UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

VILMA GISELE KARSBURG

O ENSINO DE TESTE DE HIPÓTESES COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE SCILAB

PORTO ALEGRE
2019

VILMA GISELE KARSBURG

O ENSINO DE TESTE DE HIPÓTESES COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE SCILAB

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador (a): Dra. Luciana Neves Nunes

PORTO ALEGRE
2019

VILMA GISELE KARSBURG

O ENSINO DE TESTE DE HIPÓTESES COM O AUXÍLIO DO SOFTWARE SCILAB

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
Orientador (a): Dra. Luciana Neves Nunes

BANCA EXAMINADORA

Prof João Feliz Duarte de Moraes
(IME-DMPA-UFRGS)

Prof Marilaine de Fraga SantAna
(IME-DMPA-UFRGS)

Prof Ailton Durigon
(IFSC-Câmpus Lages)

PORTO ALEGRE
2019

AGRADECIMENTOS

A meus pais Lenia Schunemann Karsburg e Ebison Orlando Karsburg, pelos seus esforços em minha educação e incentivo aos estudos.

Ao Francisco, meu namorado, que se mostrou companheiro em todas as horas e sempre me apoiou.

À minha orientadora Luciana Neves Nunes pelo apoio e dedicação, professora que aprendi a admirar durante o mestrado, pelo seu empenho como educadora, e que me conduziu durante a construção desse trabalho.

A todos professores que passaram por minha vida, pois de uma forma ou de outra contribuíram para que esse trabalho se tornasse realidade, em especial ao professor Ailton Durigon a quem admiro muito enquanto docente.

Aos professores da Banca Examinadora.

Ao Instituto Federal de Santa Catarina, que permitiu a realização da pesquisa na instituição, em especial à direção do Câmpus Lages e coordenação do Curso de Ciência da Computação onde a prática de ensino foi realizada.

Aos alunos que participaram da pesquisa.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Curva da Distribuição Normal 40
Figura 2: Representação gráfica da ideia de um teste bilateral 44
Figura 3: Representação gráfica da ideia de um teste unilateral à esquerda 44
Figura 4: Representação gráfica da ideia de um teste unilateral à esquerda 45
Figura 5: Console do *Scilab* e *SciNotes* 54
Figura 6: Laboratório de Informática 114 57
Figura 7: Ideia inicial para a construção do código para resolver Testes de Hipóteses 63
Figura 8: Trecho do código *Scilab* que solicita a média utilizada na atividade 64
Figura 9:Trecho do código *Scilab* que solicita a variância utilizada na atividade 64
Figura 10: Trecho do código *Scilab* que calcula a estatística do teste utilizada na atividade .. 65
Figura 11: Trecho do código *Scilab* que diferencia testes bilaterais ou unilaterais 65
Figura 12: Trecho do código *Scilab* que não rejeita ou rejeita a hipótese inicial - No caso bilateral 66
Figura 13: Exemplo 1 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas 66
Figura 14: Exemplo 2 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas 68
Figura 15: Exemplo 3 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas 68
Figura 16: Trecho do código Scilab que introduz o TH para proporções 70
Figura 17: Exemplo 1 sobre TH para proporções de populações normais 71
Figura 18: Trecho do código Scilab para o cálculo da média e desvio padrão em TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas 74
Figura 19: Trecho do código Scilab que calcula a estatística do teste com a Distribuição t de Student, e define alfa e os graus de liberdade 74
Figura 20: Trecho do código Scilab que utiliza a distribuição t de Student 75
Figura 21: Exemplos 1, 2 e 3 sobre TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas 76
Figura 22: Trecho do código Scilab com a ideia do TH para diferença entre médias 78
Figura 23: Erro na entrada dos dados do *Scilab* (Versão 6.0.0) 79
Figura 24: Trecho do código com sugestão de ajustes no TH 80

Figura 25: Exemplo 1 sobre TH para diferença entre médias – Versão 6.0.1 e Versão 6.0.0.. 81
Figura 26: Trecho do código que diferencia o caso de possuir ou não a média e apresenta a distribuição Qui-Quadrado 83
Figura 27: Exemplo 1 sobre TH para variâncias de populações normais com médias conhecidas e desconhecidas........ 84
Figura 28: Resolução da questão 5 pelo grupo 8........ 86
Figura 29: Resolução da questão 6 pelo grupo 7........ 88
Figura 30: Resolução da questão 8 pelo grupo 7........ 89
Figura 31: Gráfico com o número de acertos, erros e questões em branco........ 90

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Resumo dos níveis de raciocínio estatístico ... 32
Quadro 2: Letramento, Raciocínio, Pensamento ... 35
Quadro 3: Critérios de rejeição do TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas ... 47
Quadro 4: Critérios de rejeição do TH para proporções ... 48
Quadro 5: Critérios de rejeição do TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas ... 49
Quadro 6: Critérios de rejeição do TH para variância de populações normais ... 50

LISTA DE SIGLAS

ABE	Associação Brasileira de Estatística
ASA	American Statistical Association
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
DEPE	Departamento de Ensino, Pesquisa e Extensão
EBRAPEM	Encontro Nacional dos Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
EDUPALA	Congresso Internacional Conhecimentos Pertinentes para a Educação na América Latina
EE	Educação Estatística
EM	Educação Matemática
FDP	Função Densidade de Probabilidade
GD	Grupo de Discussão
GT	Grupo de Trabalho
IASE	International Association for Statistical Federation
IFSC	Instituto Federal de Santa Catarina
IME	Instituto de Matemática e Estatística
PENOA	Programa Estadual Novas Oportunidades de Aprendizagem
POSCOMP	Exame Nacional para Ingresso na Pós-Graduação em Computação
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
RC	Região Crítica
RNR	Região de não-rejeição
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SIGAA	Sistema Integrado de Gestão Acadêmica
TALE	Termo de Assentimento Livre e Esclarecido
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TD	Tecnologias Digitais
TI	Tecnologias Informáticas
TIC	Tecnologia da Informação e Comunicação
TH	Teste de Hipóteses
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

LISTA DE SÍMBOLOS

N	Número de elementos de uma amostra
N	Número de elementos de uma população
μ	Média da população
σ^2	Variância da população
$\bar{x}$	Média da amostra
s^2	Variância da amostra
σ	Desvio padrão populacional
s	Desvio padrão amostral
$\hat{\theta}$	Estimador
Z	Variável normal reduzida, normal padronizada ou variável normalizada
$X: N(\mu, \sigma^2)$	X tem distribuição normal com média μ e variância σ^2
$E(X)$	Esperança da distribuição de probabilidade X
$VAR(X)$	Variância da distribuição de probabilidade X
t_ϕ	Variável com distribuição t de Student com ϕ graus de liberdade
ϕ	Número de graus de liberdade
t	Variável *t de Student*
χ^2	Variável *Qui-Quadrado*
χ^2_ϕ	Variável com distribuição *Qui-Quadrado* com ϕ graus de liberdade
α	Nível de significância
H_0	Hipótese nula ou Hipótese inicial
H_1	Hipótese alternativa
Z_{calc}	Estatística do Teste de uma variável com distribuição normal
t_{calc}	Estatística do Teste de uma variável com distribuição *t de Student*
χ^2_{calc}	Estatística do Teste de uma variável com distribuição *Qui-Quadrado*

$N(0,1)$	Distribuição normal padrão
μ_0	Hipótese inicial quando o teste de hipóteses é referente à média populacional
Z_α	Variável com distribuição normal e significância alpha
p	Proporção
$\hat{p}_0$	Proporção relativa ao sucesso
$\hat{q}_0$	Proporção relativa ao fracasso
p_0	Hipótese inicial quando o teste de hipóteses é referente a proporções
$(\sigma^2)_{H_0}$	Hipótese inicial quando o teste de hipóteses é referente a variâncias

RESUMO

O número de pesquisas em educação estatística no Brasil vem crescendo nos últimos anos. Atualmente, é produzido um grande volume de dados e o uso de tecnologias para analisá-los pode ser uma grande aliada. Esta pesquisa teve como objetivo geral avaliar a contribuição do uso de tecnologias, em particular do *software Scilab*, na ampliação do letramento estatístico de um grupo de discentes. Com o intuito de avaliar o objetivo desta pesquisa utilizamos a metodologia de pesquisa denominada pesquisa qualitativa e a atividade pedagógica proposta foi realizada na disciplina de Estatística e Probabilidade da quinta fase do Curso de Ciência da Computação, no Instituto Federal Santa Catarina – Campus Lages, no primeiro semestre de 2018. Durante a pesquisa apresentou-se exemplos de como realizar a interpretação de testes de hipóteses manualmente, sem a utilização do *software* e posteriormente, os alunos foram incentivados a desenvolver códigos no *Scilab* que resolvessem as mesmas atividades. Durante a investigação foi realizada uma avaliação após a utilização do *Scilab* que consistiu na resolução de exercícios sobre testes de hipóteses, cujas respostas foram avaliadas para identificar os erros cometidos e o letramento estatístico dos sujeitos. Ao final da prática pedagógica, os alunos foram convidados a responder um questionário sobre a avaliação do uso do *software* no ensino de estatística. Foi possível se observar que o *software* auxiliou na resolução das atividades, no quesito tempo e também contribuiu na ampliação do letramento estatístico dos discentes, pois grande parte deles fez corretamente a interpretação dos dados e melhorou a habilidade de comunicação das ideias em relação às informações. Porém houve erros no momento de reportar os resultados ao contexto dos problemas. Após o desenvolvimento da prática pedagógica foi construído um *site* onde podemos ver definições referentes a cada um dos tipos de testes estudados na pesquisa, bem como fazer o *download* da sequência didática utilizada para a prática.

Palavras-chave: Educação Estatística. Teste de Hipóteses. Tecnologias no ensino. Ensino Superior. *Software Scilab*. Programação.

ABSTRACT

The number of researches in statistical education in Brazil has been growing in the past years. Nowadays, a large volume of data is produced and the use of technologies to analyze them can be a great ally. This research aimed to evaluate the contribution of the use of technologies, particularly the Scilab software, in the expansion of the statistical literacy of a group of students. In order to evaluate the objective of this research we used the research methodology called qualitative research and the proposed pedagogical activity was conducted in the discipline of Statistics and Probability of the fifth phase of the Computer Science Course at *Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Lages*, in the first semester of 2018. During the research, examples of how to perform manually the hypothesis test interpretation, without using the software, were presented and later the students were encouraged to develop codes in Scilab that would solve the same activities. During the investigation, an evaluation was performed after the use of Scilab, which consisted of the resolution of exercises on hypothesis tests, whose answers were evaluated to identify the mistakes made and the subjects' statistical literacy. At the end of the pedagogical practice, the students were asked to answer a questionnaire about the evaluation of the use of the software in the statistics' teaching. It was possible to observe that the software helped in the resolution of the activities in the aspect of time and also contributed to the expansion of the students' statistical literacy, because most of them interpreted the data correctly and improved the communication skills of the ideas in relation to the information. However, there were errors in reporting the results to the context of the problems. After the development of the pedagogical practice, it was built a site, where we can see definitions referring to each of the types of tests studied in the research, as well as download the didactic sequence used for the practice.

Keywords: Statistical Education. Hypothesis Test. Technologies in teaching. University education. Scilab software. Programming.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14
2 CONTEXTUALIZAÇÃO 18
2.1 Revisão de Literatura 18
2.2 Histórico do Ensino de Estatística 19
2.3 Importância da Estatística no Curso de Ciência da Computação 20
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA 22
3.1 Educação Estatística 22
3.1.1 Letramento Estatístico 26
3.1.2 Raciocínio Estatístico 28
3.1.3 Pensamento Estatístico 34
3.2 O ensino da Inferência Estatística 36
3.3 Conceitos de Estatística 37
3.3.1. Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas; 46
3.3.2 Teste de Hipóteses para proporções de populações normais 47
3.3.3 Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas 48
3.3.4 Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados) 49
3.3.5 Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas 50
3.3.6 Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas 51
3.4 O uso de tecnologias no ensino 51
3.4.1 O software Scilab 53
4 TRABALHO REALIZADO 55
4.1 Metodologia da pesquisa e da ação docente 55
4.2 Contexto da pesquisa 57
4.3 Atividades realizadas 58

4.3.1 Primeiro encontro: Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas 59
4.3.2. Segundo Encontro: Teste de Hipóteses para proporções de populações normais; Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas; 69
4.3.3 Terceiro Encontro: Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados); 77
4.3.4 Quarto Encontro: Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas e conhecidas. 82
4.3.5 Quinto Encontro: Resolução de Exercícios e aplicação do questionário 85
4.4 Análise de dados e discussão 91
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS 99
6 REFERÊNCIAS 102
APÊNDICE 106
APÊNDICE A – Produto Didático – Sequência Didática 106
APÊNDICE B – Procedimentos para realização de pesquisa com dados institucionais do IFSC 113
APÊNDICE C – Termo de Aceite de Realização do Estágio 114
APÊNDICE D – Autorização de Pesquisa IFSC 115
APÊNDICE E – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido 116
APÊNDICE F – Resolução na íntegra dos exemplos pela Professora 118
APÊNDICE G – Resolução dos exercícios propostos 129
APÊNDICE H – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Médias de Populações Normais com Variâncias Conhecidas 137
APÊNDICE I – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Proporções de Populações Normais 139
APÊNDICE J – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Médias de Populações Normais com Variâncias Desconhecidas 141
APÊNDICE K – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Diferença entre Médias (dados emparelhados) 143
APÊNDICE L – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Variâncias de Populações Normais 145

1 INTRODUÇÃO

Iniciei minha prática docente no ano de 2010, na rede estadual de ensino, no município de Campo Belo do Sul/SC, lecionando para o Ensino Fundamental e Médio. Em 2011 atuei como professora substituta do Ensino Fundamental e Médio, nos municípios de Lages/SC e Palmeira/SC, também na rede estadual de ensino.

No período de 2012 a 2014 lecionei para o Ensino Fundamental, na rede municipal de Lages/SC, como professora efetiva. Durante o ano de 2013, além de atuar no município, participei do PENOA – Programa Estadual Novas Oportunidades de Aprendizagem como professora substituta, este programa atingia discentes do nono ano do ensino fundamental e nele oportunizávamos uma espécie de "reforço" para os discentes no contraturno.

De 2014 a 2016 fui professora efetiva na rede municipal de Canoas/RS, lecionando para os anos finais do Ensino Fundamental. E, em 2017 me tornei professora do Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Lages. Trabalho nesta instituição atualmente nos cursos superiores em Engenharia Mecânica, Ciência da Computação, Processos Químicos e Gestão do Agronegócio e também com cursos técnicos em Análises Químicas e Eletromecânica.

Muitas vezes senti necessidade de atrair atenção dos alunos, estabelecendo uma ligação entre os conteúdos e suas realidades. Como a disciplina de Estatística e Probabilidade era ministrada no curso de Ciência da Computação, pensei em um tema e uma metodologia que pudesse fazer esse elo.

Acreditava-se que os recursos computacionais, especialmente a programação, aliados a estatística poderiam colaborar de maneira significativa em direção à otimização do tempo utilizado nos cálculos e poderiam estimular a participação em sala de aula. Poderia ainda, aliar o uso da tecnologia ao ensino de Estatística e contribuir no desenvolvimento do letramento estatístico dos sujeitos.

Para Samá e Silva (2015), o letramento estatístico pode ser definido como a competência das pessoas de interpretarem e avaliarem criticamente a informação estatística, além de discutir ou comunicar suas ideias sobre tais informações. Para esse letramento é necessário que as pessoas tenham conhecimentos básicos de Matemática e Estatística.

Parafraseando Kenski (2012), o desenvolvimento científico e tecnológico tem sido associado ao processo de globalização da economia, e estar fora dessa realidade, chamada de

Sociedade da Informação, é estar por fora das decisões e dentre outras coisas, das interações com o mundo.

O tema central deste estudo é o uso de tecnologia (ou recursos tecnológicos) para o ensino de testes de hipóteses, sendo que a tecnologia aqui envolvida é um aplicativo computacional (*software*). Este tema surgiu durante conversas com colegas professores, licenciados em matemática e que relataram dificuldades no ensino de estatística. Existe, por parte de alguns deles, a falta de compreensão dos conceitos estatísticos envolvidos no assunto, o que faz com que não percebam aplicações deste conteúdo em suas atuações.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), afirmam que o ensino e aprendizagem da Estatística, não apenas no Brasil, enfrentam sérias dificuldades nos três níveis de ensino e, considera que o professor precisa valer-se de estratégias pedagógicas que contribuam não apenas para a obtenção de conhecimento, mas igualmente para a problematização desse conhecimento.

Nesse sentido, escolheu-se trabalhar com a Estatística que, de acordo com a literatura, é uma área que necessita muita atenção. A ideia foi oferecer aos alunos do curso de Ciência da Computação, na disciplina de Estatística, a possibilidade de trabalharem com algo que permeia a área em que atuam, ou seja, os recursos computacionais. E mais, usarem recursos computacionais já conhecidos, pois a programação já é parte atuante do dia a dia deles.

Para auxiliar nos cálculos estatísticos, dinamizar a aula e otimizar o tempo, foi escolhido como recurso o *software Scilab*, que é gratuito e já foi utilizado pelos discentes em outras disciplinas, como Cálculo Numérico. O conteúdo de estatística abordado neste estudo foi a parte da Inferência Estatística conhecida como “Testes de Hipóteses”. Assim, para realizar os cálculos estatísticos os alunos utilizaram o referido *software* para posteriormente realizar as interpretações dos testes.

Portanto, este trabalho se propõe a responder as seguintes questões:

- Como o uso de tecnologias, em particular do software Scilab, pode contribuir na ampliação de letramento estatístico dos discentes?
- Quais os tipos de erros cometidos pelos alunos quando realizam Testes de Hipóteses?
- Como podemos verificar os erros cometidos pelos alunos quando realizam testes de hipóteses por meio da análise dos códigos programados?

Na busca pelo letramento estatístico, cabe destacar o sentido do pensamento que gostaríamos de alcançar, que inclui,

> “um entendimento de como os modelos são usados para simular os fenômenos, como os dados são produzidos para estimar probabilidades e como, quando e por que as ferramentas de inferências existentes podem ser usadas para auxiliar um processo investigativo. Também inclui a capacidade de entender e utilizar o contexto do problema numa investigação, tirar conclusões e ser capaz de criticar e avaliar os resultados obtidos. [...].(CAMPOS, C.R.; WODEWOTZKI, M.L.L.; JACOBINI, O. R., 2013, p.41 e 42)

O conteúdo de teste de hipóteses auxilia na realização de inferências acerca de dados coletados, portanto, este foi escolhido no sentido de instigar o aluno a realizar a investigação de problemas, tirar conclusões e avaliar os resultados obtidos, ou seja, não apenas realizar os cálculos, mas interpretá-los.

Atualmente, os cálculos estatísticos podem ser facilmente realizados em diversos *softwares*, porém, para utilizá-los os estudantes primeiramente precisam compreender o problema. Neste caso através dos cálculos é possível se tirar conclusões, em que a partir do resultado encontrado se avalia a tomada de decisão baseada neste resultado, ou seja, o *software* não supre a necessidade de compreensão dos problemas pelos sujeitos, mas auxilia na realização dos cálculos para agilizar o processo.

O objetivo geral da pesquisa foi avaliar a contribuição do uso de tecnologias, em particular do *software Scilab*, na ampliação do letramento estatístico dos discentes.

E como objetivos específicos:

- Analisar o auxílio que o *software Scilab* traz ao ensino de teste de hipóteses;
- Selecionar uma sequência de exercícios sobre testes de hipóteses a ser resolvida com o auxílio do *software Scilab*;
- Ampliar o letramento estatístico dos alunos (de forma individual, como grupo e como turma);
- Analisar os erros cometidos pelos alunos ao resolverem as questões propostas;
- Utilizar literatura da área para descrever e comparar os erros identificados; e,
- Desenvolver um produto didático, que é um *site* contendo um roteiro básico para orientar a utilização do *Scilab* no ensino de teste de hipóteses.

Para Gal (2002), existem dois componentes importantes no letramento estatístico: o componente cognitivo, aquele que analisa a competência das pessoas em compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas; e o componente de disposição, aquele que é alcançado no momento em que o estudante apresenta uma postura diante da informação estatística.

Por meio dessa pesquisa, busca-se verificar o quanto o *software Scilab* pode auxiliar na obtenção (ou ampliação) do letramento estatístico segundo a perspectiva de Gal.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO

2.1 Revisão de Literatura

A busca por diferentes trabalhos relacionados ao tema da pesquisa percorreu o banco de teses e dissertações na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (PUCRS), da Universidade do Minho, e da Universidade Anhanguera de São Paulo, com o objetivo de levantar o que a comunidade científica havia produzido sobre teste de hipóteses e o uso de tecnologias no ensino de Estatística Inferencial.

No repositório da UFRGS, se pesquisarmos “teste de hipóteses”, obteremos apenas três trabalhos, dos quais dois são teses e um periódico. Curiosamente, apenas o periódico é na área da educação e é resultado de uma dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS que foi publicado no BOLEMA. Sebastiani e Viali (2011) neste trabalho apresentam o resultado do estudo dos erros cometidos por alunos em provas e os discutem com base na literatura da área.

Sebastiani (2010), em sua dissertação classifica os erros identificados nas soluções dos alunos fazendo um comparativo com a literatura da área, além de analisar as respostas de um questionário aplicado aos professores das turmas participantes sobre as possíveis causas dos erros cometidos pelos discentes.

Na busca de outros trabalhos, encontramos Feudo (2016), que na pesquisa de sua dissertação elaborou uma proposta para introdução do ensino de Teste de Hipóteses para alunos do ensino superior, criando e implementando um cenário de aprendizagem com tarefas manipulativas e virtuais. Sua pesquisa foi estruturada em três fases: a elaboração do cenário de aprendizagem, incluindo as tarefas; a implementação das tarefas com os participantes e sua análise parcial; as modificações necessárias advindas de uma análise final e a proposta para aplicação futura.

Gonçalves (2017), da Universidade de Minho, em sua tese de doutorado analisa o processo de aprendizagem de testes de hipóteses em uma amostra de alunos do curso de Licenciatura de Engenharia Informática, em dois momentos onde primeiramente identifica os erros na realização de testes de hipóteses e posteriormente implementa uma experiência de ensino com recurso ao *software* R.

A autora cita que mesmo com o uso da metodologia diferenciada, os discentes continuaram com dificuldades em expressar o seu raciocínio através da escrita das conclusões.

Os alunos valorizaram a estratégia de ensino adotada mesmo as dificuldades não sendo supridas.

2.2 Histórico do Ensino de Estatística

Sabemos que a estatística se apresenta como disciplina obrigatória em diversos campos de formação acadêmica, em particular no Curso de Ciência da Computação. E é perceptível a necessidade da abordagem dos conteúdos estatísticos na direção de uma formação ampla do estudante, não apenas no sentido de realização de cálculos, mas na compreensão de dados.

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), professores e pesquisadores, tanto em congressos acadêmicos quanto em reuniões pedagógicas, têm relatado as dificuldades dos alunos em assimilar conteúdos estatísticos, e o resultado disso é que eles, frequentemente, ficam temerosos quando se veem frente a frente com a necessidade de aprender tais conteúdos.

Em muitos casos, antes mesmo de o conteúdo ser-lhes ensinado, eles já possuem uma aversão à disciplina e, "esse sentimento (ansiedade matemática) é motivada por ansiedades e sentimentos de tensão, provenientes da manipulação de números e de problemas matemáticos." (BRADSTREET, 1995, apud CAMPOS, WODEWOTZKI e JACOBINI, 2013, p.10)

Os estudos sobre o ensino de estatística são recentes, segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) em meados da década de 1990 que começaram a se intensificar investigações relacionadas com o ensino e a aprendizagem de Estatística, dando início assim a uma nova área de atuação pedagógica denominada Educação Estatística (EE) que vêm sendo discutida em congressos e encontros voltados à educação matemática.

Nos dias atuais a Educação Estatística aparece como objeto de análise em diversos centros de pesquisa no mundo. Nos Estados Unidos, por exemplo, destacam-se a American Statistics Association (ASA, 2019) fundada em 1839, que conforme seu *website*, possui como visão "um mundo que se baseia em dados e pensamento estatístico para impulsionar a descoberta e informar as decisões" e como missão: promover a prática e a profissão de estatística. A International Association for Statistical Education (IASE, 2018) que procura melhorar a educação estatística em todos os níveis desde a escola elementar até à formação de profissionais, esta associação promove a cooperação internacional e estimula a discussão e a pesquisa em estatística.

No Brasil, temos a Associação Brasileira de Estatística (ABE, 2018), criada em 1984, que tem como objetivo promover o desenvolvimento, a disseminação e a aplicação da Estatística no Brasil. E, possui como missão incentivar, através dos eventos que organiza e promove, um intercâmbio amplo entre professores, pesquisadores, profissionais e estudantes das mais diversas áreas que necessitem da Estatística.

Além da ABE no Brasil há diversos grupos de pesquisa que tratam sobre o assunto, um deles é o GT 12, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM, 2018), criado em 2001. Os pesquisadores deste GT atuam na área de Educação Estatística, e conforme descrito em sua *homepage*, tem como objetivo estudar e compreender como as pessoas ensinam e aprendem Estatística, o que envolve os aspectos cognitivos e afetivos do ensino-aprendizagem, além da epistemologia dos conceitos estatísticos e o desenvolvimento de métodos e materiais de ensino, etc., visando o desenvolvimento do letramento estatístico. Para tal, a Educação Estatística utiliza-se de recursos teórico-metodológicos de outras áreas, como Educação Matemática, Psicologia, Pedagogia, Filosofia e Matemática, além da própria Estatística. Atualmente este GT agrega o maior número de pesquisadores em Educação Estatística no Brasil, e conforme seu *website*, em 2018 contava com 42 participantes.

Um dos eventos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática é o Encontro Nacional dos Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), que conta com o GD 12 - Grupo de Discussão em Ensino de Probabilidade e Estatística sendo que este trabalho foi discutido no evento realizado em novembro de 2018 na cidade de Belo Horizonte em Minas Gerais, trazendo contribuições bastante significativas.

2.3 Importância da Estatística no Curso de Ciência da Computação

No curso de Ciência da Computação do IFSC, os alunos possuem disciplinas no currículo que utilizam conhecimentos de estatística, o que faz com que esta disciplina seja imprescindível. As disciplinas cujos professores relatam que utilizam-se de estatística são: Inteligência artificial; Modelagem e simulação e, Mineração de dados. Dentre essas, as duas primeiras são obrigatórias e a terceira é optativa. Assim, percebe-se a importância da estatística ser trabalhada com o auxílio de tecnologias.

Russell e Norvig (2013) afirmam que a Inteligência Artificial é um grande campo e em seu livro exploram toda a extensão do assunto, que abrange lógica, probabilidade e matemática do contínuo, além de percepção, raciocínio, aprendizado, ação e, ainda, tudo o que se refere a eletrônica. Mais precisamente, no que se refere a aprendizagem de modelos probabilísticos, "em que visualizamos a aprendizagem como uma forma de raciocínio com incerteza a partir de observações", em sua obra, eles trabalham com inferência, planejamento, representação do conhecimento, tomada de decisões, aprendizagem estatística, entre outros itens.

Em relação à disciplina de Mineração de Dados, Ferrero, Maletzke e Zalewski (2014) afirmam que a previsão de dados ou séries temporais permite prever dados desconhecidos a partir de um conjunto de informações conhecidas e para isso, têm sido propostas abordagens lineares e não-lineares para realizar previsões. Em seu trabalho, eles utilizam estatísticas descritivas para medir a qualidade dos modelos preditivos e utilizam teste de aderência à distribuição normal e também teste de hipótese para comparar as técnicas.

No que diz respeito a Modelagem e Simulação, Chwif e Medina (2007), afirmam que a modelagem de dados pode ser resumida em três etapas: Coleta de dados; Tratamento de Dados; e, Inferência. A terceira etapa, a Inferência, aplica os conhecimentos de Teste de Hipóteses que é o tema central do nosso trabalho, para inferir qual o comportamento da população a partir da amostra. Como resultado das três etapas temos um modelo probabilístico que representará o fenômeno aleatório e será incorporado ao modelo de simulação.

Na área da Computação, temos ainda o Exame Nacional para Ingresso na Pós-Graduação em Computação (POSCOMP, 2018) que é um exame aplicado em todas as regiões do País. O POSCOMP testa conhecimentos na área de Computação e tem como objetivo específico avaliar os conhecimentos dos candidatos a Programas de Pós-Graduação em Computação oferecidos no Brasil. No ano de 2018, entre os conteúdos elencados no edital, apareciam Teste de Hipóteses para Médias, Testes do Qui-Quadrado, Testes de Comparação de Médias que foram abrangidos neste trabalho.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Educação Estatística

Conforme Ignácio (2010), com a velocidade da informação, a estatística passou a ser uma ferramenta essencial na produção e disseminação do conhecimento. Nos dias atuais, utiliza-se cada vez mais da estatística na interpretação e solução de problemas,

> [...] o pensamento estatístico rompe com o paradigma do raciocínio racional, lógico e determinista, característico da Matemática, uma vez que o homem, no seu cotidiano, muitas vezes toma decisões em condições de incerteza. Além disso, os problemas estatísticos costumam ser abertos, isto é, pode existir mais de um método de solução correta, ou a solução ou previsão pode não se concretizar [...].(WALICHINSKI, D.; SANTOS JUNIOR, G., 2013, p. 34, apud Cazorla, Kataoka e Silva 2010, p. 21)

Segundo Gal (2002), o letramento estatístico é fundamental para o exercício pleno da cidadania. Nos dias atuais tem se tornado cada vez mais importante a utilização da inferência estatística para a interpretação das informações e aplicação na vida enquanto cidadão.

E é nesse contexto que se busca o aprofundamento do estudo dos testes de hipóteses, conteúdo que é muito importante por ser um procedimento inferencial para a tomada de decisão. Ou seja, este trabalho busca uma estratégia pedagógica que sirva para o desenvolvimento do letramento estatístico, que tem sido um dos objetivos dos pesquisadores na área da Educação Estatística (Samá e Silva, 2015).

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), muitos preocupam-se em debater o que ensinar e como ensinar, com base em metas a serem atingidas pelos alunos e apontam como principais objetivos da Educação Estatística:

- ➢ promover o entendimento e o avanço da Educação Estatística e de seus assuntos correlacionados;
- ➢ fornecer embasamento teórico às pesquisas em ensino da estatística;
- ➢ melhorar a compreensão das dificuldades dos estudantes;
- ➢ estabelecer parâmetros para um ensino mais eficiente dessa disciplina;
- ➢ auxiliar o trabalho do professor na construção de suas aulas;
- ➢ sugerir metodologias de avaliação diferenciadas, centradas em metas estabelecidas e em competências a serem desenvolvidas;

- ➢ valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno, em uma sociedade globalizada, marcada pelo acúmulo de informações e pela necessidade de tomada de decisões em situações de incerteza.

Os estudos em Educação Estatística se desenvolveram a partir dos avanços das pesquisas em Educação Matemática, no entanto, cabe ressaltar que há diferenças importantes entre ambas. Segundo Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) "de um lado observamos algumas peculiaridades comuns no âmbito educacional entre essas duas disciplinas, de outro, muitas considerações devem ser feitas para esclarecer os pontos discordantes e principalmente os aspectos que são relevantes ao estudo da didática da estatística."

Na atualidade, a estatística faz parte de grande parte dos cursos de Graduação e está ativamente presente no dia a dia dos estudantes, porém, quem tem trabalhado essa disciplina muitas vezes têm sido professores de Matemática, o que faz com que essas peculiaridades da disciplina sejam deixadas para trás.

Sobre essa diferença de relevância Batanero (2001) apud Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), observam que é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza, específica da estatística, pois a ela nem sempre se podem transferir os princípios gerais do Ensino da Matemática.

A Estatística é considerada uma "parte" da Matemática, assim, poderíamos imaginar que elas teriam um desenvolvimento pedagógico semelhante. Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), "princípios como os da aleatoriedade e da incerteza se diferenciam dos aspectos mais lógicos ou determinísticos da matemática. (...) a escolha da forma de organização dos dados, a interpretação, a reflexão, a análise e a tomada de decisões, fazem com que a estatística apresente um foco diferenciado ao da Matemática."

