

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANALIZA DALLA COSTA

**MODELO LINEARIZADO DE REDES
DE DISTRIBUIÇÃO DESBALANCEADAS
PARA SOLUÇÃO DO FLUXO DE
CARGA**

Porto Alegre
2019

ANALIZA DALLA COSTA

**MODELO LINEARIZADO DE REDES
DE DISTRIBUIÇÃO DESBALANCEADAS
PARA SOLUÇÃO DO FLUXO DE
CARGA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.
Área de concentração: Energia

ORIENTADOR: Prof. Dr. Sérgio Haffner

COORIENTADORA: Profa. Dra. Mariana Resener

Porto Alegre
2019

ANALIZA DALLA COSTA

**MODELO LINEARIZADO DE REDES
DE DISTRIBUIÇÃO DESBALANCEADAS
PARA SOLUÇÃO DO FLUXO DE
CARGA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador, Coorientadora e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Sérgio Haffner, UFRGS

Doutor pela Universidade Estadual de Campinas – Campinas, Brasil

Coorientadora: _____

Profa. Dra. Mariana Resener, UFRGS

Doutora pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Porto Alegre, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Mauricio Sperandio, UFSM

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Flávio Antônio Becon Lemos, UFRGS

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Roberto Chouhy Leborgne, UFRGS

Doutor pela Chalmers University of Technology – Göteborg, Suécia

Coordenador do PPGE: _____

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

Porto Alegre, outubro de 2019.

DEDICATÓRIA

À minha base: meus pais, meus irmãos e minha irmã estrelinha.

AGRADECIMENTOS

Aos professores Sérgio Haffner e Mariana Resener, pela excelente orientação e coordenação, por todos ensinamentos transmitidos, pela imensa paciência e maestria com que conduziram o desenvolvimento do trabalho.

À minha família, em especial aos meus pais Airton e Irene, por todo suporte e amor. Aos meus irmãos e à minha cunhada, pelo incentivo. Sou muito grata.

Aos demais professores do PPGEE, pela contribuição e compartilhamento de conhecimentos. À Miriam Rosek, pela dedicação ao PPGEE.

Aos colegas e amigos do LASEP e PPGEE, pelos momentos de estudo, apoio e também de descontração.

À CAPES, pela provisão da bolsa de mestrado, tornando viável a dedicação em tempo integral ao curso.

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo linearizado trifásico para representar sistemas de distribuição de energia elétrica desbalanceados, em regime permanente. O modelo foi aplicado para solucionar o problema de fluxo de carga. As cargas e geradores são representados por injeções constantes de corrente, o que torna possível obter expressões lineares para o cálculo das correntes nos ramos. Os geradores podem operar tanto no modo PQ quanto PV, podendo ser unidades monofásicas ou trifásicas. Para os capacitores, adotou-se o modelo impedância constante, sendo estes representados por uma injeção dependente da tensão de operação. Os reguladores de tensão podem ser incluídos no sistema, com o tap conhecido por fase. A flexibilidade oferecida pelo modelo linearizado dos componentes permitiu obter uma solução aproximada para o fluxo de carga através da resolução de um sistema de equações lineares, sem a necessidade de aplicar um processo iterativo como é feito no fluxo de carga não-linear. Partindo das equações de balanço de corrente, uma formulação matricial geral é apresentada para a obtenção da solução do fluxo de carga. Estudos numéricos foram realizados utilizando dois sistemas de distribuição, um sistema de 6 nós e outro de 34 nós, ambos desbalanceados. Para a validação, os resultados obtidos com o modelo linearizado foram comparados com os resultados obtidos através do fluxo de carga não-linear, solucionado pelo *software* OpenDSS. Índices de diferenças foram calculados para comparar os resultados em relação a tensões, correntes e perdas, obtendo-se valores de divergências que não chegaram a 0,75% entre as tensões, 15% entre as correntes e 11% entre as perdas. Sendo assim, os casos avaliados e os resultados obtidos demonstram a precisão e potencial de aplicação do modelo proposto.

Palavras-chave: Sistemas de distribuição desbalanceados, modelo linearizado trifásico, fluxo de carga.

ABSTRACT

This work presents a three-phase linearized model to represent steady-state operation of unbalanced distribution networks. The model was applied to solve the load-flow problem. Loads and generators are represented by constant currents injections, which makes it possible to obtain linear expressions for the calculation of branch currents. Generators can operate in both PQ and PV mode and can be single-phase or three-phase units. For capacitors, the constant impedance model was adopted, representing an injection dependent on the operating voltage. In addition, voltage regulators may be included in the system, with a known tap for each phase. The flexibility offered by the linearized model of the components allowed us to obtain an approximate solution for the load-flow by solving a system of linear equations. There is no need to apply an iterative process as it is done in the nonlinear load-flow. Starting from the current balance equations, a general matrix formulation is presented to obtain the load-flow solution. Numerical studies were performed using two distribution systems, a 6-node system and another 34-node, both unbalanced. For the sake of validation, results obtained with the linear model are compared to the results obtained with the nonlinear load-flow, solved by OpenDSS software. Difference indexes were obtained to compare differences regarding voltages, currents and losses, obtaining values of divergences that did not reach 0,75% in voltages, 15% in currents and 11% in losses. Thus, the evaluated cases and the obtained results demonstrate the precision and application potential of the proposed model.

Keywords: Unbalanced distribution system, three-phase linearized model, load-flow.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	Curva de capacidade do gerador.	31
Figura 2 –	Fase ph do ramo genérico km	32
Figura 3 –	Capacitor na fase ph do nó genérico k	34
Figura 4 –	Trecho de rede com RT ideal na fase ph do ramo km	36
Figura 5 –	Trecho de rede com modelo linearizado de RT ideal na fase ph do ramo km	37
Figura 6 –	Trecho de rede com modelo linearizado de RT não-ideal na fase ph do ramo km	37
Figura 7 –	Sistema de distribuição com 5 nós.	38
Figura 8 –	Sistema de distribuição com 6 nós e RT ideal.	42
Figura 9 –	Sistema de distribuição com 6 nós e com modelo linearizado do RT ideal.	42
Figura 10 –	Diagrama em blocos do ML.	62
Figura 11 –	Sistema de distribuição modificado de 6 nós (com RT não-ideal).	65
Figura 12 –	Perfis de tensão do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso I.	71
Figura 13 –	Perfis de tensão do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso II.	71
Figura 14 –	Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.	72
Figura 15 –	Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso I.	73
Figura 16 –	Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso II.	74
Figura 17 –	Comparação do tempo de processamento – sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	76
Figura 18 –	Sistema de distribuição de 34 nós modificado.	79
Figura 19 –	Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso I.	83
Figura 20 –	Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso III.	84
Figura 21 –	Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso IV.	84
Figura 22 –	Comparação do tempo de processamento – sistema de 34 nós modificado.	86
Figura 23 –	Sistema de distribuição de 34 nós modificado com malhas.	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Resumo dos principais trabalhos descritos na revisão bibliográfica. . .	27
Tabela 2 –	Demanda nominal do sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	65
Tabela 3 –	Impedâncias série de cada fase dos circuitos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	65
Tabela 4 –	Tensões nodais do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.	66
Tabela 5 –	Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.	66
Tabela 6 –	Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 6 nós (com RT não-ideal). . .	67
Tabela 7 –	Resumo dos casos avaliados no sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	68
Tabela 8 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	69
Tabela 9 –	Tempo médio de processamento – sistema de 6 nós (com RT não-ideal).	75
Tabela 10 –	Tensões nodais do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST – Caso Base.	77
Tabela 11 –	Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST – Caso Base.	77
Tabela 12 –	Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST.	77
Tabela 13 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST.	78
Tabela 14 –	Impedâncias série de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado, utilizadas no ML.	80
Tabela 15 –	Resumo dos casos avaliados no sistema de 34 nós modificado.	82
Tabela 16 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 34 nós modificado.	82
Tabela 17 –	Tempo médio de processamento – sistema de 34 nós modificado.	87
Tabela 18 –	Impedâncias série de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado, considerando valores médios.	87
Tabela 19 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 34 nós modificado, considerando valores médios de impedâncias.	88
Tabela 20 –	Ramos adicionados ao sistema de 34 nós modificado para incluir malhas.	88
Tabela 21 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 34 nós modificado com malhas.	89
Tabela 22 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$	101

Tabela 23 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRO-DIST, sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$	102
Tabela 24 –	Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Casos I, II, III, IV e V.	102
Tabela 25 –	Potência aparente equivalente das cargas fase-fase para fase-neutro do sistema de 34 nós modificado.	107
Tabela 26 –	Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 34 nós modificado.	107
Tabela 27 –	Tensões nodais do sistema de 34 nós modificado – Caso Base.	109
Tabela 28 –	Correntes de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado – Caso Base.	110
Tabela 29 –	Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V$ (%), $\bar{\varepsilon}_{ph}^f$ (%) e ε_{loss} (%) para o sistema de 34 nós modificado sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$	112

LISTA DE ABREVIATURAS

BC	Banco de Capacitores
FC	Fluxo de Carga
FP	Fator de Potência
GD	Geração Distribuída
GS	Gauss-Seidel
ML	Modelo Linearizado
NL	Não-Linear
NR	Newton-Raphson
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
RAT	Reguladores Automáticos de Tensão
RT	Regulador de Tensão
SDEE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica

LISTA DE SÍMBOLOS

$a_{km,ph}$	Relação de transformação da fase ph do regulador de tensão instalado no ramo km
$d_{k,ph}^{\text{Re}}$	Parte real da corrente demandada na fase ph do nó k (pu)
$d_{k,ph}^{\text{Im}}$	Parte imaginária da corrente demandada na fase ph do nó k (pu)
$d_{k,ph}^{\text{Im,sh}}$	Parcela imaginária da corrente demandada pelo capacitor instalado na fase ph do nó k (pu)
\mathbf{E}_{ph}	Submatriz admitância nodal modificada da fase ph (pu)
\mathbf{F}_{ph}	Submatriz diagonal da fase ph (pu)
$\bar{f}_{km,ph}$	Fasor corrente na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km,ph}^{\text{Re}}$	Componente real da corrente na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km,ph}^{\text{Im}}$	Componente imaginária da corrente na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km_1,ph}^{\text{Re}}$	Componente real da corrente do primário do regulador instalado na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km_1,ph}^{\text{Im}}$	Componente imaginária da corrente do primário do regulador instalado na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km_2,ph}^{\text{Re}}$	Componente real da corrente do secundário do regulador instalado na fase ph do ramo km (pu)
$f_{km_2,ph}^{\text{Im}}$	Componente imaginária da corrente do secundário do regulador instalado na fase ph do ramo km (pu)
$\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}}$	Subvetor da parte real das injeções líquidas de corrente nodais da fase ph (pu)
$\mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}}$	Subvetor da parte imaginária das injeções líquidas de corrente nodais da fase ph (pu)
$g_{k,ph}^{\text{Re}}$	Parcela real da injeção de corrente do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)
$g_{k,ph}^{\text{Im}}$	Parcela imaginária da injeção de corrente do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)
$g_{k,ph}^{\text{Re,esp}}$	Parcela real da injeção de corrente especificada do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)
$g_{k,ph}^{\text{Im,esp}}$	Parcela imaginária da injeção de corrente especificada do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)

$g_k^{\text{mín,Im}}$	Valor mínimo da parte imaginária da injeção de corrente do gerador síncrono instalado no nó k (pu)
$g_k^{\text{méd,Im}}$	Valor médio da parte imaginária de corrente do gerador síncrono instalado no nó k (pu)
$g_k^{\text{máx,Im}}$	Valor máximo da parte imaginária de corrente do gerador síncrono instalado no nó k (pu)
\mathbf{H}_{ph}	Submatriz admitância nodal modificada da fase ph (pu)
\mathbf{I}_{ph}	Vetor das partes real e imaginária das injeções líquidas nodais da fase ph (pu)
$K_{km,ph}$	Fatores de ajuste para o cálculo da queda de tensão da fase ph no trecho km
\mathbf{M}_{ph}	Matriz composta por submatrizes de admitâncias nodais modificadas da fase ph (pu)
$P_{k,ph}^D$	Demanda de potência ativa na fase ph do nó k (pu)
$P_{k,ph}^G$	Parcela de potência ativa do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)
P_{loss}^{ML}	Perdas totais no sistema, calculadas pelo modelo linearizado (kW)
$P_{loss,ph}$	Perdas por fase ph calculadas pelo modelo linearizado (kW)
$P_{loss,km,ph}$	Perdas em cada fase ph de cada ramo km calculadas pelo modelo linearizado (kW)
P_{loss}^{NL}	Perdas totais no sistema obtidas usando o fluxo de carga não-linear (kW)
$Q_{k,ph}^D$	Demanda de potência reativa na fase ph do nó k (pu)
$Q_{k,ph}^G$	Parcela de potência reativa do gerador instalado na fase ph do nó k (pu)
$Q_{k,ph}^{sh}$	Potência reativa nominal da fase ph do capacitor instalado no nó k (pu)
$Q_k^{\text{méd}}$	Potência reativa média do gerador síncrono instalado no nó k (pu)
$R_{km,ph}$	Resistência da fase ph do ramo km (pu)
$\bar{S}_{k,ph}^D$	Demanda de potência complexa na fase ph do nó k (pu)
$\bar{S}_{k,ph}^G$	Potência complexa do gerador na fase ph do nó k (pu)
$t_{km,ph}$	Posição do tap da fase ph do regulador de tensão instalado no ramo km
\mathbf{V}_{ph}^{ML}	Vetor das partes 1 e 2 das magnitudes das tensões nodais da fase ph (pu)
\mathbf{V}_{ph}^{P1}	Subvetor da parte 1 das magnitudes das tensões nodais da fase ph (pu)
\mathbf{V}_{ph}^{P2}	Subvetor da parte 2 das magnitudes das tensões nodais da fase ph (pu)
$\bar{V}_{km,ph}$	Fator queda de tensão da fase ph do ramo km (pu)
$\bar{V}_{k,ph}$	Fator tensão da fase ph do nó k (pu)
$\bar{V}_{m,ph}$	Fator tensão da fase ph do nó m (pu)
$V_{km,ph}^{ML}$	Queda de tensão da fase ph do ramo km , obtido através do modelo linearizado (pu)
$V_{k,ph}^{ML}$	Magnitude de tensão da fase ph do nó k (pu)

$V_{m,ph}^{ML}$	Magnitude de tensão da fase ph do nó m (pu)
$V_{km,ph}^{NL}$	Queda de tensão na fase ph do ramo km obtida pela solução do fluxo de carga não-linear do Caso Base (pu)
$V_{k,ph}^{P1}$	Parte 1 da magnitude da tensão da fase ph do nó k (pu)
$V_{k,ph}^{P2}$	Parte 2 da magnitude da tensão da fase ph do nó k (pu)
$V_{m,ph}^{P1}$	Parte 1 da tensão da fase ph do nó m (pu)
$V_{m,ph}^{P2}$	Parte 2 da tensão da fase ph do nó m (pu)
V_k^{esp}	Tensão especificada do nó k (pu)
$V_{k,ph}^{NL}$	Magnitude da tensão na fase ph do nó k resultante do fluxo de carga não-linear (pu)
$X_{km,ph}$	Reatância da fase ph do ramo km (pu)
$X_{k,ph}^{sh}$	Reatância da fase ph do capacitor instalado no nó k (pu)
$\bar{Z}_{km,ph}$	Impedância série da fase ph do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,ph}^{própria}$	Média das impedâncias próprias do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,ph}^{mútua}$	Média das impedâncias mútuas do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,AA}$	Impedância própria da fase A do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,BB}$	Impedância própria da fase B do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,CC}$	Impedância própria da fase C do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,AB}$	Impedância mútua entre as fases A e B do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,BC}$	Impedância mútua entre as fases B e C do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
$\bar{Z}_{km,CA}$	Impedância mútua entre as fases C e A do ramo km ($\frac{\Omega}{km}$)
ΔV_{ph}^{ML}	Diferença entre as tensões da fase ph dos nós k e m devido à instalação de um regulador de tensão neste ramo (pu)
ΔV_{ph}^{P1}	Parte 1 da diferença entre as tensões da fase ph dos nós k e m devido à instalação de um regulador de tensão neste ramo (pu)
ΔV_{ph}^{P2}	Parte 2 da diferença entre as tensões da fase ph dos nós k e m devido à instalação de um regulador de tensão neste ramo (pu)
Δf_{ph}^{Re}	Alteração na parte real da corrente, devido à instalação de um regulador de tensão na fase ph do ramo km (pu)
Δf_{ph}^{Im}	Alteração na parte imaginária da corrente, devido à instalação de um regulador de tensão na fase ph do ramo km (pu)
$\bar{\varepsilon}_{ph}^V$	Índice de diferenças médias entre as tensões da fase ph (%)
$\varepsilon_{k,ph}^V$	Diferença relativa entre as tensões, determinada para cada fase ph de cada nó k
$\bar{\varepsilon}_{ph}^f$	Índice de diferenças médias entre as correntes da fase ph (%)

$\varepsilon_{k,ph}^f$	Diferença relativa entre as correntes, determinada para cada fase ph de cada ramo km
ε_{loss}	Índice de diferença entre as perdas totais do sistema (%)
$\mathbf{0}_{ph}$	Submatriz da fase ph , composta por zeros

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	Revisão bibliográfica	20
1.1.1	Grupo 1	21
1.1.2	Grupo 2	22
1.1.3	Grupo 3	24
1.1.4	Grupo 4	26
1.1.5	Resumo	26
1.2	Objetivos e contribuição	28
2	FUNDAMENTOS DO MODELO PROPOSTO PARA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	29
2.1	Modelagem dos componentes do sistema de distribuição de energia elétrica	29
2.1.1	Cargas	29
2.1.2	Geradores	30
2.1.3	Representação da rede	32
2.1.4	Bancos de capacitores	34
2.1.5	Reguladores de tensão	35
2.2	Equacionamento nodal para sistema de 5 nós	38
2.2.1	Equacionamento do nó 1	38
2.2.2	Equacionamento do nó 2	39
2.2.3	Equacionamento do nó 3	39
2.2.4	Equacionamento do nó 4	40
2.2.5	Equacionamento do nó 5	41
2.3	Equacionamento nodal para sistema de 6 nós (com RT ideal)	41
2.3.1	Equacionamento do nó 1	43
2.3.2	Equacionamento do supernó 6 – 2	43
2.4	Cálculo de tensões e correntes trifásicas	44
2.5	Cálculo das perdas	45
3	FORMULAÇÃO MATRICIAL	46
3.1	Formulação matricial geral	47
3.1.1	Submatriz E_{ph}	47
3.1.2	Submatriz O_{ph}	47
3.1.3	Submatriz F_{ph}	48
3.1.4	Submatriz H_{ph}	48
3.1.5	Subvetores de V_{ph}^{ML}	48

3.1.6	Subvetores de I_{ph}	49
3.2	Sistema sem regulador de tensão	49
3.2.1	Equações da fase A	49
3.2.2	Equações das fases B e C	51
3.3	Inclusão do regulador de tensão	52
3.3.1	Equações da fase A	52
3.3.2	Equações das fases B e C	54
3.4	Alterações para consideração dos nós com tensão controlada	56
3.4.1	Alterações para consideração do nó de referência	56
3.4.2	Alterações para consideração dos nós de geração com tensão controlada	57
3.4.3	Alterações para consideração dos nós com geração síncrona	58
3.5	Diagrama em blocos geral	59
4	VALIDAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO	63
4.1	Índices de diferenças	63
4.1.1	Índice de diferença das tensões	63
4.1.2	Índice de diferença das correntes	64
4.1.3	Índice de diferença das perdas	64
4.2	Sistema de 6 nós (com RT não-ideal)	64
4.2.1	Comparação de resultados	67
4.2.2	Utilização do modelo de carga recomendado no PRODIST	76
4.2.3	Consideração com relação às perdas	78
4.3	Sistema de 34 nós	78
4.3.1	Comparação de resultados	82
4.3.2	Aproximação considerando valores médios de impedâncias	87
4.3.3	Inclusão de malhas	88
4.3.4	Consideração com relação às perdas	90
5	CONCLUSÕES	91
5.1	Trabalhos futuros	92
5.2	Publicações relacionadas	93
	REFERÊNCIAS	94
	APÊNDICE A RESULTADOS COMPLEMENTARES DO SISTEMA DE 6 NÓS	101
A.1	Resultados sem utilizar fatores de ajuste	101
A.2	Resultados das correntes	102
	APÊNDICE B RESULTADOS COMPLEMENTARES DO SISTEMA DE 34 NÓS MODIFICADO	105
B.1	Obtenção da carga equivalente fase-neutro a partir das cargas conectadas entre fases	105
B.2	Fatores de ajuste $K_{km,ph}$	107
B.3	Tensões e correntes do Caso Base	109
B.4	Resultados sem utilizar fatores de ajuste	112

1 INTRODUÇÃO

O estudo do fluxo de carga (ou fluxo de potência) é uma importante ferramenta que permite calcular o estado de operação de um sistema elétrico, conhecida sua topologia, carga demandada, tensão de referência e geração. Sua solução consiste basicamente na determinação do ponto de operação do sistema em regime permanente, então, sua finalidade é: i) o cálculo das tensões nodais, o que permite verificar se as mesmas estão em níveis tecnicamente corretos; ii) o cálculo do fluxo de corrente, potência e perdas nos trechos da rede, permitindo verificar se esses fluxos encontram-se dentro dos limites de carregamento dos condutores e iii) determinação de outras grandezas de interesse, de acordo com o objetivo de estudo (KAGAN; OLIVEIRA; ROBBA, 2010).

A modelagem do sistema elétrico é realizada através de um modelo estático em que variações no tempo são consideradas lentas o suficiente para ignorar os efeitos transitórios. Em métodos tradicionais (iterativos) de solução do fluxo de carga (FC), o modelo estático do sistema é constituído por um conjunto de equações algébricas não lineares, as quais relacionam as injeções de potência e as magnitudes e ângulos das tensões nodais (MONTICELLI, 1983).

Técnicas de solução de fluxo de carga eficientes e confiáveis, como Gauss-Seidel (GS), Newton-Raphson (NR) e FC Desacoplado Rápido (GRAINGER; STEVENSON, 1994; TINNEY; HART, 1967; STOTT; ALSAC, 1974), são amplamente utilizadas para estudos de operação, controle e planejamento em nível de transmissão. Contudo, foi demonstrado repetidamente que esses métodos podem se tornar ineficientes na análise de sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE), devido às características específicas destes sistemas, tais como: predominância de circuitos radiais, alta relação entre resistência e reatância (R/X), linhas não-transpostas, alto nível de incertezas e presença de desequilíbrio nas cargas (MARQUESAN *et al.*, 2005). Ainda, as matrizes Jacobianas de redes de distribuição radiais (utilizadas no método de NR) são geralmente mal condicionadas, o que pode causar problemas numéricos para algoritmos de FC convencionais (TRIPATHY *et al.*, 1982). Essas características tornam o FC de sistemas de distribuição diferente quando comparado com a análise de FC dos sistemas de transmissão (EMINOGLU; HOCAOGLU, 2008).

Em vista das diferenças entre os sistemas de distribuição e os sistemas de transmissão, a literatura especializada propôs métodos de resolução específicos para estudos de sistemas de distribuição. Kersting e Mendive (1976) e Kersting (1984), desenvolveram técnicas para resolução do fluxo de carga baseadas na teoria *ladder*, sendo esta uma das primeiras tentativas de aplicar um método de varredura para obter a solução do FC em sistemas de distribuição desbalanceados. Desde que foram apresentados, os algoritmos de varredura avançaram expressivamente, passando a ser amplamente aceitos e utilizados, de versões clássicas (SHIRMOHAMMADI *et al.*, 1988; CHENG; SHIRMOHAMMADI, 1995; CESPEDES, 1990; DAS; KOTHARI; KALAM, 1995; GHOSH; DAS, 1999) a versões mais recentes (CHANG; CHU; WANG, 2007; JU *et al.*, 2014; WANG *et al.*, 2018). A literatura também apresenta versões modificadas dos métodos de NR e GS. A exemplo do método de injeção de correntes, o qual utiliza o método de NR no processo de solução (GARCIA *et al.*, 2000; GARCIA; PEREIRA; CARNEIRO JR., 2001; PENIDO *et al.*, 2008, 2010). Estudos comparativos entre métodos de varredura e métodos de injeção de corrente podem ser encontrados em Araujo *et al.* (2006; 2018).

Como alternativa aos modelos não lineares de representação da rede, resolvidos por métodos iterativos, existem os modelos linearizados, que possibilitam obter uma solução aproximada para o FC, sem a necessidade de um processo iterativo. Estes são empregados há diversos anos para representação de sistemas de transmissão em problemas de planejamento da expansão, apresentando resultados satisfatórios (ROMERO *et al.*, 2002). Entretanto, tais modelos são inadequados para representar sistemas de distribuição, em razão de suas particularidades já mencionadas. Surge então, a oportunidade de desenvolver modelos linearizados específicos para representação de sistemas de distribuição.

Ainda, nos últimos anos o setor elétrico brasileiro vem experimentando uma nova fase de mudança de paradigma na forma de operar e planejar os sistemas de distribuição, principalmente devido ao aumento no número de conexões de geração distribuída (GD), com destaque para a fonte solar fotovoltaica (ANEEL, 2012). Neste contexto, nota-se que as atividades de operação e de expansão do sistema elétrico assumem uma importância ainda maior, em função da necessidade de conciliar os diversos agentes envolvidos. Se por um lado a inclusão de GD pode gerar benefícios, como melhorias no perfil de tensão e redução de perdas, por outro sua presença pode levar a fluxos bidirecionais, dificultando a forma de operação de dispositivos de controle e coordenação da proteção (RANGEL, 2015). Assim, o novo cenário relacionado com sistemas de distribuição, onde as GDs são introduzidas, exige o desenvolvimento de metodologias que incorporem um modelo de rede que reflita as características operacionais do sistema (ZARE *et al.*, 2018).

A utilização de modelos simplificados para representar sistemas de distribuição, facilita a solução do FC em pontos operacionais extremos relacionados, por exemplo, a altos níveis de carregamento e grandes quedas de tensão. A avaliação da rede nestas condições operativas é comum em estudos de planejamento da operação e expansão, onde

geralmente se tem como objetivo a minimização de custos, perdas e quedas de tensão. Nestes casos, os métodos convencionais, devido às não-linearidades, podem apresentar limitações, como dificuldade na convergência e baixa eficiência computacional.

Outro aspecto a ser destacado com relação ao uso de modelos de rede simplificados, é a possibilidade de aplicação em problemas de otimização (RESENER; HAFFNER; PEREIRA, 2013; RESENER, 2016; FRANCO *et al.*, 2011; GONÇALVES, 2013). A utilização de modelos linearizados em problemas de otimização permite obter sua solução utilizando técnicas de otimização clássica, com garantia de otimalidade, representar explicitamente as restrições do problema e ainda, obter informações de sensibilidade no entorno da solução obtida. Os aspectos citados tornam as abordagens linearizadas atrativas (HAFFNER *et al.*, 2008a).

Embora existam modelos não lineares, resolvidos por métodos iterativos, que consideram o sistema desbalanceado, a grande maioria dos modelos linearizados, encontrados na literatura, para representação de sistemas de distribuição considera circuitos equivalentes monofásicos. No entanto, estes modelos equivalentes não são suficientemente precisos para situações onde é necessário levar em consideração os desequilíbrios inerentes aos sistemas de distribuição. Assim, formulações matemáticas linearizadas que contemplem o desbalanceamento de circuitos trifásicos são apresentadas como uma alternativa necessária e adequada, permitindo a solução direta do FC e sem a necessidade de processo iterativo.

1.1 Revisão bibliográfica

Nos últimos anos, na bibliografia especializada vem sendo apresentadas novas formulações matemáticas para solucionar o problema de FC em SDEE, visando obter resultados rápidos e confiáveis. Considerando o contexto até então apresentado, serão comentados nesta seção, os principais estudos relacionados a modelos lineares, utilizados para representar os sistemas de distribuição em regime permanente.

De modo a tornar a apresentação destes estudos mais interessante, optou-se por separá-los em 4 grupos. Cada grupo busca reunir trabalhos em que as técnicas de linearização e/ou modelos de rede utilizados são semelhantes. Além disso, busca-se relatar brevemente o contexto no qual o modelo linearizado foi utilizado em cada trabalho. A organização dos grupos foi definida considerando a data do primeiro trabalho (do mais antigo ao mais recente).

O Grupo 1 refere-se a trabalhos que utilizam o modelo injeção de corrente e são baseados na matriz admitância da rede. Nos trabalhos do Grupo 2, são utilizadas equações de balanço de potência do FC convencional, sendo utilizada uma aproximação linear por partes para o quadrado da tensão. O modelo de carga potência constante é adotado na

maioria dos trabalhos deste grupo. Os trabalhos do Grupo 3 também contemplam o uso de um método de injeção de corrente, resolvido por coordenadas retangulares e o modelo de carga adotado é denominado ZI ajustado. O Grupo 4 diz respeito a outras abordagens mais recentes.

1.1.1 Grupo 1

Um modelo de otimização para resolver o problema de definição da rota de alimentadores foi apresentado em Haffner *et al.* (2004). O modelo de carga e de rede utilizados correspondem a uma adaptação do modelo linearizado tradicional, que foi desenvolvido para sistemas de transmissão de energia elétrica. No modelo linearizado tradicional, são usadas injeções constantes de potência, ângulos de fase das tensões nodais e reatâncias dos ramos (MONTICELLI, 1983). Na formulação adotada por Haffner *et al.* (2004), ao invés destas grandezas, são utilizadas injeções constantes de corrente, magnitudes das tensões nodais e o módulo da impedância dos ramos. Desta forma, a queda de tensão em um determinado trecho de alimentador é dada pelo produto do módulo da impedância pelo fluxo de corrente do ramo, o que torna possível relacionar a magnitude das tensões nodais com os fluxos de corrente por meio de relações lineares.

Propondo um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) e utilizando modelos simplificados de rede e carga, Haffner *et al.* (2008a; 2008b) resolveram o problema de planejamento multi-estágio em SDEE, considerando geração distribuída.

Os modelos utilizados nos trabalhos apresentados até aqui, representam as correntes apenas pela sua magnitude, não havendo distinção entre as parcelas relacionadas com a potência ativa e reativa. Assim, embora tenham se mostrado adequados para estudos de expansão de sistemas de média tensão, estes modelos não permitem representar o efeito de bancos de capacitores (BCs). Outros trabalhos foram elaborados visando considerar estes efeitos, os quais serão relatados a seguir.

Em Gasperin (2008), foi abordado o problema de alocação ótima de BCs em SDEE. O problema foi resolvido utilizando algoritmos de otimização, tendo como objetivo a minimização da violação de tensão e dos custos relacionados com os BCs instalados. Foram utilizados modelos simplificados para obtenção das tensões nodais. As correntes foram representadas por uma parcela real, relacionada com a potência ativa e outra parcela imaginária, relacionada com a potência reativa.

Haffner *et al.* (2009), apresentaram um modelo de otimização para alocação e realocação de BCs fixos e chaveados. Considerou-se o modelo linearizado de rede (baseado em injeções de corrente); a variação diária da carga, por níveis de carregamento, e pode ser determinado, junto com a alocação de BCs, o tap ótimo de operação dos transformadores de distribuição. O modelo PLIM proposto, foi testado em alguns SDEE, e os resultados se mostraram muito próximos da solução obtida por intermédio do FC não-linear.

Posteriormente, Resener, Haffner e Pereira (2013) aprimoram o modelo, propondo expressões lineares para representação das perdas e para imposição dos limites de corrente nos ramos da rede. Além disso, consideram a presença de geração distribuída (GDs), operando de diversas formas. O modelo foi resolvido usando PLIM.

Rangel (2015), utilizou o modelo aproximado de rede para análise de SDEE em regime permanente, considerando a representação de cargas, geradores e limites operacionais. Além disso, demonstrou a influência da utilização de diferentes modelos de cargas nos resultados do FC. Foram avaliados diferentes modos de operação para os geradores, demonstrando a flexibilidade do modelo.

Em Resener *et al.* (2016), capacitores e GDs foram considerados para melhorar o perfil de tensão e minimizar as perdas de SDEE. O modelo usa uma função objetivo linear e restrições lineares, variáveis binárias e contínuas. Com isso, o problema de otimização pode ser representado como um modelo de PLIM, resolvido por meio de técnicas clássicas de otimização.

Após, um modelo de PLIM para ser utilizado em problemas de planejamento da expansão de SDEE, considerando um horizonte de curto prazo e um modelo de único estágio foi proposto (RESENER, 2016; RESENER *et al.*, 2019a,b). Neste modelo é realizada a inclusão das perdas na função objetivo, a possibilidade de alocar reguladores de tensão (RTs) e reconduzir trechos de rede, além de considerar a contribuição da tensão na barra da subestação e das GDs no controle de tensão e potência reativa do SDEE.

