

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**COMPORTAMIENTO DE COLUMNAS DE CONCRETO
ARMADO REFORZADAS MEDIANTE EL INCREMENTO
DE SU SECCIÓN TRANSVERSAL
COMPORTAMENTO DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO REFORÇADOS MEDIANTE O INCREMENTO DA
SUA SEÇÃO TRANSVERSAL**

José Rafael Yépez

Porto Alegre
2019

CIP - Catalogação na Publicação

AGUIRRE, JOSE RAFAEL YEPEZ
COMPORTAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
REFORÇADOS MEDIANTE O INCREMENTO DA SUA SEÇÃO
TRANSVERSAL / JOSE RAFAEL YEPEZ AGUIRRE. -- 2019.
144 f.
Orientadores: Américo Campos Filho, Luis Carlos
Pinto Da Silva Filho.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2019.

1. reforço de pilar. 2. efeitos de segunda ordem..
3. pré-carga do núcleo. 4. revestimento. I. Filho,
Américo Campos, orient. II. Da Silva Filho, Luis
Carlos Pinto, orient. III. Título.

JOSÉ RAFAEL YÉPEZ AGUIRRE

**COMPORTAMIENTO DE COLUMNAS DE CONCRETO
ARMADO REFORZADAS MEDIANTE EL INCREMENTO
DE SU SECCIÓN TRANSVERSAL
COMPORTAMENTO DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO REFORÇADOS MEDIANTE O INCREMENTO DA
SUA SEÇÃO TRANSVERSAL**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em
Engenharia.

**Orientadores: Américo Campos Filho.
Luis Carlos Pinto Da Silva Filho.**

Porto Alegre
Outubro 2019

JOSÉ RAFAEL YÉPEZ AGUIRRE

**COMPORTAMIENTO DE COLUMNAS DE CONCRETO
ARMADO REFORZADAS MEDIANTE EL INCREMENTO
DE SU SECCIÓN TRANSVERSAL
COMPORTAMENTO DE PILARES DE CONCRETO
ARMADO REFORÇADOS MEDIANTE O INCREMENTO DA
SUA SEÇÃO TRANSVERSAL**

Esta tese de doutorado foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA, na área de ESTRUTURAS, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 11 de outubro de 2019

Prof. Américo Campos Filho
Dr. pela Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo
orientador

Prof. Luis Carlos Pinto da Silva Filho
Dr pela University of Leeds
orientador

Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Liércio André Isoldi (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul

Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul

Prof. Inácio Morsch (UFRGS)
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul

Prof. Samir Maghous (UFRGS)
Dr. pela École Nationale des
Ponts et Chaussées

RESUMEN

YÉPEZ, J. R. Comportamiento de columnas de concreto armado reforzadas mediante el incremento de su sección transversal. 2019. Tesis de Doctorado (Doctorado en Ingeniería Civil) Programa de Pos-Graduación en Ingeniería Civil. Universidad Federal de Rio Grande del Sur, Porto Alegre.

Este trabajo de doctorado trata sobre el comportamiento a flexo-compresión de columnas de concreto armado reforzadas por el incremento de su sección transversal y la creación de un método que permita de manera simplificada determinar su resistencia a este tipo de solicitaciones, denominado Modelo Simplificado. La justificación de la realización de este trabajo viene del hecho de ser esta una de las técnicas más utilizadas en el refuerzo de columnas de concreto armado debido a sus ventajas comparativas en relación a otros métodos de aumento de la capacidad resistente. Sin embargo, su aplicación se basa principalmente en la experiencia del ingeniero por la ausencia de un método de proyecto que tome en consideración todas las variables envueltas, por lo que se creó un modelo numérico llamado Modelo Simplificado, el cual toma en cuenta las acciones de segundo orden debidas a la esbeltez de la columna y la fluencia del concreto, así como también la carga actuante sobre la columna original en el momento del refuerzo y su influencia sobre la resistencia final de la columna. El Modelo Simplificado fue validado con ensayos experimentales y ejemplos generados con el Método de los Elementos Finitos (MEF). Se realizó un ejemplo de aplicación donde se generan los diagramas de interacción para una columna reforzada mediante recrecido de su sección transversal, tomando en cuenta la influencia de la carga sobre la columna original en el momento del refuerzo. Finalmente, se concluye que la resistencia final de las columnas reforzadas no se afecta por el hecho de que la columna original este sometida a una carga de compresión al momento de realizar el recrecido de la sección, simplemente aumentan los efectos de segundo orden en el caso de que la carga aplicada sea excéntrica.

Palabras-clave: refuerzo de columnas, recrecido, pré-carga del núcleo, efectos de segundo orden.

RESUMO

YÉPEZ, J. R. Comportamento de pilares reforçados de concreto armado, aumentando sua seção transversal. 2019. Tese de Doutorado (Doutorado em Engenharia Civil) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Este trabalho de doutorado trata do comportamento à flexo compressão de pilares de concreto armado reforçados pelo aumento de sua seção transversal e a criação de um método que permita uma determinação simplificada de sua resistência a este tipo de solicitações, chamado de Modelo Simplificado. A justificativa para a realização deste trabalho decorre do fato de ser uma das técnicas mais utilizadas no reforço de pilares de concreto armado, devido às suas vantagens comparativas em relação a outros métodos de aumento da capacidade resistente. No entanto, sua aplicação é baseada principalmente na experiência do engenheiro, devido à ausência de um método de projeto que leve em consideração todas as variáveis envolvidas, pelo que foi criado um modelo numérico chamado de Modelo Simplificado, que leva em conta as ações de segunda ordem, devido à esbeltez do pilar e ao fluxo plástico do concreto, bem como a carga no pilar original no momento do reforço e sua influência na resistência final do pilar. O Modelo Simplificado foi validado com testes experimentais e exemplos gerados com o Método dos Elementos Finitos (MEF). Um exemplo de aplicação foi feito onde os diagramas de interação foram gerados, para um pilar reforçado pelo aumento de sua seção transversal, levando em consideração a influência da carga no pilar original no momento do reforço. Por fim, conclui-se que a resistência final dos pilares reforçados não é afetada pelo fato de o pilar original ser submetido a uma carga de compressão em quanto é reforçado, só que os efeitos de segunda ordem aumentam se a carga aplicada for excêntrica.

Palavras-chave: reforço de pilar, revestimento, pré-carga do núcleo, efeitos de segunda ordem.

ABSTRACT

YÉPEZ, J. R. Behavior of reinforced concrete columns strengthened by increasing their cross section. 2019. Tesis de Doctorado (Doctorado en Ingeniería Civil) Programa de Pos-Graduación en Ingeniería Civil. Universidad Federal de Rio Grande del Sur, Porto Alegre.

This doctoral work is about the combined bending and compression behavior of reinforced concrete columns strengthened by the increase in their cross-section and the creation of a method that allows a simplified determination of their resistance to this type of loads, which we will call Simplified Model. The reason for carrying out this work is due to the fact that this is one of the most used techniques to strengthening reinforced concrete columns due to its comparative advantages in relation to other methods to increase the resistance capacity. However, its application is based mainly on the engineer's experience due to the absence of a design method that takes into account all the variables involved. The simplified model was created, which takes into account second-order effects due to the slenderness of the column and the creep of the concrete, as well as the load on the original column at the time of strengthening and its influence on the final resistance of the column. The Simplified Model was calibrated with experimental tests and examples generated with ANSYS, obtaining an excellent correlation. An application example was made where the interaction diagrams of a strengthened column by jacketing of its cross section are generated, taking into account the influence of the load on the original column at the time of jacketing. Finally, it is concluded that the final strength of the reinforced columns is not affected by the fact that the original column is subjected to a compressive load when reinforced, but the second order effects increase if the applied load is eccentric.

Keywords: column strengthening, jacketing, core preload, second order effects.

LISTA DE SIGLAS

ACI – *American Concrete Institute*
ANSYS – *Analysis Systems Incorporated*
CA – Concreto armado
CAF – Concreto armado con fibras de acero
CEB – *Comite Euro international du Beton*
CFRP – *Carbon fiber–reinforced polymer*
EC8 – Eurocode 8
fib – *Fédération Internationale du Béton*
MEF – Método de los Elementos Finitos
PPGEC – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UPF – *User Programmable Features*
FIP – Federación Internacional del Pretensado

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAYÚSCULAS

A : área de sección transversal de concreto
 A_{sc} : mitad del área de la armadura longitudinal del encamisado
 A_{sn} : mitad del área de la armadura longitudinal de la columna original
 A_{tc} : área de la armadura transversal del encamisado
 A_m : área de la armadura transversal de la columna original
 B : ancho de la sección transversal de la columna original
 C_m : coeficiente que depende de los momentos extremos actuantes sobre la columna
 D : espesor del recrecido de la sección transversal
 E_c : módulo de elasticidad del concreto del encamisado
 E_{ci} : módulo de elasticidad del concreto
 E_{c1} : módulo secante del origen al pico de la tensión a compresión del concreto
 E_n : módulo de elasticidad del concreto de la columna original
 E_s : módulo de elasticidad del acero
 G_0 : módulo de deformación por corte del concreto no-fisurado
 G_c : módulo de deformación por corte del concreto fisurado
 H : altura de la sección transversal de la columna original
 I_{cc} : momento de inercia de la sección recrecida respecto a su eje centroidal.
 I_{cn} : momento de inercia de la sección de la columna original respecto a su eje centroidal.
 I_{sc} : momento de inercia de las armaduras de la columna recrecida respecto a su eje centroidal.
 I_{sn} : momento de inercia de las armaduras de la columna original respecto a su eje centroidal.
 I_1 : primer invariante del tensor de tensiones
 J_2 : segundo invariante del tensor desviador de tensiones
 J_3 : tercer invariante del tensor desviador de tensiones
 K : factor de longitud efectiva de la columna.
 K_p : factor de confinamiento de concreto del modelo de Park modificado.
 K_1 : número plástico
 K_2 : relación entre las tensiones resistentes a tracción y compresión del concreto.
 M_1 : menor momento actuante en el extremo de la columna
 M_2 : mayor momento actuante en el extremo de la columna

M_e : momento actuante en el extremo de la columna
 M_{max} : momento máximo total (1er + 2do orden) actuando en la columna
 M_N : momento nominal (resistente) de la columna
 M_n : momento presente en la columna mientras se realiza el recrecido de la sección.
 M_o : momento máximo de primer orden actuando en la columna
 P_c : fuerza critica por pandeo de la columna recrecida
 P_{cn} : fuerza critica por pandeo de la columna original
 P_N : fuerza a compresión nominal (resistente) de la columna
 P_n : fuerza axial presente en la columna mientras se realiza el recrecido de la sección.
 RH : humedad relativa del aire
 S_c : separación de los estribos de la camisa de refuerzo
 S_n : separación de los estribos en la columna original
 S_{xx}, S_{yy}, S_{zz} : tensiones desviadoras

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

c_1, c_2 : parámetros del material - criterio de ruptura del concreto
 f'_c : resistencia a compresión del concreto
 f'_{cc} : resistencia a compresión del concreto de la camisa
 f'_{cn} : resistencia a compresión del concreto de la columna original
 f'_{cr} : resistencia média de compresión del concreto
 f_{ctm} : resistencia média de tracción del concreto
 $f_{2c}, f_{c2c}, f_{c2cm}$: parámetros utilizados en el criterio de ruptura del concreto
 f_y : tensión de fluencia del acero de refuerzo
 f_{yc} : tensión de fluencia del acero longitudinal de la camisa
 f_{yn} : tensión de fluencia del acero longitudinal de la columna original
 f_{ytc} : tensión de fluencia del acero transversal de la camisa
 f_{ym} : tensión de fluencia del acero transversal de la columna original
 h : tamaño característico del miembro
 k_2, x, y, h_1 : parámetros utilizados en el criterio de ruptura del concreto
 k_1 : número plástico
 r : radio de giro de la sección transversal
 r_c : recubrimiento de la camisa
 r_n : recubrimiento de la columna original
 t : tiempo en días en el momento considerado
 t_o : tiempo en días, al momento de aplicar la carga permanente
 u : perímetro en contacto con la atmosfera

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Δ : deflexión en el punto de máximo momento de la columna recrecida
 Δ_1 : deflexión en la columna original debido a las acciones actuantes en ella en el momento de la precarga
 \emptyset : factor de disminución de la resistencia
 δ : factor de amplificación de momentos
 Ψ : factor que depende del tipo de cargas y que afecta el factor de amplificación de momentos

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α_1 : parámetro del modelo a tracción del concreto
 α, β_1 : parámetros del material - criterio de ruptura del concreto

β_2 : parámetro del modelo de transferencia de tensiones de corte del concreto

ε_c : deformación de compresión del concreto

ε_{c1} : deformación en la máxima tensión de compresión del concreto

$\varepsilon_{c,lim}$: deformación última de compresión del concreto

ε_{cTu} : parámetro que indica la deformación límite donde la colaboración del concreto entre fisuras no debe ser más considerada

ε_T : deformación específica normal a tracción del concreto

ϕ_{bc} : coeficiente de fluencia básico

ϕ_{dc} : coeficiente de fluencia por secado

λ : función que depende del ángulo θ del concreto - criterio de ruptura del concreto

λ_c, λ_t : parámetros utilizados en el criterio de ruptura del concreto

η : coeficiente de viscosidad

ν : coeficiente de Poisson

σ_i : tensión principal de tracción en el concreto

σ_c : tensión en el concreto

σ_{com}, τ_{com} : parámetros utilizados en el criterio de ruptura del concreto

σ_{ef} : tensión efectiva del concreto

σ_s : tensión normal en la armadura

σ_{tot} : tensión total

$\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$: tensiones principales del concreto

σ_0 : tensión de fluencia inicial del concreto

θ : ángulo de similitud del concreto - criterio de ruptura del concreto

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$: tensiones principales del concreto

ϕ : diámetro de la barra da armadura

LISTA DE FIGURAS

CAPITULO 1

- Figura 1.1: Refuerzo de columnas por medio de recrecido de su sección transversal, Torres El Sisal, Venezuela. Fuente: propia.20
- Figura 1.2 - Configuraciones de refuerzo (TAKEUTI, 2003).21
- Figura 1.3 Refuerzo con utilización de concreto proyectado (TAKEUTI, 1999 Modificado).21

CAPITULO 3

- Figura 3.1 Comportamiento típico del concreto debido a la fluencia (WIGHT *et al*, 2012 Modificado).27
- Figura 3.2 Pandeo y longitud efectiva de columnas cargadas axialmente (NILSON, 1999). 31
- Figura 3.3 Momentos en columnas esbeltas sometidas a compresión más flexión, deflectados en curvatura simple (NILSON, 1999).32
- Figura 3.4 Efectos de la esbeltez sobre los momentos de las columnas (NILSON, 1999). ...34
- Figura 3.5 Efecto de la carga axial sobre los momentos de las columnas (NILSON, 1999 Modificado).34
- Figura 3.6 Momentos en columnas esbeltas sometidas a compresión más flexión, deflectados en curvatura doble (NILSON, 1999).35
- Figura 3.7 Efecto de la esbeltez en la capacidad de carga (NILSON, 1999 Modificado).37
- Figura 3.8 Curvas esfuerzo-deformación axial de pruebas de compresión triaxial realizada en cilindros de concreto de resistencia a la compresión no confinada $f'_c = 24,8$ MPa (RICHART *et al*, 1928. Modificado).40
- Figura 3.9 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple (KENT y PARK, 1971) y uno confinado (PARK *et al*, 1982).42

CAPITULO 4

- Figura 4.1 a la izquierda, columna recrecida mientras se encuentra descargada, a la derecha, columna recrecida mientras está sometida a flexo compresión. Fuente: propia.44
- Figura 4.2 Flujoograma del programa. Fuente: propia.44
- Figura 4.3 Secciones transversales de la columna original y recrecida. Fuente: propia.46

Figura 4.4 Amplificación de momento y deformada de la columna original (NILSON, 1999 Modificado).	48
Figura 4.5 Diagrama de deformaciones de la columna y fuerzas internas en la misma. Fuente: propia.	49
Figura 4.6 Deformaciones de segundo orden en la columna recrecida (NILSON, 1999 Modificado).	51
Figura 4.7 Distribución de la deformación unitaria y deformación unitaria neta de tracción. ACI 318-2014.	53

CAPITULO 5

Figura 5.1 Utilización de la UserMat dentro del proceso iterativo (Quevedo, 2017 Modificado).	56
Figura 5.2 Diagrama carga-desplazamiento típico del concreto estructural (MACHADO, 2002 Modificado).	59
Figura 5.3 Características de las superficies de ruptura: (a) Meridianos de la superficie de ruptura (b) Secciones de los planos desviadores (CHEN & HAN, 2007 Modificado).	61
Figura 5.4 Superficies de ruptura y de carga (JOST, 2006 Modificado).....	65
Figura 5.5 Diagrama tensión-deformación del concreto comprimido (CEB-FIP 2010, 2012 Modificado).	66
Figura 5.6 Curva tensión-deformación para el concreto a tracción. Fuente: propia.	71
Figura 5.7 Modelo elastoplástico perfecto para las armaduras. Fuente: propia.	73
Figura 5.8 Elemento SOLID185 (ANSYS, 2013).....	74
Figura 5.9 Elemento SOLID186 (ANSYS, 2013).....	75
Figura 5.10 Elemento REINF264 (ANSYS, 2013).....	75

CAPITULO 6

Figura 6.1 Detalles de la columna original (KRAINSKYI <i>et al</i> , 2015).	76
Figura 6.2 Detalles de la columna recrecida (KRAINSKYI <i>et al</i> , 2015).	77
Figura 6.3 Gráfica experimental, carga vs. deflexión en el medio de las columnas (KRAINSKYI <i>et al</i> , 2015).	79
Figura 6.4 Esquema del modelo de elementos finitos de las probetas C-01 y C-02. Fuente: propia.	82

Figura 6.5 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales C-01(azul), C-02(gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.....	83
Figura 6.6 Esquema del modelo de elementos finitos de las probetas con sección transversal recrecida. Fuente: propia.....	83
Figura 6.7 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-03-0,0 (azul), CS-04-0,0 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.	84
Figura 6.8 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-05-0,3 (gris), CS-06-0,3 (azul) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.	85
Figura 6.9 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-07-0,5 (azul), CS-08-0,5 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.	86
Figura 6.10 Carga vs. deflexión en medio de la columna. Curvas experimentales CS-09-0,7 (gris), CS-10-0,7 (azul) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.	87
Figura 6.11 Carga vs. deflexión en medio de la columna. Curvas experimentales CS-11-0,9 (azul), CS-12-0,9 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.	88
Figura 6.12 Instalación del ensayo, instrumentación y sección transversal (JÚLIO <i>et al</i> , 2005 Modificado).	90
Figura 6.13 Gráfica experimental, carga vs. deflexión en el medio de la columna (JÚLIO <i>et al</i> , 2005 Modificado).	91
Figura 6.14 Esquema del modelo de elementos finitos de la probeta M6. Fuente: propia....	92
Figura 6.15 Fuerza horizontal vs. desplazamiento en el punto de aplicación del actuador. Curva experimental (azul), curva del modelo (roja). Fuente: propia.....	93
Figura 6.16 Configuración del ensayo, detalles del armado y sección transversal de la columna original (KALIYAPERUMAL <i>et al</i> , 2009 Modificado).	94
Figura 6.17 Detalles del armado y sección transversal de la columna recrecida (KALIYAPERUMAL <i>et al</i> , 2009 Modificado).....	95
Figura 6.18 Fotografía de espécimen reforzado después del ensayo (KALIYAPERUMAL <i>et al</i> , 2009).	96
Figura 6.19 Esquema del modelo de elementos finitos de los ejemplares ECR1 y ECR3. Fuente: propia.	97

CAPITULO 7

Figura 7.1 Esquema del modelo de elementos finitos para la columna reforzada. Fuente: propia.	102
--	-----

CAPITULO 8

Figura 8.1 Esquema del modelo de elementos finitos de la columna original. Fuente: propia.	105
Figura 8.2 Esquema del modelo de elementos finitos de la columna recrecida. Fuente: propia.	106
Figura 8.3 Ubicación de la precarga en el núcleo y la carga sobre la columna recrecida. Fuente: propia.	107
Figura 8.4 Diagramas de interacción para la columna reforzada para los casos: $M_n > 0$ curva roja; $M_n < 0$ curva verde; $M_n = 0$ curva negra. Fuente: propia.....	110

LISTA DE TABLAS

CAPITULO 4

Tabla 4.1 Factor de reducción de resistencia, ϕ , para momento, fuerza axial, o combinación de momento y fuerza axial. ACI 318-2014.....	54
---	----

CAPITULO 5

Tabla 5.1: Valores de los coeficientes para concretos C12 al C50. CEB-FIP 2010, 2012....	66
Tabla 5. 2 Valores de los coeficientes para concretos C55 al C120. CEB-FIP 2010, 2012..	67

CAPITULO 6

Tabla 6.1 Programa de ensayos. Fuente: propia.....	78
Tabla 6.2. Resumen de las resistencias y diferencias obtenidas entre los valores experimentales y el modelo numérico. Fuente: propia.....	89
Tabla 6.3 Valores experimentales de las cargas máximas resistidas en los ensayos. Fuente: propia.....	96

CAPITULO 7

Tabla 7.1 Datos de entrada de ensayos C01- C02. Fuente: propia.....	98
Tabla 7.2 Datos de entrada de ensayos CS-03-0,0 CS-04-0,0. Fuente: propia.....	98
Tabla 7.3 Datos de entrada de ensayos CS-05-0,3 CS-06-0,3. Fuente: propia.....	98
Tabla 7.4 Datos de entrada de ensayos CS-07-0,5 CS-08-0,5. Fuente: propia.....	99
Tabla 7.5 Datos de entrada de ensayos CS-09-0,7 CS-10-0,7. Fuente: propia.....	99
Tabla 7.6 Datos de entrada de ensayos CS-11-0,9 CS-12-0,9. Fuente: propia.....	99
Tabla 7.7 Resumen de las resistencias y diferencias obtenidas entre los valores experimentales y el modelaje numérico. Fuente: propia.....	100
Tabla 7.8 Datos de entrada del ensayo ECR1. Fuente: propia.....	101
Tabla 7.9 Datos de entrada del ensayo ECR3. Fuente: propia.....	101
Tabla 7.10 Descripción de los modelos generados en ANSYS y comparación de los resultados con el Modelo Simplificado. Fuente: propia.....	103

Tabla 7.11. Modelos adicionales generados en ANSYS con un fuerte confinamiento y comparación de los resultados con el Modelo Simplificado. Fuente: propia.	104
---	-----

CAPITULO 8

Tabla 8.1 Datos de entrada del Modelo Simplificado. Fuente: propia.	107
Tabla 8.2 Comparación entre los resultados de ANSYS y el Modelo Simplificado. Fuente: propia.	107
Tabla 8.3 Resultados del Modelo Simplificado cuando la precarga esta del mismo lado de la excentricidad $M_n > 0$. Fuente: propia.	108
Tabla 8.4 Resultados del Modelo Simplificado cuando la precarga está del lado opuesto de la excentricidad $M_n < 0$. Fuente: propia.	109
Tabla 8.5 Resultados del Modelo Simplificado sin precarga del núcleo $M_n = 0$. Fuente: propia.	109

SUMÁRIO

1. INTRODUCCIÓN.....	19
1.1 OBJETIVO PRINCIPAL.....	23
1.2 OBJETIVOS SECUNDARIOS	23
1.3 ALCANCE Y LIMITACIONES	23
2. METODOLOGIA	24
3 MARCO TEÓRICO	25
3.1 ANALÍSIS CRÍTICO DEL ESTADO DEL ARTE	25
3.2 FLUENCIA DEL CONCRETO	27
3.3 EFECTOS DE ESBELTEZ	29
3.3.1 Columnas cargadas concéntricamente	30
3.3.2 Columnas esbeltas sometidas a flexo-compresión:.....	32
3.3.3 Método de amplificación de momento del Código ACI para pórticos arriostrados	37
3.4 CONCRETO CONFINADO	39
3.4.1 Modelo de Park Modificado.....	41
4 MODELO SIMPLIFICADO PARA ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS REFORZADAS.....	43
4.1 DATOS REQUERIDOS.....	45
4.2 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO	47
4.3 USO DEL MODELO SIMPLIFICADO PARA DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXOCOMPRESIÓN.....	53
5 USO DE LA PLATAFORMA ANSYS PARA SIMULACIONES.....	55
5.1 PERSONALIZACIÓN DEL MODELO DE CONCRETO USERMAT	55
5.2 USO DE LA ACTIVACIÓN Y DESACTIVACIÓN DE ELEMENTOS (<i>BIRTH AND DEATH</i>).....	58
5.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA EL CONCRETO.....	58
5.3.1 Modelo para el concreto comprimido	60
5.3.2 Modelo para concreto a tracción	68

5.4 MODELO CONSTITUTIVO PARA LA ARMADURA	73
5.5 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS	73
5.5.1 SOLID185	74
5.5.2 SOLID186	74
5.5.3 REINF264.....	75
6 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS EN ANSYS.....	76
6.1 PRIMER CASO DE ESTUDIO	76
6.1.1 Data.....	76
6.1.2 Modelaje numérico.....	79
6.2 SEGUNDO CASO DE ESTUDIO	89
6.2.1 Data.....	89
6.2.2 Modelaje numérico.....	91
6.3 TERCER CASO DE ESTUDIO.....	93
6.3.1 Data.....	93
6.3.2 Modelaje numérico.....	96
7. VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO	
SIMPLIFICADO.....	98
7.1 CASO 1, TRABAJO DE KRAINSKYI <i>ET AL</i> 2005	98
7.2 CASO 2, TRABAJO DE KALIYAPERUMAL <i>ET AL</i> 2009.	101
7.3. GENERACIÓN DE CASOS DE ESTUDIO USANDO ANSYS.....	102
8 EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO SIMPLIFICADO	105
9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	111
REFERENCIAS	113
APENDICE 1 PROGRAMA DEL MODELO SIMPLIFICADO.....	118
APENDICE 2 SCRIPT DEL TESTE CS-11-0,9; CS-12-0,9.....	125
APENDICE 3 REVISIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA.....	132

1. INTRODUCCIÓN

Algunas estructuras requieren de un reforzamiento estructural para alcanzar niveles específicos de seguridad y desempeño. Según Rodríguez *et al.*(1991), tal refuerzo estructural es necesario debido a tres razones principales:

- a) Cambio de uso de la edificación, si la misma produce aumento de esfuerzos en la estructura o requiere un mayor nivel de desempeño.
- b) Problemas de calidad en la construcción que disminuyen la seguridad de la estructura, tales como, bajas resistencias en el concreto, colocación de armadura insuficiente, etc.
- c) Aumentos en las exigencias de los códigos (por ejemplo, terremoto, viento).

Para cualquiera de los casos anteriores, se debe realizar una evaluación para determinar si es necesario o no la realización de un refuerzo estructural.

Los métodos y técnicas de rehabilitación de estructuras de concreto armado, a pesar de su rápida evolución, aún se basan en la experiencia acumulada debido al carácter artesanal y poco común de los procesos de rehabilitación, esto es consecuencia de que cada problema enfrentado tiene sus propias características. Adicionalmente, en muchos casos no existe una metodología específica de análisis del comportamiento mecánico del elemento rehabilitado, ni directrices que orienten al proyectista durante el proceso de redimensionado y proyecto.

El aumento de la sección transversal existente de una columna con una capa de concreto armado, conocido comúnmente como encamisado o, por su nombre en inglés, *jacketing*, es una de las técnicas más utilizadas para el refuerzo estructural de columnas de concreto armado. Esto se debe a sus ventajas comparativas en relación a otros métodos de refuerzo, entre las que se cuentan, el bajo precio de los materiales, menor necesidad de mano de obra calificada y su buen desempeño estructural respaldado por un gran número de ensayos experimentales (Ersoy *et al.* (1993); Julio *et al.* (2005 y 2008); Krainskyi *et al.* (2015), entre otros). Adicionalmente, con este método se aumenta tanto la resistencia axial, la resistencia a flexión la rigidez y la ductilidad de la columna original. En la Figura 1.1 se aprecia un ejemplo de aplicación de esta técnica.



Figura 1.1: Refuerzo de columnas por medio de recrecio de su sección transversal, Torres El Sisal, Venezuela. Fuente: propia.

Según Valle (1983), se debe realizar un análisis preliminar de las variables que condicionan la movilización de esfuerzos resistentes en el refuerzo, como:

- deformabilidad de la estructura: debe ser tomada en consideración con la aplicación de las acciones instantáneas, así como con los respectivos valores de los incrementos de deformación debidos a las acciones de larga duración. Se debe resaltar su importancia para los procedimientos de rehabilitación que trabajan con la hipótesis de compatibilidad de deformaciones;
- características mecánicas de los materiales del elemento a ser reforzado: es de fundamental importancia conocer las capacidades últimas de cada material (original y de refuerzo), así como sus características de deformabilidad inmediata y lenta (retracción, flujo plástico y módulo de elasticidad).
- adherencia entre los materiales originales y de refuerzo: para garantizar una solidaridad entre las partes de la estructura reforzada es importante que la adherencia entre ellos sea elevada, es decir, en general es deseable aumentar el límite de sollicitación tangencial. Para esto se puede utilizar puentes de adherencia como resinas del tipo epoxi y eventualmente conectores mecánicos;
- otros factores: en determinadas situaciones es preciso analizar otras variables relativas a los materiales de la estructura bien como sus condiciones de

estabilidad dimensional, aspectos ligados al comportamiento dependiente de la humedad y la temperatura, y específicamente todos los factores que tienden a crear estados de tensión que afecten las condiciones de deformabilidad de los elementos.

El aumento de la sección no necesita ser realizado en todo el contorno de la columna, pudiendo ser hecho solo en algunas caras. Dependiendo de la posición de la columna, de las condiciones de acceso y de la carga a ser soportada, se puede utilizar una de las siguientes distribuciones de refuerzo, indicadas en la Figura 1.2.

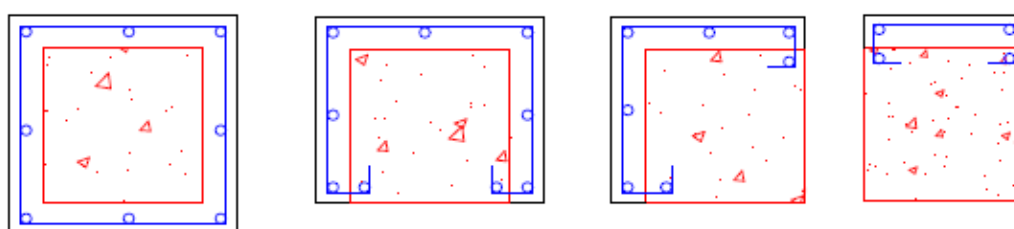


Figura 1.2 - Configuraciones de refuerzo (TAKEUTI, 2003).

Diferentes técnicas son empleadas para el aumento de la sección transversal pudiéndose en el caso de grandes volúmenes de concreto utilizar el concreto proyectado, conforme se ilustra en Figura 1.3, y para pequeños volúmenes el proceso tradicional de hormigonado de columnas con empleo de encofrados.

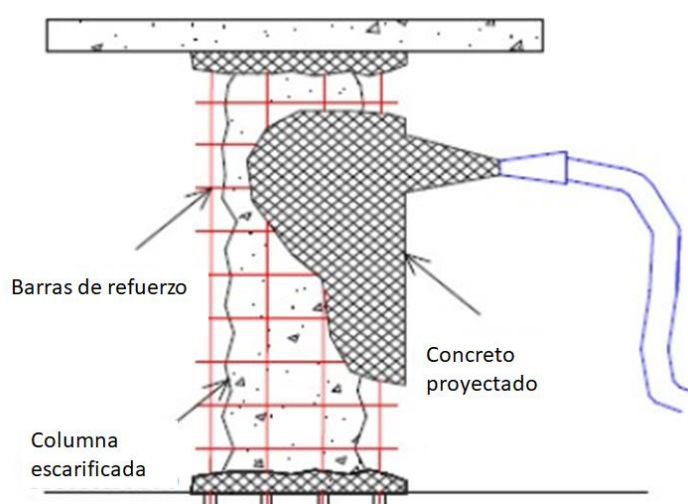


Figura 1.3 Refuerzo con utilización de concreto proyectado (TAKEUTI, 1999 Modificado).

Se debe observar que la mejora de la adherencia entre los materiales originales de la columna y del refuerzo proporciona un mejor trabajo en conjunto de los dos concretos. Según el FIP

1991, siempre que sea posible se debe emplear el recrecido de todas las caras de la columna y el empleo de estribos cerrados con el fin de conseguir el aumento de la ductilidad del elemento. Sobre el comportamiento conjunto de la parte original con el refuerzo, la FIP 1991 expresa que la columna reforzada (sección compuesta) no se comportará como una columna homogénea.

En las columnas con recrecido de su sección transversal, existen ciertas variables adicionales a las existentes en las columnas monolíticas, que pudiesen influenciar su comportamiento, como son; la acción de la pré-carga en el núcleo, el comportamiento de la interfaz entre el núcleo y el encamisado, que no existen en las columnas sin refuerzo, resultando en un comportamiento mecánico más complejo. Varios estudios ya fueron realizados, tanto experimentales como de modelaje numérico, por ejemplo, Ersoy *et al* (1993); Julio *et al* (2005) y (2008) y Krainskyi *et al* (2015), entre otros, en el área experimental y Thermou *et al* (2014); Papanikolaou *et al* (2012) y Lampropoulos y Dritsos (2011), entre otros, en el área numérica.

A pesar de la cantidad de investigaciones realizadas hasta el momento, aún existe una laguna de conocimiento en cuanto a recomendaciones o metodologías que permitan llevar a cabo el análisis y diseño de columnas recrecidas en concreto armado, de una forma racional.

El modelado adecuado de todas las variables involucradas en el comportamiento de una columna encamisada requiere un nivel de refinamiento más allá de las capacidades de los programas de diseño habituales. Por lo tanto, es necesario utilizar programas avanzados de simulación, como ANSYS, ABAQUS o cualquier otro que permita la consideración de varias capas de concreto, con diferentes propiedades mecánicas y solicitaciones diferenciadas, así como estudiar la interfaz entre capas antiguas y nuevas de hormigón. Aunque esto nos permite entender mejor el comportamiento de las columnas reforzadas y la influencia de todas las variables involucradas, el alto costo computacional lo hace inapropiado para uso en proyecto, se debe entonces buscar formas de transformar ese conocimiento en herramientas prácticas de proyecto.

Existe la necesidad de un método de análisis del refuerzo en concreto armado de columnas que sea racional. Actualmente, el proyecto del refuerzo requiere del uso de hipótesis conservadoras (por ejemplo, despreciar la contribución del núcleo original), lo que resulta en soluciones con alto costo.

1.1 OBJETIVO PRINCIPAL

Este trabajo tiene como objetivo principal el estudio numérico del comportamiento de columnas reforzadas mediante recrecido de su sección transversal y la generación de un método numérico simplificado que permita de manera rápida y confiable la determinación de la resistencia a flexo compresión de este tipo de columnas que sirva tanto para diseño como para análisis.

1.2 OBJETIVOS SECUNDARIOS

Entre los objetivos secundarios de este trabajo, se tienen los siguientes:

- a) Generalización de la subrutina (UPF) creada por Lazzari (2015) para el uso de más de un material.
- b) Validación del modelado computacional en ANSYS con ensayos experimentales de la bibliografía, de columnas reforzadas por recrecido de su sección transversal.
- c) Creación de un método simplificado para el análisis de columnas de concreto armado con recrecido de su sección transversal.
- d) Validación del método simplificado con ensayos experimentales de la bibliografía y con columnas simuladas con ANSYS.
- e) Ejemplo de aplicación.

1.3 ALCANCE Y LIMITACIONES

En el presente trabajo se considera el comportamiento de columnas de concreto armado reforzadas mediante el recrecido de su sección transversal. Se considera el caso de columnas de sección rectangular con recrecido de todas sus caras y sometidas a flexo compresión uniaxial.

2. METODOLOGIA

Con la finalidad de alcanzar los objetivos propuestos en el presente trabajo se plantea la metodología a seguir:

Revisión bibliográfica a profundidad para determinar las principales variables que caracterizan las columnas reforzadas mediante recrecido de su sección transversal, así como también, realizar una recopilación de ensayos experimentales que permitan hacer la validación de los modelos propuestos.

Elaboración de un método numérico simplificado para la determinación de la resistencia a flexo-compresión de columnas reforzadas mediante recrecido de su sección transversal.

Debido al limitado número de ensayos experimentales que sirvan para validar el Modelo Simplificado se utilizó el software ANSYS con la finalidad de generar una cantidad suficiente de columnas reforzadas que sirvan para validar el Modelo Simplificado propuesto con la variación de los parámetros que influyen en su comportamiento, para lo cual se realizaron los siguientes pasos:

- Modificación de la USERMAT programada por Lazzari (2015), de manera de poder utilizarla para diferentes concretos contenidos en un mismo modelo en los análisis con ANSYS.
- Validación de los modelos realizados con ANSYS con los ensayos experimentales
- Validación del Modelo Simplificado con los ensayos experimentales.
- Generación con ANSYS de diversos modelos donde se varíen los principales parámetros que influyen en el comportamiento de columnas reforzadas mediante recrecido de su sección transversal con la finalidad de verificar el Modelo Simplificado de forma general.

Ejemplo de aplicación del Modelo Simplificado como herramienta de apoyo en los proyectos de reforzamiento de columnas mediante recrecido de su sección transversal.

Elaboración de conclusiones y recomendaciones del trabajo

3 MARCO TEÓRICO

3.1 ANALISIS CRÍTICO DEL ESTADO DEL ARTE

Se realizó una revisión bibliográfica a profundidad de los principales trabajos relacionados con el tema abordado en el presente trabajo, en el apéndice 3 se presenta un resumen de los mismos. A continuación, se muestran las principales conclusiones del análisis crítico de esos trabajos:

- En relación a la elección entre reparar, reforzar o demoler y reconstruir:

Siempre que se tiene la necesidad de realizar intervenciones importantes en una edificación surge la duda de cuál es la mejor opción desde el punto de vista técnico-económico, a pesar de que cada edificación sea un caso diferente y por lo tanto no aplica la misma respuesta, es importante resaltar de acuerdo con Rodríguez y Park (1991) que en la generalidad de los casos es más económico la reparación y/o refuerzo de las edificaciones de concreto armado que su demolición y reconstrucción, aun en el caso que la misma tenga daños severos, de ahí la necesidad de profundizar en el entendimiento del comportamiento de estructuras de concreto armado reforzadas y/o reparadas, con el objetivo de optimizar tales procedimientos.

Todos los investigadores coinciden en la efectividad del aumento de las secciones transversales de las columnas en relación a la ganancia de resistencia, rigidez y ductilidad, bien sea en el caso que se realice como refuerzo o como reparación, sin embargo, Ersoy *et al* (1993) así como Achillopoulou *et al* (2104) resaltan que, en el caso de reparación, mientras mayor sea el daño en la columna, menor será la ganancia de resistencia.

- En relación a la influencia de la carga axial de la columna en el momento del refuerzo y/o reparación:

A pesar que este sea el verdadero estado de las columnas en el momento del refuerzo y/o reparación, son pocos los trabajos experimentales existentes, que tomen en cuenta su presencia, lo cual se debe a la dificultad de mantener la carga axial mientras se realiza el aumento de la sección transversal.

Takeuti *et al* (2008) así como Krainskyi *et al* (2015) encontraron que la carga axial del núcleo al momento del recrecido de la sección, no implica una diferencia significativa en la

resistencia de la columna cuando es sometida a una carga axial excéntrica. Por su parte Vandoros y Dritsos (2006) también aplicaron una carga de compresión antes de realizar el recrecido, y luego aplicaron una carga transversal en la columna hasta producir su falla determinando que la pré-carga mejora la resistencia y la capacidad de deformación en las condiciones que ellos ensayaron.

Ersoy *et al* (1993) realizaron un ensayo similar al de Vandoros y Dritsos(2006), obteniendo resultados semejantes. Por su parte Papanikolau *et al* (2012) realizaron un análisis numérico determinando que la influencia de la pré-carga del núcleo es insignificante al menos que tenga una excentricidad importante. Estos resultados parecieran responder a la teoría de análisis límite, ver por ejemplo Chen (1975)

- En relación a la influencia de la interfaz entre el núcleo y el encamisado en el comportamiento de las columnas reforzadas:

En el trabajo de Júlio *et al* (2003, 2005 y 2008), fueron evaluados distintos tipos de tratamiento de la superficie de contacto y determinaron que en las columnas en las cuales la proporción de momento flector/fuerza de corte es mayor o igual a 1m no se necesita de ningún tratamiento en la superficie de la interfaz para obtener un comportamiento monolítico, sin embargo, en columnas cortas y/o aquellas donde la relación momento flector/fuerza de corte es menor a 1m, el tratamiento por chorro de arena o la demolición con agua, se deben usar sin el uso de epoxi ya que el mismo puede producir resultados opuestos, adicionalmente se debe considerar el uso de conectores de acero para mejorar la resistencia y rigidez cuando la columna es sometida a carga cíclica.

Vandoros y Dritsos (2006) estudiaron la efectividad de varios detalles constructivos en los refuerzos de columnas y obtuvieron en columnas sin tratamiento una disminución con respecto al comportamiento monolítico de 4 % en la carga de fluencia y 9 % en la carga última. En los ensayos de Krainskyi *et al* (2015) no realizo tratamiento algún, sin embargo, no se observaron desplazamientos relativos entre las capas de concreto, fisuras o pérdida de la adherencia. Por lo tanto, para el desarrollo de este trabajo se considerará adherencia perfecta entre el concreto de la columna original y el del recrecido.

3.2 FLUENCIA DEL CONCRETO

Según Wight *et al* (2012), el concreto al ser solicitado por cargas de larga duración, presenta inicialmente una deformación instantánea seguida de una deformación lenta, que se desarrolla a lo largo del tiempo conforme se presenta en la Figura 3.1. El efecto que describe esta deformación lenta es llamado de fluencia (*creep*), cuya principal característica consiste en el aumento de las deformaciones con el pasar del tiempo, mismo bajo la acción de tensiones constantes. Esto ocurre porque las capas de agua adsorbidas tienden a volverse más delgadas entre las partículas de gel que transmiten el esfuerzo de compresión. Este cambio en el grosor ocurre rápidamente al principio, disminuyendo con el tiempo. Con el tiempo, se forman enlaces entre las partículas de gel en su nueva posición. Si finalmente se elimina la carga, una parte de la tensión se recupera elásticamente y otra parte por fluencia, pero queda una deformación residual (ver Figura 3.1), debido a la unión de las partículas de gel en la posición deformada.

