

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA APLICADA

**Modelos para dispersão de javalis (*Sus
scrofa*)**

por

Joice Chaves Marques

Tese submetida como requisito parcial
para a obtenção do título de
Doutora em Matemática Aplicada

Prof. Dr. Jacques Aveline Loureiro Da Silva
Orientador

Profa. Dra. Diomar Cristina Mistro
Coorientadora

Porto Alegre, outubro de 2019.

CIP - CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO

Marques, Joice Chaves

Modelos para dispersão de javalis (*Sus scrofa*) / Joice Chaves Marques.—Porto Alegre: PPGMAp da UFRGS, 2019.

80 p.: il.

Tese (doutorado) —Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada, Porto Alegre, 2019.

Orientador: Da Silva, Jacques Aveline Loureiro; Coorientadora: Mistro, Diomar Cristina

Tese: Matemática Aplicada,
Dissertação, Tese, Mestrado, Doutorado

Modelos para dispersão de javalis (*Sus scrofa*)

por

Joice Chaves Marques

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de

Doutora em Matemática Aplicada

Linha de Pesquisa: Biomatemática

Orientador: Prof. Dr. Jacques Aveline Loureiro Da Silva

Coorientadora: Profa. Dra. Diomar Cristina Mistro

Banca examinadora:

Prof. Dr. Leonardo Emenndorfer
FURG

Prof. Dra. Claudia Pio Ferreira
UNESP

Prof. Dr. Wilson Castro Ferreira Junior
IMECC-UNICAMP

Tese defendida e aprovada em
outubro de 2019.

Prof. Dr. Esequia Sauter
Coordenador

Sumário

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	ix
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 JAVALIS	6
1.1 Considerações iniciais	6
1.2 Características fisiológicas e biológicas	7
1.2.1 Características físicas	7
1.2.2 Organização social	9
1.2.2.1 Formação dos grupos	9
1.2.3 Alimentação	11
1.2.4 Reprodução	12
1.2.5 Habitat	12
1.2.5.1 Utilização espacial e dispersão	13
1.3 Entrada no Rio Grande do Sul	14
1.4 Impactos da invasão de javalis	18
1.5 Medidas de controle	19
2 MODELOS REDE DE MAPAS ACOPLADOS	21
2.1 Formulação do modelo	23
2.1.1 Estágio sedentário - Dinâmica local	24
2.1.2 Simulações	29
2.2 Dispersão	30
2.3 Dinâmica espaço temporal	32

2.3.1	Núcleo de redistribuição	33
2.3.2	Núcleo de redistribuição 1-Escolha aleatória	34
2.3.3	Núcleo de redistribuição 2 - Escolha em função da distância	35
2.3.4	Núcleo de redistribuição 3 - Movimentação por taxia	35
2.3.5	Núcleo de redistribuição 4 - Taxia imprecisa	37
3	SIMULAÇÕES	38
3.1	Implementação do modelo	39
3.2	Ambiente homogêneo, constante em qualidade	43
3.3	Ambiente heterogêneo	47
3.3.1	Recursos periódicos	47
3.3.2	Recursos aleatórios	54
3.4	Dinâmica vital com dependência dos recursos disponíveis no ambiente	56
3.5	Degradação dos recursos	62
3.6	Diferentes escalas de movimentação e crescimento	64
3.7	Controle populacional	67
4	CONCLUSÕES	74
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

Lista de Figuras

Figura 0.1	Fonte:[18]	2
Figura 1.1	Javali (<i>Sus scrofa</i>) puro. Fonte [8]	7
Figura 1.2	Porcos do mato que ocorrem no Brasil, (A) o javali <i>Sus scrofa</i> da Família Suidae, (B) queixada <i>Tayassu pecari</i> e (C) cateto <i>Pecari tajacu</i> [C] da Família <i>Tayassuidae</i> . Fonte [18]	8
Figura 1.3	Alimentação dos javalis em cada estação.	11
Figura 1.4	Ilustração da rotina de atividades dos javalis.	13
Figura 1.5	Representação da distribuição de <i>Sus scrofa</i> em vida livre tanto de porcos asselvajados quanto de javalis. A dispersão de acordo com registro ocorreu através de bordas internacionais na América do Sul. Fonte [18]	15
Figura 1.6	Distribuição dos javalis no Brasil. Fonte [20]	17
Figura 1.7	Quantidade de municípios dentro do Brasil com populações selvagens de javali em que a presença foi confirmada (<i>Sus scrofa</i>) entre 1965 e 2016. As diferentes bibliografias consultadas são representadas pelas letras de $a - i$. Fonte [18].	17
Figura 2.1	Diagrama de bifurcação para as (a) leitões, (b) juvenis e (c) adultas, todos em relação a σ_2	31
Figura 2.2	Representação das movimentações no caso do núcleo de redistribuição 3.	37
Figura 3.1	Fluxograma do algoritmo utilizado nas implementações.	42
Figura 3.2	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 e núcleo de redistribuição 1 em um habitat homogêneo.	44
Figura 3.3	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 e núcleo de redistribuição 3 em um habitat homogêneo	45
Figura 3.4	(a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os núcleos de redistribuição 1 e 3 e habitat homogêneo.	46
Figura 3.5	Distribuição espacial periódica dos recursos.	48

Figura 3.6	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.	49
Figura 3.7	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.	50
Figura 3.8	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.	51
Figura 3.9	Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.	52
Figura 3.10	(a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição e recursos distribuídos de forma periódica.	53
Figura 3.11	Distribuição espacial aleatória dos recursos com probabilidade uniforme.	55
Figura 3.12	Distribuição espacial de $S_{40}(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, (a) núcleo 3 e (b) núcleo 4 e habitat heterogêneo aleatório.	57
Figura 3.13	(a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição e habitat heterogêneo aleatório.	58
Figura 3.14	Distribuição espacial de bandos em $t = 100$, $S_{100}(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, (a) núcleo de redistribuição 1, (b) núcleo de redistribuição 2, (c) núcleo de redistribuição 3 e (d) núcleo de redistribuição 4. Dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico).	60
Figura 3.15	(a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição. Dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico).	61

Figura 3.16	Média da densidade total: (a) Núcleo 1, (c) Núcleo 2, (e) Núcleo 3 e (g) Núcleo 4 . Média da distância quadrática média: (b) Núcleo 1, (d) Núcleo 2, (f) Núcleo 3 e (h) Núcleo 4. Parâmetros da Tabela 2.1, dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico) e degradação dos recursos de acordo com a função 3.9.	63
Figura 3.17	Distribuição espacial dos bandos $S_{80}(\mathbf{x})$ em $t = 80$, (a) núcleo 1, (b) núcleo 2, (c) núcleo 3 e (d) núcleo 4 com diferentes escalas de movimentação considerando recursos periódicos.	65
Figura 3.18	(a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição com diferentes escalas de movimentação e crescimento, no caso dos recursos periódicos.	66
Figura 3.19	Média da densidade total para o caso caça eventual, com parâmetros da Tabela 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.	69
Figura 3.20	Média da densidade total para o caso caça fixa, com parâmetros da Tabela 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.	70
Figura 3.21	Média da densidade total $S_t(\mathbf{x})$ após caça (aleatória e fixa) com parâmetros 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.	71
Figura 3.22	Média da densidade total $S_t(\mathbf{x})$ após caça (barreira) com parâmetros 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.	72
Figura 3.23	Distribuição espacial de $S_{80}(\mathbf{x})$ para o caso de caça com barreira	73

Lista de Tabelas

Tabela 2.1	Os valores dos parâmetros foram estabelecidos com base na literatura estudada [13],[18].	30
------------	--	----

AGRADECIMENTOS

A Deus.

A minha família, minha base.

A minha coorientadora Diomar Cristina Mistro pelos seus ensinamentos e sua compreensão.

Aos amigos, distantes e próximos, que acompanharam minha trajetória no curso e nunca me deixaram desistir.

Ao meu namorado que sempre me incentivou mostrando-se compreensivo em todos os momentos de dificuldade.

Aos colegas de doutorado pelo companheirismo.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Matemática Aplicada (PPGMAP).

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa.

A todos aqueles que sempre confiaram em mim. Com vocês, queridos, divido a alegria.

RESUMO

Com ampla distribuição geográfica, nativo da Europa, de fácil adaptação aos mais distintos ambientes e com alimentação diversificada, o javali (*Sus scrofa*) tem causado sérios danos econômicos nos países em que foi introduzido. Na busca por alimentos, fuçam o solo destruindo plantações. No Brasil o problema se agrava devido à ausência de predadores naturais e à rápida reprodução que estabelece populações numerosas. Além das perdas na produção, os javalis podem disseminar doenças como aftosa, tuberculose, brucelose, leptospirose, entre outras zoonozias [8]. Diante desse cenário, os órgãos públicos responsáveis têm promovido discussões sobre medidas possíveis e viáveis que controlem o crescimento dessa espécie no Brasil. Neste trabalho vamos propor um modelo matemático visando descrever a dinâmica espaço-temporal dos javalis a partir da introdução em um novo habitat. Usando um modelo estruturado por idade, discreto no tempo e no espaço, analisamos o crescimento e movimentação dos indivíduos em ambientes com diferentes disponibilidade de recursos. Para tal modelo usamos Rede de Mapas Acoplados na qual supomos que a dinâmica da população ocorre em dois estágios: um estágio sedentário, em que ocorre o crescimento do número de indivíduos em cada bando e, um estágio de dispersão no qual ocorre a movimentação espacial e criação de novos bandos através da saída de indivíduos jovens que se instalam em outros sítios. Para a fase de dispersão consideramos os principais aspectos que influenciam a movimentação dos javalis (água, comida e abrigo). Observamos que as populações totais mais numerosas correspondem aos núcleos de redistribuição com taxa. Finalmente, estudamos os efeitos da caça sobre a dinâmica da população.

ABSTRACT

With its wide geographical distribution, native to Europe, easy to adapt to the most diverse environments and with diversified food, the wild boar (*Sus scrofa*) has caused serious economic damage in the countries where it has been introduced. In the search for food, it scavenges the soil by destroying crops. In Brazil the problem is aggravated due to the absence of natural predators and the rapid reproduction that establishes large populations. In addition to economic losses, wild boars can spread diseases such as foot-and-mouth disease, tuberculosis, brucellosis, leptospirosis, among other zoonoses [8]. Given this scenario, the responsible government agencies have promoted discussions about possible and viable measures that could control the growth of this species in Brazil. In this paper we propose a mathematical model to describe the spatio-temporal dynamics of wild boars due to its introduction into a new habitat. Using an age-structured, time and space discrete, we analyze the growth and movement of these individuals in environments with different resource availability. For such model we use Coupled Map Lattice in which we assume that population dynamics occurs in two stages: a sedentary stage, in which the troops individuals grow and a dispersal stage when the troops disperse and when new troops are created through the juveniles that leave their original and settle in a different home range. For the dispersal phase we consider the main aspects that influence the movement of wild boars (water, food and shelter). We observed that the larger numerous total populations correspond to the taxis kernel redistribution. Finally, we studied the effects of hunting on the population dynamics.

INTRODUÇÃO

Animal nativo da Europa, de fácil adaptação aos mais distintos ambientes e com alimentação diversificada, o javali (*Sus scrofa*) tem ampla distribuição geográfica estando presente em todos os continentes, exceto na Antártida. Ocorre na maior parte da Europa e em uma pequena parte do Norte da África, próximo ao Mar Mediterrâneo. Na Ásia, foram excluídos das regiões desérticas e altas cadeias de montanhas. Na América do Sul, podem ser facilmente encontrados na Argentina, Uruguai e Brasil (especialmente nos Estados do Sul). Em países como Dinamarca, Suécia e Portugal os javalis foram muito caçados e levados à beira da extinção mas tempos depois voltaram a se reestabelecer.

A distribuição geográfica de *Sus scrofa* em vida livre pode ser vista na Figura (0.1). Essa representação proposta em [18] mostra a presença da espécie nativa em vários países ou introduzida (exótica; porco asselvajado e/ou misturas) baseada no que se conhecia da espécie até o ano de 2003. Os pontos de interrogações significam que na época do estudo havia incertezas quanto à abrangência espacial na América do Sul. Independente do país em que esteja localizado, o que se sabe de fato é que os javalis causam sérios danos econômicos. Na busca por alimentos, fuçam o solo destruindo plantações. Keuling et al. [14] citam que na Europa a alta densidade de *Sus scrofa* provoca enormes danos, notavelmente nos campos de cultivo e ecossistemas. Esses prejuízos, de acordo com Servanty et al. [24], custaram mais que 19.000.000 de euros em 2006 na França e mais que 7.000.000 de euros em 2004 na Itália.

No Brasil o problema se agrava devido à ausência de predadores naturais e à rápida reprodução que estabelece populações numerosas. Além das perdas na produção, os javalis podem disseminar doenças como aftosa, tuberculose, brucelose, leptospirose, entre outras zoonozes [8].

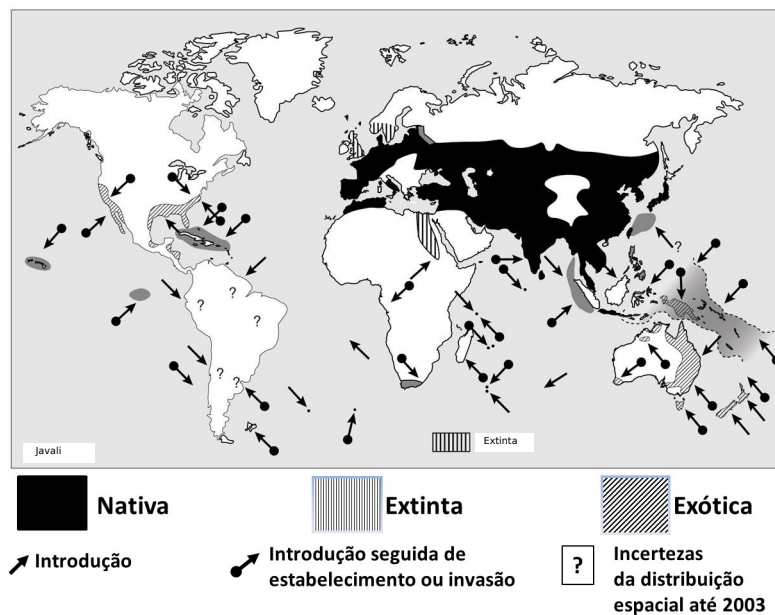


Figura 0.1: Fonte:[18]

Por essas características, a União Internacional para Conservação da Natureza considera o javali uma das cem piores espécies exóticas invasoras no mundo ([12], [18]). De acordo com a Convenção sobre Diversidade Biológica-CDB, da qual Brasil é signatário, uma espécie fora da sua área de distribuição natural é denominada espécie exótica e no caso de ameaçar ecossistemas, habitats ou outras espécies, é considerada espécie invasora.

Diante desse cenário, os órgãos públicos responsáveis têm promovido discussões sobre medidas possíveis e viáveis que controlem o crescimento dessa espécie no Brasil. Nos dias 30 e 31 de agosto de 2016 ocorreu em Brasília o seminário “Javalis no Território Nacional”. Promovido pelo Ministério do Meio Ambiente (MMA), Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (MAPA), Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais Renováveis (IBAMA) e Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio), o objetivo foi de nivelar as informações e conhecimentos acerca da invasão de porcos asselvajados

no território nacional. Entre outras questões técnicas, foi discutido o uso de jaulas e uso de armas para tentar conter o crescente aumento da população de javalis.

Algumas das principais dificuldades para tomada de decisões são os altos custos, tempo de implementação e burocracia. Tais contratempos possibilitam que esse controle seja feito de forma irregular, principalmente no meio rural onde trabalhadores por medo de perder sua produção agem de forma imediata.

O seminário serviu para dar início formal às discussões do Plano Nacional de Prevenção, Controle e Monitoramento do Javali (*Sus scrofa*) elaborado em 2016 e publicado em 08 de novembro de 2017. O plano tem como objetivo conter a expansão territorial e demográfica do javali no Brasil e reduzir os seus impactos, especialmente em áreas prioritárias de interesse ambiental, social e econômico [18].

Distintos modelos com diferentes abordagens acerca do assunto vêm sendo desenvolvidos em países onde o javali reside a mais tempo.

Em seu artigo Bieber e Ruf [2] investigaram a dinâmica da população de javalis para desenvolver estratégias efetivas de controle. Analisaram taxas vitais de javalis com base em dados publicados na Alemanha e na Europa usando Matriz de projeção¹ de Leslie e análise de elasticidade². Construíram três matrizes de projeção uma para cada condição ambiental. Os modelos foram baseados em taxas vitais sob condições ambientais pobres, intermediárias e boas que representam combinações de diferenças em disponibilidades de comida e clima de inverno.

Holland et al. [13] desenvolveram um modelo estocástico com o objetivo de analisar a importância de considerar diferentes escalas para a representação espacial e tamanho da população (Pesquisa realizada no Reino Unido). Nesse mo-

¹É a matriz de probabilidades de transição e valores de natalidade específicos para a idade ou para o estágio, usados para projetar as densidades populacionais específicas para a idade ou o estágio [25].

²O grau em que a taxa de crescimento populacional muda em função das mudanças nos elementos da matriz de projeção, expressas em proporção [25]

delo, os autores consideraram a população dividida em subpopulações estruturadas por sexo e idade. Todos os eventos (mortalidade, reprodução e movimentação) são analisados considerando probabilidade de ocorrência em alta e baixa densidade.

Os resultados obtidos por Gamelon et al. [11] mostram que os tamanhos dos filhotes variam em função da quantidade de alimento disponível para as fêmeas. As fêmeas jovens produzem fetos de tamanhos semelhantes dentro de uma ninhada, independente da disponibilidade de alimentos. As fêmeas adultas reajustam a sua alocação de recursos em relação à ninhada para a quantidade de recursos alimentares, proporcionando uma distribuição semelhante a todos os irmãos de ninhada quando há poucos recursos alimentares. E quando há muitos recursos alimentares, as fêmeas produzem fenótipos descendentes altamente diversificados dentro de uma ninhada.

Wallau [26] em seu estudo constrói 4 diferentes modelos variando a taxa de sobrevivência e o tamanho da ninhada para fêmeas aptas à reprodução. Seus resultados mostram que se nenhum controle for aplicado em boas condições ambientais, a população apresenta crescimento exponencial.

No Brasil ainda tem-se poucos estudos no que diz respeito à dinâmica populacional dessa espécie (comparados a países em que o javali existe há mais tempo). Além disso, a maioria dos trabalhos não considera o espaço na construção dos modelos.

Por isso como uma abordagem diferenciada, neste trabalho, propomos um modelo matemático visando descrever a dinâmica espaço-temporal de javalis a partir da introdução em um novo habitat. De posse desse modelo analisamos o crescimento populacional e posteriormente estratégias de controle dessa espécie.

Usando um modelo estruturado por idade, discreto no tempo e no espaço, analisamos o crescimento e movimentação dos bandos em ambientes com diferentes disponibilidade de recursos.

No capítulo 1 abordamos as características físicas, biológicas e comportamentais dos javalis. Também discorremos sobre a introdução dos *Sus scrofa* na América do Sul e as medidas tomadas pelos órgãos públicos, até o momento, para o controle do rápido crescimento dessa população. No capítulo 2 construímos o modelo com estrutura espacial composta por uma fase sedentária, em que ocorre a reprodução e o aumento do número de indivíduos em cada bando, e uma fase de dispersão quando ocorre a movimentação dos bandos e a formação de novos bandos pela separação de jovens que saem de seu bando original. A implementação e apresentação dos resultados dos modelos propostos são apresentadas no Capítulo 3. Finalmente, nas Conclusões, discutimos os resultados obtidos.

1 JAVALIS

1.1 Considerações iniciais

Ancestral do porco doméstico, o javali (*Sus scrofa*) e suas subespécies existem naturalmente em quase toda a Europa, Ásia e norte da África. Na Figura 1.1 podemos observar a aparência de um javali puro, nativo da Europa.

Sus scrofa é conhecido popularmente por distintos nomes que estão relacionados ao contato com diferentes culturas e línguas e as misturas da mesma espécie. Linnaeus em 1758 foi pioneiro em descrever a forma original selvagem, conhecida em português como javali denominando-a cientificamente por *Sus scrofa*. Enquanto o porco doméstico foi descrito por Erxleben em 1777 cujo nome científico é *Sus domesticus*.

Devido à possibilidade de cruzamento entre javali, porco doméstico e porco asselvajado, por pertencerem à mesma espécie, há grande variação nesses graus de mistura causando certa dificuldade de consenso aos nomes populares dessa espécie. Na literatura existem formas com nomes não científicos mas que são reconhecidas como *Sus scrofa*, são elas [18]:

Javali (*wild boar*): conhecido também por eurasiático ou javali-europeu (*Eurasian wild boar*) devido à sua área de distribuição geográfica original. Essa terminologia é associada à variedade selvagem dentro de sua área original de distribuição.

Porco doméstico (*domestic pig ou swine*): vive em cativeiro, domesticado e com significativo melhoramento genético.

Porco asselvajado (*wild pig, feral pig, feral swine, wild hog ou feral hog*): híbrido entre raças rústicas e domésticas que voltaram para o



Figura 1.1: Javali (*Sus scrofa*) puro. Fonte [8]

ambiente selvagem e se multiplicaram (asselvajaram). Por exemplo, o porco monteiro, comum no Pantanal.

A distinção clara entre essas três formas básicas de *Sus scrofa* é pouco relevante, uma vez que o manejo dessas populações selvagens independe de seus graus de mistura. Com o propósito de facilitar uma única terminologia chamaremos de javali a forma pura ou híbrida.

1.2 Características fisiológicas e biológicas

1.2.1 Características físicas

No Brasil, existem duas espécies chamadas popularmente de porcos do mato: o cateto (*Pecari tajacu*) e a queixada (*Tayassu pecari*). Essas espécies não podem ser abatidas, conforme Lei nº 9.605, de 12 de fevereiro de 1998 [18]. A aparência e comportamento são semelhantes a de porco, embora pertençam a outra



Figura 1.2: Porcos do mato que ocorrem no Brasil, (A) o javali *Sus scrofa* da Família Suidae, (B) queixada *Tayassu pecari* e (C) cateto *Pecari tajacu* [C] da Família *Tayassuidae* . Fonte [18]

família (*Tayas-suidae*). Devido a essa semelhança é importante que as pessoas responsáveis pelo controle saibam distinguir o javali das demais espécies nativas.

