

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

UFRS
SISTEMAS DE BIBLIOTECAS
BIBLIOTECA SETORIAL DE MATEMÁTICA

ANÁLISE DE ESTAÇÕES DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO URUGUAI
ATRAVÉS DE SÉRIES TEMPORAIS



NEUSA DIEFENBACH BIEHL

Orientadora: Professora SILVIA R. C. LOPES

Porto Alegre, dezembro de 1992

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer aos professores e colegas que me acompanharam e incentivaram ao longo do curso, em especial a Professora Sílvia R. C. Lopes pela atenção, disponibilidade e conhecimento transmitido para a realização deste trabalho.

Também quero registrar meu agradecimento ao Professor Robin Clark, do IPH, que gentilmente cedeu os dados para serem analisados.

Agradeço ainda aos meus pais, amigos e, principalmente, ao Eduardo pelo apoio e companheirismo ao longo dos anos para a conclusão do curso.

SUMÁRIO

Prefácio.....	6
Introdução.....	7
1 - Apresentação dos Dados.....	8
2 - Introdução à Teoria de Séries Temporais.....	10
2.1 - Definição.....	10
2.2 - Classificação.....	10
2.3 - Objetivos da Análise de Séries Temporais.....	11
2.4 - Tipos de Efeitos.....	13
3 - Fundamentos Probabilísticos.....	14
3.1 - Processos Estocásticos.....	14
3.2 - Processos Estacionários e Não Estacionários.....	16
4 - Modelos Para Séries Temporais.....	18
4.1 - Introdução.....	18
4.2 - Tipos de Modelos.....	18
4.3 - Tipos de Operadores.....	19
4.3.1 - Operador Defasagem.....	19
4.3.2 - Operador Translação para Futuro.....	19
4.3.3 - Operador Diferença.....	20
4.3.4 - Operador Soma.....	20
5 - Análise Espectral.....	21
5.1 - Introdução.....	21

5.2 - Periodicidade.....	21
5.3 - Espectro de um Processo Estacionário.....	23
6 - Estimacão no Domínio da Freqncia.....	25
6.1 - Introduco.....	25
6.2 - Transformada Discreta de Fourier.....	26
6.3 - Periodograma.....	27
7 - Modelos Box e Jenkins.....	28
7.1 - Introduco.....	28
7.2 - Modelos de Erro ou Regressão.....	28
7.3 - Filtro Linear.....	29
7.4 - Modelos de Médias Móveis.....	30
8 - Análises e Resultados.....	33
8.1 - Introduco dos Dados.....	33
8.2 - Análise Estatística da Estaco Fazenda Mineira... 34	
8.2.1 - Características da Série.....	34
8.2.2 - Correlograma.....	35
8.2.3 - Análise Espectral.....	36
8.2.4 - Filtro Média Móvel de Ordem 12.....	37
8.2.5 - Análise Espectral da Série Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.....	38
8.3 - Análise Estatística da Estaco Coxilha Rica..... 39	
8.3.1 - Características da Série.....	39
8.3.2 - Correlograma.....	40
8.3.3 - Análise Espectral.....	41
8.3.4 - Filtro Média Móvel de Ordem 12.....	42
8.3.5 - Análise Espectral da Série Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.....	43
8.4 - Análise Estatística da Estaco Passo do Socorro.. 44	

8.4.1 - Características da Série.....	44
8.4.2 - Correlograma.....	45
8.4.3 - Análise Espectral.....	46
8.4.4 - Filtro Média Móvel de Ordem 12.....	47
8.4.5 - Análise Espectral da Série Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.....	48
Conclusões.....	50
Projetos Para Estudos Futuros.....	51
Bibliografia.....	52
Anexos.....	54

PREFÁCIO

O estágio para conclusão do Curso de Bacharelado em Estatística foi realizado na Fábrica de Correntes da Siderúrgica Gerdau, com o intuito de avaliar e reformular, se necessário, o plano de amostragem, para cálculo do índice de classificação das correntes.

Entretanto, os dados que serviram de base para este trabalho foram cedidos pelo Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH) desta Universidade.

A escolha do tema a ser abordado, se deve a importância da análise de séries temporais em diversas áreas de estudo, entre as quais a Hidrografia, tendo em vista que um dos objetivos na análise de uma série temporal é entender o mecanismo do sistema gerador da série e prever o comportamento futuro do sistema.

INTRODUÇÃO

A Análise de Séries Temporais tem tido um grande desenvolvimento nos anos recentes, com isto o objetivo do presente trabalho é aplicar técnicas adequadas para descrever o comportamento da série temporal, investigar o seu mecanismo gerador , procurando periodicidade relevante nos dados.

Foram analisados dados referentes à três estações de medição da vazão de água da Bacia Hidrográfica do Rio Uruguai no Rio Grande do Sul e para isto utilizou-se rotinas computacionais contidas no livro de *Shumway* (1988).

1 - APRESENTAÇÃO DOS DADOS

Através do conhecimento dos dados hidrométricos é possível o desenvolvimento e gerenciamento dos recursos hídricos de uma região, bem como uma análise para fins operacionais tais como previsão de enchentes, estiagens, operacionalização de reservatórios e usinas hidrelétricas.

Os dados deste trabalho referem-se a vazão de água da Bacia Hidrográfica do Rio Uruguai. Dentro da Bacia Hidrográfica estudada selecionou-se 3 estações fluviométricas apresentadas na Tabela 1 abaixo.

TABELA 1.1: Postos de Medição da Bacia do Rio Uruguai Analisados.

POSTO	RIO	AREA (km ²)	PERÍODO DE OBSERVAÇÃO
Fazenda Mineira	Lava Tudo	1147,0	01/42 a 12/88
Coxilha Rica	Pelotinhas	638,6	01/42 a 12/86
Passo do Socorro	Pelotas	8365,0	01/42 a 12/91

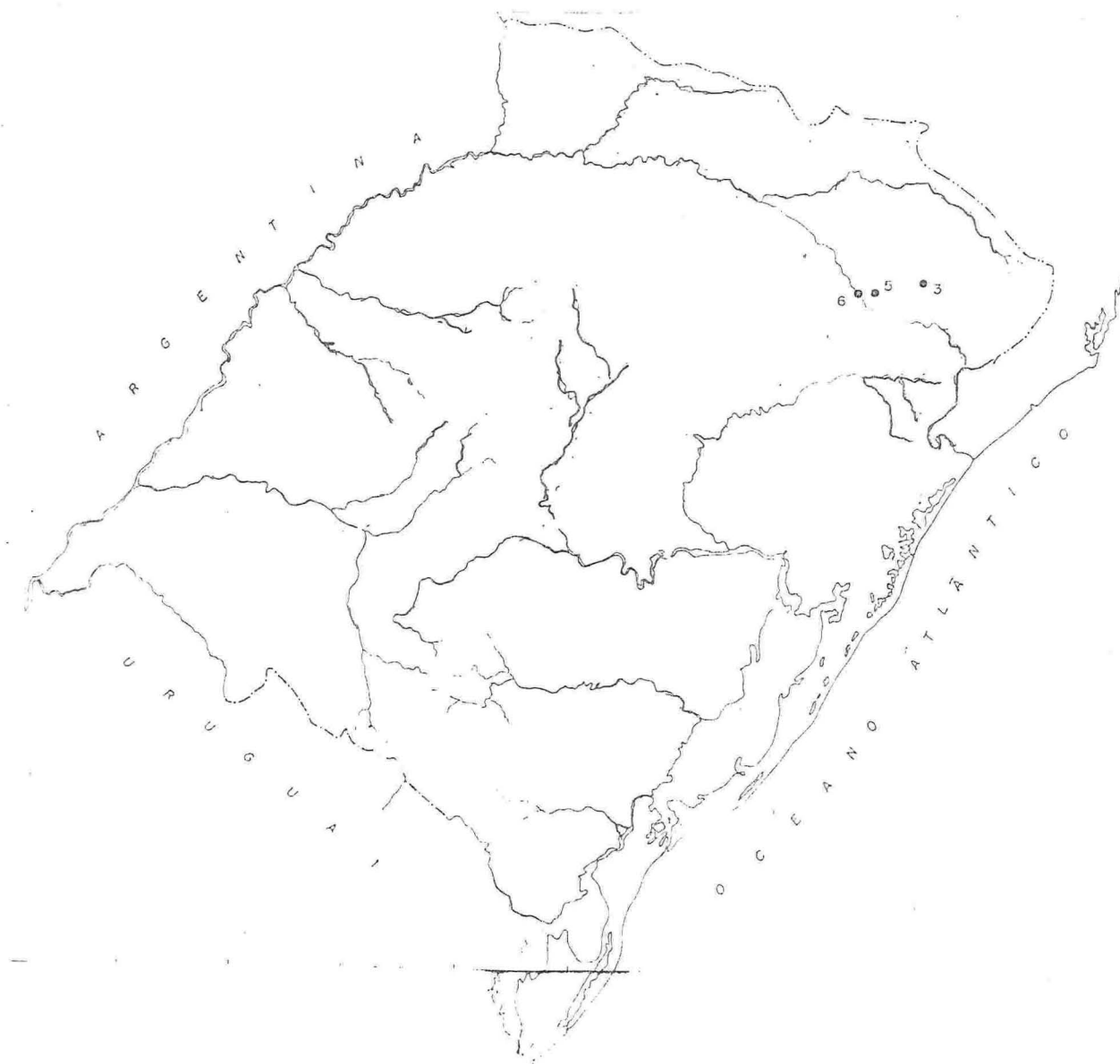


Figura 1.1: Localização das Estações Fluviométrica no Rio Grande do Sul

2 - INTRODUÇÃO À TEORIA DE SÉRIES TEMPORAIS

2.1 - DEFINIÇÃO

Série Temporal é um conjunto de observações de uma (univariada) ou mais (multivariada) variáveis dispostas seqüencialmente no tempo.

2.2 - CLASSIFICAÇÃO

As séries são classificadas em:

- * **discretas:** os dados são obtidos em intervalos de tempo. Exemplos: série mensal da inflação, série mensal da produção agrícola, vendas anuais de imóveis, etc...
- * **contínuas:** os dados são obtidos continuamente. Exemplos: sinais sísmográficos, eletroencefalograma, etc...

Muitas vezes uma série temporal discreta é obtida

através da amostragem de uma série temporal contínua.

De outra forma uma série temporal pode ser classificada em:

- * **determinística:** quando os futuros valores da série podem ser estabelecidos precisamente por alguma função matemática $f(\text{tempo}) = y$.
- * **estocástica:** quando seus futuros valores só podem ser expostos em termos probabilísticos uma vez que a série é descrita por uma função que envolve o tempo e uma variável aleatória $f(\text{tempo}, \varepsilon) = y$, onde ε é uma variável aleatória residual, cuja inclusão se torna necessária quando não se consegue explicar completamente algum movimento irregular da série unicamente através de uma função matemática.

2.3 - OBJETIVO DA ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS

Existem várias possibilidades e objetivos na análise de uma série temporal. Entre elas destacamos:

- * descrever apenas o comportamento da série através de gráficos, verificando existência de tendências,

construindo histogramas, investigando a existência de valores aberrantes.

* investigar e explicar o mecanismo gerador da série. Por exemplo, quando são observadas duas ou mais variáveis, é possível que a variação de uma série de dados seja explicada pela variação da outra (ou outras). Por isto é necessário determinar o mecanismo gerador da série.

* prever valores futuros da série a partir de valores passados.

* investigar a existência de periodicidade nos dados.

* controlar, quando uma série temporal é utilizada para analisar a qualidade de processos de produção. Através desta análise, determina-se quando a produção está sob controle ou não (cartas de controle).

A análise de uma série temporal compreende um estudo que busca obter as características comportamentais sistemáticas da série, capazes de propiciar a construção de um modelo que descreva os movimentos passados de uma variável, bem como prever valores futuros.

Em síntese, uma série temporal significa um conjunto de variáveis aleatórias conjuntamente distribuídas no tempo. Sua análise baseia-se na suposição da existência de alguma função que assume probabilidades perante todas as possíveis combinações dos valores da variável. Conseqüentemente, se é possível descrever numericamente como é a estrutura probabilística da variável no tempo, então poder-se-á inferir sobre a probabilidade de

ocorrência de um outro futuro valor.

2.4 - TIPOS DE EFEITOS

Tradicionalmente os métodos de análise de séries temporais estão concentrados na decomposição dos efeitos de uma série temporal que são:

- * **efeito sazonal:** muitas séries possuem uma variação periódica (diária, semanal, mensal, anual, etc...).
- * **efeito cíclico:** além do efeito sazonal algumas séries exibem outras variações de período fixo. Exemplo: as variações de temperatura ao longo do dia. Outras séries apresentam uma variação que não é fixa podendo, no entanto, ser prevista. Como é o caso das vazões dos rios que possuem variações cíclicas em torno de 50 anos de acordo com estudos hidrográficos.
- * **tendência:** são efeitos a longo prazo na média.

