalho como aproximação para escoamentos incompressíveis.

### 2.1.3 Equações constitutivas

Em um fluido Newtoniano, as relações entre tensão e taxa de deformação em um ponto qualquer no espaço são dadas pelas expressões abaixo:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \quad (i, j = 1,2,3) \quad (2.6)$$

sendo

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (i, j, k = 1,2,3) \quad (2.7)$$

onde  $\sigma_{ij}$  são as componentes do tensor de tensões totais e  $\tau_{ij}$  as componentes do tensor de tensões viscosas.

Conforme White (2015), Stokes propôs uma relação entre a viscosidade volumétrica ( $\lambda$ ) e a viscosidade dinâmica ( $\mu$ ) do fluido compressível, reduzindo o número de propriedades que caracterizam o campo de tensões em um fluido compressível de dois para apenas um. A relação de Stokes, conhecida como Hipótese de Stokes, é dada por:

$$3\lambda + 2\mu = 0 \quad (2.8)$$

O tensor taxa de deformação do fluido  $S_{ij}$  é dado por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2.9)$$

## 2.2 ANÁLISE DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

O fenômeno da turbulência é facilmente observado, porém de difícil definição. Portanto, pode-se apenas comentar algumas características da turbulência, características estas listadas por Tenekes e Lumley (1972), que são a irregularidade ou aleatoriedade do escoamento turbulento, a difusividade, os altos números de Reynolds, a continuidade, a dissipatividade, a tridimensionalidade das flutuações dos vórtices, além de a turbulência não ser uma característica do fluido mas do escoamento.

A análise de escoamentos turbulentos é feita, principalmente, de duas formas, pela simulação direta numérica (DNS) e pela modelagem da turbulência.

A simulação direta numérica (DNS) busca discretizar todas as escalas de vórtices do escoamento, ou seja, é necessário que a malha computacional tenha seus elementos com dimensões inferiores aos vórtices correspondentes à menor escala de turbulência, além de um intervalo de tempo pequeno, garantindo a captura das flutuações de mais alta frequência. A utilização da DNS implica em maior esforço computacional conforme o aumento do número de Reynolds, ou seja, para números de Reynolds baixo a utilização da DNS é válida, entretanto, para Reynolds altos, com os supercomputadores atuais, a utilização da DNS se torna inviável.

Sabendo da limitação da DNS, evita-se a discretização de todas escalas de vórtices do escoamento utilizando modelos de turbulência que, em geral, tem como objetivo resolver as equações de Navier-Stokes a partir da aplicação de procedimentos de média temporal ou aplicação de processos de filtragem espacial.

Os modelos para a análise de escoamentos turbulentos mais empregados são os modelos  $\kappa - \epsilon$  e LES (*Large Eddy Simulation*). O modelo  $\kappa - \epsilon$  é baseado em equações médias obtidas a partir da decomposição de Reynolds e no conceito de viscosidade turbulenta isotrópica. Conforme Braun (2007), apesar desse modelo ser popular, também apresenta restrições quando se têm escoamentos turbulentos sobre corpos rombudos, portanto, não é recomendado em problemas de Engenharia do Vento, onde os campos de escoamento apresentam características altamente complexas, como a presença de várias zonas de recirculação, separação e recolamento simultaneamente. Para melhorar o desempenho do modelo  $\kappa - \epsilon$ , vários autores propuseram modificações, como o modelo  $\kappa - \epsilon - \Phi$ , o modelo RNG  $\kappa - \epsilon$  proposto por Yakhot e Orszag (1986) e também o modelo  $\kappa - \omega$  desenvolvido por Wilcox (1988). Apesar das modificações propostas pelos autores, os modelos LES ainda obtinham resultados superiores.

O modelo LES pode ser considerado uma metodologia intermediária entre a Simulação Numérica Direta (DNS) e a simulação através da média de Reynolds. Lembrando que cada método tem suas limitações. Na próxima seção será apresentado o modelo LES.

### 2.2.1 Metodologia LES (*Large Eddy Simulation*)

Neste trabalho, para a análise numérica de escoamentos turbulentos, utiliza-se a Simulação de Grandes Vórtices (LES – *Large Eddy Simulation*) com modelos de submalha de fechamento.

No modelo LES, os grandes vórtices (grandes escalas de turbulência) com frequências de flutuação mais baixas são resolvidos diretamente a partir da resolução de malha existente, já os vórtices menores (escalas inferiores à malha) são utilizados modelos de turbulência que representarão os efeitos das pequenas escalas sobre o escoamento. Neste trabalho utiliza-se o modelo clássico de Smagorinsky (1963) e também o modelo dinâmico proposto inicialmente por Germano *et. al* (1991) e corrigido por Lilly (1992).

Para diferenciar as grandes das pequenas escalas no modelo LES, Leonard (1975) propôs a filtragem de uma variável através da convolução da mesma por uma função filtro. Neste trabalho será utilizado uma função filtro do tipo *box*.

Para a separação das grandes e pequenas escalas, a Equação (2.10) separa as parcelas dos grandes e pequenos vórtices, na sequência a Equação (2.11) aplica o produto de convolução da variável pela função de filtragem, sendo a função de filtragem apresentada na Equação (2.12).

$$v_i = \bar{v}_i + v'_i \quad e \quad p = \bar{p} + p' \quad (2.10)$$

sendo  $v_i$  a componente do vetor velocidade na direção  $i$ ,  $\bar{v}_i$  a componente do vetor velocidade da parcela das grandes escalas, na direção  $i$ ,  $v'_i$  a componente do vetor velocidade da parcela das pequenas escalas na direção  $i$ ,  $p$  a pressão,  $\bar{p}$  a pressão da parcela das grandes escalas e por final  $p'$  a pressão da parcela das pequenas escalas.

$$\bar{f}(x_i) = \int G(x_i - x'_i) f(x'_i) dx'_i \quad (i = 1,2,3) \quad (2.11)$$

onde  $\bar{f}(x_i)$  é a função de convolução e  $G(x_i - x'_i)$  a função de filtragem.

$$G(x_i - x'_i) = \begin{pmatrix} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\Delta_i}, \text{ para } |x_i - x'_i| < \frac{\Delta_i}{2} \\ 0, \text{ para } |x_i - x'_i| > \frac{\Delta_i}{2} \end{pmatrix}, \bar{\Delta} = (\Delta_1 \Delta_2 \Delta_3)^{1/3} \quad (2.12)$$

sendo  $\Delta_i$  a dimensão do filtro na direção  $i$ ,  $n$  o número de dimensões do problema e  $\bar{\Delta}$  a dimensão característica associada ao filtro utilizado.

Com o uso da filtragem e aplicando o operador de média nas variáveis da equação de Navier-Stokes, a expressão de balanço de momento é apresentada na Equação (2.13) e a expressão de conservação de massa na Equação (2.14). Para mais detalhes ver Braun (2007).

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \delta_{ij} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial \bar{v}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \bar{\tau}_{ij}^{SGS} \right\} = \frac{1}{\rho} \bar{X}_i \quad (i,j,k=1,2,3) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \bar{v}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \rho c^2 \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_j} = 0 \quad (j = 1,2,3) \quad (2.14)$$

onde

$$\bar{\tau}_{ij}^{SGS} = \rho(\overline{v'_i v'_j}) = 2\mu_T \bar{S}_{ij} \quad (2.15)$$

sendo  $\bar{\tau}_{ij}^{SGS}$  o tensor de tensões submalha,  $\mu_T$  a viscosidade turbulenta e  $\bar{S}_{ij}$  as componentes do tensor taxa de deformação.

a) Modelo clássico de Smagorinsky

Pelo modelo clássico de Smagorinsky (1963), a viscosidade turbulenta  $\mu_T$  é obtida pela seguinte expressão:

$$\mu_T = \rho(C_S \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (2.16)$$

onde

$$\bar{\Delta} = (\Delta x \Delta y \Delta z)^{1/3} \quad (2.17)$$

$$|\bar{S}| = (2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij})^{1/2} \quad (2.18)$$

e

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{v}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.19)$$

sendo  $C_S$  a constante de Smagorinsky que, conforme Murakami (1997), normalmente assume valores entre 0.1 e 0.25, de acordo com o escoamento.

b) Modelo dinâmico

Pelo modelo dinâmico, a viscosidade turbulenta  $\mu_T$  é definida como:

$$\mu_T = \rho C(\vec{x}, t) \bar{\Delta}^2 |\bar{S}| \quad (2.20)$$

onde  $C(\vec{x}, t)$  é o coeficiente dinâmico, calculado automaticamente através da evolução do escoamento, variando em função da posição no espaço e do tempo.

O coeficiente dinâmico é calculado da seguinte forma:

$$C(\vec{x}, t) = -\frac{1}{2} \frac{\mathcal{L}_{ij} \mathcal{M}_{ij}}{\mathcal{M}_{ij} \mathcal{M}_{ij}} \quad (2.21)$$

onde

$$\mathcal{L}_{ij} = \langle \bar{v}_i \bar{v}_j \rangle - \langle \bar{v}_i \rangle \langle \bar{v}_j \rangle \quad (2.22)$$

$$\mathcal{M}_{ij} = \langle \bar{\Delta} \rangle^2 - |\langle \bar{S} \rangle \langle \bar{S}_{ij} \rangle| - \langle \Delta^2 | \bar{S} | \bar{S}_{ij} \rangle \quad (2.23)$$

sendo  $\mathcal{L}_{ij}$  o tensor de Leonard global e  $\mathcal{M}_{ij}$  o tensor da parte anisotrópica das tensões de submalha.

As variáveis  $\langle \cdot \rangle$  estão associadas a um segundo filtro, nelas utilizam-se um filtro de dimensão característica superior ao primeiro filtro. Neste trabalho a segunda filtragem é realizada conforme a Equação (2.24).

$$\langle \bar{k} \rangle^i = \frac{\sum_{j-1}^{nn} \left( \frac{\bar{k}^j}{d_i^j} \right)}{\sum_{j-1}^{nn} \left( \frac{1}{d_i^j} \right)} \quad (2.24)$$

sendo  $\bar{k}$  uma variável genérica correspondente as grandes escalas do primeiro filtro e o seu valor  $\langle \bar{k} \rangle^i$  associada ao segundo filtro. Ainda tem-se  $nn$  como o número de nós com conectividade direta ao nó  $i$ ,  $d_i^j$  a distância euclidiana entre os nós  $i$  e  $j$ , e  $\bar{k}^j$  a variável associada ao primeiro filtro no nó  $j$ .

Maiores detalhes sobre os modelo clássico e dinâmico, podem ser encontrados em Braun (2007).

### 2.3 INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Problemas de interação fluido-estrutura são tratados numericamente de acordo com o modelo de acoplamento utilizado. Há duas formas para abordar a questão do acoplamento: a primeira é o tratamento monolítico e a segunda o tratamento particionado.

Na abordagem monolítica, todo o problema é tratado como uma única entidade, sendo resolvido em um único sistema de equações onde todos subsistemas são integrados no tempo simultaneamente. Por outro lado, na abordagem particionada os subsistemas são tratados como entidades isoladas, integradas no tempo de forma sequencial, sendo os efeitos de interação comunicados através da interface usando técnicas de sincronização.

Algumas vantagens do tratamento particionado foram expostas por Braun (2007), como a capacidade de modelar cada meio físico independentemente, a construção de códigos customizados e a maior facilidade em validar novos modelos. Nos problemas da Engenharia do Vento Computacional, a utilização de esquemas particionados para tratar problemas de interação fluido-estrutura é vantajosa por alguns motivos, tais como a grande diferença entre as massas específicas do ar e do material que compõe a estrutura, o que resulta numa interação fraca entre os dois meios além de problemas de convergência por mau condicionamento do sistema de equações empregado em esquemas monolíticos.

Em relação às propriedades de conservação no processo de interação ainda pode-se classificar o acoplamento como fraco ou forte. O acoplamento é considerado forte quando as condições de compatibilidade e de equilíbrio são impostas simultaneamente no fluido e na estrutura. Por outro lado, o acoplamento pode ser considerado fraco quando essas condições são satisfeitas apenas aproximadamente, de forma sequencial. Portanto, pode-se dizer que todo acoplamento particionado é fraco, visto que a imposição das condições sobre a interface é feita de maneira aproximada. Para contornar este problema, recorre-se a alternativa de adotar o modelo chamado de acoplamento fraco consistente (BRAUN, 2002), onde termos adicionais de amortecimento e massa do fluido são considerados na equação de equilíbrio dinâmico da estrutura a partir da imposição das condições de compatibilidade de velocidade e aceleração na interface.

Neste trabalho utiliza-se um esquema de acoplamento particionado convencional, tratando os meios fluido e sólido separadamente e em sequência, como mostra a Figura 2.1.

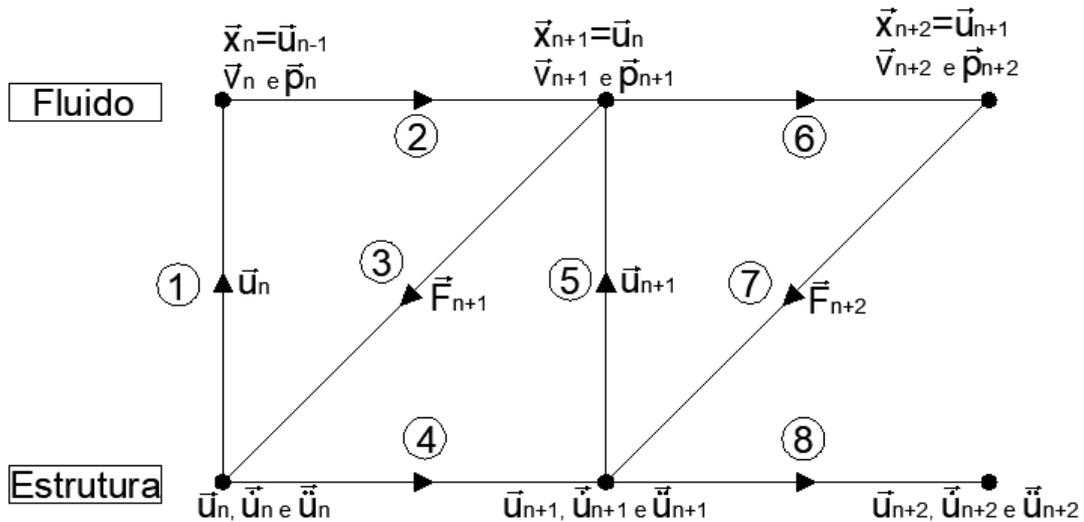


Figura 2.1 - Algoritmo para análise de problemas de interação fluido-estrutura através de um modelo particionado convencional. (Baseado em BRAUN, 2007).

Na Figura 2.1,  $\vec{u}$ ,  $\vec{u}$  e  $\vec{\ddot{u}}$  representam, respectivamente, os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração relativos a estrutura,  $\vec{p}$  e  $\vec{v}$  são, respectivamente, os vetores de pressão e velocidade referentes ao fluido e  $\vec{x}$  representa o vetor posição da malha no fluido. As expressões no topo da figura representam as equações de compatibilidade de deslocamentos, válidas apenas para a interface  $\Gamma_{FS}$ . O subíndice  $n$  designa a posição no tempo. Neste esquema verifica-se que a posição da estrutura está sempre atrasada um passo de tempo em relação à posição do fluido, fazendo com que as condições de compatibilidade e de equilíbrio sejam impostas apenas de forma aproximada.

### 2.3.1 Condições de compatibilidade cinemática e equilíbrio

Nas formulações de interação fluido-estrutura a condição de compatibilidade cinemática deve ser imposta na interface sólido-fluido, fazendo com que as velocidades e acelerações do fluido e da estrutura sejam iguais nos nós da malha pertencentes à interface. Devido à condição de não deslizamento adotada para fluidos sobre contornos sólidos, tem-se que:

$$\vec{V}_F^I = \vec{U}_E^I \quad (2.25)$$

$$\vec{V}_F^I = \vec{U}_E^I$$

onde os subscritos E e F, representam quantidades relativas a estrutura e fluido, respectivamente, e o sobrescrito I refere-se a interface.

Os valores de  $\vec{U}_E^I$  e  $\vec{\ddot{U}}_E^I$  são obtidos através dos vetores de velocidade e aceleração obtidos no centro de massa da estrutura  $\dot{U}_E^{CM}$  e  $\ddot{U}_E^{CM}$  conforme a abordagem cinemática de corpos rígidos, usada neste trabalho, sendo dados pelas expressões abaixo:

$$\vec{U}_E^I = \vec{U}_E^{CM} + \vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,I} \quad (2.26)$$

$$\vec{\ddot{U}}_E^I = \vec{\ddot{U}}_E^{CM} + \vec{\alpha} \times \vec{r}_{CM,I} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,I}) \quad (2.27)$$

onde  $\vec{\omega}$  e  $\vec{\alpha}$  são os vetores de velocidade e aceleração angulares da estrutura e  $\vec{r}_{CM,I}$  é o vetor posição relativa definido entre um ponto  $I$  qualquer da interface e o centro de massa  $CM$  da estrutura. Os vetores  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{\alpha}$  e  $\vec{r}_{CM,I}$  são apresentados com segue:

$$\vec{\omega} = \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \dot{\theta}_z \end{Bmatrix} \quad (2.28)$$

$$\vec{\alpha} = \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_x \\ \ddot{\theta}_y \\ \ddot{\theta}_z \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\vec{r}_{CM,I} = \begin{Bmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

Usando a forma matricial, pode-se escrever a Equação (2.26) e a Equação (2.27) como:

$$\begin{Bmatrix} \dot{U}_{x_E}^I \\ \dot{U}_{y_E}^I \\ \dot{U}_{z_E}^I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_z & -r_y \\ 0 & 1 & 0 & -r_z & 0 & r_x \\ 0 & 0 & 1 & r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{U}_{x_E}^{CM} \\ \dot{U}_{y_E}^{CM} \\ \dot{U}_{z_E}^{CM} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

e

$$\begin{aligned}
\begin{Bmatrix} \ddot{U}_{x_E}^I \\ \ddot{U}_{y_E}^I \\ \ddot{U}_{z_E}^I \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_z & -r_y \\ 0 & 1 & 0 & -r_z & 0 & r_x \\ 0 & 0 & 1 & r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_{x_E}^{CM} \\ \ddot{U}_{y_E}^{CM} \\ \ddot{U}_{z_E}^{CM} \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{Bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) & -\omega_y r_x & -\omega_z r_x \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_x r_y & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) & -\omega_z r_y \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_x r_z & -\omega_y r_z & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) \end{bmatrix} &\begin{Bmatrix} \dot{U}_{x_E}^{CM} \\ \dot{U}_{y_E}^{CM} \\ \dot{U}_{z_E}^{CM} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.32}$$

A matriz de translação  $\underline{L}$  e sua derivada temporal  $\underline{L}'$  são definidas como:

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & r_z & -r_y \\ 0 & 1 & 0 & -r_z & 0 & r_x \\ 0 & 0 & 1 & r_y & -r_x & 0 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

e

$$\underline{L}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) & -\omega_y r_x & -\omega_z r_x \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_x r_y & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) & -\omega_z r_y \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_x r_z & -\omega_y r_z & (\omega_y r_y + \omega_z r_z) \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

As condições de equilíbrio de forças devem também ser impostas na interface fluido-estrutura, porém a carga produzida pelo fluido deve ser transladada para o centro de massa do corpo imerso no escoamento, onde as equações de movimento são escritas, ou seja:

$$(\vec{Q}_E^I)_p = \underline{L}_p (\vec{Q}_E^{CM})_p \tag{2.35}$$

sendo  $(\vec{Q}_E^I)_p$  o vetor de forças do escoamento avaliadas em um dado ponto  $p$  sobre a interface e  $(\vec{Q}_E^{CM})_p$  é o mesmo vetor, apenas avaliado no centro de massa da estrutura, como apresentado a seguir:

$$(\vec{Q}_E^I)_p = \begin{Bmatrix} F_x^I \\ F_y^I \\ F_z^I \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

$$(\vec{Q}_E^{CM})_p = \begin{Bmatrix} F_x^{CM} \\ F_y^{CM} \\ F_z^{CM} \\ M_x^{CM} \\ M_y^{CM} \\ M_z^{CM} \end{Bmatrix} \quad (2.37)$$

Sabendo que as forças que atuam nos contornos da estrutura são equivalentes aos vetores de tração  $\vec{t}_f^I$  do escoamento, avaliados sobre toda interface fluido-estrutura  $\Gamma_{int}$  e com sinal invertido, tem-se a seguinte expressão:

$$(\vec{Q}_E^I)_{total} = - \int_{\Gamma_{int}} (\vec{t}_f^I)_p \, d\Gamma \quad (2.38)$$

onde  $\vec{t}_f^I$  é dado por:

$$\vec{t}_f^I = \sigma_F^I \cdot \vec{n}_p \quad (2.39)$$

sendo  $\sigma_F^I$  dado pela equação (2.6) e  $\vec{n}_p$  o vetor normal a superfície do sólido avaliada em um ponto  $p$ .

Logo, com as equações (2.35) e (2.38) tem-se:

$$(\vec{Q}_E^{CM})_{total} = - \int_{\Gamma_{int}} (L)_p^T (\vec{t}_f^I)_p \, d\Gamma \quad (2.40)$$

onde  $(L)_p^T$  é a transposta da matriz de translação avaliada em um ponto  $p$  da interface.

### 2.3.2 Descrição ALE

As equações de Navier-Stokes e de conservação de massa comentadas anteriormente estão descritas com uma formulação Euleriana. Entretanto, em problemas de interação fluido-estrutura os deslocamentos ou deformações da estrutura exigem uma formulação arbitrária

Lagrangeana-Euleriana (ALE) para a região próxima ao corpo. Para o movimento da malha deve-se usar o vetor velocidade de malha  $\vec{w}$ , definido conforme as condições de contorno dadas nas equações abaixo:

$$\vec{w} = \vec{w}_b \quad \text{em } \Gamma_b \quad (2.41)$$

e

$$\vec{w} = \vec{w}_e \quad \text{em } \Gamma_e \quad (2.42)$$

onde  $\Gamma_b$  é a superfície de contorno fluido-estrutura, com velocidade de malha  $\vec{w}_b$ , já  $\Gamma_e$  é a superfície de interface entre as regiões ALE e Euleriana da malha do fluido com velocidade de malha  $\vec{w}_e$  nula. Nos demais nós a velocidade  $\vec{w}$  é definida por um esquema arbitrário de movimento de malha.

Neste trabalho emprega-se o mesmo esquema adotado por Teixeira (2001) e posteriormente por Braun (2002), onde considera-se um procedimento de suavização das velocidades da malha a partir dos valores verificados na interface, como pode ser observado na Figura 2.2. Sua determinação é feita utilizando uma velocidade ponderada a partir da distância entre os nós do domínio do fluido e as distancias da interface, como é mostrado a seguir:

$$w_k^i = \frac{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij} w_k^j}{\sum_{j=1}^{NS} a_{ij}} \quad (i=1,\dots,NALE; k=1,2,3) \quad (2.43)$$

onde NS é o número total de superfícies de fronteira e NALE é o número de nós internos, ambos em relação ao domínio ALE. Os fatores  $a_{ij}$  são os coeficientes de influência entre os pontos do interior do domínio  $i$  e os nós de fronteira  $j$ , dados por:

$$a_{ij} = (d_{ij})^{-n} \quad (2.44)$$

onde  $d_{ij}$  é a distância Euclidiana entre os nós  $i$  e  $j$ , já  $n$  é o exponencial de malha, um valor arbitrário definido pelo usuário com a finalidade de atenuar a ponderação da distância sobre os valores de velocidade de malha. Normalmente,  $n$  é definido como 4, como pode-se ver no trabalho de Braun (2002).

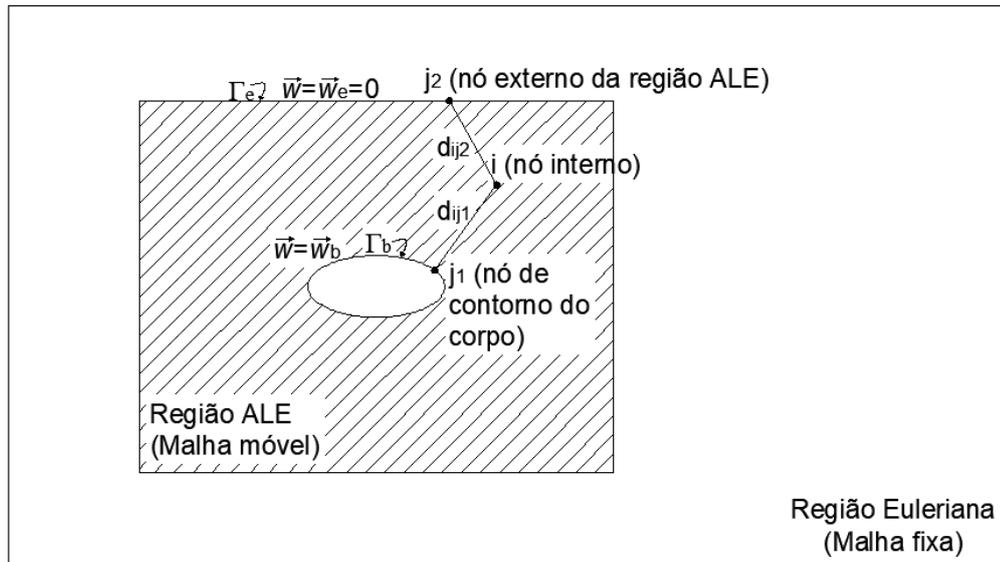


Figura 2.2 – Definição de parâmetros para o esquema de movimento de malha.(baseado em BRAUN, 2007).

## 2.4 ANÁLISE DA ESTRUTURA

No presente trabalho os corpos tratados são considerados a partir de uma abordagem de corpo rígido, ou seja, sem apresentar deformações na sua forma durante todo o tempo de análise. Justifica-se essa hipótese visto que os deslocamentos nos exemplos utilizados são maiores que as deformações que a estrutura poderia apresentar (BRAUN, 2002).

### 2.4.1 Dinâmica de corpos rígidos na forma variacional

Pelo princípio de Hamilton, tem-se que:

$$\int_{t_1}^{t_2} \partial(\kappa - \pi) dt + \int_{t_1}^{t_2} \partial W_D dt = 0 \quad (2.45)$$

sendo

$$\pi = \int_{t_1} \Omega dV - W_{EXT} \quad (2.46)$$

onde  $\pi$  é a energia potencial total e  $W_{EXT}$  o trabalho externo, dado por:

$$W_{EXT} = \int_V \vec{U} \cdot \rho \vec{b} dV + \int_S \vec{U} \cdot \vec{t} ds \quad (2.47)$$

sendo  $\vec{U}$  é o vetor de deslocamentos,  $\vec{b}$  o vetor de forças de volume por unidade de massa,  $\vec{t}$  o vetor de tensão,  $\Omega$  a energia de deformação específica,  $W_D$  o trabalho realizado por forças dissipativas e  $\kappa$  a energia cinética por unidade de volume.

A energia de deformação específica, energia cinética por unidade de volume e trabalho das forças dissipativas são dadas por:

$$\Omega = \int \sigma d\varepsilon \quad (2.48)$$

$$\kappa = \frac{1}{2} \int \rho \vec{U} \cdot \vec{U} dV \quad (2.49)$$

$$W_D = - \int \vec{U} \cdot \vec{f}_D dV \quad (2.50)$$

sendo as forças dissipativas  $f_D$  dadas por:

$$f_D = -\chi \vec{U} \quad (2.51)$$

onde  $\chi$  é o coeficiente de amortecimento e assim obtém-se:

$$\int_{t_1}^{t_2} \left( \int_V \rho \partial \vec{U} \cdot \vec{U} dV + \int_V \partial \vec{U} \cdot \chi \vec{U} dV - \int_V \partial \varepsilon^T \sigma dv + \int_V \partial \vec{U} \cdot \rho \vec{b} dV + \int_S \partial \vec{U} \cdot \vec{t} ds \right) dt = 0 \quad (2.52)$$

Considera-se que:

- $\partial \kappa$  é integrado por partes no tempo;

- $\partial \vec{U}$  é nulo em  $t = t_1$  e  $t = t_2$ ;
- $\partial \vec{U}$  é nulo em  $\Gamma_D$ , onde condições de contorno são aplicadas sobre  $\vec{U}$ .

Em casos em que o corpo rígido é vinculado a apoios elásticos, tem-se que:

$$\kappa = \frac{1}{2} \left( \frac{d}{dt} \vec{r}_{CM} \right)^2 \int_V \rho dV + \frac{1}{2} \int (\vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,i})^2 \rho dV \quad (2.53)$$

$$\int_V \partial \xi^T \underline{\sigma} dv = 0 \quad (2.54)$$

Acrescenta-se ao trabalho externo total o termo referente ao trabalho realizado pelas forças elásticas reativas:

$$\vec{f}_{EL} = \underline{K} \vec{U}_{CM} \quad (2.55)$$

$$W_{EXT}^{f_{EL}} = \sum_{i=1}^n (\vec{U}_{CM} \cdot \vec{f}_{EL}) \quad (2.56)$$

onde a primeira parte da soma da Equação (2.53) é referente a energia cinética de translação e a segunda parte da soma é referente a energia cinética de rotação, já a Equação (2.54) informa que não há deformação. A matriz  $\underline{K}$  é a matriz que contém as constantes elásticas das molas.

Portanto, tem-se que:

$$\int_{t_1}^{t_2} [\partial \kappa + \partial W_{EXT} + \partial W_D + \partial W_{f_{EL}}] dt = 0 \quad (2.57)$$

Descrevendo o problema no referencial inercial temos a relação entre o sistema inercial XYZ e o sistema solidário local xyz usando ângulos de Euler, como é apresentado na Figura 2.3 e a matriz de rotação com os ângulos de Euler está apresentada na Equação (2.58).