O cateto possui um tipo de colar branco amarelado, pesa aproximadamente $20Kg$, tem altura variando entre $40cm$ e $50cm$. Pode atingir cerca de $1m$ de comprimento. Vive em bandos que variam de seis até 30 indivíduos. Quando esse bando se aproxima produzem um barulho com o bater dos dentes. A alimentação é feita no início da noite tendo um padrão de atividade crepuscular.

O queixada é diferente do cateto no tamanho, coloração do pelo e comportamento. Pode pesar em torno de $35Kg$. Tem pelagem das costas bem longa e possui bastante pelos brancos na mandíbula e focinho. Os grupos em que vive variam, geralmente, entre 50 e 100 indivíduos. A agressividade e a necessidade de marcação territorial provoca um comportamento mais expansivo. Eles batem forte o queixo quando se sentem acuados.

No caso dos javalis, o peso varia de $30kg$ a $190kg$ para machos adultos e de $15kg$ a $110kg$ para as fêmeas. A cor do pelo modifica-se de acordo com a faixa etária, os pelos longos e de cor preta além das presas são característicos do animal adulto. Enquanto listras longitudinais marrom avermelhada com preto são

peculiares do animal jovem. Quando cruzam com porcos domésticos a coloração dos pelos muda, variando de amarelo a marrom. O híbrido resultante da mistura do javali com porco doméstico pode pesar até $250Kg$ [21].

Vivem até 12 anos se não houver caça. Em locais com forte pressão de caça, esse tempo é reduzido para, no máximo, dois anos [21]. Na Figura 1.2 estão ilustradas as três formas de porco selvagem referidas acima.

1.2.2 Organização social

A população é dividida em três classes etárias: leitões entre 0 – 1 anos, juvenis entre 1 – 2 anos e adultos com mais de 2 anos.

As fêmeas juntamente com suas crias jovens compõem um bando que pode variar entre 7 e 20 indivíduos. Pode ocorrer a formação de bandos maiores quando as fêmeas se juntam. Já houve registros de mais de 100 indivíduos em um único bando [21].

A disponibilidade de alimentos influencia o tamanho máximo do grupo em mamíferos (e, em especial, os ungulados). Também, o número mínimo de animais para formar um grupo depende do risco de predação.

1.2.2.1 Formação dos grupos

Geralmente associado a padrões comportamentais reprodutivos o tamanho e composição do grupo variam sazonalmente. Muito comum entre os ungulados é o afastamento das fêmeas para parto. O javali *Sus scrofa* é uma espécie social que costuma viver em grupos familiares com grau de parentesco próximo, os machos, por sua vez, são solitários [14].

As mudanças sazonais nos tamanhos dos grupos estão associadas, principalmente, a reprodução e mortalidade. Dividem-se em três categorias principais: grupos de subadultos, grupos familiares e machos solitários.

O tamanho do grupo, bem como, a formação de subgrupos e divisões temporárias são padrões comportamentais comuns dessa espécie, como uma forma de evitar a competição intrafamiliar. Algumas dessas separações podem ser originadas de distúrbios como caça e morte da porca alfa. Chama-se divisão temporária aquelas de curto prazo podendo ser durante uma noite ou um descanso diurno e divisão final quando um grupo familiar de javalis se divide por motivos inesperados, por exemplo, após a morte da porca alfa [14].

Além da reprodução, a competição por alimentos também influencia as mudanças sazonais da estrutura e da estabilidade do grupo. Dependendo das necessidades de cada grupo, familiar ou de juvenis, as separações podem ser duradouras e também ter diferentes proporções de divisões dentro de distintos tipos de grupo. Os juvenis são responsáveis por explorar o habitat e as novas faixas possíveis para estabelecer a área de vida já que as fêmeas adultas tem necessidades maiores de alimentação e abrigo para poderem cuidar de seus filhotes [14].

Com o aumento da capacidade de suporte do grupo ocorrem mais divisões temporárias e finais. A estabilidade dos grupos é mais comum no verão quando os filhotes tem dependência de suas mães. Já no inverno, em que os alimentos são escassos, ocorre mais divisões dos grupos, como forma de evitar a competição direta por comida dentro do grupo familiar. A primavera é a estação em que a proporção de divisões é maior, isso porque, nessa época, porcas adultas se separam para o parto e os animais de um ano de idade adquirem cada vez mais independência [14].

As divisões também podem ocorrer devido à caça causando espalhamento da população.

1.2.3 Alimentação

A alimentação dos javalis é bem diversificada podendo ser plantas como raízes, tubérculos e produtos agrícolas em geral e de diversas espécies de animais. Há preferência pelos alimentos ricos em energia, como pinhões, bolotas (frutos produzidos por árvores da família do carvalho), nozes e algumas raízes e tubérculos.

Na Figura 1.3 podemos ver como está organizada a alimentação do javali de acordo com cada estação, como esses ungulados são de fácil adaptação, na ausência de determinados alimentos da estação eles buscam por outros.

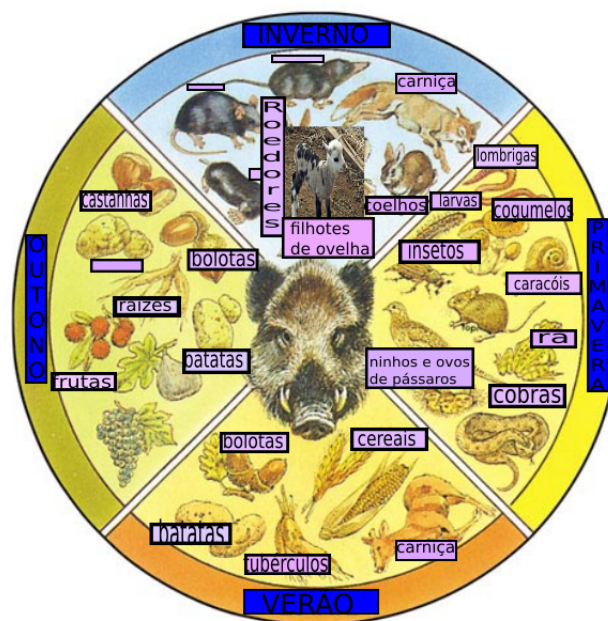


Figura 1.3: Alimentação dos javalis em cada estação.

A abundância desses alimentos energéticos pode vir a regular a quantidade de fêmeas aptas à reprodução e o número de crias, que, em média, é de dois a quatro filhotes, mas pode chegar a 10, dependendo da disponibilidade desses recursos.

1.2.4 Reprodução

Aspectos como condição biológica, social e de ambiente podem influenciar na reprodução do *Sus scrofa*. Como exemplos associados a esses aspectos citamos a idade, tamanho do grupo, caça, clima e disponibilidade de alimento [18]. Variedades da espécie como linhagens e misturas também são considerados dentre esses fatores.

A idade de maturação pode ser antecipada ou retardada conforme a pressão de caça e a oferta de alimento do ambiente.

A população de javalis é capaz de aumentar em até 150% ao ano, sendo donos da mais alta taxa reprodutiva entre os ungulados [21]. Possuem razão sexual 1 : 1, ou seja, para cada fêmea um macho.

No Brasil pode haver até duas gestações a cada 12 ou 15 meses o que indica maior produtividade em comparação ao javali nativo da Europa [8].

Normalmente cada ninhada tem entre 3 e 5 indivíduos, podendo ser maior se cruzarem com porcos domésticos [27].

1.2.5 Habitat

Regiões arborizadas ou que possuam uma cobertura adequada são lugares preferidos para passar o dia. Durante a noite escolhem lugares abertos para alimentação e movimentação entre diferentes partes do “home range” que é o local, definido pelo bando, para permanecerem enquanto houver recursos disponíveis. O tamanho do “home range” tem total relação com a existência de fatores favoráveis à sobrevivência da população, tais como água, abrigo e alimentos.

1.2.5.1 Utilização espacial e dispersão

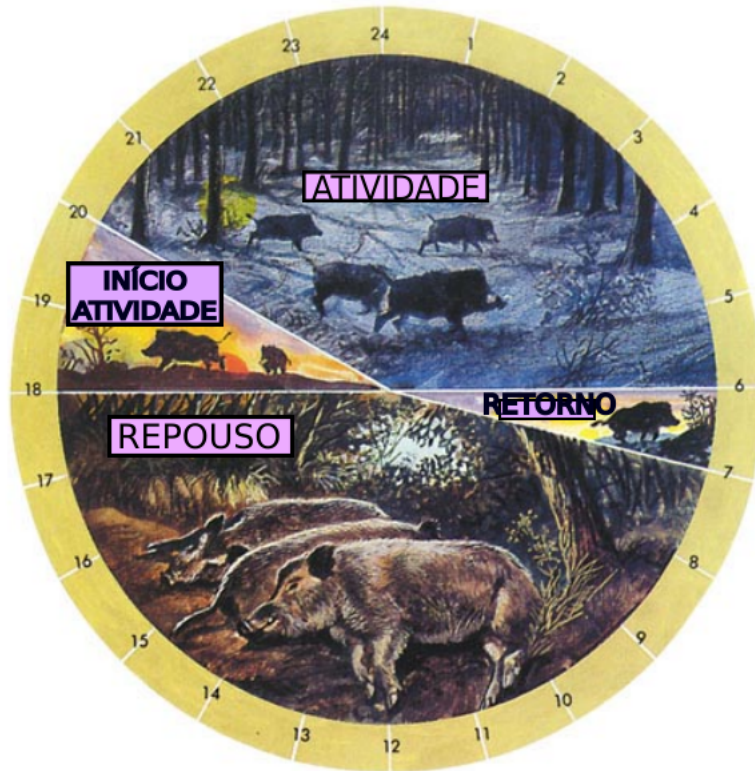


Figura 1.4: Ilustração da rotina de atividades dos javalis.

Os javalis utilizam o espaço de acordo com a estação do ano, disponibilidade de comida e distúrbios provocados pelos homens [14]. Leaper et al. [16] acrescentam outros fatores como idade, sexo, qualidade do habitat e densidade populacional como determinação do tamanho da área de vida (“home range”) dessa espécie.

O tamanho do “home range” é geralmente maior para os machos do que para as fêmeas e aumenta durante a temporada de caça, provavelmente devido à interferência humana. Pequenas áreas vitais estão associadas a lugares abundantes em recursos alimentares. Em ambientes sob condições pobres (escassez de

água e comida) os javalis precisam buscar por esses recursos o que torna o “home range” maior.

A preferência por alimentos ricos em energia, a temperatura, as condições climáticas e a estrutura de cultivo de culturas atraentes influenciam a escolha sazonal do local de forrageamento.

A direção e a intensidade da dispersão (de indivíduos) são influenciadas pela paisagem, ambiente, habitat e densidade populacional, mas também pelo clima e pelo sexo [16].

A dispersão começa com a idade de maturidade sexual (pelo menos em 11 – 16 meses). Normalmente, as populações de javali não se dispersam muito longe e rápido. O “home range” anual registrado na Europa, para machos varia de 120-150km² e 40-60km² para fêmeas. Movimentos de dispersão em longa distância de até 300km para machos e 100km para fêmeas têm sido relatados e mesmo grandes rios representam pequenos obstáculos para a dispersão [27].

Em seu trabalho [15] Keulling et al. investigaram taxas de dispersão e distâncias em relação ao sexo e idade de javali. De 152 javalis selvagens marcados, 105 foram registrados como mortos, dos quais 51% eram do sexo masculino e 49% femininos. Quarenta e cinco por cento eram leitões, 41% juvenis e 14% adultos. De acordo com esses resultados, em geral, os machos tendem a se dispersar mais (3,8km) do que as fêmeas (1,6km). Mais animais (84,6%) foram abatidos dentro de sua área de vida, apenas uma pequena proporção (15,4%) realmente se dispersou. Destes animais dispersos, 25% eram do sexo feminino.

1.3 Entrada no Rio Grande do Sul

O surgimento de javalis na América do Sul se deu por distintas introduções intercontinentais sendo a primeira delas pela Argentina em meados de

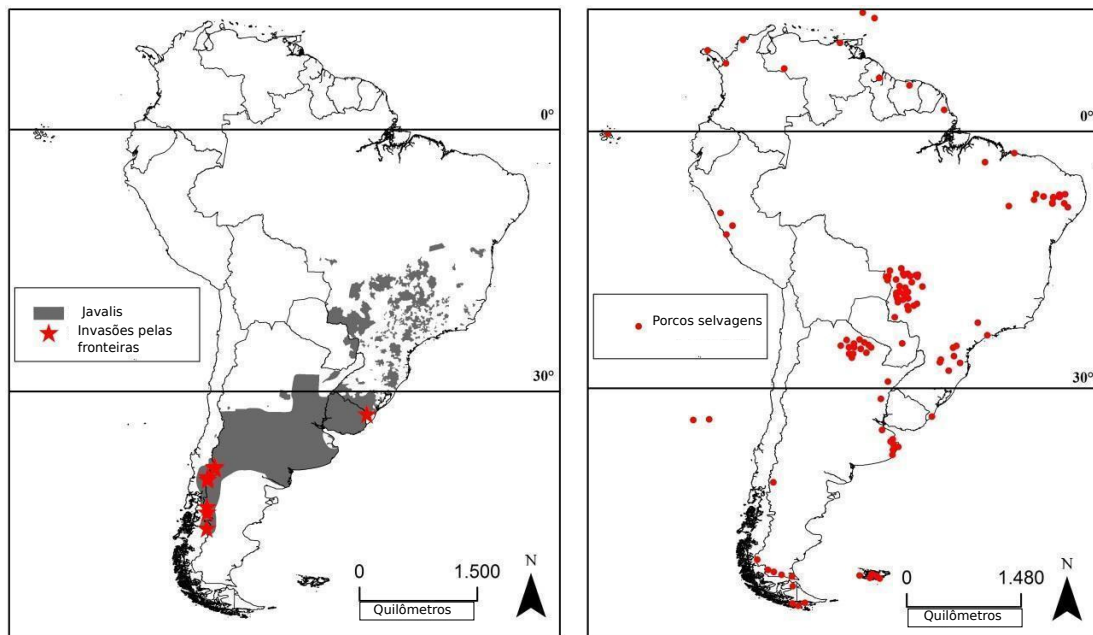


Figura 1.5: Representação da distribuição de *Sus scrofa* em vida livre tanto de porcos asselvajados quanto de javalis. A dispersão de acordo com registro ocorreu através de bordas internacionais na América do Sul. Fonte [18]

1904. As populações expandiram devido a dispersão ocasionada por diferentes motivos, dentre eles, caça e criação para corte [18].

Não há confirmações sobre a a distribuição geográfica de *S. scrofa* em vida livre na América do Sul [18]. Porém, em revisão para a elaboração do Plano Nacional de prevenção, controle e monitoramento do javali *Sus scrofa* no Brasil os autores perceberam que a invasão do javali foi diferente da invasão de porcos asselvajados, como é possível ver na Figura 1.5.

A introdução dos javalis no Brasil se deu pelo ecossistema do pantanal [20]. Alguns autores [6, 8, 20] consideram que esses animais invadiram o Rio Grande do Sul por meados de 1989 vindos do Uruguai, em consequência de uma seca, o leito do Rio Jaguarão diminuiu e muitos animais aproveitaram a fraca correnteza para

fugir em busca de alimentos e para longe das áreas de caça [6] resultando em uma expansão lenta e restrita aos municípios do extremo sul do país.

Na década de 90 suinocultores com interesse na comercialização de carne exótica importaram grandes quantidades de javalis da Europa. Formou-se então um grande estoque da espécie em cativeiro, espalhado por alguns estados, e com trocas e vendas de animais vivos entre produtores. Como esse comércio não foi lucrativo, os criadores optaram por soltar esses animais e criá-los como porcos domésticos.

Na Figura 1.6 podemos observar a distribuição dos javalis e seus híbridos no Brasil proposta por Pedrosa et al.[20] no ano de 2015. A cor amarela representa o ecossistema do Pantanal invadido pelos javalis onde são conhecidos como “porco-monteiro”. Em 1989 (cor vermelha) eles aparecem em Jaguarão-RS vindos do Uruguai. Deberdt e Scherer [8] indicam o record em 2007 (cor verde) de todas as formas ferais dos suínos. Em seu artigo [20] segundo registros do ano de 2014 mostra recordes (cor laranja).

No ano de 1995 o estado do Rio Grande do Sul teve registro de oito municípios próximos com presença de javali, passando para 12 em 2002. O interesse na produção e caça de javali possibilitou que a espécie desse saltos geográficos e em número de municípios sem conexão, passando para a serra gaúcha, São Paulo e Bahia em menos de uma década (Figura 1.7) [18].

De acordo com dados do Plano nacional de prevenção, controle e monitoramento do javali (*Sus scrofa*) no Brasil [18], a espécie atualmente está espalhado por boa parte do território nacional, mas em poucos locais tiveram estimativas populacionais.

No estado de Santa Catarina, em seis regiões, as populações não superaram três indivíduos/ km^2 enquanto na Serra da Mantiqueira estimou-se 16 javalis/ km^2

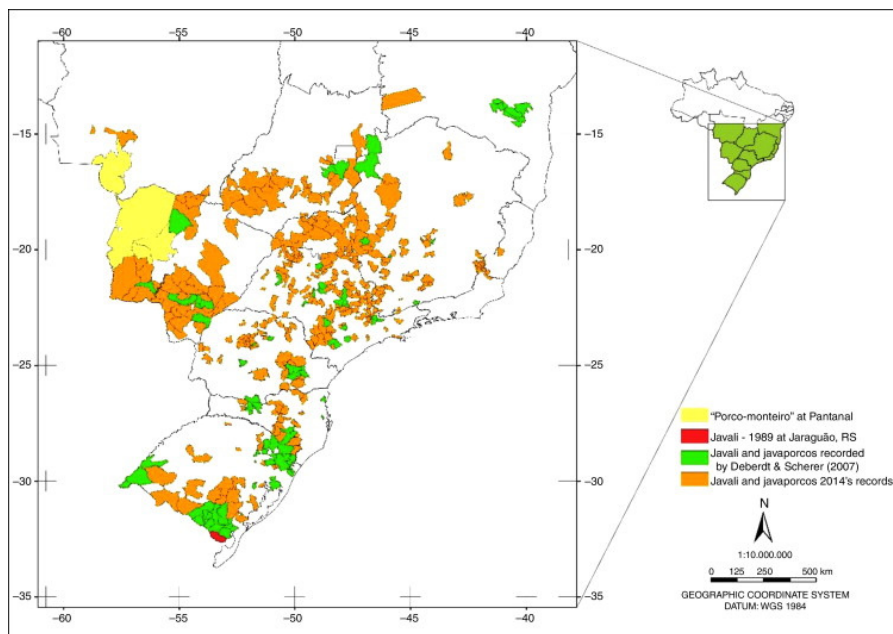


Figura 1.6: Distribuição dos javalis no Brasil. Fonte [20]

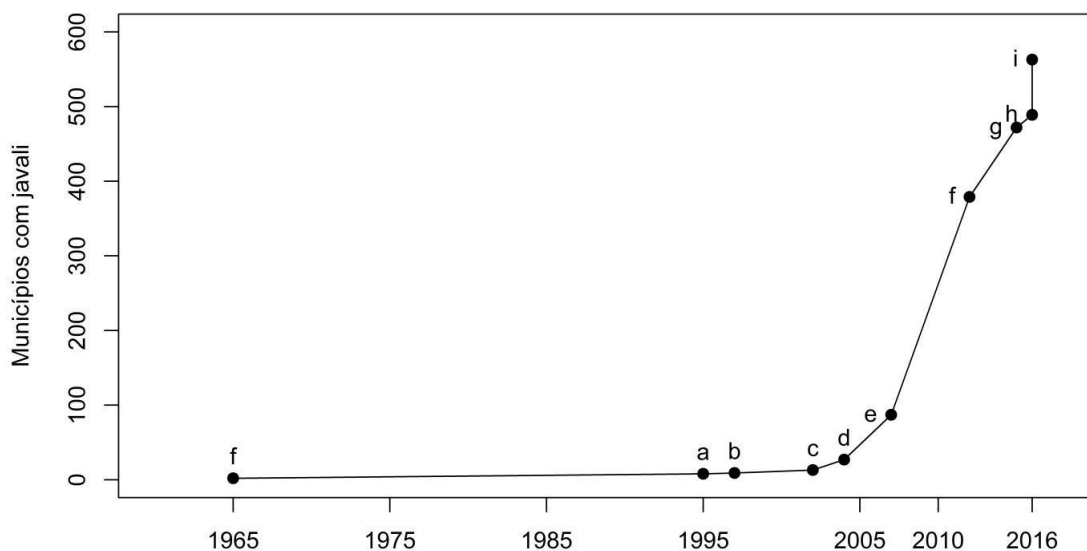


Figura 1.7: Quantidade de municípios dentro do Brasil com populações selvagens de javali em que a presença foi confirmada (*Sus scrofa*) entre 1965 e 2016. As diferentes bibliografias consultadas são representadas pelas letras de $a - i$. Fonte [18].

Dentre a área invadida no continente, 13% são áreas protegidas. Em questão de proporção, mesmo com menor tamanho territorial o Uruguai é o país mais invadido. Com maior área e número de áreas protegidas com presença confirmada de javalis, Argentina e Brasil têm papel importante, para o continente, na questão sobre invasão dessa espécie.

O fato do Brasil fazer fronteira com dez países contribui para que o javali alcance países ainda não invadidos. Embora com menos tempo de invasão, cerca de 30 anos, o Brasil fica em segundo lugar em questão de país mais invadido. Na Argentina essa invasão ocorreu há aproximadamente 90 anos.

Brasil e Argentina possuem maiores potenciais para que a espécie expanda em área e número de áreas protegidas. Chama atenção o rápido espalhamento dos javalis no Brasil nos últimos 10 anos conforme pode ser visto na Figura (1.7).