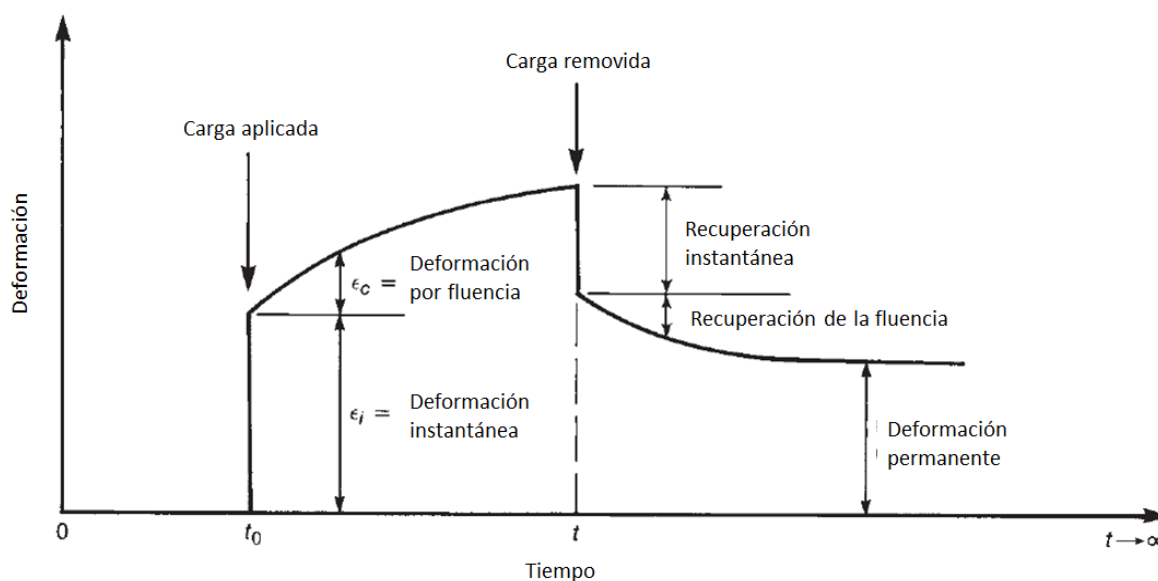


Figura 3.1 Comportamiento típico del concreto debido a la fluencia (WIGHT *et al*, 2012 Modificado).

Las deformaciones debido a la fluencia, las cuales continúan aumentando durante un período de dos a cinco años, son del orden de una a tres veces las deformaciones elásticas instantáneas. El aumento de las deformaciones de compresión del hormigón debido a la fluencia conducirá a un aumento de las deflexiones con el tiempo y puede conducir a una redistribución de las tensiones dentro de las secciones transversales.

La relación entre la deformación por fluencia después de un largo periodo y la deformación elástica es llamada coeficiente de fluencia φ . La magnitud del coeficiente de fluencia se ve afectado por: la relación entre la tensión sostenida y la resistencia del concreto, la edad del concreto cuando está cargado, la humedad del ambiente, las dimensiones del elemento y la composición del concreto. La fluencia es mayor en los concretos con un alto contenido de pasta de cemento. Los concretos que contienen una gran fracción de agregados sufren menos fluencia, porque solo la pasta de cemento está afectada por la fluencia y la misma está restringida por el agregado. El tipo de cemento (es decir, el cemento normal o de alta resistencia temprana) y la relación agua/cemento son importantes solo porque afectan la resistencia en el momento en que se carga el concreto.

Existen varios procedimientos para el cálculo de las deformaciones por fluencia (CEB, ACI, fib, Mindess *et al*).

Para tensiones menores que $0,40 f_{cr}$, siendo f_{cr} la resistencia promedio a compresión del concreto, se asume que la fluencia está linealmente relacionada con la tensión.

Más allá de esta tensión, las deformaciones por fluencia aumentan más rápidamente y pueden provocar una falla del miembro a tensiones mayores de $0,75 f_{cr}$.

Según el Código Fib Model 2010. El coeficiente de fluencia puede ser calculado de:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \quad (3.1)$$

donde

$\varphi_{bc}(t, t_0)$ es el coeficiente de fluencia básica de acuerdo a ecuación (3.2)

$\varphi_{dc}(t, t_0)$ es el coeficiente de fluencia por secado de acuerdo a (3.6)

t es la edad del concreto en días en el momento considerado

t_0 es la edad del concreto en días al momento de la carga

El coeficiente de fluencia básica $\varphi_{bc}(t, t_0)$ puede ser estimado por:

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cr}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \quad (3.2)$$

Con

$$\beta_{bc}(f_{cr}) = 1.8/(f_{cr})^{0.7} \quad (3.3)$$

$$\beta_{bc}(t, t_o) = \ln[(30/t_{o,adj} + 0.035)^2 \cdot (t - t_o) + 1] \quad (3.4)$$

El coeficiente de fluencia por secado $\varphi_{dc}(t, t_o)$ puede ser estimado por:

$$\varphi_{dc}(t, t_o) = \beta_{dc}(f_{cr}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_o) \cdot \beta_{dc}(t, t_o) \quad (3.5)$$

con

$$\beta_{dc}(f_{cr}) = 412/(f_{cr})^{1.4} \quad (3.6)$$

$$\beta(RH) = (1 - RH/100)/(0,1 \cdot h/100)^{1/3} \quad (3.7)$$

$$\beta_{dc}(t_o) = 1 / (0,1 + t_{o,adj}^{0.2}) \quad (3.8)$$

El desarrollo de la fluencia por secado con el tiempo es descrito por:

$$\beta_{dc}(t, t_o) = [(t - t_o)/(\beta_h + (t - t_o))]^{\gamma(t_o)} \quad (3.9)$$

con

$$\gamma(t_o) = 1/(2,3 + 3,5/t_{o,adj}^{1/2}) \quad (3.10)$$

$$\beta_h = 1,5 \cdot h + 250 \quad \alpha_{fcm} \leq 1500 \cdot \alpha_{fcm} \quad (3.11)$$

$$\alpha_{fcm} = (35/f_{cr})^{0.5} \quad (3.12)$$

donde

f_{cr} es la resistencia media a la compresión a los 28 días en MPa.

RH es la humedad relativa del medio ambiente en %

$H = 2 A_c/u$ = tamaño característico del miembro en mm, donde A_c es el área de la sección transversal en mm^2 y u es el perímetro del elemento en contacto con la atmosfera en mm.

3.3 EFECTOS DE ESBELTEZ

Según Nilson (1999), una columna se dice que es esbelta si las dimensiones de su sección transversal son pequeñas respecto a su longitud. Su grado de esbeltez se expresa, generalmente, en términos de la relación de esbeltez l/r , siendo l su longitud y r el radio de giro de su sección transversal el cual se determina por la expresión $r = (I/A)^{0.5}$, donde I es la

inercia de la sección transversal respecto a su eje centroidal y A el área de la sección transversal. r tiene un valor mínimo respecto a su eje principal menor y este valor es generalmente el que debe utilizarse para determinar la relación de esbeltez de una columna.

En la práctica, la mayor parte de las columnas están sometidas a la acción de momentos flectores en combinación con cargas axiales. Estos momentos producen deflexión lateral entre los extremos de la columna y también pueden generar desplazamiento lateral relativo de los extremos. Asociados a estos desplazamientos se producen momentos de segundo orden que se adicionan a los momentos primarios y que pueden llegar a ser de magnitud considerable en el caso de columnas esbeltas, por lo que deben ser considerados a la hora de analizar el comportamiento de la columna. Una columna esbelta, según una definición práctica, es aquella para la cual existe una reducción significativa de su capacidad a resistir carga axial debido a los momentos de segundo orden. En el caso de las disposiciones para columnas del código ACI 318-2014, se considera significativa una reducción mayor o igual al 5%, requiriéndose para estos casos considerar los efectos de esbeltez.

3.3.1 Columnas cargadas concéntricamente

Hace más de 200 años Euler desarrolló la teoría del comportamiento de columnas rectas y esbeltas, de material elástico-lineal, cargadas concéntricamente. De manera general, ésta establece que las columnas esbeltas fallarán por pandeo a un valor de la carga axial, llamada carga crítica por pandeo, la cual es igual a:

$$P_c = \frac{\pi^2 E_t I}{(kl)^2} \quad (3.13 a)$$

La cual también se puede escribir de la forma

$$P_c = \frac{\pi^2 E_t A}{(kl/r)^2} \quad (3.13 b)$$

Se puede observar que la carga crítica disminuye con prontitud con el aumento de la relación de esbeltez kl/r (TIMOSHENKO y GERE 1969), donde k es el factor de longitud efectiva que depende de las condiciones de apoyo de los extremos de la columna como se observa en la Figura 3.2.

En el caso más simple de una columna articulada en ambos extremos hecha de material elástico, E_t es el módulo de Young del material y kl es igual a la longitud real de la columna. Cuando la columna es sujeta a la acción dada por la ecuación (3.13), esta se pandea en forma de media onda sinusoidal, como muestra la Figura 3.2a. En esta configuración pandeada actúan momentos flectores de segundo orden de magnitud P y, donde y es la deflexión en la sección considerada. Estas deflexiones continúan en aumento hasta que el esfuerzo por flexión causado por el momento creciente, simultáneamente con el esfuerzo original de compresión, producen la falla de la columna.

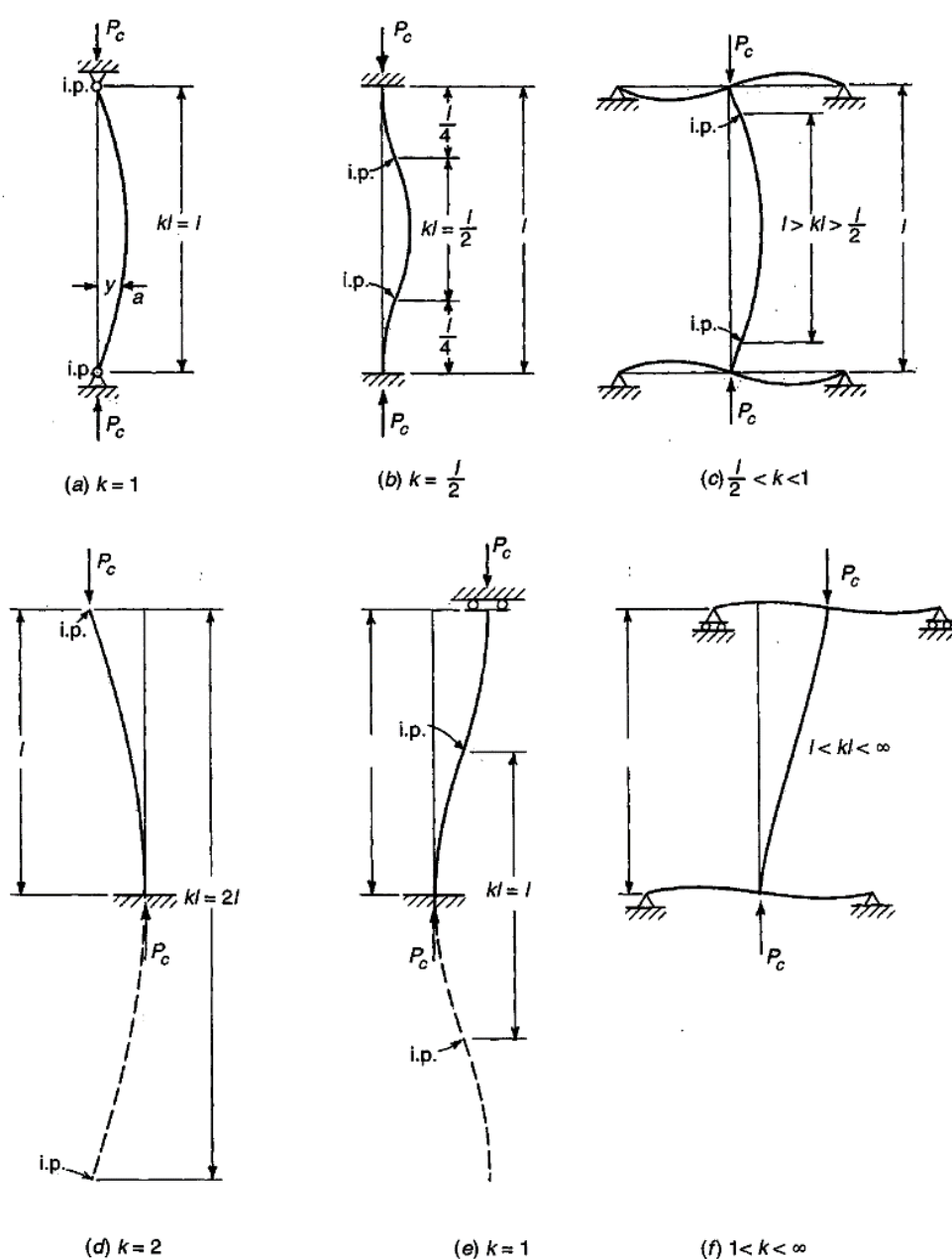


Figura 3.2 Pandeo y longitud efectiva de columnas cargadas axialmente (NILSON, 1999).

3.3.2 Columnas esbeltas sometidas a flexo-compresión:

La mayoría de las columnas suelen estar sometidas a flexo-compresión, su comportamiento depende, en forma considerable, de su esbeltez.

La Figura 3.3 presenta una columna cargada axialmente con la carga P y sometida a flexión por momentos iguales en los extremos M_e . Si la carga axial no estuviera presente, el momento M_o en la columna sería constante a lo largo de esta e igual al momento de los extremos M_e ; esto se ilustra en la Figura 3.3b. Para esta situación, es decir, flexión simple sin carga axial de compresión, la columna se deflecta como se indica en la curva punteada de la Figura 3.3a, donde y_o representa la deflexión en cualquier punto causada sólo por la flexión. Cuando se aplica la carga P , el momento en cualquier punto se incrementa en una cantidad igual a P veces su brazo de palanca. Los aumentos en los momentos producen deflexiones adicionales, de manera que la curva de deflexión bajo la acción simultánea de P y de M_o es la curva continua de la Figura 3.3a. Entonces, en cualquier punto, el momento total ahora es dado por

$$M = M_o + P y \quad (3.14)$$

Es decir, el momento total consiste en el momento M_o que actúa en presencia de P y el momento adicional producido por P , igual a P veces la deflexión lateral. Ésta es una ilustración del llamado efecto $P\Delta$.

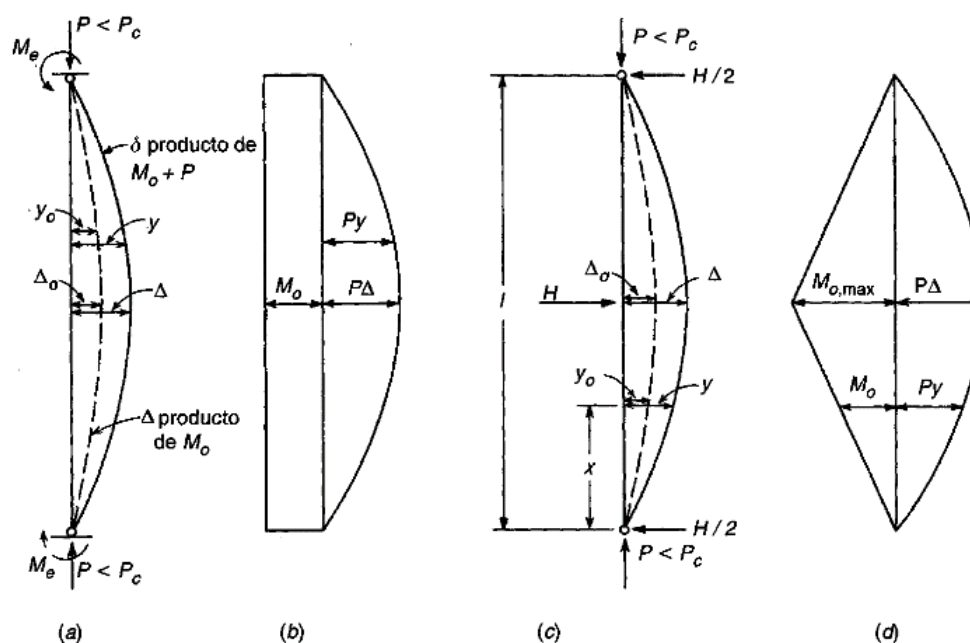


Figura 3.3 Momentos en columnas esbeltas sometidas a compresión más flexión, deflectados en curvatura simple (NILSON, 1999).

Las deflexiones y de columnas elásticas del tipo expuesto en la Figura 3.3 pueden calcularse con las deflexiones y_o , es decir, a partir de las deflexiones de la correspondiente columna sin carga axial, utilizando la siguiente expresión (TIMOSHENKO y GERE 1969)

$$y = y_o \frac{1}{1 - P/P_c} \quad (3.15)$$

Sea Δ la deflexión en el punto de máximo momento M_{max} , como en la Figura 3.3. Entonces, de las ecuaciones (3.14) y (3.15):

$$M_{max} = M_o + P\Delta = M_o + P\Delta_o \frac{1}{1 - P/P_c} \quad (3.16)$$

Es posible demostrar (JOHNSON 1976) que la ecuación (3.16) puede formularse como

$$M_{max} = M_o \frac{1 + \Psi P/P_c}{1 - P/P_c} \quad (3.17)$$

Donde Ψ es un coeficiente que depende del tipo de carga y varía aproximadamente entre ± 0.20 para la mayoría de los casos prácticos. Tomando en cuenta que P/P_c siempre es significativamente menor que 1, se observa que el segundo término en el numerador de la ecuación (3.17) resulta muy pequeño en comparación con 1. Despreciando este término, se obtiene una ecuación de diseño simplificada

$$M_{max} = M_o \frac{1}{1 - P/P_c} \quad (3.18)$$

Donde $\delta = 1/(1 - P/P_c)$ se conoce como el factor de amplificación de momento, que refleja la cantidad mediante la cual el momento M_o se amplifica por la presencia de una fuerza axial P simultánea.

Debido a que P_c disminuye con el aumento de la relación de esbeltez, se observa que a partir de la ecuación (3.18) el momento M en el elemento se incrementa con la relación de esbeltez kl/r . Dicha situación se ilustra en forma esquemática en la Figura 3.4. Ésta indica que, para determinada carga transversal (es decir, para un valor dado de M_o), una fuerza axial P produce un momento adicional mayor en un elemento esbelto que en uno relativamente poco esbelto.

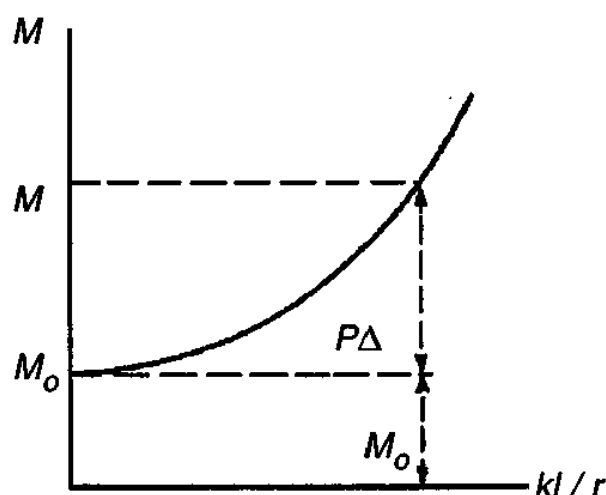


Figura 3.4 Efectos de la esbeltez sobre los momentos de las columnas (NILSON, 1999).

En los dos elementos de la Figura 3.3c, el mayor momento producido por P , llamado $P\Delta$ se adiciona directamente al valor máximo de M_0 ; por ejemplo,

$$M_0 = \frac{Hl}{4}$$

En la Figura 3.3d. A medida que la carga P aumenta, el momento máximo en el centro de la luz aumenta a una tasa mayor que la de la carga P de la manera determinada por las ecuaciones (3.14) y (3.18) e ilustrada en la Figura 3.5. La columna fallará cuando los valores simultáneos de P y M sean iguales a P_N y M_N , es decir, la resistencia última de la sección transversal en el sitio de máximo momento.

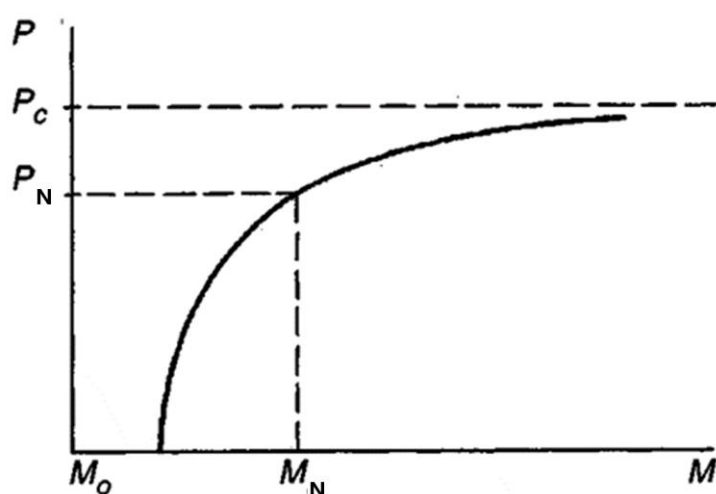


Figura 3.5 Efecto de la carga axial sobre los momentos de las columnas (NILSON, 1999 Modificado).

Esta adición directa del momento máximo producido por P con el momento máximo que genera la carga transversal (obviamente la situación más desfavorable), no se presenta para todos los casos de deformaciones. Por ejemplo, la columna de la Figura 3.6a, con momentos en los extremos iguales pero opuestos, tiene el diagrama de M_o señalado en la Figura 3.6b. Las deflexiones producidas por sólo M_o , de nuevo se ven amplificadas cuando se aplica una carga axial P . En este caso, estas deflexiones bajo flexión y compresión simultáneas pueden aproximarse por (TIMOSHENKO y GERE 1969)

$$y = y_o \frac{1}{1 - P/4P_c} \quad (3.19)$$

Si se compara con la ecuación (3.15), se observa que para este caso la amplificación en la deflexión es mucho menor.

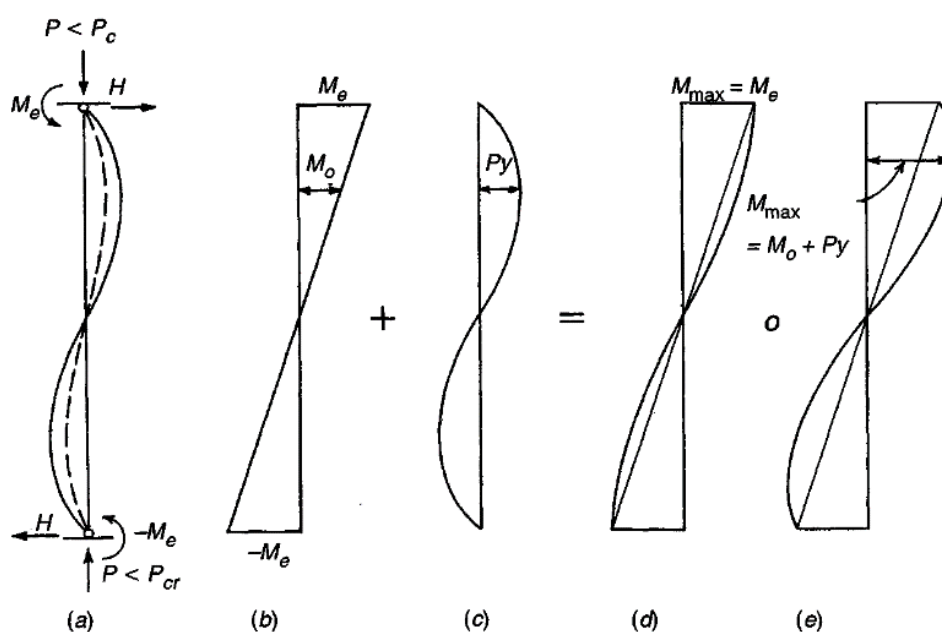


Figura 3.6 Momentos en columnas esbeltas sometidas a compresión más flexión, deflectados en curvatura doble (NILSON, 1999).

Los momentos adicionales Py producidos por la carga axial se distribuyen como en la Figura 3.6c. Aunque los momentos M_o son máximos en los extremos, los momentos Py son máximos a cierta distancia de los extremos. Dependiendo de sus magnitudes relativas, los momentos totales $M = M_o + Py$ se distribuyen como aparece en una de las Figuras 3.6d o 3.6e. En el primer caso, el momento máximo continúa actuando en el extremo y es igual a M_e ; la presencia de la fuerza axial no produce por lo tanto ningún incremento en el momento máximo. Como alternativa, en el caso de la Figura 3.6e, el momento máximo está localizado a cierta distancia

del extremo; en este punto, M_o es significativamente menor que su valor máximo M_e , y por esta razón el momento adicionado P_y genera un aumento en el momento máximo hasta un valor apenas un poco mayor que M_e .

Al comparar las Figura 3.3 y 3.6 se puede hacer la siguiente generalización; el momento M_o va a ser amplificado más fuertemente cuando el punto donde M_o es máximo coincide con aquél donde la deflexión y_o también es máxima. Esto es válido para elementos deflectados en curvatura simple por cargas simétricas o por momentos iguales en los extremos. Si los dos momentos en los extremos de la Figura 3.3a son diferentes, pero con el mismo signo, es decir, producen curvatura simple, el valor de M_o se amplificará aún en forma importante, aunque no tanto como para el caso de momentos iguales en los extremos. Por otra parte, como se evidencia en la Figura 3.6, puede no presentarse amplificación o la misma será muy pequeña si los momentos generan curvatura doble.

Puede demostrarse que la amplificación del momento depende de la magnitud relativa de los dos momentos en los extremos (como en las Figura 3.3a y 3.6) y que esta relación se expresa mediante una modificación de la ecuación (3.18) (JOHNSON 1976):

$$M_{max} = M_o \frac{C_m}{1 - P/P_c} \quad (3.20)$$

donde

$$C_m = 0,6 + 0,4 \frac{M_1}{M_2} \geq 0,4 \quad (3.21)$$

M_1 y M_2 son los momentos de los extremos menor y mayor, respectivamente; entonces, por definición, $M_o = M_2$. La fracción M_1/M_2 se define como positiva si los momentos en los extremos producen curvatura simple, y negativa si producen curvatura doble. El factor de amplificación de momento en este caso queda $\delta = C_m/(1-P/P_c)$. Es preciso observar que la ecuación (3.21) es aplicable únicamente a elementos arriostrados contra desplazamiento lateral. En elementos no arriostrados contra desplazamiento lateral se presenta por lo general la máxima amplificación del momento, es decir, $C_m = 1$.

3.3.3 Método de amplificación de momento del Código ACI para pórticos arriostrados

Las columnas de concreto armado esbeltas alcanzan el límite de su resistencia cuando la combinación de P y M en la sección sometida al máximo esfuerzo produce la falla de la sección. En general, la carga P es constante en la longitud de la columna, por lo tanto, la columna se aproxima a la falla cuando en la sección sometida al mayor esfuerzo, la fuerza axial P se combina con un momento $M = M_{\max}$, determinado según la ecuación (3.20), de tal forma que esta combinación llega a ser igual a P_N y M_N , los cuales producen la falla de la sección. Esto se puede visualizar en la Figura 3.7. La misma presenta una curva típica de interacción para una columna determinada. De manera de simplificar, supóngase que la columna se deflecta en curvatura simple con excentricidades iguales en los extremos. Para este caso, la resistencia de la sección transversal queda determinada por el punto A en la curva de interacción. Si la columna es suficientemente robusta de modo que la amplificación de momento es despreciable, entonces $P_{N,robusta}$ en el punto A representa la resistencia de la columna bajo la acción simultánea del momento $M_{N,robusta} = e_o P_{N,robusta}$.

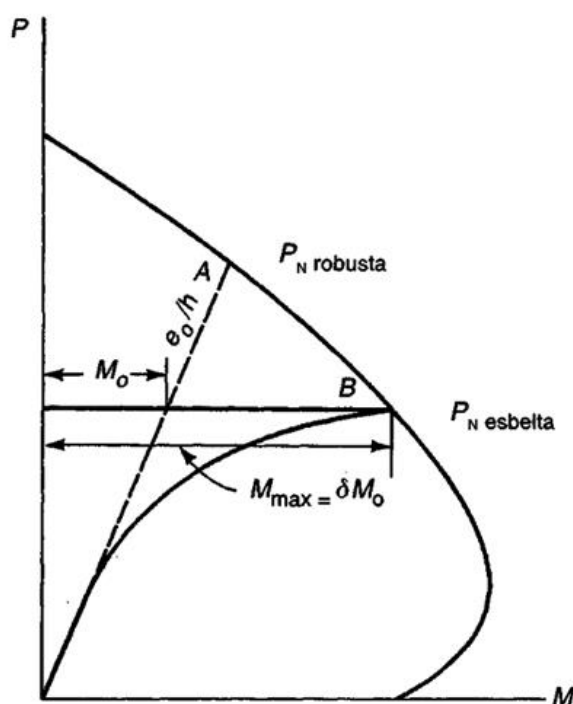


Figura 3.7 Efecto de la esbeltez en la capacidad de carga (NILSON, 1999 Modificado).

Por otro lado, si la misma columna fuese suficientemente esbelta, se produciría una amplificación de momento importante a medida que se incrementa la carga P , y por lo tanto, el momento en la sección sometida al mayor esfuerzo sería M_{\max} , determinado por la ecuación (3.20), con $C_m = 1$. La curva continua de la Figura 3.7 presenta un incremento no lineal de M_{\max} a medida que P aumenta. El punto B define la resistencia de la columna esbelta $P_{N,esbelta}$, en combinación con el momento M_o mayorado por los efectos de segundo orden. Si los momentos en los extremos no son iguales, debe incluirse el factor C_m dado por la expresión (3.21).

Para pórticos arriostrados contra desplazamiento lateral, el Código ACI 318-2014 calcula la amplificación del momento que actúa simultáneamente con la carga axial mayorada P_u de la siguiente forma:

$$M_{\max} = \delta M_2 \quad (3.22)$$

Donde el factor de amplificación de momento es

$$\delta = \frac{C_m}{1 - P_u/0,75P_c} \geq 1 \quad (3.23)$$

El término 0,75 en la ecuación 3.23 es el factor de reducción de resistencia, diseñado para proporcionar un estimativo conservador de P_c .

La rigidez EI utilizada en la ecuación 3.13 para el cálculo de P_c , debe ser tanto precisa como razonablemente conservadora. En columnas elásticas homogéneas, como el caso de columnas de acero, la rigidez EI se obtiene fácilmente con el módulo de Young y el momento de inercia corriente de la sección. En el caso de columnas de concreto armado estas no son homogéneas puesto que constan de acero y concreto. Mientras que el acero es básicamente elástico, el concreto no lo es y además, está sometido a fluencia y agrietamiento cuando ocurre tracción en el lado convexo de la columna. Es posible, mediante métodos de computador, calcular rigideces efectivas bien realistas tomando en cuenta todos estos factores; sin embargo, estos cálculos no son más precisos que las premisas en que se fundamentan. Con base a estudios elaborados, tanto analíticos como experimentales (MACGREGOR *et al*, 1970), el Código ACI 318-2014 sugiere determinar el valor de EI mediante

$$EI = \frac{0,2E_cI_g + E_sI_{se}}{1 + \beta_d} \quad (3.24)$$

donde

E_c módulo de elasticidad del concreto

I_g momento de inercia de la sección bruta de la columna

I_{se} momento de inercia de las barras de acero con respecto al eje centroidal de la sección transversal de la columna

E_s módulo de elasticidad del acero

β_d relación entre la carga axial muerta mayorada máxima y la carga axial total mayorada máxima

El factor β_d toma en cuenta, de forma aproximada, los efectos de la fluencia. Es decir, en cuanto mayores sean las cargas muertas sostenidas, mayores serán las deformaciones por fluencia y sus respectivas curvaturas. Por lo tanto, mientras mayores sean las cargas sostenidas en relación a las cargas temporales, menor será la rigidez efectiva. Sin embargo, de los dos materiales, sólo el concreto está influenciado por la fluencia, por lo que puede argumentarse que el parámetro de fluencia $1+\beta_d$ debería aplicarse solamente al término $0,2E_cI_g$ de la ecuación 3.24. Sin embargo, como es explicado en los comentarios del ACI 318-2014, el parámetro de fluencia es aplicado a los dos términos debido a la posibilidad de fluencia prematura del acero de las columnas bajo carga sostenida.

3.4 CONCRETO CONFINADO

Ensayos experimentales muestran que el concreto sometido a un estado de compresión triaxial mejora notablemente tanto su resistencia como su ductilidad, la Figura 3.8 muestra el aumento de estos valores en la medida que aumenta la tensión de confinamiento sobre el cilindro.

El refuerzo transversal que rodea al núcleo de una sección proporciona un cierto grado de confinamiento al concreto, denominado confinamiento pasivo, ya que solo empieza a ser efecto cuando los niveles de esfuerzos de compresión en el concreto se aproximan a su resistencia máxima, en este momento las deformaciones transversales de la sección se incrementan debido al agrietamiento interno progresivo, por lo cual el concreto se apoya contra el refuerzo transversal, el cual induce a su vez una fuerza de confinamiento sobre el concreto, aumentando así su resistencia a compresión y disminuyendo las deformaciones transversales.

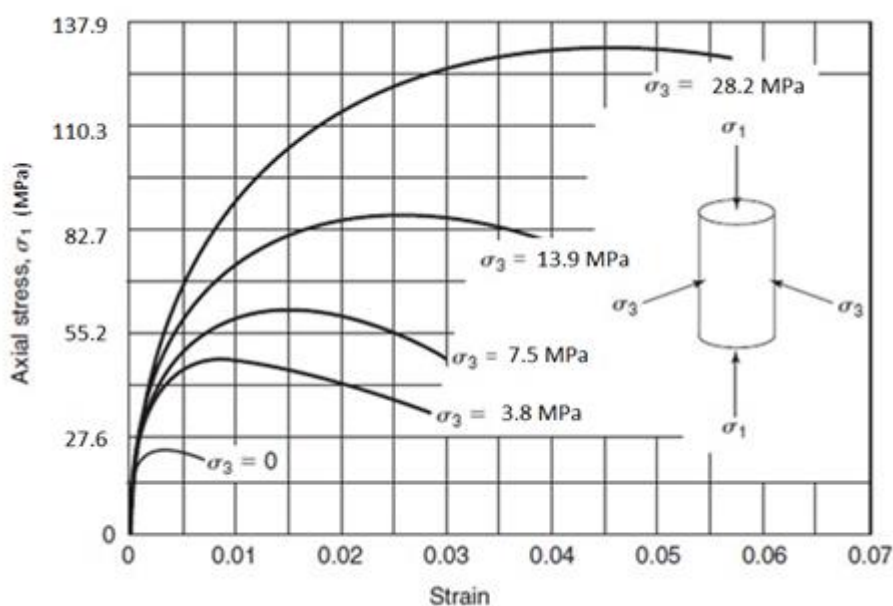


Figura 3.8 Curvas esfuerzo-deformación axial de pruebas de compresión triaxial realizada en cilindros de concreto de resistencia a la compresión no confinada $f'_c = 24,8$ MPa (RICHART *et al*, 1928. Modificado).

Estudios experimentales realizados por Chan (1955), Blume *et al* (1961), Roy y Sozen (1964), Soliman y Yu (1967), Sargin *et al* (1971), Kend y Park (1971) y Mander *et al* (1988), indican que un buen confinamiento mejora el desempeño de un elemento y sus deformaciones se incrementan, haciendo del concreto un material más dúctil.

El grado de confinamiento es función principalmente de la cantidad acero transversal. El refuerzo transversal a base de hélices confina el concreto del núcleo con más eficiencia que los estribos rectangulares o cuadrados. Esto se debe a que las hélices proporcionan una presión continua de confinamiento en toda la circunferencia.

Para que el confinamiento de un elemento con estribos circulares, rectangulares o cuadrados sea eficiente, se requiere que la separación del acero de refuerzo transversal no supere un cierto límite.

A continuación, se enumeran los factores que intervienen en el confinamiento de los elementos de concreto armado:

- a. Cuantía de acero transversal, ρ_w
- b. Separación de estribos, s
- c. Esfuerzo de fluencia nominal del acero longitudinal, f_y

- d. Resistencia a compresión, f'_c
- e. Esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo transversal, f_{yh}
- f. Relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado, ρ_s
- g. Cuantía de acero longitudinal, ρ

El acero longitudinal funciona como apoyos de los estribos, de tal modo que a menor separación entre barras longitudinales mayor confinamiento ya que se disminuye la flexibilidad de los estribos. De igual forma que en el concreto no confinado, las propiedades mecánicas de un espécimen de concreto confinado bajo cargas de compresión se pueden conocer a partir de su curva esfuerzo-deformación. Dichas curvas también presentan características generales a partir de las cuales es posible generar modelos analíticos para describirlas. A continuación se describe el modelo de Park modificado, el cual considera el aumento de la resistencia en el concreto confinado por medio de un factor K_p , el cual fue considerado en el Modelo Simplificado de este trabajo.

3.4.1 Modelo de Park Modificado

Este modelo considera el incremento en la resistencia a compresión debido al confinamiento, fue modificado por Park *et al*(1982), la modificación en la curva esfuerzo-deformación consistió en aceptar que el efecto de confinamiento no solo incrementa las deformaciones si no también los esfuerzos. Dicho incremento está definido por un factor K_p , que depende del confinamiento, como se muestra en la Figura 3.9. Para su definición se emplean las ecuaciones utilizadas en el modelo Kent y Park (1971), excepto que ahora las variables f'_c y ε_o , están multiplicadas por un factor K_p .

Las ecuaciones que definen a cada una de las ramas de la curva son las siguientes:

- Para la primera rama:

$$f_{cA} = K_p f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{K_p \varepsilon_0} - \left(\frac{\varepsilon_c}{K_p \varepsilon_0} \right)^2 \right]; \quad 0 \leq \varepsilon_c \leq K_p \varepsilon_0 \quad (3.25)$$

- Para la segunda rama:

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - K_p \varepsilon_0)]; \quad K_p \varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c} \quad (3.26)$$

$$K_p = 1 + \frac{\rho_s f_y}{f'_c} \quad (3.27)$$

$$Z = \frac{1}{2(\varepsilon_{50u} + \varepsilon_{50h} - K_p \varepsilon_0)} \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + \varepsilon_0 f'_c}{f'_c - 1000} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b_c}{s}} \quad (3.30)$$

donde

ε_c deformación unitaria del concreto

ε_0 deformación unitaria asociada a la resistencia máxima a compresión del concreto del concreto f'_c .

ε_{20c} deformación unitaria asociada al $0,20 f'_c$.

b_c ancho de la sección

s separación entre los estribos

ρ_s relación entre el volumen de acero confinante (estribos) y el volumen de concreto confinado

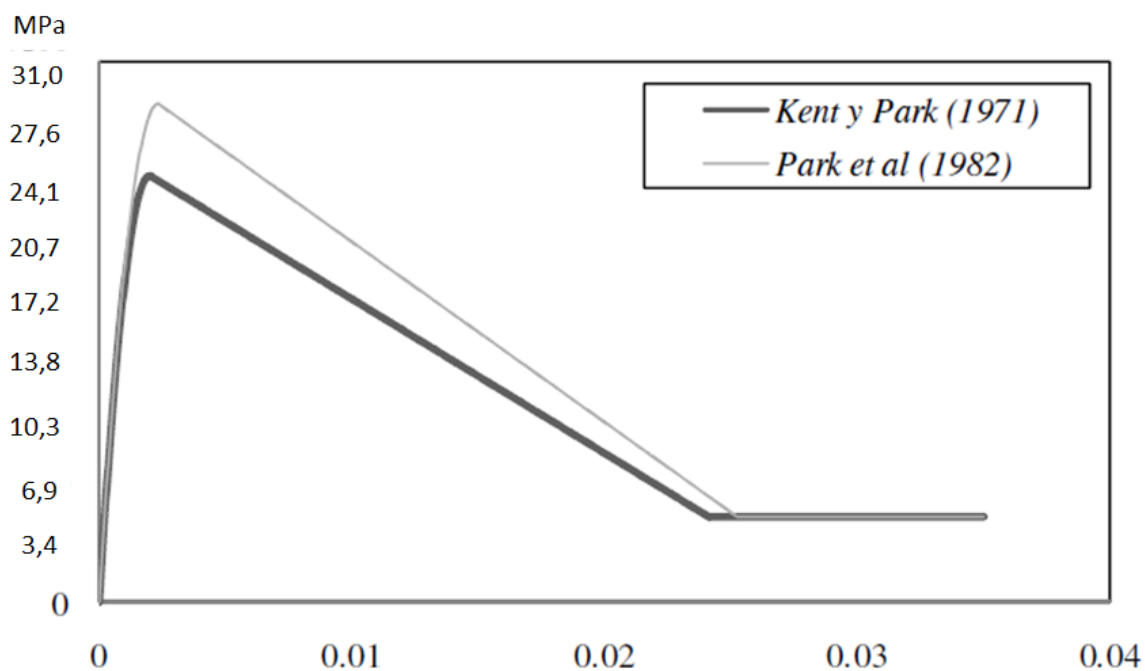


Figura 3.9 Comparación de los modelos esfuerzo-deformación para un concreto simple (KENT y PARK, 1971) y uno confinado (PARK *et al*, 1982).

4 MODELO SIMPLIFICADO PARA ANÁLISIS Y DISEÑO DE COLUMNAS REFORZADAS

Con la finalidad de contar con una herramienta que permita de forma rápida el análisis y/o diseño de columnas de concreto armado reforzadas por recrecido de su sección transversal, se desarrolló un Modelo Simplificado, el cual toma en cuenta las principales variables actuantes en este tipo de elementos como lo son:

- actuación de las cargas en las diferentes configuraciones geométricas de la columna (columna original y recrecida).
- las diferentes propiedades mecánicas de los materiales que componen esas configuraciones.
- la influencia de la esbeltez y las deformaciones diferidas en la resistencia última de la columna.

El modelo se desarrolló siguiendo las recomendaciones del Código ACI 318-2014 para tomar en cuenta la amplificación de momento debido a los efectos de esbeltez.

Como se evidenciará más adelante, con los resultados experimentales de columnas recrecidas existentes en la literatura, capítulos 6 y 7, la diferencia fundamental entre el comportamiento de una columna cuya sección transversal es recrecida mientras la misma se encuentra descargada y otra en la cual el procedimiento de recrecido se realiza en la presencia de una carga axial excéntrica sobre la misma, deriva del hecho que los efectos de segundo orden motivados a la esbeltez de la columna y a la fluencia del concreto, son de una magnitud mayor en el caso que el procedimiento de recrecido es realizado bajo la acción de una carga axial excéntrica. Esto se debe a que la columna en su configuración original es más esbelta.

Como se observa esquemáticamente en la Figura 4.1, los efectos de segundo orden son mayores en el caso de las columnas cuyo recrecido de la sección transversal es realizado mientras la misma se encuentra bajo la acción de una carga de compresión excéntrica. La Figura 4.2 muestra el flujograma del programa. Este modelo fue programado en Fortran para mayor facilidad de su aplicación, el *Script* del programa se muestra en el apéndice 1. A continuación, se describen en paralelo el algoritmo de la formulación numérica del modelo, así como el uso del programa en el cual se implementó.