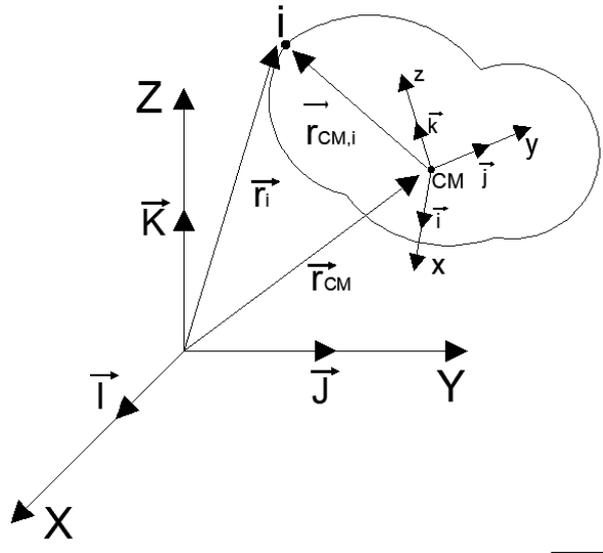


Figura 2.3 – Relação entre o sistema inercial XYZ e o sistema solidário local xyz.

$$\tilde{R}_i^{NI} = \begin{bmatrix} \cos\theta\cos\psi & \cos\theta\sin\psi & -\sin\theta \\ -\cos\phi\sin\psi + \sin\phi\sin\theta\cos\psi & \cos\phi\cos\psi + \sin\phi\sin\theta\sin\psi & \sin\phi\cos\theta \\ \sin\phi\sin\psi + \cos\phi\sin\theta\cos\psi & -\sin\phi\cos\psi + \cos\phi\sin\theta\sin\psi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$\begin{Bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{Bmatrix} = \tilde{R} \begin{Bmatrix} \vec{I} \\ \vec{J} \\ \vec{K} \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

O vetor velocidade angular no sistema solidário é dado por:

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k} \quad (2.60)$$

$$\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} \quad (2.61)$$

sendo, nesse caso:

$$\partial \vec{r}_i = \partial \vec{r}_{CM} + \partial \vec{\Phi} \times \vec{r}_{CM,i} \quad \partial \vec{\Phi} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (2.62)$$

$$\partial \kappa = \partial \kappa_{trans} + \partial \kappa_{rot} \quad (2.63)$$

onde a parte de translação é dada por:

$$\partial \kappa_{trans} = \frac{1}{2} \cdot 2 \dot{r}_{cm} \partial \dot{r}_{cm} \int_V \rho dV = \dot{r}_{cm} \partial \dot{r}_{cm} \int_V \rho dV \quad (2.64)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \partial \kappa_{trans} = \int_{t_1}^{t_2} (\dot{r}_{cm} \partial \dot{r}_{cm} \int_V \rho dV) dt \quad (2.65)$$

Integrando por partes temos:

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{r}_{cm} \partial \dot{r}_{cm} dt = - \int_{t_1}^{t_2} \ddot{r}_{cm} \dot{r}_{cm} dt \quad (2.66)$$

Já a parte de rotação é dada por:

$$\kappa_{rot} = \int_V \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,i})^2 \rho dV \quad \partial \vec{r}_{CM,i} = \vec{0} \quad (2.67)$$

$$\partial \kappa_{rot} = \int_V 2 \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,i})^2 (\partial \vec{\omega} \times \vec{r}_{CM,i}) \rho dV \quad (2.68)$$

$$\partial \kappa_{rot} = (\underline{I}_{CM} \vec{\omega}) \cdot \delta \vec{\omega} = \vec{H}_{CM} \cdot \delta \vec{\omega} \quad (2.69)$$

onde  $\vec{H}_{CM}$  é o vetor momento resultante (dado no centro de massa) e  $\underline{I}_{CM}$  o tensor de inércia de massa, dado por:

$$\underline{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

Os termos de inércia da Equação (2.70) são apresentados a seguir:

$$I_x = \int_V \rho (r_y^2 + r_z^2) dV \quad (2.71)$$

$$I_y = \int_V \rho (r_x^2 + r_z^2) dV \quad (2.72)$$

$$I_z = \int_V \rho (r_x^2 + r_y^2) dV \quad (2.73)$$

$$I_{xy} = I_{yx} = \int_V \rho r_x r_y dV \quad (2.74)$$

$$I_{xz} = I_{zx} = \int_V \rho r_x r_z dV \quad (2.75)$$

$$I_{zy} = I_{yz} = \int_V \rho r_z r_y dV \quad (2.76)$$

logo

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{H}_{CM} \cdot \partial \vec{\omega}) dt \quad (2.77)$$

Integrando por partes tem-se que:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{H}_{CM} \cdot \partial \vec{\omega}) dt = - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{H}_{CM}}{dt} \cdot \partial \vec{\Phi} dt \quad (2.78)$$

sendo

$$\vec{H}_{CM} = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k} \quad (2.79)$$

Avaliando  $d\vec{H}_{CM}/dt$  no sistema inercial, tem-se que:

$$\frac{d\vec{H}_{CM}}{dt} = \frac{dH_x}{dt} \vec{i} + H_x \frac{d\vec{i}}{dt} + \frac{dH_y}{dt} \vec{j} + H_y \frac{d\vec{j}}{dt} + \frac{dH_z}{dt} \vec{k} + H_z \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (2.80)$$

$$\frac{d\vec{H}}{dt} = (\vec{H}_{CM})_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{H}_{CM} \quad (2.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{H}}{dt} = & (\dot{H}_x + \omega_y H_z - \omega_z H_y) \vec{i} + (\dot{H}_y + \omega_z H_x - \omega_x H_z) \vec{j} \\ & + (\dot{H}_z + \omega_x H_y - \omega_y H_x) \vec{k} \end{aligned} \quad (2.82)$$

sendo

$$\begin{cases} \dot{H}_x = I_x \dot{\omega}_x + I_{xy} \dot{\omega}_y + I_{xz} \dot{\omega}_z \\ \dot{H}_y = I_{yx} \dot{\omega}_x + I_y \dot{\omega}_y + I_{yz} \dot{\omega}_z \\ \dot{H}_z = I_{zx} \dot{\omega}_x + I_{zy} \dot{\omega}_y + I_z \dot{\omega}_z \end{cases} \quad (2.83)$$

Utilizando as equações apresentadas, obtém-se:

$$\begin{aligned} -m \int_{t_1}^{t_2} \ddot{\vec{r}}_{CM} \cdot \partial \vec{r}_{CM} dt - \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{H}_{CM}}{dt} \cdot \partial \vec{\Phi} dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_V \rho \vec{b} \cdot \partial \vec{r} dV dt + \int_{t_1}^{t_2} \int_S \vec{t} \cdot \partial \vec{r} ds dt \\ - \int_{t_1}^{t_2} \int_V \vec{f}_D \cdot \partial \vec{r} dV dt + \int_{t_1}^{t_2} \sum_{i=1}^n \partial \vec{r}_{CM} \cdot \vec{f}_{EL} dt = 0 \end{aligned} \quad (2.84)$$

onde

$$m = \int_V \rho dV \quad (2.85)$$

sendo que  $\partial \vec{r}_{CM}$ ,  $\partial \vec{r}$  e  $\partial \vec{\Phi}$  arbitrários, obtém-se:

$$\underline{M} \ddot{\vec{U}}_{CM} + \underline{C} \dot{\vec{U}}_{CM} + \underline{K} \vec{U}_{CM} = \vec{Q}_{CM} \quad (2.86)$$

onde

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_x & I_{xy} & I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{yx} & I_y & I_{yz} \\ 0 & 0 & 0 & I_{zx} & I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} C_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_\phi & H_z & -H_y \\ 0 & 0 & 0 & -H_z & C_\theta & H_x \\ 0 & 0 & 0 & H_y & -H_x & C_\psi \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$\begin{cases} H_x = I_x\omega_x + I_{xy}\omega_y + I_{xz}\omega_z \\ H_y = I_{yx}\omega_x + I_y\omega_y + I_{yz}\omega_z \\ H_z = I_{zx}\omega_x + I_{zy}\omega_y + I_z\omega_z \end{cases} \quad (2.89)$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_\psi \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

$$\vec{U}_{CM} = \begin{Bmatrix} \ddot{r}_x^{CM} \\ \ddot{r}_y^{CM} \\ \ddot{r}_z^{CM} \\ \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{Bmatrix} \quad \vec{U}_{CM} = \begin{Bmatrix} \dot{r}_x^{CM} \\ \dot{r}_y^{CM} \\ \dot{r}_z^{CM} \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} \quad \vec{U}_{CM} = \begin{Bmatrix} r_x^{CM} \\ r_y^{CM} \\ r_z^{CM} \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix} \quad (2.91)$$

$$\vec{Q}_{CM} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x^{CM} \\ M_y^{CM} \\ M_z^{CM} \end{Bmatrix} \quad (2.92)$$

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = \int_V \rho \vec{b} dV + \int_s \sigma_z^F \cdot \vec{n} ds \quad (2.93)$$

$$\vec{M}_{CM} = \begin{Bmatrix} M_x^{CM} \\ M_y^{CM} \\ M_z^{CM} \end{Bmatrix} = \int_V \rho r_{CM,i} \times \vec{b} dV + \int_s r_{CM,i} \times \sigma_z^F \cdot \vec{n} ds \quad (2.94)$$

Os corpos estudados serão tridimensionais, podendo apresentar deslocamento e rotação nas três direções (eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ), como é apresentado na Figura 2.4.

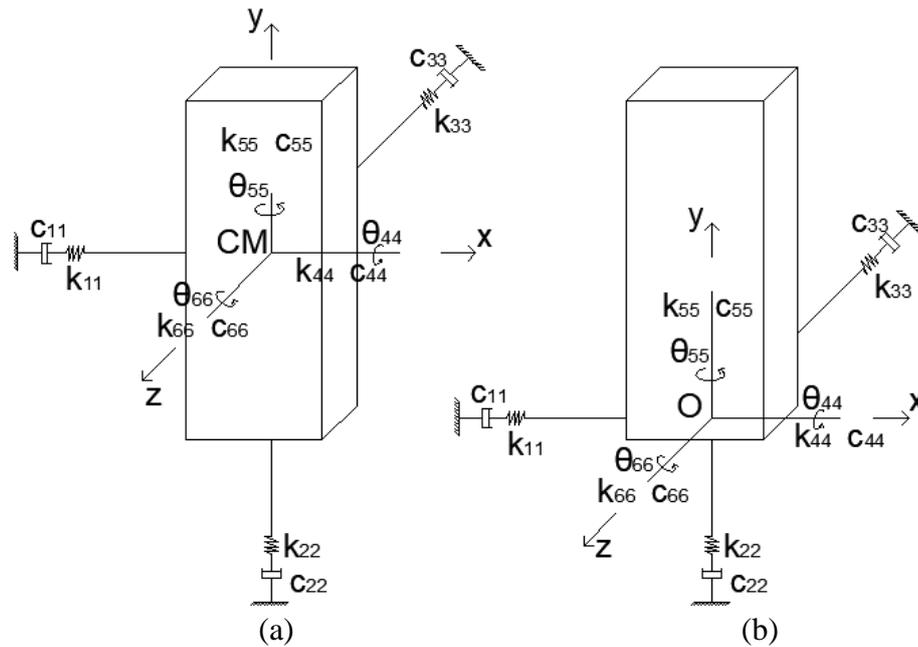


Figura 2.4 – Modelos rígidos tridimensionais, (a) rotação baricêntrica e (b) rotação não baricêntrica.

Na Figura 2.4 estão apresentados os dois casos que serão estudados no presente trabalho. O caso (b) será utilizado para o exemplo de edifício alto do presente trabalho, onde o centro de rotação está localizado na base, já o caso (a) será utilizado para os demais exemplos.

A equação de equilíbrio dinâmico é apresentada como:

$$\underline{M}_E \vec{U}_E^{CM} + \underline{C}_E \vec{U}_E^{CM} + \underline{K}_E \vec{U}_E^{CM} = \vec{Q}_E^{CM} \quad (2.95)$$

onde o subscrito  $E$  indica que o termo se refere a estrutura e o sobrescrito  $CM$  indica que o termo se refere ao centro de massa da estrutura. Ainda temos  $\underline{M}_E$  como a matriz de massa,  $\underline{C}_E$  a matriz de amortecimento,  $\underline{K}_E$  a matriz de rigidez,  $\vec{Q}_E^{CM}$  o vetor de forças e  $\vec{U}_E^{CM}$ ,  $\dot{\vec{U}}_E^{CM}$  e  $\ddot{\vec{U}}_E^{CM}$  como os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração generalizados, respectivamente.

Na sequência do trabalho será visto que a presença do fluido causará alterações nos termos de massa, amortecimento e no vetor de forças da equação de equilíbrio dinâmico da estrutura.

#### 2.4.1 Equações de movimento rotacional tridimensional

Considerando a Figura 2.5 abaixo, onde os eixos  $X, Y$  e  $Z$  representam um sistema de referência inercial e os eixos  $x, y$  e  $z$  representam um sistema de eixos com origem em  $G$  (centro de massa)

ou em O (outro ponto qualquer), o qual acompanha o movimento do corpo apenas em sua translação, sendo, em geral, um sistema não inercial.

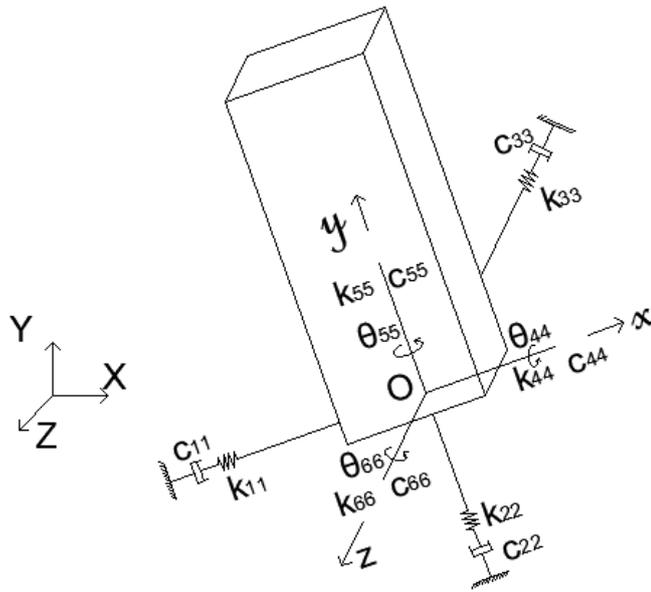


Figura 2.5 – Modelos do movimento rotacional tridimensional.

Neste caso, o sistema de equações de movimento rotacional vem dada por uma das seguintes formas:

$$\sum \vec{M}_G = \vec{H}_G \quad (2.96)$$

$$\sum \vec{M}_O = \vec{H}_O \quad (2.97)$$

sendo ambas válidas para ambos os sistemas nos quais os vetores de momento angular  $\vec{H}_G$  e  $\vec{H}_O$  podem ser escritos como:

$$\vec{H}_G = I_G \vec{\omega} \quad (2.98)$$

$$\vec{H}_O = I_O \vec{\omega} \quad (2.99)$$

onde  $\vec{\omega} = \omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}$  é o vetor velocidade angular e  $I_i$  o tensor de inércia definido no ponto  $i$  ( $i = G$  ou  $O$ ) do corpo, apresentado na Equação (2.70).

A relação entre os tensores de inércia é expressa pelo teorema dos eixos paralelos:

$$I_O = I_G + m\zeta \quad (2.100)$$

onde

$$\zeta = \begin{bmatrix} (y_G^2 + z_G^2) & x_G y_G & x_G z_G \\ x_G y_G & (x_G^2 + z_G^2) & y_G z_G \\ x_G z_G & y_G z_G & (x_G^2 + y_G^2) \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

Quando o tensor de inércia corresponde ao sistema de eixos principais, os produtos de inércia são nulos, restando apenas os termos da diagonal principal.

Considerando que o sistema  $x, y, z$  esteja girando com uma velocidade angular  $\Omega$ , a taxa temporal dos vetores de momento angular  $d\vec{H}_i/dt$ , medida a partir do sistema inercial  $X, Y, Z$ , é dada por:

$$\vec{H}_i = \left(\vec{H}_i\right)_{xyz} + \vec{\Omega} \times \vec{H}_i \quad (i = G \text{ ou } O) \quad (2.102)$$

onde  $\left(\vec{H}_i\right)_{xyz}$  é a taxa temporal de  $\vec{H}_i = H_x \vec{i} + H_y \vec{j} + H_z \vec{k}$  medida no sistema  $x, y, z$  ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ) e  $\vec{\Omega}$  é medido a partir do sistema inercial. O segundo termo refere-se aos efeitos da rotação do sistema  $x, y, z$  quando observados a partir do sistema inercial.

Quando se assume que a velocidade angular do sistema não inercial  $\vec{\Omega}$  é igual à velocidade angular do corpo  $\vec{\omega}$  e os eixos locais  $x, y, z$  são eixos principais de inércia, as equações de movimento ficam dadas por:

$$\sum \vec{M}_i = I_i^* \vec{\omega} - \vec{\omega} \times (I_i^* \vec{\omega}) \quad (i = G \text{ ou } O) \quad (2.103)$$

onde

$$I_i^* = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (i = G \text{ ou } O) \quad (2.104)$$

sendo  $\vec{M}_i$  o vetor de momento em relação a  $i$  e  $\vec{\omega}$  a derivada temporal do vetor velocidade angular do corpo medido no sistema inercial.

Observa-se que no sistema  $x, y, z$  os momentos de inércia de massa são constantes durante todo o movimento.

A equação acima é conhecida como equação do movimento de Euler, válida para o centro de massa  $G$  e um ponto fixo  $O$  do corpo. Neste caso, observa-se a seguinte relação:

$$\vec{\omega} = (\vec{\omega})_{xyz} + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \quad \rightarrow \quad \dot{\vec{\omega}} = (\dot{\vec{\omega}})_{xyz} \quad (2.105)$$

Ou seja, a derivada temporal do vetor velocidade angular do corpo medido no sistema inercial é igual a mesma derivada tomada no sistema não inercial  $x, y, z$ .

Considerando que para rotações infinitesimais a propriedade aditiva de vetores é válida, tem-se que:

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\theta}}{dt} \quad \rightarrow \quad \vec{\theta}_{n+1} = \vec{\theta}_n + \vec{\omega} \cdot \Delta t \quad (2.106)$$

onde  $\vec{\theta}_{n+1}$  é o vetor deslocamento angular em  $n + 1$ ,  $\vec{\theta}_n$  o vetor deslocamento angular em  $n$  e  $\Delta t$  o intervalo de tempo entre  $n$  e  $n + 1$ .

Neste trabalho propõe-se a solução das equações de movimento rotacional através do método explícito de Euler (*Euler forward*) e do método de Runge-Kutta de 2ª ordem. A equação a ser discretizada vem na seguinte forma, considerando-se a rigidez e o amortecimento da estrutura:

$$I_{\sim}^* \vec{\omega} = \sum M_{\sim}^{xyz} + \vec{\omega} \times (I_{\sim}^* \cdot \vec{\omega}) - K_{\theta} \vec{\theta} - C_{\theta} \vec{\omega} \quad (2.107)$$

Utiliza-se o sistema não inercial e o vetor momento resultante deve ser escrito segundo as direções dos eixos locais  $\vec{i}, \vec{j}$  e  $\vec{k}$ .

Pelo método de Euler tem-se:

$$\vec{\omega}_{n+1} = (I_{\sim}^*)^{-1} \left[ \sum M_{\sim}^{xyz} + \vec{\omega}_n \times (I_{\sim}^* \cdot \vec{\omega}_n) - K_{\theta} \vec{\theta}_n - C_{\theta} \vec{\omega}_n \right] \quad (2.108)$$

$$\vec{\omega}_{n+1} = \vec{\omega}_n + \Delta t \cdot \vec{\omega}_{n+1} \quad (2.109)$$

$$\vec{\theta}_{n+1} = \Delta t \cdot \vec{\omega}_{n+1} \quad (2.110)$$

Pelo método de Runge-Kutta de 2ª ordem tem-se a solução em dois estágios:

$$\vec{\omega}_{n+1} = \vec{\omega}_n + \frac{1}{2}(\vec{\omega}_0 + \vec{\omega}_1) \quad (2.111)$$

$$\vec{\omega}_0 = \Delta t(I_{\sim}^*)^{-1} \left[ \sum M_{n+1}^{xyz} + \vec{\omega}_n \times (I_{\sim}^* \vec{\omega}_n) - K_{\sim\theta} \vec{\theta}_n - C_{\sim\theta} \vec{\omega}_n \right] \quad (2.112)$$

$$\vec{\omega}_{n+0} = \vec{\omega}_n + \vec{\omega}_0 \quad (2.113)$$

$$\vec{\theta}_{n+0} = \Delta t \vec{\omega}_{n+0} \quad (2.114)$$

$$\vec{\omega}_1 = \Delta t(I_{\sim}^*)^{-1} \left[ \sum M_{n+1}^{xyz} + \vec{\omega}_{n+0} \times (I_{\sim}^* \vec{\omega}_{n+0}) - K_{\sim\theta} \vec{\theta}_{n+0} - C_{\sim\theta} \vec{\omega}_{n+0} \right] \quad (2.115)$$

Uma vez obtida a atualização do vetor velocidade angular no sistema não inercial, a matriz de rotação entre o sistema inercial e o sistema não inercial é obtida usando ângulos de Euler no sistema inercial da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \text{cos}\phi & \text{sen}\phi \cdot \text{cos}\theta \\ 0 & -\text{sen}\phi & \text{cos}\phi \cdot \text{cos}\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix}^{n+1} \quad (2.116)$$

onde  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  e  $\dot{\psi}$  são as taxas dos ângulos de Euler e  $\phi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  os ângulos de Euler.

Logo:

$$\begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}^{n+1} = \begin{Bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{Bmatrix}^n + \Delta t \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix}^{n+1} \quad (2.117)$$

A matriz de rotação entre o sistema global inercial e o sistema local não inercial é dada pela Equação (2.58).

No caso de considerar a origem do sistema não inercial um ponto fixo O, o sistema de equações de movimento reduz-se às equações de movimento rotacional. Assim, os procedimentos para a solução das equações de movimento rotacional podem ser resumidos nos seguintes passos:

1. Obter o vetor momento resultante no ponto fixo O da estrutura segundo os eixos globais inerciais;
2. Obter o vetor momento resultante obtido no passo 1, além das matrizes de acoplamento, segundo os eixos locais não inerciais aplicando operações de rotação com a matriz  $R_i^{NI}$ :

$$\underline{M}_{n+1}^{xyz} = (R_i^{NI})^T \underline{M}_{n+1}^{xyz} (R_i^{NI}) \quad (2.118)$$

$$\underline{F}_{n+1}^{xyz} = (R_i^{NI})^T \underline{F}_{n+1}^{xyz} \quad (2.119)$$

$$\underline{A}_{n+1}^{xyz} = (R_i^{NI})^T \underline{A}_{n+1}^{xyz} (R_i^{NI}) \quad (2.120)$$

3. Obter a solução das equações de movimento rotacional  $\vec{\omega}_{n+1}$  em nível local (sistema não inercial);
4. Obter a taxa temporal dos ângulos de Euler no sistema global inercial e atualizar os valores dos ângulos de Euler;
5. Atualizar a matriz de rotação usando os ângulos de Euler atuais;
6. Obter o vetor velocidade angular no sistema global inercial usando:

$$\vec{\omega}_{n+1}^{xyz} = (R_i^{NI}) \vec{\omega}_{n+1}^{xyz} \quad (2.121)$$

7. Aplicar as equações de compatibilidade para obter as velocidades do escoamento na interface no sistema global inercial.

### 3 MODELO NUMÉRICO

#### 3.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A discretização espacial das equações fundamentais do escoamento é feita pelo método dos elementos finitos utilizando resíduos ponderados de Bubnov-Galerkin. Neste método, o domínio contínuo de análise é discretizado e suas variáveis e geometria são aproximadas por meio de funções de interpolação formadas por polinômios, com a função de mapear e caracterizar as variáveis e a geometria do problema.

Neste trabalho é utilizado o elemento hexaédrico isoparamétrico de oito nós, cujas funções de interpolação são dadas por:

$$\Phi_N = \frac{1}{8}(1 + \xi_{1N}\xi_1)(1 + \xi_{2N}\xi_2)(1 + \xi_{3N}\xi_3) \quad (n = 1, \dots, 8) \quad (3.1)$$

onde  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_3$  são as coordenadas naturais de um ponto qualquer no interior do elemento, definidas segundo os eixos do espaço computacional. A transformação do espaço físico para o espaço computacional é apresentado na Figura 3.1, onde é feita a parametrização do domínio de análise em um sistema cartesiano global em relação a um sistema de referência cartesiano local, onde  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_3$  assumem valores entre -1 e 1 (quadratura de Gauss). Já  $\xi_{1N}$ ,  $\xi_{2N}$  e  $\xi_{3N}$  são as coordenadas naturais do nó local N do elemento, que assumem os valores conforme a equação abaixo na sequência de 1 a 8:

$$\begin{aligned} \{\xi_1\}^T &= \{-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1\} \\ \{\xi_2\}^T &= \{-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1\} \\ \{\xi_3\}^T &= \{-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

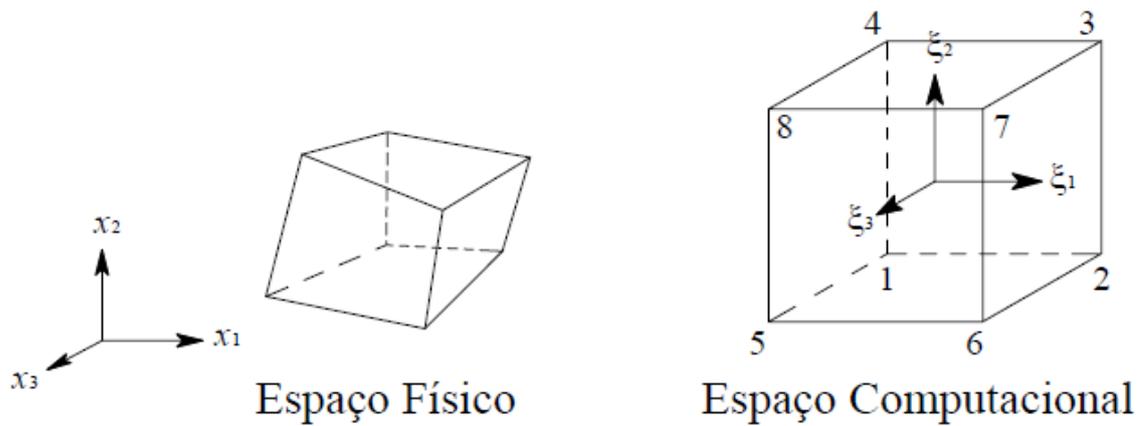


Figura 3.1 – Elemento hexaédrico isoparamétrico de oito nós.(BRAUN, 2007).

Após a discretização, as coordenadas de um ponto qualquer no interior do elemento são dadas por:

$$x_i = \sum_{N=1}^8 \Phi_N(\xi_1, \xi_2, \xi_3) x_{iN} \quad (i = 1,2,3) \quad (3.3)$$

onde  $x_{iN}$  é a coordenada global do nó N segundo a direção do eixo  $x_i$ .

Com a equação (3.3), pode-se também aproximar em elementos finitos isoparamétricos uma variável genérica  $\theta(\vec{x}, t)$ , sendo  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ , como se segue:

$$\theta(\vec{x}, t) = \sum_{N=1}^8 \Phi_N(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \theta_N(\vec{x}, t) \quad (i = 1,2,3) \quad (3.4)$$

onde  $\theta_N(\vec{x}, t)$  são os valores nodais da variável.

### 3.2 MODELO EXPLÍCITO DE DOIS PASSOS DE TAYLOR-GALERKIN

Neste trabalho, as equações fundamentais do escoamento são discretizadas empregando-se o método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, onde aplica-se primeiramente uma discretização temporal sobre o sistema de equações através de expansões em série de Taylor até termos de segunda ordem seguida da aplicação do método de resíduos ponderados de Bubnov-Galerkin no contexto do método dos elementos finitos. Maiores detalhes sobre o

método explícito de dois passos de Taylor-Galerkin podem ser obtidos em Braun (2007). As aproximações em elementos finitos para as componentes do vetor velocidade  $v_i$  e a pressão  $p$ , são dadas como segue:

$$v_i = [\Phi] \vec{v}_i \quad (3.5)$$

$$p = [\Phi] \vec{p} \quad (3.6)$$

$$[\Phi] = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \Phi_3 \quad \Phi_4 \quad \Phi_5 \quad \Phi_6 \quad \Phi_7 \quad \Phi_8] \quad (3.7)$$

onde  $\vec{v}_i$  e  $\vec{p}$  são vetores que contém os valores nodais das componentes de velocidade e pressão e  $\Phi$  é a matriz coluna contendo as funções de interpolação para o elemento utilizado.

Substituindo as aproximações e aplicando o método de Bubnov-Galerkin nas equações governantes já discretizadas no tempo através de séries de Taylor, obtém-se em  $n + 1/2$ :

$$[\mathbf{M}] \vec{v}_i^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \vec{v}_i^n + \frac{\Delta t}{2} \left\{ \frac{1}{\rho} \{\hat{X}_i\} - ([AD] + [BD]) \vec{v}_i + \frac{1}{\rho} [G]_j \delta_{ij} \vec{p} - [D]_{ij}^{2p} \vec{v}_j + \{\tilde{t}_i\} + \{\tilde{b}_{av}\}_i \right\}^n \quad (3.8)$$

$$[\mathbf{M}] \vec{p}^{n+1/2} = [\mathbf{M}] \vec{p}^n - \frac{\Delta t}{2} \left\{ ([AD] + [BD]) \vec{p} + \rho c^2 [G]_j^T \vec{v}_j - \{\tilde{b}_{dp}\} \right\}^n \quad (3.9)$$

A correção para a velocidade fica expressa como:

$$\int_{\Omega_E} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \vec{v}_i^{n+1/2} = \int_{\Omega_E} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \vec{v}_i^{n+1/2} - \frac{1}{\rho} \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} \delta_{ij} d\Omega \left( \vec{p}^{n+1/2} - \vec{p}^n \right) \quad (3.10)$$

Em seguida pode-se resolver as equações governantes em  $n + 1$  usando os incrementos das componentes de velocidade  $\Delta v_i$  e de pressão  $\Delta p$  em  $n + 1/2$  já obtidos nas expressões acima. Portanto, tem-se:

$$[M]\vec{v}_i^{n+1} = [M]\vec{v}_i^n + \Delta t \left\{ \frac{1}{\rho} \{\hat{X}_i\} - [AD]\vec{v}_i + \frac{1}{\rho} [G]_j \delta_{ij} \vec{p} - [D]_{ij}^{2p} \vec{v}_j + \{\tilde{\xi}_i\} \right\}^{n+1/2} \quad (3.11)$$

$$[M]\vec{p}^{n+1} = [M]\vec{p}^n - \Delta t \{ [AD]\vec{p} + \rho c^2 [G]_j^T \vec{v}_j \}^{n+1/2} \quad (3.12)$$

As matrizes e vetores acima são definidos da seguinte forma:

$$[M] = \int_{\Omega_E} [\Phi]^T [\Phi] d\Omega \quad (3.13)$$

$$[AD] = \int_{\Omega_E} ([\Phi](\vec{v}_j^n - \vec{w}_j^n)) [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.14)$$

$$[G]_j = \int_{\Omega_E} \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_j} [\Phi] d\Omega \quad ; \quad [G]_j^T = \int_{\Omega_E} [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} d\Omega \quad (3.15)$$

$$[BD] = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} ([\Phi](\vec{v}_j^n - \vec{w}_j^n)) ([\Phi](\vec{v}_k^n - \vec{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]^T}{\partial x_j} \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} d\Omega \quad (3.16)$$

$$\{\tilde{b}_{dv_i}\} = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_E} [\Phi^*]^T \left[ ([\Phi](\vec{v}_j^n - \vec{w}_j^n)) ([\Phi](\vec{v}_k^n - \vec{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \vec{v}_i^n \right] n_j d\Gamma \quad (3.17)$$

$$\{\tilde{b}_{dp}\} = \frac{\Delta t}{4} \int_{\Gamma_E} [\Phi^*]^T \left[ ([\Phi](\vec{v}_j^n - \vec{w}_j^n)) ([\Phi](\vec{v}_k^n - \vec{w}_k^n)) \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_k} \vec{p}^n \right] n_j d\Gamma \quad (3.18)$$

$$\{X_i\} = \int_{\Omega_E} [\Phi]^T ([\Phi] \vec{X}_i^n) d\Omega \quad (3.19)$$

$$\{\hat{X}_i\} = \{X_i\} - \frac{\Delta t}{4} \int_{\Omega_E} ([\Phi](\vec{v}_j^n - \vec{w}_j^n)) [\Phi]^T \frac{\partial [\Phi]}{\partial x_j} \vec{X}_i^n d\Omega \quad (3.20)$$

$$\{\tilde{t}_i\} = \int_{\Gamma_E} [\Phi^*]^T \left[ (v + v_t) \left( \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_j} \vec{v}_i^n + \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_i} \vec{v}_j^n \right) + \frac{\lambda}{\rho} \left( \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_k} \vec{v}_k^n \right) \delta_{ij} - \frac{1}{\rho} [\Phi] \vec{p}^n \right] n_j d\Gamma \quad (3.21)$$

$$[D]_{ij}^{2p} = \begin{cases} \int_{\Omega_E} \left[ 2(v + v_t) + \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial[\Phi]^T}{\partial x_i} \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_j} \right] d\Omega + \int_{\Omega_E} (v + v_t) \frac{\partial[\Phi]^T}{\partial x_k} \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_k} d\Omega & \text{se } i = j \text{ ( } k = \text{valores restantes)} \\ \int_{\Omega_E} (v + v_t) \frac{\partial[\Phi]^T}{\partial x_i} \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega_E} \frac{\lambda}{\rho} \frac{\partial[\Phi]^T}{\partial x_j} \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_i} d\Omega & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (3.22)$$

onde  $\vec{X}_i$  é o vetor com os valores nodais das componentes de forças de corpo segundo a direção  $x_i$ ,  $\vec{w}_j$  é o vetor com os valores nodais das componentes de velocidade de malha segundo a direção  $x_j$ ,  $n_j$  são os cossenos diretores da normal ao contorno  $\Gamma_E$  de acordo com a direção de  $x_j$  e  $[\Phi^*]$  é uma matriz com as funções de interpolação avaliadas sobre o contorno  $\Gamma_E$ .

Para resolver o problema em elementos finitos deve-se montar as equações matriciais acima, formando um sistema global onde aplica-se as condições iniciais e de contorno. Entretanto, a matriz de massa utilizada acima é consistente, implicando que o sistema de equações não pode ser resolvido diretamente. Portanto, emprega-se a matriz de massa discreta  $[M_D]$  no lugar da matriz de massa consistente  $[M]$ . A matriz de massa discreta é determinada pela expressão (3.23).

$$[M_D] = [m_{ij}] = \frac{\Omega_E}{8} \delta_{ij} \quad (i, j = 1, \dots, 8) \quad (3.23)$$

Empregou-se, também, uma matriz modificada proposta por Kawahara e Hirano (1983), que tem como objetivo controlar o amortecimento e a estabilidade numérica do método e é apresentada na Equação (3.24).

$$[\underline{M}] = e[M_D] + (1 - e)[M] \quad (3.24)$$

onde  $e$  é o parâmetro de diagonalização seletiva, assumindo valores entre 0 e 1, com o objetivo de controlar o amortecimento numérico e a estabilidade do processo.

A matriz de massa apresentada na Equação (3.24) é utilizada nos termos à direita da igualdade da Equação (3.9) e da Equação (3.12).

### 3.3 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

O sistema de equações fundamentais do escoamento na forma fraca discretizada em elementos finitos é constituído de termos matriciais e vetoriais em nível de elemento, podendo ser expressos por integrais de volume e de superfície nas seguintes formas generalizadas:

$$\int_{\Omega_E} f\left([\Phi], \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_i}\right) d\Omega \quad \int_{\Gamma_E} f\left([\Phi], \frac{\partial[\Phi]}{\partial x_i}\right) d\Gamma \quad (i, = 1,2,3) \quad (3.25)$$

onde  $f$  é uma função qualquer envolvendo as funções de interpolação e derivadas de primeira ordem. A fim de realizar a integração numérica das integrais presentes na formulação, emprega-se usualmente o método de Gauss-Legendre, onde é necessário aplicar uma transformação de espaço do domínio físico para o domínio computacional local do elemento. Neste caso, as derivadas das funções de interpolação devem ser agora expressas em função das coordenadas naturais. Com a regra da cadeia tem-se:

$$\frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_i} = \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial \xi_i} \quad (i, j = 1,2,3) \quad (3.26)$$

$$(N = 1, \dots, 8)$$

onde  $x_j = \Phi_N x_j^N$  com  $x_j^N$  sendo as coordenadas nodais do nó N segundo o eixo global  $x_j$ .