Perante esse cenário as políticas desses países, principalmente no Brasil, são fundamentais no sentido de controlar a espécie na América do Sul [18].

1.4 Impactos da invasão de javalis

Considerado pela União Internacional para a Conservação da Natureza (IUCN) uma das cem piores espécies exóticas invasoras, o javali causa significativos prejuízos ambientais e econômicos [20].

Embora a lista de danos causados ao ambiente seja proporcional ao tamanho da distribuição geográfica de *Sus scrofa* para cada local e momento, é possível listar seis impactos atribuídos a essa espécie [18]:

1. Destruição de lavoura;
2. Reservatório e transmissão de muitas doenças (Leptospirose e Febre Aftosa);

3. Fuça a vegetação nativa;
4. Dispersa ervas daninhas;
5. Desregula processos ecológicos (sucessão vegetal e composição de espécies);
6. Predação (juvenis de tartarugas terrestres, tartarugas marinhas, aves marinhas e répteis endêmicos ¹).

Milhares de hectares de plantações são destruídos pelos javalis. Quando reviram e pisoteiam o solo modificam a estrutura afetando de maneira direta e indireta os organismos presentes. Esse comportamento pode alterar toda a disponibilidade de recursos em determinado local [21]. Na presença de javalis esse é o dano mais comum observado, além dos danos causados a fauna nativa provocados quando javalis se alimentam de certos animais assim como ovos em ninhos.

A pecuária, em especial a produção de suínos, também é afetada pelos javalis os quais são um possível reservatório para diversas doenças por pertencerem à mesma espécie que os suínos, e compartilharem os mesmos patógenos.

1.5 Medidas de controle

Diante desse problema algumas medidas foram tomadas com o objetivo de controlar o crescimento da população de javalis. Como tentativa temporária, a caça amadora no Rio Grande do Sul foi autorizada por um período de três meses e meio através da Portaria Ibama nº7, de 26 de janeiro de 1995.

No ano de 1998 em decorrência do aumento de fugas ou solturas de animais criados irregularmente foi publicada a Portaria nº102, de 15 de julho de 1998 proibindo a abertura de novos criadouros de javalis no país. Ficou estabelecido

¹uma espécie endêmica é aquela espécie animal ou vegetal que ocorre somente em uma determinada área ou região geográfica.

um prazo de 180 dias para a regularização dos já existentes. Ainda nesse ano, a importação de javalis tornou-se proibida por meio da Portaria nº93, de 7 de julho de 1998.

Doze anos depois, em 2010, a restrição ao estado do Rio Grande do Sul foi suspensa com o propósito de avaliar uma possível regulamentação federal pois havia presença de javalis em diversos estados.

A caça aos javalis-europeus (*Sus scrofa*) que viviam em território nacional, assim como, o javaporco (mistura do javali com o porco doméstico) foi regularizada pelo Instituto Brasileiro do Meio Ambiente e dos Recursos Naturais (Ibama) por meio da Instrução Normativa N°03/2013.

No ano de 2017, em novembro, o IBAMA publicou o Plano nacional de prevenção, controle e monitoramento do javali (*Sus scrofa*) no Brasil no qual constam algumas medidas de, controle como caça e armadilhas, mostrando os prós e contras de cada uma assim como o tempo de implementação.

2 MODELOS REDE DE MAPAS ACOPLADOS

Como alternativa aos modelos de reação-difusão que consideram tempo e espaço contínuo, Redes de Mapas Acoplados (RMA), que são definidas como sistemas dinâmicos com tempo e espaço discretos e densidade contínua, têm sido utilizadas para modelar a dinâmica espaço-temporal de populações que exibem crescimento em etapas bem definidas de tempo como é o caso dos javalis.

Em uma RMA bidimensional, o habitat é subdividido em regiões chamadas sítios organizadas em uma grade ou rede $\Omega = \{x_1, \dots, x_n\} \times \{x_1, \dots, x_n\}$. A cada ponto da rede, $\mathbf{x} = (x_i, x_j)$ representado por coordenadas inteiras (com $x_i = ih$, $x_j = jh$, onde h é o tamanho do sítio e i, j são inteiros) e localizado no centro do sítio, é associada a densidade média da população $N_t(\mathbf{x})$ [22]. A dinâmica ocorre em duas fases distintas: sedentária e dispersão.

Na dinâmica vital ocorrem, em cada sítio, as interações intra e inter específicas como crescimento, competição ou predação. A densidade da população $N'_{\mathbf{x},t}$ no sítio \mathbf{x} , após essa fase, é dada por:

$$N'_{\mathbf{x},t} = f(N_t, \mathbf{x}), \quad (2.1)$$

em que f é a função que descreve o crescimento da população e pode levar em consideração a posição espacial quando o crescimento depender das condições existentes no sítio \mathbf{x} .

A fase de dispersão é descrita pela equação

$$N_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) N'_t(\mathbf{y}), \quad (2.2)$$

onde $N_{t+1}(\mathbf{x})$ é a densidade ou número de indivíduos da população no sítio \mathbf{x} e no tempo $t + 1$, após a dispersão, $V_{\mathbf{x}}$ representa a vizinhança do sítio \mathbf{x} e $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é

o núcleo de redistribuição. As vizinhanças mais utilizadas são a vizinhança de von Neumann, que considera os quatro vizinhos mais próximos, e a vizinhança de Moore, que considera os oito vizinhos mais próximos. No entanto, vizinhanças maiores que incluam sítios mais distantes, podem ser utilizadas dependendo do comportamento da movimentação dos indivíduos.

O núcleo de redistribuição $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ descreve a dispersão da população. Depende do comportamento da espécie e constitui um ingrediente essencial neste tipo de modelo. Em particular $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é a probabilidade de um indivíduo na posição \mathbf{y} migrar para \mathbf{x} durante a etapa de dispersão. Esse núcleo pode depender da localização absoluta ou da distância relativa. O primeiro caso pode ocorrer quando a movimentação se dá em resposta à qualidade do ambiente em termos de recursos para sobrevivência, por exemplo. Se o ambiente for heterogêneo, $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ varia explicitamente com a posição. Neste caso, temos uma equação do tipo

$$N_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) f[N_t(\mathbf{y})]. \quad (2.3)$$

Em ambientes homogêneos, como no caso de grandes plantações, a movimentação dos indivíduos depende, em geral, da distância ao novo sítio de instalação e então, o processo fica descrito na forma

$$N_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k | \mathbf{x} - \mathbf{y} | f[N_t(\mathbf{y})]. \quad (2.4)$$

O núcleo de redistribuição deve satisfazer

$$\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} k_t(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 1, \quad (2.5)$$

pois, fixada uma posição \mathbf{y} , um indivíduo que sai dessa posição irá instalar-se em alguma outra posição do domínio. Uma vez que a mortalidade é nula durante o processo de dispersão, a soma (2.5) deve ser unitária [7].

2.1 Formulação do modelo

A reprodução dos javalis ocorre, pelo menos, uma vez ao ano (em alguns países, mais especificamente, no verão) dependendo da abundância de recursos do ambiente (água, comida e abrigo) mas sempre em etapas de tempo bem definidas (meses, estações ou anos).

Andam sempre em bandos formados pelas fêmeas adultas e seus filhotes; os machos adultos são solitários aproximando-se das fêmeas aptas a reproduzir somente na época do cio. Quando atingem a fase juvenil, os filhotes tendem a se afastar do bando como uma forma de evitar a disputa por recursos com os animais mais frágeis. As fêmeas de um bando apresentam cio sincronizado podendo retardar ou antecipar a fase reprodutiva de acordo com a abundância de recursos [24].

Os bandos de javalis permanecem temporariamente confinados a uma área restrita que lhes forneça alimento e abrigo. Esta região é conhecida como área de vida “home range” [3] e, no caso dos javalis, são selecionadas de acordo com oferta de alimento e abrigo contra predadores ou caça. Após o esgotamento de uma área de vida, o bando migra à procura de uma nova área para explorar e se estabelecer [3].

A reprodução dos bandos, isto é, a formação de novos bandos se dá pela saída de fêmeas jovens de um bando como forma de evitar a competição dentro de um grupo familiar. Assim, vamos propor modelos discretos do tipo RMA para descrever a dinâmica espaço temporal de uma população *Sus scrofa* inicialmente introduzida em um habitat.

Vamos considerar uma rede bidimensional em que cada sítio representa a área de vida anual de um único bando. O modelo leva em conta o crescimento do número de indivíduos em cada bando sendo que a formação de novos bandos ocorre

pela dispersão de fêmeas jovens, durante a fase de migração, para um sítio diferente daquele escolhido pelo bando.

Assim, em nosso modelo durante o estágio sedentário, ocorre a dinâmica vital, quando se dá o crescimento do número de indivíduos em cada bando enquanto que na fase de dispersão ocorre a realocação dos bandos e a formação de novos bandos através da separação e dispersão de fêmeas jovens.

2.1.1 Estágio sedentário - Dinâmica local

O ciclo de vida dos javalis, como discutido no Capítulo 1, consiste em três fases: leitões, juvenis e adultos. O intervalo de idade correspondente a cada fase é classificado pelos autores Neet [19] e Servanty et al. [24] de acordo com o peso corporal de cada animal. Neste trabalho usamos a classificação adotada por Servanty et al. [24] em que leitões correspondem aos indivíduos entre 0 e 1 ano, juvenis entre 1 e 2 anos e adultos, mais que 2 anos. Assim, I_t representa a densidade de leitões no ano t , J_t a densidade de juvenis e A_t a densidade de fêmeas adultas. Os machos adultos vivem solitariamente e apenas se juntam aos bandos durante a fase de acasalamento. Como não participam da dinâmica do bando, vamos desprezá-los da formulação.

O crescimento da população de um bando de javalis está fortemente relacionado à disponibilidade de recursos. As fêmeas não só conseguem adiantar ou retardar o cio como também a fração de fêmeas que reproduz e o tamanho dos filhotes são influenciados pela abundância de recursos. A mortalidade é maior entre os filhotes de até 1 ano que competem por recursos. Inicialmente, vamos supor que o bando habita uma área constante e homogênea e, dessa forma, todos os parâmetros são constantes.

Por simplicidade, supomos que a reprodução ocorre em intervalos fixos de um ano. Sejam A_t o número de fêmeas adultas, I_t o número de filhotes no ano t ,

μ a fração de fêmeas aptas à reprodução e α número de filhotes por fêmea. Vamos chamar de $L(\tau)$ o número de filhotes no instante τ (contínuo), e descrever a variação do número de filhotes ao longo do período de maturação de um ano, a partir de seu nascimento:

$$0 \leq \tau \leq T, \quad L(0) = \alpha\mu A_t \quad e \quad L(T) = I_{t+1}, \quad (2.6)$$

supondo que a competição ocorre continuamente durante o ano.

A dinâmica dos filhotes, durante o seu ano de nascimento, pode ser descrita pela equação diferencial

$$\frac{dL}{d\tau} = -cL^2, \quad (2.7)$$

onde c a taxa de competição.

A solução de (2.7) é

$$L(\tau) = \frac{1}{c\tau + k}, \quad (2.8)$$

k constante de integração. A condição inicial $L(0) = \alpha\mu A_t$ fornece $k = \frac{1}{\alpha\mu A_t}$, enquanto $L(T) = I_{t+1}$ produz

$$I_{t+1} = \frac{\alpha\mu A_t}{\alpha\mu c T A_t + 1} = \frac{\alpha\mu A_t}{1 + b A_t}, \quad (2.9)$$

onde $b > 0$, é um fator relacionado à competição intra-específica dos filhotes. A partir da hipótese de competição entre os filhotes, obtivemos a equação de Beverton-Holt para esta subpopulação.

A equação (2.9) para os filhotes juntamente com as equações para juvenis e adultos fornece o seguinte modelo estruturado por idade para descrever o crescimento da população de um bando de javalis:

$$\begin{cases} I_{t+1} &= f_1(I_t, J_t, A_t) &= \left(\frac{1}{1+bA_t}\right) \mu\alpha A_t \\ J_{t+1} &= f_2(I_t, J_t, A_t) &= \sigma_1 I_t \\ A_{t+1} &= f_3(I_t, J_t, A_t) &= \sigma A_t + (1-d)\sigma_2 \frac{J_t}{2}, \end{cases} \quad (2.10)$$

em que os parâmetros σ_1 , σ_2 e σ correspondem ao fator sobrevivência de leitões, juvenis e adultos, respectivamente. μ representa a fração de fêmeas adultas que estão aptas à reprodução, α é o número de filhotes por fêmea adulta e $(1-d)$ a fração de juvenis que permanece no bando $d < 1$. O fator $\frac{1}{2}$ na última equação significa que estamos considerando razão sexual 1 : 1.

As soluções de equilíbrio do sistema (2.10), isto é, os valores de \bar{I} , \bar{J} e \bar{A} para os quais $\bar{I} = f_1(\bar{I}, \bar{J}, \bar{A})$, $\bar{J} = f_2(\bar{I}, \bar{J}, \bar{A})$ e $\bar{A} = f_3(\bar{I}, \bar{J}, \bar{A})$ são

$$E_1 = (0, 0, 0) \quad (2.11)$$

e

$$E_2 = \left(\frac{\mu\alpha}{b} \left(1 - \frac{1-\sigma}{R}\right), \frac{\sigma_1\mu\alpha}{b} \left(1 - \frac{1-\sigma}{R}\right), \frac{1}{b} \left(\left(\frac{R}{1-\sigma}\right) - 1 \right) \right), \quad (2.12)$$

onde $R = \frac{1}{2}(1-d)\sigma_2\sigma_1\mu\alpha$.

O ponto de equilíbrio (2.12) é biologicamente viável se

$$\sigma + \frac{1}{2}(1-d)\sigma_2\sigma_1\mu\alpha > 1, \quad (2.13)$$

isto é, para que a população persista é necessário que a fração de filhotes fêmea por fêmea que chega à idade adulta somada à fração de fêmeas adultas que sobrevivem, supere 1.

Estabilidade

A análise de estabilidade será feita com base nas condições de Jury para o caso $n = 3$:

Teorema 2.1. *Seja o polinômio característico dado pela expressão $p(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$. As soluções λ_i , $i = 1, 2, 3$, de $p(\lambda) = 0$ satisfazem $|\lambda_i| < 1$ se e somente se as três seguintes condições são satisfeitas [1]:*

$$(i) p(1) > 0$$

$$(ii) (-1)^3 p(-1) > 0$$

$$(iii) 1 - (a_3)^2 > |a_2 - a_3 a_1|.$$

A matriz jacobiana para o sistema (2.10), avaliada em um ponto arbitrário $(\bar{I}, \bar{J}, \bar{A})$, é

$$J(\bar{I}, \bar{J}, \bar{A}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{\mu\alpha}{(1+bA)^2} \\ \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2(1-d)}{2} & \sigma \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

Estabilidade de $E_1 = (0, 0, 0)$

Substituindo o equilíbrio (2.11) na matriz jacobiana (2.14) obtemos

$$J(0, 0, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mu\alpha \\ \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2(1-d)}{2} & \sigma \end{pmatrix}, \quad (2.15)$$

cujo polinômio característico é

$$p(\lambda) = \lambda^3 - \sigma\lambda^2 - R. \quad (2.16)$$

Verifiquemos se as condições do Teorema (2.1) são satisfeitas

$$(i) p(1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \sigma + R < 1. \quad (2.17)$$

a qual é válida quando o E_2 não é biologicamente viável.

$$(ii) (-1)^3 p(-1) = 1 + \sigma + R > 0$$

Notemos que (ii) é sempre satisfeita, pois todos parâmetros são positivos.

$$(iii) 1 - (a_3)^2 > |a_2 - a_3 a_1|$$

Os coeficientes correspondentes ao polinômio (2.16) são:

$$a_3 = -R, a_2 = 0 \text{ e } a_1 = -\sigma.$$

Substituindo-os na condição (iii) tem-se

$$1 - R^2 > |\sigma R| = \sigma R,$$

isto é, $R(\sigma + R) < 1$.

Para que (i) seja válida, $R < 1$. Assim, como $\sigma + R < 1$, (iii) também é válida. Portanto, a condição para que E_1 seja estável é $\sigma + R < 1$.

Estabilidade do E_2

A matriz jacobiana aplicada no ponto de equilíbrio (2.12) é

$$J(E_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-\sigma)^2 \mu \alpha}{R^2} \\ \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma 2(1-d)}{2} & \sigma \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

cujo polinômio característico é dado por

$$p(\lambda) = \lambda^3 - \sigma \lambda^2 - \frac{(1-\sigma)^2}{R}. \quad (2.19)$$

Aplicando as condições de Jury

(i) $p(1) = 1 - \sigma - \frac{(1-\sigma)^2}{R} > 0 \Leftrightarrow \sigma + R > 1$, a qual corresponde à condição de existência de E_2 .

(ii) $(-1)^3 p(-1) = 1 + \sigma + \frac{(1-\sigma)^2}{R} > 0$, é sempre válida.

(iii) $1 - (a_3)^2 > |a_2 - a_3 a_1|$, em que $a_1 = -\sigma$, $a_2 = 0$ e $a_3 = -\frac{(1-\sigma)^2}{R}$.

A desigualdade (iii) corresponde a

$$\frac{\sigma(1-\sigma)^2}{R} + \frac{(1-\sigma)^4}{R^2} < 1, \quad (2.20)$$

a qual é válida quando $\sigma + R > 1$ pois,

$$\frac{\sigma(1-\sigma)(1-\sigma)}{R} + \frac{(1-\sigma)^2(1-\sigma)^2}{R^2} < \sigma(1-\sigma) + (1-\sigma)^2 = (1-\sigma) < 1.$$

Assim, E_2 é assintoticamente linearmente estável se $\sigma + R > 1$.

Neste caso, o bando atingirá equilíbrio

$$\bar{S} = \frac{R - (1-\sigma)}{b} \left[\frac{1}{1-\sigma} + \frac{\mu\alpha}{R}(1 + \sigma_1) \right], \quad (2.21)$$

$$\bar{S} = \bar{I} + \bar{J} + \bar{A}.$$

2.1.2 Simulações

Nesta seção vamos apresentar as simulações do modelo 2.10 para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 no caso em que σ_2 varia e os demais valores estão fixos. Construímos diagramas de bifurcação para cada faixa etária, em relação a σ_2 . Como bando inicial supomos 20 indivíduos distribuídos conforme Tabela 2.1.

Para as simulações utilizamos o software livre para o Linux, GNU Octave, versão 4.2.2 (Copyright (C) 2018 John W. Eaton et al.).

No diagrama de bifurcação exposto na Figura 2.1 podemos observar a estabilidade dos dois pontos de equilíbrio para a densidade de leitões, juvenis e

Tabela 2.1: Os valores dos parâmetros foram estabelecidos com base na literatura estudada [13],[18].

Parâmetro	Valor
Sobrevivência de leitões(σ_1)	0,50
Sobrevivência de juvenis(σ_2)	0,60
Sobrevivência de adultos(σ)	0,80
Leitões por parto (α)	7
Fêmeas aptas à reprodução (μ)	0,90
Competitividade dos filhotes (b)	0,05
Juvenis que ficam no bando ($1 - d$)	0,60

adultos, sendo o equilíbrio trivial estável para $\sigma_2 < 0,2$ nos três casos. Quando σ_2 supera esse valor o equilíbrio de persistência torna-se estável. Assim, para esse conjunto de parâmetros, a população persistirá quando a sobrevivência de juvenis for maior que 20%.

Assim temos concluída a primeira etapa da formulação do modelo correspondente ao estágio de reação.

2.2 Dispersão

Os bandos de javalis permanecem numa determinada área de vida até que os recursos se esgotem ou que algum distúrbio como caça provoque o deslocamento. Na chamada área de vida, o bando procura por alimento e descanso, executando assim uma movimentação diária de prospecção por recursos. O tamanho da área de vida e o tempo que nela permanecem varia com a disponibilidade de recursos alimentícios. Quando ocorre diminuição de alimentos ou distúrbios, a área de vida aumenta. Estimativas do tamanho da área de vida na Europa variam de 4 a $21,8Km^2$ tendo sido reportado um tamanho de 50 a $100Km^2$ quando ocorre caça [16]. Quando os recursos se esgotam, os bandos podem percorrer de 12 a $280Km$ à procura de uma nova área para instalar-se.

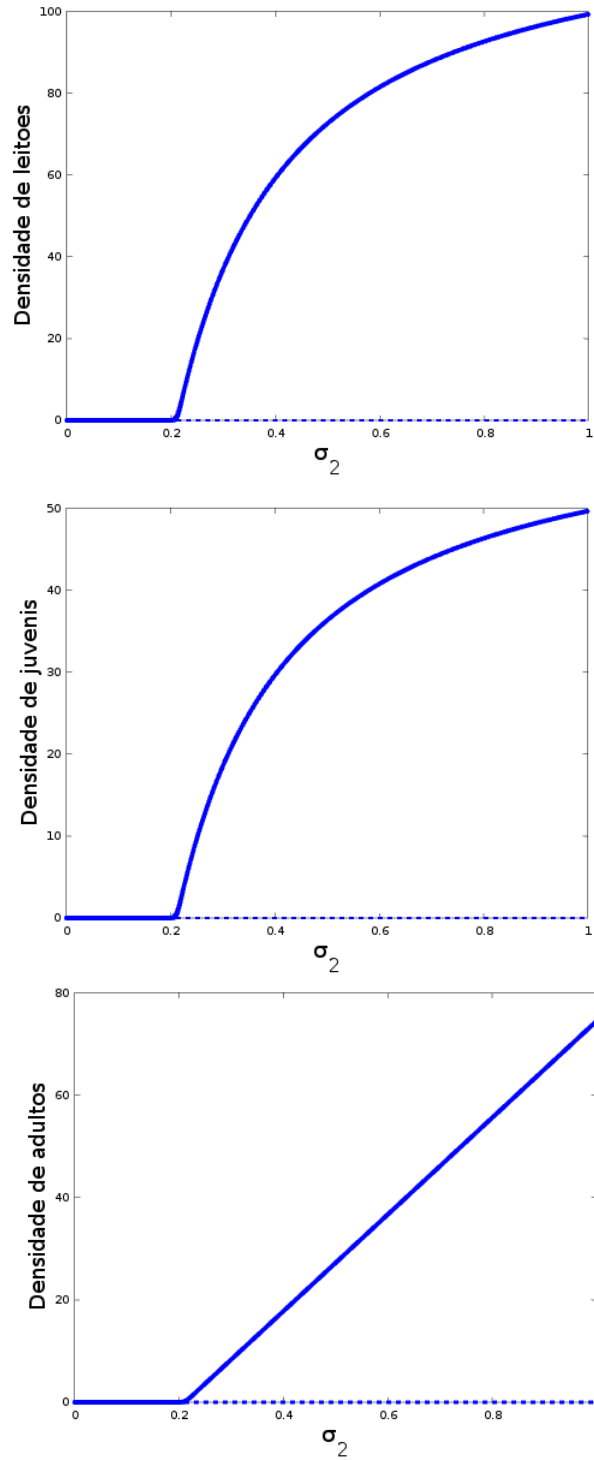


Figura 2.1: Diagrama de bifurcação para as (a) leitões, (b) juvenis e (c) adultas, todos em relação a σ_2 .