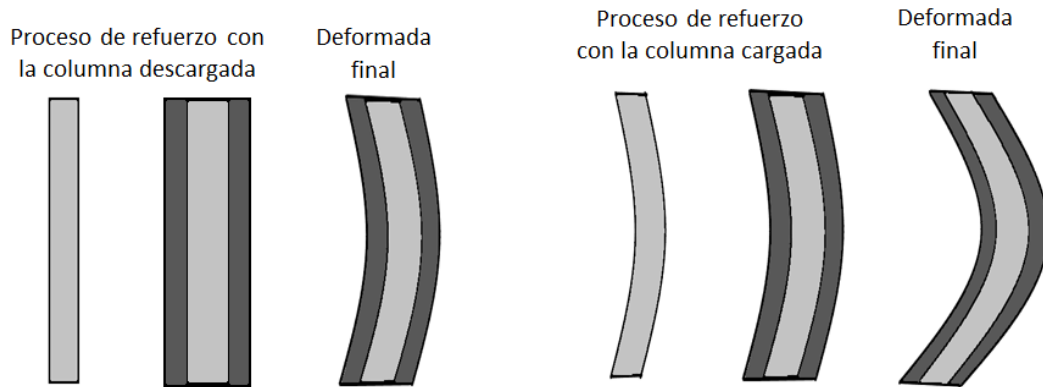


Figura 4.1 a la izquierda, columna recrecida mientras se encuentra descargada, a la derecha, columna recrecida mientras está sometida a flexo compresión. Fuente: propia.

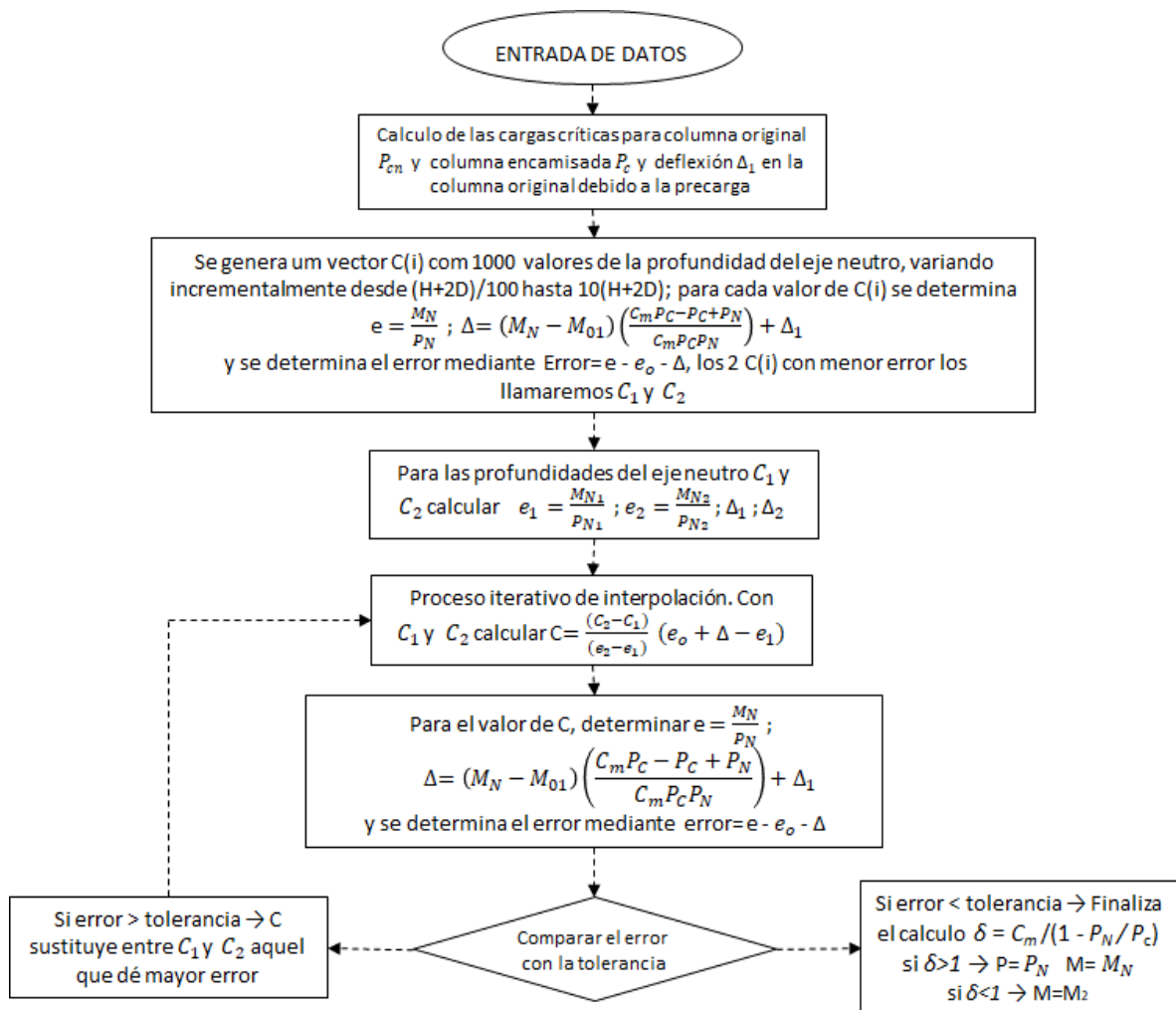


Figura 4.2 Flujoograma del programa. Fuente: propia.

4.1 DATOS REQUERIDOS

Se requiere la creación de un archivo de datos de entrada el cual es llamado `datoscolumnaencamisada.txt`, el mismo puede ser generado en algún editor de texto. Este archivo contendrá los siguientes datos: $H, B, D, A_{sc}, A_{sn}, r_c, r_n, A_{tc}, A_m, S_c, S_n, f'_{cc}, f'_{cn}, f_{yc}, f_{yn}, f_{yte}, f_{ym}, L, e_o, K, \beta_d, \beta_n, P_n, M_n, C_m$

Debido a que el programa utiliza unidades de kN para las fuerzas y cm para las dimensiones, se deben introducir los datos de entrada en estas mismas unidades. A seguir la descripción de los datos de entrada para el análisis.

H altura de la sección transversal de la columna original en cm

B ancho de la sección transversal de la columna original en cm

D espesor de la camisa de concreto de refuerzo en cm

A_{sc} sumatoria de las áreas transversales de las barras longitudinales de la camisa de refuerzo que trabajan en ambas caras de la columna (como se supone refuerzo simétrico, es igual al área de refuerzo total de la camisa entre dos) en cm^2

A_{sn} sumatoria de las áreas transversales de las barras longitudinales de la columna original que trabajan en ambas caras de la misma (como se supone refuerzo simétrico, es igual al área de refuerzo total de la columna original entre dos) en cm^2

r_c recubrimiento de la camisa medido desde el centroide de las capas de acero en cm

r_n recubrimiento de la columna original, medido desde el centroide de las capas de acero en cm

A_{tc} área transversal de los estribos usados en la camisa de refuerzo en cm^2

A_m área transversal de los estribos usados en la columna original en cm^2

S_c separación de los estribos de la camisa en cm

S_n separación de los estribos de la columna original en cm

f'_{cc} resistencia promedio del concreto de la camisa de refuerzo en kN/cm^2

f'_{cn} resistencia promedio del concreto de la columna original en kN/cm^2

f_{yc} tensión de fluencia del acero longitudinal de la camisa de refuerzo en kN/cm^2

f_{yn} tensión de fluencia del acero longitudinal de la columna original en kN/cm^2

f_{yte} tensión de fluencia de los estribos de la camisa de refuerzo en kN/cm^2

f_{ym} tensión de fluencia de los estribos de la columna original en kN/cm^2

L longitud de la columna en cm

- e_o excentricidad con que es aplicada la carga axial sobre la columna
- K coeficiente adimensional de longitud equivalente que depende de las restricciones de los apoyos
- β_d factor de reducción de la rigidez a flexión debido a las deformaciones diferidas del concreto, el cual se calcula como la relación entre la carga muerta mayorada y la carga total mayorada actuando sobre la columna reforzada
- β_n factor de reducción de la rigidez a flexión debido a las deformaciones diferidas del concreto, el cual se calcula como la relación entre la carga muerta y la carga total actuando sobre la columna original
- P_n carga axial presente en la columna original durante el proceso de recrecido en kN
- M_n momento flector presente en la columna original durante el proceso de recrecido en kN*cm
- C_m factor adimensional igual a $C_m = 0.6 + 0.4M_1/M_2 \geq 0.4$, donde M_1 y M_2 son los momentos en los extremos de la columna menor y mayor respectivamente, la relación M_1/M_2 es positiva si los momentos causan curvatura simple y negativa si causan curvatura doble

La Figura 4.3 muestra las secciones transversales tanto original como recrecida de la columna, así como la descripción grafica de gran parte de las variables ya descritas

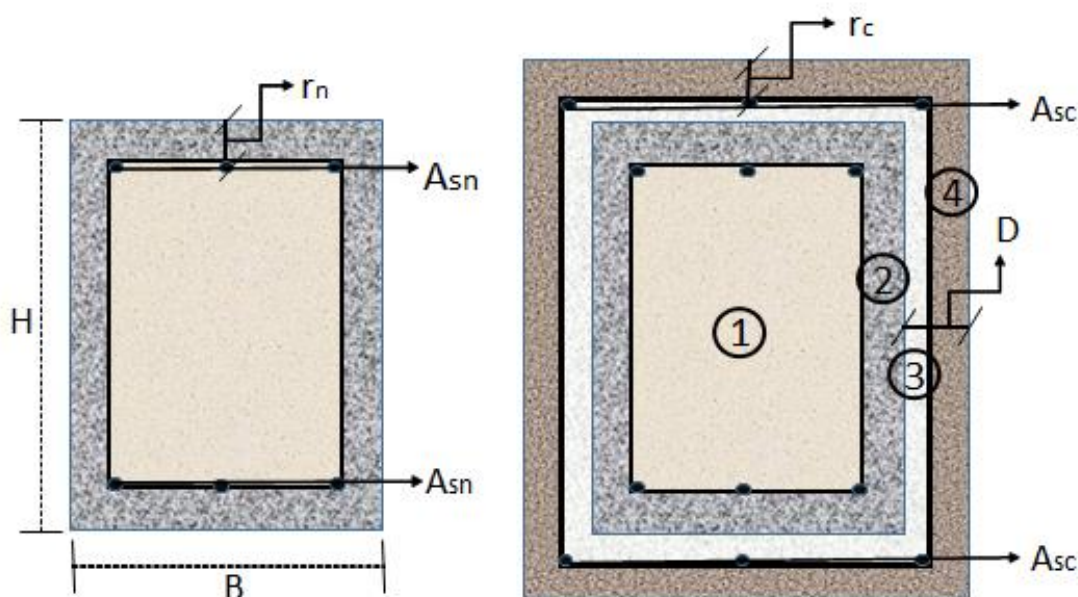


Figura 4.3 Secciones transversales de la columna original y recrecida. Fuente: propia.

4.2 PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Una vez leído los datos de entrada, se procede a calcular las cargas críticas por pandeo tanto de la columna original, P_{cn} , como de la columna recrecida P_c , para lo cual primero se calculan las rigideces inerciales equivalentes de ambas configuraciones tomando en cuenta el agrietamiento de la sección y el efecto de las deformaciones diferidas mediante la ecuación:

para la columna original

$$EI_n = \frac{0,2E_n I_{cn} + E_s I_{sn}}{1 + \beta_n} \quad (4.1)$$

donde

E_n : módulo de elasticidad del concreto de la columna original.

I_{cn} : momento de inercia de la sección transversal de la columna original respecto a su eje centroidal.

E_s : módulo de elasticidad del acero.

I_{sn} : momento de inercia de las barras de acero longitudinal de la columna original respecto a su eje centroidal.

para la columna recrecida

$$EI_R = \frac{0,2E_c I_{cc} + E_s I_{sc} + 0,2E_n I_{cn} + E_s I_{sn}}{1 + \beta_d} \quad (4.2)$$

donde

E_c : módulo de elasticidad del concreto del recrecido.

I_{cc} : momento de inercia de la sección transversal de la camisa respecto a su eje centroidal.

I_{sc} : momento de inercia de las barras de acero longitudinal de la camisa respecto a su eje centroidal.

Una vez calculadas las rigideces inerciales equivalentes, se calculan las cargas críticas por pandeo mediante:

para el núcleo de la columna

$$P_{cn} = \frac{\pi^2 EI_n}{(KL)^2} \quad (4.3)$$

para la columna recrecida

$$P_c = \frac{\pi^2 EI_R}{(KL)^2} \quad (4.4)$$

A continuación, se procede a calcular la deflexión Δ_1 la cual es debida al momento y carga axial actuando sobre la columna original durante el proceso de recrecido, como se muestra en la Figura 4.4 y se detalla a seguir:

El momento actuante sobre una columna esbelta es amplificado por los efectos de segundo orden según la ecuación (3.16).

Para el caso de la columna original, M_o corresponde al momento aplicado sobre la columna original en el momento de realizar el recrecido, o lo que es igual a $M_o=M_n$, P corresponde a la carga en la columna en el momento de realizar el recrecido, por lo tanto $P=P_n$, M_{max} es el momento amplificado debido a los efectos de segundo orden, es decir, $M_{max}=M_{o1}$. Por lo que a partir de la ecuación (3.16) podemos escribir

$$M_{o1} = M_n + \Delta_1 P_n \quad (4.5)$$

despejando Δ_1

$$\Delta_1 = (M_{o1} - M_n) / P_n \quad (4.6)$$

Observando que M_{o1} y M_n corresponden a M_{max} y M_o de la ecuación (3.20) respectivamente, mientras que P_n y P_{cn} corresponden a P y P_c respectivamente en la misma ecuación. Tomando M_{o1} de la ecuación (3.20) en función de M_n , sustituyendo en (4.6) y simplificando, queda:

$$\Delta_1 = \frac{M_n}{P_n} \left(\frac{C_m P_{cn} - P_{cn} + P_n}{P_{cn} - P_n} \right) \quad (4.7)$$

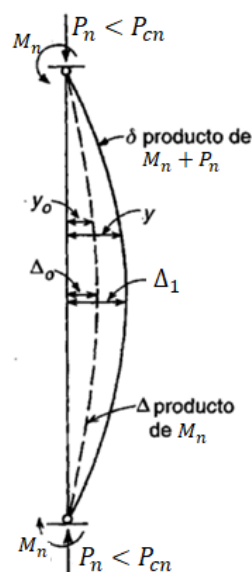


Figura 4.4 Amplificación de momento y deformada de la columna original (NILSON, 1999 Modificado).

El siguiente paso es comenzar un proceso iterativo para el cálculo del momento flector y carga axial nominal resistente M_N y P_N que estén en equilibrio con las solicitaciones actuantes, tomando en cuenta los efectos de esbeltez de la columna y el incremento de los mismos por las deformaciones diferidas del concreto, como se detalla a seguir:

Para facilitar la convergencia del problema se divide la altura de la sección transversal de la columna recrecida ($H+2D$) en 100 partes iguales y se genera un vector $C(i)$ que contiene 1000 valores de la profundidad del eje neutro los cuales varían incrementalmente, siendo el valor de $C(i)=i(H+2D)/100$, es decir el valor de la profundidad del eje neutro varía desde una centésima de la altura de la sección transversal compuesta hasta 10 veces la altura de la sección transversal compuesta, para cada valor de $C(i)$ se determinan el perfil de deformaciones de la sección transversal de la columna asumiendo el valor de la deformación unitaria en la fibra más comprimida del concreto igual a 0,003 tal como se muestra en la Figura 4.5

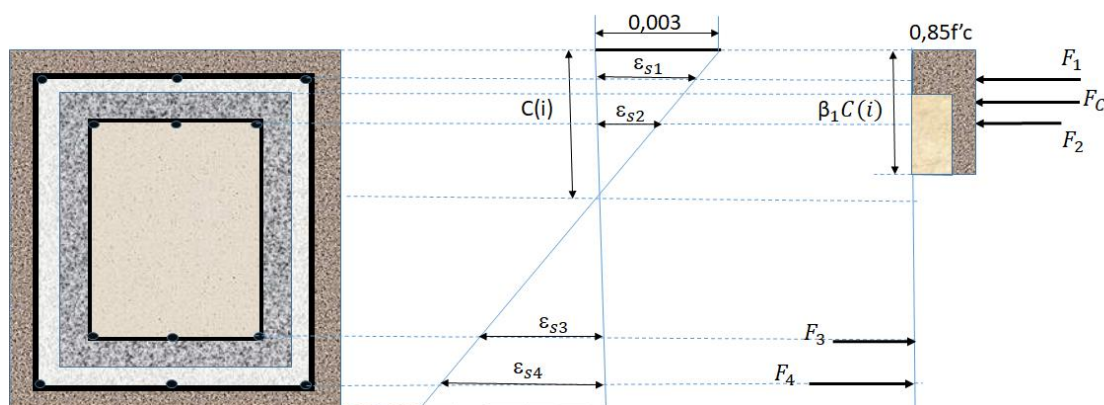


Figura 4.5 Diagrama de deformaciones de la columna y fuerzas internas en la misma. Fuente: propia.

Es importante resaltar que al existir una carga en la columna original en el momento de realizar el recrecido de la sección transversal, el diagrama de deformaciones debería ser discontinuo en los puntos donde se unen los concretos de la columna original y el recrecido, sin embargo, basado en los ensayos de Takeuti *et al* (2008) entre otros investigadores, en el que se muestra como la resistencia final de una columna sometida a carga axial centrada, es independiente del nivel de carga en la columna al momento de realizar el recrecido, incluso para niveles tan altos como del 80% de la resistencia total, se trabajara con la hipótesis de obviar ese resalto en el diagrama de deformaciones para una mayor facilidad del análisis, por lo que el valor de la deformación en cualquier punto será directamente proporcional a su distancia al eje neutro tal como muestra la Figura 4.5.

Conocido el perfil de deformaciones, se pueden determinar las tensiones en cada capa de acero y por lo tanto las fuerzas en las mismas, F_1 , F_2 , F_3 y F_4 , para el cálculo de la resultante de la fuerza de compresión en el concreto F_C , se utiliza el bloque rectangular equivalente, considerando las cuatro regiones de concreto mostradas en la Figura 4.3 y que a continuación se describen:

Región 1: núcleo confinado de la sección original de la columna, el cual se encuentra bajo los efectos del confinamiento tanto del acero transversal de la columna original como del acero transversal del recrecido.

Región 2: recubrimiento de la sección original de la columna, el cual se encuentra bajo los efectos del confinamiento del acero transversal del recrecido.

Región 3: núcleo del recrecido de la sección, el cual se encuentra bajo los efectos del confinamiento del acero transversal del recrecido.

Región 4: recubrimiento del recrecido de la sección, el cual no se encuentra confinado.

En cada región de concreto se considera la resistencia del concreto que le corresponde, f'_{cc} para el concreto de la camisa y f'_{cn} para el concreto de la columna original, multiplicados por el factor de confinamiento que le corresponda, utilizando el factor de mayoración kp de Park modificado, ecuación (3.27).

Se determina la resistencia nominal axial P_N , realizando la sumatoria de las fuerzas en las diferentes capas de acero y la resultante de las fuerzas en el concreto.

$$P_N = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_C \quad (4.8)$$

El momento resistente nominal de la sección M_N se determina mediante la sumatoria de los momentos de cada una de las fuerzas internas respecto al centro de la sección transversal y con este se calcula la excentricidad correspondiente por medio de $e = M_N / P_N$.

Cada par de valores P_N M_N , representa un punto sobre el diagrama de interacción de la columna, de todas las posibles combinaciones P_N , M_N la solución para la excentricidad e_o a la cual se aplica la carga, es aquella cuya excentricidad de la sección e , cumpla la siguiente igualdad $e = e_o + \Delta$. En la Figura 4.6 se observa en trazo punteado la deformada debido a la acción de M_o y en trazo continuo el aumento de esta deformada debido a la acción de P_u .

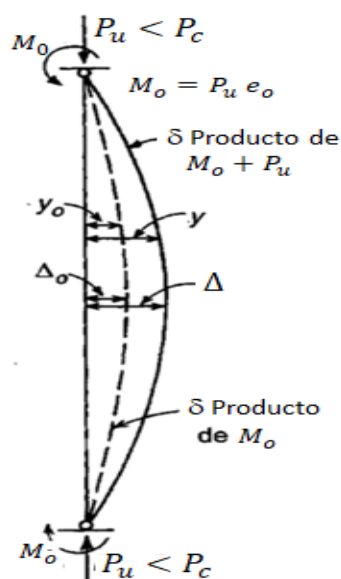


Figura 4.6 Deformaciones de segundo orden en la columna recrecida (NILSON, 1999 Modificado).

Es decir, la carga P_u se aplica con una excentricidad e_o , lo cual genera un momento de primer orden M_o dado por $M_o = P_u e_o$, este momento causa una deflexión Δ_o el cual es aumentado por los efectos de segundo orden y la fluencia del concreto hasta alcanzar el valor de Δ , por lo que el valor del momento amplificado M_{max} queda igual a la suma del momento de primer orden M_o más el momento de segundo orden, el cual es igual al producto de P_u por Δ .

En el punto de falla de la columna, este valor debe ser igual al momento nominal resistente M_N y P_u igual a P_N

$$M_N = M_{max} = M_o + \Delta P_u = M_o + \Delta P_N \quad (4.9)$$

Despejando Δ nos queda

$$\Delta = (M_N - M_o) / P_N \quad (4.10)$$

Despejando M_o de la ecuación (3.20) queda:

$$M_o = M_N \frac{(P_C - P_N)}{C_m P_C} \quad (4.11)$$

Sustituyendo M_o de esta ecuación en (4.10) y simplificando resulta

$$\Delta = M_N \left(\frac{C_m P_C - P_C + P_N}{C_m P_C P_N} \right) \quad (4.12)$$

Pero parte de esta deflexión Δ corresponde a la deflexión Δ_1 , calculada para la columna original debido al momento M_{O1} , por lo tanto, para el cálculo de la deflexión en la columna recrecida se debe restar este momento M_{O1} y a la deflexión obtenida sumarle Δ_1 . Por lo que nos queda

$$\Delta = (M_N - M_{O1}) \left(\frac{C_m P_C - P_C + P_N}{C_m P_C P_N} \right) + \Delta_1 \quad (4.13)$$

Como se dijo anteriormente, la solución corresponderá a aquel par de valores $M_N P_N$ para el cual $e = e_o + \Delta$, por lo que el error para cada valor de la profundidad del eje neutro asumido $C(i)$, se calcula como la diferencia de los dos lados de esta ecuación:

$$Error = e - e_o - \Delta \quad (4.14)$$

Se toman los dos valores de la profundidad del eje neutro $C(i)$ que corresponden con los menores valores absoluto de este error, de manera que a partir de ellos se inicia un proceso de interpolación de $C(i)$ y de cálculo de su respectivo Δ , hasta que el error sea menor que cierta tolerancia. Resuelto el chequeo de convergencia, la solución para la carga máxima que puede ser aplicada a la excentricidad dada es:

$$P_u = P_N \quad (4.15)$$

y el factor de amplificación de momento resultante es:

$$\delta = C_m / (1 - P_N / P_C) \quad (4.16)$$

Es importante señalar que en el caso de $C_m = 1$, el factor de amplificación de momento siempre será mayor de 1, independientemente de la esbeltez de la columna, por lo que el valor de P_u encontrado según la metodología descrita coincide con la capacidad máxima axial de la columna para las condiciones dadas.

Ya para los casos donde $0,4 \leq C_m < 1$ el factor de amplificación de momento puede dar menor que 1 incluso en columnas esbeltas, lo que significa que el mayor momento actuante sobre la columna coincide con el mayor momento M_2 que actúa en uno de los extremos de la columna. En este caso se puede utilizar la metodología descrita para determinar la capacidad axial colocando en los datos de entrada el valor de 1 para C_m y un valor muy pequeño para la longitud de la columna como por ejemplo 1 cm.

4.3 USO DEL MODELO SIMPLIFICADO PARA DISEÑO DE ELEMENTOS A FLEXOCOMPRESIÓN

El desarrollo del Modelo Simplificado hasta ahora mostrado solo sirve para análisis de columnas reforzadas por recrecimiento de su sección transversal, ya que no se han utilizado en ningún momento factores de disminución de resistencia. Para el diseño de columnas reforzadas por recrecido de su sección transversal, se deben añadir los respectivos factores de disminución de resistencia de la normativa que se utilicen. En el presente trabajo se utilizan los factores que propone el ACI 318-2014 de manera de ser consistente con las formulaciones usadas. En la ecuación (3.20) se debe multiplicar la carga crítica de pandeo por 0,75 de manera de tener un estimativo conservador de P_C

$$M_{max} = M_o \frac{C_m}{1 - \frac{P}{0,75P_c}} \quad (4.17)$$

Adicionalmente los valores nominales de la resistencia a compresión y a flexión P_N y M_N deben afectarse por el factor de disminución ϕ que depende del valor de la deformación neta a tracción ϵ_t , el cual es igual a la deformación unitaria de la capa de acero más traccionada como se muestra en la Figura 4.7, la Tabla 4.1 muestra los valores de ϕ dependiendo del tipo de acero transversal y del valor de ϵ_t .

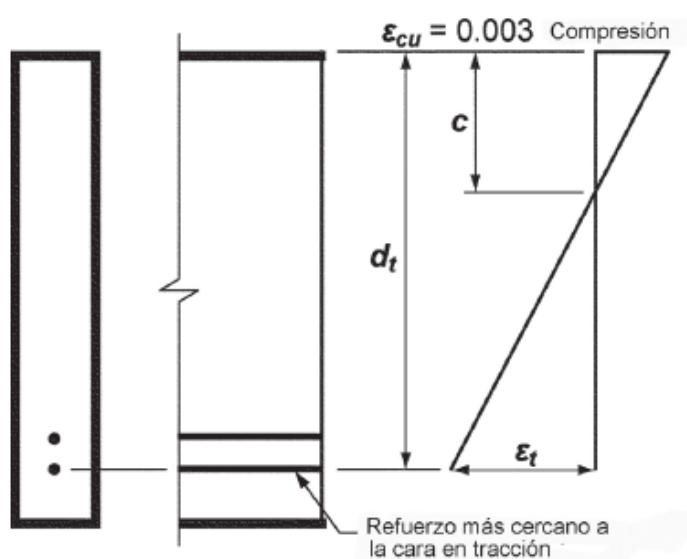


Figura 4.7 Distribución de la deformación unitaria y deformación unitaria neta de tracción. ACI 318-2014.

Tabla 4.1 Factor de reducción de resistencia, ϕ , para momento, fuerza axial, o combinación de momento y fuerza axial. ACI 318-2014.

Deformación unitaria Neta a tracción, ε_t	Clasificación	ϕ			
		Tipo de refuerzo transversal			
		Espirales		Otro	
$\varepsilon_t \leq \varepsilon_{ty}$	Controlada por compresión	0,75	(a)	0,65	(b)
$\varepsilon_{ty} < \varepsilon_t < 0,005$	Transición	$0,75 + 0,15 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0,005 - \varepsilon_{ty})}$	(c)	$0,65 + 0,25 \frac{(\varepsilon_t - \varepsilon_{ty})}{(0,005 - \varepsilon_{ty})}$	(d)
$\varepsilon_t \geq 0,005$	Controlada por tracción	0,90	(e)	0,90	(f)

En la Tabla 4.1 ε_{ty} es la deformación de fluencia del acero longitudinal es decir $\varepsilon_{ty} = \frac{f_y}{E_s}$

Adicionalmente, se debe tomar en cuenta que la máxima fuerza a compresión para diseño viene dada por:

para el caso de columnas con espirales

$$\phi P_o = 0,85 * 0,75 [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (4.18)$$

y para el caso de columnas con estribos

$$\phi P_o = 0,80 * 0,70 [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad (4.19)$$

5 USO DE LA PLATAFORMA ANSYS PARA SIMULACIONES

En este trabajo se usó el método de los elementos finitos para la simulación de columnas reforzadas por recrecido de su sección transversal, con la finalidad de generar ejemplos que sirvan de validación del Modelo Simplificado propuesto en este trabajo. El programa de elementos finitos ANSYS (*Analysis Systems Incorporated*), versión 17.1, fue utilizado en los modelajes realizados en este trabajo.

Entre los aspectos más importantes de ANSYS por los cuales fue elegido para la realización de este trabajo se pueden citar:

- a) permite la incorporación de nuevos modelos de comportamiento de material por medio de la herramienta UserMat
- b) cuenta con el recurso de activación y desactivación de los elementos (*Birth and Death*), importante para simular el proceso de construcción del recrecido de la sección transversal en un tiempo diferente al del núcleo, además de simular el cargamento sobre el núcleo previo al del reforzamiento

A continuación, se describe brevemente estos aspectos de ANSYS.

5.1 PERSONALIZACIÓN DEL MODELO DE CONCRETO USERMAT

ANSYS cuenta con el recurso (*User Programmable Features – UPF*) que permite al usuario personalizar algunos aspectos del modelaje. Entre las potencialidades de este recurso se encuentran:

- a) crear un nuevo elemento
- b) modificar y monitorear elementos existentes
- c) personalizar el comportamiento del material
- d) personalizar elementos de contacto
- e) personalizar cargamentos

Cada uno de esos recursos dispone de una serie de subrutinas programadas en Fortran 77 que el usuario pueda tener acceso, alterar, compilar y asociar al programa principal. En este trabajo

fue utilizado para el concreto, el recurso de personalización referente al comportamiento del material (c). Entre las subrutinas relacionadas al comportamiento del material, fue utilizada la UserMat. la cual permite que el usuario interfiera en la ley de comportamiento del material.

Una breve explicación sobre el comportamiento del UserMat es presentada a continuación. Durante la solución del sistema de ecuaciones la UserMat es llamada en cada punto de integración de cada elemento. Con el incremento de deformación total (obtenido del método de Newton-Raphson) la subrutina actualiza las tensiones que entran en el cálculo del residuo (equilibrio de fuerzas externas y fuerzas internas) durante las iteraciones de equilibrio. Cuando este equilibrio es satisfecho se actualizan las tensiones, deformaciones y variables de estado y se pasa para el próximo incremento de tiempo o carga (sub-paso). Las variables de estado son aquellas cuyos valores se alteran o son acumulados a lo largo del análisis. Ese proceso continúa hasta que no halla convergencia o hasta que termine el último paso de tiempo o carga. El flujograma de la Figura 5.1 muestra como es llamada esa subrutina durante la solución.

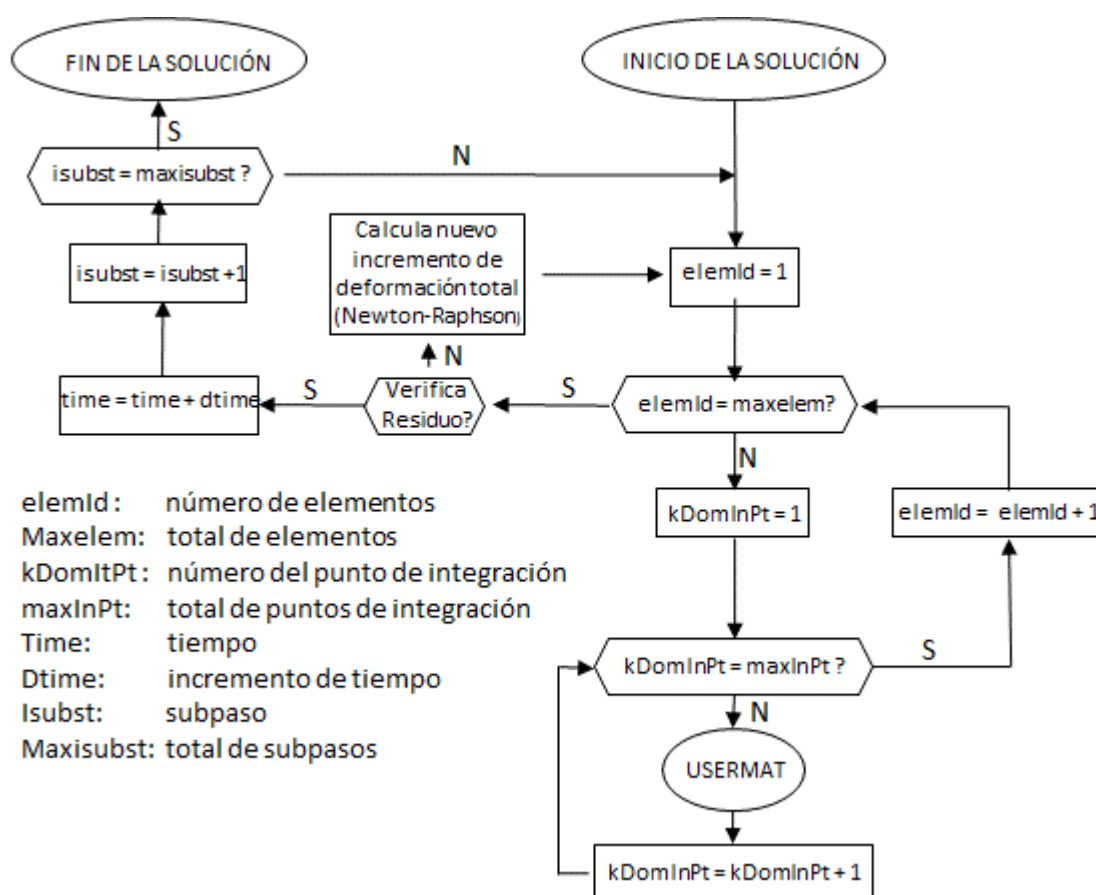


Figura 5.1 Utilización de la UserMat dentro del proceso iterativo (Quevedo, 2017 Modificado).

De forma más específica, el programa principal pasa para la UserMat las tensiones totales, deformaciones totales, variables (definidas por el usuario), variables de estado y el incremento de las deformaciones totales (viniendo del proceso iterativo de Newton-Raphson) en el actual incremento de carga o tiempo. Las instrucciones dentro de la subrutina quedan responsables por actualizar las tensiones y la matriz Jacobiana $\partial\Delta\sigma_{ij}/\partial\Delta\varepsilon_{ij}$ utilizada en el proceso iterativo (ANSYS, 2013c, p. 179). La UserMat, de manera general, funciona de la siguiente forma:

1. Calcula el incremento de deformación plástica y/o viscosa: $\{\Delta\varepsilon_{v/p}\}$
2. Actualiza el incremento de deformación elástica: $\{\Delta\varepsilon_e\} = \{\Delta\varepsilon\} - \{\Delta\varepsilon_{v/p}\}$, siendo $\{\Delta\varepsilon\}$ el incremento de deformación total que viene del proceso iterativo de Newton-Raphson
3. Calculo de la matriz constitutiva: $[D]$
4. Calcula el incremento de tensión: $\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon_e\}$
5. Actualiza la matriz Jacobiana $\partial\Delta\sigma_{ij}/\partial\Delta\varepsilon_{ij}$
6. Actualiza las variables de estado y las tensiones que el programa principal utilizará para verificar la convergencia: $\{\sigma\}_{i+1} = \{\sigma\}_i + \{\Delta\sigma\}$
7. Si ocurre la convergencia, actualiza las tensiones, deformaciones y variables de estado y continua para el próximo sub-paso, caso contrario, continúa realizando las iteraciones de equilibrio y repitiendo los pasos del (1) al (6)

Es importante notar que la UserMat trabaja apenas con las tensiones y deformaciones, y el proceso iterativo de Newton-Raphson trabaja con fuerzas y desplazamientos. Esa conversión, propia del método de los elementos finitos, es realizada internamente por el programa principal.

El usuario es libre de crear las variables locales que sean necesarias. Sin embargo, las variables locales pierden su valor cuando la subrutina se cierra durante las iteraciones de equilibrio. Cuando es necesario mantener el valor de alguna variable entre sub-pasos se hace necesario guardarla en el arreglo de variables de estado `ustatev`. Inclusive, se puede utilizar directo ese arreglo sin necesidad de crear la variable, sin embargo, para que la variable `ustatev` esté dimensionada, es necesario declarar su tamaño en el *script* a través del comando `TB,STATE` durante la asignación del material. No es aconsejable guardar el valor de las variables en un bloque `COMMON`, excepto las que mantienen sus valores constantes a lo largo del análisis.

El arreglo de entrada prop, contiene las constantes del material que son suministradas a través del *script* durante la definición del material. Ese arreglo es dimensionado a través del comando TB,USER (que define la cantidad nprop de propiedades) y los valores de las propiedades son suministrados a través del comando TB,DATA.

En este trabajo se modificó la UserMat programada por Lazzari (2015) y modificada por Schmitz (2017), de manera de poderla utilizar para problemas donde existan más de un tipo de concreto con características mecánicas diferentes.

5.2 USO DE LA ACTIVACIÓN Y DESACTIVACIÓN DE ELEMENTOS (*BIRTH AND DEATH*)

Si un material fuera adicionado o removido de un sistema, ciertos elementos finitos del modelo deben comenzar o dejar de existir. En estos casos, ANSYS permite modelar este proceso por medio de las opciones de activación y desactivación del elemento, *Birth and Death*, para activar o desactivar los elementos seleccionados respectivamente, siendo adecuado para modelar el proceso de construcción del recrecido de concreto en tiempos diferentes al del núcleo y en condiciones distintas de carga.

Para aplicar el efecto "elemento desactivado", el programa realmente no remueve los elementos "desactivados", en su lugar, el programa los desactiva multiplicando su rigidez por un factor de reducción severo (ESTIF). Este factor es definido inicialmente como $1,0 \times 10^{-6}$ por defecto, sin embargo, otros valores pueden ser dados.

Las cargas de elementos asociadas a elementos desactivados son excluidas del vector de carga, sin embargo, ellas aun aparecen en las listas de carga de elementos. La tensión de un elemento también es igualada a cero al momento de desactivarlo.

5.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA EL CONCRETO

Un elemento de concreto estructural sometido a flexión presenta tres fases típicas (Figura 5.2). La primera, elástico-lineal, cuyo comportamiento se rige por la ley de Hooke, presentando proporcionalidad entre las tensiones y deformaciones con el concreto en estado no fisurado. La segunda fase es la etapa de fisuración seguida por la fase de plastificación, que presenta el fenómeno de deformaciones no reversibles.

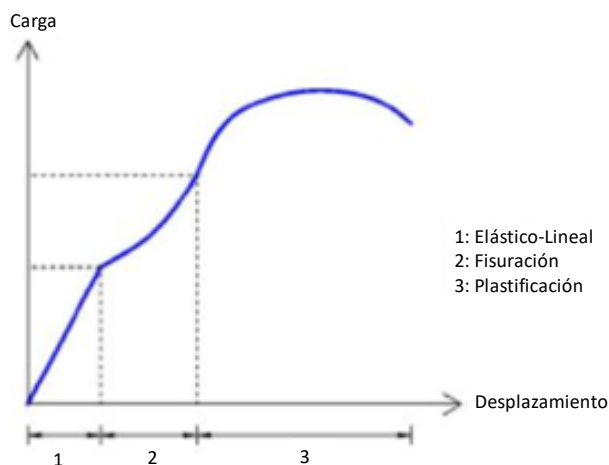


Figura 5.2 Diagrama carga-desplazamiento típico del concreto estructural (MACHADO, 2002 Modificado).

Como el comportamiento del concreto estructural es extremadamente complejo, la elaboración de las ecuaciones constitutivas, considerando todas las características del material, no es tarea fácil. La mayoría de los modelos constitutivos reproducen las relaciones tensión-deformación para diferentes condiciones de cargas y pueden ser clasificados como: modelos basados en la teoría elástica, en la teoría plástica y en la mecánica de la fractura y del daño.

Los modelos basados en la teoría elástica fueron los primeros modelos en ser utilizados para el análisis de estructuras de concreto armado. Inicialmente, eran limitados a situaciones con cargas monotónicas y luego del desenvolvimiento de investigaciones también fueron utilizados con cargas repetidas y cíclicas. En estos modelos, el material presenta deformaciones instantáneas y reversibles cuando se somete a un estado de tensiones, las deformaciones específicas aparecen simultáneamente con las tensiones y permanecen constantes a lo largo del tiempo (CEB 230, 1996).

Los modelos que se basan en la teoría de plasticidad son usados para describir el comportamiento inelástico de los materiales, siendo desarrollados inicialmente para el estudio de metales y materiales geotécnicos. Esta teoría considera que el material presenta deformaciones inmediatas e irreversibles. Los modelos que trabajan con la mecánica de la fractura y el daño intentan reproducir el mecanismo interno de micro fisuras y el crecimiento de defectos y micro cavidades que surgen en los materiales frágiles, como el concreto, con el aumento de las deformaciones (CEB 230, 1996).

Como el concreto es un material que posee una resistencia a la compresión muy superior a su resistencia a la tracción, fueron utilizados dos modelos diferentes para describir su

comportamiento. Para el comportamiento del concreto sometido a compresión fue adoptado un modelo elastoplástico con endurecimiento y para el comportamiento del concreto a tracción, se utilizó un modelo elástico-lineal hasta el punto de fisuración, a partir del cual se consideró un modelo de contribución del concreto entre fisuras. A continuación, se describen estos modelos considerando cargas monotónicas.

5.3.1 Modelo para el concreto comprimido

Con la finalidad de describir el comportamiento del concreto comprimido, fue utilizado el modelo elastoplástico. Este modelo es compuesto por un criterio de ruptura, un criterio de plastificación y una regla de endurecimiento, los cuales se detallan en los ítems siguientes.

5.3.1.1 Criterio de ruptura

El criterio de ruptura de un material isotrópico, concreto no fisurado, es función del estado de tensiones, independiente del sistema de coordenadas en el cual las tensiones están definidas. Una forma más conveniente de expresar el criterio de ruptura es utilizando las invariantes de tensión, conforme se indica en la expresión (5.1). Estas tres invariantes permiten una interpretación simple, independiente de las propiedades del material (Código Modelo *fib* 2010, (2012)). Ellas están representadas por las expresiones (5.2), (5.3) e (5.4).

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0 \quad (5.1)$$

donde

I_1 primera invariante del tensor de tensiones;

J_2 segunda invariante del tensor desviador de tensiones;

J_3 tercera invariante del tensor desviador de tensiones

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (5.2)$$

$$J_2 = 1/6[(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2 \quad (5.3)$$

$$J_3 = \begin{vmatrix} S_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & S_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & S_{zz} \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

Donde S_{xx} , S_{yy} e S_{zz} son las tensiones desviadoras y sus valores están indicadas a continuación por las expresiones (5.5), (5.6) e (5.7).

$$S_{xx} = \frac{(2\sigma_{xx} - \sigma_{yy} - \sigma_{zz})}{3} \quad (5.5)$$

$$S_{yy} = \frac{(2\sigma_{yy} - \sigma_{xx} - \sigma_{zz})}{3} \quad (5.6)$$

$$S_{zz} = \frac{(2\sigma_{zz} - \sigma_{xx} - \sigma_{yy})}{3} \quad (5.7)$$

La superficie de ruptura en un espacio tridimensional de tensiones, es representada por sus meridianos y sus secciones transversales conforme muestra la Figura 5.3.