A equação (3.26) pode ser expressa em sua forma matricial como se segue:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_1} x_1^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_1} x_2^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_1} x_3^N \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_2} x_1^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_2} x_2^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_2} x_3^N \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_3} x_1^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_3} x_2^N & \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_3} x_3^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_3} \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

onde a matriz da equação (3.27) chamada de matriz jacobiana (J).

Para obter a derivada da função de interpolação em relação às coordenadas globais, inverte-se o sistema:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_1} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial x_3} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_1} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_2} \\ \frac{\partial \Phi_N}{\partial \xi_3} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

A relação entre os diferenciais de volume nos domínios físico e computacional é dada por:

$$d\Omega = dx_1 dx_2 dx_3 = (\det J) d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (3.29)$$

Em relação ao número de pontos de integração adotados na integração numérica, dois pontos de integração por direção são geralmente usados em elementos hexaédricos de oito nós, o que levaria a resultados exatos para elementos não distorcidos. Entretanto, o tempo de processamento e o gasto de memória tornariam o processamento ineficiente em problemas da Engenharia do Vento. Assim, neste trabalho será utilizado apenas um ponto de integração, localizado no centro do elemento ( $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$ ). Esta técnica é conhecida como integração reduzida, que traz o inconveniente de produzir os chamados modos espúrios ou “*hourglassing modes*”, relacionados ao surgimento de modos de energia nulos, implicando a utilização de esquemas numéricos de estabilização para evitar o surgimento desses modos. Mais detalhes sobre o esquema numérico de estabilização podem ser encontrados em Braun (2007).

### 3.4 ACOPLAMENTO FLUIDO-ESTRUTURA 3D

O acoplamento na interação fluido-estrutura no contexto do método dos elementos finitos deve ser feito considerando um elemento do domínio do fluido localizado sobre a interface, como é apresentado na Figura 3.2, onde percebe-se que os nós 1, 3, 5 e 7 são os nós do elemento em contato com a estrutura.

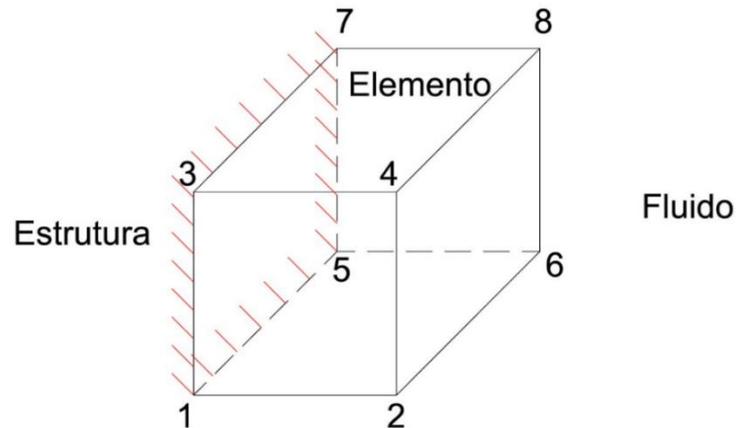


Figura 3.2 – Elemento do domínio do fluido em contato com a estrutura.

As equações de Navier-Stokes discretizadas pelo método dos elementos finitos, em nível de elemento, podem ser representadas por:

$$\underline{M}^e \vec{V}_F + \underline{A}^e \vec{V}_F + \underline{D}^e \vec{V}_F - \frac{1}{\rho} \underline{G}^e \vec{P}_F = \frac{1}{\rho} \vec{F}_F \quad (3.30)$$

onde  $\underline{M}^e$ ,  $\underline{A}^e$  e  $\underline{D}^e$  são as matrizes de massa, advecção e difusão em nível de elemento, dadas por:

$$\underline{M}^e = \begin{bmatrix} \underline{M} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{M} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{M} \end{bmatrix}_{3N \times 3N} \quad (3.31)$$

$$\underline{A}^e = \begin{bmatrix} \underline{AD} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{AD} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{AD} \end{bmatrix}_{3N \times 3N} \quad (3.32)$$

$$\underline{D}^e = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix}_{3N \times 3N} \quad (3.33)$$

onde os elementos das matrizes são dados nas expressões em (3.13), (3.14) e (3.22), já  $N$  é o número de nós do elemento. Os termos  $\underline{G}^e$ ,  $\vec{P}_F$ ,  $\vec{V}_F$ ,  $\vec{V}_F$  e  $\vec{F}_F$  são, dados por:

$$\underline{G}^e = \begin{bmatrix} \underline{G}_1 \\ \underline{G}_2 \\ \underline{G}_3 \end{bmatrix}_{3NxN} \quad (3.34)$$

$$\vec{P}_F = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix}_{Nx1} \quad (3.35)$$

$$\vec{V}_F = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \end{bmatrix}_{3Nx1} \quad (3.36)$$

$$\vec{V}_i = \begin{bmatrix} \vec{V}_1 \\ \vec{V}_2 \\ \vec{V}_3 \end{bmatrix}_{3Nx1} \quad (3.37)$$

$$\vec{F}_F = \begin{bmatrix} \vec{F}_1 \\ \vec{F}_2 \\ \vec{F}_3 \end{bmatrix}_{3Nx1} \quad (3.38)$$

onde o  $\underline{G}_i$  é dado pela equação (3.15) e os termos  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{V}_i$  e  $\vec{F}_F$  e são dados por:

$$\vec{V}_i = \begin{bmatrix} \dot{v}_{i,1} \\ \dot{v}_{i,2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{i,n} \end{bmatrix}_{Nx1} ; \vec{V}_i = \begin{bmatrix} v_{i,1} \\ v_{i,2} \\ \vdots \\ v_{i,n} \end{bmatrix}_{Nx1} ; \vec{F}_i = \begin{bmatrix} f_{i,1} \\ f_{i,2} \\ \vdots \\ f_{i,n} \end{bmatrix}_{Nx1} \quad (3.39)$$

Para os elementos do fluido em contato com um corpo imerso, o sistema de equações deve ser rearranjado considerando-se separadamente os nós pertencentes a interface (com o sobrescrito  $I$ ) e os nós que não pertencem a interface (com o sobrescrito  $F$ ), como mostra a equação abaixo:

$$\begin{bmatrix} (\underline{M}_\sim^e)^{II} & (\underline{M}_\sim^e)^{IF} \\ (\underline{M}_\sim^e)^{FI} & (\underline{M}_\sim^e)^{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{V}_F^I \\ \vec{V}_F^F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} (\underline{A}_\sim^e)^{II} + (\underline{D}_\sim^e)^{II} & (\underline{A}_\sim^e)^{IF} + (\underline{D}_\sim^e)^{IF} \\ (\underline{A}_\sim^e)^{FI} + (\underline{D}_\sim^e)^{FI} & (\underline{A}_\sim^e)^{FF} + (\underline{D}_\sim^e)^{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{V}_F^I \\ \vec{V}_F^F \end{Bmatrix} - \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} (\underline{G}_\sim^e)^I & \underline{0} \\ \underline{0} & (\underline{G}_\sim^e)^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{P}_F^I \\ \vec{P}_F^F \end{Bmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{Bmatrix} \vec{F}_F^I \\ \vec{F}_F^F \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

Do sistema acima, apenas a primeira equação matricial é relevante para a análise de interação fluido-estrutura. Portanto:

$$\begin{aligned} (\underline{M}^e)^{II} \vec{V}_F^I + (\underline{M}^e)^{IF} \vec{V}_F^F + [(\underline{A}^e)^{II} + (\underline{D}^e)^{II}] \vec{V}_F^I + [(\underline{A}^e)^{IF} + (\underline{D}^e)^{IF}] \vec{V}_F^F \\ - \frac{1}{\rho} (\underline{G}^e)^I \vec{P}_F^I = \frac{1}{\rho} \vec{F}_F^I \end{aligned} \quad (3.41)$$

Impõem-se então as condições de compatibilidade em nível de elemento sobre a equação acima. Estas condições são dadas abaixo:

$$\vec{V}_F^I = \vec{U}_E^I = \underline{T}^e \vec{U}_E^{CM} \quad (3.42)$$

$$\vec{V}_F^I = \vec{U}_E^I = \underline{T}^e \vec{U}_E^{CM} + \underline{T}'^e \vec{U}_E^{CM} \quad (3.43)$$

onde  $\vec{U}_E^I$  e  $\vec{U}_E^I$  são os vetores velocidade e aceleração da estrutura em um ponto  $I$  da interface, respectivamente, já  $\vec{U}_E^{CM}$  e  $\vec{U}_E^{CM}$  são os vetores velocidade e aceleração da estrutura no centro de massa, respectivamente.  $\underline{T}^e$  e  $\underline{T}'^e$  são as matrizes de translação relativas a um elemento  $e$  do fluido em contato com a estrutura imersa, dadas por:

$$\underline{T}^e = \begin{bmatrix} L_{11} \\ L_{21} \\ \vdots \\ L_{N1} \end{bmatrix}_{3N \times 6} \quad ; \quad \underline{T}'^e = \begin{bmatrix} L'_{11} \\ L'_{21} \\ \vdots \\ L'_{N1} \end{bmatrix}_{3N \times 6} \quad (3.44)$$

onde as matrizes  $L_N$  e  $L'_N$  são apresentadas nas equações (2.33) e (2.34), respectivamente.

Vale ressaltar que as sub-matrizes  $L_N$  e  $L'_N$  associadas a nós que não pertencem a interface, ou seja, com o sobrescrito  $F$ , tem todos os seus elementos nulos.

Para uma abordagem em corpo rígido, a equação de movimento é escrita como:

$$\underline{M}_E \vec{U}_E^{CM} + \underline{C}_E \vec{U}_E^{CM} + \underline{K}_E \vec{U}_E^{CM} = \vec{Q}_E^{CM} \quad (3.45)$$

Considerando as condições de compatibilidade e equilíbrio na interface, tem-se que:

$$\vec{Q}_E^{CM} = -\underline{T}^{eT} \int_{\Gamma_{INT}} (\underline{\Phi})^T (\underline{\sigma}_F(\vec{\xi}) \cdot \vec{n}(\vec{\xi})) d\Gamma \quad (3.46)$$

Onde  $\underline{\sigma}_F(\vec{\xi})$  é o tensor de tensões geradas pelo fluido e  $\vec{n}(\vec{\xi})$  o vetor normal a superfície, ambos avaliados no vetor de coordenadas naturais, sendo que:

$$\vec{Q}_E^{CM} = -\rho \underline{T}^{eT} \vec{F}_F^I \quad (3.47)$$

tem-se que:

$$\begin{aligned} \vec{Q}_E^{CM} = & -\left\{ \rho \underline{T}^{eT} (M^e)^{II} \vec{V}_F^I + \rho \underline{T}^{eT} (M^e)^{IF} \vec{V}_F^F \right. \\ & \left. + \underline{T}^{eT} [\rho ((A^e)^{II} + (D^e)^{II}) \vec{V}_F^I + \rho ((A^e)^{IF} + (D^e)^{IF}) \vec{V}_F^F - (G^e)^I \vec{P}_F^I] \right\} \end{aligned} \quad (3.48)$$

Impondo as condições de compatibilidade na interface obtém-se:

$$\begin{aligned} \vec{Q}_E^{CM} = & -\left\{ \rho \underline{T}^{eT} (M^e)^{II} \underline{T}^e \vec{U}_E^{CM} + \rho \underline{T}^{eT} (M^e)^{IF} \vec{V}_F^F \right. \\ & + \rho [\underline{T}^{eT} (A^e)^{II} \underline{T}^e + \underline{T}^{eT} (D^e)^{II} \underline{T}^e + \underline{T}^{eT} (M^e)^{II} \underline{T}^{e'}] \vec{U}_E^{CM} \\ & \left. + \rho [\underline{T}^{eT} (A^e)^{IF} + \underline{T}^{eT} (D^e)^{IF}] \vec{V}_F^F - \frac{1}{\rho} \underline{T}^{eT} (G^e)^I \vec{P}_F^I \right\} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Somando a contribuição dos elementos do fluido em contato com o corpo imerso, obtém-se a seguinte equação de movimento da estrutura:

$$\begin{aligned} & \left[ \underline{M}_E + \rho \sum_{e=1}^{NELI} (\underline{T}^{eT} (M^e)^{II} \underline{T}^e) \right] \vec{U}_E^{CM} \\ & + \left[ \underline{C}_E + \rho \sum_{e=1}^{NELI} (\underline{T}^{eT} ((A^e)^{II} + (D^e)^{II}) \underline{T}^e + \underline{T}^{eT} (M^e)^{II} \underline{T}^{e'}) \right] \vec{U}_E^{CM} \\ & + \underline{K}_E \vec{U}_E^{CM} = -\rho \sum_{e=1}^{NELI} \left[ \underline{T}^{eT} (M^e)^{IF} \vec{V}_F^F + \underline{T}^{eT} ((A^e)^{IF} + (D^e)^{IF}) \vec{V}_F^F \right. \\ & \left. - \frac{1}{\rho} \underline{T}^{eT} (G^e)^I \vec{P}_F^I \right] \end{aligned} \quad (3.50)$$

Onde NELI é o número de elementos de fluido sobre a interface.

### 3.5 ESQUEMA IMPLÍCITO DE NEWMARK

Para o método de Newmark considera-se, inicialmente, que a aceleração possui uma variação linear dentro do intervalo de tempo  $(t, t + \Delta t)$ . A partir dessa consideração pode-se obter as atualizações para os campos de acelerações e velocidades a partir das seguintes expressões (ver Bathe, 1996):

$$\dot{U}_E^{t+\Delta t} = \dot{U}_E^t + [(1 - \delta)\ddot{U}_E^t + \delta\ddot{U}_E^{t+\Delta t}]\Delta t \quad (3.51)$$

$$U_E^{t+\Delta t} = U_E^t + \Delta t\dot{U}_E^t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{U}_E^t + \alpha\ddot{U}_E^{t+\Delta t}\right]\Delta t \quad (3.52)$$

sendo  $\Delta t$  o intervalo de tempo e  $\delta$  e  $\alpha$  são os coeficientes que podem ser ajustados, onde Newmark obteve um esquema incondicionalmente estável utilizando  $\delta = 1/2$  e  $\alpha = 1/4$ .

Das Equações (3.51) e (3.52) obtém-se:

$$\ddot{U}_E^{t+\Delta t} = a_0(U_E^{t+\Delta t} - U_E^t) - a_2\dot{U}_E^t - a_3\ddot{U}_E^t \quad (3.53)$$

e

$$\dot{U}_E^{t+\Delta t} = \dot{U}_E^t + a_6\dot{U}_E^t + a_7\ddot{U}_E^{t+\Delta t} \quad (3.54)$$

Considerando a Equação (3.45) avaliada em  $t + \Delta t$  e introduzindo os valores das Equações (3.53) e (3.54), tem-se que:

$$\begin{aligned} (a_0\bar{M}_E + a_1\bar{C}_E + K_E)U_E^{t+\Delta t} \\ = \bar{Q}_E^{t+\Delta t} + \bar{M}_E(a_0U_E^t + a_2\dot{U}_E^t + a_3\ddot{U}_E^t) \\ + \bar{C}_E(a_1U_E^t + a_4\dot{U}_E^t + a_5\ddot{U}_E^t) \end{aligned} \quad (3.55)$$

sendo

$$\begin{aligned} a_0 = \frac{1}{\alpha\Delta t^2} \quad a_1 = \frac{\delta}{\alpha\Delta t} \quad a_2 = \frac{1}{\alpha\Delta t} \quad a_3 = \frac{1}{2\alpha} - 1 \\ a_4 = \frac{\delta}{\alpha} - 1 \quad a_5 = \frac{\Delta t}{2}\left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right) \quad a_6 = \Delta t(1 - \delta) \quad a_7 = \delta\Delta t \end{aligned} \quad (3.56)$$

A expressão apresentada em (3.55) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\hat{K}_E U_E^{t+\Delta t} = \hat{Q}_E \quad (3.57)$$

onde

$$\hat{K}_E = a_0 \bar{M}_E + a_1 \bar{C}_E + K_E \quad (3.58)$$

e

$$\hat{Q}_E = \bar{Q}_E^{t+\Delta t} + \bar{M}_E (a_0 U_E^t + a_2 \dot{U}_E^t + a_3 \ddot{U}_E^t) + \bar{C}_E (a_1 U_E^t + a_4 \dot{U}_E^t + a_5 \ddot{U}_E^t) \quad (3.59)$$

O sistema de equações apresentada em (3.57) deve ser resolvido em cada passo, obtendo  $U_E^{t+\Delta t}$ . Já os valores da aceleração  $\ddot{U}_E^{t+\Delta t}$  e velocidade  $\dot{U}_E^{t+\Delta t}$  são obtidos pelas Equações (3.53) e (3.54).

### 3.6 ALGORITMO DO PROGRAMA

Nesta seção é explicado, em passos, o funcionamento do algoritmo utilizado nesse programa.

1. Leitura dos dados de entrada (Lê-se arquivos com os dados como as propriedades do fluido, parâmetros do modelo, condições de contorno, condições iniciais de velocidade e pressão, propriedades da estrutura e as propriedades da interação fluido-estrutura);
2. Cálculo das matrizes constantes no tempo;
3. Cálculo do fluido:
  - a. Primeiro passo:
    - i. Cálculo dos campos de velocidade e pressão;
    - ii. Correção do campo de velocidade;
    - iii. Aplicação das condições de contorno nas variáveis.
  - b. Segundo passo:
    - i. Cálculo dos campos de velocidade e pressão;

- ii. Correção do campo de velocidade;
  - iii. Aplicação das condições de contorno nas variáveis.
4. Cálculo da Interação Fluido-Estrutura (IFE):
- a. Obtenção das cargas sobre a estrutura provenientes do elemento do fluido sobre a interface;
  - b. Cálculo das matrizes variáveis no tempo;
  - c. Cálculo das matrizes de translação;
  - d. Montagem da equação de equilíbrio dinâmico;
  - e. Avanço temporal pelo método de Newmark;
  - f. Transferência do movimento do corpo para o fluido;
  - g. Cálculo do movimento de malha.
5. Gravação dos resultados do passo de tempo atual;
6. Contagem do tempo;
7. Fim do passo de tempo, retorna para o passo 3;
8. Fim da análise.

## 4 APLICAÇÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos pelo código numérico desenvolvido e apresentado nos capítulos anteriores. Primeiramente será apresentado um teste de eficiência da paralelização do código e, na sequência, os exemplos analisados.

### 4.1 EFICIÊNCIA DO CÓDIGO PARALELO

Ao se executar um programa de forma sequencial, a capacidade computacional disponível de apenas um processador é utilizada para o processamento do código, com um tempo transcorrido total de  $t_s$ . Quando se executa esse mesmo programa de forma paralela por  $p$  processadores lógicos idênticos, considera-se a capacidade computacional  $p$  vezes maior, conseqüentemente considera-se que o tempo transcorrido para a execução do programa seja  $p$  vezes menor. Segundo Masuero (2009), essa condição acontece quando não há nenhum esforço computacional associado a divisão de tarefas entre os processadores, comunicação, sincronização ou agrupamento de dados, somente possível quando não existe dependência entre os dados ou tarefas de cada processador (*embarrassingly parallel problems*).

Sendo  $t_p$  o tempo efetivamente transcorrido na execução do programa com  $p$  processadores, define-se como a aceleração ou ganho de velocidade de processamento (*speed-up*) a seguinte razão (ver WILKINSON e ALLEN, 1999):

$$S_p = \frac{t_s}{t_p} \quad (4.1)$$

Denomina-se *speed-up* absoluto quando o tempo de execução do programa sequencial  $t_s$  corresponde ao melhor algoritmo possível, já *speed-up* relativo quando é utilizado o mesmo algoritmo paralelo com apenas um processador. No caso desse trabalho utiliza-se *speed-up* relativo.

O *speed-up* ideal seria aquele em que  $S_p = p$ , onde toda a capacidade computacional disponível é utilizada para acelerar a execução do programa.

A eficiência da paralelização  $E_p$  para  $p$  processadores lógicos é dada por:

$$E_p = \frac{S_p}{p} = \frac{t_s}{pt_p} \quad (4.2)$$

A eficiência da paralelização indica quanto do ganho de velocidade teórico ou ideal foi alcançado.

Neste trabalho será utilizado um código em linguagem FORTRAN com paralelização OpenMP. Para o cálculo do *speed-up* e eficiência da paralelização será utilizado o exemplo apresentado na seção 4.2.1, com um processador Intel® Core™ i7-8800K CPU @ 3.70GHz, com 12 processadores lógicos. Foram realizados 12 testes, com 1 até 12 processadores, calculando o *speed-up* e a eficiência da paralelização para cada caso. A Tabela 4.1 apresenta os resultados, assim como a Figura 4.1 e a Figura 4.2.

Tabela 4.1 – Resultado do *speed-up* e eficiência da paralelização.

| <b>Processadores</b> | <b>Tempo total (min)</b> | <b><i>Speed-up</i></b> | <b>Eficiência da paralelização (%)</b> |
|----------------------|--------------------------|------------------------|--|
| 1                    | 53,84326                 | 1                      | 100,00%                                |
| 2                    | 28,71690                 | 1,874968               | 93,75%                                 |
| 3                    | 20,53873                 | 2,621547               | 87,38%                                 |
| 4                    | 16,47783                 | 3,267619               | 81,69%                                 |
| 5                    | 14,15002                 | 3,805172               | 76,10%                                 |
| 6                    | 12,72624                 | 4,230885               | 70,51%                                 |
| 7                    | 11,72919                 | 4,590534               | 65,58%                                 |
| 8                    | 10,82204                 | 4,975332               | 62,19%                                 |
| 9                    | 10,15053                 | 5,304477               | 58,94%                                 |
| 10                   | 9,58747                  | 5,616005               | 56,16%                                 |
| 11                   | 9,06890                  | 5,937130               | 53,97%                                 |
| 12                   | 8,86557                  | 6,073299               | 50,91%                                 |

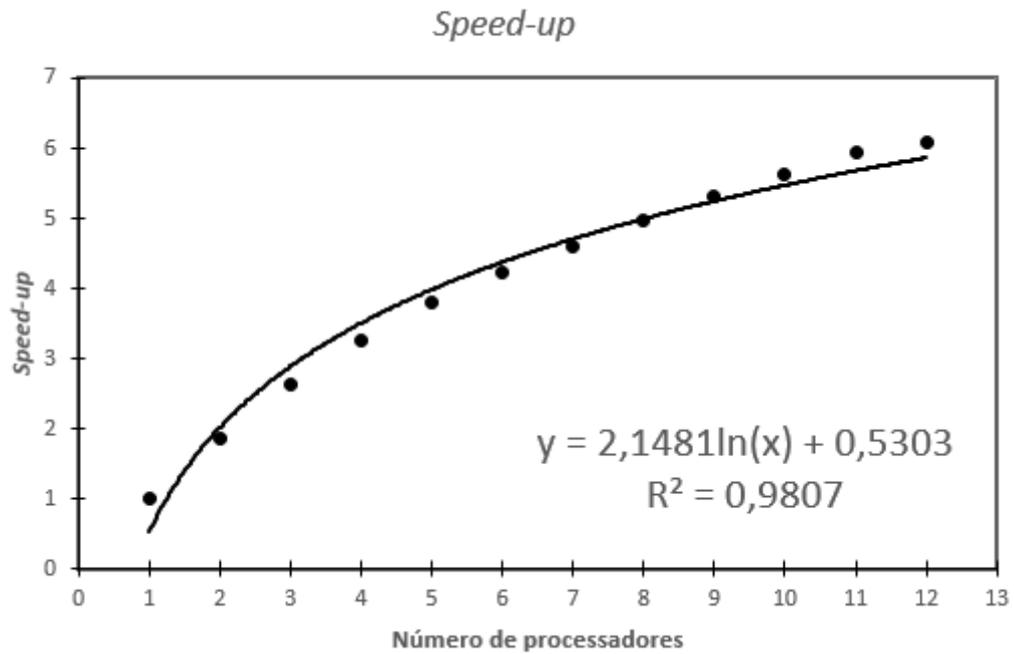


Figura 4.1 – Resultado do speed-up.

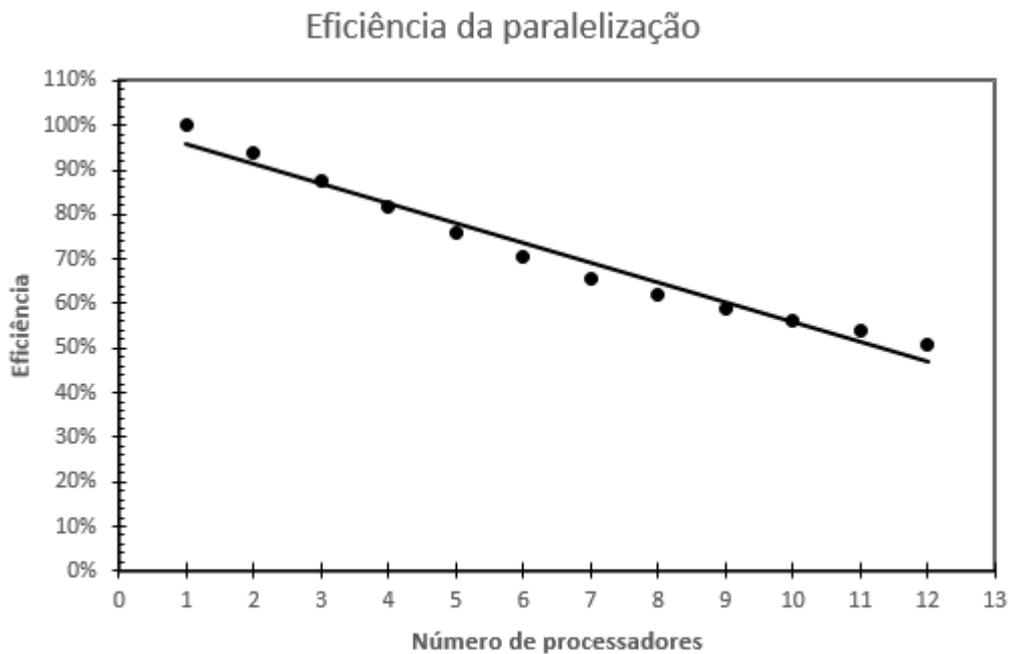


Figura 4.2 – Resultado da Eficiência da paralelização.

Pode-se notar que o aumento de processadores não significa um aumento na mesma proporção de velocidade, por exemplo, ao se utilizar 12 processadores nesse exemplo, tem-se uma

velocidade 6,07 vezes mais rápida que apenas com um processador, gerando uma eficiência próxima de 50%.

A curva do *speed-up* tem características logarítmicas, ou seja, pode-se notar que o aumento do número de processadores, em um certo ponto, irá praticamente estabilizar, fazendo com que a utilização de um número grande de processadores não traga uma relação custo benefício vantajosa.

## 4.2 ESCOAMENTO SOBRE UM CORPO RETANGULAR – ANÁLISE AEROELÁSTICA DE UM PROBLEMA DE ROTAÇÃO LIVRE

Este problema é analisado de duas formas, a primeira considera-se com apenas um elemento no sentido da profundidade da malha, ou seja, com um escoamento bidimensional, já a segunda análise é feita com 25 elementos no sentido da profundidade, ou seja, com um escoamento tridimensional, com o intuito de observar a influência da tridimensionalidade no exemplo analisado. Ambos são exemplos propostos por Sarrate *et al.* (2001).

### 4.2.1 Análise com escoamento bidimensional

O problema trata de um movimento de rotação livre do corpo quando submetido a uma rotação inicial  $\theta_0$  de  $5^\circ$ , com o propósito de verificar a atenuação do movimento rotacional do prisma retangular quando submerso em diferentes fluidos viscosos.

Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores de  $\alpha = 0,25$  e  $\delta = 0,5$ , exponencial de malha apresentado na Equação (2.44) igual a 4 e parâmetro de diagonalização seletiva apresentado na Equação (3.24) igual a 0,7. Em relação aos graus de liberdade do prisma, o corpo está livre para movimentos de rotação em torno de  $X_3$ , prosseguindo a análise por 300 segundos. Ressalta-se que exemplo não se utiliza de modelos de turbulência. A Figura 4.3 apresenta as características geométricas e as condições de contorno do problema, lembrando que ainda há uma profundidade unitária visto que o código numérico é tridimensional.

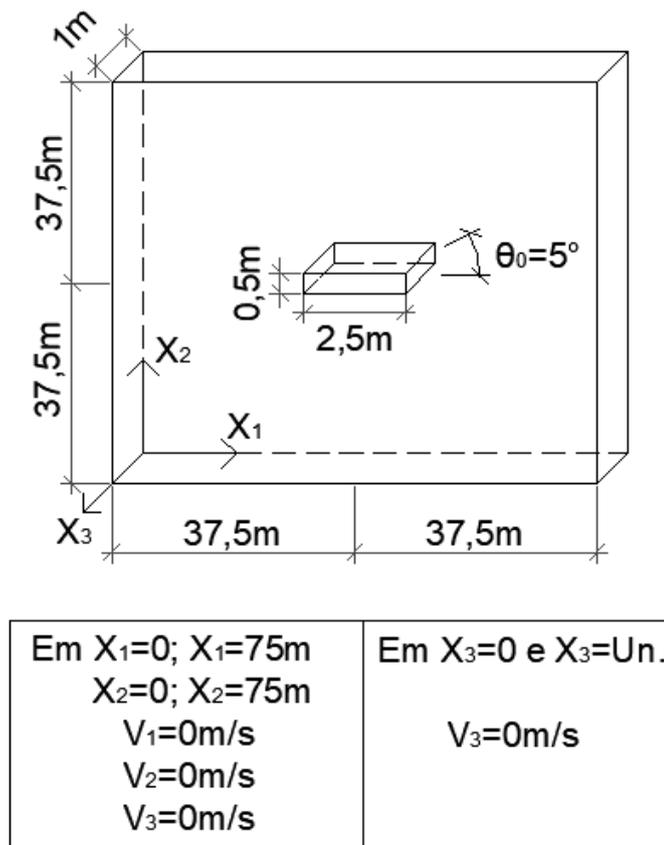


Figura 4.3 – Características geométricas e condições de contorno de um corpo retangular submetido a rotação.

A Figura 4.4 apresenta o movimento da malha, com destaque ao prisma retangular. A malha apresenta um total de 38.720 nós e 19.200 elementos.

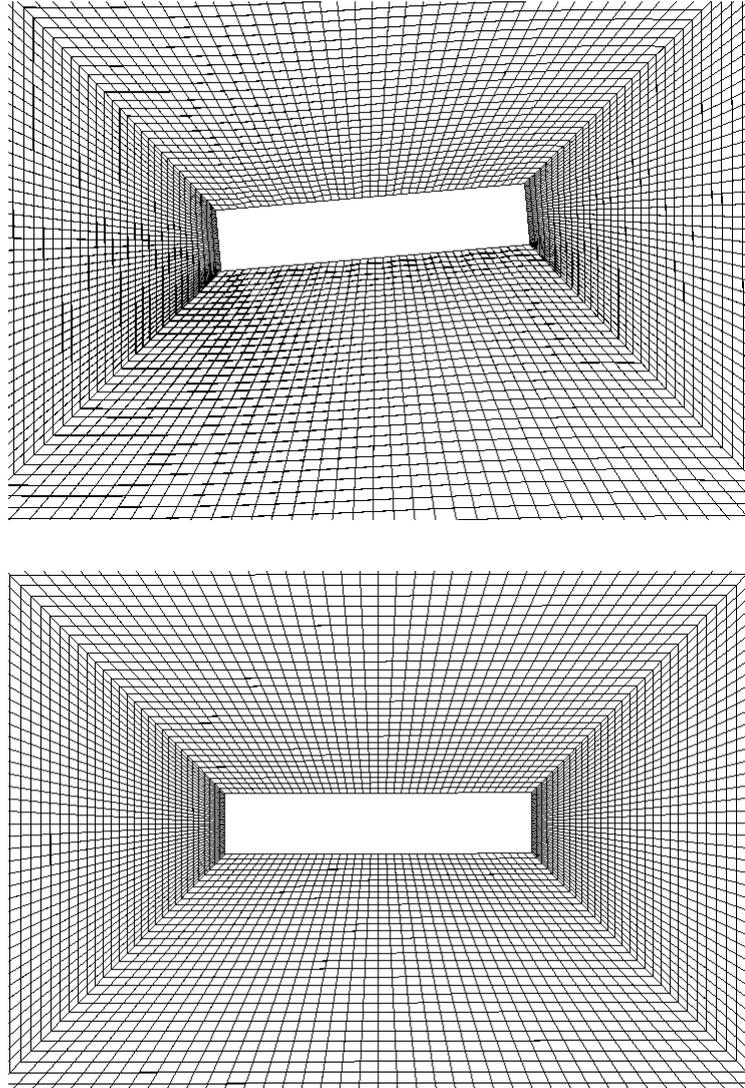


Figura 4.4 – Movimento da malha com a rotação do prisma retangular.

A menor dimensão de um elemento na malha é de  $1,25 \cdot 10^{-2}$  m, levando a um incremento de tempo de  $\Delta t = 1,88 \cdot 10^{-3}$  s.

A Figura 4.5 apresenta um pedaço da malha do domínio onde pode-se notar a malha em três dimensões e em destaque o elemento hexaédrico de oito nós.