Para estudar a dinâmica espaço-temporal dos bandos de javalis, vamos considerar um habitat bidimensional dividido em sítios que correspondem à área de vida anual de um bando de javalis. Isto é, cada sítio corresponde a uma estimativa da área explorada por apenas um bando durante um ano. Como forma de evitar competição, os bandos mantêm distância entre si.

Dessa forma, para efeito de modelagem, não vamos considerar pequenos deslocamentos e pequenas mudanças de áreas de vida que porventura ocorram durante um ano.

Assumimos que durante a fase de dispersão, os deslocamentos sazonais de maior alcance que ocorrem após o esgotamento da área de vida anual.

Vamos formular uma RMA em que a dinâmica é composta por uma fase sedentária em que ocorre o crescimento dos bandos em número de indivíduos e uma fase de dispersão na qual se dá a realocação dos bandos e a formação de novos bandos através da saída de parte das fêmeas jovens. Admitimos apenas a divisão permanente de um bando para formação de um novo bando; divisões temporárias bem como fusão de bandos - que também ocorrem - não serão considerados no modelo.

Assim, $I_t(\mathbf{x})$, $J_t(\mathbf{x})$ e $A_t(\mathbf{x})$ representam, respectivamente, a densidade de leitões, juvenis e fêmeas adultas do bando que ocupa o sítio $\mathbf{x} \in \Omega = \{x_1, \dots, x_n\} \times \{x_1, \dots, x_n\}$, no ano t .

2.3 Dinâmica espaço temporal

Durante a fase sedentária, a densidade de indivíduos em cada faixa etária, no sítio \mathbf{x} , é dada por

$$\begin{bmatrix} I'_t(\mathbf{x}) \\ J'_t(\mathbf{x}) \\ A'_t(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(I_t(\mathbf{x}), J_t(\mathbf{x}), A_t(\mathbf{x})) \\ f_2(I_t(\mathbf{x}), J_t(\mathbf{x}), A_t(\mathbf{x})) \\ f_3(I_t(\mathbf{x}), J_t(\mathbf{x}), A_t(\mathbf{x})) \end{bmatrix}$$

onde f_1 , f_2 e f_3 são dadas em (2.10). Após a etapa de dispersão, a densidade de leitões, juvenis e adultos, respectivamente, no sítio \mathbf{x} será

$$I_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) I'_t(\mathbf{y}), \quad (2.22)$$

$$J_{t+1}(\mathbf{x}) = (1 - d) \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) J'_t(\mathbf{y}) + d \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) J'_t(\mathbf{y}), \quad (2.23)$$

$$A_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k(\mathbf{x}, \mathbf{y}) A'_t(\mathbf{y}), \quad (2.24)$$

d é a fração de indivíduos juvenis que não acompanha seu bando original e migra para \mathbf{x} ; $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é o núcleo de redistribuição que descreve a migração dos bandos e $k^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é o núcleo de redistribuição dos juvenis. Como será explicado a seguir, $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ não podem ser simultaneamente não nulos para um mesmo sítio \mathbf{x} de modo a evitar que dois bandos migrem para um mesmo sítio.

Admitimos que a vizinhança $V_{\mathbf{x}}$, constituída dos sítios para os quais o bando residente em \mathbf{x} pode migrar, é constituída dos vinte e quatro vizinhos mais próximos de \mathbf{x} . Dessa forma, supomos que as migrações sazonais ocorrem aproximadamente dentro de um raio de até duas vezes o raio da área de vida.

2.3.1 Núcleo de redistribuição

O núcleo de redistribuição deve refletir o comportamento de movimentação dos bandos. Para completar o modelo propomos quatro tipos diferentes de núcleos a partir de hipóteses sobre a movimentação inter-sítios dos bandos.

Assim como o uso do habitat, a movimentação dos bandos é determinada pela distribuição de recursos, abrigo e por distúrbios causados principalmente pela caça.

Com exceção de parte das fêmeas jovens, o bando todo migra para uma mesma área de vida. Assim, uma vez estabelecida a forma do núcleo $k(\mathbf{x}, \mathbf{y})$, um só

sítio deve ser escolhido, por sorteio ou deterministicamente através de uma regra, de modo que todos os indivíduos de um bando migrem para o mesmo sítio.

2.3.2 Núcleo de redistribuição 1-Escolha aleatória

A forma mais simples para o núcleo de redistribuição é a distribuição uniforme. Com este tipo de núcleo, todos os sítios da vizinhança têm a mesma probabilidade de serem escolhidos como nova área de vida do bando. Esta forma simples para o núcleo de redistribuição pode ser uma boa aproximação para movimentação em meios homogêneos, como o caso de grandes plantações, onde não há um sítio preferencial. No entanto, um sítio já ocupado por outro bando não deve ser escolhido.

Definimos $\phi_t(\mathbf{x})$ como a função que descreve a ocupação do sítio \mathbf{x} , no ano t , como

$$\phi_t(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } S_t(\mathbf{x}) = 0; \\ 0, & \text{se } S_t(\mathbf{x}) \neq 0, \end{cases} \quad (2.25)$$

onde $S_t(\mathbf{x}) = I_t(\mathbf{x}) + J_t(\mathbf{x}) + A_t(\mathbf{x})$. Dessa forma, $\phi_t(\mathbf{x})$ é nula se a posição \mathbf{x} estiver ocupada.

O núcleo de redistribuição para escolha aleatória é

$$k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\phi_t(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in V_{\mathbf{y}}} \phi_t(\mathbf{x})}, \quad (2.26)$$

em que \mathbf{y} é a posição atual e $V_{\mathbf{y}}$ é a vizinhança de \mathbf{y} . Descreve a probabilidade da população do bando que se encontra na posição \mathbf{y} , migrar para \mathbf{x} , durante a fase de dispersão.

As fêmeas juvenis que abandonam o bando para formar outro bando, adotam o mesmo comportamento, de modo que $k_1^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{\phi'_t(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in V_{\mathbf{y}}} \phi'_t(\mathbf{x})}$, onde ϕ'_t corresponde à atualização de $\phi_t(\mathbf{x})$ após a movimentação do bando original a fim de

evitar que o novo bando formado pelas fêmeas jovens instalem-se no mesmo sítio que seu bando de origem.

2.3.3 Núcleo de redistribuição 2 - Escolha em função da distância

Ainda sob a hipótese de meios homogêneos em que a escolha é aleatória, é razoável supor que o bando tenha preferência pelos sítios mais próximos da posição em que se encontra, como forma de evitar gasto de energia em longas caminhadas.

Para descrever esta situação, utilizamos como núcleo a distribuição normal bidimensional dada por

$$k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|^2) = \frac{1}{2\pi\beta^2} \exp\left[-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{y}|^2}{2\beta^2}\right], \quad (2.27)$$

em que β é um parâmetro que quantifica a escala espacial de dispersão. No entanto, como sítios já ocupados são evitados, o núcleo de redistribuição que considera a distância para escolha da nova área de vida é dado por

$$k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)\phi_t(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in V_y} k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)\phi_t(\mathbf{x})}. \quad (2.28)$$

Pelo mesmo motivo exposto anteriormente, o núcleo de redistribuição 2 para juvenis é dado por

$$k_2^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)\phi_t'(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in V_y} k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)\phi_t'(\mathbf{x})}. \quad (2.29)$$

2.3.4 Núcleo de redistribuição 3 - Movimentação por taxia

A distribuição dos javalis, como já comentado, é reconhecidamente dependente da abundância de recursos ([4], [5]). Gonçalves [4] observou que densidade de javalis, na Serra da Mantiqueira, aumenta em épocas de frutificação de araucárias. Também há relatos de ataques de javalis a culturas agrícolas em época de colheita. Dessa forma, em ambientes heterogêneos, a prospecção e busca por regiões de boa qualidade para instalação da área de vida, não pode ser negligenciada.

O movimento orientado, em resposta a uma fonte atratora recebe o nome de taxia [10]. Muito comum em organismos biológicos, que dispõem de mecanismos de percepção de gradientes de concentração de um agente atrator, como no caso dos javalis que percebem o campo gradiente da distribuição de recursos e se movem em direção às maiores concentrações.

Para incluir o fenômeno de taxia por recursos no modelo, vamos modificar o núcleo de redistribuição de modo que os sítios em que os recursos sejam mais abundantes tenham maior probabilidade de serem escolhidos.

A qualidade do sítio \mathbf{x} com relação à abundância de recursos alimentícios e fornecimento de abrigo contra caça é representada pela função $r_t(\mathbf{x})$. Isto é, $r_t(\mathbf{x})$ mede o potencial de recursos para a sobrevivência do sítio \mathbf{x} , no ano t ; de modo que, $0 \leq r_t(\mathbf{x}) \leq 1$. A variação temporal pode refletir as alterações sazonais de culturas agrícolas, frutificação ou esgotamento dos recursos causados pelos próprios javalis.

Além dos recursos, devemos considerar também a distância com relação ao sítio de origem e a ocupação por outro bando; um sítio ocupado tem qualidade nula. Desse modo, chamamos de qualidade total do sítio \mathbf{x} , percebida pelo bando que se encontra no sítio \mathbf{y} , à função

$$Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)r(\mathbf{x})\phi_t(\mathbf{x})}{\sum_{\mathbf{x} \in V_y} k_n(|\mathbf{x}-\mathbf{y}|)r(\mathbf{x})\phi_t(\mathbf{x})}. \quad (2.30)$$

Após a prospecção da vizinhança V_y , podemos supor que o bando migre para \mathbf{x} o sítio de máxima qualidade total $Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Isto é, migram para o sítio de menor distância, desocupado em que a qualidade de recursos seja máxima. Assim, definimos o núcleo de taxia perfeita (no sentido de que encontram a máxima qualidade), por

$$k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \begin{cases} 1, & \text{se } Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \max_{\tilde{\mathbf{x}} \in V_y} \{Q_t(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{y})\} ; \\ 0, & \text{se } Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \neq \max_{\tilde{\mathbf{x}} \in V_y} \{Q_t(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{y})\}. \end{cases} \quad (2.31)$$

Na Figura 2.2(a) ilustramos essa movimentação considerando 24 vizinhos mais próximos.

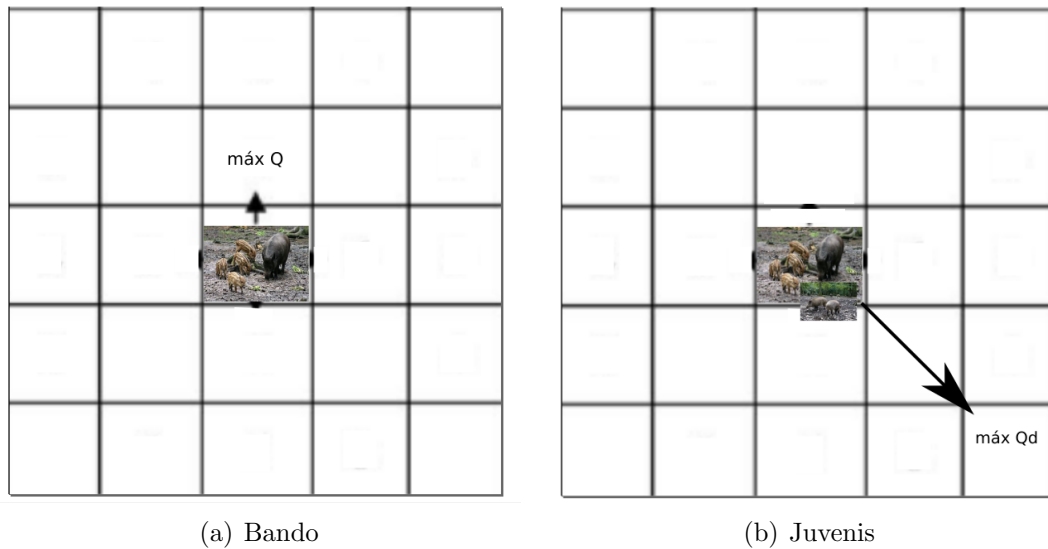


Figura 2.2: Representação das movimentações no caso do núcleo de redistribuição 3.

O núcleo de redistribuição para as fêmeas juvenis $k_1^d(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tem a mesma forma (2.31) porém, $Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é atualizada após a movimentação do bando original para evitar sobreposição de bandos da mesma área de vida (Figura 2.2(b)).

2.3.5 Núcleo de redistribuição 4 - Taxia imprecisa

O núcleo de redistribuição $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ supõe que o bando migra para o sítio de máxima qualidade em sua vizinhança. No entanto, escolha acertada exige alta capacidade de prospecção e elementos para comparação.

Assim, o núcleo de redistribuição $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ fornece a probabilidade que cada sítio seja escolhido e, através de um sorteio com estas probabilidades, inclui a possibilidade de erro na escolha pela melhor área de vida. Desse modo,

$$k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \quad (2.32)$$

3 SIMULAÇÕES

Neste capítulo vamos apresentar as simulações do modelo descrito pelas equações (2.22), (2.23) e (2.24) para analisar a dispersão dos bandos considerando os quatro diferentes núcleos de redistribuição os quais podem ser “escolha aleatória na vizinhança” (núcleo 1), “escolha aleatória em função da distância” (núcleo 2), “taxia com escolha ótima” (núcleo 3) e “taxia com escolha imprecisa” (núcleo 4).

Para a função $r_t(\mathbf{x})$ utilizamos diferentes funções de forma a retratar situações como: recursos distribuídos homogeneamente no habitat, recursos distribuídos de maneira aleatória e distribuídos periodicamente, como será explicitado.

A fim de analisarmos os resultados com objetividade, não basta a simples observação visual de padrões de espalhamento. Assim, em cada etapa de tempo calculamos a densidade total, a distância quadrática média e o número de sítios ocupados que nos fornecem parâmetros para avaliar e comparar os modelos propostos.

A densidade total, dada por

$$\bar{S}_t = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} S_t(\mathbf{x}) \quad (3.1)$$

em que $S_t(\mathbf{x}) = I_t(\mathbf{x}) + J_t(\mathbf{x}) + A_t(\mathbf{x})$ é a soma dos indivíduos das três faixas etárias na posição \mathbf{x} , no tempo t .

Nos processos de invasão iniciados em um único sítio, uma importante ferramenta para analisar dispersão é o cálculo da média ponderada do quadrado das distâncias também conhecida por distância quadrática média, dada pela seguinte expressão, [23]:

$$\sigma_t^2 = \frac{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} S_t(\mathbf{x}) [(\mathbf{x}_i - \mathbf{z}_i)^2 + (\mathbf{x}_j - \mathbf{z}_j)^2]}{\sum_{\mathbf{x} \in \Omega} S_t(\mathbf{x})}, \quad (3.2)$$

em que $(\mathbf{z}_i, \mathbf{z}_j)$ é o sítio onde iniciou o processo de dispersão.

3.1 Implementação do modelo

Nos modelos de RMA, em geral, a atualização do estado do sistema ocorre de forma sincronizada, tanto na fase de reação (interação) como na fase de dispersão. Isto é, todos os sítios são atualizados simultaneamente de acordo com o estado do sistema na etapa de tempo anterior [9].

No modelo que propomos, no entanto, este tipo de atualização não é adequada uma vez que dois bandos poderiam escolher o mesmo sítio durante a fase de movimentação. Dessa forma, optamos pela atualização síncrona para a fase de reação e atualização assíncrona para a fase de movimentação.

Há vários métodos para realizar atualização assíncrona. Por exemplo, pode-se atualizar o estado de um sítio com probabilidade ξ e deixá-lo sem atualizar com probabilidade $1 - \xi$. Nesse trabalho, adotamos o seguinte método de atualização assíncrona para implementar o estágio de movimentação: os sítios ocupados são atualizados (bando em cada sítio “escolhe outro sítio para instalar-se”) sequencialmente de modo que o sítio a ser atualizado é escolhido aleatoriamente com probabilidade uniforme.

Assim, após o estágio de reação, para cada bando sorteado para ser movimentado, é escolhido um novo sítio para instalação de acordo com cada núcleo de redistribuição. Em seguida, a função $\phi_t(\mathbf{x})$ (e $Q_t(\mathbf{x})$ para os núcleos k_3 e k_4) é atualizada a fim de evitar que dois bandos escolham o mesmo sítio. Após a movimentação do bando, é escolhido um sítio para instalação dos juvenis que deixam este bando de acordo com o núcleo k_i^d ($i = 1, \dots, 4$). Só então é feito um novo sorteio para que ocorra a movimentação de outro bando. Inicialmente, vamos supor que após a saída de um bando de um sítio, os recursos são imediatamente reconstituídos de modo que o sítio possa ser ocupado por outro bando. A degradação do sítio será incluída posteriormente (ver seção 3.5).

É preciso também estabelecer como proceder em algumas situações especiais que descrevemos a seguir:

- * se todos os sítios da vizinhança de um bando estiverem ocupados, então o bando permanece sem se movimentar sendo que o mesmo ocorre para os juvenis deste bando que se instalariam em outro sítio;
- * de acordo com a distribuição de recursos, pode ser que dois ou mais sítios apresentem o valor máximo de qualidade, que pode gerar conflito para implementação com o núcleo de redistribuição $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Neste caso, um dos sítios de máxima qualidade é escolhido ao acaso;
- * o sorteio do sítio de instalação através do núcleo $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é implementado da seguinte forma: dividimos o intervalo $[0, 1]$ em 25 partes com tamanhos correspondentes aos valores de $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ na vizinhança do sítio \mathbf{y} (que será atualizado), a partir de uma ordem pré-determinada dos sítios de $V_{\mathbf{y}}$. Em seguida, realizamos um sorteio de um valor ξ em $[0, 1]$ com probabilidade uniforme e determinamos em qual dos sub-intervalos ξ está localizado. Finalmente, identificamos o sítio correspondente ao extremo do subintervalo mais próximo de ξ .

O algoritmo utilizado nas simulações tem a estrutura representada no fluxograma da Figura 3.1.

Com o objetivo de estudar o processo de invasão dos javalis, implementamos as equações (2.22)-(2.24) a partir de uma distribuição inicial composta por um único bando no centro do domínio formado por sete leitões, sete juvenis e seis adultos; Isto é,

$$(I_0(\mathbf{x}^0), J_0(\mathbf{x}^0), A_0(\mathbf{x}^0)) = (7, 7, 6),$$

onde $\mathbf{x}^0 = (26, 26)$.

De acordo com [17], a área de vida anual de um bando, pode chegar a $100Km^2$, o que nos leva a considerar cada sítio com dimensões de $10 \times 10Km$. Em um domínio de 50×50 sítios, estamos estudando uma área de $250.000Km^2$, um pouco menor do que a área do Rio Grande do Sul que é de $281.730.223Km^2$ [17].

Fixamos também a vizinhança V_x de um sítio, em seus 25 sítios mais próximos. Desse modo, nas migrações sazonais em busca de nova área de vida, cada bando viaja de 10 a $20Km$ aproximadamente.

As fronteiras do domínio são reflexivas; simulando uma região limitada por barreiras físicas ou por uma região inapropriada para a espécie fora do domínio.

Testamos diferentes distribuições espaciais dos recursos: homoganeamente distribuídos ou com estrutura espacial heterogênea. Além disso, consideramos algumas alterações no modelo que incluem uma taxa de reprodução dependente dos recursos, degradação desses recursos e diferentes escalas de movimentação e reprodução. Em todos os casos simulados, foram realizadas dez simulações, cada uma com uma sequência diferente de números aleatórios para escolha da atualização assíncrona. Em seguida, calculamos a média da população total, da distância quadrática média e dos sítios ocupados, em cada t , obtidas nas dez realizações do modelo.

Os resultados das simulações são apresentados em dois tipos de gráficos:

(a) Densidade no reticulado onde as diferentes cores correspondem a densidades populacionais distintas (conforme escala);

(b) Séries temporais das médias da densidade populacional total, distância quadrática média e sítios ocupados que serão apresentadas em diferentes cores correspondentes aos núcleos de redistribuição (conforme legenda).