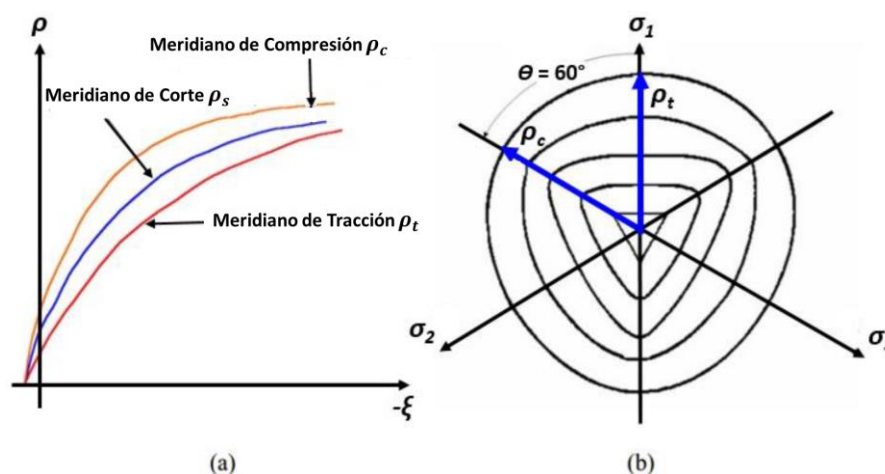


Figura 5.3 Características de las superficies de ruptura: (a) Meridianos de la superficie de ruptura (b) Secciones de los planos desviadores (CHEN & HAN, 2007 Modificado).

Las secciones transversales son curvas de intersección entre la superficie de ruptura y un plano desviador, que es perpendicular al eje hidrostático. Los meridianos de la superficie de ruptura son curvas de intersección entre esta superficie y un plano meridiano, que contiene al eje hidrostático (CHEN & HAN, 2007).

Puede observarse que las secciones transversales de ruptura presentan sectores de simetría, tornándose necesario analizar apenas el trecho entre $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 60^\circ$. Estas secciones transversales dependen del ángulo θ , definido como el ángulo de orientación del estado de tensiones en el plano desviador. El meridiano correspondiente a $\theta = 60^\circ$ es llamado de meridiano de compresión, y el meridiano determinado por $\theta = 0^\circ$ es llamado de meridiano de tracción, mientras que, el meridiano definido por $\theta = 30^\circ$ es llamado de meridiano de corte.

Según Chen y Han (2007), la superficie de ruptura del concreto presenta las siguientes características:

depende de las tres invariantes de tensión (I_1, J_2, J_3);

presenta una forma suave y convexa, con excepción de su vértice;

los meridianos son parabólicos y abren en el sentido negativo del eje hidrostático;

la curva de ruptura es aproximadamente triangular para tensiones de tracción y tensiones de compresión bajas, tornándose más circular a medida que las tensiones de compresión aumentan.

Con base en las características de la superficie de ruptura del concreto observadas experimentalmente, diversos criterios de ruptura han sido propuestos, la mayoría de estos criterios son presentados en Chen y Han (2007) y Menétry y Willam (1995), conforme al número de constantes del material que aparecen en la expresión del criterio de ruptura, los mismos fueron clasificados como criterios de un hasta cinco parámetros.

Entre los modelos más refinados para la descripción de la resistencia triaxial del concreto, están las superficies de cuatro parámetros de Ottosen (1977) y de cinco parámetros de Willam-Warnke (1975). Estas superficies han sido ampliamente utilizadas ya que reproducen las características más importantes de la superficie de ruptura del concreto y presentan óptimas aproximaciones con los datos experimentales disponibles, conforme es presentado en Chen y Han (2007).

En este trabajo se utilizó el criterio de ruptura propuesto por Ottosen (1977), el cual es adoptado por el Código Modelo *fib* 2010 (2012). En este criterio la superficie de ruptura para el concreto, sometido a estados multiaxiales de tensiones, es dada por la ecuación (5.8). La función λ es definida por la ecuación (5.9), donde $\cos 3\theta$ es equivalente a la ecuación (5.10).

$$\alpha \frac{J_2}{f_{cm}^2} + \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_{cm}} + \beta_1 \frac{I_1}{f_{cm}} - 1 = 0 \quad (5.8)$$

$$\lambda = c_1 \cdot \cos \left[\frac{1}{3} \cdot \arccos(c_2 \cdot \cos 3\theta) \right] \quad (5.9)$$

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (5.10)$$

donde

f'_{cr} resistencia media a la compresión del concreto (MPa)

α, β_1, c_1 e c_2 parámetros del material

λ función que depende del ángulo θ del concreto

θ ángulo de similitud del concreto

Los cuatro parámetros del material (α, β_1, c_1 e c_2) dependen de la resistencia a compresión uniaxial (f'_{cr}), tracción uniaxial (f_{ctm}), compresión biaxial (f_{c2cm}) y compresión triaxial en un punto en el meridiano de compresión ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$) descrito por τ_{com} .

Los parámetros α e β_1 son determinados a través de las ecuaciones (5.11) y (5.12), conforme el Código Modelo *fib* 2010 (2012). Las expresiones (5.13), (5.14), (5.15) y (5.16) indican los coeficientes $k_2, f_{2c}, x, y, h_1, f_{c2c}$ e τ_{com} para el cálculo de α e β_1 . Las expresiones (5.17) y (5.18) muestran el valor de la resistencia media a la compresión f_{cm} y el valor de la resistencia media a la tracción del concreto f_{ctm} , respectivamente.

$$\alpha = \frac{h_1 \beta_1 - \sqrt{2}}{y} \quad (5.11)$$

$$\beta_1 = \frac{\sqrt{2} - \frac{3y}{k_2 f_{2c}}}{h_1 - \frac{9y}{f_{2c} - k_2}} \quad (5.12)$$

$$k_2 = \frac{f_{ctm}}{f'_{cr}} \quad f_{2c} = \frac{f_{c2cm}}{f'_{cr}} \quad x = \frac{\sigma_{com}}{f'_{cr}} \quad y = \frac{\tau_{com}}{f'_{cr}} \quad (5.13)$$

$$h_1 = -\frac{\sqrt{2} x + y}{\frac{y}{\sqrt{2}} - \frac{1}{3}} \quad (5.14)$$

$$f_{c2c} = \left(1,2 - \frac{f_c}{1000}\right) f_c \quad (f_c = f'_{cr} \text{ para } f_{c2c} = f_{c2cm}) \quad (5.15)$$

$$\tau_{com} = \left[185 - 180 \frac{f'_{cr}}{100} + 260 \left(\frac{f'_{cr}}{100}\right)^2 - 84 \left(\frac{f'_{cr}}{100}\right)^3\right] \quad (5.16)$$

$$f'_{cr} = f'_c + 8 \quad (5.17)$$

$$f_{ctm} = 0,3 (f'_c)^{2/3} \quad \text{para concreto} \leq C50 \quad (5.18)$$

donde

f_{ctm} resistencia media a tracción del concreto (MPa)

f'_c resistencia característica a la compresión del concreto (MPa)

Los parámetros c_1 y c_2 son determinados a través de las ecuaciones (5.19) y (5.20), conforme el Código Modelo *fib* 2010 (2012). Los valores de λ_c y λ_t son determinados a través de las expresiones (5.21) y (5.22), respectivamente.

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = [2\cos\theta - 1]\lambda_t + 4[1 - \cos\theta]\lambda_c \quad \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \\ c_1 = \frac{\lambda_c}{\cos\left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(c_2)\right]} \quad \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} > \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (5.19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_2 = 1 \quad \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} \leq \frac{1}{2} \\ c_2 = \cos\left\{3 \arctg\left[\frac{\left(2\frac{\lambda_c}{\lambda_t} - 1\right)}{\sqrt{3}}\right]\right\} \quad \text{para } \frac{\lambda_c}{\lambda_t} > \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad (5.20)$$

$$\lambda_c = \lambda(\theta = 60^\circ) = \left(1 - \frac{h_1}{3y}\right)\sqrt{3}\beta_1 + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}y} \quad (5.21)$$

$$\lambda_t = \lambda(\theta = 0^\circ) = \left(2\sqrt{3} - \frac{f_{2c} h_1}{\sqrt{3}y}\right)\beta_1 + \frac{\sqrt{3}}{f_{2c}} + \frac{\sqrt{2} f_{2c}}{\sqrt{3}y} \quad (5.22)$$

5.3.1.2 Criterio de plastificación

En este trabajo se considera que el concreto comprimido tiene endurecimiento isotrópico y que las superficies de plastificación tienen la misma forma de la superficie de ruptura, es decir, se considera plastificación asociada. Considerando la tensión efectiva o uniaxial equivalente $\sigma_{ef} = f'_{cr}$ y operando la ecuación (5.8), se obtiene la ecuación (5.23) para la superficie de plastificación.

$$F = \sigma_{ef} = \frac{\lambda\sqrt{J_2} + \beta_1 I_1 + \sqrt{(\lambda\sqrt{J_2} + \beta_1 I_1)^2 + 4\alpha J_2}}{2} \quad (5.23)$$

Considerando la tensión de plastificación inicial nula, el dominio plástico, cuyo material posee comportamiento elastoplástico con endurecimiento, ocurre dentro del intervalo $0 \leq \sigma_{ef} \leq f'_{cr}$. En la Figura 5.4 se puede visualizar este intervalo.

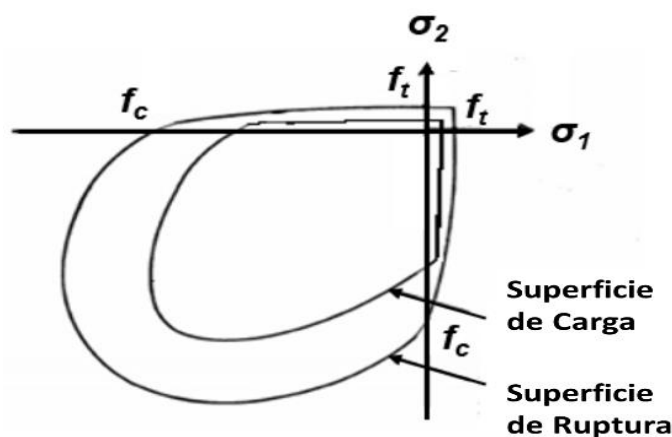


Figura 5.4 Superficies de ruptura y de carga (JOST, 2006 Modificado).

5.3.1.3 Regla de endurecimiento

La regla de endurecimiento define como las superficies de plastificación (superficies de carga) evolucionan durante la deformación plástica. La misma es determinada por la relación tensión-deformación plástica efectiva, donde es posible extrapolar los resultados de un ensayo uniaxial simple, para una situación multiaxial.

En el presente trabajo se usó el diagrama tensión-deformación, del concreto sometido a compresión uniaxial, para representar el concreto comprimido propuesto por el Código Modelos *fib* 2010 (2012), el cual se muestra en la Figura 5.5. La ecuación (5.24) representa esta curva, donde los valores de η y k_1 son indicados en las expresiones (5.25) y (5.26), respectivamente. Las tablas (5.1) y (5.2) son suministradas por el Código Modelos *fib* 2010 (2012) con los valores de los coeficientes E_{ci} , E_{c1} , ϵ_{c1} y ϵ_{clim} , conforme los concretos C12 al C120.

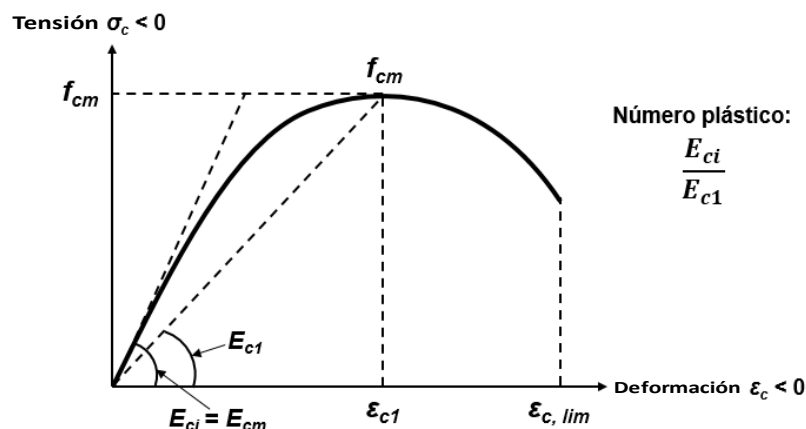


Figura 5.5 Diagrama tensión-deformación del concreto comprimido (CEB-FIP 2010, 2012 Modificado).

$$\frac{\sigma_c}{f'_{cr}} = - \left(\frac{k_1 \cdot \eta - \eta^2}{1 + (k_1 - 2) \cdot \eta} \right) \text{ para } |\varepsilon_c| < |\varepsilon_{c,lim}| \quad (5.24)$$

$$\eta = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \quad (5.25)$$

$$k_1 = \frac{E_{ci}}{E_{c1}} \quad (5.26)$$

dónde

ε_c deformación de compresión

ε_{c1} deformación en la máxima tensión de compresión

$\varepsilon_{c,lim}$ deformación última de compresión

E_{ci} módulo de elasticidad del concreto

E_{c1} módulo secante del origen a la tensión de compresión

k_1 número plástico

Tabla 5.1: Valores de los coeficientes para concretos C12 al C50. CEB-FIP 2010, 2012.

CONCRETO	C12	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50
f'_c (kN/cm ²)	1,2	1,6	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
E_{ci} (kN/cm ²)	2710	2880	3030	3200	3360	3500	3630	3750	3860
E_{c1} (kN/cm ²)	1110	1220	1330	1490	1650	1820	2000	2160	2320
ε_{c1} (‰)	-1,9	-2	-2,1	-2,2	-2,3	-2,3	-2,4	-2,5	-2,6
$\varepsilon_{c,lim}$ (‰)	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,5	-3,4
k_1	2,44	2,36	2,28	2,15	2,04	1,92	1,82	1,74	1,66

Tabla 5. 2 Valores de los coeficientes para concretos C55 al C120. CEB-FIP 2010, 2012.

CONCRETO	C55	C60	C70	C80	C90	C100	C110	C120
f'_c (kN/cm ²)	5,5	6	7	8	9	10	11	12
E_{ci} (kN/cm ²)	3970	4070	4260	4440	4600	4750	4890	5030
E_{c1} (kN/cm ²)	2470	2620	2890	3140	3380	3600	3930	4270
ε_{c1} (‰)	-2,6	-2,7	-2,7	-2,8	-2,9	-3	-3	-3
$\varepsilon_{c,lim}$ (‰)	-3,4	-3,3	-3,2	-3,1	-3	-3	-3	-3
k_1	1,61	1,55	1,47	1,41	1,36	1,32	1,24	1,18

Con el fin de obtener una expresión de σ_c en función de $(E_{ci}, k_1, f'_{cr}, \varepsilon_{c1}, \varepsilon_p)$, se sustituye en la ecuación (5.24) la ecuación (5.27), organizando los términos conforme a la expresión (5.28) se obtienen las expresiones de los coeficientes a , b y c , indicados en las ecuaciones (5.29), (5.30) y (5.31), respectivamente.

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_{ci}} + \varepsilon_p \quad (5.27)$$

$$a \sigma_c^2 + b \sigma_c + c = 0 \quad \rightarrow \quad \sigma_c = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (5.28)$$

$$a = \frac{1}{\varepsilon_{c1} E_{ci}} \left(\frac{k_1 - 2}{f'_{cr}} + \frac{1}{\varepsilon_{c1} E_{ci}} \right) \quad (5.29)$$

$$b = \frac{1}{f'_{cr}} \left(1 + \frac{\varepsilon_p(k_1 - 2)}{\varepsilon_{c1}} \right) - \frac{1}{\varepsilon_{c1} E_{ci}} \left(k_1 - \frac{2\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (5.30)$$

$$c = -\frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \left(k_1 - \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_{c1}} \right) \quad (5.31)$$

5.3.1.4 Vector de flujo plástico

En el modelo implementado, a manera de simplificación, se considera plasticidad asociada ya que hay pocas evidencias experimentales disponibles para el concreto, según Owen y Hinton (1980). De esta forma, dentro del dominio plástico en la relación tensión-deformación, el vector de flujo plástico es normal a la superficie de plastificación. Por lo tanto, este vector puede ser obtenido en términos de la función de plastificación a través de la expresión (5.32), siendo σ igual a la expresión (5.33).

$$a = \frac{\partial F}{\partial \sigma} = \frac{\partial F}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} + \frac{\partial F}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \sigma} = C_1 a_1 + C_2 a_2 + C_3 a_3 \quad (5.32)$$

$$\sigma = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}\} \quad (5.33)$$

Los coeficientes a_1 , a_2 , e a_3 son determinados por las expresiones (5.34), (5.35) y (5.36). Las invariantes de tensión I_1 y J_2 fueron definidos en las ecuaciones (5.2) y (5.3), y las tensiones desviadoras S_{xx} , S_{yy} , S_{zz} fueron introducidas por las ecuaciones (5.5), (5.6) y (5.7) respectivamente. En las ecuaciones a seguir, τ_{xy} , τ_{yz} , τ_{xz} son las tensiones de corte.

$$a_1 = \frac{\partial I_1}{\partial \sigma} = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\} \quad (5.34)$$

$$a_2 = \frac{\partial \sqrt{J_2}}{\partial \sigma} = \{S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}, 2\tau_{xy}, 2\tau_{xz}, 2\tau_{yz}\} \quad (5.35)$$

$$a_3 = \frac{\partial J_3}{\partial \sigma} = \left\{ \begin{array}{l} \left(S_{yy}S_{zz} - \tau_{yz}^2 + \frac{J_2}{3} \right) 2(\tau_{xz}\tau_{xy} - S_{xx}\tau_{yz}) \\ \left(S_{xx}S_{zz} - \tau_{xz}^2 + \frac{J_2}{3} \right) 2(\tau_{xy}\tau_{yz} - S_{yy}\tau_{xz}) \\ \left(S_{xx}S_{yy} - \tau_{xy}^2 + \frac{J_2}{3} \right) 2(\tau_{yz}\tau_{xz} - S_{zz}\tau_{xy}) \end{array} \right\} \quad (5.36)$$

Los coeficientes C_1 , C_2 , y C_3 son determinados por las ecuaciones (5.37), (5.38) y (5.39). Sustituyendo la función F , determinada por la ecuación (5.23), en las expresiones anteriores, se encuentran las componentes del vector de flujo plástico. Las derivadas dependientes de la función F se encuentran desarrolladas en el trabajo de Prates J. (1992).

$$C_1 = \frac{\partial F}{\partial I_1} \quad (5.37)$$

$$C_2 = \frac{\partial F}{\partial \sqrt{J_2}} - \frac{tg3\theta}{\sqrt{J_2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (5.38)$$

$$C_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2\cos3\theta} \frac{1}{(J_2)^{3/2}} \frac{\partial F}{\partial \theta} \quad (5.39)$$

5.3.2 Modelo para concreto a tracción

Una de las características del concreto es poseer una resistencia a la tracción mucho menor a su resistencia a la compresión, teniendo como resultado su fisuración cuando es sometido a bajos niveles de tracción. La fisuración induce un marcado comportamiento no-lineal, influenciando la relación carga desplazamiento de las estructuras de concreto armado. En el

caso de pilares que están sometidos a una fuerza de compresión con una gran excentricidad, pueden ocurrir fisuras por tracción. De esta forma, la fisuración se torna en un factor importante a tomar en cuenta en el análisis estructural para la precisión de los resultados.

En este trabajo, el concreto a tracción es modelado como un material elástico con ablandamiento. Antes de fisurar, el concreto se comporta como un material elástico lineal y después de fisurado se utiliza el modelo de fisuras distribuidas. El modelo de fisuración utilizado es basado en la formulación presentada por Hinton (1988) y mejorada por Martineli (2003). A seguir se describen los procedimientos utilizados en el modelo de fisuras distribuidas: el criterio de fisuración, una regla para la colaboración del concreto entre fisuras y un modelo para a transferencia de las tensiones de corte.

5.3.2.1 Criterio de fisuración

En el modelo de fisuras distribuidas se necesita, apenas, que se actualice la relación tensión-deformación, modificándose solamente las propiedades del material para considerar el daño por fisuración. El criterio utilizado para la evaluación de la fisuración del concreto consiste en verificar si el nivel de tensión de los puntos de integración de los elementos alcanza la superficie de ruptura. Como el punto puede alcanzar la superficie de ruptura bien por fisuración, o, por aplastamiento del concreto, se adoptó el criterio propuesto por el boletín n° 156 del CEB (1983) para distinguir estas situaciones. De acuerdo con este criterio, se tiene que:

Si $\sigma_1 \geq f_{tm}/2$, el punto de integración fisuró

Si $\sigma_1 < f_{tm}/2$, el punto de integración se aplastó

Donde σ_1 es la tensión principal de tracción, que puede ser determinada por la ecuación (5.40).

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{I_1}{3} \quad (5.40)$$

Para un punto fisurado, el concreto que inicialmente es considerado isotrópico, se torna ortotrópico después de la fisuración. Se admite que una fisura se ha formado en un plano ortogonal a la tensión principal de tracción σ_1 y los ejes materiales locales coinciden con las direcciones principales de tracción. La dirección de la fisura es calculada, resolviendo un problema de auto-vectores. Se calculan los cosenos directores de los ángulos formados entre el auto-valor equivalente a la tensión principal máxima, σ_1 y el estado de tensión que originó la fisura.

Las propiedades materiales varían dependiendo del estado de deformación y tensión. El módulo de elasticidad longitudinal se reduce en la dirección perpendicular al plano de la fisura y el efecto de Poisson es despreciado, conforme Hinton (1988). El módulo de elasticidad transversal paralelo al plano de la fisura también es reducido.

En el modelo implementado es permitida la ocurrencia de dos planos de fisuras en cada punto de integración. De esta forma, para cargamentos posteriores, una segunda fisura puede ocurrir en el punto ya fisurado. En este caso se utiliza el procedimiento de la fisura fija, en que la dirección del primer conjunto de fisuras permanece fija y la tensión de tracción es evaluada perpendicularmente al plano de fisuración existente. Si la tensión excede la resistencia del concreto a tracción, entonces un nuevo plano de fisuras será formado perpendicular al existente y todas las componentes de la tensión serán igualadas a cero.

5.3.2.2 Colaboración del concreto entre fisuras

Conforme Hinton (1988), los primeros estudios en análisis numérico de concreto estructural admitían que el concreto fuese un material elástico-frágil, cuando se sometía a tracción. De esta forma cuando una fisura ocurría la tensión normal a la fisura era despreciada.

Sin embargo, cuando ocurre la fisuración, el concreto entre fisuras continúa colaborando a resistir los esfuerzos de tracción, soportando un cierto nivel de tensión. El efecto de la adherencia entre el concreto y las barras de acero contribuye activamente a la rigidez total de las estructuras. Este fenómeno es conocido como “efecto de endurecimiento a tracción” o *tension stiffening*, siendo de fundamental importancia en el análisis de piezas de concreto sometidas a flexión.

La adherencia es responsable de la transmisión del esfuerzo entre el acero y el concreto fisurado y depende principalmente de factores como la resistencia del concreto y algunas características de las barras de armadura, como el diámetro y la conformación superficial. La consideración de la adherencia en el MEF depende de la forma de conectar los elementos de acero a los de concreto.

En este trabajo se utiliza la opción adoptada por Hinton (1988), que sugiere la modificación de la curva tensión-deformación del concreto. La degradación de la adherencia, que ocasiona pérdidas de resistencia a la tracción en la pos-fisuración, es considerada a través de la

introducción de un ramo descendente en la curva tensión-deformación (Figura 5.6). Esto equivale a decir que el concreto es un material con ablandamiento en tracción.

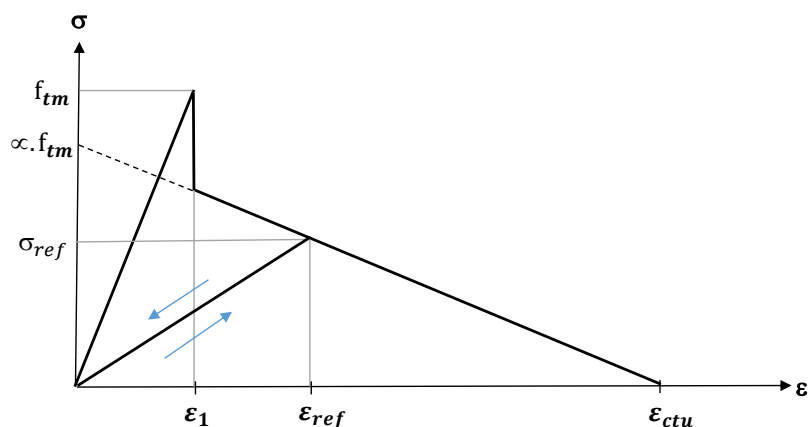


Figura 5.6 Curva tensión-deformación para el concreto a tracción. Fuente: propia.

La relación constitutiva adoptada fue utilizada por Martineli (2003), siendo expresada por la relación (5.41). En esta expresión, α es un parámetro que define la inclinación del ramo lineal descendente y ε_{ctu} es un parámetro que indica la deformación límite para la cual la colaboración del concreto entre fisuras no debe ser más considerada. Se adoptaron los valores de 0,6 y 0,001 para α y ε_{ctu} , respectivamente.

$$\sigma = \alpha \cdot f'_{cr} \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ctu}} \right) \quad (5.41)$$

La redistribución de tensiones debido a la fisuración en otros puntos de integración o cargas posteriores puede eventualmente forzar algún punto previamente fisurado a cerrarse total o parcialmente. En este caso, si la deformación actual ε es pequeña comparada a la deformación ε_{ref} , almacenada como la máxima deformación de tracción alcanzada a través de la fisura por el punto de integración en cuestión, la tensión normal a la fisura, σ , es calculada a través de la ecuación (5.42).

$$\sigma = \frac{\sigma_{ref}}{\varepsilon_{ref}} \varepsilon \quad (5.42)$$

Donde σ_{ref} es la tensión interpolada correspondiente a la deformación ε_{ref} . La trayectoria de esta “descarga” secante puede ser visualizada en la Figura 5.6. Cuando la fisura vuelve abrir, sigue la misma trayectoria hasta ε_{ref} ser excedida, después de la cual sigue la trayectoria descendente definida por la ecuación (5.42).

5.3.2.3 Modelo para transferencia de las tensiones de corte

De forma general, las primeras fisuras que surgen en el concreto sometido a tracción, se forman de manera perpendicular a la dirección de la tensión principal de tracción más alta σ_1 . Las direcciones principales se modifican debido a la mudanza en el cargamento o por no-linealidades en la estructura, produciendo desplazamientos relativos de las caras de la fisura. Esto causa el surgimiento de tensiones de corte en el plano de la fisura cuyo valor depende de las condiciones locales de esta fisura.

En el concreto existen dos mecanismos principales de transferencia de esfuerzos verticales que son controlados por la abertura de la fisura, disminuyendo la capacidad de transferencia de corte (*shear transfer*), cuando ocurre el aumento de esta abertura, estos dos mecanismos son los siguientes:

Trabamiento de los agregados: depende del tipo y de la granulometría de los agregados.

Efecto pasador de la armadura (*dowell effect*): depende del diámetro de las barras, de la tasa de armadura y de la inclinación de las barras en relación al plano de la fisura.

Los mecanismos arriba mencionados no pueden ser incluidos directamente en el modelo de fisuras distribuidas, por lo que se utilizó una aproximación adoptada por Hinton (1988), que consiste en adoptar un valor reducido para el módulo de elasticidad transversal del concreto correspondiente al plano fisurado, G_0 , a través de un factor β_2 que varía entre 0 e 1. De esta forma, el nuevo valor para el módulo de elasticidad transversal, G_c , es dado por la ecuación (5.43).

$$G_c = \beta_2 G_0 \quad (5.43)$$

El factor β_2 es calculado, según Hinton (1988), a través de la ecuación (5.44) y se relaciona con la deformación específica normal de tracción del concreto, ε_T . El módulo de deformación por corte del concreto no-fisurado G_0 , es previsto por la expresión (5.45), donde E_{ci} es el módulo de elasticidad longitudinal del concreto y ν es el coeficiente de Poisson.

$$\beta_2 = 1 - \left(\frac{\varepsilon_T}{0,005} \right)^{0,3} \quad (5.44)$$

$$G_0 = \frac{E_{ci}}{2(1 + \nu)} \quad (5.45)$$

Analizando las expresiones anteriores se observa que cuanto mayor la deformación específica, ϵ_T , menor serán β_2 y G_c y consecuentemente, menor será la tensión de corte transferida a través de la fisura. En caso que la fisura cierre el módulo inicial, G_0 , es nuevamente adoptado.

5.4 MODELO CONSTITUTIVO PARA LA ARMADURA

Considerando que las barras de acero resisten solamente esfuerzos axiales, se adoptó en este trabajo un modelo uniaxial para representar su comportamiento. El acero es representado como un material elastoplástico perfecto que presenta el mismo comportamiento en tracción que en compresión. La representación se da por un diagrama tensión-deformación bilineal (Figura 5.7).

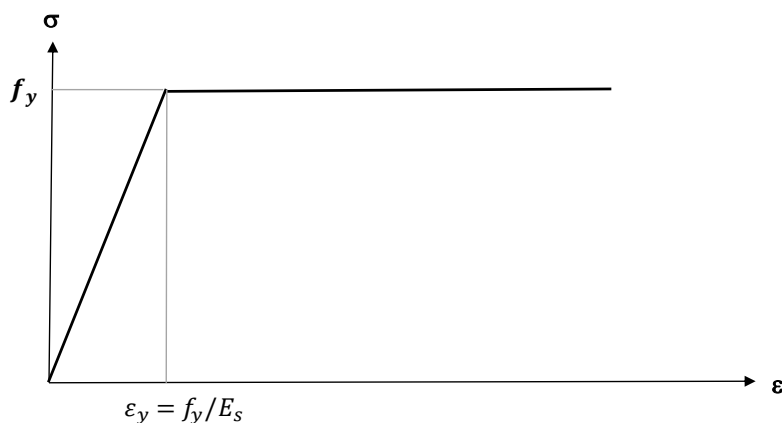


Figura 5.7 Modelo elastoplástico perfecto para las armaduras. Fuente: propia.

5.5 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

La biblioteca ANSYS proporciona una serie de elementos finitos, cada uno destinado a cumplir una determinada función estructural. Al seleccionar el tipo de elemento, se tomó en cuenta aspectos como el número de grados de libertad, tipo de deformación admitida, esfuerzo computacional, habilidad para permitir el uso de UserMat, el uso de los comandos *Birth and Death* así como recomendaciones hechas en la revisión bibliográfica. Para así obtener los resultados de la forma más fiel posible. En los ítems 5.5.1 hasta 5.5.3 son presentadas las características de los elementos utilizados para la representación del acero y del concreto en las columnas.

5.5.1 SOLID185

El elemento SOLID185 es usado para el modelaje tridimensional de estructuras sólidas. Dicho elemento tiene funciones de forma lineales y es definido por 8 nodos con tres grados de libertad por nodo: desplazamientos en las direcciones nodales x , y , z . El elemento permite plasticidad, endurecimiento por esfuerzos, grandes deflexiones y grandes deformaciones.

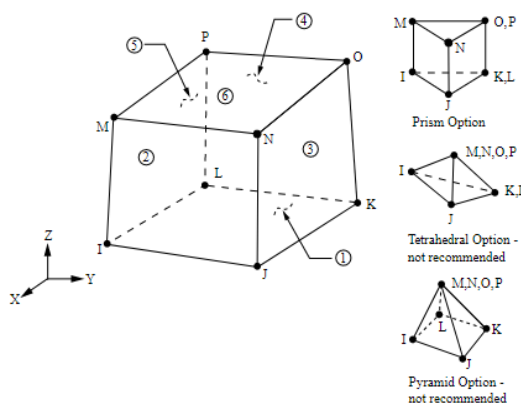


Figura 5.8 Elemento SOLID185 (ANSYS, 2013).

El elemento hexaédrico SOLID185 fue utilizado para el modelaje del concreto del núcleo y el recrecido de refuerzo.

5.5.2 SOLID186

El SOLID186 es un elemento sólido de 20 nodos que tiene funciones de forma cuadráticas.

El elemento SOLID186 es usado para el modelaje tridimensional de estructuras sólidas. Dicho elemento es definido por 20 nodos con tres grados de libertad por nodo: desplazamientos en las direcciones nodales x , y , z . El elemento permite plasticidad, endurecimiento por esfuerzos, grandes deflexiones, capacidad para grandes deformaciones y admite la capacidad *Birth and Death*.

Un factor importante en la elección de ese elemento es debido a su capacidad de permitir la capacidad *Birth and Death*, fundamental para la representación del proceso constructivo del encamisado.

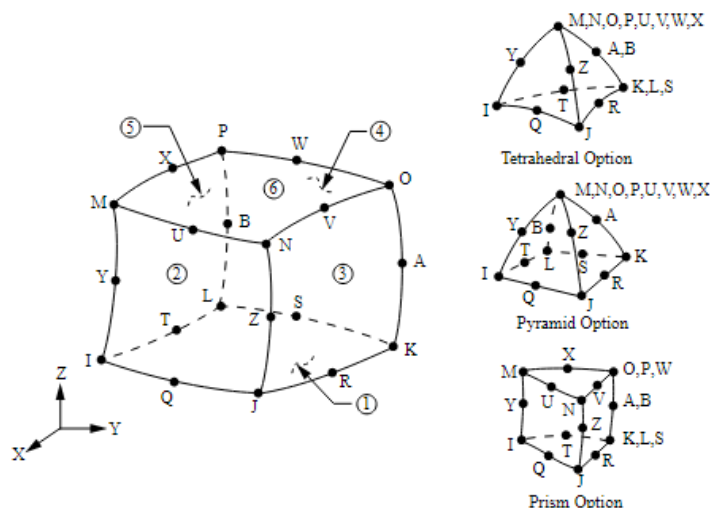


Figura 5.9 Elemento SOLID186 (ANSYS, 2013).

El elemento SOLID186 fue utilizado para el modelaje del concreto del núcleo y el recrecido de refuerzo.

5.5.3 REINF264

Este elemento es usado para simular fibras de refuerzo con orientaciones arbitrarias. Cada fibra se modela por separado como una barra que solo tiene rigidez uniaxial. Se puede especificar múltiples fibras de refuerzo en un elemento REINF264. Las ubicaciones nodales, los grados de libertad y la conectividad del elemento REINF264 son idénticos a los del elemento base.

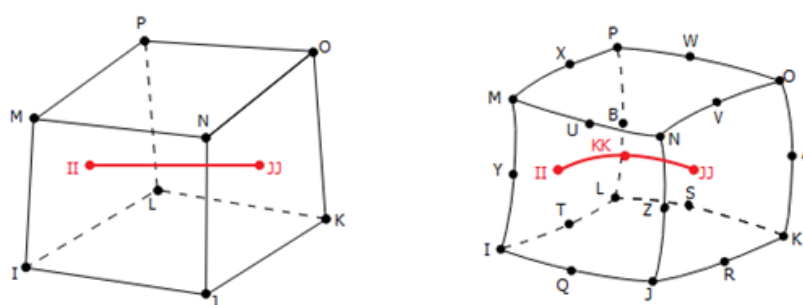


Figura 5.10 Elemento REINF264 (ANSYS, 2013).

El elemento REINF264 fue utilizado para el modelaje de las barras de acero tanto longitudinal como transversal en las columnas de manera incorporada en los elementos solidos lo cual facilita la discretización del modelo.

6 VALIDACIÓN DE LOS MODELOS EN ANSYS

6.1 PRIMER CASO DE ESTUDIO

El modelaje computacional fue validado, en un primer caso de estudio, considerando los datos y resultados del trabajo experimental desarrollado por Krainskyi *et al* (2015), como se describe a continuación.

6.1.1 Data

A continuación se describe la data experimental.

6.1.1.1 Geometría de las columnas y distribución del acero de refuerzo:

En cuanto a las columnas en su configuración original se tiene lo siguiente: La sección transversal es de forma rectangular, con 180 mm de altura por 140 mm de ancho, la longitud total es de 2200 mm. En ambos extremos de las columnas, la altura de la sección aumenta hasta 300 mm, para permitir la aplicación de la carga con una excentricidad de 150 mm.

El refuerzo longitudinal consiste de 4 barras de acero de 12 mm de diámetro, lo que corresponde a un porcentaje de 1,8%, mientras que para el acero transversal se utilizó estribos cerrados formados por alambre de acero de 6 mm de diámetro, colocados a una separación variable, teniendo la misma un valor de 200 mm en el centro de la columna y 50 mm en los extremos recrecidos. En la Figura 6.1, se aprecia tanto la geometría de la columna en su configuración original como la distribución del acero de refuerzo en la misma.

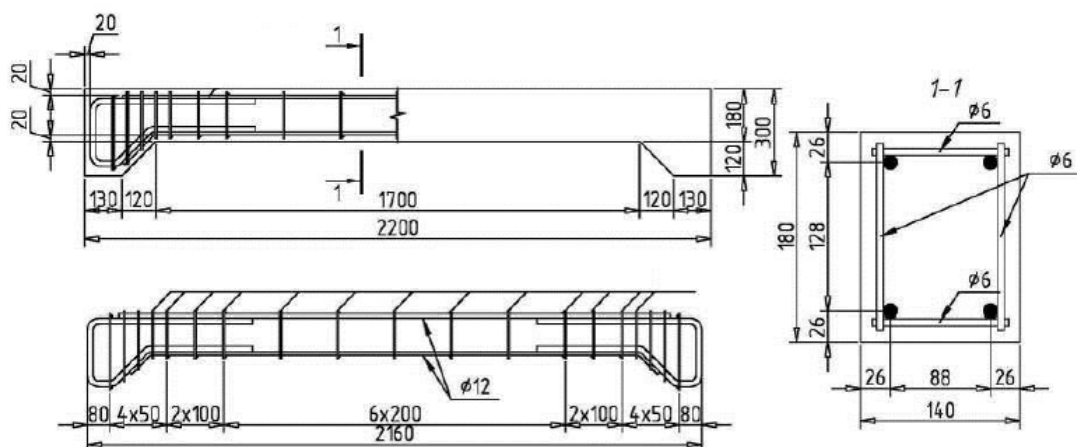


Figura 6.1 Detalles de la columna original (KRAINSKYI *et al*, 2015).

En cuanto al recredido de la sección transversal: La sección rectangular es aumentada a 260 mm de altura por 200 mm de ancho, sobre una longitud de 1700 mm.

Para el refuerzo longitudinal se utilizó 4 barras de acero de 10 mm de diámetro, correspondiente a un porcentaje de 1,17% de la sección recredida. Por su parte el acero transversal consistió de estribos cerrados, realizados con alambre de acero de 6 mm de diámetro y una separación constante de 200 mm. La Figura 6.2, muestra los detalles de la geometría de la sección recredida y la distribución del acero de refuerzo en la misma.

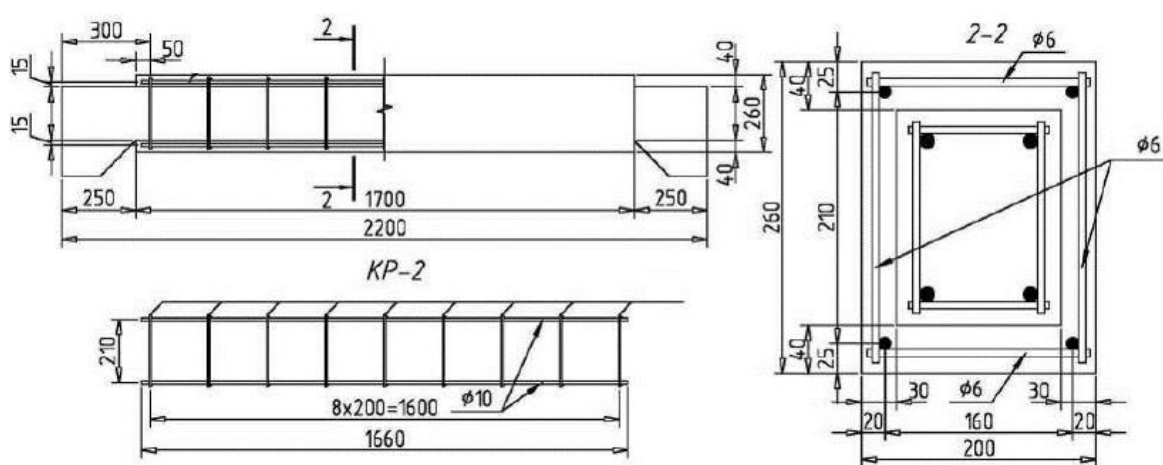


Figura 6.2 Detalles de la columna recredida (KRAINSKYI *et al*, 2015).

6.1.1.2 Propiedades mecánicas de los materiales

Columnas en su configuración original: El concreto utilizado es de una resistencia a la compresión promedio de 37,7 MPa. Por su parte el acero de refuerzo tiene las siguientes características mecánicas, resistencia a la ruptura 722,8 MPa, tensión de fluencia 636,9 MPa y deformación de fluencia 0,3%.

Recredido de la sección transversal: Para el recredido de la sección transversal se utilizó un concreto de alta trabajabilidad, con una resistencia a la compresión promedio de 38,9 MPa. Las características mecánicas del acero de refuerzo utilizado son, resistencia a la ruptura 701,5 MPa, tensión de fluencia 610,7 MPa y deformación de fluencia 0,29%

6.1.1.3 Cargas

En todos los ejemplos la carga aplicada sobre las columnas, consistió en una carga axial con una excentricidad de 150 mm, variando la forma de aplicación de la misma como se describe a continuación:

En el primer ejemplo, probetas C-01; C-02, la carga es aplicada a la configuración original de las columnas de forma monotónica, esto con la finalidad de determinar la resistencia de la columna en su configuración original.

En el segundo ejemplo, probetas CS-03-0,0; CS-04-0,0, nuevamente la carga es aplicada de manera monotónica, pero esta vez sobre la configuración recrecida de la columna.

En el resto de los ejemplos la carga es aplicada en dos tiempos, una primera porción de la carga se aplica sobre la configuración original de la columna, esta es mantenida constante durante el proceso de recrecido de la sección transversal, finalmente se continua el proceso de carga sobre las columnas ya recrecidas hasta que las misma fallen. La Tabla 6.1, muestra en resumen la forma como se aplica la carga en cada uno de los ejemplos.

Tabla 6.1 Programa de ensayos. Fuente: propia.

Designación de la muestra	Tipo de prueba
C-01; C-02	Columnas ensayadas sin recrecido de concreto armado
CS-03-0,0; CS-04-0,0	Columnas recrecidas mientras las mismas están descargadas
CS-05-0,3; CS-06-0,3	Columnas recrecidas bajo la acción de una carga del 30% de la resistencia de la columna original
CS-07-0,5; CS-08-0,5	Columnas recrecidas bajo la acción de una carga del 50% de la resistencia de la columna original
CS-09-0,7; CS-10-0,7	Columnas recrecidas bajo la acción de una carga del 70% de la resistencia de la columna original
CS-11-0,9; CS-12-0,9	Columnas recrecidas bajo la acción de una carga del 90% de la resistencia de la columna original

6.1.1.4 Resultados experimentales

De manera de comparar los resultados del modelaje con los valores experimentales, se tomaron los resultados de la carga aplicada versus la deflexión en el medio de la columna,

para cada uno de los ejemplos analizados. La Figura 6.3 muestra la gráfica, carga versus deflexión en el medio de la columna, para la totalidad de los ensayos.