3 - FUNDAMENTOS PROBABILÍSTICOS

3.1 - PROCESSO ESTOCASTICO

Define-se um processo estocástico como um conjunto de variáveis aleatórias $\{ X(t); t \in T \}$ tal que, para cada $t \in T$, $X(t)$ é uma variável aleatória. O conjunto T é arbitrário. O conjunto dos valores $\{ X(t); t \in T \}$ é chamado espaço de estados do processo e os valores de $X(t)$ são chamados estados. Portanto, processo estocástico caracteriza-se por ser um conjunto de variáveis aleatórias indexadas por "t" todas elas definidas em um mesmo espaço de probabilidades. Uma seqüência de observações $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N}$ caracteriza uma série temporal e corresponde a uma amostra do processo estocástico $\{ X(t); t \in T \}$.

A análise de uma série temporal supõe que o conjunto de observações esteja sendo gerado por um processo estocástico e, como tal, possua uma estrutura probabilística que pode ser caracterizada e descrita. O estudo de séries temporais proporciona a descrição do processo que gerou a amostra de observações em estudo. Sua análise supõe que cada ocorrência

$X_{t_1}, X_{t_2}, X_{t_3}, \dots, X_{t_N}$ da série seja obtida aleatoriamente com base nesta estrutura probabilística.

Se $t_1, t_2, \dots, t_n \in T$ e $x_i \in \mathbb{R}$, para todo $i = 1, \dots, n$ e

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P[X(t_1) \leq x_1; \dots; X(t_n) \leq x_n] \quad (3.1)$$

então o processo estará inteiramente especificado caso seja possível obter a distribuição n-dimensional dada pela equação (3.1).

Na prática, o conhecimento das distribuições de probabilidade é muito difícil de ocorrer, senão impossível.

Para as finalidades específicas dos processos estocásticos que serão analisados neste trabalho, serão úteis os momentos de 1ª e 2ª ordem destas distribuições, isto é:

i) Função Média de X_t

$$\mu(t) = E(X_t), \text{ para todo } t \in T. \quad (3.2)$$

ii) Função de Variância

$$\sigma_t^2 = \text{Var}(X_t) = E(X_t - \mu_t)^2, \text{ para todo } t \in T. \quad (3.3)$$

iii) Função de Autocovariância

$$\text{Cov}(X_t, X_s) = E[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)] \quad (3.4)$$

$$= E[X_t X_s] - \mu_s \cdot \mu_t, \text{ para todo } t, s \in T$$

$$\text{e } t < s. \quad (3.5)$$

iv) Função de Autocorrelação

$$\rho_{(t \ s)} = \frac{\text{Cov}(X_t, X_s)}{\sigma_t \sigma_s}, \text{ para todo } t, s \in T, \text{ e } t < s. \quad (3.6)$$

3.2 - PROCESSOS ESTACIONARIOS E NÃO ESTACIONARIOS

Uma série temporal é uma realização de um processo estocástico e na grande maioria das situações práticas em geral não é possível repetir o experimento novamente. Por exemplo: é impossível observar outra seqüência de medições sobre a vazão da Bacia Hidrográfica do Rio Uruguai no Posto Fazenda Mineira no período o qual já passou.

Em geral, tem-se somente uma observação $X(t)$ a cada instante de tempo t .

Todo processo estocástico, gerador da série de observações, que não variou com relação ao tempo, é denominado estacionário. Se as características do processo se alteram no decorrer do tempo, diz-se que este é um processo não estacionário.

A importância no conhecimento da Série Temporal ser ou não estacionária é que quando se trabalha com uma série estacionária, se está na presença de uma função amostral do processo estocástico que tem a mesma forma em todos os instantes de tempo $t \in T$, o que ocasiona a possibilidade de obtenção de estimativas das características do processo de forma simplificada.

Existem duas formas de estacionariedade para um processo estocástico:

- * estritamente estacionário
- * estacionário fraco.

Definição 1: Um processo estocástico $X = \{ X(t), t \in T \}$ é dito estritamente estacionário se todas as distribuições finito-dimensionais (2.1) são invariantes sob translações do tempo, ou seja,

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F(x_1, x_2, \dots, x_n; t_{1+k}, t_{2+k}, \dots, t_{n+k})$$

para quaisquer $t_1, t_2, \dots, t_n \in T$ e $k \geq 0$.

Definição 2: Um processo estocástico $X = \{ X(t), t \in T \}$ é dito estacionário fraco (ou fracamente estacionário, ou estacionário de segunda ordem) se:

- i) $E(X_t) = \mu(t) = \mu$, onde μ é uma constante para todo $t \in T$.
- ii) $\text{Var}(X_t) = \sigma_t^2 = \sigma^2$, onde σ^2 é finita e constante para todo $t \in T$.

Considerando um processo $X = \{ X(t), t \in T \}$ estacionário, a função de autocovariância $R(h)$ definida por

$$R(h) = \text{Cov}(X_{t+h}, X_t), \quad (3.7)$$

$t \in T$ e $h \geq 0$ satisfaz às seguintes propriedades:

- a) $R(0) \geq 0$;
- b) $R(-h) = R(h)$;
- c) $|R(h)| \leq R(0)$;
- d) $R(h)$ é função definida positiva no sentido que:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j R(h+i) R(h+j) \geq 0$$

para quaisquer $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ e $h \geq 0$.

(3.8)

4 - MODELOS PARA SÉRIES TEMPORAIS

4.1 - INTRODUÇÃO

A principal razão para modelar uma série temporal é poder prever valores futuros procurando, para isto, obter um modelo matemático que descreva a sequência de dados.

4.2 - TIPOS DE MODELOS

Os modelos para séries temporais podem ser classificados de duas formas:

- * paramétricos, onde o número de parâmetros é finito. A análise é realizada no domínio do tempo. Os principais modelos paramétricos são:
 - * Modelo de Erro (ou de Regressão),
 - * Modelo de Médias Móveis (MA),
 - * Modelo Autorregressivo de Médias Móveis Integrado (ARIMA).
- * não paramétricos, que envolvem um número infinito de parâmetros. Os mais importantes

são:

- * Função de Autocorrelação (Autocovariância),
- * Transformada de Fourier do Espectro.

4.3 - TIPOS DE OPERADORES

4.3.1 - OPERADOR DEFASAGEM β

Este operador impõe uma defasagem de um período de tempo t para trás cada vez que é usado.

$$\begin{aligned}\beta X_t &= X_{t-1} \\ \beta^2 X_t &= X_{t-2} \\ &\vdots \\ \beta^n X_t &= X_{t-n}\end{aligned}$$

4.3.2 - OPERADOR TRANSLAÇÃO PARA O FUTURO F

É o operador que impõe uma defasagem de um período de tempo t para frente cada vez que é usado. Portanto, é o inverso do operador β .

$$F X_t = X_{t+1}$$

$$\begin{aligned}
 F^2 X_t &= X_{t+2} \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 F^n X_t &= X_{t+n}
 \end{aligned}$$

4.3.3 - OPERADOR DIFERENÇA Δ

É o operador que impõe a diferença de um período para trás cada vez que é utilizado.

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1-\beta) X_t$$

$$\Delta \simeq (1-\beta)$$

4.3.4 - OPERADOR SOMA S

É o inverso do operador diferença.

$$S X_t = \sum_{j=0}^{\infty} X_{t-j} = X_t + X_{t-1} + \dots = (1 + \beta + \beta^2 + \dots) X_t$$

$$S = (1 - \beta)^{-1} = \Delta^{-1}$$

5 - ANÁLISE ESPECTRAL

5.1 - INTRODUÇÃO

Na análise de séries temporais, resultantes da observação de processos estacionários, o objetivo básico é o de aproximar uma função temporal por uma combinação linear de harmônicos. Em muitas aplicações, como em Meteorologia, Oceanologia e Hidrologia, o maior interesse é a busca da periodicidade nos dados observados.

5.2 - PERIODICIDADE

A periodicidade de uma Série Temporal é a forma de representar o grau de dependência ou correlação entre pontos adjacentes.

Um momento de um fenômeno, com frequência desconhecida (λ) pode ser representado pelo modelo

$$X_t = \mu + R \cos(\lambda t + \theta) + \varepsilon(t) \quad (5.1)$$

para $t \in T$. O problema é estimar μ , R , λ e ϕ com base nos dados amostrais X_{t_1}, \dots, X_{t_N} , que formam uma série temporal.

Uma função do tempo X_t , é periódica de período τ se:

$$X_t = X_{t + k\tau}, \text{ para todo } t \in T, k \in \mathbb{Z}, \text{ e } \tau \neq 0.$$

Diz-se que X_t é um harmônico de frequência λ com amplitude A , onde $\lambda \in (0, \pi)$ e A é uma constante positiva, se:

$$X_t = A \cos(\lambda t) \quad \text{ou} \quad X_t = A \sin(\lambda t).$$

É fácil ver que um harmônico de frequência λ tem período igual a $2\pi/\lambda$. A frequência λ determina o número de ciclos completos em 2π unidades de tempo.

Pode-se, também, considerar a frequência em ciclos por unidade de tempo, que será denotada por ν . Neste caso tem-se $\nu = \lambda/2\pi$, de modo que ν é o inverso do período.

A Figura 5.1 abaixo ilustra um harmônico da forma

$$X_t = a \cos(\lambda t) + b \sin(\lambda t)$$

onde

$$a = A \cos(\theta) \quad \text{e} \quad b = -A \sin(\theta).$$

De modo geral, uma série temporal X_t pode ser considerada como uma superposição de harmônicos da forma,

$$X_t = \sum_{\lambda} \left[a(\lambda) \cos(\lambda t) + b(\lambda) \sin(\lambda t) \right], \quad (5.2)$$

para $t \in T$, onde o símbolo \sum_{λ} pode representar uma soma finita,

infinita ou mesmo uma integral.

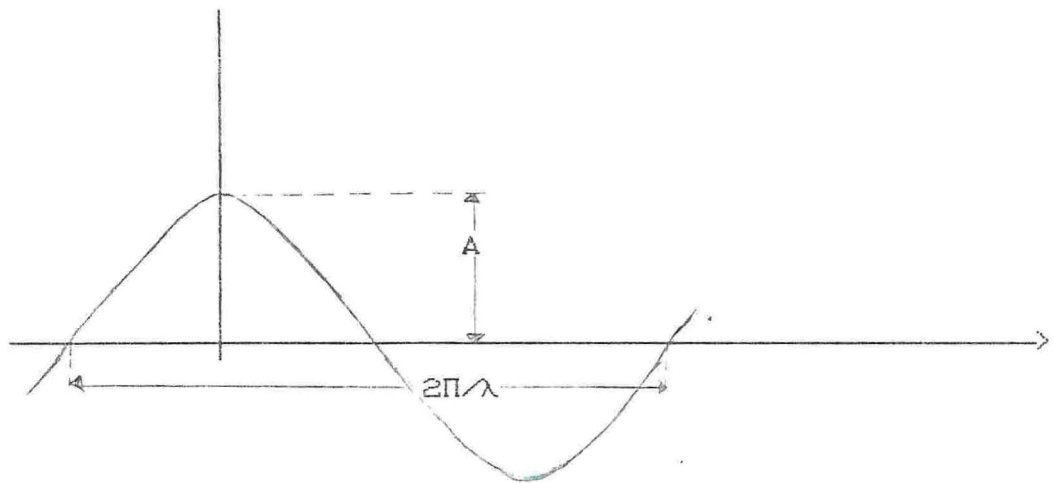


Figura 5.1: Harmônico de Frequência λ e Amplitude A.

5.3 - ESPECTRO DE UM PROCESSO ESTACIONARIO

A representação espectral do processo $X(t)$, para $t \in T$, é dada por:

$$X(t) = \sum_{j=1}^p \left\{ A_j \cos(\lambda_j t) + B_j \text{sen}(\lambda_j t) \right\} \quad (5.3)$$

onde A_j, B_j , $j = 1, \dots, p$, são variáveis aleatórias independentes com

$$\begin{aligned} \mu_{A_j} &= \mu_{B_j} = 0, \text{ para todo } j, \\ \sigma_{A_j}^2 &= \sigma_{B_j}^2 = \sigma_j^2, \text{ para todo } j. \end{aligned}$$

Logo, $E \{ X_t \} = 0$, para todo $t \in T$,

$$\text{e } R(h) = E \{ X_{t+h} \cdot X_t \} = \sum_{j=1}^p \sigma_j^2 \cos(\lambda_j h),$$

para todo $t \in T$ e $h \geq 0$. (5.4)

Portanto,

$\{X(t); t \in T\}$, dado pela equação (5.3), é processo estacionário pois só depende de h e sua função de autocovariância é dada por

$$R(h) = \sum_{j=1}^p \sigma_j^2 \cos(\lambda_j h). \quad (5.5)$$

B

MÍNIO DA FREQUÊNCIA

O objetivo básico na análise espectral é a procura de periodicidade. Muitas séries temporais encontradas na prática contém componentes periódicos e sua determinação é um problema importante. Um efeito periódico importante aparece sob forma de um pico no espectro, na frequência correspondente ao período.

