

UNIVERSITE DE TOULOUSE

---

N° d'ordre

Année 1962

Thèse présentée  
à la Faculté des Sciences  
de l'Université de Toulouse  
pour obtenir  
le grade de Docteur en Hydrodynamique  
(3<sup>e</sup> Cycle)

par

Marc BORDAS  
Ingénieur E.N. S. E. E. H. T.

Thèse : CONTRIBUTION A L'ETUDE DES RELATIONS ENTRE LE DEBIT  
GENERATEUR ET LES MEANDRES D'UNE RIVIERE.

Soutenu le 17 Février 1962 devant la commission d'examen

MM. ESCANDE

Président

NOUGARO ( )  
GERBER )

Examineurs

UNIVERSITE DE TOULOUSE

---

FACULTE DES SCIENCES

---

PERSONNEL

---

ADMINISTRATION :

M. DURAND ..... Doyen  
M. COMBES ..... Assesseur

HONORARIAT :

M. CAMICHEL ..... Professeur honoraire, Membre de l'Institut  
M. CAPDECOMME ..... Doyen honoraire  
M. CHALAUD ..... Professeur honoraire  
M. DELTHEIL ..... Recteur honoraire, Doyen honoraire,  
Professeur honoraire,  
M. DUPOUY ..... Doyen honoraire, Membre de l'Institut  
Directeur général honoraire du C. N. R. S.  
M. GAUSSEN ..... Professeur honoraire, Correspondant  
de l'Institut.  
M. JACOB ..... Professeur honoraire,  
Membre de l'Institut  
M. MIGNONAC ..... Professeur honoraire

PROFESSEURS :

M. VANDEL ..... Zoologie, Membre de l'Institut  
M. CATHALA ..... Chimie Physique et Electrochimie  
M. ESCANDE ..... Mécanique des Fluides, Membre de  
l'Institut  
M. JACQUES ..... Mathématiques générales  
M. DUPOUY ..... Physique, Membre de l'Institut  
M. CASTERAS ..... Géologie  
M. BEDOS ..... Chimie  
M. CAPDECOMME ..... Minéralogie  
M. DUPIN ..... Radioélectricité  
M. TEISSIE-SOLIER ..... Electrotechnique  
M. NOUVEL ..... Biologie générale  
M. GALLAIS ..... Chimie  
M. DURAND ..... Physique

M. FERT	Physique
M. DIEHL	Agronomie
M. COMBES	Calcul différentiel et intégral
M. LESBRE	Chimie organique
M. BLAIZOT	Physiologie
M. BRUNEL	Physiologie végétale
M. MORQUER	Cryptogamie
M. HURON	Mathématiques appliquées
M. FOUCHE	Physique du Globe
M. MARGULIS	Pédologie
M. TRICHE	Chimie analytique et Spectrographie
M. PASQUALINI	Mathématiques
M. LEDOUX	Zoologie appliquée
M. RIVALE	Agriculture
M. PERRIER	Physique
M. MATHIS	Chimie
M. ORLIAC	Géochimie et Minéralogie
M. LAFOURCADE	Physique
M. ANGELIER	Zoologie
Mlle de FERRE	Botanique
M. FARRAN	Minéralogie et Géotechnique
M. LAUDET	Physique théorique et Calcul Numérique
M. SERFATY	Biologie animale
M. NOUGARO	Hydraulique générale et appliquée
M. LAGASSE	Electrotechnique
M. GARDY	Génie Chimique
M. BLANC	Physique Nucléaire
M. BIREBENT	Electronique appliquée
M. BOIGT	Chimie minérale
M. LEREDDE	Botanique
M. LELUBRE	Géologie
M. TROCHAIN	Botanique
M. GOUYON	Mécanique rationnelle et appliquée.

PROFESSEURS SANS CHAIRE :

M. BAYET	Physique
M. LACROIX	Techniques agricoles
M. HAMANT	Botanique
Mme BRUNEL	Physiologie végétale
M. GAUTIER	Physique propédeutique
Mlle BERDUCOU	Physiologie végétale
M. MASDUPUY	Chimie propédeutique

MAITRES DE CONFERENCES :

M. LALAGUE	Mathématiques
M. BLANCHARD	Mathématiques
M. LASCOMBES	Botanique
M. MARONI	Chimie

M. SECONDAT .....	Zootchnie et Hydrobiologie appliquée
M. MIQUEL .....	Chimie profédentique
M. PICCA .....	Physique
M. RAYNAUD Pierre .....	Physiologie animale
M. GERBER .....	Mécanique des Fluides
M. ASSELINEAU .....	Chimie biologique
M. MERIC .....	Mathématiques appliquées
M. COLIN .....	Physique
M. BEETSCHEN .....	Biologie générale
M. PULOU .....	Minéralogie
M. MARTIN .....	Physiologie végétale
M. LACOSTE .....	Electrotechnique
M. AGID .....	Physiologie
M. MONTEL .....	Chimie
M. COULON .....	Physique industrielle
M. REY .....	Botanique
M. N. ..	Mathématiques
M. N.	Botanique

M. BONNET .....

Maître de Conférences adjoint

CHARGES DES FONCTIONS DE MAITRE DE CONFERENCES :

M. MASCART .....	Mathématiques
M. CAMBOU .....	Physique
M. MEDIONI .....	Psychophysiologie comparée
M. JOURVESEUIL .....	Zoologie

SECRETARIAT :

M. ARGILAS .....

Secrétaire Principal

---

A mes Parents .

en témoignage de reconnaissance et d'affection.

## AVANT - PROPOS

Avant de présenter ce travail, nous tenons à adresser nos plus respectueux remerciements à Monsieur le Professeur ESCANDE pour l'honneur qu'il nous fait en présidant notre jury.

Que Monsieur NOUGARO veuille bien trouver ici l'expression de notre gratitude pour l'attention continuelle avec laquelle il a accompagné notre travail.

A Monsieur GERBER dont les conseils nous ont été si précieux dans l'élaboration de cette étude, nous exprimons notre très sincère reconnaissance.

Nous regrettons vivement l'absence parmi les membres du jury d'un représentant de l'Université du Rio Grande do Sul (Brésil) dont la collaboration nous a permis de mener à bien cette recherche.

Nous assurons Monsieur le Recteur PAGLIOLI, Monsieur le Professeur LEITE DE SOUZA, ainsi que tous ceux qui, aux titres les plus divers, nous ont facilité la tâche, de notre plus profonde gratitude.

---

CONTRIBUTION  
A L'ETUDE DES RELATIONS ENTRE  
LE DEBIT GENERATEUR ET LES MEANDRES D'UNE RIVIERE

---

## SOMMAIRE

---

Le débit générateur est une grandeur qui joue un rôle important dans la détermination des caractéristiques d'une rivière, que ce soit en plan, longitudinalement ou transversalement. Son influence sur les caractéristiques en plan paraît plus marquée que sur les autres, et parmi celle-ci la longueur d'onde des méandres semble être particulièrement affectée.

Pour régulariser une rivière, la connaissance du débit générateur apparaît donc comme essentielle. C'est le problème de cette détermination qui est abordé ici, sans mettre aucune prétention à vouloir épuiser le sujet.

Dans le premier chapitre est mis en place le cadre dans lequel se situe le problème : l'hydraulique des lits à fond mobile. Nous nous sommes efforcés de faire sentir les difficultés supplémentaires que présente le passage de l'hydraulique à parois fixes à ce nouveau domaine.

Le second chapitre, après avoir défini le débit générateur, fait le point sur les méthodes de détermination jusqu'ici utilisées, conclut à leur insuffisance et propose une ligne de recherche visant à les améliorer.

Une fois décrite l'installation sur laquelle seront effectués les essais, nous présentons ceux-ci dans le chapitre 4. Leur conception fait l'objet de la première partie : elle est basée sur la formation des méandres et la détermination de leur longueur d'onde. Un certain nombre de facteurs pouvant influencer celle-ci sont identifiés et écartés ; seuls deux d'entre eux seront retenus : l'amplitude et la fréquence de l'hydrogramme.

La seconde partie indique les résultats obtenus dont l'interprétation est tentée au chapitre suivant. Dans celui-ci, nous verrons mise en cause la généralité d'une équation servant de base à une des méthodes de détermination du débit générateur ; on y établira que la longueur d'onde d'un méandre, dans la mesure où elle est influencée par le débit, dépend de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme, ses variations étant de même sens que celles de ces deux facteurs. Nous avons essayé d'exprimer cette corrélation.

Le chapitre 6 tire la conclusion de ce travail et suggère une explication au problème de l'origine des méandres.

---

## I - INTRODUCTION

---

### I - 1 -

---

Le problème qui fait l'objet de ce travail concerne l'écoulement dans un lit à fond mobile.

"L'hydraulique des lits à fond mobile" peut paraître s'opposer à "l'hydraulique des lits à fond fixe", en fait ces deux dénominations font seulement sentir la différence qui existe entre les problèmes propres à chacune de ces catégories. Cette différence n'est pas une différence d'opposition, mais, plutôt, de complexité : le nombre des problèmes et celui des facteurs régissant les phénomènes, croissant lorsque les parois d'un canal sont susceptibles de modifications engendrées par l'écoulement.

Pour illustrer cette affirmation, le mieux que nous ayons à faire est de prendre un exemple. Celui-ci nous servira par la même occasion de point de départ dans l'exploration que nous nous proposons de faire.

### I - 2 -

---

Supposons que nous ayons à projeter un canal d'irrigation. A priori, nous avons le choix entre deux options : le canal sera revêtu ou ne le sera pas. Dans chacun des cas, nous supposons que la prise d'eau délivre une eau pure, libre de tout sédiment.

Si nous nous décidons pour la première alternative, le problème sera résolu une fois que seront déterminés le débit, la pente et la forme de la section. Il ne reste à l'eau pour s'adapter à une quelconque variation d'un de ces facteurs qu'un seul degré de liberté : la hauteur. Une seule équation suffit alors à résoudre notre problème : celle de l'écoulement (CHEZY, MANNING...)

Dans le second cas, les considérations qui nous ont amenés à choisir précédemment pente et forme de la section ne suffisent plus à résoudre le problème. Le débit dans les deux cas reste le même, mais, si nous adoptons maintenant la même forme et la même pente que pour le canal revêtu, nous verrons, fort probablement, se modifier ces deux grandeurs par suite de l'érodibilité du fond et des rives du canal.

Le canal va se modifier au cours du temps et nous aurons bientôt un ouvrage qui ne répondra plus aux conditions pour lesquelles il a été construit. Le système possède maintenant trois degrés de liberté et, si nous voulons projeter un canal stable, il nous faudra fixer trois grandeurs. Trois équations sont devenues nécessaires pour résoudre le problème alors qu'une seule suffisait auparavant.

I - 3 -

---

Le problème tel que nous venons de le présenter a été un peu simplifié pour rendre plus facile la comparaison entre les deux types de solutions possibles. Nous avons supposé que l'eau délivrée par la prise était limpide : en fait, il est plus commun d'être obligé d'admettre une eau chargée en sédiments. Ces sédiments pourront se déposer dans le canal et, alors qu'auparavant la seule modification possible (au moins dans la partie amont du canal) était une érosion, nous pourrions maintenant avoir un exhaussement du fond.

De façon générale, les canaux non revêtus pourront être, suivant la classification de LANE (1), de trois types :

- Ceux dont le fond et les rives sont attaqués sans que les produits entraînés se déposent en volume appréciable à l'aval du point d'érosion.
- Ceux qui sont l'objet d'un exhaussement du lit par dépôt de sédiments, sans que l'on note une érosion.
- Ceux où les deux phénomènes se produisent simultanément à des endroits différents.

I - 4 -

---

Des variations du débit solide (principalement du débit en suspension) admis à la prise d'eau peuvent faire qu'au cours du temps un canal subisse successivement ces deux types de phénomènes et non plus seulement en des endroits différents.

Ces modifications suivent les variations saisonnières du débit solide de la rivière alimentant le système d'irrigation. Elles seront donc elles aussi saisonnières et il se peut que, les effets contraires de l'érosion et du dépôt se contrebalançant, le canal retrouve annuellement les mêmes caractéristiques. Si ces dernières restent les mêmes au cours de plusieurs années, le canal est stable et on dit de lui qu'il est "en régime".

I - 5 -

---

Le type de canal que nous venons de décrire se rencontre dans l'Inde où il a fait l'objet d'études systématiques ayant abouti à l'élaboration d'une "théorie expérimentale" connue sous le nom de "théorie du régime".

Dans ce cas particulier, trois formules empiriques ont été avancées donnant la largeur, la profondeur et la pente à donner au canal pour qu'il reste stable. Ces équations sont connues sous le nom de formules de LACEY. Elles ont fait et font encore l'objet de discussions que nous nous garderons de mentionner ici. (On peut consulter, à ce sujet, la référence n° 2 et la bibliographie qui s'y rapporte).

Cette théorie est la première réponse donnée au problème tel que nous l'avons posé. Le champ d'application en est restreint au cas particulier mentionné et nous voyons que le problème, sous sa forme la plus générale, n'est pas résolu.

I - 6 -

---

Encore ce problème a-t-il été simplifié, car nous avons supposé que le canal, une fois tracé, restait rectiligne même lorsque sa pente et sa largeur se modifient. Or ce n'est pas le cas; il semble même que ce soit là une exception. Une expérience de laboratoire, très simple, nous en persuadera: il suffit de faire couler de l'eau dans un canal rectiligne érodible de petites dimensions; les rives sont attaquées préférentiellement à certains endroits et, peu à peu, le lit prend un aspect sinueux aboutissant à des méandres. Ce phénomène se produit à une échelle plus grande et nous citerons à l'appui T. BLENCH, un des plus fervents défenseurs de la théorie du régime, qui, à propos de la construction des canaux d'irrigation ayant servi de support à cette théorie, écrit: "In practice the berms formation requires some assistance to ensure that a meandering canal does not develop..." (3)

Le canal que nous avons à projeter devant rester rectiligne, nous sommes en face d'un problème supplémentaire; s'il existe certaines conditions pour lesquelles la ligne droite est stable, quelles sont-elles? Sinon, quelle sera la longueur d'onde des méandres qui vont se former? Comment évolueront-ils?

Le système présente un quatrième degré de liberté; il nous faut quatre équations pour élaborer notre projet. Dans l'état actuel de nos connaissances, ce problème est sans solution autre qu'empirique.

I - 7 -

---

Nous nous sommes cantonnés jusqu'à maintenant au cas d'un canal transitant un débit constant. Mais il se peut que ce débit varie avec le temps. Nous sommes alors en présence du problème d'hydraulique fluviale dans toute sa généralité. Un tel canal n'est pas autre chose qu'un fleuve : d'où le nom français donné à la partie de la science qui traite de ces problèmes.

Il est connu qu'au cours des siècles la pente des rivières varie, que leur lit peut changer. Ces modifications, lentes le plus souvent, concernent davantage le géographe que l'ingénieur. Certains problèmes peuvent cependant toucher directement ce dernier : modifications introduites par la construction d'un barrage, aménagement de méandres, coupure de boucles, fixation de lits erratiques . . . Tous nécessitent, pour leur résolution, la connaissance d'un grand nombre de phénomènes : transport solide, rugosité des lits alluviaux, modification de la section en travers d'une rivière, ainsi que de sa forme en plan. Ce sont les mêmes problèmes que ceux posés par le canal d'irrigation que nous avons pris en exemple, mais ils sont compliqués par la variation du débit dans le temps.

I - 8 -

---

Avant terminé ce tour d'horizon des problèmes auxquels nous nous heurtons en hydraulique fluviale, nous sentons mieux la difficulté qu'il y a à les résoudre et surtout à les isoler les uns des autres.

S'il était encore besoin d'insister, il nous suffit de rappeler que le même problème nécessite pour être résolu une seule équation pour un lit à fond fixe et quatre pour un lit à fond mobile donnant la pente, la largeur, le tirant d'eau et la longueur d'onde des méandres.

Par ailleurs, l'hydraulique fluviale forme un tout dont il est impossible de séparer les éléments, ceux-ci n'étant pas juxtaposés mais étroitement imbriqués : la détermination d'une formule de pertes de charge en rivière devra tenir compte de la largeur de celle-ci, du transport solide, de la forme en plan . . . L'exemple ainsi choisi nous montre que l'application des formules de débit solide établies en laboratoire ne doit être faite qu'avec précaution.

Ce que nous dirons du débit générateur d'une rivière, thème de notre thèse, est soumis aux mêmes restrictions ; la généralisation des conclusions et leur extrapolation à des cours d'eau naturels devront être faites compte-tenu de ces réserves.

---

## II - LE DEBIT GENERATEUR D'UNE RIVIERE

---

### II - 1 -

---

La notion de débit générateur est relative à une rivière mais peut aussi bien être rattachée à tout autre ouvrage hydraulique à ciel ouvert et parois érodibles dans lequel le débit liquide varie avec le temps.

Cette notion a été considérée en premier lieu, semble-t-il, par KOECHLIN (4). Pour celui-ci, dans une rivière, à chaque débit correspond un certain profil longitudinal et une section en travers qui ne dépendent que du terrain. Théoriquement, une rivière aurait donc une infinité de profils longitudinaux et de sections en travers correspondant aux variations de son débit. En fait, les quelques modifications qui ont lieu ne s'écartent pas d'une valeur moyenne de chacune de ces grandeurs. Au profil longitudinal moyen et à la section en travers moyenne, on peut donc associer un seul débit : ce sera le débit générateur de la rivière. Il est tel que, s'il s'écoulait constamment, il donnerait les caractéristiques moyennes de la rivière.

De façon plus précise, nous pouvons caractériser ce débit à partir des données présentées précédemment. Nous avons vu que, dans sa généralité, un problème d'hydraulique fluviale nécessite quatre équations, liant entre elles pour le moins cinq variables : pente, tirant d'eau, largeur, longueur d'onde des méandres, débit liquide. Lorsque ce dernier est constant, la valeur à introduire pour résoudre les équations est fixée : lorsqu'il varie, se pose alors la question suivante : les quatre équations restant les mêmes dans leur essence, quels sont les ajustements à leur faire subir pour tenir compte de la variation du débit ? La façon la plus simple et la plus intuitive consiste à nous ramener au cas du débit constant : nous introduisons dans les équations une valeur constante du débit que nous caractérisons à partir des données de débit de la rivière, quitte à modifier les coefficients des équations établies. Ce débit constant est le débit générateur de la rivière considérée.

Comment choisir cette valeur ? Quels sont les facteurs qui l'influencent ? Tel est le type de questions auxquelles nous chercherons à donner ici une réponse.