1.1.2 Grupo 2

Franco *et al.* (2011) apresentaram um modelo de PLIM para resolver o problema de alocação ótima de capacitores fixos e chaveados, em redes de distribuição radiais com GD. O sistema é considerado equilibrado, e representado por seu equivalente monofásico, as cargas são representadas como potência constante. O ponto de operação em regime permanente é obtido através de expressões lineares. São consideradas duas linearizações. A primeira, considera uma discretização do quadrado da magnitude das tensões nodais, utilizando variáveis binárias. Define-se o quadrado da magnitude das tensões nodais como o ponto médio do primeiro intervalo de discretização, mais um múltiplo inteiro do passo de discretização. Deste modo, o produto entre o quadrado da magnitude das tensões nodais e o quadrado das correntes nos ramos torna-se uma aproximação linear. Enquanto a segunda linearização, diz respeito à discretização por partes da soma do quadrado das potências ativa e reativa dos circuitos. A técnica utilizada para a segunda linearização, deriva do trabalho de Alguacil, Motto e Conejo (2003), o qual propôs um modelo linear para planejamento de expansão de sistemas de transmissão. O objetivo de Franco *et al.* (2011), é minimizar os custos totais de investimento e operação, sujeitos à operação e restrições físicas. O modelo proposto foi testado em sistemas teste.

As linearizações das equações de FC descritas em Franco *et al.* (2011), foram utilizadas como referência para diversos outros estudos, os quais também envolvem modelos de PLIM. Estes trabalhos serão brevemente discutidos a seguir.

Em Alves, Franco e Rider (2012), o FC foi modelado por expressões lineares, obtidas através de técnicas de linearização, da mesma forma como em Franco *et al.* (2011). As linearizações foram utilizadas para resolver o problema de alocação ótima de RTs em SDEE usando uma formulação linear inteira mista.

No trabalho de Gonçalves (2013), são apresentados três modelos de PLIM convexa para resolver problemas de otimização de SDEE radiais. Os modelos propostos consideram que as demandas das cargas são representadas como potências ativa e reativa constantes e o SDEE é balanceado e representado por um equivalente monofásico. O FC foi modelado por expressões lineares, obtidas através de duas técnicas de linearização, a primeira da mesma forma como em Franco *et al.* (2011), a segunda como uma técnica aprimorada de Alguacil, Motto e Conejo (2003).

Em Franco *et al.* (2013a), foi proposto um modelo de PLIM para resolver os problemas de seleção da bitola do condutor e do recondutoramento de redes de distribuição radiais. O FC foi modelado através de expressões lineares, considerando que as cargas são modeladas como 100% potência constante. A função objetivo considera custos de investimento e custos de operação. O modelo foi testado em sistemas com 50, 200 e 600 nós. A mesma solução foi encontrada tanto pelo método proposto quanto pela enumeração exaustiva no caso do sistema teste de 50 nós, demonstrando a precisão da técnica proposta.

Em Franco *et al.* (2013b) foi abordado o problema de reconfiguração dos SDEE, considerando a presença de GDs, sendo também resolvido por PLIM. As cargas do SDEE são modeladas com comportamento potência constante, corrente constante e impedância constante (modelo ZIP). O FC é representado em termos de partes reais e imaginárias da tensão e fluxo de corrente. O SDEE trifásico é considerado simétrico e modelado através de sua rede de sequência positiva.

Já Franco *et al.* (2013c), apresentaram um modelo de PLIM multiobjetivo para resolver o problema de alocação de RTs e BCs em SDEE com GDs. O ponto de operação em regime permanente é obtido através de um modelo linear, como em Franco *et al.* (2011). Para validação das linearizações, os autores compararam os resultados com o método de varredura. A função objetivo considera os custos anuais de investimento com a aquisição de BCs e RTs e os custos anuais das perdas. Com a modelagem multiobjetivo, o autor propõe uma heurística para obter a fronteira de Pareto. Os resultados obtidos mostram que, comparando com o método de varredura, as tensões nos nós e as perdas de potência ativa são calculadas com precisão.

Rueda-Medina *et al.* (2013) apresentaram uma abordagem de PLIM para resolver o problema de alocação de GDs em SDEE radiais, tendo como objetivo minimizar os

custos anuais de investimento e operação. O FC, considerando diferentes níveis de carga e cargas com comportamento potência constante e impedância constante, é modelado por expressões lineares, como em Franco *et al.* (2011). A capacidade de corrente de curto-circuito dos circuitos, também é modelada através de expressões lineares e diferentes topologias do SDEE radial são consideradas. Além disso, diversos tipos de GDs são representadas pela sua curva de capacidade.

Diversos trabalhos seguiram utilizando as técnicas de linearizações apresentadas, de forma geral: Borges, Franco e Rider (2014), para resolver o problema de reconfiguração de SDEE, utilizando PLIM; Gonçalves, Franco e Rider (2015) para resolver o problema de planejamento da expansão de curto prazo de SDEE radiais, utilizando PLIM (considera a construção de novos circuitos, o recondutoramento de circuitos existentes, a alocação de BCs, bem como o tipo e número de módulos de capacitores em operação, e a alocação de RTs, para minimizar o investimento anual total e custos de operação); Tabares *et al.* (2016), para resolver problema de planejamento da expansão de longo prazo de vários estágios de SDEE, considerando as seguintes alternativas: aumentar a capacidade das subestações existentes, construção de novas subestações, alocação de BCs e/ou RTs, construção e/ou circuitos de reforço e modificação, se necessário, da topologia do sistema, tendo como objetivo minimizar o investimento e custos operacionais dos SDEE em um horizonte de planejamento estabelecido e Cavalcante *et al.* (2016), para resolver o problema de *self-healing* (recomposição automática) de SDEE, considerando restrições elétricas e operacionais.

1.1.3 Grupo 3

Em Martí, Ahmadi e Bashualdo (2013), foi proposta uma formulação linear para o cálculo do FC, baseada em um modelo de carga dependente de tensão. O modelo de carga proposto, combina uma impedância, representando a dependência quadrática com a tensão, com uma fonte de corrente, representando a dependência linear com a tensão. Ao invés do modelo ZIP, já conhecido, a proposta é utilizar modelo ZI ajustado. Em uma aplicação em tempo real, os valores da impedância e da fonte de corrente mudam, e portanto, a composição da carga muda durante o dia. Assim, uma nova corrente e uma nova impedância precisam ser recalculadas conforme ocorre essa mudança, para tanto, os autores utilizam uma técnica de ajuste de curvas. Essa representação e aproximações numéricas na parte imaginária das tensões nodais, levam a uma formulação linear, que não requer iterações, para resolver o problema de FC. GDs podem ser incluídas na proposta, utilizando um modelo potência constante, com potência ativa e reativa conhecidas.

Utilizando o modelo de carga dependente da tensão, proposto em Martí, Ahmadi e Bashualdo (2013), Ahmadi e Martí (2013) propuseram um modelo composto por um sistema de equações mistas, lineares (cargas) e não lineares (gerações), para resolver o

problema de FC por coordenadas retangulares. O uso das aproximações lineares permitiu reduzir o número de iterações necessárias para a solução do sistema. A precisão desse método foi comparada com uma formulação não-linear, em que os autores obtiveram um erro relativo menor que 0,1%.

O modelo de FC linear de Martí, Ahmadi e Bashualdo (2013), foi aplicado para resolução de problemas de planejamento de expansão e operação de sistemas de distribuição, como a reconfiguração ótima dos sistemas, a regulação de tensão e a alocação ótima de BCs (AHMADI; MARTÍ, 2015). O problema de otimização foi formulado como um modelo de programação cônica inteira mista. O método proposto foi testado utilizando seis sistemas de distribuição teste. Os autores concluem que o controle ótimo dos RTs e a instalação dos BCs em locais ótimos melhora significativamente o desempenho do sistema sob o ponto de vista de perdas e perfil de tensão.

Uma extensão da técnica apresentada em Martí, Ahmadi e Bashualdo (2013), para considerar uma rede de distribuição desequilibrada, é proposta em Ahmadi, Martí e Meier (2016). A formulação proposta para o cálculo de FC linearizado trifásico, considera o fato de que, em sistemas de distribuição típicos, os ângulos e magnitudes de tensão variam dentro de limites relativamente pequenos. Os autores ressaltam que a modelagem do sistema por um circuito equivalente monofásico é adequada, por exemplo, para resolver problemas onde o controle dos equipamentos é trifásico. Entretanto, em alguns casos, o desequilíbrio entre as fases não pode ser ignorado. Por exemplo, alguns RTs são unidades independentes, instaladas em cada fase; estimadores de estado do SDEE, também requerem uma consideração completa dos desequilíbrios, no modelo do sistema. Nestes casos, é necessária uma solução trifásica do FC. A precisão do modelo proposto foi verificada usando vários sistemas teste. Além disso, o método de injeção de corrente para SDEE desequilibrados foi descrito e o método de iteração de ponto fixo foi usado para resolver as equações de FC resultantes. Este método foi usado posteriormente, como referência para determinar o erro do FC trifásico linearizado. Os autores concluem que o método proposto possui potencial para ser aplicado em análises em tempo real e em rotinas de otimização, tais como, controle volt/var e estimadores de estado. Com este conjunto linear de equações, é possível incluir variáveis discretas para representar o status das chaves, a posição do tap de RTs, entre outros. Ainda, nestes casos, a eficiência computacional e a robustez do método utilizado tornam-se fatores importantes, o que faz com que o método proposto seja atrativo.

A formulação linearizada trifásica de Ahmadi, Martí e Meier (2016) foi utilizada para resolver o problema de estimação de estados de sistemas de distribuição (ALIGAM *et al.*, 2018). O FC trifásico linearizado é usado como núcleo do estimador. Os autores observam que, tendo a solução do FC como base para o estimador, as estimativas são garantidas, independentemente do número de dispositivos de medição. Ao contrário de outros métodos, em que a observabilidade do sistema depende do número de dispositivos de medição

disponíveis e de sua localização; o uso de um FC como base permite que qualquer sistema seja observável desde que sejam fornecidas informações suficientes sobre as características da rede, necessárias para uma análise do FC. Além disso, o FC linear trifásico possui um grande potencial na simplificação de aplicações computacionalmente complexas, incluindo o estimador de estados proposto, que envolve equações não lineares resultantes de desequilíbrios no sistema de distribuição. As tensões nodais foram utilizadas como variáveis de estado e os resultados foram comparados com os resultados tradicionais de FC, obtidos usando o *software* OpenDSS.

1.1.4 Grupo 4

Li, Zhu e Pan (2019) propuseram uma abordagem linear para solução do FC em SDEE. Sem a necessidade de aplicar um processo iterativo, tornou-se possível obter uma solução direta, eliminando problemas de convergência. O método é baseado na teoria de análise de *loop* e na aproximação linear da injeção de correntes no plano complexo, podendo ser aplicado tanto em sistemas balanceados como em sistemas desbalanceados. Segundo os autores, as características do método o tornam útil sempre que são necessárias soluções de FC rápidas, robustas e repetitivas. Além disso, GDs com fator de potência unitário ou fixo podem ser facilmente incluídas. Entretanto, nós do tipo PV não podem ser tratados diretamente e precisam ser mais estudados. A metodologia foi testada em diferentes SDEE, com diferentes modelos de carga e sob diferentes níveis de cargas. Os resultados demonstraram que o método fornece tensões e ângulos muito próximos, com erros insignificantes, em comparação com FC convencionais. Os autores concluem que o método pode ser aplicado em problemas de fluxo de potência ótimo, despacho econômico, análises de contingência e avaliação de confiabilidade e segurança de SDEE.

Liu *et al.* (2019), apresentaram um método de cálculo de FC linear, considerando GDs. De acordo com as características dos SDEE, e usando a expansão da série de Taylor, os termos não-lineares das equações tradicionais de potência foram linearizados. A potência reativa gerada pela GD (não-PV) foi também simplificada. Em seguida, combinando a aproximação linear e a GD simplificada, a solução do FC é obtida por equações lineares. Segundo os autores, o método proposto, que considera vários tipos de GDs, possui uma forte versatilidade. Para validação, foram utilizados sistemas teste, demonstrando a precisão do método linearizado, quando comparado aos métodos convencionais, podendo ser aplicado para análises rápidas de SDEE.

1.1.5 Resumo

Com o objetivo de comparar as abordagens descritas nesta seção, correlatas com ao método proposto no presente estudo, apresenta-se um resumo, na Tabela 1. Na primeira

coluna é descrita a referência; na segunda e terceira colunas, descreve-se a aplicação do modelo (FC, quando o modelo linearizado é aplicado para resolver o fluxo de carga e MO, quando é utilizado em modelos de otimização); na quarta e quinta colunas, descreve-se o modelo de rede considerado (M, quando a rede é representada por um circuito equivalente monofásico e T quando considera-se a rede trifásica desbalanceada), e nas colunas 6 a 8, são apresentados os componentes do SDEE considerados em cada referência.

Tabela 1 – Resumo dos principais trabalhos descritos na revisão bibliográfica.

Referência	Aplicação		Modelo		Componentes		
	FC	MO	M	T	RT	BC	GD
HAFFNER <i>et al.</i> (2004)		✓	✓				
HAFFNER <i>et al.</i> (2008a,b)		✓	✓				✓
GASPERIN (2008)		✓	✓			✓	
RESENER; HAFFNER; PEREIRA (2013)		✓	✓			✓	✓
RANGEL (2015)	✓		✓				✓
RESENER <i>et al.</i> (2016)		✓	✓			✓	✓
RESENER (2016)		✓	✓		✓	✓	✓
FRANCO <i>et al.</i> (2011)		✓	✓			✓	✓
ALVES; FRANCO; RIDER (2012)		✓	✓		✓		
GONÇALVES (2013)		✓	✓		✓	✓	
FRANCO <i>et al.</i> (2013a)		✓	✓				
FRANCO <i>et al.</i> (2013b)		✓	✓				✓
FRANCO <i>et al.</i> (2013c)		✓	✓		✓	✓	✓
RUEDA-MEDINA <i>et al.</i> (2013)		✓	✓				✓
BORGES; FRANCO; RIDER (2014)		✓	✓				
GONÇALVES; FRANCO; RIDER (2015)		✓	✓		✓	✓	
TABARES <i>et al.</i> (2016)		✓	✓		✓	✓	✓
CAVALCANTE <i>et al.</i> (2016)		✓	✓				✓
MARTÍ; AHMADI; BASHUALDO (2013)	✓		✓				✓
AHMADI; MARTÍ (2013)	✓		✓				✓
AHMADI; MARTÍ (2015)		✓	✓		✓	✓	
AHMADI; MARTÍ; MEIER (2016)	✓			✓	✓		
ALIGAM <i>et al.</i> (2018)		✓		✓			
LI; ZHU; PAN (2019)	✓		✓				✓
LIU <i>et al.</i> (2019)	✓			✓			✓
Este trabalho	✓			✓	✓	✓	✓

1.2 Objetivos e contribuição

Dentro do contexto descrito, o objetivo deste trabalho é contribuir nos seguintes aspectos:

- desenvolver o modelo dos componentes de um SDEE (cargas, geradores, circuitos, bancos de capacitores e reguladores de tensão), considerando o sistema de distribuição desbalanceado. A abordagem aqui proposta é uma extensão do modelo apresentado em Rangel (2015) e Resener (2016). Além disso, a proposta inclui a modelagem de geradores síncronos;
- desenvolver uma formulação nodal matricial para o SDEE, partindo das equações de balanço de corrente;
- obter uma solução aproximada para o FC, resolvendo um sistema de equações lineares, sem a necessidade de um processo iterativo e compará-la com o FC não-linear (NL).

O modelo proposto foi implementado em MATLAB (2018) e sua validação foi realizada através da comparação dos resultados obtidos com os resultados oriundos do FC não-linear, os quais foram obtidos utilizando-se o *software* OpenDSS (DUGAN; MC-DERMOTT, 2011). Sistemas teste desbalanceados, de 6 e 34 nós, foram utilizados para demonstrar o potencial de aplicação e a flexibilidade oferecidas pela formulação proposta.

2 FUNDAMENTOS DO MODELO PROPOSTO PARA REPRESENTAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Neste trabalho, o modelo dos componentes do SDEE, apresentado em Rangel (2015) e Resener (2016) é estendido para considerar redes de distribuição desequilibradas. Assim, o modelo linearizado proposto considera ramos e cargas trifásicos, bifásicos ou monofásicos. O uso de expressões lineares para aproximar os componentes do sistema de distribuição permite obter uma solução aproximada para o FC, a partir da solução de um sistema de equações lineares, sem a necessidade de aplicar um processo iterativo, como é realizado no FC não-linear.

2.1 Modelagem dos componentes do sistema de distribuição de energia elétrica

A modelagem dos componentes do sistema é a base que define as equações do FC. Portanto, construir modelos adequados e aplicáveis em diversos estudos elétricos é importante para garantir resultados confiáveis. Este trabalho está focado em sistemas de distribuição de energia elétrica de média tensão. Os componentes modelados, que serão apresentados nesta seção, são as cargas, os geradores distribuídos e nós com tensão controlada, as linhas de média tensão, os bancos de capacitores e os reguladores de tensão.

2.1.1 Cargas

A maioria das metodologias tradicionais para cálculo de FC modela a carga com comportamento de potência constante. Este modelo é mais adequado para sistemas de transmissão. No entanto, a medida que se deseja realizar estudos mais próximos do ponto de consumo, torna-se mais difícil a representação exata da carga, devido as suas condições variáveis, desequilíbrios e incertezas. Em Michels *et al.*, (2009) é apresentada uma avaliação para cargas típicas instaladas em sistemas de distribuição, indicando que a carga não se comporta apenas como uma injeção constante de potência, observou-se um comportamento dependente da tensão de operação. Portanto, a modelagem de carga como injeções constantes de corrente pode ser uma alternativa apropriada, uma vez que permite

abordar o comportamento dependente da tensão das cargas em SDEE (RANGEL, 2015). Assim, neste trabalho, as cargas são representadas por injeções constantes de corrente, as quais são obtidas a partir das demandas de potência ativa e reativa de cada fase do sistema (HAFFNER; PEREIRA; GASPERIN, 2008). Considerando que todos os nós operam em tensão nominal ($1, 0$ pu $\angle 0^\circ$) e fazendo uso das grandezas por unidade (pu), as injeções de corrente em cada fase ph , podem ser obtidas por:

$$d_{k,ph}^{\text{Re}} + jd_{k,ph}^{\text{Im}} = \left(\frac{\overline{S}_{k,ph}^{\text{D}}}{\overline{V}_{k,ph}} \right)^* \overline{V}_{k,ph} \stackrel{=1\angle 0^\circ}{=} P_{k,ph}^{\text{D}} - jQ_{k,ph}^{\text{D}}, \quad (1)$$

onde $d_{k,ph}^{\text{Re}}$ e $d_{k,ph}^{\text{Im}}$ são as componentes real e imaginária da corrente demandada pela carga na fase ph do nó k , $\overline{S}_{k,ph}^{\text{D}}$ é a demanda de potência complexa na fase ph do nó k , $\overline{V}_{k,ph}$ é o fasor de tensão nominal da fase ph do nó k , $P_{k,ph}^{\text{D}}$ e $Q_{k,ph}^{\text{D}}$ são as demandas de potência ativa e reativa por fase ph do nó k , dadas em pu.

No modelo proposto, as cargas devem estar conectadas entre fase e neutro. Assim, as cargas com conexão entre fases, devem ser substituídas por cargas equivalentes fase-neutro, as quais podem ser obtidas conforme mostrado no Apêndice B.1.

2.1.2 Geradores

Os geradores também são representados por injeções constantes de corrente. São considerados dois modos de operação: PQ e PV. Além disso, os geradores podem consistir em unidades monofásicas ou trifásicas. Similarmente às demandas de corrente, assume-se inicialmente que as tensões nodais têm ângulo de fase nulo para todas as fases¹. Os modos de operação são caracterizados da seguinte forma:

- *Gerador operando como nó PQ:* Neste caso, a tensão do nó é calculada e a parcela ativa ($g_{k,ph}^{\text{Re}}$) e reativa ($g_{k,ph}^{\text{Im}}$) das injeções de corrente são conhecidas e iguais ao seu valor especificado ($g_{k,ph}^{\text{Re,esp}}$ e $g_{k,ph}^{\text{Im,esp}}$). As injeções de corrente especificadas são obtidas considerando que as tensões nodais têm magnitude nominal, da seguinte forma:

$$g_{k,ph}^{\text{Re}} + jg_{k,ph}^{\text{Im}} = g_{k,ph}^{\text{Re,esp}} + jg_{k,ph}^{\text{Im,esp}} = \left(\frac{\overline{S}_{k,ph}^{\text{G}}}{\overline{V}_{k,ph}} \right)^* \overline{V}_{k,ph} \stackrel{=1\angle 0^\circ}{=} P_{k,ph}^{\text{G}} - jQ_{k,ph}^{\text{G}}, \quad (2)$$

onde $\overline{S}_{k,ph}^{\text{G}}$ é a potência complexa do gerador na fase ph do nó k e $P_{k,ph}^{\text{G}}$ e $Q_{k,ph}^{\text{G}}$ são as parcelas ativa e reativa da potência do gerador em cada fase ph do nó k , dadas em pu;

- *Gerador operando como nó PV:* Neste modo de operação, são especificadas a injeção de corrente ativa e a tensão nodal ($V_{k,ph} = V_k^{\text{esp}}$). Assim, a injeção de corrente

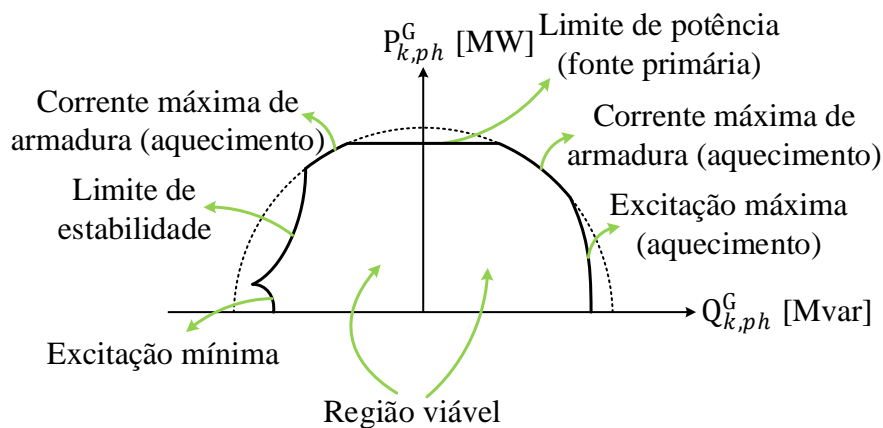
¹Ao final do processo, para considerar a defasagem entre as fases, é realizado o ajuste do ângulo de fase nas tensões nodais e correntes nos ramos. Esta consideração é descrita na Seção 2.4.

reativa é calculada para regular a tensão e deve respeitar os limites operacionais do gerador. A injeção de corrente ativa é obtida de acordo com:

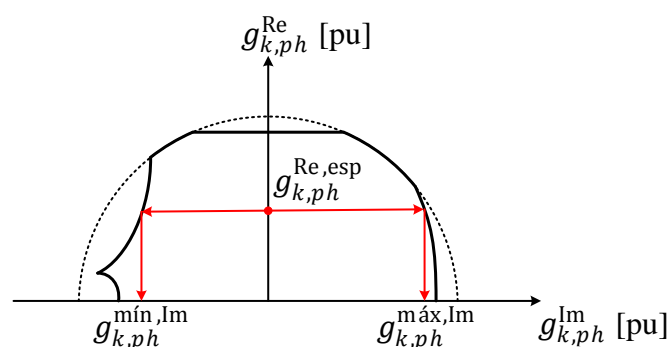
$$g_{k,ph}^{Re} = \frac{P_{k,ph}^G}{V_k^{esp}}, \quad (3)$$

Os valores das injeções determinados em (2) e (3), devem respeitar os limites operacionais do gerador que são definidos pela sua curva de capacidade, conforme mostrado na Figura 2(a). Geralmente a curva de capacidade é dada em MVA (Figura 2(a)), mas pode ser facilmente convertida para limites de corrente (em pu), considerando tensão nominal, conforme mostrado na Figura 2(b)².

Figura 1 – Curva de capacidade do gerador.



(a) Valores em MVA.



(b) Valores em pu.

Fonte: (a) Adaptada de (MONTICELLI, 2003) e (b) Elaborada pela autora.

²Vale destacar que, os limites operacionais da máquina são oriundos dos limites das correntes do estator e do rotor, sendo convertidos para potência terminal considerando tensão nominal (FITZGERALD *et al.*, 2006).

Conforme mostrado na Figura 2(b), para cada valor de injeção ativa especificada $g_{k,ph}^{Re,esp}$, é possível determinar seus correspondentes limites $g_{k,ph}^{mín,Im}$ e $g_{k,ph}^{máx,Im}$, considerando informações da curva de capacidade de cada gerador.

Para a operação de geradores síncronos é necessário que o desequilíbrio entre as fases A , B e C seja reduzido. Para tanto, as componentes real e imaginária das correntes são consideradas iguais nas três fases. A forma de estabelecer este equilíbrio é detalhada na Seção 3.4.3.

2.1.3 Representação da rede

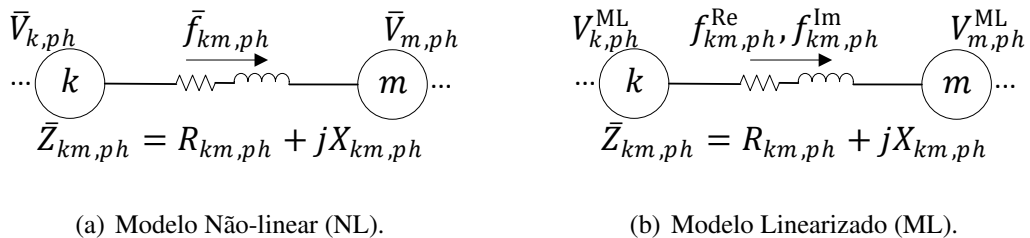
Neste trabalho, uma representação trifásica linearizada da rede é apresentada. As impedâncias série e as correntes dos ramos são representadas por uma parcela real e outra imaginária. A queda de tensão para cada fase ph de cada ramo, é obtida por uma aproximação, em que é desprezada a parte imaginária do produto entre a impedância série e o respectivo fasor de corrente, como será demonstrado a seguir (HAFFNER; PEREIRA; GASPERIN, 2008). Ainda, os ângulos das tensões são considerados todos em fase e iguais a zero, assim os fasores de tensão podem ser substituídos por suas magnitudes. As correntes que representam as fontes, demandas e elementos em derivação também são representadas por duas parcelas: uma parcela real, relacionada com a potência ativa e outra parcela imaginária relacionada com a potência reativa.

Ao considerar a fase ph do ramo genérico trifásico km , mostrado na Figura 2, tem-se que a impedância série é dada por:

$$\bar{Z}_{km,ph} = R_{km,ph} + jX_{km,ph}, \quad (4)$$

onde $R_{km,ph}$ representa a componente real (resistência) e $X_{km,ph}$ representa a componente imaginária (reatância), da impedância série da fase ph do ramo km .

Figura 2 – Fase ph do ramo genérico km .



(a) Modelo Não-linear (NL).

(b) Modelo Linearizado (ML).

Fonte: Elaborada pela autora.

A corrente na fase ph do ramo km é dada por:

$$\bar{f}_{km,ph} = f_{km,ph}^{Re} + j f_{km,ph}^{Im}, \quad (5)$$

onde $f_{km,ph}^{Re}$ representa a componente real e $f_{km,ph}^{Im}$ representa a componente imaginária da corrente na fase ph do ramo km .

Ao considerar a impedância e a corrente do ramo dadas em (4) e (5), o fasor queda de tensão ($\bar{V}_{km,ph}$), da a fase ph do ramo km , pode ser determinado pela equação:

$$\bar{V}_{km,ph} = \bar{V}_{k,ph} - \bar{V}_{m,ph} = (R_{km,ph} + jX_{km,ph})(f_{km,ph}^{\text{Re}} + jf_{km,ph}^{\text{Im}}), \quad (6)$$

ao rearranjar os termos de (6), é possível chegar em:

$$\bar{V}_{km,ph} = R_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Re}} - X_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Im}} + j(R_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Im}} + X_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Re}}), \quad (7)$$

ao desprezar a parte imaginária de (7), obtém-se a seguinte expressão simplificada da queda de tensão:

$$V_{km,ph}^{\text{ML}} = V_{k,ph}^{\text{ML}} - V_{m,ph}^{\text{ML}} = R_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Re}} - X_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Im}}. \quad (8)$$

Em Rangel (2015), podem ser encontrados testes que justificam e demonstram a validade da simplificação descrita. Rangel (2015) utilizou um sistema de 5 nós, no qual os ramos da rede possuem condutores com relação R/X de 0,46 à 1,67, para demonstrar que a parcela imaginária e o respectivo ângulo de fase da tensão assumem uma importância muito pequena após o primeiro ramo do sistema. O primeiro ramo apresenta uma relação R/X menor que um, o que é mais característico em sistemas de transmissão. Como a relação R/X em sistemas de distribuição na maioria dos casos é superior à unidade, pode-se considerar que a aproximação levando em conta somente a parte real da queda de tensão mostra-se adequada para análises destes sistemas, sendo os fluxos de potência ativa e reativa mais fortemente relacionados com a diferença na magnitude da tensão.

Em estudos realizados por Haffner, Pereira e Gasperin (2008), verificou-se que o modelo linearizado (ML), dado pela expressão (8), apresenta resultados mais satisfatórios quando introduzido à parte real do cálculo da queda de tensão um fator de ajuste, denominado $K_{km,ph}$. Este fator de ajuste é calculado para cada fase ph de cada ramo km do sistema, de tal modo que a solução obtida pelo ML seja igual à solução exata do fluxo de carga não-linear do Caso Base ($V_{km,ph}^{\text{NL}}$), em torno do qual o ML está sendo desenvolvido. O cálculo de $K_{km,ph}$ é dado por:

$$K_{km,ph} = \frac{V_{km,ph}^{\text{NL}} + X_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Im}}}{R_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Re}}}. \quad (9)$$

Incluindo o fator de ajuste $K_{km,ph}$, a expressão para o cálculo da queda de tensão torna-se:

$$V_{km,ph}^{\text{ML}} = V_{k,ph}^{\text{ML}} - V_{m,ph}^{\text{ML}} = K_{km,ph}R_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Re}} - X_{km,ph}f_{km,ph}^{\text{Im}}. \quad (10)$$

Para facilitar a solução, as tensões $V_{k,ph}^{\text{ML}}$ da fase ph do nó k e $V_{m,ph}^{\text{ML}}$ da fase ph do nó m , são divididas em duas partes (denominadas P1 e P2), dadas por:

$$V_{k,ph}^{\text{ML}} = V_{k,ph}^{\text{P1}} + V_{k,ph}^{\text{P2}}, \quad (11)$$

$$V_{m,ph}^{\text{ML}} = V_{m,ph}^{\text{P1}} + V_{m,ph}^{\text{P2}}. \quad (12)$$

Considerando (11) e (12), a queda de tensão na fase ph do ramo km é dada por:

$$V_{km,ph}^{ML} = V_{km,ph}^{P1} + V_{km,ph}^{P2} = V_{k,ph}^{P1} + V_{k,ph}^{P2} - (V_{m,ph}^{P1} + V_{m,ph}^{P2}). \quad (13)$$

Ao dividir em duas partes a expressão aproximada (10) e considerando (13), é possível chegar nas seguintes expressões:

$$V_{km,ph}^{P1} = V_{k,ph}^{P1} - V_{m,ph}^{P1} = K_{km,ph} R_{km,ph} f_{km,ph}^{Re}, \quad (14)$$

$$V_{km,ph}^{P2} = V_{k,ph}^{P2} - V_{m,ph}^{P2} = -X_{km,ph} f_{km,ph}^{Im}. \quad (15)$$

Ao rearranjar os termos de (14) e (15), é possível chegar nas seguintes expressões de corrente real e imaginária no ramo, calculadas para cada fase ph :

$$f_{km,ph}^{Re} = \frac{V_{k,ph}^{P1} - V_{m,ph}^{P1}}{K_{km,ph} R_{km,ph}}, \quad (16)$$

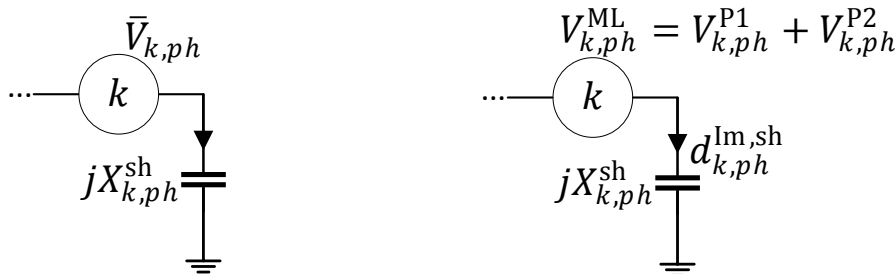
$$f_{km,ph}^{Im} = \frac{V_{k,ph}^{P2} - V_{m,ph}^{P2}}{-X_{km,ph}}. \quad (17)$$

2.1.4 Bancos de capacitores

Os bancos de capacitores (BCs) em derivação são comumente usados em sistemas de distribuição para auxiliar na regulação de tensão e para fornecer suporte de potência reativa (KERSTING, 2001). Para representá-los, adotou-se o modelo de impedância constante (sendo assim, uma injeção dependente da tensão). Essa representação permite descrever com maior fidelidade o comportamento destes equipamentos mesmo em condições extremas de operação, quando a tensão é muito distante de seu valor nominal (RESENER, 2016).

Considera-se que os BCs estão conectados em estrela. Assim, a alocação de um capacitor na fase ph do nó k , é mostrada na Figura 3(a).

Figura 3 – Capacitor na fase ph do nó genérico k .



(a) Modelo Não-linear (NL).