Estima-se o espectro $f(\lambda)$ a partir de um conjunto de observações $X(t)$, $t=1, \dots, N$, de um processo estocástico estacionário e o espectro é definido por

$$f(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{j=-\infty}^{\infty} R(j) e^{-i\lambda j}, \text{ para } -\pi \leq \lambda \leq \pi. \quad (6.1)$$

Os estimadores de $f(\lambda)$ são obtidos em um número finito de frequências λ , sendo este número tipicamente pequeno relativamente a T . Na prática, selecionam-se os valores

$$\lambda_j = \frac{2\pi j}{N}, \quad \left[\frac{N-1}{2} \right] \leq j \leq \left[\frac{N}{2} \right]. \quad (6.2)$$

6.2 - TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

A transformada de Fourier finita de $X(t)$, para $t \in T$, é definida por

$$d^{(N)}(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \sum_{t=1}^N X(t) e^{-i\lambda t} \quad (6.3)$$

com período 2π . Portanto, $d^{(N)}(\lambda) \in [-\pi, \pi]$.

Utilizando (6.2) obtém-se:

$$d_j^{(N)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi N}} \sum_{t=1}^N X(t) e^{-\frac{i 2\pi j t}{N}}, \quad (6.4)$$

para $\left[\frac{N-1}{2} \right] \leq j \leq \left[\frac{N}{2} \right]$, que é a transformada discreta de Fourier.

Se N não for potência de dois, acrescentam-se \mathcal{N} zeros no final da série para transformar N em potência de dois. Então

$$E \left\{ \left| d_j^{(N)} \right|^2 \right\} \cong f(\lambda_j), \quad (6.5)$$

e tanto melhor será esta aproximação quanto mais suave for $f(\lambda)$ na vizinhança de $f(\lambda_j)$.

6.3 - PERIODOGRAMA

A equação (6.5) sugere que um estimador para $f(\lambda_j)$ seja

$$I_j^{(CN)} = \left| d_j^{(CN)} \right|^2 = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{t=1}^N x(t) e^{-i\lambda_j t} \right|^2 .$$

O periodograma é a transformada de Fourier da função de autocovariância amostral, do mesmo modo que o espectro é a transformada de Fourier da função de autocovariância (teórica) $R(h)$.

7 - MODELOS BOX e JENKINS

7.1 - INTRODUÇÃO

Na análise de modelos paramétricos, o método Box e Jenkins tem recebido muita atenção nas últimas duas décadas. A justificativa para o uso do nome Box e Jenkins associado a esses processos está na contribuição que ambos os autores deram ao estudo de Séries Temporais, através de uma minuciosa e fundamentada integração desses processos, que lhe permitiu um tratamento analítico de inferência estatística nas previsões de valores das variáveis dinâmicas.

7.2 - MODELOS DE ERRO OU REGRESSÃO

Supondo que a série temporal observada possa ser expressa na forma

$$X_t = f(t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, N,$$

chamamos $f(t)$ de sinal e ε_t de ruído.

O sinal $f(t)$ é uma função do tempo completamente determinada e ε_t é uma seqüência aleatória, independente de $f(t)$. Além disso, supõe-se que as variáveis aleatórias ε_t são não correlacionadas, tem média e variância constantes, isto é,

$$E(\varepsilon_t) = 0 \quad , \text{ para todo } t \in T$$

$$E(\varepsilon_t^2) = \sigma_\varepsilon^2 \quad , \text{ para todo } t \in T$$

$$E(\varepsilon_t \varepsilon_s) = 0 \quad , \text{ se } s \neq t.$$

(7.1)

Desta maneira, qualquer efeito do tempo influencia somente a parte determinística $f(t)$. A série ε_t satisfazendo (7.1) é chamada de ruído branco. Segue-se que a função de autocovariância de ε_t é dada por,

$$\text{Cov}_\varepsilon(h) = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2 & , h = 0 \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (7.2)$$

e a função de autocorrelação é

$$\rho_\varepsilon(h) = \begin{cases} 1 & , h = 0 \\ 0 & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (7.3)$$

7.3 - FILTRO LINEAR

Características importantes e de interesse no estudo de séries temporais estão, geralmente obscurecidas pelo ruído embutido em determinadas bandas de freqüências.

Na maioria das vezes estas características podem ser

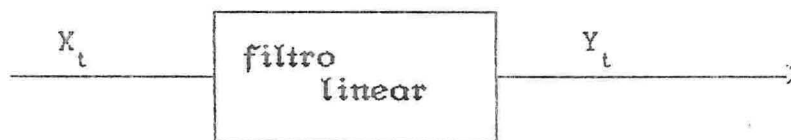
salientadas por um suavizado ou filtragem dos dados através de filtros lineares.

Filtro Linear é uma transformação linear que modifica as características espectrais de uma série temporal.

Definição: Dado o processo estacionário $\langle X_t \rangle_{t \in T}$ o filtro aplicado a este processo estocástico de entrada é dado por,

$$Y_t = \sum_{s=1}^{\infty} a_s X_{t-s} \quad (7.4)$$

onde os coeficientes a_s são constantes conhecidas. O processo estocástico de saída resultante desta operação é chamado de versão filtrada do processo X_t .



(Y_t é uma versão filtrada do processo de entrada X_t)

De modo geral, o problema de filtragem consiste em separar um sinal desejado do ruído, que o contamina. Então o problema é escolher o filtro que reduza ao máximo o erro (ou ruído).

7.4 - MODELOS DE MÉDIAS MÓVEIS

Se $\langle \epsilon_t \rangle_{t \in T}$ é ruído branco, com média zero e variância σ_ϵ^2 , então um processo de médias móveis de ordem q , denotado por $MA(q)$, é definido por

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \phi_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \phi_q \varepsilon_{t-q} \quad (7.5)$$

onde ϕ_1, \dots, ϕ_q são constantes. Observe que

$$\begin{aligned} E(X_t) &= \mu \\ \text{Var}(X_t) &= (1 + \phi_1^2 + \dots + \phi_q^2) \sigma_\varepsilon^2, \end{aligned} \quad (7.6)$$

onde os ε_t são definidos pela equação (7.1).

Por simplicidade, supondo $\mu = 0$ e calculando a função de autocovariância do processo, tem-se que

$$R(h) = E \left\{ X_t X_{t-h} \right\} = E \left\{ \left[\varepsilon_t - \sum_{k=1}^q \phi_k \varepsilon_{t-k} \right] \left[\varepsilon_{t-h} - \sum_{l=1}^q \phi_l \varepsilon_{t-h-l} \right] \right\}. \quad (7.7)$$

Considerando que a função de autocovariância de ε_t é dada pela equação (7.2) tem-se

$$R(h) = \sigma_\varepsilon^2 \left[-\phi_h + \phi_1 \phi_{h+1} + \phi_2 \phi_{h+2} + \dots + \phi_q \phi_{q-h} \right],$$

se $h = 1, \dots, q$

$$R(h) = 0, \quad \text{se } h > q$$

$$R(h) = R(-h), \quad \text{se } h < 0. \quad (7.8)$$

Podendo assim encontrar a função de autocorrelação do processo,

$$\rho(h) = \frac{-\phi_h + \phi_1 \phi_{h+1} + \dots + \phi_q \phi_{q-h}}{1 + \phi_1^2 + \dots + \phi_q^2}, \quad \text{se } h = 1, \dots, q$$

$$\begin{aligned} \rho(h) &= 0 & , \text{ se } h > q \\ \rho(h) &= \rho(-h) & , \text{ se } h < 0. \end{aligned} \tag{7.9}$$

Em particular, para um processo MAC(1),

$$X_t = \varepsilon_t - \phi \varepsilon_{t-1}$$

tem-se

$$\text{Var}(X_t) = (1 + \phi^2) \sigma_\varepsilon^2 ,$$

$$\rho(h) = \frac{-\phi}{1 + \phi^2} , \text{ se } h = \pm 1$$

$$\rho(h) = 0 \quad , \text{ caso contrário.}$$

8 - RESULTADOS E ANÁLISES

8.1 - INTRODUÇÃO DOS DADOS

Através de uma visualização dos dados pode-se perceber que os postos apresentam nos meses de julho a setembro a vazão mais elevada, e nos meses de novembro a março a vazão mínima.

As vazões apresentam efeitos sazonais, que são anuais. Pois dentro do mesmo ano possuem variação periódica, ou seja, vazão máxima de julho a setembro e mínima de novembro a março.

TABELA 8.1: Vazão Média nos Três Postos Observados

Estação	Vazão Média do Período (m ³ /s)
Fazenda Mineira	27,40
Coxilha Rica	16,89
Passo do Socorro	192,56

A vazão das estações estão relacionadas com características do rio principal ao qual cada estação está ligado, tais como: comprimento, declividade e número de confluências.

TABELA 8.2: Características Estatísticas das Estações

	Fazenda Mineira		Coxilha Rica		Passo do Socorro	
	<i>média</i>	<i>desvio</i>	<i>média</i>	<i>desvio</i>	<i>média</i>	<i>desvio</i>
Jan.	21,99	16,44	11,39	12,51	127,50	85,84
Fev.	25,40	16,43	11,34	10,54	162,55	107,91
Mar.	19,19	14,92	8,29	6,75	138,23	108,46
Abr.	18,68	14,76	10,62	11,00	127,11	93,28
Mai.	20,79	20,58	13,67	17,26	158,75	153,69
Jun.	25,23	17,49	15,67	14,71	186,06	130,32
Jul.	32,78	34,86	21,77	29,04	239,01	220,15
Ago.	42,67	43,41	24,80	21,47	299,65	270,74
Set.	44,04	30,35	33,09	26,74	313,39	192,57
Out.	33,87	32,26	23,38	20,45	248,35	177,60
Nov.	22,88	20,10	15,66	17,52	160,00	126,63
Dez.	19,24	18,26	10,37	11,53	127,82	106,59

8.2 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DA ESTAÇÃO FAZENDA MINEIRA

8.2.1 - CARACTERÍSTICAS DA SÉRIE

O primeiro passo, e o mais importante na análise, é desenhar o gráfico dos dados. Pois deste modo pode-se observar a estacionariedade, sazonalidade e valores aberrantes contidos na seqüência de dados.

Através da visualização dos dados da série temporal

nota-se pela Figura 8.2.1 que a vazão oscilou muito nos 47 anos em estudo. A vazão máxima foi de 247,02 m³/s e a mínima de 0,93 m³/s. Os meses de setembro/53, agosto/56, outubro/62, agosto/64, setembro/66, julho/82 e agosto/83 apresentaram vazões mais elevadas.

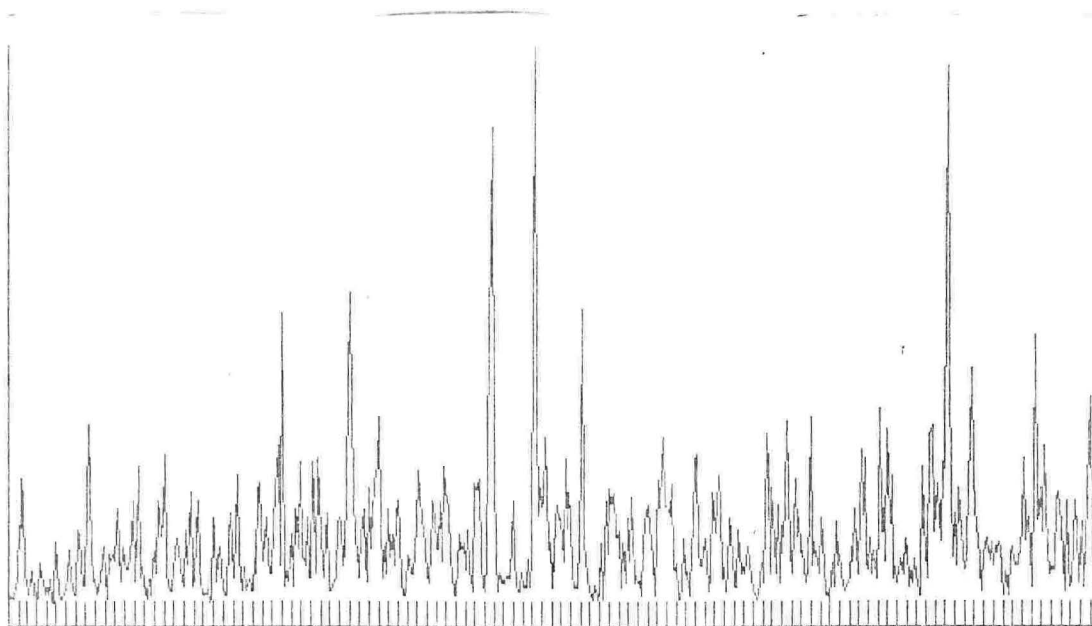


Figura 8.2.1: Gráfico dos Dados da Estação Fazenda Mineira

8.2.2 - CORRELOGRAMA

Através do correlograma pode-se perceber que a série temporal dada possui uma flutuação sazonal, e as oscilações possuem mesma frequência, como pode ser visto na Figura 8.2.2. A autocovariância com "lag" zero é 676,68 m³/s.