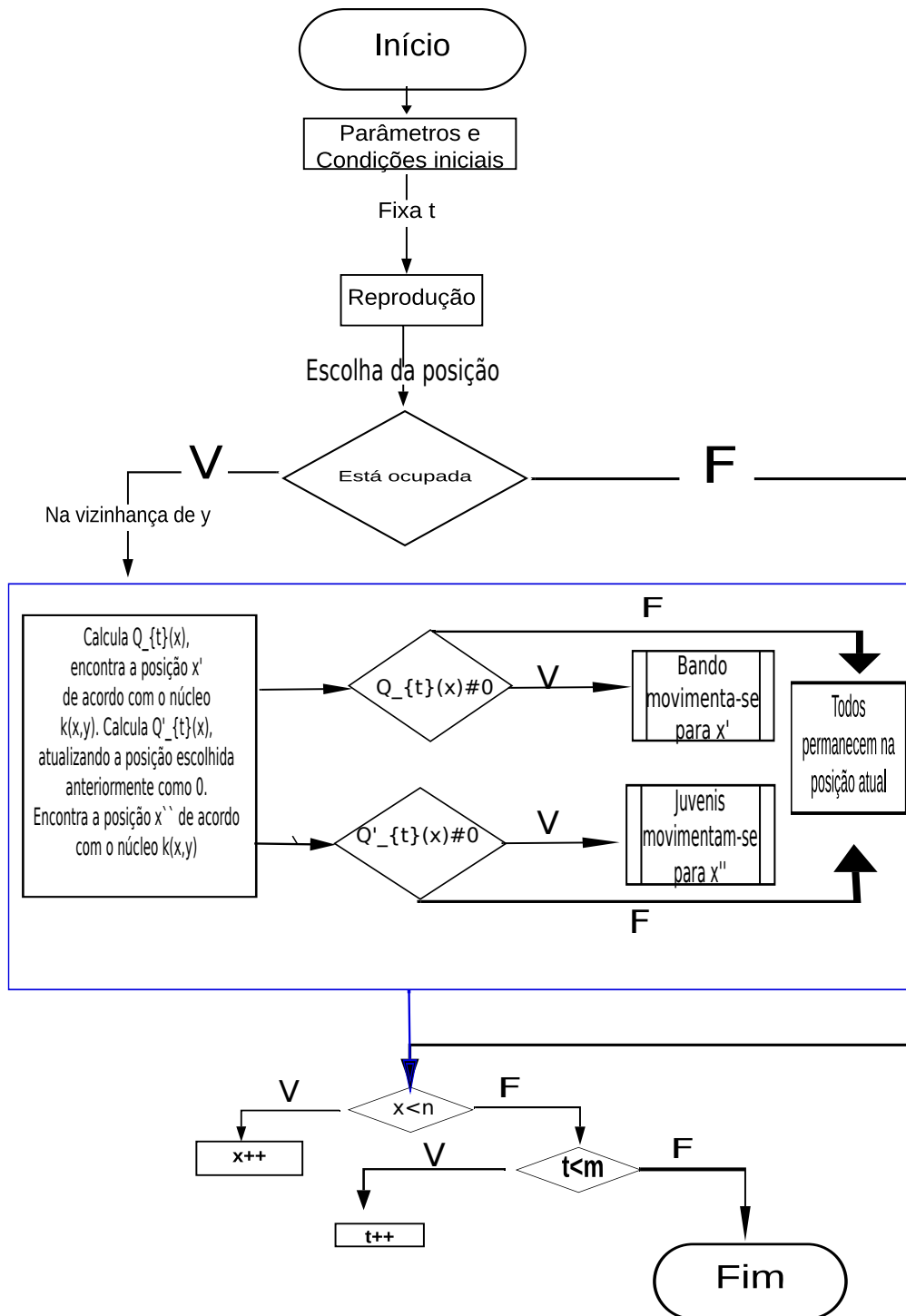


Figura 3.1: Fluxograma do algoritmo utilizado nas implementações.

3.2 Ambiente homogêneo, constante em qualidade

Consideremos inicialmente recursos distribuídos de forma homogênea. Isso ilustra, por exemplo, uma grande plantação ou um grande campo em que os recursos são uniformes.

Notemos que, nesse contexto e de acordo com os núcleos de redistribuição, se os recursos estiverem distribuídos de forma homogênea, a qualidade de cada sítio será determinada apenas pela distância e pela ocupação. Dessa forma, os núcleos 2, 3 e 4 produzem o mesmo efeito, razão pela qual apresentamos apenas os resultados obtidos com os núcleos 1 e 3.

As Figuras 3.2 e 3.3 ilustram a distribuição espacial dos bandos em diferentes tempos. As cores indicam a densidade total de indivíduos no bando em cada sítio, de acordo com as legendas. Podemos observar que, a partir da liberação inicial de um bando, no centro do domínio, a população espalha-se em todas as direções até ocupar todo o habitat, para os dois núcleos de redistribuição 1 e 3 considerados.

A Figura 3.4(a) ilustra a média da densidade total de indivíduos em todas as faixas etárias, em cada tempo, juntamente com as dez realizações do modelo. Observamos que a população cresce até que as bordas do habitat sejam alcançadas quando então, a divisão de bandos começa a diminuir e um patamar é atingido. A média das dez realizações da distância quadrática média e do número de sítios ocupados, ilustrados nas Figuras 3.4(b) e 3.4(c) crescem mais rapidamente para o núcleo 1.

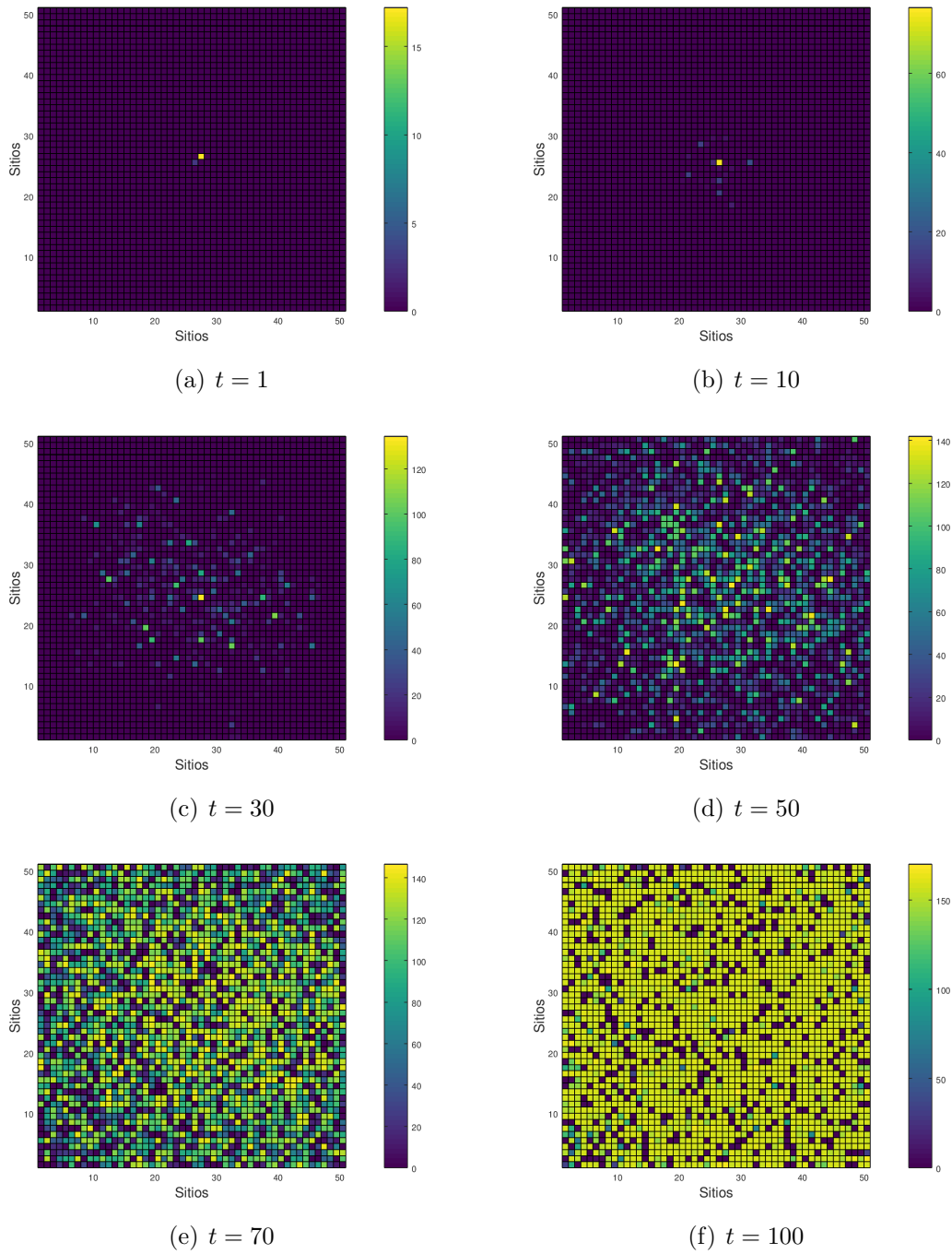


Figura 3.2: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 e núcleo de redistribuição 1 em um habitat homogêneo.

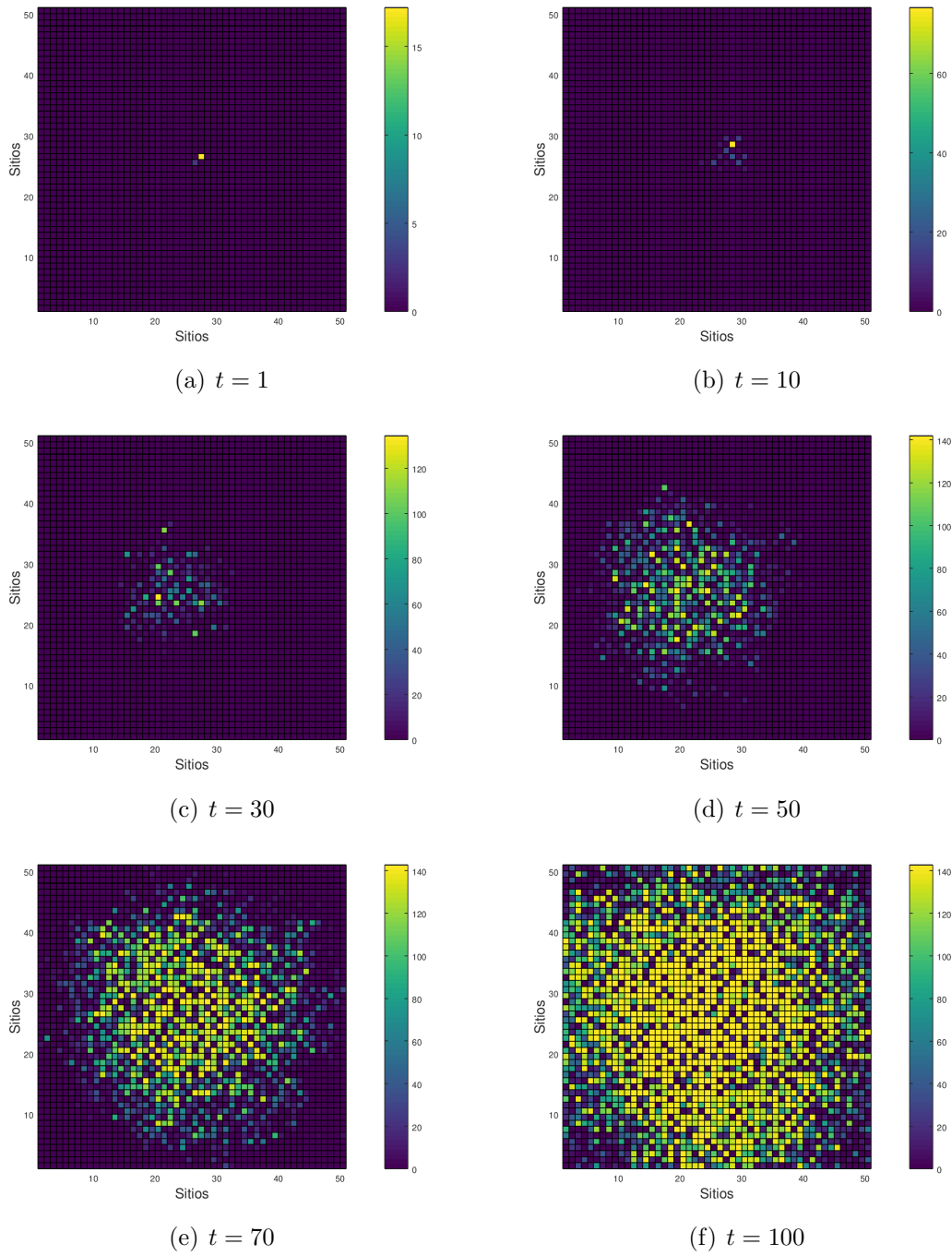
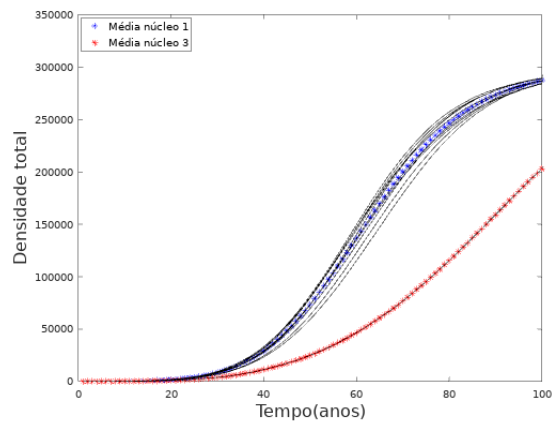
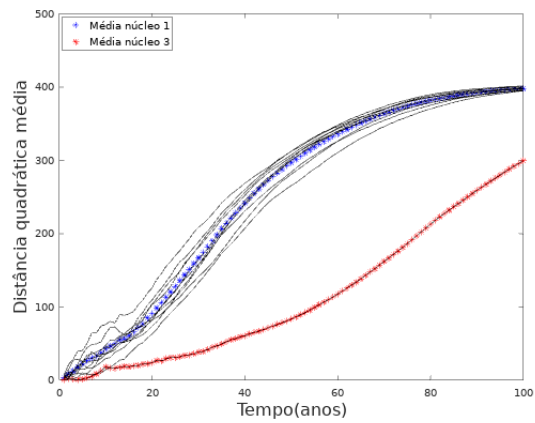


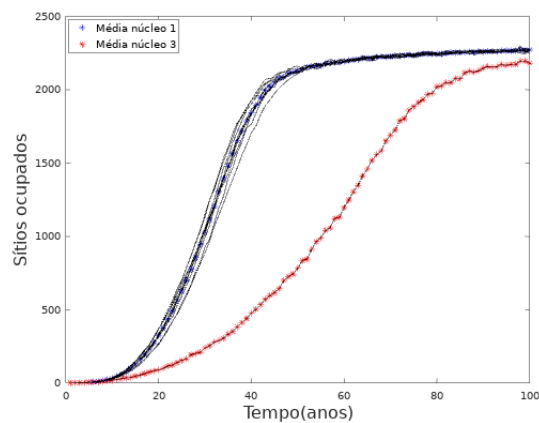
Figura 3.3: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 e núcleo de redistribuição 3.em um habitat homogêneo



(a)



(b)



(c)

Figura 3.4: (a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os núcleos de redistribuição 1 e 3 e habitat homogêneo.

3.3 Ambiente heterogêneo

3.3.1 Recursos periódicos

Numa escala de observação de aproximadamente $250.000Km^2$, a distribuição de recursos pode variar significativamente, como ocorre no Rio Grande do Sul, onde há regiões de campos de pastagens, outras de matas nativas e ainda regiões de campos de agricultura.

Como a distribuição dos javalis está fortemente relacionada à abundância de recursos, vamos simular o processo de dispersão em um ambiente heterogêneo de acordo com a função

$$r(\mathbf{x}) = -0,5[\sin(0,3x_i)\sin(0,3x_j)] + 0,5. \quad (3.3)$$

Nesse caso, a qualidade de recursos está distribuída no espaço de forma periódica como mostrado na Figura 3.5. Retrata a situação em que há diversos campos de plantações (como milho, por exemplo) regularmente espaçados; as áreas de qualidade nula, por outro lado, podem representar cidades. Com esta forma hipotética para a distribuição de recursos temos o intuito de testar os resultados do modelo com os quatro núcleos de redistribuição.

Na Figura 3.6 temos a disposição dos bandos em tempos distintos considerando o núcleo de redistribuição $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Nos tempos iniciais, muitos sítios já estão ocupados. Como a escolha das posições nessa situação não é influenciada nem pelos recursos e nem pela distância, nota-se que optam por sítios com alta ou baixa qualidade de recursos indiscriminadamente. Como a escolha independe da distância, observamos rápido espalhamento e um padrão nada semelhante com aquele exposto na Figura 3.5.

Na Figura 3.7, referente à distribuição espacial dos bandos considerando o núcleo de redistribuição $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ observa-se que os bandos invadem o domínio mais

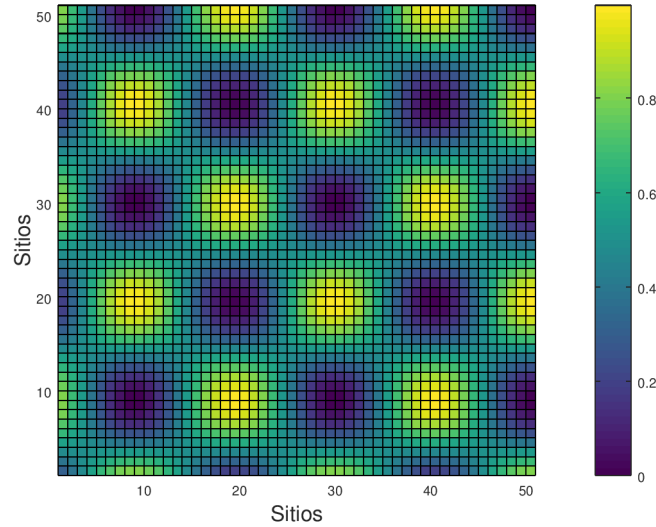


Figura 3.5: Distribuição espacial periódica dos recursos.

lentamente em comparação ao núcleo $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Como no caso do núcleo 1, o padrão é nada semelhante ao exposto na Figura 3.5.

A Figura 3.8 ilustra a distribuição espacial de bandos em diferentes tempos, para recursos periódicos e núcleo de redistribuição $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Observemos que a movimentação dos javalis ocorre em direção aos sítios com maior qualidade de recursos formando um padrão semelhante ao mostrado na Figura 3.5. Evitam os sítios com baixa qualidade surgindo o que pode ser visto como “buracos” na Figura 3.8 (d) e (e). Após ocuparem todas posições de melhor qualidade, não havendo opções para deslocarem-se começam a se estabelecer em todo domínio (Figura 3.8(f)).

Na Figura 3.9 podemos ver distribuição espacial dos bandos considerando o núcleo de redistribuição $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Como no caso anterior, nota-se que tendem a formar um padrão similar aquele exposto na Figura 3.5. A partir de $t = 80$ é possível perceber que sítios com baixa qualidade também tornam-se ocupados.

No gráfico da Figura 3.10(a) tem-se a média da densidade total para os quatro núcleos conforme legenda. Observam-se valores maiores da população total

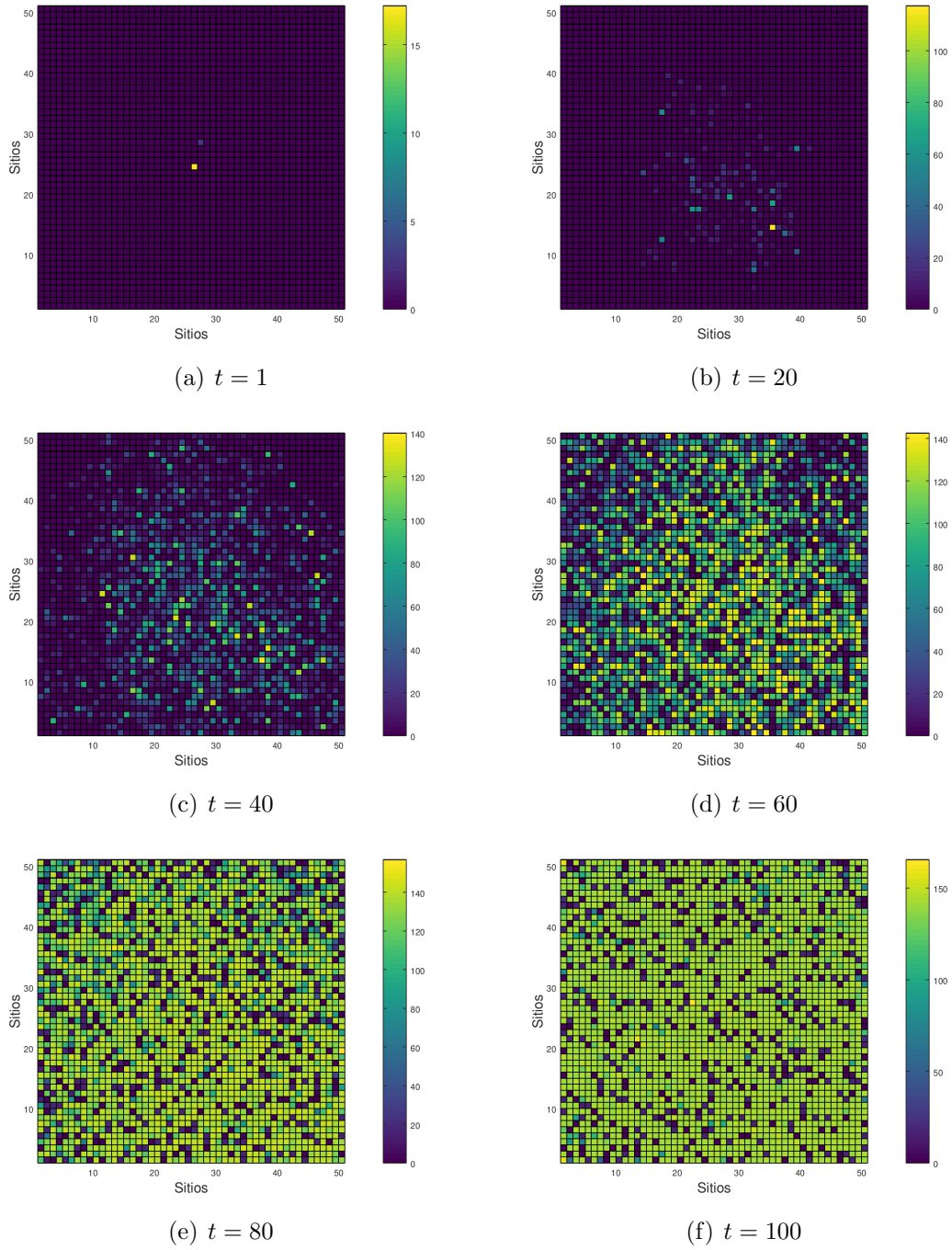


Figura 3.6: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.