(b) Modelo Linearizado (ML).

Fonte: Elaborada pela autora.

A impedância $jX_{k,ph}^{sh}$ (em pu) do capacitor em derivação da Figura 3(a), é definida por:

$$jX_{k,ph}^{sh} = \frac{|\bar{V}_{k,ph}|^2}{(jQ_{k,ph}^{sh})^*} = \frac{|\bar{V}_{k,ph}|^2}{-jQ_{k,ph}^{sh}}, \quad (18)$$

onde $jQ_{k,ph}^{\text{sh}}$ é a potência reativa nominal do capacitor na fase ph do nó k em pu e $\bar{V}_{k,ph}$ é o fasor de tensão da fase ph do nó k em pu. Caso a tensão na fase ph do nó k seja igual a $1\angle 0$ pu, tem-se que a reatância do BC será dada por:

$$X_{k,ph}^{\text{sh}} = \frac{1}{Q_{k,ph}^{\text{sh}}}. \quad (19)$$

Ao considerar as partes P1 e P2 da equação (11), a parcela imaginária da corrente demandada pelo BC ($d_{k,ph}^{\text{Im,sh}}$) instalado na fase ph do nó k , como mostrado na Figura 3(b), pode ser obtida pela seguinte expressão (em pu):

$$d_{k,ph}^{\text{Im,sh}} = \frac{V_{k,ph}^{\text{P1}} + V_{k,ph}^{\text{P2}}}{-X_{k,ph}^{\text{sh}}}. \quad (20)$$

2.1.5 Reguladores de tensão

Reguladores de tensão (RTs) são autotransformadores usados para fornecer um ajuste em degraus na magnitude da tensão, geralmente na faixa de $\pm 10\%$ através da comutação de taps que operam em 32 passos mais a posição neutra. Cada passo equivale a 0,625% de variação da tensão (GRAINGER; STEVENSON, 1994). Os RTs são classificados de acordo com a conexão de seus terminais, podendo ser do tipo *A* ou do tipo *B*. Para o tipo *A*, a comutação é pelo lado da carga; para o tipo *B* a comutação é pelo lado da fonte (KERSTING, 2001).

Neste trabalho, considera-se que os reguladores de tensão estão conectados em estrela, embora seja possível estender o modelo para outros tipos de conexão. Sem perda de generalidade, o modelo proposto para a representação do RT considera que: i) a transformação é ideal (sem perdas); ii) o regulador é do tipo *B*; iii) o regulador possui 32 degraus mais a posição neutra; iv) o tap do regulador é conhecido por fase; v) não é representado seu controle; e iv) pode operar com fluxo inverso. Desta forma, o ramo km , no qual existe um RT, será representado por um autotransformador ideal com relação $a_{km,ph} : 1$, conforme mostrado na Figura 4. O fato de o transformador km que aparece no modelo ser ideal implica perdas nulas. A relação de transformação $a_{km,ph}$ do regulador é determinada pela seguinte expressão:

$$a_{km,ph} = 1 - 0,00625t_{km,ph}, \quad (21)$$

onde $t_{km,ph}$ é a posição do tap do regulador para a fase ph , podendo variar dentro do intervalo $[-16, +16]$. Então a relação $a_{km,ph}$ varia de 0,9 pu ($t_{km,ph} = 16$) a 1,1 pu ($t_{km,ph} = -16$) em intervalos discretos de 0,00625 pu.

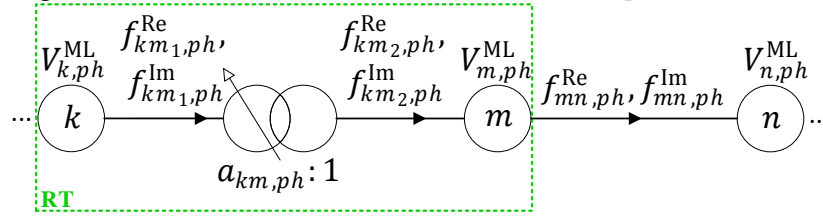
Como mostrado na Figura 4, a diferença entre as tensões dos nós k e m é dada por:

$$\Delta V_{ph}^{\text{ML}} = V_{m,ph}^{\text{ML}} - V_{k,ph}^{\text{ML}}. \quad (22)$$

Da relação de transformação do transformador ideal, sabe-se que $V_{k,ph}^{\text{ML}} = a_{km,ph} V_{m,ph}^{\text{ML}}$, logo (22) pode ser reescrita como:

$$\Delta V_{ph}^{\text{ML}} = (1 - a_{km,ph}) V_{m,ph}^{\text{ML}}, \quad (23)$$

Figura 4 – Trecho de rede com RT ideal na fase ph do ramo km .



Fonte: Elaborada pela autora.

ao substituir (21) em (23), obtém-se:

$$\Delta V_{ph}^{ML} = 0,00625t_{km,ph} V_{m,ph}^{ML} \quad (24)$$

Considerando as partes P1 e P2 da tensão nodal de (11) e (12), (24) pode ser separada em duas expressões:

$$\Delta V_{ph}^{P1} = 0,00625t_{km,ph} V_{m,ph}^{P1} \quad (25)$$

$$\Delta V_{ph}^{P2} = 0,00625t_{km,ph} V_{m,ph}^{P2} \quad (26)$$

Também usando as relações do transformador ideal, as correntes dos enrolamentos primário (índice 1) e secundário (índice 2) do RT são relacionadas por:

$$f_{km2,ph}^{Re} = a_{km,ph} f_{km1,ph}^{Re} \quad (27)$$

$$f_{km2,ph}^{Im} = a_{km,ph} f_{km1,ph}^{Im} \quad (28)$$

sendo $f_{km1,ph}^{Re}$ e $f_{km1,ph}^{Im}$ as componentes real e imaginária da corrente do primário do regulador instalado no ramo km e $f_{km2,ph}^{Re}$ e $f_{km2,ph}^{Im}$ as componentes real e imaginária da corrente do secundário do regulador instalado no ramo km . Ao substituir (21) em (27) e (28), obtém-se:

$$f_{km2,ph}^{Re} = (1 - 0,00625t_{km,ph}) f_{km1,ph}^{Re} \quad (29)$$

$$f_{km2,ph}^{Im} = (1 - 0,00625t_{km,ph}) f_{km1,ph}^{Im} \quad (30)$$

Ao aplicar a Lei de Kirchhoff das Correntes na barra m , resulta em:

$$f_{km2,ph}^{Re} - f_{mn,ph}^{Re} = 0, \quad (31)$$

$$f_{km2,ph}^{Im} - f_{mn,ph}^{Im} = 0, \quad (32)$$

ao substituir (29) e (30) respectivamente nas expressões (31) e (32), é possível obter:

$$(1 - 0,00625t_{km,ph}) f_{km1,ph}^{Re} - f_{mn,ph}^{Re} = 0, \quad (33)$$

$$(1 - 0,00625t_{km,ph}) f_{km1,ph}^{Im} - f_{mn,ph}^{Im} = 0, \quad (34)$$

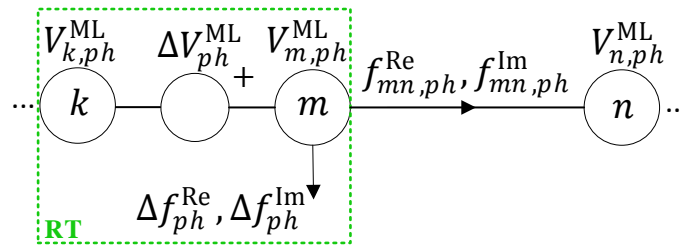
rearranjando os termos, tem-se então que o efeito da inclusão do RT nas correntes pode ser representado por uma carga no nó m , a qual é calculada por:

$$\Delta f_{ph}^{\text{Re}} = f_{km_1,ph}^{\text{Re}} - f_{mn,ph}^{\text{Re}} = 0,00625t_{km,ph}f_{km_1,ph}^{\text{Re}} \quad (35)$$

$$\Delta f_{ph}^{\text{Im}} = f_{km_1,ph}^{\text{Im}} - f_{mn,ph}^{\text{Im}} = 0,00625t_{km,ph}f_{km_1,ph}^{\text{Im}} \quad (36)$$

Ao levar em consideração as equações desenvolvidas, o RT ideal pode ser representado no ramo pela inclusão de uma fonte ideal de tensão com amplitude dependendo do tap de operação do equipamento e pela inclusão de uma demanda de corrente com parte real e imaginária, também com valor dependente do tap de operação do RT. Sendo assim, o trecho de rede apresentado na Figura 4 pode ser representado conforme mostra a Figura 5. Devido a inclusão do RT ideal no ramo km , $\Delta V_{ph}^{\text{ML}}$ representa a variação de tensão na fase ph do nó m com relação ao nó k ; $\Delta f_{ph}^{\text{Re}}$ representa a variação na parte real e $\Delta f_{ph}^{\text{Im}}$ representa a variação na parte imaginária da corrente na fase ph .

Figura 5 – Trecho de rede com modelo linearizado de RT ideal na fase ph do ramo km .

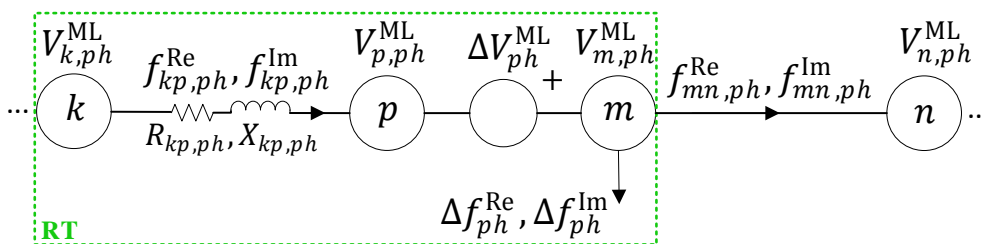


Fonte: Elaborada pela autora.

2.1.5.1 Reguladores de tensão não-ideais

O modelo de um RT não-ideal (com perdas) é constituído por uma impedância em série com um RT ideal, conforme mostra a Figura 6. $R_{kp,ph}$ e $X_{kp,ph}$ representam a impedância série da fase ph do RT e o nó p é um nó fictício, interno ao RT não-ideal, não sendo acessível a partir dos seus terminais.

Figura 6 – Trecho de rede com modelo linearizado de RT não-ideal na fase ph do ramo km .



Fonte: Elaborada pela autora.

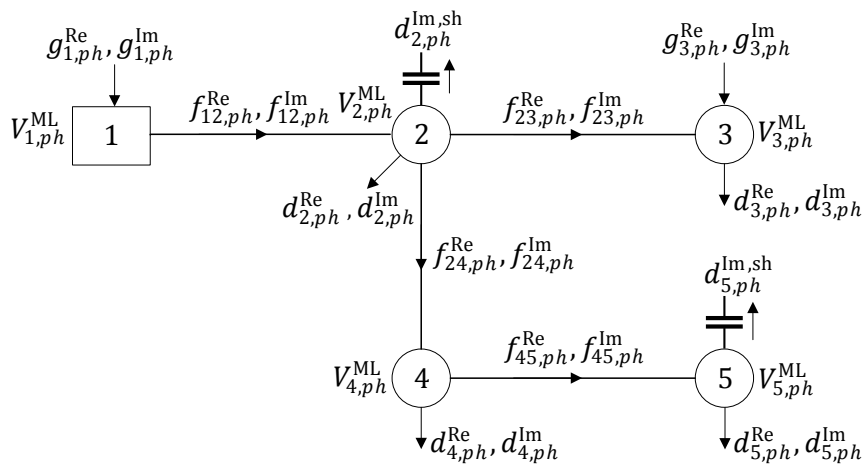
2.2 Equacionamento nodal para sistema de 5 nós

Com o objetivo de exemplificar a aplicação do modelo linearizado proposto, nesta seção será utilizado o sistema de distribuição com cinco nós e quatro circuitos apresentado na Figura 7. O circuito entre os nós 4 e 5 é monofásico, possui somente a fase *A*. Os nós 2 e 5 possuem capacitores instalados, sendo o do nó 2 um banco trifásico e o do nó 5 monofásico, conectado na fase *A*.

A seguir serão apresentadas as equações correspondentes a aplicação das Leis de Kirchhoff ao problema, segundo a análise nodal. Na aplicação das equações de balanço de corrente (Lei de Kirchhoff das Correntes), o lado esquerdo será constituído pelo somatório dos fluxos que deixam o nó e o lado direito será constituído pela injeção líquida de corrente (geração menos demanda).

Por simplicidade, para os nós 1 a 3 serão escritas apenas as equações da fase *A*, pois as equações das fases *B* e *C* são análogas. Para o nó 4 serão escritas as equações das fases *A* e *B*, pois estas não são semelhantes. Ainda para o nó 4, as equações da fase *C* não serão escritas, pois são análogas às equações da fase *B*. Para o nó 5, só existem equações para a fase *A*.

Figura 7 – Sistema de distribuição com 5 nós.



Fonte: Elaborada pela autora.

2.2.1 Equacionamento do nó 1

A equação de balanço de corrente do nó 1 é dada por:

$$f_{12,A}^{Re} + j f_{12,A}^{Im} = g_{1,A}^{Re} + j g_{1,A}^{Im}. \quad (37)$$

Ao separar as partes real e imaginária, resulta em:

$$f_{12,A}^{\text{Re}} = g_{1,A}^{\text{Re}}, \quad (38)$$

$$f_{12,A}^{\text{Im}} = g_{1,A}^{\text{Im}}. \quad (39)$$

Aplicando as equações (16) e (17), respectivamente, em (38) e (39), chega-se às seguintes expressões:

$$\frac{1}{K_{12,A}R_{12,A}}V_{1,A}^{\text{P1}} + \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,A}}V_{2,A}^{\text{P1}} = g_{1,A}^{\text{Re}}, \quad (40)$$

$$\frac{-1}{X_{12,A}}V_{1,A}^{\text{P2}} + \frac{1}{X_{12,A}}V_{2,A}^{\text{P2}} = g_{1,A}^{\text{Im}}. \quad (41)$$

Para as fases *B* e *C*, as expressões são análogas às desenvolvidas para a fase *A*.

2.2.2 Equacionamento do nó 2

A equação de balanço de corrente do nó 2 é dada por:

$$-f_{12,A}^{\text{Re}} - jf_{12,A}^{\text{Im}} + f_{23,A}^{\text{Re}} + jf_{23,A}^{\text{Im}} + f_{24,A}^{\text{Re}} + jf_{24,A}^{\text{Im}} + jd_{2,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{2,A}^{\text{Re}} - jd_{2,A}^{\text{Im}}. \quad (42)$$

Ao separar as partes real e imaginária, resulta em:

$$-f_{12,A}^{\text{Re}} + f_{23,A}^{\text{Re}} + f_{24,A}^{\text{Re}} = -d_{2,A}^{\text{Re}}, \quad (43)$$

$$-jf_{12,A}^{\text{Im}} + jf_{23,A}^{\text{Im}} + jf_{24,A}^{\text{Im}} + d_{2,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{2,A}^{\text{Im}}. \quad (44)$$

Ao substituir as expressões de corrente real (16) e imaginária (17), respectivamente em (43) e (44), resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,A}}V_{1,A}^{\text{P1}} + \left(\frac{1}{K_{12,A}R_{12,A}} + \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} + \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} \right) V_{2,A}^{\text{P1}} + \\ + \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}}V_{3,A}^{\text{P1}} + \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}}V_{4,A}^{\text{P1}} = -d_{2,A}^{\text{Re}}, \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{X_{12,A}}V_{1,A}^{\text{P2}} + \left(\frac{-1}{X_{12,A}} + \frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}} \right) V_{2,A}^{\text{P2}} + \frac{1}{X_{23,A}}V_{3,A}^{\text{P2}} + \\ + \frac{1}{X_{24,A}}V_{4,A}^{\text{P2}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}}V_{2,A}^{\text{P1}} = -d_{2,A}^{\text{Im}}. \end{aligned} \quad (46)$$

As expressões do nó 2 para as fases *B* e *C* são análogas as expressões apresentadas para a fase *A*.

2.2.3 Equacionamento do nó 3

A equação de balanço de corrente do nó 3 é dada por:

$$-f_{23,A}^{\text{Re}} - jf_{23,A}^{\text{Im}} = g_{3,A}^{\text{Re}} + jg_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Re}} - jd_{3,A}^{\text{Im}}. \quad (47)$$

Ao separar as partes real e imaginária, resulta em:

$$-f_{23,A}^{\text{Re}} = g_{3,A}^{\text{Re}} - d_{3,A}^{\text{Re}}, \quad (48)$$

$$-f_{23,A}^{\text{Im}} = g_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Im}}. \quad (49)$$

Ao substituir as expressões (16) e (17), respectivamente em (48) e (49), chega-se em:

$$\frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}}V_{2,A}^{\text{P1}} + \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}}V_{3,A}^{\text{P1}} = g_{3,A}^{\text{Re}} - d_{3,A}^{\text{Re}}, \quad (50)$$

$$\frac{1}{X_{23,A}}V_{2,A}^{\text{P2}} + \frac{-1}{X_{23,A}}V_{3,A}^{\text{P2}} = g_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Im}}. \quad (51)$$

As expressões do nó 3 para as fases *B* e *C* são análogas as expressões apresentadas para a fase *A*.

2.2.4 Equacionamento do nó 4

A equação de balanço de corrente do nó 4 é dada por:

$$-f_{24,A}^{\text{Re}} - jf_{24,A}^{\text{Im}} + f_{45,A}^{\text{Re}} + jf_{45,A}^{\text{Im}} = -d_{4,A}^{\text{Re}} - jd_{4,A}^{\text{Im}}. \quad (52)$$

Ao separar as partes real e imaginária, chega-se em:

$$-f_{24,A}^{\text{Re}} + f_{45,A}^{\text{Re}} = -d_{4,A}^{\text{Re}}, \quad (53)$$

$$-f_{24,A}^{\text{Im}} + f_{45,A}^{\text{Im}} = -d_{4,A}^{\text{Im}}. \quad (54)$$

Ao substituir as expressões de corrente real (16) e imaginária (17), respectivamente em (53) e (54), resulta em:

$$\frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}}V_{2,A}^{\text{P1}} + \left(\frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} + \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}} \right) V_{4,A}^{\text{P1}} + \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}}V_{5,A}^{\text{P1}} = -d_{4,A}^{\text{Re}}, \quad (55)$$

$$\frac{1}{X_{24,A}}V_{2,A}^{\text{P2}} + \left(\frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{45,A}} \right) V_{4,A}^{\text{P2}} + \frac{1}{X_{45,A}}V_{5,A}^{\text{P2}} = -d_{4,A}^{\text{Im}}. \quad (56)$$

Devido ao desequilíbrio causado pela ausência das fases *B* e *C* no circuito 4 – 5, as expressões da fase *A* do nó 4 são diferentes das expressões da fase *B* e *C*. Apresenta-se a seguir as expressões da fase *B*.

$$-f_{24,B}^{\text{Re}} - jf_{24,B}^{\text{Im}} = -d_{4,B}^{\text{Re}} - jd_{4,B}^{\text{Im}}. \quad (57)$$

Ao separar as partes real e imaginária, chega-se em:

$$-f_{24,B}^{\text{Re}} = -d_{4,B}^{\text{Re}}, \quad (58)$$

$$-f_{24,B}^{\text{Im}} = -d_{4,B}^{\text{Im}}. \quad (59)$$

Ao substituir as expressões (16) e (17), respectivamente em (58) e (59), resulta em:

$$\frac{-1}{K_{24,B}R_{24,B}}V_{2,B}^{P1} + \frac{1}{K_{24,B}R_{24,B}}V_{4,B}^{P1} = -d_{4,B}^{\text{Re}}, \quad (60)$$

$$\frac{1}{X_{24,B}}V_{2,B}^{P2} + \frac{-1}{X_{24,B}}V_{4,B}^{P2} = -d_{4,B}^{\text{Im}}. \quad (61)$$

As expressões do nó 4 para a fase *C* são análogas as expressões apresentadas para a fase *B*.

2.2.5 Equacionamento do nó 5

A equação de balanço de corrente do nó 5 é dada por:

$$-f_{45,A}^{\text{Re}} - jf_{45,A}^{\text{Im}} + jd_{5,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{5,A}^{\text{Re}} - jd_{5,A}^{\text{Im}}. \quad (62)$$

Ao separar as partes real e imaginária, chega-se em:

$$-f_{45,A}^{\text{Re}} = -d_{5,A}^{\text{Re}}, \quad (63)$$

$$-f_{45,A}^{\text{Im}} + d_{5,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{5,A}^{\text{Im}}. \quad (64)$$

Substituindo as equações (16) e (17), respectivamente em (63) e (64), resulta em:

$$\frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}}V_{4,A}^{P1} + \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}}V_{5,A}^{P1} = -d_{5,A}^{\text{Re}}, \quad (65)$$

$$\frac{1}{X_{45,A}}V_{4,A}^{P2} + \left(\frac{-1}{X_{45,A}} + \frac{-1}{X_{5,A}^{\text{sh}}} \right) V_{5,A}^{P2} + \frac{-1}{X_{5,A}^{\text{sh}}}V_{5,A}^{P1} = -d_{5,A}^{\text{Im}}. \quad (66)$$

O nó 5 não possui expressões para as fases *B* e *C*.

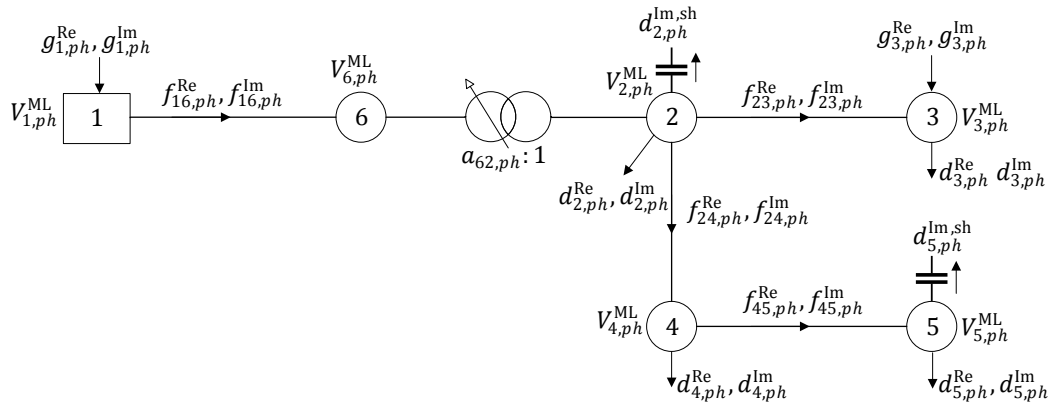
2.3 Equacionamento nodal para sistema de 6 nós (com RT ideal)

Com o objetivo de exemplificar a aplicação do modelo linearizado proposto em uma rede com RT, adiciona-se ao sistema da Figura 7 o nó 6 e o RT ideal, como apresentado na Figura 8. Desta forma, o sistema passa a ter seis nós. As demais características do sistema da Figura 7 são mantidas.

Ao considerar o modelo do RT ideal, apresentado na Seção 2.1.5, é possível representar o RT da Figura 8 na forma apresentada na Figura 9. Em função da fonte de tensão no circuito 6 – 2, os nós 6 e 2 vão constituir o supernó 6 – 2.

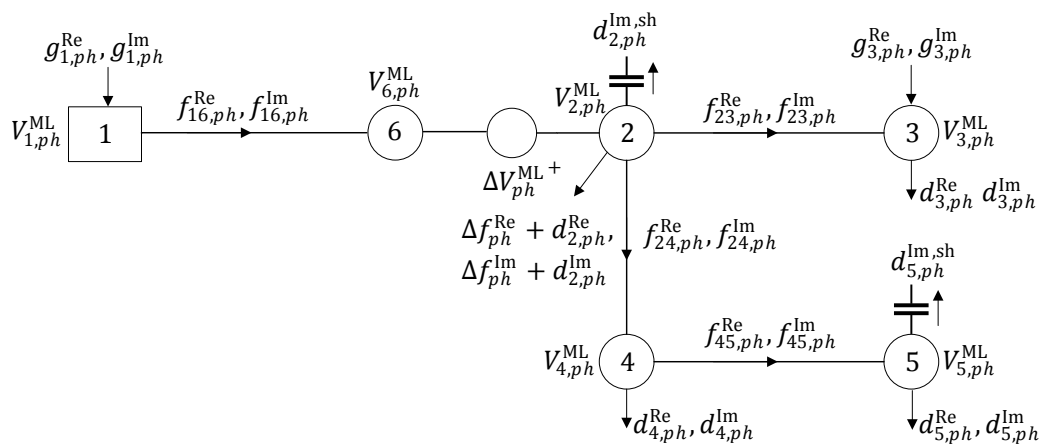
Por simplicidade, as equações dos nós 3 a 5 não serão mostradas, pois são idênticas às apresentadas anteriormente, nas Seções 2.2.3 a 2.2.5. Ainda, as equações do nó 1 e do supernó 6 – 2 serão escritas apenas para a fase *A*, pois as equações das fases *B* e *C* são semelhantes.

Figura 8 – Sistema de distribuição com 6 nós e RT ideal.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 9 – Sistema de distribuição com 6 nós e com modelo linearizado do RT ideal.



Fonte: Elaborada pela autora.

2.3.1 Equacionamento do nó 1

A equação de balanço de corrente do nó 1 é dada por:

$$f_{16,A}^{\text{Re}} + j f_{16,A}^{\text{Im}} = g_{1,A}^{\text{Re}} + j g_{1,A}^{\text{Im}}. \quad (67)$$

Ao separar as partes real e imaginária, resulta em:

$$f_{16,A}^{\text{Re}} = g_{1,A}^{\text{Re}}, \quad (68)$$

$$f_{16,A}^{\text{Im}} = g_{1,A}^{\text{Im}}. \quad (69)$$

Aplicando as equações (16) e (17), respectivamente, em (68) e (69), chega-se às seguintes expressões:

$$\frac{1}{K_{16,A} R_{16,A}} V_{1,A}^{\text{P1}} + \frac{-1}{K_{16,A} R_{16,A}} V_{2,A}^{\text{P1}} = g_{1,A}^{\text{Re}}, \quad (70)$$

$$\frac{-1}{X_{16,A}} V_{1,A}^{\text{P2}} + \frac{1}{X_{16,A}} V_{2,A}^{\text{P2}} = g_{1,A}^{\text{Im}}. \quad (71)$$

Para as fases *B* e *C*, as expressões são análogas às desenvolvidas para a fase *A*.

2.3.2 Equacionamento do supernó 6 – 2

A equação de balanço do supernó 6 – 2 é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta f_A^{\text{Re}} + j \Delta f_A^{\text{Im}} - f_{16,A}^{\text{Re}} - j f_{16,A}^{\text{Im}} + f_{23,A}^{\text{Re}} + j f_{23,A}^{\text{Im}} + f_{24,A}^{\text{Re}} + j f_{24,A}^{\text{Im}} + j d_{2,A}^{\text{Im,sh}} = \\ = -d_{2,A}^{\text{Re}} - j d_{2,A}^{\text{Im}}. \end{aligned} \quad (72)$$

Ao separar as partes real e imaginária, resulta em:

$$\Delta f_A^{\text{Re}} - f_{16,A}^{\text{Re}} + f_{23,A}^{\text{Re}} + f_{24,A}^{\text{Re}} = -d_{2,A}^{\text{Re}}, \quad (73)$$

$$\Delta f_A^{\text{Im}} - f_{16,A}^{\text{Im}} + f_{23,A}^{\text{Im}} + f_{24,A}^{\text{Im}} + d_{2,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{2,A}^{\text{Im}}, \quad (74)$$

onde Δf_A^{Re} e Δf_A^{Im} são dadas por:

$$\Delta f_A^{\text{Re}} = 0,00625 t_{62,ph} f_{16,A}^{\text{Re}}, \quad (75)$$

$$\Delta f_A^{\text{Im}} = 0,00625 t_{62,A} f_{16,A}^{\text{Im}}. \quad (76)$$

Ao substituir (75) e (76) em (73) e (74), resulta em:

$$0,00625 t_{62,A} f_{16,A}^{\text{Re}} - f_{16,A}^{\text{Re}} + f_{23,A}^{\text{Re}} + f_{24,A}^{\text{Re}} = -d_{2,A}^{\text{Re}}, \quad (77)$$

$$0,00625 t_{62,A} f_{16,A}^{\text{Im}} - f_{16,A}^{\text{Im}} + f_{23,A}^{\text{Im}} + f_{24,A}^{\text{Im}} + d_{2,A}^{\text{Im,sh}} = -d_{2,A}^{\text{Im}}. \quad (78)$$

Ao aplicar a equação (16) em (77) e as equações (17) e (20) em (78), chega-se às seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{-1}{K_{16,A}R_{16,A}} + \frac{0,00625t_{62,A}}{K_{16,A}R_{16,A}} \right) V_{1,A}^{P1} + \left(\frac{1}{K_{16,A}R_{16,A}} + \frac{-0,00625t_{62,A}}{K_{16,A}R_{16,A}} \right) V_{6,A}^{P1} + \\
& + \left(\frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} + \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} \right) V_{2,A}^{P1} + \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} V_{3,A}^{P1} + \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} V_{4,A}^{P1} = \\
& = -d_{2,A}^{\text{Re}}, \quad (79)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{1}{X_{16,A}} + \frac{-0,00625t_{62,A}}{X_{16,A}} \right) V_{1,A}^{P2} + \left(\frac{-1}{X_{16,A}} + \frac{0,00625t_{62,A}}{X_{16,A}} \right) V_{6,A}^{P2} + \\
& + \left(\frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}} \right) V_{2,A}^{P2} + \frac{1}{X_{23,A}} V_{3,A}^{P2} + \frac{1}{X_{24,A}} V_{4,A}^{P2} + \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}} V_{2,A}^{P1} = \\
& = -d_{2,A}^{\text{Im}}. \quad (80)
\end{aligned}$$

A segunda equação do supernó 6 – 2 (equação de tensão) pode ser escrita como:

$$\Delta V_A^{P1} + \Delta V_A^{P2} = V_{2,A}^{P1} + V_{2,A}^{P2} - (V_{6,A}^{P1} + V_{6,A}^{P2}). \quad (81)$$

Ao separar as partes P1 e P2 resulta em:

$$\Delta V_A^{P1} = V_{2,A}^{P1} - V_{6,A}^{P1}, \quad (82)$$

$$\Delta V_A^{P2} = V_{2,A}^{P2} - V_{6,A}^{P2}. \quad (83)$$

onde ΔV_A^{P1} e ΔV_A^{P2} são dadas por:

$$\Delta V_A^{P1} = 0,00625t_{62,A}V_{2,A}^{P1}, \quad (84)$$

$$\Delta V_A^{P2} = 0,00625t_{62,A}V_{2,A}^{P2}. \quad (85)$$

Aplicando as equações (84) e (85), respectivamente, em (82) e (83) e rearranjando os termos, chega-se às seguintes expressões:

$$V_{6,A}^{P1} + V_{2,A}^{P1}(0,00625t_{62,A} - 1) = 0, \quad (86)$$

$$V_{6,A}^{P2} + V_{2,A}^{P2}(0,00625t_{62,A} - 1) = 0. \quad (87)$$

Para as fases *B* e *C* do supernó 6 – 2, as expressões são análogas às desenvolvidas para a fase *A*.

2.4 Cálculo de tensões e correntes trifásicas

Na formulação apresentada até agora, assumimos que as tensões nodais têm zero como ângulo de fase. Assim, após a solução ser obtida em todas as fases, as tensões nodais

e as correntes nos ramos devem ser ajustadas. Esse ajuste nas tensões nodais é feito considerando o operador $a = 1\angle 120^\circ$, através das seguintes equações:

$$\bar{V}_{k,A} = V_{k,A}^{P1} + V_{k,A}^{P2}, \quad (88)$$

$$\bar{V}_{k,B} = a^2 (V_{k,B}^{P1} + V_{k,B}^{P2}), \quad (89)$$

$$\bar{V}_{k,C} = a (V_{k,C}^{P1} + V_{k,C}^{P2}). \quad (90)$$

O ajuste nas correntes dos ramos, também considerando o operador a , é realizado pelas equações seguintes:

$$\bar{f}_{km,A} = f_{km,A}^{\text{Re}} + j f_{km,A}^{\text{Im}}, \quad (91)$$

$$\bar{f}_{km,B} = a^2 (f_{km,B}^{\text{Re}} + j f_{km,B}^{\text{Im}}), \quad (92)$$

$$\bar{f}_{km,C} = a (f_{km,C}^{\text{Re}} + j f_{km,C}^{\text{Im}}). \quad (93)$$

2.5 Cálculo das perdas

Após determinadas as tensões e correntes pelo ML, as perdas totais do ML são determinadas pela seguinte expressão:

$$P_{loss}^{\text{ML}} = P_{loss,A} + P_{loss,B} + P_{loss,C}, \quad (94)$$

onde as perdas $P_{loss,ph}$, totais de cada fase ph , são calculadas por:

$$P_{loss,ph} = \sum_{km=1}^{nr_{ph}} P_{loss,km,ph}, \quad (95)$$

sendo nr_{ph} o número de ramos do sistema, nos quais a fase ph está presente. As perdas $P_{loss,km,ph}$, em cada fase ph de cada ramo km são determinadas pela expressão:

$$P_{loss,km,ph} = R_{km,ph} (f_{km,ph}^{\text{Re}})^2 + R_{km,ph} (f_{km,ph}^{\text{Im}})^2. \quad (96)$$

3 FORMULAÇÃO MATRICIAL

No capítulo anterior, foi apresentada a fundamentação do modelo proposto para representação de SDEE. Partindo do equacionamento dos componentes do sistema, foi apresentada a análise nodal, para dois sistemas teste. Para cada fase ph de cada nó, obteve-se duas expressões: a primeira, relaciona a parte 1 das tensões nodais com a parte real das injeções líquidas nodais; a segunda, relaciona a parte 2 das tensões nodais com a parte imaginária das injeções líquidas nodais. Neste capítulo, será desenvolvida uma formulação nodal matricial, para o sistema de equações nodais lineares apresentado anteriormente.