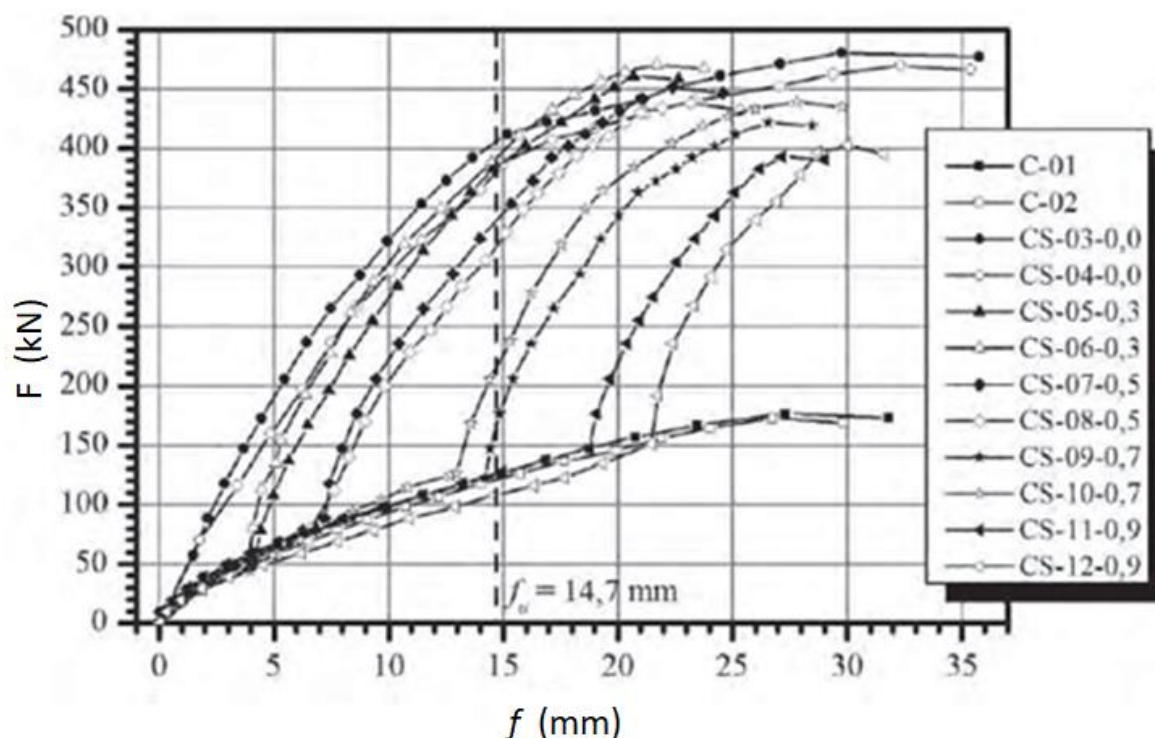


Figura 6.3 Gráfica experimental, carga vs. deflexión en el medio de las columnas (KRAINSKYI *et al*, 2015).

6.1.2 Modelaje numérico

Considerando el trabajo experimental desarrollado por Krainskyi *et al* (2015), y explicado en los párrafos anteriores, se procedió a efectuar el modelaje numérico, el cual consistió en un análisis no lineal por elementos finitos tridimensional tomando en cuenta grandes desplazamientos, reproduciendo con precisión las propiedades físicas de los especímenes y la configuración de carga descritos en párrafos anteriores.

Para la simulación del concreto se utilizó el elemento SOLID 185, el cual permite el uso de una ley de comportamiento para el concreto personalizado, descrito anteriormente en el ítem 5.3, así como también admite la incorporación de refuerzo discreto por medio del elemento REINF 264.

Los valores considerados para la resistencia a la compresión, en los casos donde no hay precarga del núcleo, fueron 37,7 MPa y 38,9 MPa para la columna original y para el recrecido respectivamente, las cuales corresponden al 100% de la resistencia a la compresión promedio reflejado en la data experimental de referencia. Ya en los casos donde existe una precarga en

el núcleo y la misma es mantenida durante el proceso de construcción del recrecido, se mantiene la misma resistencia de 38,9 MPa para el recrecido, pero se disminuye la resistencia del núcleo a 32,05 MPa, lo cual corresponden al 85% de su resistencia, esto con la finalidad de tomar en cuenta la disminución de la resistencia del concreto sometida a una carga prolongada.

El acero de refuerzo de la columna original fue simulado utilizando un modelo elasto - plástico perfecto, con una tensión de fluencia de 636,9 MPa, el refuerzo del recrecido también fue simulado con un modelo similar, usando una tensión de fluencia de 610,7 MPa, tal como se refleja en la data experimental de referencia.

En los modelajes de todas las probetas se aprovechó la simetría tanto de la geometría como de la carga para trabajar con la mitad de la columna, restringiendo todos los nodos de la sección media de la columna en el sentido longitudinal, lo cual equivale a un empotramiento móvil, representando así las condiciones de contorno de la mitad de la columna.

En el extremo libre de la columna, extremo acartelado, se impuso un desplazamiento en la dirección longitudinal de la columna, en aquellos nodos localizados a una excentricidad de 150 mm desde el centroide de la sección original de la columna, simulando de esa forma la carga excéntrica aplicada.

La geometría de todos los modelos es exactamente la misma, excepto para la simulación de las probetas C-01; C-02 (ver Figura 6.4) en la cual no se realizó el recrecido de la sección. En los modelos que contemplan recrecido de la sección varía solamente la forma de aplicación de la carga, tal como está indicado en la Tabla 6.1.

En aquellos análisis donde existe más de una etapa de carga, ANSYS no permite la modificación de la geometría del modelo una vez que ha sido analizada la primera etapa de carga, por lo tanto, la simulación del proceso de carga a dos tiempos fue realizado usando la opción de elementos "*Birth and Death*", la cual permite la activación o desactivación de los elementos seleccionados, esa opción es usada en los casos donde el recrecido es realizado mientras la columna original está bajo la acción de una carga, como ocurren en las probetas: (i) CS-05-0,3; CS-06-0,3; (ii) CS-07-0,5; CS-08-0,5; (iii) CS-09-0,7; CS-10-0,7 y (iv) CS-11-0,9; CS-12-0,9.

Para el uso de la opción “*Birth and Death*”, previo a la aplicación de la primera etapa de carga se construye el modelo de elementos finitos completo, incluyendo aquellas partes que no estarán presente en esa etapa de carga (recrecido de la sección transversal). Los elementos del recrecido son seleccionados y afectados por el comando EKILL lo que desactiva dichos elementos en esta etapa de carga, éste comando multiplica la matriz de rigidez del elemento por un factor muy pequeño, 1×10^{-6} es el valor por defecto de éste factor, despreciando la contribución de dichos elementos a la matriz de rigidez de la estructura.

Los grados de libertad de los nodos, que sólo forman parte de los elementos desactivados, deben restringirse para evitar errores numéricos en la solución del sistema de ecuaciones. Una vez obtenida la solución para esta etapa, los elementos antes desactivados se vuelven a seleccionar para reactivarlos por medio de el comando EALIVE, este comando deshabilita el factor de disminución de rigidez aplicado en la etapa anterior, permitiendo la colaboración de tales elementos a la matriz de rigidez total de la estructura. Adicionalmente se deben liberar los grados de libertad correspondientes a los nodos que sólo pertenecen a los elementos reactivados, los cuales se habían restringido en la etapa de carga anterior.

Es importante señalar que los elementos que se desactivaron en la primera etapa y luego fueron reactivados en la etapa de carga subsiguiente no acumulan deformaciones mientras están desactivados y por lo tanto tampoco acumulan tensiones, su proceso de deformación y carga comienza después que son reactivados, simulando adecuadamente el comportamiento real de los elementos de refuerzo por recrecido, los cuales sólo comienzan a colaborar con la resistencia de la columna en aquellas etapas de cargas posteriores a la construcción de los mismos.

En cuanto a la calidad de la malla, el número de nodos que la forma es de 4455 con 3520 elementos SOLID 185 para simular el concreto y 714 elementos REINF 264 para simular las barras incorporadas. Se hizo un análisis de error de malla con base a un problema equivalente elástico lineal, es decir, un problema con la misma geometría y las mismas condiciones de contorno, pero considerando todos los materiales con una relación constitutiva elástico lineal.

Para el análisis del error se consideró la porción correspondiente al tercio de la columna en la zona de mayor interés, es decir, cercano a la mitad de la altura de la columna donde ocurre la falla. De esa forma se verifico que el error medio en la malla con elementos solidos lineal es del 3 % en relación a la energía de deformación.

A continuación, se describen cada una de las simulaciones realizadas.

6.1.2.1 Columna original sin recrecido (probetas C-01; C-02)

La simulación numérica de los ensayos experimentales C-01 y C-02; fue realizada mediante la aplicación de la carga continua sobre la configuración original de la columna. La Figura 6.4, muestra un esquema del modelo de elementos finitos de las probetas sin recrecido de su sección transversal.

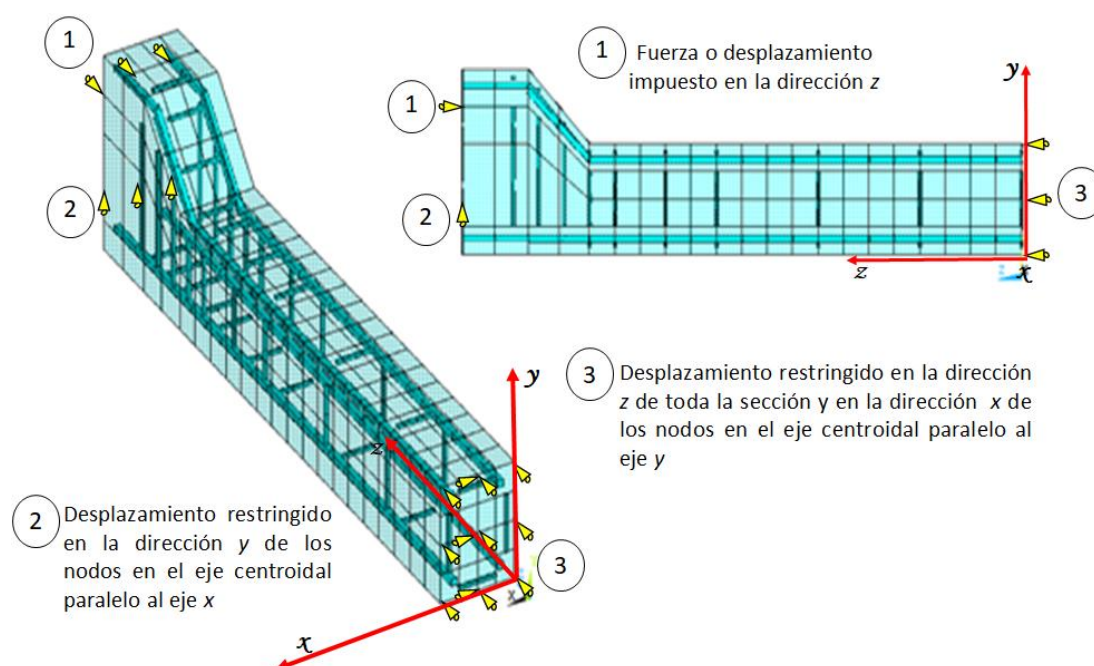


Figura 6.4 Esquema del modelo de elementos finitos de las probetas C-01 y C-02. Fuente: propia.

La Figura 6.5, muestra la gráfica de la carga versus deflexión en el medio de la columna, tanto del ensayo experimental como del modelaje de las probetas C-01; C-02.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 173 kN, mientras que para los ensayos experimentales fue de 176 kN para la probeta C-01 y 172 kN para C-02, representado una diferencia de -1,7% respecto a C-01 y +0,6% respecto a C-02.

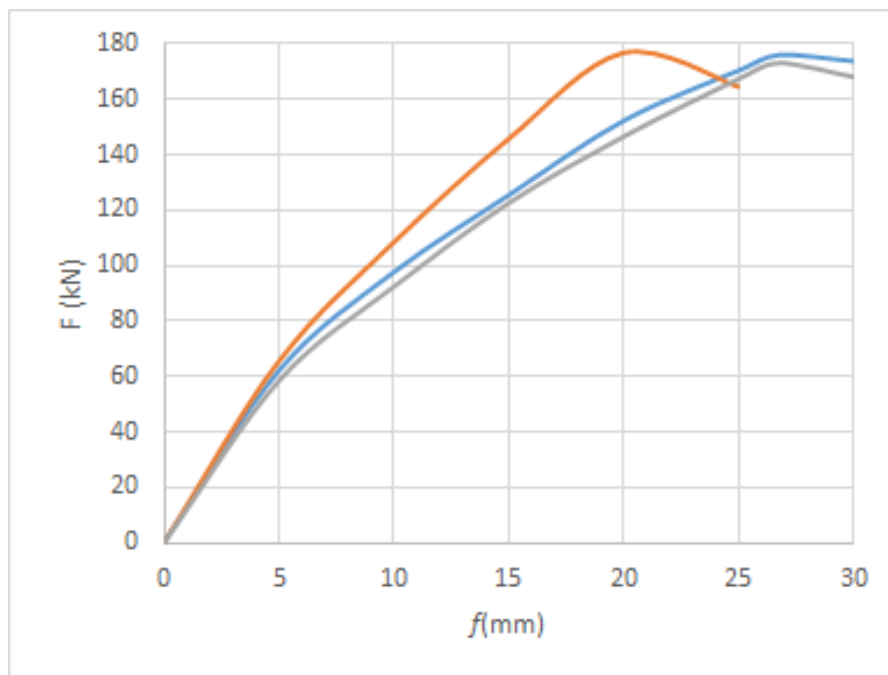


Figura 6.5 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales C-01(azul), C-02(gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

6.1.2.2 Columna con recrecido sin precarga del núcleo (probetas CS-03-0,0; CS-04-0,0).

La simulación numérica de los ensayos experimentales CS-03-0,0; CS-04-0,0; fue realizada mediante la aplicación de la carga continua sobre la configuración recrecida. La Figura 6.6, muestra el esquema del modelaje en elementos finitos de las probetas con recrecido de su sección transversal.

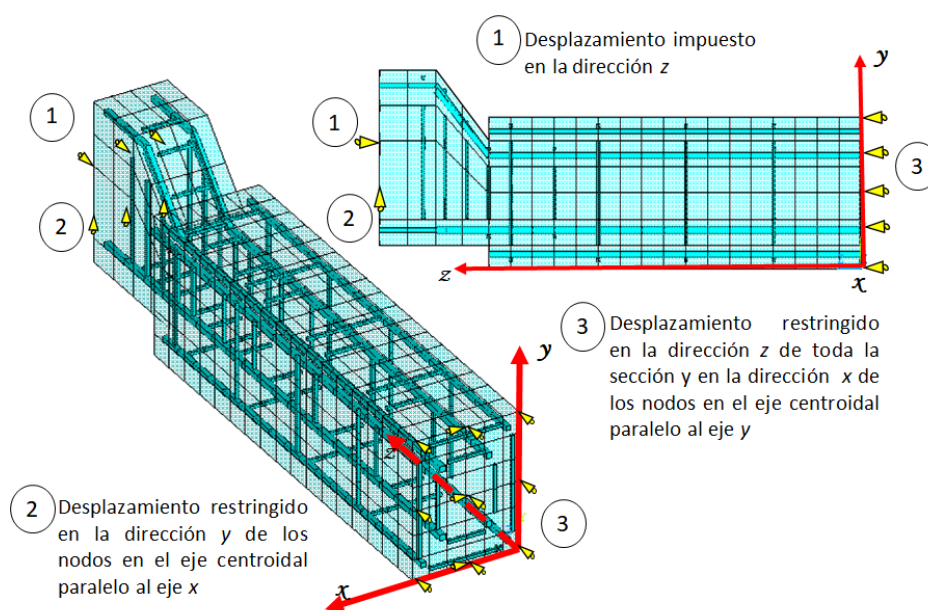


Figura 6.6 Esquema del modelo de elementos finitos de las probetas con sección transversal recrecida. Fuente: propia.

La Figura 6.7, muestra la gráfica de la carga versus deflexión en el medio de la columna, tanto del ensayo experimental como del modelo numérico de las probetas CS-03-0,0; CS-04-0,0.

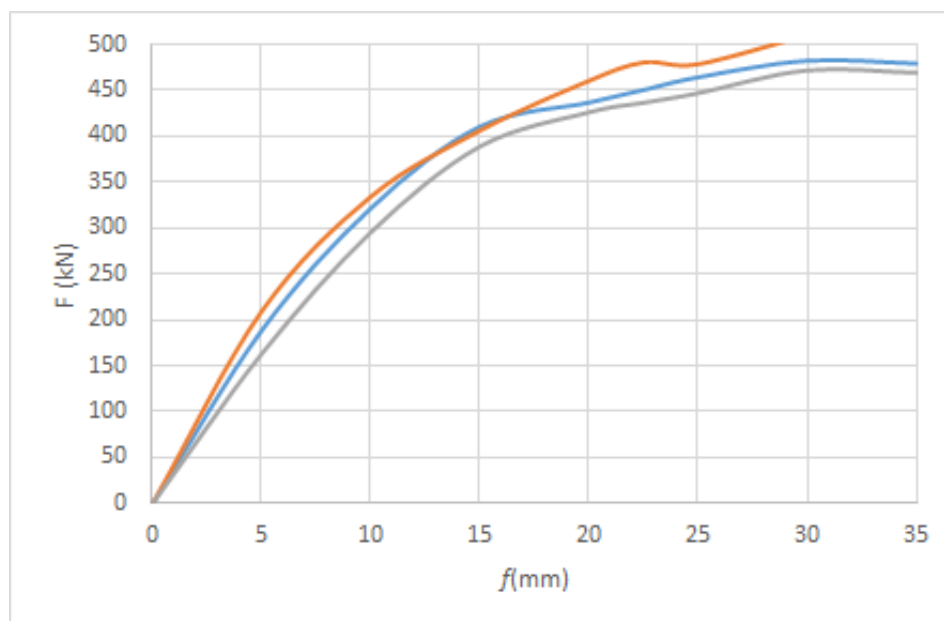


Figura 6.7 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-03-0,0 (azul), CS-04-0,0 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 480 kN, mientras que para los ensayos experimentales fue de 480 kN para la probeta CS-03-0,0 y 470 kN para CS-04-0,0 representado una diferencia de 0% con respecto a CS-03-0,0 y de +2,1% respecto a CS-04-0,0.

6.1.2.3 Columna recrecida con precarga del núcleo de 30% de su resistencia (probetas CS-05-0,3; CS-06-0,3).

La simulación numérica de los ensayos experimentales CS-05-0,3; CS-06-0,3; fue realizada mediante la aplicación de la carga en dos etapas, en la primera etapa los elementos que conforman el recrecido de la sección se desactivan, quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.4, en esta etapa se aplica una carga de 51 kN, correspondiente al 30% de la resistencia de la columna original, luego en la segunda etapa, se reactivan los elementos que forman el recrecido de la sección transversal quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.6, para continuar con la aplicación de la carga hasta la falla de la columna.

La Figura 6.8, muestra la gráfica carga versus deflexión en el medio de la columna, tanto del ensayo experimental como del modelo numérico de las probetas CS-05-0,3; CS-06-0,3.

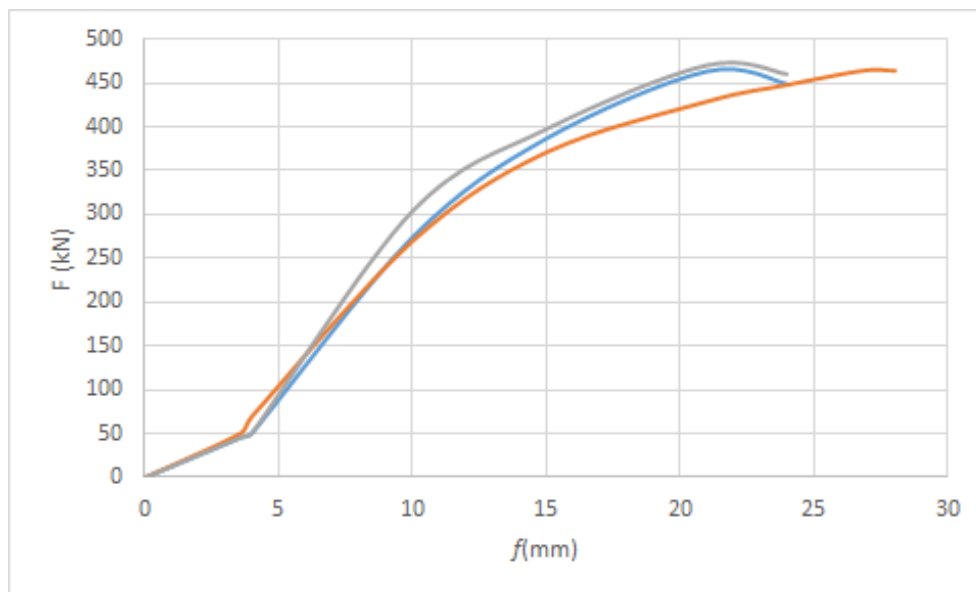


Figura 6.8 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-05-0,3 (gris), CS-06-0,3 (azul) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 470 kN, mientras que para los ensayos experimentales fue de 460 kN para la probeta CS-05-0,3 y 468 kN para CS-06-0,3 representado una diferencia de +2,2% con respecto a CS-05-0,3 y +0,4% respecto a CS-06-0,3. En la Figura 6.8, se puede apreciar el aumento en la rigidez de la columna en la segunda etapa de carga, posterior a la aplicación de los 51 kN, debido al recrecio de la sección de la columna.

6.1.2.4 Columna recrecida, con precarga del núcleo de 50% de su resistencia (probetas CS-07-0,5; CS-08-0,5).

La simulación numérica de los ensayos experimentales CS-07-0,5; CS-08-0,5; fue realizada mediante la aplicación de la carga en dos etapas, en la primera etapa los elementos que conforman el recrecio de la sección se desactivan, quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.4, en esta etapa se aplica una carga de 88 kN, correspondiente al 50% de la resistencia de la columna original, luego en la segunda etapa, se reactivan los elementos que forman el recrecio de la sección transversal quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.6, para continuar con la aplicación de la carga hasta la falla de la columna.

La Figura 6.9, muestra la gráfica carga versus deflexión en el medio de la columna, tanto del ensayo experimental como del modelo numérico de las probetas CS-07-0,5; CS-08-0,5.

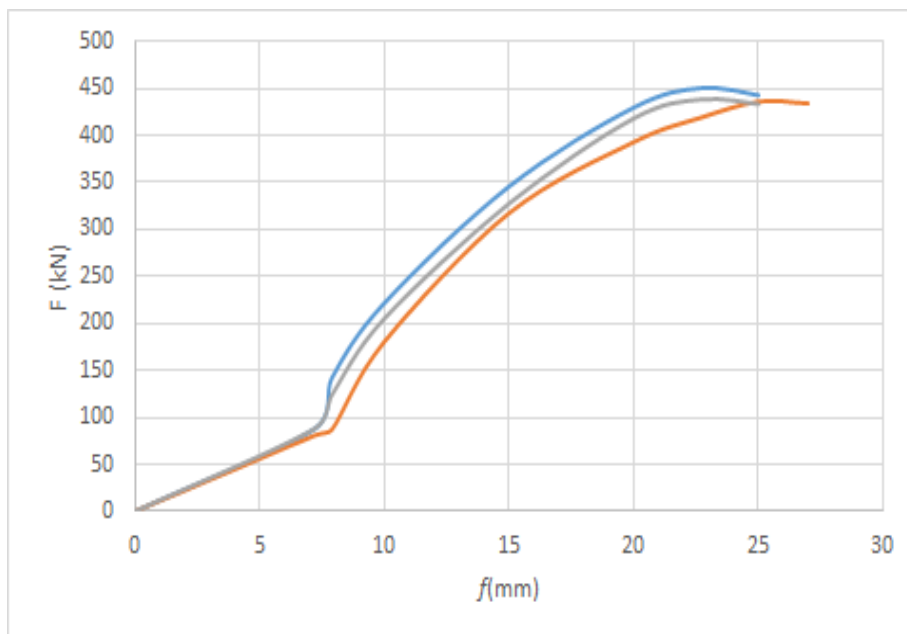


Figura 6.9 Carga vs. deflexión en el medio de la columna. Curvas experimentales CS-07-0,5 (azul), CS-08-0,5 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 458 kN, mientras que para los ensayos fue de 444 kN para la probeta CS-07-0,5 y 438 kN para CS-08-0,5 representando una diferencia de +3,2% con respecto a CS-07-0,5 y de +4,6% respecto a CS-08-0,5.

En la Figura 6.9, se puede apreciar el aumento en la rigidez de la columna en la segunda etapa de carga, posterior a la aplicación de los 88 kN, debido al recrecido de la sección de la columna.

6.1.2.5 Columna recrecida, con precarga del núcleo de 70% de su resistencia (probetas CS-09-0,7; CS-10-0,7).

La simulación numérica de los ensayos experimentales CS-09-0,7; CS-10-0,7; fue realizada mediante la aplicación de la carga en dos etapas, en una primera etapa los elementos que conforman el recrecido de la sección se desactivan, quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.4, en esta etapa se aplica una carga de 122 kN, correspondiente al 70% de la resistencia de la columna original, posteriormente se reactivan los elementos que forman el recrecido de la sección transversal quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.6, y se continúa con la aplicación de la carga hasta la falla de la columna. La Figura 6.10, muestra la gráfica carga versus desplazamiento vertical del medio de la columna tanto del ensayo experimental como del modelo numérico de las probetas CS-09-0,7; CS-10-0,7.

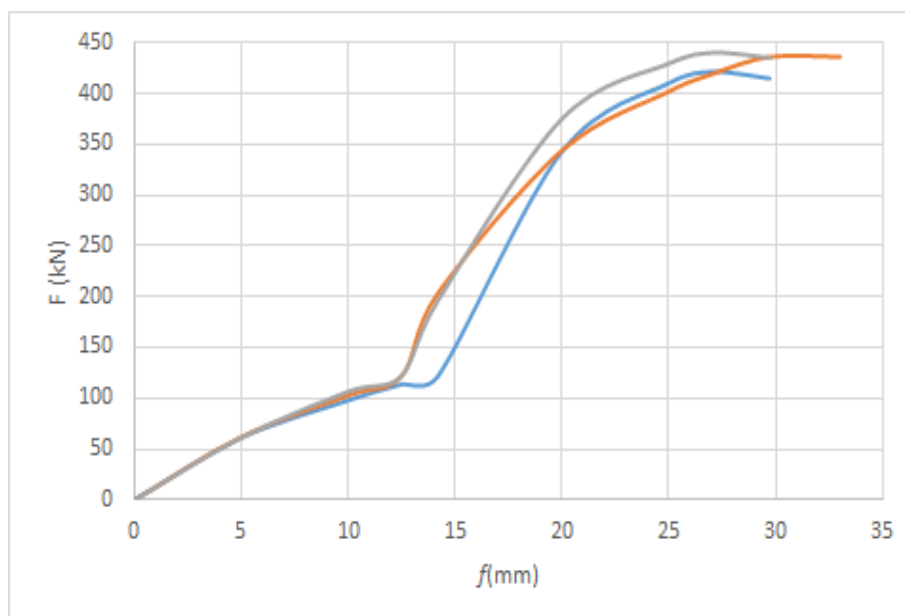


Figura 6.10 Carga vs. deflexión en medio de la columna. Curvas experimentales CS-09-0,7 (gris), CS-10-0,7 (azul) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 443 kN, mientras que para los ensayos fue de 420 kN para la probeta CS-09-0,7 y 440 kN para CS-10-0,7 representado una diferencia de +5,5% con respecto a CS-09-0,7 y de +0,7% respecto a CS-10-0,7. Se puede apreciar en la Figura 6.10, el aumento en la rigidez de la columna en la segunda etapa de carga, posterior a la carga de 122 kN, debido al recrecido de la sección de la columna.

6.1.2.6 Columna recrecida con precarga del núcleo de 90% de su resistencia (probetas CS-11-0,9; CS-12-0,9).

La simulación numérica de los ensayos experimentales CS-11-0,9; CS-12-0,9; fue realizada mediante la aplicación de la carga en dos etapas, en una primera etapa los elementos que conforman el recrecido de la sección se desactivan, quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.4, en esta etapa se aplica una carga de 147 kN, correspondiente al 90% de la resistencia de la columna original, posteriormente se reactivan los elementos que forman el recrecido de la sección transversal quedando la configuración como se muestra en la Figura 6.6, y se continúa con la aplicación de la carga hasta la falla de la columna.

La Figura 6.11, muestra la gráfica carga versus desplazamiento vertical del medio de la columna tanto del ensayo experimental como del modelo numérico de las probetas CS-11-0,9; CS-12-0,9. En el apéndice 2 se muestra el script del modelaje en ANSYS de las probetas CS-11-0,9; CS-12-0,9.

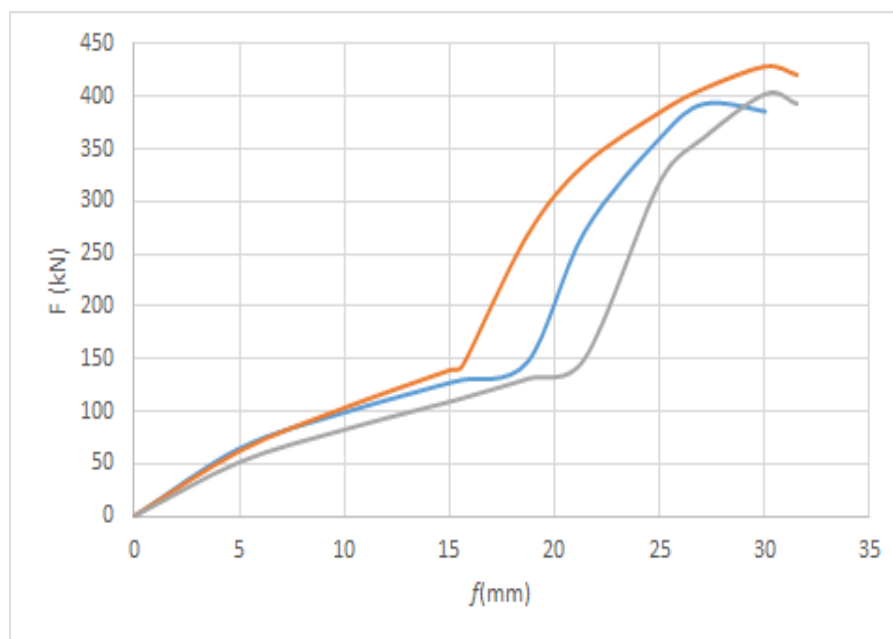


Figura 6.11 Carga vs. deflexión en medio de la columna. Curvas experimentales CS-11-0,9 (azul), CS-12-0,9 (gris) y curva del modelo (roja). Fuente: propia.

La resistencia de la columna según el modelo numérico fue de 435 kN, mientras que para los ensayos fue de 399 kN para la probeta CS-11-0,9 y 407 kN para CS-12-0,9 representando una diferencia de +9,0% con respecto a CS-11-0,9 y de +6,9% respecto a CS-12-0,9. En la Figura 6.11, se puede apreciar el aumento en la rigidez de la columna en la segunda etapa de carga, posterior a la carga de 147 kN, debido al recrecio de la sección de la columna.

Como puede observarse en las Figuras 6.5, 6.7, 6.8, 6.9, 6.10 y 6.11, existe una buena correlación entre las curvas experimentales y las curvas analíticas obtenidos del modelaje por elementos finitos.

De igual manera, los valores de resistencia de la columna en los diferentes ejemplos, muestra una buena aproximación entre los valores experimentales y los analíticos, presentando una diferencia máxima del orden del 9 % para el caso de la probeta CS-11-0,9.

Con la finalidad de tener una visión global de las resistencias obtenidas en los modelajes y su diferencia con los ensayos experimentales, se muestra a continuación la Tabla 6.2, donde se indican las resistencias de la primera y segunda probeta, el promedio de ambas probetas, la resistencia del modelo numérico y su diferencia porcentual tanto con cada una de las probetas como con su valor promedio, para cada uno de los casos de carga estudiados.

Como a cada caso experimental corresponden dos probetas, ejemplos: caso 1 probetas C-01 y C-02; caso 2 probetas CS-03-0,0 y CS-04-0,0 y así sucesivamente, en la Tabla 6.2, la probeta No 1 indica el número impar para el caso de carga dado, ejemplos: caso 1 C-01; caso 2 CS-03-0,0 mientras que la probeta No 2 indica el número par del caso mencionado, ejemplos: caso 1 C-02; caso 2 CS-04-0,0.

Tabla 6.2. Resumen de las resistencias y diferencias obtenidas entre los valores experimentales y el modelo numérico. Fuente: propia.

Caso de carga	Resistencia en kN				Diferencia del modelo numérico en % con respecto a		
	Probeta No 1	Probeta No 2	Valor promedio	Modelo numérico	Probeta No1	Probeta No 2	Valor Promedio
1	176	172	174	173	-1,7	+0,6	-0,6
2	480	470	475	480	0	+2,1	+1,1
3	460	468	464	470	+2,2	+0,4	+1,3
4	444	438	441	458	+3,2	+4,6	+3,9
5	420	440	430	443	+5,5	+0,7	+3,1
6	399	407	403	435	+9,0	+6,9	+7,9

6.2 SEGUNDO CASO DE ESTUDIO

6.2.1 Data

Se presenta un segundo caso de estudio, procurando validar la capacidad del modelo para simular columnas encamisadas con concretos muy disimiles del concreto del núcleo de la columna, para lo cual se consideran los datos y resultados del modelo M6 del trabajo experimental desarrollado por Júlio *et al* (2005), como se describe a continuación.

6.2.1.1 Geometría de la columna y distribución del acero de refuerzo:

En cuanto a la columna en su configuración original se tiene lo siguiente: la sección transversal es un cuadrado, con 200 mm de lado, la longitud total es de 1350 mm. El refuerzo longitudinal consiste de 6 barras de acero de 10 mm de diámetro distribuido simétricamente en dos caras, lo que corresponde a un porcentaje de 1,2%, mientras que para el acero transversal se utilizó estribos cerrados formados por alambre de acero de 6 mm de diámetro colocados a una separación uniforme de 150 mm. En la Figura 6.12, se aprecia la configuración del montaje para el ensayo.

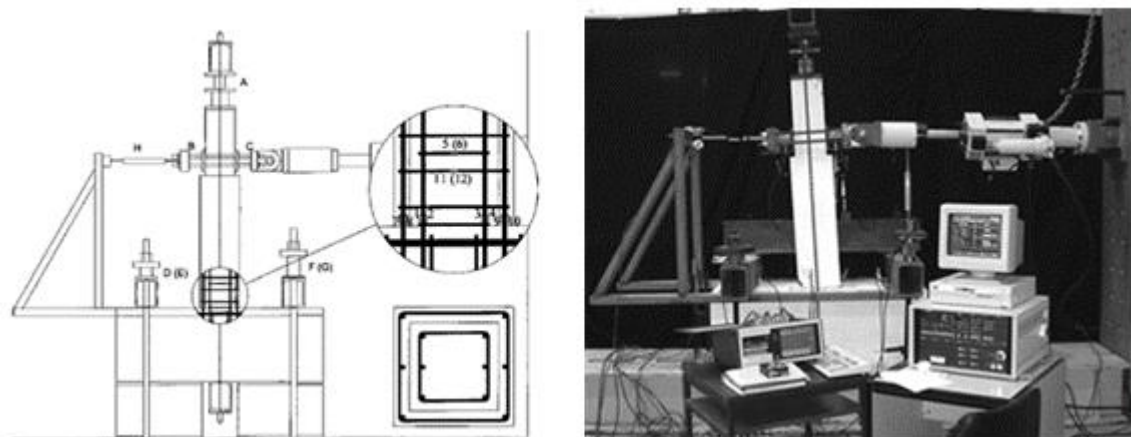


Figura 6.12 Instalación del ensayo, instrumentación y sección transversal (JÚLIO *et al*, 2005 Modificado).

En cuanto al recrecido de la sección transversal: la sección rectangular es aumentada a una sección cuadrada de 270 mm de lado, sobre una longitud de 900 mm, para el refuerzo longitudinal se utilizó 6 barras de acero de 10 mm de diámetro colocada en dos caras, correspondiente a un porcentaje de 1,4% de la sección recrecida. Por su parte el acero transversal consistió de estribos cerrados, realizados con alambre de acero de 6 mm de diámetro y una separación constante de 75 mm desfasados con respecto a los de la columna original.

6.2.1.2 Propiedades mecánicas de los materiales

Columnas en su configuración original: el concreto utilizado es de una resistencia a la compresión promedio de 35,13 MPa, por su parte el acero de refuerzo utilizado tiene una tensión de fluencia 400 MPa.

Recrecido de la sección transversal: para el recrecido de la sección transversal se utilizó un concreto con características de alta resistencia y autocompactante, con una resistencia a la compresión promedio de 81,68 MPa, las características mecánicas del acero de refuerzo utilizado son las mismas que para la columna original con una tensión de fluencia 400 MPa.

6.2.1.3 Cargas

Una vez recrecida la sección transversal y alcanzada la resistencia esperada del concreto del encamisado, la columna fue sometida a una fuerza axial de compresión de 171,6 kN y luego se aplicó una carga incremental horizontal a través de un actuador hidráulico que se posicionó a una altura de 1,00 m de la columna medido desde su base.

6.2.1.4 Resultados experimentales

La Figura 6.13, muestra la gráfica experimental, fuerza horizontal versus desplazamiento en el punto situado a 1 m de altura de ensayo M6.

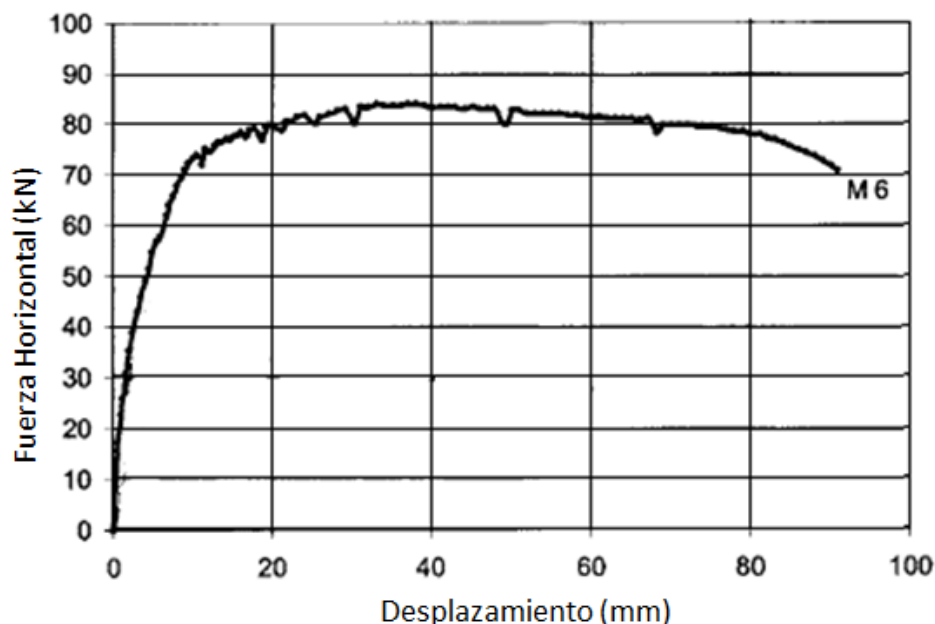


Figura 6.13 Gráfica experimental, carga vs. deflexión en el medio de la columna (JÚLIO *et al*, 2005 Modificado).

6.2.2 Modelaje numérico

Considerando el trabajo experimental desarrollado por Júlio *et al* (2005), se procedió a efectuar el modelaje numérico en elementos finitos.

Los valores considerados para la resistencia a la compresión fueron 35,13 MPa y 81,68 MPa para la columna original y para el recrecido respectivamente, según lo reflejado en la data experimental de referencia.

El acero de refuerzo tanto de la columna original como del recrecido fue simulado con un esfuerzo de fluencia de 400 MPa, tal como se refleja en la data experimental de referencia.

Se restringieron todos los nodos de la columna ubicados en la base, en el sentido longitudinal, eje z, así como el desplazamiento en dirección del eje x de los nodos de la base que pasan por el centroide y forman una línea paralela al eje x, también se restringió el desplazamiento en dirección del eje y de los nodos de la base que pasan por el centroide y forman una línea paralela al eje y, representando así las condiciones de contorno de la columna.

En el extremo libre de la columna se impuso una presión uniforme de compresión equivalente a la fuerza de 171.6 kN y en los nodos situados a una distancia de 1 m de la base se impuso un desplazamiento de 2 cm para simular la acción del actuador. La Figura 6.14 muestra el esquema del modelaje en elementos finitos del ensayo M6.

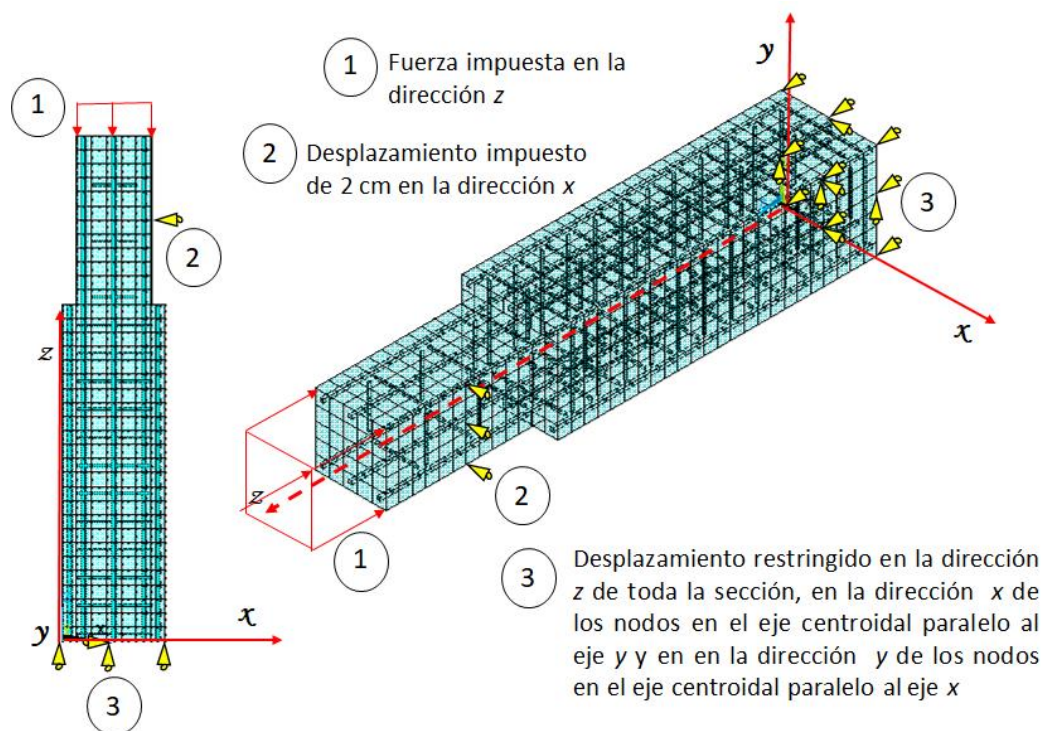


Figura 6.14 Esquema del modelo de elementos finitos de la probeta M6. Fuente: propia.