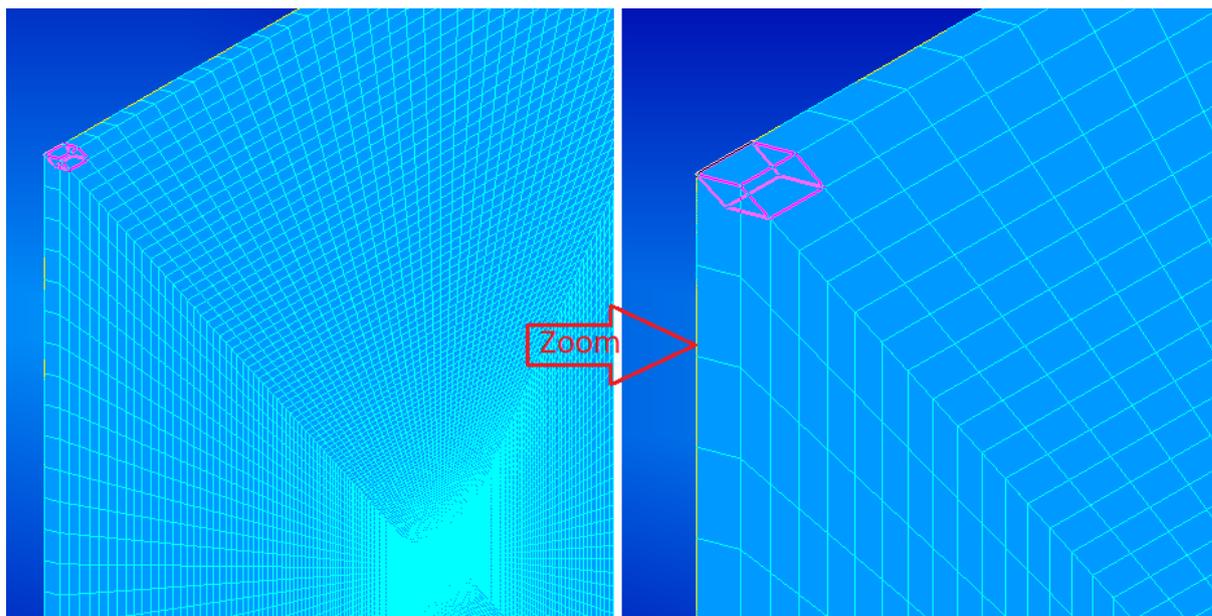


Figura 4.5 – Malha tridimensional com destaque ao elemento hexaédrico de oito nós.

Tem-se como objetivo verificar a atenuação do movimento rotacional do prisma retangular quando submerso em diferentes fluidos viscosos. O amortecimento estrutural é desprezado neste caso. Inicialmente o fluido e o prisma retangular estão em repouso, depois aplica-se um deslocamento angular inicial de  $5^\circ$ . Os dados do problema estão apresentadas na Tabela 4.2 e a variação do número de Reynolds com a viscosidade cinemática estão apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.2 – Dados do problema.

| <b>Constantes</b>                   | <b>Valor</b> |
|-------------------------------------|--------------|
| Velocidade do som no fluido (m/s)   | 0,29         |
| Velocidade característica (m/s)     | 0,029        |
| Dimensão característica (m)         | 1,25         |
| Frequência torcional do corpo (1/s) | 0,266        |

Tabela 4.3 – Variação do número de Reynolds com a viscosidade cinemática.

| Viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> /s) | Re    |
|--|-------|
| 0,01                                       | 3,628 |
| 0,001                                      | 36,28 |
| 0,0001                                     | 362,8 |

A velocidade característica do escoamento é considerada como a máxima velocidade na parte de trás do corpo, conforme Sarrate *et al.* (2001), dado por:

$$V = \theta_0 \omega_r \text{sen}\left(\frac{\omega_r T}{2}\right) L = 0,029 \text{ m/s} \quad (4.3)$$

onde  $\theta_0$  é a rotação inicial do corpo, igual a  $5^\circ$ ,  $T$  é o período de vibração do corpo,  $L$  é o comprimento característico, considerado como metade do comprimento do corpo, ou seja, igual a 1,25 m, e  $\omega_r$  é a frequência torcional dada por:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{k_r}{I}} = 0,266 \text{ s}^{-1} \quad (4.4)$$

onde  $I$  é o momento de inércia de massa e  $k_r$  é a rigidez rotacional.

A Figura 4.6, Figura 4.7 e Figura 4.8 apresentam os resultados do deslocamento angular, velocidade angular, e aceleração angular, respectivamente, para os três valores de Reynolds utilizados neste trabalho, assim como os de Tonin (2017). A Figura 4.9 e a Figura 4.10 apresentam as linhas de corrente em torno do corpo para os Reynolds 3,628 e Reynolds 362,8, respectivamente.

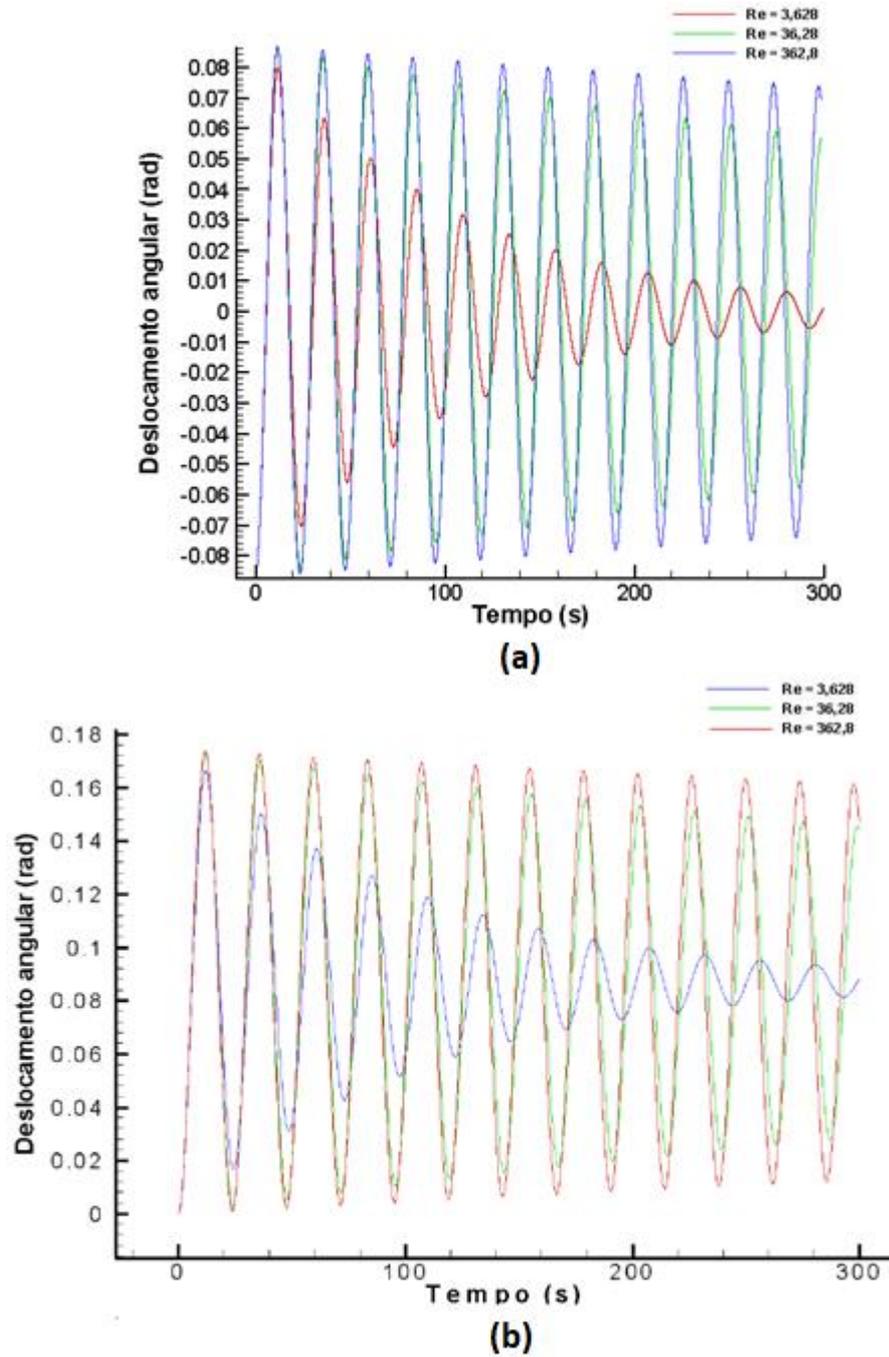


Figura 4.6 – Deslocamento angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017).

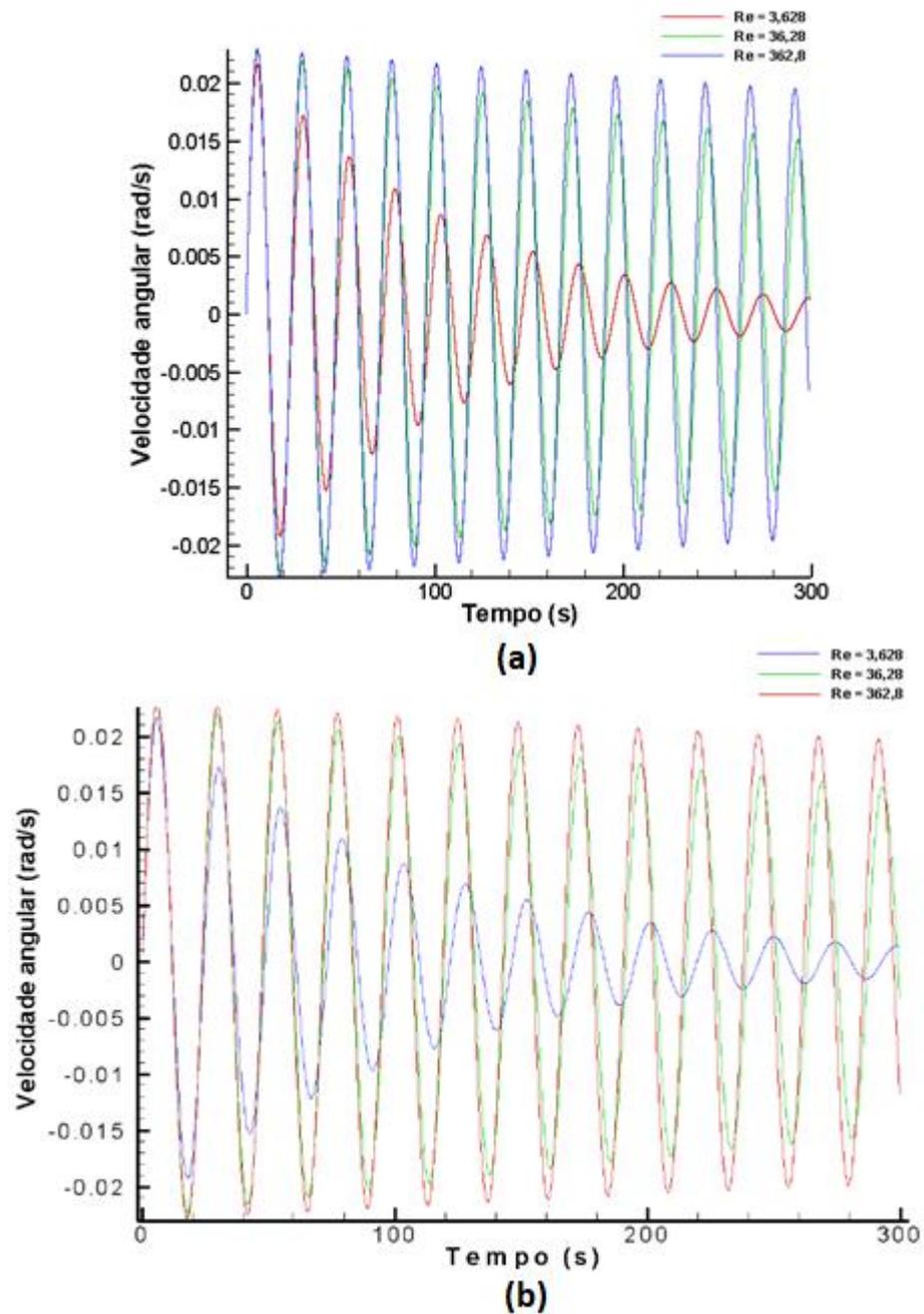


Figura 4.7 – Velocidade angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017).

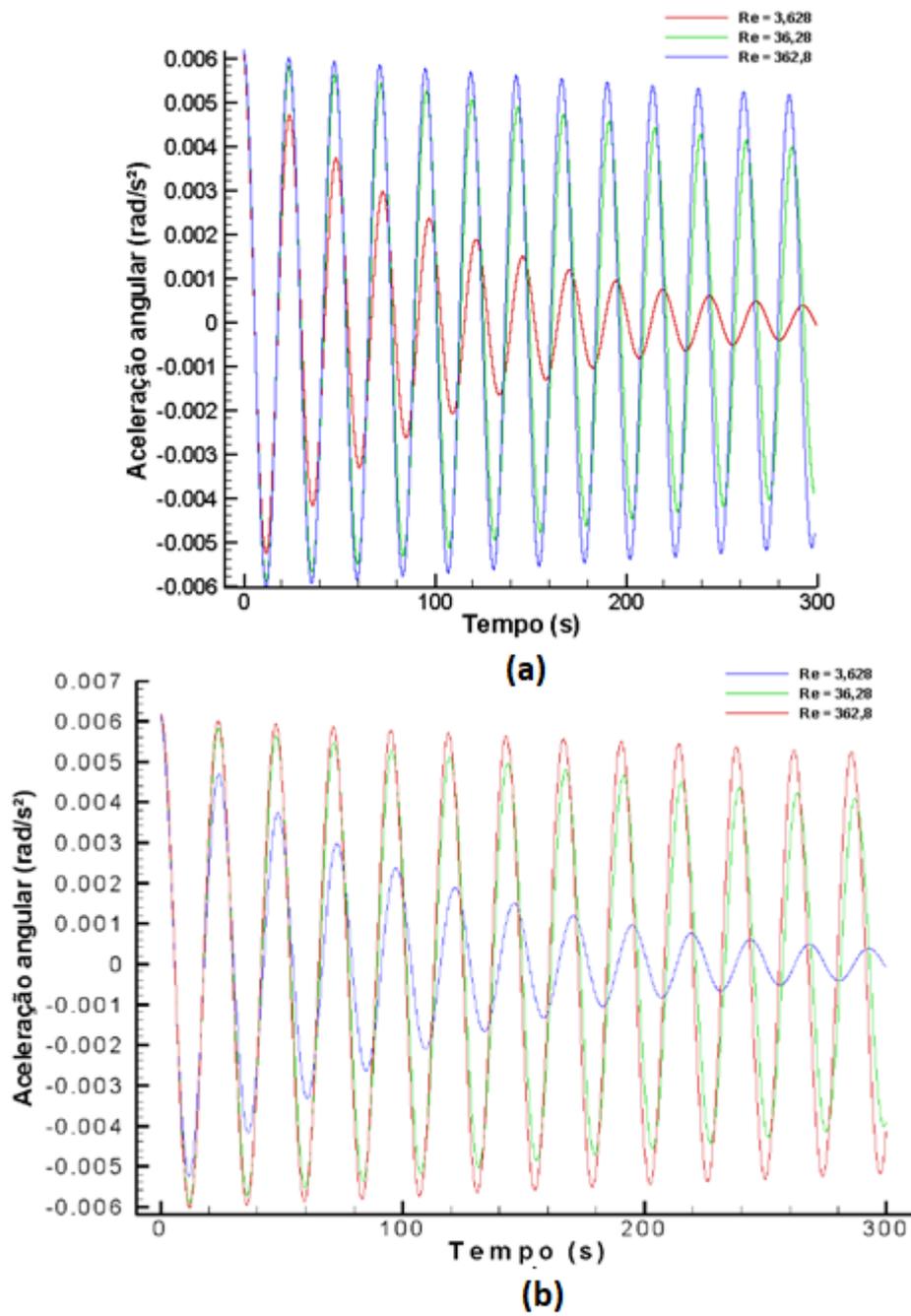


Figura 4.8 – Aceleração angular, resultados do (a) presente trabalho e (b) Tonin (2017).

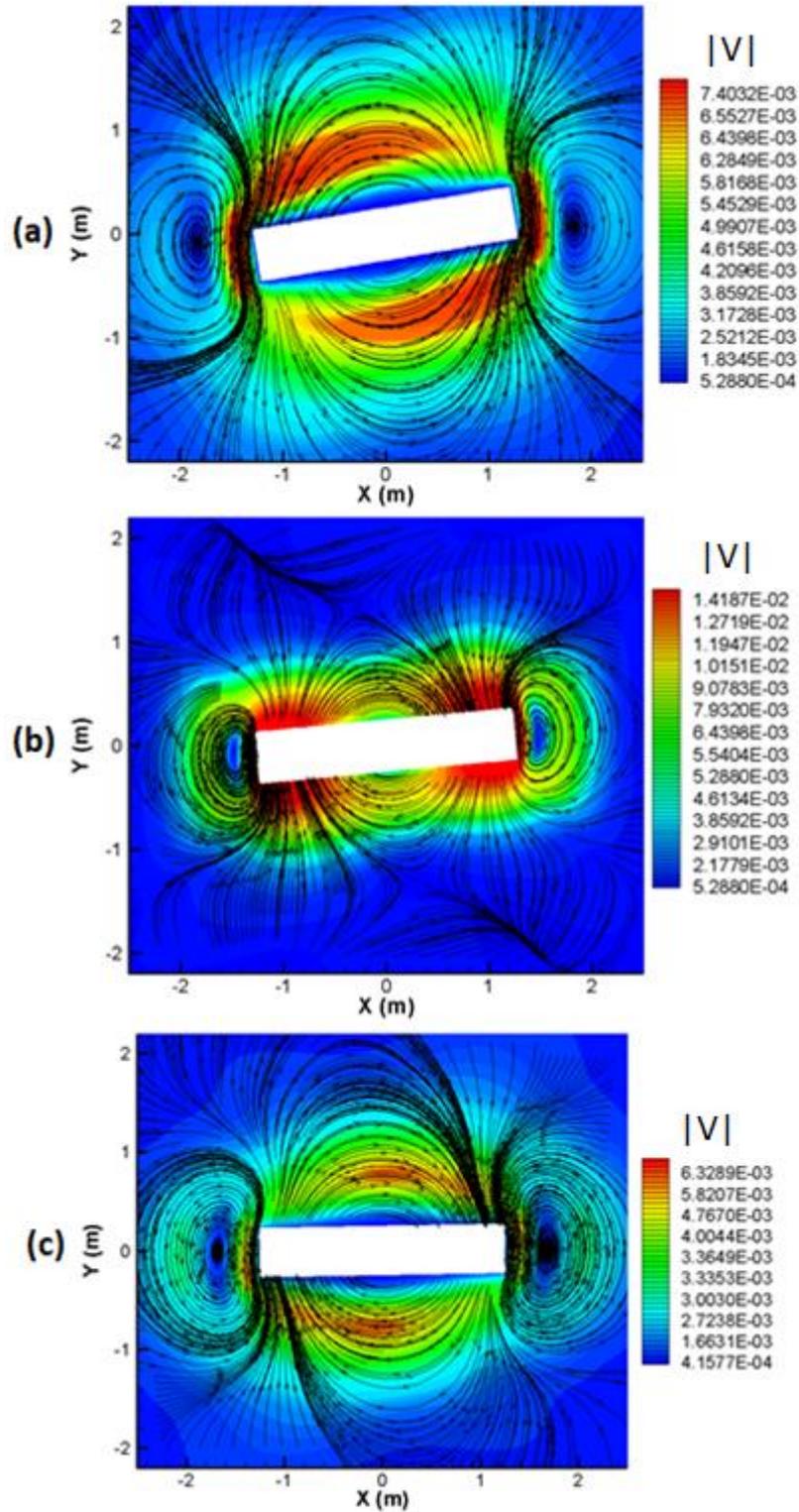


Figura 4.9 – Linhas de corrente para Reynolds 3,628 nos instantes de tempo (a) 12 s, (b) 18 s e (c) 24 s.

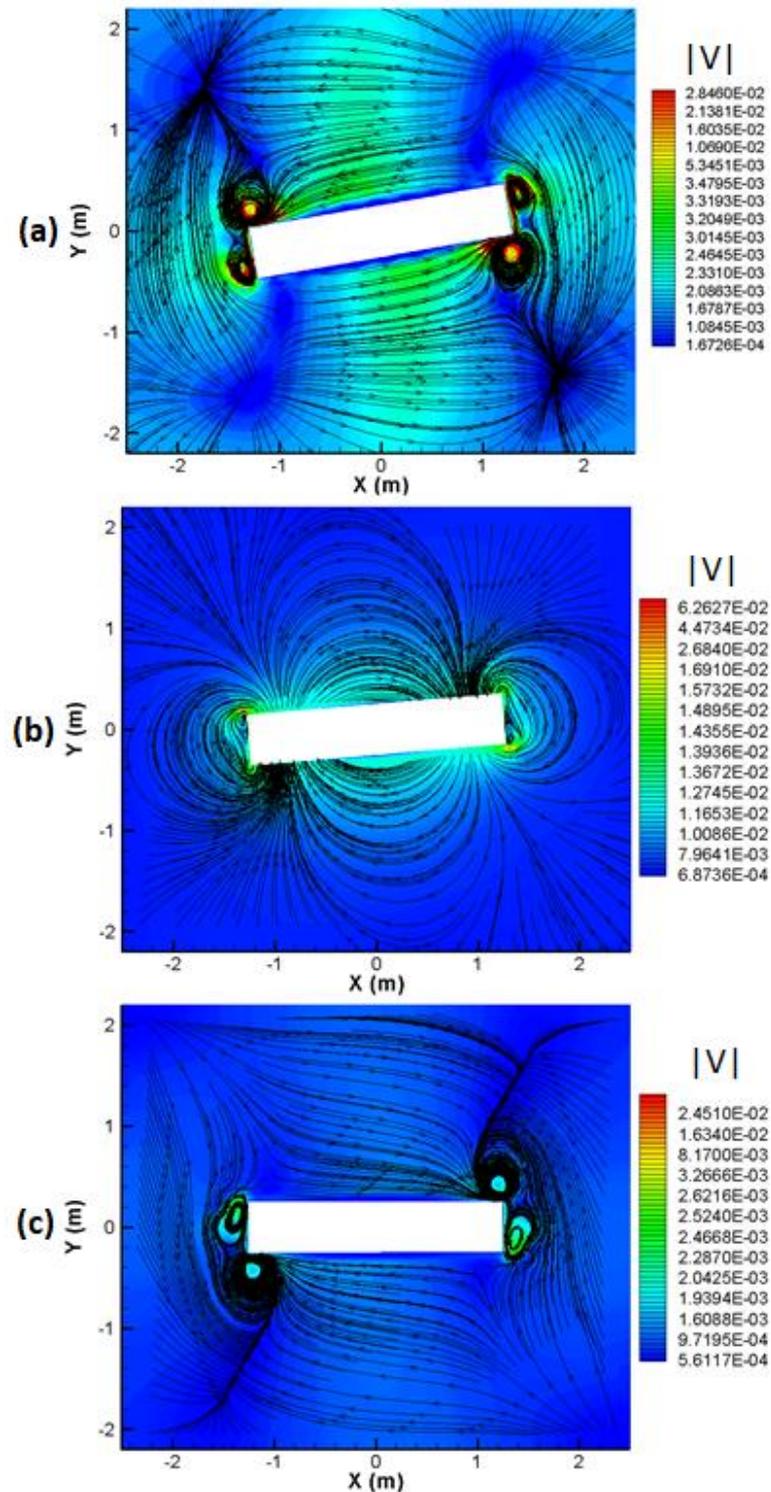


Figura 4.10 – Linhas de corrente para Reynolds 362,8 nos instantes de tempo (a) 12 s, (b) 18 s e (c) 24 s.

Nota-se que em todos os casos apresentados na Figura 4.6, Figura 4.7 e Figura 4.8, a amplitude da rotação diminui com o tempo e a amplitude diminui de forma mais rápida quanto menor for o seu valor de Reynolds. Isto ocorre, pois, a maior viscosidade está associada ao menor número

de Reynolds. Em relação a Figura 4.9 e Figura 4.10, pode-se observar que para o valor de Reynolds 362,8, os vórtices se concentram em uma camada próxima ao corpo, semelhante ao trabalho de Sarrate *et al.* (2001). Portanto, pode-se concluir que os resultados obtidos neste trabalho estão de acordo com o esperado, sendo similares aos resultados apresentados em Sarrate *et al.* (2001) e Tonin (2017), que utilizaram uma formulação de IFE semelhante a formulação empregada neste trabalho.

O decremento/incremento logarítmico das oscilações é calculado a partir da seguinte expressão:

$$Tx_{inc,dec} = \frac{y^n - y^{n+1}}{y^n} \quad (4.5)$$

onde  $y^n$  e  $y^{n+1}$  correspondem aos valores de pico entre um mesmo período de oscilação. O decremento logarítmico do deslocamento está apresentado na Tabela 4.4, onde a predominância dos efeitos viscosos sobre os inerciais vai ficando mais nítida a medida que se reduz o número de Reynolds, fazendo com que haja uma maior dissipação do movimento.

Tabela 4.4 – Decremento logarítmico da análise com 1 elemento na profundidade.

| <b>Re</b> | <b>Decremento logarítmico médio</b> |
|-----------|-------------------------------------|
| 3,628     | 0,20567478                          |
| 36,28     | 0,03373386                          |
| 362,8     | 0,01342618                          |

#### 4.2.2 Análise com escoamento tridimensional

Para analisar esse mesmo problema, foram feitas análises do problema com escoamento tridimensional, semelhante ao anterior. A Figura 4.11 apresenta a geometria e condições de contorno do problema com escoamento tridimensional. Neste exemplo a malha possui 503.360 nós e 480.000 elementos, cerca de 20 vezes mais elementos que o exemplo anterior. A Figura 4.12 apresenta o prisma retangular tridimensional, usou-se 25 elementos no comprimento do prisma.

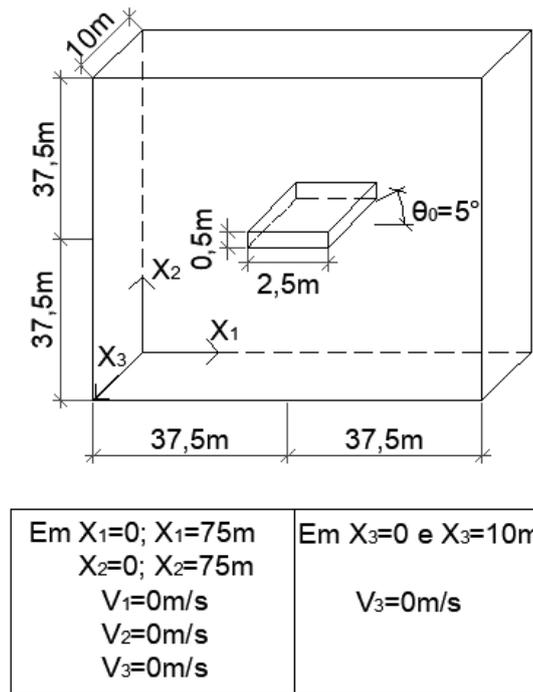


Figura 4.11 – Geometria e condições de contorno do prisma retangular com escoamento tridimensional.

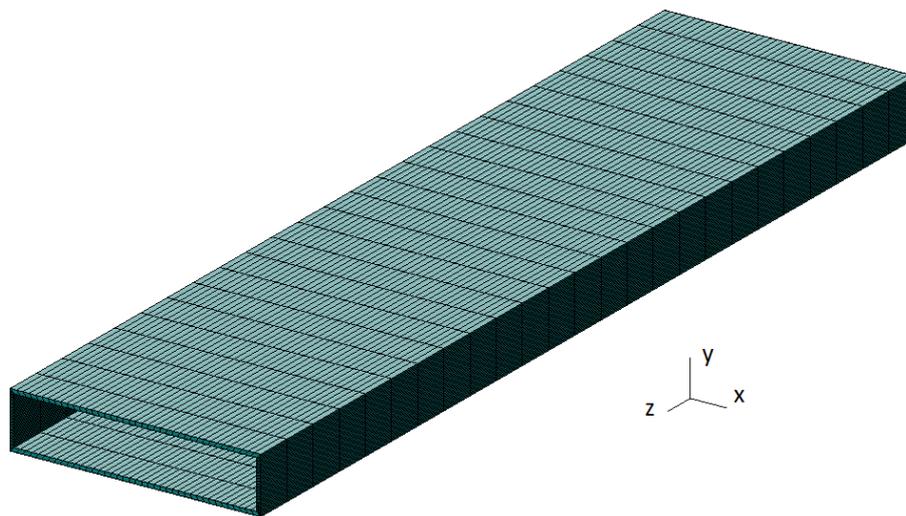


Figura 4.12 – Prisma retangular tridimensional.

A Figura 4.13 possui os resultados do deslocamento angular, velocidade angular e aceleração angular, respectivamente, onde se percebe o mesmo comportamento apresentado no caso bidimensional quanto ao amortecimento na resposta da estrutura pela ação do escoamento.

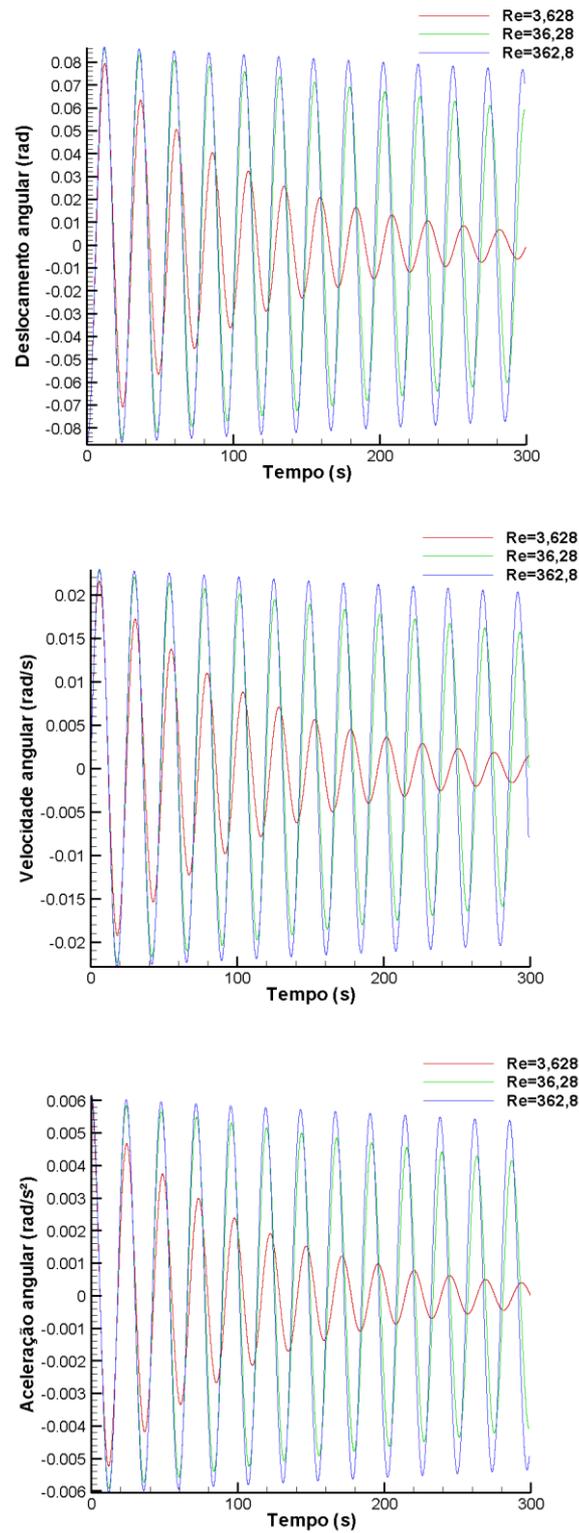


Figura 4.13 – Deslocamento, velocidade e aceleração angular do prisma retangular tridimensional.

O decremento logarítmico do deslocamento referente às respostas obtidas neste trabalho está apresentado na Tabela 4.5.

Tabela 4.5 – Decremento logarítmico da análise com 25 elementos na profundidade.

| <b>Re</b> | <b>Decremento logarítmico médio</b> |
|-----------|-------------------------------------|
| 3,628     | 0,20064923                          |
| 36,28     | 0,03052540                          |
| 362,8     | 0,01012951                          |

Pode-se notar uma diferença no decremento logarítmico dos exemplos com 1 e 25 elementos na profundidade, como mostra a Tabela 4.4 e Tabela 4.5. A Tabela 4.6 apresenta a diferença percentual do decremento logarítmico para cada valor de Reynolds nos dois exemplos analisados.

Tabela 4.6 – Decremento logarítmico da análise com 25 elementos na profundidade.

| <b>Re</b> | $\left(1 - \frac{Tx_{25ele}}{Tx_{1ele}}\right) \%$ |
|-----------|--|
| 3,628     | 2,44%  |
| 36,28     | 9,51%  |
| 362,8     | 24,55%   |

Nota-se que a diferença entre os decrementos logarítmicos aumenta percentualmente conforme o aumento do número de Reynolds. Esse fenômeno acontece visto que, com o aumento do Reynolds a turbulência começa a causar influência no resultado. Ou seja, a análise tridimensional, diferente da análise com apenas um elemento na profundidade, trará resultados com algumas diferenças, causadas pela influência da tridimensionalidade do escoamento, e essas diferenças são acentuadas com o aumento do número de Reynolds.