De forma genérica, têm-se que o sistema de equações nodais pode ser descrito pelo seguinte sistema linear, escrito para cada uma das fases do sistema:

$$\mathbf{M}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{\text{ML}} = \mathbf{I}_{ph}, \quad (97)$$

sendo \mathbf{M}_{ph} uma matriz composta por submatrizes de admitâncias nodais modificadas; $\mathbf{V}_{ph}^{\text{ML}}$ o vetor das partes 1 e 2 das tensões nodais; e \mathbf{I}_{ph} o vetor das partes real e imaginária das injeções líquidas de corrente.

A matriz \mathbf{M}_{ph} é constituída por quatro submatrizes:

$$\mathbf{M}_{ph} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ph} & \mathbf{0}_{ph} \\ \mathbf{F}_{ph} & \mathbf{H}_{ph} \end{bmatrix}, \quad (98)$$

o vetor $\mathbf{V}_{ph}^{\text{ML}}$ é constituído por dois subvetores:

$$\mathbf{V}_{ph}^{\text{ML}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ph}^{\text{P1}} \\ \mathbf{V}_{ph}^{\text{P2}} \end{bmatrix}, \quad (99)$$

e o vetor \mathbf{I}_{ph} é constituído também por dois subvetores:

$$\mathbf{I}_{ph} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}} \\ \mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (100)$$

Nas seções a seguir, serão mostradas as expressões dos elementos que constituem as equações (98), (99) e (100).

3.1 Formulação matricial geral

Nesta seção, será estabelecida uma regra geral para a formação das submatrizes da equação (98) e dos subvetores das equações (99) e (100). Considerando essas submatrizes e subvetores, a aplicação da análise nodal leva ao seguinte sistema linear de equações, escrito para cada uma das fases da rede:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ph} & \mathbf{0}_{ph} \\ \mathbf{F}_{ph} & \mathbf{H}_{ph} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ph}^{P1} \\ \mathbf{V}_{ph}^{P2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}} \\ \mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (101)$$

O sistema linear da equação (101) pode ser resolvido em duas etapas. Na primeira etapa, determina-se \mathbf{V}_{ph}^{P1} , por intermédio da seguinte expressão:

$$\mathbf{E}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P1} = \mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}}. \quad (102)$$

Na segunda etapa, conhecido o valor de \mathbf{V}_{ph}^{P1} , determina-se o valor de \mathbf{V}_{ph}^{P2} , pela seguinte expressão:

$$\mathbf{H}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P2} = \mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{F}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P1}. \quad (103)$$

A seguir, serão apresentados os equacionamentos para cada um dos elementos de (101).

3.1.1 Submatriz \mathbf{E}_{ph}

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão $n \times n$, sendo n igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo dada por:

$$\mathbf{E}_{ph} = \begin{bmatrix} E_{11,ph} & E_{12,ph} & \cdots & E_{1n,ph} \\ E_{21,ph} & E_{22,ph} & \cdots & E_{2n,ph} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{n1,ph} & E_{n2,ph} & \cdots & E_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (104)$$

em que os elementos da diagonal são dados por:

$$E_{ii,ph} = \sum_{j \in \Omega_{i,ph}} \frac{1}{K_{ij,ph} R_{ij,ph}}, \quad (105)$$

sendo $\Omega_{i,ph}$ o conjunto de todos os nós da rede conectados ao nó i por intermédio da fase ph . Por outro lado, os elementos fora da diagonal de (104) são dados por:

$$E_{ij,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{K_{ij,ph} R_{ij,ph}}, & \text{se } j \in \Omega_{i,ph} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (106)$$

3.1.2 Submatriz $\mathbf{0}_{ph}$

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo todos seus elementos nulos:

$$\mathbf{0}_{ph} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \quad (107)$$

3.1.3 Submatriz \mathbf{F}_{ph}

Esta submatriz é diagonal e possui dimensão $n \times n$, onde n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo dada por:

$$\mathbf{F}_{ph} = \begin{bmatrix} F_{11,ph} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F_{22,ph} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & F_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (108)$$

em que:

$$F_{ii,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{X_{i,ph}^{sh}}, & \text{se } X_{i,ph}^{sh} \neq 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (109)$$

3.1.4 Submatriz \mathbf{H}_{ph}

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, é dada por:

$$\mathbf{H}_{ph} = \begin{bmatrix} H_{11,ph} & H_{12,ph} & \cdots & H_{1n,ph} \\ H_{21,ph} & H_{22,ph} & \cdots & H_{2n,ph} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1,ph} & H_{n2,ph} & \cdots & H_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (110)$$

onde os elementos da diagonal são dados por:

$$H_{ii,ph} = \sum_{j \in \Omega_{i,ph}} \frac{1}{X_{ij,ph}}, \quad (111)$$

e, por outro lado, os elementos fora da diagonal de (110) são dados por:

$$H_{ij,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{X_{ij,ph}}, & \text{se } j \in \Omega_{i,ph} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (112)$$

3.1.5 Subvetores de \mathbf{V}_{ph}^{ML}

Os subvetores \mathbf{V}_{ph}^{P1} e \mathbf{V}_{ph}^{P2} possuem dimensão $n \times 1$, onde n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, seus elementos são dados por:

$$\mathbf{V}_{ph}^{P1} = \begin{bmatrix} V_{1,ph}^{P1} \\ V_{2,ph}^{P1} \\ \vdots \\ V_{n,ph}^{P1} \end{bmatrix}, \quad (113a)$$

$$\mathbf{V}_{ph}^{P2} = \begin{bmatrix} V_{1,ph}^{P2} \\ V_{2,ph}^{P2} \\ \vdots \\ V_{n,ph}^{P2} \end{bmatrix}. \quad (113b)$$

3.1.6 Subvetores de \mathbf{I}_{ph}

Os subvetores $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}}$ possuem dimensão $n \times 1$, n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo dados por:

$$\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,ph}^{\text{Re}} - d_{1,ph}^{\text{Re}} \\ g_{2,ph}^{\text{Re}} - d_{2,ph}^{\text{Re}} \\ \vdots \\ g_{n,ph}^{\text{Re}} - d_{n,ph}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (114a) \quad \mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,ph}^{\text{Im}} - d_{1,ph}^{\text{Im}} \\ g_{2,ph}^{\text{Im}} - d_{2,ph}^{\text{Im}} \\ \vdots \\ g_{n,ph}^{\text{Im}} - d_{n,ph}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (114b)$$

3.2 Sistema sem regulador de tensão

Esta seção, tem por objetivo exemplificar a aplicação da formulação matricial geral, apresentada na seção anterior, ao sistema 5 nós da Figura 7. Lembrando que na Seção 2.2, foi apresentada a análise nodal para este sistema.

3.2.1 Equações da fase A

Para a fase A , as submatrizes de (98) têm dimensão 5×5 , pois esta fase está presente em todos os nós do sistema. A submatriz \mathbf{E}_A é dada por:

$$\mathbf{E}_A = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{12,A}R_{12,A}} & \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,A}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,A}} & E_{22,A} & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 & E_{44,A} & \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}} & \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}} \end{bmatrix}, \quad (115)$$

sendo os elementos da diagonal $E_{22,A}$ e $E_{44,A}$ dados por:

$$E_{22,A} = \frac{1}{K_{12,A}R_{12,A}} + \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} + \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}}, \quad (116)$$

$$E_{44,A} = \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} + \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}}. \quad (117)$$

A submatriz $\mathbf{0}_A$ é composta por zeros.

A submatriz \mathbf{F}_A é dada pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{X_{5,A}^{\text{sh}}} \end{bmatrix}. \quad (118)$$

Os elementos da submatriz \mathbf{H}_A são dados por:

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{X_{12,A}} & \frac{1}{X_{12,A}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{X_{12,A}} & H_{22,A} & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{-1}{X_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 & H_{44,A} & \frac{1}{X_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_{45,A}} & \frac{-1}{X_{45,A}} + \frac{-1}{X_{5,A}^{\text{sh}}} \end{bmatrix}, \quad (119)$$

sendo:

$$H_{22,A} = \frac{-1}{X_{12,A}} + \frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{\text{sh}}}, \quad (120)$$

$$H_{44,A} = \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{45,A}}. \quad (121)$$

Para a fase A , os subvetores de (99) tem dimensão 5×1 . Assim, \mathbf{V}_A^{P1} e \mathbf{V}_A^{P2} são dados por:

$$\mathbf{V}_A^{\text{P1}} = \begin{bmatrix} V_{1,A}^{\text{P1}} \\ V_{2,A}^{\text{P1}} \\ V_{3,A}^{\text{P1}} \\ V_{4,A}^{\text{P1}} \\ V_{5,A}^{\text{P1}} \end{bmatrix}, \quad (122a) \quad \mathbf{V}_A^{\text{P2}} = \begin{bmatrix} V_{1,A}^{\text{P2}} \\ V_{2,A}^{\text{P2}} \\ V_{3,A}^{\text{P2}} \\ V_{4,A}^{\text{P2}} \\ V_{5,A}^{\text{P2}} \end{bmatrix}. \quad (122b)$$

Os subvetores de (100), $\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}}$, possuem dimensão 5×1 , e são dados por:

$$\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,A}^{\text{Re}} \\ -d_{2,A}^{\text{Re}} \\ g_{3,A}^{\text{Re}} - d_{3,A}^{\text{Re}} \\ -d_{4,A}^{\text{Re}} \\ -d_{5,A}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (123a) \quad \mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,A}^{\text{Im}} \\ -d_{2,A}^{\text{Im}} \\ g_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Im}} \\ -d_{4,A}^{\text{Im}} \\ -d_{5,A}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (123b)$$

3.2.2 Equações das fases B e C

Para as fases B e C , as submatrizes de (98) têm dimensão 4×4 , pois as fases B e C não estão presentes no nó 5, apenas nos nós 1 a 4. A submatriz \mathbf{E}_B é dada por:

$$\mathbf{E}_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{12,A}R_{12,B}} & \frac{-1}{K_{12,B}R_{12,B}} & 0 & 0 \\ \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,B}} & E_{22,B} & \frac{-1}{K_{23,B}R_{23,B}} & \frac{-1}{K_{24,B}R_{24,B}} \\ 0 & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{K_{24,B}R_{24,B}} & 0 & \frac{1}{K_{24,B}R_{24,B}} \end{bmatrix}, \quad (124)$$

sendo:

$$E_{22,B} = \frac{1}{K_{12,B}R_{12,B}} + \frac{1}{K_{23,B}R_{23,B}} + \frac{1}{K_{24,B}R_{24,B}}. \quad (125)$$

A submatriz $\mathbf{0}_B$ é composta por zeros.

A submatriz \mathbf{F}_B é dada pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{X_{2,B}^{\text{sh}}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (126)$$

Os elementos da submatriz \mathbf{H}_B são dados por:

$$\mathbf{H}_B = \begin{bmatrix} \frac{-1}{X_{12,B}} & & \frac{1}{X_{12,B}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{X_{12,B}} & \frac{-1}{X_{12,B}} + \frac{-1}{X_{23,B}} + \frac{-1}{X_{24,B}} + \frac{-1}{X_{2,B}^{\text{sh}}} & \frac{1}{X_{23,B}} & \frac{1}{X_{24,B}} \\ 0 & & \frac{1}{X_{23,B}} & \frac{-1}{X_{23,B}} & 0 \\ 0 & & \frac{1}{X_{24,B}} & 0 & \frac{-1}{X_{24,B}} \end{bmatrix}. \quad (127)$$

Os subvetores de (99), para a fase B , tem dimensão 4×1 . Assim, \mathbf{V}_B^{P1} e \mathbf{V}_B^{P2} são dados por:

$$\mathbf{V}_B^{\text{P1}} = \begin{bmatrix} V_{1,B}^{\text{P1}} \\ V_{2,B}^{\text{P1}} \\ V_{3,B}^{\text{P1}} \\ V_{4,B}^{\text{P1}} \end{bmatrix}, \quad (128a)$$

$$\mathbf{V}_B^{\text{P2}} = \begin{bmatrix} V_{1,B}^{\text{P2}} \\ V_{2,B}^{\text{P2}} \\ V_{3,B}^{\text{P2}} \\ V_{4,B}^{\text{P2}} \end{bmatrix}. \quad (128b)$$

Os subvetores de (100) tem dimensão 4×1 , para a fase B . Assim, $\mathbf{g}_B^{\text{Re}} - \mathbf{d}_B^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_B^{\text{Im}} - \mathbf{d}_B^{\text{Im}}$ são dados por:

$$\mathbf{g}_B^{\text{Re}} - \mathbf{d}_B^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,B}^{\text{Re}} \\ -d_{2,B}^{\text{Re}} \\ g_{3,B}^{\text{Re}} - d_{3,B}^{\text{Re}} \\ -d_{4,B}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (129a) \quad \mathbf{g}_B^{\text{Im}} - \mathbf{d}_B^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,B}^{\text{Im}} \\ -d_{2,B}^{\text{Im}} \\ g_{3,B}^{\text{Im}} - d_{3,B}^{\text{Im}} \\ -d_{4,B}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (129b)$$

As expressões para a Fase C são análogas as mostradas para a fase B .

3.3 Inclusão do regulador de tensão

Conforme apresentado na Seção 2.3, a inclusão de um regulador de tensão no sistema de 6 nós, da Figura 9, leva ao equacionamento do supernó correspondente ao ramo onde o regulador está instalado. Assim, são necessárias modificações na formulação matricial apresentada na Seção 3.2, as quais serão descritas nesta seção.

Considerando o sistema apresentado na Figura 9, para cada fase ph são obtidas duas equações de tensão, (86) e (87), e duas equações de balanço para o supernó $6 - 2$, sendo estas análogas às equações de balanço dos demais nós do sistema. Na formulação matricial, a equação de tensão do supernó $6 - 2$ será posicionada na linha correspondente à equação de balanço do nó 6 e a equação de balanço do supernó $6 - 2$ será posicionada na linha correspondente à equação de balanço do nó 2.

3.3.1 Equações da fase A

Para a fase A , as submatrizes \mathbf{E}_A , $\mathbf{0}_A$, \mathbf{F}_A e \mathbf{H}_A de (101) têm dimensão 6×6 , pois esta fase está presente em todos os nós do sistema. Em função da presença do RT as submatrizes apresentam algumas alterações com relação as que foram mostradas na Seção 3.2, sendo as principais destacadas na cor vermelha, nas expressões seguintes:

$$\mathbf{E}_A = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{16,A}R_{16,A}} & \frac{-1}{K_{16,A}R_{16,A}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & E_{23,A} & 0 & 0 & 0 \\ E_{31,A} & E_{32,A} & E_{33,A} & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 & E_{55,A} & E_{56,A} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}} & E_{66,A} \end{bmatrix}, \quad (130)$$

sendo os elementos da diagonal $E_{33,A}$, $E_{55,A}$ e $E_{66,A}$ dados por:

$$E_{33,A} = \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} + \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}}, \quad (131)$$

$$E_{55,A} = \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} + \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}}, \quad (132)$$

$$E_{66,A} = \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}}, \quad (133)$$

e os elementos fora da diagonal $E_{23,A}$, $E_{31,A}$, $E_{32,A}$ e $E_{56,A}$ são dados por:

$$E_{23,A} = 0,00625t_{62,A} - 1, \quad (134)$$

$$E_{31,A} = \frac{-1}{K_{16,A}R_{16,A}} + \frac{0,00625t_{62,A}}{K_{16,A}R_{16,A}}, \quad (135)$$

$$E_{32,A} = \frac{1}{K_{16,A}R_{16,A}} + \frac{-0,00625t_{62,A}}{K_{16,A}R_{16,A}}, \quad (136)$$

$$E_{56,A} = \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}}. \quad (137)$$

A submatriz $\mathbf{0}_A$ é composta por zeros.

A submatriz \mathbf{F}_A é dada pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{X_{2,A}^{sh}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{X_{5,A}^{sh}} \end{bmatrix}. \quad (138)$$

Os elementos da submatriz \mathbf{H}_A são dados por:

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{X_{16,A}} & \frac{1}{X_{16,A}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,00625t_{62,A} - 1 & 0 & 0 & 0 \\ H_{31,A} & H_{32,A} & H_{33,A} & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{-1}{X_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 & H_{55,A} & \frac{1}{X_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_{45,A}} & \frac{-1}{X_{45,A}} + \frac{-1}{X_{5,A}^{sh}} \end{bmatrix}, \quad (139)$$

sendo:

$$H_{31,A} = \frac{1}{X_{16,A}} + \frac{-0,00625t_{62,A}}{X_{16,A}}, \quad (140)$$

$$H_{32,A} = \frac{-1}{X_{16,A}} + \frac{0,00625t_{62,A}}{X_{16,A}}, \quad (141)$$

$$H_{33,A} = \frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{sh}}, \quad (142)$$

$$H_{55,A} = \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{45,A}}. \quad (143)$$

Os subvetores \mathbf{V}_A^{P1} e \mathbf{V}_A^{P2} de (101) tem dimensão 6×1 , e são dados por:

$$\mathbf{V}_A^{\text{P1}} = \begin{bmatrix} V_{1,A}^{\text{P1}} \\ V_{6,A}^{\text{P1}} \\ V_{2,A}^{\text{P1}} \\ V_{3,A}^{\text{P1}} \\ V_{4,A}^{\text{P1}} \\ V_{5,A}^{\text{P1}} \end{bmatrix}, \quad (144a) \quad \mathbf{V}_A^{\text{P2}} = \begin{bmatrix} V_{1,A}^{\text{P2}} \\ V_{6,A}^{\text{P2}} \\ V_{2,A}^{\text{P2}} \\ V_{3,A}^{\text{P2}} \\ V_{4,A}^{\text{P2}} \\ V_{5,A}^{\text{P2}} \end{bmatrix}. \quad (144b)$$

Os subvetores $\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}}$ de (101) tem dimensão 6×1 e são dados por:

$$\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,A}^{\text{Re}} \\ 0 \\ -d_{2,A}^{\text{Re}} \\ g_{3,A}^{\text{Re}} - d_{3,A}^{\text{Re}} \\ -d_{4,A}^{\text{Re}} \\ -d_{5,A}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (145a) \quad \mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,A}^{\text{Im}} \\ 0 \\ -d_{2,A}^{\text{Im}} \\ g_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Im}} \\ -d_{4,A}^{\text{Im}} \\ -d_{5,A}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (145b)$$

3.3.2 Equações das fases B e C

Para as fases B e C, as submatrizes \mathbf{E}_{ph} , $\mathbf{0}_{ph}$, \mathbf{F}_{ph} e \mathbf{H}_{ph} de (101) têm dimensão 5×5 , pois as fases B e C não estão presentes no nó 5, apenas nos nós 1 a 4. Novamente, em função da presença do RT as submatrizes apresentam algumas alterações com relação as que foram mostradas na Seção 3.2, sendo as principais destacadas na cor vermelha, nas expressões que seguem. A submatriz \mathbf{E}_B é dada por:

$$\mathbf{E}_B = \begin{bmatrix} \frac{1}{K_{16,B}R_{16,B}} & \frac{-1}{K_{16,B}R_{16,B}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,00625t_{62,B} - 1 & 0 & 0 \\ E_{31,B} & E_{32,B} & E_{33,B} & \frac{-1}{K_{23,B}R_{23,B}} & \frac{-1}{K_{24,B}R_{24,B}} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{K_{24,B}R_{24,B}} & 0 & \frac{1}{K_{24,B}R_{24,B}} \end{bmatrix}, \quad (146)$$

os elementos $E_{31,B}$, $E_{32,B}$ e $E_{33,B}$ são dados por:

$$E_{31,B} = \frac{-1}{K_{16,B}R_{16,B}} + \frac{0,00625t_{62,B}}{K_{16,B}R_{16,B}}, \quad (147)$$

$$E_{32,B} = \frac{1}{K_{16,B}R_{16,B}} + \frac{-0,00625t_{62,B}}{K_{16,B}R_{16,B}}, \quad (148)$$

$$E_{33,B} = \frac{1}{K_{23,B}R_{23,B}} + \frac{1}{K_{24,B}R_{24,B}}. \quad (149)$$

A submatriz $\mathbf{0}_B$ é composta por zeros.

A submatriz \mathbf{F}_B é dada pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{X_{2,B}^{sh}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (150)$$

Os elementos da submatriz \mathbf{H}_B são dados por:

$$\mathbf{H}_B = \begin{bmatrix} \frac{-1}{X_{16,B}} & \frac{1}{X_{16,B}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,00625t_{62,B} - 1 & 0 & 0 \\ H_{31,B} & H_{32,B} & H_{33,B} & \frac{1}{X_{23,B}} & \frac{1}{X_{24,B}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_{23,B}} & \frac{-1}{X_{23,B}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{X_{24,B}} & 0 & \frac{-1}{X_{24,B}} \end{bmatrix}. \quad (151)$$

sendo:

$$H_{31,B} = \frac{1}{X_{16,B}} + \frac{-0,00625t_{62,B}}{X_{16,B}}, \quad (152)$$

$$H_{32,B} = \frac{-1}{X_{16,B}} + \frac{0,00625t_{62,B}}{X_{16,B}}, \quad (153)$$

$$H_{33,B} = \frac{-1}{X_{23,B}} + \frac{-1}{X_{24,B}} + \frac{-1}{X_{2,B}^{sh}}. \quad (154)$$

Os subvetores \mathbf{V}_B^{P1} e \mathbf{V}_B^{P2} de (101), para a fase B , tem dimensão 5×1 e são dados por:

$$\mathbf{V}_B^{P1} = \begin{bmatrix} V_{1,B}^{P1} \\ V_{6,B}^{P1} \\ V_{2,B}^{P1} \\ V_{3,B}^{P1} \\ V_{4,B}^{P1} \end{bmatrix}, \quad (155a) \quad \mathbf{V}_B^{P2} = \begin{bmatrix} V_{1,B}^{P2} \\ V_{6,B}^{P2} \\ V_{2,B}^{P2} \\ V_{3,B}^{P2} \\ V_{4,B}^{P2} \end{bmatrix}, \quad (155b)$$

e os subvetores $\mathbf{g}_B^{\text{Re}} - \mathbf{d}_B^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_B^{\text{Im}} - \mathbf{d}_B^{\text{Im}}$ de (101) tem dimensão 5×1 , sendo dados por:

$$\mathbf{g}_B^{\text{Re}} - \mathbf{d}_B^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,B}^{\text{Re}} \\ 0 \\ -d_{2,B}^{\text{Re}} \\ g_{3,B}^{\text{Re}} - d_{3,B}^{\text{Re}} \\ -d_{4,B}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (156a) \quad \mathbf{g}_B^{\text{Im}} - \mathbf{d}_B^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,B}^{\text{Im}} \\ 0 \\ -d_{2,B}^{\text{Im}} \\ g_{3,B}^{\text{Im}} - d_{3,B}^{\text{Im}} \\ -d_{4,B}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (156b)$$

As expressões para a Fase C são análogas as mostradas para a fase B .

3.4 Alterações para consideração dos nós com tensão controlada

Nesta seção, serão apresentadas as alterações nas submatrizes e subvetores apresentados nas seções anteriores, para considerar os nós com tensão controlada no modelo. Especial atenção é dada para os nós nos quais a tensão é regulada por intermédio de um gerador síncrono trifásico, pois neste caso, as injeções de potência das três fases devem ser o mais equilibradas possível¹.

3.4.1 Alterações para consideração do nó de referência

No modelo proposto, um dos nós é escolhido para fechar o balanço de corrente, da mesma forma como ocorre para fechar o balanço de potência no fluxo de carga convencional. No cálculo de fluxo de carga em redes de média tensão, normalmente é escolhido o nó da subestação. Para considerar um valor conhecido para a tensão do nó de referência, para cada fase ph é atribuído o valor da tensão especificada para a parte 1 ($V_{k,ph}^{P1} = V_k^{esp}$) e um valor nulo para a parte 2 ($V_{k,ph}^{P2} = 0$). Esta consideração é realizada antes da resolução de (102) e (103).

Ao considerar o sistema de 5 nós da Figura 7, o nó 1 é escolhido para fechar o balanço de corrente. Para tanto, a seguir serão mostradas e destacadas em vermelho as modificações nos elementos da linha correspondente ao nó 1 das submatrizes e subvetores de (101), que foram detalhadas na Seção 3.2. As submatrizes \mathbf{O}_{ph} e \mathbf{F}_{ph} não necessitam modificação. Para a fase A , a submatriz \mathbf{E}_A dada em (115) torna-se:

$$\mathbf{E}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{-1}{K_{12,A}R_{12,A}} & E_{22,A} & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{K_{23,A}R_{23,A}} & \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{K_{24,A}R_{24,A}} & 0 & E_{44,A} & \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{K_{45,A}R_{45,A}} & \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}} \end{bmatrix}, \quad (157)$$

sendo os elementos da diagonal $E_{22,A}$ e $E_{44,A}$ dados por:

$$E_{22,A} = \frac{1}{K_{12,A}R_{12,A}} + \frac{1}{K_{23,A}R_{23,A}} + \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}}, \quad (158)$$

$$E_{44,A} = \frac{1}{K_{24,A}R_{24,A}} + \frac{1}{K_{45,A}R_{45,A}}. \quad (159)$$

Para a fase A , (119), torna-se:

¹Desequilíbrios de corrente nas fases de geradores síncronos podem causar perdas adicionais no estator e no rotor, levando a um aumento excessivo da temperatura e, portanto, possíveis danos aos enrolamentos; além disso, os desequilíbrios podem aumentar o estresse mecânico e produzir vibrações nas partes estruturais. Portanto, na prática, os dispositivos de proteção limitam os desequilíbrios a 5%.

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \frac{1}{X_{12,A}} & H_{22,A} & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{-1}{X_{23,A}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 & H_{44,A} & \frac{1}{X_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_{45,A}} & \frac{-1}{X_{45,A}} + \frac{-1}{X_{5,A}^{sh}} \end{bmatrix}, \quad (160)$$

sendo os elementos da diagonal, dados por:

$$H_{22,A} = \frac{-1}{X_{12,A}} + \frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{sh}}, \quad (161)$$

$$H_{44,A} = \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{45,A}}. \quad (162)$$

Para as submatrizes \mathbf{E}_{ph} e \mathbf{H}_{ph} das fases B e C , as modificações são feitas da mesma forma ao que foi mostrado para as matrizes da fase A .

Os subvetores $\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}}$ serão dados por:

$$\mathbf{g}_A^{\text{Re}} - \mathbf{d}_A^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^{\text{esp}} \\ -d_{2,A}^{\text{Re}} \\ g_{3,A}^{\text{Re}} - d_{3,A}^{\text{Re}} \\ -d_{4,A}^{\text{Re}} \\ -d_{5,A}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (163a) \quad \mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -d_{2,A}^{\text{Im}} \\ g_{3,A}^{\text{Im}} - d_{3,A}^{\text{Im}} \\ -d_{4,A}^{\text{Im}} \\ -d_{5,A}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (163b)$$

Para os subvetores $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}}$ das fases B e C , as modificações são iguais às modificações mostradas para os subvetores da fase A .

3.4.2 Alterações para consideração dos nós de geração com tensão controlada

Para considerar as GDs no modo de operação PV, determina-se a parte 1 das tensões nodais ($V_{k,ph}^{\text{P1}}$), por intermédio da expressão (102). Conhecida a parte 1, para o nó PV, calcula-se a parte 2 ($V_{k,ph}^{\text{P2}}$), de tal modo que seja igual a tensão especificada menos a parte 1 da tensão nodal, ou seja:

$$V_{k,ph}^{\text{P2}} = V_k^{\text{esp}} - V_{k,ph}^{\text{P1}}. \quad (164)$$

Esta consideração é realizada antes da resolução de (103).

Ao observar o sistema da Figura 7, verifica-se uma GD conectada ao nó 3. Considerando que a mesma está operando no modo PV, serão apresentadas a seguir as modificações necessárias para considerar a tensão especificada do nó 3, as modificações serão destacadas em vermelho. Estas modificações são realizadas nos elementos da linha correspondente ao nó 3 das submatrizes e subvetores de (103), que foram apresentadas na Seção 3.2. Para a fase A , (119) torna-se:

$$\mathbf{H}_A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{X_{12,A}} & H_{22,A} & \frac{1}{X_{23,A}} & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{X_{24,A}} & 0 & H_{44,A} & \frac{1}{X_{45,A}} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{X_{45,A}} & \frac{-1}{X_{45,A}} + \frac{-1}{X_{5,A}^{sh}} \end{bmatrix}, \quad (165)$$

sendo os elementos da diagonal dados por:

$$H_{22,A} = \frac{-1}{X_{12,A}} + \frac{-1}{X_{23,A}} + \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{2,A}^{sh}}, \quad (166)$$

$$H_{44,A} = \frac{-1}{X_{24,A}} + \frac{-1}{X_{45,A}}. \quad (167)$$

Para a submatriz \mathbf{H}_{ph} das fases B e C , as modificações são iguais. A submatriz \mathbf{F}_{ph} não necessita modificação.

O subvetor $\mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}}$ será dado por:

$$\mathbf{g}_A^{\text{Im}} - \mathbf{d}_A^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} 0 \\ -d_{2,A}^{\text{Im}} \\ V_3^{\text{esp}} - V_{3,A}^{\text{PI}} \\ -d_{4,A}^{\text{Im}} \\ -d_{5,A}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (168)$$

Para os subvetores $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}}$ das fases B e C , as modificações são iguais.

Vale a pena mencionar que, após o cálculo das tensões nodais, as injeções de corrente real e imaginária tanto do nó de referência, quanto do nó PV podem ser facilmente calculadas.

3.4.3 Alterações para consideração dos nós com geração síncrona

Para que um gerador operando no modo de tensão controlada mantenha a tensão especificada em cada fase de um sistema trifásico desequilibrado, o valor de potência reativa injetada ou absorvida é diferente em cada fase. No entanto, ao assumir que o gerador é síncrono, torna-se necessário que o desequilíbrio de potência entre as fases A , B e C seja reduzido, uma vez que a tensão monitorada em reguladores automáticos de tensão (RAT) de geradores síncronos é a mesma para as três fases; podendo ser a tensão de alguma das fases ou uma função destas tensões, como a média da tensão nas três fases ou a tensão de sequência positiva (SALIM, 2011). Em outras palavras, a regulação não ocorre por fase e o RAT atua no sentido de manter a tensão terminal especificada, através da injeção ou absorção de potência reativa pelo gerador síncrono.

No modelo proposto, as componentes real e imaginária da corrente injetada pelo gerador síncrono são consideradas iguais nas três fases. Em um primeiro momento, as tensões

são calculadas considerando o gerador operando no modo PV e sem considerar que o mesmo é síncrono. Obtém-se nesta etapa, o valor de potência reativa necessária em cada fase, para manter a tensão especificada. Ao verificar que se trata de um gerador síncrono trifásico, é necessário realizar um ajuste para igualar as injeções de corrente das três fases. Este ajuste é realizado atualizando o valor da potência reativa, com o valor médio ($Q_k^{\text{méd}}$) obtido entre as potências reativas das fases A , B e C :

$$Q_k^{\text{méd}} = \frac{V_k^{\text{esp}} (g_{k,A}^{\text{Im}} + g_{k,B}^{\text{Im}} + g_{k,C}^{\text{Im}})}{3}. \quad (169)$$

Considerando este valor médio de injeção de potência reativa, tem-se que o valor médio da parte imaginária da injeção de corrente será dado por:

$$g_k^{\text{méd,Im}} = \frac{-Q_k^{\text{méd}}}{V_k^{\text{esp}}}. \quad (170)$$

Conforme mencionado anteriormente, os geradores síncronos possuem regiões de operação viáveis, as quais são definidas por sua curva de capacidade. A determinação dos limites de injeção da parte imaginária pode ser facilmente realizada, para cada valor correspondente de injeção de potência ativa $g_{k,ph}^{\text{Re}}$, conforme mostrado na Figura 2(b). Considerando os limites de injeção de potência do gerador, é possível determinar a parte imaginária da injeção por intermédio da seguinte expressão:

$$g_{k,ph}^{\text{Im}} = \begin{cases} g_k^{\text{mín,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{méd,Im}} < g_k^{\text{mín,Im}} \\ g_k^{\text{méd,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{mín,Im}} \leq g_k^{\text{méd,Im}} \leq g_k^{\text{máx,Im}} \\ g_k^{\text{máx,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{méd,Im}} > g_k^{\text{máx,Im}}, \end{cases} \quad (171)$$

onde $g_k^{\text{mín,Im}}$ é o valor mínimo da parte imaginária da injeção de corrente, $g_k^{\text{máx,Im}}$ é o valor máximo da parte imaginária de injeção de corrente permitido para operação do gerador, determinados para a respectiva injeção ativa $g_{k,ph}^{\text{Re}}$ (vide Figura 2(b)).