Muitas vezes os professores trabalham a disciplina dando enfoque apenas ao cálculo, o que faz com que a reflexão, análise e tomada de decisões sejam deixadas de lado,

> "professores de Estatística principalmente aqueles que atuam em cursos universitários, costumam dar maior ênfase aos aspectos técnicos e operacionais da disciplina, afinal é assim que ela é tratada na maior parte dos livros didáticos. (...), os problemas abordados em sala de aula são na maioria das vezes desvinculados da realidade do aluno e voltados, sobretudo, para a repetição de exercícios e de técnicas apresentadas a priori pelo professor, (...) a tecnologia de informação, quando aparece, ocupa um espaço bastante limitado." (CAMPOS, WODEWOTZKI e JACOBINI, 2013, p.13)

De fato, quando visitamos as universidades é o que geralmente nos deparamos, com um emaranhado de cálculos e exercícios de padrões que se repetem, o que faz com que o aluno decore as resoluções e não saiba interpretar os problemas da vida. Sabemos que dados estatísticos geralmente envolvem muitos valores e cálculos com valores decimais, que poderiam ser tratados com maior facilidade e precisão se utilizada uma metodologia apropriada ou um recurso computacional.

Conforme Projeto Político Pedagógico do Curso de Ciência da Computação do Instituto Federal de Santa Catarina – Campus Lages (IFSC, 2018), a carga horária dedicada a parte teórica desta disciplina engloba 70% da mesma e a parta prática as demais 30%. Considera-se parte prática: realização de seminários, pesquisa de campo, desenvolvimento de atividades com o uso das novas tecnologias (celular, computador, tablets, entre outros meios).

O princípio da Educação Estatística deve focar em questões de ensino em um ambiente no qual haja investigação e reflexão como elementos do processo de construção do conhecimento. A postura que esperamos durante o ensino da disciplina não é aquela que engloba um ensino pronto e acabado, mas sim uma postura que foque no aprendizado através da construção do conhecimento.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), citam que Garfield e Gal (1999) identificam algumas metas principais que buscam levar o aluno a:

- ➢ entender o propósito e a lógica das investigações estatísticas;
- ➢ entender o processo de investigação estatística;
- ➢ dominar as habilidades usadas nos processos de investigação estatística;
- ➢ entender as relações matemáticas presentes nos conceitos estatísticos;
- ➢ entender a probabilidade, a chance, a incerteza, os modelos e a simulação;
- ➢ desenvolver habilidades interpretativas para argumentar, refletir e criticar;
- ➢ desenvolver habilidades para se comunicar estatisticamente, usando corretamente a sua terminologia;

  Afirmam que concordam com as metas e a elas acrescentam:

- ➢ desenvolver habilidades colaborativas e cooperativas para trabalhos em equipe;
- ➢ desenvolver habilidades de transposição dos saberes escolares para sua vida cotidiana, como cidadão e como profissional;
- ➢ desenvolver hábitos de questionamento dos valores, grandezas, dados e informações.”

Acrescentaríamos ainda a ideia de:

- desenvolver uma sequência lógica que possibilite através de programação realizar inferências a partir dos dados estatísticos.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) citam estratégias que poderiam ser adotadas por educadores estatísticos, apresentaremos três delas a seguir, em resumo:

1. “(...) a análise e a interpretação de dados estatísticos são mais importantes do que as técnicas.”

Devemos dar importância à análise e interpretação de dados para que os problemas estatísticos tenham sentido real e os discentes tenham condições de posteriormente aplicá-las às suas vidas e possam realizar interpretações e argumentações sobre dados. As técnicas em si, muitas vezes são tratadas com demasiada importância fazendo com que a estatística se torne um emaranhado de fórmulas, e seja apenas uma aritmética.

2. “O uso de tecnologia deve ser incorporado ao ensino de Estatística, permitindo grandes possibilidades de simulações e mostrando que o cálculo pode ser feito pela máquina, mas a análise de dados, interpretações e tomadas de decisões, não.”

Nos dias atuais as tecnologias estão presentes em todos os lugares, facilitando e acelerando o processamento de dados e a resolução de cálculos, o que auxilia muito as análises estatísticas, acreditamos que o “saber o porquê” através dos cálculos também seja importante, mas que não fique só na aplicação de fórmulas.

Os computadores hoje em dia têm grande capacidade de realização de cálculos, trabalhando com uma precisão muito alta e ainda possibilitando a resolução de cálculos com maior rapidez, fazendo com que os alunos possam se dedicar mais às interpretações e às tomadas de decisão.

3. “Os alunos devem ser incitados a argumentar, interpretar e analisar, mais do que a calcular ou desenhar.”?

A argumentação, interpretação e análise de dados deve ser mais valorizada nessa área, especialmente quando se trata da estatística inferencial, no sentido de compreender a ideia central da estatística, pois a realização de cálculos é foco da disciplina de matemática na área de aritmética e desenhar não seria a ideia central da disciplina.

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), três importantes competências precisam ser atingidas para que seja possível aprender (ou apreender) os conceitos fundamentais que seriam: o letramento estatístico, o raciocínio estatístico e o pensamento estatístico. E segundo Anastasiou e Alves (2009): “O verbo aprender, derivado de apreender por síncope, significa tomar conhecimento, reter na memória mediante estudo, receber a informação de...”, então primeiramente deve-se definir o que se deseja com o processo ensino-aprendizagem, se é apenas receber informação de, ou se é a apropriação do conhecimento por parte do aluno, neste segundo caso, a educação ultrapassa a dimensão do aprender e passa a abranger o conceito de apreender, que implica:

> [...] segurar, apropriar, agarrar, prender, pegar, assimilar mentalmente, entender e compreender. Daí a necessidade atual de se revisar o “assistir aulas”, pois a ação de apreender não é passiva. O agarrar por parte de aluno exige ação constante e consciente: exige se informar, se exercitar, se instruir. O assistir ou dar aulas precisa ser substituído pela ação conjunta do fazer aulas. Nesse fazer aulas é que surgem as necessárias formas de atuação do professor com o aluno sobre o objeto de estudo, e a definição, escolha e efetivação de estratégias diferenciadas que facilitem esse novo fazer. (ANASTASIOU, L. das G. C.. ALVES, L. P., 2009, p. 14).

Também é relevante lembrar que a atenção e a troca de ideias são fundamentais ao estudo, não apenas à disciplina de Matemática, mas a todas. A observação por meio de anotações e questionamentos é muito mais eficaz do que a simples observação de fatos.

3.1.1 Letramento[1] Estatístico

O letramento estatístico pode ser visto como o entendimento e a interpretação de informações estatísticas, o raciocínio estatístico apresenta a habilidade para trabalhar com ferramentas e conceitos aprendidos e o pensamento estatístico leva a uma compreensão global da dimensão do problema, permitindo ao aluno questionar a realidade por meio da Estatística.

Scheaffer (1990), nos Estados Unidos, em seu projeto chamado Quantitative Literacy Project, descreveu os seguintes princípios em relação à estatística:

- ➢ análise de dados é a principal ação pedagógica;
- ➢ estatística não é probabilidade;

---

[1] Alguns autores preferem traduzir como literacia.

- ➢ medidas como a mediana e os quartis devem desempenhar um papel tão importante quanto a média e a variância;
- ➢ há mais de uma maneira de trabalhar um problema em Estatística;
- ➢ devem ser usados dados reais e de interesse dos alunos;
- ➢ a ênfase deve estar em bons exemplos e na valorização da intuição;
- ➢ estudantes devem escrever mais e calcular menos;
- ➢ estatística ensinada nas escolas deve ser importante e útil para os estudantes em seu cotidiano.

Analisar dados e não somente realizar os cálculos, bem como diferenciar estatística e probabilidade são um grande avanço em relação à estatística. A ideia de que estudantes devem escrever mais e calcular menos também é muito importante, no sentido de não somente se ater aos cálculos, seguindo a ideia do uso de tecnologias, os cálculos podem, todos ser realizados computacionalmente.

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013): “O letramento estatístico refere-se ao estudo de argumentos que usam a estatística como referência, ou seja, à habilidade de argumentar usando corretamente a terminologia estatística”. O letramento estatístico como o próprio nome diz inclui também habilidades básicas que podem ser usadas no entendimento de informações estatísticas.

As habilidades que buscamos com o letramento estatístico incluem capacidades de organizar dados, construir e apresentar tabelas e trabalhar com diferentes representações dos dados. Além disso, o letramento estatístico inclui entendimento de conceitos, vocabulário e símbolos e, um entendimento de probabilidade como medida de incerteza, o que é muito importante na inferência estatística.

Infelizmente, muitas vezes os cálculos se tornam um obstáculo para os estudantes, sem necessidade, afinal, hoje em dia estamos rodeados de tecnologias, precisamos estar atentos que o letramento e a interpretação de dados e problemas são muito importantes e os cálculos não deveriam ser um obstáculo para o sucesso na disciplina já que temos vários meios de realizá-los.

Gal (2004) enfatiza que o letramento refere-se, basicamente a dois componentes inter-relacionados: a habilidade das pessoas em interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, os argumentos relacionados com dados de pesquisas e os fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos; e a habilidade das pessoas para discutir ou comunicar suas reações às informações estatísticas, suas interpretações, suas opiniões e seus entendimentos.

Segundo ele, essas habilidades estão correlacionadas entre si, com uma série de conhecimentos estatísticos e com atitudes que devem ser desenvolvidas e valorizadas nos estudantes. Para atingi-las requer-se conhecimentos de estatística e de matemática, além da compreensão do contexto do problema.

Kader e Perry (2006), comentam que todas as manhãs os meios de comunicação nos confrontam com informações estatísticas sobre temas que vão da economia à educação, dos filmes ao esporte, da alimentação à medicina, da opinião pública ao comportamento social; essas informações mostram as decisões em nossas vidas e nos permite cumprir nossas responsabilidades como cidadãos e afirmam que um estudante, por meio do letramento estatístico saberá como interpretar esses dados e fará questionamentos sobre as informações estatísticas ali presentes.

3.1.2 Raciocínio Estatístico

Conforme a definição do dicionário Michaelis (2008), raciocínio é o encadeamento lógico de argumentos; juízo, razão. Acreditamos que essa definição possa ser estendida à definição de raciocínio estatístico, no sentido de encadear logicamente os argumentos estatísticos.

Garfield (2002), aborda a necessidade de os alunos serem capazes de reconhecer a relevância das ferramentas que aprendem na disciplina além dos exemplos específicos discutidos em sala de aula. Além disso, os alunos precisam reconhecer as limitações dos procedimentos que aprenderam e perceber quando precisam pedir consulta externa.

É importante lembrar que quando os alunos iniciam qualquer disciplina que envolve matemática, eles não estão esperando aplicar o seu conhecimento nestas formas, realizando interpretações e tirando conclusões sobre os assuntos. Eles geralmente estão acostumados a calcular uma resposta definitiva, que pode ser classificada como certa ou errada e, para sua realização extraem os dados em sequência no texto das questões.

Segundo Garfield (2002), o questionamento, justificação, escrita em suas próprias palavras, são hábitos que requerem instrução e justificativas específicas na disciplina de estatística. Os professores precisam estar cientes da necessidade de permitir formas alternativas de examinar e interpretar dados.

Garfield e Gal (1999) afirmam que o raciocínio estatístico pode ser definido como a forma que as pessoas raciocinam com informações estatísticas. Isso envolve fazer interpretações baseadas em conjuntos de dados, representações de dados, ou resumos estatísticos de dados. Grande parte do raciocínio estatístico combina ideias sobre dados e contextos, o que leva a fazer inferências e interpretar estatísticas.

Muitas pessoas, conforme Garfield e Gal (1999) pensam em matemática e estatística como se fosse a mesma coisa, e, portanto, facilmente podemos confundir raciocínio estatístico com raciocínio matemático. Os educadores estatísticos atuais veem estes disciplinas e tipos de raciocínio como bastante distintos. Houve uma mudança recente da visão de ensino de estatística como um tópico matemático (com ênfase em fórmulas e procedimentos) e então considera-se matemática e estatística disciplinas separadas, mas muitas vezes ainda são os professores de Matemática que ministram estas disciplinas.

Como Moore (1992) apud Garfiel e Gal (1999) argumenta, a estatística não é um ramo da matemática, e possui modos característicos de pensar que são fundamentais, A estatística tem seus próprios conceitos e modos distintos de raciocínio.

Seguindo esse raciocínio, Gal e Garfield (1997) distinguem essas duas disciplinas das seguintes formas:

• Em estatística, os dados são vistos como números com um contexto. O contexto motiva os procedimentos e é a fonte de significado e base para a interpretação dos resultados dessas atividades.

• A “indeterminância” dos dados distingue investigações estatísticas de natureza mais precisa e finita, caracterizando explorações matemáticas.

• Conceitos matemáticos e procedimentos são usados como parte da tentativa de gerenciar ou "resolver" problemas estatístico. No entanto, a necessidade de uma aplicação precisa de computações ou execução de procedimentos está sendo substituída pelo uso de dispositivos tecnológicos e programas de software cada vez mais sofisticados.

• A natureza fundamental de muitos problemas estatísticos é que não têm uma única solução matemática. Problemas estatísticos reais geralmente começam com uma pergunta e culminam com a apresentação de um parecer apoiado por certas suposições.

Conforme Gal (1999) esperamos que nossos alunos consigam realizar inferências (por exemplo, previsão sobre uma população baseada na coleta de dados coletados em uma pesquisa) e esta muitas vezes não pode ser caracterizada como "certa" ou "errada", e precisa ser avaliada em termos de qualidade de raciocínio, adequação de métodos utilizados e a natureza dos dados e das provas utilizadas.

Gal e Garfield (1997) citam objetivos que caracterizam o raciocínio estatístico. A seguir listaremos esses objetivos e os comentaremos:

Objetivo 1: compreender o propósito e a lógica das investigações estatísticas

O discente precisa compreender a necessidade de descrever as populações através da coleta de dados, e a necessidade das tendências e os principais recursos através de resumos e exibições dos dados.

À medida que os alunos progridem na realização de investigações, eles precisam compreender a necessidade de estudar amostras em vez de populações e de inferir de amostras para populações, a lógica por trás de processos de amostragem relacionados, a noção de erro na medição e inferência, e a necessidade de encontrar maneiras de estimar e controlar erros.

Objetivo 2: compreender o processo de investigações estatísticas

Os alunos precisam entender a natureza e os processos envolvidos na investigação estatística e considerações que afetam a concepção de um plano de recolha de dados. Precisa também reconhecer como, quando e por que as ferramentas estatísticas existentes podem ser usadas para ajudar no processo investigativo. Os alunos devem familiarizar-se com as fases seguintes: formular uma pergunta, planejar um estudo, recolher, organizar e analisar os dados; interpretar e discutir conclusões e implicações nos resultados e, questões para estudos posteriores.

Objetivo 3: habilidades processuais mestre

Os alunos precisam dominar as habilidades utilizadas nos processos de investigações estatísticas: ser capaz para organizar os dados, calcular os índices necessários (por exemplo, mediana, média, intervalo de confiança), ou construir e exibir tabelas úteis, gráficos e plotagens, seja por mão ou assistida por tecnologias.

Objetivo 4: compreender as relações matemáticas

Os discentes precisam desenvolver um entendimento, intuitivo e formal, das principais ideias matemáticas que fundamentam os conceitos estatísticos. Isto inclui entender a conexão entre distribuições de frequências, exibições gráficas e os dados brutos em que se baseiam. Precisam ser capazes de explicar como a média é influenciada por valores extremos em um conjunto de dados e o que aconteceria com a média e a mediana quando os dados valores são alterados.

Objetivo 5: entender a probabilidade

Eles precisam entender, conceitos e palavras relacionadas à incerteza e à probabilidade que aparecem em nossa vida e que a probabilidade é uma medida de incerteza, que modelos são úteis para simular eventos, e que às vezes as nossas intuições estão incorretas e podem nos levar à conclusões erradas sobre probabilidade de eventos.

Objetivo 6: desenvolver habilidades interpretativas e letramento estatístico

Neste processo, os alunos precisam aprender a interpretar os resultados de uma investigação estatística e colocar questões críticas e reflexivas sobre distribuições de frequências ou a dados.

Objetivo 7: desenvolver a capacidade de comunicar estatisticamente

Este objetivo envolve a capacidade de usar terminologia estatística e probabilística corretamente, transmitindo os resultados de forma convincente aos leitores.

Estes sete objetivos relacionam-se com o desenvolvimento das habilidades de raciocínio estatístico dos alunos, para produzir e comunicar descrições fundamentadas, julgamentos, inferências e opiniões sobre os dados.

À luz dos objetivos atuais para os alunos e das diferenças entre matemática e estatística, uma avaliação adequada do raciocínio estatístico dos alunos é especialmente importante. As perguntas de teste tradicionais que envolvem conteúdo estatístico muitas vezes não têm contexto adequado e tendem a se concentrar na precisão de cálculos estatísticos, a aplicação correta de fórmulas, ou correção de tabelas e gráficos.

Gal e Garfield (1997), afirmam que perguntas e formatos de tarefas que culminam em simples "certo ou errado" não refletem adequadamente a natureza do pensamento dos alunos e a resolução de problemas, e, portanto, fornecem apenas informações limitadas sobre os processos de raciocínio estatístico dos discentes e sua capacidade de construir ou interpretar os argumentos estatísticos.

Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013) apresentam um quadro resumindo os níveis de raciocínio estatístico que são estudados por Garfield (2002):

Quadro 1: Resumo dos níveis de raciocínio estatístico

Nível	Designação	Característica
1	Idiossincrático	Usa palavras e símbolos sem entendê-los completamente, misturando informações não relacionadas.
2	Verbal	Verbaliza conceitos corretamente, mas não aplica isso em seu comportamento.
3	Transicional	Identifica uma ou duas dimensões de um processo estatístico, mas não integra completamente essas dimensões.
4	Processivo	Identifica as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não entende o processo por completo.
5	Processual Integrado	Completo entendimento sobre um processo estatístico, coordenando as regras e o comportamento da variável e explicando o processo com suas próprias palavras.

Fonte: Campos, Wodewotzki e Jacobini, 2013

Garfield e Ben-Zvi (2008), estabelecem metas para os alunos em um curso introdutório de estatística, sobre o que significa ser estatisticamente educado. O resultado desejado de todos estes cursos é que os estudantes desenvolvam a alfabetização e a capacidade de pensar estatisticamente.

Segundo eles as seguintes metas representam o que um aluno deve conhecer e entender. Alcançar esse conhecimento exigirá a aprendizagem de algumas técnicas estatísticas, mas as técnicas específicas não são tão importantes quanto o conhecimento que vem de passar pelo processo de aprendizado.

Meta 1. Os alunos devem acreditar e entender por que o estudo dos dados é necessário. A amostragem aleatória permite que os resultados das pesquisas e experimentos sejam estendidos à população da qual a amostra foi retirada e a atribuição aleatória em experimentos comparativos permite a elaboração de conclusões de causa e efeito. Significância estatística não implica necessariamente importância prática, especialmente para estudos com grandes tamanhos de amostra.

Meta 2. Os alunos devem reconhecer fontes comuns de viés em pesquisas e experimentos. Como determinar quando uma inferência de causa e efeito pode ser extraída de uma associação, com base na forma como os dados foram coletados. Que palavras como normal e correlação têm significados específicos em estatística que podem diferir do uso comum.

Meta 3. Os alunos devem compreender as partes do processo através das quais as estatísticas funcionam para responder perguntas como: Como fazer uso adequado da inferência estatística? Como comunicar os resultados de uma análise estatística?

Meta 4. Os alunos devem compreender as ideias básicas de inferência estatística: o conceito de uma distribuição amostral e como fazer inferências estatísticas com base em amostras de dados. O conceito de intervalo de confiança, incluindo a interpretação do nível de confiança e a margem de erro.

Meta 5. Finalmente, os alunos devem saber como interpretar os resultados estatísticos em contexto. Como criticar notícias e artigos de periódicos que incluam informações estatísticas, incluindo a identificação do que está faltando na apresentação e as falhas nos estudos ou métodos usados para gerar as informações.

Para atingir essas metas de aprendizado, são oferecidas as seguintes recomendações:

1. Enfatizar o letramento estatístico e desenvolver o pensamento estatístico.

2. Usar dados reais.

3. Buscar a compreensão, ao invés de mero conhecimento dos procedimentos.

4. Fomentar a aprendizagem ativa na sala de aula.

5. Usar a tecnologia para desenvolver a compreensão conceitual e analisar os dados.

6. Usar avaliações para melhorar e avaliar a aprendizagem do aluno.

3.1.3 Pensamento Estatístico

Conforme Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), com os recentes avanços tecnológicos podemos, nos dias de hoje, focar nossa aula muito mais nos processos estatísticos, em interpretações e em reflexões dos resultados alcançados, do que na valorização de fórmulas e cálculos. Pois, é notável que com a presença de tecnologias em sala de aula, elas trouxeram avanços no quesito realização de cálculos e decorar fórmulas tornou-se algo desnecessário, visto que no mercado de trabalho as tecnologias são empregadas para este fim, então, nada mais justo do que utilizá-las no processo de ensino também.

De acordo com Mallows (1998) apud Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), podemos primeiramente imaginar o pensamento estatístico como sendo a capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, explicitando o que os dados podem dizer do problema em foco. O pensamento estatístico ocorre quando os modelos matemáticos são associados à natureza contextual do problema em questão, ou seja, quando surge a identificação da situação analisada e se faz uma escolha adequada das ferramentas estatísticas necessárias para sua descrição e interpretação.

Ainda, segundo Chance (2002), um pensador estatístico é capaz de ir além do que lhe é ensinado na disciplina de estatística, questionando espontaneamente e investigando os resultados acerca dos dados envolvidos num contexto específico.

Conforme Snee (1990), a pesquisa estatística, a prática e a educação estão entrando em uma nova era, que se concentra no desenvolvimento e uso do pensamento estatístico, pois este pode auxiliar para a obtenção de total qualidade mesmo isto sendo algo complexo.

Pfannkuch e Wild (2004), citam cinco tipos de pensamentos que consideram fundamentais, abaixo estão a descrição de cada um deles:

1. Reconhecimento da necessidade de dados: Muitas das situações não podem ser julgadas sem a obtenção e a análise de um conjunto de dados. Evidências ou experiências podem ser confiáveis ou enganosas para julgamentos e tomadas de decisão. Portanto, os dados coletados corretamente são considerados um requisito primordial para julgamentos confiáveis sobre situações reais.

2. Transnumeração: Ocorre em três instâncias específicas. (1) medidas que "capturam" qualidades ou características da situação real são encontrados; (2) os dados que foram recolhidos são transformados a partir de dados brutos em representações gráficas, resumos

estatísticos, e assim por diante, em uma busca para obter significado dos dados; e (3) o significado dos dados, o acórdão, tem de ser comunicado de forma que possa ser entendido em termos da situação real.

3. Consideração da variação: É um tipo de pensamento que começa a partir da observação da variação em uma situação real, e então influencia as estratégias que adotamos nos estágios de gerenciamento de dados quando, por exemplo, tentamos eliminar ou reduzir fontes conhecidas de variabilidade. Continua ainda na análise e fases de conclusão através da determinação de como agimos na presença de variação, que pode ser ignorar, planejar ou controlar a variação. As estatísticas aplicadas são sobre fazer previsões, buscando explicações, encontrando causas e aprendendo na esfera de contexto.

4. Raciocínio com modelos estatísticos: Os modelos estatísticos predominantes são os desenvolvidos para a análise dos dados, como modelos de regressão ou mesmo ferramentas muito mais simples, tais como os gráficos estatísticos.

5. Integrando a estatística e o contexto: Embora os tipos de pensamento acima mencionados estejam vinculados ao conhecimento contextual, a integração do conhecimento estatístico e do conhecimento contextual é um elemento fundamental do pensamento estatístico.

Segundo Garfield (2002), para determinar se os alunos estão aplicando o pensamento estatístico, os problemas precisam ser projetados para testar os reflexos dos alunos, padrões de pensamento e criatividade em situações novas.

Em resumo, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2013), apresentam um quadro que mostra o que seriam letramento, raciocínio e pensamento estatístico:

Quadro 2: Letramento, Raciocínio, Pensamento

Letramento	Diz respeito a habilidade de comunicação estatística, que envolve ler, escrever, demonstrar e trocar informações, interpretar gráficos e tabelas e entender as informações estatísticas dadas nos jornais e em outras mídias, sendo capaz de se pensar criticamente sobre elas.
Raciocínio	Pode ser categorizado, envolve a conexão ou a combinação de ideias e conceitos estatísticos, significa compreender um processo estatístico e ser capaz de explicá-lo, significa interpretar por completo os resultados de um problema baseado em dados reais.

Pensamento	Capacidade de relacionar dados quantitativos com situações concretas, admitindo a presença da variabilidade e da incerteza, escolher adequadamente as ferramentas estatísticas, enxergar o processo de maneira global, explorar os dados além do que os textos prescrevem e questionar espontaneamente os dados e os resultados.

Fonte: Campos, Wodewotzki e Jacobini, 2013

3.2 O ensino da Inferência Estatística

A estatística faz parte da grade curricular de praticamente todos os cursos de graduação, sendo que em muitos deles seu estudo limita-se à parte descritiva. No entanto, os alunos não se mostram muito motivados pela disciplina, quer seja pela dificuldade agregada ao seu conteúdo, ou pelo pouco uso que se faz dela no decorrer do curso.

Tavares (2017) define que a abordagem inferencial em Estatística se dá pela impossibilidade que geralmente temos de trabalhar com toda a população, por motivos como a dificuldade de acesso a toda população. Este ramo da estatística ajuda a concluir sobre o conjunto maior de dados (população) quando apenas uma parte deste conjunto for estudada (amostra).

A amostra pode ou não ser representativa da população. Para que ela seja, existem técnicas de amostragem que garantem que podemos extrapolar para a população, alvo dos resultados obtidos comuns a amostra.

Cabe destacar também, que existe diferença entre censo e amostragem. Quando realizamos a coleta de informações de todas as unidades da população, estamos realizando um censo e, caso coletemos informações apenas de uma parte da população, realizaremos uma amostragem.

Os métodos de inferência estatística permitem estimar as características de uma população e testar se determinadas hipóteses sobre estas características são aceitáveis. Esses métodos envolvem cálculos de estatísticas a partir das quais inferimos parâmetros à população e assim, com certo grau de confiança, podemos generalizar certas conclusões. Também podemos realizar um teste de hipóteses para determinar se uma hipótese seria rejeitada ou não. Enfim, a Inferência Estatística consiste em tomarmos decisões a partir de uma amostra e considerarmos elas válidas para toda população sem necessidade da realização do censo.

Batanero (2006), afirma que a estatística a nível universitário costumava enfatizar o ensino de fórmulas para o cálculo das estatísticas sem muita preocupação com o contexto de dados ou atividades interpretativas. Em outros casos, a disciplina era ministrada para os alunos sem qualquer experiência prévia de álgebra avançada ou cálculo. Como consequência, muitos estudantes terminavam a disciplina e eram capazes de manipular definições e algoritmos com aparente competência, mas faltava compreensão das conexões entre os importantes conceitos da disciplina e capacidade de decidir quais procedimentos deveriam ser aplicados quando se enfrenta um problema real.

E é nesse sentido que se percebe a necessidade de trabalhar na busca do letramento estatístico e não apenas com a ideia de manipulações numéricas, afinal o objetivo da disciplina não é apenas que os alunos saiam capazes de realizar manipulações, mas saibam tomar decisões frente a problemas e façam inferências sobre os mesmos.

3.3 Conceitos de Estatística

Conforme Jeri Mulrow, vice-presidente da ASA, as informações estatísticas estão ao nosso redor em nossas vidas diárias, e é importante que sejamos capazes de pensar criticamente sobre todos os dados e informações que nos cercam.

Montgomery e Runger (2014), definem a Estatística como a ciência que nos ajuda a tomar decisões na presença de variabilidade. Ou seja, não basta calcular as medidas de tendência central e de dispersão, precisamos tomar decisões a respeito dessa dispersão e variabilidade. Os autores ainda afirmam que, em termos simples, a Estatística é a ciência dos dados, os métodos estatísticos são usados para nos ajudar a entender a variabilidade, que por sua vez representaria que após sucessivas observações de um sistema ou um fenômeno, não produzem exatamente o mesmo resultado. Segundo eles, todos encontramos variabilidade em nosso dia a dia, e o pensamento estatístico pode fornecer uma maneira útil para incorporar essa variabilidade em nossos processos de tomada de decisão.

A Estatística divide-se em dois ramos: estatística descritiva e inferência estatística. A estatística descritiva, conforme Montgomery e Runger (2014), lida com dados, organiza e resume dados de maneira que facilitem sua interpretação e análise subsequente. Ou seja, o objetivo da estatística descritiva é descrever os conjuntos de dados. Já a inferência estatística, conforme Morettin (2010) é um ramo da estatística que se preocupa em fazer afirmações a partir de um conjunto de valores representativos (amostra) sobre um universo (população).

Neste caso, assume-se que a população é muito maior do que o conjunto de dados observados, a amostra.

A seguir estão apresentados alguns conceitos importantes da área, segundo Morettin (2010):

- ✓ População: É o conjunto formado por indivíduos que possuem pelo menos uma variável comum e observável. Definiremos como tamanho de uma população finita o número de elementos que a compõem. Usaremos N para designar esse número.
- ✓ Amostra: Fixada uma população, qualquer subconjunto formado exclusivamente pelos elementos de determinada população. Usaremos n para indicar o número de elementos da amostra, o seu tamanho.
- ✓ Amostragem: É o processo de seleção de uma amostra, que possibilita o estudo das características da população.
- ✓ Erro Amostral: É o erro que ocorre pelo uso da amostra.
- ✓ Parâmetro: É uma medida que resume a informação de uma variável na população. Genericamente representaremos por θ. A média (μ) e a variância (σ^2) são exemplos de parâmetros.
- ✓ Estatística: É uma medida que resume a informação de uma variável na amostra. A média amostral ($\bar{x}$) e a variância amostral (s^2) são exemplos de estatísticas.
- ✓ Estimador: Quando a estatística tem a função inferencial, ou seja, serve para se conhecer um parâmetro, tem-se um estimador. Genericamente representamos por $\hat{\theta}$. A média amostral ($\bar{x}$) e a variância amostral (s^2) são exemplos de estimadores.
- ✓ Estimativa: É o valor numérico determinado pelo estimador.

Para Morettin (2010), é impraticável observar toda uma população, por isso examinamos amostra. Se a amostra for representativa, os resultados obtidos poderão ser generalizados para toda a população. Para ele, o pesquisador poderá levantar hipóteses das possibilidades das generalizações dos resultados dos experimentos semelhantes. Deverá testar essas hipóteses, que poderão ser rejeitadas ou não.

Segundo o autor, um experimento pode ter por finalidade a determinação da estimativa de um parâmetro. Toda conclusão tirada por uma amostragem, quando generalizada para a população, virá acompanhada de um grau de incerteza ou risco. A inferência estatística preocupa-se, portanto, em medir o grau de incerteza e risco das generalizações.

Para Montgomery e Runger (2014), um procedimento levando a uma decisão acerca de uma hipótese particular é chamado de teste de uma hipótese. Procedimentos de teste de hipóteses se apoiam no uso de informações de uma amostra aleatória proveniente da população de interesse. Se essa informação for consistente com a hipótese, não rejeitaremos a hipótese; no entanto, se essa informação for inconsistente com a hipótese, concluiremos que a hipótese é falsa.

No entanto, a verdade ou falsidade de uma hipótese pode não ser conhecida com certeza, a menos que possamos examinar a população inteira. O que muitas vezes é impossível em muitas situações. Ou seja, conforme Montgomery e Runger (2014), testar a hipótese envolve considerar uma amostra aleatória, computar uma estatística de teste a partir de dados amostrais e então usar a estatística de teste para tomar uma decisão a respeito da hipótese nula.

A seguir vemos algumas definições importantes a respeito de Amostragem e Teste de Hipóteses, conforme Montgomery e Runger (2014):

- ✓ Amostra Aleatória: As variáveis aleatórias $X_1, X_2, \ldots, X_n$ são uma amostra aleatória de tamanho n, se:

  a) Os X_i's forem variáveis aleatórias independentes, e

  b) Cada X_i tiver a mesma distribuição de probabilidades.

A suposição de se estar trabalhando com uma amostra aleatória é extremamente importante e sua principal finalidade é obter informação sobre os parâmetros desconhecidos da população.

- ✓ Distribuição amostral: A distribuição de probabilidades de uma estatística é chamada de distribuição amostral.

A distribuição amostral de uma estatística (qualquer função das observações em uma amostra aleatória) depende da distribuição da população, do tamanho da amostra e da seleção da amostra. Por exemplo, a distribuição de probabilidades de $\bar{x}$ é chamada de distribuição amostral da média.