Nous ferons, tout d'abord, un bref historique des travaux effectués dans ce domaine. A notre connaissance, la notion de débit générateur se retrouve chez deux auteurs : SCHAFFERNAK et Sir Claude INGLIS.

II - 2 -

Les études (4) et (5) associent aux travaux de SCHAFFERNAK ceux de STERNBERG et de MEYER-PETER. Ces trois noms sont représentants d'une certaine école de pensée, qui se caractérise par la recherche d'une explication logique des phénomènes de l'hydraulique fluviale.

Dans le cas présent qui ne tient compte que du transport par charriage, la détermination du débit générateur repose sur la proposition que débit solide, débit liquide et pente sont liés : la formule de débit solide de MEYER-PETER est une expression de cette proposition :

$$g^{2/3} = \frac{q^{2/3} i}{b} - \frac{a d}{b}$$

avec :

- g : débit charrié par unité de largeur (en poids)
- q : débit liquide par unité de largeur (en poids)
- d : diamètre caractéristique du matériau charrié.
- i : pente de la ligne d'énergie
- a et b : deux constantes.

A chaque débit liquide correspond un débit solide et une pente ; le débit d'une rivière prend en cours d'année des valeurs différentes. De l'ensemble de celles-ci, quelle est la partie la plus caractéristique ? - les petits débits apparaissent longtemps mais charrient peu, les gros débits charrient beaucoup mais sont rares. Aux premiers correspondait une faible pente, aux seconds une forte déclivité (5). D'où, intuitivement, la notion que le débit caractéristique de la rivière sera un débit inférieur au débit de crue.

Ce débit peut être déterminé de façon plus précise par une méthode graphique dont la figure n° II-1 nous donne un exemple. Sur cette figure, nous trouvons trois courbes :

- 1/ - La courbe de fréquence de la rivière étudiée.
- 2/ - La courbe de transport solide, liant le débit liquide et le débit solide lui correspondant d'après la formule de MEYER-PETER.
- 3/ - La courbe donnant le volume de sédiments transportés déduite des deux précédentes

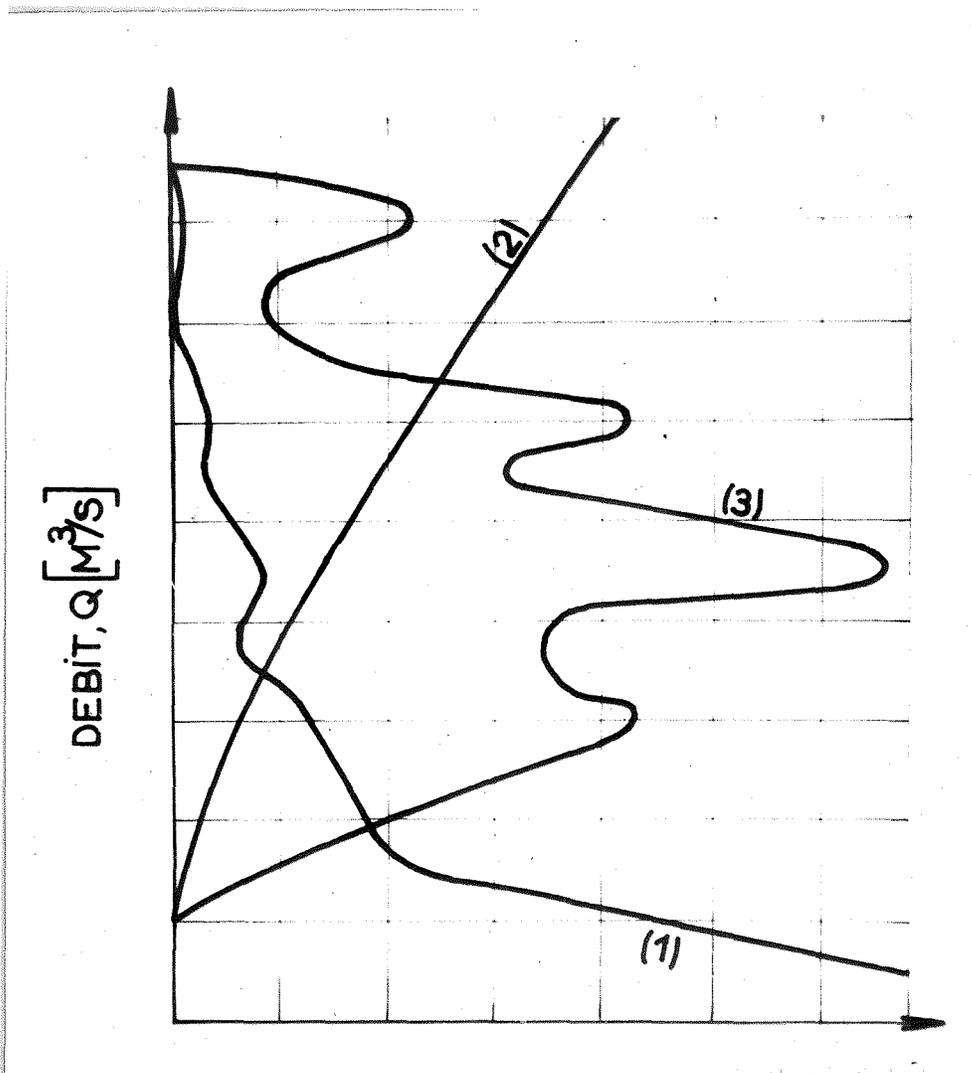


Figure II - 1

Détermination du débit générateur d'après SCHAFFERNAK

Cette dernière courbe présente un maximum. Le débit qui correspond à celui-ci est donc le débit qui entraîne les plus grandes modifications du lit de la rivière ; c'est le débit générateur

Le débit générateur ainsi déterminé est propre à la rivière étudiée ; il ne semble pas avoir fait l'objet de généralisation : chaque rivière est un cas particulier que l'on traite comme tel.

II - 3 -

---

Sir Claude INGLIS est un ingénieur anglais ayant longtemps travaillé aux Indes sur des problèmes d'irrigation. Sa méthode est essentiellement différente de la précédente et se rattache à "l'école empirique", mot employé avec le sens que lui donne LELIAVSKY (6). La méthode de détermination du débit générateur est basée sur un phénomène dont l'école précédente a fait peu de cas, semble-t-il, celui des méandres.

Bien que toute rivière puisse se présenter en plan sous trois formes : files, méandres, lignes droites (7), la forme la plus répandue reste le méandre. Il n'y a donc rien de plus logique que de chercher à étudier une rivière en partant de ce phénomène. FARGUE (8) est le premier qui s'y soit intéressé. Ses lois d'aménagement sont restées justement célèbres, mais il a laissé légèrement dans l'ombre un aspect du problème : celui qu'il aborde sous forme de condition nécessaire à l'application de ses autres lois : "il faut que la courbe ne soit ni trop courte, ni trop longue afin que se présente l'aspect stable des méandres". (loi du développement)

Nous pouvons reprendre ce point sous un angle un peu différent : nous voulons faire passer une rivière en deux points fixés à l'avance, plusieurs longueurs d'onde sont possibles pour cela ; quelle est la bonne ? (figure II - 2)

Ce problème se pose, en particulier, dans l'Inde où les rivières sont assez erratiques (9). Il est intuitif que l'importance de la rivière joue ici un rôle décisif

Partant de cette idée et se basant sur un ensemble de relevés dans la nature, INGLIS est arrivé à la conclusion que la largeur du lit -  $L$  -, la longueur des méandres -  $M_1$  - et leur amplitude -  $M_b$  - sont proportionnels à la racine carrée du débit  $Q$ .

En particulier, les résultats relatifs à la longueur d'onde donnent :

$$M_1 = 28 Q_{\text{Max}}^{1/2} \quad (\text{Unité : foot et seconde})$$

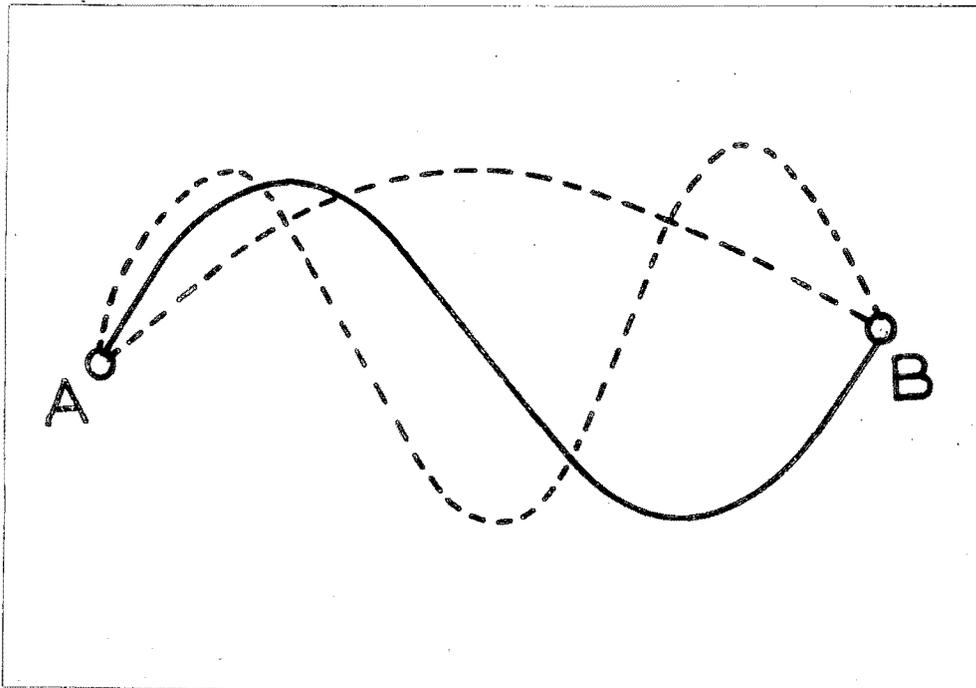


Figure II - 2

Admettant que  $M_1$  est la grandeur caractérisant une rivière, cette relation signifierait que  $Q_{Max}$  est le débit générateur.

Bien qu'à priori, rien ne s'oppose à ce qu'il en soit ainsi, il semble plus probable que le débit générateur ait une valeur inférieure

Pour essayer de la déterminer, INGLIS a effectué un certain nombre d'essais à débit constant. Ces essais menés sur des installations de laboratoire ont montré que des méandres prenaient naissance et que l'on pouvait relier leur longueur d'onde au débit. Le résultat de ces expériences permet d'écrire :

$$M_1 = 36 Q^{1/2} \quad (\text{Unité : foot et seconde})$$

Comparant cette formule à celle qui a été déduite des mesures dans la nature, nous en tirons, avec INGLIS :

$$Q_g = 0,60 Q_{Max}$$

L'auteur admet que le coefficient peut être différent suivant les rivières.

II - 4 -

Que penser de ces deux résultats, proposés par deux écoles différentes ?

- La méthode de SCHAFFERNAK vaut par le fait qu'elle rattache le débit générateur au plus grand volume de matériau charrié, c'est-à-dire, aux plus grandes modifications de la rivière ; elle fait de chaque rivière un cas particulier et permet donc de déterminer, pour chacune d'elles, le débit générateur. Par contre, elle ne tient aucun compte du transport en suspension ; or, celui-ci peut être jusqu'à 1000 fois supérieur au débit de charriage. BLENCH (3) donne pour le charriage une proportion en poids de 1 à  $50 \cdot 10^{-5}$  et pour la suspension de 1 %.

D'autre part, les formules de débit solide utilisées pour tracer la seconde courbe sont assez discutées. La méthode serait améliorée par la connaissance de la courbe réelle de transport solide de la rivière

- Pour établir sa formule, INGLIS se base sur le fait que la longueur d'onde est la dimension caractéristique du méandre. Ceci paraît logique car les observations effectuées dans la nature montrent des variations bien plus importantes de l'amplitude des méandres que de leur longueur d'onde.

La principale critique concerne la comparaison de deux formules établies dans des conditions différentes :

$$M_1 = 28 Q_{\text{Max}}^{1/2}$$

et

$$M_1 = 36 Q_g^{1/2}$$

Il semble, en effet, que l'on se soit peu préoccupé de similitude en passant de la réalité au modèle.

A-t-on le droit de faire cette comparaison sans précaution ?

D'autre part, il est assez étrange que le débit d'étiage n'intervienne pas dans l'évaluation du débit générateur

En résumé, nous trouvons que, en admettant que les mêmes phénomènes donnent naissance aux méandres dans la nature et sur un modèle, la formule

$$Q_g = 0,60 Q_{\text{Max}}$$

est une formule trop générale, bien que peut-être valable pour le cas dans lequel elle a été obtenue.

Notons cependant au passage, quoique cela soit probablement purement accidentel, que la méthode de SCHAFFERNAK appliquée au Rio San Juan en Argentine a donné :

$$Q_g = 0,62 Q_{\text{Max}}$$

soit la valeur indiquée par INGLIS.

II - 5 -

---

Si nous nous proposons de déterminer le débit générateur d'une rivière, deux voies nous sont donc offertes à l'heure actuelle :

- L'une, trop générale, donnant simplement  $Q_g = 0,60 Q_{\text{Max}}$   
Remarquons, cependant, que l'auteur admet une variation possible du coefficient

- L'autre, sans doute plus précise, nécessitant pour donner pleinement satisfaction des relevés dans la nature très longs et dont la précision peut être mise en question.

Il nous semble que la véritable solution du problème est intermédiaire Plus près malgré tout de la solution de INGLIS. Celle-ci souffre d'être trop générale et de ne pas traduire une recherche plus complète de la compréhension du phénomène. Si nous faisons abstraction du terrain sur lequel coule une rivière, les facteurs pouvant déterminer la formation de son lit sont relatifs au seul hydrogramme, c'est-à-dire, en fin de compte, au climat régnant sur la région.

La différence des valeurs des débits de crue et d'étiage, la persistance de ceux-ci, la manière dont se succèdent les débits intermédiaires doivent avoir leur influence sur les quatre paramètres définissant la rivière.

C'est ce que nous nous proposons de déterminer ici, à travers un programme d'essais conçu de façon à isoler les principaux de ces facteurs réalisables sur l'installation dont nous disposons.

Il convient maintenant de présenter celle-ci.

### III - DESCRIPTION DE L'INSTALLATION ET DU MODE

---

#### OPERATOIRE

---

#### A / - L'INSTALLATION

#### III - 1 -

---

L'installation utilisée forme un ensemble de 37 mètres de long sur 2,5 mètres de large (Planche n° 1)

Elle fonctionne en circuit fermé, le réservoir étant situé à l'étage inférieur, et comprend, de l'amont vers l'aval :

- a/ - La pompe élévatrice (non représentée sur la planche)
  - b/ - Le déversoir de mesure : c'est un déversoir triangulaire de 15 l/sec (ph. 1)
  - c/ - Bassin de tranquillisation. Ce bassin de 5,5 x 2,5 m est destiné à amortir les oscillations de la surface libre provoquées par l'impact de la lame du déversoir. Un résultat satisfaisant a été obtenu en mettant le bassin en communication avec le déversoir par un plan incliné en bois (ph. 6) et en disposant dans le bassin lui-même un second système formé de deux parois de briques à claire-voie entre lesquelles on a disposé de la brique cassée.
- L'eau s'écoule hors du bassin d'amortissement par un seuil à crête mince large de 50 cm. Ce seuil, de hauteur réglable, est constitué d'une plaque de tôle (ph. 3) Lui succède une caisse de bois placée à l'amont du canal d'expérience dans laquelle vient s'amortir la lame d'eau (ph. 18).

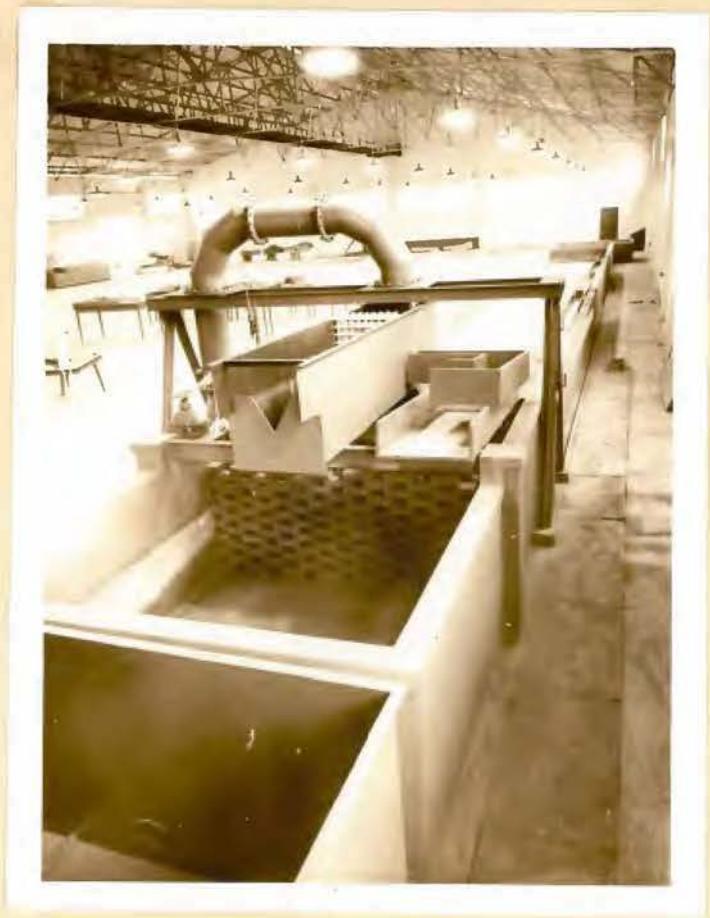


Photo n° 1



Photo n° 2

Vues générales de l'installation



vue de dessus  
ÉCHELLE 1:125

photo 4



photo 3



PLANCHE I

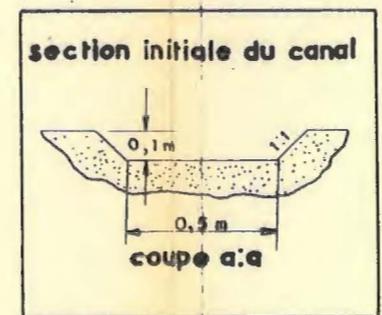
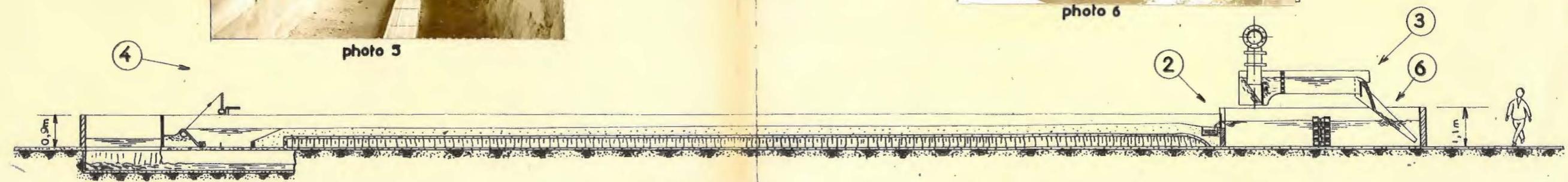


photo 3



photo 6



coupe suivant l'axe  
ÉCHELLE 1:125

d/ - Le canal d'expérience à fond mobile.