Após este procedimento, o nó passa a operar no modo PQ, com valores de potência ativa e reativa conhecidas. Aplicadas estas considerações, é possível recalculas as tensões terminais do gerador síncrono trifásico, obtendo-se valores diferentes para cada fase, mas próximas da tensão especificada (V_k^{esp}).

3.5 Diagrama em blocos geral

Com base na formulação matricial apresentada neste capítulo, o diagrama em blocos da Figura 10 ilustra a estrutura geral do algoritmo do ML. A seguir serão detalhadas as etapas mostradas no diagrama:

1. *Início*: inicialmente deve-se obter os dados do sistema: número de nós, fases presentes e tipo (referência, PQ ou PV), carga demandada em cada fase de cada nó, GDs (potência nominal, nó e fase onde estão instalados e modo de operação), BCs

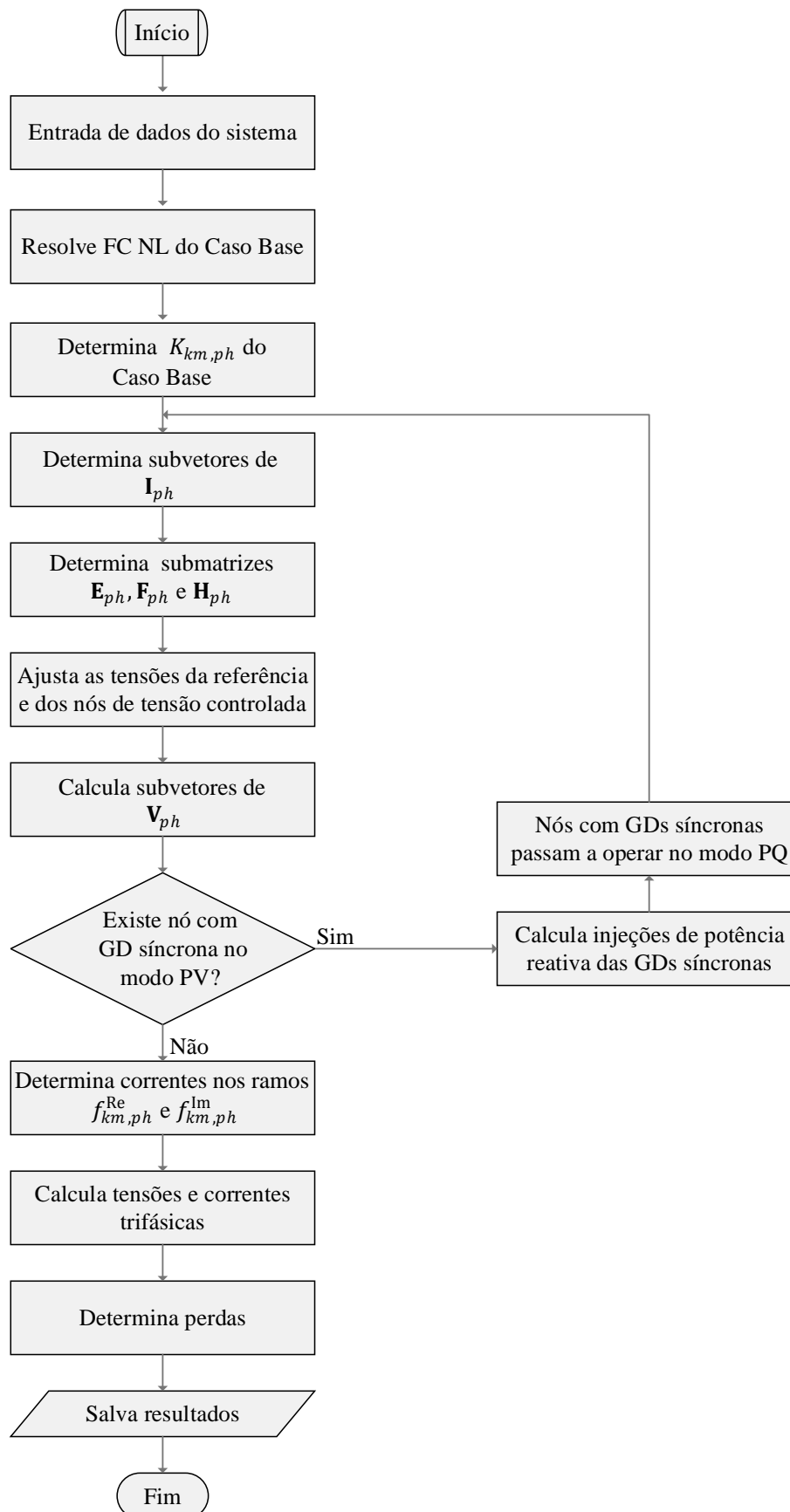
(potência nominal, nó e fase onde estão instalados), impedância das linhas, RTs (circuito onde estão instalados e posição dos taps);

2. *Entrada de dados do sistema:* realizar a leitura e organização dos dados obtidos na etapa Início;
3. *Resolve FC NL do Caso Base:* nesta etapa, para obtenção das magnitudes das tensões nodais, resolver o FC NL do Caso Base do sistema;
4. *Determina $K_{km,ph}$ do Caso Base:* a partir da magnitude das tensões nodais do Caso Base do FC NL, calcula-se os fatores de ajuste ($K_{km,ph}$), os quais são utilizados para o cálculo da queda de tensão do ML;
5. *Determina subvetores de \mathbf{I}_{ph} :* nesta etapa, determinar as injeções líquidas nodais, como descrito por (114a) e (114b);
6. *Determina submatrizes \mathbf{E}_{ph} , \mathbf{F}_{ph} e \mathbf{H}_{ph} :* nesta etapa, as submatrizes \mathbf{E}_{ph} , \mathbf{F}_{ph} e \mathbf{H}_{ph} são determinadas de acordo com a regra geral para formação das submatrizes, descrita em (104), (108) e (110), respectivamente;
7. *Ajusta as tensões da referência e dos nós de tensão controlada:* tendo sido obtidas as submatrizes no Passo 4, deve-se ajustar as tensões de referência, conforme descrito na Seção 3.4.1 e dos nós de tensão controlada (se houver), conforme descrito na Seção 3.4.2;
8. *Calcula subvetores de \mathbf{V}_{ph}^{ML} :* os subvetores de \mathbf{V}_{ph}^{ML} assumem a forma geral descrita por (113a) e (113b); a parte \mathbf{V}_{ph}^{P1} das tensões nodais é determinada por (102) e a parte \mathbf{V}_{ph}^{P2} das tensões nodais é determinada por (103);
9. *Existe nó com GD síncrona no modo PV?* Nesta etapa, deve-se verificar se existe GD síncrona conectada no sistema operando como nó PV. Se não houver, seguir para o Passo 10. Se houver, seguir para o Passo 9.1;
 - 9.1. *Calcula injeções de potência reativa das GDs síncronas:* se for constatada a presença de GDs síncronas no sistema, deve-se calcular as injeções de potência reativa destas GDs (valor médio da potência reativa das fases A, B e C), de acordo com a expressão (169), descrita na Seção 3.4.3;
 - 9.2. *Nós com GDs síncronas passam a operar no modo PQ:* após o cálculo das injeções de potência reativa, estes nós passam a operar no modo PQ, com potência ativa e reativa conhecidas. Retorna-se ao Passo 5. Notar que, como o tipo do nó foi alterado, as etapas 9.1 e 9.2 ocorrem uma única vez.

10. *Determina correntes nos ramos* $f_{km,ph}^{\text{Re}}$ e $f_{km,ph}^{\text{Im}}$: nesta etapa, as parcelas real e imaginária das correntes nos ramos são determinadas pelas equações (16) e (17), respectivamente;
11. *Calcula tensões e correntes trifásicas*: considerando o operador $a = 1\angle 120^\circ$, as tensões e correntes são ajustadas, como descrito na Seção 2.4;
12. *Determina perdas*: as perdas são determinadas para cada fase de cada ramo do sistema, como descrito na Seção 2.5;
13. *Salva resultados*: salvar um relatório com a solução do fluxo de carga;
14. *Fim*.

Notar que, caso os fatores de ajuste $K_{km,ph}$ não sejam utilizados no ML, não é necessário o cálculo do Caso Base do FC NL. Assim, as etapas 3 e 4 não necessitam ser realizadas.

Figura 10 – Diagrama em blocos do ML.



Fonte: Elaborado pela autora.

4 VALIDAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Com o objetivo de aplicar e validar o modelo linearizado (ML) proposto, neste capítulo, serão apresentados estudos numéricos comparativos entre a solução obtida com o modelo linearizado (ML) e a solução obtida com o FC não-linear (NL). O ML foi implementado em MATLAB (2018); os resultados do FC NL são obtidos com auxílio do *software* OpenDSS (DUGAN; MCDERMOTT, 2011).

Inicialmente, serão descritos os índices utilizados para quantificar a diferença entre os resultados obtidos pelo ML e pelo FC NL. Em seguida, apresenta-se os estudos de caso, para os quais foram utilizados dois sistemas de distribuição trifásicos desequilibrados: sistema de 6 nós e sistema de 34 nós modificado (KERSTING, 1991). Em ambos os sistemas, foram consideradas diferentes condições de operação, representadas pela adição ou retirada de equipamentos.

4.1 Índices de diferenças

Nesta seção, é apresentado o equacionamento dos índices de diferença utilizados para realizar a comparação entre os resultados obtidos com o ML em relação aos resultados obtidos com o FC NL. Foram utilizados índices de diferença das tensões, correntes e perdas. Estes foram definidos como a média das diferenças obtidas pelos dois modelos (RANGEL *et al.*, 2015).

4.1.1 Índice de diferença das tensões

O índice das diferenças (médias) das tensões da fase ph é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_{ph}^V (\%) = \frac{\sum_{k=1}^{n_{ph}} \varepsilon_{k,ph}^V}{n_{ph}} 100, \quad (172)$$

onde n_{ph} é o número total de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente e $\varepsilon_{k,ph}^V$ é o valor da diferença relativa das tensões, determinado para cada fase ph de cada nó k , pela expressão:

$$\varepsilon_{k,ph}^V = \left| \frac{V_{k,ph}^{ML} - V_{k,ph}^{NL}}{V_{k,ph}^{NL}} \right|, \quad (173)$$

sendo $V_{k,ph}^{ML}$ a tensão na fase ph do nó k resultante do ML e $V_{k,ph}^{NL}$ a tensão na fase ph do nó k resultante do FC NL.

4.1.2 Índice de diferença das correntes

O índice médio das diferenças das correntes da fase ph é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%) = \frac{\sum_{km=1}^{nr_{ph}} \varepsilon_{km,ph}^f}{nr_{ph}} 100, \quad (174)$$

onde nr_{ph} é o número total de ramos do sistema, nos quais a fase ph está presente e $\varepsilon_{km,ph}^f$ é o valor da diferença relativa das correntes, determinado para cada fase ph de cada ramo km , pela expressão:

$$\varepsilon_{km,ph}^f = \left| \frac{\bar{f}_{km,ph} - \bar{f}_{km,ph}^{NL}}{\bar{f}_{km,ph}^{NL}} \right|, \quad (175)$$

sendo $\bar{f}_{km,ph}$ a corrente na fase ph do ramo km resultante do ML e $\bar{f}_{k,ph}^{NL}$ a corrente na fase ph do ramo km resultante do FC NL.

4.1.3 Índice de diferença das perdas

A diferença nas perdas é obtida comparando-se as perdas totais do sistema obtidas usando o ML e o FC NL; essa diferença em porcentagem é dada por:

$$\varepsilon_{loss}(\%) = \frac{P_{loss}^{ML} - P_{loss}^{NL}}{P_{loss}^{NL}} 100, \quad (176)$$

onde P_{loss}^{ML} são as perdas totais aproximadas, obtidas usando o ML, e P_{loss}^{NL} são as perdas totais no sistema obtidas usando o FC NL. As perdas totais do ML são determinadas como apresentado na Seção 2.5.

4.2 Sistema de 6 nós (com RT não-ideal)

O sistema de 6 nós opera em 13,8 kV, com uma carga nominal de 2,53 MW e 1,05 Mvar, distribuída de modo não uniforme entre as fases e os nós, como mostrado na Tabela 2. A Figura 11 apresenta o diagrama unifilar deste sistema, o qual possui um RT instalado no ramo 6 – 2, representado por um RT ideal em série com uma impedância igual a $0,001 + j0,01$ pu, conforme descrito na Seção 2.1.5.1. O sistema possui 5 ramos, sendo o ramo 6 – p utilizado para representar a impedância série do RT não-ideal. A tensão do nó intermediário p não é acessível por intermédio dos terminais, pois é interna ao RT não-ideal, então V_p não será mostrada nos resultados. O ramo 4 – 5 é monofásico, possui somente a fase A , os demais ramos são trifásicos. Na Tabela 3 podem ser visualizados os valores das impedâncias dos ramos do sistema. Foram utilizadas as impedâncias de sequência positiva e as capacitâncias foram desprezadas.

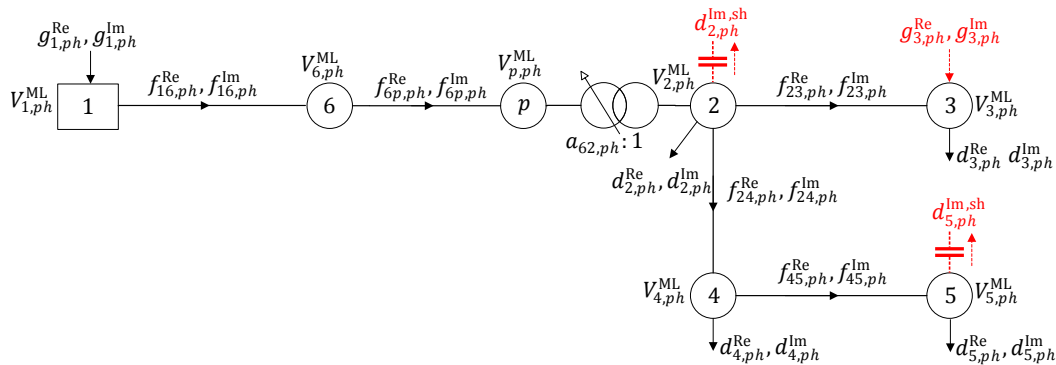
Tabela 2 – Demanda nominal do sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Nó k	Fase A		Fase B		Fase C	
	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
2	352,19	153,13	352,19	153,13	352,19	153,13
3	116,66	47,50	466,66	190,00	116,66	47,50
4	200,00	100,00	150,00	50,00	175,00	75,00
5	249,38	82,33	—	—	—	—
Total	918,23	382,96	968,85	393,13	643,85	275,63

Tabela 3 – Impedâncias série de cada fase dos circuitos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Ramo km	$\bar{Z}_{km,A} [\Omega]$	$\bar{Z}_{km,B} [\Omega]$	$\bar{Z}_{km,C} [\Omega]$
1 – 6	$1,520 + j3,104$	$1,520 + j3,104$	$1,520 + j3,104$
6 – p	$0,1904 + j1,9044$	$0,1904 + j1,9044$	$0,1904 + j1,9044$
2 – 3	$4,176 + j3,120$	$4,176 + j3,120$	$4,176 + j3,120$
2 – 4	$2,208 + j2,850$	$2,208 + j2,850$	$2,208 + j2,850$
4 – 5	$4,176 + j3,120$	—	—

Figura 11 – Sistema de distribuição modificado de 6 nós (com RT não-ideal).



Fonte: Elaborada pela autora.

A configuração do Caso Base do sistema de 6 nós foi definida considerando que o RT opera com tap neutro nas três fases ($t_{62,ph} = 0$ e $a_{62,ph} = 1, \forall ph \in \{A, B, C\}$). Os equipamentos em linha tracejada e destacados na cor vermelha, na Figura 11, não estão presentes no Caso Base, ou seja, nenhum capacitor está alocado e não há GD instalada. No FC NL, as cargas foram modeladas com comportamento ZIP: 50% potência constante mais 50% impedância constante (50%Pcte e 50%Zcte), tanto a parte de potência ativa quanto a parte de potência reativa (RESENER; HAFFNER; PEREIRA, 2013). Utilizando as demandas da Tabela 2, resolve-se o fluxo de carga não-linear (*software* OpenDSS), obtendo-se as tensões nodais do Caso Base, mostradas na Tabela 4, e as correntes nos

ramos, mostradas na Tabela 5. Com as magnitudes das tensões nodais, são calculados os fatores de ajuste de cada fase e para cada ramo ($K_{km,ph}$), pela expressão (9), obtendo-se os valores apresentados na Tabela 6. Observa-se que os valores são todos próximos de um, indicando que não são necessários grandes ajustes nas tensões obtidas pelo ML antes da utilização destes fatores. Com o uso dos valores da Tabela 6, obtém-se, para o Caso Base do ML, as tensões exatas, como no FC NL. Estes fatores de ajuste são utilizados para cálculo do FC pelo ML em todos os casos teste posteriores.

Tabela 4 – Tensões nodais do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.

Nó k	$\bar{V}_{k,A}$ [pu]	$\bar{V}_{k,B}$ [pu]	$\bar{V}_{k,C}$ [pu]
1	1,000 $\angle 0,00^\circ$	1,000 $\angle -120,00^\circ$	1,000 $\angle 120,00^\circ$
6	0,957 $\angle 2,00^\circ$	0,955 $\angle -122,10^\circ$	0,970 $\angle 118,60^\circ$
2	0,942 $\angle 3,50^\circ$	0,939 $\angle -123,80^\circ$	0,959 $\angle 117,50^\circ$
3	0,932 $\angle 3,70^\circ$	0,899 $\angle -124,40^\circ$	0,949 $\angle 117,40^\circ$
4	0,918 $\angle 4,40^\circ$	0,932 $\angle -124,10^\circ$	0,950 $\angle 117,20^\circ$
5	0,897 $\angle 4,80^\circ$	—	—

Tabela 5 – Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
1 – 6	NL	125,788 $\angle -27,21^\circ$	132,192 $\angle -146,67^\circ$	88,483 $\angle 93,53^\circ$
	ML	124,870 $\angle -22,64^\circ$	131,231 $\angle -142,09^\circ$	87,904 $\angle 96,82^\circ$
6 – p	NL	125,788 $\angle -27,21^\circ$	132,192 $\angle -146,67^\circ$	88,483 $\angle 93,53^\circ$
	ML	124,870 $\angle -22,64^\circ$	131,231 $\angle -142,09^\circ$	87,904 $\angle 96,82^\circ$
2 – 3	NL	15,849 $\angle -25,84^\circ$	63,598 $\angle -146,55^\circ$	15,831 $\angle 95,22^\circ$
	ML	15,809 $\angle -22,15^\circ$	63,240 $\angle -142,15^\circ$	15,809 $\angle 97,85^\circ$
2 – 4	NL	61,183 $\angle -26,68^\circ$	19,895 $\angle -142,50^\circ$	23,929 $\angle 94,02^\circ$
	ML	60,868 $\angle -22,08^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	33,157 $\angle -23,07^\circ$	—	—
	ML	32,962 $\angle -18,27^\circ$	—	—

Embora o sistema seja de pequeno porte, vale a pena destacar que a carga é suficiente para provocar quedas de tensão consideráveis, conforme mostrado na Tabela 4. Além disto, o desequilíbrio entre as fases é bastante evidente, tanto para as correntes obtidas pela solução do FC NL quanto àquelas determinadas pelo ML, conforme mostrado na Tabela 5. Desta forma, o ponto de operação definido como Caso Base corresponde a um modo extremo de operação. O ML foi desenvolvido no entorno deste ponto de operação para que fosse possível demonstrar sua flexibilidade, quando consideradas diversas alterações com relação a este ponto.

Tabela 6 – Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Ramo km	$K_{km,A}$	$K_{km,B}$	$K_{km,C}$
1 – 6	1,1122	1,1116	1,0841
6 – p	1,3436	1,3164	1,2638
2 – 3	1,0040	1,0092	1,0027
2 – 4	1,0181	1,0053	1,0042
4 – 5	1,0084	—	—

Para demonstrar o funcionamento de todos os modelos dos componentes descritos na Seção 2.1 e a flexibilidade da abordagem proposta, alterações na condição de operação do Caso Base do sistema foram realizadas. A seguir é apresentada a descrição dos cinco casos avaliados:

Caso I – considera-se a mudança de taps do RT para -16 na fase A , $+16$ na fase B e -1 na fase C ;

Caso II – considera-se o RT operando com tap na posição neutra, nas fases A , B e C ; a alocação de um BC trifásico de 600 kvar no nó 2 e a alocação de um BC monofásico de 200 kvar, na fase A do nó 5;

Caso III – considera-se o RT operando com tap na posição neutra, nas fases A , B e C . Considera-se uma GD conectada ao nó 3 operando no modo PQ, com potência de geração igual a 1 MW e fator de potência (FP) unitário;

Caso IV – considera-se o RT operando com tap na posição neutra, nas fases A , B e C . Considera-se uma GD síncrona conectada ao nó 3 operando no modo PV, com potência de geração igual a 1 MW e tensão especificada de 0,97 pu;

Caso V – considera-se os casos I, II e III, simultaneamente (considerando, para o RT, o tap definido no caso I).

Os parâmetros utilizados no Caso Base e nos demais casos teste, descritos anteriormente, estão resumidos na Tabela 7.

4.2.1 Comparação de resultados

Com os resultados dos testes realizados, foram calculados os índices de diferenças, utilizando as equações apresentadas na Seção 4.1. A Tabela 8 mostra os valores das diferenças obtidas entre o ML e o FC NL. As colunas 2 a 4 referem-se aos índices de diferenças das tensões das fases A , B e C , respectivamente, as colunas 5 a 7 referem-se

Tabela 7 – Resumo dos casos avaliados no sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Caso Base	
RT	$t_{62,A} = t_{62,B} = t_{62,C} = 0$
BCs (kvar)	
GD (kW)	
Caso I	
RT	$t_{62,A} = -16 \quad t_{62,B} = +16 \quad t_{62,C} = -1$
BCs (kvar)	
GD (kW)	
Caso II	
RT	$t_{62,A} = t_{62,B} = t_{62,C} = 0$
BCs (kvar)	$Q_{2,A}^{sh} = Q_{2,B}^{sh} = Q_{2,C}^{sh} = -200 \quad Q_{5,A}^{sh} = -200$
GD (kW)	
Caso III	
RT	$t_{62,A} = t_{62,B} = t_{62,C} = 0$
BCs (kvar)	
GD (kW)	$P_{3,A}^{esp} = P_{3,B}^{esp} = P_{3,C}^{esp} = 333,33 \quad FP = 1$
Caso IV	
RT	$t_{62,A} = t_{62,B} = t_{62,C} = 0$
BCs (kvar)	
GD (kW)	$P_{3,A}^G = P_{3,B}^G = P_{3,C}^G = 333,33 \quad V_3^{esp} = 0,97 \text{ pu}$
Caso V	
RT	$t_{62,A} = -16 \quad t_{62,B} = +16 \quad t_{62,C} = -1$
BCs (kvar)	$Q_{2,A}^{sh} = Q_{2,B}^{sh} = Q_{2,C}^{sh} = -200 \quad Q_{5,A}^{sh} = -200$
GD (kW)	$P_{3,A}^G = P_{3,B}^G = P_{3,C}^G = 333,33 \quad FP = 1$

aos índices de diferenças das correntes também das fases A , B e C , respectivamente, e a coluna 8 apresenta o resultado do índice de diferença das perdas. O índice de diferença das tensões ($\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%) \forall ph \in \{A, B, C\}$) e das correntes ($\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%) \forall ph \in \{A, B, C\}$) são sempre positivos, uma vez que se referem ao valor absoluto, enquanto o índice de diferença das perdas ($\varepsilon_{loss}(\%)$) pode ser positivo, o que significa que o ML sobrestimou as perdas, ou negativo, indicando que as perdas calculadas pelo ML são inferiores às perdas obtidas pelo FC NL. Quando o ML obtém a mesma resposta que o FC NL, o índice de diferença é igual a zero.

Na Tabela 8, observa-se que os valores obtidos pelo ML para as tensões nodais são sempre muito próximos dos valores obtidos pelo FC NL, uma vez que os índices de diferenças são sempre inferiores a 0,15%. No que se refere ao Caso Base, o índice de diferença das tensões é zero, em outras palavras, não existem diferenças entre as tensões nodais obtidas pelos dois modelos, isto se deve ao fato de que o ML é desenvolvido no entorno do ponto de operação deste caso¹.

¹A diferença é nula porque os fatores $K_{km,ph}$ são calculados para esta condição de operação.

Tabela 8 – Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,000	0,000	0,000	7,754	7,687	5,246	-1,289
I	0,065	0,006	0,000	7,538	8,319	5,225	-1,732
II	0,118	0,024	0,019	9,890	8,271	5,886	-0,668
III	0,029	0,142	0,012	6,174	7,629	3,832	-0,056
IV	0,036	0,080	0,080	6,277	8,866	5,376	-0,227
V	0,077	0,082	0,027	10,460	6,114	4,426	-4,843

Para ilustrar melhor as soluções obtidas, foram comparados os perfis de tensão obtidos com o ML com aqueles obtidos através do FC não-linear. As Figuras 12 e 13 apresentam os perfis de tensão das fases *A*, *B* e *C* dos casos I e II obtidos através do ML e do FC não-linear. As tensões do Caso Base (condição inicial) também são apresentadas, de modo a demonstrar as diferenças no perfil de tensão quando altera-se o tap do RT e quando capacitores são incluídos no sistema. A lacuna entre os nós 4 e 5, que pode ser observada nas fases *B* e *C* de ambos perfis, indica que no nó 5 não há circuito nestas fases; o ramo no qual o RT está instalado e os nós onde estão instalados os BCs estão indicados nas figuras.

Na Figura 12, é possível visualizar o comportamento das tensões frente à mudanças nos taps do RT. Embora seja um caso considerado didático, ele serve para demonstrar que o tap do RT pode ser definido de forma distinta e independente em cada fase, sem que isto ocasione prejuízos no resultado final do fluxo de carga. Ainda, os resultados confirmam a importância dos RTs na regulação de tensão de sistemas de distribuição, uma vez que é possível observar diferenças significativas nas magnitudes de tensão em relação ao Caso Base. No que diz respeito às diferenças deste caso, o maior valor é observado na fase *A* do nó 5, sendo igual a 0,14%.

Na Figura 13, observa-se uma melhoria significativa nos níveis de tensão do caso II em relação ao Caso Base, devido a alocação de BCs. É verificada uma concordância entre os perfis de tensão do ML e do FC NL, sendo que a maior diferença, no valor de 0,17%, ocorre na fase *A* do nó 5. Além disso, verifica-se que nas fases *B* e *C* foram obtidos valores de tensão ainda mais próximos. A maior diferença na fase *B*, ocorre no nó 4 é igual a 0,03% e na fase *C* as diferenças também são praticamente desprezíveis, sendo o maior valor igual a 0,02%, também no nó 4.

No que diz respeito ao Caso III, verifica-se que o índice de diferença de tensão no nó com GD operando no modo PQ resultou em 0,084% na fase *A*, 0,305% na fase *B* e 0,008% na fase *C*. Em comparação com o Caso IV, onde a GD opera no modo PV, com tensão especificada de 0,97 pu, o índice de diferença de tensão no nó 3 resultou em:

0,043% na fase A, 0,185% na fase B e 0,131% na fase C. As magnitudes de tensão neste nó, resultantes do ML foram 0,9751 pu (fase A), 0,9426 pu (fase B) e 0,9923 pu (fase C), ao usar o FC NL, as magnitudes de tensão resultaram em 0,9747 pu (fase A), 0,9444 pu (fase B), e 0,9909 pu (fase C). A potência reativa resultante no ML, em cada fase da GD foi 85,42 kvar (injetando potência reativa) e 77,8 kvar no FC NL. Sendo assim, os resultados demonstraram uma boa concordância entre os dois modelos.

Ainda no Caso IV, ao considerar que o fator de potência de 0,8 é mínimo para operação da GD síncrona de 1 MW, verifica-se que a potência reativa trifásica máxima é 750,00 kvar (logo, a injeção de reativos de cada fase deve estar entre $-250,00$ kvar e $+250,00$ kvar). O valor de potência reativa calculado, tanto pelo ML quanto pelo FC NL, encontra-se dentro deste intervalo. Dessa forma, não violam os limites estabelecidos por (171), sendo possível regular a tensão a partir do valor da potência reativa média.

Avaliando na Tabela 8, os resultados de diferenças entre as correntes e entre as perdas, pode se observar que existe uma pequena diferença, mesmo no Caso Base², sendo menor que 8% nas correntes e igual a $-1,289\%$ nas perdas. O maior valor de diferenças entre as perdas, de $-4,843\%$, foi obtido no Caso V. Vale mencionar que no Caso V, foram consideradas diversas perturbações no sistema, sendo este ponto de operação bastante diferente do Caso Base.

O fato de que os valores das perdas resultaram em índices de diferenças de valor baixo é um indicativo de que as correntes nos circuitos são próximas, mesmo que os modelos utilizados para representar as cargas sejam diferentes no ML e no FC NL³. Tal proximidade é verificada pelos valores dos índices de diferenças entre as correntes, que não chegaram a 11%. Para se verificar visualmente essas diferenças entre as correntes, nas Figuras 14, 15 e 16 são apresentados os fasores das correntes de cada ramo do sistema de 6 nós, calculadas pelo FC NL e pelo ML, no Caso Base, Caso I e Caso II, respectivamente. O módulo das diferenças entre as correntes nos ramos, considerando o Caso Base, não ultrapassa 8,37%. No Caso I, a proximidade também é verificada, sendo o módulo da maior diferença aproximadamente 8,63%, observada na fase A do ramo 1 – 2.

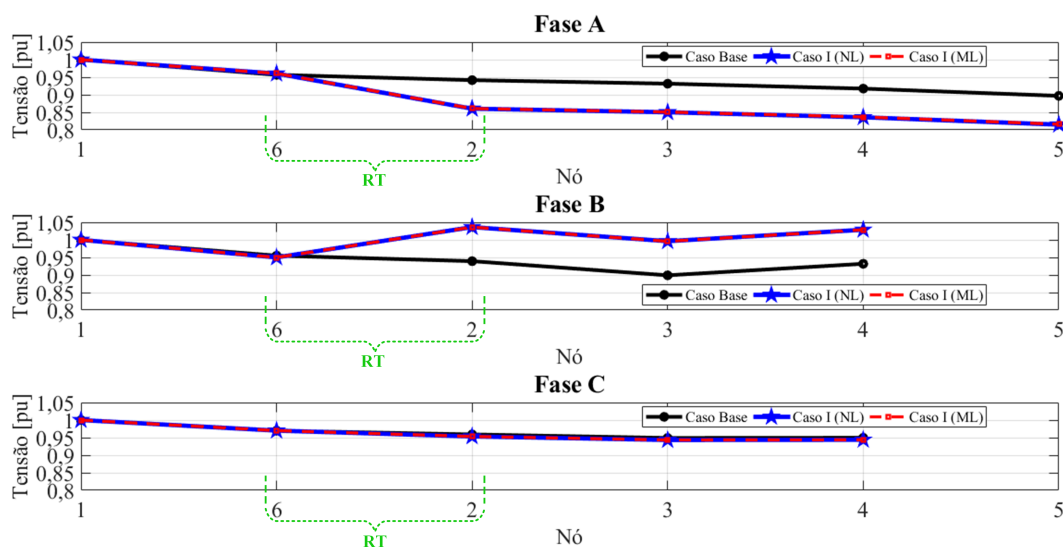
Comparando as correntes da Figura 14 com as correntes da Figura 15, pode ser verificada a diferença entre as correntes do Caso Base em relação ao Caso I, nos ramos à montante do regulador, indicando que compensação de corrente proposta no modelo atende adequadamente ao que se propõe, uma vez que os resultados obtidos pelo ML são similares aos resultados obtidos pelo FC NL.

²Lembrar que os fatores $K_{km,ph}$ são calculados para que não existam diferenças nas tensões do Caso Base, mas não são feitas correções para ajustar o cálculo das correntes e das perdas.

³Embora a representação da carga pelo modelo ZIP (50%Pcte+50%Zcte) apresente um comportamento similar ao de corrente constante, possibilitando considerar estes dois modelos equivalentes para uma faixa de variação de tensão de 0,8 pu a 1,2 pu (como mostrado em RESENER (2016)), a medida que a tensão se afasta desta faixa, a similaridade diminui e a diferença se acentua, o que implica correntes diferentes nos ramos e por consequência, diferenças nas perdas.