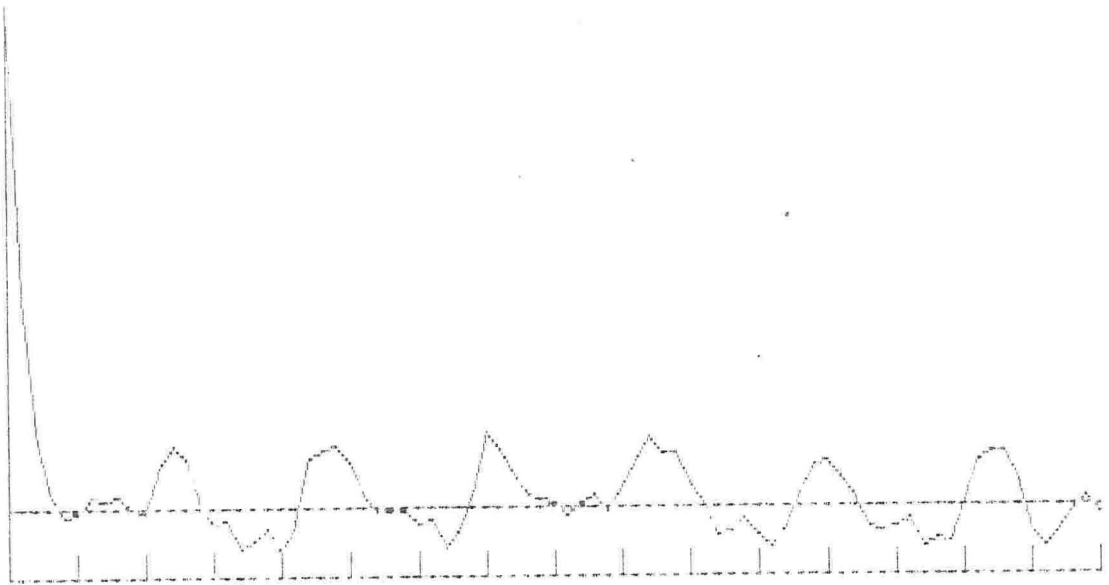


Figura 8.2.2: Gráfico da Função de Autocovariância da Estação Fazenda Mineira.

8.2.3 ANÁLISE ESPECTRAL

Através da análise espectral da série da Estação Fazenda Mineira observou-se que há periodicidade nos dados. Os picos na Figura 8.2.3 indicam qual a frequência que mais se destaca, que é o inverso da periodicidade.

As periodicidades que mais se destacam são as de 1 ano, 6 meses, 3 anos e 6 meses, 10 meses, 42 anos e 8 meses e 1 anos e 11 meses. Tendo em vista a quantidade de dados na série temporal desta estação a periodicidade detectada de 42 anos e 8 meses deve ser desprezada.

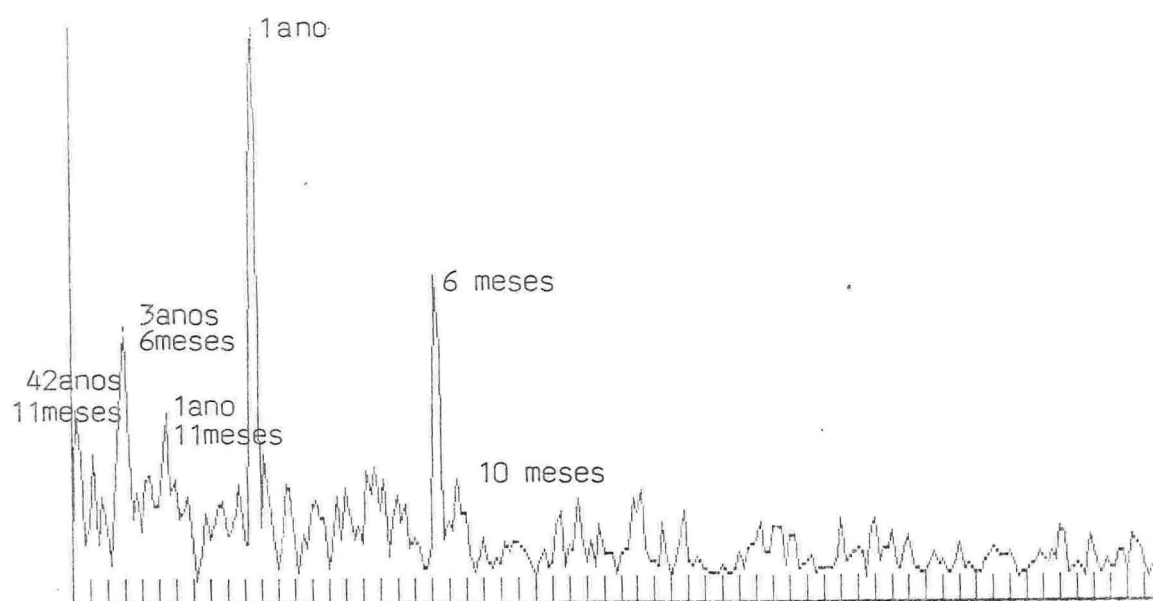


Figura 8.2.3: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Fazenda Mineira.

8.2.4 - FILTRO MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Foi aplicado um filtro Média Móvel de ordem 12 na série de dados da Estação Fazenda Mineira com o intuito de retirar o ruído existente nesta série. Como pode ser observado na Figura 8.2.4 a série de dados ficou suavizada, destacando os meses do anos onde há pouca e muita chuva.

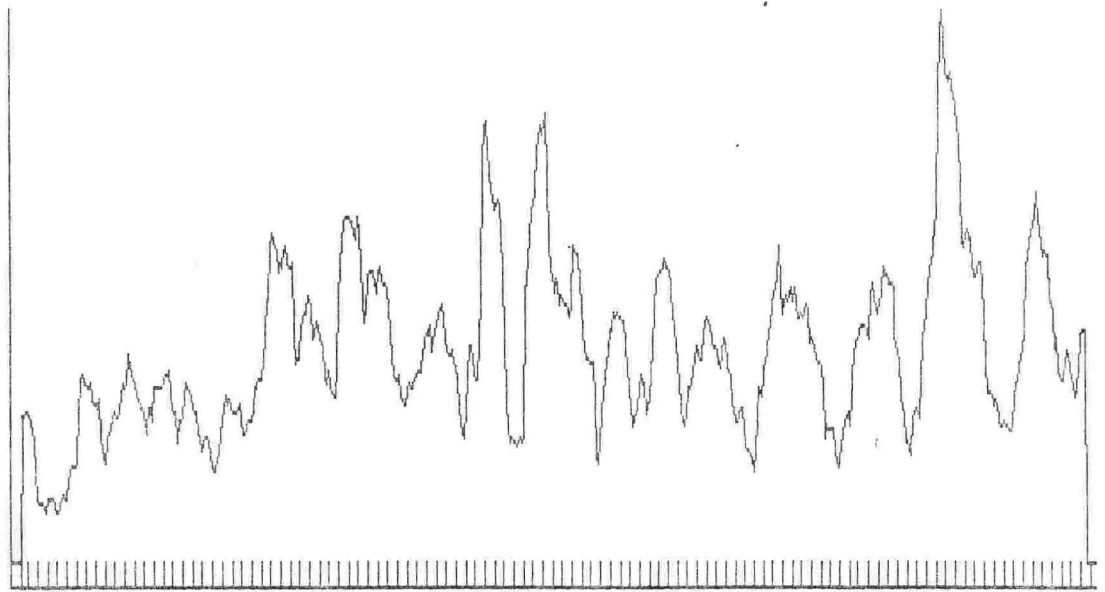


Figura 8.2.4: Gráfico dos Dados da Estação Fazenda Mineira Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

8.2.5 - ANÁLISE ESPECTRAL DA SÉRIE FILTRADA COM MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Na série de dados da Estação Fazenda Mineira filtrada com média móvel de ordem 12 foi aplicado o espectro e detectou-se outras periodicidades que não haviam sido detectadas até então, que foram as de 21 anos e 11 meses, 7 anos e 4 meses, 3 anos e 5 meses, 1 ano e 11 meses.

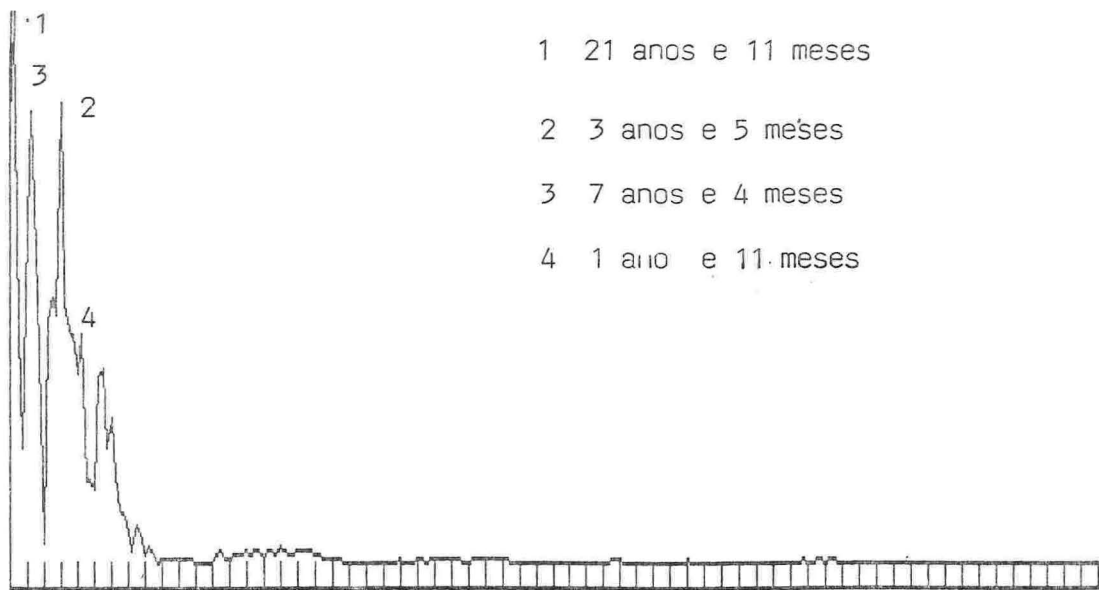


Figura 8.2.5: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Fazenda Mineira Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

8.3 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DA ESTAÇÃO COXILHA RICA

8.3.1 - CARACTERÍSTICAS DA SÉRIE

A vazão máxima da Estação Coxilha Rica foi de 190,91 m^3/s e a mínima de 0,40 m^3/s . Percebe-se que houveram períodos onde a vazão foi mais elevada entre eles destacam-se os meses de agosto/55, setembro/65, julho/80, setembro/84, como pode-se observar na Figura 8.3.1.