Longueur : 26 m

Larguer : 2,5 m (ph. 2)

Dans ce canal, on dispose une couche de sable dont la surface a une pente que l'on peut choisir entre 1 et 15 0/00

Le fond et les côtés sont bétonnés ; sur ces derniers, se trouvent placés les supports du dispositif de réglage de la surface du sable. Sur le fond on trouve deux drains dont le rôle sera expliqué plus loin ; ces drains sont constitués de briques creuses jointes par du mortier très poreux (ph. 5)

e/ - Un piège à sable. Dans cette zone, nous rencontrons l'entrée du système de drainage et le débouché du canal auxiliaire dont nous parlerons plus loin (ph. 4)

f/ - Une vanne à clapet qui nous permettra de régler le niveau à l'aval du modèle (ph. 4)

g/ - Le canal de retour. Dans ce dernier viennent déboucher les dispositifs de vidange du bassin d'amortissement, du canal d'expérience, du piège à sable.

### III - 2 -

---

L'utilisation d'un modèle à fond mobile a nécessité l'emploi de deux dispositifs supplémentaires.

#### 1) - Dispositif de réglage de la surface du sable

Il s'agit essentiellement d'un cadre de bois sur lequel peuvent s'adapter deux types de profils :

- Un profil plan servant à un premier réglage grossier de la surface (ph. 7)
- Un profil trapézoïdal (ph. 8) (largeur : 50 cm ; hauteur : 10 cm ; talus : 1/1) dont l'axe est confondu avec celui de l'installation.

Le cadre peut glisser sur deux rails situés de part et d'autre du canal. Ces rails sont constitués de pièces de bois longues chacune de 2 m et fixées par trois vis sur des planches ancrées dans les parois du canal. Ces pièces mobiles nous permettent de donner à la surface du sable l'inclinaison voulue. Les rails et leurs supports devant se trouver parfois à sec, parfois sous l'eau ont été traités par un bain d'huile afin d'éviter le travail du bois



Photo n° 7



Photo n° 8

Modelage du canal initial

## 2) - Un canal d'alimentation secondaire.

Il s'agit d'un canal de bois, de section 30 x 15 cm (ph. 2), disposé parallèlement au canal d'expérience.

Le rôle de ce canal est double :

a - Il sert lors de la préparation d'un essai à remplir le bassin d'expérience avant le vibrage du sable. Nous nous expliquerons plus loin.

b - Eviter la formation d'une intumescence en début d'essai. En effet, en déversant directement dans le canal à fond mobile le débit choisi pour l'essai, nous obtiendrons une intumescence qui provoquerait des modifications du lit sans aucun rapport avec le phénomène que nous prétendons étudier. Nous reviendrons sur cette question à propos de la description d'un essai.

Le remplissage s'effectue à l'aide de la pompe de l'installation et d'un canal spécial en forme de U (ph. 1) qui s'adapte au déversoir de mesure à la place du plan incliné utilisé pendant les essais. Le remplissage peut également se faire à partir d'un réservoir situé à une cote supérieure.

## B / - LE MODE OPERATOIRE

### III - 3 - Préparation d'un essai

La préparation d'un essai comporte les phases suivantes :

#### 1) - Réglage de la pente voulue

Les pièces de bois sont fixées sur leurs planches supports suivant la pente désirée. Cette opération commence par la mise en place d'une pièce de référence soigneusement nivelée. L'installation des autres pièces se fait rapidement grâce à l'utilisation d'un coin de bois de 2 m de long dont l'ouverture est égale à la pente que l'on veut donner au rail.

Ce coin est appuyé pour moitié sur la pièce déjà en place et pour moitié sur celle que nous installons. La position exacte de cette dernière est déterminée au niveau à bulle (ph. 9).

Un nivellement final permet de vérifier la précision du travail

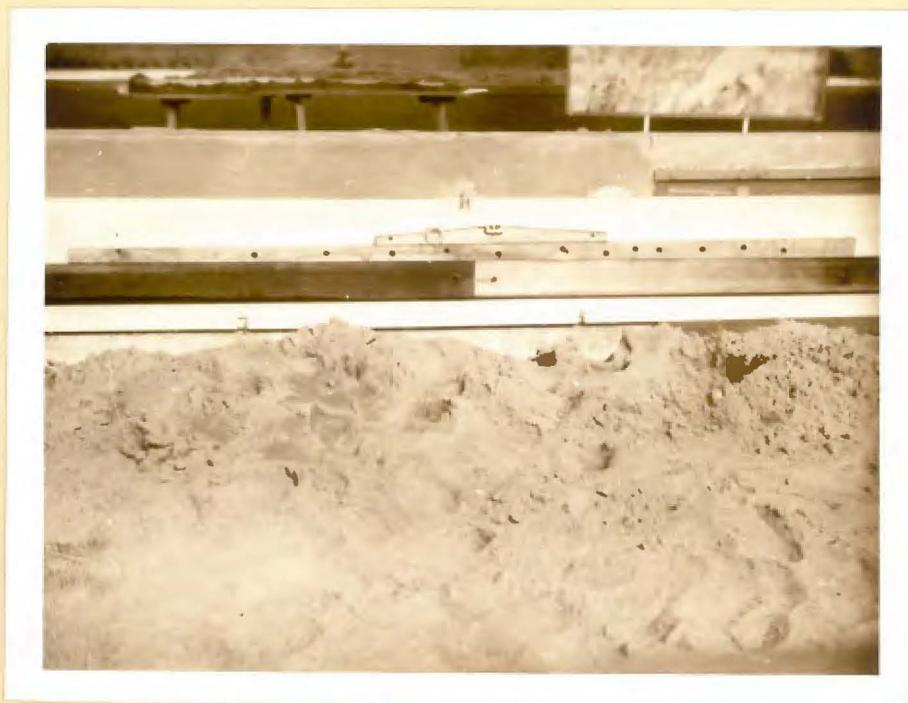


Photo n° 9

Mise en place des  
pièces de bois suivant la pente désirée.

2) - Disposition d'une couche de sable sec

Le sable utilisé sera le même pour tous les essais ; sa courbe granulométrique est donnée ci-contre (Figure III-1)

3) - Mouillage du sable

Cette opération a pour but de chasser la plus grande quantité possible de l'air contenu dans le sable

On remplit d'eau la zone d'expérience, l'eau étant admise à partir de l'aval du modèle (ph. 10). Elle est distribuée également à travers tout le sable par les drains. Cette opération, qui doit être lente pour ne pas emprisonner d'air demande en général douze heures. C'est pourquoi on effectue ce travail de nuit.

4) - Vibrage du sable

Malgré le mouillage très lent du sable, de l'air reste toujours emprisonné dans la masse (ph. 11) et le sable ne présente pas une homogénéité parfaite. En conséquence, le matériau offre à l'eau des chemins de moindre résistance qui viendront fausser le phénomène étudié.

Pour l'éviter, nous procédons à un vibrage de tout le sable qui nous fournit une compactation égale en tout point. Le vibreur utilisé est du type couramment employé sur les chantiers de construction de bâtiment.

Cette opération (ph. 12 et 13) peut demander plusieurs jours lorsque l'on doit vibrer toute la masse.

5) - Modelage de la surface du sable

Le sable en excès est réglé par un premier passage du chariot de réglage muni du profil plat.

Un second passage avec le profil trapézoïdal nous donne le profil définitif. Une fois terminée cette opération, l'installation est prête pour l'essai. L'ensemble des préparatifs, demande normalement trois jours.

III - 4 - Déroulement d'un essai

---

Sur la base d'un essai préliminaire, une durée de 48 heures a été jugée suffisante pour chaque expérience. L'une d'elle a cependant été prolongée jusqu'à 72 heures.

L'essai lui-même nécessite le remplissage préalable du bassin avant sa mise en route afin d'éviter la formation d'une intumescence dans le canal. Ce bassin rempli, on utilise le bassin d'amortissement du déversoir pour régler le débit à la valeur désirée. Celle-ci obtenue, on ferme la vanne de décharge de ce bassin (planche I) ; le débit passe alors dans le bassin d'expérience.

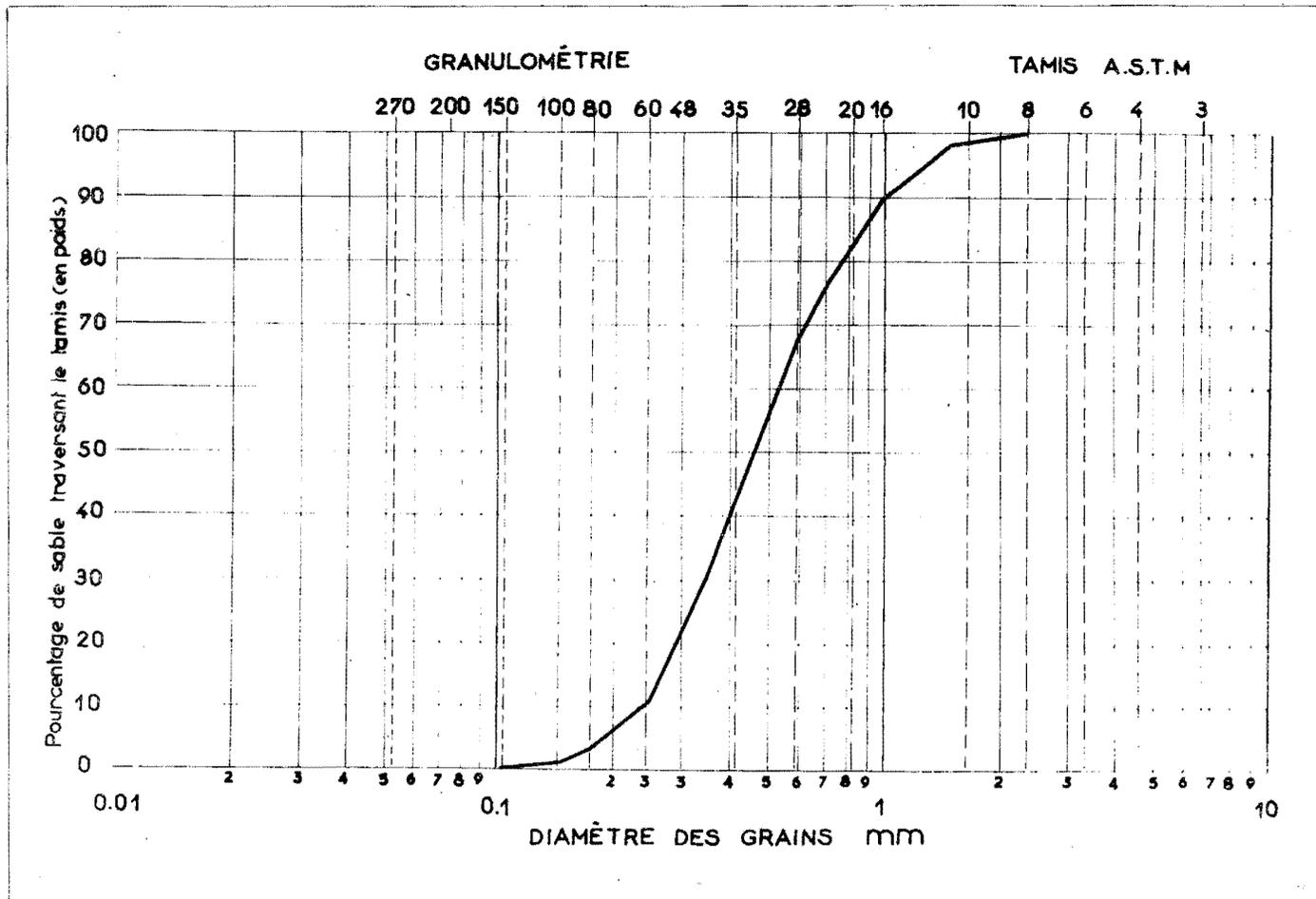


Figure III - 1

Courbe granulométrique du sable utilisé

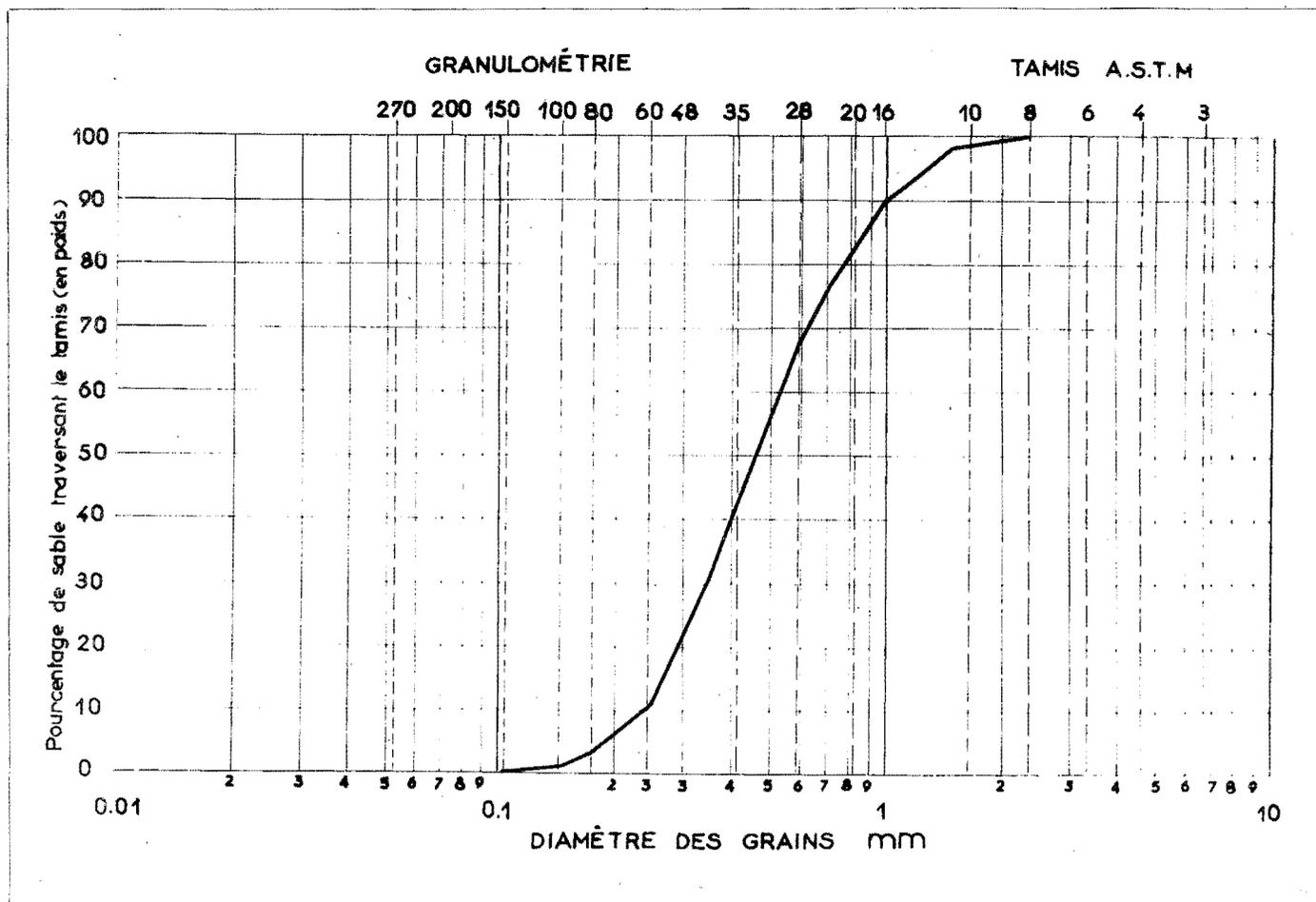


Figure III - 1

Courbe granulométrique du sable utilisé



Photo n° 10



Photo n° 11

Remplissage du canal d'expérience



Photo n° 12



Photo n° 13

- Vibrage -

On abaisse , à ce moment, la vanne aval jusqu'à obtenir dans cette zone un niveau constant fixé par des essais préliminaires et qui sera le même dans tous les essais.

L'essai se déroulera normalement à partir de là avec changement de débit lorsque c'est le cas, accompagné du réglage correspondant de la vanne aval (ph. 14). Un relevé complet du lit (en plan, en long, en travers) est effectué après 1 heure, 8 heures, 24 heures et 48 heures de fonctionnement.

Le relevé en plan est fait par photographie (ph. 15)

Les deux autres sont faits par nivellement (ph. 15), les points intéressants étant repérés avec des pointes de mesure différentes selon qu'il s'agit du fond du lit ou de la ligne d'eau (ph. 16). Pour cette dernière une pointe de mesure commune est utilisée ; pour relever le fond sans interrompre l'essai, une pointe spéciale a été mise au point (ph. 17) : c'est une pointe limnimétrique dont l'extrémité est formée d'une plaquette plane en forme de lentille biconvexe ; elle est longue de 2 cm et large de 1 cm. Des essais préliminaires ont montré que cette forme n'entraînait pas des affouillements incompatibles avec la précision désirable.

Les relevés de profils en travers ont lieu dans un certain nombre de sections repérées par leur distance à partir de la sortie du bassin d'amortissement comptée en mètres, soit : 3, 5, 10, 15, 20 , 25.

Ce repérage sera employé pour toutes les sections dans lesquelles nous aurons à effectuer les mesures.