#### 4.3 ESCOAMENTO SOBRE UM CORPO RETANGULAR – ANÁLISE AEROELÁSTICA DE UM PROBLEMA COM VELOCIDADE HORIZONTAL PRESCRITA

Neste exemplo considera-se uma velocidade horizontal prescrita. Nesse exemplo pode-se notar a eficiência do código para analisar o deslocamento, velocidade e aceleração angular da estrutura, utilizando o exemplo apresentado por Sarrate *et al.* (2001).

Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores de  $\alpha = 0,25$  e  $\delta = 0,5$ , exponencial de malha apresentado na Equação (2.44) igual a 4 e parâmetro de diagonalização seletiva apresentado na Equação (3.24) igual a 0,7. Durante os primeiros 90 segundos da simulação os movimentos de todos os graus de liberdade do corpo permanecem restringidos, até que o escoamento se desenvolva por completo e se dê início ao desprendimento de vórtices. Só então o grau de liberdade de rotação em torno de  $X_3$  e de translação em  $X_2$  são liberados, onde a análise prossegue por mais 260 segundos. Ressalta-se que exemplo não se utiliza de modelos de turbulência. A Figura 4.14 apresenta as características geométricas e as condições de contorno do problema, lembrando que ainda há uma profundidade unitária visto que o código numérico é tridimensional.

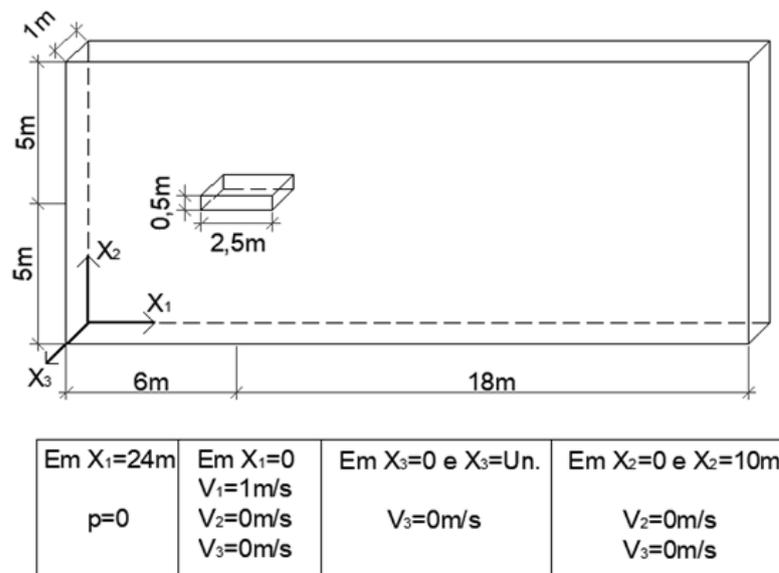


Figura 4.14 – Características geométricas e condições de contorno de um corpo retangular submetido a rotação.

A malha de elementos finitos esta apresentada na Figura 4.15 com um total de 22.560 nós e 11.050 elementos.

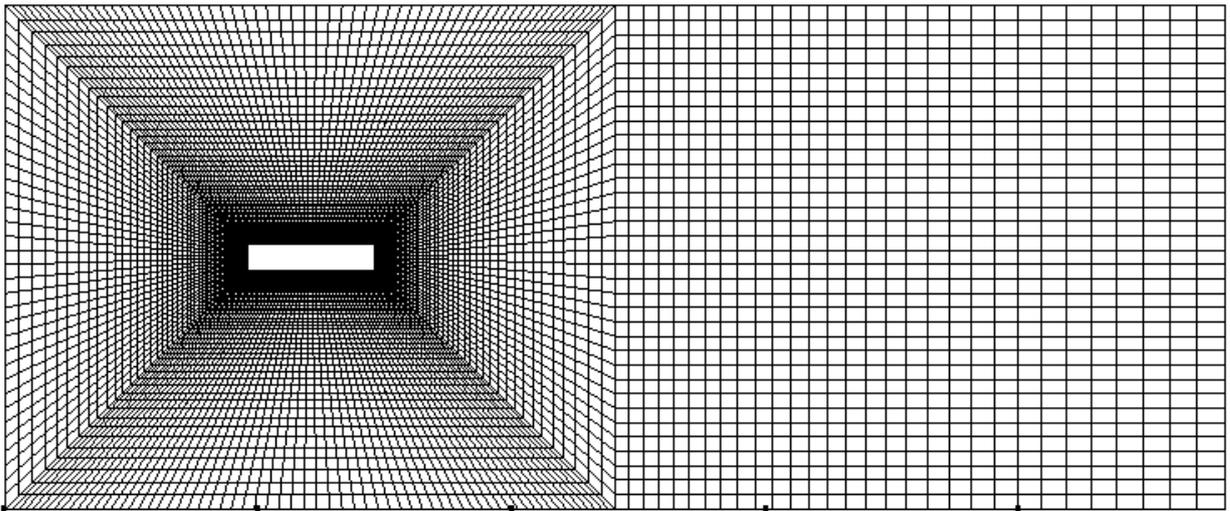


Figura 4.15 – Malha de elementos finitos.

A Tabela 4.7 apresenta os dados do problema e a Tabela 4.8 apresenta os dados da estrutura.

Tabela 4.7 – Dados do problema.

| <b>Corpo retangular – Dados do problema</b> |       |
|---|-------|
| Viscosidade cinemática (m <sup>2</sup> /s)  | 0,001 |
| Velocidade característica (m/s)             | 1,00  |
| Dimensão característica (m)                 | 1,00  |
| Massa específica (kg/m <sup>3</sup> )       | 1,00  |

Tabela 4.8 – Dados da estrutura.

| <b>Corpo retangular – Constantes usadas para a estrutura</b> |                   |
|--|-------------------|
| Rigidez longitudinal adimensional                            | $3,00 \cdot 10^4$ |
| Rigidez transversal adimensional                             | 0,7864            |
| Rigidez rotacional adimensional                              | 17,05             |
| Massa longitudinal adimensional                              | 195,57            |
| Massa transversal adimensional                               | 195,57            |
| Massa rotacional adimensional                                | 105,94            |
| Amortecimento longitudinal adimensional                      | $1,00 \cdot 10^7$ |
| Amortecimento transversal adimensional                       | 0,0325            |
| Amortecimento rotacional adimensional                        | 0,0               |

A menor dimensão de um elemento na malha é de  $1,428 \cdot 10^{-2}$ , levando a um incremento de tempo adimensional de  $\Delta t = 1,00 \cdot 10^{-4}$ . Destaca-se que o deslocamento da estrutura só foi liberado a partir do tempo igual a 90, quando já se tinha o escoamento desenvolvido. A Figura 4.16 apresenta o movimento da malha no tempo 334, onde se tem o maior deslocamento vertical.

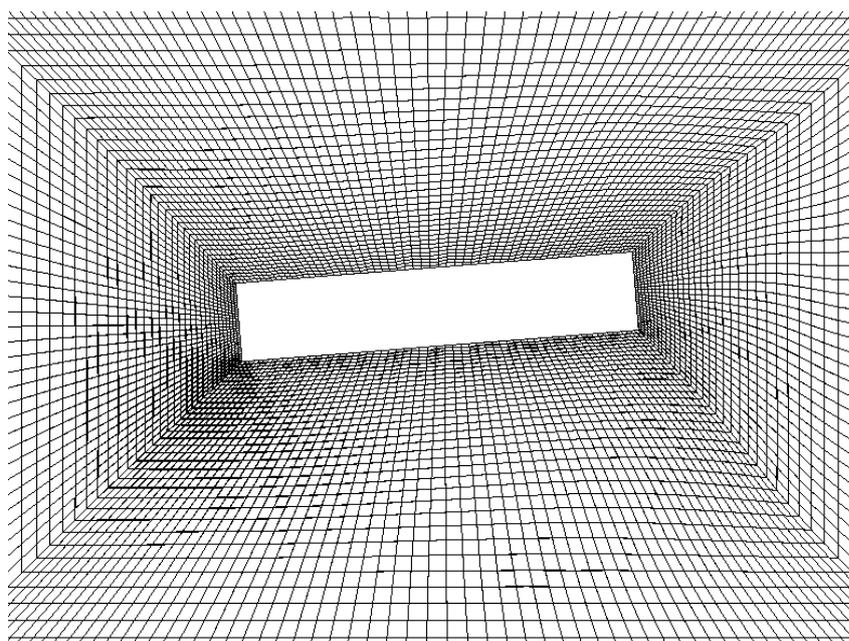


Figura 4.16 – Movimento da malha do corpo retangular.

A Figura 4.17 apresenta os históricos de deslocamento, velocidade e aceleração nas duas direções da seção, onde o tempo é adimensional. A Figura 4.18 apresenta os históricos de deslocamento, velocidade e aceleração de Sarrate *et al.* (2001). A Figura 4.19 apresenta os campos de pressão suavizados e linhas de corrente para os instantes de tempo adimensionais de 330, 335 e 339.

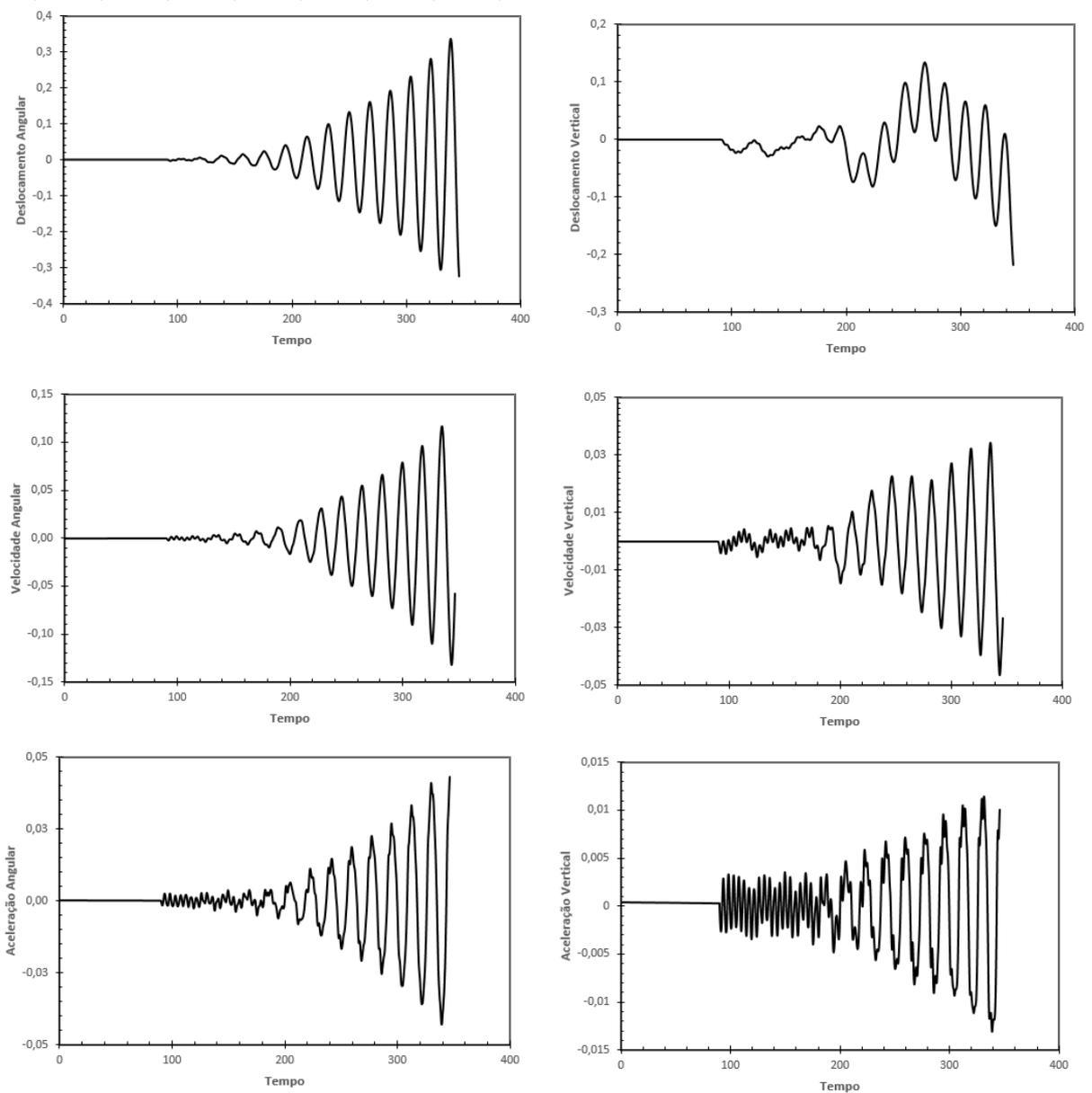


Figura 4.17 – Históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais.

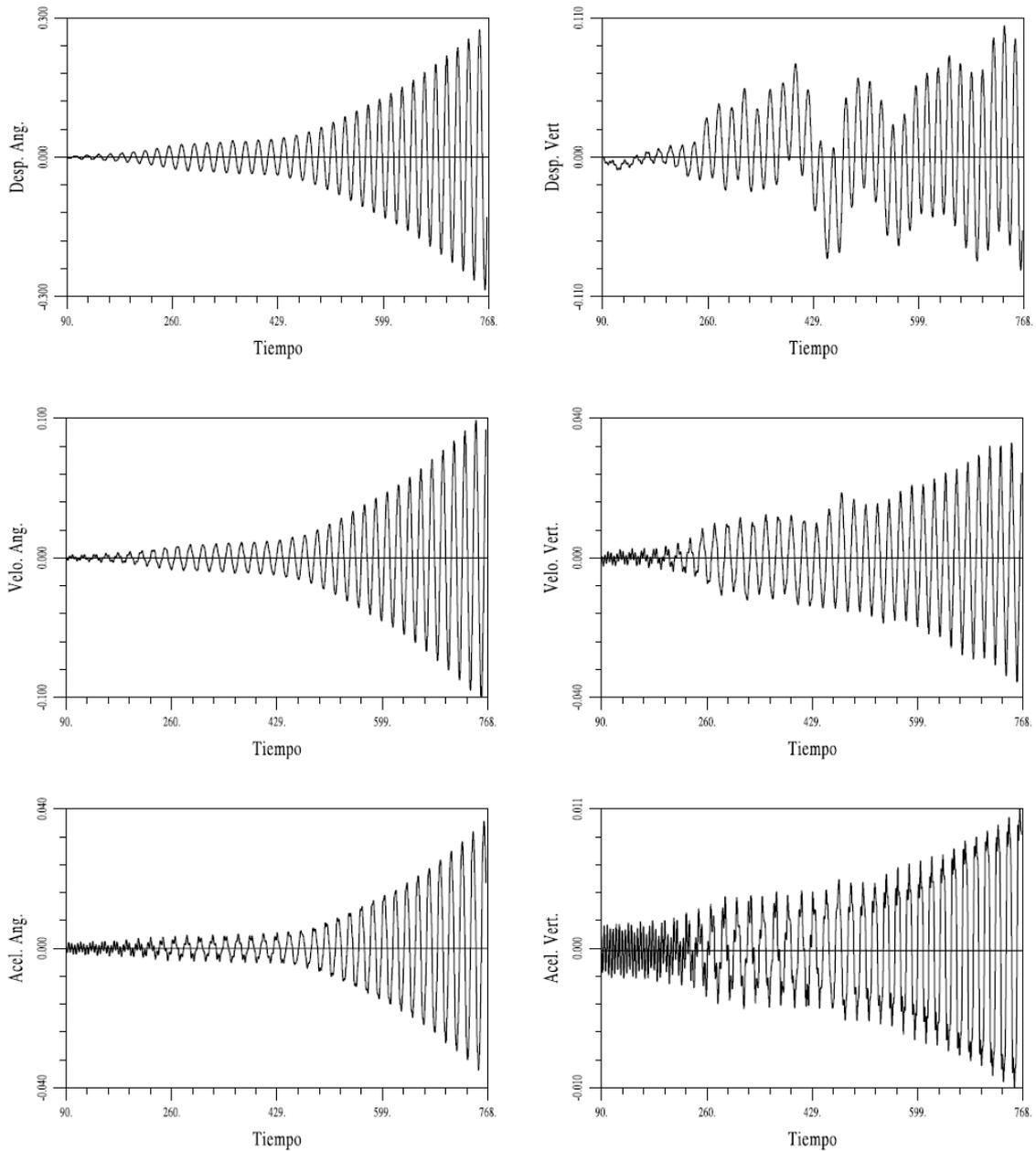


Figura 4.18 – Históricos de deslocamento, velocidade e aceleração angulares e transversais de Sarrate *et al.* (2001).

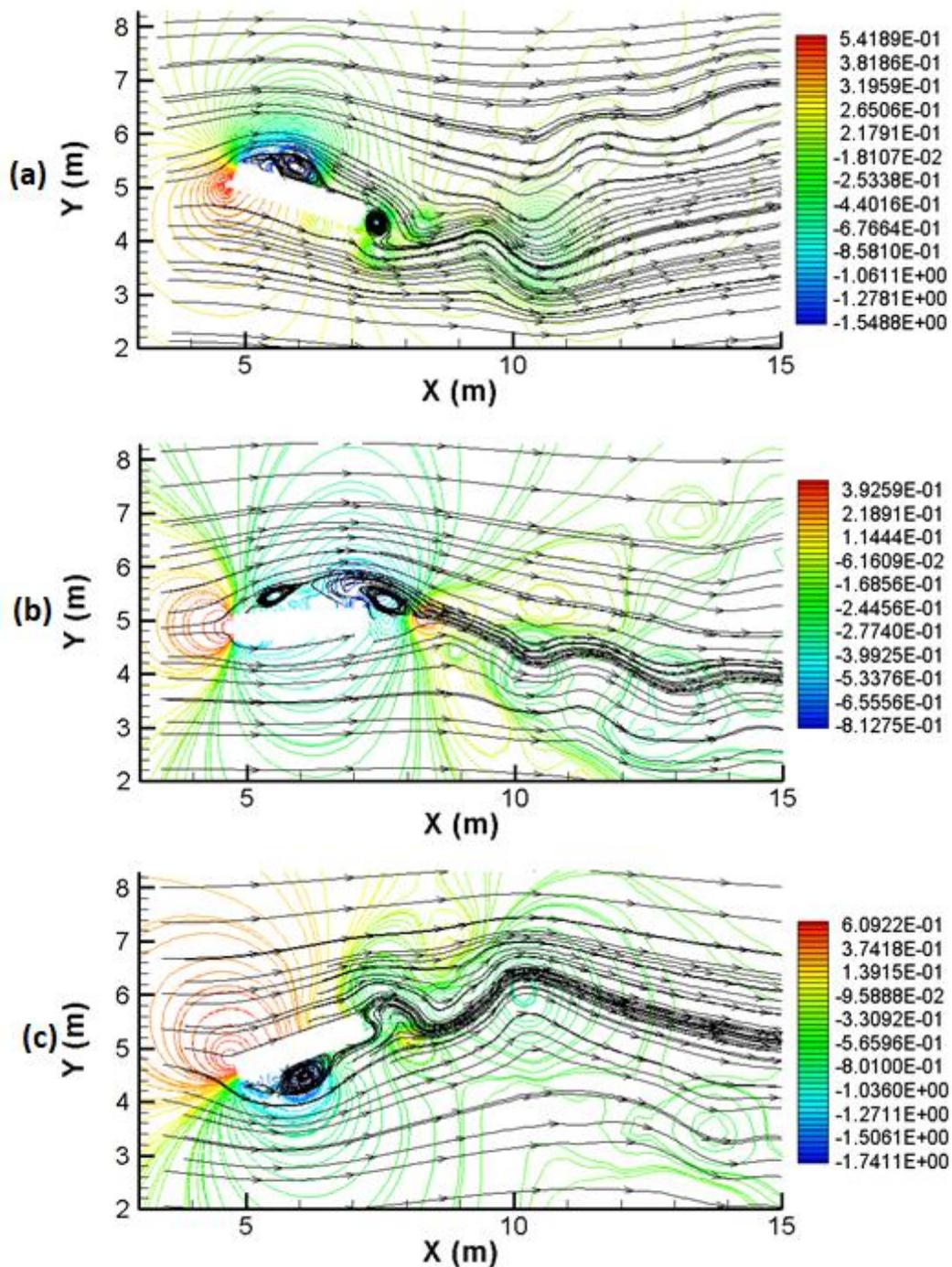


Figura 4.19 – Campos de pressão suavizados e linhas de corrente para os instantes de tempo adimensionais de (a) 330, (b) 335 e (c) 339.

Os históricos de deslocamentos, velocidades e acelerações apresentados na Figura 4.17 apresentam resultados semelhantes aos de Sarrate *et al.* (2001), entretanto são ainda mais semelhantes aos de Braun (2002) e Tonin (2017), visto que utilizou-se uma formulação de acoplamento similar. Os campos de pressão apresentados na Figura 4.19, apresentam grandes gradientes de pressão, com a formação de bolsões que se alternam entre as faces superior e

inferior da seção, como também podem ser observados nos trabalhos de Sarrate *et al.* (2001), Braun (2002) e Tonin (2017).

#### 4.4 ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UM CILINDRO

Nesta seção deseja-se observar o fenômeno de *lock-in* relacionado ao desprendimento de vórtices em torno de um cilindro. Para isso utiliza-se o exemplo apresentado na Figura 4.20, como é apresentado em Ahn e Kallinderis (2006) e Borazjani *et al.* (2008). Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores de  $\alpha = 0,25$  e  $\delta = 0,5$ , exponencial de malha apresentado na Equação (2.44) igual a 4 e parâmetro de diagonalização seletiva apresentado na Equação (3.24) igual a 0,9. Durante os primeiros 10 segundos da simulação os movimentos de todos os graus de liberdade do corpo permanecem restringidos, até que o escoamento se desenvolva por completo e se dê início ao desprendimento de vórtices. Só então o grau de liberdade de translação em  $X_2$  é liberado, onde a análise prossegue por mais 4 segundos. Ressalta-se que exemplo não se utiliza de modelos de turbulência.

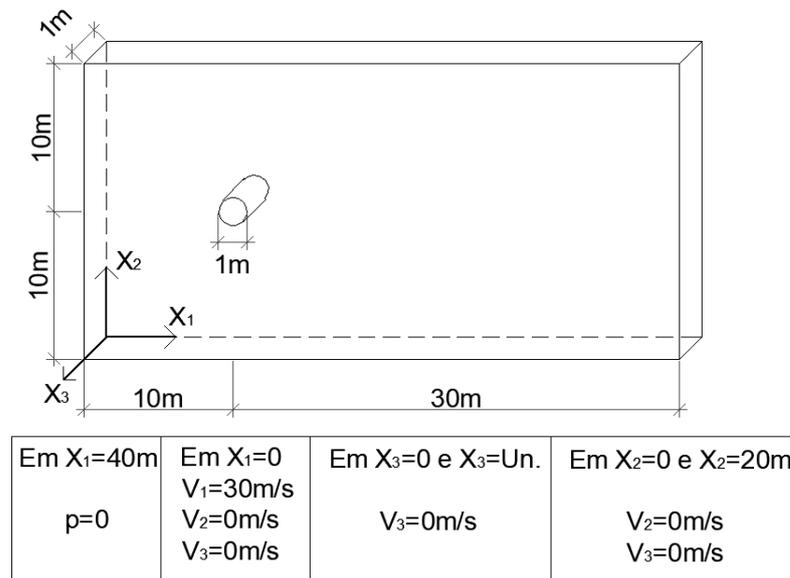


Figura 4.20 – Características geométricas e condições de contorno do domínio.

A malha em elementos finitos está apresentada na Figura 4.21 e Figura 4.22, contendo 13.790 nós e 6.750 elementos.

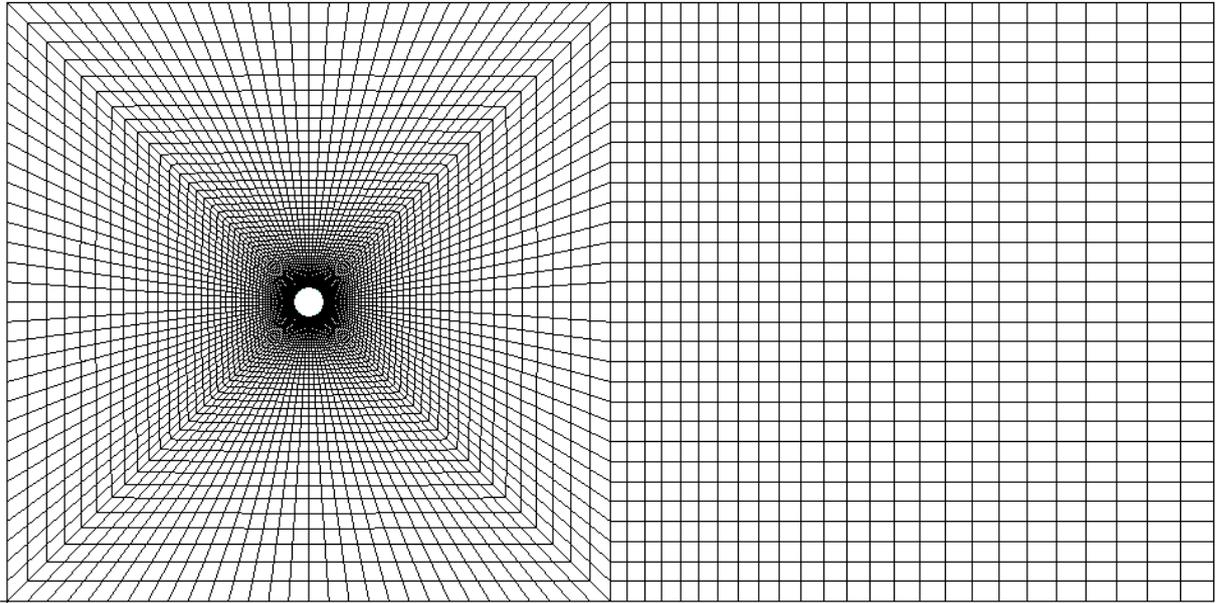


Figura 4.21 – Malha do cilindro.

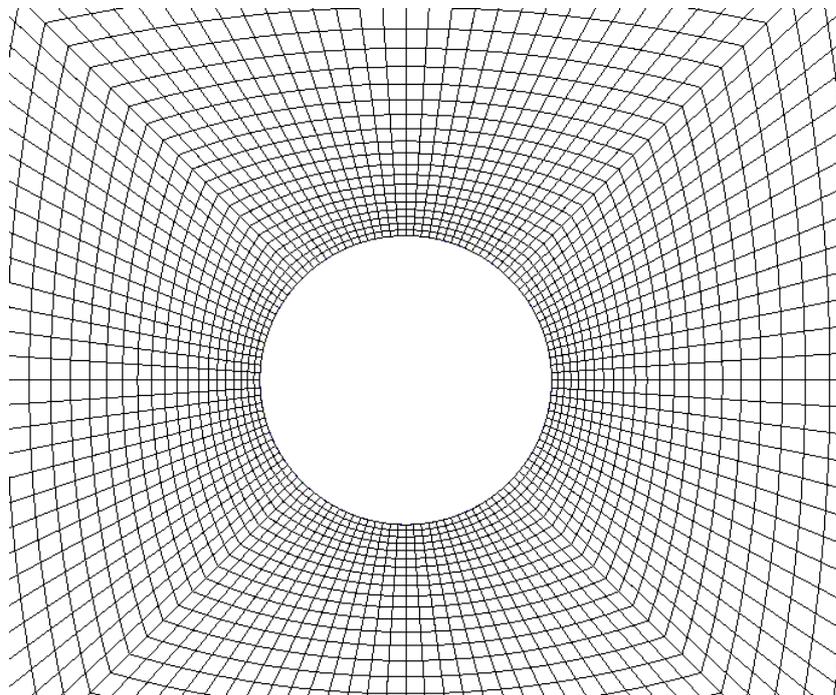


Figura 4.22 – Malha com detalhe mais próximo ao cilindro.

A Tabela 4.9 apresenta os dados do problema.

Tabela 4.9 – Dados do problema do cilindro.

| <b>Cilindro – Dados do problema</b>     |                       |
|---|-----------------------|
| Reynolds (Re)                           | 150                   |
| Massa específica ( $\rho$ )             | 1,0 kg/m <sup>3</sup> |
| Comprimento característico (D)          | 1,0 m                 |
| Viscosidade cinemática ( $\nu$ )        | 0,2 m <sup>2</sup> /s |
| Velocidade do som (c)                   | 150 m/s               |
| Mach                                    | 0,2                   |
| Velocidade do escoamento não perturbado | 30 m/s                |

A Tabela 4.10 apresenta os dados da estrutura.

Tabela 4.10– Propriedades físicas da estrutura do cilindro.

| <b>Cilindro – Constantes usadas para a estrutura</b> |                             |
|--|-----------------------------|
| Massa do cilindro (m)                                | 2 kg                        |
| Amortecimento vertical ( $C_y$ )                     | 0                           |
| Rigidez Vertical ( $K_y$ )                           | $7200\pi^2/(V_{red})^2$ N/m |

A menor dimensão de um elemento na malha é de 0,02m, levando a um incremento de tempo de  $\Delta t=7,00 \cdot 10^{-5}$  s. Foram utilizadas velocidades reduzidas entre 3 e 8, com incrementos de 1.

A Figura 4.23 apresenta os resultados do presente trabalho, assim como os de Ahn e Kallinders (2006) e Borazjani *et al.* (2008) para os deslocamentos verticais máximos da estrutura. A Figura 4.24 apresenta o histórico de deslocamento vertical da estrutura para a velocidade reduzida 4.

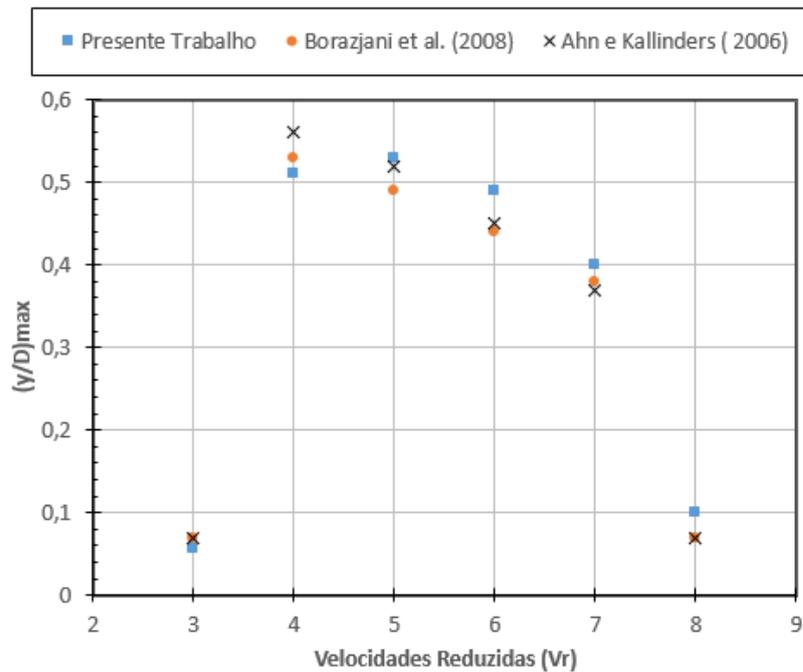


Figura 4.23 – Deslocamento máximo do cilindro para as velocidades reduzidas utilizadas.

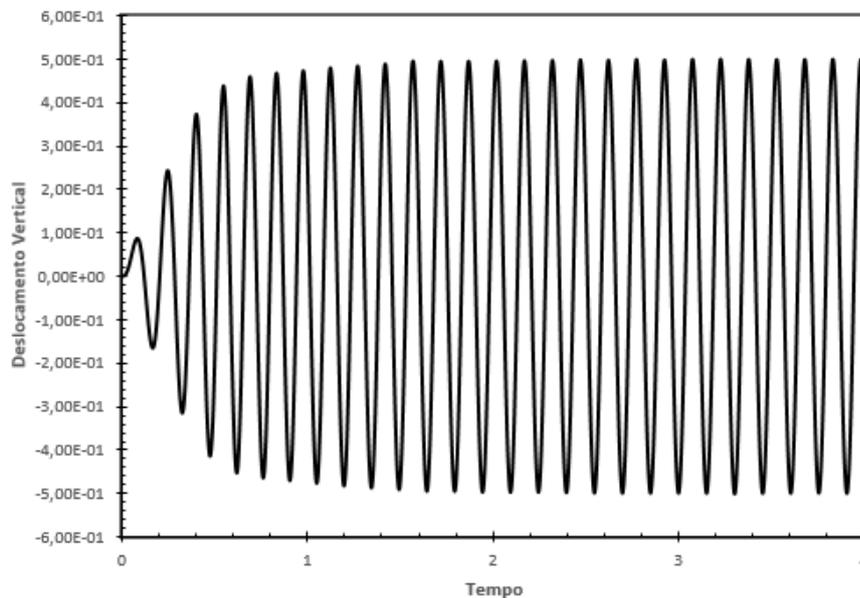


Figura 4.24 – Histórico de deslocamento vertical para a velocidade reduzida 4.

Observa-se na Figura 4.23 que a região do lock-in - onde a frequência de despreendimento de vórtices coincide com a frequência da estrutura, resultando numa amplitude de vibração alta - ocorre entre as velocidades reduzidas 4 e 7, visto que nessa região o deslocamento do cilindro

ultrapassa 10% do seu diâmetro, fora dessa região o deslocamento é reduzido drasticamente. Os resultados obtidos da região de lock-in são similares aos de Ahn e Kallinderis (2006) e Borazjani *et al.* (2008).