Se tivermos amostrando uma população que tenha uma distribuição desconhecida de probabilidades, a distribuição amostral da média da amostra será aproximadamente normal, com média μ e variância σ^2/n, se o tamanho n da amostra for grande. Esse é um dos mais importantes teoremas em estatística e seu enunciado é dado a seguir:

- ✓ Teorema Central do Limite: Se $X_1, X_2, \ldots, X_n$ for uma amostra aleatória de tamanho n, retirada de uma população (finita ou infinita), com média μ e variância σ^2, e se $\bar{x}$ for a média da amostra, então a forma de limite da distribuição de

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \tag{1}$$

quando $n \to \infty$, é a distribuição normal padrão.

A aproximação normal para $\bar{x}$ depende do tamanho n da amostra. Em muitos casos de interesse prático $n \geq 30$, a aproximação normal será satisfatória. Se $n < 30$, o teorema se aplicará, se a distribuição da população não for muito diferente da amostral.

Neste trabalho utilizaremos as seguintes distribuições de probabilidade:

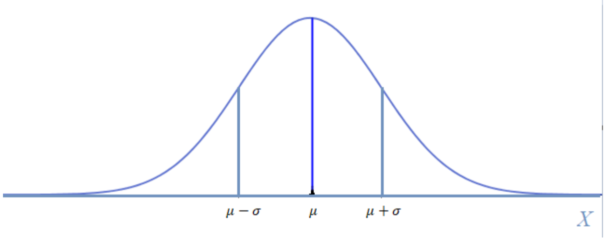
1. Distribuição Normal[2] – $X: N(\mu, \sigma^2)$: Conforme Morettin (2010):

Uma variável aleatória contínua X tem distribuição normal se a sua função densidade de probabilidade (FDP) é dada por:

$$f(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2}, \text{para } -\infty < X < +\infty. \tag{2}$$

O gráfico de $f(X)$ é:

Figura 1: Curva da Distribuição Normal



Fonte: Morettin, 2010

[2] O quadro com os valores da distribuição normal padrão pode ser consultada em Morettin (2010), páginas 337 e 338.

As principais características dessa função são:

a) O ponto máximo de $f(X)$ ocorre em $X = \mu$.

b) Os pontos de inflexão da função ocorrem em: $X = \mu - \sigma\ e\ \ X = \mu + \sigma$.

c) A curva é simétrica em relação a μ.

d) $E(X) = \mu\ \ e\ VAR(X) = \sigma^2$.

Demonstra-se que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^2} dX = 1 \tag{3}$$

Usaremos a seguinte notação:

$$X: N(\mu, \sigma^2)$$

(X tem distribuição normal com média μ e variância σ^2.)

Seja $X: N(\mu, \sigma^2)$, definimos:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \tag{4}$$

Pelo Teorema Central do Limite descrito anteriormente[3], Z tem distribuição normal. Z é chamada de variável normal reduzida, normal padronizada ou variável normalizada.

Por sua vez, a distribuição normal padrão, possui a seguinte notação:

$$X: N(0,1)$$

Ou seja, Z tem distribuição normal com média zero e variância 1.

2. Distribuição t de Student[4]. Conforme Morettin (2010):

A variável $Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}$, onde $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ tem distribuição normal. Quando não conhecemos a variância populacional σ^2, devemos usar o s^2, estimador de σ^2.

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{5}$$

[3] Descrito na página 40.
[4] O quadro com os valores da distribuição t de Student padrão pode ser consultada em Morettin (2010), página 347.

e,

$$s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{s^2}{n}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \tag{6}$$

A variável conhecida como $t_\phi = \frac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}}$ ou $t_\phi = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$ é denominada variável com distribuição ‘t de Student’ com ϕ graus de liberdade.

Quando n é grande, s^2 se aproxima bastante de σ^2, o que faz com que a variável t se aproxime da variável Z.

Quando n é pequeno, isso não ocorre. $\frac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}}$ não é normal, pois $s_{\bar{x}}$ é uma variável aleatória, o que não ocorre com $\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma_{\bar{x}}}$, em que o denominador é constante.

- ✓ Graus de Liberdade: Genericamente, podemos dizer que o número de graus de liberdade é igual ao número de informações independentes da amostra (n) menos o número (K) de parâmetros da população a serem estimados além do parâmetro inerente ao estudo. O número de informações independentes de uma amostra nos dá o número de graus de liberdade ϕ das distribuições de probabilidade. As distribuições t de Student e Qui-Quadrado (a seguir) utilizam-se do número de graus de liberdade.

3. Distribuição Qui-Quadrado[5]: Utilizaremos a definição desta distribuição com base em Morettin (2010):

Consideremos as variáveis aleatórias normais $Z_i\colon N(0,1), i = 1,2,\dots,n$ independentes.

A função definida por:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} Z_i^2 \tag{7}$$

$R^n \to R_+$ é chamada distribuição χ^2 (qui-quadrado) com $\phi = n$ graus de liberdade.

Sejam $X_i\colon N(\mu\,,\sigma), i = 1, 2, \dots, n$.

$$Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}\colon N(0,1) \tag{8}$$

[5] O quadro com os valores da distribuição qui-quadrado padrão pode ser consultada em Morettin (2010), página 348.

$$\chi^2_{\phi=n} = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right)^2 \qquad (9)$$

Ou ainda,

$$\chi^2_{\phi=n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \qquad (10)$$

Cujo domínio é dado por $0 < \chi^2 < +\infty$.

Conforme Montgomery e Runger (2014):

- ✓ Hipótese Estatística: Uma hipótese estatística é uma afirmação sobre os parâmetros de uma ou mais populações.
  - Hipótese Nula (H_0): É a hipótese inicial, que é a hipótese que desejamos testar.
  - Hipótese Alternativa (H_1): Definimos uma hipótese alternativa, que deve ser apropriada, podendo ser considerada hipótese alternativa bilateral ou unilateral.
- ✓ Erros:
  - Erro do tipo I: A rejeição de H_0 quando ela for verdadeira é definida como erro tipo I.
  - Erro do tipo II: A falha em rejeitar H_0, quando ela é falsa, é definida como erro tipo II.
- ✓ Nível de significância α (alpha): Nos dá a medida da incerteza da inferência.
- ✓ Poder (P): O poder de um teste estatístico é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula H_0, quando a hipótese alternativa for verdadeira.
- ✓ Valor P: O valor P é o menor nível de significância que conduz à rejeição da hipótese nula H_0, com os dados fornecidos.
- ✓ Teste de Hipóteses Unilateral e Bilateral: Precisamos definir se o teste em questão é unilateral ou bilateral. Para a representação das curvas de distribuição normal utilizou-se o *software GeoGebra* e por este motivo a região de não rejeição que está destacada, GEOGEBRA(2018).
  - Teste bilateral: É o tipo de teste no qual estamos considerando nossa hipótese alternativa bilateral. Nesse caso, precisamos admitir que nossa região crítica,

ou região de rejeição encontra-se em ambos os lados da curva proposta pela distribuição que será utilizada. Na figura 2 podemos verificar uma distribuição em que possuímos um teste bilateral.

Figura 2: Representação gráfica da ideia de um teste bilateral

Fonte: Figura produzida com auxílio do GeoGebra pela autora, 2019.

- Teste unilateral à esquerda: Nesse tipo de teste estamos considerando nossa hipótese alternativa unilateral à esquerda. Precisamos admitir que nossa região crítica, ou região de rejeição encontra-se apenas no lado esquerdo da curva proposta pela distribuição que será utilizada. Na figura 3 podemos verificar uma distribuição em que possuímos um teste unilateral à esquerda.

Figura 3: Representação gráfica da ideia de um teste unilateral à esquerda

Fonte: Figura produzida com auxílio do GeoGebra pela autora, 2019.

- Teste unilateral à direita: O que diferencia esse tipo de teste do teste unilateral à esquerda é que estamos considerando nossa hipótese alternativa unilateral à direita. Nossa região crítica, ou região de rejeição encontra-se apenas no lado direito da curva proposta pela distribuição que será utilizada. Na figura 4 podemos verificar uma distribuição em que possuímos um teste unilateral à direita.

Figura 4: Representação gráfica da ideia de um teste unilateral à esquerda

Fonte: Figura produzida com auxílio do GeoGebra pela autora, 2019.

Não há um padrão para a realização dos testes, mas Montgomery e Runger (2014), descrevem um procedimento geral para a realização de testes de hipóteses:

1. Parâmetro de interesse: A partir do contexto do problema, identifique o parâmetro de interesse.

2. Hipótese Nula, H_0: Estabelece a hipótese nula H_0.

3. Hipótese alternativa, H_1: Especifique uma hipótese alternativa apropriada, H_1.

4. Estatística de teste: Determine uma estatística de teste.

5. Rejeita H_0 se: Estabeleça os critérios de rejeição para a hipótese nula.

6. Cálculos: Calcule quaisquer grandezas amostrais necessárias, substitua-as na equação para a estatística de teste e calcule esse valor.

7. Conclusões: Decida se H_0 deve ou não ser rejeitada e reporte isso ao contexto do problema.

Montgomery e Runger (2014), afirmam ainda que na prática, tal procedimento formal não é sempre necessário e que somente três etapas são realmente requeridas, sendo elas:

1. Especificar a estatística do teste a ser usada.

2. Especificar a localização da região crítica (bilateral, unilateral à direita ou unilateral à esquerda).

3. Especificar os critérios de rejeição (tipicamente, o valor de α ou o valor de P no qual a rejeição deveria ocorrer).

Porém, apresentaremos e usaremos o processo das sete etapas, para reforçar o essencial da abordagem correta, pois esta é uma estrutura útil para quando estamos aprendendo Teste de Hipóteses.

Nesse trabalho abordaremos os seguintes tipos de Testes de Hipóteses:

- ✓ Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas;
- ✓ Teste de Hipóteses para proporções de populações normais;
- ✓ Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;
- ✓ Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados);
- ✓ Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas; e,
- ✓ Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas.

3.3.1. Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas;

Para realizarmos este tipo de teste, precisamos primeiramente estabelecer nossa hipótese inicial (ou hipótese nula) e verificar nossa estatística do teste, que neste caso será o valor do Z_{calc} por tratar-se de uma população normal.

Conforme Montgomery e Runger (2014), é geralmente mais conveniente padronizar a média amostral e usar uma estatística de teste baseada na distribuição normal padrão. Ou seja, o procedimento de teste para $H_0: \mu = \mu_0$ usa a estatística de teste:

$$Z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \tag{11}$$

Se a hipótese nula for verdadeira, então $E(\bar{x}) = \mu_0$, e a distribuição de Z_{calc} é a distribuição normal padrão – $N(0,1)$.

Por fim, a rejeição ou não da hipótese inicial parte da visualização da curva de Gauss, levando em consideração se o teste é unilateral ou bilateral. Abaixo apresentamos o Quadro 1 que define as possíveis hipóteses alternativas e os critérios de Rejeição para Testes com Níveis Fixos.

Quadro 3: Critérios de rejeição do TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas

Hipótese alternativa	Critério de rejeição para testes com níveis fixos
$H_1: \mu \neq \mu_0$	$Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $Z_{calc} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$H_1: \mu > \mu_0$	$Z_{calc} > Z_{\alpha}$
$H_1: \mu < \mu_0$	$Z_{calc} < -Z_{\alpha}$

Fonte: Montgomery e Runger, 2014

O valor de z_{α} citado na tabela depende do nível de significância estabelecido no problema e está ligado aos valores das tabelas de distribuição normal.

3.3.2 Teste de Hipóteses para proporções de populações normais

Para realizar este tipo de teste, precisamos primeiramente estabelecer nossa hipótese inicial (ou hipótese nula) e verificar nossa estatística do teste, que neste caso será o valor do Z_{calc} por se tratar de uma distribuição normal.

A hipótese nula é representada por $H_0: p = p_0$, onde p_0 é o valor da proporção que desejamos testar. E a estatística do teste pode ser calculada por:

$$Z_{calc} = \frac{\hat{p}_0 - p_0}{\sqrt{\frac{\hat{p}_{H_0} \cdot \hat{q}_{H_0}}{n}}} \quad (12)$$

A ideia sobre a rejeição ou não da hipótese inicial é a mesma apresentada no item 3.3.1 (parte da visualização da curva de Gauss, levando em consideração se o teste é unilateral ou bilateral.). Abaixo, o Quadro 2 que define as possíveis hipóteses alternativas e os critérios de rejeição para testes com níveis fixos.

Quadro 4: Critérios de rejeição do TH para proporções

Hipótese alternativa	Critério de rejeição para testes com níveis fixos
$H_1: p \neq p_0$	$Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $Z_{calc} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$H_1: p > p_0$	$Z_{calc} > Z_{\alpha}$
$H_1: p < p_0$	$Z_{calc} < -Z_{\alpha}$

Fonte: Montgomery e Runger, 2014

O valor de z_{α} segue a mesma ideia do que foi descrito no item 3.3.1.

3.3.3 Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas

Para realizar esse tipo de teste, precisamos primeiramente retirar uma amostra de n elementos da população e estabelecer nossa hipótese inicial (ou hipótese nula) e verificar nossa estatística do teste, conforme o número de elementos definimos a distribuição que vamos utilizar, que conforme Morettin (2010) pode ser decidido da seguinte maneira:

1. Se n > 30, usa-se a distribuição Normal com s^2 pois o valor da variância amostral aproxima-se da variância populacional.

2. Se $n \leq 30$ usa-se a distribuição t de Student, com $\phi = n - 1$ graus de liberdade.

Após definirmos qual distribuição usaremos, seguimos a mesma ideia dos testes realizados anteriormente.

Logo, se utilizarmos a distribuição Normal, trabalharemos da mesma forma que no caso de termos a variância conhecida. Já no caso de utilizarmos t de Student, precisamos primeiramente definir nossa hipótese inicial (ou hipótese nula) e verificar nossa estatística do teste, que neste caso será o valor do t_{calc} por se tratar de uma distribuição de t de Student.

A hipótese nula é representada por $H_0: \mu = \mu_0$, onde μ_0 é o valor da média que desejamos testar. E a estatística do teste pode ser calculada por:

$$t_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} \tag{13}$$

A ideia sobre a rejeição ou não da hipótese inicial parte da visualização da curva de t de Student, levando em consideração se o teste é unilateral ou bilateral. O Quadro 3, abaixo, define as possíveis hipóteses alternativas e os critérios de rejeição para testes com níveis fixos. O valor de $t_{\phi,\alpha}$ citado na tabela depende do nível de significância estabelecido no problema e está ligado aos valores das tabelas de distribuição t de Student.

Quadro 5: Critérios de rejeição do TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas

Hipótese alternativa	Critério de rejeição para testes com níveis fixos
$H_1: \mu \neq \mu_0$	$t_{calc} > t_{\phi,\frac{\alpha}{2}}$ ou $t_{calc} < -t_{\phi,\frac{\alpha}{2}}$
$H_1: \mu > \mu_0$	$t_{calc} > t_{\phi,\alpha}$
$H_1: \mu < \mu_0$	$t_{calc} < -t_{\phi,\alpha}$

Fonte: Montgomery e Runger, 2014

3.3.4 Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados)

Analisaremos o caso de comparação entre médias para dados emparelhados (populações correlacionadas), cujo teste será feito quando os resultados das duas amostras são relacionados dois a dois, de acordo com algum critério que fornece uma influência entre os valores de cada par.

Para cada par definido, o valor da primeira amostra está claramente associado ao respectivo valor da segunda amostra. Como estamos trabalhando com amostras cujas variâncias das diferenças entre as médias são desconhecidas, utilizaremos a distribuição t de Student.

Nesse caso, nossa hipótese nula é representada por $H_0: \mu = \mu_d$, onde $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$ é o valor da média que desejamos testar, que será calculada a partir da diferença entre as médias. E a estatística do teste pode ser calculada a partir da ideia de t_{calc} (equação 13).

As possíveis hipóteses alternativas e critérios de rejeição ou não da hipótese inicial seguem a mesma ideia apresentada anteriormente, no quadro 3 porém, precisamos levar em consideração que $\mu_d = \mu_0$.

3.3.5 Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas

Conforme Morettin (2010), para realizar este tipo de teste precisamos primeiramente estabelecer nossa hipótese inicial (ou hipótese nula) $H_0: \sigma^2 = {\sigma_0}^2$ e verificar nossa estatística do teste, que neste caso será o valor do ${\chi^2}_{calc}$, que pode ser calculado através de uma das fórmulas:

$$ {\chi^2}_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \mu)^2}{(\sigma^2)_{H_0}} \tag{14} $$

Ou,

$$ {\chi^2}_{calc} = \frac{ns^2}{(\sigma^2)_{H_0}} \tag{15} $$

No quadro 5 apresentamos as possíveis hipóteses alternativas e critérios de rejeição ou não da hipótese inicial neste tipo de teste.

Quadro 6: Critérios de rejeição do TH para variância de populações normais

Hipótese alternativa	Critério de rejeição para testes com níveis fixos
$H_1: \sigma^2 \neq {\sigma^2}_0$	${\chi^2}_{calc} > {\chi^2}_{\frac{\alpha}{2},\phi}$ ou ${\chi^2}_{calc} < {\chi^2}_{1-\frac{\alpha}{2},\phi}$
$H_1: \sigma^2 > {\sigma^2}_0$	${\chi^2}_{calc} > {\chi^2}_{\alpha,\phi}$
$H_1: \sigma^2 < {\sigma^2}_0$	${\chi^2}_{calc} < {\chi^2}_{1-\alpha,\phi}$

Fonte: Montgomery e Runger, 2014 – adaptado

3.3.6 Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas

A diferença entre este teste e o realizado no item anterior é basicamente que neste as médias são desconhecidas. ${\chi^2}_{calc}$, que pode ser calculado através de uma das fórmulas:

$$ {\chi^2}_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{x})^2}{(\sigma^2)_{H_0}} \tag{16} $$

Ou,

$$ {\chi^2}_{calc} = \frac{(n-1)s^2}{(\sigma^2)_{H_0}} \tag{17} $$

As possíveis hipóteses alternativas e critérios de rejeição ou não da hipótese inicial, para este caso é o mesmo apresentado no quadro 4.

3.4 O uso de tecnologias no ensino

Borba, Silva e Gadanidis (2018), trabalham com as fases das tecnologias educacionais na educação matemática, a seguir relatamos uma breve descrição das mesmas:

Primeira Fase: Nos anos 1980 o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutido em Educação Matemática. Durante essa fase, expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais começam a ser utilizadas pelas pessoas para se referirem ao computador ou software, por exemplo. Essa fase é caracterizada fundamentalmente pelo uso do LOGO, que fazia uma forte ligação entre linguagem de programação e pensamento matemático.

No início da tentativa de formar professores para fazer uso de computadores, parece ter havido menos ênfase sobre o que ensinar e muito mais sobre como se poderia/deveria ensinar.

Segunda fase: Esta fase tem início na primeira metade dos anos 1990, a partir da acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais. Muitos nunca utilizaram o computador durante essa fase, por razões como desconhecimento. Outros utilizaram, mas não visualizaram o rumo que a sociedade seguiria ou foram completamente contra seu uso educacional.

Nessa fase diversos *softwares* educacionais foram produzidos por empresas, governos e pesquisadores. Professores passaram a encontrar, em cursos de formação continuada, suporte e alternativas para que a TI fosse utilizada em sala de aula. Contudo, foi necessário que os professores saíssem da zona de conforto.

Terceira fase: Teve início por volta de 1999 com o advento da internet. Nessa fase, devido à natureza informacional e comunicacional da internet, além do termo "TI", surgem e se consolidam expressões como "tecnologias da informação" e "tecnologias da informação e comunicação" (TIC).

Quarta fase: Atualmente vivenciamos a quarta fase com relação ao uso de tecnologias. Essa fase teve início em meados de 2004, com o advento da internet rápida. Desde então a qualidade de conexão, a quantidade e o tipo de recursos com acesso à internet têm sido aprimorados, transformando a comunicação online. Nessa fase, tornou-se comum o uso do termo "tecnologias digitais" (TD).

Após mencionar as quatro fases, Borba, Silva e Gadanidis (2018), afirmam que o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior. Há certa "sobreposição" entre as fases. De forma resumida os autores citam as principais ideias relacionadas à noção de "seres-humanos-com-mídias", que envolvem aspectos como:

- O surgimento de uma nova tecnologia permite que novos tipos de problemas matemáticos sejam explorados;

Nesse item podemos explorar a ideia de que nas resoluções de problemas estatísticos, precisamos também de conceitos matemáticos, e as tecnologias nos permitem explorar novos problemas, testando novas resoluções.

- Um problema baseado no uso do lápis e papel, por exemplo, pode vir a "perder o sentido", tornar-se trivial ou obsoleto, ao ser resolvido com um software;

Aqui podemos nos referir a cálculos de medidas de tendência central ou medidas de dispersão, visto que manualmente eles dão certo trabalho e computacionalmente tornam-se triviais.

- Devemos evitar a domesticação de uma nova tecnologia. Ou seja, não devemos deixar que ela seja utilizada da mesma forma e ancorada nas mesmas práticas que eram condicionadas por outras mídias.

Na resolução de cálculos manualmente ou através de calculadoras, tínhamos problemas bem limitados pois o uso excessivo de dados poderia fazer com que errássemos os cálculos, neste caso, já que utilizaremos tecnologias, porque não inovar nos valores.

- Ao propor, atuar ou investigar um cenário pedagógico, enfocamos o pensar com tecnologias.

Ao realizar a análise de atividades com o uso de tecnologias, precisamos pensar com tecnologias, visto que elas interferem no raciocínio das pessoas. O foco do ensino passa a ser outro. No caso da estatística, ao invés dele estar na realização de cálculos, fica na interpretação e resolução dos problemas.

Além da facilidade proporcionada, a utilização das tecnologias atua como um recurso capaz de atrair a atenção dos alunos das mais diversas áreas. Quando, especificamente, se pensa no curso de Ciência da Computação, associa-se que os alunos estão familiarizados com o uso das tecnologias, pois estão diretamente ligadas às suas formações, assim, seu uso motiva-os e propicia um ambiente de aprendizagem onde eles possam fazer inferências e testar suas conclusões.

De acordo com Borba (1999) apud Borba, Silva e Gadanidis (2018), os ambientes de aprendizagem gerados por aplicativos informáticos podem potencializar o processo de ensino e aprendizagem através da experimentação. Na área da estatística, em particular, o *software* auxilia na organização de dados e realização de cálculos de uma forma rápida, além de possibilitar aos alunos a interação com as informações obtidas.

3.4.1 O software Scilab

Na procura de um software que facilitasse os cálculos estatísticos, escolheu-se o *Scilab* (SCILAB, 2018) por ele ser gratuito e já ter sido utilizado na disciplina de Cálculo Numérico pelos alunos. Além disso, o *software* apresenta como funcionalidades o cálculo numérico, a visualização gráfica e uma linguagem de programação. Nele, realizamos uma infinidade de cálculos utilizando uma variedade de dados pois contém uma rica gama de algoritmos, que podem ser realizados com uma programação curta.

Segundo Silva (2013), a utilização do *software Scilab* possibilita que o usuário desenvolva rotinas para uso próprio ou programe utilizando a linguagem *GNU Octave*, que é semelhante à linguagem C, estudada no curso. Além disso, o *software* apresenta uma gama de bibliotecas, como: *Programming; Graphics Library*; *Statistic Basics*, dentre outras, o que permite ao usuário analisar e resolver variados problemas.

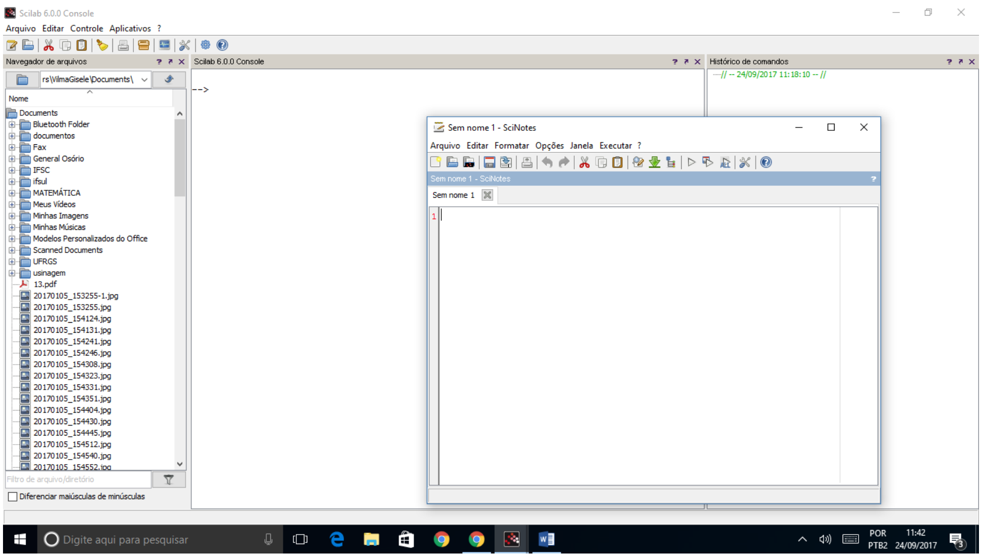
No *Scilab* tem-se uma janela principal, em que os comandos são inseridos e executados seja de forma direta via *prompt* de comando ou de forma indireta com o uso de arquivos do *Scinotes*. Na Figura 5 podemos visualizar o console do *Scilab* 6.0 e o *Scinotes*, que funciona como um bloco de notas que pode ser facilmente executado.

No Instituto Federal, dá-se preferência à instalação de *softwares* gratuitos, o que interferiu diretamente na escolha, e dentre os gratuitos, a preferência pelo *Scilab* deu-se pela possibilidade de outros tipos de análises numéricas e de programação.

De acordo com o seu próprio *website*, o *software Scilab* é uma linguagem e ambiente com várias funcionalidades, sendo elas: Matemática e Simulação, Visualização 2D e 3D, Otimização, Estatística, entre outras (https://www.scilab.org/en/scilab/about). E, dentro da estatística, pode-se trabalhar com a Estatística Descritiva, Distribuições de Probabilidade e Modelagem Linear e Não-Linear.

Portanto, o *Scila*b possui uma linguagem de programação, que apresenta um ambiente de desenvolvimento bem característico. E, o fato de se necessitar inicialmente de conhecimentos de programação não é um fator que cause preocupação, pois os alunos sabem programar e também há apostilas disponíveis na internet que disponibilizam os códigos para resolução de problemas. Cabe destacar que seu menu é em Português, o que facilita seu uso.

Figura 5: Console do *Scilab* e *SciNotes*



Fonte: A autora, 2019.

4 TRABALHO REALIZADO

4.1 Metodologia da pesquisa e da ação docente

Com o intuito de avaliar o objetivo desta pesquisa utilizamos a metodologia de pesquisa denominada pesquisa qualitativa que conforme D'Ambrosio (2006) têm como foco entender e interpretar dados e discursos, envolvendo grupos de participantes.

A atividade pedagógica proposta nesta pesquisa foi realizada na disciplina de Estatística e Probabilidade da quinta fase do Curso de Ciência da Computação, no Instituto Federal Santa Catarina – Campus Lages, no primeiro semestre de 2018, de acordo com o plano de ensino da disciplina. A pesquisa envolveu os 25 alunos matriculados na disciplina.

Foram observados os procedimentos para realização de pesquisa com dados institucionais do IFSC (Apêndice B), para isso o trabalho precisou ser pré-aprovado pelo chefe do departamento de pesquisa, ensino e extensão do Campus Lages (Apêndice C), passar pela avaliação da Compesq/IME da UFRGS, pelo Comitê de Ética da UFRGS (CAAE 84915518.0.0000.5347) e por fim houve a aprovação do Instituto Federal de Santa Catarina (Apêndice D), no momento em que a atividade foi apresentada aos alunos, foi garantida a liberdade de participação ou não nela.

No início da pesquisa foi entregue a eles um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE (Apêndice E), o qual esclarecia que a participação dos alunos era voluntária e que poderiam desistir a qualquer momento da pesquisa, e também garantindo que não seria atribuída nota para quaisquer atividades realizadas durante a pesquisa.

Este projeto foi norteado pela Resolução CNS nº 510/16 e seguiu as premissas éticas indicadas na resolução citada. Destaca-se ainda que desta pesquisa não participaram menores de idade, nem adultos vulneráveis, por este motivo não houve necessidade da utilização do Termo de Assentimento Livre e Esclarecido - TALE.

Para a realização da pesquisa, foram utilizados cinco encontros com duas horas de duração cada. Durante esses encontros, primeiramente introduziu-se conceitos relativos à Testes de Hipóteses e apresentou-se exemplos de como realizar a interpretação dos testes manualmente, sem a utilização do *software* e posteriormente, os alunos foram incentivados a desenvolver códigos no *Scilab* que resolvessem as mesmas atividades que foram resolvidas manualmente, explorando as características do recurso computacional.

O objetivo destas atividades era de que os alunos programassem o *software* para solucionar testes de hipóteses, mas que não apenas realizassem os cálculos realizando a interpretação do resultado, obtendo no *software* a conclusão de rejeita ou não rejeita. Esperava-se que eles conseguissem identificar e diferenciar os testes que deviam ser utilizados (para médias, proporções ou variâncias) nas diferentes situações (exemplos) propostas e conseguissem resolvê-los.

Ainda, durante a investigação foi realizada uma avaliação após a utilização do *Scilab*. Esta incluiu exemplos retirados da bibliografia da disciplina, dos livros de Morettin (2010), Morettin e Bussab (2017), Montgomery e Runger (2014) e, Larson e Farber (2010). Ou seja, a avaliação consistiu na resolução de exercícios sobre testes de hipóteses, cujas respostas foram avaliadas para identificar os erros cometidos e o letramento estatístico dos sujeitos.

Ao final da pesquisa, os alunos foram convidados a responder um questionário sobre a avaliação do uso do *software* no ensino de estatística, a fim de indicarem os prós e contras do uso do *Scilab* na atividade desenvolvida. Com base nas respostas fornecidas foi realizada uma análise qualitativa dos dados.

Os códigos alfanuméricos para a representação dos alunos foram gerados em um site[6] e apenas a pesquisadora possui acesso aos dados nome/código.

Os resultados obtidos com este estudo também foram divulgados nos eventos científicos: XXII EBRAPEM, na cidade de Belo Horizonte, MG, no grupo de discussão 12 – Ensino de Probabilidade e Estatística, este é um evento da área de Educação Matemática ou de Estatística. E, a comunidade participante deste estudo (curso de Ciência da Computação do IFSC) teve o retorno dos principais resultados através da página da internet do curso no Sistema Integrado de Gestão de atividades Acadêmicas (SIGAA) e, no II EDUPALA – Congresso Internacional – Conhecimentos pertinentes para a Educação na América Latina: Formação de Formadores, realizado na Universidade do Planalto Catarinense, na cidade de Lages, SC, em 2018.

Após o desenvolvimento da prática pedagógica foi construído um site, que está disponível no endereço http://profvilmakarsburg.com.br/Teste_de_Hipoteses.html. Nesse site podemos ver definições referentes a cada um dos tipos de testes realizados, bem como fazer o *download* da sequência didática utilizada para a prática.

Ainda, nesse site pode-se visualizar a resolução de exemplos, tanto no *software Scilab*, quanto seguindo os sete passos definidos no item 3.3. Todos os exercícios propostos aos discentes também estão disponíveis para consulta, resolvidos através do *software*.

[6] <https://passwordsgenerator.net/pt/>

4.2 Contexto da pesquisa

A prática de ensino, no nível superior, na disciplina de Estatística e Probabilidade da quinta fase do Curso de Ciência da Computação, cuja proposta era mostrar como o uso do *software Scilab* pode contribuir para o aprendizado de Teste de Hipóteses e para a aplicação de técnicas estatísticas, uma vez que os recursos computacionais possibilitam que a análise de dados possa ser realizada de maneira mais precisa e em menor tempo.

As aulas foram realizadas todas em laboratório de informática, e cada um dos alunos dispunha de um computador no próprio laboratório. Podemos visualizar a maneira como os alunos estavam dispostos na Figura 6.

Figura 6: Laboratório de Informática 114

Fonte: A autora, 2019.

Embora todos os alunos tivessem um computador disponível no laboratório da instituição, eles puderam realizar a programação dos códigos do *Scilab* e resolver os exercícios em duplas ou trios, de maneira a promover a discussão e o aprendizado em conjunto.