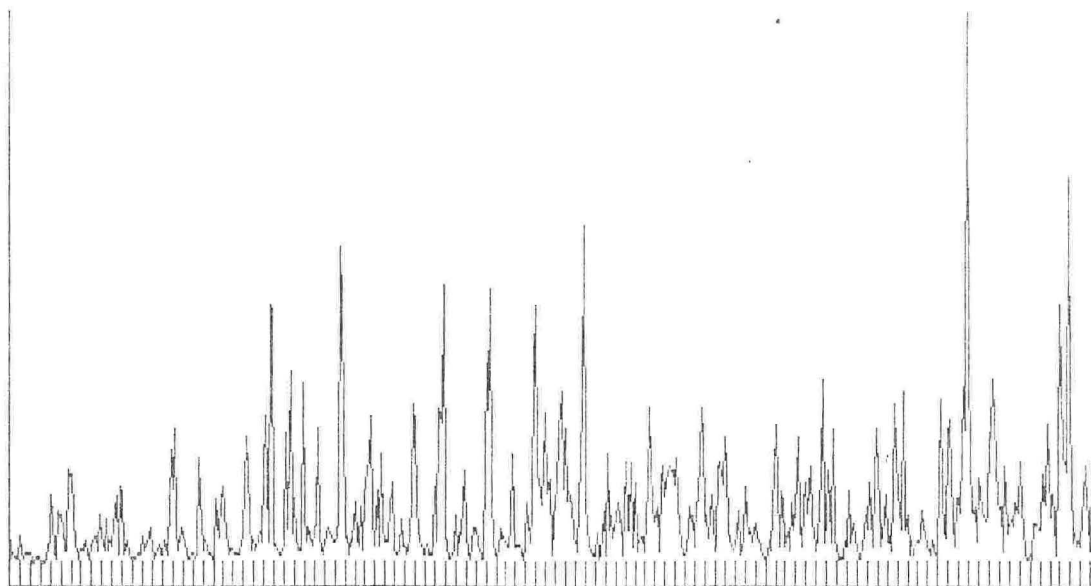


Figura 8.3.1: Gráfico dos Dados da Estação Coxilha Rica.

8.3.2 - CORRELOGRAMA

Através do correlograma da série da Estação Coxilha Rica pode-se perceber que a série apresenta uma sazonalidade e as oscilações possuem mesma frequência como pode ser observado na Figura 8.3.2.

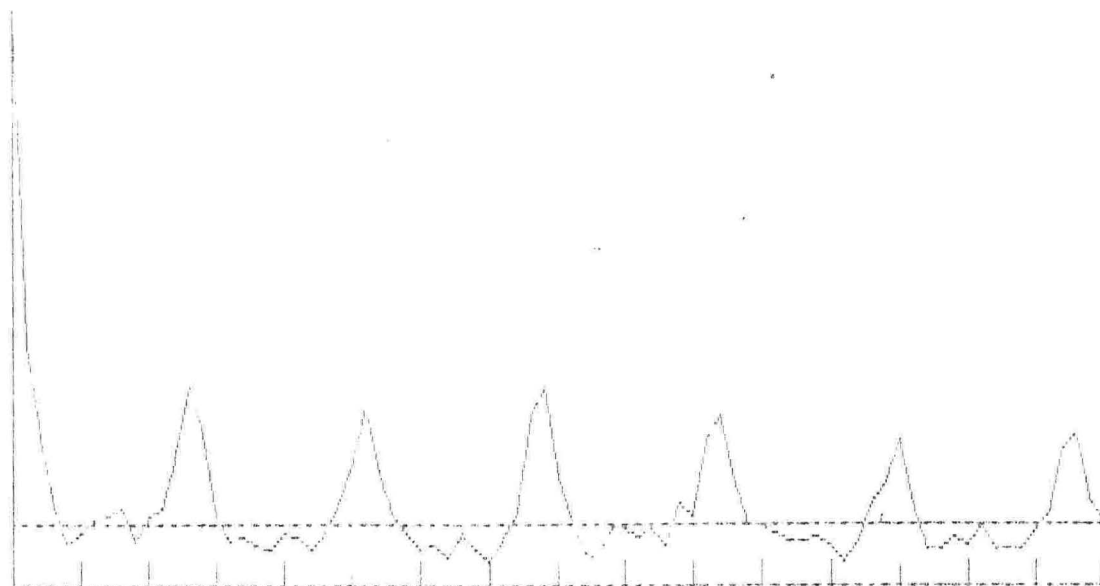


Figura 8.3.2: Gráfico da Função de Autocovariância dos Dados da Estação Coxilha Rica.

8.3.3 - ANÁLISE ESPECTRAL

Através da análise espectral da série de dados da Estação Coxilha Rica observou-se que há periodicidade nos dados. As periodicidades que mais se destacam conforme, Figura 8.3.3, são de 1 ano e 1 mês, 6 meses, 42 anos e 8 meses, 2 anos e 8 meses, 2 anos e 2 meses e 3 anos e 11 meses. Tendo em vista a quantidade de dados na série temporal desta estação a periodicidade de 42 anos e 8 meses deve ser desprezada.

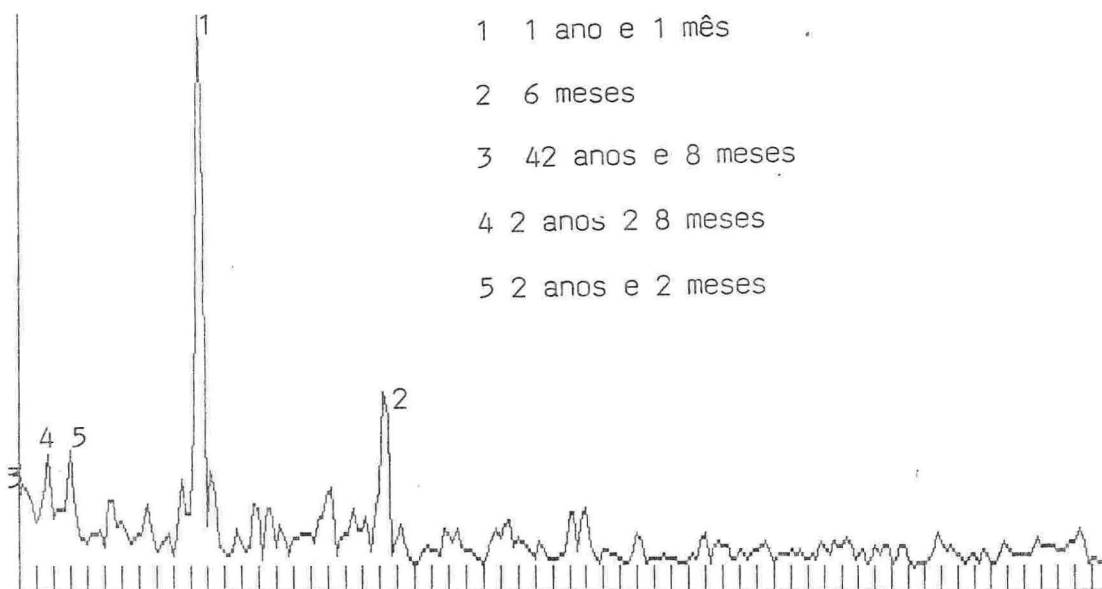


Figura 8.3.3: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Coxilha Rica.

8.3.4 - FILTRO MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Foi aplicado um Filtro Média Móvel de Ordem 12 com o intuito de suavizar os dados da série temporal da Estação Coxilha Rica. Pode-se observar na Figura 8.3.4 que a vazão do Rio Pelotinhas é baixa em alguns períodos do anos e alta em outros.

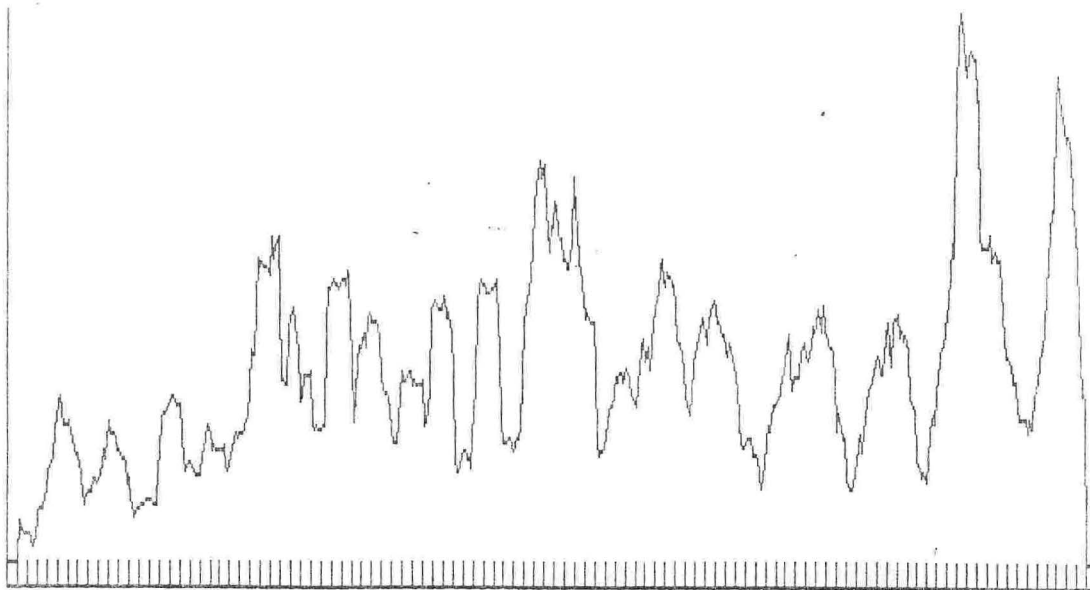


Figura 8.3.4: Gráfico dos Dados da Estação Coxilha Rica Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

8.3.5 - ANÁLISE ESPECTRAL DA SÉRIE FILTRADA COM MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Através da análise espectral dos dados da Estação Coxilha Rica Filtrada com média móvel de ordem 12 pode-se observar as mesmas periodicidades que haviam sido detectadas na análise espectral da série temporal sem o filtro que são de 42 anos e 8 meses, 3 anos e 11 meses, 2 anos e 8 meses e 6 anos e 1 mês.

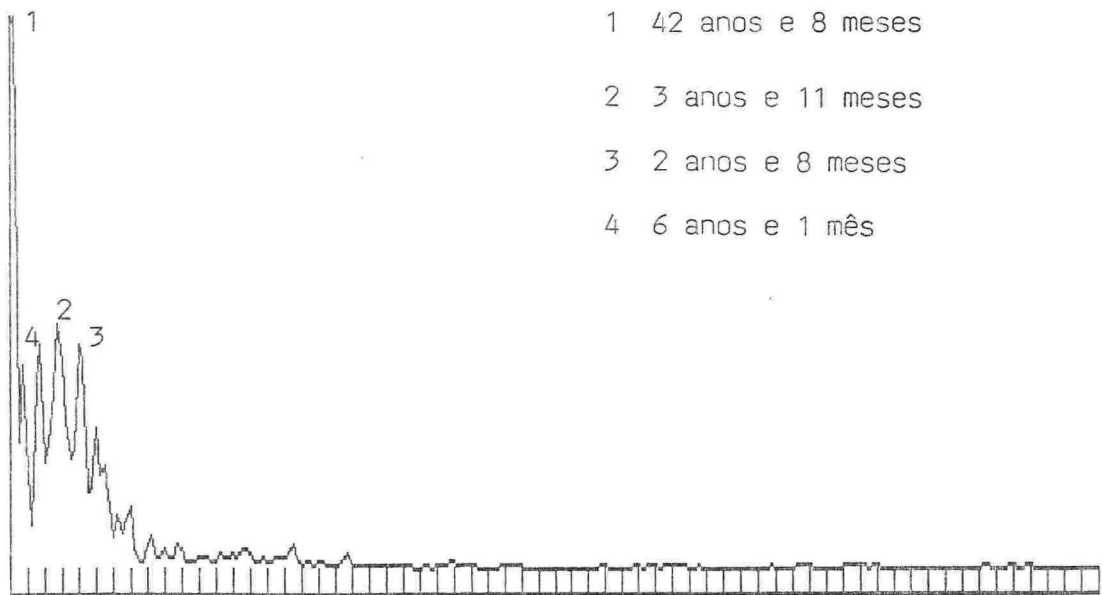


Figura 8.3.5: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Coxilha Rica Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

8.4 - ANÁLISE ESTATÍSTICA DA ESTAÇÃO PASSO DO SOCORRO

8.4.1 - CARACTERÍSTICAS DA SÉRIE

A Estação Passo do Socorro é a que possui maior vazão em volume de água. Nos meses de julho/55, outubro/55, agosto/66 e julho/84 a vazão foi mais elevada. A vazão máxima foi de 1490,81 m³/s e a mínima de 9,52 m³/s. Na Figura 8.4.1 pode-se perceber que a vazão do Rio Canoas oscilou muito no período analisado.