La Figura 6.15, muestra la gráfica de la carga horizontal versus desplazamiento en el punto de aplicación del actuador, tanto del resultado experimental como del modelaje del ensayo M6.

A pesar que en la gráfica experimental, Figura 6.13, se observa un desplazamiento máximo de 90 mm aproximadamente, la Figura 6.15 muestra la comparación del comportamiento hasta un desplazamiento aproximado de 15 mm, ya que a ese desplazamiento comienza a triturar el concreto en los primeros puntos de gauss del modelo y por lo tanto empiezan a aumentar los errores numéricos del modelaje, para ese punto la fuerza horizontal experimental es de 78,2 kN mientras que la del modelo numérico fue 80,8 kN, representando una diferencia de 3.3%. Por otra parte, la máxima carga horizontal alcanzada experimentalmente fue de 83,8 kN que comparada con los 80,8 kN del modelo representa una diferencia de -3.6%.

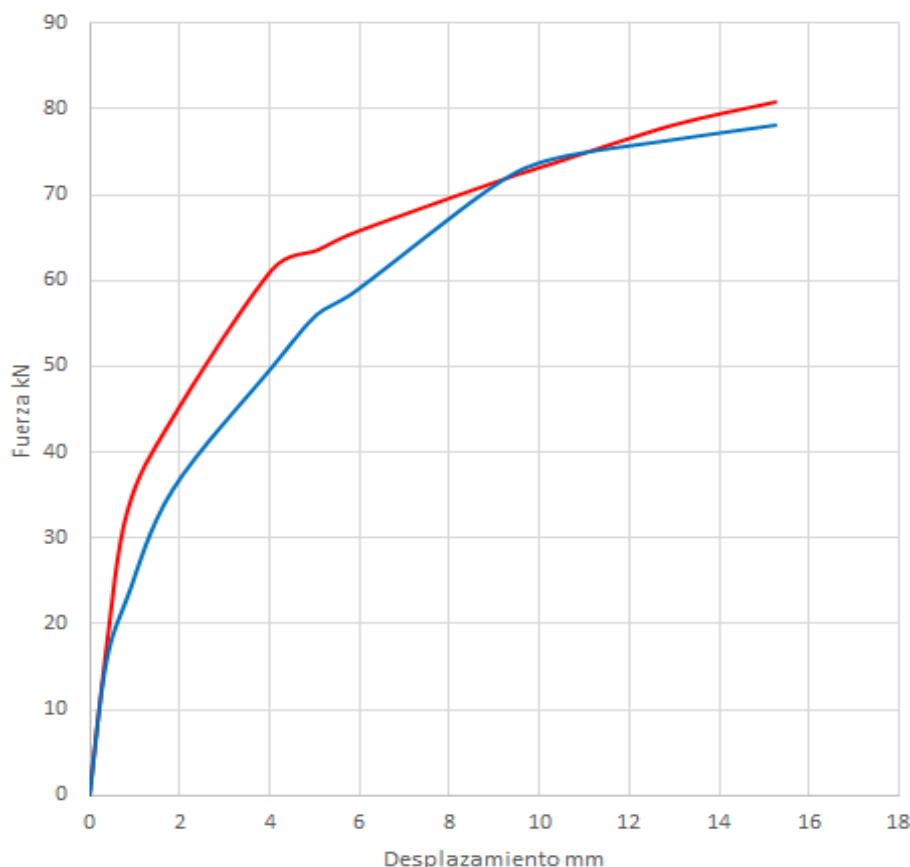


Figura 6.15 Fuerza horizontal vs. desplazamiento en el punto de aplicación del actuador. Curva experimental (azul), curva del modelo (roja). Fuente: propia.

6.3 TERCER CASO DE ESTUDIO

6.3.1 Data

Se presenta un tercer caso de estudio el cual trata de dos ejemplares de columnas reforzadas por recrecio de su sección transversal, denominadas como ECR1 y ECR2 en el trabajo experimental desarrollado por Kaliyaperumal *et al* (2009), como se describe a continuación.

6.3.1.1 Geometría de la columna y distribución del acero de refuerzo:

En cuanto a la columna en su configuración original se tiene lo siguiente: la sección transversal es un cuadrado, con 150 mm de lado, la longitud total es de 1400 mm, en ambos extremos de las columnas, la sección transversal aumenta de manera de evitar la concentración de tensiones en los puntos de aplicación de la carga y para permitir la aplicación de esta con una excentricidad de 100 mm.

El refuerzo longitudinal consiste de 4 barras de acero de 12 mm de diámetro distribuido simétricamente en dos caras, lo que corresponde a un porcentaje de 2%, mientras que para el acero transversal se utilizó estribos cerrados formados por alambre de acero de 8 mm de diámetro colocados a una separación uniforme de 150 mm. En la Figura 6.16, se aprecia detalles del armado y la sección transversal, así como la configuración del montaje para el ensayo.

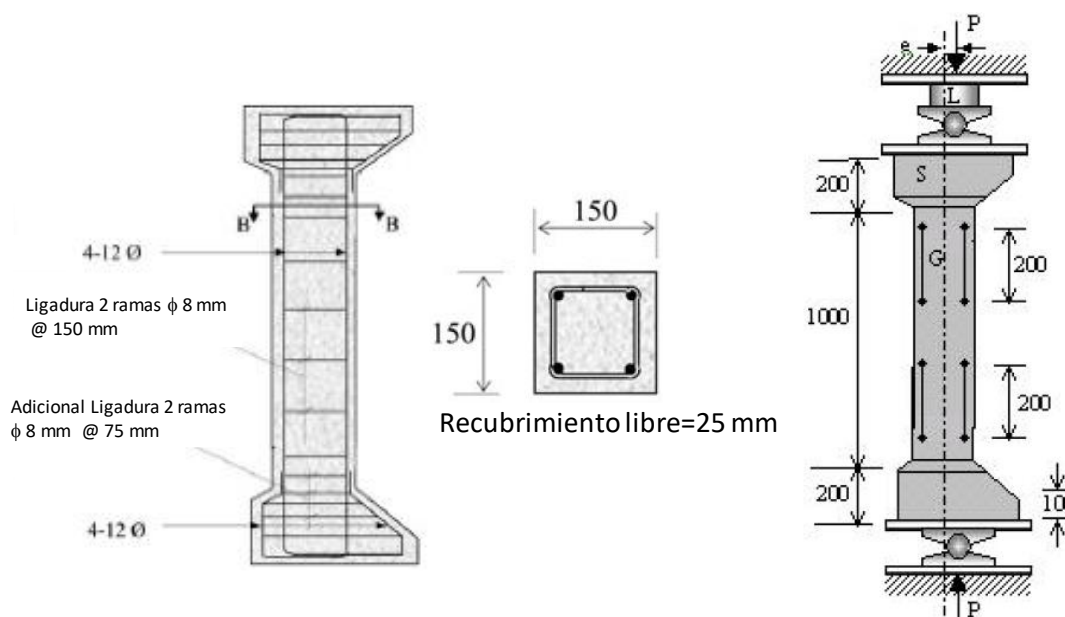


Figura 6.16 Configuración del ensayo, detalles del armado y sección transversal de la columna original (KALIYAPERUMAL *et al*, 2009 Modificado).

En cuanto al recrecido de la sección transversal: la sección transversal es aumentada a una sección cuadrada de 250 mm de lado, sobre una longitud de 1000 mm, para el refuerzo longitudinal se utilizó 4 barras de acero de 12 mm de diámetro colocada en dos caras, correspondiente a un porcentaje de 1,1% de la sección recrecida. Por su parte el acero transversal consistió de estribos cerrados, realizados con alambre de acero de 8 mm de diámetro y una separación constante de 75 mm como se aprecia en la Figura 6.17.

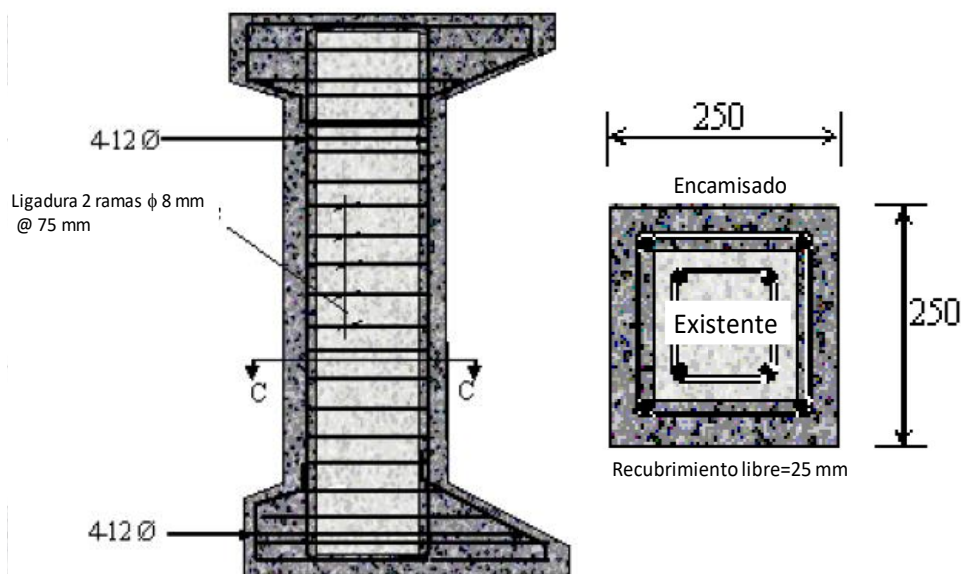


Figura 6.17 Detalles del armado y sección transversal de la columna recrecida (KALIYAPERUMAL *et al*, 2009 Modificado).

6.3.1.2 Propiedades mecánicas de los materiales

Columnas en su configuración original: El concreto utilizado es de una resistencia a la compresión promedio de 26,4 MPa y 30,4 MPa para los ejemplares ECR1 y ECR3 respectivamente. Por su parte el acero de refuerzo utilizado tiene una tensión de fluencia 413 MPa y 480 MPa para las barras longitudinales y transversales respectivamente.

Recrecido de la sección transversal: Para el recrecido de la sección transversal se utilizó un concreto autocompactante, con una resistencia a la compresión promedio de 16 MPa y 15,2 MPa para los ejemplares ECR1 y ECR3 respectivamente. Las características mecánicas del acero de refuerzo utilizado son las mismas que para la columna original con una tensión de fluencia 413 MPa y 480 MPa para las barras longitudinales y transversales respectivamente.

6.3.1.3 Cargas

Una vez recrecida la sección transversal y alcanzada la resistencia esperada del concreto del encamisado, se le aplicó a la columna una fuerza axial de compresión con una excentricidad de 100 mm hasta la falla. La Figura 6.18 muestra el estado de un ejemplar una vez ensayado.



Figura 6.18 Fotografía de espécimen reforzado después del ensayo (KALIYAPERUMAL *et al*, 2009).

6.3.1.4 Resultados experimentales

De manera de comparar los resultados del modelaje con los valores experimentales, se tomaron los resultados de la carga máxima resistida por los ejemplares ECR1 y ECR3 del estudio. La Tabla 6.3, muestra los valores de carga axial máxima resistidas por los ejemplares ERC1 y ERC3.

Tabla 6.3 Valores experimentales de las cargas máximas resistidas en los ensayos. Fuente: propia

Tipo de Ensayo	Nombre de la probeta	Carga axial P_{UR} (kN)
Columnas Reforzadas	ECR1	547
	ECR3	573

6.3.2 Modelaje numérico

Se utilizó un concreto para simular el núcleo de la columna con resistencia a la compresión promedio de 26,4 MPa y 30,4 MPa para los ejemplares ECR1 y ECR3 respectivamente. Por su parte el acero de refuerzo utilizado tiene una tensión de fluencia 413 MPa y 480 MPa para las barras longitudinales y transversales respectivamente.

Para el recrido de la sección transversal se utilizó un concreto con una resistencia a la compresión promedio de 16 MPa y 15,2 MPa para los ejemplares ECR1 y ECR3 respectivamente. Las características mecánicas del acero de refuerzo utilizado son las mismas

que para la columna original con una tensión de fluencia 413 MPa y 480 MPa para las barras longitudinales y transversales respectivamente.

En el modelaje de las probetas se aprovechó la simetría tanto de la geometría como de la carga para trabajar con la mitad de la columna, restringiendo todos los nodos de la sección media de la columna en el sentido longitudinal, lo cual equivale a un empotramiento móvil, representando así las condiciones de contorno de la mitad de la columna. En el extremo libre de la columna, extremo acartelado, se impuso un desplazamiento en la dirección longitudinal de la columna, en aquellos nodos localizados a una excentricidad de 100 mm desde el centroide de la sección original de la columna, simulando de esa forma la carga. La Figura 6.19 muestra un esquema del modelaje en elementos finitos de la mitad de la columna con su sección transversal recreada.

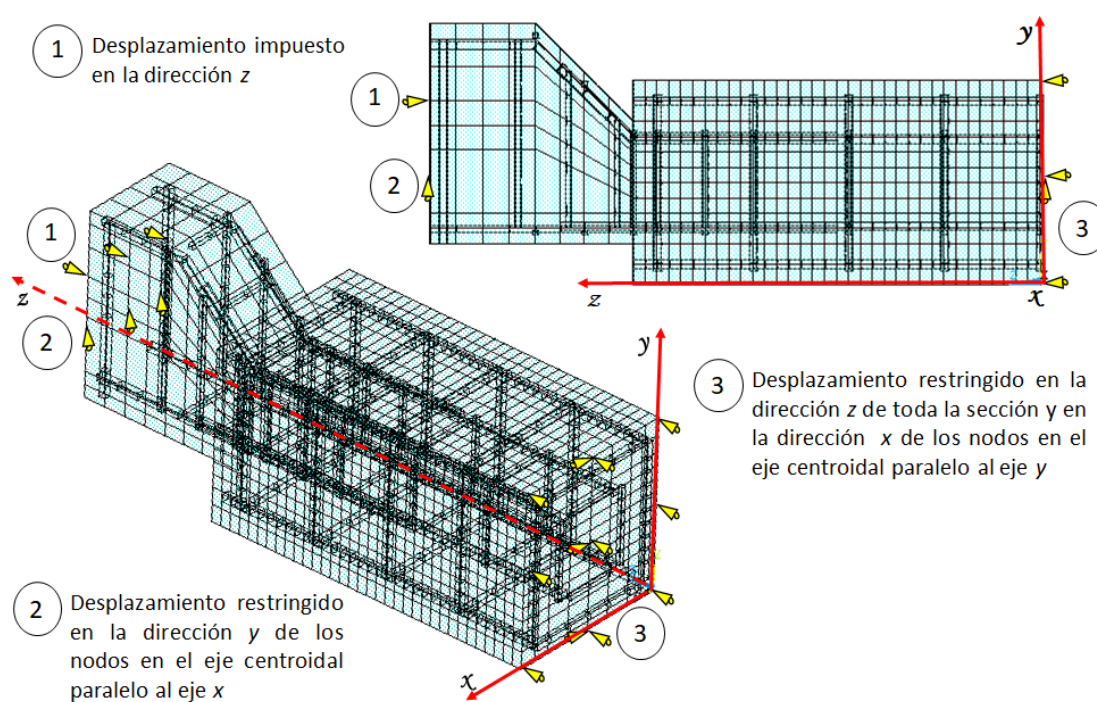


Figura 6.19 Esquema del modelo de elementos finitos de los ejemplares ECR1 y ECR3. Fuente: propia.

Los resultados de la simulación fueron 546 kN para el ejemplar ECR1 y 571 kN para ECR3, presentando diferencias de 0,2% y 0,3% respectivamente con los valores experimentales.

7. VALIDACIÓN Y VERIFICACIÓN DEL MODELO SIMPLIFICADO

El Modelo Simplificado fue validado con los mismos ensayos experimentales con que se calibro el modelo ANSYS con excepción del segundo caso de estudio, ya que en el mismo la falla se debió a corte y no a flexo-compresión. En este capítulo se describe el cálculo de la resistencia ultima con el Modelo Simplificado y se comparan sus resultados con los obtenidos tanto en los ensayos experimentales como en el modelaje con ANSYS. Posteriormente se verifican los resultados de una serie de modelos generados y simulados con ANSYS.

7.1 CASO 1, TRABAJO DE KRAINSKYI *et al* 2005

A continuación en las Tablas 7.1 a 7.6, se muestran los datos de entrada del Modelo Simplificado, los cuales se explican en el Capítulo 4 para los diferentes casos de estudio del trabajo de Krainskyi *et al* (2005).

Tabla 7.1 Datos de entrada de ensayos C01- C02. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	14	NA	NA	2,262	NA	2,6	NA	0,283	NA	20	NA

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	NA	63,7	NA	63,7	108	15	2	0	0	0	0	1

Tabla 7.2 Datos de entrada de ensayos CS-03-0,0 CS-04-0,0. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	3,89

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	61,1	63,7	63,7	63,7	108	15	2	0	0	0	0	1

Tabla 7.3 Datos de entrada de ensayos CS-05-0,3 CS-06-0,3. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	3,89

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	61,1	63,7	63,7	63,7	108	15	2	0	0,44	51	765	1

Tabla 7.4 Datos de entrada de ensayos CS-07-0,5 CS-08-0,5. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	3,89

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	61,1	63,7	63,7	63,7	108	15	2	0	0,44	88	1320	1

Tabla 7.5 Datos de entrada de ensayos CS-09-0,7 CS-10-0,7. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	3,89

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	61,1	63,7	63,7	63,7	108	15	2	0	0,44	122	1830	1

Tabla 7.6 Datos de entrada de ensayos CS-11-0,9 CS-12-0,9. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	3,89

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{ytc} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,77	61,1	63,7	63,7	63,7	108	15	2	0	0,44	147	2205	1

Como se puede apreciar en las Tablas 7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 y 7.6, los datos de la geometría son exactamente los mismos con excepción de la Tabla 7.1 que corresponde a la columna sin recrecido. El resto de las tablas se diferencian en el valor de la precarga del núcleo P_n y el momento de primer orden que genera esta carga M_n , los cuales varían según el programa de ensayos del estudio en cuestión.

Cabe resaltar que la variable β_n representa la relación entre la carga axial sobre el núcleo permanente mayorada y la carga axial total sobre el núcleo mayorada. En este caso la totalidad de la carga axial es permanente por lo que la variable debería tomar el valor de 1.

Ahora bien, esta variable existente en el código ACI 318-2014, busca tomar en cuenta la disminución de la rigidez a flexión de la columna debido a las deformaciones a largo plazo producidas por el flujo plástico, está pensada en tiempos de desarrollo de la fluencia que representen la vida útil de la estructura, lo cual es muy diferente al caso de un ensayo. Con la finalidad de representar lo más fiel posible las condiciones de ensayo, en las cuales esta carga apenas se mantuvo una duración aproximada de un mes, mientras se realizó el recrecido de la

columna y el concreto del mismo alcanzó la resistencia esperada, se pondero el valor de esta variable comparando el factor de fluencia para un tiempo de un mes con el factor de fluencia para 30 años, para lo cual se usaron las ecuaciones del *fib* Model Code 2010 que se muestran en el ítem 3.2 del presente trabajo, dando como resultado un factor β_n ponderado de 0.44.

También es importante señalar que a pesar que el modelo UserMat usado considera el cálculo de deformaciones diferidas por fluencia, el mismo no mostró un comportamiento satisfactorio para los ensayos simulados en el presente trabajo, por lo que las simulaciones en ANSYS se realizaron sin tomar en cuenta los efectos de la fluencia. Por lo tanto, con la finalidad de hacer una comparación coherente entre los resultados de las simulaciones con ANSYS y el Modelo Simplificado, se realizaron simulaciones adicionales con el Modelo Simplificado donde se toma el valor de 0 para el factor β_n de manera de despreciar el fenómeno de fluencia.

En la Tabla 7.7 se muestran los resultados del Modelo Simplificado, tanto los que toman en cuenta las deformaciones por fluencia como los que la ignoran, además se muestran los resultados de las simulaciones con ANSYS a manera de comparación.

Tabla 7.7 Resumen de las resistencias y diferencias obtenidas entre los valores experimentales y el modelaje numérico. Fuente: propia.

Caso de Carga	Resistencia en kN			Diferencia de los modelos numéricos en % respecto a ensayos experimentales					
	Probeta No 1	Probeta No 2	Valor Promedio	Modelo Ansys	Modelo simple	Modelo sin flujo	Modelo Ansys	Modelo Simple	Modelo sin flujo
1	176	172	174	173	177	177	-0,6	+1,7	+1,7
2	480	470	475	480	476	476	+1,1	+0,2	+0,2
3	460	468	464	470	457	464	+1,3	- 1,5	0
4	444	438	441	458	443	455	+3,9	+0,4	+3,2
5	420	440	430	443	429	447	+3,1	-0,2	+3,9
6	399	407	403	435	420	441	+7,9	+4,2	+9,4

Observando los resultados en la Tabla 7.7 se puede concluir:

En los casos 1 y 2, el Modelo Simplificado con y sin fluencia, arroja los mismos resultados ya que en estos casos no existe precarga.

Tanto el modelaje en ANSYS como el Modelo Simplificado muestran resultados muy aproximados a los experimentales, siendo que la máxima diferencia para ANSYS y el Modelo Simplificado tomando en cuenta la fluencia fue de 7,9% y 4,2% respectivamente. Ambos ocurrieron en el caso 6 en el que existía una precarga del núcleo equivalente al 90% de la resistencia del mismo. Para el caso de ANSYS era de esperar que a mayor fuerza de precarga

mayor sería la diferencia ya que el mismo no toma en cuenta los efectos por fluencia. Ya en el caso del Modelo Simplificado si bien el mismo toma en cuenta los efectos por fluencia, hay que recordar que el desarrollo de las deformaciones por fluencia tiene un comportamiento lineal para cargas menores al 40% de la resistencia a compresión del concreto, intervalo que seguramente fue el considerado por el ACI 318-2014, y para valores mayores de la carga de compresión sobre el concreto las deformaciones por fluencia presentan un comportamiento no lineal. Si por ejemplo se coloca en el Modelo Simplificado un valor de $\beta_n = 0,9$ en lugar del valor asumido de 0,44 nos da para la carga ultima $P_u = 402$ kN, teniendo una diferencia de apenas 0,2% con respecto al valor experimental.

Para los casos del 3 al 6, donde existen precarga del núcleo, los resultados de ANSYS se acercan más a los del Modelo Simplificado sin flujo plástico como era de esperarse

7.2 CASO 2, TRABAJO DE KALIYAPERUMAL *et al* 2009.

A continuación, en las Tablas 7.8 y 7.9, se muestran los datos de entrada del Modelo Simplificado para los ensayos ECR1 y ECR3 del trabajo de Kaliyaperumal *et al* (2009).

Tabla 7.8 Datos de entrada del ensayo ECR1. Fuente: propia.

H Cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_{tm} cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
15	15	5	2,262	2,262	3,9	3	0,503	0,503	7,5	15	2

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{yt} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	Cm
3,3	41,3	41,3	48	48	125	10	1	0	0	0	0	1

Tabla 7.9 Datos de entrada del ensayo ECR3. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_{tm} cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
15	15	5	2,262	2,262	3,9	3	0,503	0,503	7,5	15	1,9

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{yt} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	Cm
3,8	41,3	41,3	48	48	125	10	1	0	0	0	0	1

Los resultados del Modelo Simplificado fueron 556 kN y 557 kN para los ejemplares ECR1 y ECR3 respectivamente, lo cual representa una diferencia de +1,6% y -2,8% con respecto a

los valores experimentales, los cuales pueden verse en la Tabla 6.3, con respecto a los modelos realizados con ANSYS presentan diferencias de +1,8% y -2,5% respectivamente.

7.3. GENERACIÓN DE CASOS DE ESTUDIO USANDO ANSYS

Dada la poca cantidad de ensayos experimentales existentes en la bibliografía para poder validar el Modelo Simplificado, se procedió a generar una variedad de casos de estudio con la finalidad de hacer más representativa la muestra estudiada. Para ello se utilizó el programa ANSYS con el modelo personalizado de comportamiento del concreto aplicado anteriormente.

Los casos de estudio consistieron en columnas articuladas en ambos extremos de 3,20 m de longitud, sección transversal original cuadrada de 30 cm de lado reforzadas con una camisa de concreto armado de 10 cm de espesor, estribos cerrados de 5 mm de diámetro con una separación de 15 cm en la columna original y 7,5 cm en la camisa de refuerzo, tensión de fluencia de 420 MPa tanto para el acero transversal como longitudinal. Los parámetros que fueron variados en los diferentes modelos fueron los siguientes:

- Resistencia promedio del concreto (f'_{cr}) tanto de la columna como de la camisa
- Cuantía de acero longitudinal tanto de la columna como de la camisa de refuerzo
- Excentricidad de la carga axial aplicada

La Figura 7.1 muestra un esquema del modelaje en elementos finitos para la columna reforzada por encamisado. Se simuló la mitad de la misma aprovechando la simetría.

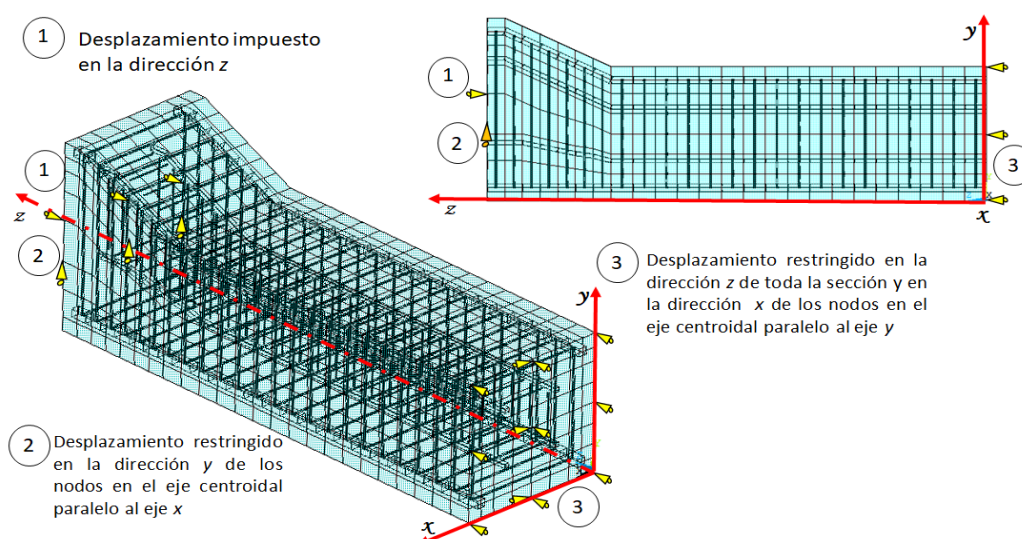


Figura 7.1 Esquema del modelo de elementos finitos para la columna reforzada. Fuente: propia.

A continuación se muestra en la Tabla 7.10, la variación de los parámetros en los diferentes modelos así como los resultados de las simulaciones hechas tanto con ANSYS como con el Modelo Simplificado.

Tabla 7.10 Descripción de los modelos generados en ANSYS y comparación de los resultados con el Modelo Simplificado. Fuente: propia.

Modelo	As Nucleo cm ²	As Camisa cm ²	f'_{cr} Nucleo kN/cm ²	f'_{cr} Camisa kN/cm ²	Excen. cm	P _N ANSYS kN	P _N Modelo Simplificado kN	Diferencia %	P _N /P _C
1-1	2,25x4	4x4	2,8	4,8	5	8409	8608	+2,3	0,2
1-2	2,25x4	4x4	2,8	4,8	15	4798	4840	+0,9	0,11
1-3	2,25x4	4x4	2,8	4,8	10	6397	6476	+1,2	0,15
2-1	6,75x4	4x4	2,8	4,8	5	8936	9114	+2,0	0,19
2-2	6,75x4	4x4	2,8	4,8	15	5059	5079	+0,4	0,11
2-3	6,75x4	4x4	2,8	4,8	10	6693	6802	+1,6	0,14
3-1	2,25x4	8x4	2,8	4,8	5	8889	9244	+3,8	0,16
3-2	2,25x4	8x4	2,8	4,8	15	5497	5491	-0,1	0,10
3-3	2,25x4	8x4	2,8	4,8	10	6903	7109	+2,9	0,13
4-1	6,75x4	8x4	2,8	4,8	5	9308	9752	+4,6	0,16
4-2	6,75x4	8x4	2,8	4,8	15	5634	5722	+1,5	0,10
4-3	6,75x4	8x4	2,8	4,8	10	7254	7445	+2,6	0,12
5-1	2,25x4	4x4	2,8	6,8	5	10564	10970	+3,7	0,23
5-2	2,25x4	4x4	2,8	6,8	15	6037	6089	+0,9	0,13
5-3	2,25x4	4x4	2,8	6,8	10	8066	8250	+2,2	0,17
6-1	6,75x4	4x4	2,8	6,8	5	11134	11492	+3,1	0,22
6-2	6,75x4	4x4	2,8	6,8	15	6218	6331	+1,8	0,12
6-3	6,75x4	4x4	2,8	6,8	10	8445	8585	+1,6	0,17
7-1	2,25x4	8x4	2,8	6,8	5	11080	11641	+4,8	0,19
7-2	2,25x4	8x4	2,8	6,8	15	6687	6783	+1,4	0,11
7-3	2,25x4	8x4	2,8	6,8	10	8663	8910	+2,8	0,15
8-1	2,25x4	4x4	4,8	6,8	5	11462	12107	+5,3	0,25
8-2	2,25x4	4x4	4,8	6,8	15	6023	6341	+5,0	0,13
8-3	2,25x4	4x4	4,8	6,8	10	8325	8828	+5,7	0,18
9-1	6,75x4	4x4	4,8	6,8	5	12513	12626	+0,9	0,24
9-2	6,75x4	4x4	4,8	6,8	15	6490	6593	+1,6	0,13
9-3	6,75x4	4x4	4,8	6,8	10	8909	9156	+2,7	0,18

Puede observarse en la penúltima columna de la Tabla 7.10, la ajustada correspondencia entre los resultados de ANSYS y el Modelo Simplificado para el cálculo de la resistencia axial nominal P_N , siendo la máxima diferencia de 5,7% para el caso 8-3.

Con la finalidad de evaluar los efectos del confinamiento en el concreto, se repitieron las tres primeras series de modelos con la única diferencia de tener un confinamiento mucho mayor, el cual consiste en estribos con barras de 12,7 mm de diámetro espaciadas cada 10,5 cm en la

columna original y barras de 16 mm de diámetro espaciadas cada 9 cm en el encamisado de refuerzo. En la Tabla 7.11 se observa la descripción de estos ensayos cuya nomenclatura es la misma con la única diferencia de la adición del apóstrofe (') en la misma.

Tabla 7.11. Modelos adicionales generados en ANSYS con un fuerte confinamiento y comparación de los resultados con el Modelo Simplificado. Fuente: propia.

Modelo	As Nucleo cm ²	As Camisa cm ²	f'_{cr} Nucleo kN/cm ²	f'_{cr} Camisa kN/cm ²	Excen. cm	P _N ANSYS kN	P _N Modelo Simplificado kN	Diferencia %	P _N /P _C
1'-1	2,25x4	4x4	2,8	4,8	5	9134	8993	-1,5	0,21
1'-2	2,25x4	4x4	2,8	4,8	15	4976	4981	+0,1	0,11
1'-3	2,25x4	4x4	2,8	4,8	10	6693	6710	+0,3	0,15
2'-1	6,75x4	4x4	2,8	4,8	5	9617	9499	+1,2	0,20
2'-2	6,75x4	4x4	2,8	4,8	15	5476	5225	-4,6	0,11
2'-3	6,75x4	4x4	2,8	4,8	10	7076	7034	-0,6	0,15
3'-1	2,25x4	8x4	2,8	4,8	5	9698	9653	-0,5	0,17
3'-2	2,25x4	8x4	2,8	4,8	15	5738	5665	-1,3	0,10
3'-3	2,25x4	8x4	2,8	4,8	10	7462	7376	-1,2	0,13

De la penúltima columna de la Tabla 7.11 correspondiente a la diferencia porcentual entre el modelo en ANSYS y el Modelo Simplificado se observa una buena correlación, siendo la máxima diferencia de -4,6 % correspondiente al modelo 3'-1.

En la última columna de las Tablas 7.10 y 7.11, se indica la relación entre la carga de compresión última de la columna P y la carga crítica por pandeo P_C , siendo que el valor máximo fue de 0.25 para el ejemplar 8-1, esto se hizo para estimar el máximo error que pudiese cometerse al ignorar el producto $\Psi P/P_C$ de la ecuación (3.17), donde Ψ es un coeficiente que depende del tipo de carga y varía aproximadamente entre ± 0.20 . En la peor de las hipótesis asumiendo que Ψ toma el valor extremo de 0.20, el error cometido sería de $\pm 0.20 \times 0.25 = \pm 0.05$, o lo que es lo mismo, $\pm 5\%$.

8 EJEMPLO DE APLICACIÓN DEL MODELO SIMPLIFICADO

Al momento de emprender un proyecto de refuerzo de una columna de concreto armado mediante recrecido de su sección transversal, es de primordial interés la determinación de la resistencia de la columna una vez realizado el refuerzo.

Es conocido que la resistencia de una columna se determina mediante el diagrama de interacción de la misma, ya que la carga de compresión máxima que puede soportar es función de la excentricidad con la cual esta es aplicada. En la generalidad de los casos resulta prácticamente imposible la descarga total de la columna en el momento de realizar el recrecido de la misma por lo que deberá tomarse en cuenta la influencia de estas cargas en la elaboración del diagrama de interacción.

En este capítulo se muestra un ejemplo de utilización del Modelo Simplificado para la determinación del diagrama de interacción de la columna recrecida tomando en consideración la influencia de la carga actuante al momento de realizar los trabajos de recrecido.

En el ejemplo se usará una columna con la geometría del primer caso de estudio para la validación del modelo de ANSYS. La Figura 8.1 muestra un esquema del modelo de la columna original y en la Figura 8.2 se observa el esquema del modelo de la columna recrecida.

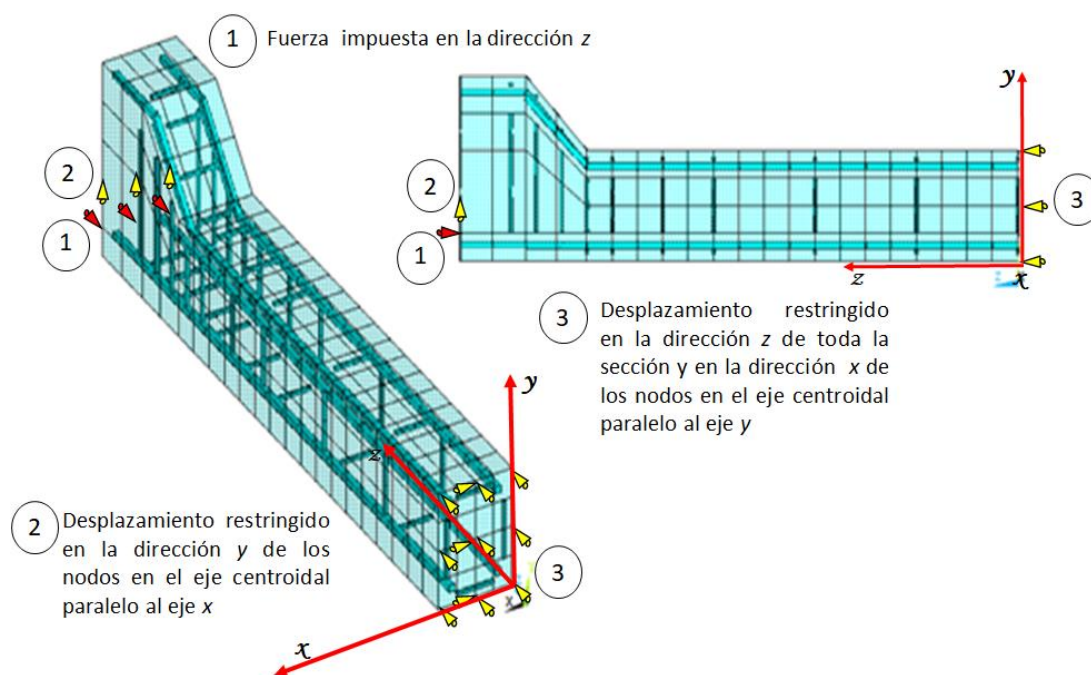


Figura 8.1 Esquema del modelo de elementos finitos de la columna original. Fuente: propia.

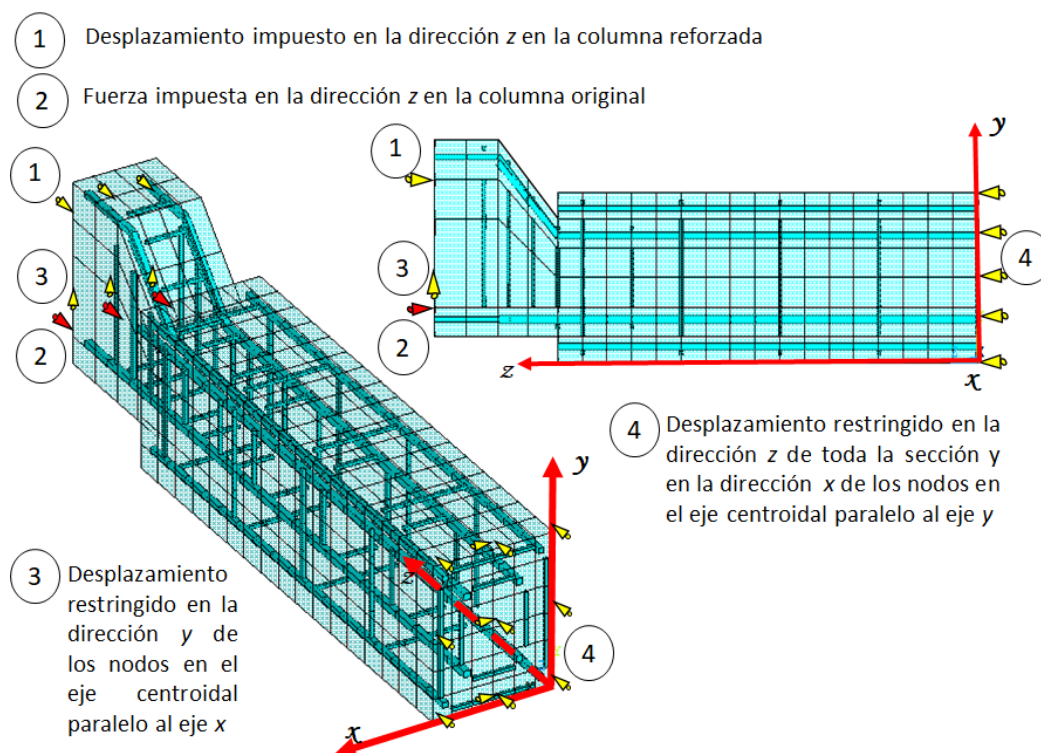


Figura 8.2 Esquema del modelo de elementos finitos de la columna recrecida. Fuente: propia.

Los concretos utilizados para la columna original y la camisa de recrecido tienen una resistencia promedio de $f'_{cr} = 2,8 \text{ kN/cm}^2$ y $f'_{cr} = 3,8 \text{ kN/cm}^2$ respectivamente. La columna original esta reforzada longitudinalmente con 4 barras de 12 mm de diámetro y la camisa de refuerzo con 4 barras de 10 mm de diámetro, mientras que el acero transversal de ambos consiste en estribos cerrados de 6 mm de diámetro separados a 20 cm, todas las barras usadas tienen un esfuerzo de fluencia $f_y = 62,3 \text{ kN/cm}^2$.

Para el ejemplo se supone que, durante el proceso de recrecido de la columna, la misma está sometida a una carga de compresión de 67,55 kN con una excentricidad de 4,5 cm. Para modelar esto en ANSYS se debe analizar la estructura en dos etapas, en la primera se usó la capacidad *Birth and Death*, para desactivar los elementos que conforman el refuerzo y sobre esta configuración se aplicó la carga de 67,55 kN a la excentricidad de 4,5 cm. Luego en la segunda etapa se reactivan los elementos del refuerzo y se aplica una carga a la excentricidad que queremos estudiar hasta producir la falla de la columna. De manera de comparación con el Modelo Simplificado, se repitió este procedimiento para excentricidades de 5cm, 10cm y 15cm del lado opuesto del eje centroidal como muestra la Figura 8.3.

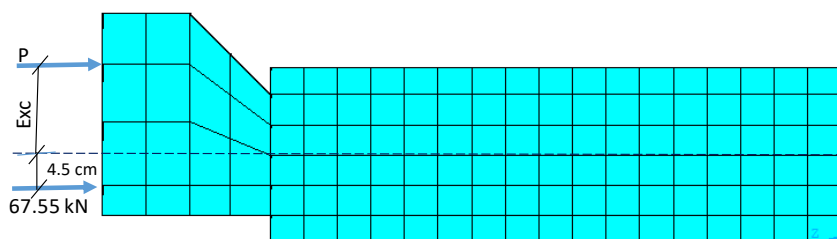


Figura 8.3 Ubicación de la precarga en el núcleo y la carga sobre la columna recrecida. Fuente: propia.

En la Tabla 8.1 se muestran los datos de entrada del Modelo Simplificado para el ejemplo de construcción de un diagrama de interacción, nótese que el momento aplicado sobre la columna original M_n es negativo, ya que la excentricidad de la carga sobre la columna original está del lado opuesto del eje centroidal con respecto a las excentricidades para las cuales se determinara la falla de la misma como se puede apreciar en la Figura 8.3.

Tabla 8.1 Datos de entrada del Modelo Simplificado. Fuente: propia.

H cm	B cm	D cm	A_{sc} cm ²	A_{sn} cm ²	r_c cm	r_n cm	A_{tc} cm ²	A_m cm ²	S_c cm	S_n cm	f'_{cc} kN/cm ²
18	12	4	1,571	2,262	2,5	2,6	0,283	0,283	20	20	4,47

f'_{cn} kN/cm ²	f_{yc} kN/cm ²	f_{yn} kN/cm ²	f_{yte} kN/cm ²	f_{ym} kN/cm ²	L cm	e_o cm	K_{euler}	β_d	β_n	P_n kN	M_n kN cm	C_m
3,29	62,3	62,3	62,3	62,3	103,5	5 10 15	2	0	0	67,55	-304	1

A continuación se muestra en la Tabla 8.2, la comparación de los resultados de los modelos de ANSYS y el Modelo Simplificado para las tres excentricidades estudiadas.