A professora da disciplina de Estatística e Probabilidade do Campus é a própria pesquisadora e todas as aulas ocorreram no período matutino, em cinco encontros de duas horas cada, os quatro primeiros com duas horas no horário regular das aulas, que ocorriam nas quintas e sextas-feiras e o último encontro foi realizado no sábado, em uma reposição de aulas.

4.3 Atividades realizadas

As atividades propostas foram subdivididas em 5 encontros, nos quais foi introduzido o conceito de testes de hipóteses e realizou-se alguns exemplos. Foi sugerido a elaboração de códigos no *software Scilab* para resolver os tipos de testes estudados, sugerimos que os alunos realizassem uma série de exercícios propostos e, respondessem um questionário sobre as atividades realizadas.

Durante as primeiras aulas, mostramos aos alunos os conceitos referentes a testes de hipóteses que foram abordados no item 3.3 da fundamentação teórica. Exemplos foram resolvidos manualmente e nas resoluções foram utilizados os 7 passos[7] definidos por Montgomery e Runger (2014).

Os códigos *Scilab* foram criados individualmente, com o auxílio da professora - pesquisadora, e com discussão entre os alunos. Durante a criação houve alguns questionamentos por parte dos discentes. Para descrever os questionamentos, utilizaremos um dos códigos computacionais elaborado na turma, sobre o qual será feita a descrição neste trabalho.

Para a escolha do código a ser descrito, utilizamos a teoria Interface-Homem-Máquina, no que diz respeito à usabilidade. Moraes (2003) apud Oliveira (2018) destaca de forma mais abrangente os principais fatores a serem observados no desenvolvimento de códigos:

- Facilidade de aprendizagem: os usuários devem alcançar níveis de desempenho aceitáveis dentro de um tempo especificado.
- Efetividade: um desempenho aceitável deve ser alcançado por uma proporção definida da população usuária, em relação a um limite de variação de tarefas e em um limite de variação de ambientes.
- Atitude: um desempenho aceitável deve ser atingido considerando os custos humanos aceitáveis, em termos de fadiga, estresse, frustração, desconforto e satisfação.
- Flexibilidade: o produto deve ser capaz de lidar com um limite de variação de tarefas além daquelas inicialmente especificadas.

[7] Os 7 passos foram definidos na página 28.

- Utilidade percebida do produto: o maior indicador de usabilidade é se ele é realmente usado.
- Adequação da tarefa: deve apresentar adequação aceitável entre as funções oferecidas pelo sistema e as necessidades e requisitos dos usuários.
- Características da tarefa: a frequência com que uma tarefa pode ser desempenhada e o grau no qual a tarefa pode ser modificada, em termos da variabilidade dos requisitos de informação.
- Características dos usuários: conhecimento, habilidade e motivação do universo de usuários.

Então, buscou-se o código que melhor atendesse esses fatores. A seguir eles estarão descritos, em cada um dos tópicos do conteúdo abordado.

4.3.1 Primeiro encontro: Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas

Objetivos:

- ✓ Introduzir o conteúdo de teste de hipóteses;
- ✓ Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias conhecidas para que os alunos compreendam uma forma de realizar estes testes;
- ✓ Incentivar os alunos a construir um *código do Scilab* que resolva os mesmos problemas já resolvidos manualmente.

Descrição das atividades:

No início da aula, a professora introduziu o conceito de teste de hipóteses, conforme mostrado no item 3.3. Logo após iniciou-se o assunto: Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas e, resolveu-se 3 exemplos que estão descritos a seguir.

Exemplo 1. (Morettin, 2010, p. 242) De uma população normal com variância 36, toma-se uma amostra casual de tamanho 16, obtendo-se $\bar{x} = 43$. Ao nível de 10%, testar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 45 \\ H_1: \mu \neq 45 \end{cases}$$

Resolução da professora:

1. Parâmetro de interesse: Média da população

2. Hipótese Nula, H_0: $\mu = 45$

3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu \neq 45$

4. Estatística de teste: $z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$

5. Rejeita H_0 se: $Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $Z_{calc} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$

6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 45 \\ H_1: \mu \neq 45 \end{cases}$$

$$\sigma^2 = 36$$

$$n = 16$$

$$\bar{x} = 43$$

$$\alpha = 10\%$$

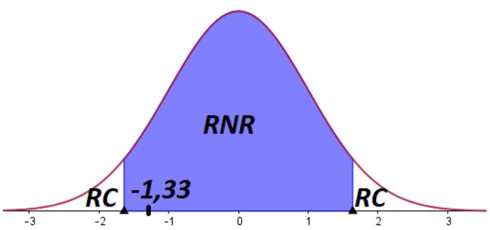
Cálculos:

$$z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{43-45}{\sqrt{\frac{36}{16}}} \cong -1{,}33$$

$$z\alpha/_2 = z_{45\%} = 1{,}64$$

$$-z\alpha/_2 = -z_{45\%} = -1{,}64$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $-z\alpha/_2 = -1{,}64 < z_{calc} \cong -1{,}33 < 1{,}64 = z\alpha/_2$. Então, $z_{calc} \in RNR(Região\ de\ Não\ Rejeição)$ e não rejeitamos H_0.

Após a resolução a professora pergunta se os alunos possuem alguma dúvida e um deles questiona:

5TNIZ0: *Professora, porque ali o 5% virou 45%, a senhora tirou de onde?*

A professora, para responder a pergunta, lembra que toda a área sob a curva da distribuição normal seria equivalente a 100%, quando trabalhamos apenas com a metade direita da curva seriam 50% e, já que 5% em cada um dos lados da curva não pertenceriam a RNR, então o valor que seria considerado para verificação no quadro de distribuição normal seria 45% que corresponde aos 50% menos os 5% da região crítica. Surgiu outra dúvida:

5TNIZ0: *E no caso a gente só vai dividir por 2 o nível quando é bilateral?*

A professora afirmou que sim, justamente pelo fato de considerar a região de rejeição em ambos os lados da curva de distribuição normal. O aluno afirmou ter compreendido e outro aluno fez um questionamento:

L7X7RH: *Professora, o $z_{45\%}$ por que virou 1,64, como vê na tabela?*

A professora mostrou novamente como verificar este valor, enquanto isso alguns alunos mostraram uns aos outros onde encontrá-lo.

Como não houve mais dúvidas, a professora partiu para o próximo exemplo.

A partir daqui, serão apresentados os exemplos propostos em aula e um resumo da resolução da professora, indicando somente o passo “sete”. Para se ver as resoluções completas de todos os exemplos propostos no presente capítulo, consultar o Apêndice F.

Exemplo 2. (Morettin, 2010, p. 243) Uma fábrica anuncia que o índice de nicotina dos cigarros da marca X apresenta-se abaixo de 26 mg por cigarro. Um laboratório realiza 10 análises do índice obtendo: 26, 24, 23, 22, 28, 25, 27, 26, 28, 24. Sabe-se que o índice de nicotina dos cigarros da marca X distribuem-se normalmente com variância de 5,36 mg². Podemos aceitar a afirmação do fabricante ao nível de 5%?

Resolução: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, a professora chegou a seguinte conclusão: Como, $z_{calc} \cong -0{,}96 > -1{,}64 = -z_{\alpha}$. Então, $z_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 5%

para afirmar que houve redução no nível de nicotina. Não podemos aceitar a afirmação do fabricante.

Novamente durante a resolução do exemplo, os alunos auxiliaram na extração dos dados e quando a professora indagou sobre rejeitar ou não H_0, o aluno 5TNIZ0 respondeu corretamente que não rejeitamos e alguns alunos conseguiram também concluir que não podiam apoiar a afirmação do fabricante de que o índice de nicotina era menor que 26 mg por cigarro.

Então, surgiu uma nova dúvida:

9X2A34: *Porque eu usei "z_α" igual a 0,45 de novo aqui?*

A professora explica que no exemplo 1 tínhamos 10% na região crítica, porém era um teste bilateral. Neste caso, como nosso erro estaria apenas em um lado da curva por se tratar de um teste unilateral, consideraríamos os 5% apenas de um lado da curva. E já que estávamos considerando um teste para verificar se determinado valor é menor do que a média, é um teste unilateral à esquerda e esses 5% devem ser considerados apenas na cauda esquerda da distribuição, que também equivaleria aos mesmos 45% do exemplo anterior.

9X2A34: *Entendi!*

Outro aluno apresenta uma nova dúvida:

LQ2F35: *Professora, como que é a inferência que você fez aí? Não entendi direito, não rejeitamos pois...*

A professora afirma que a gente não rejeita pois o z_{calc} pertence à região de não rejeição, porque ele está nesta região do gráfico. Novamente ele questiona:

LQ2F35: *É, não aceita por causa que tá maior ali?*

A professora afirma que sim, e explica que se no cálculo do z_{calc} nós tivéssemos $-1{,}67$ por exemplo, ele pertenceria à região crítica e, rejeitaríamos H_0, se rejeitamos H_0 poderíamos apoiar a afirmação do fabricante.

5TNIZ0: *Sim, mas existe alguma chance dos dois serem errados?*

O colega LQ2F35, responde:

LQ2F35: *Na verdade não tem como porque ou vai ser menor, que seria a hipótese alternativa nesse caso, ou vai ser maior ou igual que seria a região de não rejeição.*

Como não houve mais dúvidas a professora deu sequência à aula.

Exemplo 3. (Morettin, 2010, p. 244) Um fabricante de lajotas de cerâmica introduz um novo material em sua fabricação e acredita que aumentará a resistência média, que é de 206 kg. A resistência das lajotas tem distribuição normal com desvio padrão de 12 kg. Retira-se uma amostra de 30 lajotas, obtendo $\bar{x} = 210kg$. Ao nível de 10%, pode o fabricante aceitar que a resistência de suas lajotas tenha aumentado?

Resolução: Seguindo os sete passos chegamos à seguinte conclusão: Como, $z_{calc} \cong 1{,}83 > 1{,}28 = z_{\alpha}$. Então, $z_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para afirmar que houve aumento da resistência média das lajotas.

Durante a resolução novamente os alunos auxiliaram na extração dos dados do problema e já identificaram o valor do z_{α} com menos dificuldade. E quando indagados do que podemos concluir apenas um aluno responde:

5TNIZ0: *Vamos rejeitar* H_0.

Após esse momento, a professora relembrou com os alunos algumas ferramentas do *software Scilab*, e mostrou o pacote de estatística nele contido. E, posterior a isso solicitou que os alunos construíssem um código *Scilab* que solucionasse esse tipo de teste de hipóteses.

A professora solicitou que primeiramente (no início do código) os alunos solicitassem a entrada das variáveis e, todos eles concluíram que os itens fundamentais nesse momento eram a hipótese nula e o tamanho da amostra. A maneira como grande parte dos alunos realizou a solicitação de entrada de variáveis pode ser vista no fragmento de código contido na Figura 7.

Figura 7: Ideia inicial para a construção do código para resolver Testes de Hipóteses

```
Clear // limpar a memória
Clc // limpar o console
a=input("Entre com valor da hipótese nula:")
n=input("Entre o tamanho da amostra:")
```

Fonte: A autora, 2019.

Após essa etapa, os alunos sentiram a necessidade de solicitar a entrada na média da nossa amostra, porém, ela nem sempre será fornecida no problema, neste momento houve a necessidade de utilização do comando *if* (se).

Seguindo essa ideia, o programa perguntaria se a média já estava calculada, caso afirmativo, solicitaria para entrar com a média, se não, solicitaria que inserisse os dados entre colchetes e o programa calcularia. A maior parte dos discentes solicitou o cálculo da média através do comando *mean* (função do *Scilab* que calcula a média de dados) como podemos visualizar na Figura 8 onde encontra-se um fragmento de código de um aluno:

Figura 8: Trecho do código *Scilab* que solicita a média utilizada na atividade

```
m=input("A média já está calculada? Sim(1), Não(2)")
if m==1 then
    Mean=input("Entre com a média:")
else
    Mean=input("Entre com valores dos dados entre colchetes [...]:")
    Mean=mean(Mean)
    printf("O valor da média é:%g.\n",Mean)
end
```

Fonte: A autora, 2019.

Como a situação proposta envolvia populações normais com variâncias conhecidas, precisávamos também da variância, porém, em alguns casos os problemas fornecem o valor do desvio padrão e não a variância. Neste caso, os discentes perceberam que poderiam utilizar ideia análoga à anterior, onde solicitariam o valor da variância e caso o utilitário tenha apenas o desvio padrão poderia calculá-la manualmente e inserir. Ou, poderiam utilizar novamente a função *if* onde, caso a variância esteja definida, o *software* solicitaria a inserção ou, solicitaria o desvio padrão e o *software* calcularia a variância (o quadrado do desvio padrão). A Figura 9 mostra o fragmento de código com esta ideia.

Figura 9:Trecho do código *Scilab* que solicita a variância utilizada na atividade

```
variancia=input("Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?")
if variancia==1 then
    var=input("Entre com a variância:")
else
    dp=input("Entre com o desvio padrão:")
    var=dp^2
printf("O valor da variância populacional é:%g.\n",var)
end
```

Fonte: A autora, 2019.

Após a solicitação de entrada desses dados, os estudantes perceberam que já poderiam calcular a estatística do teste, que é o valor de z_{calc} já que este depende do valor da média amostral, da hipótese inicial, da variância e do número de elementos da amostra que foram dados já solicitados. Na Figura 10 podemos visualizar a maneira que foi solicitado este cálculo, e também a definição do nível de significância do teste.

Figura 10: Trecho do código *Scilab* que calcula a estatística do teste utilizada na atividade

```
//agora calcularemos o z(calc)
zcalc=((Mean-a)/ (sqrt(var/n)))
printf("O valor do zcalc é:%g.\n",zcalc)
//Agora definiremos o nivel
nivel=input("Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?")
```

Fonte: A autora, 2019.

Por fim, havia a necessidade de definir o tipo de teste que seria realizado, que poderia ser bilateral, unilateral à esquerda ou à direita. Para isso, era preciso criar uma estrutura de *if*, onde as opções de "entrada" 'tipo' eram (1) Bilateral, (2) Unilateral à esquerda e (3) Unilateral à direita. Na Figura 11, podemos verificar como inserir o tipo de teste e a estrutura do *if*.

Figura 11: Trecho do código *Scilab* que diferencia testes bilaterais ou unilaterais

```
tipo= input("Qual é o tipo de teste? (1)Bilateral;
 (2) Uni. à esq. (<); (3) Uni. à dir. (>)")
if tipo==1 then
    o que vai ocorrer...
else
    if tipo==2 then
        o que vai ocorrer...
    else
        ou então o que vai ocorrer...
    end
end
```

Fonte: A autora, 2019.

Para que não precisassem inserir manualmente o valor do z_α, os discentes perceberam que poderiam utilizar a distribuição normal do *Scilab*, que é executada através do comando *X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q),* onde X é o valor de z, *Mean* é a média da distribuição normal padrão (zero), *Std* é o desvio padrão (um), o valor de P, quando estamos trabalhando com o lado positivo da curva de distribuição normal em um teste bilateral é o nível de significância em taxa unitária dividido por 2. E o valor de Q por definição que é 1-P. A Figura 12 mostra a parte do código para esta situação.

Figura 12: Trecho do código *Scilab* que não rejeita ou rejeita a hipótese inicial - No caso bilateral

```
if tipo==1 then
    alfa=nivel/2
    Mean=0
    Std=1
    P=(1-((nivel/100)/2))
    Q=(1-P)
    X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
    printf("O valor do z é:%g.\n",X)
    printf("O valor do -z é:%g.\n",-X)
    if abs(zcalc)<abs(X) then
        printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
    else
        printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
    end
```

Fonte: A autora, 2019.

Se o teste for unilateral à direita ou à esquerda, devem-se fazer ajustes nos códigos a fim de definir os níveis de significância e os critérios de rejeição.

Concluído o código, realizou-se os mesmos testes feitos manualmente, alunos e professora realizaram juntos, a professora fez na projeção, mas os alunos ditaram os valores e testaram em seus computadores. Aqui cabe frisar que nem todos os códigos eram iguais, mas a estrutura da realização deveria ser semelhante para resolver os problemas. Na Figura 13 podemos visualizar a resolução via *software*, esta realizada pela professora.

Figura 13: Exemplo 1 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com valor da hipótese nula:45

Entre o tamanho da amostra:16

A média já está calculada? Sim(1), Não(2)1

Entre com a média:43

Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?1

Entre com a variância:36

O valor do zcalc é:-1.33333.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?10

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);1

O valor do z é:1.64485.
O valor do -z é:-1.64485.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR
-->
```

Fonte: A autora, 2019.

Nesse caso a questão solicitava apenas rejeição ou não, logo, conforme resultado obtido no *software*, decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois Z_{calc} pertence à RNR.

Neste momento surgiram alguns problemas:

1PBBR5: *Ele* (referindo-se ao *software*) *está pedindo duas vezes a hipótese.*

FX6XGD: *O meu deu certo.*

LQ2F35: *O meu fica repetindo.*

2RNHX1: *Não deu, está dando um erro no final aqui.*

Ao verificar juntamente com os alunos descobrimos os respectivos erros na construção do código, os três primeiros haviam deixado o código em *looping*[8] e o problema foi facilmente resolvido. E, no último caso, quando solicitava o nível em porcentagem o aluno havia inserido: “entre com o erro em %”, e devido ao símbolo utilizado (%) houve conflito com o código.

Corrigidos os erros, ainda assim o *Scilab* solicitava duas vezes a mesma coisa em alguns casos, mas o aluno 1PBBR5 explicou para a FX6XGD o desenvolvimento da atividade, e verificou que não tem problema que o *software* peça duas vezes a mesma coisa e basta responder duas vezes, este é um problema existente na versão 6.0.0 do *Scilab* que já foi solucionada na 6.0.1 mas algumas máquinas ainda encontravam-se desatualizadas.

Durante alguns minutos, os alunos discutiram onde colocar os dados, testaram os seus códigos e ajudaram os colegas que não conseguiram.

B0C2PH: *Mas professora, deu problema aqui.*

O problema era apenas que antes de executar novamente, após ter errado ou desistido de um cálculo, há necessidade de pressionar a tecla *enter* para limpar a memória.

Após todos terem resolvido com sucesso a atividade, partimos para o exemplo 2 cuja resolução no *Scilab* pode ser verificada na figura 14.

[8] Um *looping* na área da informática e programação de *softwares*, pode representar um erro na execução de determinado programa, e o percebemos quando ele passa a seguir repetidamente a mesma sequência de instruções.

Figura 14: Exemplo 2 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com valor da hipótese nula:26

Entre o tamanho da amostra:10

A média já está calculada? Sim(1), Não(2)2

Entre com valores dos dados entre colchetes [...]:[26 24 23 22 28 25 27 26 28 24]

O valor da média é:25.3.
Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?1

Entre com a variância:5.36

O valor do zcalc é:-0.956127.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?5

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);2

O valor do z é:-1.64485.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR
-->
```

Fonte: A autora, 2019.

Após a resolução do exemplo 2 na projeção surgiu apenas uma dúvida:

5TNIZ0: *Quando a senhora resolve, deixa só espaço entre os valores do vetor eu sempre coloco vírgula, tem problema nisso?*

E a professora lembrou a todos que podemos utilizar espaço ou vírgula, sem problemas. A seguir, na Figura 15 apresenta-se a resolução do exemplo 3 no *Scilab*.

Figura 15: Exemplo 3 sobre TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com valor da hipótese nula:206

Entre o tamanho da amostra:30

A média já está calculada? Sim(1), Não(2)1

Entre com a média:210

Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?2

Entre com o desvio padrão:12

O valor da variância populacional é:144.
O valor do zcalc é:1.82574.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?10

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);3

O valor do z é:1.28155.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC
-->
```

Fonte: A autora, 2019.

Resultados:

Os objetivos do primeiro encontro foram atingidos, o conteúdo foi introduzido, e foram resolvidos três exemplos de testes manualmente, os alunos compreenderam as etapas, participaram da aula, mas em um primeiro momento tiveram dificuldades na compreensão de como extrair os valores referentes à distribuição normal dos dados tabelados.

Ao final da aula, os estudantes elaboraram um código do *Scilab* que resolvesse estes testes e, percebeu-se que os discentes haviam compreendido como realizar os testes, quais seriam os passos e a estrutura necessária. Ainda, como os alunos têm afinidade com programação, no momento da construção do código, todos fizeram e discutiram os passos necessários, sem exceção.

No momento de resolver as atividades novamente, no *software*, quando alguns encontraram problemas os outros prontamente ajudaram.

4.3.2. Segundo Encontro: Teste de Hipóteses para proporções de populações normais; Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;

Objetivos:

- ✓ Tirar dúvidas sobre o assunto da aula anterior;
- ✓ Compreender os testes de hipóteses para proporções;
- ✓ Estimular os alunos a adaptar o código do teste para médias realizado na aula anterior para proporções;
- ✓ Estudar testes para médias de populações normais com variâncias desconhecidas;
- ✓ Adaptar os códigos para esses testes utilizando a distribuição t de Student.

Descrição das atividades:

No início da aula a professora perguntou se os alunos possuíam dúvidas no assunto trabalhado na aula anterior e eles afirmaram que os erros que tinham foram ajustados no código em casa.

Então a professora introduziu o conceito de testes de hipóteses para proporções, e resolveu exemplos sobre o assunto, os quais estão descritos a seguir.

Exemplo 1. (Morettin, 2010, p. 246) Sabe-se por experiência que 5% da população de um determinado artigo é defeituosa. Um novo empregado é contratado. Ele produz 600 peças do artigo com 82 defeituosas. Ao nível de 15%, verificar se o novo empregado produz peças com maior índice de defeitos que o existente.

Resolução: Após os sete passos sugeridos anteriormente chegamos à conclusão: Como, $z_{calc} \cong 9{,}78 > 1{,}03 = z_{\alpha}$. Então, $z_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 15% para afirmar que o funcionário produz peças com maior índice de defeitos.

Durante a resolução da atividade os alunos auxiliaram, respondendo o que acreditavam que devia ser feito e, surgiu uma observação:

5TNIZ0: *Ali no q, você pode calcular ele ou fazer 1 menos o p né?*

A professora explica que poderíamos usar o q como "1 menos p" $(q = 1 - p)$, porém afirmou que haveria um erro considerável no cálculo pelo arredondamento caso usássemos apenas o resultado do cálculo manual.

Na figura 16, podemos visualizar um trecho do código para este tipo de teste. A estrutura do código é semelhante ao construído anteriormente. Por esta razão, alguns itens mantiveram-se iguais em relação ao criado para teste de hipóteses para médias de populações normais. Basicamente, os estudantes precisaram inserir as informações da probabilidade de sucesso, da probabilidade de fracasso e o valor do Z_{calc} se altera.

Figura 16: Trecho do código Scilab que introduz o TH para proporções

```
clear //limpar a memória
clc //limpar o console

//Vamos inserir os valores extraídos do problema
sucesso=input("entre com valor da hipótese nula:")
n=input("entre o tamanho da amostra:")
p=input("entre com a probabilidade de sucesso:")
q=1-p
printf("O valor do fracasso é:%g.\n",q)

//Agora calcularemos o z(calc)
zcalc=((p-sucesso)/sqrt(p*q/n))
printf("O valor do zcalc é:%g.\n",zcalc)
```

Fonte: A autora, 2019.

A tomada de decisão seguiu a mesma ideia do tipo de teste estudado anteriormente (Teste de Hipóteses para médias de populações normais com variâncias conhecidas). A seguir podemos acompanhar o diálogo dos alunos a respeito da elaboração do código:

5TNIZ0: *Qual é a hipótese nula?*

B0C2PH: *Eu chamei de p, mas poderia ser h0 para não confundir*.

Na Figura 17 podemos visualizar a resolução via *Scilab*.

Figura 17: Exemplo 1 sobre TH para proporções de populações normais

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com valor da hipótese nula:0.05

Entre o tamanho da amostra:600

Entre com a probabilidade de sucesso:82/600

O valor do fracasso é:0.95.
O valor do zcalc é:9.74049.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?15

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral(><); (2) Uni. à esq.(<); (3)Uni. à dir.(>);3

O valor do z é:1.03643.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC
-->
```

Fonte: A autora, 2019.

Após a resolução da atividade surgiu uma observação:

5TNIZ0: *No caso na tabela a gente usa o valor mais próximo, mas não é igual a resposta do Scilab.*

Nesta fala podemos perceber a necessidade de fazer um *link* do que foi feito usando o *software* com os cálculos manuais. Conforme comentado pelo aluno, o valor que obtemos no *Scilab* pode ter mais casas decimais e assim dar um resultado mais preciso.

Em seguida iniciou-se o estudo de Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas. A seguir descrevemos os exemplos resolvidos em sala com os discentes.

Exemplo 1. (Morettin, 2010, p. 270) A vida média das lâmpadas elétricas produzidas por uma empresa era de 1.120 horas. Uma amostra de 8 lâmpadas extraída recentemente apresentou a vida média de 1.070 horas, com desvio padrão de 125 horas e distribuição normal para a vida útil. Testar a hipótese de que a vida média das lâmpadas não se alterou ao nível de 1%.

Resolução: Seguindo os sete passos propostos anteriormente, concluímos: Como, $t_{calc} \cong -1{,}13 > -3{,}5 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 1% para afirmar que a vida média das lâmpadas se alterou.

Durante a realização do exercício os alunos auxiliaram na decisão final sobre não se ter evidência de que a vida média da lâmpada se alterou e alegaram não ter dúvidas. E então seguimos para o exemplo 2.

Exemplo 2. (Morettin, 2010, p. 271 - adaptado) Querendo determinar o peso médio de nicotina dos cigarros de sua produção, um fabricante recolheu uma amostra de 25 cigarros, obtendo:

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 950\,mg \quad e \quad \sum_{i=1}^{25} x_i^2 = 36106\ mg^2$$

Testar ao nível de 5%, se o peso médio de nicotina é inferior a 40 mg.

Resolução: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, a professora chegou à seguinte conclusão: Como, $t_{calc} = -20 < -1{,}71 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que o nível de nicotina é inferior a 40 mg.

Durante a resolução desse exemplo a professora recebeu o auxílio dos alunos no passo a passo. E eles ajudaram na conclusão de que o índice realmente está abaixo, pois houve rejeição da hipótese nula.

Exemplo 3. (Morettin, 2010, p. 272) Uma máquina é projetada para fazer esferas de aço de 1 cm de raio. Uma amostra de 10 esferas é produzida e tem o raio médio de 1,004 cm, com s = 0,003. Há razões para suspeitar que a máquina esteja produzindo esferas com raio maior que 1 cm, ao nível de 10%?

Resolução da professora: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, chegamos à seguinte conclusão: Como, $t_{calc} \cong 4{,}22 > 1{,}38 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para suspeitar que a máquina está produzindo esferas com raios maiores.

Os alunos participaram durante o desenvolvimento. E após a resolução eles tomaram a decisão de suspeitar que a máquina estaria produzindo esferas com raios maiores. E houve uma observação após essa resolução:

5TNIZ0: *É, e a máquina está com problema. Que nem meu pai é metalúrgico sabe professora, para a gente parece que não é nada essa diferença, mas para eles faz uma diferença enorme, eles perdem muitas peças por milímetros.*

A professora concorda com o aluno e diz que é sempre importante fazer verificações e estimativas para ver se as máquinas não estão com problemas, inclusive para evitar desperdício.

Após esse momento a professora solicitou que eles iniciassem a construção do código *Scilab*. Para esta situação, a professora indicou que deveria ser utilizada a função *cdft* que é da distribuição t de Student, no lugar da função *cdfnor* usada anteriormente.

A professora questionou o que é necessário no código para a realização de testes de hipóteses, seguem as sugestões dos discentes:

FX6XGD: *Perguntar se tem a média.*

5TNIZ0: *Perguntar se ela já tá calculada.*

FX6XGD: *Pedir o somatório dos xi.*

5TNIZ0: *Tem que dividir por n.*

DW2W2A: *Mas, dá para botar ali para ele calcular (*referindo-se ao *Scilab).*

U970HU: Dá para *colocar o xi na pergunta.*

DW2W2A: *Fazer ele no if.*

5TNIZ0: *Então na pergunta, vamos perguntar se temos o somatório do xi? Então vamos inserir mais uma opção.*

9X2A34: *Professora, nesse caso eu não tenho a variância né?*

Então a professora respondeu que a variância populacional não tínhamos, mas precisamos calcular da nossa amostra. E, enquanto eles realizaram a construção do código surgiam alguns questionamentos:

9X2A34: *Caso eu não tenha o desvio padrão eu calculo pela média? No if da média?*

1PBBR5 (explicando para a colega): *Se você tem a média, você só coloca lá. Mas se você tem os valores, você pede para calcular a média e para calcular o desvio padrão também.*

Na página seguinte, na Figura 18, se encontra o trecho do código elaborado por um discente, mostrando sua ideia em relação ao cálculo da média e do desvio padrão.

Com este código da Figura 18 somos capazes de resolver os problemas que apresentam os valores da média e desvio padrão já calculados, bem como quando temos todos os dados isolados e ainda, caso o problema defina os valores dos somatórios.

Figura 18: Trecho do código Scilab para o cálculo da média e desvio padrão em TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas

```
clear //limpar a memória
clc //limpar o console
//Vamos inserir os valores extraídos do problema
h0=input("Entre com a hipótese inicial:")
n=input("Entre com o tam. da amostra:")
m=input("Você possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi")
if m==1 then
    xbarra=input("Entre com a média:")
    s=input("Você possui o s(1) ou s^2(2)?")
    if s==1 then
        s=input("Entre com o s:")
    else
        var=input("Entre com s^2:")
        s=sqrt(var)
        printf("O desvio padrão amostral é:%g.\n")
    end
else
    if m==2 then
        Mean=input("Entre com o valor dos dados entre colchetes:")
        xbarra=mean(Mean)
        printf("Média:%g.\n", xbarra)
        s=stdev(Mean)
        printf("Desvio:%g.\n", s)
    else
        Mean=input("Entre com o somatório do xi:")
        xbarra= Mean/n
        printf("Média:%g.\n",xbarra)
        Mean2=input("Entre com o som.xi^2:")
        s=sqrt((Mean2-((Mean)^2)/n)/(n-1))
        printf("Desvio:%g.\n",s)
    end
end
```

Fonte: A autora, 2019.

Após essa etapa, estes discentes decidiram que precisavam calcular a estatística do teste, definir o valor de alfa, o número de graus de liberdade. A maneira com que eles solicitaram a inserção dos dados podemos visualizar na Figura 19.

Figura 19: Trecho do código Scilab que calcula a estatística do teste com a Distribuição t de Student, e define alfa e os graus de liberdade

```
//Calcular a estatística de teste
tcalc=(xbarra-h0)/(s/sqrt(n))
printf("O t calculado é:%g.\n",tcalc)
//Definir o valor de alpha
alfa=input("Entre com o alpha em porcentagem:")
//Definir o cálculo dos graus de liberdade
Df=n-1
printf("O número de graus de liberdade é:%g.\n",Df)
```

Fonte: A autora, 2019.

A tomada de decisão segue ideia semelhante à dos códigos elaborados anteriormente, exceto que neste caso se utiliza a distribuição t de Student. A Figura 20 mostra o uso da função *cdft* que seria o tipo de distribuição, e a necessidade de definição dos graus de liberdade (df).

Figura 20: Trecho do código Scilab que utiliza a distribuição t de Student

```
if tipo==1 then
    alfa=alfa/2
    Df=Df
    P=(1-((alfa/100)/2))
    Q=(1-P)
    T=cdft("T",Df,P,Q)
...
```

Fonte: A autora, 2019.

Após a elaboração do código testou-se sua utilização nos exemplos anteriormente realizados. Pode-se verificar na figura 21, na página seguinte, as soluções das questões através do código elaborado pelo discente 1PBBR5. É importante salientar que nos 3 casos o que era solicitado e o que era fornecido no problema era diferente.

Após o teste a professora questionou quem tinha dúvidas:

U970HU: *Eu entendi o contexto, mas eu estava fazendo errado. Eu estava inserindo toda fórmula e não usei a função do Scilab.*

A professora respondeu que tudo bem, que isso não seria um problema, apenas seria mais trabalhoso.

FX6XGD: *Eu não tinha entendido o porque não dava para usar o xi*n, mas depois eu vi que é a soma de todos os xi elevados ao quadrado.*

BW3765: *Eu tive dúvida numa parte, você pode me ajudar, eu não sei porque não está dando certo.*

O problema foi que ele chamou a média em alguns momentos de *mean*, às vezes de *Mean*, e às vezes de *xbarra*. Entretanto, os objetos deveriam sempre ser denominados da mesma forma. Neste momento a aula foi concluída.