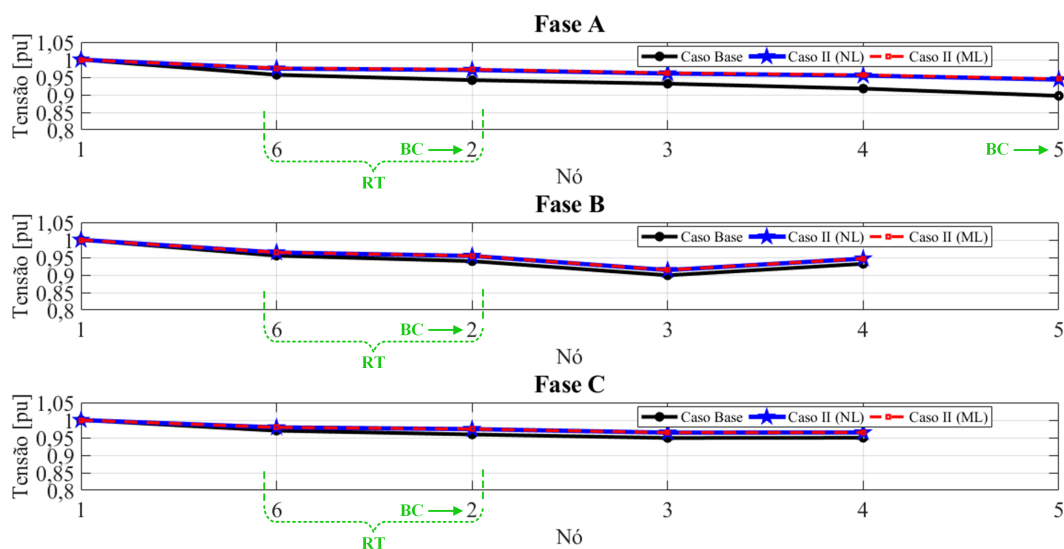
Em relação ao Caso II, apresentado na Figura 16, o módulo da diferença entre as correntes obtidas pelo ML e pelo FC NL chega a 11,53%, sendo esta observada no ramo 4 – 5, o qual possui somente a fase A. Na Figura 16, é possível observar que, devido à inclusão dos capacitores no sistema, as correntes estão adiantadas em relação às correntes do Caso Base, mostradas na Figura 14. Para complementar a análise dos resultados, no Apêndice A.2 podem ser verificados os valores das correntes, obtidas através do FC NL e do ML, nos casos I a V.

Figura 12 – Perfis de tensão do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso I.



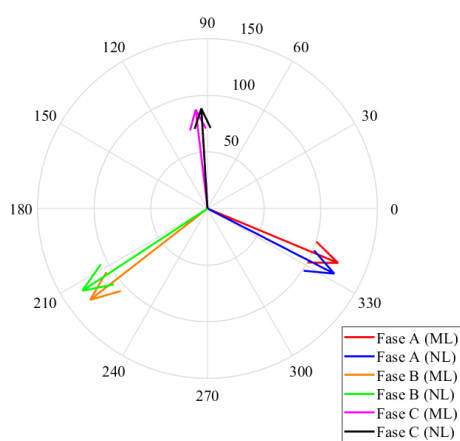
Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 13 – Perfis de tensão do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso II.

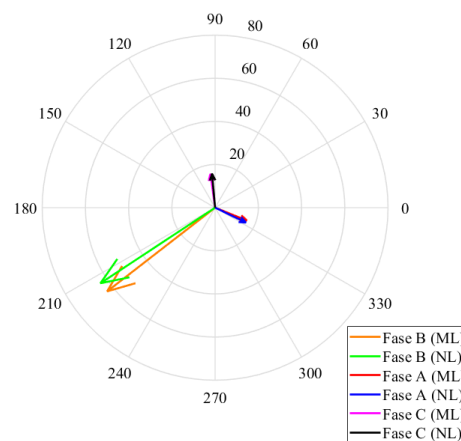


Fonte: Elaborada pela autora.

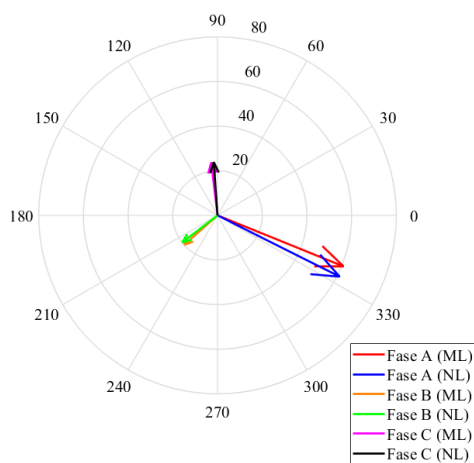
Figura 14 – Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso Base.



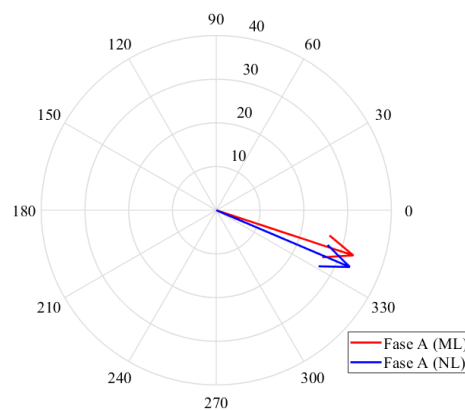
(a) Ramo 1 – 2 e 6 – p



(b) Ramo 2 – 3



(c) Ramo 2 – 4



(d) Ramo 4 – 5

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 15 – Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso I.

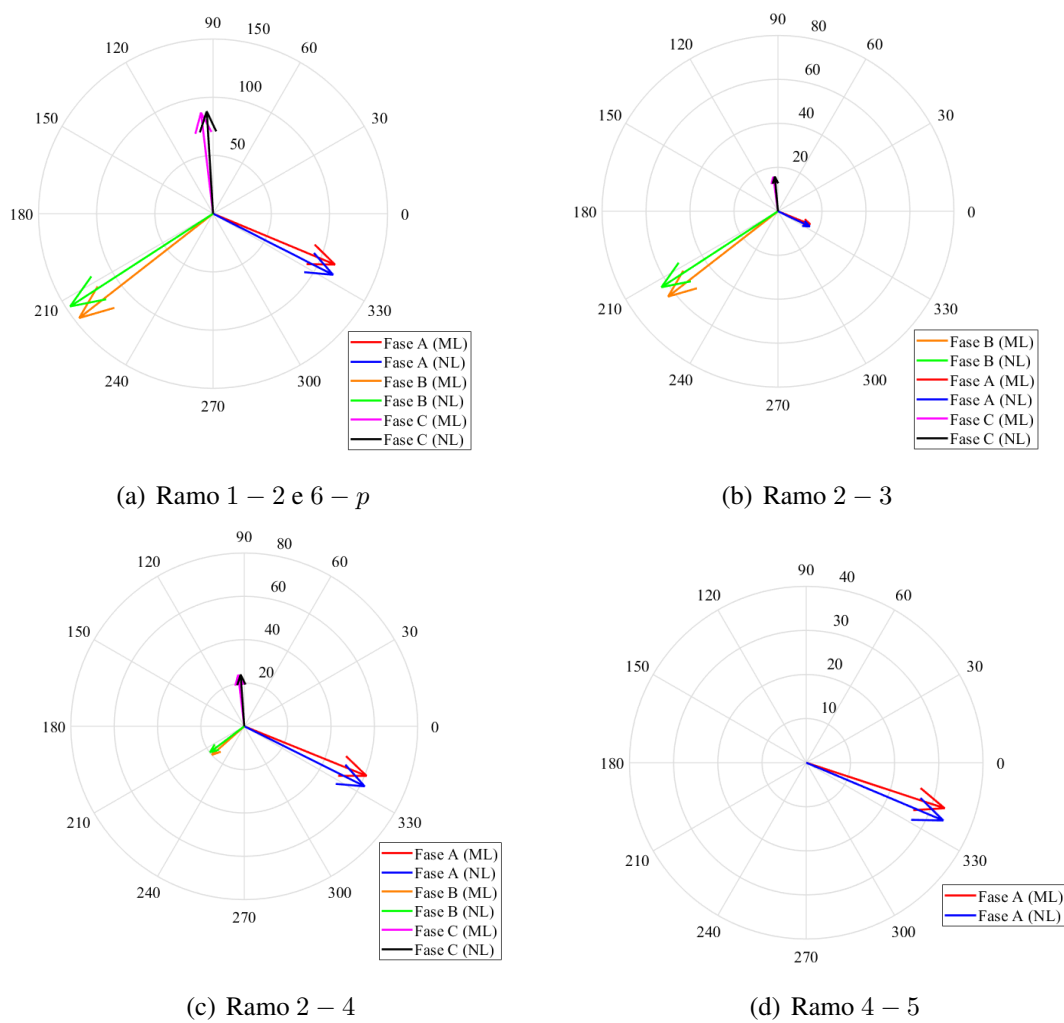
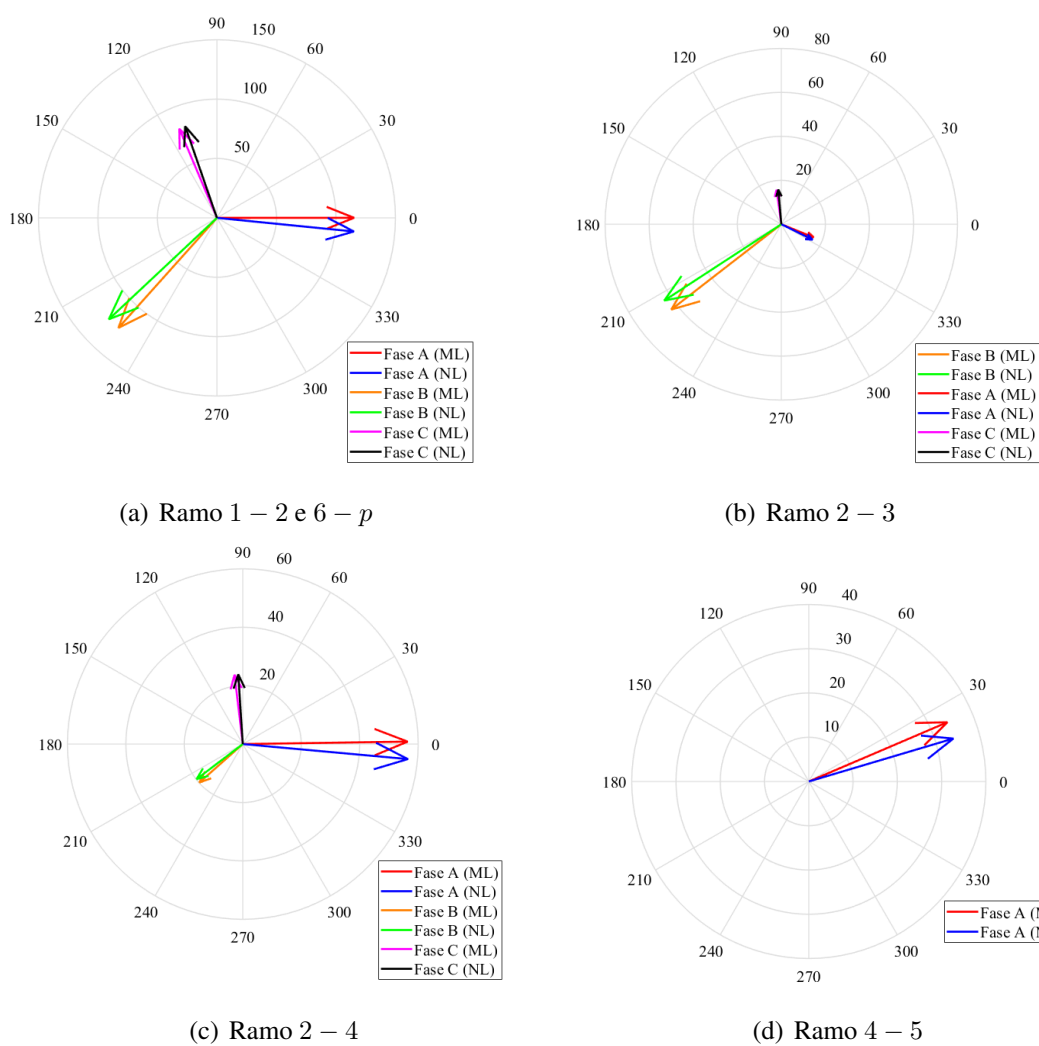


Figura 16 – Comparação entre correntes nos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Caso II.



Para exemplificar que o modelo pode ser aplicado mesmo sem a utilização dos fatores de ajuste $K_{km,ph}$, no Apêndice A.1 são apresentados os índices de diferenças das tensões do Caso Base e dos cinco casos avaliados, sem a utilização de $K_{km,ph}$. Na Tabela 22 são observadas diferenças um pouco maiores quando comparadas aos resultados da Tabela 8. Mesmo sendo maiores, as diferenças entre as tensões não chegam a 0,5%. A introdução dos fatores de ajuste no cálculo da queda de tensão proporciona resultados mais satisfatórios.

Além das análises já apresentadas, foram realizados testes afim de se avaliar o desempenho computacional tanto do FC NL quanto do ML. Para tanto, foram feitas tomadas tempo de processamento, sendo realizadas cem execuções em cada caso. Para todos os testes, foi utilizado um computador com processador Intel Core i7-5500U CPU 2,4 GHz e 8 GB de RAM, com sistema operacional 64 bits. Na Figura 17 são apresentados os histogramas resultantes destas execuções para cada caso, conforme indicado na figura. A coordenada vertical representa o número de ocorrências e a coordenada horizontal representa o tempo de processamento, em segundos.

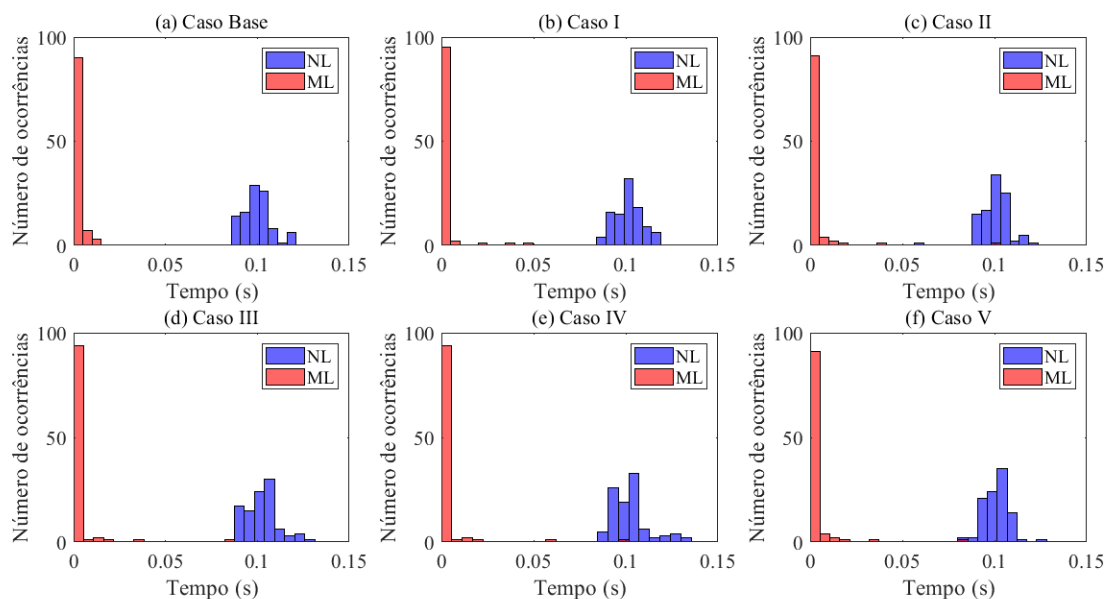
Avaliando os histogramas do ML (em vermelho), verifica-se a semelhança nos tempos de execução de todos os casos. Além disso, observa-se que não houve grande dispersão no tempo de execução, o que indica que a média entre as cem tomadas de tempo é um valor representativo adequado. De igual modo, avaliando os histogramas do FC NL (em azul), verifica-se uma diferença muito pequena entre os tempos de execução de todos os casos, sendo também o valor médio um indicativo que representa adequadamente os tempos de execução de cada caso. Os valores médios do tempo de processamento do ML e do FC NL podem ser verificados nas colunas 2 e 3 da Tabela 9.

Ao comparar o tempo de processamento do ML e do FC NL, observa-se que de modo geral, o ML obteve tempos de processamento na faixa média de 3 a 6 milissegundos, enquanto o FC NL apresentou um tempo médio de processamento superior, no entorno de 0,1 segundos.

Tabela 9 – Tempo médio de processamento – sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

Caso	tempo ML (s)	tempo NL (s)
Base	0,0038	0,0999
I	0,0042	0,1014
II	0,0052	0,1003
III	0,0049	0,1023
IV	0,0061	0,1022
V	0,0052	0,1010

Figura 17 – Comparação do tempo de processamento – sistema de 6 nós (com RT não-ideal).



Fonte: Elaborada pela autora.

4.2.2 Utilização do modelo de carga recomendado no PRODIST

Os testes seguintes foram realizados com o objetivo de caracterizar, no FC NL, as cargas conforme recomendado no Módulo 7 dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST) (ANEEL, 2018). Desta forma, adotou-se nesta seção o modelo ZIP, sendo este composto por 50% potência constante e 50% impedância constante para a parcela ativa e de 100% de impedância constante para parcela reativa da carga. Serão apresentados os resultados do sistema de 6 nós (com RT não-ideal), considerando o Caso Base e os cinco casos descritos anteriormente na Tabela 7.

As tensões nodais e as correntes nos ramos do Caso Base são mostradas nas Tabelas 10 e 11, respectivamente. Comparando-se a Tabela 4 e Tabela 10, verifica-se uma proximidade entre os valores de tensão obtidos, embora as quedas de tensão sejam ligeiramente mais baixas quando calculadas utilizando, para as cargas, a composição do modelo ZIP recomendada no PRODIST. De modo semelhante, para as correntes nos ramos, comparando-se as Tabelas 5 e 11, verifica-se proximidade entre os valores obtidos, em ambas representações da carga. No caso das correntes, os valores são ligeiramente inferiores aos anteriores e, também, inferiores aos calculados com o ML.

Os fatores de ajuste calculados a partir da magnitude das tensões nodais do Caso Base do FC NL e utilizados nos demais casos, são mostrados na Tabela 12. Como já mostrado anteriormente (vide Tabela 6), observa-se que não são necessários grandes ajustes nas tensões calculadas pelo ML, uma vez que os fatores de ajustes são próximos de um.

Tabela 10 – Tensões nodais do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST – Caso Base.

Nó k	$\bar{V}_{k,A}$ [pu]	$\bar{V}_{k,B}$ [pu]	$\bar{V}_{k,C}$ [pu]
1	1,000 $\angle 0,00^\circ$	1,000 $\angle -120,00^\circ$	1,000 $\angle 120,00^\circ$
6	0,958 $\angle -2,00^\circ$	0,956 $\angle -122,10^\circ$	0,970 $\angle 118,60^\circ$
7	0,944 $\angle -3,60^\circ$	0,942 $\angle -123,80^\circ$	0,960 $\angle 117,50^\circ$
2	0,944 $\angle -3,60^\circ$	0,942 $\angle -123,80^\circ$	0,960 $\angle 117,50^\circ$
3	0,934 $\angle -3,70^\circ$	0,902 $\angle -124,50^\circ$	0,950 $\angle 117,30^\circ$
4	0,920 $\angle -4,40^\circ$	0,934 $\angle -124,10^\circ$	0,951 $\angle 117,20^\circ$
5	0,900 $\angle -4,90^\circ$	—	—

Tabela 11 – Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST – Caso Base.

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
1 – 6	NL	124,379 $\angle -25,73^\circ$	130,669 $\angle -145,12^\circ$	87,858 $\angle 94,44^\circ$
	ML	124,870 $\angle -22,64^\circ$	131,231 $\angle -142,09^\circ$	87,904 $\angle 96,82^\circ$
6 – p	NL	124,379 $\angle -25,73^\circ$	130,669 $\angle -145,12^\circ$	87,858 $\angle 94,44^\circ$
	ML	124,870 $\angle -22,64^\circ$	131,231 $\angle -142,09^\circ$	87,904 $\angle 96,82^\circ$
2 – 3	NL	15,697 $\angle -24,52^\circ$	62,690 $\angle -144,60^\circ$	15,718 $\angle 96,22^\circ$
	ML	15,809 $\angle -22,15^\circ$	63,240 $\angle -142,15^\circ$	15,809 $\angle 97,85^\circ$
2 – 4	NL	60,395 $\angle -24,91^\circ$	19,760 $\angle -141,38^\circ$	23,744 $\angle 95,05^\circ$
	ML	60,868 $\angle -22,08^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	32,819 $\angle -21,39^\circ$	—	—
	ML	32,962 $\angle -18,27^\circ$	—	—

Tabela 12 – Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST.

Ramo km	$K_{km,A}$	$K_{km,B}$	$K_{km,C}$
1 – 6	1,0504	1,0469	1,0451
6 – 7	1,0314	0,9930	1,0723
2 – 3	0,9832	0,9779	0,9871
2 – 4	0,9702	0,9766	0,9763
4 – 5	0,9822	—	—

Ao utilizar o modelo de carga recomendado pelo PRODIST para o cálculo do FC NL e os fatores de ajuste da Tabela 12 para o ML, foram obtidos os índices de diferenças apresentados na Tabela 13. É possível compará-los com os valores obtidos anteriormente (vide Tabela 8), verificando que as diferenças da Tabela 13 são ligeiramente maiores para as tensões nodais, contudo, para as correntes e para as perdas, são ligeiramente menores.

Desta forma, para esta rede não foram observadas diferenças significativas que possam ser atribuídas à diferença entre os modelos de carga utilizados no FC NL.

Tabela 13 – Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,000	0,000	0,000	5,103	5,048	3,596	0,962
I	0,179	0,281	0,010	1,877	8,731	3,376	-0,029
II	0,226	0,066	0,048	8,386	5,991	4,682	0,096
III	0,065	0,158	0,012	4,153	6,616	2,684	2,975
IV	0,037	0,057	0,088	4,405	7,285	4,777	1,677
V	0,157	0,368	0,024	6,274	8,370	3,267	-5,573

Novamente, para demonstrar que o modelo pode ser aplicado mesmo sem a utilização dos fatores de ajuste $K_{km,ph}$, na Tabela 23 são apresentados os índices de diferenças das tensões, correntes e perdas do Caso Base e dos cinco casos avaliados, sem a utilização de $K_{km,ph}$. Na Tabela 22, em geral, as diferenças resultantes das tensões são um pouco maiores quando comparadas aos resultados apresentados na Tabela 13. Entre as correntes e perdas, praticamente não houverem diferenças.

4.2.3 Consideração com relação às perdas

No que diz respeito às perdas técnicas, para a rede de 6 nós é observado que o modelo da carga a ser utilizado no FC NL interfere tanto no valor da diferença quanto no sinal (vide coluna 8 das Tabelas 8 e 13). Quando adotado o mesmo modelo para a parte ativa e reativa da carga, observa-se que em todos os casos o ML subestimou um pouco as perdas em relação ao FC NL (diferenças menores que 5%, conforme Tabela 8), indicando a possibilidade de haver um viés neste sentido. Por outro lado, quando adotado o modelo de carga recomendado no PRODIST, observa-se que existem diferenças positivas e negativas (conforme Tabela 13), indicando não haver um viés definido para este caso.

Assim, recomenda-se cautela ao empregar o ML para determinar o valor das perdas técnicas, pois podem haver diferenças e estas podem ser tanto a menor quanto a maior, dependendo do tipo de modelo que for adotado para representar o comportamento da carga no FC NL. Vale destacar que, em ambos os casos analisados, a diferença no valor das perdas com relação ao FC NL foi sempre inferior a 6%, tanto com a utilização dos fatores de ajuste, quanto desconsiderando-os.

4.3 Sistema de 34 nós

O sistema IEEE de 34 nós opera em 24,9 kV, com uma carga nominal de 1,77 MW e 1,07 Mvar, distribuída de modo não uniforme entre as fases e os nós. A Figura 18 apre-

Para permitir representar os circuitos de cada fase considerando impedâncias próprias e mútuas diferenciadas, no ML as impedâncias série das LTs são determinadas pela diferença entre as impedância própria e a média das impedâncias mútuas das respectivas fases:

$$\bar{Z}_{km,A} = \bar{Z}_{km,AA} - \frac{\bar{Z}_{km,AB} + \bar{Z}_{km,AC}}{2}, \quad (177)$$

$$\bar{Z}_{km,B} = \bar{Z}_{km,BB} - \frac{\bar{Z}_{km,AB} + \bar{Z}_{km,BC}}{2}, \quad (178)$$

$$\bar{Z}_{km,C} = \bar{Z}_{km,CC} - \frac{\bar{Z}_{km,BC} + \bar{Z}_{km,AC}}{2}, \quad (179)$$

onde, $\bar{Z}_{km,A}$, $\bar{Z}_{km,B}$ e $\bar{Z}_{km,C}$ são as aproximações das impedâncias série das fases A , B e C de cada ramo km , utilizadas no ML. Para as configurações do sistema teste de 34 nós modificado, obteve-se os valores de impedâncias apresentados na Tabela 14. As configurações 302, 303 e 304 não possuem impedâncias mútuas, uma vez que representam linhas monofásicas, assim para estas configurações: $\bar{Z}_{km,A} = \bar{Z}_{km,AA}$, $\bar{Z}_{km,B} = \bar{Z}_{km,BB}$ e $\bar{Z}_{km,C} = \bar{Z}_{km,CC}$.

Tabela 14 – Impedâncias série de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado, utilizadas no ML.

Configuração	$\bar{Z}_{km,A}[\frac{\Omega}{km}]$	$\bar{Z}_{km,B}[\frac{\Omega}{km}]$	$\bar{Z}_{km,C}[\frac{\Omega}{km}]$
300	0, 6992 + j0, 4937	0, 6931 + j0, 5210	0, 6957 + j0, 5386
301	1, 0537 + j0, 5001	1, 0470 + j0, 5245	1, 0498 + j0, 5434
302	1, 7395 + j0, 9230	—	—
303	—	1, 7395 + j0, 9230	—
304	—	1, 1941 + j0, 8831	—

A configuração do Caso Base do sistema de 34 nós modificado foi definida considerando que o RT1 e o RT2 operam com tap neutro nas fases A , B e C , nenhum banco de capacitor está alocado e não há GDs instaladas. No Apêndice B.2, são mostrados os valores dos fatores de ajuste $K_{km,ph}$, calculados para o Caso Base deste sistema. Estes fatores de ajuste são utilizados para todos os testes posteriores realizados. No Apêndice B.3, podem ser verificadas as tensões nodais e as correntes obtidas no Caso Base.

Para demonstrar a flexibilidade da abordagem proposta, perturbações em relação ao Caso Base foram feitas. Ao realizar alterações nos parâmetros do sistema, foi possível avaliar a sensibilidade do ML, frente a mudanças no ponto de operação em relação ao Caso Base. Os quatro casos avaliados são detalhados a seguir:

Caso I – RT1 operando com os taps: +12, +5 e +5 nas fases A , B e C , respectivamente; o RT2 operando com os taps: +13, +11 e +12 nas fases A , B e C , respectivamente; alocação de um BC trifásico de 300 kvar no nó 844 e alocação de um BC trifásico de 450 kvar

no nó 848. Neste caso, a compensação de potência reativa inserida e os taps dos RTs são os mesmos sugeridos em Kersting (1991);

Caso II – ambos os RTs operando com tap na posição neutra nas fases *A*, *B* e *C*; alocação de oito BCs trifásicos, cada um com potência de 133,85 kvar, instalados nos nós: 808, 816, 828, 854, 858, 844, 848 e 836. Neste caso, a compensação de potência reativa é aproximadamente equivalente ao total de reativos demandado pelas cargas do sistema;

Caso III – ambos os RTs operando com tap na posição neutra nas fases *A*, *B* e *C*; uma GD conectada ao nó 830 operando no modo PQ, com potência de geração igual a 1 MW e fator de potência unitário; alocação de um BC trifásico de 300 kvar no nó 844 e um BC trifásico de 450 kvar no nó 848;

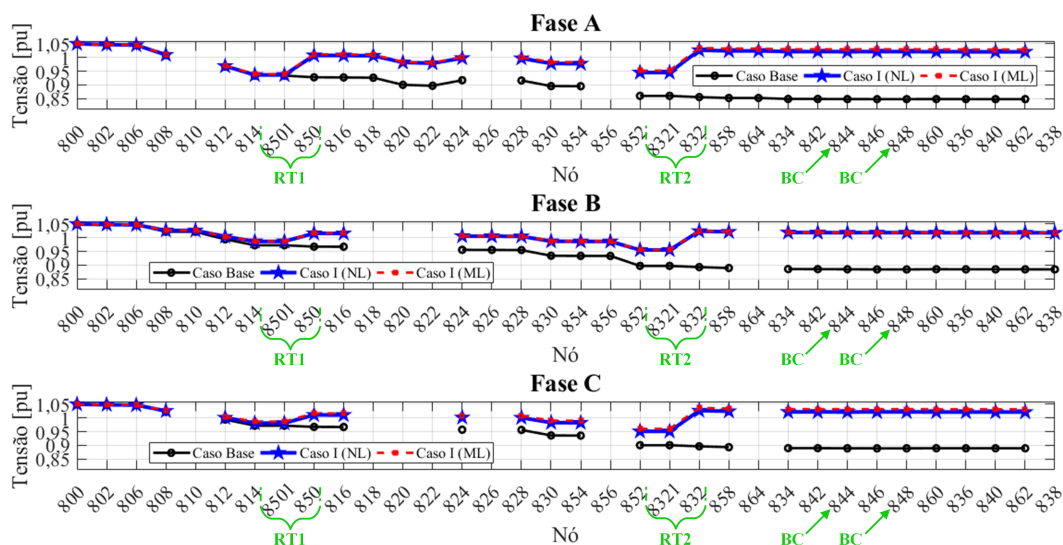
Caso IV – ambos os RTs operando com tap na posição neutra nas fases *A*, *B* e *C*; uma GD síncrona conectada ao nó 830 operando no modo PV, com potência de geração igual a 1 MW e tensão especificada de 1 pu; alocação de um BC trifásico de 300 kvar no nó 844 e um BC trifásico de 450 kvar no nó 848.

Os parâmetros utilizados no Caso Base e nos quatro casos teste, descritos anteriormente, estão resumidos na Tabela 15.

Em relação ao Caso Base, não existem diferenças entre as tensões nodais obtidas pelos dois modelos, ou seja, o índice de diferença das tensões é zero, pois o ML é desenvolvido no entorno do ponto de operação deste caso⁴. Nos demais casos, cabe ressaltar a proximidade entre os valores de tensões nodais obtidos pelo ML e pelo FC NL, uma vez que os índices de diferenças de tensões são sempre inferiores a 0,6%. Observa-se que as diferenças nas tensões são maiores a medida que a condição de operação do sistema se afasta do ponto para o qual os fatores de ajuste $K_{km,ph}$ foram calculados. Vale destacar que, neste caso, o Caso Base não representa uma condição operacional muito adequada, uma vez que as tensões nodais são baixas, chegando a 0,85 pu em alguns nós, como pode-se verificar na Tabela 27.

Para fins de comparação, as Figuras 19, 20 e 21 apresentam os perfis de tensão das fases A, B e C do Caso Base e dos Casos I, III e IV, obtidos através do ML e do FC NL. Os espaços em que as linhas dos perfis de tensão foram interrompidas indicam que o nó entre a lacuna não possui circuito naquela fase. O circuito no qual estão instalados os RTs (com tap neutro nos Casos III e IV), os nós onde estão instalados os BCs e o nó onde está instalada a GD estão indicados nestas figuras.

Figura 19 – Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso I.

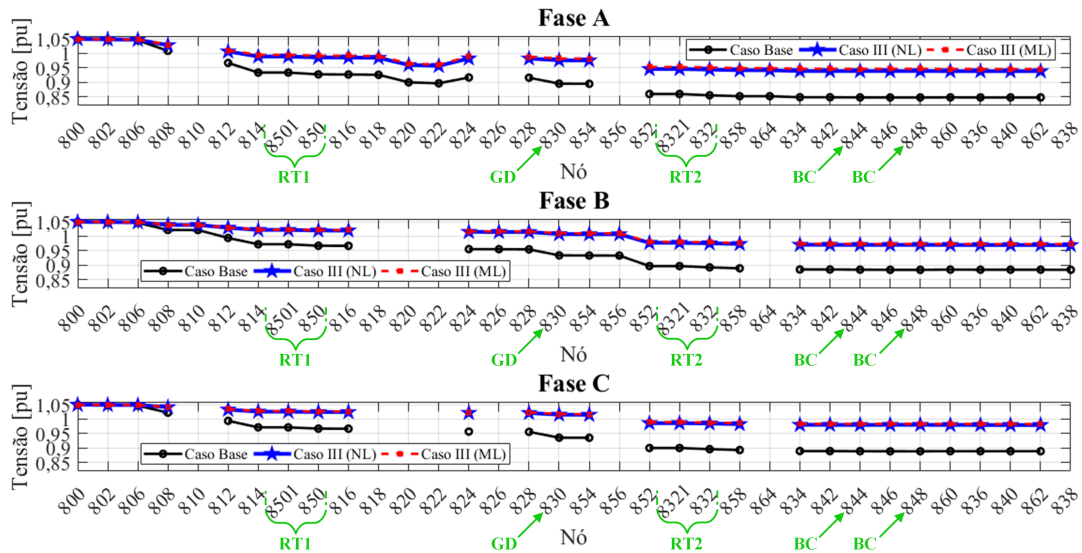


Fonte: Elaborada pela autora.

Observa-se uma melhoria significativa nos níveis de tensão dos Casos I, III e IV em relação ao Caso Base. Ainda, é verificada a proximidade entre os valores de tensão calculados pelo ML e pelo FC NL, sendo que a maior diferença ocorre no caso I, na fase C do nó 846 e é igual a 1,028%. Entre os casos com GD (III e IV), a maior diferença foi observada no caso III, na fase A do nó 848 e é igual a 0,792%.