### III - 5 - Données complémentaires

---

Poids spécifique du sable : 2,60

Température moyenne de l'eau : 20°C



Photo n° 14

Réglage du niveau aval



Photo n° 15

Prise de vue et nivellement

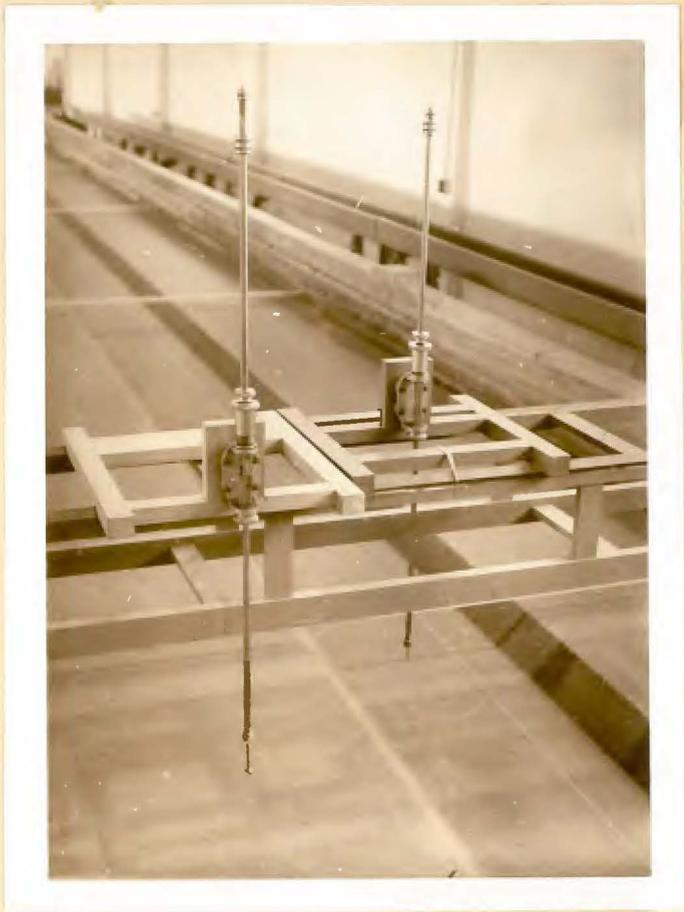


Photo n° 17



Photo n° 16

Pointes de mesures.

## IV - LES ESSAIS

---

### A / - PROGRAMME DES ESSAIS

#### IV - 1 -

---

Les essais ont été conçus dans le but de déterminer le débit générateur et dans celui d'étudier l'influence sur cette détermination de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme.

Nous entendons par amplitude A le rapport entre le débit de crue et le débit d'étiage, et par fréquence F le nombre de crues par unité de temps, c'est-à-dire le nombre de crues apparaissant dans l'intervalle de 48 heures.

#### IV - 2 -

---

Pour arriver à ce résultat, nous devons éliminer tous les facteurs autres que l'amplitude et la fréquence qui pourraient avoir une influence sur la forme du lit de la rivière, c'est-à-dire sur la longueur d'onde des méandres car nous choisirons cette grandeur comme valeur de référence afin d'avoir une base de comparaison avec INGLIS.

A priori, ces facteurs sont au nombre de quatre : le matériau, le débit de crue, la pente, la quantité d'eau écoulée.

##### 1) - Le matériau

Nous avons éliminé son influence en menant tous les essais avec le même matériau, possédant la même cohésion autant que faire se peut par vibrage du sable.

2) - Le débit maximum

Il intervient probablement par sa valeur absolue. Nous ne nous intéressons pas à cette variable aussi l'éliminerons-nous, en fixant sa valeur à

$$Q_{\text{Max}} = 4,2 \text{ l/sec}$$

dans tous les essais.

3) - La pente

Reproduisant grossièrement les trois parties d'une rivière, le canal initial se divise en trois :

- A l'amont, une zone correspondant au bassin versant (ph. 18)
- Lui succédant, 10 mètres de canal avec une pente de l'ordre de 8 ‰
- A l'aval, 16 mètres avec une pente de 2 ‰

Cette disposition, adoptée pour tous les essais, a été choisie, ainsi que la section en travers, à la suite d'essais préliminaires ayant montré que nous obtenions ainsi des modifications du lit appréciables au bout de 48 heures.

4) - La quantité d'eau écoulée

Cette quantité sera la même dans tous les essais moins deux ; ce sera celle qui s'écoule en 48 heures avec un débit constant égal au débit donné par la formule d'INGLIS :

$$Q_g = 0,60 Q_{\text{Max}}^{1/2}$$

soit ici avec  $Q = 2,5 \text{ l/sec}$ .

IV - 3 -

---

Afin d'arriver aux fins que nous nous proposons, deux séries d'essais ont été successivement exécutés.

Le premier groupe comprend trois essais désignés par 01, 02, 03. Le débit de chacun d'eux vaut respectivement :  $0,80 Q_{\text{Max}}$ ,  $0,40 Q_{\text{Max}}$  et  $0,60 Q_{\text{Max}}$  soit 3,4 - 1,7 et 2,5 l/sec.

Dans la première, le débit reste constant pendant toute la durée de l'expérience, mais diffère d'un essai à l'autre. Nous possédons ainsi un ensemble de références auxquelles nous pourrions comparer les résultats des essais de la seconde série. Pour ceux-ci, le débit varie dans le temps suivant des lois qui mettent en valeur l'amplitude et la fréquence de l'hydrogramme.



Photo n° 18

Partie amont du canal initial



Photo n° 19

Essai préliminaire sans canal rectiligne initial

Le second est formé de deux séries d'essais, chacune d'elles ayant une amplitude différente :

A = 6 dans la première

A = 3 dans la seconde.

Chaque série comprend 3 essais pour lesquels diffère la fréquence : celle-ci vaut successivement 1, 2 et 6.

Ces deux séries sont formées respectivement des essais 61, 62, 66 et

31, 32, 36

Les courbes de débit de ces essais sont représentées sur les figures IV-1 et IV-2. Leur forme générale dissymétrique est inspirée d'une courbe réelle de débit. Les valeurs des débits et leurs durées sont telles que le volume écoulé est celui de l'essai O3, c'est-à-dire, de l'essai qui, d'après INGLIS, devrait donner la forme finale que nous retrouverons dans tous les essais à débit variable.

Comparant entre eux les résultats des deux groupes, nous pourrions déterminer le débit générateur correspondant à chacun des essais à débit variable ; les conditions sont réunies pour que, théoriquement, les formes du lit des essais O3, 61, 62, 66, 31, 32, 36 soient les mêmes.

IV - 4 -

---

Avant de donner les résultats obtenus et leur interprétation, ajoutons un mot sur la représentation de la rivière telle qu'elle a été faite sur notre installations. Même après avoir tenu compte des limitations imposées pour isoler les facteurs que nous voulons étudier, il est impossible de représenter exactement la rivière telle qu'elle devrait l'être. Nous devons nous borner à une rivière très schématisée et celle que nous avons représentée possède deux anomalies inexistantes dans la nature, à savoir :

- qu'à l'origine de chaque essai, la rivière est un canal rectiligne.
- que le débit ne varie pas tout au long de son parcours.

La première disposition a été jugée utile pour éviter une influence trop grande du moindre défaut de construction dans le cas où nous laisserions l'eau s'écouler sans être guidée (ph. 19). La seconde a été adoptée par impossibilité de reproduire ces variations de débit.

HYDROGRAMMES DES ESSAIS 61.62.66

Rapport des débits extrêmes A=6

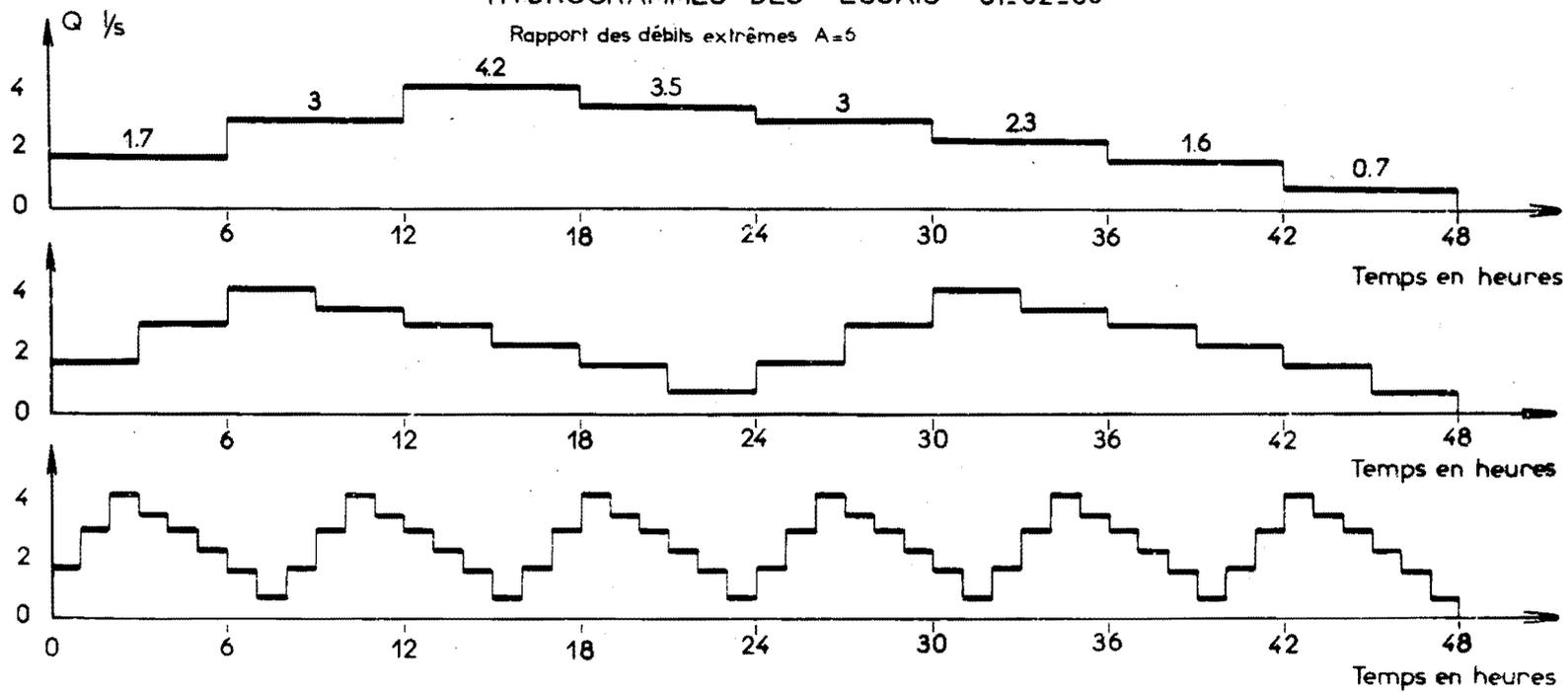


Figure IV - 1

HYDROGRAMMES DES ESSAIS 31\_32\_36

Rapport des débits extrêmes A = 3

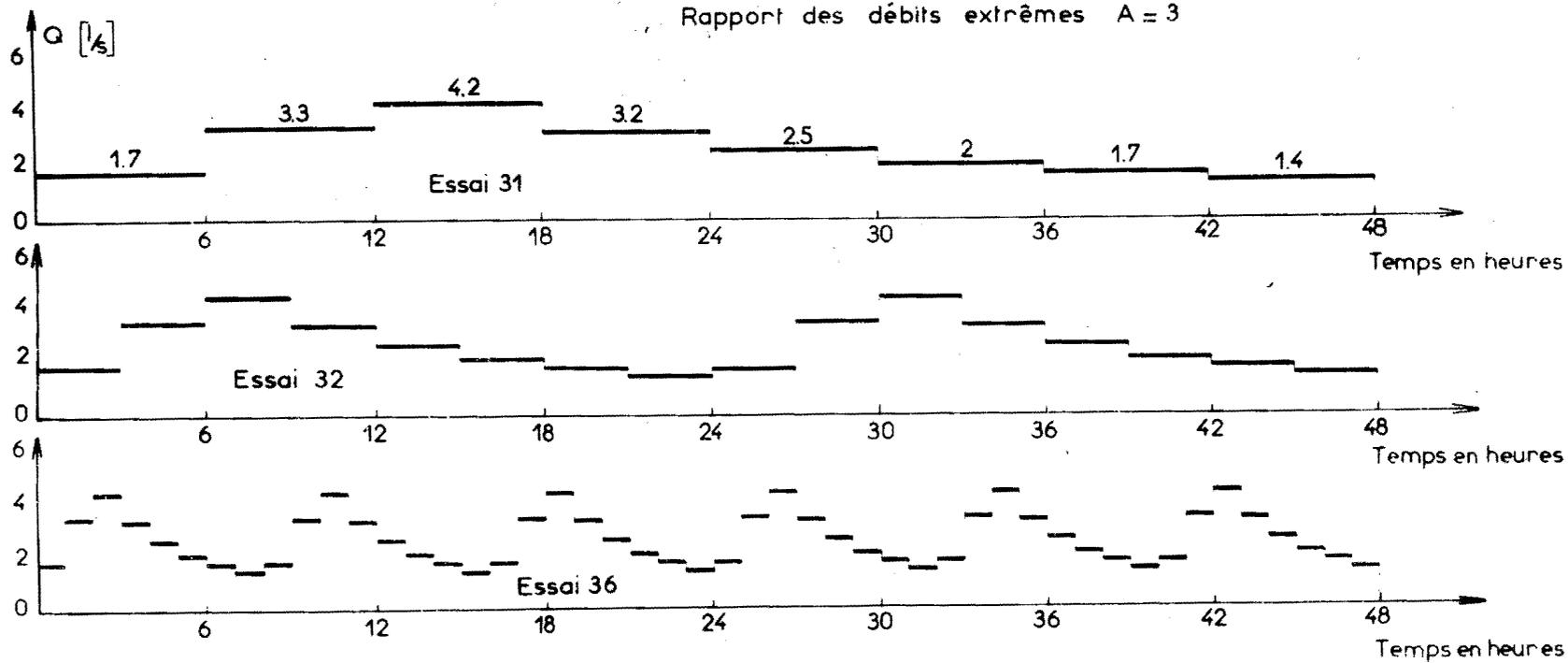


Figure IV - 2

## B / - RESULTATS

IV - 5

Nous avons parlé de leur préparation et de leur déroulement, voyons maintenant les résultats que nous avons obtenus.

### 1) - Les relevés en plan

Nous avons groupé ici les photographies de ceux que nous estimons les plus représentatifs. Elles sont à l'échelle 1/100.

Ces relevés mettent en valeur quelques phénomènes intéressants :

#### - a - Les zones d'attaque des rives et les méandres

Dans le tableau où sont groupés tous les résultats, les valeurs des colonnes  $M_1$ ,  $M_2$ , ... h sont tirées de ces photographies.

La figure IV-3 précise les notations utilisées.

#### - b - La progression des bancs de sable sur le fond du canal

Ces bancs de sable se trouvent régulièrement répartis le long des rives du canal, une fois sur une rive, autre fois sur l'autre. Si, par analogie avec les méandres nous appelons "mouilles" les zones situées au pied du front de chaque banc, nous pouvons associer à celles-ci une longueur d'onde  $\lambda$  (figure IV-4 et photo)

La photographie de l'essai 01 prise à 5 heures, montre très nettement la disposition régulière de ces bancs. Ce résultat est surprenant, car l'on s'attend à voir le transport de sable s'effectuer selon des rides perpendiculaires à l'axe du canal et occupant toute la largeur de celui-ci. Ce phénomène sera pris en considération dans la conclusion.

#### - c - Naissance et migration d'un méandre

La série de photographies prise pour l'essai 02, illustre parfaitement la naissance d'un méandre. Le phénomène de migration des méandres vers l'aval y est également très net ainsi que sur les photographies de l'essai 32.