Figura 21: Exemplos 1, 2 e 3 sobre TH para médias de populações normais com variâncias desconhecidas

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese inicial:1120

Entre com o tam. da amostra:8

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi1

Entre com a média:1070

Você possui o s(1) ou s^2(2)?1

Entre com o s:125

O t calculado é:-1.13137.
Entre com o alfa em porcentagem:1

O número de graus de liberdade é:7.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);1

O valor do t é:3.49948.
O valor do -t é:-3.49948.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição
-->
```

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese inicial:40

Entre com o tam. da amostra:25

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi3

Entre com o som. xi:950

Média:38.
Entre com o som.xi^2:36106

Desvio:0.5.
O t calculado é:-20.
Entre com o alfa em porcentagem:5

O número de graus de liberdade é:24.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do t é:-1.71088.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
-->
```

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese inicial:1

Entre com o tam. da amostra:10

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi1

Entre com a média:1.004

Você possui o s(1) ou s^2(2)?1

Entre com o s:0.003

O t calculado é:4.21637.
Entre com o alfa em porcentagem:10

O número de graus de liberdade é:9.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);3

O valor do t é:1.38303.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
-->
```

Fonte: A autora, 2019.

Resultados:

Durante esta aula pudemos verificar o interesse que os alunos possuem em verificar a veracidade dos cálculos realizados manualmente e, a preocupação dos discentes em utilizar mais casas decimais para evitar cair em erros, pois como eles mesmos disseram: “o valor que a gente tem na tabela tem só duas casas, a gente usa o mais próximo”.

Ainda, gostaria de salientar que os alunos ficaram até os instantes finais da aula entretidos, a aula rendeu bastante e eles participaram ativamente até os minutos finais.

Durante a aula então, conseguimos elaborar o código que gostaríamos e os discentes demonstraram ter entendido o conceito do teste, isso ficou claro quando eles participaram dizendo o que devia ser inserido no código e diferenciando em 3 etapas o que poderia ser pedido nos problemas, usando as funções do *software*, se envolvendo e tirando dúvidas.

A sequência da aula foi interessante, inclusive pelo fato de os alunos aproveitarem até o final, demonstrando interesse não só em aprender o conteúdo, mas em executar todas as atividades conforme proposto.

4.3.3 Terceiro Encontro: Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados);

Objetivos:

- ✓ Compreender os testes de hipóteses para diferença entre médias;
- ✓ Estimular os alunos a adaptarem os códigos elaborados anteriormente para diferença entre médias.

Descrição das atividades:

Nesta aula, a professora introduziu o conceito de testes de hipóteses para diferença entre médias (com dados emparelhados) e resolveu exemplos sobre o assunto, os quais estão descritos a seguir.

Exemplo 1. (Morettin, 2010, p. 278 – adaptado) Um grupo de 10 pessoas é submetido a um tipo de dieta por 10 dias, estando o peso antes do início (x_i) e no final (y_i) marcados no quadro abaixo. Ao nível de 5%, podemos concluir que houve diminuição do peso médio pela aplicação da dieta?

Pessoa	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
x_i	120	104	93	87	85	98	102	106	88	90
y_i	116	102	90	83	86	97	98	108	82	85

Resolução: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, concluímos: Como, $t_{calc} \cong 3{,}17 > 1{,}83 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para acreditar que houve diminuição do peso médio.

Como não houve dúvidas, iniciamos a construção do código referente a esse assunto, destacando que a professora apenas instruiu os alunos quanto aos itens necessários, e auxiliou em alguns pontos. Na Figura 22, percebe-se que os estudantes se deram conta que era necessário definir dois vetores com mesmo número de elementos, cada um, através do comando *size A == size B*. Isso mostra que eles entenderam que no procedimento do teste, nesta situação, é necessário que se tenha uma matriz que contém os valores das diferenças de todos os pares de observações.

Figura 22: Trecho do código Scilab com a ideia do TH para diferença entre médias

```
clear//Limpar a memória
clc//Limpar o console
//Inserir os valores
A = input("Entre com os dados 1")
B = input("Entre com os dados 2")

if size(A)== size (B) then
    N=size(A)
    printf("O número de elementos é:")
    n=N(1,2)
    disp(n)
    for j=1:n
        J(1,j)=A(1,j)-B(1,j)
    end
    printf("As diferenças são:")
    disp(J)
else
    printf("O número de elementos de A e B são distintos.")
end
```

Fonte: A autora, 2019.

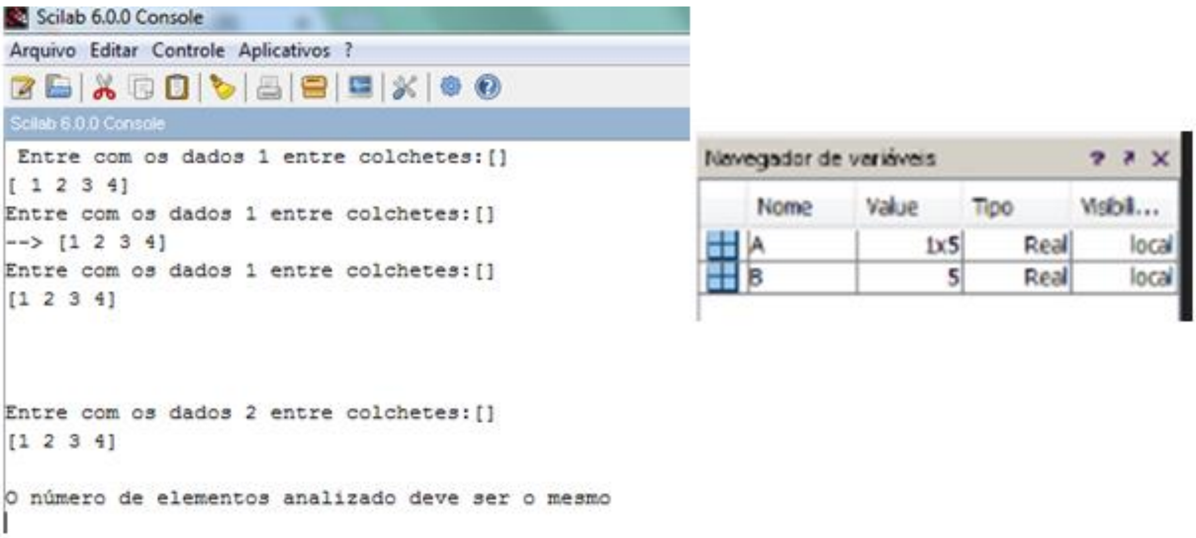
Os discentes concluíram que a distribuição a ser utilizada era a t de Student e consideraram a hipótese inicial sempre igual a zero, o que interferiria no valor de t_{calc}.

Quando os alunos testaram seus códigos, surgiu um problema comum à vários que pode ser verificado na seguinte fala:

W39VJU: *O meu não deu certo, mas acho que não tem nada errado aqui. Ele está dizendo que o número de elementos é diferente, ele está recebendo apenas um dado, como se eu inserisse só um elemento no segundo vetor, daí não dá certo porque ele sempre entende o segundo vetor só como um número, a não ser que eu calcule a média e coloque ali.*

Conforme citado pelo aluno, percebeu-se que, na versão anterior do *Scilab*, que é a 6.0.0, além do *software* solicitar a entrada dos dados repetidamente, ele ainda considera que o número de elementos das matrizes não é igual e este erro pode ser visualizado na Figura 25. Conforme citado pelo aluno, no comando de variáveis percebemos que ele está tratando A como uma matriz e B como um escalar, como podemos verificar a seguir.

Figura 23: Erro na entrada dos dados do *Scilab* (Versão 6.0.0)



Fonte: A autora, 2019.

A partir desse momento houve uma discussão entre os alunos sobre como poderiam resolver o problema:

1PBBR5: *Será que se a gente tirar dos colchetes.*

FX6XGD: *Mas a gente pode colocar ali só as duas médias e calcular assim.*

5TNIZ0: *O meu também está dando esse erro, tentei colocar ali, mas ele não pega os valores, a única variável que ele considera é o último número.*

1PBBR5: *Ele dá como média o 85 que é o último número só.*

2RNHX1: *Eu achei que ia dar certo igual, mesmo colocando só esses. Mas tipo, se eu não colocar os colchetes ele aceita. Mas dá errado.*

A professora explicou que precisamos utilizar os colchetes para que ele considere um vetor.

5TNIZ0: *Professora no caso da gente, quando a gente dá um enter ele pede para entrar com os dados de novo e além disso, ele diz que está diferente o número de elementos.*

2RNHX1: *No meu dá certo, mas não cabe tudo na linha.*

U970HU: *No meu deu certo.*

DW2W2A: *Conseguiu aí meu?*

YL0BT6: *Não, cara!*

FX6XGD: *Vamos resolver aqui...*

L7X7RH: *O meu agora funciona.*

1PBBR5: *Vou tentar de novo aqui, mas o problema não está na gente não pedir a hipótese nula né?*

B0C2PH. *Não porque ela é zero e a gente nem sequer está usando ela.*

5TNIZ0: *Tá professora vou tentar alterar no próprio código aqui. Mas se a gente tirar o de ser mesmo tamanho as matrizes, não adianta também porque ele entende que aquela segunda matriz ali tem um número só, sei lá.*

W39VJU: *O meu agora deu, na verdade eu coloquei os valores entre colchetes no próprio SciNotes e não pelo input, daí deu certo, até aparece ali todas as variáveis.*

O que poderia ser feito para contornar o erro presente na versão 6.0.0 do *software*, seria necessário inserir os dados diretamente no código elaborado. Na figura 24 temos uma sugestão de como podemos solicitar a entrada de dados nesta versão.

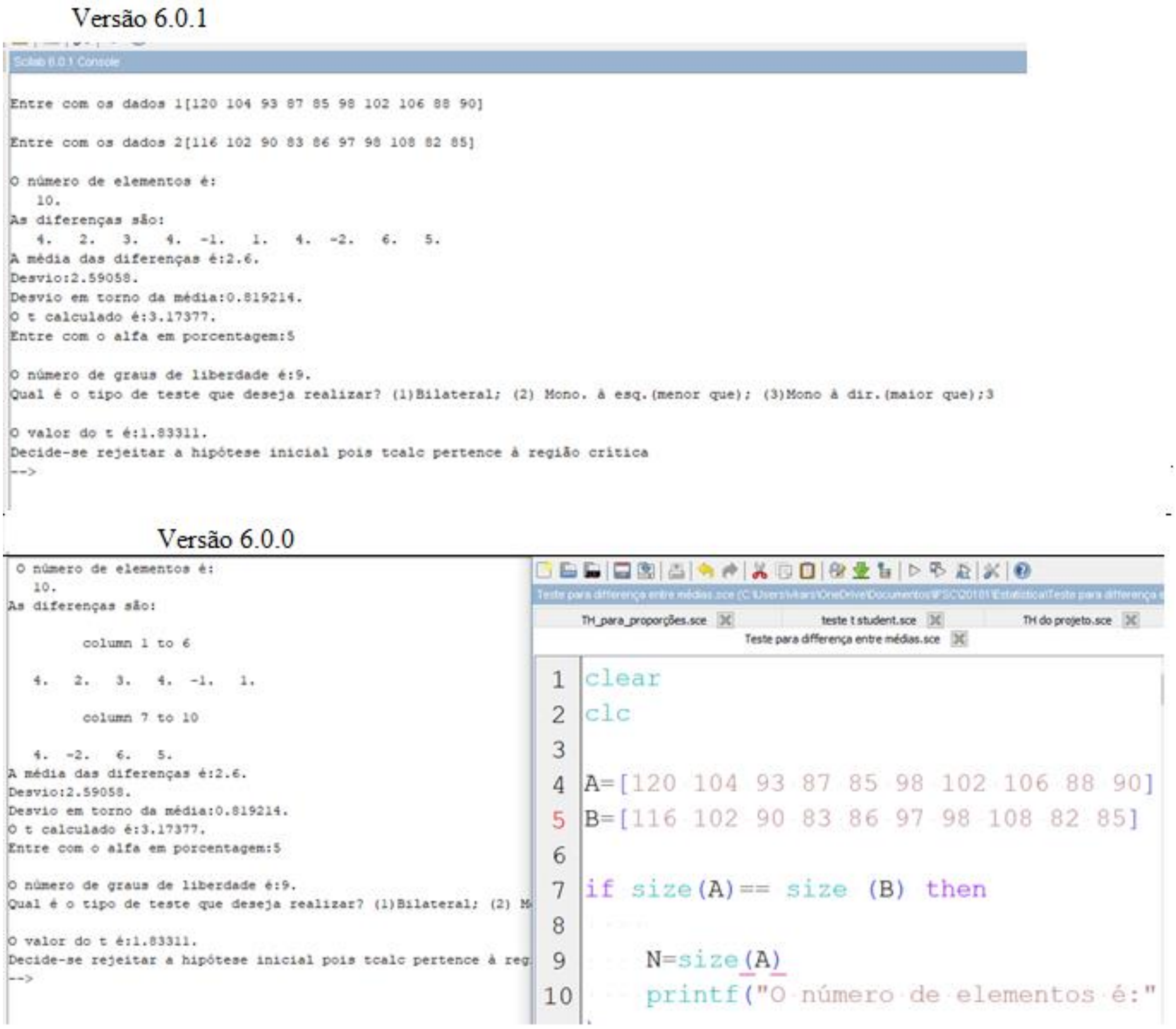
Figura 24: Trecho do código com sugestão de ajustes no TH

```
//Trocar no código:
A=input("Entre com os dados 1")
B= input("Entre com os dados 2")
//Por:
A=[dados 1]
B=[dados 2]
//Onde os dados seriam inseridos entre os colchetes acima
```

Fonte: A autora, 2019.

Na matriz de dados no *SciNotes*, onde está escrito dados 1 e dados 2, insere-se os valores dos dados. Abaixo, na figura 25, podemos visualizar a solução realizada no *Scilab*, nas duas versões:

Figura 25: Exemplo 1 sobre TH para diferença entre médias – Versão 6.0.1 e Versão 6.0.0



Fonte: A autora, 2019.

Resultados:

Durante esta aula houve bastante participação dos alunos, porém, devido a um erro inesperado entre as versões do *Scilab*, tivemos que discuti-lo até resolvê-lo, o que tomou um certo tempo de aula. No geral, a aula atendeu as expectativas pois os alunos conseguiram resolver o problema. Vemos a compreensão dos alunos sobre o assunto no momento em que eles percebem que não podemos apenas inserir o valor da média dos dados como maneira alternativa para contornar o problema referente as versões do *software* devido aos valores da variância, desvio padrão e entre outros dados que precisavam ser calculados.

4.3.4 Quarto Encontro: Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas e conhecidas.

Objetivos:

- ✓ Compreender os testes de hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas;
- ✓ Aprender os testes de hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas;
- ✓ Estimular os alunos a adaptarem os códigos elaborados anteriormente para resolver testes de hipóteses para variâncias.

Descrição das atividades:

Nesta aula, a professora introduziu o conceito de testes de hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas e desconhecidas e resolveu exemplos sobre os assuntos.

Exemplo 1. (Morettin, 2010, p. 299) De uma população normal com média 300, levantou-se uma amostra de 26 elementos, obtendo-se

$$\sum_{i=1}^{26}(x_i-\mu)^2 = 129.000$$

Ao nível de 5%, testar as hipóteses:

$$\begin{cases} H_0\colon \sigma^2 = 3.600 \\ H_1\colon \sigma^2 < 3.600 \end{cases}$$

Resolução da professora: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, a professora chegou à seguinte conclusão: Como, $x_{calc} \cong 35{,}83 > 15{,}38 = x_{1-\alpha,\phi}$. Então, $x_{calc} \in RNR,$ não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que a variância populacional é menor do que 3.600.

Após este exemplo iniciou-se o estudo de Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas, através do exemplo descrito a seguir:

Exemplo 2. (Morettin, 2010, p. 301 e 302) Avaliou-se em 240 kg o desvio padrão das tensões de ruptura de certos cabos produzidos por uma fábrica. Depois de ter sido introduzida uma mudança no processo de fabricação desses cabos, as tensões de ruptura de uma amostra de 8 cabos apresentaram o desvio padrão de 300 kg. Investigar a significância do aumento aparente da variância, ao nível de 5%.

Resolução da professora: Seguindo os sete passos para o desenvolvimento de um teste de hipóteses, concluímos que: Como, $x_{calc} \cong 10{,}94 < 14{,}07 = x_{\alpha}$. Então, $x_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que houve aumento das variâncias das tensões de ruptura.

Após a resolução, surgiram algumas dúvidas como:

FX6XGD: *A variância da amostra vai ser zero?*

1PBBR5: *Não, da amostra vai ser maior que da população, mas não é zero, se for zero não varia nada.*

FX6XGD: *Ah é verdade...*

Alguns alunos construíram dois códigos, um para o caso da média ser conhecida, e outro para o caso da média desconhecida, mas, outros construíram apenas um código para estudar variâncias de populações, neste caso eles solicitaram primeiramente qual o tipo de informação tem-se: média conhecida ou não. Após esse passo, iniciaram a coleta de dados do problema, como hipótese inicial, tamanho da amostra, desvio padrão, e outros dados assim como nos outros casos, porém utilizaram a distribuição Qui-Quadrado que é executada pela função *cdfchi(“X”,Df,P,Q)* no *sotware*, estes trechos podem ser visualizados na Figura 26.

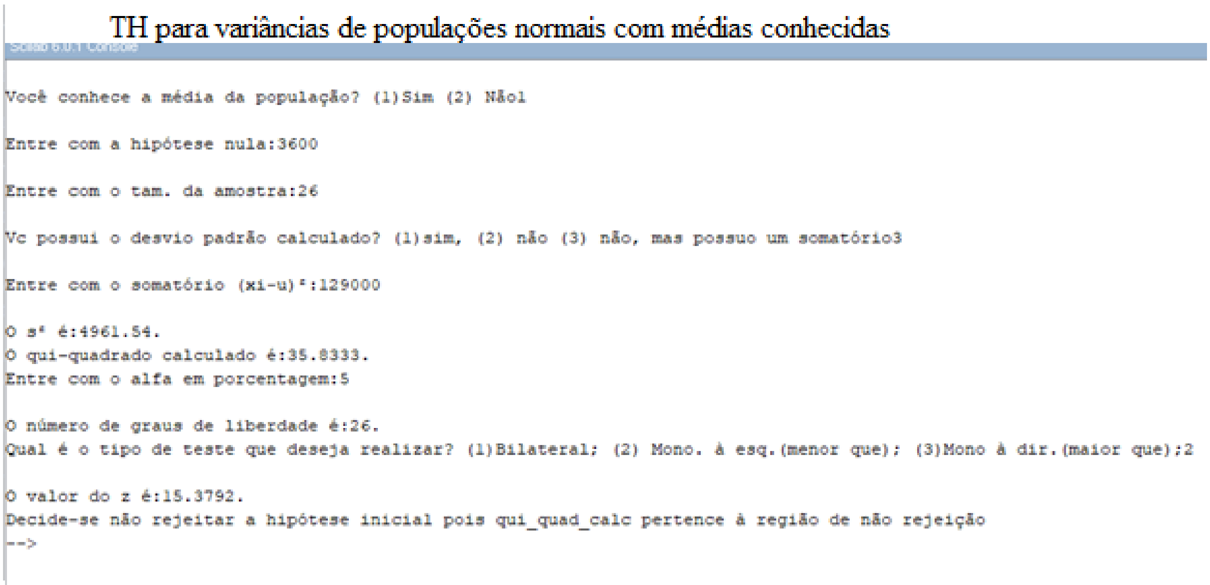
Figura 26: Trecho do código que diferencia o caso de possuir ou não a média e apresenta a distribuição Qui-Quadrado

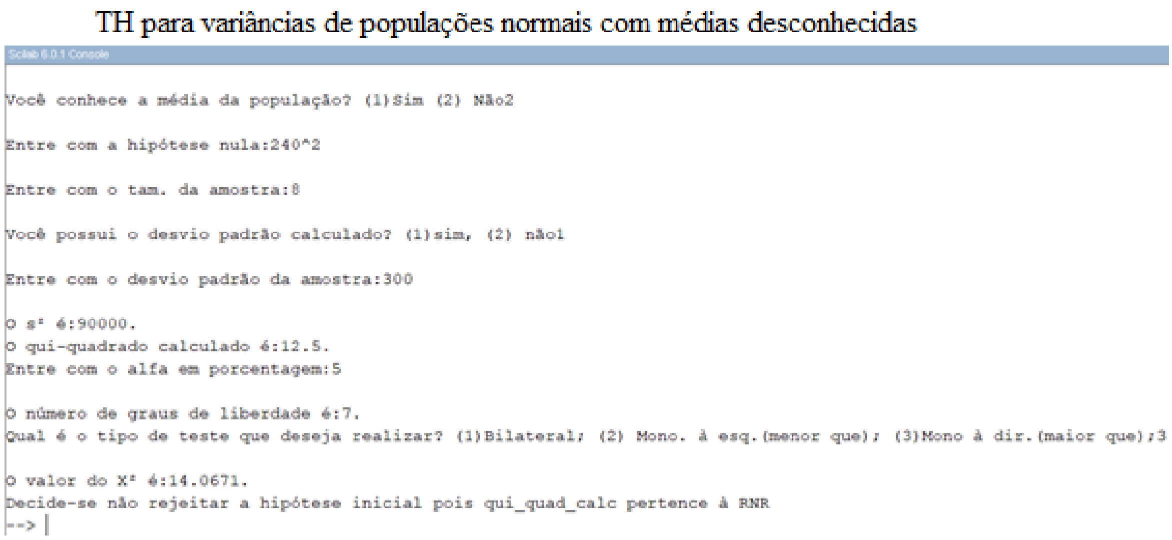
```
clear//Limpar memória
clc//Limpar console
//Especificar se conhece a média da população
Especificar=input("Você conhece a média da população? (1)Sim (2) Não")

//Definições para trabalhar com a distribuição qui-quadrado
        alfa=alfa/2
        Df=Df
        P=(1-((alfa/100)/2))
        Q=(1-P)
        X=cdfchi("X",Df,P,Q);
        printf("O valor do x² 1 é:%g.\n",X)
```

Fonte: A autora, 2019.

Após uma breve discussão do que foi realizado no código, resolvem-se os dois exemplos, os quais são exibidos na figura a seguir.

Figura 27: Exemplo 1 sobre TH para variâncias de populações normais com médias conhecidas e desconhecidas





Fonte: A autora, 2019.

Resultados:

Nessa aula, muitos dos alunos realizaram uma construção interessante a respeito do teste proposto, o código gerado solicitaria diferenciar os dois tipos de testes para variâncias (com médias conhecidas ou não) e posteriormente solicitar a entrada de dados, sem precisar elaborar um código diferenciado para os dois casos.

4.3.5 Quinto Encontro: Resolução de Exercícios e aplicação do questionário

Objetivos:

- ✓ Realizar uma sequência de exercícios propostos;
- ✓ Solicitar que os alunos respondam um questionário sobre as atividades propostas.

Descrição das atividades

No último encontro propôs-se que os alunos resolvessem alguns exercícios utilizando os códigos elaborados nas aulas anteriores por cada grupo. Os discentes subdividiram-se em 10 grupos, e puderam organizar-se da maneira que julgassem mais conveniente (individual, duplas ou trios). Na descrição das atividades vamos detalhar apenas 3 questões (números 5,6 e 8), as demais constam no apêndice G. Para mostrar neste trabalho escolheu-se apenas uma das respostas corretas e, na descrição do percentual de erros considerou-se que eram 10 grupos e calculou-se percentual sobre o número total de grupos (n=10) e não sobre o número de alunos.

Quando descrevemos o número de questões respondidas corretamente consideramos corretas apenas as questões que não possuem erros no tipo de teste escolhido, nem na extração de dados e cálculos, nem na conclusão ao final da questão. E, as questões em branco são aquelas nas quais nada foi feito em seu desenvolvimento.

Questão 5. (Montgomery e Runger, 2014, p. 212) (Enchimento Automático) Uma máquina de enchimento automático é usada para encher garrafas com detergente líquido. Uma amostra aleatória de 20 garrafas resulta em uma variância amostral de volume de enchimento de $s^2 = 0{,}0153$ (onça fluída)^2. Se a variância do volume de enchimento exceder 0,01 (onça fluída)^2, existirá uma proporção inaceitável de garrafas cujo enchimento não foi completo e cujo enchimento foi em demasia. Há evidências, ao nível de 5% nos dados da amostra sugerindo que o fabricante tenha um problema com garrafas cheias com falta e excesso de detergente?

A seguir encontra-se um diálogo registrado entre os alunos:

DW2W2A: *Nós decidimos não rejeitar a hipótese inicial, tá?*

YL0BT6: *Sim?*

DW2W2A: *Se eu rejeitei a hipótese inicial é porque tem pouco.*

YL0BT6: *Eu testei se era menor na alternativa, porque se tiver menor daí tem pouco líquido né?*

DW2W2A: *É, então, não tem problemas.*

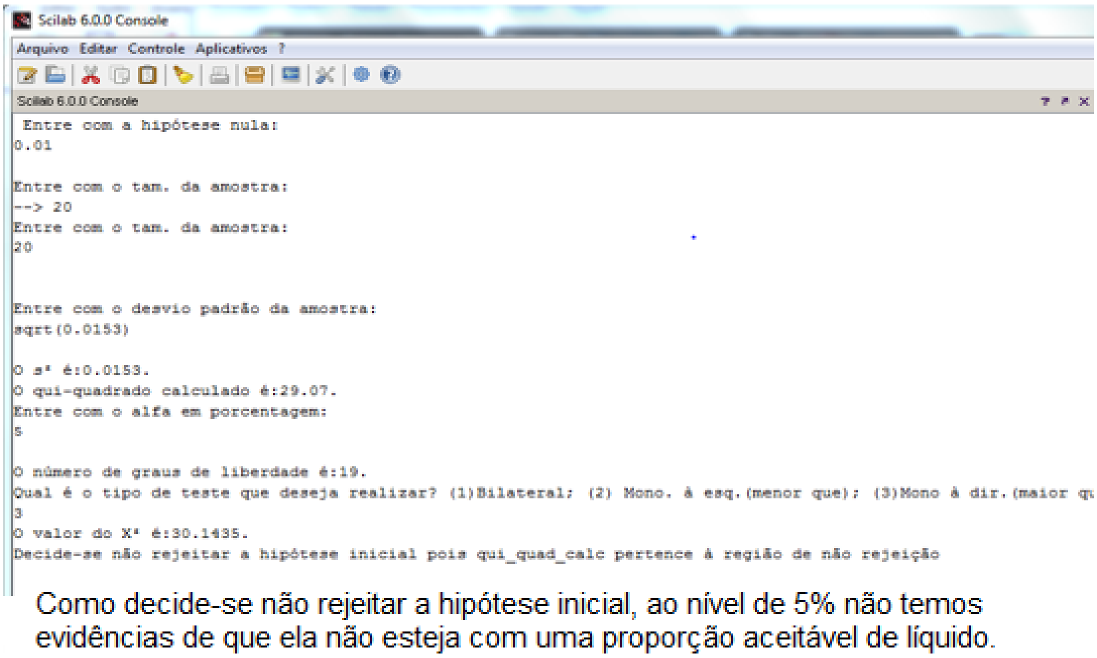
YL0BT6: *Não tem problemas?*

DW2W2A: *Sim, porque eu não rejeitei que era igual.*

5TNIZ0: *Viu? Entendeu?*

No entanto, como tratava-se da variância devemos considerar a ideia de que a variância ser maior do que 0,01 significa que há uma proporção inaceitável de garrafas muito cheias ou muito vazias. Então, testar se é diferente como os alunos comentaram no diálogo acima seria considerar a variância menor ou maior do que 0,01, o que faria com que o volume variasse muito ou muito pouco, que não era o objetivo. O ideal seria testar como hipótese inicial ser igual a 0,01 e como hipótese alternativa ser maior que 0,01, assim, se rejeitássemos a hipótese inicial poderíamos concluir que ao nível de 5% a máquina tinha problemas pois o enchimento estava variando mais do que 0,01. E, se não rejeitássemos a hipótese inicial o enchimento das garrafas estaria mais homogêneo. Essa ideia foi abordada pelo grupo 8, conforme podemos visualizar na Figura 28.

Figura 28: Resolução da questão 5 pelo grupo 8


Scilab 6.0.0 Console
Arquivo Editar Controle Aplicativos ?
Scilab 6.0.0 Console

```
 Entre com a hipótese nula:
0.01

Entre com o tam. da amostra:
--> 20
Entre com o tam. da amostra:
20


Entre com o desvio padrão da amostra:
sqrt(0.0153)

O s² é:0.0153.
O qui-quadrado calculado é:29.07.
Entre com o alfa em porcentagem:
5

O número de graus de liberdade é:19.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior qu
3
O valor do X² é:30.1435.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à região de não rejeição
```

Como decide-se não rejeitar a hipótese inicial, ao nível de 5% não temos evidências de que ela não esteja com uma proporção aceitável de líquido.

Fonte: A autora, 2019.

Nenhum grupo deixou esta questão em branco. O único grupo que resolveu de maneira incorreta a questão se equivocou no momento de decidir a hipótese alternativa, pois considerou que a variância deveria ser menor que 0,01 e associou isso ao fato de faltar líquido nas garrafas. Não considerando o fato de que quanto menor fosse a variância, mais homogêneo estaria este enchimento.

Questão 6. (Larson e Farber, 2010, p. 316) (Sistema de chuveiro de incêndio) Um fabricante de chuveiros para proteção contra incêndios afirma que a média de temperatura de ativação é de pelo menos 135ºF. Para testar a afirmação, você seleciona uma amostra de 32 sistemas e descobre que a média da temperatura de ativação é de 133ºF com desvio padrão de 3,3ºF. No nível de significância α = 10%, você tem evidência suficiente para apoiar a afirmação do fabricante?

A seguir podemos visualizar um diálogo dos alunos durante a realização da atividade:

9X2A34: *Eu não sei como afirmar isso aqui, no caso eu fiz o teste aqui e ele me deu na região crítica, então quer dizer que ele não está ok.*

W39VJU: *Ok, você considerou a hipótese menor que 135?*

5TNIZ0: *Nunca pode ser diferente então?*

W39VJU: *Se fosse menos de 135 seria mentira do fabricante?*

9X2A34: *Nesse caso eu tenho o desvio padrão só da minha amostra né?*

W39VJU: *Sim.*

9X2A34: *Ok, agora eu sei fazer, eu só me complico mesmo em interpretar o problema ainda. É porque ali eu achei que era desconhecida, depois eu vi o desvio padrão, daí já me confundi.*

Professora: *Mas é da amostra ou da população aquele desvio padrão?*

9X2A34: *É da amostra, ah certo, daí a variância da população é desconhecida.*

Outro grupo de alunos também possuía uma dúvida semelhante:

DW2W2A: *Professora, eu coloquei que a hipótese seria 135 fiz o teste de se seria maior que 135 por causa da afirmação dele. Daí deu que ele não rejeita a hipótese. Então não tenho evidências suficientes para afirmar que é maior que 135.*

Professora. *Mas e não pode ser igual?*

DW2W2A: *No meu caso eu falei que ela vai ser 135 ou menor. Tenho que fazer de novo.*

Professora. *Tem que pensar um pouco...*

A seguir, na figura 29 vemos uma resolução proposta pelo grupo 7.

Figura 29: Resolução da questão 6 pelo grupo 7

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese inicial:135

Entre com o tam. da amostra:32

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi1

Entre com a média:133

Você possui o s(1) ou s^2(2)?1

Entre com o s:3.3

O t calculado é:-3.4284.
Entre com o alfa em porcentagem:10

O número de graus de liberdade é:31.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do t é:-1.30946.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
-->
```

Queriamos que a temperatura de ativação fosse pelo menos 135, então testamos se era menor. Como rejeitamos a hipótese inicial, ao nível de 10% temos evidências suficientes para supor que é menor que 135 e então não podemos aceitar a informação do fabricante

Fonte: A autora, 2019.

Essa questão apresentava um detalhe importante pois apresentava $n > 30$ e a variância da população desconhecida, conforme Morettin (2010), nesses casos poderíamos utilizar a distribuição normal pois para estes valores a curva de t de Student se aproxima da normal, portanto foram considerados corretos ambos os casos.