Tabla 8.2 Comparación entre los resultados de ANSYS y el Modelo Simplificado. Fuente: propia.

Excentricidad Cm	P_N ANSYS kN	P_N Modelo Simplificado kN	Diferencia %
5	1302	1236	-5,1
10	747	744	-0,4
15	540	510	-5,6

Los resultados de la Tabla 8.2 muestran que el Modelo Simplificado representa de manera adecuada la resistencia a flexo-compresión de una columna encamisada. En el ejemplo anterior no se tomó en cuenta el efecto de fluencia en las deformaciones de segundo orden por

la razón antes expuesta de que el modelo personalizado de ANSYS mostro problemas en representar la fluencia para niveles de compresión mayores al 20% de f'_{cr} .

Por lo tanto, para la construcción del diagrama de interacción de la columna encamisada se utiliza solo el Modelo Simplificado, asumiendo que tanto en la carga de compresión de la columna original como en la carga final sobre la columna, el 60% de la carga de compresión corresponde a carga permanente, por lo que los parámetros β_n y β_d toman el valor de 0,6. Adicionalmente se asume que la carga sobre la columna original en el momento del recrecido es de 122 kN con una excentricidad de 15cm, por lo que el valor del momento sobre el núcleo M_n toma el valor $122 \text{ kN} \times 15 \text{ cm} = 1830 \text{ kN.cm}$

En los casos como el ejemplo a desarrollar, donde la carga en el núcleo de la columna tiene una excentricidad diferente de cero, el diagrama de interacción debe tomar en cuenta si la excentricidad a la cual se determinarán P_N y M_N están del mismo lado ó del lado opuesto de la carga aplicada sobre el núcleo, por lo que se hace necesario estudiar los dos casos. En el archivo de datos del Modelo Simplificado estos se diferenciarán por el signo de M_n , en el caso que la excentricidad es del mismo lado que la precarga del núcleo M_n será positivo y caso contrario será negativo.

A continuación se muestra en las Tablas 8.3, 8.4 y 8.5, los resultados del Modelo Simplificado para los casos de $M_n > 0$, $M_n < 0$ y $M_n = 0$ respectivamente.

Tabla 8.3 Resultados del Modelo Simplificado cuando la precarga esta del mismo lado de la excentricidad $M_n > 0$. Fuente: propia.

Excentricidad Cm	Resistencia axial nominal P_N kN	Momento resistente nominal M_N kN x m
0	1724	0
0,1	1701	1,7
0,50	1616	8,08
1	1516	15,16
2,2	1306	28,73
3	1187	35,61
5	950	47,5
10	615	61,5
15	436	65,4
30	197	59,1
50	110	55
70	76	53,2
100	52	52
150	34	51
300	17	51

Tabla 8.4 Resultados del Modelo Simplificado cuando la precarga está del lado opuesto de la excentricidad $M_n < 0$. Fuente: propia.

Excentricidad Cm	Resistencia axial nominal P_N kN	Momento resistente nominal M_N kN x m
0	1724	0
1	2237	22,37
2,2	1943	42,75
3	1744	52,32
5	1354	67,7
10	789	78,9
15	534	80,1
30	224	67,2
50	118	59
70	80	56
100	54	54
150	35	52,5
300	17	51

Tabla 8.5 Resultados del Modelo Simplificado sin precarga del núcleo $M_n = 0$. Fuente: propia.

Excentricidad Cm	Resistencia axial nominal P_N kN	Momento resistente nominal M_N kN x m
0	2237	0
1	1853	18,53
2,2	1584	34,85
3	1432	42,96
5	1125	56,25
10	691	69,1
15	480	72
30	209	62,7
50	114	57
70	78	54,6
100	53	53
150	34	51

Con el propósito de facilitar la comparación de los resultados de los tres casos anteriores, se muestra en la Figura 8.4 los diagramas de interacción de la columna reforzada para cada uno de los casos.

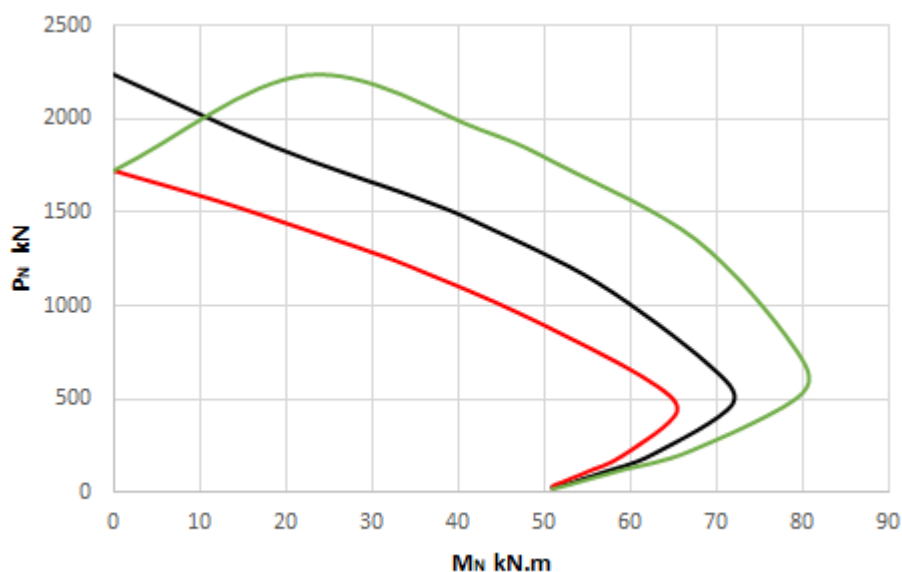


Figura 8.4 Diagramas de interacción para la columna reforzada para los casos: $M_n > 0$ curva roja; $M_n < 0$ curva verde; $M_n = 0$ curva negra. Fuente: propia.

Como se puede apreciar en la Figura 8.4, en el caso que $M_n > 0$, la carga última P_u para una excentricidad dada disminuye con respecto a la curva de interacción sin precarga en el núcleo, esto se debe a que al momento flector generado por la precarga se le suma el generado por la carga excéntrica en la columna encamisada, dando como resultado un valor efectivo de la excentricidad mayor, caso contrario ocurre cuando $M_n < 0$ en que los momentos se oponen dando como resultado una excentricidad efectiva menor y por lo tanto la carga última P_u para una excentricidad dada es mayor en comparación a la curva sin precarga en el núcleo. Con excepción del punto para excentricidad cero donde la carga última P_u disminuye y tiene el mismo valor que para la curva $M_n > 0$, esto se debe a la influencia del momento M_n aplicado en la columna original durante el refuerzo de la misma.

En los casos de estructuras que están sometidas a solicitaciones reversibles como el caso de las acciones sísmicas o de viento, es necesario utilizar ambos diagramas de interacción, tanto el correspondiente a $M_n > 0$ como aquel para $M_n < 0$ ya que los momentos flectores de las solicitaciones cambian de signo debido a la naturaleza reversible de las cargas.

9 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En el presente trabajo se generó un Modelo Simplificado capaz de calcular de forma aproximada la resistencia a flexo-compresión de columnas de concreto armado reforzadas mediante recrecido de su sección transversal.

La concordancia de los resultados del Modelo Simplificado con los ensayos experimentales muestra que la resistencia final de las columnas reforzadas no se afecta por el hecho de que la columna original este sometida a una carga de compresión al momento de realizar el recrecido de la sección. Las diferencias encontradas en la carga de compresión última P_u , con respecto a las columnas que son reforzadas mientras se encuentran descargadas, se debe al aumento de la sollicitación debido a los efectos de segundo orden (Esbeltez y fluencia) que ocurren cuando la carga de compresión sobre la columna original es aplicada de manera excéntrica.

La principal ventaja del Modelo Simplificado en comparación con un modelaje realizado con el método de los elementos finitos es el ahorro significativo de tiempo, tanto en la introducción de los datos como en el análisis.

El código ACI utiliza la ecuación (3.23) para el cálculo del factor de amplificación de momento en columnas esbeltas, donde hacen la salvedad que el término 0,75 en dicha ecuación es el factor de reducción de resistencia, diseñado para proporcionar un estimativo conservador de P_c .

En los ejemplos vistos en este trabajo donde se usó el Modelo Simplificado no se utilizó ese factor con la intención de representar, de la forma más precisa posible, los resultados de los ensayos experimentales, sin embargo, para efectos de diseño y en la mira de procurar estar siempre del lado de la seguridad, se sugiere utilizar ese factor el cual producirá estimativas de la carga última P_u más conservadoras.

La curva de interacción calculada con el Modelo Simplificado, como la del ejemplo en el capítulo 8, se refiere a la resistencia última de la columna, por lo tanto, para efectos de diseño se deberá afectar por los respectivos factores de disminución de resistencia de la norma que sea utilizada.

La hipótesis asumida de adherencia perfecta entre el concreto de la columna original y el del encamisado de refuerzo, mostro ser adecuada según las validaciones hechas con los ensayos

experimentales. Esta hipótesis se asumió a raíz de las recomendaciones de las investigaciones experimentales donde concluían que un tratamiento de chorro de arena o agua sobre la columna existente es suficiente para garantizar la adherencia perfecta, sin embargo, en aquellos casos donde la columna esté sometida a fuertes reversiones de carga como el caso de sismos, se recomienda el uso de conectores de barras de acero para evitar la degradación de la adherencia de la interfaz.

Una de las desventajas del refuerzo de columnas por recrecido de su sección transversal es la disminución del área útil en los edificios. El desarrollo de concretos de alta resistencia puede disminuir este inconveniente permitiendo espesores de camisas más pequeños, ahora bien, los trabajos experimentales realizados hasta el momento, sobre columnas encamisadas con concretos de alta resistencia, solo estudian el caso de cargas a compresión centradas, donde se muestra que la porción del concreto de alta resistencia que se ubica por fuera del acero transversal de las camisas, es decir el recubrimiento del encamisado, no colabora con la resistencia última de la columna a compresión, más el mecanismo de falla de este recubrimiento no está aún bien comprendido. Por lo tanto, se recomienda realizar estudios experimentales de columnas encamisadas con concretos de alta resistencia sometidas a compresión excéntrica para determinar su comportamiento.

REFERENCIAS

ACHILLOPOULOU, D.; PARDALAKIS, T.; KARABINIS, A. **Interface capacity of repaired concrete columns strengthened with RC jackets.** Transactions of the VŠB – Technical University of Ostrava. No. 2, Vol. 14, Civil Engineering Series, 2014.

ACI Committee 209, “**Prediction of Creep, Shrinkage and Temperature Effects in Concrete, Structures** (ACI 209R-92, Reapproved 1997),” ACI Manual of Concrete Practice, American, Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 47 pp.

ANSYS. **Mechanical APDL Theory Reference. 2013**

BETT, B.J.; KLINGNER, R.E.; JIRSA, J.O. **Lateral load response of strengthened and repaired reinforced concrete columns.** ACI Structural Journal Title no. 85-S48,1988

BLUME, J.A.; NEWMARK, N.M.; CORNING, L.H. **Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake.** Magazine of Concrete Research, 7(21), pp 121-132. 1961.

CÁNOVAS, F. M. **Patologia e Terapia do concreto armado.** São Paulo: Pini, 1988.

CHAN, W.L. **The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced frameworks.** Magazine of Concrete Research, 7(21), pp 121-132. 1955.

CHEN, W. F. **Limit analysis And soil plasticity.** Elsevier scientific publishing company New York 1975

CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for structural engineers.** Fort Lauderdale: J. Ross Publishing. 606p. 2007.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Concrete under multiaxial states of stress constitutive equations for practical design.** State-of-the-art report, Bulletin d’Information No 156, 1983.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **RC elements under cyclic loading.** State-of-the-art report, Bulletin d’Information No 230, 1996.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model code 2010.** Bulletin No 65, 2012.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON, **CEB-FIP Model Code 1990,** Thomas Telford Services, Ltd., London, 437 pp. 1993.

COSMIN, E.; CORNELIU, B.; SORIN, D.; CATALIN, B.; AURELIAN, G. **Solutions for Bond Improving of Reinforced Concrete Columns Jacketing.** Proceedings of the 11th WSEAS International Conference on Sustainability in Science Engineering. 2009.

ERSOY, U.; TANKUT, T.; SULEIMAN, R. **Behavior of jacketed columns.** ACI Struct J 1993.

Eurocode 8: **Design of structures for earthquake resistance - Part 3: Assessment and retrofitting of buildings**. European standard. Brussels. 2005.

fib **Special Activity Group 5 New Model Code**, “Model Code 2010,” Bulletins 55 and 56, International Federation for Structural Concrete (fib), Lausanne, Switzerland, 2010.

FIP. **Repair and strengthening of concrete structures: guide to good practice**. London: Thomas Telford. Página 104. 1991

JOHNSON, B. G. **Guide to stability design criteria for metal structures**. 3d., John Wiley and Sons, New York, 1976.

JOST, D. T. **Análise de peças fletidas com protensão não aderente pelo método dos elementos finitos**. 152f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Rio Grande do Sul. 2006.

JÚLIO, E.S.; BRANCO, F.; SILVA, V.D. **Structural rehabilitation of columns with reinforced concrete jacketing**. Prog. Struct. Engng Mater.; 5:29–37. 2003.

JÚLIO, E.S.; BRANCO, F.; SILVA, V.D. **Reinforced concrete jacketing – interface influence on monotonic loading response**. ACI Struct.; Vol.102, No.2, 2005.

JÚLIO, E.N.B.S.; BRANCO, F.A.B.; SILVA, V.D.; Lourenço, J.F. **Influence of added concrete compressive strength on adhesion to an existing concrete substrate**. Building and Environment 41, 2005.

JÚLIO, E.N.B.S.; BRANCO, F.A.B. **Reinforced concrete jacketing – interface influence on cyclic loading response**. ACI Struct.; Vol.105, No.4. 2008.

KENT, D.C.; PARK, R. **Flexural members with confined concrete**. Journal of Structural Division, ASCE, v.97, n.7, p.1969-1990. 1971.

KRAINSKYI, P.; BLIKHARSKIY, Z.; KHMIL, R. **Experimental Investigation Of Reinforced Concrete Columns Strengthened By Jacketing**. Journal of Multidisciplinary Engineering Science and Technology. Vol. 2 Issue 7, 2015.

LAMPROPOULOS, A.P.; DRITSOS, S.E. **Modelling of RC columns strengthened with RC jackets**. Earthq Eng Struct Dyn 2011.

LAZZARI, B. M. **Análise por elementos finitos de peças de concreto armado e protendido sob estados planos de tensão**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2015.

MACGREGOR, J. G.; BREEN, J. E.; PFRANG, E. O. **Design os slender concrete columns**, J. ACI, vol. 67, no. 1, pp. 6-28. 1970.

MACHADO, M. A. S. **Aplicação do método dos elementos finitos para a análise elastoviscoplastica de peças de concreto armado e protendido, submetidas a estados planos de tensão**. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

- MANDER, J.B.; PRIESTLEY, M.J.N.; PARK, R. **Observed stress-strain behavior of confined concrete**. Journal of Structural Engineering, ASCE, v.114, n.8, p.1827-1849, 1988.
- MARTINELLI, M. **Modelagem de situações de punção em lajes de concreto armado através do Método dos Elementos Finitos**. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, CPGEC, 168 p., 2003.
- MENÉTREY, P.H.; WILLAM, K.J. **Triaxial failure criterion for concrete and its generalization**. ACI Structural Journal, v. 92, n. 3, p. 311-318, 1995.
- MINDESS, S.; YOUNG, J. F.; DARWIN, D. **Concrete**. Prentice Hall, Pearson Education, Inc. Upper Saddle River, NJ 07458, 2003.
- NILSON, A. **Diseño de estructuras de concreto**. 12va ed. McGraw Hill, Colombia, 1999.
- OTTOSEN, N. S. **A failure criterion for concrete**. Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE, v. 103, n.4, p.527-535, 1977.
- OWEN, D. R. J.; HINTON, E. **Finite Elements in plasticity: theory and practice**. Swansea: Pineridge Press Limited, 1980.
- PAPANIKOLAOU, V.K.; STEFANIDOU, S.P.; KAPPOS, A.J. **The effect of preloading on the strength of jacketed R/C columns**. Constr Build Mater; 38:54–63, 2013.
- PARK R, P. M. **Ductility of square-confined columns**. J. Struct. Div.; 929-950. 1982.
- PRADO, E. P. **Intervenções em Estruturas de Concreto**. Dissertação de Mestrado Universidade de São Paulo - Escola Politécnica São Paulo 1998.
- PRATES, J. N. P. **Um modelo elasto-viscoplástico para análise de peças de concreto estrutural, submetidas a estados planos de tensão, através do método dos elementos finitos**. Porto Alegre, CPGEC/UFRGS, 131p. Dissertação de mestrado em Engenharia Civil. 1992.
- QUEVEDO, F. **Comportamento a longo prazo de túneis profundos revestidos com concreto: modelo em elementos finitos**, Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.
- RICHART, F.E.; BRADTZAEG, A.; BROWN, R. L. **A study of the failure of concrete under combined compressive stresses**, Bulletin No. 185, Engineering experimental station University of Illinois, Urbana, pp. 104. 1928.
- RODRIGUEZ, M.; EERI, M.; PARK, R. **Repair and strengthening of Reinforced Concrete Buildings for seismic Resistance**. Earthquake Spectra Vol. 7, No.3, 1991.
- ROY, H.E.H; SOZEN, M.A. **Ductility of concrete**. Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI., pp. 213-224. 1964.

SARGIN, M.; GLOSH, S.K.; HANDA, V.K. **Effects of lateral reinforcement upon strength and deformation properties of concrete.** Magazine of Concrete Research, v.23, n.75-76, p.99-110. 1971.

SCHMITZ, R. **Estrutura mista aço-concreto: análise de ponte composta por vigas de alma cheia.** Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Escola de Engenharia. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, 2017.

SOLIMAN, M.T.M., Yu, C.W. **The flexural stress-strain relationship of concrete confined by rectangular transverse reinforcement.** Magazine of Concrete Research, 19(61), pp 223-238.1967.

TAKEUTI, A. R. **Reforço de pilares de concreto armado por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho.** Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo. 1999.

TAKEUTI, A. R. **Comportamento resistente imediato e ao longo do tempo de pilares reforçados por meio de encamisamento com concreto de alto desempenho.** tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2003.

TAKEUTI, A.R.; DE HANAI, J.B.; MIRMIRAN, A. **Preloaded RC columns strengthened with high-strength concrete jackets under uniaxial compression.** Materials and Structures 2008.

THERMOU, G.E.; PAPANIKOLAOU, V.K.; KAPPOS, A.J. **Monolithicity factors for the design of R/C columns strengthened with R/C jackets.** Second European conference on Earthquake Engineering and Seismology, Istanbul 2014.

TIMOSHENKO, S. P., GERE, J. M. **Theory of elastic stability.** 3d ed., McGraw Hill, New York, 1969.

TSONOS, A.G. **Ultra-high-performance fiber reinforced concrete: an innovative solution for strengthening old R/C structures and for improving the FRP strengthening method.** WIT Transactions on Engineering Sciences, Vol 64, © WIT Press. 2009.

VALLE, E.G. **Estructuras de hormigón armado: refuerzo mediante hormigón y estructura metálica.** In: Curso de rehabilitación: 5. La Estructura. Madrid, Colegio Oficial de Arquitectos de Madrid. p.173-179. 1983.

VANDOROS, K.G.; DRITSOS, S.E. **Axial preloading effects when reinforced concrete columns are strengthened by concrete.** Prog Struct Eng Mater. 2006.

VANDOROS, K.G.; DRITSOS, S.E. **Interface treatment in shotcrete jacketing of reinforced concrete columns to improve seismic performance.** J. Struct Eng Mech; Vol.23, No.1. 2006.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced concrete, mechanics and design,** . 6ta ed. Pearson, New Jersey, 2012.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E.P. **Constitutive models for the triaxial behavior of concrete.** International Association of Bridge Structures, Proceeding, v. 19, p. 1-30, 1975.

APENDICE 1 PROGRAMA DEL MODELO SIMPLIFICADO

```

PROGRAM calculoE
implicit none
!***** Datos de entrada *****
DOUBLE PRECISION H! (cm) altura de la seccion de la columna original
DOUBLE PRECISION B! (cm) ancho de la columna original
DOUBLE PRECISION D! (cm) espesor de la camisa de concreto
DOUBLE PRECISION Asc!(cm2) area de acero longitudinal de la camisa por capa
DOUBLE PRECISION Asn! (cm2) area de acero longitudinal de la columna
original en cada capa
DOUBLE PRECISION recc! (cm) recubrimiento del acero de la camisa
DOUBLE PRECISION recn! (cm) recubrimiento del acero de la columna original
DOUBLE PRECISION Atc! (cm2) area transversal de los estribos de la camisa
DOUBLE PRECISION Atn! (cm2) area transversal de los estribos de la columna
original
DOUBLE PRECISION Sc! (cm) separacion de los estribos de la camisa
DOUBLE PRECISION Sn! (cm) separacion de los estribos de la columna original
DOUBLE PRECISION Fcc! (kN/cm2) F'c del concreto de la camisa
DOUBLE PRECISION Fcn! (kN/cm2) F'c del concreto de la columna original
DOUBLE PRECISION Fcp! (kN/cm2) F'c del concreto promedio entre la camisa y
la columna original
DOUBLE PRECISION Fyc! (kN/cm2) tension de fluencia del acero longitudinal
de la camisa
DOUBLE PRECISION Fyn! (kN/cm2) tension de fluencia del acero longitudinal
de la columna original
DOUBLE PRECISION Fytc! (kN/cm2) tension de fluencia del acero transversal
de la camisa
DOUBLE PRECISION Fytn! (kN/cm2) tension de fluencia del acero transversal
de la columna original
DOUBLE PRECISION L! (cm) longitud de la columna original
DOUBLE PRECISION Beta1c! factor beta 1 del concreto de la camisa
DOUBLE PRECISION Beta1p! factor beta 1 del concreto promedio entre la
camisa y la columna original
DOUBLE PRECISION Betad! relacion entre axial muerta mayorada y axial total
mayorada
DOUBLE PRECISION BetaN! relacion entre axial muerta mayorada y axial total
del Nucleo mayorada
DOUBLE PRECISION Ec ! modulo de young del concreto de la camisa kN/cm2
DOUBLE PRECISION En ! modulo de young concreto columna original kN/cm2
DOUBLE PRECISION Kc ! coeficiente de confinamiento de Park para el concreto
contenido dentro de los estribos de la camisa
DOUBLE PRECISION Kn ! coeficiente de confinamiento de Park para el concreto
contenido dentro de los estribos de la columna original
DOUBLE PRECISION Exc! valor de la excentricidad para el que se quiere
calcular Pu
DOUBLE PRECISION Exc1! valor de la excentricidad para C1
DOUBLE PRECISION Exc2! valor de la excentricidad para C2
DOUBLE PRECISION C1 !profundidad del eje neutro 1, para interpolar en cm
DOUBLE PRECISION C2 !profundidad del eje neutro 2, para interpolar en cm
DOUBLE PRECISION CN(100000) !profundidad del eje neutro 2, para interpolar
en cm
DOUBLE PRECISION E1 ! excentricidad 1, para interpolar en cm
DOUBLE PRECISION E2 ! excentricidad 2, para interpolar en cm
DOUBLE PRECISION Excn ! valor de la excentricidad para C
DOUBLE PRECISION primerC
DOUBLE PRECISION primerErr

```

```

DOUBLE PRECISION segundoC
DOUBLE PRECISION segundoErr
DOUBLE PRECISION Err1 ! error para C1
DOUBLE PRECISION Err2 ! error para C2
DOUBLE PRECISION Err ! error para C
DOUBLE PRECISION C ! profundidad del eje neutro en cm
DOUBLE PRECISION E ! excentricidad total de la carga aplicada en cm
DOUBLE PRECISION Pc ! P critico de la columna por esbeltez
DOUBLE PRECISION Pcn ! P critico del nucleo de la columna por esbeltez
DOUBLE PRECISION Pu ! carga ultima de la columna kN
DOUBLE PRECISION PrecN ! precarga del nucleo de la columna kN
DOUBLE PRECISION Mu ! momento ultimo de la columna kN*cm
DOUBLE PRECISION MN ! momento en el nucleo por la precarga
DOUBLE PRECISION Mo ! momento inicial aplicado a la columna
DOUBLE PRECISION Keuler ! factor K paracalculo de P critico de la columna
por esbeltez
DOUBLE PRECISION EIt ! E*inercia equivalente de la seccion total
DOUBLE PRECISION EIN ! E*inercia equivalente de la seccion del nucleo
DOUBLE PRECISION DeltaE ! aumento de la excentricidad debido a la esbeltez
de la seccion recrecida
DOUBLE PRECISION DeltaEn ! aumento de la excentricidad debido a la esbeltez
del nucleo en la precarga
DOUBLE PRECISION Cm! factorde la relacion entre los momentos extremos
Cm=0.6+0.4 M1/M2>0.4
DOUBLE PRECISION DC
PARAMETER Pi=3.1415927
PARAMETER Es=21000.0 ! ! modulo de young del acero kN/cm2
INTEGER I! CONTADOR
!
OPEN(10,FILE='DATOScolumnaencamisada.txt')
  READ(10,*) H, B, D, Asc, Asn, recc, recn, Atc, Atn, Sc, Sn,
&   Fcc, Fcn, Fyc, Fyn, Fytc, Fytn, L, Exc, Keuler,Betad,
&   BetaN, PrecN, MN, Cm
  CLOSE(10)

  OPEN(10,FILE='RESULTADOScolumnaencamisada.txt')
  Ec=1510*(Fcc)**0.5! calculo del modulo de elasticidad del concreto de la
camisa en kN/cm2
  if (Fcc>5) Ec=384*(10*Fcc)**0.5
  En=1510*(Fcn)**0.5! calculo del modulo de elasticidad del concreto de la
columna original en kN/cm2
  if (Fcn>5) En=384*(10*Fcn)**0.5
  EIt=(0.2*En*((B*H**3)/12+((B+2*D)*(H+2*D)**3-(B*H**3))*Ec/En/12)+
&  2*Es*(Asc*(H/2+D-recc)**2+Asn*(H/2-recn)**2))/(1+Betad)! calculo de E x
la inercia equivalente de la seccion recrecida
  !
  Pc=Pi**2*EIt/(Keuler*L)**2 !carga critica de la columna recrecida
  !
  EIN=(0.2*En*(B*H**3)/12+2*Es*(Asn*(H/2-recn)**2))/(1+BetaN)!calculo de E x
la inercia equivalente del nucleo
  !
  Pcn=Pi**2*EIN/(Keuler*L)**2 !carga critica del nucleo de la columna
  !   DeltaEn=MN/PrecN*(Pcn*Cm-Pcn+PrecN)/(Pcn-PrecN)
  IF (PrecN==0) PrecN=0.001
  DeltaEn=(MN/PrecN)*(Cm*Pcn-Pcn+PrecN)/(Pcn-PrecN)

  Mo=Pcn*MN*Cm/(Pcn-PrecN)!Mo igual a MN mayorado por efecto de segundo orden
  Kc=1+Fytc/Fcc*(2*(H+B-4*recc+4*D)*Atc/(Sc*(B+2*D-2*recc)*
& (H+2*D-2*recc))! coeficiente de confinamiento de Park

```

```

! para el concreto contenido dentro de los estribos de la camisa
Kn=Kc+Fytn/Fcn*(2*(H+B-4*recl)*Atn/(Sn*(B-2*recl)*(H-2*recl)))! Coeficiente
De confinamiento de Park para el concreto contenido dentro de los estribos
de la columna original
! calculo de beta 1 del concreto de la camisa
IF (Fcc<5.6) THEN
    Beta1c=0.85-(Fcc-2.8)/14
ELSE
    Beta1c=0.65
END IF
IF (Beta1c>0.85) Beta1c=0.85
! calculo del F'c promedio entre la camisa y la columna original
Fcp=(Fcc*2*D+Fcn*B)/(B+2*D)
! calculo de beta1 del concreto promedio entre la columna original y la
camisa
IF (Fcp<5.6) THEN
    Beta1p=0.85-(Fcp-2.8)/14
ELSE
    Beta1p=0.65
END IF
IF (Beta1p>0.85) Beta1p=0.85

DC=(H+2*D)/100
CN(1)=DC
DO I=2,1000,1
    CN(I)=CN(I-1)+DC
END DO
    CALL EXCENTRICIDAD(E, CN(1), H, B, D, recc, recl, Es, Fyc, Fyn,
& Fcc, Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu, Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

Err1=E-DeltaE-Exc
    CALL EXCENTRICIDAD(E, CN(2), H, B, D, recc, recl, Es, Fyc, Fyn,
& Fcc, Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu, Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

Err2=E-DeltaE-Exc
primerC=CN(1)
primerErr=Err1
IF (ABS(Err2)<ABS(Err1)) THEN
    primerC=CN(2)
    primerErr=Err2
    segundoC=CN(1)
    segundoErr=Err1
ELSE
    segundoC=CN(2)
    segundoErr=Err2
END IF

DO I=3,1000,1
    CALL EXCENTRICIDAD(E, CN(I), H, B, D, recc, recl, Es, Fyc, Fyn,
& Fcc, Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu, Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

    Err=E-DeltaE-Exc
    IF (ABS(Err)<ABS(primerErr)) THEN

        segundoC=primerC
        segundoErr=primerErr

```



```

        primerC=CN(I)
        primerErr=Err

    ELSE IF (ABS(Err)<ABS(segundoErr)) THEN
        segundoC=CN(I)
        segundoErr=Err
    END IF
END DO
C1=primerC
C2=segundoC
! calculo de la excentricidad 2 y 1 correspondiente
CALL EXCENTRICIDAD(E2, C2, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn, Fcc,
& Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu, Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

CALL EXCENTRICIDAD(E1, C1, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn, Fcc,
& Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu, Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

C=C1+(C2-C1)/(segundoErr-primerErr)*(Exc+DeltaE-E1)

CALL EXCENTRICIDAD(E, C, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn, Fcc,
& Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu,Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

DO WHILE (ABS(E-DeltaE-Exc)>0.001)

    IF (ABS(Exc+DeltaE-E1)<ABS(Exc+DeltaE-E2)) THEN
        C2=C
    ELSE
        E1=E
        C1=C
    END IF

    C=C1+(C2-C1)/(E2-E1)*(Exc+DeltaE-E1)
    IF (C.LE.0) C=0.8*recc
    CALL EXCENTRICIDAD(E, C, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn, Fcc,
& Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu,Asc,Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)

    DO WHILE (E.LT.0)
        C=1.2*C
        CALL EXCENTRICIDAD(E, C, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn, Fcc,
& Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu,Asc, Asn,
& DeltaEn, Cm, Mo)
    END DO
END DO
! OPEN(10,FILE='RESULTADOScolumnaencamisada.RES')
WRITE(10,*) 'C=',C,'cm'
WRITE(10,*) 'Delta=',DeltaE,'cm'
WRITE(10,*) 'DeltaEn=',DeltaEn,'cm'
WRITE(10,*) 'Pufinal=',Pu,'kN'
WRITE(10,*) 'Mufinal=',Mu,'kNxcm'
WRITE(10,*) 'factor de amplificacion=',Cm/(1-Pu/Pc)
CLOSE(10)
END PROGRAM calculoE
SUBROUTINE EXCENTRICIDAD(E, C, H, B, D, recc, recn, Es, Fyc, Fyn,
& Fcc, Fcn, Kc, Kn, Beta1c, Beta1p, DeltaE, Pc, Pu, Mu,

```

```

& Asc, Asn, DeltaEn, Cm, Mo)
!xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
! FUNÇÃO: Determina la excentricidad e de una columna para
! una profundidad del eje neutro C dada
! PROGRAMADOR: José Rafael Yépez Aguirre
! SITUAÇÃO: revision
! ÚLTIMA ATUALIZAÇÃO: 16/04/2019
!xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx
! variables de entrada y/o salida
DOUBLE PRECISION C! profundidad del eje neutro en cm
DOUBLE PRECISION CN(100000)! profundidad del eje neutro en cm
DOUBLE PRECISION H! altura de la columna original en cm
DOUBLE PRECISION B! ancho de la columna original en cm
DOUBLE PRECISION D! espesor de la camisa en cm
DOUBLE PRECISION recc! recubrimiento del acero de la camisa en cm
DOUBLE PRECISION recn! recubrimiento del acero de la columna original en cm
DOUBLE PRECISION Asc!(cm2)area de acero longitudinal de la camisa por capa
DOUBLE PRECISION Asn! (cm2) area de acero longitudinal de la columna
original en cada capa
DOUBLE PRECISION Fyc! tension de fluencia del acero longitudinal de la
camisa en kN/cm2
DOUBLE PRECISION Fyn! tension de fluencia del acero longitudinal de la
columna original en kN/cm2
DOUBLE PRECISION Fcc! F'c del concreto de la camisa en kN/cm2
DOUBLE PRECISION Fcn! F'c del concreto de la columna original en kN/cm2
DOUBLE PRECISION Beta1c! factor beta1 del concreto de la camisa
DOUBLE PRECISION Beta1n! factor beta1 del concreto de la columna original
DOUBLE PRECISION Beta1p! factor beta1 del concreto promedio entre la
columna original y la camisa
DOUBLE PRECISION DeltaE ! aumento de la excentricidad debido a la esbeltez
columna recrecida
DOUBLE PRECISION DeltaEn ! aumento de la excentricidad debido a la esbeltez
columna original
DOUBLE PRECISION E! excentricidad en cm =Mu/Pu
DOUBLE PRECISION Pc ! P critico de la columna por esbeltez
DOUBLE PRECISION Kc ! coeficiente de confinamiento de Park para el concreto
contenido dentro de los estribos de la camisa
DOUBLE PRECISION Kn ! coeficiente de confinamiento de Park para el concreto
contenido dentro de los estribos de la columna original
! variables internas
INTEGER caso! casos de calculo segun la profundidad del eje neutro
DOUBLE PRECISION e1! deformacion unitaria barra 1
DOUBLE PRECISION e2! deformacion unitaria barra 2
DOUBLE PRECISION e3! deformacion unitaria barra 3
DOUBLE PRECISION e4! deformacion unitaria barra 4
DOUBLE PRECISION F1! fuerza acero 1 en kN
DOUBLE PRECISION F2! fuerza acero 2 en kN
DOUBLE PRECISION F3! fuerza acero 3 en kN
DOUBLE PRECISION F4! fuerza acero 4 en kN
DOUBLE PRECISION FC! fuerza del concreto en kN
DOUBLE PRECISION MC! Momento del concreto en kN*cm
DOUBLE PRECISION Pu! fuerza ultima de la columna en kN
DOUBLE PRECISION Mu! momento ultimo de la columna en kN*cm
DOUBLE PRECISION Cm!
DOUBLE PRECISION Mo! momento inicial aplicado a la columna

! calculo de las deformaciones y las fuerzas en cada capa de acero
e1=0.003/C*(C-recc)
e2=0.003/C*(C-(D+recn))

```

```

e3=0.003/C*(C-(D+H-recn))
e4=0.003/C*(C-(2*D+H-recc))
F1=e1*Es
if (abs(F1)>Fyc) F1=sign(Fyc,F1)
F1=F1*Asc
F2=e2*Es
if (abs(F2)>Fyn) F2=sign(Fyn,F2)
F2=F2*Asn
F3=e3*Es
if (abs(F3)>Fyn) F3=sign(Fyn,F3)
F3=F3*Asn
F4=e4*Es
if (abs(F4)>Fyc) F4=sign(Fyc,F4)
F4=F4*Asc
if (C.LE.(recc/Beta1c)) caso=1
if ((recc/Beta1c).LT.C.AND.C.LE.(D/Beta1c)) caso=2
if ((D/Beta1p).LT.C.AND.C.LE.((D+recn)/Beta1p)) caso=3
if (((D+recn)/Beta1p).LT.C.AND.C.LE.((D+H-recn)/Beta1p)) caso=4
if (((D+H-recn)/Beta1p).LT.C.AND.C.LE.((D+H)/Beta1p)) caso=5
if (((D+H)/Beta1p).LT.C.AND.C.LE.((2*D+H-recc)/Beta1p)) caso=6
if (((2*D+H-recc)/Beta1p).LT.C.AND.C.LE.((2*D+H)/Beta1p)) caso=7
if (((2*D+H)/Beta1p).LT.C) caso=8

SELECT CASE (caso)
CASE(1)
  FC=0.85*Fcc*(B+2*D)*Beta1c*C
  MC=FC/2*(H+2*D-Beta1c*C)
CASE(2)
  FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc+2*recc*(Beta1c*C-recc)+
& (2*(D-recc)+B)*(Beta1c*C-recc)*Kc)
  MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+
& 2*recc*(Beta1c*C-recc)*(H/2+D-(Beta1c*C+recc)/2)+
& (2*(D-recc)+B)*(Beta1c*C-recc)*Kc*
& (H/2+D-(Beta1c*C+recc)/2))
CASE(3)
  FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc+2*recc*(D-recc)+
& (2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc+2*recc*(Beta1p*C-D)+2*(D-recc)*
& (Beta1p*C-D)*Kc)+0.85*Fcn*B*(Beta1p*C-D)*Kc
  MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+2*recc*(D-recc)*
& (H+D-recc)/2+(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc*(H+D-recc)/2+2*recc*
& (Beta1p*C-D)*(H-Beta1p*C+D)/2+2*(D-recc)*(Beta1p*C-D)*Kc*
& (H-Beta1p*C+D)/2)+0.85*Fcn*B*(Beta1p*C-D)*Kc*(H-Beta1p*C+D)/2
CASE(4)
  FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc+2*recc*(D-recc)+
& (2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc+2*recc*recn+2*(D-recc)*
& recn*Kc+2*recc*(Beta1p*C-D-recn)+2*(D-recc)*
& (Beta1p*C-D-recn)*Kc)+0.85*Fcn*Kc*(B*recn+2*recn*
& (Beta1p*C-D-recn))+0.85*Fcn*Kn*(B-2*recn)*(Beta1p*C-D-recn)
  MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+2*recc*(D-recc)*
& (H+D-recc)/2+(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc*(H+D-recc)/2+2*recc*
& recn*(H-recn)/2+2*(D-recc)*recn*Kc*(H-recn)/2+2*recc*
& (Beta1p*C-D-recn)*(H+D-recn-Beta1p*C)/2+2*(D-recc)*
& (Beta1p*C-D-recn)*Kc*(H+D-recn-Beta1p*C)/2)+0.85*Fcn*Kc*(B*recn*
& (H-recn)/2+ 2*recn*(Beta1p*C-D-recn)*(H+D-recn-Beta1p*C)/2)+
& 0.85*Fcn*Kn*(B-2*recn)*(Beta1p*C-D-recn)*(H+D-recn-Beta1p*C)/2
CASE(5)
  FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc+2*recc*(D-recc)+
& (2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc+2*recc*recn+2*(D-recc)*
& recn*Kc+2*recc*(H-2*recn)+2*(D-recc)*(H-2*recn)*Kc+

```

```

& 2*recc*(Beta1p*C-H-D+recc)+2*(D-recc)*(Beta1p*C-H-D+recc)*Kc)+
& 0.85*Fcn*Kc*(B*recc+2*recc*(H-2*recc)+B*(Beta1p*C-H-D+recc))+
& 0.85*Fcn*Kn*(B-2*recc)*(H-2*recc) !
MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+2*recc*(D-recc)*
& (H+D-recc)/2+(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc*(H+D-recc)/2+2*recc*
& recc*(H-recc)/2+2*(D-recc)*recc*Kc*(H-recc)/2+
& 2*recc*(Beta1p*C-H-D+recc)*(D+recc-Beta1p*C)/2+2*(D-recc)*
& (Beta1p*C-H-D+recc)*Kc*(D+recc-Beta1p*C)/2)+0.85*Fcn*Kc*(B*recc
& (H-recc)/2+B*(Beta1p*C-H-D+recc)*(D+recc-Beta1p*C)/2) !
CASE(6)
FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc+2*recc*(Beta1p*C-H-recc)+
& (2*(D-recc)+B)*(Beta1p*C-H-recc)*Kc+2*recc*recc+2*(D-recc)*
& recc*Kc+2*recc*(H-2*recc)+2*(D-recc)*(H-2*recc)*Kc+
& 2*recc*recc+2*(D-recc)*recc*Kc)+
& 0.85*Fcn*Kc*(B*recc+2*recc*(H-2*recc)+B*recc)+
& 0.85*Fcn*Kn*(B-2*recc)*(H-2*recc)
MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+2*recc*(D-recc)*
& (H+D-recc)/2+(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc*(H+D-recc)/2+2*
& recc*(Beta1p*C-H-D)*(D-Beta1p*C)/2+(2*(D-recc)+B)*
& (Beta1p*C-H-D)*Kc*(D-Beta1p*C)/2)
CASE(7)
FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*(recc+(Beta1p*C-2*D-H+recc))+4*recc*
& (D-recc)+2*(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc+2*recc*recc+2*(D-recc)*
& recc*Kc+2*recc*(H-2*recc)+2*(D-recc)*(H-2*recc)*Kc+
& 2*recc*recc+2*(D-recc)*recc*Kc)+
& 0.85*Fcn*Kc*(B*recc+2*recc*(H-2*recc)+B*recc)+
& 0.85*Fcn*Kn*(B-2*recc)*(H-2*recc)
MC=0.85*Fcc*((B+2*D)*recc*(H/2+D-recc/2)+
& (B+2*D)*(Beta1p*C-2*D-H+recc)*(recc-Beta1p*C)/2)
CASE(8)
FC=0.85*Fcc*((B+2*D)*2*recc+4*recc*(D-recc)+
& 2*(2*(D-recc)+B)*(D-recc)*Kc+4*recc*recc+4*(D-recc)*
& recc*Kc+2*recc*(H-2*recc)+2*(D-recc)*(H-2*recc)*Kc)+
& 0.85*Fcn*Kc*(2*B*recc+2*recc*(H-2*recc))+
& 0.85*Fcn*Kn*(B-2*recc)*(H-2*recc)
!
MC=0
END SELECT
Pu=F1+F2+F3+F4+FC
Mu=(F1-F4)*(H/2+D-recc)+(F2-F3)*(H/2-recc)+MC
E=Mu/Pu!excentricidad total en la seccion que falla

DeltaE=((Mu-Mo)*(Pc*Cm-Pc+Pu)/(Pc*Cm*Pu))+DeltaEn! !0.75*Pc por Pc
!
RETURN
END SUBROUTINE EXCENTRICIDAD