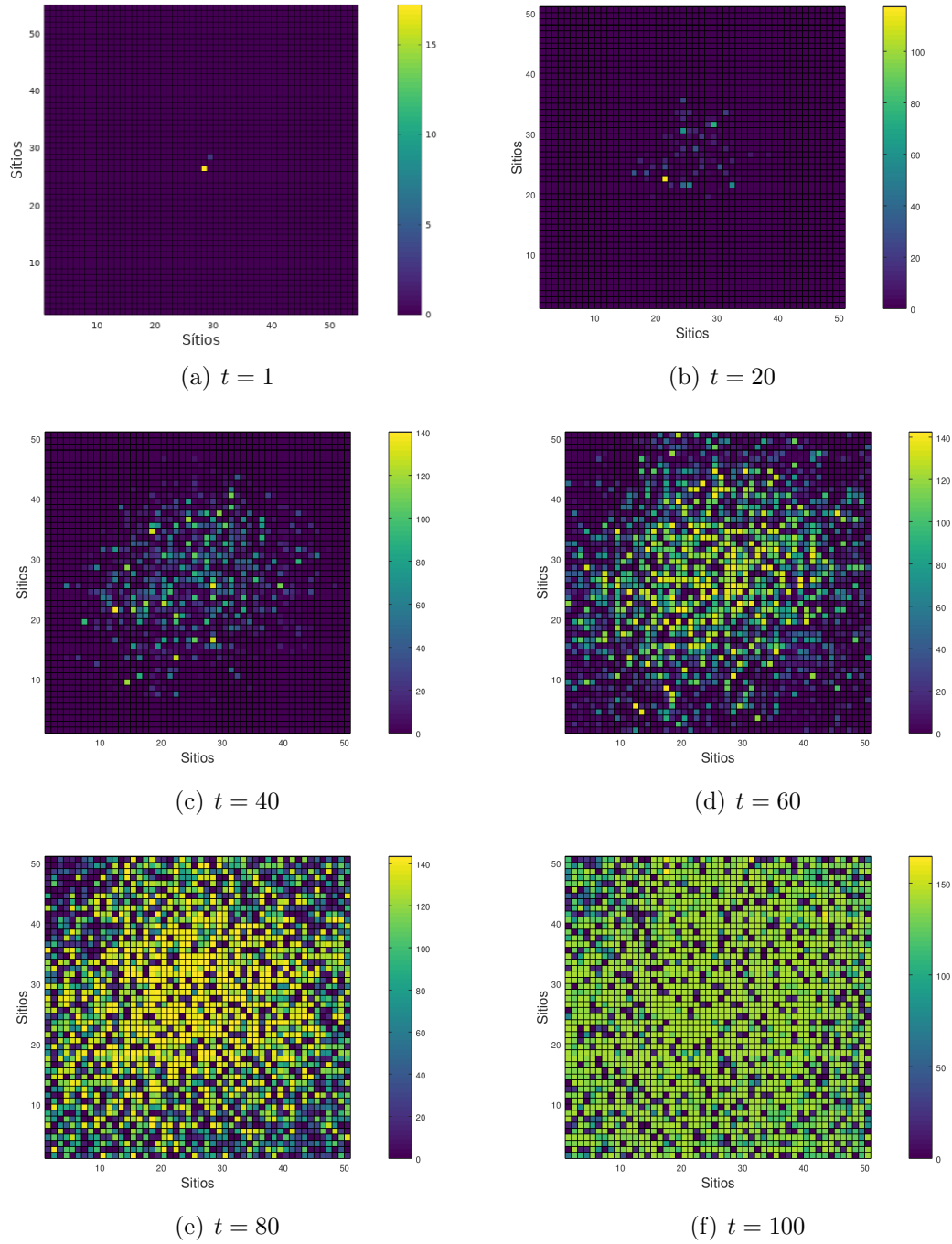


Figura 3.7: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.

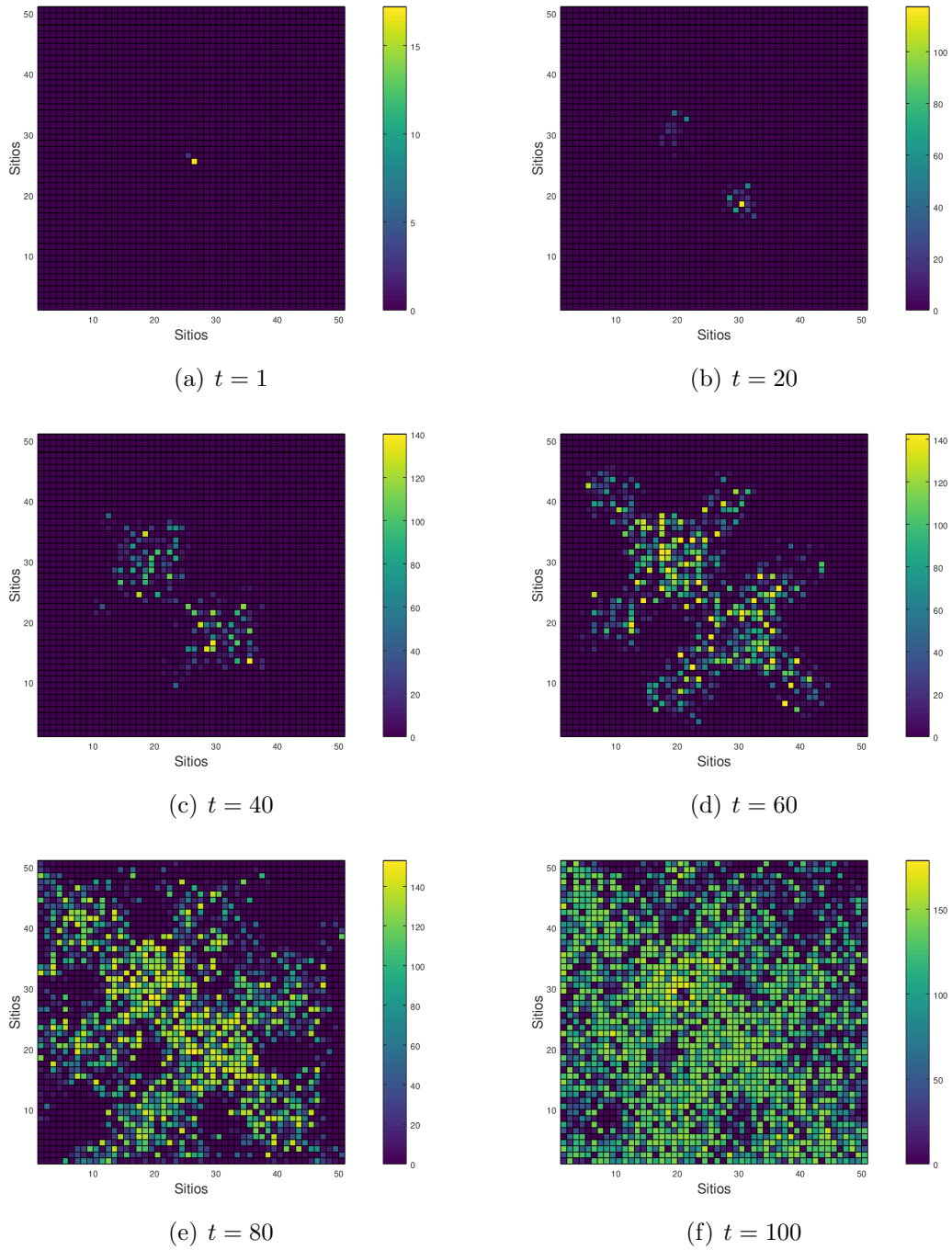


Figura 3.8: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.

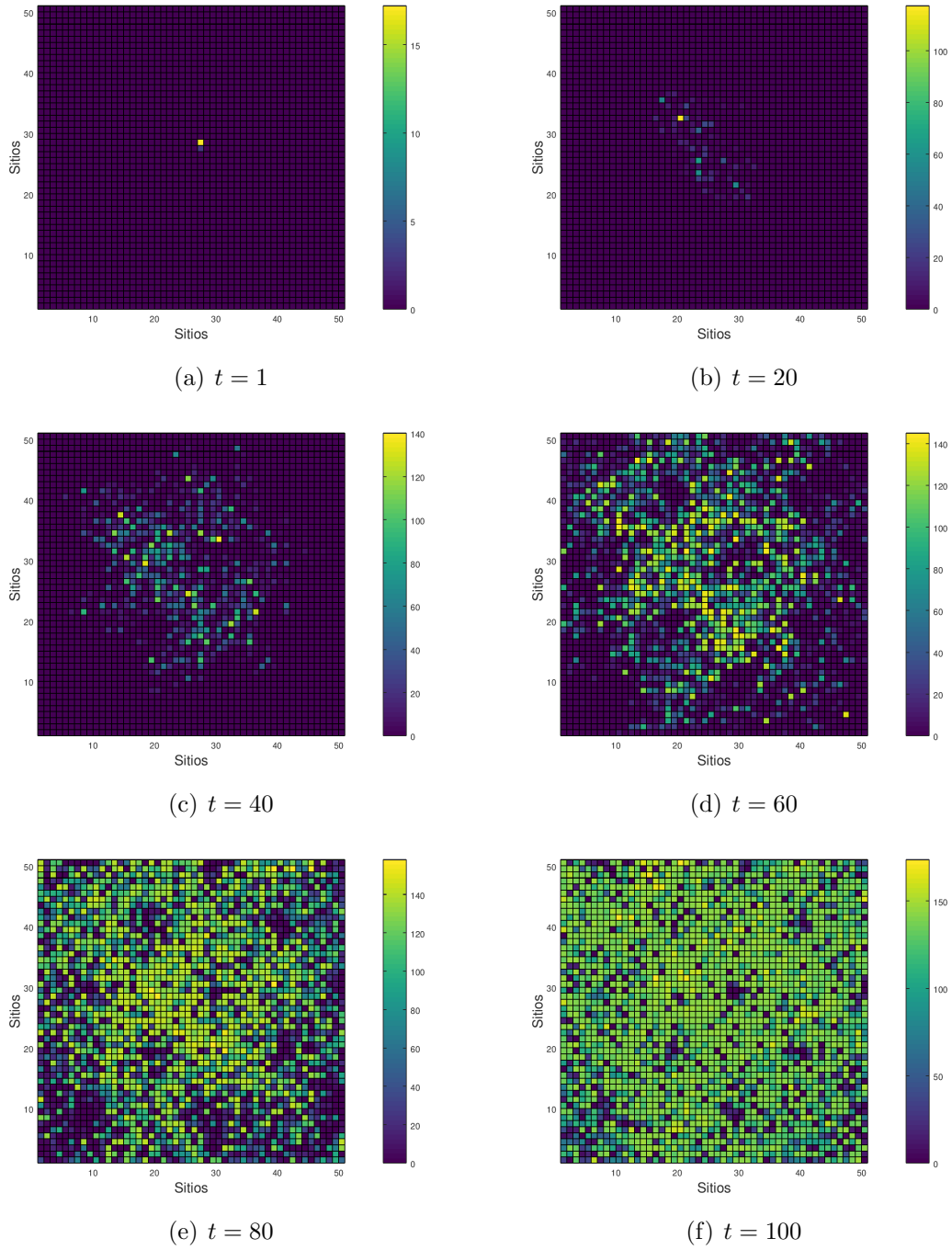
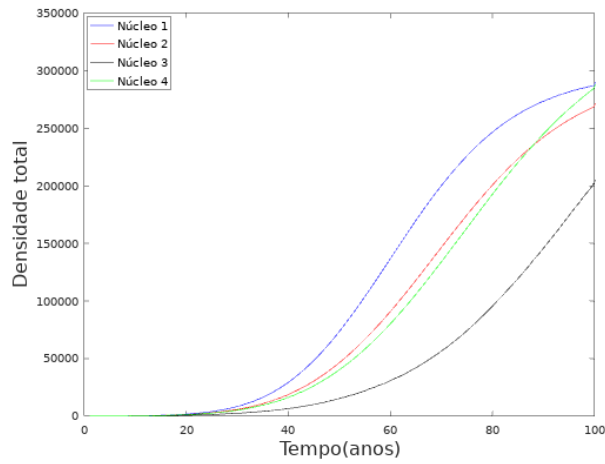
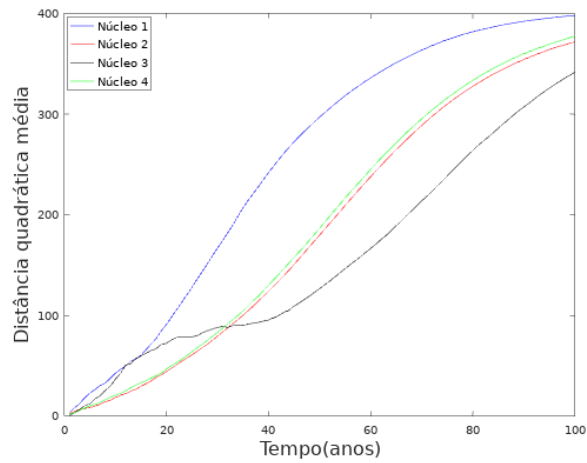


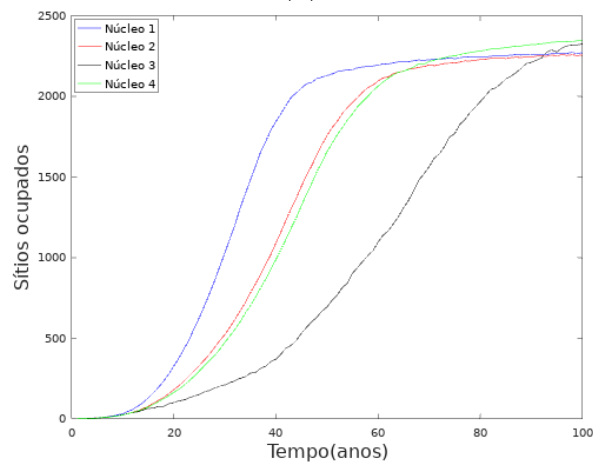
Figura 3.9: Distribuição espacial de $S_t(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, núcleo de redistribuição $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e habitat heterogêneo periódico.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.10: (a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição e recursos distribuídos de forma periódica.

para os núcleos 3 e 4 pois nesses casos temos a influência da taxa que possibilita que os javalis escolham as posições de melhor qualidade favoráveis à sobrevivência da população.

Pelo gráfico da média da distância quadrática média, podemos confirmar que a dispersão é mais rápida com o núcleo 1 (Figura 3.10(b)). Para os demais núcleos, a taxa e dependência da distância ocasionam uma dispersão mais lenta.

No gráfico Figura 3.10(c) está representada a média do número de sítios ocupados em cada tempo, notemos que os resultados condizem com a densidade total apresentada na Figura 3.10(a) pois quanto mais sítios ocupados, maior a densidade total.

3.3.2 Recursos aleatórios

Uma qualidade de recursos distribuída no espaço de forma aleatória como mostrado na Figura 3.11, pode representar, por exemplo, uma região nativa com áreas de campo e floresta proporcionando recursos distribuídos de forma irregular. Nesta seção, vamos simular a dispersão dos javalis em um habitat com recursos distribuídos de maneira aleatória. Isto é,

$$r(\mathbf{x}) = 0,5 + 0,45r_1, \quad (3.4)$$

r_1 é um número aleatório no intervalo $[-1, 1]$.

A Figura 3.12(a) ilustra a distribuição dos bandos de javalis em $t = 40$ e núcleo de redistribuição de taxa ótima $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$. Os bandos ocupam as posições de melhor qualidade que estão distribuídas no domínio de forma uniforme. O padrão torna-se muito similar ao apresentado na Figura 3.11 que mostra a disposição dos recursos no ambiente. O mesmo comportamento é observado para o núcleo $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ conforme Figura 3.12(b).

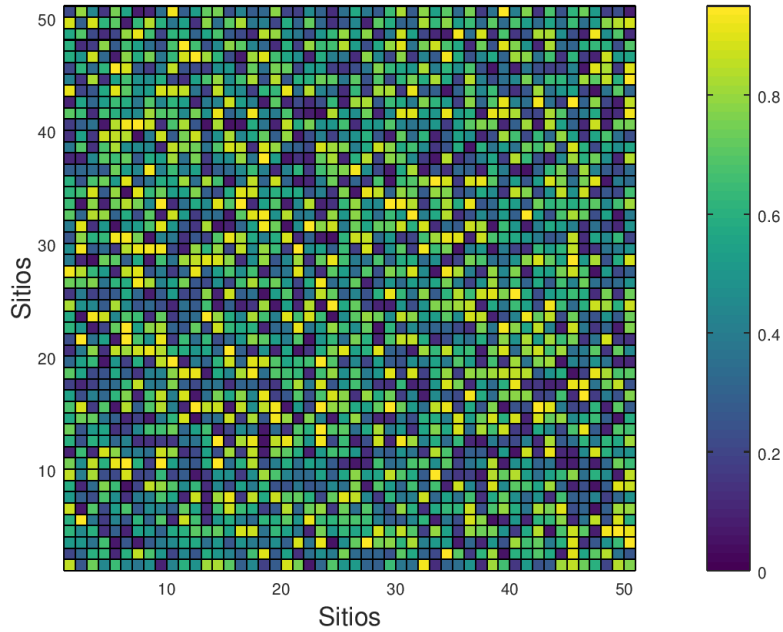


Figura 3.11: Distribuição espacial aleatória dos recursos com probabilidade uniforme.

Atentemos para o fato de que os núcleos de redistribuições $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ não dependem da distribuição de recursos. Logo, a distribuição espacial para recursos periódicos ou aleatórios é a mesma. Por esse motivo, não apresentamos a distribuição espacial da população para os núcleos $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$.

A média da densidade total (Figura 3.13(a)) para os quatro núcleos cresce até atingir um limite, comportamento típico do modelo Beverton-Holt, adotado para o crescimento dos leitões. A população total apresenta maior valor para os núcleos $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ devido à taxa. Para o núcleo $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ o crescimento é maior nos tempos iniciais ($t \leq 100$), comparado ao restante dos núcleos (Figura 3.13(a)).

A dispersão, assim como a densidade total, é maior para o núcleo que depende somente da função $\phi_t(\mathbf{x})$ (Figura 3.13(b)). É possível ver a crescente dis-

persão dos bandos, para os quatro núcleos, que estabiliza aproximadamente em $t = 100$ para os núcleos 1, 2, 3 e 4 quando então atingem as bordas do domínio.

3.4 Dinâmica vital com dependência dos recursos disponíveis no ambiente

Conforme visto no Capítulo 1, o número de leitões em uma ninhada pode variar de acordo com a disponibilidade de recursos do ambiente. Característica importante a incluir no modelo.

Com esse propósito, vamos incorporar à equação dos leitões o crescimento dependente dos recursos $r(\mathbf{x})$ que descreve a qualidade das fontes alimentícias no sítio \mathbf{x} . O número de filhotes por fêmea α fica agora $\alpha r(\mathbf{x})$. Isto é, o número de descendentes por fêmea diminui quando os recursos são baixos atingindo o máximo α quando $r(\mathbf{x}) = 1$ e os recursos são ótimos. Nesse momento, ainda, não estamos preocupados com a degradação desses recursos, ou seja, seu consumo em cada etapa de tempo t . Assim, $I'_t(\mathbf{y})$ em (2.22) será

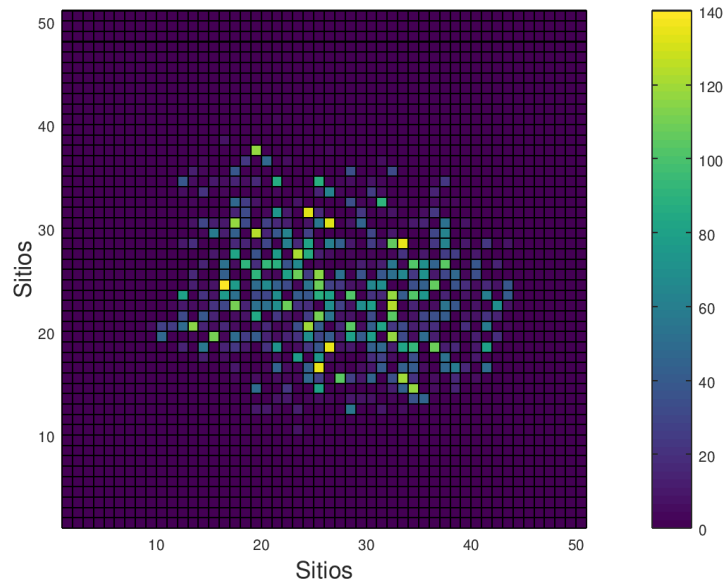
$$I''_t(\mathbf{y}) = \left(\frac{1}{1 + bA_t(\mathbf{y})} \right) \mu \alpha r(\mathbf{y}) A_t(\mathbf{y}). \quad (3.5)$$

Portanto, as equações (2.22), (2.23) e (2.24) passam a ser:

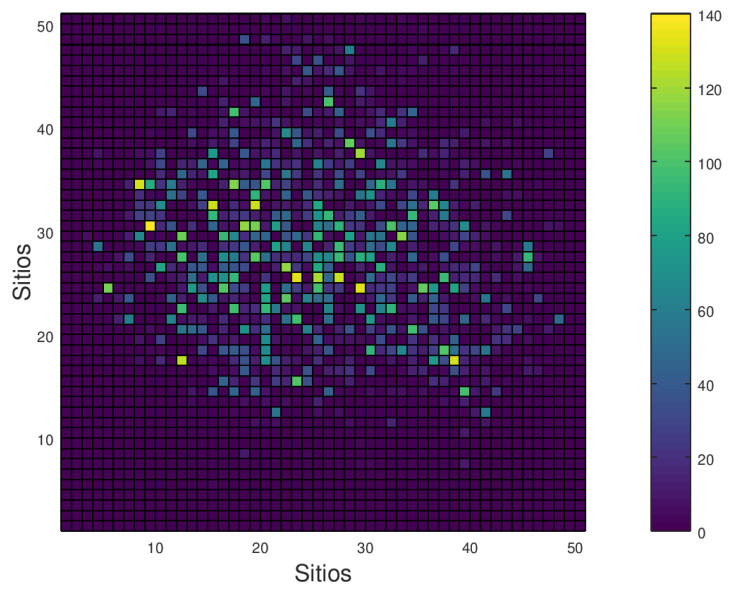
$$I_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k_{i^*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) I''_t(\mathbf{y}), \quad i^* = 1, \dots, 4, \quad (3.6)$$

$$J_{t+1}(\mathbf{x}) = (1 - d) \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k_{i^*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) J''_t(\mathbf{y}) + d \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k_{i^*}^d(\mathbf{x}, \mathbf{y}) J''_t(\mathbf{y}), \quad i^* = 1, \dots, 4 \quad (3.7)$$

$$A_{t+1}(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{y} \in V_{\mathbf{x}}} k_{i^*}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) A''_t(\mathbf{y}), \quad i^* = 1, \dots, 4, \quad (3.8)$$