Nenhum grupo deixou a questão em branco. Dos que responderam as questões incorretamente, um dos grupos utilizou o teste bilateral, que não era o ideal. E o outro grupo, após chegar na rejeição não relacionou corretamente com o contexto do problema.

Questão 8. (Larson e Farber, 2010, p. 327 - adaptado) (Custos de alojamentos) Uma associação de viagens diz que o custo diário de alojamentos para uma família nos Estados Unidos é de $ 152. Você trabalha para uma publicação de turismo e quer testar essa afirmação. Você seleciona aleatoriamente 10 famílias norte-americanas e descobre quanto cada uma gasta com alojamento em uma viagem de apenas uma noite. Com α = 0,02, você pode rejeitar a afirmação da associação de viagens? Seguem os gastos das 10 famílias: 164, 137, 142, 155, 119, 104, 74, 204, 148, 181.

Vemos a seguir o diálogo de um aluno com a professora referente a essa questão:

LQ2F35: *Professora quando ele não dá nada, não dá o desvio padrão e só dá a média é diferença entre médias né?*

Professora. *Será?*

LQ2F35: *Ah, esse quando tem dois dados diferentes?*

Professora. *Se você tivesse dois dados diferentes, você teria os dados de uma agência e os dados da outra agência. Daí você ia comparar as duas.*

LQ2F35: *Ah tá! No caso eu tenho só de uma agência, eu queria dizer que ia testar a média. Mas daí qual é minha variância?*

Professora. *Aí você precisa calcular.*

LQ2F35: *Dá para fazer no Scilab né?*

Professora. *Sim. Pode fazer manual também, se quiser.*

LQ2F35: *Vou fazer aqui!* (referindo-se ao Scilab)

A seguir vemos a resolução proposta pelo grupo 7:

Figura 30: Resolução da questão 8 pelo grupo 7

```
Scilab 6.0.0 Console
 Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
152
Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
--> 152
Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
152



Entre com o tamanho da amostra
10

A média está calculada?1 - Sim |2 - Não|3 - Outro
2

Entre com os valores dos dados entre cqlchetes []
[164 137 142 155 119 104 74 204 148 181]

O valor da média é  142.8.
Desvio 37.5198.
Desvio em torno da media 11.8648.
O t calculado é -0.775403.
Entre com o alfa em porcentagem
2

O número de graus de liberdade é 9.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? 1 - Bilateral | 2 - Mono a Esquerda(Menor que) | 3 - Mono a direita(Maior que)
1

O valor de t é 3.24984.
O valor de -t é -3.24984.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence a região de não rejeição(RNR)
```

Como não rejeitamos a hipótese inicial, ao nível de 2%, podemos aceitar a informação da associação.

Fonte: A autora, 2019.

Os dois grupos que responderam à questão de maneira incorreta realizaram um teste para médias com variâncias conhecidas, e por isso não obtiveram sucesso. Neste caso, era para ser utilizado um teste para uma média, com variância desconhecida.

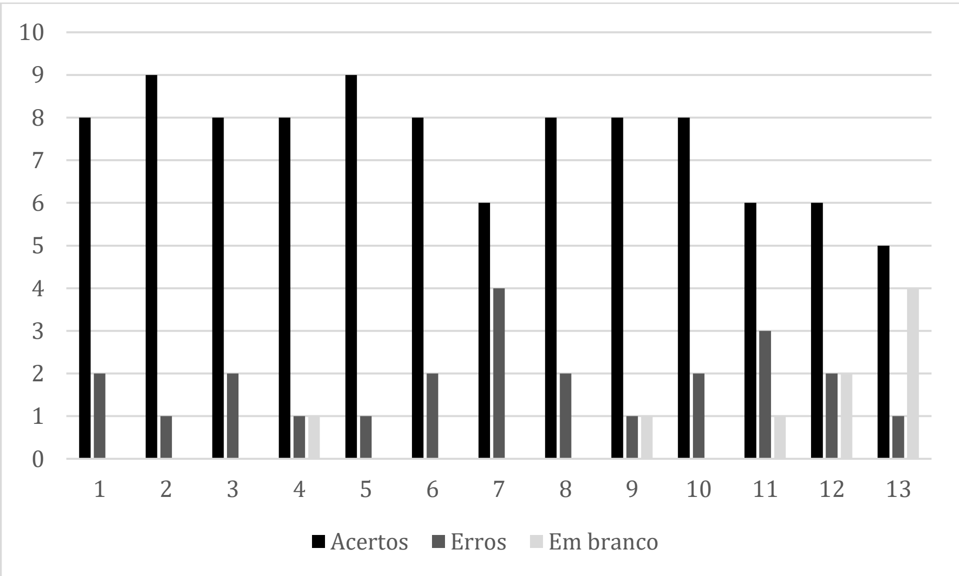
Resultados da atividade avaliativa:

Durante essa atividade pôde-se verificar que a utilização do *software Scilab* no ensino pode realmente otimizar o tempo na realização dos cálculos e auxilia na tomada de decisões, mas de qualquer forma, alguns alunos apresentam dificuldades na interpretação dos testes para decidir qual código se aplica, no sentido de interpretar qual seria o parâmetro que deseja-se estudar e, no momento de fazer a inferência final e tirar conclusões relacionando os resultados com o problema.

Vimos também, que pela própria opinião dos alunos, o uso de *softwares* faz-se cada vez mais necessário em sala de aula, seja pelo curso que fazem, pela realidade da atualidade, ou pela otimização na resolução de cálculos.

Na figura abaixo podemos visualizar o número de acertos, erros e questões em branco propostas na atividade avaliativa.

Figura 31: Gráfico com o número de acertos, erros e questões em branco



Fonte: A autora, 2019.

Após a conclusão das atividades, solicitamos aos alunos que respondessem um questionário com questões fechadas e abertas sobre as atividades desenvolvidas durante esta pesquisa. O questionário era composto por seis questões, onde a primeira apenas perguntava o nome dos alunos para que não houvesse duplicidade de respostas.

A seguir estão descritas as demais questões:

2. Você considera importante a utilização de tecnologias no ensino?

3. Na sua opinião, o ensino de Estatística é facilitado com o uso do *Scilab*?

4. Explique o porquê da resposta anterior.

5. Quais foram as maiores dificuldades encontradas? Foram na utilização do *software* ou no conteúdo em si?

6. Deixe um comentário que julgar pertinente sobre o uso do *software* na disciplina de Estatística.

Os resultados da aplicação desse questionário são apresentados e discutidos na próxima seção.

4.4 Análise de dados e discussão

Durante a prática pedagógica os alunos mostravam-se bastante interessados e tiravam dúvidas quando da utilização do *software*, tanto é que no questionário aplicado todos eles consideraram, na *questão 2*, que seria importante o uso de tecnologias no ensino, em especial do *Scilab*.

Acredito que todos nós crescemos, pois com a manipulação e construção dos códigos todos construímos conceitos importantes. Verificou-se também que os alunos não tinham medo de errar, se um código não funcionava, eles editavam, perguntavam e conseguiam solucionar o problema, com auxílio da professora, ou até mesmo dos colegas.

Podemos verificar também que o *software* auxilia na resolução das atividades, no quesito tempo, pois nos momentos em que se propôs que se resolvessem as questões manualmente, se demandava um tempo relativamente alto em relação ao tempo com o *software*, porém os alunos relataram dificuldade em responder todas as questões propostas na última aula em tempo hábil. Em média, aproximadamente uma questão foi deixada em branco por grupo, mas levando em consideração a quantidade de questões, que foram 13, para serem respondidas em 2 horas percebemos que foi produtivo.

A seguir respondemos as questões propostas pelo nosso trabalho:

1) Como o uso de tecnologias, em particular do *software Scilab*, pode contribuir na ampliação de letramento estatístico dos discentes?

Como citado no texto, para Gal (2004) o letramento refere-se, basicamente a dois componentes inter-relacionados:

a) a habilidade das pessoas em interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas, os argumentos relacionados com dados de pesquisas e os fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos;

Nesse sentido, percebemos que na resolução das atividades propostas na avaliação do quinto encontro, os exercícios foram interpretados de maneira correta na maioria dos casos e os alunos souberam avaliar as informações estatísticas, distinguindo corretamente as variáveis a serem estudadas. O contexto das atividades eram diferenciados e o modo de apresentar os dados era distinto, e grande parte dos discentes fizeram corretamente a interpretação dos dados que tinham disponíveis e o que deveriam realizar nos códigos programados.

Porém, foi possível identificar que alguns alunos ainda se confundem no que diz respeito às medidas de tendência central e dispersão. No sentido de trabalhar as medidas de dispersão como se fossem medidas de tendência central, isso ficou evidente quando, no Exercício 5 os alunos afirmaram que considerar a variância menor do que determinado valor, no caso de enchimento de garrafas, seria haver menos líquido nelas.

b) a habilidade das pessoas para discutir ou comunicar suas reações às informações estatísticas, suas interpretações, suas opiniões e seus entendimentos.

Nas falas dos alunos, tanto no auxílio que eles ofereciam aos colegas, quanto no diálogo comigo, percebia que os discentes melhoraram a habilidade de comunicar suas ideias e opiniões em relação às informações.

Ao final das atividades era necessário que os alunos expusessem suas opiniões no contexto dos problemas, e nesse ponto que encontramos o maior número de erros, pois muitas vezes eles não conseguiam responder corretamente o problema, mesmo obtendo no *software* os resultados de “rejeitar ou não rejeitar a hipótese inicial”.

Percebemos que o uso de tecnologias contribuiu na ampliação do letramento estatístico dos discentes, pois grande parte dos discentes fez corretamente a interpretação dos dados, melhorou a habilidade de comunicação das ideias em relação às informações, porém houve erros no momento de reportar os resultados aos contextos dos problemas.

2) Quais os tipos de erros cometidos pelos alunos quando realizam Testes de Hipóteses?

Os erros na resolução dos testes foram identificados na definição do tipo de teste a se realizar e, principalmente, no momento da conclusão do problema, ou seja, após rejeitar ou não uma hipótese, *"o que fazer?"*. Nos diálogos a seguir podemos verificar essas dúvidas dos discentes:

YL0BT6: *Para saber se o programa ajudou os adultos a perder peso eu faço um teste à esquerda né?*

Professora. *Você pegou o peso antigo e subtraiu o atual?*

YL0BT6: *Então, se o valor for menor que zero, significa o que? Que não houve mudança ou houve mudança. Depende, me confundiu... (risos).*

DW2W2A: *Se for maior que zero, melhorou...*

YL0BT6: *Aah... tem que ser maior que, então. Mas se eu quiser mono à esquerda e pegar os valores ao contrário, está certo? Mas daí eu vou bugar, mais ainda. (risos)*

DW2W2A: *O BF0LU5 já se perdeu também.. (risos)*

BF0LU5: *Então menor que, exato?*

YL0BT6: *Maior que!*

BF0LU5: *Maior que?*

YL0BT6: *Eu não rejeitei a hipótese.*

Professora. *Isso significa que não tem evidências de que?*

YL0BT6: *Então não houve melhoria. Não rejeita, não houve alteração... ou houve? vou trazer uma moeda no dia da prova. (risos)*

Nesse trecho de diálogo podemos perceber que os alunos tiveram dificuldade em saber se o teste a ser realizado deveria ser à esquerda ou à direita e, após realizar os cálculos no *software*, o discente não teve convicção da inferência realizada, mas a fez corretamente.

Podemos perceber também que os alunos contribuíram no processo de aquisição do conhecimento, auxiliando uns aos outros.

3) Como podemos verificar os erros cometidos pelos alunos quando realizam testes de hipóteses por meio da análise dos códigos programados?

Os erros advindos dos códigos foram solucionados pelos alunos antes da realização da atividade avaliativa. Houve dificuldades por parte de alguns em compreender a programação no *software*, no sentido da linguagem de programação em si.

Durante as construções dos códigos houve detalhes que fizeram com que nem todos ficassem iguais, pois alguns alunos utilizaram as funções próprias do *Scilab* para realizar os cálculos e outros programaram todas as fórmulas como estudadas manualmente, mas todos os alunos concordaram que utilizar o *software* agilizava os cálculos e preferiram fazer com ele pois compreendem que ele diminui os erros cometidos com cálculos e agiliza todo o processo.

Surgiam durante as aulas problemas simples, como chamar uma função de dois nomes distintos, por exemplo, chamar a média em um momento de “mean” e logo após de “Mean”, como o *software* diferencia maiúsculas e minúsculas, ele apontava um erro, mas em seguida era resolvido.

O interesse dos alunos nas atividades era visível quando eles realizavam a programação, um exemplo pode ser visualizado no diálogo da professora com o aluno após o término da aula, em que ele gostaria de solucionar seu erro:

YL0BT6: *Está dando problema, a senhora pode me ajudar?*

Professora: *Vamos ver...*

YL0BT6: *Hm, tem que definir a média lá em cima?*

Professora: *É que você chamou de mean, tudo bem, mas mais para cima você não chamou de “xbarra”?*

YL0BT6: *Vamos tentar de novo agora, professora.*

Professora. *O que aconteceu com a tua média? Você dividiu o somatório de xi por n?*

YL0BT6: *Sim, mas acho que eu pedi para exibir a coisa errada. Eu não dividi por (n-1) no final do desvio padrão. T calculado é 9100.*

Professora. *Não*

YL0BT6: *Bah, não acredito.*

Professora. *Executa de novo.*

YL0BT6: *Desvio é o s nesse caso né, desvio da amostra?*

Professora. *Sim.*

YL0BT6: *Até os graus de liberdade foi certo.*

Professora. *É.*

YL0BT6: *Ah, então o erro está no alfa, mas o alfa é só entrar com o valor. Aí, agora deu.*

Professora. *Parabéns!*

YL0BT6: *Obrigada Professora! O problema com o código era na hora de exibir os resultados, eu pedia para mostrar a coisa errada.*

Como os alunos possuíam os resultados das atividades realizadas em sala, eles ajustavam os códigos até que todos os resultados fossem iguais. Como as atividades tinham o enunciado diversificado, havia a possibilidade de os códigos não atenderem um detalhe em especial dos exercícios e necessitarem adaptação. A seguir temos a fala de um dos alunos que não havia proposto em seu código algo que era necessário nos exercícios da última aula.

YL0BT6: *Nessa questão a gente vai testar uma variância de população normal com média conhecida, mas meu código pede o somatório do xi, está certo isso?*

Professora. *Você não programou ele para entrar com os dados e calcular o desvio padrão?*

YL0BT6: *Não. Precisava?*

Professora: *Não necessariamente, você pode calcular manual e inserir.*

YL0BT6: *Vou ajustar o código aqui Professora.*

Como visto, eles podiam fazer os cálculos manuais, mas os alunos optavam pela tecnologia.

Foi interessante também avaliar o questionário respondido pelos alunos no qual todos eles afirmaram que consideram importante a utilização de tecnologias no ensino e que, o ensino de Estatística é facilitado com o uso do *Scilab*. As justificativas da importância do uso do *software* encontram-se abaixo subdivididas em categorias:

Minimização de erros em cálculos:

- ✓ O *Scilab* é um ótimo *software* científico para análise numérica, proporcionando uma clareza maior em relação aos problemas propostos em sala de aula.
- ✓ Muitos cálculos que faríamos somente na mão podem ser feitos no *software*, ou seja, podemos confirmar nossos resultados, além do fato de que o uso de novas tecnologias nos estimula na questão de aprendizado.
- ✓ Auxilia na leitura do problema e na resolução que muitas vezes cometemos erros quando feitos a mão.
- ✓ Podemos ver o resultado de várias maneiras com o uso do *Scilab* e também conseguimos uma precisão maior durante os cálculos.

- ✓ Eu acredito que em breve não faremos mais cálculos na mão, pois o computador está aí para nos ajudar. Então para mim, utilizar ferramentas para ajudar na resolução de cálculos é muito importante no aprendizado e no entendimento do conteúdo.
- ✓ Tem muitas situações em que se tem que fazer cálculos, com números muito pequenos o que pode levar a cometer erros. Quando se tem muitas fórmulas para se utilizar também é algo que pode levar a cometer erros. Com o uso do *Scilab* fica mais fácil uma vez que só se precisa saber extrair os dados.

Economia de tempo:

- ✓ Acredito que agiliza o tempo fazendo com que se faça mais exercícios.

Melhor visualização e compreensão:

- ✓ O *Scilab* ajuda a trazer exemplos práticos e auxilia na resolução dos exercícios que trazem mais dinamicidade na aprendizagem.
- ✓ Pois facilita a compreensão do conteúdo proposto com algo prático.
- ✓ Facilita, pois é possível criar os testes através de códigos que fica mais fácil entender por conta que se assemelha a uma escrita de códigos fonte de *softwares*.
- ✓ Auxilia na visualização e compreensão dos exercícios.
- ✓ O *Scilab* é bastante eficiente no ensino de estatística, pois possui diversas funções e facilitadores para a conclusão dos cálculos.
- ✓ O *Scilab* é um programa bem completo, cheio de funções, plotagem de gráficos e fácil de utilizar. Garante um melhor entendimento do conteúdo e proporciona oportunidades de projetos incríveis.
- ✓ A tecnologia existe para facilitar a vida como um todo, pois, a sua utilização está cada vez sendo mais necessário pelas corporações. Logo, se você não está habituado com tecnologia, você está defasado no mercado de trabalho.
- ✓ Este é o principal foco no desenvolvimento de novas tecnologias, facilitar a vida humana.

E com relação as maiores dificuldades encontradas, se foram na utilização do *software* ou no conteúdo em si, na opinião dos discentes, a maior dificuldade é com o conteúdo em si, pois 96% deles disseram isso.

Ao final da pesquisa havia um item apenas para comentários, que seguem:

- ✓ Essa disciplina é muito interessante. Logo após seu início, consegui relacionar alguns pontos nela presentes à fatos da vida real, principalmente na TV ao ver a previsão do tempo e dados econômicos dos jornais.
- ✓ [...] eu acredito que a galera aprende mais vendo na prática do que vendo conteúdo em um *slide* e fazendo tudo manual.

Nesses casos percebe-se a aquisição da compreensão da importância da disciplina e do letramento estatístico, onde os alunos conseguiram relacionar alguns pontos nela presentes à fatos da vida real.

Sobre os níveis de raciocínio estatístico citados no trabalho podemos classificar falas dos alunos que se enquadram em cada um dos níveis. Em diálogos entre discentes, percebemos que temos alunos que ainda encontram-se no nível idiossincrático, usando palavras e símbolos sem entendê-los completamente, misturando informações não relacionadas e outros no nível processivo que já conseguem identificar as dimensões de um conceito ou processo estatístico. Segue um diálogo que exemplifica isso:

FX6XGD: *A variância da amostra vai ser zero?*

1PBBR5: *Não, da amostra vai ser maior que da população, mas não é zero, se for zero não varia nada.*

Às vezes nos deparamos com casos em que tínhamos informações como a variância e alguns discentes demoravam para perceber a relação com o desvio padrão. Mostrando não ter conhecimentos referentes ao assunto, como vemos a seguir:

2RNHX1: *Professora, aqui no caso, eu vou testar se a variância é 3, aqui no programa ele pede o desvio padrão. Mas a variância é 3.*

Outros alunos, no nível transicional, conseguiram identificar as dimensões do processo, realizam testes corretamente, mas não conseguem integrar completamente as dimensões. Vemos um exemplo na fala a seguir:

DW2W2A: *Aqui nós já fizemos o teste da hipótese né Professora, daí a gente deduziu rejeitar a hipótese. Então assim, por exemplo se não pode ser 2,5 a média populacional, então se o teste é à esquerda, você supõe o que usou como alternativa que é menor que 2,5.*

Alguns discentes verbalizam conceitos corretamente, mas não aplicam isso em seu comportamento. Eles explicam o que foi feito, falam o que seria necessário mas não conseguem cumprir todas as etapas solicitadas. Vemos a seguir o diálogo de dois discentes que dão indícios de estar no nível verbal.

9X2A34: *Eu não sei como afirmar isso aqui, no caso eu fiz o teste aqui e ele me deu na região crítica, então quer dizer que ele não está ok.*

W39VJU: *Ok, você considerou a hipótese menor que 135?*

5TNIZ0: *Nunca pode ser diferente então?*

W39VJU: *Se fosse menos de 135 seria mentira do fabricante?*

9X2A34: *Nesse caso eu tenho o desvio padrão só da minha amostra né?*

W39VJU: *Sim.*

9X2A34: *Ok, agora eu sei fazer, eu só me complico mesmo em interpretar o problema ainda. É porque ali eu achei que era desconhecida, depois eu vi o desvio padrão, daí já me confundi.*

Lembrando que não é fácil classificar os níveis de raciocínio, neste trabalho foi possível observar e relatar indícios de que os alunos apresentam-se em diferentes níveis.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino e a interpretação de testes de hipóteses são sempre um desafio, especialmente por envolver uma tomada de decisão. Ao longo deste trabalho pôde-se perceber que o *Scilab* auxilia na resolução das atividades no sentido de otimizar os cálculos e, na construção dos códigos são necessários tanto conhecimentos de programação quanto de testes em si. A estrutura lógica programada seria inviável caso não houvesse consciência da sequência lógica da resolução de testes.

Neste trabalho, buscaram-se alternativas para se trabalhar conceitos de Testes de Hipóteses no Ensino Superior. Procurou-se mostrar a importância do uso de tecnologias no ensino deste conteúdo, bem como a possibilidade de ampliação do letramento estatístico.

O objetivo geral da pesquisa foi avaliar a contribuição do uso de tecnologias, em particular do *software Scilab*, na ampliação de letramento estatístico dos discentes e, com a prática pedagógica. Observou-se que os alunos se sentiram motivados ao aprendizado da disciplina, pois perceberam as aplicações da mesma e conseguiram construir um vínculo entre os ensinamentos do seu curso e ela.

No primeiro momento desta prática pedagógica, quando foi divulgada a proposta de utilização do *software Scilab* nas atividades, observamos a aceitação ao convite por parte dos alunos, o que foi fundamental para o bom andamento da atividade.

Conforme Martins (2013) destacamos a importância das atividades em que os estudantes, baseados nos exercícios resolvidos, criam um algoritmo para a resolução de problemas. Cabe destacar que os algoritmos programados resultaram da resolução dos exercícios propostos em sala de aula como exemplos, assim, ao invés de memorizar uma sistemática para a resolução do problema, os alunos criaram um algoritmo, organizando as resoluções de maneira sistemática para as atividades. Posteriormente, foram resolvidos os exercícios sobre testes de hipóteses com o auxílio do *software Scilab* e esses códigos programados.

A análise dos resultados da aplicação da atividade avaliativa mostrou-se positiva no entendimento dos conceitos propostos. Pôde-se afirmar que durante a realização dos códigos e das atividades houve cooperação entre os alunos, com comprometimento em ajustá-los e deixá-los rodando sem problemas.

Para Kader e Perry (2006), um estudante por meio do letramento estatístico saberá como interpretar os dados estatísticos e fará questionamentos sobre as informações estatísticas ali presentes. E foi o que se buscou: fazer com que os alunos discutissem as informações presentes nos exercícios, com o auxílio do *software* para ampliar o letramento estatístico dos alunos (de forma individual, como grupo e como turma).

Os erros cometidos pelos alunos ao resolverem as questões propostas foram, na maior parte das vezes, na interpretação dos problemas, no momento de verificar se os dados presentes nos exercícios se referiam à população ou à amostra ou, no momento de relacionar a tomada de decisão de rejeitar ou não a hipótese inicial e reportar isso ao contexto do problema.

Ressaltamos que o envolvimento dos alunos nas atividades, tanto na construção dos códigos, como na resolução dos exercícios foi fundamental neste trabalho. A prática foi realizada com uma turma de quinta fase de Ciência da Computação, mas poderia ser realizada em quaisquer cursos em que os alunos tivessem uma noção de programação.

Esperamos que este trabalho possa dar suporte ao ensino da disciplina de Estatística no Ensino Superior pois trazemos uma sequência de atividades que pode ser modificada para adaptar-se ao público ao qual se destina, podendo inclusive servir como incentivo para a utilização de quaisquer linguagens de programação no Ensino de Estatística.

Como produto didático da dissertação, foi construído um *site* que está disponível em http://profvilmakarsburg.com.br/Teste_de_Hipoteses.html. Além disso, esta dissertação também apresenta como produto uma proposta de sequência didática para o estudo de teste de hipóteses. No *site* é disponibilizada a definição de teste de hipóteses e a resolução de exemplos e exercícios propostos aos discentes no último encontro. É possível se realizar o *download* da sequência didática proposta nesta dissertação (que também está disponível no Apêndice A) ademais, pode-se acessar todos os tipos de testes abordados.

Ainda, no *site*, em cada um dos testes, além da explicação individualizada, pode-se realizar o *download* dos códigos *Scilab* elaborados (com alguns ajustes em relação aos produzidos pelos discentes), e pode-se visualizar a resolução de exemplos e exercícios com o *software*. O *site* é de domínio público e, portanto, também poderá ser acessado e usado por discentes como suporte para o estudo do tema.

A ideia dos produtos desta dissertação é que estes possam ser usados como material de apoio por professores que ministram o conteúdo de testes de hipóteses.

Após a conclusão dessa pesquisa, podemos avaliar que futuramente outros trabalhos podem ser realizados englobando mais conteúdos de estatística, tanto descritiva quanto inferencial. Também podem ser utilizados outros *softwares* para confrontar com o uso do *Scilab* e ser elaboradas mais páginas *web* que disponham explicações e resolução de exercícios por meio de *softwares*.

Uma atividade a ser desempenhada futuramente será a criação de um *software web* que a partir da entrada de dados realize os cálculos estatísticos passo a passo e mostre a resolução, com a ideia de facilitar o ensino e os estudos da disciplina.

6 REFERÊNCIAS

ABE. **Associação Brasileira de Estatística.** Disponível em: <https://www.redeabe.org.br/site/>. Acesso em 08 de Dez de 2018.

ANASTASIOU, L. das G. C.; ALVES, L. P. **Processos de ensinagem na universidade:** pressupostos para as estratégias de trabalhos em aula. 3.ed. Joinville, SC: Univille, 2009.

ASA. **American Statistical Association.** Disponível em: <https://www.amstat.org//>. Acesso em 02 de Jan de 2019.

BATANERO, C. **The Challenges of teaching statistical inference.** In: H. Bacelar (Ed.), *XIII Jornadas de Classificação e Análise de Dados*. Lisboa: Associação de Classificação e Análise de Dados, 2006. p. 162-166.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento.** 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

CAMPOS, C.R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística:** teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

CHANCE, B. L. **Components of Statistical Thinking and Implications for Instruction and Assessment.** *Journal of Statistics Education,* Volume 10, nº 3, 2002. Disponível em: <jse.amstat.org/v10n3/chance.html>

CHWIF, L.; MEDINA, A. C. **Modelagem e simulação de eventos discretos:** teoria & aplicações. 2 ed. rev. São Paulo: Ed. do Autor, 2007.

CURY, H. **Análise de Erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

D'AMBRÓSIO, Beatriz Silva; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Formação de professores de matemática: Professor-Pesquisador.** Atos de Pesquisa em Educação – Ppge/me Furb, São Paulo, v. 1 n.1, p.75-85, Jan/Abr 2006. Disponível em: <http://gorila.furb.br/ojs/index.php/atosdepesquisa/article/viewFile/65/33>. Acesso em: 03 jan. 2018.

FERRERO, C. A.; MALETZKE, A. G.; ZALEWSKI, W. **Modelos de Regressão para a Previsão de Series Temporais por meio do Algoritmo Knn-TSP.** In: XI Encontro Nacional de Inteligência Artificial e Computacional, 2014, São Carlos, SP. v. 1. p. 1-7.

FEUDO, A. L. M. **Uma introdução para o ensino de teste de hipóteses no ensino superior em ambiente presencial e apoio virtual.** Dissertação de Mestrado. Universidade Anhanguera de São Paulo: São Paulo, 2016.

GAL, I. **Adult's Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities.** International Statistical Review, v.70, n.1, p.1-25, 2002.

GAL, I. **Statistical literacy, meanings, components, responsibilities.** In D. Ben-Zvi e J. B. Garfield (Eds.), The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking (pp. 47-78). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishing, 2004.

GAL, I; GARFIELD, J. **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdã: IOS Press, 1997.

GARFIELD, J.; [et. Al]. **First Courses in Statistical Science: The Status of Educational Reform Efforts.** *Journal of Statistics Education* Volume 10, Number 2, 2002. Disponível em: jse.amstat.org/v10n2/garfield.html. Acesso em 10 de novembro de 2018.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. **Developing Students' Statistical Reasoning:** Connecting Research and Teaching Practice. Dordrecht: Springer, 2008. Disponível em <https://scholar.google.com.br/>

GARFIELD, J.; GAL, I. **Teaching and assessing statistical reasoning.** In: Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12. National Council of Teachers os Mathematics. Teston: Ed. L. Staff, 1999. p. 207-219.

GEOGEBRA. **O que é o Geogebra. 2018,** disponível em: https://www.geogebra.org/?lang=pt_BR. Acesso em 01 de fevereiro de 2018.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3. ed. São Paulo: Atlas, 1991.

GONÇALVES, G. M. A. da C. **Aprendizagem de testes de hipóteses por alunos do ensino superior politécnico.** Tese de Doutoramento. Portugal: Universidade do Minho, 2017. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/54366. Acesso em 01 de agosto de 2019.

IASE. **International Association for Statistical Education.** Disponível em: <http://iase-web.org/>. Acesso em 04 de Dez de 2018.

IGNÁCIO, S. A. **A importância da estatística para a tomada de decisão.** Revista Paranaense de Desenvolvimento: Curitiba, n.118, p.175-192, jan./jun. 2010.

IFSC. **PPC Ciência da Computação.** Disponível em: <http://cs.ifsc.edu.br/portal/files/7-_PPC_CC_-_LAGES3._publicado.pdf>. Acesso em 08 de Dez de 2018.

KADER, G. D.; PERRY, M. **A framework for teaching statistics within the K-12 Mathematics curriculum.** Appalachian State University. In: ICOTS-7, Salvador, 2006.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: O novo ritmo da Informação.** 8 ed. Campinas: Papirus, 2012.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística Aplicada.** Tradução Luciane Ferreira Pauleti Vianna. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MARTINS, T. V. **Programação Linear na Escola Básica.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2013.

MICHAELIS. **Dicionário prático da língua portuguesa.** São Paulo: Editora Melhoramentos, 2008.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros.** Tradução e revisão técnica Verônica Calado. 5ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

MORETTIN, L. G. **Estatística Básica: probabilidade e inferência**, volume único. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística Básica.** 9 ed. São Paulo: Saraiva, 2017.

OLIVEIRA, F. B. de. **Interfaces Usuário-Máquina.** Disponível em: < https://sistemas.riopomba.ifsudestemg.edu.br/dcc/materiais/1618984280_Apostila-Interfaces-Homem-Maquina.pdf>, acesso em: 08 de Dez de 2018.

PFANNKUCH, M.; WILD, C. **Towards an Understanding of Statistical Thinking**. In: The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 17-46.

RUSSELL, S. J.; NORVIG, P. **Inteligência Artificial.** Tradução Regina Célia Simille. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.

SAMÁ, S.; SILVA, M. P. M. da. (org.). **Educação Estatística:** ações e estratégias pedagógicas no Ensino Básico e Superior. 1 ed. Curitiba: CRV, 2015.

SBC. **POSCOMP**. Disponível em: <http://www.sbc.org.br/educacao/poscomp>. Acesso em: 20 de Dez de 2018.

SBEM. **Sociedade Brasileira de Educação Matemática.** Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/sbembrasil/>. Acesso em: 08 de Dez de 2018.

SCILAB. **Scilab:** About. Disponível em: <https://www.scilab.org/about>. Acesso em 08 de Mar de 2018.

SEBASTIANI, R. G. **Análise de erros em testes de hipóteses: um estudo com alunos de Engenharia.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica: Porto Alegre, 2010.

SEBASTIANI, R. G; VIALI, L. **Teste de Hipóteses: uma análise dos erros cometidos por alunos de engenharia.** Contido em Bolema: boletim de educação matemática. Rio Claro. Vol. 24, n. 40 (2011), p. 835-854. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/180027

SILVA, D.H. da, SILVA, T.J. da, **Usando o *Scilab* como ferramenta para tratamento de dados estatísticos em problemas da Engenharia.** Revista CEPPG - CESUC - Centro de Ensino Superior de Catalão, Ano XVI nº 28, 1º Semestre/2013

SNEE, R. D. **Statistical Thinking and Its Contribution to Total Quality.** In: The American Statistican. volume 44, nº 2. Published by: Taylor & Francis, Ltd. em nome de American Statistical Association, 1990. p. 116-121. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/2684144>

TAVARES, M. **Estatística aplicada à Administração.** Disponível em: < http://cead.ufpi.br/conteudo/material_online/disciplinas/estatistica/download/Estatistica_completo_revisado.pdf> Acesso em: 26 Set 2017.