```

APENDICE 2 SCRIPT DEL TESTE CS-11-0,9; CS-12-0,9

```

FINISH ! Make sure we are at BEGIN level
/CLEAR,NOSTART ! Clear model since no SAVE found

ALN1=1.131! area de las cabillas longitudinales nucleo
ALN2=0.785! area de las cabillas longitudinales camisa
ALN3=0.911! area de las cabillas longitudinales mensula
ATN=0.283!0.376 por 0.283 area de las cabillas transversales
FY1=62.3 ! fluencia acero longi nucleo
ES=2.1E4 ! MODULO ELASTICO DEL ACERO
FY2=5.95
ES2=2720

! Propriedades dos materiais
fck=2.97!3.2 POR 3.03 ! Resistência carac.a compr. do concr. (kN/cm2)
fck2=3.09
Ec=0
vc=0.2 ! Coef. de Poisson do concreto
analise=22.002 ! Informações da análise
cimento=2 ! tipo de cimento(1-endurecimento lento,2-endurecimento normal,3-endurecimento rápido)
agregado=2

/PREP7
!*****
!***** DEFINIENDO TIPOS DE ELEMENTOS
!*****
!/GO

ET,1,SOLID186
KEYOPT,1,2,1! opcion full integración
KEYOPT,1,3,0 ! solido estructural homogeneo
KEYOPT,1,6,0 ! formulacion desplazamiento puro

!*****DEFINIENDO TIPOS DE MATERIALES
-----
! COMPORTAMENTO DO CONCRETO
! Material Model from the Customer
TB,USER,1,1,13, !material definido por usuario numero 1 con 1 temperatura y 13 parametros
TBTEMP,0
TBDATA,,Ec,vc,fck,cimento,agregado,analise

! COMPORTAMENTO DO AÇO
MP,EX,2,ES ! Acero long del nucleo
MP,PRXY,2,0,3 !
TB,BKIN,2,1 ! DEFINE NON-LINEAR MATERIAL PROPERTY FOR STEEL
TBTEMP,0 !
TBDATA,1,FY1,0 ! Fluencia del acero Long del nucleo y rigidez Post-fluencia

! COMPORTAMENTO DO AÇO
MP,EX,3,ES2 ! Acero long del nucleo
MP,PRXY,3,0,3 !
TB,BKIN,3,1 ! DEFINE NON-LINEAR MATERIAL PROPERTY FOR STEEL
TBTEMP,0 !
TBDATA,1,FY2,0 ! Fluencia del acero Long del nucleo y rigidez Post-fluencia

! COMPORTAMENTO DO CONCRETO 2
! Material Model from the Customer
TB,USER,4,1,13, !material definido por usuario numero 1 con 1 temperatura y 13 parametros
TBTEMP,0
TBDATA,,Ec,vc,fck2,cimento,agregado,analise

!*****GENERACION DE LA GEOMETRIA*****
!***** GENERACION DE NODOS

N,1,0,0,0
N,2,3,0,0
NGEN,5,1,2,,,3.5,0,0
N,7,20,0,0

```

NGEN,2,7,1,7,1,0,4,0
 NGEN,5,7,8,14,1,0,4,5,0
 NGEN,2,7,36,42,1,0,4,0
 NGEN,18,49,1,49,1,0,0,5

NGEN,2,41,842,846,1,0,0,6
 NGEN,2,39,849,853,1,0,0,6
 NGEN,2,37,856,860,1,0,4,5,6
 NGEN,2,35,863,867,1,0,5,25,6
 NGEN,2,33,870,874,1,0,6,6

NGEN,2,25,883,892,1,0,0,6
 NGEN,2,25,893,897,1,0,4,5,6

NGEN,2,25,898,902,1,0,5,25,6
 NGEN,2,25,903,907,1,0,6,6
 NGEN,3,25,908,932,1,0,0,6,5

!***** GENERACION DE ELEMENTOS SOLIDOS DE CONCRETO

!*****ELEMENTOS DEL NUCLEO

TYPE,1
 MAT,1

E,10,9,16,17,59,58,65,66 !
 EGEN,4,1,1
 EGEN,4,7,1,4,1
 EGEN,17,49,1,16,1

E,843,842,849,850,884,883,888,889
 EGEN,4,1,273
 E,850,849,856,857,889,888,893,894
 EGEN,4,1,277
 E,857,856,863,864,894,893,898,899
 EGEN,4,1,281
 E,864,863,870,871,899,898,903,904
 EGEN,4,1,285
 E,884,883,888,889,909,908,913,914
 EGEN,4,1,289
 EGEN,4,5,289,292,1
 EGEN,2,25,289,304,1
 E,934,933,938,939,959,958,963,964
 EGEN,4,1,321
 EGEN,2,5,321,324,1
 MAT,3
 E,944,943,948,949,969,968,973,974
 EGEN,4,1,329
 EGEN,2,5,329,332,1

!*****ELEMENTOS DE LA CAMISA

MAT,4

E,2,1,8,9,51,50,57,58
 EGEN,6,1,337
 EGEN,5,7,337,342,5
 EGEN,2,7,349
 EGEN,6,1,351
 EGEN,17,49,337,356!
 esel,s,elem,,269,272,1
 esel,a,elem,,285,288,1
 MPCHG,3,ALL
 ALLSEL
 emid

!*****DEFINIENDO SECCIONES TRANSVERSALES DE LAS CABILLAS

SECTYPE,2,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN1,EDGO,3,0.2571,0.5778
 ESEL,S,ELEM,,1,289,16!
 secn,2
 ereinf

SECTYPE,3,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN1,EDGO,3,0.7429,0.5778
 ESEL,S,ELEM,,4,292,16!
 secn,3
 ereinf

SECTYPE,4,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN1,EDGO,3,0.2571,0.4222
 ESEL,S,ELEM,,13,301,16!
 secn,4
 ereinf

SECTYPE,5,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN1,EDGO,3,0.7429,0.4222
 ESEL,S,ELEM,,16,304,16!
 secn,5
 ereinf

SECTYPE,6,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.3333,0
 ESEL,S,ELEM,,2,258,64
 ESEL,A,ELEM,,3,259,64
 ESEL,A,ELEM,,226,227,1
 ESEL,A,ELEM,,274,275,1
 secn,6
 ereinf

SECTYPE,7,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.6667,0
 ESEL,S,ELEM,,14,270,64
 ESEL,A,ELEM,,15,271,64
 ESEL,A,ELEM,,238,239,1
 ESEL,A,ELEM,,286,287,1
 secn,7
 ereinf

SECTYPE,8,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ATN,EDGO,2,0.55,0
 ESEL,S,ELEM,,5,261,64
 ESEL,A,ELEM,,9,265,64
 ESEL,A,ELEM,,229,233,4
 ESEL,A,ELEM,,277,281,4
 secn,8
 ereinf

SECTYPE,9,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ATN,EDGO,2,0.45,0
 ESEL,S,ELEM,,8,264,64
 ESEL,A,ELEM,,12,268,64
 ESEL,A,ELEM,,232,236,4
 ESEL,A,ELEM,,280,284,4
 secn,9
 ereinf

SECTYPE,10,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.5778
 ESEL,S,ELEM,,273,321,16
 secn,10
 ereinf

SECTYPE,11,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.5778
 ESEL,S,ELEM,,276,324,16
 secn,11
 ereinf

SECTYPE,12,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
 SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.4222,0.2571,0.5048
 ESEL,S,ELEM,,285
 secn,12
 ereinf

SECTYPE,13,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo

SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.4222,0.7429,0.5048
ESEL,S,ELEM,,288
secn,13
ereinf

SECTYPE,14,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.5048,0.2571,0.5667
ESEL,S,ELEM,,301
secn,14
ereinf

SECTYPE,15,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.5048,0.7429,0.5667
ESEL,S,ELEM,,304
secn,15
ereinf

SECTYPE,16,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.5667
ESEL,S,ELEM,,317,333,16
secn,16
ereinf

SECTYPE,17,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.5667
ESEL,S,ELEM,,320,336,16
secn,17
ereinf

SECTYPE,18,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.5778,0.8333
ESEL,S,ELEM,,274,275,1
secn,18
ereinf

SECTYPE,19,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.641,0.8333
ESEL,S,ELEM,,286,287,1
secn,19
ereinf

SECTYPE,20,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.5778,0.6666
ESEL,S,ELEM,,290,291,1
secn,20
ereinf

SECTYPE,21,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.7505,0.6666
ESEL,S,ELEM,,302,303,1
secn,21
ereinf

SECTYPE,22,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.5778,0.4615
ESEL,S,ELEM,,306,307,1
secn,22
ereinf

SECTYPE,23,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.7833,0.4615
ESEL,S,ELEM,,318,319,1
secn,23
ereinf

SECTYPE,24,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,2,0.55,0.8333
ESEL,S,ELEM,,277,281,4
secn,24
ereinf

SECTYPE,25,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,2,0.45,0.8333
ESEL,S,ELEM,,280,284,4


```

secn,25
ereinf

SECTYPE,26,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.55,0.6666
ESEL,S,ELEM,,293,297,4
secn,26
ereinf

SECTYPE,27,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.45,0.6666
ESEL,S,ELEM,,296,300,4
secn,27
ereinf
allsel

SECTYPE,28,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.55,0.4615
ESEL,S,ELEM,,309,313,4
secn,28
ereinf

SECTYPE,29,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.45,0.4615
ESEL,S,ELEM,,312,316,4
secn,29
ereinf

SECTYPE,30,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ALN2,EDGO,3,0.3333,0.625
ESEL,S,ELEM,,337,657,20!
secn,30
ereinf

SECTYPE,31,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ALN2,EDGO,3,0.6666,0.625
ESEL,S,ELEM,,342,662,20!
secn,31
ereinf

SECTYPE,32,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ALN2,EDGO,3,0.3333,0.375
ESEL,S,ELEM,,351,671,20!
secn,32
ereinf

SECTYPE,33,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ALN2,EDGO,3,0.6666,0.375
ESEL,S,ELEM,,356,676,20!
secn,33
ereinf

SECTYPE,34,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.6,0
ESEL,S,ELEM,,343,663,80!
ESEL,A,ELEM,,345,665,80!
ESEL,A,ELEM,,347,667,80!
ESEL,A,ELEM,,349,669,80!
secn,34
ereinf

SECTYPE,35,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,2,0.4,0
ESEL,S,ELEM,,344,664,80!
ESEL,A,ELEM,,346,666,80!
ESEL,A,ELEM,,348,668,80!
ESEL,A,ELEM,,350,670,80!
secn,35
ereinf

SECTYPE,36,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECADATA,2,ATN,EDGO,1,0.375,0
ESEL,S,ELEM,,338,341,1
ESEL,A,ELEM,,418,421,1
ESEL,A,ELEM,,498,501,1

```

```
ESEL,A,ELEM,,578,581,1
ESEL,A,ELEM,,658,661,1
secn,36
ereinf
```

```
SECTYPE,37,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ATN,EDGO,1,0.625,0
ESEL,S,ELEM,,352,355,1
ESEL,A,ELEM,,432,435,1
ESEL,A,ELEM,,512,515,1
ESEL,A,ELEM,,592,595,1
ESEL,A,ELEM,,672,675,1
secn,37
ereinf
```

```
SECTYPE,38,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.5778
ESEL,S,ELEM,,129,257,16!
secn,38
ereinf
```

```
SECTYPE,39,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.5778
ESEL,S,ELEM,,132,260,16!
secn,39
ereinf
```

```
SECTYPE,40,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.2571,0.4222
ESEL,S,ELEM,,141,269,16!
secn,40
ereinf
```

```
SECTYPE,41,REINF,DISC !define la seccion de las cabillas long. del nucleo
SECDATA,2,ALN3,EDGO,3,0.7429,0.4222
ESEL,S,ELEM,,144,272,16!
secn,41
ereinf
```

```
allsel
/TRLCY,ELEM,,90,ALL,,,
/SHRINK,0
/ESHAPE,1.0
/EFACET,1
/RATIO,1,1,1
/CFORMAT,32,0
/REPLOT
finish
```

```
!-----
!                               CARREGAMENTO
!-----
```

```
/SOLU !
SOLCONTROL,ON
PSCONTROL,ALL,OFF !
antype,0 !
nropt,full,on !           usa el metodo de newton rapson completo
NSUBST,500,3000,440,on !
CNVTOL,F,,0.1,2,,! Tolerância em termos de força
pred,on,,on
nlgeom,on
autots,on
TUNIF, 0 !
time,30 !!
```

```
!!***** paso 1 desactivar refuerzo *****
!!*****restricciones de los nodos *****
```

```
ESEL,S,ELEM,,337,676,1
ESEL,A,ELEM,,849,996,1
ekill,all ! "desaparece" elementos del refuerzo
esel,s,live !selecciona elementos del nucleo
nsl,s !selecciona nodos adyacentes a elementos del nucleo
nsl,inve !selecciona nodos de elementos del refuerzo que quedaron "suelos"
d,all,all,0 !restringe esos nodos
```

```

d,all,uy,-1.4
NSEL,S,LOC,Z,0
D,ALL,UZ,0
NSEL,R,LOC,X,10
D,ALL,UX,0
NSEL,S,LOC,Z,110
NSEL,R,LOC,Y,28
D,ALL,UY,0
D,ALL,UZ,-0.327
ALLSEL

SOLVE
!***** paso 2 reactivar refuerzo *****
NSUBST,3000,30000,600,on !
CNVTOL,F,,0.15,2,,! Tolerância em termos de força
esel,s,live !selecciona elementos del nucleo
nsle,s !selecciona nodos adyacentes a elementos del nucleo
nsl,inve !selecciona nodos de elementos del refuerzo que quedaron "sueños"allsel
NSEL,r,LOC,Z,0
ddele,all,ux !libera esos nodos
ddele,all,uy
esel,s,live !selecciona elementos del nucleo
nsle,s !selecciona nodos adyacentes a elementos del nucleo
nsl,inve !selecciona nodos de elementos del refuerzo que quedaron "sueños"allsel
NSEL,u,LOC,Z,0
ddele,all,all
esln,s,0,ALL
ealive,all ! reaparece elementos de camisa
NSEL,S,LOC,Z,110
NSEL,R,LOC,Y,28
D,ALL,UY,0
time,100 !
D,ALL,UZ,-1.2
ALLSEL
solve

FINISH

!*****
! Pos processamento
!*****
/POST26
NUMVAR,200
ADD,200,,FZTOTAL,,0,
*DO,i,1,49,1
    RFORCE,i+1,i,F,Z! almacena en la variable i+1 la reaccion en z del nodo i
*ENDDO
*DO,i,1,131,1
    RFORCE,i+50,i+982,F,Z! almacena en la variable i+1 la reaccion en z del nodo i
*ENDDO
*DO,i,1,180,1
    ADD,200,200,i+1,,FZTOTAL! suma las variables 200 e i+1 y las almacena en la variable 200
*ENDDO
ADD,185,200,,FTZ,,1
/AXLAB,X,Carga %
/AXLAB,Y,Reaction (kN)
xvar,1
plvar,185

```

APENDICE 3 REVISIÓN DE LA BIBLIOGRAFÍA

Trabajo de Bett *et al* 1988:

Estudiaron la eficacia de tres diferentes técnicas de reparación y/o refuerzo, para aumentar la respuesta a carga lateral de columnas cortas de concreto. Basado en un prototipo cuadrado de 45 cm de lado. Especímenes de prueba de tres columnas fueron construidos a una escala de dos tercios, usando geometría y refuerzo idénticos. Los especímenes de prueba tenían una sección transversal cuadrada de 30,5 cm reforzada con ocho barras longitudinales No. 6, ligaduras de 6 mm espaciados a 20,3 cm, y un recubrimiento de 2,5cm. El espaciamiento del refuerzo transversal representa la práctica típica de los proyectos de columnas en regiones sísmicas de los Estados Unidos de América en los años 1950 e inicio de los 1960. Uno de los especímenes fue ensayado, reparado por encamisado de concreto y ensayado nuevamente. Los dos especímenes restantes fueron reforzados por encamisado antes de ensayarlos. Una única historia de desplazamiento lateral y carga axial constante fueron utilizadas para todos los ensayos. Tanto la columna reforzada como aquellas reparadas mejoraron su comportamiento en relación a la columna original. Columnas reforzadas por encamisado de concreto, con y sin estribos adicionales, quedaron mucho más rígidas y resistentes lateralmente que la columna original. La columna reparada por encamisado de concreto también quedó mucho más rígida y resistente que la columna original y alcanzó casi el mismo comportamiento de las columnas reforzadas.

Trabajo de Rodríguez y Park 1991:

Realizaron una revisión del estado del arte sobre la reparación y refuerzo de edificaciones de concreto armado con énfasis en la reparación y refuerzo de columnas de concreto armado. El artículo señala que la decisión de reparar y/o reforzar una estructura existente depende no solo de la inspección de campo de los daños de la estructura después del terremoto o de la evaluación de la capacidad sísmica de la estructura existente, sino también del análisis costo/beneficio de las diferentes alternativas de reparar y/o reforzar la estructura. En el caso de la ciudad de México después del terremoto en 1985, fue mostrado que la reparación y/o refuerzo de edificaciones de concreto armado es generalmente más económico que la demolición y reconstrucción, aún en el caso de daños severos.

Trabajo de Ersoy *et al* 1993:

Realizaron dos series de ensayos para estudiar el comportamiento de las columnas encamisadas con concreto armado. La primera serie consistió en especímenes cargados de forma uniaxial y el comportamiento de las columnas encamisadas fue comparado con una columna de referencia monolítica. El objetivo principal de esta serie fue estudiar la eficacia de las camisas de reparación y refuerzo y las diferencias entre las camisas hechas sobre la acción de carga y después de la descarga. Los especímenes con camisas de reparación y refuerzo se comportaron bien cuando el encamisado fue introducido después de la descarga. El encamisado de reparación realizado bajo la acción de la carga presentó comportamiento deficiente. En la segunda serie, las columnas encamisadas fueron ensayadas a flexo-compresión (monotónicas y cíclicas reversibles). Dos especímenes monolíticos también fueron ensayados para servir como referencia. La eficacia de las camisas de reparación y refuerzo fue estudiada considerándose fuerza, rigidez y disipación de la energía. La influencia del histórico de carga (monotónicas y cíclicas reversibles) sobre el comportamiento de las columnas reforzadas también fue estudiada. Camisas de reparación y refuerzo se comportaron bien tanto a cargas monotónicas y cíclicas reversibles.

Trabajo de Takeuti 1999:

Estudió el refuerzo de columnas de concreto armado por medio del encamisado con concreto de alto desempeño. En su trabajo presento los resultados de una investigación experimental constituida de tres series de ensayos, cada uno envolviendo dos modelos: una columna básica de concreto armado, representando la columna a ser reforzada y una columna reforzada por encamisado de concreto de alto desempeño con varias características. Todas las columnas básicas tenían la sección cuadrada de 150 mm x 150 mm con altura de 1200 mm. Ellas fueron producidas con concreto de 18 MPa de resistencia nominal a la compresión, armadura longitudinal con cuatro barras de 8 mm de diámetro y armadura transversal con estribos de 6.3mm de diámetro y espaciamiento de 90 mm. Los parámetros variados en las camisas de refuerzo fueron: a) dos valores de espesor; b) tres valores de tasa de armadura transversal utilizando mallas soldadas o armadura de estribos; c) adición de fibras cortas de acero. La resistencia nominal a la compresión del concreto utilizado en todas las camisas fue de 65 MPa, caracterizándose, por lo tanto, como un concreto de alta resistencia.

Las columnas fueron sometidas a compresión axial por medio de una máquina hidráulica servo-controlada. Los ensayos fueron realizados con control de desplazamiento, adoptándose una velocidad de 0,005mm/s para el desplazamiento del pistón. La fuerza aplicada y las deformaciones continuaron siendo medidas después de alcanzar la máxima resistencia para evaluar el comportamiento pos-pico, hasta alcanzar una fuerza residual cercana de 50% de la resistencia máxima. Modelos de cálculo de la resistencia última de las columnas reforzadas fueron analizados. También fueron ensayados modelos de confinamiento y ductilidad para los elementos reforzados. En conclusión, se verificó que la capacidad resistente calculada por los modelos teóricos, en el caso de camisas de CAF (Concreto Armado con Fibras de acero), mostraron ser siempre menor que la observada experimentalmente. Al analizar la eficiencia de los arreglos de armaduras de refuerzo se constató la gran influencia de la tasa de armadura transversal en la resistencia y la deformabilidad de las columnas. El uso de mayores tasas de armadura transversal, adecuadamente dispuesta, proporciona un mejor confinamiento de la parte interna de la sección, que incluye la sección de la columna original, la cual continúa contribuyendo en la capacidad resistente, por lo menos en este estudio en que no se considera el efecto de la pre-carga. Algunas de las sugerencias para estudios futuros que el autor hizo fue estudiar la introducción del refuerzo en columnas sin descargar para evaluar el comportamiento en esta situación, que es la más próxima de la situación real de obra. También analizar la interferencia de las deformaciones dependientes del tiempo, tales como retracción y fluencia del concreto en el elemento estructural rehabilitado como un todo. Estos factores pueden afectar la eficiencia de la reparación o refuerzo, pues la estructura a ser rehabilitada normalmente ya fue sometida a cargas que generan deformaciones, mientras que los materiales utilizados en el refuerzo aún no sufrieron estos tipos de sollicitaciones y deformaciones, debiéndose aún considerar la diferencia de calidad, interacción en la interfaz y tiempo de carga de los diversos materiales. Analizar los refuerzos parciales, o sea, en una, dos o tres caras, sin el efecto de confinamiento. Estudiar la variación de la forma de la sección transversal, estudiándose los efectos de confinamiento producido por las camisas de refuerzo. Estudiar la influencia de diversas tasas de fibras de acero. Estudiar un modelo de confinamiento específico para el caso de pequeños espesores de camisa. Mejorar los modelos de evaluación de la ductilidad en el caso de columnas y estudiar las uniones losa/viga/columna, analizándose el efecto de interacción de esfuerzos en estas uniones.

Trabajo de Júlio *et al* 2003:

Realizaron la evaluación del refuerzo y la rehabilitación de columnas de concreto por medio de encamisado con concreto armado CA, considerando diferentes aspectos prácticos: anclaje y cruce de losas del refuerzo longitudinal adicionado, preparación de la superficie de la interfaz, separación de los estribos adicionados, soporte temporario de la estructura y adición de concreto nuevo. Investigaciones recientes sobre esas cuestiones y recomendaciones claves para alcanzar una buena cobertura de CA son presentadas. Ellos concluyeron que el comportamiento estructural de un edificio rehabilitado por encamisado de las columnas con CA, como cualquier otra técnica de refuerzo, es altamente influenciado por los detalles. En este método se debe prestar atención a los siguientes aspectos:

- Método de reparación de la columna original: cuando se remueve el concreto de la zona deteriorada por cualquier método que cause micro fisuras del sustrato, se debe aplicar técnicas de remoción superficial como chorro de arena o de agua.
- En la preparación de la superficie de la interfaz: en el caso de un elemento con una relación, momento flector/fuerza de corte, mayor que 1m no hay necesidad de mejorar la rugosidad de la superficie de la interfaz, excepto para el caso de columnas cortas, donde el tratamiento de chorro de arena o de agua deben ser usados.
- En el uso de un agente adherente: una resina epoxi de dos componentes es más comúnmente utilizada, sin embargo, un método eficaz para aumentar la rugosidad de la superficie como el chorro de arena es suficiente para mejorar la fuerza de adherencia de la interfaz cuando sea justificado. En esta última situación la aplicación posterior de una resina epoxi puede hasta producir el resultado opuesto y por tanto no debe ser usada.
- Aplicación de conectores de acero: eso solo debe ser considerado en el caso de columnas cortas para mejorar el nivel de resistencia y rigidez bajo carga cíclica.
- El apuntalamiento temporal: las implicaciones de apuntalar la columna original deben ser consideradas de modo que la camisa de CA resista parte de la carga total y no apenas una parte de la carga adicionada.
- El anclaje del refuerzo longitudinal adicional: agujeros deben ser perforados en las bases y limpiarse debidamente, el uso de un aspirador es altamente recomendado. Las barras

de acero pueden ser efectivamente ancladas a la base con una resina epoxi de dos componentes.

- Continuidad entre los pisos del refuerzo longitudinal adicionado: agujeros deben ser perforados en la losa para permitir que las barras de acero pasen, no en tanto, si el único objetivo es aumentar la fuerza y la ductilidad de la columna la continuidad no es necesaria.
- Posición de las barras de acero del refuerzo longitudinal: estas deben ser distribuidas uniformemente, de no ser posible, se debe prestar atención para evitar el agrupamiento excesivo en las esquinas.
- Estribos adicionados: Se recomienda un espaciamiento igual a la mitad del refuerzo transversal original para los estribos adicionados para obtener un comportamiento monolítico bajo cargas cíclicas, además deben ser colocados no alineados con los de la columna original.
- Concreto adicionado: un concreto sin retracción debe ser adoptado con características de concreto auto-compactante, alta resistencia y alta durabilidad.

Trabajo de Júlio *et al* 2005(a):

Realizaron un estudio experimental para evaluar el esfuerzo en la unión entre dos capas de concreto de diferentes edades, considerando diferentes mezclas de concreto con diferentes resistencias. Los especímenes primero tuvieron la rugosidad de la superficie del sustrato aumentada por medio de chorro de arena, más tarde el nuevo concreto fue adicionado. Posteriormente fueron realizados ensayos de corte para cuantificar la resistencia de la unión al corte. Estos ensayos indicaron que el aumento de la resistencia a la compresión del concreto adicionado en relación a la resistencia a la compresión del concreto del sustrato existente, mejora la resistencia de la unión y altera el modo de ruptura de adhesivo para monolítico. El análisis por elementos finitos mostro que aumentando la diferencia entre las resistencias a la compresión del concreto adicionado y el concreto del sustrato, se presentan valores más elevados de esfuerzo normal en la interfaz para el mismo nivel de esfuerzo de corte. El estudio presentado revela que el concreto adicionado, generalmente con mayor resistencia a la compresión que el concreto del sustrato, puede tener una influencia en la resistencia de la unión entre ambos concretos, por consiguiente, el proyecto del corte en la interfaz entre el concreto vaciado en diferentes edades, de acuerdo con el Eurocódigo 2, podría ser mejorado una vez que el mismo solo considera el concreto de menor resistencia.

Trabajo de Júlio *et al* 2005 (b):

Realizaron un estudio experimental para analizar la influencia del tratamiento de la interfaz en el comportamiento estructural de las columnas fortalecidas por encamisado de concreto armado CA. Fueron construidos siete modelos en forma de columna a escala real. Tres meses después las columnas fueron reforzadas por encamisado en CA luego de haber preparado la superficie considerando diferentes técnicas. Más tarde los modelos fueron ensayados bajo carga monotónica, se concluyó que para columnas donde una razón de, momento flector/ fuerza de corte, es superior a 1,0 m se puede alcanzar un comportamiento monolítico del elemento compuesto aún sin necesidad de aumentar la rugosidad de la superficie, usar agentes de unión o aplicar conectores de acero antes de fortalecerla por encamisado con CA. Sin embargo, se debe notar que para otras condiciones tales como columnas cortas y columnas deterioradas o dañadas, estas conclusiones pueden no aplicar. La práctica común para preparar la interfaz entre concretos de diferentes edades es de carácter empírico y consiste en aumentar la rugosidad de la superficie aplicar un agente de unión y eventualmente la colocación de conectores de acero. En este estudio todos los modelos se comportaron de forma monolítica, independientemente del método de preparación de la interfaz adoptada, con excepción del modelo en el cual la no adherencia del encamisado fue provocada, la cual presentó un comportamiento estructural intermedio entre el modelo teórico perfectamente sin fricción y el modelo teórico perfectamente adherente. En la operación de refuerzo realizada, con o sin carga axial aplicada, no hubo influencia significativa en las condiciones adoptadas. La resistencia de los modelos reforzados fue considerablemente mayor en comparación a la columna original y ligeramente superior a la del modelo monolítico. La rigidez de los modelos reforzados fue considerablemente mayor al de la columna original. La contribución del revestimiento adherente para la resistencia a la fuerza horizontal vario entre 86 y 90%.

Trabajo de Vандoros y Dritsos 2006 (a):

Investigaron los efectos de la pre-carga axial en columnas de concreto que fueron reforzadas por encamisado de concreto. La mayor parte de la investigación en el mundo en el área de refuerzo de columnas de concreto fue realizada sin tomar en cuenta los efectos de la pre-carga. Es práctica experimental común aplicar una carga axial después de la construcción de la camisa. En la generalidad de los casos, una pre-carga es la situación real encontrada al reforzar los edificios existentes debido a los efectos de las cargas de servicio. Se presentan datos experimentales para que los efectos de la pre-carga puedan ser comparados con otros

especímenes contruidos y ensayados de forma similar. Además, los resultados son comparados con una columna original y una columna monolítica. Un enfoque teórico fue desarrollado de manera que diferentes valores de resistencias de los concretos y las cargas axiales aplicadas puedan ser convertidas en características mecánicas equivalentes y solamente la influencia de la pre-carga axial aplicada pueda ser examinada. Los resultados mostraron que la pre-carga mejora la resistencia y la capacidad de deformación, mas disminuye la rigidez inicial. Para las condiciones adoptadas, en todas las etapas del cargamento, el especimen con pre-carga experimento mayores fuerzas y desplazamientos correspondientes en comparación al especimen sin pre-carga. Este echo demuestra la influencia positiva de la pre-carga em lo que respecta a resistencias y capacidades de deformación. Por otro lado, la pre-carga redujo la rigidez inicial, mas ayudo a mantener la rigidez durante el ensayo. La pre-carga ayuda al especimen a disipar más energia que cuando se realiza el encamisado sin ella, ya que las tensiones de compresión en el encamisado son significativamente menores. En este estudio los resultados de otras investigaciones em esta área pueden ser considerados como conservadores respecto a la resistencia y capacidad de deformación, pero no en lo que concierne a la rigidez inicial, desplazamiento y disipación de energia. En la práctica, el apuntalamiento de las columnas es recomendado para que la camisa pueda recibir una gran parte de la carga axial.

Trabajo de Vandoros y Dritsos 2006 (b):

Presentaron una investigación experimental de la eficacia del refuerzo de columnas de concreto de media altura en tamaño real, colocando camisas de concreto. Son investigados tres métodos alternativos de revestimiento de concreto y los resultados son comparados con los resultados de un especimen original no reforzado y una muestra monolítica. Los especimenes fueron proyectados para representar las columnas típicas de planta baja de un edificio aporticado de concreto. La columna no reforzada y los nucleos de las columnas de los especimenes reforzados, fueron proyectadas por códigos griegos antiguos de los años 50. Concretos vaciados o concretos proyectados fueron usados para construir las camisas de los especimenes reforzados, además diversos procedimientos de construcción fueron realizados para evaluar su pertinencia, considerando las dificultades prácticas envueltas. Estos procedimientos involucran el soldaje de los extremos del estribo, colocación de barras de acero a través de la interfaz entre la columna original y la camisa en combinación con el soldaje de los extremos de los estribo y conexión de las barras de refuerzo longitudinal de la

columna original a las barras de refuerzo longitudinal del encamisado. Con el fin de investigar el límite inferior de la eficacia de la técnica, se examina el caso sin tratamiento en la interfaz entre la columna original y el encamisado combinado con el uso de concreto de baja resistencia vaciado en sitio para el encamisado. Las mismas dimensiones transversales y cantidad de refuerzo de acero fueron utilizadas para los especímenes reforzados y un espécimen monolítico de control.

Una carga cíclica controlada por desplazamiento para simular un terremoto fue utilizada para el ensayo. El desempeño sísmico de los especímenes ensayados es comparado en términos de resistencia, rigidez y respuesta histerética. La eficacia de la construcción adecuada de camisas de concreto fue probada, pues se verificó que en condiciones especiales un comportamiento casi monolítico pudiera ser alcanzado, mismo cuando el revestimiento fue construido sin tratamiento en la interfaz se observó un aumento significativo de resistencia y rigidez. Se verificó también que el mecanismo de falla y los patrones de fisuras observados son influenciados por el método de refuerzo. La separación de la camisa de la columna original era obvia en el caso de no haber tratamiento u otros medios de conexión realizados en la interfaz de contacto entre la columna y el encamisado. Además se verificó que el soldaje del estribo de la camisa termina impidiendo que las barras longitudinales del encamisado se deformen.

Trabajo de Júlio y Branco 2008:

Describen un estudio experimental realizado para analizar la influencia del tratamiento de interfaz en el comportamiento sísmico de columnas reforzadas por encamisado de concreto armado (CA) para aumentar su resistencia a flexión final. Un estudio numérico posteriormente realizado para profundizar esta investigación también es presentado. Con base en el programa experimental de este estudio se puede afirmar que para una columna con una relación de momento flector / fuerza cortante de 1,0 m o superior, sujeta a carga cíclica, se puede obtener un comportamiento monolítico sin necesidad de: aumentar la rugosidad de la superficie de interfaz, usar agentes de unión o aplicar conectores de acero, antes de fortalecerlo mediante encamisado de CA con un espesor inferior a 17,5% del ancho original de la columna, lo que concuerda con las conclusiones obtenidas anteriormente de pruebas monotónicas. Del estudio numérico realizado posteriormente se puede concluir que para una relación de momento flector / fuerza cortante, inferior a 1,0 m el desprendimiento de la camisa puede ocurrir si no se realiza tratamiento de la superficie de la interfaz.

Trabajo de Takeuti *et al* 2008:

Un total de 12 columnas reforzadas con CA fueron ensayadas en dos series de secciones circulares y cuadradas, con la mitad de los especímenes pre-cargados entre 44 y 87% de la capacidad prevista de las columnas primarias. Tres tipos diferentes y niveles de refuerzo transversal fueron utilizados en la camisa. El encamisado para las columnas pre-cargadas fue realizado sin afectar el sistema de pre-carga, todas las columnas fueron cargadas axialmente hasta la falla. Los ensayos mostraron que todo el núcleo contribuye con la capacidad de la columna reforzada, siempre que sea suministrado confinamiento adecuado. Además, la pre-carga no afecta negativamente la capacidad de la columna reforzada, pudiendo aumentar su deformabilidad especialmente en secciones cuadradas debido a su confinamiento menos efectivo. El refuerzo transversal en el encamisado mejora directamente la ductilidad de la columna reforzada, especialmente en las secciones circulares donde el confinamiento es uniforme en torno de la sección.

Trabajo de Cosmin *et al* 2009:

Presentaron los resultados y las conclusiones de un proyecto con base en un programa experimental y su aplicación a una rehabilitación estructural. El programa experimental presenta el efecto del refuerzo de las columnas de CA por revestimiento con nuevo CA. Son analizados los siguientes métodos de aumentar la unión entre el concreto antiguo y el nuevo: ningún agente de unión; agente de unión química de la superficie; conectores fijos mecánicos; conectores químicos fijos. Las soluciones de refuerzo analizadas son aplicadas en cuatro estructuras aporticadas existentes, construidas en 1940 y localizadas en zona sísmica. La estructura presenta concreto de baja calidad, pobre detallamiento de refuerzo y poca cantidad de refuerzo para las acciones sísmicas con magnitud presentes hoy en día. En este estudio fue concluido que la fuerza de unión obtenida en especímenes sin técnicas especiales para la unión de la interfaz entre los concretos parece ser semejante a los especímenes con técnicas para aumentar la rugosidad (parcialmente astillado y pre-mojado, parcialmente astillado). Los especímenes con un agente de unión (conectores de acero y conectores especiales) muestran una adherencia mejorada de la camisa de CA. La solución de unión más eficiente fueron los conectores químicos anclados, independientemente de la clase de concreto del sustrato. La clase más alta de concreto para prisma interno de C16/20 a C20/25 aumentó la resistencia de la unión en un 15%. Las soluciones de refuerzo analizadas fueron aplicadas en cuatro estructuras aporticadas existentes, construidas en 1940 y localizadas en una zona sísmica.

Como el requisito del propietario era construir dos pisos más, algunas soluciones de rehabilitación fueron adoptadas: revestimiento en CA de fundaciones y columnas y revestimiento CFRP de vigas y losas.

Trabajo de Tsonos 2009:

Presenta un nuevo método de fortalecimiento resistente a terremotos para estructuras de concreto armado CA. El refuerzo de acuerdo a este nuevo método consiste en la construcción de un encamisado de concreto ultra resistente con fibras de acero sin el uso de refuerzo convencional. Una solución innovadora también es propuesta para garantizar un desempeño sísmico satisfactorio de estructuras de concreto armado existentes, reforzadas por el uso de materiales compuestos. El punto débil del uso de tales materiales en la reparación y refuerzo de las antiguas estructuras de CA es el área de las juntas viga-columna. De acuerdo con la solución propuesta las juntas pueden ser reforzadas con una camisa de concreto ultra resistente con fibra de acero, mientras que el refuerzo de las columnas puede ser alcanzado usando CFRP. Los resultados experimentales mostraron que el desempeño del subconjunto reforzado con la solución mixta propuesta fue mucho mejor que el del subconjunto reforzado completamente con CFRP. Los montajes de las vigas-columnas que fallaron en la junta por corte puro, bajo la acción de cargas tipo sísmica, una vez que la columna y la junta viga-columna fueron mejoradas por la nueva técnica mostraron un modo de falla óptimo, apenas en la región de la viga durante la recarga con la misma carga.

Trabajo de Papanikolaou *et al* 2013:

Estudiaron analíticamente la influencia de la pre-carga del núcleo en la resistencia de las columnas de concreto armado con encamisado de CA. Un método propuesto para el análisis arbitrario de sección compuesta en flexión biaxial y carga axial es extendido para incluir acciones de pre-carga. El objetivo de este estudio es dar respuesta a la pregunta vital de si los efectos de la pre-carga deben ser considerados al analizar columnas de CA con encamisado, sometidas a flexión biaxial y carga axial. Una evaluación paramétrica del efecto de pre-carga usando índices cuantitativos es realizada, considerando la variación de varios parámetros como geometría de la sección, cantidad de refuerzo y varios niveles de pre-carga axial y de momento. Los resultados son presentados en la forma de superficies de falla en tres dimensiones y curvas momento vs. curvatura. Casos específicos en que el efecto de pre-carga es más pronunciado son finalmente destacados. Se demostró que el efecto de la pre-carga en

la resistencia a la flexión es marginalmente favorable cuando apenas la pre-carga axial es considerada. cuando la pre-carga axial es combinada con momento flector el efecto sobre la resistencia de la columna puede tornarse significativamente adverso. La pre-carga se torna más favorable cuando el espesor del encamisado aumenta, lo que normalmente es el caso en pequeñas columnas. Las comparaciones de la respuesta momento vs curvatura mostraron que, para la pre-carga axial, la diferencia de resistencia es marginal. Sin embargo, cuando la pre-carga se introduce con una excentricidad importante, tanto la fuerza como la curvatura final son visiblemente reducidas sobre niveles mayores de compresión axial. Las diferencias importantes observadas (en términos de capacidad volumétrica), especialmente para niveles de pre-carga de gran momento y la inspección de las superficies de falla real, mostraron que esas reducciones de resistencia están localizadas en regiones de compresión más altas, generalmente no esperadas ni permitidas en normas de diseño sísmico modernos. Por lo tanto, para niveles aceptables de compresión axial de la columna, el efecto de la pre-carga del núcleo puede ser ignorado con seguridad.

Trabajo de Thermou *et al* 2014:

Realizaron un estudio paramétrico ampliado de elementos de concreto armado de baja calidad, que fueron rehabilitados por encamisado en CA, usando un modelo analítico que lleva en consideración el deslizamiento en la interfaz. Además de la geometría de la sección transversal y del espesor del revestimiento, los parámetros de investigación fueron las propiedades del material de la sección transversal del núcleo (existente) y del revestimiento, así como también el porcentaje de refuerzo longitudinal del revestimiento y el porcentaje de barras colocadas para conectar el miembro existente a la camisa. Fueron configurados ocho grupos de elementos compuestos, fue estudiada la sensibilidad de los factores monolíticos (relaciones de resistencia de la columna encamisada en comparación a una monolítica idéntica) a los diferentes parámetros de investigación para niveles de carga axial adimensional variando de 0 a 30%. Fueron hechas conclusiones sobre la influencia de cada parámetro en los factores monolíticos. Además, los valores experimentales de los factores monolíticos fueron definidos y comparados con los valores adoptados por la EC8-Part 3 (2005) y el Código Griego para Intervenciones Estructurales (KANEPE 2013). El modelo analítico propuesto para prever la respuesta a flexión de elementos de CA existentes reforzados con camisa de concreto en condiciones de carga monotónica y cíclicas introduce un grado de libertad que permite el deslizamiento relativo en la interfaz entre el miembro existente y la camisa. El deslizamiento

a lo largo de la longitud del elemento es atribuido a la diferencia en las deformaciones normales en las interfaces de contacto. Para el análisis en la flexión la sección transversal es dividida en tres capas que se flectan con la misma curvatura. Las dos capas externas representan la contribución del encamisado, mientras que la interna representa el núcleo (sección transversal existente) y la lateral de la camisa. El uso de factores monolíticos simplifica substancialmente los cálculos de proyecto y es aplicable a diferentes elementos estructurales (losas, vigas, columnas, paredes, elementos de fundación) y varios métodos de intervención (por ejemplo, encamisado en CA, paredes estructurales en CA). Esos factores de reducción son usados para obtener los índices de fuerza y deformación de los elementos encamisados y son aplicados en las respectivas propiedades de elementos monolíticos con geometría idéntica. Fue identificada la necesidad de una investigación más profunda sobre la respuesta de columnas con encamisado en CA con baja resistencia a la compresión del concreto del núcleo.

Trabajo de Achillopoulou *et al* 2014:

Realizaron un estudio en el cual describen la rehabilitación de elementos reparados por encamisado de concreto armado CA, conducido para cuantificar la influencia de las deficiencias iniciales de construcción y los diferentes tipos de anclajes para la capacidad de la interfaz de transferir cargas. Dieciséis especímenes (escala de sección 1: 2) fueron proyectados teniendo como variables las deficiencias iniciales y la relación de confinamiento. Los resultados indican que la carga máxima de resistencia y la energía disipada de los especímenes dañados inicialmente son disminuidas, superando una cantidad específica de daño las columnas aun siendo adecuadamente reparadas presentan menor capacidad de deformación y por último las barras soldadas llevan al encorvamiento de las barras longitudinales.

Trabajo de Krainskyi *et al* 2015:

Ensayaron los especímenes de doce columnas hasta la falla para el estudio de la resistencia de las columnas de concreto armado encamisadas con CA. Todos los especímenes tenían características geométricas y propiedades del material idénticas y fueron ensayados como columnas articuladas. Antes de realizar los encamisados en los especímenes ellos fueron cargados a diferentes niveles para determinar la influencia de la carga previa en la resistencia final, el encamisado en CA probó ser un método de refuerzo muy eficaz que permitió alcanzar hasta 290% de aumento de carga. No fueron usados ni métodos de preparación de la interfaz

ni adhesivos para aumentar la adherencia entre el nuevo concreto y la columna, sin embargo, no se observaron desplazamientos, fisuras o pérdida de adherencia entre las columnas y el encamisado. El encamisado de CA mostro ser muy eficaz aun si es realizado cuando la columna casi ha agotado su resistencia, por último, cuanto mayor sea la descarga en la columna antes de realizar el encamisado, mejor efecto puede ser alcanzado.