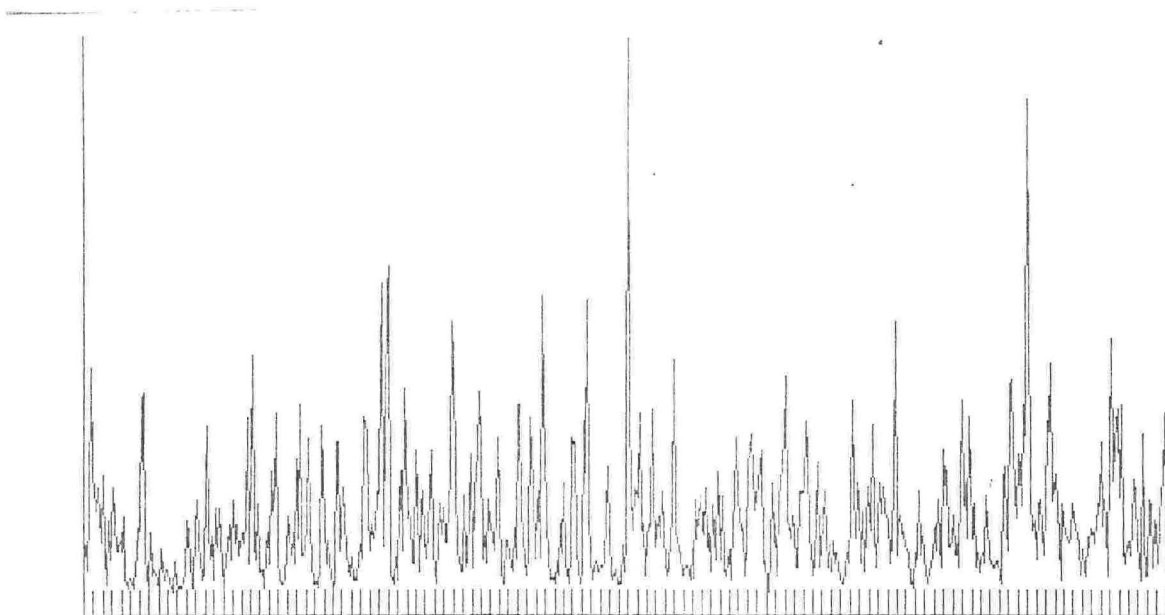


Figura 8.4.1: Gráfico dos Dados da Estação Passo do Socorro.

8.4.2 - CORRELOGRAMA

Através do correlograma dos dados da Estação Passo do Socorro pode-se observar que a série possui uma flutuação sazonal, e as oscilações possuem mesma frequência, como pode ser observado na Figura 8.4.2.

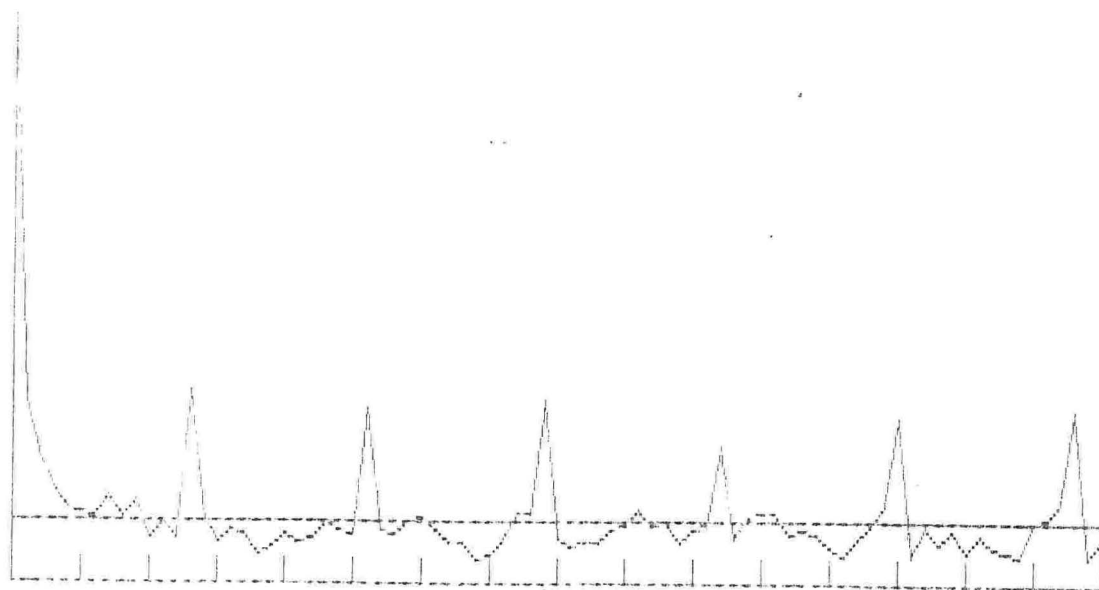


Figura 8.4.2: Gráfico da Função de Autocovariância dos Dados da Estação Passo do Socorro.

8.4.3. - ANÁLISE ESPECTRAL

Através da análise espectral da série de dados da Estação Passo do Socorro observou-se que há periodicidade nos dados. Os picos no gráfico da Figura 8.4.3 destacam os períodos com maior frequência que são os de 1 ano e 1 mês, 2 meses, 3 meses, 6 meses, 42 anos e 8 meses e 7 anos e 1 mês. Não deve-se levar em consideração a periodicidade de 42 anos e 8 meses tendo em vista a quantidade de dados da série temporal analisada.

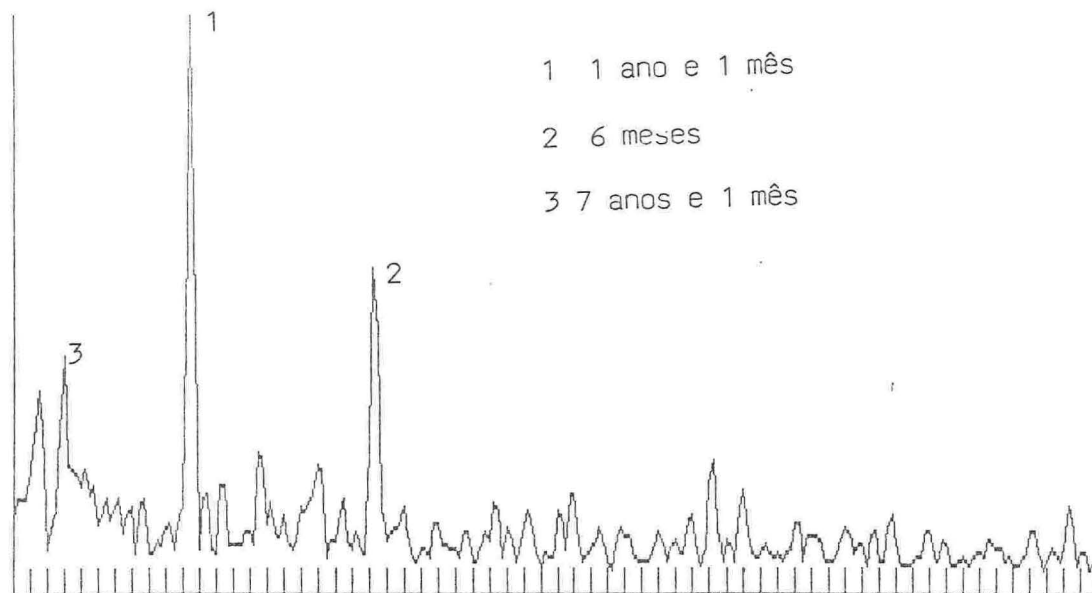


Figura 8.4.3: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Passo do Socorro.

8.4.4 - FILTRO MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Foi aplicado um filtro Média Móvel de Ordem 12 nos dados da Estação Passo do Socorro com o intuito de suavizar os dados como pode ser observado no gráfico da Figura 8.4.4.

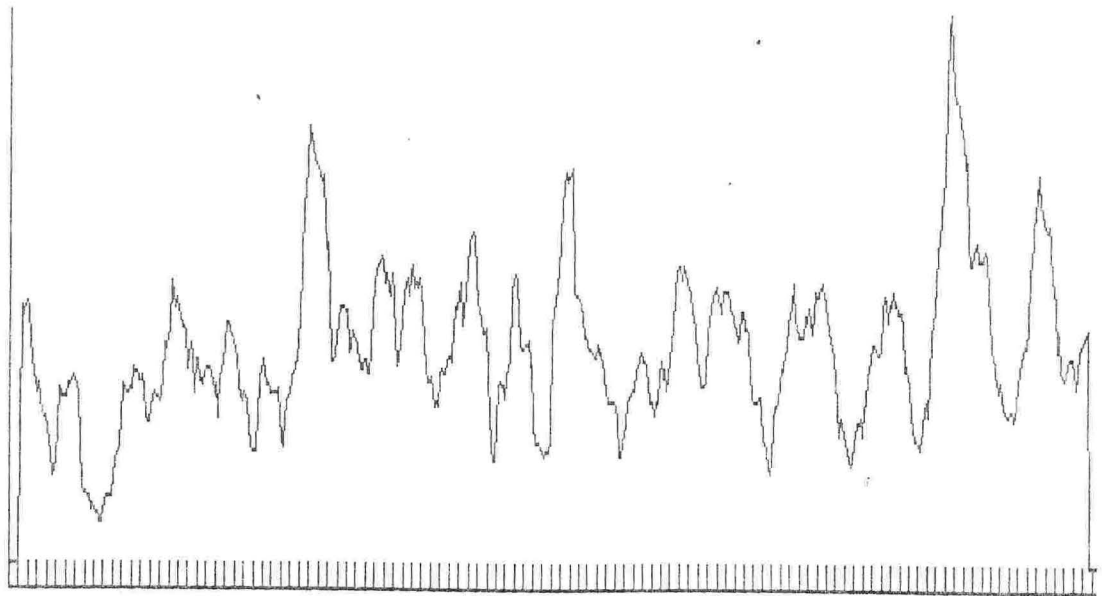


Figura 8.4.4: Gráfico dos Dados da Estação Passo do Socorro Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

8.4.5 - ANÁLISE ESPECTRAL DA SÉRIE FILTRADA COM MÉDIA MÓVEL DE ORDEM 12

Através da análise espectral dos dados da Estação Passo do Socorro pode-se observar as periodicidades de 42 anos e 8 meses, 6 anos e 1 mês, 4 anos e 3 meses, 2 anos e 4 meses, 1 ano e 11 meses, 1 anos e 8 meses e 1 anos e 6 meses.



Figura 8.4.5: Gráfico do Espectro dos Dados da Estação Passo do Socorro Filtrada com Média Móvel de Ordem 12.

CONCLUSÕES

Foram analisados dados referentes a três diferentes Estações de Medição da Vazão da Bacia Hidrográfica do Rio Uruguai no Rio Grande do Sul. Apesar das proximidades destas três Estações os dados de vazão são bastante diferenciados e a análise espectral detectou periodicidades de aproximadamente 1 ano e 6 meses.

O modelo autorregressivo de média móvel foi ajustado à série de vazões médias mensais com a finalidade de melhor verificar as características estatísticas observadas nas séries consideradas. Observou-se periodicidade de aproximadamente 6 anos e 1 mês nas três séries de dados; de 4 anos e 3 meses, 2 anos e 4 meses nas Estações Fazenda Mineira e Passo do Socorro; 2 anos e 4 meses, 7 anos e 4 meses, 3 anos e 5 meses na Estação Fazenda Mineira; 3 anos e 11 meses, 2 anos e 8 meses na Estação Coxilha Rica.

PROJETOS PARA ESTUDOS FUTUROS

Utilizar técnicas de análise de séries temporais multivariadas para dados fluviométricos e pluviométricos da Bacia do Rio Uruguai no Rio Grande do Sul.

BIBLIOGRAFIA

BLOOMFIELD, P. Fourier Analysis of Time Series: An Introduction.
New York, John Wiley, 1976.

BROCKWELL, Peter J. & DAVIS, RICHARD A. Time Series: Theory and Methods. Springer Verlag (ed.), New York, 1987.

CHATFIELD, C. The Analysis of Time Series: An Introduction.
London, Chapman and Hall, 2^a ed., 1985.

INDURSKI, Aquiles & LANA, Antônio Eduardo. Aplicação dos Modelos Estocásticos Multivariados Autoregressivos - AR(1) e Autoregressivos de Média Móvel ARMA(1,1) À Geração de Vazões Mensais da Bacia do Rio Jacui, RS. IV Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos.

MORETTIN, Pedro Alberto. Séries Temporais. Minicurso Apresentado no V Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional. SBMAC, 1982.

MORETTIN, P. A. & TOLOI, C. M. C. Modelos para Previsão de Séries Temporais. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1981.

NELSON, R. Charles. Applied Time Serie Analysis, San Francisco, Holden-Day, 1973.

PEREIRA, Basílio de B. Séries Temporais Multivariadas. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1984.

PRIESTLEY, M. B. Spectral Analysis and Time Series. New York, Academic Press, (ed.) 1981, vols 1 e 2.