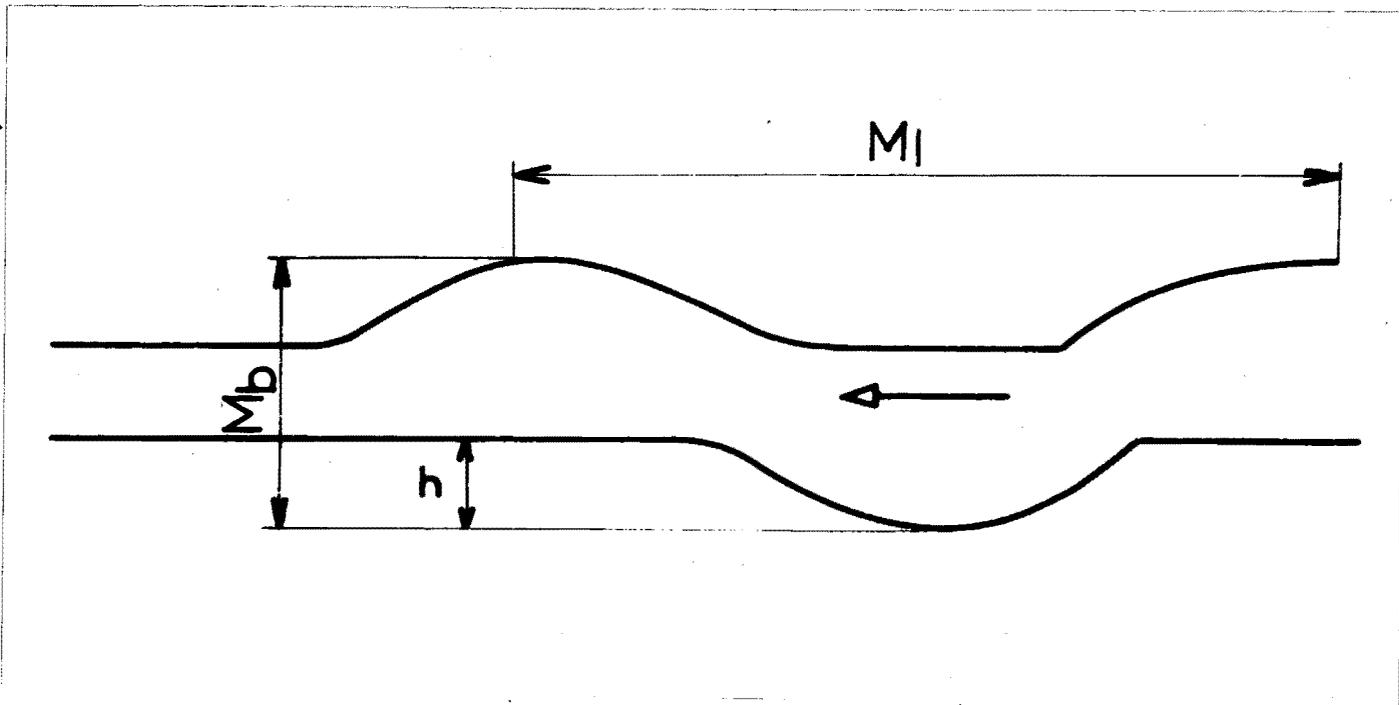


Figure IV - 3

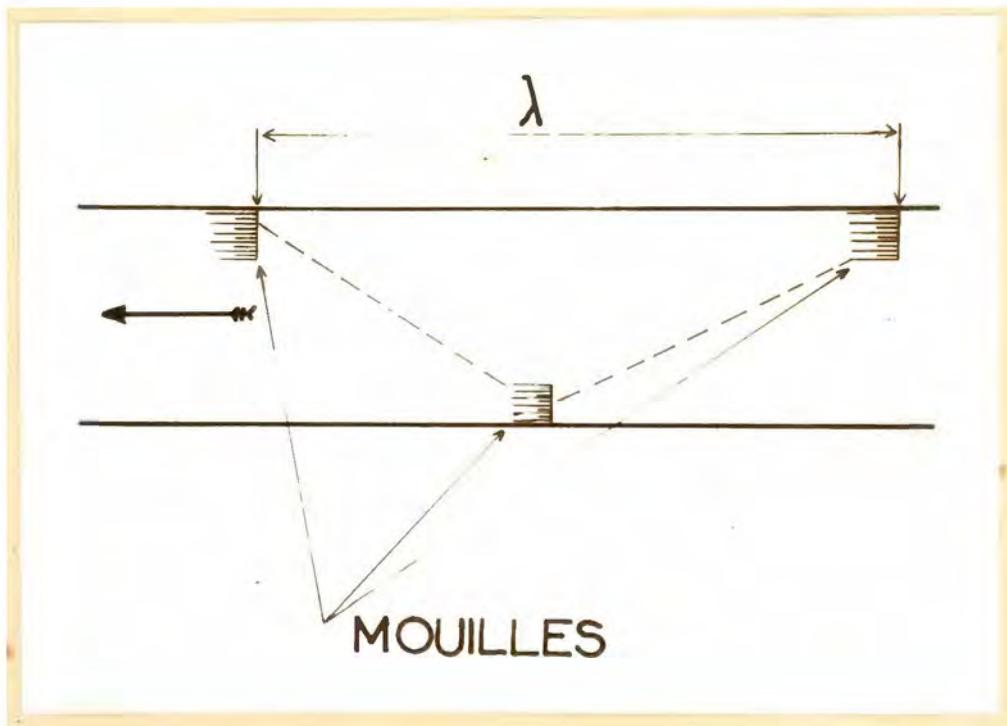
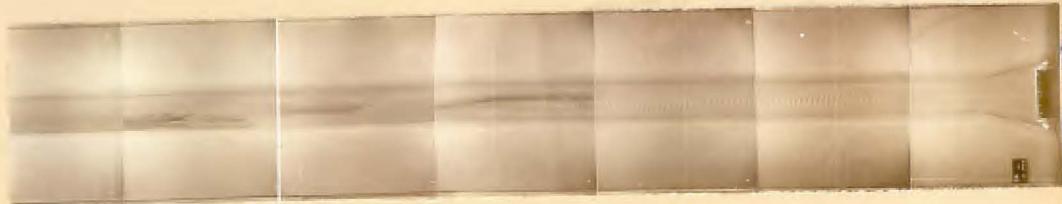


Figure IV - 4



Essai 01 à 5h  
Répartition des bancs de sable dans  
le canal rectiligne



1 heure



8 heures



24 heures

Evolution de l'essai 02



Essai 01 à 48 h :  $Q = 3,4^{1/S}$



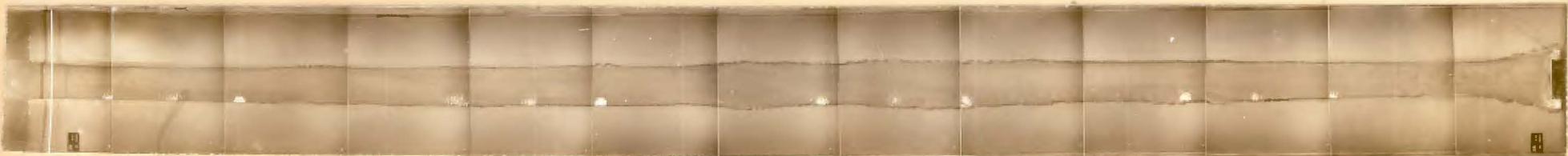
Essai 02 à 48 h :  $Q = 1,7^{1/S}$



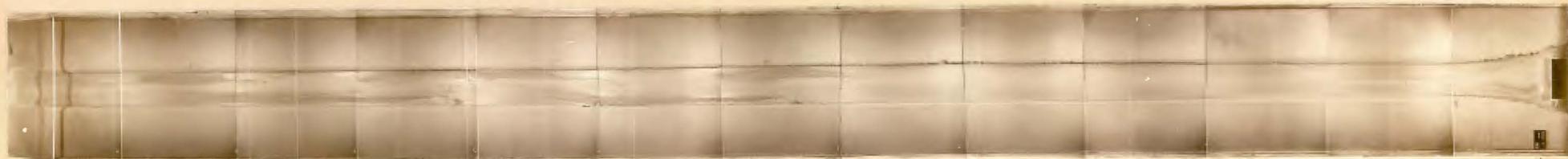
Essai 03 à 48 h :  $Q = 2,5^{1/S}$



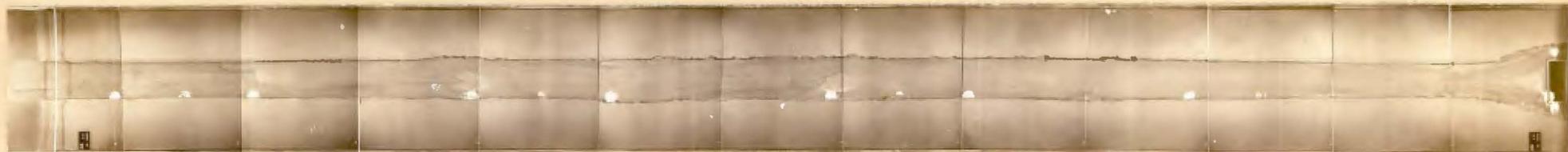
Essai 62 à 24 h.



Essai 66 à 24 h.



Essai 61 à 48 h.



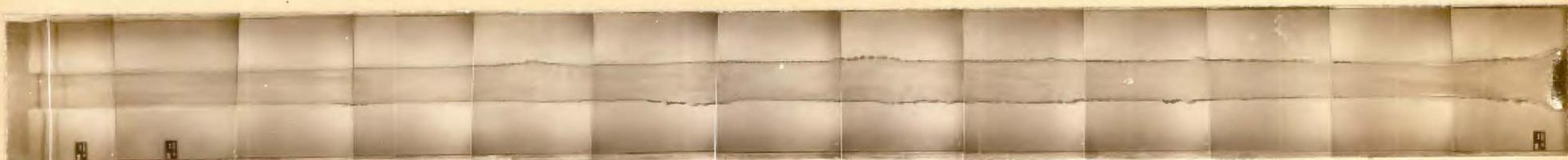
Essai 62 à 48 h.



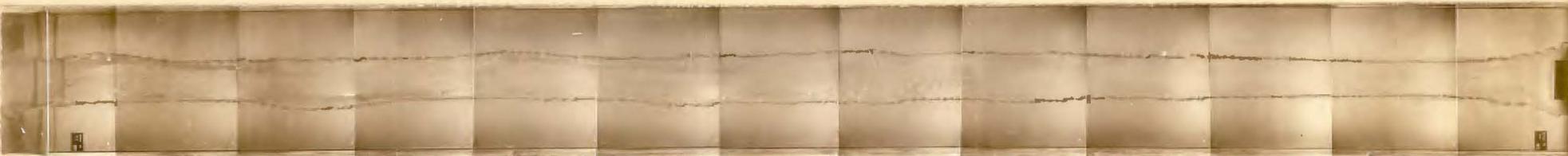
Essai 66 à 48 h.



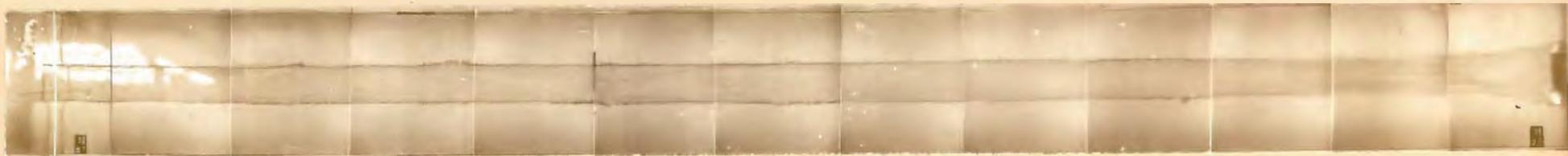
Essai 36 à 24 h.



Essai 32 à 24 h.



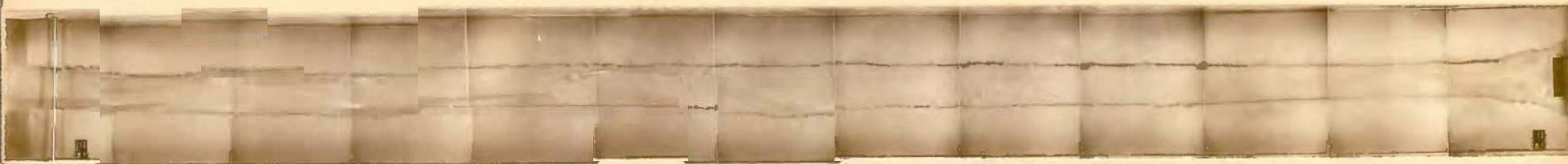
Essai 32 à 72 h.



Essai 31 à 48 h.



Essai 32 à 48 h.



Essai 36 à 48 h.

## 2) - Relevés des sections en travers

On les obtient à partir des relevés du fond et de la ligne d'eau. Nous en avons reproduit un seul ici sur la figure IV-5 Il est à l'échelle 2/10. Ces relevés sont utilisés pour le calcul de la vitesse moyenne et de la hauteur d'eau moyenne par planimétrage de la section. Ils nous fournissent également la valeur de la largeur moyenne L du lit.

La valeur de L portée sur le tableau récapitulatif est obtenue en faisant la moyenne des largeurs des sections 10, 15, 20, 25. Il est inutile de rechercher une détermination meilleure car, par suite des méandres non totalement développés, la largeur est difficilement évaluable, de façon précise. Si les sections indiquées se trouvent situées à des points d'inflexion, ou noeud de méandre, la valeur moyenne de L doit être augmentée en se basant sur la largeur au ventre du méandre, c'est-à-dire  $M_b - h$ .

Cette méthode suffit pour nous donner une idée de la taille de la rivière.

## 3) - Profils en long

Un seul des relevés effectués est reproduit ici sur la planche n° 2.

L'ensemble des résultats est consigné dans le tableau général présenté ci-après.

Ce relevé est représenté avec une distorsion des échelles : 15/1000 pour l'horizontale, 4/10 pour la verticale

Sur le dessin sont indiquées : la ligne de fond initiale

la ligne d'eau

la ligne de fond au moment du relevé.

La détermination de cette dernière mérite quelques éclaircissements. En effet, de part et d'autre de cette ligne, nous trouvons sur le dessin des points isolés ; ils représentent la profondeur réelle dans l'axe du canal. Ces points ont été corrigés pour tenir compte de la forme de la section et le point par lequel passe la ligne de fond sur le graphique est obtenu après calcul de la profondeur moyenne. Dans les sections où la profondeur moyenne n'était pas calculable, faute de relevé de la section en travers, nous nous sommes aidés des relevés au plan pour l'évaluer.

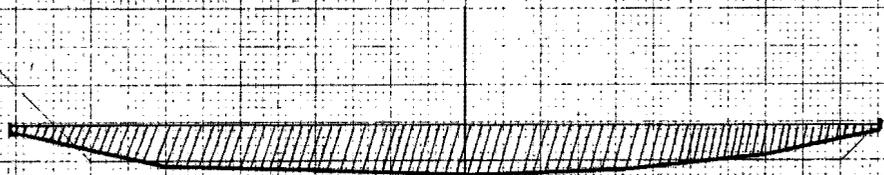
IV - 6 -

---

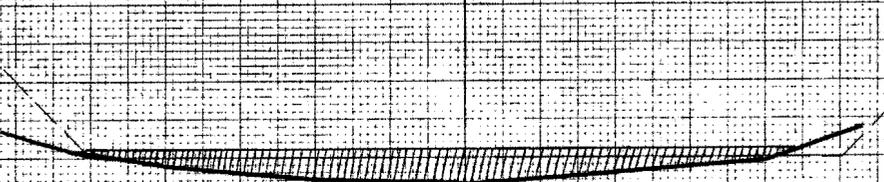
Les résultats des divers relevés sont maintenant groupés sur le tableau présenté aux pages 49 et 50