YIN, R. K. **Estudo de Caso:** Planejamento e Métodos. 2ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.

APÊNDICE

APÊNDICE A – Produto Didático – Sequência Didática

O produto didático dessa pesquisa é formado pela sequência de atividades utilizada para a coleta de dados e os códigos que resolvem os Testes de Hipóteses trabalhados. O produto didático também foi disponibilizado em uma versão *online*. Nesta página é possível visualizar o conteúdo trabalhado n/a versão *online*, fazer o *download* dos códigos produzidos no *Scilab* e deste produto didático em pdf. O endereço do site é http://profvilmakarsburg.com.br/Teste_de_Hipoteses.html

1º Encontro: TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas
Carga Horária: 2 horas

Objetivos:

- ✓ Introduzir o conteúdo de teste de hipóteses;
- ✓ Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias conhecidas para que os alunos compreendam uma forma de realizar estes testes;
- ✓ Incentivar os alunos a construir um *código do Scilab* que resolva os mesmos problemas resolvidos manualmente.

Atividades:

1. Introduzir o conteúdo de Teste de Hipóteses;
2. Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias conhecidas;
3. Construir um *código do Scilab* que resolva testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias conhecidas.

2º Encontro: TH para proporções de populações normais e TH para médias de populações normais com variâncias conhecidas
Carga Horária: 2 horas

Objetivos:

- ✓ Tirar dúvidas sobre o assunto da aula anterior;
- ✓ Compreender os testes de hipóteses para proporções;
- ✓ Estimular os alunos a adaptar o código do teste para médias realizado na aula anterior para proporções;
- ✓ Estudar testes para médias de populações normais com variâncias desconhecidas;
- ✓ Adaptar os códigos para esses testes utilizando a distribuição t de Student.

Atividades:

1. Introduzir o estudo de Teste de Hipóteses para Proporções;
2. Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para proporções de populações normais;
3. Adaptar o *código do Scilab* criado para resolver testes de hipóteses para proporções de populações normais.
4. Introduzir o estudo de Teste de Hipóteses para médias de populações normais com variâncias desconhecidas;
5. Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias desconhecidas;
6. Adaptar o *código do Scilab* criado para resolver testes de hipóteses para médias de populações normais com variâncias desconhecidas.

3º Encontro: TH para diferença entre médias (dados emparelhados)
Carga Horária: 2 horas

Objetivos:

- ✓ Compreender os testes de hipóteses para diferença entre médias;
- ✓ Estimular os alunos a adaptarem os códigos elaborados anteriormente para diferença entre médias.

Atividades:

1. Introduzir o estudo de Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados);

2. Resolver alguns exemplos envolvendo testes de hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados);
3. Adaptar o *código do Scilab* criado para resolver testes de hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados).

4º encontro: TH para variâncias de populações normais

Carga Horária: 2 horas

Objetivos:

- ✓ Compreender os testes de hipóteses para variâncias de populações normais com médias conhecidas;
- ✓ Aprender os testes de hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas;
- ✓ Estimular os alunos a adaptarem os códigos elaborados anteriormente para resolver testes de hipóteses para variâncias.

Atividades:

1. Introduzir o estudo de Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais;
2. Resolver exemplos envolvendo testes de hipóteses para variâncias;
3. Adaptar o *código do Scilab* criado para resolver testes de hipóteses para variâncias com médias conhecidas e desconhecidas.

5º encontro: Resolução de Exercícios

Carga Horária: 2 horas

Objetivo:

- ✓ Realizar uma sequência de exercícios propostos com o uso do *software Scilab*;

Atividades:

Resolver os seguintes exercícios:

Questão 1. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) A associação dos proprietários de indústrias metalúrgicas está muito preocupada com o tempo perdido com acidentes de trabalho, cuja média, nos últimos tempos, tem sido da ordem de 60 horas/homem por ano e desvio padrão de 20 horas/homem. Tentou-se um programa de prevenção de acidentes, após o qual foi tomada uma amostra de nove indústrias e medido o número de horas/homem perdidas por acidente, que foi de 50 horas. Você diria, ao nível de 5%, que há evidência de melhoria?

Questão 2. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) O salário médio dos empregados das indústrias siderúrgicas de um país é de 2,5 salários mínimos, com um desvio padrão de 0,5 salários mínimos. Uma indústria é escolhida ao acaso e desta é escolhida uma amostra de 49 empregados, resultando um salário médio de 2,3 salários mínimos. Podemos afirmar que esta indústria paga salários inferiores à média nacional, com o nível de 5%?

Questão 3. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) Uma companhia de cigarros anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que fabrica apresenta-se abaixo de 23 mg por cigarro. Um laboratório realiza 6 análises desse índice, obtendo: 27, 24, 21, 25, 26, 22. Sabe-se que o índice de nicotina se distribui normalmente, com variância igual a 4,86 mg^2. Pode-se aceitar, ao nível de 10%, a afirmação do fabricante?

Questão 4. (Morettin e Bussab, 2017, p.374) A receita média, em porcentagem, dos quase 600 municípios de um estado tem sido 7%. O governo pretende melhorar esse índice e, para isso, está estudando alguns incentivos. Para verificar os efeitos desses incentivos, sorteou 10 cidades e estudou quais seriam as porcentagens investidas neles. Os resultados foram, em porcentagem, 8, 10, 9, 11, 8, 12, 16, 9, 12, 13. Admitindo-se que esses números realmente venham a ocorrer, os dados trazem evidência de melhoria ao nível de 5%?

Questão 5. (Montgomery e Runger, 2014, p. 212) (Enchimento Automático) Uma máquina de enchimento automático é usada para encher garrafas com detergente líquido. Uma amostra aleatória de 20 garrafas resulta em uma variância amostral de volume de enchimento de s^2 = 0,0153 (onça fluída)^2. Se a variância do volume de enchimento exceder 0,01 (onça fluída)^2, existirá uma proporção inaceitável de garrafas cujo enchimento não foi completo e cujo enchimento foi em demasia. Há evidências, ao nível de 5% nos dados da amostra sugerindo que o fabricante tenha um problema com garrafas cheias com falta e excesso de detergente?

Questão 6. (Larson e Farber, 2010, p. 316) Um fabricante de chuveiros para proteção contra incêndios afirma que a média de temperatura de ativação é de pelo menos 135ºF. Para testar a afirmação, você seleciona uma amostra de 32 sistemas e descobre que a média da temperatura de ativação é de 133ºF com desvio padrão de 3,3ºF. No nível de significância α = 10%, você tem evidência suficiente para apoiar a afirmação do fabricante?

Questão 7. (Larson e Farber, 2010, p. 326) (Custo de reparo de computadores) Um restaurador de computadores acredita que a média do custo para conserto de computadores com problemas é maior que $95. Para testar a afirmação, você determina os custos do conserto de 7 computadores escolhidos aleatoriamente e descobre que a média dos custos é $ 100 por computador, com um desvio padrão de $ 42,50. Com α = 0,01, você tem evidências para dar suporte à afirmação do restaurador?

Questão 8. (Larson e Farber, 2010, p. 327 - adaptado) (Custos de alojamentos) Uma associação de viagens diz que o custo diário de alojamentos para uma família nos Estados Unidos é de $ 152. Você trabalha para uma publicação de turismo e quer testar essa afirmação. Você seleciona aleatoriamente 10 famílias norte-americanas e descobre quanto cada uma gasta com alojamento em uma viagem de apenas uma noite. Com α = 0,02, você pode rejeitar a afirmação da associação de viagens? Seguem os gastos das 10 famílias: 164, 137, 142, 155, 119, 104, 74, 204, 148, 181.

Questão 9. (Larson e Farber, 2010, p. 339) (Vida de equipamentos) Uma grande empresa de equipamentos estima que a variância na vida de seus equipamentos seja 3. Você trabalha para um grupo de defesa do consumidor e lhe é pedido para testar essa afirmação. Você descobre que uma amostra aleatória das vidas de 27 dos equipamentos da empresa tem uma variância de 2,8. Com α = 0,05, você tem evidência suficiente para rejeitar a afirmação do fabricante?

Questão 10. (Larson e Farber, 2010, p. 359) (Passar mais tempo estudante) Um sociólogo acha que garotos do ensino médio passavam menos tempo estudando em 1981 do que garotos do ensino médio passam hoje. Um estudo foi conduzido em 1981 para encontrar o tempo que garotos do ensino médio passavam estudando nos dias da semana. Os resultados (em minutos por dia da semana) são mostrados a seguir.

31,9 35,4 28,0 39,1 30,5 31,9 33,0 29,6 35,7 30,2 38,8 35,9 37,1 36,2 32,6 36,9 24,2 28,5 28,7 41,1 33,8 32,1 28,7 35,4 36,6 34,3 35,5 34,2 33,8 25,3 27,7 21,9 30,0 36,8 26,9

Recentemente, um estudo similar foi conduzido. Os resultados são mostrados a seguir:

44,7 54,6 41,1 46,7 43,0 46,6 42,9 48,7 50,0 47,9 47,2 58,0 51,0 41,1 49,6 51,3 39,0 45,6 49,8 54,4 47,1 45,5 52,8 49,4 47,2 54,8 40,2 45,4 48,6 50,0 51,5 55,0 44,7 42,2 52,0

Em α = 0,03, você pode apoiar a afirmação do sociólogo?

Obs: Considere dados pareados.

Questão 11. (Larson e Farber, 2010, p. 367 - adaptado) (Resistência à tensão) Um engenheiro quer comparar as resistências à tensão de barras de aço que são produzidas usando um método convencional e um método experimental. Para tal, o engenheiro seleciona aleatoriamente barras de aço que são fabricadas usando cada método e registra as seguintes resistências à tensão (em newtons por mm²).

Método experimental:

395 389 421 394 407 411 389 416 402 408 400 386 411 405

Método convencional

362 352 380 382 413 384 400 378 419 379 384 388 372 383

Em α = 0,10 o engenheiro pode afirmar que o método experimental produz aço com maior resistência à tensão? O engenheiro deve recomendar o uso do método experimental? Considere dados pareados.

Questão 12. (Larson e Farber, 2010, p.375) (Perda de peso) A tabela mostra os pesos de 14 adultos antes de um programa de dieta e 2 semanas após o programa. Em α = 0,10 há evidência suficiente para concluir que o programa ajudou os adultos a perder peso?

Participante	Peso antes do programa de dieta	Peso depois do programa de dieta
1	194	190
2	232	235
3	265	255
4	188	187
5	170	175
6	212	209
7	139	139
8	280	277

9	291	285
10	210	212
11	190	194
12	155	152
13	166	167
14	198	196

Questão 13. (Morettin, 2010, p. 306) De uma população normal com média 4, levantou-se uma amostra casual de 21 elementos, obtendo-se 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7. Ao nível de 10%, testar a hipótese de que a variância seja menor que 3.

APÊNDICE B – Procedimentos para realização de pesquisa com dados institucionais do IFSC

INSTITUTO FEDERAL
Santa Catarina

Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
INSTITUTO FEDERAL DE SANTA CATARINA

Procedimentos para realização de pesquisa com dados institucionais do IFSC

Para a realização de projeto de pesquisa que utilize dados Institucionais, envolvendo dados fornecidos por servidores ou alunos do IFSC (como entrevistas e questionários), bem como outras fontes de informação da instituição, deve-se adotar os seguintes procedimentos:

1 – Envio da intenção de pesquisa, por *e-mail*, à Coordenadoria de Pós-graduação/PROPPI (pos@ifsc.edu.br) pelo proponente, contendo a **Cópia do projeto de pesquisa**.

2 – Após realizado o filtro (identificação de qual setor compete a autorização de pesquisa), a Coordenadoria de Pós-graduação inicia o processo no SIPAC, encaminhando à área de interesse da pesquisa para manifestação de parecer.

3 – Com a aprovação da área de interesse, o projeto de pesquisa é enviado ao Pró-Reitor de Pesquisa, Pós-graduação e Inovação para emissão de declaração autorizando a aplicação da pesquisa.

4 – O requerente é comunicado por *e-mail* a cerca do parecer.

APÊNDICE C – Termo de Aceite de Realização do Estágio

TERMO DE ACEITE DE REALIZAÇÃO DE ESTÁGIO

Eu, **Vilson Heck Junior**, SIAPE 1814986, nas atribuições de chefe do **Departamento de Ensino, Pesquisa e Extensão** do **Instituto Federal de Santa Catarina / IFSC Campus Lages** afirmo consentimento de que a estudante da Universidade Federal do Rio Grande do Sul / UFRGS e, professora do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico **Vilma Gisele Karsburg**, SIAPE 2361883, orientada pela professora **Dra. Luciana Neves Nunes** possa realizar seu estágio e coletas necessárias (ou parte delas) para a realização de sua dissertação de mestrado neste local, na disciplina de **Estatística e Probabilidade** do curso de **Ciência da Computação**, sem prejuízo para ambas as partes, desde que o estudante preserve a ética necessária para o mesmo. O tema escolhido para o trabalho será **"O uso do *software Scilab* no ensino de Teste de Hipóteses"** e autorizamos a divulgação do nome da instituição em sua dissertação desde que seja autorizada pela comissão de ética e posteriormente encaminhada para o IFSC para conhecimento e avaliação.

Lages, 05 de janeiro de 2018

P/

Representante da instituição

(assinatura e carimbo)

Deborah Hoeschl
Mat. SIAPE 2029716
Coordenadora de Registros Acadêmicos
Câmpus Lages IFSC
Port. 433 D.O.U. de 19/02/2015

Luciana Neves Nunes

Professor(a) Orientador(a)

Vilma G. Karsburg

Mestrando(a)

APÊNDICE D – Autorização de Pesquisa IFSC

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA CATARINA

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins e efeitos legais que tenho conhecimento da pesquisa intitulada **"O USO DO SOFTWARE *SCILAB* NO ENSINO DE TESTE DE HIPÓTESES"**, sob a responsabilidade de Vilma Gisele Karsburg. Diante da análise da proposta de pesquisa, realizada pela Pró-Reitoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação, autorizo a sua execução. Esta autorização não exime, contudo, a responsabilidade do(a) pesquisador(a) em atender à Resolução CNS 466/12, de 12/12/2012, e à Resolução CNS 510/16, de 07/04/2016, e complementares.

Clodoaldo Machado
Pró-Reitor de Pesquisa, Pós-Graduação e Inovação
Conforme Portaria n°2484 de 05/08/2017

Florianópolis, 04 de maio de 2018.

Instituto Federal de Santa Catarina – Reitoria
Rua: 14 de julho, 150 | Coqueiros | Florianópolis /SC | CEP: 88.075-010
Fone: (48) 3877-9000 | www.ifsc.edu.br | CNPJ 11.402.887/0001-60

APÊNDICE E – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Gostaríamos de convidar você a participar como voluntário (a) da pesquisa "O USO DO *SOFTWARE SCILAB* NO ENSINO DE TESTE DE HIPÓTESES". O motivo que nos leva a realizar esta pesquisa é "porque achamos que o uso da tecnologia no ensino de Estatística pode colaborar para a obtenção do letramento estatístico segundo a perspectiva de Gal". Nesta pesquisa pretendemos:

1. Avaliar a contribuição do uso de tecnologias na ampliação do nível de letramento estatístico dos discentes;
2. Analisar o auxílio que o *software Scilab* traz ao ensino de teste de hipóteses;
3. Ampliar o nível do letramento estatístico dos alunos (de forma individual, como grupo e como turma);
4. Analisar os erros cometidos pelos alunos ao resolverem as questões propostas;
5. Utilizar a literatura da área para descrever e comparar os erros identificados; e,
6. Desenvolver um produto didático que consistirá num roteiro básico para orientar a utilização do *Scilab* no ensino de teste de hipóteses.

Caso você concorde em participar, a sua colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito, bem como da participação em aula, em que você será observado(a) e sua produção será analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou vídeos obtidos durante a participação, o material produzido será utilizado somente em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. O tempo estimado para a realização dessa pesquisa é de 8 períodos de 55 minutos, durante os quais será ensinado, de maneira usual, o conteúdo de Teste de Hipótese. Após este momento será realizada a execução de uma sequência de exercícios sobre testes de hipóteses sem a utilização do computador. Posteriormente serão relembradas algumas ferramentas do software que serão utilizadas e será realizada novamente a execução da sequência de exercícios, com o auxílio do software. Ao final da pesquisa, você será convidado a responder um questionário sobre a importância da utilização de tecnologias no ensino de estatística, em particular do software *Scilab*.

Esta pesquisa tem alguns riscos, que são: fadiga na execução das atividades propostas, constrangimento em não conseguir executar as tarefas, dificuldade na utilização do software. Mas, para diminuir a chance desses riscos acontecerem, saiba que você pode interromper a sua participação nessa pesquisa a qualquer momento, seja de forma definitiva ou temporária. Essa pesquisa pode auxiliar na compreensão do conteúdo de teste de hipóteses e no desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas de maneira mais precisa. A sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento assinado por você.

Para participar deste estudo você não vai ter nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Apesar disso, se você tiver algum dano por causa das atividades que fizermos com você nesta pesquisa, você tem direito a indenização. Você terá todas as informações que quiser sobre esta pesquisa e estará livre para participar ou recusar-se a participar. Mesmo que você queira participar agora, você pode voltar atrás ou parar de participar a qualquer momento. A sua participação é voluntária e o fato de não querer participar não vai trazer qualquer penalidade ou mudança na forma em que você é atendido (a). A pesquisadora não vai divulgar seu nome. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material (fotos ou vídeos) que indique sua participação não será liberado sem a sua permissão. Você não será identificado (a) em nenhuma publicação que possa resultar.

Esta pesquisa é coordenada/orientada pela pesquisadora Luciana Neves Nunes (professora do Departamento de Estatística – UFRGS), a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51)3308-6177 ou e-mail lununes@mat.ufrgs.br e será desenvolvida pela pesquisadora Vilma Gisele Karsburg, orientanda de mestrado da pesquisadora responsável. Caso você tenha dúvida, ou se sinta prejudicado(a), poderá contatar a pesquisadora Vilma no endereço IFSC – Campus Lages, sala dos professores de informática / telefone (49) 3221-4200 ou por e-mail: vilma.karsburg@ifsc.edu.br.

Você também poderá fazer contato para quaisquer esclarecimentos diretamente ao Comitê de Ética em Pesquisa da UFRGS através do telefone: (51)3308-3738.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável e a outra será fornecida a você. Os dados coletados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após esse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resolução Nº 510/16 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para os fins acadêmicos e científicos.

Declaro que concordo em participar da pesquisa e que me foi dada à oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Lages, _____ de junho de 2018.

Nome do participante: ____

Assinatura do participante: ____

Pesquisadoras responsáveis:

Luciana Neves Nunes

Luciana Neves Nunes

Vilma G. Karsburg

Vilma Gisele Karsburg

APÊNDICE F – Resolução na íntegra dos exemplos pela Professora

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas

Exemplo 1.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, $H_0: \mu = 45$
3. Hipótese alternativa, $H_1: \mu \neq 45$
4. Estatística de teste: $z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $Z_{calc} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 45 \\ H_1: \mu \neq 45 \end{cases}$$

$$\sigma^2 = 36$$

$$n = 16$$

$$\bar{x} = 43$$

$$\alpha = 10\%$$

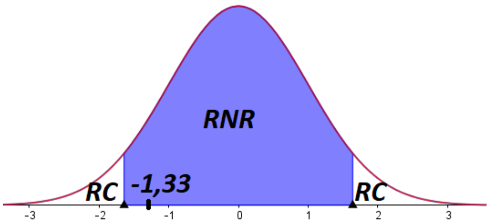
Cálculos:

$$z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{43-45}{\sqrt{\frac{36}{16}}} \cong -1{,}33$$

$$z\alpha/_2 = z_{45\%} = 1{,}64$$

$$-z\alpha/_2 = -z_{45\%} = -1{,}64$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $-z\alpha/_2 = -1{,}64 < z_{calc} \cong -1{,}33 < 1{,}64 = z\alpha/_2$. Então, $z_{calc} \in RNR(Região\ de\ Não\ Rejeição)$ e não rejeitamos H_0, portanto ao nível de 5% não temos evidência para afirmar que o valor é diferente de 45.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas

Exemplo 2.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, H_0: $\mu = 26$
3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu < 26$
4. Estatística de teste: $z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $Z_{calc} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 26 \\ H_1: \mu < 26 \end{cases}$$

$$\sigma^2 = 5{,}86$$

$$n = 10$$

$$\alpha = 5\%$$

Cálculos:

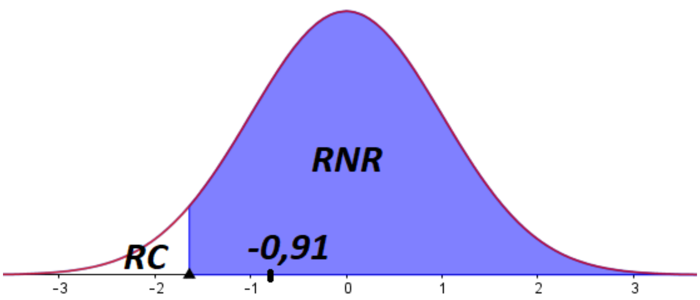
$$\bar{x} = \frac{26+24+23+22+28+25+27+26+28+24}{10} = 25{,}3$$

$$z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{25{,}3-26}{\sqrt{\frac{5{,}86}{10}}} \cong -0{,}91$$

$$z_{\alpha} = z_{45\%} = 1{,}64$$

$$-z_{\alpha} = -z_{45\%} = -1{,}64$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $z_{calc} \cong -0{,}91 > -1{,}64 = -z_{\alpha}$. Então, $z_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que houve redução no nível de nicotina. Não podemos aceitar a afirmação do fabricante.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias conhecidas

Exemplo 3.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, H_0: $\mu = 206$
3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu > 206$
4. Estatística de teste: $z_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 206 \\ H_1: \mu > 206 \end{cases}$$

$$\sigma = 12$$

$$n = 30$$

$$\bar{x} = 210kg$$

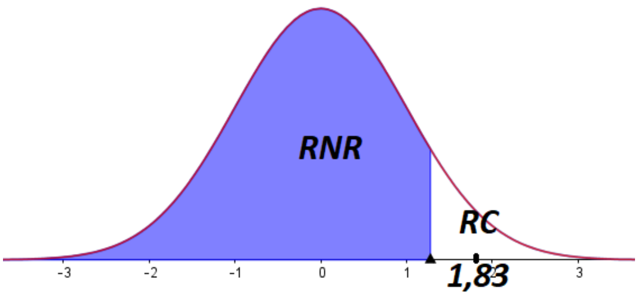
$$\alpha = 10\%$$

Cálculos:

$$z_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{210 - 206}{\sqrt{\frac{12^2}{30}}} \cong 1,83$$

$$z_\alpha = z_{10\%} = 1,28$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $z_{calc} \cong 1,83 > 1,28 = z_\alpha$. Então, $z_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para afirmar que houve aumento da resistência média das lajotas.

Teste de Hipóteses para proporções de populações normais;

Exemplo 1.

1. Parâmetro de interesse: Proporção da população
2. Hipótese Nula, H_0: $p = 0{,}05$

3. Hipótese alternativa, H_1: $p > 0{,}05$
4. Estatística de teste: $z_{calc} = \frac{\hat{p}_0 - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}_{H_0} \cdot \hat{q}_{H_0}}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $Z_{calc} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: p = 0{,}05 \\ H_1: p > 0{,}05 \end{cases}$$

$$\hat{p}_0 = \frac{82}{600}$$

$$\hat{q}_0 = \frac{600 - 82}{600} = \frac{518}{600}$$

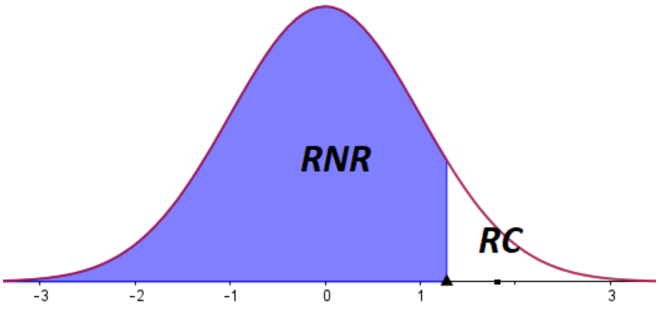
$$\alpha = 15\%$$

Cálculos:

$$z_{calc} = \frac{\hat{p}_0 - p}{\sqrt{\frac{\hat{p}_{H_0} \cdot \hat{q}_{H_0}}{n}}} = \frac{\frac{82}{600} - 0{,}05}{\sqrt{\frac{0{,}05.0{,}95}{600}}} \cong 9{,}78$$

$$z_{\alpha} = z_{15\%} = 1{,}03$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $z_{calc} \cong 9{,}78 > 1{,}03 = z_{\alpha}$. Então, $z_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 15% para afirmar que o funcionário produz peças com maior índice de defeitos.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;

Exemplo 1.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, $H_0: \mu = 1120$
3. Hipótese alternativa, $H_1: \mu \neq 1120$
4. Estatística de teste: $t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $t_{calc} > t_{\frac{\alpha}{2}}$ ou $t_{calc} < -t_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1120 \\ H_1: \mu \neq 1120 \end{cases}$$

$$n = 8$$

$$\bar{x} = 1070$$

$$s = 125$$

$$\phi = n - 1 = 7$$

$$\alpha = 1\%$$

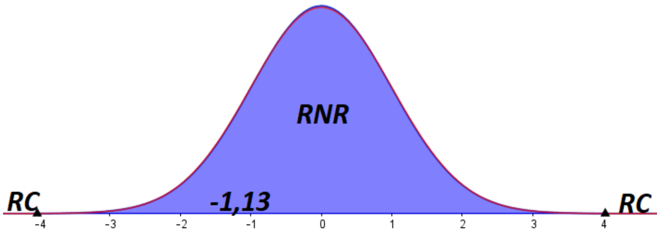
Cálculos:

$$t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{1070-1120}{\sqrt{\frac{125^2}{8}}} \cong -1{,}13$$

$$t_{\phi,\alpha} = t_{7,1\%} = 3{,}5$$

$$-t_{\phi,\alpha} = -t_{7,1\%} = -3{,}5$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $t_{calc} \cong -1{,}13 > -3{,}5 = t_{\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 1% para afirmar que a vida média das lâmpadas se alterou.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;

Exemplo 2.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, H_0: $\mu = 40$
3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu < 40$
4. Estatística de teste: $t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $t_{calc} < -t_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 40 \\ H_1: \mu < 40 \end{cases}$$

$$n = 25$$

$$\phi = n - 1 = 24$$

$$\alpha = 5\%$$

Cálculos:

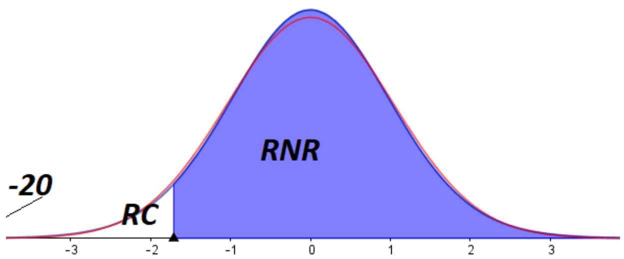
$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{n} = \frac{950}{25} = 38$$

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{25} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{25} x_i\right)^2}{n}\right)} = \sqrt{\frac{1}{24}\left(36106 - \frac{950^2}{25}\right)} \cong 0{,}5$$

$$t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{s_{\bar{x}}} = \frac{38-40}{\sqrt{\frac{0{,}5^2}{25}}} = -20$$

$$t_{\phi,\alpha} = t_{24,5\%} = -1{,}71$$

Graficamente,



7. Conclusões: Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que o nível de nicotina é inferior a 40 mg.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;

Exemplo 3.

1. Parâmetro de interesse: Média da população
2. Hipótese Nula, H_0: $\mu = 1$
3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu > 1$
4. Estatística de teste: $t_{calc} = \frac{\bar{x}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$
5. Rejeita H_0 se: $t_{calc} > t_{\frac{\alpha}{2}}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu = 1 \\ H_1: \mu > 1 \end{cases}$$

$$n = 10$$

$$\bar{x} = 1{,}004$$

$$s = 0{,}003$$

$$\phi = n - 1 = 9$$

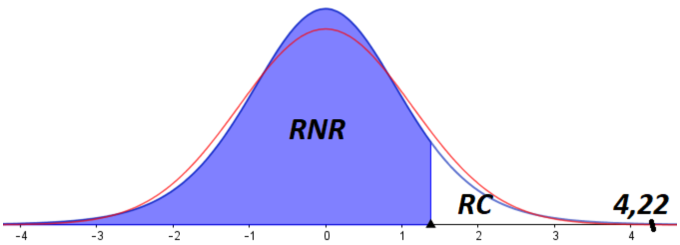
$$\alpha = 10\%$$

Cálculos:

$$t_{calc} = \frac{\bar{x} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{1{,}004 - 1}{\sqrt{\frac{0{,}003^2}{10}}} = 4{,}22$$

$$t_{\phi,\alpha} = t_{9,10\%} = 1{,}38$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $t_{calc} \cong 4{,}22 > 1{,}38 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para suspeitar que a máquina está produzindo esferas com raios maiores.

Teste de Hipóteses para diferença entre médias (dados emparelhados);

Exemplo 1.

1. Parâmetro de interesse: Diferença entre médias de uma população com dados emparelhados

2. Hipótese Nula, H_0: $\mu_d = \mu_x - \mu_y = 0$

3. Hipótese alternativa, H_1: $\mu_d = \mu_x - \mu_y > 0$

4. Estatística de teste: $t_{calc} = \frac{\bar{d}-\mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}}$

5. Rejeita H_0 se: $t_{calc} > t_{\frac{\alpha}{2}}$

6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \mu_d = 0 \\ H_1: \mu_d > 0 \end{cases}$$

$n = 10$

$\phi = n - 1 = 9$

$\alpha = 10\%$

$$\begin{cases} H_0: \mu_d = 0 \\ H_1: \mu_d > 0 \end{cases}$$

$n = 10$

x_i	y_i	d_i	${d_i}^2$
120	116	4	16
104	102	2	4
93	90	3	9
87	83	4	16
85	86	-1	1
98	97	1	1
102	98	4	16
106	108	-2	4
88	82	6	36
90	85	5	25
$\sum \ldots$		26	128

$$\bar{d} = \frac{26}{10} = 2{,}6$$

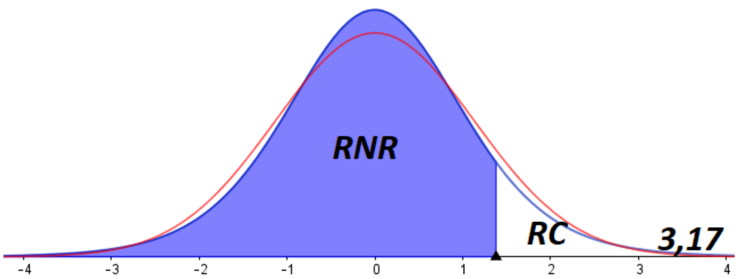
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{10} d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{10} d_i\right)^2}{n}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{9}\left(128 - \frac{26^2}{10}\right)} = 2{,}59$$

$$t_{calc} = \frac{\bar{d} - \mu}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{2{,}6 - 0}{\sqrt{\frac{2{,}59^2}{10}}} \cong 3{,}17$$

$$t_{\phi,\alpha} = t_{9,10\%} = 1{,}38$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $t_{calc} \cong 4{,}22 > 1{,}38 = t_{\phi,\alpha}$. Então, $t_{calc} \in RC$ e rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 10% para acreditar que houve diminuição do peso médio.

Teste de Hipóteses para variâncias de populações normais com médias desconhecidas e conhecidas.

Exemplo 1.