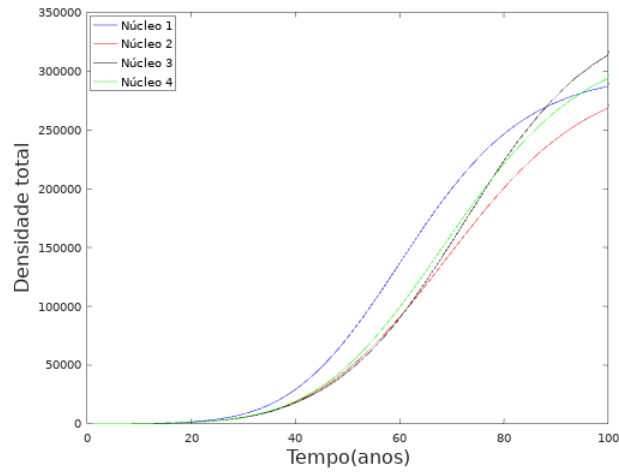


(a) k_3

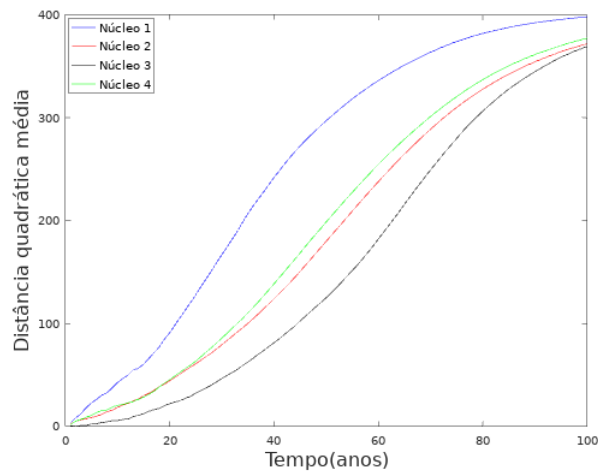


(b) k_4

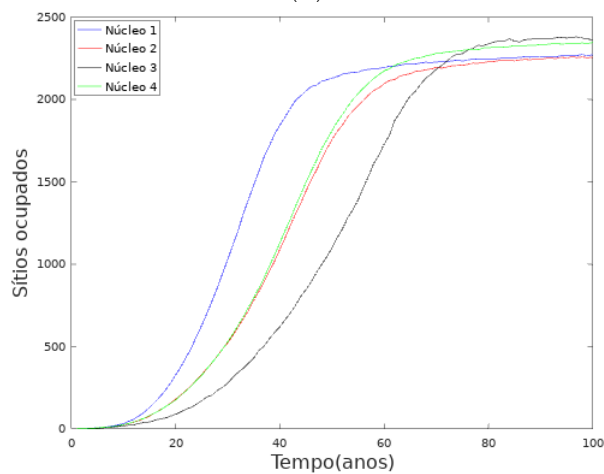
Figura 3.12: Distribuição espacial de $S_{40}(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, (a) núcleo 3 e (b) núcleo 4 e habitat heterogêneo aleatório.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.13: (a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição e habitat heterogêneo aleatório.

em que I_t'' , J_t'' e A_t'' são as densidades de leitões, juvenis e adultos, respectivamente, resultantes da inclusão da função $r(\mathbf{x})$.

Apresentamos a seguir as simulações referentes a essas novas equações considerando os quatro diferentes núcleos de redistribuição. Continuamos utilizando os parâmetros da Tabela 2.1, domínio 50×50 e a liberação de um bando no centro do domínio $(\mathbf{x}_{26}, \mathbf{x}_{26})$, composto por 7 leitões, 7 juvenis e 6 fêmeas adultas. Os recursos estão distribuídos de acordo com (3.3).

A disposição dos bandos no domínio de acordo com os quatro núcleos no tempo $t = 100$ está representada na Figura 3.14. Os bandos são mais numerosos nos sítios em que a função $Q_t(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ tem maior valor, isto é, melhor qualidade.

As distribuições espaciais dos núcleos $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (Figuras 3.14(a) e 3.14(b)) são, agora, influenciadas pela dependência dos recursos. Ainda que a escolha do sítio não leve em consideração a qualidade do habitat, na dinâmica vital, o crescimento é maior nas posições com melhores recursos (maiores valores de $r(\mathbf{x})$) como resultado, observamos a ausência de bandos nas posições “ruins”.

Na Figura 3.15(a) observamos que a média da densidade total para o núcleo $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (escolha ótima) é maior quando comparada com os demais núcleos. Pois, uma vez que estão localizados nas posições de melhor qualidade, o número de filhotes é maior e conseqüentemente a população aumenta.

Para o núcleo $k_4(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ em que também há taxia, tem-se o mesmo tipo de comportamento, densidade total alta comparada com os resultados correspondentes aos núcleos $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ e $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (Figura 3.15(a)). Porém, nesse caso a densidade total é menor do que aquela apresentada pelo núcleo $k_3(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ porque a escolha dos sítios pode não ser ótima.

No gráfico da média da distância quadrática (Figura 3.15(b)), a curva referente ao núcleo $k_1(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ (escolha aleatória na vizinhança) apresenta maior cres-

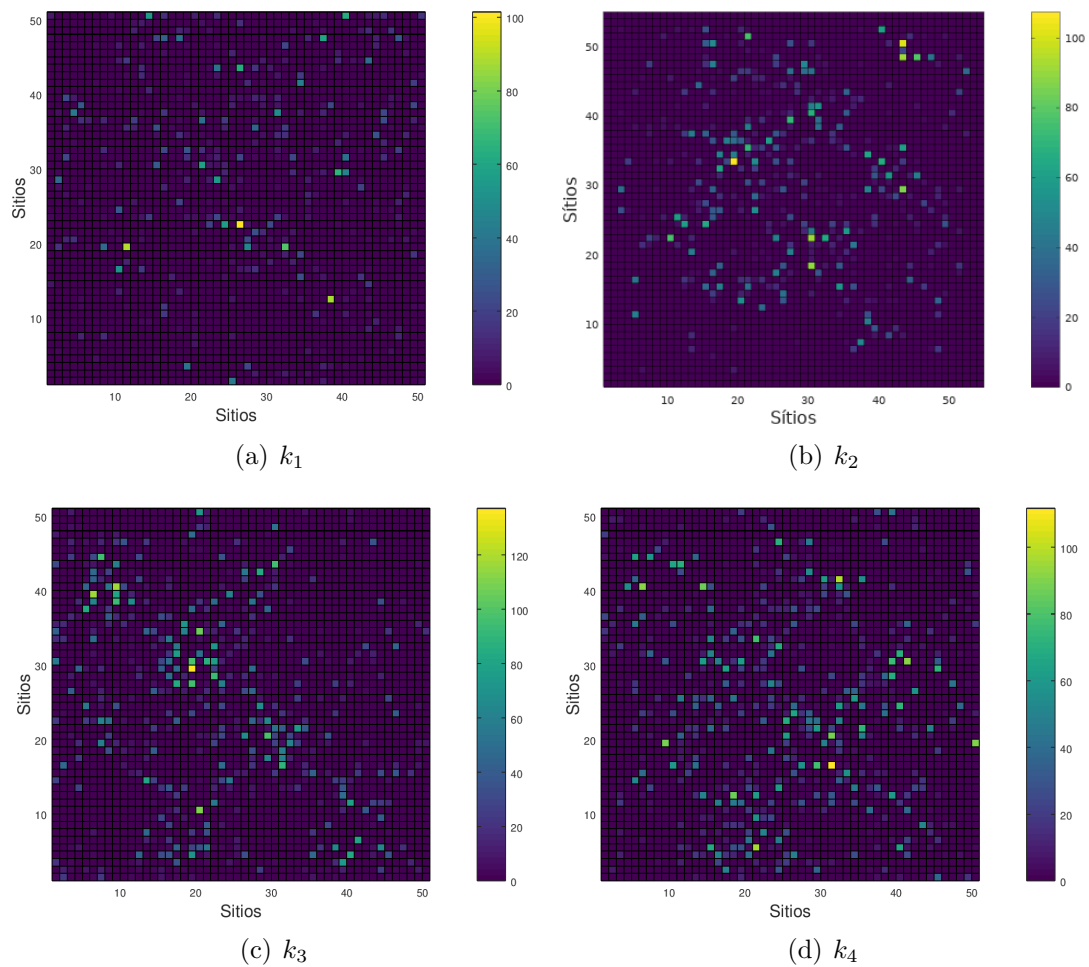
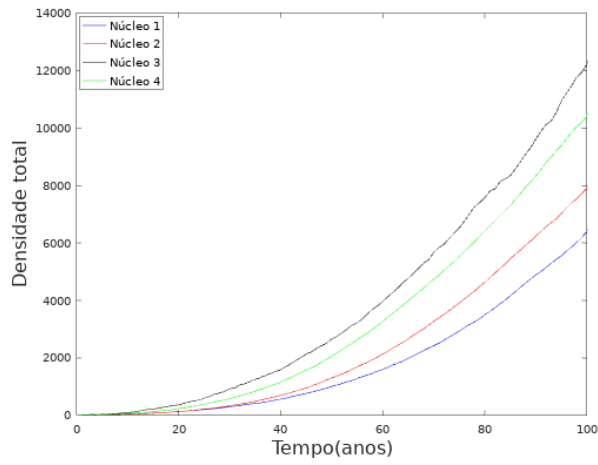
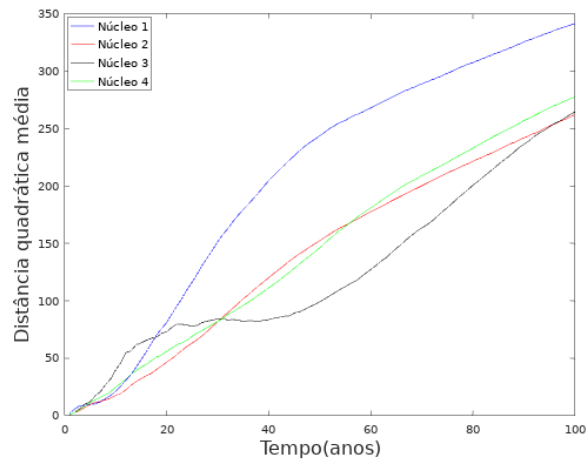


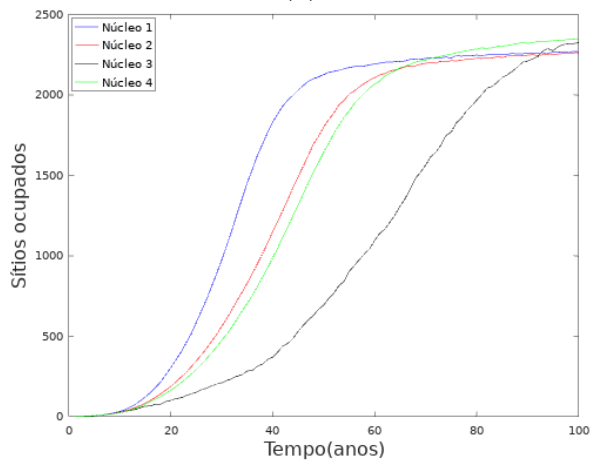
Figura 3.14: Distribuição espacial de bandas em $t = 100$, $S_{100}(\mathbf{x})$ para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1, (a) núcleo de redistribuição 1, (b) núcleo de redistribuição 2, (c) núcleo de redistribuição 3 e (d) núcleo de redistribuição 4. Dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico).



(a)



(b)



(c)

Figura 3.15: (a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição. Dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico).

cimento nos tempos iniciais. Observamos, também, que a curva correspondente ao núcleo $k_2(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ é a que apresenta menor crescimento pois a construção desse núcleo de redistribuição propicia que os sítios mais próximos sejam escolhidos para serem ocupados.

Na Figura 3.15(c) está ilustrada a média do número de sítios ocupados em cada tempo para seus respectivos núcleos. Como esperado, os núcleos para os quais a população atinge maior valor de posições ocupadas são aqueles com maior densidade total.

3.5 Degradação dos recursos

Recordemos que para a construção do modelo inicial supomos de forma idealizada que, após um bando deixar um sítio, os recursos são imediatamente renovados, de modo que o sítio possa ser ocupado por outro bando.

Com o propósito de aprimorar o modelo vamos supor que, além da dependência dos recursos na dinâmica vital, esses recursos são consumidos a cada etapa de tempo de modo que à medida que a população aumenta, os recursos diminuem mais rapidamente.

De modo a satisfazer tais características a degradação dos recursos pode ser descrita pela equação:

$$r_{t+1}(\mathbf{x}) = r_t(\mathbf{x}) \exp(-\gamma S_t(\mathbf{x})) \quad (3.9)$$

em que, γ representa o fator de degradação. Isto é, $\frac{1}{\gamma}$ é a densidade de javalis para a qual a qualidade da área de vida cai aproximadamente a $\frac{1}{3}$ do seu valor, devido ao consumo dos recursos.

Cabe salientar que não estamos considerando, nesse caso, a renovação desses recursos após a degradação. Essa situação será analisada posteriormente.

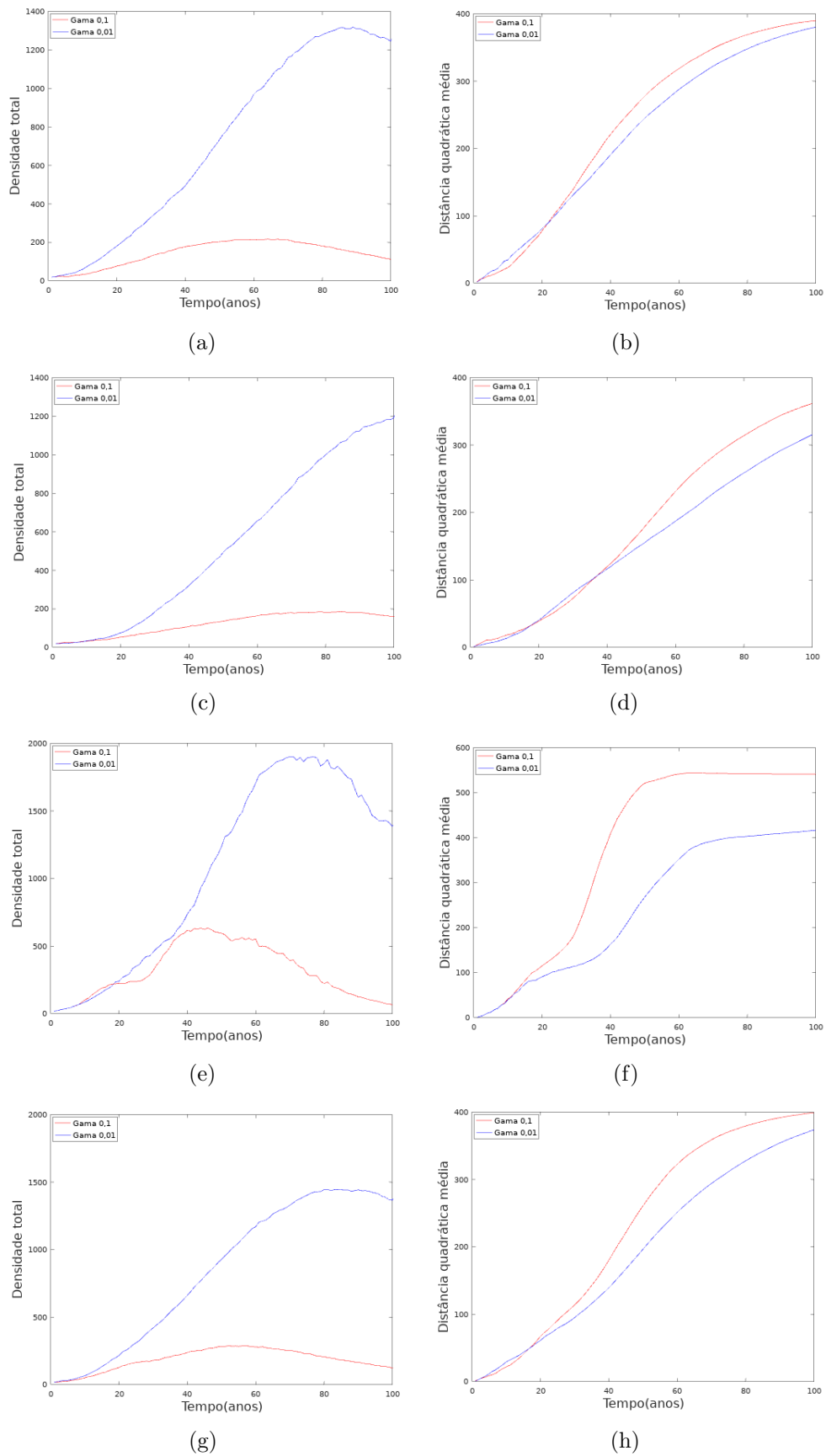


Figura 3.16: Média da densidade total: (a) Núcleo 1, (c) Núcleo 2, (e) Núcleo 3 e (g) Núcleo 4 . Média da distância quadrática média: (b) Núcleo 1, (d) Núcleo 2, (f) Núcleo 3 e (h) Núcleo 4. Parâmetros da Tabela 2.1, dinâmica vital com dependência dos recursos (caso periódico) e degradação dos recursos de acordo com a função 3.9.

Nas Figuras 3.16(e), 3.16(g), 3.16(a) e 3.16(c) estão ilustradas as médias das densidades totais para diferentes valores de γ e diferentes núcleos de redistribuição. Para os quatro casos observamos que a densidade total é maior para $\gamma = 0,01$ do que para $\gamma = 0,1$. Nos núcleos 1, 2 e 4 essa diferença é mais perceptível. Para $\gamma = 0,01$ a dispersão é menor porque a degradação dos recursos é baixa e os bandos não precisam dispersar grandes distâncias para encontrar bons sítios para crescer.

Nas Figuras 3.16(f), 3.16(h), 3.16(b) e 3.16(d) estão ilustradas as médias das distâncias quadráticas para diferentes valores de γ e núcleos de redistribuição. Podemos observar que a distância quadrática média é maior para o caso em que $\gamma = 0,1$. Pois, à medida que a densidade do bando aumenta e os recursos ficam escassos, a movimentação em busca dos lugares com melhor qualidade, é maior.

3.6 Diferentes escalas de movimentação e crescimento

Nesta seção vamos analisar o caso em que a movimentação ocorre mais de uma vez a cada ano, e que durante as movimentações acontece a degradação dos recursos, como descrito a seguir.

Consideremos que os bandos permanecem 2 meses em uma área de vida consumindo os recursos disponíveis naquele habitat (a escala espacial deve ser adaptada de modo que cada sítio represente a área de vida bimestral). Após esse período, migram para outro local, escolhido de acordo com o núcleo de redistribuição considerado, permanecendo por mais dois meses, consumindo e degradando os recursos. No final de cada bimestre calculamos a degradação ocasionada, de acordo com a equação (3.9). Esse processo se repete até o décimo segundo mês, quando então completa um ano e ocorre a reprodução da população. Vamos supor que os recursos oriundos de plantações sazonais renovam-se anualmente. Assim, ao final de um ano, a configuração dos recursos volta à distribuição inicial (3.3).