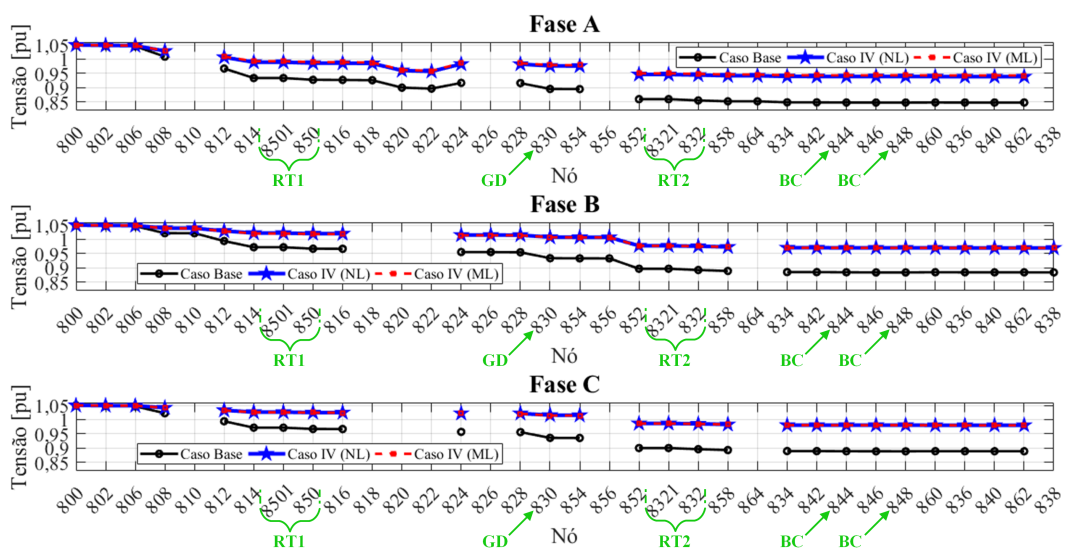
⁴Novamente, a diferença é nula porque o fator $K_{km,ph}$ é calculado para esta condição de operação.

Figura 20 – Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso III.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 21 – Perfis de tensão do sistema de 34 nós modificado – Caso IV.



Fonte: Elaborada pela autora.

Na Figura 19, é possível visualizar o comportamento das tensões frente à mudanças nos taps dos RTs. Embora, dentre os casos avaliados, o caso I tenha apresentado as maiores diferenças médias entre as tensões calculadas, verifica-se que os valores não são discrepantes, uma vez que os perfis de tensão se mantêm em conformidade. É possível observar que entre as três fases, os valores calculados na fase *B*, pelo ML e pelo FC NL, foram os mais próximos, sendo que a diferença mais elevada foi 0,089%, observada no nó 8320. Nas fases *A* e *C*, verifica-se que, na maioria dos nós, o ML sobrestimou os valores calculados, sendo a maior diferença na fase *A* igual a 0,853%, no nó 846 e na fase *C*, como já mencionado, a maior diferença foi 1,028%, sendo observada no nó 846.

Pode-se observar na Figura 21 que a tensão no nó 830 (onde está a GD síncrona operando no modo PV), se mantém de acordo com a tensão especificada de 1,00 pu, tendo uma variação muito pequena, em ambos modelos. A diferença de tensão calculada entre os dois modelos, no nó 830, é igual a 0,297% na fase *A*, 0,026% na fase *B* e 0,115% na fase *C*. Ao comparar as tensões no nó 830 calculadas no caso III (GD operando no modo PQ) verifica-se que as diferenças calculadas são iguais a 0,619% na fase *A*, 0,297% na fase *B* e 0,216% na fase *C*.

No caso IV, ao considerar que o fator de potência de 0,8 é mínimo para operação da GD síncrona de 1 MW, verifica-se que a potência reativa trifásica máxima é 750,00 kvar (logo, a injeção de reativos de cada fase deve estar entre $-250,00$ kvar e $+250,00$ kvar). O valor de potência reativa calculado pelo ML foi de $Q_k^{\text{méd}} = -26,35$ kvar (absorvendo potência reativa) e no FC NL foi de 1,3 kvar (injetando potência reativa), para todas as fases. Sendo assim, não violam os limites estabelecidos pela equação (171), sendo possível regular a tensão a partir do valor da potência reativa média.

Em uma análise relacionada com as perdas, observa-se que existe uma pequena diferença, inclusive no Caso Base⁵. Em geral, o ML subestima as perdas em relação ao FC NL. O fato dos valores das perdas estarem próximos é um indicativo de que as correntes nos circuitos também são próximas, mesmo que os modelos utilizados para representar as cargas sejam diferentes nas duas ferramentas de cálculo⁶. A proximidade entre as correntes do Caso Base, podem ser visualizadas na Tabela 28.

O índice de diferença das perdas obtido no Caso Base foi de $-3,469\%$, o sinal negativo indica que as perdas calculadas pelo FC NL são superiores às obtidas usando o ML. A maior divergência entre as perdas foi observada no caso III, sendo seu valor igual a $-6,737\%$.

Novamente, para exemplificar que o modelo pode ser aplicado mesmo sem a utilização dos fatores de ajuste, são apresentados no Apêndice B.4 os resultados dos índices de

⁵Mencionando novamente que, os fatores $K_{km,ph}$ são calculados para que não existam diferenças nas tensões do Caso Base, mas não são feitas correções para ajustar o cálculo das perdas.

⁶Como já mencionado, no sistema de 34 nós modificado existem diferentes modelos de carga e estes modelos foram considerados na solução do FC não-linear.

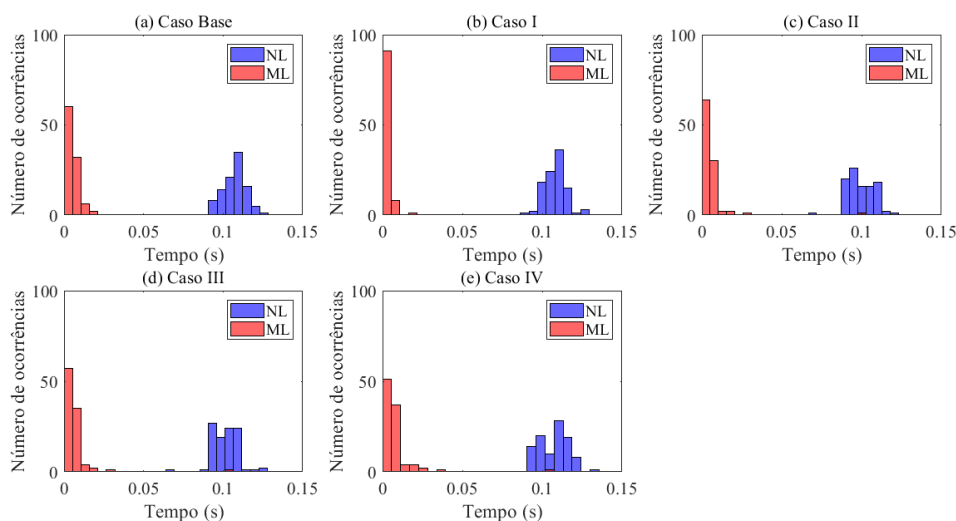
diferenças das tensões, correntes e perdas do Caso Base e dos demais casos analisados. Comparando os resultados, verifica-se que não utilizar fatores de ajuste (resultados na Tabela 29) implica, no geral, em resultados de diferenças um pouco maiores. Contudo, mesmo sendo maiores, essas diferenças não chegam a 2, 4% para as tensões, 12% para as correntes e 7% para as perdas.

De acordo com os resultados apresentados, é possível constatar que o ML proposto responde adequadamente frente às perturbações impostas, sendo seus resultados semelhantes aos obtidos com o uso do FC NL pelo *software* OpenDSS, o qual utiliza diferentes modelos de carga. Vale a pena mencionar que todos os casos avaliados são bastante diferentes do Caso Base, que é a condição operacional inicial utilizada para desenvolvimento do ML.

Em uma análise relacionada com o desempenho computacional, foram realizadas cem execuções em cada caso, sendo contabilizados os tempos de processamento de cada execução. Esses tempos de processamento estão representados nos histogramas da Figura 22. Assim como no sistema teste anterior, verifica-se que não houveram dispersões significativas entre os tempos de processamento das cem execuções de cada caso, isto é verificado tanto no ML, quanto no FC NL. Sendo assim, para ambos a média entre as cem tomadas de tempo é um valor representativo adequado.

Ao comparar o tempo de processamento do ML e do FC NL, verifica-se um melhor desempenho computacional do ML, uma vez que os resultados encontram-se na faixa de 6 a 8 milissegundos, enquanto o FC NL apresentou um tempo médio de processamento no entorno de 0,1 segundos, como pode ser verificado tanto na Figura 22, quanto na Tabela 17.

Figura 22 – Comparação do tempo de processamento – sistema de 34 nós modificado.



Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 17 – Tempo médio de processamento – sistema de 34 nós modificado.

Caso	tempo ML (s)	tempo NL (s)
Base	0,0060	0,1073
I	0,0045	0,1081
II	0,0064	0,0996
III	0,0068	0,1015
IV	0,0082	0,1072

4.3.2 Aproximação considerando valores médios de impedâncias

Os testes seguintes foram feitos com o objetivo de representar, no ML, os circuitos de cada fase com impedâncias próprias e mútuas iguais. Desta forma, as impedâncias série ($\bar{Z}_{km,ph}$) das LTs são determinadas pela diferença entre a média das impedâncias próprias e a média das impedâncias mútuas:

$$\bar{Z}_{km,ph} = \bar{Z}_{km}^{\text{própria}} - \bar{Z}_{km}^{\text{mútua}} \quad \forall ph \in \{A, B, C\}, \quad (180)$$

onde $\bar{Z}_{km}^{\text{própria}}$ e $\bar{Z}_{km}^{\text{mútua}}$ são as médias das impedâncias próprias e mútuas, respectivamente. Quando as três fases estão presentes, estes valores médios são dados por:

$$\bar{Z}_{km}^{\text{própria}} = \frac{\bar{Z}_{km,AA} + \bar{Z}_{km,BB} + \bar{Z}_{km,CC}}{3}, \quad (181)$$

$$\bar{Z}_{km}^{\text{mútua}} = \frac{\bar{Z}_{km,AB} + \bar{Z}_{km,BC} + \bar{Z}_{km,CA}}{3}. \quad (182)$$

Utilizando 180, para as configurações do sistema em análise (sistema teste de 34 nós modificado), obteve-se os valores de impedâncias apresentados na Tabela 18. Novamente, como mencionado na seção anterior, as configurações 302, 303 e 304 não possuem impedâncias mútuas, uma vez que representam linhas monofásicas, assim, para estas configurações: $\bar{Z}_{km,A} = \bar{Z}_{km,AA}$, $\bar{Z}_{km,B} = \bar{Z}_{km,BB}$ e $\bar{Z}_{km,C} = \bar{Z}_{km,CC}$.

Tabela 18 – Impedâncias série de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado, considerando valores médios.

Configuração	$\bar{Z}_{km,A}[\frac{\Omega}{\text{km}}]$	$\bar{Z}_{km,B}[\frac{\Omega}{\text{km}}]$	$\bar{Z}_{km,C}[\frac{\Omega}{\text{km}}]$
300	0,6960 + j0,5178	0,6960 + j0,5178	0,6960 + j0,5178
301	1,0502 + j0,5227	1,0502 + j0,5227	1,0502 + j0,5227
302	1,7395 + j0,9230	—	—
303	—	1,7395 + j0,9230	—
304	—	1,1941 + j0,8831	—

Ao comparar o valores de impedâncias da Tabela 14 com os valores da Tabela 18, verifica-se que não aparecem grandes diferenças dado que, os valores das impedâncias

próprias das fases A , B e C são semelhantes, assim como os valores de impedâncias mútuas. Este fato é muito frequente em circuitos reais de média e alta tensão, pois os condutores utilizados nas três fase são idênticos e, geometricamente, as mútuas entre as fases não podem ser muito diferentes entre si. Desta forma, o desbalanceamento está mais relacionado com as cargas e com a ausência ou presença de fases do que com as assimetrias devidas aos acoplamentos.

Ao utilizar as impedâncias da Tabela 18, para análise dos casos apresentados na Tabela 15, obteve-se os índices de diferenças apresentados na Tabela 19. É possível compará-los com os valores obtidos anteriormente, verificando que os valores são semelhantes e confirmando que que ambas considerações são válidas para que o ML apresente respostas adequadas, uma vez que proporcionam resultados com diferenças praticamente desprezíveis.

Tabela 19 – Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 34 nós modificado, considerando valores médios de impedâncias.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,000	0,000	0,000	5,576	6,290	5,474	-3,502
I	0,684	0,051	0,595	8,726	10,462	11,008	-3,816
II	0,340	0,165	0,079	8,576	10,714	10,308	-0,138
III	0,617	0,212	0,197	7,054	10,476	12,878	-6,783
IV	0,309	0,079	0,096	4,308	5,477	6,002	-2,946

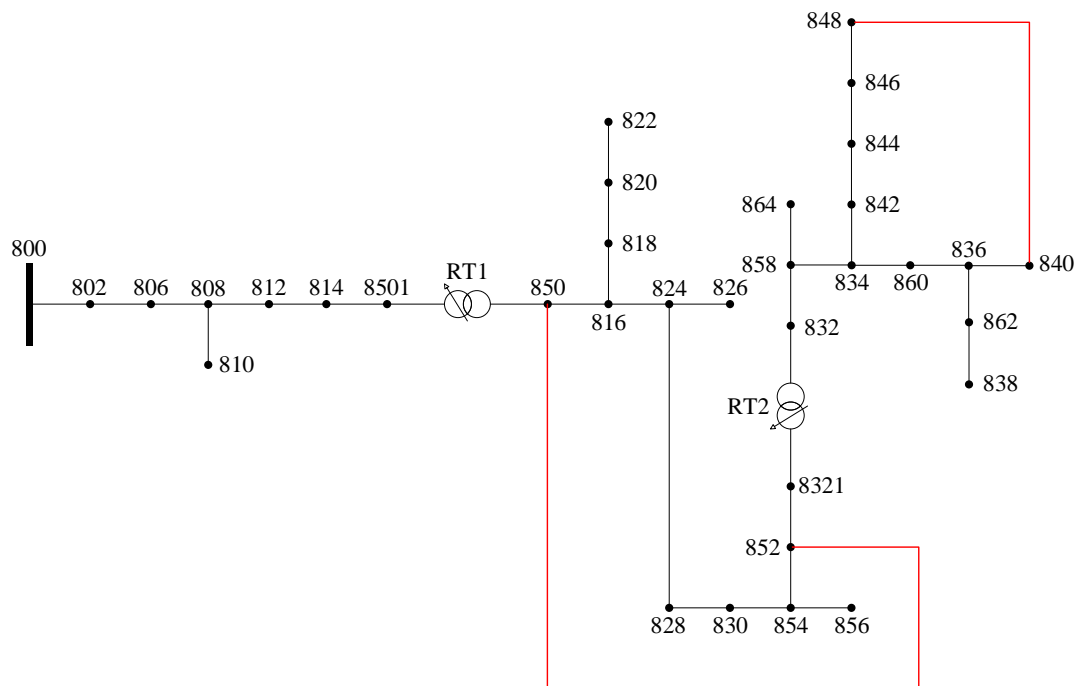
4.3.3 Inclusão de malhas

Os testes seguintes foram realizados com o objetivo de validar o ML em uma rede malhada. Foram fechadas duas malhas no sistemas de 34 nós modificado da Figura 18, o qual passou a ter a topologia apresentada na Figura 23. Para incluir estas malhas no sistema, foram adicionados dois ramos com circuitos trifásicos, os quais estão destacados na cor vermelha na Figura 23. O primeiro ramo consiste na conexão dos nós 848 e 840 e o segundo conecta os nós 850 e 852. A configuração e comprimento destes ramos são mostrados na Tabela 20. Os valores das impedâncias da configuração 301 foram apresentados anteriormente, e podem ser verificados na Tabela 14.

Tabela 20 – Ramos adicionados ao sistema de 34 nós modificado para incluir malhas.

Ramo km	Configuração	Comprimento [km]
848 – 840	301	4,572
850 – 852	301	10,668

Figura 23 – Sistema de distribuição de 34 nós modificado com malhas.



Fonte: Adaptada de Kersting (1991).

Ao considerar a nova topologia do sistema, novos fatores de ajuste $K_{km,ph}$ foram calculados para o Caso Base, os quais foram utilizados para todos os testes posteriores. Foram feitos testes considerando todos os casos apresentados na Tabela 15, sendo obtidos os resultados dos índices de diferenças mostrados na Tabela 21. Assim como nos resultados apresentados nas seções anteriores, uma grande proximidade pode ser observada entre os resultados do ML e a solução do FC NL. Com relação às magnitudes de tensão, as divergências foram menores do que 0,65% e com relação às correntes, as divergências foram sempre inferiores a 14,1%.

Tabela 21 – Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 34 nós modificado com malhas.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,000	0,000	0,000	5,560	5,733	5,137	-5,526
I	0,438	0,040	0,540	9,036	9,828	10,281	-5,471
II	0,176	0,149	0,133	8,127	9,616	9,158	-1,339
III	0,623	0,182	0,229	6,591	10,308	14,012	-10,198
IV	0,411	0,104	0,089	3,824	4,575	5,238	-6,876

Ao comparar os resultados do sistema em malha com os resultados do sistema radial, é possível verificar que, a topologia em malha acarretou em índices de diferenças entre as perdas um pouco maiores em relação aos resultados considerando o sistema radial

(Tabela 16). Em relação as correntes, as diferenças foram tanto a menor quanto a maior. E no que diz respeito às diferenças entre as tensões, observa-se que foram menores, em sua grande maioria, quando considerado o sistema em malha.

4.3.4 Consideração com relação às perdas

No que diz respeito às perdas técnicas, para o sistema de 34 nós modificado é observado que mesmo com os diferentes modelos de carga representados no FC NL, não houve uma interferência no sinal do índice de diferenças das perdas, que permaneceu sempre com valor negativo. Lembrando que o valor negativo no índice das perdas indica que ML subestimou um pouco as perdas em relação aos resultados do FC NL. Neste sentido, há a possibilidade de haver um viés, uma vez que em todos os casos avaliados foi observado que as perdas totais foram um pouco subestimadas no ML (vide coluna 8 das Tabelas 16, 19, 29 e 21).

Desta forma, novamente recomenda-se especial atenção ao empregar o ML para determinar o valor de perdas técnicas. Vale mencionar que, em nenhum dos casos avaliados, a diferença no valor das perdas do ML com relação ao FC NL, chegou a 7% (considerando o sistema radial) demonstrando a validade do ML. A mudança topológica no sistema (inclusão de malhas) acarretou em diferenças um pouco maiores, mas sempre inferiores a 10,2%.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentado um modelo linearizado para representar sistemas de distribuição desbalanceados, o qual foi aplicado para resolver o problema de fluxo de carga trifásico. Foi apresentada uma formulação nodal matricial para obtenção da solução aproximada do fluxo de carga, tendo por base a modelagem linearizada dos componentes do SDEE e as equações de balanço de corrente. A formulação nodal matricial pode resolver o problema do fluxo de carga considerando a presença de reguladores de tensão, bancos de capacitores e geração distribuída.

A proposta para representação dos componentes do SDEE possui grande potencial para ser utilizada na simplificação de aplicações computacionalmente complexas, tais como modelos de otimização para resolver problemas de planejamento de expansão e em estimadores de estado de SDEE. Com um conjunto linear de equações, é possível que restrições lineares que representam a rede sejam diretamente incorporadas nas rotinas de otimização e que o estado das chaves e a posição dos taps de RTs sejam representados pela inclusão de variáveis discretas. Outro ponto importante é que a formulação linear permite o uso de técnicas de otimização exatas, nas quais a convergência para a solução ótima é garantida.

Usando a formulação apresentada neste trabalho, o problema de fluxo de carga é resolvido diretamente pela solução de um sistema de equações lineares, sem a necessidade de um processo iterativo. Essa solução é assegurada mesmo em pontos extremos de operação, nos quais o fluxo de carga não-linear, resolvido por métodos iterativos, pode apresentar problemas de convergência. A robustez (no sentido de que apresenta solução mesmo em condições extremas) e eficiência fornecidas pelo método tornam-se relevantes em aplicações relacionadas ao tempo real, nas quais as soluções precisam ser obtidas rapidamente.

A representação da rede por circuitos equivalentes monofásicos é muitas vezes utilizada para simplificar modelos de otimização relacionados com o planejamento da expansão do sistema de distribuição. Por outro lado, a representação trifásica leva em consideração os desequilíbrios inerentes dos SDEE, conduzindo a uma determinação mais precisa do ponto de operação em regime permanente e permitindo que os estudos sejam mais

realistas. Nesse sentido, a utilização de uma representação trifásica linearizada torna-se um fator importante na solução de problemas relacionados à operação de SDEE. Além disso, através da representação trifásica é possível incluir os efeitos dos desequilíbrios relacionados ao acoplamento mútuo, embora estes não sejam tão significativos quando comparados aos desequilíbrios relacionados com as cargas e com a ausência ou presença de fases.

Para validar a formulação proposta, todos os resultados obtidos com o modelo linearizado foram comparados com os resultados obtidos pelo fluxo de carga não-linear. O modelo foi aplicado a um sistema de 6 nós e ao sistema IEEE de 34 nós modificado. Para quantificar a diferença entre os resultados, foram utilizados índices de diferenças de tensões, correntes e perdas. O sistema de 6 nós, apesar de pequeno porte, possui desequilíbrio acentuado entre as fases e carga suficientemente alta para provocar quedas de tensão consideráveis em seu Caso Base, o que corresponde a um ponto crítico de operação. Deste modo, foi possível demonstrar a flexibilidade do modelo, quando considerado este ponto de operação como base e alterações significativas em seu entorno. Da mesma forma, o sistema IEEE de 34 nós modificado é desequilibrado e possui diversos ramos monofásicos, os quais fazem com que seu equivalente monofásico seja insuficiente para estudos mais criteriosos, nos quais é preciso levar em consideração o desequilíbrio do sistema.

Os resultados obtidos confirmam que o modelo não é apenas válido, mas também capaz de fornecer resultados precisos. A precisão é demonstrada pelos índices de diferenças, que não chegaram a 0,75% nas tensões, 15% nas correntes e não ultrapassaram 10,2% nas perdas. Pode-se concluir, portanto, que o fluxo de carga linearizado trifásico apresenta-se como uma alternativa eficiente e que pode ser comparada aos métodos de fluxo de carga existentes.

5.1 Trabalhos futuros

Como trabalhos futuros, são sugeridas as seguintes extensões ao modelo proposto:

- modelagem linearizada para os transformadores de distribuição;
- representação do sistema de controle dos reguladores de tensão;
- aplicação da modelagem trifásica dos componentes do SDEE em problemas de otimização;
- realização de testes considerando o diferentes níveis de carregamento.

5.2 Publicações relacionadas

As seguintes publicações relacionadas com o tema da dissertação foram realizadas:

- DALLA COSTA, A.; FERRAZ B. P.; RESENER, M.; HAFFNER, S. Linear load-flow formulation for unbalanced distribution systems. *In: IEEE PES INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES LATIN AMERICA (ISGT LATAM)*, 2019, Gramado, RS, Brazil. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2019.
- DALLA COSTA, A. HAFFNER, S.; RESENER, M.; PEREIRA, L. A.; FERRAZ, B. P. Linear model to represent unbalanced distribution systems in optimization problem. *In: RESENER, M.; REBENNACK, S.; PARDALOS, P.; HAFFNER, S. Handbook of Optimization in Electric Power Distribution Systems.* [S.l.]: Springer, to be published. v. 1.

REFERÊNCIAS

AHMADI, H.; MARTÍ, J. R. Distribution system optimization based on a linear power-flow formulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v. 30, n. 1, p. 25–33, Feb. 2015.

AHMADI, H.; MARTÍ, J. R.; MEIER, A. A linear power-flow formulation for three-phase distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Canada, v. 31, n. 6, p. 5012–5021, Nov. 2016.

AHMADI, H.; MARTÍ, J. R. Power-flow formulation based on a mixed-linear and nonlinear system of equations. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING (EEEIC), 13., 2013, Wroclaw, Poland. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2013. p. 27–32.

ALGUACIL, N.; MOTTO, A. L.; CONEJO, A. J. Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 18, n. 3, p. 1070–1077, Aug. 2003.

ALIGAM, K. J. G. *et al.* Distribution system state estimator based on a linearized three-phase power-flow. *In*: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING AND IEEE INDUSTRIAL AND COMMERCIAL POWER SYSTEMS EUROPE (EEEIC/I CPS EUROPE), 2018, Palermo, Italy. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.

ALVES, R. P.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Alocação ótima de reguladores de tensão em sistemas de distribuição de energia elétrica usando uma formulação linear inteira mista. *In*: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS (SBSE), 4., 2012, Goiânia, GO. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2012.

ANEEL. **Micro e minigeração distribuída – REN 482/2012**. Brasília: ANEEL, 2012. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/outorgas/geracao>>. Acesso em: 10 set. 2019.

ANEEL. **PRODIST módulo 7**: procedimentos de distribuição de energia elétrica no sistema elétrico nacional - cálculo de perdas na distribuição. Brasília: ANEEL, 2018.

- ARAUJO, L. R. *et al.* A comparative study on the performance of TCIM Full Newton versus Backward-Forward power-flow methods for large distribution systems. *In: IEEE PES POWER SYSTEMS CONFERENCE AND EXPOSITION, 2006, Atlanta, GA, USA. Proceedings...* [S.l.: s.n.], 2006. p. 522–526.
- ARAUJO, L. R. *et al.* Sensitivity analysis of convergence characteristics in power flow methods for distribution systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v. 97, p. 211–219, 2018.
- BORGES, M. C. O.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, [S.l.], v. 25, n. 3, p. 103–111, 2014.
- CAVALCANTE, P. L. *et al.* Centralized self-healing scheme for electrical distribution systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, [S.l.], v. 7, n. 1, p. 145–155, Jan. 2016.
- CESPEDES, R. G. New method for the analysis of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v. 5, n. 1, p. 391–396, Jan. 1990.
- CHANG, G. W.; CHU, S. Y.; WANG, H. L. An improved backward/forward sweep load-flow algorithm for radial distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 22, n. 2, p. 882–884, May 2007.
- CHENG, C. S.; SHIRMOHAMMADI, D. A three-phase power-flow method for real-time distribution system analysis. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 10, n. 2, May 1995.
- DAS, D.; KOTHARI, D.; KALAM, A. Simple and efficient method for load-flow solution of radial distribution networks. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v. 17, n. 5, p. 335–346, 1995.
- DUGAN, R. C.; MCDERMOTT, T. E. An open source platform for collaborating on smart grid research. *In: IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING, 2011, Detroit, MI, USA. Proceedings...* [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–7.
- EMINOGLU, U.; HOCAOGLU, M. H. Distribution systems forward/backward sweep-based power flow algorithms: a review and comparison study. **Electric Power Components and Systems**, [S.l.], v. 37, n. 1, p. 91–110, 2008.
- FITZGERALD, A. *et al.* **Máquinas elétricas**: com introdução a eletrônica de potência. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006. Tradução Anatólio Laschuk.
- FRANCO, J. F. *et al.* Optimal allocation of capacitors in radial distribution systems with distributed generation. *In: IEEE PES CONFERENCE ON INNOVATIVE SMART*

- GRID TECHNOLOGIES LATIN AMERICA (ISGT LATAM), 2011, Medellín, Colômbia. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2011. p. 1–6.
- FRANCO, J. F. *et al.* Optimal conductor size selection and reconductoring in radial distribution systems using a mixed-integer LP approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 28, n. 1, p. 10–20, Feb. 2013.
- FRANCO, J. F. *et al.* A mixed-integer LP model for the reconfiguration of radial electric distribution systems considering distributed generation. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v. 97, p. 51–60, 2013.
- FRANCO, J. F. *et al.* A mixed-integer LP model for the optimal allocation of voltage regulators and capacitors in radial distribution systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, [S.l.], v. 48, p. 123–130, 2013.
- GARCIA, P. A. N. *et al.* Three-phase power-flow calculations using the current injection method. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 15, n. 2, p. 508–514, May 2000.
- GARCIA, P. A.; PEREIRA, J. L.; CARNEIRO JR., S. Fluxo de potência trifásico por injeção de corrente: parte 1 – formulação básica. **Revista Controle & Automação**, [S.l.], v. 12, n. 3, 2001.
- GASPERIN, L. V. **Alocação ótima de banco de capacitores em redes de distribuição de energia elétrica utilizando modelos simplificados**. 2008. 174 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRS, Porto Alegre, RS, 2008.
- GHOSH, S.; DAS, D. Method for load-flow solution of radial distribution networks. **IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution**, [S.l.], v. 146, n. 6, p. 641–648, Nov. 1999.
- GONÇALVES, R. R. **Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais**. 2013. 204 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Estadual Paulista – UNESP, Ilha Solteira, SP, 2013.
- GONÇALVES, R. R.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Short-term expansion planning of radial electrical distribution systems using mixed-integer linear programming. **IET Generation, Transmission Distribution**, [S.l.], v. 9, n. 3, p. 256–266, 2015.
- GRAINGER, J. J.; STEVENSON, W. D. **Power system analysis**. New York: McGraw–Hill, 1994. v. 67.

HAFFNER, S.; PEREIRA, L. A.; GASPERIN, V. L. Modelo aproximado para representação de redes de distribuição de energia elétrica. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (CBA)*, 17., 2008, Juiz de Fora, MG. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2008. v. 1, p. 1–8.

HAFFNER, S. *et al.* Optimization model for expansion planning of distribution systems. *In: IEEE/PES TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION: LATIN AMERICA (IEEE CAT. NO. 04EX956)*, 2004, São Paulo, Brazil. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2004. p. 457–463.

HAFFNER, S. *et al.* Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – Part I: problem formulation. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v. 23, n. 2, p. 915–923, Apr. 2008.

HAFFNER, S. *et al.* Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – Part II: numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, [S.l.], v. 23, n. 2, p. 924–929, Apr. 2008.

HAFFNER, S. *et al.* Alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão. **SBA Controle e Automação**, [S.l.], v. 20, p. 546–563, 2009.

JU, Y. *et al.* An extension of FBS three-phase power-flow for handling PV nodes in active distribution networks. **IEEE Transactions on Smart Grid**, [S.l.], v. 5, n. 4, p. 1547–1555, Jul. 2014.

KAGAN, N.; OLIVEIRA, C. C. B.; ROBBA, E. J. **Introdução aos sistemas de distribuição de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

KERSTING, W. H. A method to teach the design and operation of a distribution system. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. PAS–103, n. 7, p. 1945–1952, Jul. 1984.

KERSTING, W. H. Radial distribution test feeders. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 6, n. 3, p. 975–985, 1991.

KERSTING, W. H. **Distribution system modeling and analysis**. Boca Raton: CRC press, 2001.

KERSTING, W.; MENDIVE, D. An application of ladder theory to the solution of three-phase radial load-flow problem. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. 98, n. 7, p. 1060–1067, 1976.

LI, H. W.; ZHU, H.; PAN, L. A three-phase linear load flow solution based on loop-analysis theory for distribution system. **COMPEL—The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering**, [S.l.], v. 38, n. 2, p. 703–723, 2019.

LIU, K. *et al.* Linear power-flow calculation of distribution networks with distributed generation. **IEEE Access**, [S.l.], v. 7, p. 44686–44695, 2019.

MARQUESAN, M. M. *et al.* Modelos simplificados para otimização de redes de distribuição de energia elétrica. *In*: CONGRESO LATINOAMERICANO DE GENERACIÓN Y TRANSPORTE DE ENERGÍA ELÉCTRICA, 6., 2005, Mar Del Plata, Argentina. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2005.

MARTÍ, J. R.; AHMADI, H.; BASHUALDO, L. Linear power-flow formulation based on a voltage-dependent load model. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Canada, v. 28, n. 3, Jul. 2013.

MATLAB. **Version 9.4 (R2018a)**. Natick, Massachusetts, United States.: The MathWorks Inc., 2018.

MICHELS, L. *et al.* Análise e modelagem de cargas típicas de redes de distribuição de energia elétrica. *In*: LATIN AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSPORTATION (CLAGTEE), 8., 2009, Ubatuba, Brasil. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2009.

MONTICELLI, A. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blucher, 1983.

MONTICELLI, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas: Editora da UNICAMP, 2003.

PENIDO, D. R. R. *et al.* Three-Phase power-flow based on four-conductor current injection method for unbalanced distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 23, n. 2, p. 494–503, May 2008.

PENIDO, D. R. R. *et al.* Metodologia para análise de sistemas elétricos a N condutores pelo método de injeção de correntes. **Revista Brasileira de Controle e Automação**, [S.l.], v. 21, p. 308–321, 2010.

RANGEL, C. A. S. **Modelo aproximado de sistemas de distribuição considerando geração distribuída e o efeito da tensão na carga**. 2015. 99 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, 2015.

RANGEL, C. S. *et al.* Computational model for the analysis of distributed generation in systems including smart grids. *In: INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES LATIN AMERICA (ISGT LATAM)*, 2015, Montevideo, Uruguay. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2015. v. 1, p. 405–410.

RESENER, M. **Modelo linearizado para problemas de planejamento da expansão de sistemas de distribuição**. 2016. 199 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS, Porto Alegre, RS, 2016.

RESENER, M.; HAFFNER, S.; PEREIRA, L. A. Representação aproximada de sistemas de distribuição em problemas de otimização. *In: LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION (CLAGTEE)*, 10., 2013, Viña del Mar, Chile. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2013.