1. Parâmetro de interesse: Variância da população

2. Hipótese Nula, H_0: $\sigma^2 = 3.600$

3. Hipótese alternativa, H_1: $\sigma^2 < 3.600$

4. Estatística de teste: $x_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^{26}(x_i-\mu)^2}{\sigma^2}$

5. Rejeita H_0 se: $\chi^2{}_{calc} < \chi^2{}_{1-\alpha,\phi}$

6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 3.600 \\ H_1: \sigma^2 < 3.600 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^{26}(x_i - \mu)^2 = 129.000$$

$$\mu = 300$$

$$\phi = n = 26$$

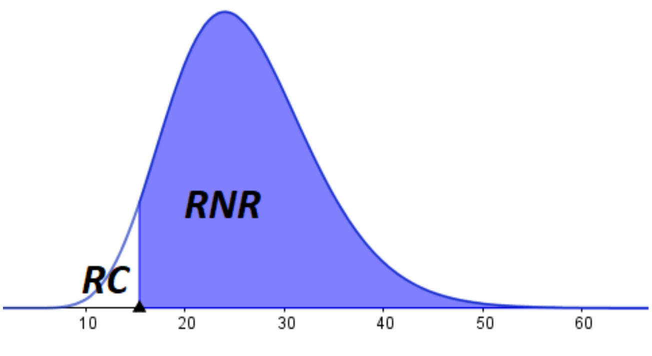
$$\alpha = 5\%$$

Cálculos:

$$x_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^{26}(x_i - \mu)^2}{\sigma^2} = \frac{129.000}{3.600} \cong 35{,}83$$

$$x_{\phi,\alpha} = x_{26,95\%} = 15{,}38$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $x_{calc} \cong 35{,}83 > 15{,}38 = x_{1-\alpha,\phi}$. Então, $x_{calc} \in RNR$, rejeitamos H_0. Logo, temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que a variância populacional é menor do que 3.600.

Testes de Hipóteses para a média de populações normais com variâncias desconhecidas;

Exemplo 2.

1. Parâmetro de interesse: Variância da população
2. Hipótese Nula, H_0: $\sigma^2 = (240)^2$
3. Hipótese alternativa, H_1: $\sigma^2 > (240)^2$
4. Estatística de teste: $x_{calc} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$
5. Rejeita H_0 se: ${\chi^2}_{calc} > {\chi^2}_{\alpha,\phi}$
6. Cálculos:

Dados do problema:

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = (240)^2 \\ H_1: \sigma^2 > (240)^2 \end{cases}$$

$$n = 8$$

$$s = 300$$

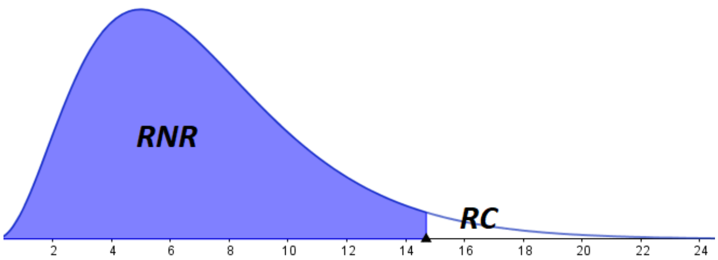
$$\alpha = 5\%$$

Cálculos:

$$x_{calc} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{7.300^2}{(240)^2} \cong 10,94$$

$$x_{\phi,\alpha} = x_{7,5\%} = 14,07$$

Graficamente,



7. Conclusões: Como, $x_{calc} \cong 10,94 < 14,07 = x_\alpha$. Então, $x_{calc} \in RNR$ e não rejeitamos H_0. Logo, não temos evidências suficientes ao nível de 5% para afirmar que houve aumento das variâncias das tensões de ruptura.

APÊNDICE G – Resolução dos exercícios propostos

Questão 1. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) A associação dos proprietários de indústrias metalúrgicas está muito preocupada com o tempo perdido com acidentes de trabalho, cuja média, nos últimos tempos, tem sido da ordem de 60 horas/homem por ano e desvio padrão de 20 horas/homem. Tentou-se um programa de prevenção de acidentes, após o qual foi tomada uma amostra de nove indústrias e medido o número de horas/homem perdidas por acidente, que foi de 50 horas. Você diria, ao nível de 5%, que há evidência de melhoria?

Resolução da Questão 1 pelo grupo 5

```
Scilab 6.0.1 Console

entre com valor da hipótese nula:60

entre o tamanho da amostra:9

a média já está calculada? Sim(1), Não(2)1

entre com a média:50

Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?2

entre com o desvio padrão:20


O valor do zcalc é:-1.5.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?5

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que

O valor do z é:-1.64485.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à região de não rejeição
-->
```

Logo, como não rejeitamos a hipótese inicial, ao nível de 5% não temos evidência de melhoria em relação ao número de acidentes.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 2. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) O salário médio dos empregados das indústrias siderúrgicas de um país é de 2,5 salários mínimos, com um desvio padrão de 0,5 salários mínimos. Uma indústria é escolhida ao acaso e desta é escolhida uma amostra de 49 empregados, resultando um salário médio de 2,3 salários mínimos. Podemos afirmar que esta indústria paga salários inferiores à média nacional, com o nível de 5%?

Resolução da questão 2 pelo grupo 2

```
Entre com o tamanho da amostra:
49
A média está calculada? Sim(1), Não(2)
1
Entre com a média:
2.3
Você possui a variância(1) ou o Desvio padrão(2)?
2
Entre com a desvio padrão:
0.5
O valor do desvio amostral é 0.0714286.
O valor de zcalc é:-2.8.
Qual o nivel de significancia estabelecido em porcentagem?
5
Qual é o tipo de teste que deseja realizar
(1)Bilateral[!=]; (2)Mono. à esq[<]. (3)Mono à dir[>].
2
O valor de z é: -1.64485.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial, pois zcalc calculado percente a RC(Região Critica)
```

Como rejeitamos a hipótese inicial, ao nivel de 5% podemos supor que a média de salários da empresa realmente são inferiores à média nacional

Fonte: O autor, 2019

Questão 3. (Morettin e Bussab, 2017, p.355) Uma companhia de cigarros anuncia que o índice médio de nicotina dos cigarros que fabrica apresenta-se abaixo de 23 mg por cigarro. Um laboratório realiza 6 análises desse índice, obtendo: 27, 24, 21, 25, 26, 22. Sabe-se que o índice de nicotina se distribui normalmente, com variância igual a 4,86 mg². Pode-se aceitar, ao nível de 10%, a afirmação do fabricante?

Resolução da questão 3 pelo grupo 1

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com valor da hipótese nula:23

Entre o tamanho da amostra:6

A média já está calculada? Sim(1), Não(2)2

Entre com valores dos dados entre colchetes [...]:[27,24,21,25,26,22]

O valor da média é:24.1667.
Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?1

Entre com a variância:4.86

O valor do zcalc é:1.2963.
Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?10

Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do z é:-1.28155.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR
-->
```

Decide-se não rejeitar a hipótese inicial, então ao nível de 10% não temos condições suficientes para afirmar que o nível de nicotina esteja abaixo de 23 mg por cigarro.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 4. (Morettin e Bussab, 2017, p.374) A receita média, em porcentagem, dos quase 600 municípios de um estado tem sido 7%. O governo pretende melhorar esse índice e, para isso, está estudando alguns incentivos. Para verificar os efeitos desses incentivos, sorteou 10 cidades e estudou quais seriam as porcentagens investidas neles. Os resultados foram, em porcentagem, 8, 10, 9, 11, 8, 12, 16, 9, 12, 13. Admitindo-se que esses números realmente venham a ocorrer, os dados trazem evidência de melhoria ao nível de 5%?

Resolução da questão 4 pelo grupo 10

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese nula:7

Entre com o tam. da amostra:10

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Tenho Som. xi2

Entre com o valor dos dados entre colchetes:[8 10 9 11 8 12 16 9 12 13]

Média:10.8.
Desvio:2.52982.
Desvio em torno da média:0.8.
O t calculado é:4.75.
Entre com o alfa em porcentagem:5

O número de graus de liberdade é:9.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(meno

O valor do t é:1.83311.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
-->
```

Decide se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RC. Com isso os dados trazem evidências de melhoria.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 5. (Montgomery e Runger, 2014, p. 212) (Enchimento Automático) Uma máquina de enchimento automático é usada para encher garrafas com detergente líquido. Uma amostra aleatória de 20 garrafas resulta em uma variância amostral de volume de enchimento de $s^2 = 0{,}0153$ (onça fluída)^2. Se a variância do volume de enchimento exceder 0,01 (onça fluída)^2, existirá uma proporção inaceitável de garrafas cujo enchimento não foi completo e cujo enchimento foi em demasia. Há evidências, ao nível de 5% nos dados da amostra sugerindo que o fabricante tenha um problema com garrafas cheias com falta e excesso de detergente?

Resolução da questão 5 pelo grupo 8

```
Scilab 6.0.0 Console
Arquivo  Editar  Controle  Aplicativos  ?
Scilab 6.0.0 Console
 Entre com a hipótese nula:
0.01
Entre com o tam. da amostra:
20
Entre com o desvio padrão da amostra:
sqrt(0.0153)
O s² é:0.0153.
O qui-quadrado calculado é:29.07.
Entre com o alfa em porcentagem:
5
O número de graus de liberdade é:19.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior q
3
O valor do X² é:30.1435.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à região de não rejeição
```

Como decide-se não rejeitar a hipótese inicial, ao nível de 5% não temos evidências de que ela não esteja com uma proporção aceitável de líquido.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 6. (Larson e Farber, 2010, p. 316) (Sistema de chuveiro de incêndio) Um fabricante de chuveiros para proteção contra incêndios afirma que a média de temperatura de ativação é de pelo menos 135ºF. Para testar a afirmação, você seleciona uma amostra de 32 sistemas e descobre que a média da temperatura de ativação é de 133ºF com desvio padrão de 3,3ºF. No nível de significância α = 10%, você tem evidência suficiente para apoiar a afirmação do fabricante?

Resolução da questão 6 pelo grupo 7

```
Scilab 6.0.1 Console

Entre com a hipótese inicial:135

Entre com o tam. da amostra:32

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi1

Entre com a média:133

Você possui o s(1) ou s^2(2)?1

Entre com o s:3.3

O t calculado é:-3.4284.
Entre com o alfa em porcentagem:10

O número de graus de liberdade é:31.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do t é:-1.30946.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
-->
```

Queriamos que a temperatura de ativação fosse pelo menos 135, então testamos se era menor. Como rejeitamos a hipótese inicial, ao nível de 10% temos evidências suficientes para supor que é menor que 135 e então não podemos aceitar a informação do fabricante

Fonte: A autora, 2019.

Questão 7. (Larson e Farber, 2010, p. 326) (Custo de reparo de computadores) Um restaurador de computadores acredita que a média do custo para conserto de computadores com problemas é maior que $95. Para testar a afirmação, você determina os custos do conserto de 7 computadores escolhidos aleatoriamente e descobre que a média dos custos é $ 100 por computador, com um desvio padrão de $ 42,50. Com α = 0,01, você tem evidências para dar suporte à afirmação do restaurador?

Resolução da questão 7 pelo grupo 4

Questão 7

```
Entre com a hipótese nula:
95
Entre com a hipótese nula:
-->
Entre com a hipótese nula:
95
Entre com o tam. da amostra:
7

Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Tenho Som. xi
1

Entre com a média:
100

Você possui o s(1) ou s^2(2)?
1

Entre com o s:
42.5

O t calculado é:0.311265.
Entre com o alfa em porcentagem:
1

O número de graus de liberdade é:6.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);
3

O valor do t é:3.14267.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição
```

Como não rejeitamos a hipótese inicial, não temos evidênicas de que o custo médio seja maior que R$95,00 ao nível de 1%.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 8. (Larson e Farber, 2010, p. 327 - adaptado) (Custos de alojamentos) Uma associação de viagens diz que o custo diário de alojamentos para uma família nos Estados Unidos é de $ 152. Você trabalha para uma publicação de turismo e quer testar essa afirmação. Você seleciona aleatoriamente 10 famílias norte-americanas e descobre quanto cada uma gasta com alojamento em uma viagem de apenas uma noite. Com α = 0,02, você pode rejeitar a afirmação da associação de viagens? Seguem os gastos das 10 famílias: 164, 137, 142, 155, 119, 104, 74, 204, 148, 181.

Resolução da questão 8 pelo grupo 7

```
Scilab 6.0.0 Console
 Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
152
Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
--> 152
Entre com o valor da Hipótese nula(H0)
152

Entre com o tamanho da amostra
10

A média está calculada?1 - Sim |2 - Não|3 - Outro
2

Entre com os valores dos dados entre cqlchetes []
[164 137 142 155 119 104 74 204 148 181]

O valor da média é  142.8.
Desvio 37.5198.
Desvio em torno da media 11.8648.
O t calculado é -0.775403.
Entre com o alfa em porcentagem
2

O número de graus de liberdade é 9.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? 1 - Bilateral | 2 - Mono a Esquerda(Menor que) | 3 - Mono a direita(Maior que)
1

O valor de t é 3.24984.
O valor de -t é -3.24984.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence a região de não rejeição(RNR)
```

Como não rejeitamos a hipótese inicial, ao nível de 2%, podemos aceitar a informação da associação.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 9. (Larson e Farber, 2010, p. 339) (Vida de equipamentos) Uma grande empresa de equipamentos estima que a variância na vida de seus equipamentos seja 3. Você trabalha para um grupo de defesa do consumidor e lhe é pedido para testar essa afirmação. Você descobre que uma amostra aleatória das vidas de 27 dos equipamentos da empresa tem uma variância de 2,8. Com α = 0,05, você tem evidência suficiente para rejeitar a afirmação do fabricante?

Resolução da questão 9 pelo grupo 2

```
Entre com a hipótese nula:
3



Entre com o tam. da amostra:
27

Entre com o desvio padrão da amostra:
sqrt(2.8)

O s² é:2.8.
O qui-quadrado calculado é:24.2667.
Entre com o alfa em porcentagem:
5

O número de graus de liberdade é:26.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);
1
O valor do x² é:44.7616.
O valor do x² é:-44.7616.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à região de não rejeição
```

Não rejeitamos a hipótese inicial, então não temos evidências de que a vida dos equipamentos esteja fora da variância especificada.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 10. (Larson e Farber, 2010, p. 359) (Passar mais tempo estudando) Um sociólogo acha que garotos do ensino médio passavam menos tempo estudando em 1981 do que garotos do ensino médio passam hoje. Um estudo foi conduzido em 1981 para encontrar o tempo que garotos do ensino médio passavam estudando nos dias da semana. Os resultados (em minutos por dia da semana) são mostrados a seguir.

31,9 35,4 28,0 39,1 30,5 31,9 33,0 29,6 35,7 30,2 38,8 35,9 37,1 36,2 32,6 36,9 24,2 28,5 28,7 41,1 33,8 32,1 28,7 35,4 36,6 34,3 35,5 34,2 33,8 25,3 27,7 21,9 30,0 36,8 26,9

Recentemente, um estudo similar foi conduzido. Os resultados são mostrados a seguir:

44,7 54,6 41,1 46,7 43,0 46,6 42,9 48,7 50,0 47,9 47,2 58,0 51,0 41,1 49,6 51,3 39,0 45,6 49,8 54,4 47,1 45,5 52,8 49,4 47,2 54,8 40,2 45,4 48,6 50,0 51,5 55,0 44,7 42,2 52,0

Em α = 0,03, você pode apoiar a afirmação do sociólogo?

Resolução da Questão 10 pelo grupo 8

OBS.: Foi colocado os valores direto no código porque os valores não cabiam no console do *Scilab*, e não tinha barra de rolagem.

```
clear
clc
//Hipótese ANTIGA primeiro
A = [31.9 35.4 28.0 39.1 30.5 31.9 33.0 29.6 35.7 30.2 38.8 35.9 37.1 36.2 32.6 36.9 24.2 28.5 28.7 41.1 33.8 32.1 28.7 35.4 36.6 34.3 35.5 34.2 33.8 25.3 27.7 21.9 30.0 36.8 26.9];
//Hipótese ATUAL segundo
B = [44.7 54.6 41.1 46.7 43.0 46.6 42.9 48.7 50.0 47.9 47.2 58.0 51.0 41.1 49.6 51.3 39.0 45.6 49.8 54.4 47.1 45.5 52.8 49.4 47.2 54.8 40.2 45.4 48.6 50.0 51.5 55.0 44.7 42.2 52.0];
// Calcula MONO A ESQUERDA neste caso.
// Quando é o inverso: Entra com a ATUAL primeiro e ANTIGA por segundo, se calcula MONO A DIREITA.

//A=input("Entre com os 1os dados entre colchetes:[]")
//B=input("Entre com os dados entre colchetes:[]")
```

```
 O número de elementos é:
   35.
As diferenças são:

        column 1 to 13

  -12.8  -19.2  -13.1  -7.6  -12.5  -14.7  -9.9  -19.1  -14.3  -17.7  -8.4  -22.1  -13.9

        column 14 to 26

  -4.9  -17.  -14.4  -14.8  -17.1  -21.1  -13.3  -13.3  -13.4  -24.1  -14.  -10.6  -20.5

        column 27 to 35

  -4.7  -11.2  -14.8  -24.7  -23.8  -33.1  -14.7  -5.4  -25.1
A média das diferenças é:-15.4657.
Desvio:6.25239.

O t calculado é:-14.6338.
Entre com o alfa em porcentagem:3

O número de graus de liberdade é:34.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do t é:-1.94567.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
```

Decide-se rejeitar a hipótese inicial então, ao nível de 3% supomos que a informação do sociólogo é verdadeira. Os alunos de 1981 passavam menos tempo estudando.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 11. (Larson e Farber, 2010, p. 367 - adaptado) (Resistência à tensão) Um engenheiro quer comparar as resistências à tensão de barras de aço que são produzidas usando um método convencional e um método experimental. Para tal, o engenheiro seleciona aleatoriamente barras de aço que são fabricadas usando cada método e registra as seguintes resistências à tensão (em newtons por mm^2).

Método experimental:

395 389 421 394 407 411 389 416 402 408 400 386 411 405

Método convencional

362 352 380 382 413 384 400 378 419 379 384 388 372 383

Em α = 0,10 o engenheiro pode afirmar que o método experimental produz aço com maior resistência à tensão? O engenheiro deve recomendar o uso do método experimental? Considere dados pareados.

Resolução da questão 11 pelo grupo 4

```
Entre com os 1os dados entre colchetes:[][395,389,421,394,407,411,389,416,402,408,400,386,411,405]

Entre com os dados entre colchetes:[][362,352,380,382,413,384,400,378,419,379,384,388,372,383]

O número de elementos é:
   14.
As diferenças são:
   33.   37.   41.   12.  -6.   27.  -11.   38.  -17.   29.   16.  -2.   39.   22.
A média das diferenças é:18.4286.
Desvio:20.1025.

O t calculado é:3.43009.
Entre com o alfa em porcentagem:10

O número de graus de liberdade é:13.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);3

O valor do t é:1.35017.
Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica
```

Como rejeitamos a hipótese inicial, a média das resistências do método experimental é maior, o que significa que ao nível de 10% o método experimental produz aço com maior resistência.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 12. (Larson e Farber, 2010, p.375) (Perda de peso) A tabela mostra os pesos de 14 adultos antes de um programa de dieta e 2 semanas após o programa. Em α = 0,10 há evidência suficiente para concluir que o programa ajudou os adultos a perder peso?

Participante	Peso antes do programa de dieta	Peso depois do programa de dieta
1	194	190
2	232	235
3	265	255
4	188	187
5	170	175
6	212	209
7	139	139
8	280	277
9	291	285
10	210	212
11	190	194
12	155	152
13	166	167
14	198	196

Resolução da questão 12 pelo grupo 2

```
 O número de elementos é:
   14.
As diferenças são:
   4.  -3.   10.   1.  -5.   3.   0.   3.   6.  -2.  -4.   3.  -1.   2.
A média das diferenças é:1.21429.
Desvio:4.09838.

O t calculado é:1.10859.
Entre com o alfa em porcentagem:
10

O número de graus de liberdade é:13.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);
--> 2

O valor do t é:-1.35017.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição
```

Não há evidências de que as pessoas realmente perderam peso depois do programa.

Fonte: A autora, 2019.

Questão 13. (Morettin, 2010, p. 306) De uma população normal com média 4, levantou-se uma amostra casual de 21 elementos, obtendo-se 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 6, 6, 7. Ao nível de 10%, testar a hipótese de que a variância seja menor que 3.

Resolução da questão 13 pelo grupo 6

```
Scilab 6.0.1 Console

Você conhece a média da população? (1)Sim (2) Não1

Entre com a hipótese nula:3

Entre com o tam. da amostra:21

Vc possui o desvio padrão calculado? (1)sim, (2) não (3) não, mas possuo um somatório2

Entre com os dados entre colchetes[1 2 2 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 6 6 7]

O s² é:2.14762.
O qui-quadrado calculado é:15.0333.
Entre com o alfa em porcentagem:10

O número de graus de liberdade é:21.
Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Mono. à esq.(menor que); (3)Mono à dir.(maior que);2

O valor do qui_quadrado é:13.2396.
Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR
-->
```

Ao nível de 10%, não rejeitamos a hipótese inicial, então não podemos considerar que a variância seja menor que 3.

Fonte: A autora, 2019.

APÊNDICE H – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Médias de Populações Normais com Variâncias Conhecidas

```
clear
clc
a=input("Entre com valor da hipótese nula:")
n=input("Entre o tamanho da amostra:")
m=input("A média já está calculada? Sim(1), Não(2)")
if m==1 then
   Mean=input("Entre com a média:")
else
   Mean=input("Entre com valores dos dados entre colchetes [...]:")
   Mean=mean(Mean)
   printf("O valor da média é:%g.\n",Mean)
end
variancia=input("Você possui a variância(1) ou o desvio padrão(2)?")
if variancia==1 then
   var=input("Entre com a variância:")
else
   dp=input("Entre com o desvio padrão:")
   var=dp^2
printf("O valor da variância populacional é:%g.\n",var)
end
zcalc=((Mean-a)/ (sqrt(var/n)))
printf("O valor do zcalc é:%g.\n",zcalc)
nivel=input("Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?")
tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni.
à dir.(maior que);")
if tipo==1 then
   alfa=nivel/2
   Mean=0
   Std=1
   P=(1-((nivel/100)/2))
   Q=(1-P)
   X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
   printf("O valor do z é:%g.\n",X)
   printf("O valor do -z é:%g.\n",-X)
   if abs(zcalc)<abs(X) then
      printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
   else
      printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
   end
else
   if tipo==2 then
   Mean=0
   Std=1
   P=nivel/100
   Q=(1-P)
   X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
   printf("O valor do z é:%g.\n",X)
      if zcalc > X then
         printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
      else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
      end
```

```
    else
        Mean=0
        Std=1
        P=1-(nivel/100)
        Q=(1-P)
        X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
        printf("O valor do z é:%g.\n",X)
            if zcalc<X then
                printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
            else
                printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
            end
    end
end
```

APÊNDICE I – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Proporções de Populações Normais

```
clear
clc
sucesso=input("Entre com valor da hipótese nula:")
n=input("Entre o tamanho da amostra:")
p=input("Entre com a probabilidade de sucesso:")
q=1-sucesso
printf("O valor do fracasso é:%g.\n",q)
zcalc=((p-sucesso)/sqrt(sucesso*q/n))
printf("O valor do zcalc é:%g.\n",zcalc)
nivel=input("Qual é o nível de significância estabelecido em porcentagem?")
tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral(><); (2) Uni. à esq.(<); (3)Uni. à dir.(>);")
if tipo==1 then
   Mean=0
   Std=1
   P=(1-((nivel/100)/2))
   Q=(1-P)
   X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
   printf("O valor do z é:%g.\n",X)
   printf("O valor do -z é:%g.\n",-X)
   if abs(zcalc)<abs(X) then
      printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
   else
      printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
   end
else
   if tipo==2 then
   Mean=0
   Std=1
   P=nivel/100
   Q=(1-P)
   X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
   printf("O valor do z é:%g.\n",X)
      if zcalc > X then
         printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
      else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
      end
   else
      Mean=0
      Std=1
      P=1-(nivel/100)
      Q=(1-P)
      X=cdfnor("X",Mean,Std,P,Q)
      printf("O valor do z é:%g.\n",X)
         if zcalc<X then
            printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RNR")
         else
            printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois zcalc pertence à RC")
         end
   end
end
```

APÊNDICE J – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Médias de Populações Normais com Variâncias Desconhecidas

```
clear
clc
h0=input("Entre com a hipótese inicial:")
n=input("Entre com o tam. da amostra:")
m=input("Vc possui a média? (1) Sim (2)Não (3)Não, mas tenho Som. xi")
if m==1 then
  xbarra=input("Entre com a média:")
  s=input("Você possui o s(1) ou s^2(2)?")
  if s==1 then
    s=input("Entre com o s:")
  else
    var=input("Entre com s^2:")
    s=sqrt(var)
    printf("O desvio padão amostral é:%g.\n")
  end
else
  if m==2 then
    Mean=input("Entre com o valor dos dados entre colchetes:")
    xbarra=mean(Mean)
    printf("Média:%g.\n", xbarra)
    s=stdev(Mean)
    printf("Desvio:%g.\n", s)
  else
    Mean=input("Entre com o som. xi:")
    xbarra= Mean/n
    printf("Média:%g.\n",xbarra)
    Mean2=input("Entre com o som.xi^2:")
    s=sqrt((Mean2-((Mean)^2)/n)/(n-1))
    printf("Desvio:%g.\n",s)
  end
end
tcalc=(xbarra-h0)/(s/sqrt(n))
printf("O t calculado é:%g.\n",tcalc)
alfa=input("Entre com o alfa em porcentagem:")
Df=n-1
printf("O número de graus de liberdade é:%g.\n",Df)
tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);")
if tipo==1 then
  P=(1-((alfa/100)/2))
  Q=(1-P)
  T=cdft("T",Df,P,Q)
  printf("O valor do t é:%g.\n",T)
  printf("O valor do -t é:%g.\n",-T)
  if abs(tcalc)<abs(T) then
    printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição")
  else
    printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica")
  end
else
  if tipo==2 then
  P=alfa/100
```

```
    Q=(1-P)
    T=cdft("T",Df,P,Q)
    printf("O valor do t é:%g.\n",T)
        if tcalc > T then
            printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição")
        else
            printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica")
        end
    else
        P=1-(alfa/100)
        Q=(1-P)
        T=cdft("T",Df,P,Q)
        printf("O valor do t é:%g.\n",T)
            if tcalc<T then
                printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região de não rejeição")
            else
                printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à região crítica")
            end
    end
end
```

APÊNDICE K – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Diferença entre Médias (dados emparelhados)

```
clear
clc
A=input("Entre com os dados 1:")//na versão 6.0.0 trocar por A=[dados 1os]
B=input("Entre com os dados 2:")//na versão 6.0.0 trocar por B=[dados 2os]
if size(A)== size (B) then
   N=size(A)
   printf("O número de elementos é:")
   n=N(1,2)
   disp(n)
   for j=1:n
      J(1,j)=A(1,j)-B(1,j)
   end
   printf("As diferenças são:")
   disp(J)
   xbarra=mean(J)
   printf("A média das diferenças é:%g.\n", xbarra)
   s=stdev(J)
   printf("Desvio:%g.\n", s)
   desv=s/sqrt(n)
   printf("Desvio em torno da média:%g.\n",desv)
   tcalc=((xbarra)-0)/desv
   printf("O t calculado é:%g.\n",tcalc)
   alfa=input("Entre com o alfa em porcentagem:")
   Df=n-1
   printf("O número de graus de liberdade é:%g.\n",Df)
   tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni à dir.(maior que);")
   if tipo==1 then
      P=(1-((alfa/100)/2))
      Q=(1-P)
      T=cdft("T",Df,P,Q)
      printf("O valor do t é:%g.\n",T)
      printf("O valor do -t é:%g.\n",-T)
      if abs(tcalc)<abs(T) then
         printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RNR")
      else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RC")
      end
   else
      if tipo==2 then
      P=alfa/100
      Q=(1-P)
      T=cdft("T",Df,P,Q)
      printf("O valor do t é:%g.\n",T)
         if tcalc > T then
            printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RNR")
         else
            printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RC")
         end
      else
         P=1-(alfa/100)
         Q=(1-P)
```

```
            T=cdft("T",Df,P,Q)
            printf("O valor do t é:%g.\n",T)
                if tcalc<T then
                    printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RNR")
                else
                    printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois tcalc pertence à RC")
                end
        end
    end
else
    printf("O número de elementos analisado deve ser o mesmo")
end
```

APÊNDICE L – Código *Scilab* – Teste de Hipóteses para Variâncias de Populações Normais

```
clear
clc
Especificar=input("Você conhece a média da população? (1)Sim (2) Não")
if Especificar==1 then
   a=input("Entre com a hipótese nula:")
   n=input("Entre com o tam. da amostra:")
   mm=input("Vc possui o desvio padrão calculado? (1)sim, (2) não (3) não, mas possuo um somatório")
   if mm==1 then
      s=input("Entre com o desvio padrão da amostra:")
   else
      if mm==2
         b=input("Entre com os dados entre colchetes")
         s=stdev(b)
      else
         somatorio=input("Entre com o somatório (xi-u)²:")
         s=sqrt(somatorio/n)
      end
   end
   var=s^2
   printf("O s² é:%g.\n", var)
   qui_quad_calc=(n*var)/a
   printf("O qui-quadrado calculado é:%g.\n",qui_quad_calc)
   alfa=input("Entre com o alfa em porcentagem:")
   Df=n
   printf("O número de graus de liberdade é:%g.\n",Df)
   tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que); (3)Uni. à dir.(maior que);")
   if tipo==1 then
      P=(1-((alfa/100)/2))
      Q=(1-P)
      X=cdfchi("X",Df,P,Q);
      printf("O valor do x² 1 é:%g.\n",X)
      P=((alfa)/100)/2
      Q=(1-P)
      Y=cdfchi("X",Df,P,Q);
      printf("O valor do x² 2 é:%g.\n",Y)
      if qui_quad_calc<X  then
         if qui_quad_calc>Y then
            printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
         else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
         end
      else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
      end
   else
      if tipo==2 then
      P=alfa/100
      Q=(1-P)
      X=cdfchi("X",Df,P,Q)
```

```
    printf("O valor do z é:%g.\n",X)
      if qui_quad_calc > X then
        printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
      else
        printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
      end
    else
      P=1-(alfa/100)
      Q=(1-P)
      X=cdfchi("X",Df,P,Q)
      printf("O valor do X² é:%g.\n",X)
        if qui_quad_calc<X then
          printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
        else
         printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
        end
    end
  end
else
  if Especificar ==2 then
    a=input("Entre com a hipótese nula:")
    n=input("Entre com o tam. da amostra:")
    mm=input("Você possui o desvio padrão calculado? (1)sim, (2) não")
    if mm==1 then
      s=input("Entre com o desvio padrão da amostra:")
    else
      b=input("Entre com os dados entre colchetes")
      s=stdev(b)
    end
    var=s^2
    printf("O s² é:%g.\n", var)
    qui_quad_calc=((n-1)*var)/a
    printf("O qui-quadrado calculado é:%g.\n",qui_quad_calc)
    alfa=input("Entre com o alfa em porcentagem:")
    Df=n-1
    printf("O número de graus de liberdade é:%g.\n",Df)
    tipo=input("Qual é o tipo de teste que deseja realizar? (1)Bilateral; (2) Uni. à esq.(menor que);
(3)Uni. à dir.(maior que);")
    if tipo==1 then
      P=(1-((alfa/100)/2))
      Q=(1-P)
      X=cdfchi("X",Df,P,Q);
      printf("O valor do x² 1 é:%g.\n",X)
      P=((alfa)/100)/2
      Q=(1-P)
      Y=cdfchi("X",Df,P,Q);
      printf("O valor do x² 2 é:%g.\n",Y)
      if qui_quad_calc<X  then
        if qui_quad_calc>Y then
          printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
        else
        printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
        end
      else
        printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
```

```
      end
    else
      if tipo==2 then
      P=alfa/100
      Q=(1-P)
      X=cdfchi("X",Df,P,Q)
      printf("O valor do X² é:%g.\n",X)
        if qui_quad_calc > X then
          printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
        else
          printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
        end
      else
        P=1-(alfa/100)
        Q=(1-P)
        X=cdfchi("X",Df,P,Q)
        printf("O valor do X² é:%g.\n",X)
          if qui_quad_calc<X then
            printf("Decide-se não rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RNR")
          else
            printf("Decide-se rejeitar a hipótese inicial pois qui_quad_calc pertence à RC")
          end
      end
    end
  else
    printf("Você não especificou uma informação válida.")
  end
end
```