A Figura 4.25 apresenta os campos de pressão nos instantes com deslocamento vertical máximo positivo, máximo negativo e com deslocamento vertical próximo a zero (em equilíbrio) para a velocidade reduzida 4, onde se teve os maiores deslocamentos verticais do cilindro.

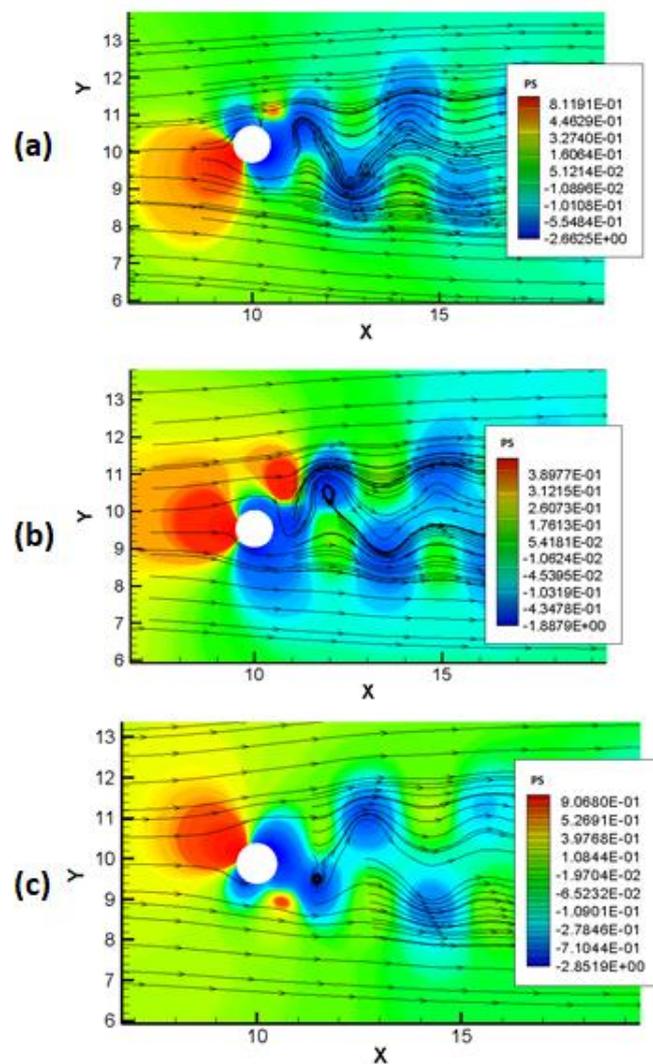


Figura 4.25 - Campos de pressão para a velocidade reduzida 4 para (a) o máximo deslocamento vertical positivo, (b) em equilíbrio e (c) máximo deslocamento vertical negativo.

Nota-se na Figura 4.25 o surgimento dos vórtices de von Kármán, assim como uma sobrepressão a barlavento. Pode-se observar também que as linhas de pressão sofrem perturbações próximas ao corpo, causadas pelos desprendimentos de vórtices.

#### 4.5 ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UMA SEÇÃO DE PONTE

*The Great Belt* é um estreito entre as duas maiores ilhas dinamarquesas e durante muitos anos a rota entre as ilhas era feita com uma balsa, de extrema importância para a Dinamarca. Entretanto, o funcionamento da balsa costuma ser interrompido devido a tempestades ou condições extremas do inverno dinamarquês. Em 1987 o governo aprovou a criação de uma ligação entre as ilhas, iniciando as construções em 1988 e sendo aberta para o tráfego em 1998. A Figura 4.26 apresenta a localização das pontes, incluindo a que aqui será estudada, a *Great Belt East Bridge*.

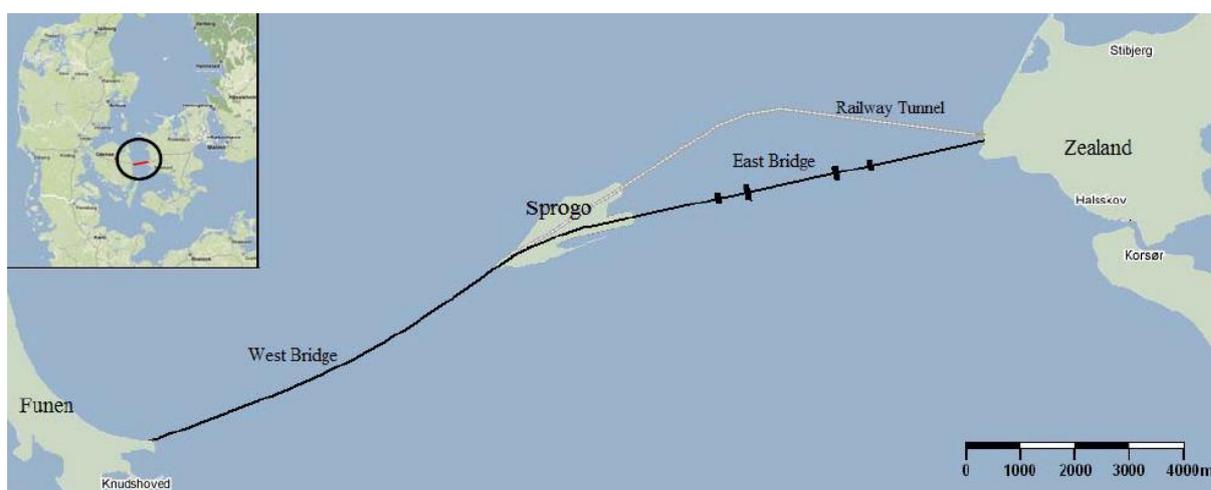


Figura 4.26 – Plano e localização da *Great Belt fixed link*. (WEIGHT, 2009).

A parte leste da ponte, possui pilares com 254 metros de altura na parte suspensa da ponte, seu vão central possui 1.624 metros e dois vãos de aproximação com 535 metros cada. Figura 4.27 mostra os aspectos gerais do projeto e a Figura 4.28 ilustra um dos momentos da construção.

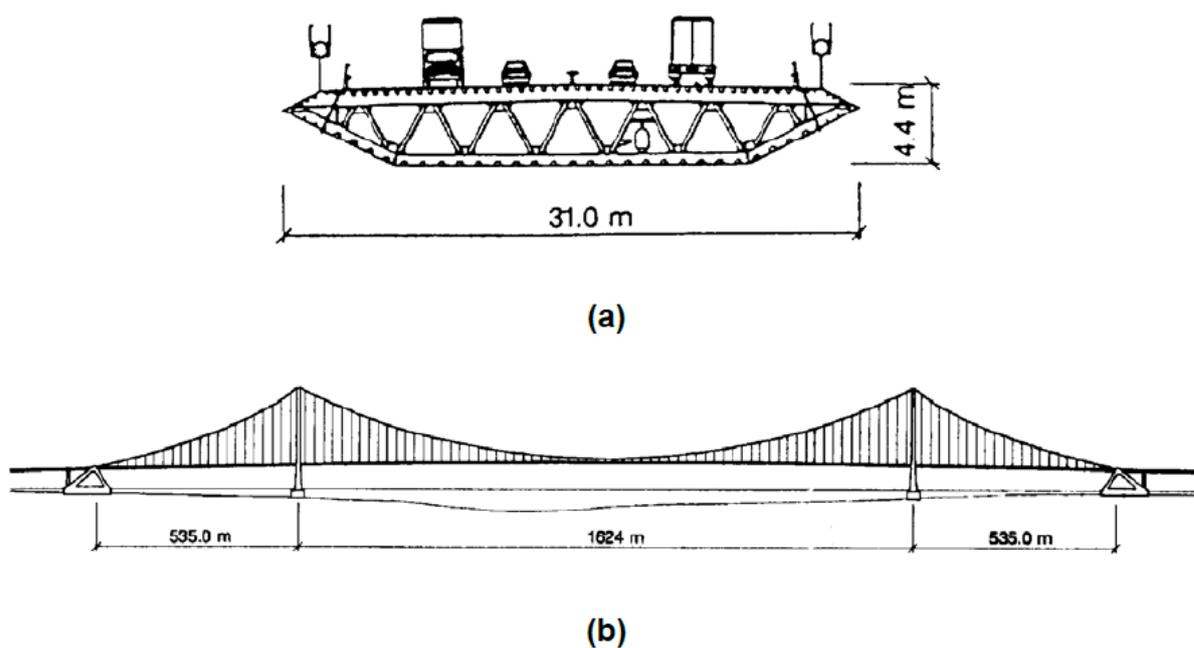


Figura 4.27 – Características gerais da ponte de *Great Belt East*: (a) seção, (b) elevação. (BRAUN, 2002).



Figura 4.28 – Barca carregando dois segmentos de vigas da ponte. (WEIGHT, 2009).

A análise do fenômeno de instabilidade por *flutter* é realizada nesse trabalho através do método direto com base na observação do comportamento da estrutura para diferentes valores de velocidades reduzidas. Esse método é mostrado em Selvam *et al.* (2002), onde determina-se a taxa de incremento ou decréscimo da resposta da estrutura para as diversas velocidades reduzidas analisadas. Com esses dados constrói-se um gráfico em função das velocidades reduzidas, obtendo a velocidade crítica quando a curva gerada cruza o eixo das abscissas.

Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores de  $\alpha = 0,25$  e  $\delta = 0,5$ , exponencial de malha apresentado na Equação (2.44) igual a 4 e parâmetro de diagonalização seletiva apresentado na Equação (3.24) igual a 0,9. Primeiramente os movimentos de todos os graus de liberdade do corpo permanecem restringidos, até que o escoamento se desenvolva por completo e se dê início ao desprendimento de vórtices. Só então o grau de liberdade de rotação em torno de  $X_3$  é liberado, onde a análise prossegue por 20 segundos. Ressalta-se que nesse exemplo se utiliza o modelo de turbulência LES com o modelo clássico de Smagorinsky, onde a constante de Smagorinsky ( $C_s$ ) apresentada na Equação (2.16) é igual a 0,2.

Na sequência, seguem os resultados das análises aeroelásticas feitas para a ponte. Primeiramente analisa-se a seção da ponte com um escoamento bidimensional e em um segundo momento analisa-se com um escoamento tridimensional, em ambos os casos busca-se investigar os casos de instabilidade. Ressalta-se que em ambos os casos, é imposta uma inclinação inicial de  $1,8^\circ$  na seção.

O domínio computacional e as condições de contorno utilizadas no escoamento bidimensional estão apresentadas na Figura 4.29.

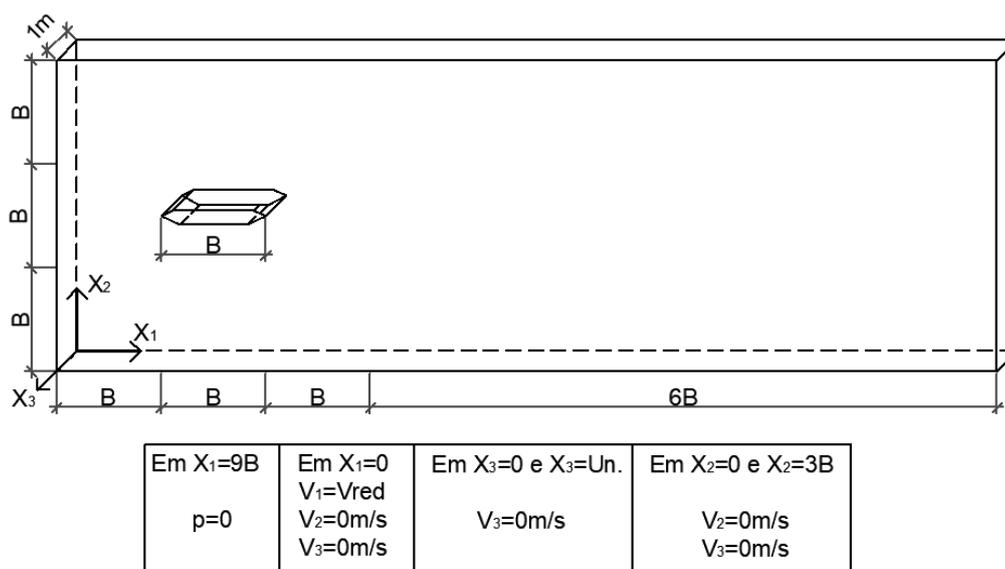


Figura 4.29 – Domínio computacional e condições de contorno da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

A malha de elementos finitos deste problema está apresentada na Figura 4.30, contendo 32.490 nós e 15.940 elementos. A menor dimensão da malha possui o valor de 0,11 m, estando de acordo com outros trabalhos como o de Braun (2002) e de Selvam *et al.* (1998). A Figura 4.31 apresenta a malha de elementos finitos com destaque a ponte, mostrando a parte mais refinada da malha, próxima ao corpo.

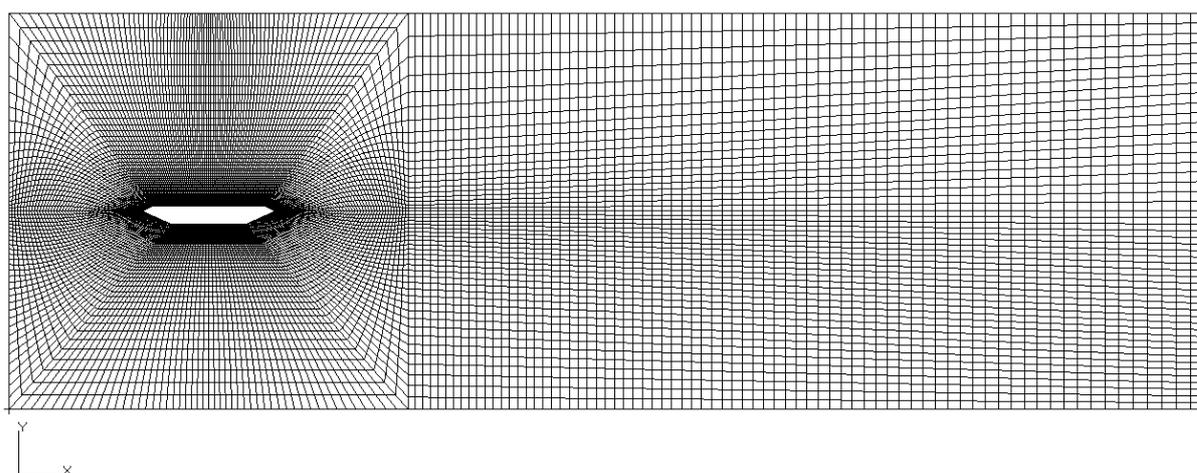


Figura 4.30 – Malha de elementos finitos do domínio da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

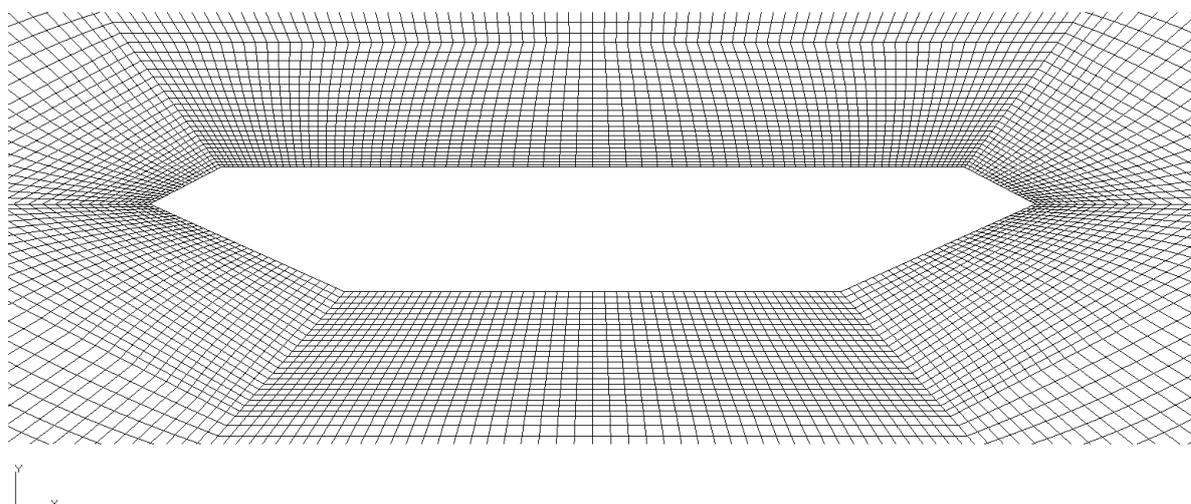


Figura 4.31 – Malha de elementos finitos com destaque da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

A Tabela 4.11 apresenta os dados do problema utilizadas nesse exemplo. Neste exemplo utilizou-se um Reynolds com valor de  $1 \cdot 10^5$ , variando, conforme as velocidades reduzidas, os valores da viscosidade cinemática e da velocidade de referência/entrada do escoamento. Com a variação da velocidade de referência, o incremento de tempo é influenciado, portanto também é modificado conforme a velocidade reduzida.

Tabela 4.11 – Dados do problema - *Great Belt East Bridge*.

| <b><i>Great Belt East Bridge</i> – Constantes do problema</b> |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|
| <b>Constantes</b>   | <b>Vred=2</b>                          | <b>Vred=4</b>                          | <b>Vred=6</b>                          | <b>Vred=10</b>                         |
| Massa específica ( $\rho$ )                                   | 1,32kg/m <sup>3</sup>                  | 1,32kg/m <sup>3</sup>                  | 1,32kg/m <sup>3</sup>                  | 1,32kg/m <sup>3</sup>                  |
| Dimensão  |  |  |  |  |
| Característica/Largura da seção (B)                           | 31 m                                   | 31 m                                   | 31 m                                   | 31 m                                   |
| Viscosidade cinemática ( $\nu$ )                              | $5,23 \cdot 10^{-3}$ m <sup>2</sup> /s | $1,05 \cdot 10^{-2}$ m <sup>2</sup> /s | $1,57 \cdot 10^{-2}$ m <sup>2</sup> /s | $2,61 \cdot 10^{-2}$ m <sup>2</sup> /s |
| Viscosidade volumétrica ( $\lambda$ )                         | 0,0 m <sup>2</sup> /s                  |
| Constante de Smagorinsky (Cs)                                 | 0,2                                    | 0,2                                    | 0,2                                    | 0,2                                    |
| Velocidade do som (c)   | 337m/s                                 | 337m/s                                 | 337m/s                                 | 337m/s                                 |

|  |                      |                      |                      |                      |
|--|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| Velocidade de referência/Entrada ( $V_0$ ) | 16,864 m/s           | 33,728m/s            | 50,592m/s            | 84,32m/s             |
| Incremento de tempo ( $\Delta t$ )         | $1,00 \cdot 10^{-4}$ | $9,80 \cdot 10^{-5}$ | $9,40 \cdot 10^{-5}$ | $8,70 \cdot 10^{-5}$ |

A Tabela 4.12 apresenta os dados da estrutura da *Great Belt East Bridge* utilizadas neste exemplo. Vale ressaltar que não há amortecimento rotacional.

Tabela 4.12 – Dados da estrutura da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

| <b>Great Belt East Bridge – Constantes usadas para a estrutura</b> |                                       |
|--|---------------------------------------|
| <b>Constantes</b>  | <b>Valor</b>                          |
| Momento de Inércia de massa ( $m_{66}$ )                           | $2,47 \cdot 10^6$ kgm <sup>2</sup> /m |
| Rigidez rotacional ( $k_{66}$ )                                    | $7,21 \cdot 10^6$ Nm/rad              |
| Frequência natural angular ( $f_\alpha$ )                          | 0,272 Hz                              |

A Figura 4.32 apresenta os históricos resultantes do deslocamento angular para as diferentes velocidades reduzidas.

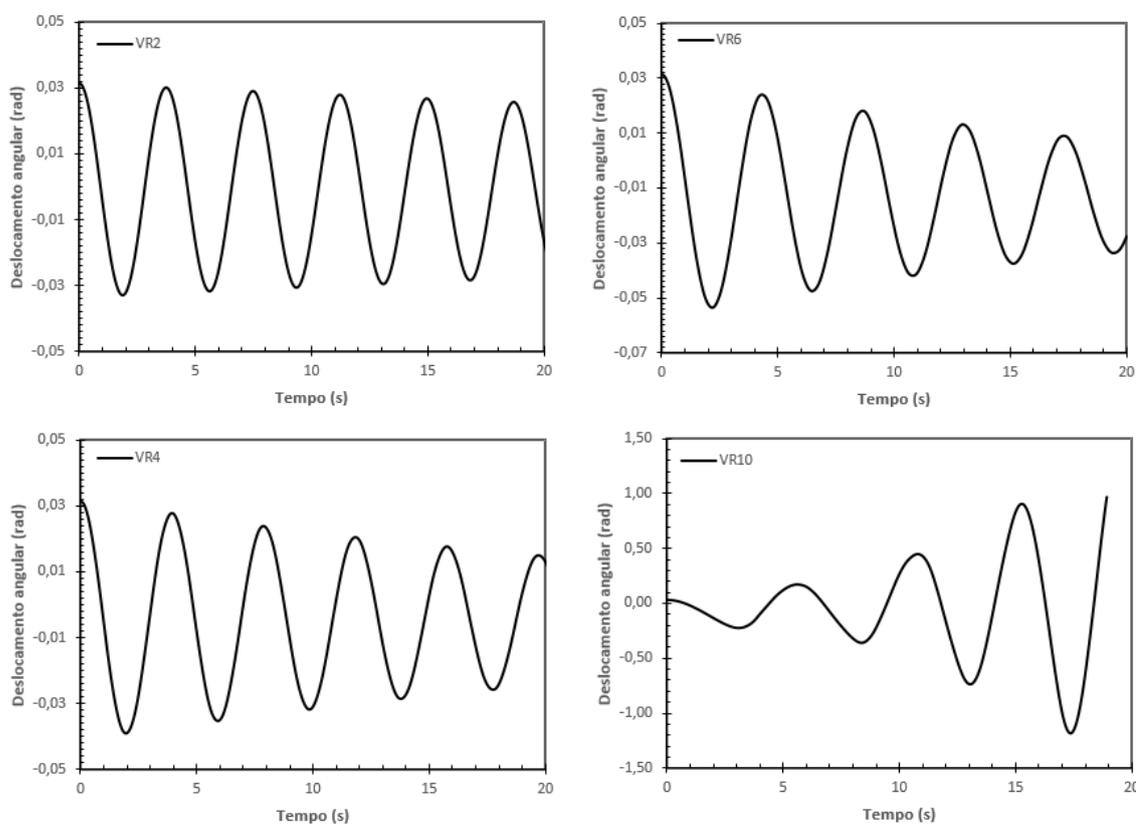


Figura 4.32 – Histórico do deslocamento angular em função das velocidades reduzidas da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

Nota-se na Figura 4.32 que o deslocamento angular amortece para as velocidades reduzidas 2, 4 e 6, aumentando o amortecimento conforme o aumento da velocidade reduzida, já para a velocidade reduzida 10 ocorre o aumento do deslocamento angular, ou seja, divergindo o resultado. Com o resultado divergindo da velocidade reduzida 10, utilizando os históricos de deslocamentos angulares das velocidades reduzidas, pode-se calcular a taxa de incremento/decaimento para cada velocidade, utilizando a Equação (4.5). Essa taxa de incremento/decaimento está apresentada na Figura 4.33.

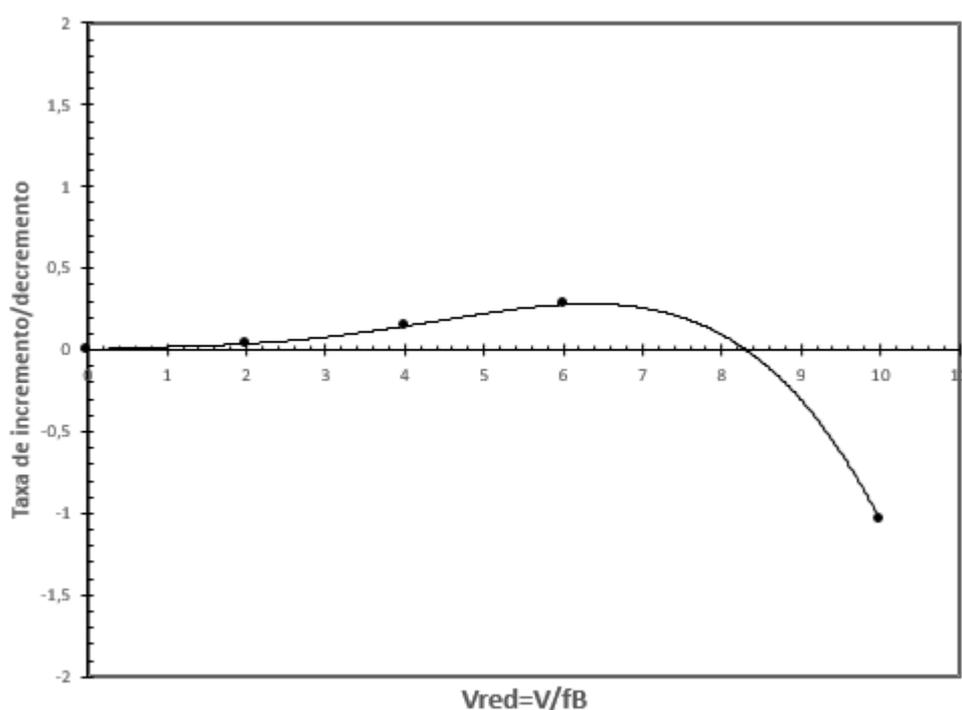


Figura 4.33 – Taxa de incremento/decaimento em função das velocidades reduzidas da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento bidimensional.

Observando a curva obtida na Figura 4.33, conclui-se que ocorre a instabilidade por drapejamento no momento que a curva corta o eixo das abscissas, ou seja, no momento em que

a velocidade reduzida possui um valor de 8,3, correspondendo a uma velocidade dimensional de 70 m/s.

Ainda se analisou a *Great Belt East Bridge* com escoamento tridimensional. A Figura 4.34 apresenta a geometria e as condições de contorno do problema.

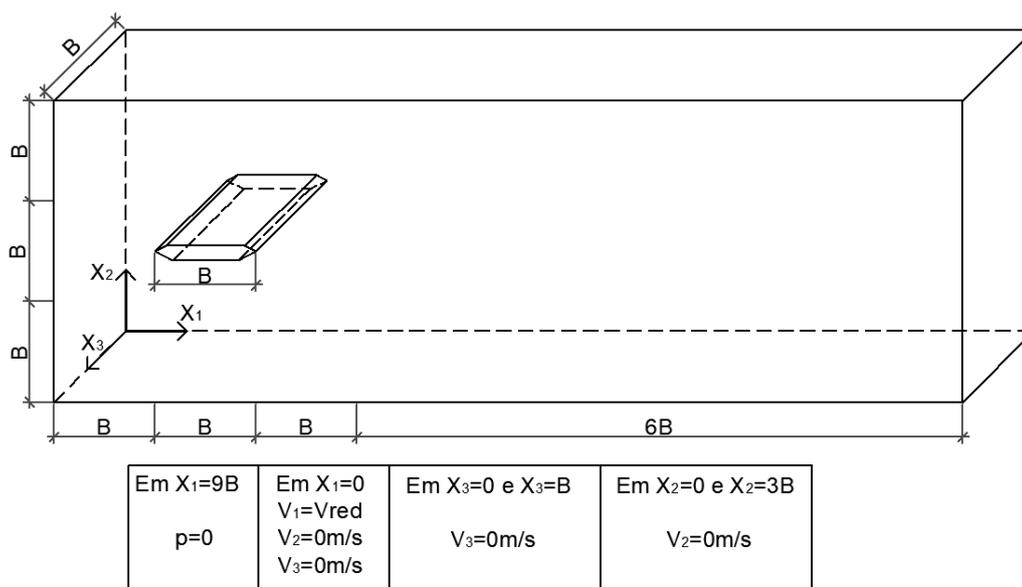


Figura 4.34 – Geometria e condições de contorno da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional.

Neste exemplo a malha possui 519.840 nós e 484.140 elementos, cerca de 30 vezes mais elementos que o exemplo anterior. A Figura 4.35 apresenta a seção da ponte tridimensional. Usou-se 31 elementos no comprimento da seção.

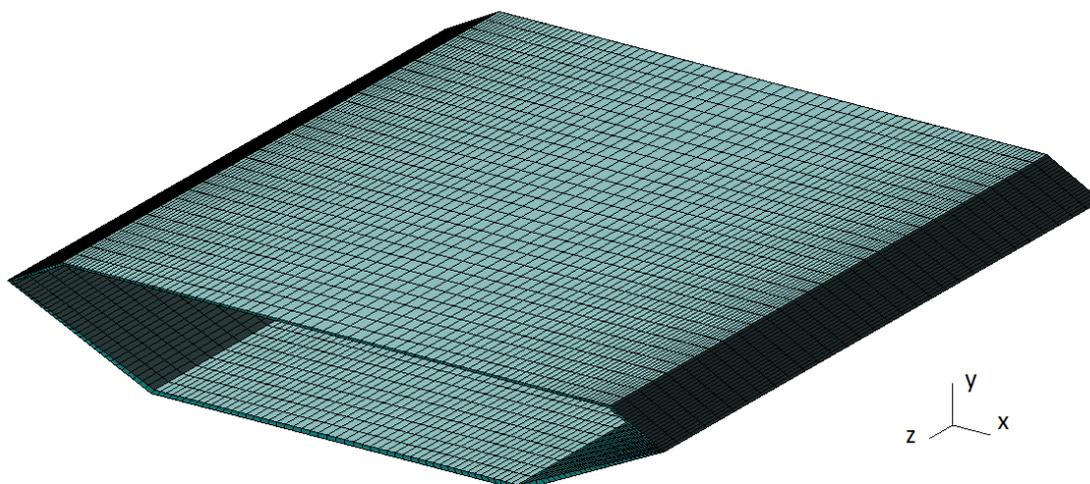


Figura 4.35 – Malha em elementos finitos da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional.

Com a mudança do comprimento da seção da ponte, as constantes da estrutura são modificadas em relação ao caso anterior, e ficam como está apresentado na Tabela 4.13, já os outros dados do problema são os mesmos do caso anterior com escoamento bidimensional.

Tabela 4.13 – Dados da estrutura da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional.

| <b><i>Great Belt East Bridge</i> – Constantes usadas para a estrutura</b> |   |
|---|---|
| <b>Constantes</b>   | <b>Valor</b>                              |
| Momento de Inércia de massa ( $m_{66}$ )                                  | $7,66 \cdot 10^7 \text{ kgm}^2$           |
| Rigidez rotacional ( $k_{66}$ )   | $2,24 \cdot 10^8 \text{ Nm}^2/\text{rad}$ |
| Frequência natural angular ( $f_{\alpha}$ )                               | 0,272 Hz                                  |

Como no escoamento bidimensional, calculou-se as taxas de incremento/decremento dos históricos de deslocamentos angulares, resultando no gráfico apresentado na Figura 4.36.

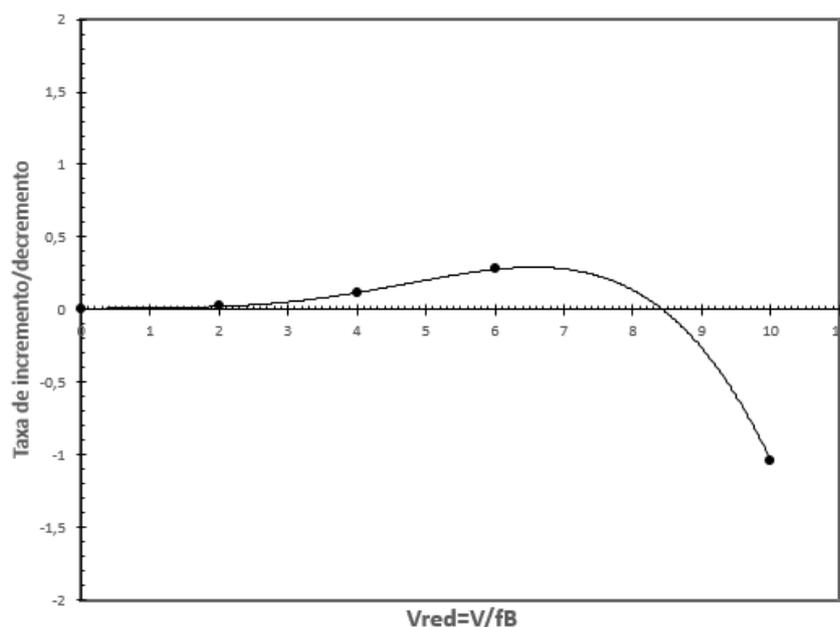


Figura 4.36 – Taxa de incremento/decaimento em função das velocidades reduzidas da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional.

Observa-se que a curva corta o eixo das abscissas num valor de velocidade reduzida de 8,42, o que leva a uma velocidade dimensional de 71 m/s.

A Tabela 4.14 apresenta os resultados de outros trabalhos para a velocidade crítica de drapejamento.