ESSAI 32

8H



24H



48H



72H



S 3

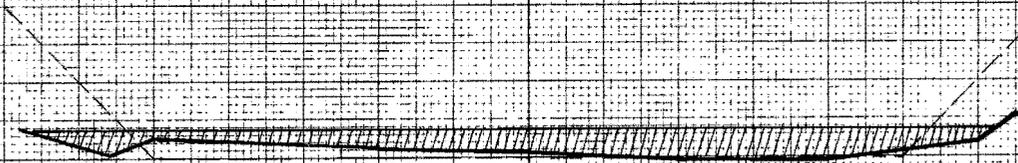
Fig IV-5

ESSAI 32

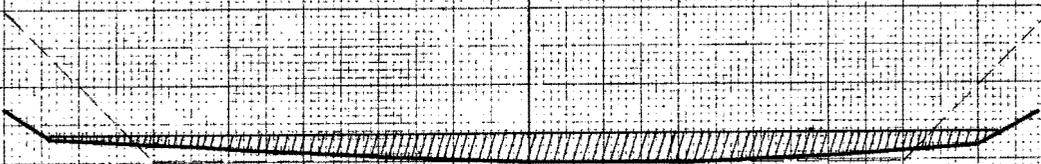
8h



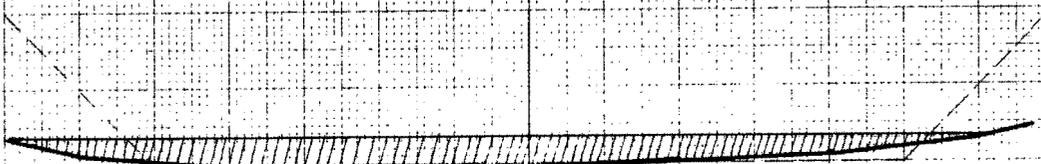
24h



48h



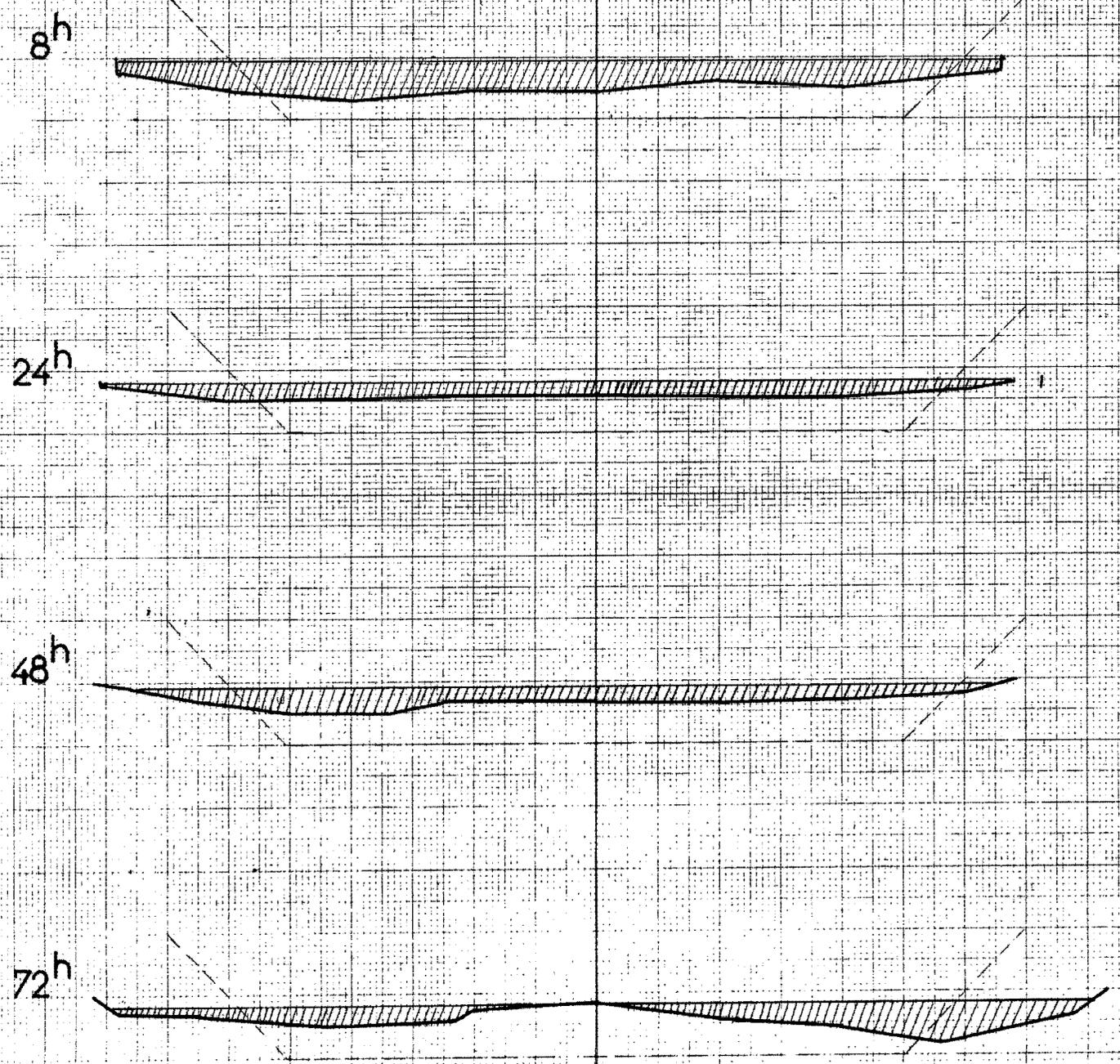
72h



S 5

Fig. IV.5

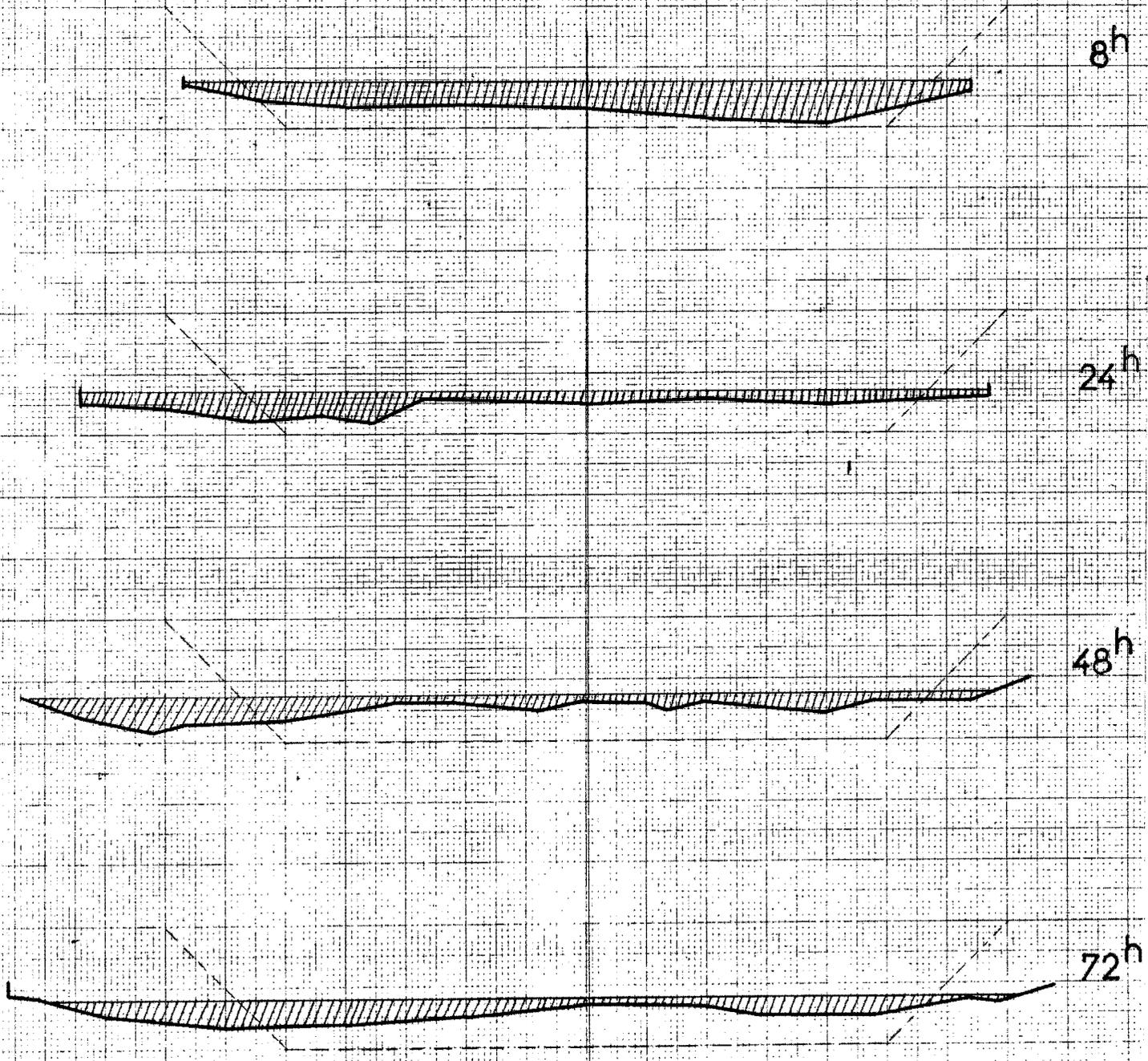
ESSAI 32



S10

Fig. IV.5

ESSAI 32



S.15

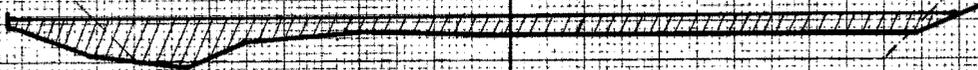
Fig. IV.5

ESSAI 32

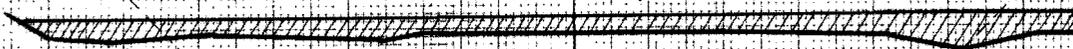
8h



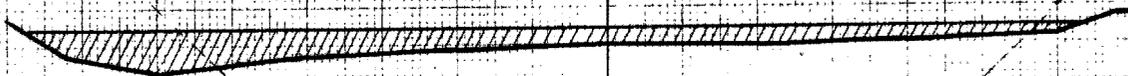
24h



48h



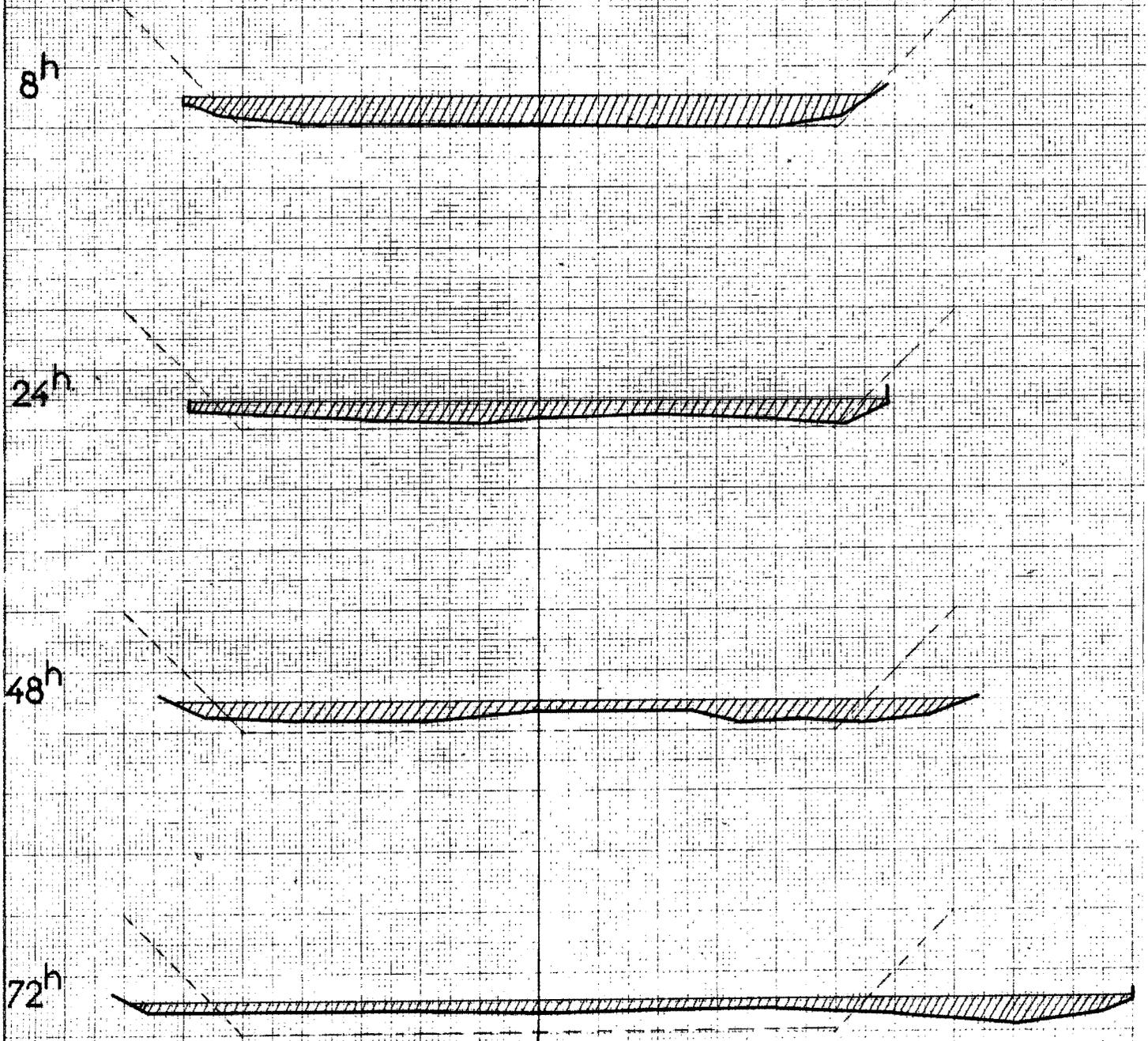
72h



S 20

Fig. IV. 5

ESSAI 32

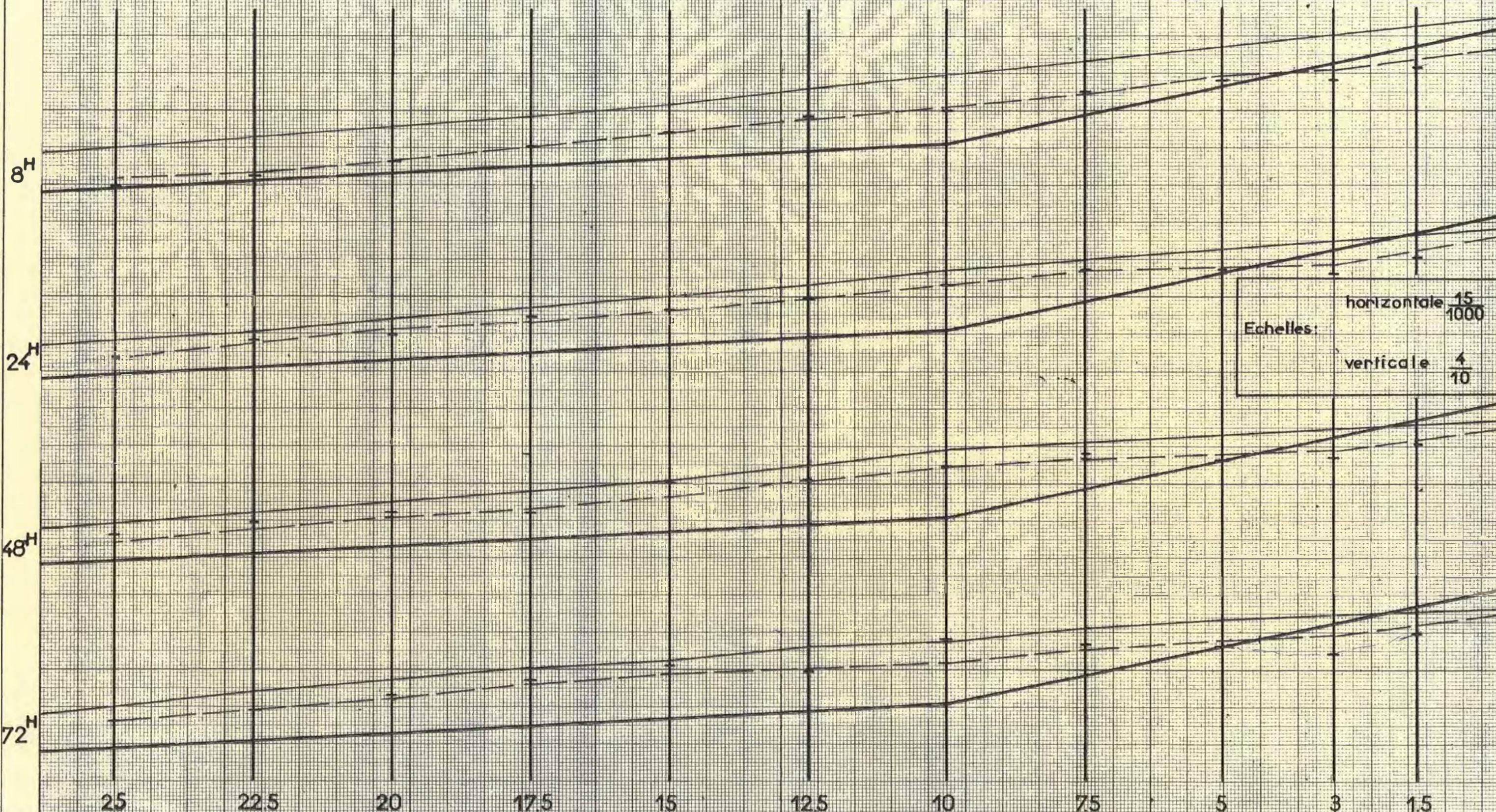


S 25

Fig. IV. 5

# ESSAI 32 PROFILS EN LONG

PLANCHE II



Echelles:  
horizontale  $\frac{15}{1000}$   
verticale  $\frac{4}{10}$

Distances à partir de la plaque amont en m

TABLEAU RECAPITULATIF

N° Essai	Heure	Débit (l/s)	M <sub>1</sub> (m)	M <sub>2</sub> (cm)	h (cm)	S Pente du fond (0/00)	Profondeur moyenne (cm)	Largeur moyenne (cm)	λ (cm)	Observations
<u>ESSAIS A DEBIT CONSTANT</u>										
01	6	3,4	-	-	-	3,75	2,1	61	4	
	24	"	-	-	-	2,9	1,9	65	7,1	
	48	"	9	75	6	2,4	2	75	9	
02	8	1,7	4,8	65	6	4,5	1,35	58	5	
	24	"	5,4	78	11,5	3,5	1,15	65	6,2	
	48	"	6	91	16	2,75	1,35	71	6,4	
03	8	2,5	-	-	-	3,5	-	-	5	
	24	"	8,30	66	4	2,75	1,75	61	7	
	48	"	8,40	82,5	12,5	2	1,65	71	7,5	

TABLEAU RECAPITULATIF (suite)

<u>ESSAIS A DEBIT VARIABLE</u>										
61	8 24 48	3 3 0,7	5,5 - -	63 - -	3 - -	3,75 2,75 2,25	2 2,3 1	60 64 55	4,5 6 6	
62	8 24 48	4,2 1,7 0,7	5 5,5* 6,8	61 63* 77	2 2,5* 5	3,85 3,13* 2,75	2,2 1,5* 0,9	63 65* 68	4,8 6,4* 6,5	2 systèmes de méandres de même amplitude. 2 syst. mais l'un est plus développé.
66	8 24 48	1,7 1,7 1,7	4,8 7,5 8	67 75 80	3 4 4	3,5 3,25 2,5	1,4 1,4 1,3	62 69 77	4,6 6 8	$M_e$ et $\lambda$ sont en phase
31	8 24 48	3,3 2,5 1,4	- 6 6	- 66 72	- 3 5	3,85 3,13 3,25	2 1,5 1,05	59 65 66	3,5 5,5 5,5	2 syst. de méandres mais " " " " " l'un est plus développé que l'autre
32	8 24 48 72	4,2 1,7 1,4 1,7	- 5,8 6 6,2	- 77 81 92	- 6 7,5 11	3,5 3,25 3,25 2,95	2,15 1,25 1,15 1,20	64 69 73 80	3,5 5,8 6 6,2	$M_e$ et $\lambda$ sont en phase
36	8 24 48	1,7 1,7 1,7	4,8 5,5* 7,1	66 73* 78	4,25 3,6* 7	4 3,25* 2,85	1,4 1,3* 1,3	61 68* 72	5 5* 6	2 syst. de m amplitude 2 syst. ms l'un est plus développé.

IV - 7 -

Un premier examen de ce tableau nous conduit à faire certaines remarques :

1) - Tous les essais, exception faite de l'essai n° 32, nous montrent qu'aucune des variables n'a atteint en fin d'essai une valeur constante.

$M_1$  ,  $M_b$  ,  $h$  ,  $L$  ,  $\lambda$  augmentent avec le temps ; S diminue.

L'essai n° 32 se distingue des autres car :

a -  $M_1$  et S ne changent pratiquement pas entre 24 et 72h.

b - Les "mouilles" sont en phase avec le méandre après 24 h .

Par contre,  $M_b$  ,  $h$  et  $L$  augmentent avec le temps.

$M_1$  et S sont mis en vedette comme conditions importantes régissant l'équilibre du chenal. Les résultats obtenus par INGLIS nous le laissaient attendre. Par contre,  $M_b$  ne se révèle pas être un facteur décisif ; ce résultat concorde avec les dires de INGLIS.

2) - L'essai n° 36 présente la particularité de posséder au bout de 8 heures un système de méandres différent de celui qu'il aura à 48 heures : en partant d'amont, le premier point d'attaque se trouve sur la rive gauche de la section 9,80 à 8 h ; le même point se trouve sur la rive droite de la section 10 à 48 h. A 24 h. , nous avons une transition entre ces deux systèmes : ils sont superposés et d'égale amplitude, ce qui les rend pratiquement indiscernables.

Les résultats correspondants sont marqués d'une astérisque pour indiquer qu'ils sont sujets à caution.

3) - Un phénomène de superposition analogue se rencontre dans l'essai n° 62 à 24 h. Les résultats correspondants sont, eux aussi, marqués d'une astérisque.

## V - INTERPRETATION DES ESSAIS

---

En cherchant l'interprétation à donner aux résultats de nos essais, nous avons été amenés à :

- 1) - Vérifier les relations proposées par INGLIS
- 2) - Déterminer l'influence de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme.

### A/ - VERIFICATION DES RELATIONS PROPOSEES

#### PAR INGLIS

V - 1 -

La formule  $Q_g = 0,60 Q_{Max}$  a été obtenue à partir des deux équations :

$$M_1 = 28 Q_{Max}^{1/2}$$

et

$$M_1 = 36 Q^{1/2}$$

Les essais 61 , 62 , 66 , 31 , 32 , 36 ayant le même débit maximum, doivent , d'après la formule d'INGLIS, avoir le même débit générateur valant 2,5 l/sec , c'est-à-dire la même longueur d'onde , longueur égale d'autre part à la longueur d'onde des méandres de l'essai 03. Or, si nous examinons les résultats, nous trouvons :

Essai 03 à 48 h.	.....	$M_1 = 8,4 \text{ m.}$
" 61 "	.....	$= (\text{sans méandres})$
" 62 "	.....	$= 6,8$
" 66 "	.....	$= 8$
" 31 "	.....	$= 6$
" 32 "	.....	$= 6$
" 36 "	.....	$= 7,1$

La formule n'est pas vérifiée.

L'on peut objecter que , l'équilibre n'étant pas atteint, cette affirmation est injustifiée. Pour y répondre, nous examinerons les essais 03 et 32 : l'essai 32 a atteint l'équilibre, la longueur d'onde correspondante ne subira pas de changement ; par contre, cette même grandeur augmente tout au long de l'essai 03 et continuera ainsi jusqu'à l'équilibre. Il est donc impossible que ces deux longueurs d'onde soient jamais égales.

Ainsi que nous nous y attendions, la formule :

$$Q_g = 0,60 Q_{\text{Max}}$$

n'est pas applicable dans tous les cas. Si nous admettons que tous les facteurs isolés par nos dispositions sont les seuls à influencer sur la longueur d'onde, nous devons conclure que l'amplitude et la fréquence de l'hydrogramme ont aussi une influence sur celle-ci.