RESENER, M. *et al.* Mixed-integer LP model for volt/var control and energy losses minimization in distribution systems. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v. 140, p. 895–905, 2016.

RESENER, M. *et al.* A comprehensive MILP model for the expansion planning of power distribution systems – Part I: problem formulation. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v. 170, p. 378–384, 2019.

RESENER, M. *et al.* A comprehensive MILP model for the expansion planning of power distribution systems – Part II: numerical results. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v. 170, p. 317–325, 2019.

ROMERO, R. *et al.* Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning. **IEEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution**, [S.l.], v. 149, n. 1, p. 27–36, Jan. 2002.

RUEDA-MEDINA, A. C. *et al.* A mixed-integer linear programming approach for optimal type, size and allocation of distributed generation in radial distribution systems. **Electric Power Systems Research**, [S.l.], v. 97, p. 133–143, 2013.

SALIM, R. H. **Uma nova abordagem para a análise da estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de distribuição de energia elétrica com geradores síncronos distribuídos**. 2011. 202 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade de São Paulo – USP, São Carlos, SP, 2011.

SHIRMOHAMMADI, D. *et al.* A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 3, n. 2, p. 753–762, May 1988.

STOTT, B.; ALSAC, O. Fast decoupled load-flow. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. PAS-93, n. 3, p. 859–869, May 1974.

TABARES, A. *et al.* Multistage long-term expansion planning of electrical distribution systems considering multiple alternatives. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 31, n. 3, p. 1900–1914, May 2016.

TINNEY, W. F.; HART, C. E. Power-flow solution by Newton's method. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. PAS-86, n. 11, p. 1449–1460, Nov. 1967.

TRIPATHY, S. C. *et al.* Load-flow solutions for ill-conditioned power systems by a Newton-like method. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [S.l.], v. PAS-101, n. 10, p. 3648–3657, Oct. 1982.

WANG, X. *et al.* Three-phase distribution power-flow calculation for loop-based microgrids. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 33, n. 4, p. 3955–3967, Jul. 2018.

ZARE, A. *et al.* A distributionally robust chance-constrained MILP model for multistage distribution system planning with uncertain renewables and loads. **IEEE Transactions on Power Systems**, [S.l.], v. 33, n. 5, p. 5248–5262, Sep. 2018.

APÊNDICE A RESULTADOS COMPLEMENTARES DO SISTEMA DE 6 NÓS

Neste apêndice são apresentados alguns resultados complementares aos apresentados na Seção 4.2, para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal).

A.1 Resultados sem utilizar fatores de ajuste

Na Tabela 22 são apresentados os resultados dos índices de diferenças, para os cinco casos avaliados considerando o sistema de 6 nós (com RT não-ideal), os quais foram obtidos sem o uso dos fatores de ajuste $K_{km,ph}$ no cálculo da queda de tensão do modelo linearizado. Neste caso, no FC NL foi adotado o modelo de carga ZIP com comportamento 50% impedância constante e 50% potência constante, tanto para a parcela ativa como a parcela reativa das cargas.

Tabela 22: Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,312	0,303	0,149	7,753	7,687	5,246	-1,289
I	0,350	0,332	0,148	7,538	8,319	5,224	-1,732
II	0,313	0,147	0,114	8,411	6,002	4,695	0,094
III	0,169	0,068	0,080	6,174	7,629	3,832	-0,056
IV	0,130	0,052	0,052	6,073	7,840	3,529	1,089
V	0,210	0,298	0,097	10,565	6,154	4,453	-4,850

Na Tabela 23, também são apresentados os resultados dos índices de diferenças das tensões, correntes e perdas para o sistema de 6 nós, sem utilizar fatores de ajuste. Contudo, neste caso foi adotado o modelo de carga sugerido no PRODIST para o FC NL, ou seja,

modelo ZIP considerando 50% potência constante e 50% impedância constante para a parcela ativa e de 100% impedância constante para parcela reativa da carga.

Tabela 23: Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 6 nós (com RT não-ideal) com modelo de carga recomendado no PRODIST, sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	0,087	0,081	0,066	5,103	5,048	3,596	0,962
I	0,104	0,375	0,055	1,877	8,731	3,376	-0,029
II	0,313	0,147	0,114	8,411	6,002	4,695	0,094
III	0,027	0,102	0,023	4,153	6,616	2,684	2,975
IV	0,049	0,041	0,083	4,078	7,061	3,537	2,225
V	0,113	0,432	0,058	6,274	8,382	3,279	-5,578

A.2 Resultados das correntes

A Tabela 24, apresenta os resultados das correntes obtidas pelo FC NL e pelo ML, considerando os casos I a V.

Tabela 24: Correntes em cada fase dos ramos do sistema de 6 nós (com RT não-ideal) – Casos I, II, III, IV e V.

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
		Caso I		
1 – 6	NL	115,697 $\angle -26,97^\circ$	146,362 $\angle -147,04^\circ$	87,960 $\angle 93,54^\circ$
	ML	113,518 $\angle -22,64^\circ$	145,812 $\angle -142,09^\circ$	87,358 $\angle 96,82^\circ$
6 – p	NL	115,697 $\angle -26,97^\circ$	146,362 $\angle -147,04^\circ$	87,960 $\angle 93,54^\circ$
	ML	113,518 $\angle -22,64^\circ$	145,812 $\angle -142,09^\circ$	87,358 $\angle 96,82^\circ$
2 – 3	NL	16,018 $\angle -25,57^\circ$	63,240 $\angle -146,89^\circ$	15,836 $\angle 95,23^\circ$
	ML	15,809 $\angle -22,15^\circ$	63,240 $\angle -142,15^\circ$	15,809 $\angle 97,85^\circ$
2 – 4	NL	62,027 $\angle -26,51^\circ$	19,853 $\angle -142,87^\circ$	23,937 $\angle 94,03^\circ$
	ML	60,868 $\angle -22,08^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	33,654 $\angle -22,92^\circ$	—	—
	ML	32,962 $\angle -18,27^\circ$	—	—

Continua na próxima página

Tabela 24 – continuação

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
Ramo km	Método	Caso II		
1 – 6	NL	115,640 $\angle -5,69^\circ$	124,678 $\angle -136,77^\circ$	81,602 $\angle 109,10^\circ$
	ML	115,248 $\angle 0,03^\circ$	124,222 $\angle -131,79^\circ$	81,443 $\angle 112,85^\circ$
6 – p	NL	115,640 $\angle -5,69^\circ$	124,678 $\angle -136,77^\circ$	81,602 $\angle 109,10^\circ$
	ML	115,248 $\angle 0,03^\circ$	124,222 $\angle -131,79^\circ$	81,443 $\angle 112,85^\circ$
2 – 3	NL	15,822 $\angle -26,44^\circ$	63,496 $\angle -146,83^\circ$	15,820 $\angle 94,92^\circ$
	ML	15,809 $\angle -22,15^\circ$	63,240 $\angle -142,15^\circ$	15,809 $\angle 97,85^\circ$
2 – 4	NL	56,745 $\angle -5,20^\circ$	19,875 $\angle -142,78^\circ$	23,912 $\angle 93,72^\circ$
	ML	56,408 $\angle 0,85^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	34,067 $\angle 16,55^\circ$	—	—
	ML	34,043 $\angle 23,16^\circ$	—	—
Ramo km	Método	Caso III		
1 – 6	NL	88,012 $\angle -37,26^\circ$	92,305 $\angle -155,42^\circ$	52,769 $\angle 75,52^\circ$
	ML	87,747 $\angle -33,21^\circ$	93,792 $\angle -151,74^\circ$	52,112 $\angle 78,41^\circ$
6 – p	NL	88,012 $\angle -37,26^\circ$	92,305 $\angle -155,42^\circ$	52,769 $\angle 75,52^\circ$
	ML	87,747 $\angle -33,21^\circ$	93,792 $\angle -151,74^\circ$	52,112 $\angle 78,41^\circ$
2 – 3	NL	29,332 $\angle -169,36^\circ$	27,662 $\angle 178,49^\circ$	28,628 $\angle -48,08^\circ$
	ML	27,841 $\angle -167,63^\circ$	29,133 $\angle -174,94^\circ$	27,841 $\angle -47,63^\circ$
2 – 4	NL	61,118 $\angle -25,10^\circ$	19,879 $\angle -140,89^\circ$	23,917 $\angle 95,56^\circ$
	ML	60,868 $\angle -22,08^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	33,117 $\angle -21,49^\circ$	—	—
	ML	32,962 $\angle -18,27^\circ$	—	—
Ramo km	Método	Caso IV		
1 – 6	NL	82,767 $\angle -31,51^\circ$	87,328 $\angle -149,81^\circ$	46,675 $\angle 84,59^\circ$
	ML	82,214 $\angle -26,76^\circ$	88,478 $\angle -145,64^\circ$	45,531 $\angle 88,87^\circ$
6 – p	NL	82,767 $\angle -31,51^\circ$	87,328 $\angle -149,81^\circ$	46,675 $\angle 84,59^\circ$
	ML	82,214 $\angle -26,76^\circ$	88,478 $\angle -145,64^\circ$	45,531 $\angle 88,87^\circ$
2 – 3	NL	28,567 $\angle 170,27^\circ$	19,742 $\angle -165,51^\circ$	27,850 $\angle -68,59^\circ$
	ML	27,667 $\angle 169,40^\circ$	21,064 $\angle -157,40^\circ$	27,667 $\angle -70,60^\circ$
2 – 4	NL	61,083 $\angle -25,23^\circ$	19,872 $\angle -141,03^\circ$	23,911 $\angle 95,43^\circ$
	ML	60,868 $\angle -22,08^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	33,096 $\angle -21,61^\circ$	—	—
	ML	32,962 $\angle -18,27^\circ$	—	—
Ramo km	Método	Caso V		
1 – 6	NL	64,302 $\angle -8,81^\circ$	96,026 $\angle -139,25^\circ$	40,127 $\angle 101,77^\circ$
	ML	66,836 $\angle -3,11^\circ$	92,083 $\angle -135,75^\circ$	39,994 $\angle 105,56^\circ$

Continua na próxima página

Tabela 24 – continuação

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
6 – p	NL	64,302 $\angle -8,81^\circ$	96,026 $\angle -139,25^\circ$	40,127 $\angle 101,77^\circ$
	ML	66,836 $\angle -3,11^\circ$	92,083 $\angle -135,75^\circ$	39,994 $\angle 105,56^\circ$
2 – 3	NL	32,041 $\angle -170,44^\circ$	30,377 $\angle -174,53^\circ$	28,249 $\angle -48,24^\circ$
	ML	27,841 $\angle -167,63^\circ$	29,133 $\angle -174,94^\circ$	27,841 $\angle -47,63^\circ$
2 – 4	NL	57,236 $\angle -5,61^\circ$	20,0820 $\angle -141,70^\circ$	23,909 $\angle 95,26^\circ$
	ML	56,415 $\angle -1,22^\circ$	19,845 $\angle -138,43^\circ$	23,897 $\angle 96,80^\circ$
4 – 5	NL	33,568 $\angle 14,86^\circ$	—	—
	ML	33,294 $\angle 19,93^\circ$	—	—

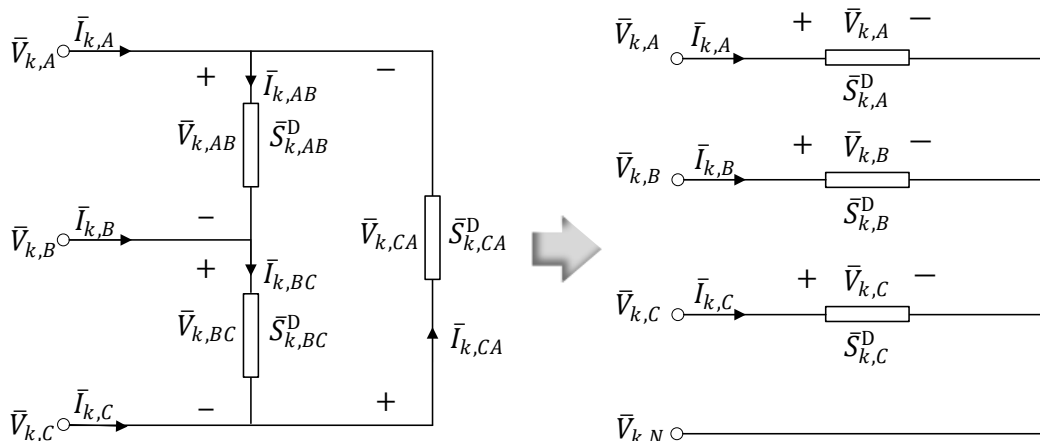
APÊNDICE B RESULTADOS COMPLEMENTARES DO SISTEMA DE 34 NÓS MODIFICADO

Neste apêndice são apresentados resultados complementares aos testes apresentados na Seção 4.3, para o sistema de 34 nós modificado.

B.1 Obtenção da carga equivalente fase-neutro a partir das cargas conectadas entre fases

Considere a seguinte carga trifásica conectada entre fases e sua equivalente conectada entre fase e neutro:

Figura 24 – Carga fase-fase e carga equivalente fase-neutro.



Fonte: Elaborada pela autora.

onde $\bar{I}_{k,ph} = d_{k,ph}^{\text{Re}} + j d_{k,ph}^{\text{Im}}$ são as correntes demandadas por fase. As tensões nominais $\bar{V}_{k,A}$, $\bar{V}_{k,B}$ e $\bar{V}_{k,C}$ são dadas por:

$$\bar{V}_{k,A} = 1,0 \angle 0^\circ \quad (183a)$$

$$\bar{V}_{k,B} = 1,0 \angle -120^\circ \quad (183b)$$

$$\bar{V}_{k,C} = 1,0 \angle 120^\circ \quad (183c)$$

A partir das tensões nominais, é possível obter as tensões entre fases, da conexão em triângulo:

$$\bar{V}_{k,AB} = \bar{V}_{k,A} - \bar{V}_{k,B} \quad (184a)$$

$$\bar{V}_{k,BC} = \bar{V}_{k,B} - \bar{V}_{k,C} \quad (184b)$$

$$\bar{V}_{k,CA} = \bar{V}_{k,C} - \bar{V}_{k,A} \quad (184c)$$

onde $\bar{V}_{k,AB}$ é a tensão da carga conectada entre as fases A e B , $\bar{V}_{k,BC}$ é a tensão da carga conectada entre as fases B e C e $\bar{V}_{k,CA}$ é a tensão da carga conectada entre as fases C e A . Conhecida a potência aparente da carga conectada em triângulo e as tensões $\bar{V}_{k,AB}$, $\bar{V}_{k,BC}$ e $\bar{V}_{k,CA}$, é possível calcular as correntes de fase da carga:

$$\bar{I}_{k,AB} = \left(\frac{\bar{S}_{k,AB}^D}{\bar{V}_{k,AB}} \right)^* \quad (185a)$$

$$\bar{I}_{k,BC} = \left(\frac{\bar{S}_{k,BC}^D}{\bar{V}_{k,BC}} \right)^* \quad (185b)$$

$$\bar{I}_{k,CA} = \left(\frac{\bar{S}_{k,CA}^D}{\bar{V}_{k,CA}} \right)^* \quad (185c)$$

onde $\bar{I}_{k,AB}$ é a corrente demandada pela carga conectada entre as fases A e B , $\bar{I}_{k,BC}$ é a corrente demandada pela carga conectada entre as fases B e C e $\bar{I}_{k,CA}$ é a corrente demandada pela carga conectada entre as fases C e A . Utilizando as correntes $\bar{I}_{k,AB}$, $\bar{I}_{k,BC}$ e $\bar{I}_{k,CA}$, pode-se obter as correntes de linha demandadas na conexão em triângulo:

$$\bar{I}_{k,A} = \bar{I}_{k,AB} - \bar{I}_{k,CA} \quad (186a)$$

$$\bar{I}_{k,B} = \bar{I}_{k,BC} - \bar{I}_{k,AB} \quad (186b)$$

$$\bar{I}_{k,C} = \bar{I}_{k,CA} - \bar{I}_{k,BC} \quad (186c)$$

onde $\bar{I}_{k,A}$ é a corrente demandada na fase A , $\bar{I}_{k,B}$ é a corrente demandada na fase B e $\bar{I}_{k,C}$ é a corrente demandada na fase C . Considerando que o nó da carga opera em tensão nominal, a potência aparente equivalente demandada quando a carga é conectada entre fase e neutro pode ser obtida por:

$$\overline{S}_{k,A}^D = \overline{V}_{k,A} \overline{I}_{k,A}^* \quad (187a)$$

$$\overline{S}_{k,B}^D = \overline{V}_{k,B} \overline{I}_{k,B}^* \quad (187b)$$

$$\overline{S}_{k,C}^D = \overline{V}_{k,C} \overline{I}_{k,C}^* \quad (187c)$$

onde $\overline{S}_{k,A}^D$, $\overline{S}_{k,B}^D$ e $\overline{S}_{k,C}^D$ são as potências aparentes equivalentes das fases A , B e C , respectivamente.

A Tabela 25 apresenta a potência aparente das cargas equivalentes fase-neutro obtidas a partir das cargas conectadas entre fases, conforme metodologia descrita.

Tabela 25: Potência aparente equivalente das cargas fase-fase para fase-neutro do sistema de 34 nós modificado.

Nó k	$\overline{S}_{k,A}^D$	$\overline{S}_{k,B}^D$	$\overline{S}_{k,C}^D$
848	$20 + j16$	$20 + j16$	$20 + j16$
890	$150 + j75$	$150 + j75$	$150 + j75$
830	$16,06 + j11,83$	$10 + j5$	$18,94 + j3,17$
816	—	$1,54 - j0,22$	$0,96 + j1,22$
824	—	$1,54 - j0,22$	$0,96 + j1,22$
832	$3,25 + j1,36$	$1,96 + j1,72$	$2,29 + j0,42$
858	$6,78 + j4,91$	$7,58 + j2,63$	$9,15 + j4,46$
834	$28,25 + j32,87$	$14,91 + j4,83$	$45,85 + j37,04$
860	$41,71 + j40,30$	$17,99 + j12,06$	$54,30 + j35,38$
836	$22,79 + j10,63$	$18,99 + j12,56$	$19,22 + j8,30$
840	$5,80 - j0,35$	$10,29 + j4,42$	$3,91 + j5,92$

B.2 Fatores de ajuste $K_{km,ph}$

Na Tabela 26 são mostrados os fatores de ajuste $K_{km,ph}$ calculados e utilizados nos testes apresentados na Seção 4.3.

Tabela 26: Fatores de ajuste $K_{km,ph}$ do sistema de 34 nós modificado.

Ramo km	$K_{km,A}$	$K_{km,B}$	$K_{km,C}$
800 – 802	1,218255	0,904462	0,980186

Continua na próxima página

Tabela 26 – continuação

Ramo km	$K_{km,A}$	$K_{km,B}$	$K_{km,C}$
802 – 806	1,179674	0,929954	0,969805
806 – 808	1,212330	0,884419	1,002754
808 – 810	—	1,413658	—
808 – 812	1,209424	0,870962	1,010478
812 – 814	1,208814	0,868685	1,012759
814 – 8501	1,674864	0,891057	0,974560
8501 – 8500	1,497631	1,847177	1,812014
850 – 816	1,129950	0,891057	0,974560
816 – 818	1,102613	—	—
818 – 820	1,113881	—	—
820 – 822	1,145411	—	—
816 – 824	1,027756	1,028411	0,948072
824 – 826	—	0,956799	—
824 – 828	1,008003	1,003129	0,970482
828 – 830	1,017590	1,008000	0,970553
830 – 854	1,020141	1,013004	0,981361
854 – 856	—	1,071300	—
854 – 852	1,015022	1,011459	0,974080
852 – 8321	1,074471	1,023431	1,032054
8321 – 8320	1,163096	1,443497	1,345075
832 – 858	0,974563	1,012281	0,919578
858 – 864	2,140798	—	—
858 – 834	0,969424	1,017492	0,910160
834 – 842	0,756452	1,011899	0,927694
842 – 844	0,887700	0,991644	0,867160
844 – 846	1,299805	1,369123	0,871121
846 – 848	0,834476	1,209739	0,804556
834 – 860	1,124110	1,127866	0,963068
860 – 836	1,187128	1,207768	0,707986
836 – 840	1,303542	0,874557	1,226763
836 – 862	1,000000	1,401627	1,000000
862 – 838	—	1,132445	—

B.3 Tensões e correntes do Caso Base

Na Tabela 27 são mostradas as tensões nodais do Caso Base do sistema de 34 nós modificado, apresentado na Seção 4.3. Já a Tabela 28, apresenta o resultado das correntes obtidas pelo FC não-linear e pelo ML, ao se considerar também o Caso Base do sistema.

Tabela 27: Tensões nodais do sistema de 34 nós modificado
– Caso Base.

Nó k	$\bar{V}_{k,A}$ [pu]	$\bar{V}_{k,B}$ [pu]	$\bar{V}_{k,C}$ [pu]
800	1,050 $\angle 0,00^\circ$	1,050 $\angle -120,00^\circ$	1,050 $\angle 120,00^\circ$
802	1,047 $\angle 0,00^\circ$	1,048 $\angle -120,00^\circ$	1,048 $\angle 120,00^\circ$
806	1,045 $\angle 0,00^\circ$	1,046 $\angle -120,00^\circ$	1,047 $\angle 120,00^\circ$
808	1,009 $\angle 0,00^\circ$	1,022 $\angle -120,30^\circ$	1,022 $\angle 120,00^\circ$
810	—	1,022 $\angle -120,30^\circ$	—
812	0,967 $\angle 0,10^\circ$	0,994 $\angle -120,50^\circ$	0,994 $\angle 120,10^\circ$
814	0,934 $\angle 0,10^\circ$	0,973 $\angle -120,70^\circ$	0,972 $\angle 120,10^\circ$
8501	0,934 $\angle 0,10^\circ$	0,973 $\angle -120,70^\circ$	0,972 $\angle 120,10^\circ$
8500	0,928 $\angle -0,40^\circ$	0,967 $\angle -121,10^\circ$	0,967 $\angle 119,80^\circ$
850	0,928 $\angle -0,40^\circ$	0,967 $\angle -121,10^\circ$	0,967 $\angle 119,80^\circ$
816	0,927 $\angle -0,30^\circ$	0,967 $\angle -121,10^\circ$	0,967 $\angle 119,80^\circ$
818	0,926 $\angle -0,30^\circ$	—	—
820	0,900 $\angle -0,40^\circ$	—	—
822	0,897 $\angle -0,40^\circ$	—	—
824	0,917 $\angle -0,20^\circ$	0,956 $\angle -121,10^\circ$	0,957 $\angle 119,80^\circ$
826	—	0,955 $\angle -121,10^\circ$	—
828	0,916 $\angle -0,20^\circ$	0,955 $\angle -121,10^\circ$	0,956 $\angle 119,80^\circ$
830	0,896 $\angle 0,20^\circ$	0,934 $\angle -121,00^\circ$	0,936 $\angle 119,90^\circ$
854	0,895 $\angle 0,20^\circ$	0,934 $\angle -121,00^\circ$	0,936 $\angle 119,90^\circ$
856	0,000 $\angle 0,00^\circ$	0,933 $\angle -121,00^\circ$	—
852	0,860 $\angle 0,80^\circ$	0,897 $\angle -120,80^\circ$	0,900 $\angle 120,00^\circ$
8321	0,860 $\angle 0,80^\circ$	0,897 $\angle -120,80^\circ$	0,900 $\angle 120,00^\circ$
8320	0,855 $\angle 0,40^\circ$	0,893 $\angle -121,10^\circ$	0,896 $\angle 119,70^\circ$
832	0,855 $\angle 0,40^\circ$	0,893 $\angle -121,10^\circ$	0,896 $\angle 119,70^\circ$
858	0,852 $\angle 0,50^\circ$	0,889 $\angle -121,10^\circ$	0,893 $\angle 119,70^\circ$
864	0,852 $\angle 0,50^\circ$	—	—
834	0,849 $\angle 0,60^\circ$	0,885 $\angle -121,10^\circ$	0,890 $\angle 119,70^\circ$
842	0,848 $\angle 0,60^\circ$	0,885 $\angle -121,10^\circ$	0,890 $\angle 119,70^\circ$

Continua na próxima página

Tabela 27 – continuação

Nó k	$\bar{V}_{k,A}$ [pu]	$\bar{V}_{k,B}$ [pu]	$\bar{V}_{k,C}$ [pu]
844	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,885 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
846	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
848	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
860	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,885 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
836	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
840	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
862	0,848 $\angle 0, 60^\circ$	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	0,889 $\angle 119, 70^\circ$
838	—	0,884 $\angle -121, 10^\circ$	—

Tabela 28: Correntes de cada fase dos ramos do sistema de 34 nós modificado – Caso Base.

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
800 – 802	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	49,230 $\angle -155, 04^\circ$	43,331 $\angle 87, 40^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	47,661 $\angle -150, 92^\circ$	42,708 $\angle 91, 56^\circ$
802 – 806	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	48,129 $\angle -155, 23^\circ$	42,382 $\angle 87, 33^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	46,498 $\angle -151, 03^\circ$	41,711 $\angle 91, 58^\circ$
806 – 808	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	47,027 $\angle -155, 44^\circ$	41,431 $\angle 87, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	45,335 $\angle -151, 15^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
808 – 810	NL	—	0,625 $\angle -147, 32^\circ$	—
	ML	—	0,622 $\angle -146, 57^\circ$	—
808 – 812	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	45,790 $\angle -155, 66^\circ$	41,431 $\angle 87, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	44,095 $\angle -151, 27^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
812 – 814	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	45,790 $\angle -155, 66^\circ$	41,431 $\angle 87, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	44,095 $\angle -151, 27^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
814 – 8501	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	45,790 $\angle -155, 66^\circ$	41,431 $\angle 87, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	44,095 $\angle -151, 27^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
8501 – 8500	NL	55,333 $\angle -35, 35^\circ$	45,790 $\angle -155, 66^\circ$	41,431 $\angle 87, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	44,095 $\angle -151, 27^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
850 – 816	NL	54,424 $\angle -33, 96^\circ$	44,857 $\angle -153, 89^\circ$	40,551 $\angle 89, 25^\circ$
	ML	53,934 $\angle -33, 36^\circ$	44,095 $\angle -151, 27^\circ$	40,715 $\angle 91, 60^\circ$
816 – 818	NL	14,188 $\angle -27, 63^\circ$	—	—
	ML	13,222 $\angle -27, 24^\circ$	—	—

Continua na próxima página

Tabela 28 – continuação

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
818 – 820	NL	12,964 $\angle -27,70^\circ$	—	—
	ML	11,900 $\angle -27,31^\circ$	—	—
820 – 822	NL	5,898 $\angle -27,78^\circ$	—	—
	ML	5,289 $\angle -27,41^\circ$	—	—
816 – 824	NL	40,353 $\angle -36,18^\circ$	44,776 $\angle -153,98^\circ$	40,451 $\angle 89,31^\circ$
	ML	40,812 $\angle -35,34^\circ$	44,011 $\angle -151,36^\circ$	40,616 $\angle 91,66^\circ$
824 – 826	NL	—	1,555 $\angle -147,63^\circ$	—
	ML	—	1,555 $\angle -146,57^\circ$	—
824 – 828	NL	40,353 $\angle -36,18^\circ$	41,604 $\angle -154,55^\circ$	40,188 $\angle 89,35^\circ$
	ML	40,812 $\angle -35,34^\circ$	40,829 $\angle -151,83^\circ$	40,361 $\angle 91,72^\circ$
828 – 830	NL	40,071 $\angle -36,27^\circ$	41,604 $\angle -154,55^\circ$	40,026 $\angle 89,33^\circ$
	ML	40,553 $\angle -35,42^\circ$	40,829 $\angle -151,83^\circ$	40,206 $\angle 91,71^\circ$
830 – 854	NL	38,540 $\angle -36,37^\circ$	40,884 $\angle -154,68^\circ$	38,861 $\angle 88,67^\circ$
	ML	38,907 $\angle -35,46^\circ$	40,055 $\angle -151,93^\circ$	38,943 $\angle 91,08^\circ$
854 – 856	NL	—	0,167 $\angle -147,53^\circ$	—
	ML	—	0,156 $\angle -146,57^\circ$	—
854 – 852	NL	38,540 $\angle -36,37^\circ$	40,553 $\angle -154,73^\circ$	38,861 $\angle 88,67^\circ$
	ML	38,907 $\angle -35,46^\circ$	39,745 $\angle -151,97^\circ$	38,943 $\angle 91,08^\circ$
852 – 8321	NL	38,540 $\angle -36,37^\circ$	40,553 $\angle -154,73^\circ$	38,861 $\angle 88,67^\circ$
	ML	38,907 $\angle -35,46^\circ$	39,745 $\angle -151,97^\circ$	38,943 $\angle 91,08^\circ$
8321 – 8320	NL	38,540 $\angle -36,37^\circ$	40,553 $\angle -154,73^\circ$	38,861 $\angle 88,67^\circ$
	ML	38,907 $\angle -35,46^\circ$	39,745 $\angle -151,97^\circ$	38,943 $\angle 91,08^\circ$
832 – 858	NL	25,451 $\angle -37,43^\circ$	27,463 $\angle -154,21^\circ$	25,917 $\angle 90,57^\circ$
	ML	26,670 $\angle -38,44^\circ$	27,478 $\angle -153,41^\circ$	26,762 $\angle 90,98^\circ$
858 – 864	NL	0,091 $\angle -26,07^\circ$	—	—
	ML	0,078 $\angle -26,57^\circ$	—	—
858 – 834	NL	24,666 $\angle -37,52^\circ$	26,897 $\angle -154,55^\circ$	25,160 $\angle 90,50^\circ$
	ML	25,937 $\angle -38,57^\circ$	26,937 $\angle -153,70^\circ$	26,055 $\angle 90,90^\circ$
834 – 842	NL	13,025 $\angle -36,85^\circ$	16,653 $\angle -156,00^\circ$	14,347 $\angle 82,80^\circ$
	ML	14,386 $\angle -37,53^\circ$	17,313 $\angle -155,35^\circ$	15,248 $\angle 82,97^\circ$
842 – 844	NL	12,608 $\angle -37,13^\circ$	16,653 $\angle -156,00^\circ$	14,347 $\angle 82,80^\circ$
	ML	14,032 $\angle -37,75^\circ$	17,313 $\angle -155,35^\circ$	15,248 $\angle 82,97^\circ$
844 – 846	NL	2,101 $\angle -38,07^\circ$	5,081 $\angle -151,83^\circ$	2,888 $\angle 84,04^\circ$
	ML	1,782 $\angle -38,66^\circ$	4,492 $\angle -150,74^\circ$	2,567 $\angle 84,37^\circ$

Continua na próxima página

Tabela 28 – continuação

Ramo km	Método	$\bar{f}_{km,A}$ [A]	$\bar{f}_{km,B}$ [A]	$\bar{f}_{km,C}$ [A]
846 – 848	NL	2,101 $\angle -38,07^\circ$	3,001 $\angle -155,41^\circ$	2,004 $\angle 81,00^\circ$
	ML	1,782 $\angle -38,66^\circ$	2,653 $\angle -154,32^\circ$	1,782 $\angle 81,34^\circ$
834 – 860	NL	9,026 $\angle -35,24^\circ$	9,232 $\angle -153,76^\circ$	8,169 $\angle 97,07^\circ$
	ML	8,597 $\angle -36,54^\circ$	8,585 $\angle -152,35^\circ$	7,982 $\angle 98,06^\circ$
860 – 836	NL	3,128 $\angle -24,77^\circ$	5,704 $\angle -151,01^\circ$	2,802 $\angle 87,35^\circ$
	ML	2,878 $\angle -24,70^\circ$	5,314 $\angle -149,82^\circ$	2,679 $\angle 86,55^\circ$
836 – 840	NL	1,129 $\angle -23,62^\circ$	1,559 $\angle -151,74^\circ$	1,271 $\angle 74,63^\circ$
	ML	1,129 $\angle -24,20^\circ$	1,559 $\angle -150,63^\circ$	1,271 $\angle 74,97^\circ$
836 – 862	NL	0,000 $\angle -95,71^\circ$	2,463 $\angle -147,67^\circ$	0,00 $\angle 000,00^\circ$
	ML	0,000 $\angle 000,00^\circ$	2,178 $\angle -146,57^\circ$	0,00 $\angle 120,00^\circ$
862 – 838	NL	—	1,231 $\angle -147,67^\circ$	—
	ML	—	1,089 $\angle -146,57^\circ$	—

B.4 Resultados sem utilizar fatores de ajuste

Na Tabela 29 são apresentados os resultados dos índices de diferenças, para os cinco casos avaliados considerando o sistema de 34 nós modificado, os quais foram obtidos sem o uso dos fatores de ajuste $K_{km,ph}$ no cálculo da queda de tensão do modelo linearizado.

Tabela 29: Resultado dos índices $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$, $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$ para o sistema de 34 nós modificado sem aplicar fatores de ajuste $K_{km,ph}$.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	1,547	0,562	0,068	5,576	6,290	5,474	-3,469
I	2,348	0,561	0,691	9,581	10,195	11,039	-3,881
II	1,752	0,382	0,167	9,077	10,486	10,341	-0,199
III	1,319	0,102	0,196	7,363	10,367	12,843	-6,857
IV	0,912	0,382	0,223	4,293	4,601	4,837	-1,315