Tabela 4.14 – Resultados de velocidade crítica de drapejamento para a *Great Belt East Bridge*.

| Referência   | $V_{crit}$ (m/s) |
|--|------------------|
| Presente trabalho (escoamento bidimensional)       | 70               |
| Presente trabalho (escoamento tridimensional)      | 71               |
| Larsen e Walther (1997) (Numérico)                 | 74               |
| Larsen e Walther (1997) (Testes em túnel de vento) | 73               |
| Braun (2002)                                       | 69-73            |
| Frandsen (2004) (Numérico)                         | 65-75            |
| Waterson e Baker (2010) (Numérico)                 | 70               |
| Lee <i>et al.</i> (2016) (Numérico)                | 72-73            |

Através da Tabela 4.14 nota-se que a variação entre os resultados com escoamento bidimensional e tridimensional foi muito pequena, em torno de 1,4%, isso pode ser explicado pelo fato de o escoamento ser predominantemente bidimensional. Pode-se concluir que os resultados do presente trabalho estão em acordo com os apresentados pelos outros autores, com uma pequena diferença na velocidade crítica em relação as referências, principalmente aos obtidos numericamente e experimentalmente por Larsen e Walther (1997), onde se tem uma diferença máxima do resultado em túnel de vento para o do presente trabalho em torno de 4%.

A Figura 4.37 apresenta dois casos de linhas de corrente no instante  $t=10s$  para  $Y=40m$  e  $Y=45m$ . Já a Figura 4.38 apresenta as linhas de corrente no instante  $t=10s$  para  $Y=47.5m$  e  $Y=50m$ . Ambos os casos para a velocidade reduzida 2. Nota-se pelas figuras abaixo, como já foi comentando anteriormente, que o escoamento é predominantemente bidimensional. Futuras análises devem ser feitas para verificar a influência da extensão do trecho longitudinal tomado para a simulação numérica tridimensional sobre os resultados, além do uso de condições de contorno periódicas ao invés de condições de simetria.

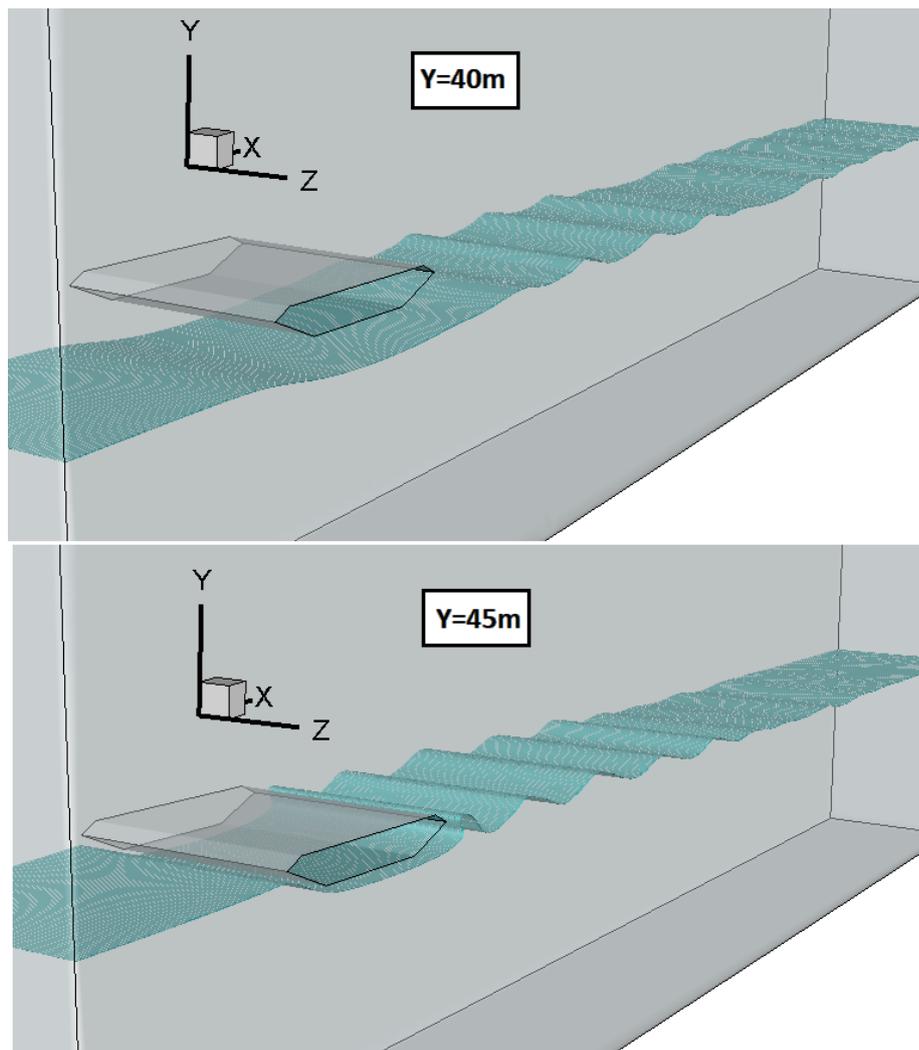


Figura 4.37 – Linhas de corrente da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2, no instante  $t=10s$ , para  $Y=40m$  e  $Y=45m$ .

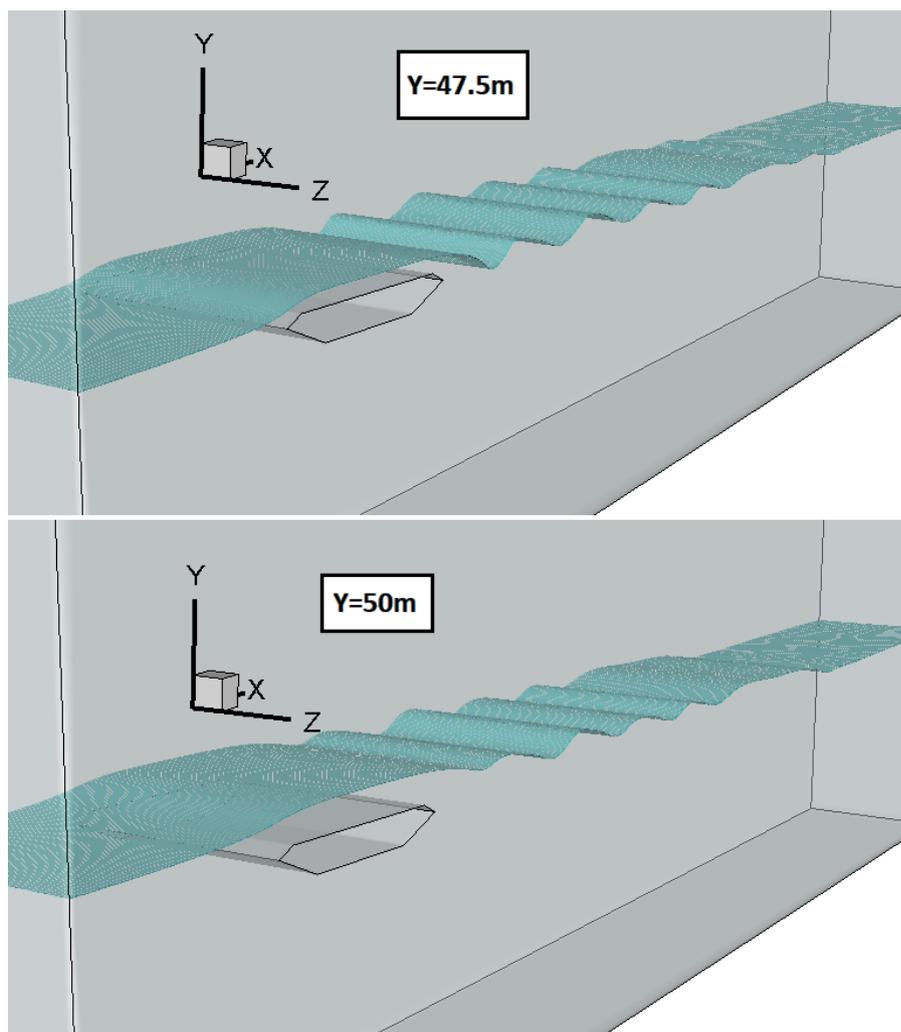


Figura 4.38 – Linhas de corrente da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2 no instante  $t=10s$ , para  $Y=47.5m$  e  $Y=50m$ .

A Figura 4.39 apresenta o campo de pressão para velocidade reduzida 2 no instante de tempo  $t=6s$  e  $Z=15.5m$ . Nota-se na Figura 4.39 uma sobrepressão a barlavento e o desprendimento de vórtices na esteira, que gera zonas predominantemente de sucção nas faces inferior e superior da seção.

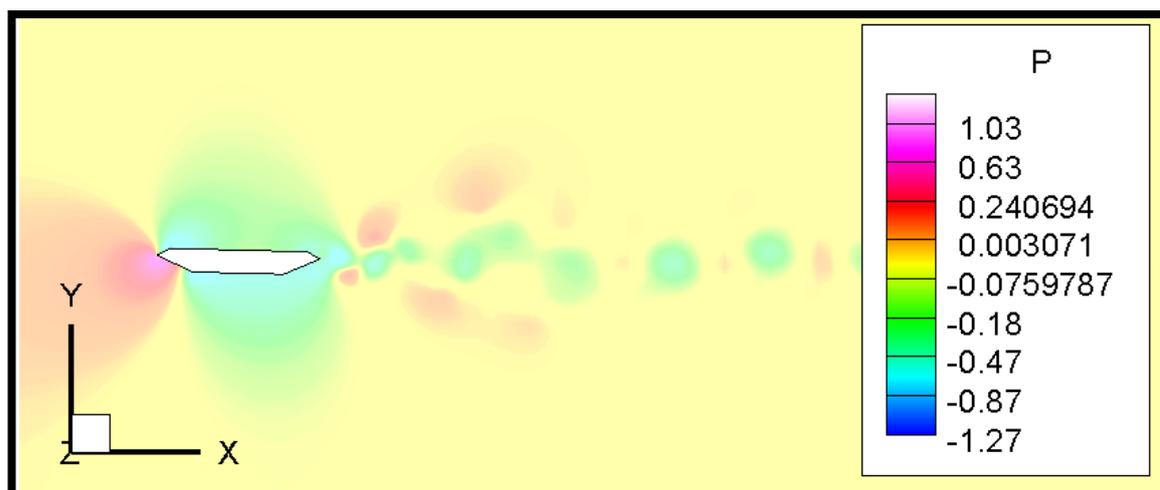


Figura 4.39 – Campo de pressão da *Great Belt East Bridge* para o caso com escoamento tridimensional para a velocidade reduzida 2 no instante  $t = 6$  s, para  $Z = 15.5$  m.

#### 4.6 ANÁLISE AEROELÁSTICA SOBRE UM EDIFÍCIO ALTO

Para a análise aeroelástica sobre um edifício alto escolheu-se um edifício modelo, amplamente estudado, conhecido como modelo de edifício alto CAARC (*Commonwealth Advisory Aeronautical Council*). Para isso, analisou-se a resposta da estrutura para 4 valores de velocidades reduzidas diferentes ( $V_{RED} = 2, 6, 8$  e  $10$ ). Para as dimensões do domínio de análise, utiliza-se um domínio semelhante ao apresentado por Braun e Awruch (2009), apresentado na Figura 4.40. Adota-se parâmetros para o método de Newmark com valores de  $\alpha = 0,25$  e  $\delta = 0,5$ , exponencial de malha apresentado na Equação (2.44) igual a 4 e parâmetro de diagonalização seletiva apresentado na Equação (3.24) igual a 0,7. Primeiramente os movimentos de todos os graus de liberdade do corpo permanecem restringidos, até que o escoamento se desenvolva por completo e se dê início ao desprendimento de vórtices. Só então o grau de liberdade de rotação em torno de  $X_1$  ou  $X_2$  é liberado. Ressalta-se que nesse exemplo se utiliza o modelo de turbulência LES com o modelo dinâmico.

Detalhes da malha em elementos finitos estão apresentados na Figura 4.41 e na Figura 4.42 com destaque a malha próxima a estrutura. A malha possui 919.959 nós e 891.250 elementos. O menor elemento da malha possui 0,55 m.

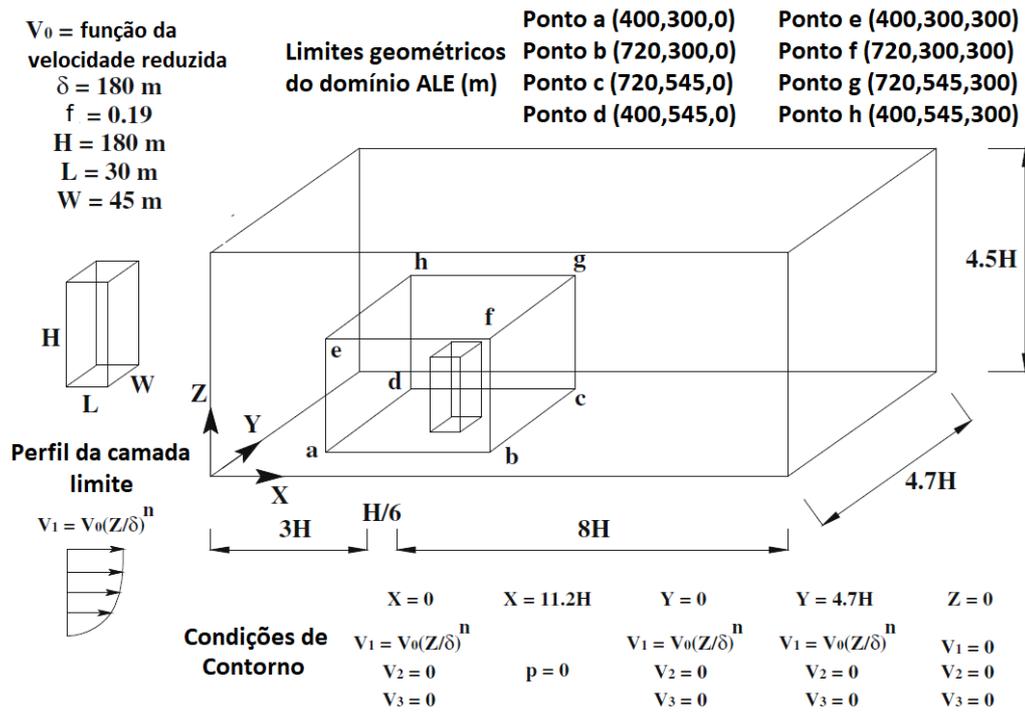


Figura 4.40 – Domínio computacional e condições de contorno do CAARC. (baseado em BRAUN e AWRUCH, 2009).

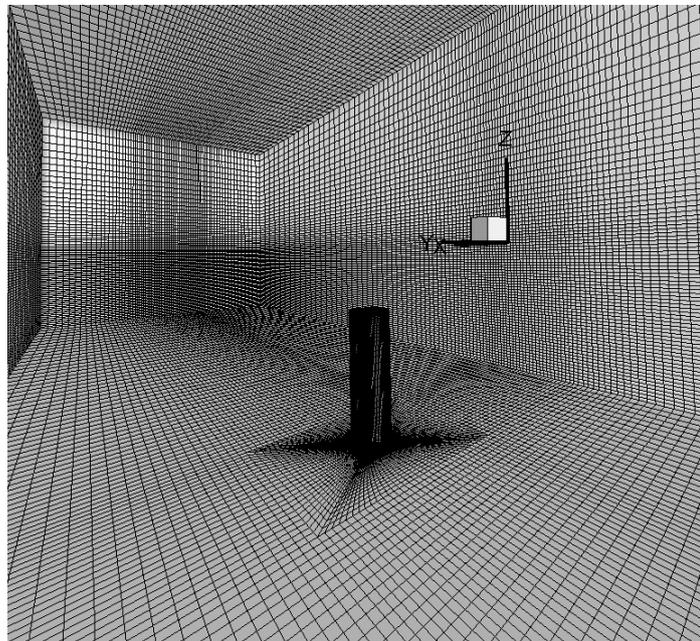


Figura 4.41 – Malha em elementos finitos do domínio do CAARC.

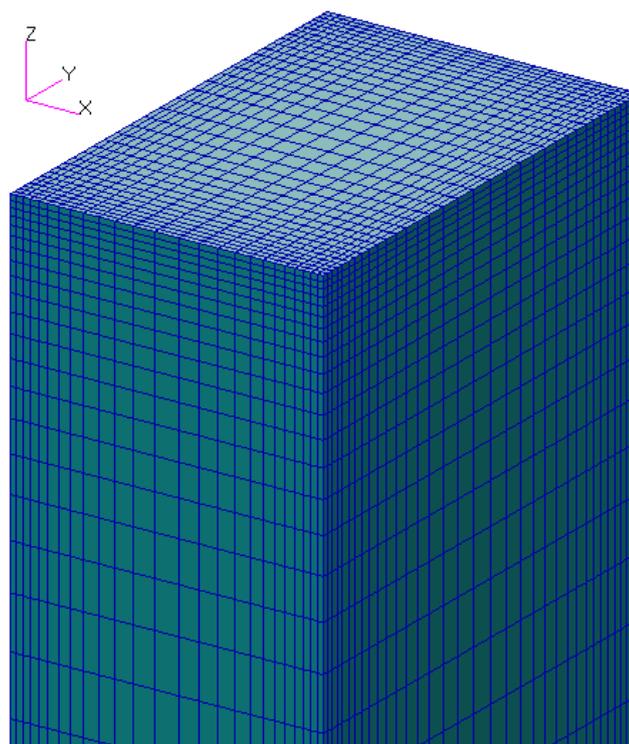


Figura 4.42 –Malha em elementos finitos próximo ao CAARC.

O valor de Reynolds utilizado nesse exemplo é de  $8,00 \cdot 10^4$ . A Tabela 4.15 apresenta os dados do exemplo do CAARC e a Tabela 4.16 apresenta os dados da estrutura do CAARC.

Tabela 4.15 – Dados para o exemplo do CAARC.

| <b>CAARC – Dados do problema</b>      |                           |                           |                         |                           |
|---------------------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|---------------------------|
| <b>Constantes</b>                     | <b>Vred=2</b>             | <b>Vred=6</b>             | <b>Vred=8</b>           | <b>Vred=10</b>            |
| Massa específica ( $\rho$ )           | 1,25 kg/m <sup>3</sup>    | 1,25 kg/m <sup>3</sup>    | 1,25 kg/m <sup>3</sup>  | 1,25 kg/m <sup>3</sup>    |
| Dimensão                              |                           |                           |                         |                           |
| Característica/Largura da seção (B)   | 45 m                      | 45 m                      | 45 m                    | 45 m                      |
| Viscosidade cinemática ( $\nu$ )      | 0,010125m <sup>2</sup> /s | 0,030375m <sup>2</sup> /s | 0,0405m <sup>2</sup> /s | 0,050625m <sup>2</sup> /s |
| Viscosidade volumétrica ( $\lambda$ ) | 0,0 m <sup>2</sup> /s     | 0,0m <sup>2</sup> /s      | 0,0m <sup>2</sup> /s    | 0,0m <sup>2</sup> /s      |
| Velocidade do som (c)                 | 61,2m/s                   | 183,6 m/s                 | 244,8 m/s               | 306 m/s                   |
| Velocidade de referência ( $V_0$ )    | 18,0 m/s                  | 54 m/s                    | 72 m/s                  | 90 m/s                    |
| Incremento de tempo ( $\Delta t$ )    | $1,20 \cdot 10^{-3}$      | $4,00 \cdot 10^{-4}$      | $3,00 \cdot 10^{-4}$    | $2,40 \cdot 10^{-4}$      |

Tabela 4.16 – Dados da estrutura para o exemplo do CAARC.

| CAARC – Dados da estrutura             |  |
|--|--|
| Constantes                             | Valor                                    |
| Massa do edifício (m)                  | $3,888 \cdot 10^7$ kg                    |
| Inércia de massa ( $I_x$ )             | $4,26465 \cdot 10^{11}$ kgm <sup>2</sup> |
| Inércia de massa ( $I_y$ )             | $4,2282 \cdot 10^{11}$ kgm <sup>2</sup>  |
| Rigidez rotacional ( $k_x$ )           | $6,7345 \cdot 10^{11}$ Nm/rad            |
| Rigidez rotacional ( $k_y$ )           | $6,6769 \cdot 10^{11}$ Nm/rad            |
| Coeficiente de amortecimento ( $\xi$ ) | 0,01                                     |
| Amortecimento ( $C_x$ )                | $1,0234 \cdot 10^8$ kg/s                 |
| Amortecimento ( $C_y$ )                | $1,019 \cdot 10^8$ kg/s                  |
| Frequência ( $f_x$ e $f_y$ )           | 0,2 Hz                                   |

A Figura 4.43, Figura 4.44, Figura 4.45 e Figura 4.46 apresentam os históricos de deslocamento no topo do edifício tanto para a direção longitudinal como para a direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 2, 6, 8 e 10, respectivamente.

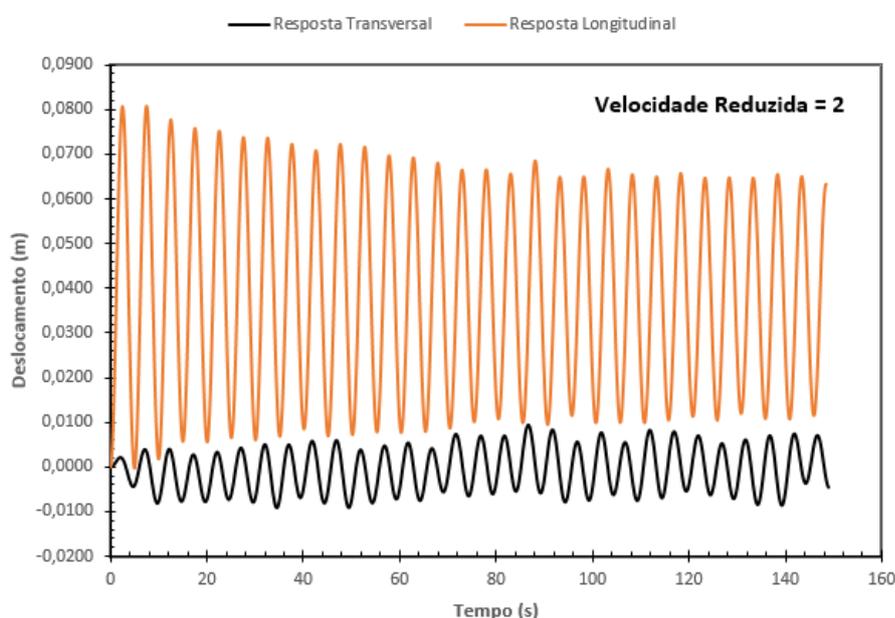


Figura 4.43 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 2.

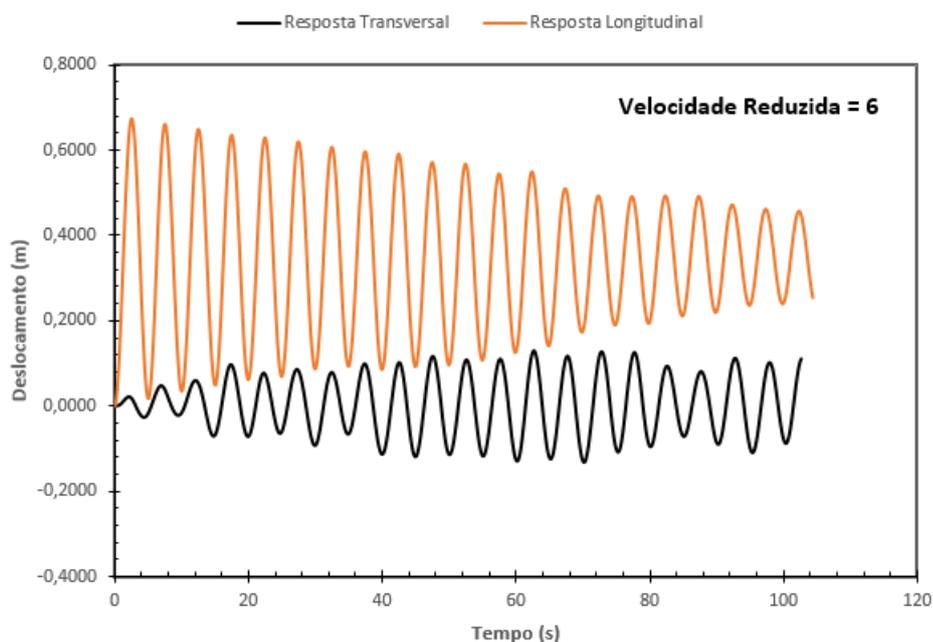


Figura 4.44 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 6.

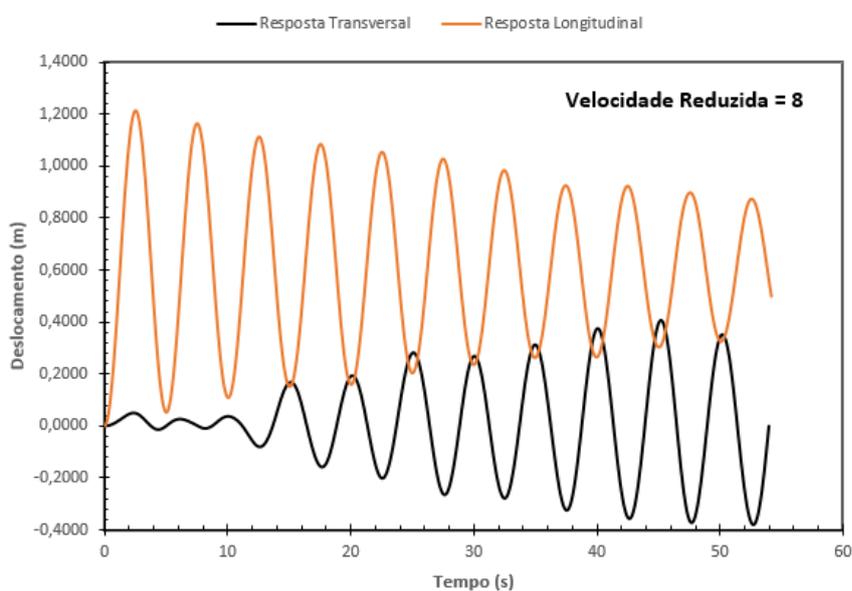


Figura 4.45 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 8.

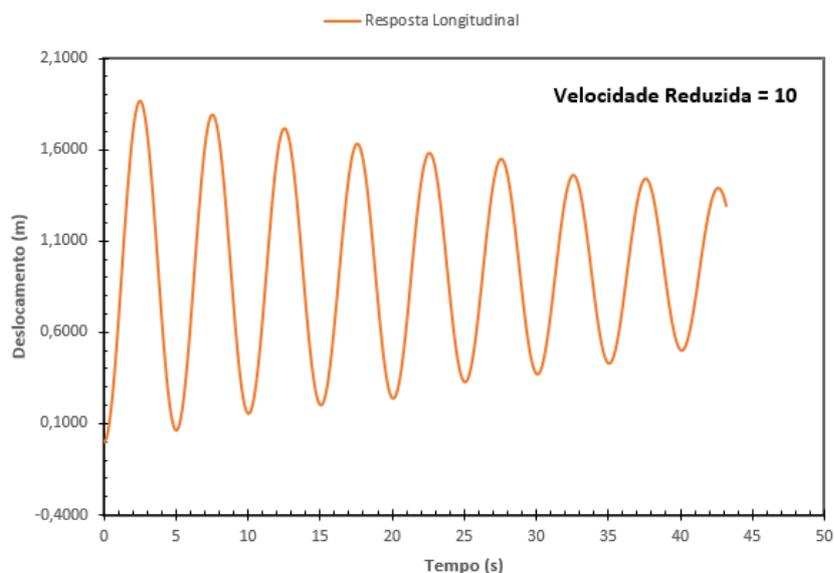


Figura 4.46 – Histórico de deslocamento no topo do edifício para a direção longitudinal e direção transversal ao escoamento para a velocidade reduzida 10.

A Figura 4.47 e a Figura 4.48 apresenta a média das amplitudes obtidas, normalizados pela seção transversal.

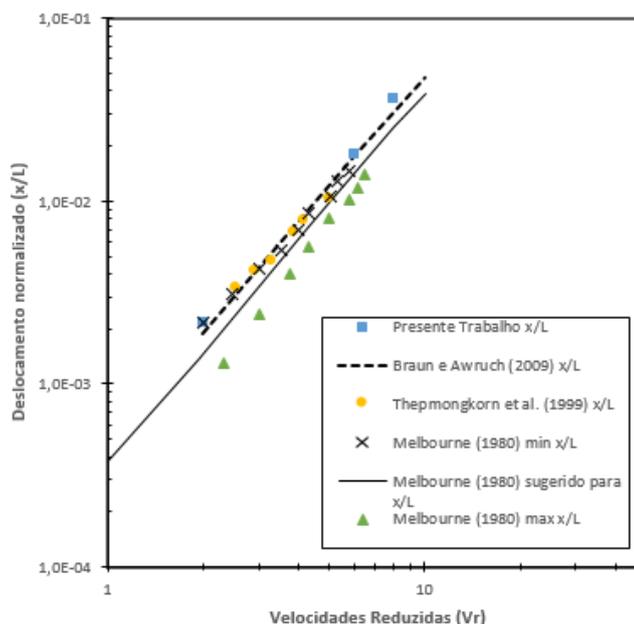


Figura 4.47 – Média das amplitudes obtidas normalizadas pela seção transversal (x/L).

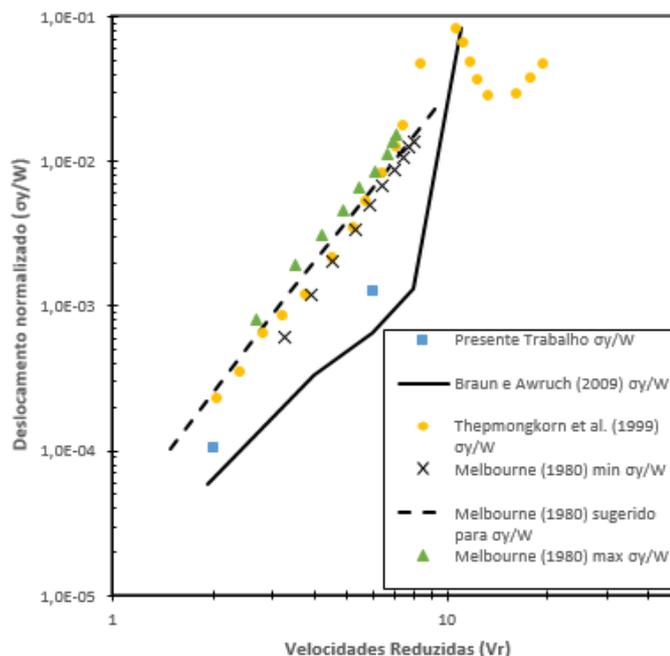


Figura 4.48 – Média das amplitudes obtidas normalizadas pela seção transversal ( $\sigma_y/W$ ).

Nota-se que tanto as amplitudes para a resposta longitudinal como para a resposta transversal aumentam conforme aumenta a velocidade reduzida. Ressalta-se que os resultados para os deslocamentos transversais ao escoamento das referências são das respostas r.m.s. (*root mean square*) da estrutura. Para a Figura 4.47 obteve-se resultados muito parecidos aos resultados numéricos de Braun e Awruch (2009) e aos resultados experimentais de Thepmongkorn *et al.* (1999), não muito distantes da curva sugerida por Melbourne (1980). Já para os resultados apresentados na Figura 4.48 obteve-se resultados entre os de Braun e Awruch (2009) e os demais autores, ainda mais próximos aos de Braun e Awruch (2009). Portanto, pode-se concluir que os resultados obtidos no presente trabalho estão de acordo com as referências tanto para os deslocamentos longitudinais e transversais ao escoamento.

A Figura 4.49 apresenta o campo de pressões instantâneo para a velocidade reduzida 2 no instante de tempo  $t=70s$  na face frontal e traseira do CAARC.

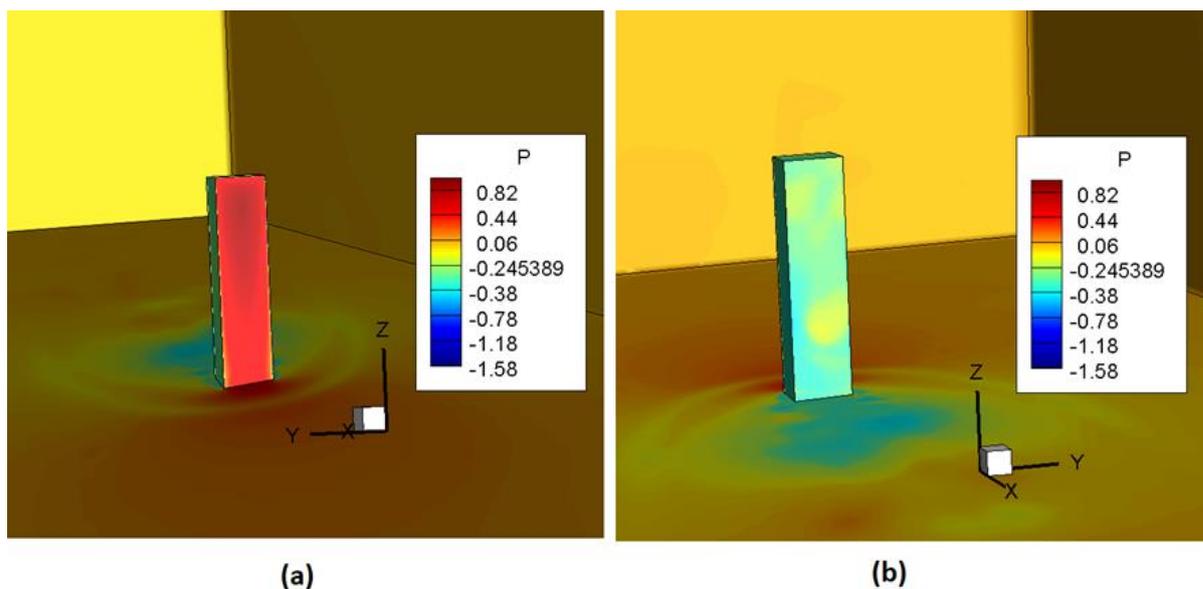


Figura 4.49 – Campo de pressão instantâneo para a velocidade reduzida 2 para: (a) a face frontal do CAARC e (b) a face traseira do CAARC.