Mais, avant de chercher à déterminer cette influence, examinons les essais 01, 02, 03.

V - 2 -

---

Pour ces essais portons sur un diagramme logarithmique la longueur d'onde en fonction du débit : nous obtenons trois points sensiblement alignés sur une droite de pente 1/2. (Voir figure V-1). Sur le même diagramme, portons maintenant les résultats des essais de FRIEDKIN (10) et d'INGLIS (9). Ils se groupent le long de deux droites parallèles à celle que nous avons obtenue.

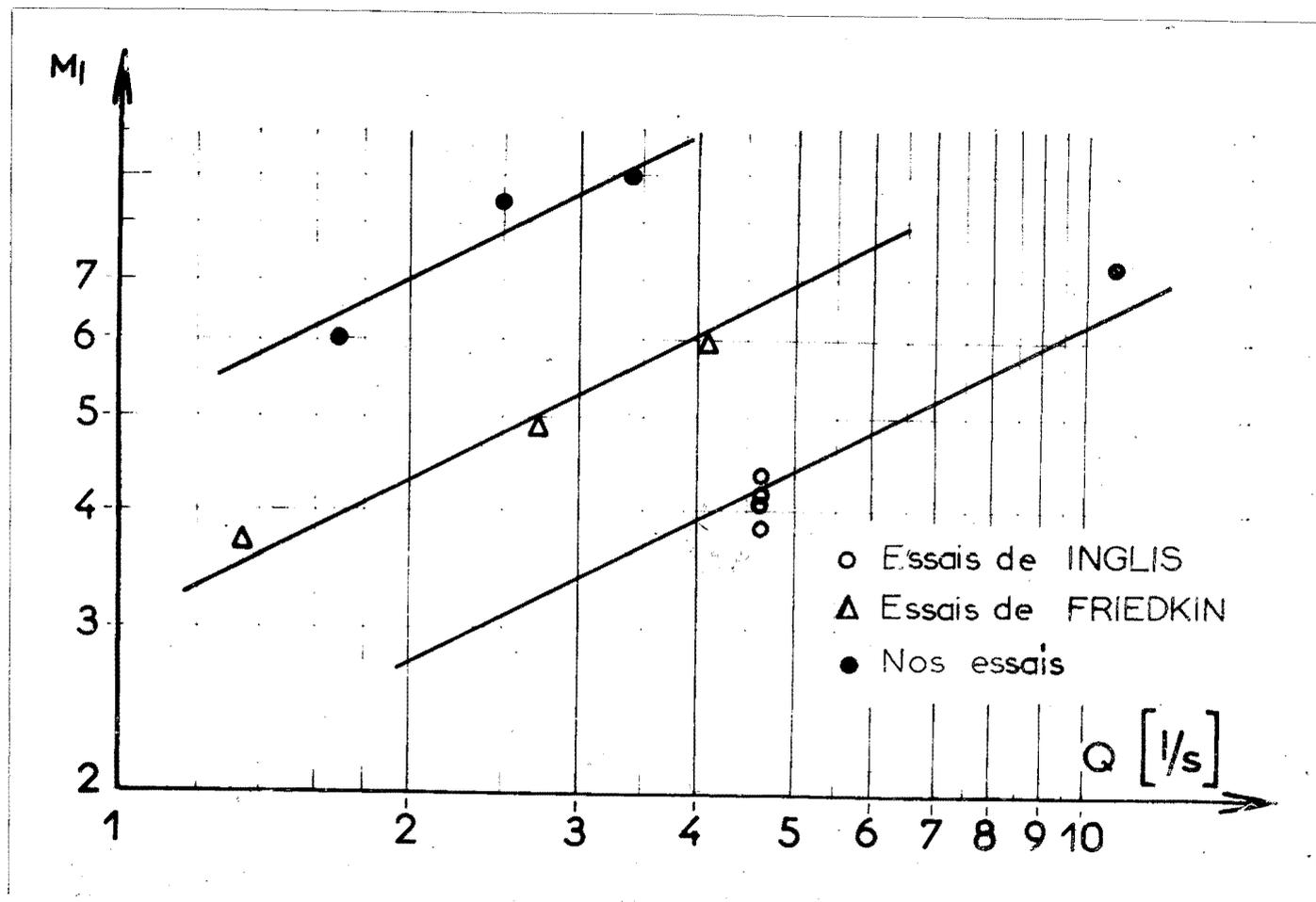


Figure V - 1

La relation donnant la longueur d'onde a donc une forme analogue à celle avancée par INGLIS :

$$M_1 = K Q^{1/2}$$

le coefficient 36 donné par ce dernier correspondant à un cas particulier.

Nous verrons, dans le paragraphe suivant, que ce coefficient K dépend de la pente, du diamètre du matériau et du débit solide.

La pente de nos essais est de l'ordre de 3 0/00, celle de FRIEDKIN vaut 7,5 0/00, celle d'INGLIS n'est pas connue. Quant au matériau :

$$d_{50} = 0,47 \text{ mm dans nos expériences}$$

$$d_{50} = 0,50 \text{ mm pour FRIEDKIN}$$

$$d_{50} = 0,21 \text{ mm pour INGLIS.}$$

Nous ne possédons aucune donnée relative au débit solide.

Les valeurs différentes de K peuvent donc s'expliquer par la diversité des caractéristiques des essais.

En résumé, la forme de la formule d'INGLIS est correcte ( $M_1 = K Q^{1/2}$ ) la valeur du coefficient dépendant de la pente, du matériau et du débit solide.

Lorsque nous voudrions utiliser cette formule comme base de comparaison, il nous faudra donc avoir soin de nous placer dans des conditions telles que l'ordre de grandeur de chacune des trois variables soit le même.

Dans notre étude, nous pourrions utiliser la formule :

$$M_1 = 156 Q^{1/2} \quad (\text{système métrique})$$

La formule déduite des essais d'INGLIS est :

$$M_1 = 36 Q^{1/2} \text{ (ft et sec) ou } M_1 = 65 Q^{1/2} \text{ (m et sec)}$$

Pour FRIEDKIN, on a :

$$M_1 = 53 Q^{1/2} \text{ (ft et sec) ou } M_1 = 94,4 Q^{1/2} \text{ (m. et sec)}$$

En ft; et sec, notre formule serait :

$$M_1 = 86 Q^{1/2}$$

V - 3 -

Arrivés à ce point de la discussion et avant d'entreprendre l'étude de l'influence de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme, nous devons faire quelques remarques à propos de la formule que nous proposons pour la longueur d'onde.

1) - Les essais 01 , 02 , 03 n'ayant pas atteint l'équilibre, le coefficient réel K doit être légèrement supérieur à 156. En effet, l'évolution constatée au cours des essais montre que la longueur d'onde augmente jusqu'à l'équilibre. Nous anticipons ce résultat en nous basant sur l'essai 32 pour lequel nous pouvons admettre que l'équilibre est pratiquement atteint au bout de 72 h.  
Dans la discussion qui suivra, nous devons penser que toutes les expressions sont à revoir en fonction de ce fait.

2) - Examinons les conditions dans lesquelles nous l'utiliserons.

a - La pente :

Dans tous les essais, elle reste voisine de 3 0/00

b - Le tirant d'eau :

Les mesures faites pour un même débit nous montrent qu'il reste à peu près constant.

Pour l'essai 02 - à 48 h, la profondeur moyenne vaut	1,35 cm
" " 66 " " "	1,30 cm
" " 36 " " "	1,30 cm.

c - La largeur :

Comme le tirant d'eau, à débit égal , elle possède des valeurs peu différentes les unes des autres.

Pour l'essai 02 à 48 h, elle vaut	71 cm
" " 66 " "	77 cm
" " 36 " "	72 cm.

Les deux dernières caractéristiques dépendent entre autre du matériau du lit et du débit charrié. En particulier, d'après LEOPOLD et MADDOCK (11), ce dernier serait un facteur essentiel de la détermination de la largeur : plus le débit de charriage est important, plus il semble que le lit est large.

Les différentes caractéristiques de la rivière conservant sensiblement la même valeur, nous n'aurons à tenir compte ni des variations de granulométrie du matériau du lit, ni du débit solide

Ces considérations nous permettent d'utiliser la seule formule :

$$M_1 = 156 Q^{1/2}$$

comme base de comparaison.

### B/ - INFLUENCE DE L'HYDROGRAMME

Nous nous livrerons à l'étude de l'influence de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme en gardant présent à l'esprit que nos essais n'ont pas atteint l'équilibre, mais que, sous cette réserve, nous pouvons travailler avec la seule longueur d'onde comme base de comparaison.

#### V - 4 - Examen qualitatif

##### 1) - Effet de l'amplitude

Nous comparons les résultats des essais de même fréquence et pour lesquels le volume total est le même ; quatre couples correspondent à cette condition.

A 48 h	les essais 62 et 32	pour lesquels $M_1 = 6,8$ et $6$ m.
"	" 66 et 36	" 8 et $7,1$ m.
A 24 h	les essais 62 et 32	pour lesquels $M_1 = 5,5$ et $5,8$
"	" 66 36	" 7,5 5,5

Trois d'entre eux montrent une augmentation de la longueur d'onde avec l'amplitude. Le quatrième (62-32 à 24 h.) est un cas particulier déjà signalé.  
La longueur d'onde des méandres augmente avec l'amplitude de l'hydrogramme, à volume total écoulé égal.

2) - Effet de la fréquence

Les essais à comparer sont groupés sur les deux tableaux suivants .

AMPLITUDE 6

Heure	Essai 61	Essai 62	Essai 66
24	-----	$M_1 = 5,5 \text{ m}$	$M_1 = 7,5 \text{ m}$
48	-----	$M_1 = 6,8 \text{ m}$	$M_1 = 8 \text{ m}$
48	$\lambda = 6 \text{ m}$	$\lambda = 6,5 \text{ m}$	$\lambda = 8 \text{ m}$

AMPLITUDE 3

Heure	Essai 31	Essai 32	Essai 66
24	-----	$M_1 = 5,8 \text{ m}$	-----
48	$M_1 = 6 \text{ m}$	$M_1 = 6 \text{ m}$	$M_1 = 7,1 \text{ m}$

Nous déduisons de l'examen de ces tableaux que la longueur d'onde augmente avec la fréquence , à volume total égal.

CONCLUSION :

Le débit générateur d'une rivière augmente avec l'amplitude et la fréquence de l'hydrogramme.

V - 5 - Examen quantitatif

---

Maintenant, notre matériel de travail ne sera plus la longueur d'onde, mais le débit générateur calculé à partir de  $M_1$  par la formule :

$$M_1 = 156 Q^{1/2}$$

Les valeurs de  $Q_g$  ainsi obtenues dans les divers essais sont les suivantes :

A 24 h.	pour l'essai	62	$Q_g$ vaut	1,25 l/sec	
	"	66	"	2,3 "	
	"	32	"	1,4 "	
	"	36	"	1,25 "	
A 48 h.	pour l'essai	61	$Q_g$ vaut	-----	1,5 l/sec (calculé avec $\lambda$ )
	"	62	"	1,9 l/sec	
	"	66	"	2,65 "	
	"	31	"	1,5 "	1,25 (avec $\lambda$ )
	"	32	"	1,6 "	
	"	36	"	2,1 "	

1) - Etude de l'amplitude

Les résultats obtenus à fréquence constante :

F = 1 correspond aux essais 61 et 31 (mouilles)

F = 2 correspond aux essais 62 et 32

F = 6 correspond aux essais 66 et 36

sont reportés sur le graphique V - 2 donnant  $Q_g$  en fonction de :