SALAS, J. D.; DELLEUR, V. Yevjevich, and LANE, W. L. Applied Modeling of Hidrologic Time Series. Michigan, Book Crafters, 1980.

SHUMWAY, Robert H. Applied Statistical Time Series Analysis, New Jersey, Prentice Hall, 1988.

ANEXOS

ESTAÇÃO FAZENDA MINEIRA

JAN	FEV	MAR	ABR	MAIO	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
1.89	3.09	3.15	2.16	12.28	33.36	34.38	53.69	43.52	13.10	7.44	4.83
13.90	4.99	8.21	3.15	1.70	16.55	11.87	4.39	6.83	4.43	9.91	1.27
0.05	27.09	4.57	2.58	1.60	3.55	5.73	10.84	22.72	10.29	3.90	4.14
32.17	29.75	16.06	7.20	8.18	78.18	50.46	22.99	9.02	10.46	3.51	6.07
9.87	24.21	10.16	2.78	21.26	19.51	20.22	18.67	40.38	22.09	10.31	24.41
17.36	16.12	15.59	28.80	44.69	9.44	28.85	59.57	11.70	14.40	7.41	2.30
9.98	4.51	17.49	22.41	12.70	45.15	30.96	35.14	64.63	14.33	7.58	5.57
6.49	16.10	28.04	22.70	16.11	10.04	7.95	32.88	17.65	47.77	10.27	10.27
30.34	45.40	16.90	7.54	3.70	3.95	5.16	1.14	2.14	37.14	30.70	9.99
24.14	14.00	5.65	3.30	3.39	28.03	38.57	12.25	32.20	56.56	18.16	10.82
6.39	15.69	5.84	9.96	6.74	6.53	18.49	13.82	50.63	53.28	19.29	29.11
38.37	18.65	14.16	13.36	31.41	50.36	69.60	16.49	128.18	78.03	7.52	13.25
9.07	29.97	8.46	41.47	36.16	25.18	62.55	21.00	16.45	37.33	11.52	11.90
61.93	48.24	12.86	63.52	30.11	16.59	11.59	30.14	39.37	6.73	5.36	8.85
11.23	36.23	37.93	34.33	16.28	20.51	52.73	138.30	84.77	49.99	26.15	21.96
12.29	29.32	41.28	16.39	10.08	49.97	25.38	39.08	52.46	59.26	81.68	34.74
12.14	24.45	13.42	40.56	21.01	30.76	17.50	40.19	44.66	32.04	8.18	5.08
5.58	20.25	19.39	14.04	14.04	23.38	33.23	57.61	35.31	33.22	23.28	11.36
9.01	20.51	44.33	37.26	25.25	24.16	44.71	18.23	58.89	48.08	42.09	20.36
12.42	4.82	4.25	15.01	29.77	25.49	26.46	16.14	32.44	13.35	8.83	5.47
52.34	50.49	54.55	17.13	8.29	5.42	18.90	69.15	114.89	211.27	62.43	18.93
6.47	13.16	9.89	10.11	11.00	11.03	12.12	28.58	45.39	20.85	8.59	6.88
13.57	7.23	7.58	7.84	19.06	7.73	19.90	247.02	79.40	39.33	50.33	43.22
44.21	72.33	25.03	26.69	7.46	19.92	36.85	43.74	37.08	38.44	19.36	63.50
33.38	48.01	37.27	13.59	7.38	8.10	26.00	63.79	129.72	28.87	18.65	11.05
6.40	2.87	7.46	5.18	2.84	3.75	27.17	2.53	44.17	22.91	51.44	45.88
44.74	47.77	31.03	31.81	8.38	26.41	19.08	10.29	37.49	18.28	47.69	8.82
11.50	9.31	10.60	3.67	24.83	37.14	43.50	33.14	25.75	20.50	3.91	28.08
53.89	42.97	72.21	42.47	42.43	42.17	39.93	53.00	15.35	17.54	2.45	1.64
5.33	28.86	13.25	12.54	4.61	21.81	36.29	62.50	65.23	22.45	17.92	17.18
29.17	18.76	6.06	12.48	48.46	41.65	31.17	55.57	41.23	12.47	15.92	6.03
13.79	37.89	30.82	7.77	8.40	32.82	21.25	13.51	14.77	12.98	25.42	19.06
10.04	6.91	4.33	2.58	4.80	16.76	9.82	36.24	75.12	58.17	13.50	50.46
38.52	12.66	42.61	8.98	33.72	31.01	42.71	79.46	20.30	12.91	33.28	53.67
30.34	37.38	23.19	22.80	9.42	13.34	44.59	82.97	16.90	26.81	20.67	13.25
37.65	27.60	15.91	3.26	3.70	2.87	16.29	8.39	35.38	17.41	20.89	12.81
8.79	5.88	9.24	12.47	25.43	19.16	40.34	23.53	13.18	67.05	40.15	63.08
16.25	16.02	28.62	13.32	21.81	11.55	34.27	85.09	31.34	42.00	19.65	76.23
36.37	56.69	12.24	15.91	10.08	13.33	18.15	13.20	28.06	22.49	8.55	14.08
9.18	18.98	11.96	5.04	4.82	59.82	33.37	22.34	10.74	74.23	79.10	31.14
40.93	51.89	35.36	28.77	61.49	60.73	239.15	105.99	46.04	20.99	39.14	17.15
49.83	31.46	20.66	15.25	21.01	55.55	68.78	105.12	56.99	31.43	29.87	14.59
5.95	20.60	26.50	27.60	18.20	25.60	16.90	24.50	23.60	26.30	24.00	4.83
13.40	9.57	3.38	21.78	24.10	18.10	16.80	17.90	26.00	30.70	63.00	28.20
34.53	37.85	8.59	52.66	118.90	37.01	39.88	50.32	32.05	69.30	19.99	13.72
15.82	15.68	15.12	46.40	48.25	35.18	17.84	5.57	45.21	17.76	7.20	9.79
45.78	31.56	10.59	21.26	34.77	7.10	23.00	49.68	90.77	26.46	9.32	9.14

PERÍODO Janeiro 1942 a Dezembro 1988

47 ANOS

564 DADOS

ESTAÇÃO COXILHA RICA

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
12.87	1.98	3.31	2.06	1.03	8.90	3.33	1.08	3.18	3.46	2.55	0.64
0.40	1.58	1.00	0.53	0.59	0.69	1.90	8.37	23.48	14.89	2.53	1.21
17.28	16.49	10.75	3.96	4.11	31.51	30.60	15.25	5.14	4.12	1.72	4.75
3.78	7.49	2.90	1.15	5.05	9.32	8.42	4.46	15.12	8.23	3.78	14.04
3.64	7.27	5.55	12.67	22.50	2.81	26.18	22.89	2.42	7.90	2.73	1.53
1.51	1.32	3.05	3.46	3.53	8.72	4.05	6.23	8.52	11.47	3.99	1.64
2.62	5.13	3.43	2.78	7.12	4.25	2.48	39.10	26.47	46.58	11.43	4.33
12.01	9.04	5.74	3.12	1.93	2.21	3.58	1.57	3.28	35.59	21.49	5.03
6.55	4.05	2.20	2.27	1.63	21.17	12.53	8.06	20.98	25.32	7.99	5.85
2.47	4.43	3.68	2.92	3.14	3.38	7.45	8.92	42.86	32.25	13.93	3.73
7.20	4.59	7.30	10.23	7.11	29.89	50.36	7.28	89.60	86.34	5.13	6.01
4.14	3.10	3.65	6.39	43.91	11.84	65.78	9.62	21.25	8.17	4.09	4.07
61.94	16.16	6.92	10.84	8.56	6.10	10.27	12.99	45.59	7.46	3.46	6.25
8.11	12.19	10.50	8.20	6.92	7.96	14.59	109.33	91.07	9.22	7.96	3.58
7.36	7.66	19.45	7.44	5.06	18.66	5.01	22.94	31.08	34.16	50.14	14.87
6.12	24.57	6.07	37.36	9.53	7.68	7.73	20.34	22.73	27.84	4.56	2.59
4.55	14.98	5.16	5.69	2.96	6.55	23.22	54.80	47.74	18.48	9.58	5.97
3.54	3.36	5.94	2.53	3.11	7.77	26.29	7.19	53.81	49.49	96.23	10.31
5.40	1.20	0.77	4.05	15.15	2.51	9.51	10.57	31.06	8.36	3.13	1.86
6.23	12.04	11.60	5.63	4.49	1.68	2.15	69.52	53.23	94.97	24.68	5.88
1.97	3.76	10.85	8.31	9.31	6.77	6.46	13.37	37.30	14.27	6.14	6.04
5.93	2.26	2.13	5.96	20.30	7.72	15.62	70.85	89.07	32.14	24.40	20.11
32.11	51.45	25.09	29.42	3.48	12.70	22.97	24.00	46.03	59.23	25.68	46.02
21.92	23.87	20.05	8.48	6.51	3.96	19.20	52.70	115.80	20.61	13.09	6.44
3.72	2.42	3.30	9.86	1.79	3.31	16.94	3.41	36.85	11.97	16.04	9.27
15.65	19.66	14.51	14.17	3.46	34.04	11.78	11.75	34.62	5.91	27.19	4.63
7.57	8.29	8.09	4.32	26.27	53.30	33.63	19.24	14.07	18.15	3.64	27.54
32.44	23.00	26.72	33.47	31.48	31.25	27.60	35.28	9.66	7.40	2.86	2.22
4.02	18.12	13.78	15.86	5.59	20.25	21.19	53.36	43.04	14.06	15.97	8.44
23.61	12.92	4.63	5.28	31.55	33.88	27.58	42.46	31.87	11.37	7.83	4.80
5.60	8.90	16.63	3.22	6.90	26.23	14.11	9.98	10.42	6.71	12.70	8.41
6.95	4.91	2.41	1.60	2.39	7.28	4.82	17.89	48.00	26.02	6.22	24.19
19.78	5.35	10.30	3.74	20.21	11.92	17.50	42.98	13.00	6.04	18.37	26.81
17.89	32.74	12.61	10.53	4.79	9.28	29.73	63.68	7.71	14.04	32.06	6.54
45.55	7.40	5.93	1.69	1.45	1.74	6.52	5.18	25.11	7.39	13.01	6.89
4.65	1.86	1.66	4.51	15.93	11.31	27.06	15.49	6.14	45.30	28.04	20.38
5.84	8.99	23.42	6.70	8.32	4.77	23.58	54.37	22.74	17.87	12.21	58.96
3.42	7.88	4.89	2.84	1.57	53.87	22.35	10.21	8.76	44.66	49.16	13.23
6.15	21.92	21.87	16.75	60.90	45.43	190.91	69.45	35.35	16.77	18.87	6.64
28.99	24.16	17.26	13.84	15.51	45.07	43.29	62.79	33.99	19.69	18.23	17.99
3.70	33.10	9.89	13.54	15.00	12.60	20.70	17.10	34.00	16.80	12.90	2.36
2.15	2.49	2.13	12.70	12.70	13.30	11.00	30.20	21.60	20.20	46.80	15.40
22.90	13.90	2.79	33.32	89.08	35.43	34.88	31.72	133.32	51.47	7.91	10.35
5.39	7.18	5.59	22.37	32.96	20.21	13.94	4.16	35.03	13.38	4.25	2.99