Na Figura 4.49 pode-se notar maiores resultados de pressão na face frontal, com uma distribuição de pressões de acordo com outros trabalhos, além de valores de pressão negativos na face traseira do CAARC, visto que a parte da frente é influenciada pelo escoamento se chocando com o edifício, já a parte de trás do edifício sofre influência da turbulência gerada pelo escoamento, sendo uma zona de sucção.

A Figura 4.50 apresenta as linhas de corrente e o campo de pressão instantâneo no plano X-Z para diferentes valores de Y antes de liberar o movimento da estrutura. A Figura 4.51 apresenta as linhas de corrente e o campo de pressão instantâneo no plano X-Z para diferentes valores de Y já com a estrutura em movimento e no instante  $t=60s$ . A Figura 4.52 apresenta as linhas de corrente e o campo de pressão instantâneo no plano X-Y para diferentes valores de Z com a estrutura em movimento e no instante  $t=60s$ .

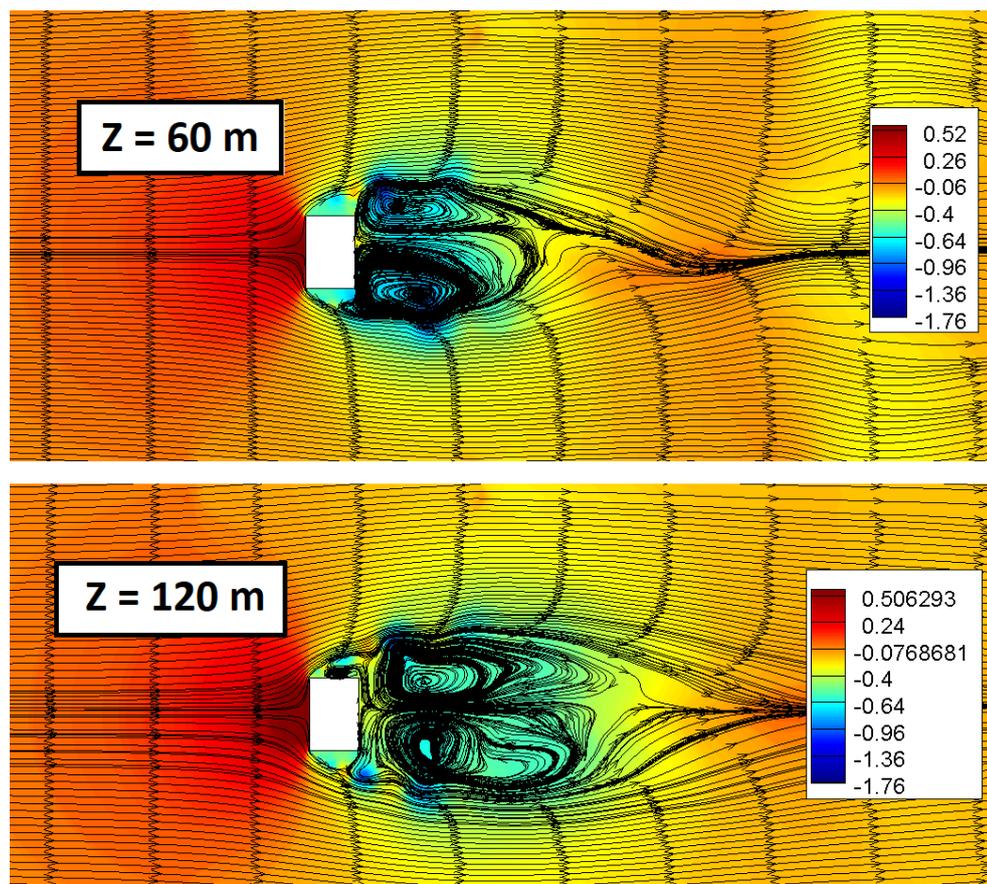


Figura 4.50 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante que não há movimento da estrutura em diferentes valores de Z.

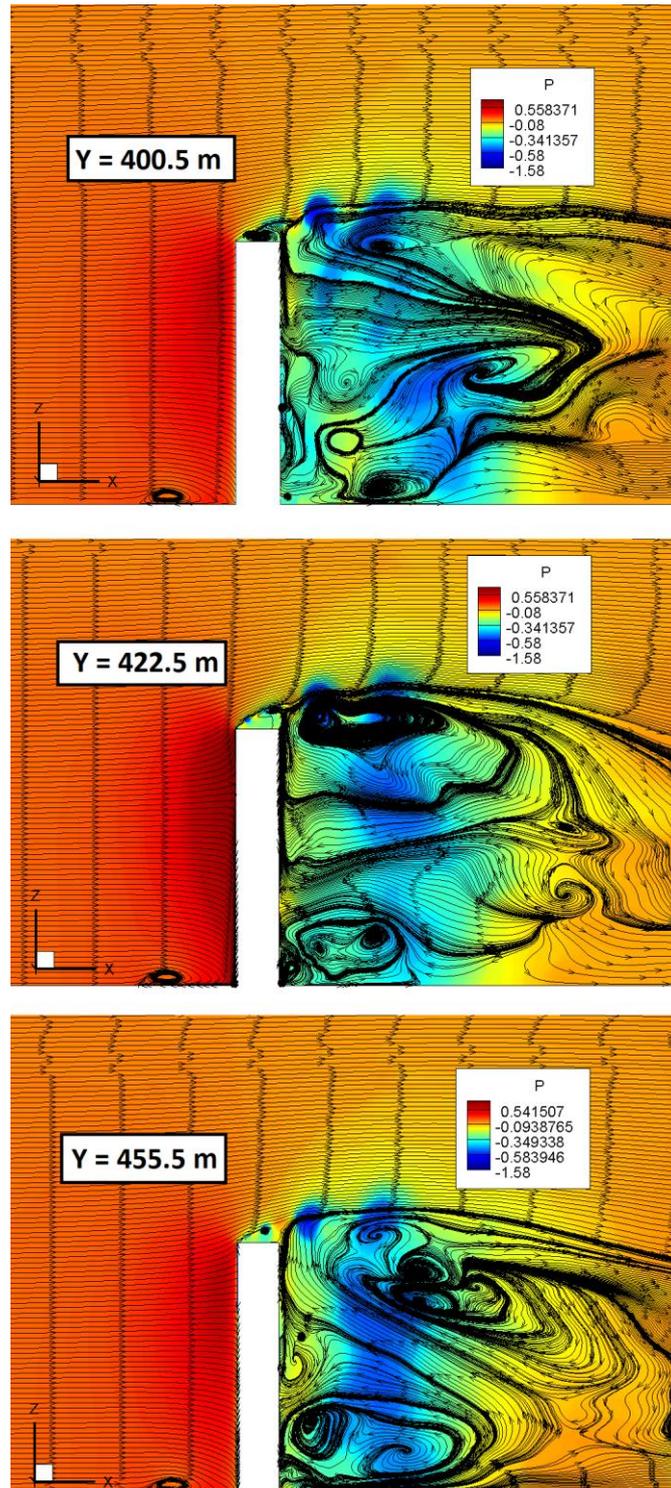


Figura 4.51 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante  $t=70s$  em diferentes valores de Y.

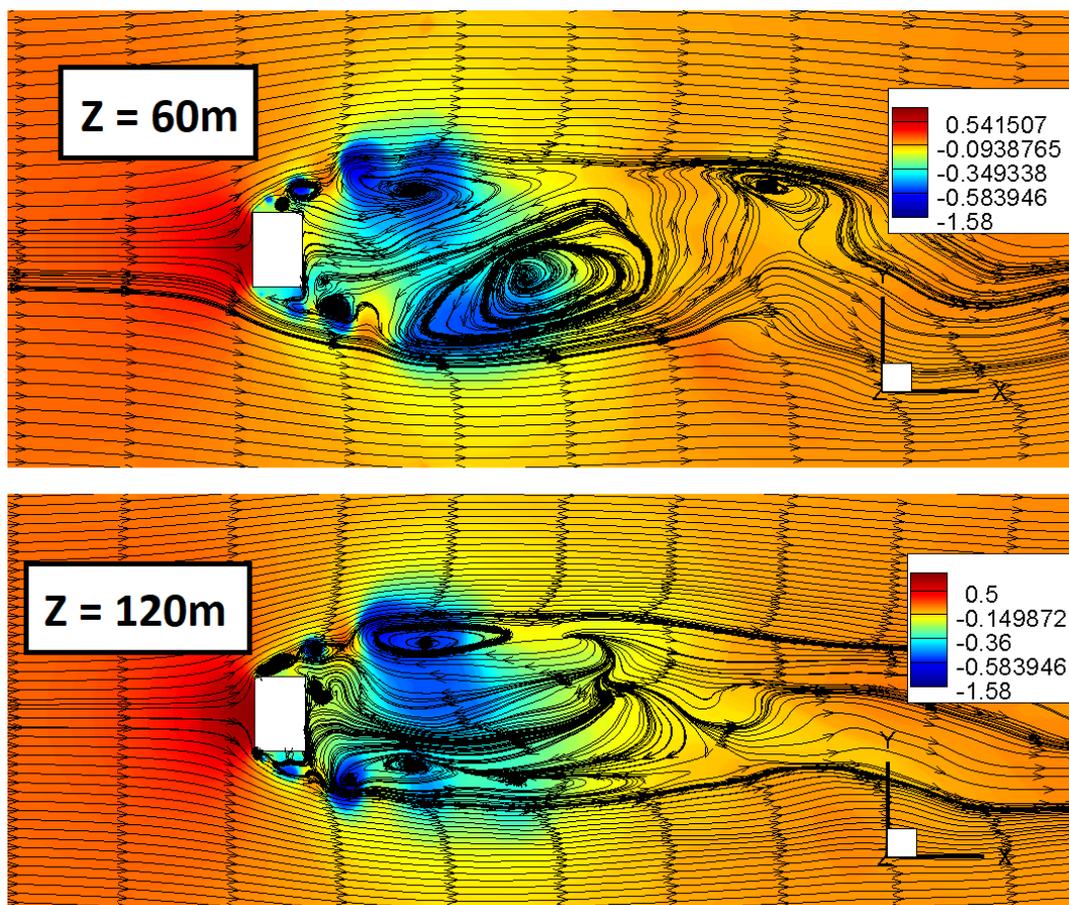
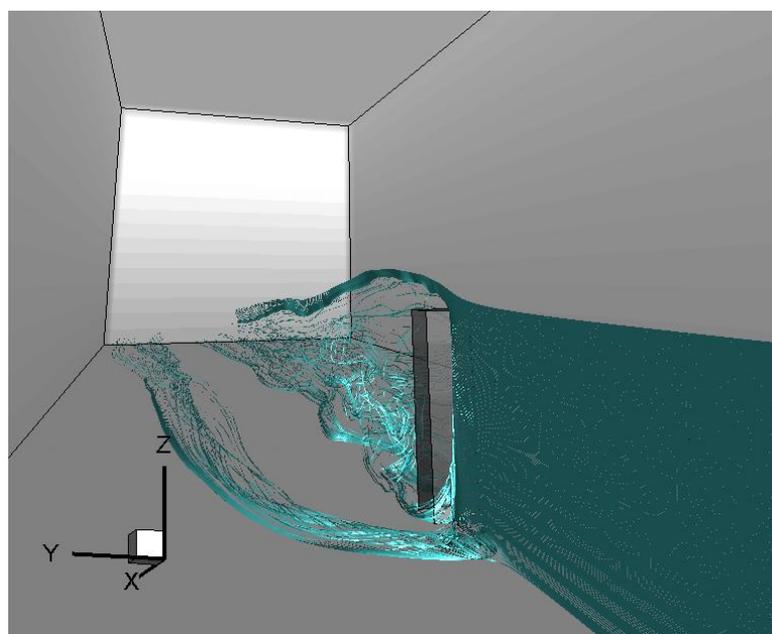


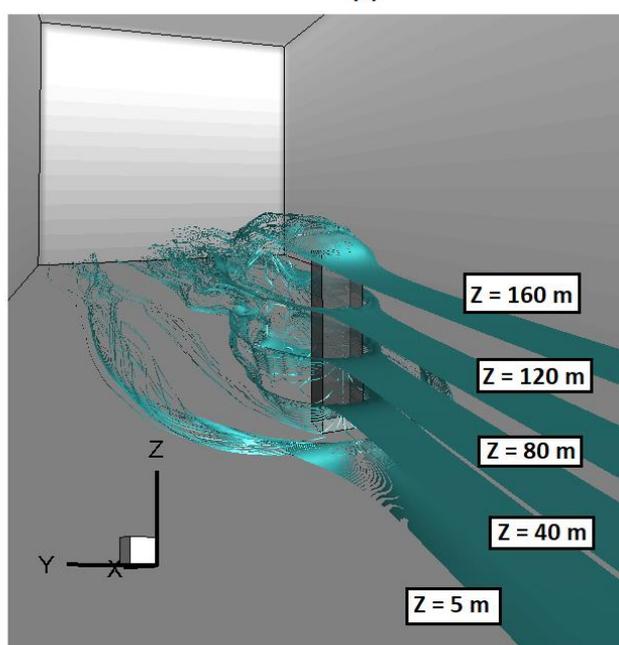
Figura 4.52 – Campo de pressão instantâneo e linhas de corrente para a velocidade reduzida 2 no instante  $t=70s$  em diferentes valores de  $Z$ .

Na Figura 4.50 pode-se notar um campo de escoamento com a criação de dois vórtices assimétricos atrás da estrutura, já na Figura 4.52 a estrutura está em movimento e nota-se a influência da turbulência no escoamento, com a criação de diversos vórtices em diferentes posições. Nota-se em ambas figuras um campo de pressão alto na frente do edifício e uma zona de sucção atrás do edifício. Na Figura 4.51 observa-se área de recirculação do escoamento próximo a base a frente do edifício, já na parte de trás nota-se a zona de sucção, assim como o efeito da turbulência, criando diversas zonas de recirculação do escoamento. Em todas figuras anteriores pode-se notar que a estrutura do escoamento prevista pelo LES é irregular e complexa. Além disso, Huang *et al.* (2006) comenta que nem todos vórtices obtidos com o modelo LES conseguiram ser reproduzidos com outros modelos como  $\kappa - \epsilon$  e LK.

A Figura 4.53 (a) apresenta as linhas de corrente verticais para a velocidade reduzida 2 para o instante de tempo  $t=100s$  e em (b) tem-se as linhas de corrente horizontais para a velocidade reduzida 2 e instante de tempo  $t=100s$  para diferentes valores de  $Z$ .



(a)



(b)

Figura 4.53 – (a) Linhas de corrente verticais para a velocidade reduzida 2 no instante de tempo  $t=100s$  e em (b) tem-se as linhas de corrente

horizontais para a velocidade reduzida 2 e instante de tempo  $t=100s$  para diferentes valores de  $Z$ .

Padrões de circulação típicos de escoamento em torno de edifícios altos com características de camada limite (ver Figura 4.54) são reproduzidas numericamente conforme pode-se observar nas figuras acima, onde, por exemplo, a separação do escoamento é facilmente visualizada nas paredes laterais e no topo do edifício, além do surgimento do vórtice em formato de ferradura (*horseshoe vortex*) próximo ao chão. Nota-se na Figura 4.53 uma zona de recirculação a frente do edifício próximo ao chão, causadas por parte do escoamento (até uma altura em torno de  $0.75H$  sendo  $H$  a altura do edifício) que ao se chocar com o edifício, é direcionada ao chão e na sequência na direção oposta ao escoamento principal, contribuindo para a criação de vórtices em formato de ferradura, semelhantes ao apresentado por Braun e Awruch (2009) e comentados por Peterka *et al.* (1985). Já a parte do escoamento mais próximo ao topo do edifício é direcionada para cima e após passar o edifício volta a diminuir sua altitude drasticamente, como também pode ser observado nas linhas de corrente na Figura 4.51, o mesmo acontece para a parte do escoamento que escapa pelas laterais do edifício, ascendendo em direção a esteira.

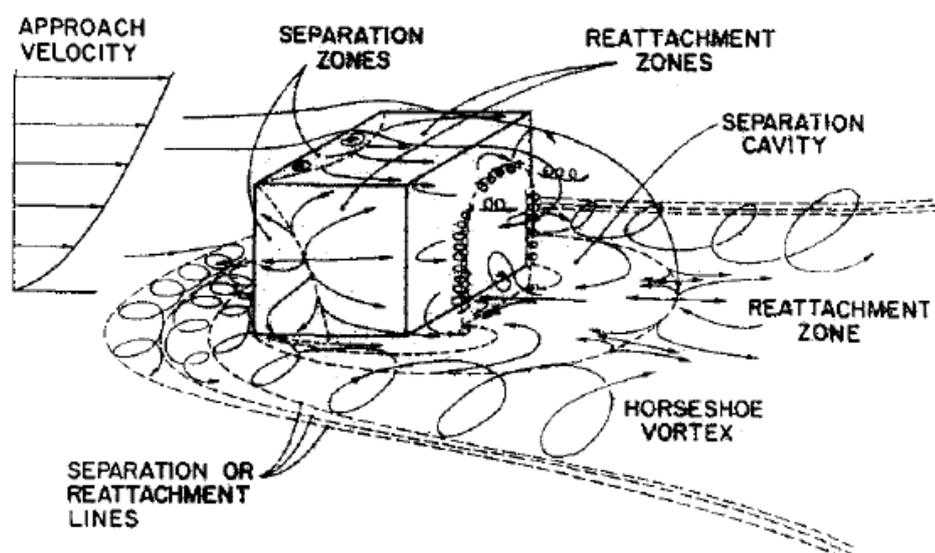


Figura 4.54 – Padrões de linhas de corrente em torno de um edifício. (PETERKA *et al.*, 1985).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi desenvolvida uma formulação numérica tridimensional de interação fluido-estrutura para simular as condições encontradas em ensaios aeroelásticos em túneis de vento, especialmente para modelos seccionais de pontes e edifícios altos, onde estudou-se a seção da ponte *Great Belt East Bridge* e o edifício modelo CAARC, respectivamente. Para a formulação da interação fluido-estrutura, a estrutura foi tratada como um corpo rígido tridimensional indeformável vinculado a apoios elásticos e amortecedores viscosos. Para a análise dinâmica da estrutura utilizou-se o método implícito de Newmark, já o movimento da malha é feito utilizando a formulação ALE. Além disso, para acelerar os processamentos do código numérico, utilizou-se técnicas de paralelização OPENMP.

Com o presente trabalho foi possível a atualização do modelo bidimensional proposto por Braun (2002) para um modelo tridimensional, a fim de obter um correto tratamento dos efeitos da turbulência, que é um fenômeno intrinsecamente tridimensional. Os exemplos analisados obtiveram resultados semelhantes aos apresentados nas referências, podendo mostrar a boa precisão e eficiência do código numérico desenvolvido.

As principais conclusões do trabalho estão apresentadas a seguir:

- a) A paralelização do código em OPENMP permitiu reduzir o tempo de processamento significativamente e ao se fazer o teste do *speed-up* pode-se perceber que o aumento do número de processadores na paralelização leva a criação de uma curva logarítmica, fazendo com que após um certo número de processadores, o ganho de processamento seja muito pequeno;
- b) Os resultados obtidos na análise de um corpo retangular de rotação livre proposto por Sarrate *et al.* (2001) puderam mostrar a influência da tridimensionalidade com o aumento do número de Reynolds, onde a diferença do decremento logarítmico do exemplo com escoamento bidimensional para o exemplo com escoamento tridimensional aumentou conforme o aumento do número de Reynolds;
- c) Os deslocamentos, velocidades e acelerações verticais e angulares apresentados na análise sobre um corpo retangular com velocidade horizontal de entrada proposto por

Sarrate *et al.* (2001) puderam comprovar a precisão e eficiência do código em obter esses resultados, estando de acordo com os apresentados nas referências;

- d) A análise do fenômeno de lock-in também pode ser observada com a análise aeroelástica sobre um cilindro apresentado em Ahn e Kallinderis (2006) e Borazjani *et al.* (2008), obtendo a região de lock-in semelhante aos das referências;
- e) No estudo da seção da *Great Belt East Bridge* pode-se obter resultados de velocidade crítica de drapejamento semelhantes aos das referências. Ainda se analisou o escoamento bidimensional e tridimensional, obtendo resultados semelhantes, pois o escoamento possui características bidimensionais, podendo ser observado nas linhas de corrente apresentadas;
- f) Para o exemplo do edifício modelo CAARC, obteve-se resultados de deslocamentos transversais e longitudinais semelhantes aos das referências, principalmente aos apresentados por Braun e Awruch (2009). Ainda pode-se observar valores altos de pressão na face frontal do edifício e valores negativos de pressão na face traseira do edifício. Observou-se, também, a recirculação do escoamento na parte frontal do edifício próximo ao chão e a criação de diversos vórtices no escoamento.

Como sugestões futuras tem-se:

- a) Visto que o tempo de processamento para análise tridimensional aumenta consideravelmente, sugere-se o uso de paralelização com placa gráfica (CUDA), reduzindo o tempo de análise;
- b) Ainda se sugere a implementação de um esquema de rotação tridimensional, comentado e brevemente testado nesse trabalho, assim podendo analisar o movimento da estrutura em mais de uma direção;
- c) Para exemplos em que há grandes rotações ou deslocamentos, sugere-se a implementação de um novo esquema de movimentação de malha, permitindo grandes movimentos sem causar problemas na malha como o esmagamento de elementos;

- d) Sugere-se a análise de interferência da vizinhança em edificações altas e seções de pontes;
- e) Por fim, sugere-se a utilização de condições de contorno periódicas ao invés de condições de simetria para casos como o da seção de ponte apresentado, além de verificar a influência da extensão do trecho longitudinal nos resultados tridimensionais.

## REFERÊNCIAS

ABAQUS. **Abaqus Benchmark Manual v6.11**. 2011. Dessault Systèmes Simulia Corporation. Providence, RI, USA.

AGUIRRE M.A. **Simulação numérica de tornados usando o método dos elementos finitos**. 2017, 184p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

AHN, H. T., KALLINDERIS, Y. Strongly coupled flow/structure interactions with a geometrically conservative ALE scheme on general hybrid meshes. **Journal of Computational Physics**, 219(2), 671-696, 2006.

ALMINHANA G.W., BRAUN A.L., LOREDO-SOUZA A.M. A numerical study on the aerodynamic performance of building cross-sections using corner modifications. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 15, n° 7, p. 1-18, 2018a.

ALMINHANA G.W., BRAUN A.L., LOREDO-SOUZA A.M. A numerical-experimental investigation on the aerodynamic performance of CAARC building models with geometric modifications. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 180, p. 34-48, 2018b.

ALMINHANA, G. W. **Estudo comparativo numérico experimental das características aerodinâmicas de uma edificação alteada empregando distintas modificações de forma na seção transversal**. 2017, 169p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRAS DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT **Norma Brasileiras NBR-6123 (NB-599): Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.

BAKER, C. J. Wind engineering – Past, present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 95, p. 843-870, Mar., 2007.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1996.

BÊNIA, M.C.D. **Determinação dos Efeitos de Vizinhança na Resposta Dinâmica de Edifícios Altos Sob a Ação do Vento**. 2013, 111p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

BILAH, K. Y.; SCANLAN, R. H. **Resonance, Tacoma Narrows Bridge failure, and undergraduate physics textbooks**. IN: American Association of Physics Teachers. Vol 59 (2). fev, 1991.

BLESSMANN, J. **Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento**. 2. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005.

BLOCKEN B. 50 years of Computational Wind Engineering: past, present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 129, p. 69-102, Mar., 2014.

BORAZJANI I, GE L, SOTIROPOULOS F. Curvilinear immersed boundary method for simulating fluid structure interaction with complex 3D rigid bodies. **Journal of Computational Physics**, vol. 227, p. 7587-7620, 2008.

BRAUN, A. L. **Um modelo para simulação numérica da ação do vento sobre seções de ponte**. Tese de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

BRAUN, A. L. **Simulação numérica na Engenharia do Vento incluindo efeitos de interação fluido-estrutura**. 2007. 300 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Aerodynamic and aeroelastic analyses of bundled cables by numerical simulation. **Journal of Sound and Vibration**, vol. 284, p. 51-73, 2005.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Finite element simulation of the wind action over bridge sectional models: Application to the Guamá River Bridge (Pará State, Brazil). **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 44, n. 3, p. 105–122, 2008.

BRAUN, A. L.; AWRUCH, A. M. Aerodynamic and aeroelastic analyses on the CAARC standard tall building model using numerical simulation. **Computer and Structures**, vol. 87, p. 564-581, 2009.

CANADIAN STRUCTURAL DESIGN MANUAL. **Supplement N° 4 to the National Building Code of Canada**, Associate Committee on the National Building Code and National Research Council of Canada, Ottawa, 1985.

CHORIN, A. J. A numerical method for solving incompressible viscous flow problems. **Journal of Computational Physics**, v. 2, p. 12-26, 1967.

CHRISTON, M. A. A domain-decomposition message-passing approach to transient viscous incompressible flow using explicit time integration. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 148, p. 329-352, 1997.

CZARNOBAY, A.S. **Estudo em Túnel de Vento dos Efeitos de Atenuadores Dinâmicos Sintonizados em Modelos de Edifícios Altos**. 2006, 142p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

DEARDORFF, J. W. The Use of Subgrid Transport Equations in a Three-Dimensional Model of Atmospheric Turbulence. **Journal of Fluids Engineering**, v. 95, n. 3, p. 429, 1973.

DEFOE, D. **The Storm: or, a Collection of the most Remarkable Casualties and Disasters which Happen'd in the Late Dreadful Tempest, both by Sea and Land**, 1704.

FRANSEN, J.B. Numerical bridge deck studies using finite elements. Part I: flutter. **Journal of Fluids Structure**. V.19, p.171–191, 2004.

GERMANO, M., PIOMELLI, U., MOIN, P. E CABOT, W.H. “A dynamic subgrid-scale eddy viscosity model”. **Physics of Fluids**, vol. A3, n. 7, pp. 1760-1765, 1991.

HUANG, S.; LI, Q. S.; XU, S. Numerical evaluation of wind effects on a tall steel building by CFD. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 63, n. 5, p. 612-627, 2007.

HOTT, JR. **Fotógrafo explica como registrou tsunami de nuvens na Flórida**. Curitiba, 2012. Disponível em: <https://www.gazetadopovo.com.br/mundo/fotografo-explica-como-registrou-tsunami-de-nuvens-na-florida-87dmvg6clwon0dnq4eqfredla>. Acesso em 20 de fev 2018.

KAWAHARA, M.; HIRANO, H. Two-step explicit finite element method for high Reynolds number flow past through oscillating body. **Finite Elements in Fluids**, John Wiley & Sons, vol. 5, p. 227-262, 1983.

KURODA, S. Numerical simulation of flow around a box girder of a long span suspension bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, V.67&68, :239-252, 1997.

LARSEN, A. E WALTHER, J. H. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, V.67&68, :253-265, 1997.

LARSEN, A. E WALTHER, J. H. Discrete vortex simulation of flow around five generic bridge deck sections. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, V.77&78, :591-602, 1998.

LEE, N., LEE, H., BAEK, C., E LEE, S. Aeroelastic analysis of bridge deck flutter with modified implicit coupling method. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**. V.155, p.11-22. 2016.

LEONARD, A. "Energy cascade in large-eddy simulations of turbulent flows". **Advances in Geophysics**, vol. 18A, pp. 237-248, 1975.

LILLY, D.K. "A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method". **Physics of Fluids**, vol. A4, n. 3, pp. 633-635, 1992.

LIMAS, L. F. **Determinação das Características Aerodinâmicas de Seções Transversais de Pontes em Túnel de Vento**. 2003, 150p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

LIMAS, L. F. **Determinação da Influência de Seções Transversais na Resposta Dinâmica de Pontes Através de Ensaios em Túnel de Vento e Identificação de Sistemas**. 2007, 223p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

LOREDO-SOUZA, A. M. *et al.* Estudo em túnel de vento da resposta dinâmica da ponte sobre o rio negro. In: 53o CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO 2011, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, 2011.

LOREDO-SOUZA, A. M. *et al.* Influência da forma do guarda-corpo na resposta dinâmica de pontes à ação do vento. In: 2012, Rio de Janeiro. **Anais...** . In: XXXV JORNADAS SUL AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL. Rio de Janeiro, 2012.

MADALOZZO D.M. **Simulação numérica da dispersão de poluentes em zonas urbanas considerando efeitos térmicos**. 2012, 179p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MADALOZZO D.M, BRAUN A.L., AWRUCH A.M., MORSCH I.B. Numerical simulation of pollutant dispersion in street canyons: geometric and thermal effects. **Applied Mathematical Modelling**, v. 38, issue 24, p. 5883-5909, 2014.

MASUERO, J.R. **Computação paralela na análise de problemas de engenharia utilizando o Método dos Elementos Finitos**. 2009, 253p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

MELBOURNE, W. H. Comparison of measurements on the CAARC standard tall building model in simulated model wind flows. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 6, n. 1-2, p. 73-88, 1980.

MIGUEL, L.F.F. **Estudo Teórico e Experimental de um Edifício Alto Submetido à Ação Dinâmica do Vento**. 2003, 139p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

MURAKAMI S. Current status and future trends in computational wind engineering. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67-68, p. 3-34, 1997.

NÚÑEZ, G.J.Z. **Investigação Experimental do Efeito de Interferência de Tabuleiros Paralelos de Pontes em Túnel de Vento Frente ao Desprendimento de Vórtices**. 2008, 254p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

OLIVEIRA, M.G.K. **Desenvolvimento de um Suporte Flexível para Ensaios de Modelos Aeroelásticos em Túnel de Vento**. 2003, 101p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

OLIVEIRA, M.G.K. **Desenvolvimento de um Suporte Flexível para Estudo dos Efeitos Dinâmicos de Flexo-Torção em Edifícios Altos Submetidos à Ação do vento**. 2009, 202p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

PETERKA, J. A.; MERONEY, R. N.; KOTHARI, K. M.. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 21, n. 1, p. 21-38, 1985.

SARRATE, J.; HUERTA, A.; DONEA, J. Arbitrary lagrangian-eulerian formulation for fluid-rigid body interaction. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 190, pp. 3171-3188, 2001.

SARTORI, F.C. **Uma Comparação de Método para Avaliar a Resposta Dinâmica de Edifícios Altos em Túnel de Vento**. 2010, 166f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory**. 2<sup>nd</sup> ed. New York: McGraw-Hill Inc., 1979.

SELVAM, R. P.; TARINI, M. J. & LARSEN, A. Computer modelling of flow around bridges using LES and FEM. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, V.77&78, :643-651, 1998.

SELVAM, R. P.; GOVINDASWAMY, S. & BOSCH, H. Aeroelastic analysis of bridges using FEM and moving grids. **Wind and Structures**, V.5, :257-266, 2002.

SMAGORINKSY, J. General circulation experiments with the primitive equations, I, the basic experiment. **Monthly Weather Review**, vol. 91, p. 99-135, 1963.

STANDERSKI, R. **Ação Estática do Vento em Tabuleiros de Pontes: Caracterização Aerodinâmica em Túnel de Vento**. 2012, 135p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) –

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

STATHOPOULOS T. Computational Wind engineering: past achievements and future challenges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 67-68, p. 509-532, 1997.

TEIXEIRA, P. R. F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o Método dos Elementos Finitos**. 2001, 237. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A first course in turbulence**. Massachusetts: MIT Press, 1972.

THEPMONGKORN, S.; KWOK, K. C. S.; LAKSHMANAN, N. A two-degree-of-freedom base hinged aeroelastic (BHA) model for response predictions. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 83, n. 1-3, p. 171-181, 1999.

TONIN, M.G. **Análise isogeométrica aplicada a problemas de interação fluido-estrutura e superfície livre**. 2017, 177p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

TREIN, C.A. **Modelagem Dinâmica Equivalente de Edifícios Altos Submetidos à Ação do Vento**. 2005, 154p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

VALLIS, M.B. – **Investigação Experimental em Túnel de Vento dos Efeitos Causados por Dispositivos Aerodinâmicos na Resposta de Tabuleiros de Ponte Frente ao Desprendimento de Vórtices**. 2013, 159p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

VANIN, D.D. **Resposta Dinâmica de Edifícios Altos Frente à Ação do Vento: Comparação de Técnicas Experimentais em Túnel de Vento**. 2011, 112p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

WATERSON N.P. E BAKER N. Numerical prediction of flutter behaviour for long-span bridge decks. **Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering**, Chapel Hill, North Carolina, EUA, Mai 2010.

WEIGHT, A.J. Critical analysis of the great belt east bridge, Denmark. **Proceedings of Bridge Engineering**. 2nd Conference, Abr 2009.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics, 8th edition**. New York: McGraw Hill, 2015.

WILCOX, D.C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. **AIAA Journal**, vol. 26 (11), pp. 1299-1310, 1988.

WILKINSON, B. E ALLEN, M. **Parallel Programing: Techniques and Applications Using Networked Workstations and Parallel Computers**. ISBN 0136717101, 1st Ed., 467p., Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. 1999.

YAKHOT, V. E ORSZAG, S.A. Renormalization group analysis of turbulence. I. Basic theory. **Journal of Scientific Computations**, vol. 1, pp. 3-51, 1986.