$$\frac{(Q_{Max} - Q_{Min})}{Q_{Max}} = 1 - \frac{1}{A}$$

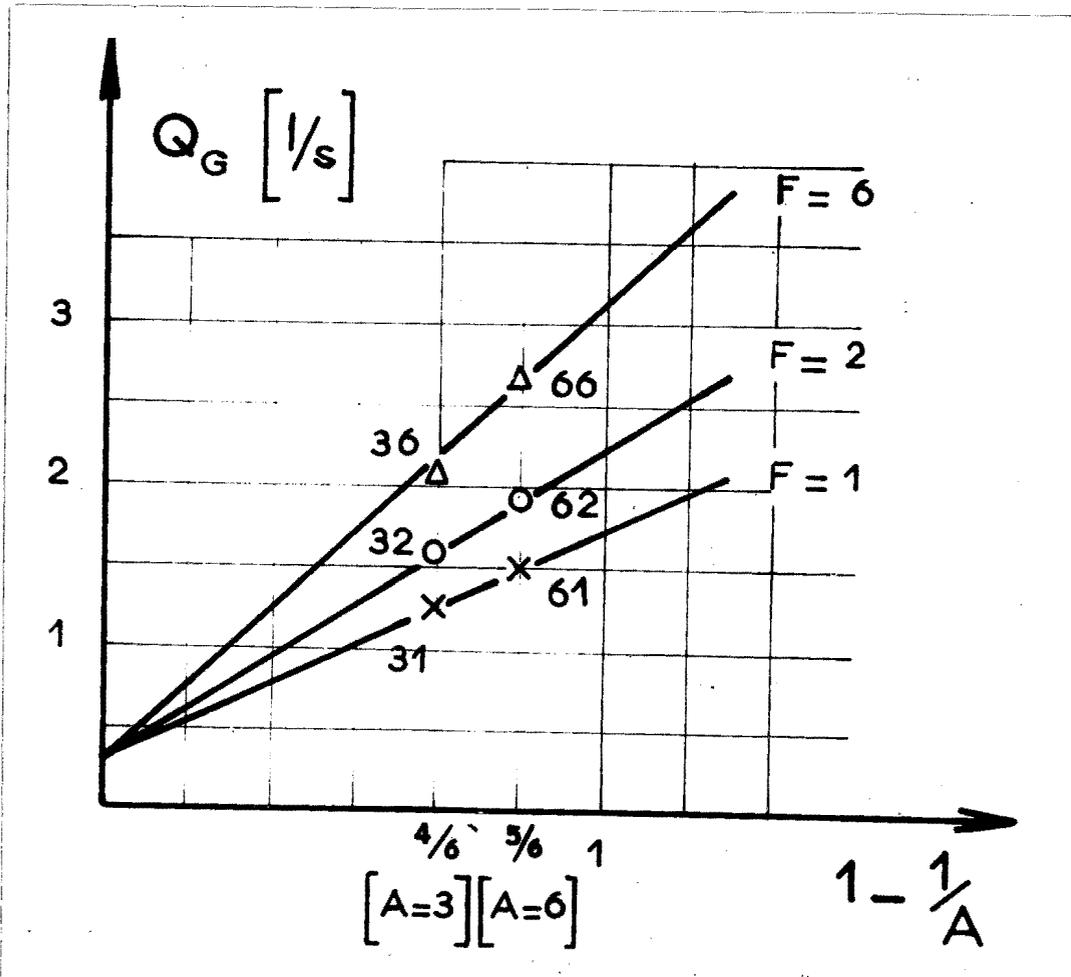


Figure V - 2

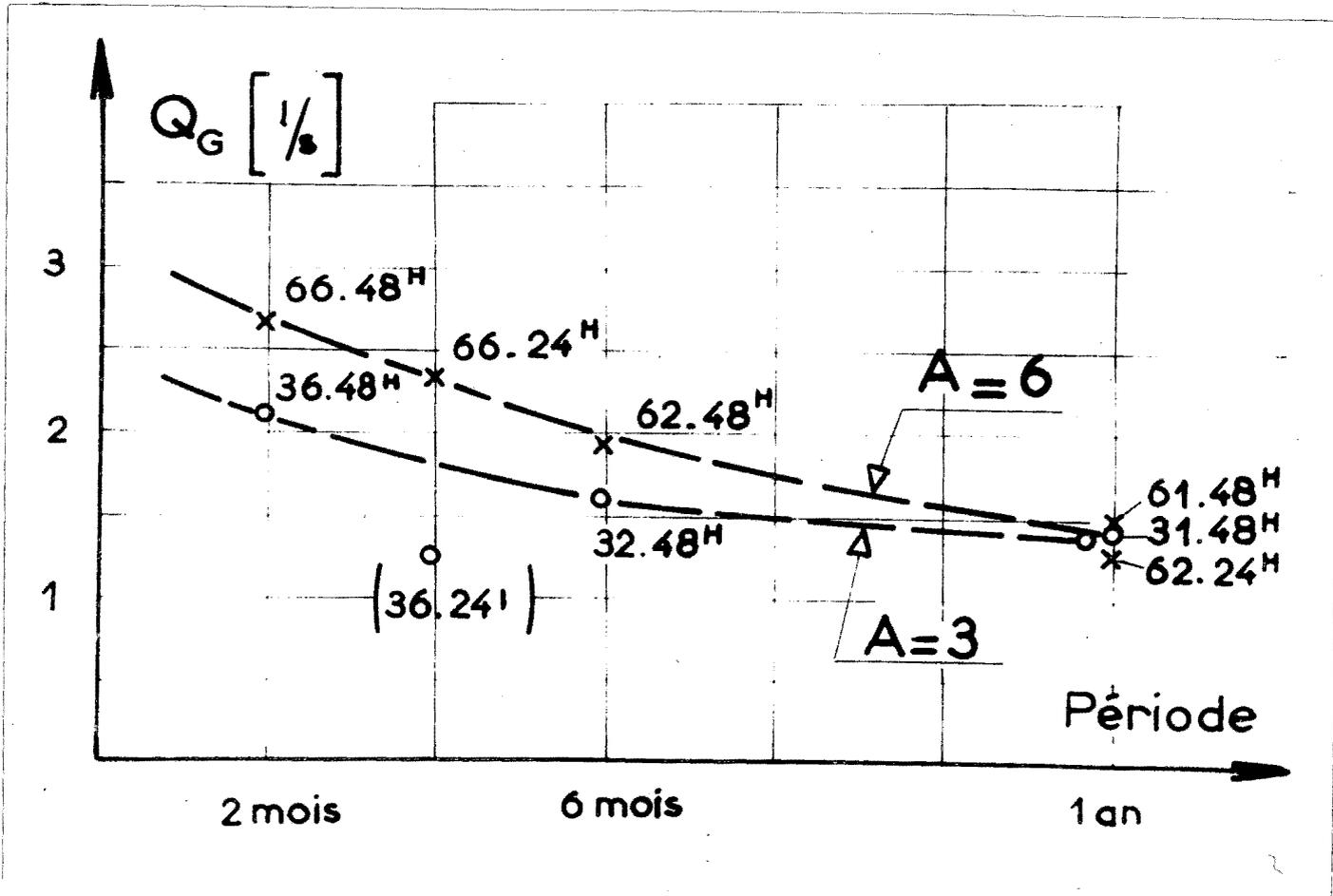


Figure V - 3

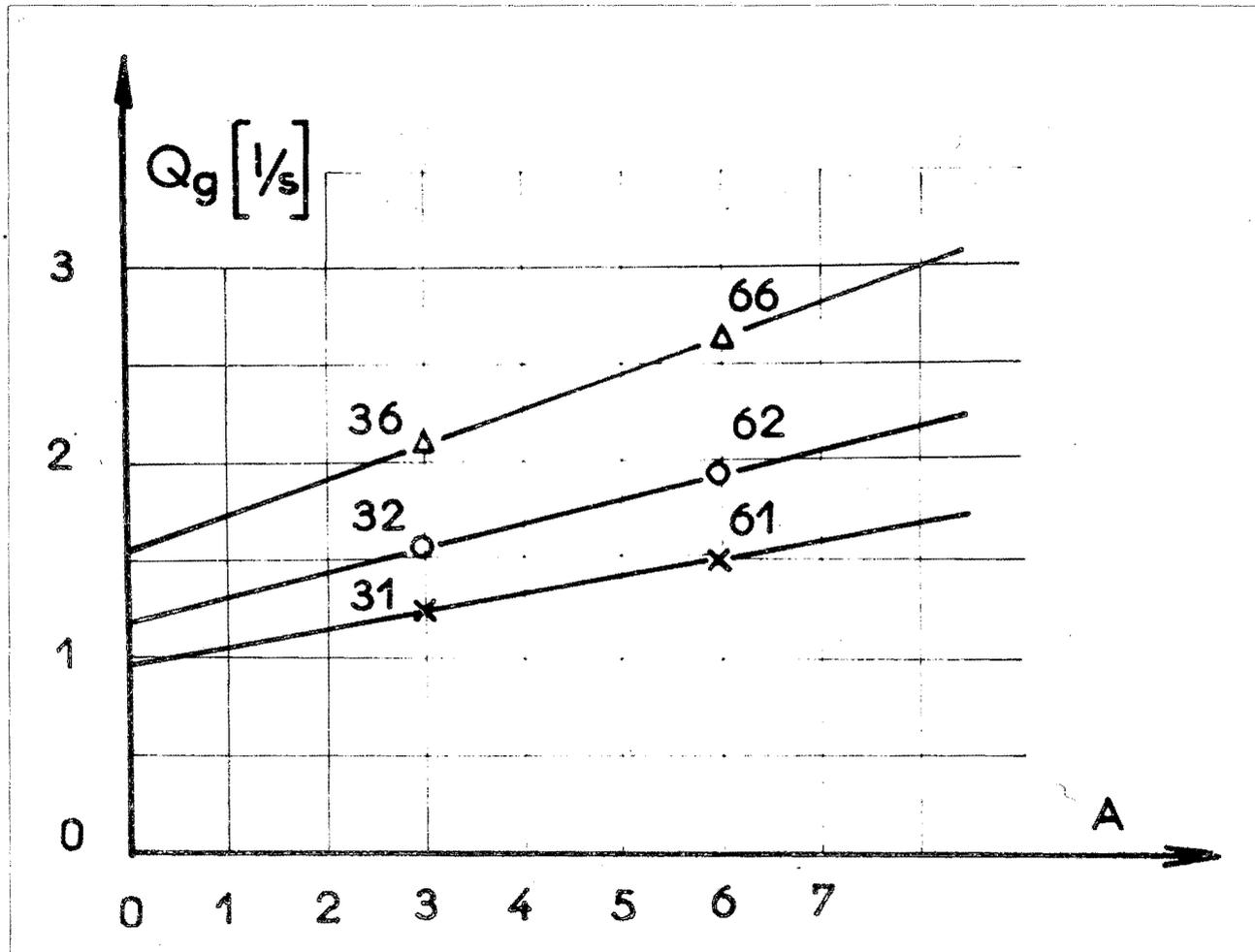


Figure V - 4

2) - Etude de la fréquence

Nous portons  $Q_g$  en ordonnée et la période en abscisse.

En supposant qu'une année soit représentée par 48 h., nous utilisons deux groupes de points :

1/ - A = 6 Ce sont les essais 61, 62, 66

2/ - A = 3 Ce sont les essais 31, 32, 36

Ces points se groupent sensiblement suivant deux courbes représentées sur la figure V-3.

Si maintenant nous supposons que 24 heures correspondent à une année, nous pouvons encore utiliser quatre points :

Essais 62 et 66 à 24 h.

Essais 32 et 36 à 24 h.

Nous voyons que tous les points se groupent bien sur deux courbes.

3) - Expression du débit générateur

On peut déduire de la figure V-2 l'expression de  $Q_g$  :

$$Q_g = K' \left( 1 - \frac{1}{A} \right) + K''$$

$K'$  est un coefficient dépendant de la fréquence.

$K''$  est une constante.

V - 6 - Remarques

1) - Insuffisance du nombre d'essais

Un plus grand nombre d'essais serait nécessaire pour établir la linéarité de la relation entre :

$$Q_g \quad \text{et} \quad \left( 1 - \frac{1}{A} \right)$$

Nous pourrions penser rémédier à cette insuffisance en ayant recours à des observations dans la nature. Ceci sera possible lorsqu'aura été établie une formule tenant compte des différents paramètres influençant la longueur d'onde. Ce point fera l'objet de recherches ultérieures.

## 2) - Justification de l'étude de $Q_g$ en fonction de $l = \frac{1}{A}$

L'explication du choix de  $l = \frac{1}{A}$  au lieu de  $A$ , à priori plus logique

ressort de l'examen de la figure V - 4, donnant  $Q_g$  en fonction de  $A$ .

Nous voyons que, là encore, les variations semblent être linéaires. Mais, dans ce graphique, si nous donnons à  $A$  la valeur 1, chaque fréquence conduit à une valeur différente du débit générateur, ce qui est certainement erroné. En effet,  $A = 1$  correspond à un débit constant et la fréquence n'a plus d'influence. Par contre, dans le diagramme donnant  $Q_g$  en fonction de  $l = \frac{1}{A}$

les trois droites sont concourantes en un point qui correspond à la valeur  $A = 1$ .

Pour la même raison, il est inutile d'étudier les variations de  $Q_g$  en fonction de  $Q_{Max} - Q_{Min}$  ce qui pourrait paraître naturel au premier abord.

## C/ - CONCLUSIONS

V - 7

---

Pour mener à bien notre étude, nous avons fixé à priori quatre paramètres pour tous les essais : le matériau, la pente, le débit maximum, le volume total écoulé pendant le même intervalle de temps, c'est-à-dire, le débit moyen. Que devons-nous penser de cette détermination ?

- Les deux premiers facteurs caractérisent le terrain sur lequel coule la rivière. Nous avons vu qu'ils avaient une influence sur la longueur d'onde des méandres et par voie de conséquence, sur le débit générateur. Leur élimination est donc justifiée.

Par contre, il est un troisième facteur que nous n'avons pas considéré, le débit solide. Son influence se fait sentir sur les caractéristiques de la rivière. Dans notre cas, celles-ci gardent les valeurs du même ordre et tout se passe comme si le débit solide était lui aussi fixé ; des recherches ultérieures permettront d'étudier ses variations.

- Le débit maximum et le débit moyen sont deux facteurs caractérisant l'hydrogramme. Si nous considérons un hydrogramme à un maximum, il est parfaitement défini lorsque nous connaissons : le débit maximum, l'amplitude, le débit moyen, la forme. Pour étudier l'influence de l'hydrogramme sur la forme du lit de la rivière il faut isoler successivement tous ces facteurs. Puisque nous nous intéressons ici à l'amplitude, les trois autres facteurs doivent être fixés ; c'est ce qui a été fait. De nouveaux essais devront être menés pour étudier les autres facteurs dont l'influence doit se faire sentir sur les coefficients  $K'$  et  $K''$  de la formule que nous avançons.

En résumé, nous voyons que de tous les facteurs dont dépend le phénomène, les deux qui ont été isolés dans cette étude sont bien les seuls à varier.

Dans ces conditions, nos essais montrent que :

1°) - Le débit générateur dépend de l'amplitude et de la fréquence de l'hydrogramme de la rivière.

2°) - La valeur du débit générateur varie comme le rapport :

$$\frac{Q_{Max} - Q_{Min}}{Q_{Max}}$$

Cette seconde affirmation peut expliquer l'existence dans une rivière de deux systèmes de méandres superposés. En effet, si l'hydrogramme de la rivière possède un maximum secondaire  $Q_{M2}$ , nous pourrions voir apparaître un second système de méandres correspondant au débit générateur secondaire dépendant du rapport :

$$\frac{Q_{M2} - Q_{Min}}{Q_{M2}}$$

Les coefficients de la relation liant  $Q$  au rapport indiqué sont à déterminer en fonction d'une part des paramètres définissant l'hydrogramme d'autre part de la pente, du matériau, du débit solide.

Ces trois derniers sont probablement intimement liés si bien qu'il ne resterait plus qu'une seule variable de base : le matériau qui interviendrait par son diamètre caractéristique et sa vitesse de décantation.

## VI - CONCLUSION GENERALE

---

VI - 1 -

---

En face de l'ampleur du domaine de recherche que constitue l'étude du mécanisme de formation des cours d'eau naturels, nous ne nous dissimulons pas que ce travail a pu explorer seulement une faible partie des problèmes en cause ne serait ce que par le nombre réduit des essais.

Cependant, si nos conclusions ne sont pas formelles, elles ont l'avantage d'orienter de futures recherches. Elles ne présentent pas un caractère de généralité suffisant pour pouvoir être soumises à des vérifications d'après des relevés déjà faits dans la nature. Le nombre de facteurs qui peuvent modifier la formule dont nous sommes partis ( $M_1 = 156 Q^{1/2}$ ) est trop important pour avoir quelque espoir de rencontrer deux phénomènes comparables.

Avant d'essayer d'une telle vérification, il faudrait se livrer à des études sur modèle des facteurs dont nous n'avons pas tenu compte. Nous avons éliminé l'influence du matériau, de la pente, du débit solide, du débit maximum et du débit moyen. Cette énumération est-elle complète ? La formule que propose WERNER (12) comme expression de la longueur d'onde d'un méandre en formation tient compte, outre des facteurs énumérés ci-dessus, de la forme de la section en travers initiale. Cette variable n'a pas d'influence sur nos résultats, mais une étude plus complète de la formule :

$$M_1 = 156 Q^{1/2}$$

devra en tenir compte.

VI - 2 -

---

Notre étude aboutit à une conclusion déjà reconnue par INGLIS : la longueur d'onde des méandres est une grandeur qui suffit à elle seule à caractériser une rivière, c'est-à-dire, un climat et une géographie.

La deuxième dimension caractérisant un méandre, son amplitude, n'est pas aussi déterminante que la longueur d'onde. Nous pouvons nous en assurer en considérant de nouveau l'essai 32. Alors que l'équilibre semble déjà atteint en ce qui concerne la pente et la longueur d'onde, l'amplitude continue à augmenter. Jusqu'à quand le fera-t-elle ?

Nous nous contenterons de suggérer une limite possible à ses variations l'amplitude du méandre croît jusqu'à atteindre une valeur donnant au méandre une forme pour laquelle le travail effectué par l'eau dans son mouvement atteint un minimum compatible avec tous les autres facteurs l'influençant. La rivière est à la recherche d'un équilibre : cet équilibre est une conséquence du principe du travail minimum.

VI - 3 -

---

Ce même principe doit régir les évolutions de la section en travers ainsi que celles du profil en long.

La section en travers adaptera sa largeur et sa profondeur en fonction des débits solide et liquide qui transitent à travers elle. Des modifications de la rugosité seront aussi une manifestation de cette recherche.

Quant aux modifications du profil en long, elles s'effectueront par érosion ou dépôt suivant le cas. Ces adaptations peuvent être à l'origine de la formation des méandres. Après bien d'autres théories développées à ce propos, nous suggérerons ici une explication possible.

Là où la pente du terrain est assez grande, l'eau se charge en sédiments afin d'adapter le profil en long de son lit en fonction du principe du travail minimum. Ces sédiments sont transportés par l'eau, mais de façon irrégulière : ce transport a lieu dans certaines zones du lit seulement. GEOPOLD et WOLMAN (7) ont signalé ce fait ; il est d'autre part visible sur la photographie de l'essai 02 prise 1 heure après le début de l'essai. On peut rechercher une explication de ceci dans les courants secondaires sur lesquels LELIAVSKY (6) s'étend longuement à propos de l'étude du transport en suspension.

Arrive un moment où ces sédiments se déposent, créant une dissymétrie dans le lit, provoquant à son tour la formation d'une perturbation qui se propage tout au long du cours d'eau : c'est la théorie exposée par WERNER (12). Le résultat final serait une longueur d'onde parfaitement déterminable à l'avance, une fois connue l'influence des nombreux facteurs entrant en jeu. Néanmoins, cette valeur est une caractéristique de la rivière, alors que l'amplitude du méandre résulterait des adaptations de la rivière au principe du travail minimum dans ses trois plans de formation.

VI - 4 -

---

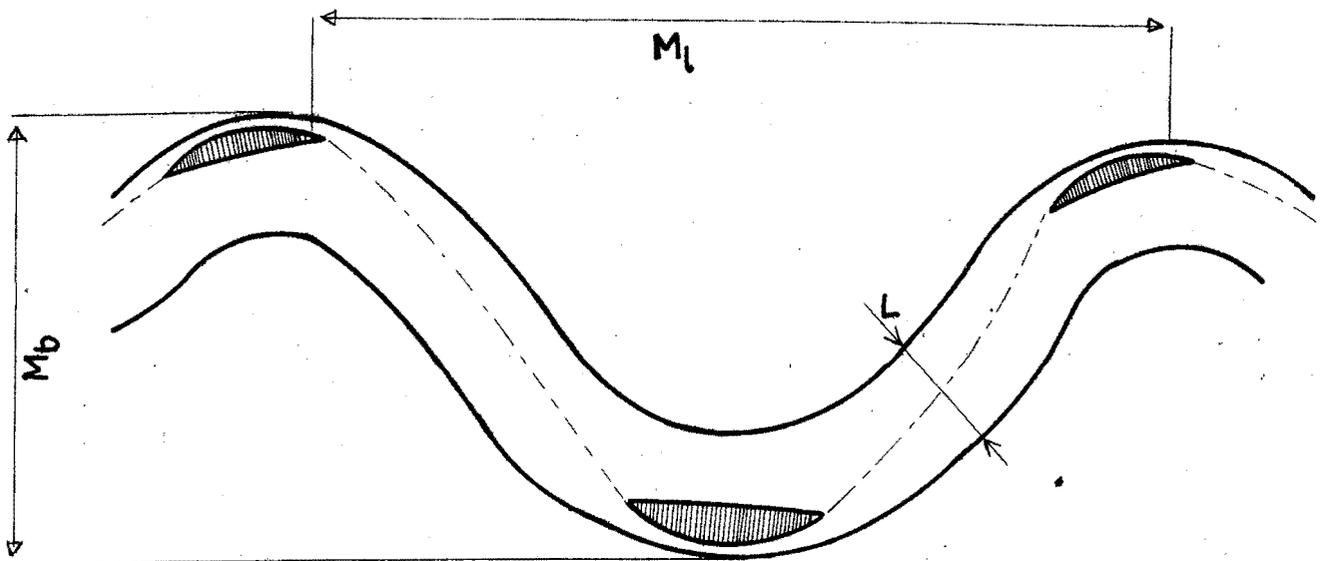
Les nombreux problèmes que doit résoudre l'hydraulique sont cependant encore relativement peu connus.

Nous espérons que ce modeste travail aura permis d'en préciser un certain nombre.

---

## LISTE DES SYMBOLES UTILISES

---



- |           |   |
|-----------|---|
| $M_l$     | : Longueur d'onde des méandres                      |
| $M_b$     | : Amplitude des méandres                            |
| $L$       | : Largeur moyenne de la rivière.                    |
| $S$       | : Pente   |
| $Q$       | : Débit   |
| $Q_{Max}$ | : Débit maximum                                     |
| $Q_{Min}$ | : Débit d'étiage                                    |
| $Q_{M2}$  | : Débit maximum secondaire.                         |
| $Q_g$     | : Débit générateur                                  |
| $A$       | : Amplitude d'un hydrogramme                        |
| $F$       | : Fréquence d'un hydrogramme                        |
| $h$       | : "Flèche" d'un méandre en formation (cf. fig. V-1) |
| $K$       | : Coefficient.                                      |

## BIBLIOGRAPHIE

---

### I -

- (1) : E. V. LANE - Design of Stable Channels -  
Paper N 2776 - Transactions of ASCE - 1955
- (2) : Sir CLAUDE C. INGLIS - The Behaviour and Control of Rivers and  
Canals (with the aid of models) -  
Research Publication N 13 - Central Waterpower  
Irrigation and Navigation Research Station - POONA  
India - 1949
- (3) : T. BLENCH - Regime Behaviour of Canals and Rivers - Butterworths  
Scientific Publications - LONDON - 1957

### II -

- (4) : J. L. BUZETTI - Mecanica de los Cauces - MONTEVIDEO - 1941
- (5) : J. L. GANDOLFO - Discussion de (1) - Transactions ASCE - 1955
- (6) : S. LELIAVSKY - An introduction to Fluvial Hydraulics -  
Constable and Co Ltd - LONDON
- (7) : L. B. LEOPOLD and G. WOLMAN - River Channel Patterns : Braided,  
Meandering and Straight - Geological Survey Professional  
Paper 282-B
- (8) : FARGUE - La forme du lit des rivières à fond mobile.
- (9) : Sir CLAUDE C. INGLIS - Meanders and their Bearing on River Train-  
ing. Institution of Civil Engineers - 1946-47 LONDON

### VI -

- (10) : FRIEDKIN - A Laboratory Study of the Meandering of Alluvial Rivers  
U. S. Waterways Experiment Station - Vicksburg mai  
1945
- (11) : L. B. LEOPOLD and T. MADDOCK Jr - The Hydraulics Geometry of  
Stream Channels and Some Physiographic Implications  
Geological Survey Professional Paper N 252

### VII -

- (12) : P. W. WERNER - On the Origin of River Meanders - Transactions  
American Geophysical Union Vol. 32 , N.6 - Dec 1951
-