PERÍODO Janeiro 1942 a Dezembro 1986

45 ANOS

540 DADOS

ESTAÇÃO PASSO DO SOCORRO

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV	DEZ
106.1	124.0	67.0	223.1	607.4	323.1	229.9	287.8	204.9	142.6	322.9	90.9
30.0	105.3	101.3	151.1	283.8	116.0	119.5	137.6	121.7	207.1	97.0	25.6
21.2	34.7	25.0	15.8	58.7	173.8	177.1	532.5	540.2	115.6	38.7	21.7
159.1	47.1	60.8	47.9	16.1	118.3	61.0	37.9	59.4	62.3	27.5	17.8
9.5	79.4	28.9	15.2	13.4	24.5	49.8	196.5	166.7	90.1	22.0	20.0
175.1	246.8	137.8	37.3	52.4	298.7	449.6	159.7	100.0	153.6	38.2	235.1
128.0	228.1	68.5	22.4	105.0	117.5	190.5	96.2	257.2	235.5	142.2	187.9
110.4	167.8	139.9	194.4	478.7	86.7	359.2	642.1	124.2	98.9	241.5	67.0
62.8	20.5	120.9	159.0	83.8	334.9	225.1	257.4	485.6	96.5	44.4	28.8
35.8	110.2	202.5	161.2	110.3	163.0	87.7	369.2	146.7	511.6	102.1	114.9
191.1	415.1	180.5	80.8	27.2	28.5	32.3	14.6	64.7	457.7	184.2	87.1
140.7	86.0	35.0	15.2	25.4	407.4	406.8	118.8	173.7	286.6	122.0	67.2
46.8	90.3	37.3	42.0	44.4	95.9	126.5	93.2	469.9	440.1	211.9	120.8
181.8	147.7	168.8	271.6	274.4	617.6	833.7	132.8	824.9	872.2	50.7	42.1
33.5	90.8	44.6	249.9	333.0	120.9	552.0	205.1	222.5	194.3	87.8	86.2
386.4	249.3	65.7	235.0	269.3	151.2	96.1	264.7	384.7	128.2	45.9	33.8
141.3	240.3	157.8	233.7	144.6	136.7	335.7	734.2	614.9	315.9	111.2	80.7
62.3	64.0	259.5	70.3	84.7	371.1	72.4	262.7	346.3	378.0	542.4	418.9
96.7	154.8	84.4	257.4	201.1	147.2	120.3	211.0	421.5	239.8	48.9	24.9
28.8	142.3	135.6	94.3	57.2	178.1	90.3	513.5	507.8	193.5	176.9	73.5
55.3	103.8	479.7	286.8	96.9	227.7	278.8	91.4	799.1	483.6	408.7	195.9
82.3	39.1	34.6	23.5	80.3	52.5	190.3	110.5	294.1	88.9	53.9	27.9
99.5	421.7	407.6	118.1	49.8	27.6	59.4	463.8	335.1	786.5	234.6	81.3
35.7	87.4	61.7	63.8	70.7	71.0	79.4	206.7	336.7	146.9	52.1	39.0
64.3	25.1	26.1	33.1	125.3	57.6	138.3	1490.2	504.1	268.3	168.7	289.0
262.5	486.2	172.4	183.4	55.8	138.5	184.2	183.0	493.6	261.3	134.7	207.4
154.8	272.0	158.4	70.9	55.3	60.0	160.6	180.8	635.2	159.8	118.0	104.5
55.3	56.6	72.3	71.1	49.6	42.5	123.3	44.7	249.3	151.9	263.3	177.3
161.7	287.4	131.6	168.0	62.3	243.7	153.8	98.8	328.6	90.5	263.4	59.4
53.6	70.1	116.1	36.5	204.3	243.9	420.5	253.8	173.2	172.0	55.2	130.7
336.7	390.6	435.9	322.6	227.6	253.2	291.7	386.5	80.5	89.6	23.0	11.5
93.4	296.7	136.3	187.6	51.7	247.2	295.9	424.4	592.1	193.7	185.4	153.4
205.2	172.6	78.3	70.7	275.2	273.6	272.5	460.3	374.3	148.0	123.6	55.4
78.3	206.2	352.9	68.7	118.9	276.6	150.2	74.1	123.8	67.9	137.5	85.1
106.0	67.7	35.9	27.3	31.9	105.4	88.6	205.1	515.0	287.9	156.3	296.0
248.7	83.2	218.4	65.6	281.4	193.7	178.4	454.7	158.6	75.1	187.8	298.8
222.5	290.1	214.5	194.6	80.2	130.7	317.5	737.0	103.3	196.7	208.6	165.8
159.7	125.5	108.6	31.1	28.9	22.3	111.2	98.6	269.2	104.4	147.3	101.5
45.9	28.5	69.6	90.4	177.0	119.4	255.2	132.2	70.2	389.2	299.9	326.7
125.0	138.8	202.0	105.5	127.8	77.76	293.7	517.3	243.9	301.3	155.6	479.2
147.6	239.0	77.3	102.3	61.3	86.9	105.8	81.4	267.9	187.0	98.4	88.2
74.9	80.0	85.5	36.0	28.6	297.6	336.0	157.9	121.8	565.2	580.8	255.6
212.0	371.1	331.5	236.4	504.4	426.9	1320.3	828.7	245.6	168.8	195.4	99.4
233.7	253.7	161.4	108.7	219.5	464.6	442.3	618.1	247.7	324.0	239.1	145.8
35.4	245.0	195.0	166.0	154.0	138.0	149.0	238.0	207.0	154.0	125.0	47.2
119.9	64.9	56.7	150.8	128.0	175.0	167.0	146.0	244.0	241.0	404.0	181.0
247.0	200.1	48.1	386.5	685.3	311.6	410.9	498.6	257.7	512.1	101.6	87.5
126.5	142.9	105.6	190.0	308.2	278.9	132.1	35.4	433.5	140.1	54.0	53.9
256.8	225.5	77.3	194.6	187.8	81.7	289.1	297.3	485.6	193.4	65.6	173.7

PERÍODO Janeiro 1942 a Dezembro de 1991

49 ANOS

588 DADOS

LISTA DE ESTACAO FAZENDA MINEIRA series
 LISTA DE ESTACAO 4

Estacao	Power	
	1561.601	
1.142111E-03		2234.663
1.198111E-03	1221.914	
1.198737E-03		619.1008
1.007312E-03	1494.482	
1.765625E-03		1974.255
1.171675E-02		1402.7
1.967103E-02		877.0236
1.015823	53.9185	
1.787313E-02		1652.73
1.790112E-02		1233.819
1.113023E-02		1280.112
1.021075	2366.174	
1.117102E-02		1414.395
1.113112E-02		1732.073
1.117102E-02		1737.744
1.021075	1624.618	
1.113101E-02		1843.553
1.113101E-02		635.1651
1.113101E-02		733.2015
1.021075	331.8565	
1.113101E-02		1935.85
1.113101E-02		2008.21
1.113101E-02		1363.231
1.021075	1553.554	
1.113101E-02		1058.437
1.113101E-02		1137
1.113101E-02		1117.208
1.021075	544.1716	
1.113101E-02		441.547
1.113101E-02		1202.105
1.113101E-02		1043.236
1.021075	764.5906	
1.113101E-02		1397.824
1.113101E-02		1088.873
1.113101E-02		568.4662
1.070312E-03	402.4472	
7.226563E-02		785.2585
7.421875E-02		1554.88
7.617168E-02		1202.352
1.070312E-03	470.6236	
8.007313E-02		3773.668
8.203125E-02		7191.657
8.398438E-02		3691.056
1.085937E-03	807.5928	
8.789663E-02		1612.146
8.984375E-02		1695.131
9.179668E-02		953.6168
1.085937E-03	228.463	
9.373312E-02		1245.051
9.765625E-02		2252.435

9.000938E-02

1160.930

.15625	157.4869
.160106	613.0988
.1604688	585.9387
.16742.9	650.8366
.169375	1346.624
.1710201	923.6261
.1732013	807.6044
.1752044	631.4641
.1771075	259.7424
.1791466	1071.833
.18133	1031.127
.18366.0	967.0054
.1861	1375.527
.1887211	873.5392
.1914760	850.8024
.1943614	762.4908
.19728.26	1367.854
.1997658	1619.339
.2027103	1510.979
.20567.7	1269.983
.20866	1156.828
.21167.6	1204.067
.21472.6	343.8575
.217844	801.6301
.2209370	962.8371
.2240906	761.0581
.2273438	736.3766
.2306299	464.4443
.23395	377.635
.2373201	445.3371
.2407363	482.3381
.2442094	540.5026
.2477420	3381.577
.2513352	4771.381
.2549883	1311.63
.25870219	354.6412
.262475	503.6224
.26630281	681.9612
.27018613	897.5282
.2741244	650.396
.2781175	715.9555
.28216406	431.9035
.28626938	174.7828
.29043469	450.2595
.29466	500.6521
.29894531	308.6666
.3032863	195.8679
.30768594	248.3417
.3121425	611.5478
.3166556	711.158
.3212288	616.0354
.3258619	322.6075
.3305525	398.1868
.33530781	574.2436

.2073518	299.012
.2073844	132.7316
.2073575	285.4098
.2073700	442.9778
.2073433	335.6173
.2073907	320.9292
.207370	353.4132
.2073931	851.2282
.2073503	732.881
.2073894	303.8033
.2073825	605.4594
.2073856	1066.335
.2073800	957.2736
.2073819	195.1044
.207378	453.9262
.207381	479.603
.207381	577.3976
.207381	504.3145
.207381	48.05012
.207381	277.6958
.207381	345.2107
.207381	360.3967
.207381	415.2361
.207381	466.0129
.207381	589.3662
.207381	729.4003
.207381	1226.702
.207381	1010.233
.207381	273.9648
.207381	269.38
.207381	199.8665
.207381	598.3507
.207381	687.7129
.207381	109.4042
.207381	170.5008
.207381	463.3539
.207381	901.6341
.207381	689.7019
.207381	151.5748
.207381	346.8002
.207381	313.8927
.207381	117.0084
.207381	80.33931
.207381	84.11194
.207381	117.174
.207381	206.7989
.207381	163.5513
.207381	12.99117
.207381	55.69556
.207381	384.296
.207381	337.4979
.207381	333.048
.207381	478.8561
.207381	246.514
.207381	785.0754
.207381	833.0606

.0111966	382.4615
.0112074	762.6668
.0213125	861.5221
.0213216	697.2975
.0213288	511.1623
.0213717	295.2336
.021425	495.5002
.0315761	332.1542
.0316313	155.7658
.0316844	94.17268
.0317375	305.6029
.0317906	367.9349
.0318438	128.5608
.0318970	122.3702
.0319501	194.5866
.0320033	187.0805
.0320565	121.8432
.0321097	421.7353
.0321629	407.5109
.0322161	191.4426
.0322693	307.5281
.0323225	296.9822
.0323757	352.3575
.0324289	404.5868
.0324821	402.0767
.0325353	747.2528
.0325885	408.8238
.0326417	305.7654
.0326949	377.2202
.0327481	423.9548
.0328013	410.8719
.0328545	133.7376
.0329077	431.6662
.0329609	195.5406
.0330141	304.3937
.0330673	22.92712
.0331205	42.88814
.0331737	48.80583
.0332269	155.2619
.0332801	349.6328
.0333333	232.5768
.0333865	203.8118
.0334397	283.7334
.0334929	118.5245
.0335461	157.4183
.0335993	471.9757
.0336525	392.0683
.0337057	173.8899
.0337589	220.3337
.0338121	139.7201
.0338653	83.96626
.0339185	157.3343
.0339717	210.3174
.0340249	441.0457
.0340781	635.2833

6262	339.4463
6263	258.8022
6264	437.6216
6265	268.6768
6266	74.19875
6267	75.41801
6268	71.83008
6269	97.63363
6270	299.0928
6271	439.4699
6272	438.7017
6273	251.8895
6274	255.3805
6275	242.1115
6276	337.4705
6277	764.4822
6278	428.7447
6279	224.6249
6280	309.9662
6281	148.9497
6282	83.47193
6283	5.1.4945
6284	521.5702
6285	55.46373
6286	62.15299
6287	169.2588
6288	151.2424
6289	97.19424
6290	212.4476
6291	172.2675
6292	343.2231
6293	443.4585
6294	616.5123
6295	556.4489
6296	442.1015
6297	39.97999
6298	75.22688
6299	176.8868
6300	150.049
6301	150.0494

LIBRARY OF FREEDOM 4

Year	Value	Value
1987	1187.73	1172.978
1988	1174.126	461.9431
1989	1111.1100	444.2978
1990	1007.7472	411.3597
1991	1007.7472	394.79
1992	1007.7472	444.2978
1993	618.9673	411.3597
1994	614.6395	320.6513
1995	612.2919	369.0411
1996	405.0609	491.9972
1997	376.2008	299.7388
1998	300.1261	220.9801
1999	1007.7472	160.5919
2000	1007.7472	269.8174
2001	1007.7472	444.2978
2002	1007.7472	277.9342
2003	1007.7472	4298.8082
2004	1007.7472	340.8174
2005	1007.7472	404.7283
2006	1007.7472	269.8174
2007	1007.7472	146.8174
2008	1007.7472	198.8174
2009	1007.7472	198.8174
2010	1007.7472	198.8174
2011	1007.7472	198.8174
2012	1007.7472	198.8174
2013	1007.7472	198.8174
2014	1007.7472	198.8174
2015	1007.7472	198.8174
2016	1007.7472	198.8174
2017	1007.7472	198.8174
2018	1007.7472	198.8174
2019	1007.7472	198.8174
2020	1007.7472	198.8174
2021	1007.7472	198.8174
2022	1007.7472	198.8174
2023	1007.7472	198.8174
2024	1007.7472	198.8174
2025	1007.7472	198.8174
2026	1007.7472	198.8174
2027	1007.7472	198.8174
2028	1007.7472	198.8174
2029	1007.7472	198.8174
2030	1007.7472	198.8174