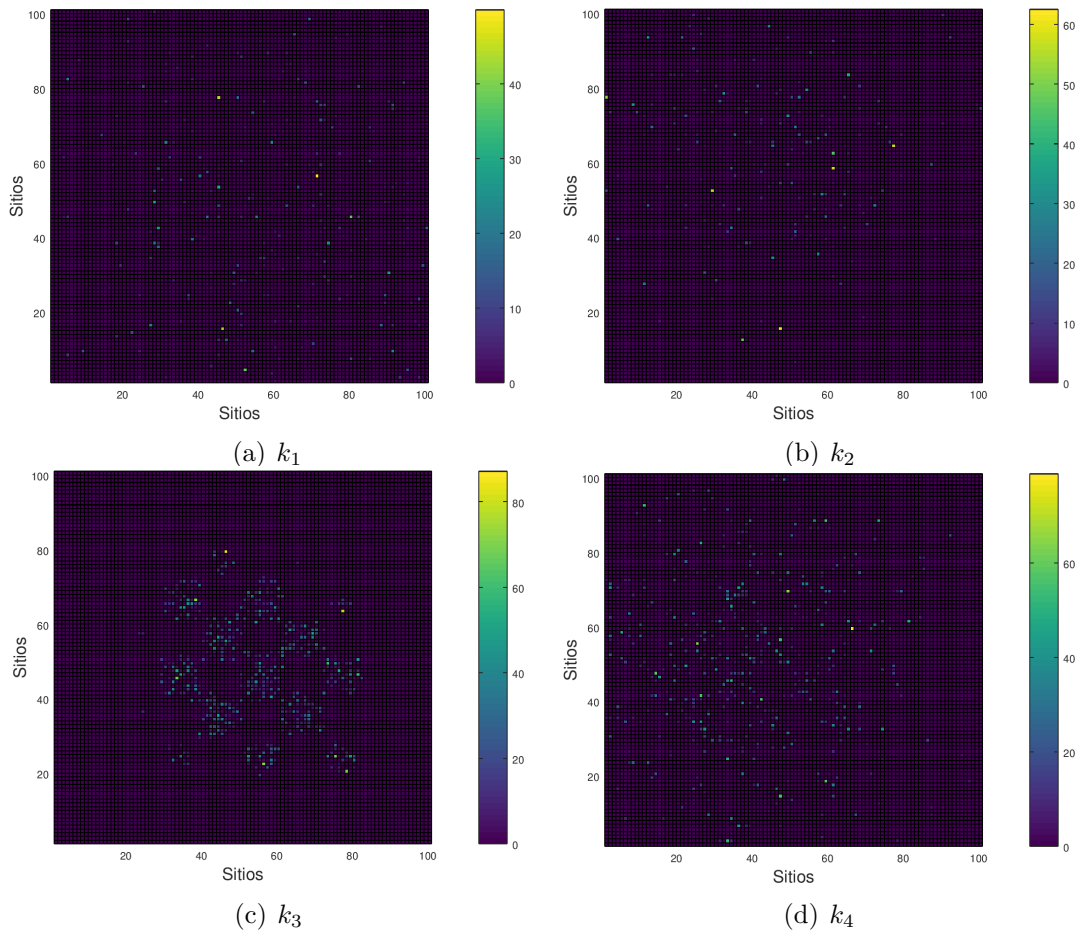
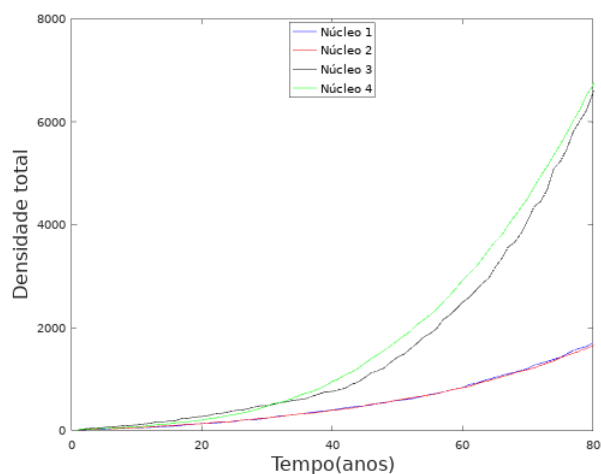


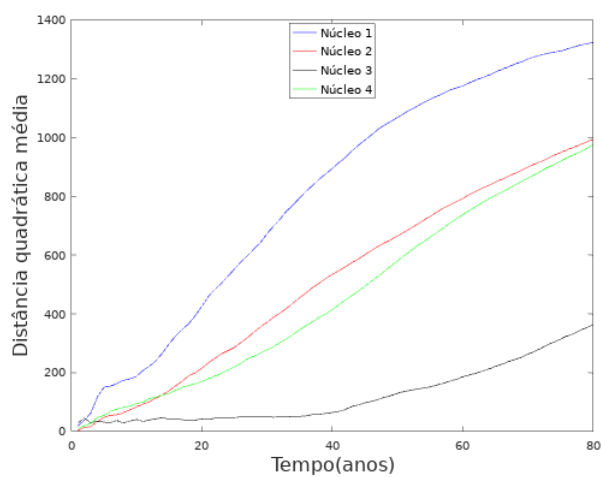
Figura 3.17: Distribuição espacial dos bandos $S_{80}(\mathbf{x})$ em $t = 80$, (a) núcleo 1, (b) núcleo 2, (c) núcleo 3 e (d) núcleo 4 com diferentes ecalas de movimentação considerando recursos periódicos.

Apresentamos os resultados para $t \leq 80$, ou seja, até 80 anos. Para as simulações utilizamos os parâmetros da Tabela 2.1 e $\gamma = 0,01$. O domínio agora é de 100×100 sítios para que pudéssemos avaliar os resultados para uma escala de movimentação mais rápida.

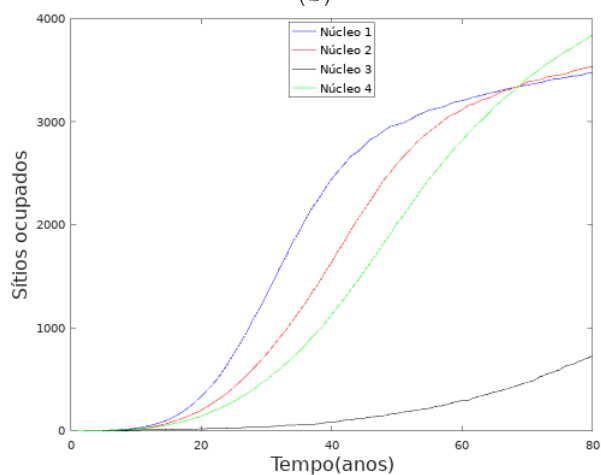
Na Figura 3.17 podemos ver a distribuição espacial dos bandos no tempo $t = 80$ após degradação, em escala rápida, e crescimento em escala lenta, dos recursos. Observam-se valores menores de densidade, nos quatro casos, compa-



(a)



(b)



(c)

Figura 3.18: (a) Média da densidade total, (b) Média da distância quadrática média e (c) Média dos sítios ocupados, para o conjunto de parâmetros da Tabela 2.1 para os quatro núcleos de redistribuição com diferentes escalas de movimentação e crescimento, no caso dos recursos periódicos.

rado com os resultados em que não consideramos a degradação e crescimento (Ver figuras seção 3.3).

A população total apresenta valores menores para os núcleos 1 e 2 (Figura 3.18(a)), porque ao fixarem-se em posições de qualidade inferior, somada à degradação ocorrida, acarreta o decréscimo do número de filhotes por fêmea e conseqüentemente a densidade total diminui.

A dispersão é notadamente inferior para o núcleo “escolha ótima” pois, estamos supondo que a cada ano os recursos crescem voltando à configuração inicial então os bandos permanecem nas posições com melhor qualidade movimentando-se menos que nos outros três núcleos de redistribuição (Figura 3.18(b)).

O número de sítios ocupados é menor, também, para o caso do núcleo que apresenta menor dispersão (Figura 3.18(c)). Como movimentam-se menos concentram-se em menor número de posições.

3.7 Controle populacional

Como apresentado nas seções anteriores, a população de javalis cresce consideravelmente atingindo densidades cada vez maiores, decorrente de diversos fatores, dentre eles, a abundância de recursos. Sem a existência de predadores, como é o caso do Brasil, a situação é, ainda, mais complicada. Diante disso, torna-se necessária a análise de estratégias de controle viáveis para essa espécie.

No texto Plano Nacional de prevenção, controle e monitoramento do javali *Sus scrofa* no Brasil [18] são discutidas algumas estratégias de controle populacional bem como custo de implementação, vantagens e desvantagens de cada tipo. Dentre essas, cita-se a caça, analisada em suas diferentes maneiras.

Alguns países em que o javali existe há mais tempo os órgãos públicos responsáveis liberaram a caça em algumas temporadas com o objetivo de tentar conter o crescimento dessa população. Como caso mais recente, a Argentina conseguiu resultados satisfatórios com a caça controlada em uma área protegida. Com seu trabalho Gürtler et al. [12] mostraram que um programa de manejo organizado e concentrado em um local reduziu a população de javalis a baixas densidades diminuindo os danos causados por essa espécie.

A caça de javalis é uma prática frequentemente adotada por agricultores no Brasil em razão dos grandes prejuízos que a espécie causa às lavouras (principalmente de milho e soja) [18].

Apesar das críticas que esta técnica de controle tem recebido, tanto quanto à eficiência [5] como em razão dos maus-tratos aos animais, o abate de javalis é autorizado pelo IBAMA através da Instrução Normativa (IN) nº 03/2013.

Há três técnicas principais de caça de javalis no Brasil: caça com cães, caça de espera e armadilha. Na caça com cães, os caçadores ficam à espera dos javalis para abatê-los com armas de fogo depois que os cães os localizam e perseguem direcionando-os para os locais em que os javalis frequentam (próximo a plantações ou áreas de alimentação).

Sem abordar os aspectos éticos, sociais e ecológicos, nosso objetivo é avaliar os efeitos de diferentes tipos hipotéticos de caça sobre a dinâmica da população.

Analisamos três tipos de caça com relação à sua localização e frequência: caça eventual, caça em locais fixos e barreiras que podem ser classificadas como caça de espera. Para as simulações foi considerado um domínio 100×100 , o núcleo de redistribuição 4 com os parâmetros da Tabela 2.1, além de $\gamma = 0,01$. A dinâmica composta por uma escala rápida de movimentação e degradação seguida pelo crescimento da população e recomposição dos recursos, na escala lenta.

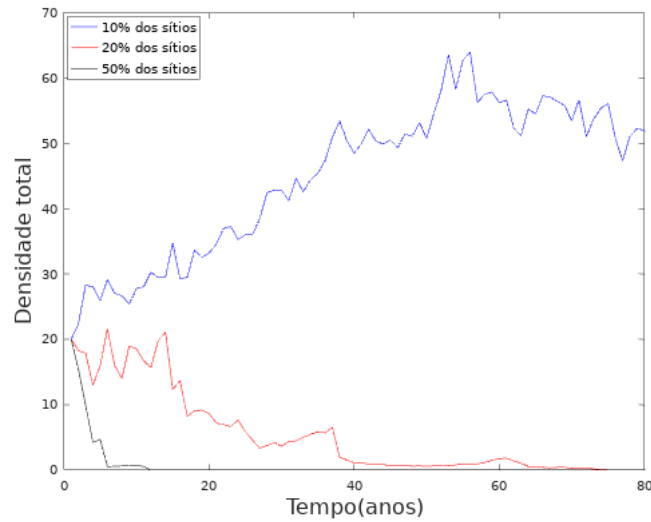


Figura 3.19: Média da densidade total para o caso caça eventual, com parâmetros da Tabela 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.

Na caça eventual supõe-se que a mesma ocorra de forma irregular no tempo e no espaço. Isto é, vamos sortear, a cada ano, uma fração ξ de sítios, escolhidos ao acaso, nos quais a população de javali é abatida. Neste cenário, agricultores e/ou caçadores efetuam a caça anualmente, porém variam o local, a cada ano. Os sítios onde haverá caça são escolhidos a priori, de modo a representar caça de espera. Assim, em determinado ano, o sítio escolhido para caça não é ocupado por nenhum bando, de modo que a caça é frustrada naquele ano.

Num segundo cenário, que chamamos de caça fixa, escolhemos uma fração ς de sítios, onde todos os anos é feita caça de toda população do sítio. Representa uma situação em que os moradores (agricultores e /ou caçadores esportivos) têm a caça como hábito regular.

Finalmente em um terceiro experimento, testamos uma situação em que a caça dos animais é realizada em todos os sítios de uma faixa correspondente a duas vezes a área de vida, simulando uma barreira de comprimento correspondente

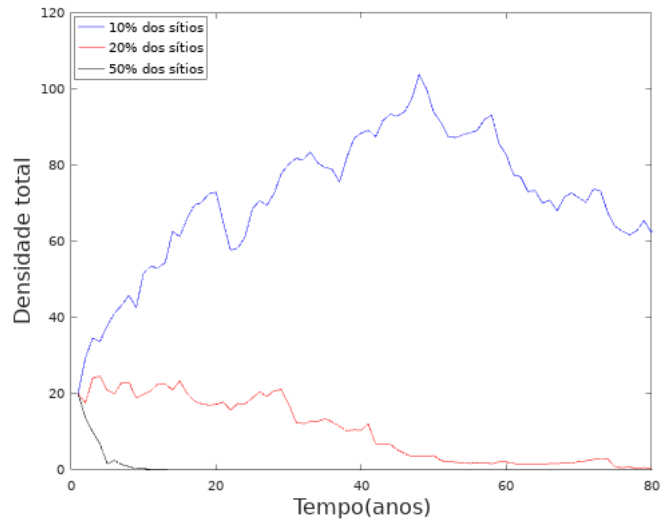


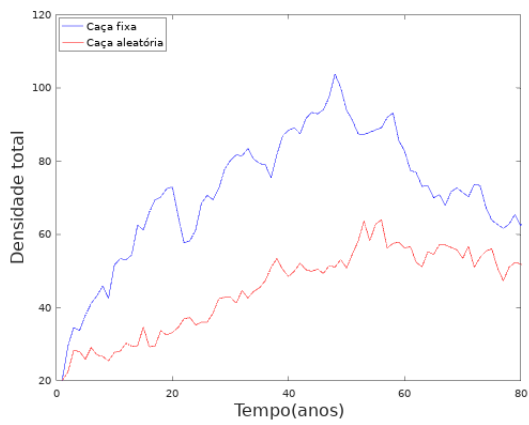
Figura 3.20: Média da densidade total para o caso caça fixa, com parâmetros da Tabela 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.

ao máximo percurso que um bando pode percorrer, durante todo ano, todos anos. Sempre que um bando adentrar nessa área, é abatido.

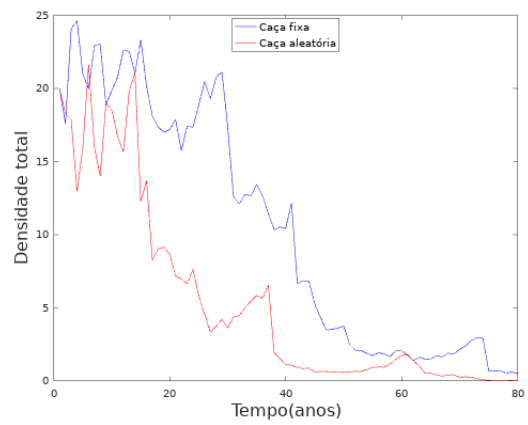
Analisamos os casos em que o controle através da caça eventual, ocorre em 10%, 20% e 50% dos sítios. Conforme exposto na Figura 3.19 podemos ver que a população apesar de drasticamente reduzida, não vai à extinção para o caso em que há caça em 10% dos sítios, diferente da situação em que ocorre morte da população em 20% do domínio. Com essa porcentagem, dentro de 40 anos, aproximadamente, ocorre a extinção. O mesmo resultado é percebido porém em menos de 10 anos, quando há controle em metade do domínio.

Em menos de 20 anos a população é extinta para o caso em que a caça fixa ocorre em 50% dos sítios do domínio (Figura 3.20). No caso em que fixamos a caça em até 10% do reticulado, a densidade total apresenta decaimento ainda mais drástico apesar de não haver erradicação (curva em azul na Figura 3.20).

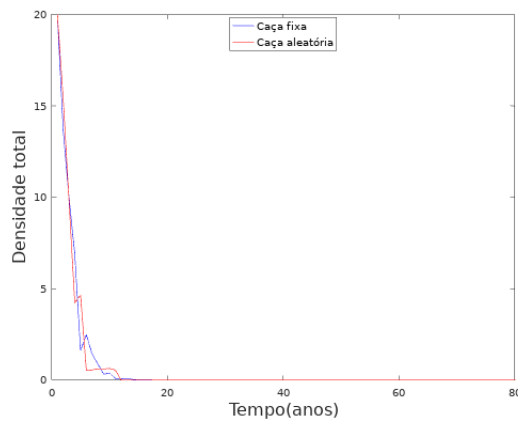
Na Figura 3.23(a) podemos ver a distribuição espacial dos bandos em $t = 80$ (as diferentes cores representam as densidades conforme legenda) para o caso



(a) Caça em 10% dos sítios



(b) Caça em 20% dos sítios



(c) Caça em 50% dos sítios

Figura 3.21: Média da densidade total $S_t(\mathbf{x})$ após caça (aleatória e fixa) com parâmetros 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.

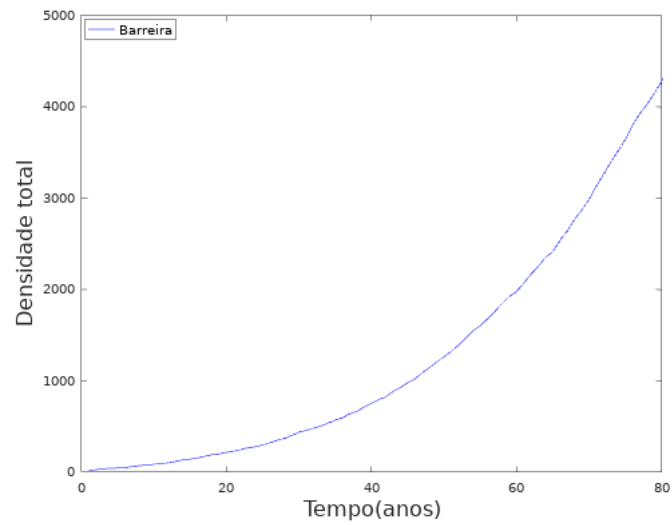
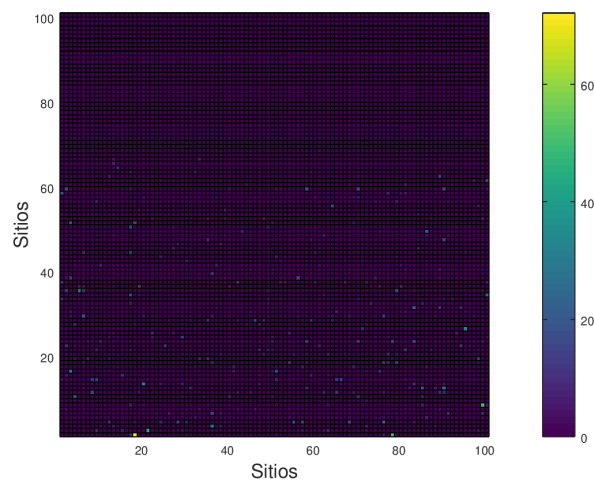


Figura 3.22: Média da densidade total $S_t(\mathbf{x})$ após caça (barreira) com parâmetros 2.1, $\gamma = 0,01$ e núcleo de redistribuição 4.

em que simulamos a existência de barreira. É possível perceber que os bandos não ultrapassam as linhas correspondentes a esse obstáculo. A média da densidade total correspondente a esse caso está ilustrada na Figura 3.22.

Dentre os três tipos de caça podemos observar que a caça aleatória é a mais eficiente quando ocorre em 20% do domínio.



(a) Com barreiras

Figura 3.23: Distribuição espacial de $S_{80}(\mathbf{x})$ para o caso de caça com barreira

4 CONCLUSÕES

Com o propósito de entender como se deu a rápida dispersão dos javalis no Brasil se tornando uma espécie exótica invasora, nesse trabalho propomos um modelo matemático do tipo Redes de Mapas Acoplados (RMA) para estudar a dinâmica espaço-temporal de uma população de javalis (*Sus scrofa*). Inicialmente apresentamos as características biológicas dessa espécie bem como a sua introdução no Brasil.

Uma característica importante dos javalis é sua organização social. Vivem em bandos formados por fêmeas adultas, jovens e filhotes; sendo que os machos adultos são solitários. Para descrever a dinâmica desta espécie, esse é um fator que não pode ser negligenciado.

Na RMA que propomos, o número de indivíduos em cada grupo, cresce de acordo com um sistema de equações a diferenças estruturado por idade. O domínio espacial, é dividido em sítios que correspondem à área de vida anual de um único bando. Durante o processo de dispersão, os bandos se redistribuem no habitat. Além disso, é durante a dispersão que ocorre a formação de novos bandos através da saída de parte das fêmeas jovens que se instalam em um sítio diferente daquele escolhido por seu bando original. Estudamos quatro formulações para a movimentação dos bandos.

Com os recursos distribuídos homoganeamente no espaço (como no caso de grandes plantações), a escolha de um novo local de instalação pode ser aleatória (núcleo de redistribuição 1). No entanto, mesmo em ambientes homogêneos, longas caminhadas podem provocar um gasto desnecessário de energia. Assim, formulamos o núcleo de redistribuição 2 que leva em consideração a distância para escolha do novo sítio.

Como os javalis têm capacidade de regular o tamanho da prole em função dos recursos alimentícios, em ambientes heterogêneos, uma prospecção eficiente é essencial para garantir o crescimento da população [24]. Pelo núcleo de redistribuição 3, o sítio de máxima qualidade desocupado é escolhido para instalação da nova área de vida.

No entanto, como a escolha da qualidade máxima requer grande sofisticação sensorial, propusemos o núcleo de redistribuição 4 através do qual é feito um sorteio com diferentes probabilidades. Dessa forma, admitimos a possibilidade de “erro” na escolha da melhor posição.

Construímos um modelo para a dinâmica da população de um bando cujos indivíduos estão organizados em classes etárias: leitões, juvenis e adultos. A dinâmica prevê um estado de equilíbrio de persistência do bando que é estável quando biologicamente viável.

Com esses núcleos de redistribuição tentamos retratar a movimentação dos javalis que procuram a posição de acordo com a disponibilidade de recursos, em uma área de prospecção. Nos quatro núcleos de redistribuição, consideramos que uma parte dos juvenis sai do bando e procura outra posição distinta daquela escolhida pelo grupo possibilitando a formação de novos bandos.

Observamos que a ocupação de um habitat homogêneo ocorre sem preferência por um determinado sítio. Quando os recursos estão distribuídos de forma arbitrária, a movimentação segue o mesmo padrão. Para um ambiente em que a distribuição de recursos é periódica, isto é, há regiões com abundância de recursos e outras com escassez de forma alternada é possível perceber que a movimentação dos bandos, com os núcleos 3 e 4, ocorre sempre nas direções de qualidade mais favoráveis à sobrevivência da população. Se por um lado a taxia torna a dispersão mais lenta em ambientes heterogêneos, por outro lado, favorece o aumento da população.

Num segundo momento incorporamos a dependência dos recursos na dinâmica vital da população. Dessa forma, o número de filhotes varia de acordo com a disponibilidade de recursos em cada posição. Com isso, percebemos o surgimento de pequenas oscilações na densidade total (Figuras 3.15(a) e ??). Os limites das densidades totais apresentam valores menores comparados à dinâmica sem a dependência (Figuras 3.10(a) e 3.13(a)).

Em proposta inicial consideramos um modelo simplificado supondo de forma idealizada que o bando consumia os recursos do sítio que ocupava, em uma geração, e que após deixar um sítio, os recursos eram imediatamente renovados, de modo que o sítio pudesse ser ocupado por outro bando. De forma a aprimorar o modelo incluímos a degradação e crescimento dos recursos. Nesse contexto, os bandos consomem os recursos do sítio ocupados, movimentam-se a cada dois meses de acordo com o núcleo de redistribuição migrando para uma posição com melhor qualidade. Na sexta movimentação, quando fecha o período de um ano, ocorre a reprodução e renovação dos recursos. Nossos resultados confirmam que o rápido crescimento da população está relacionado com a abundância de recursos do ambiente e sua capacidade de localizar e se estabelecer nas melhores regiões.

De posse desses resultados observamos que se não houver nenhum tipo de intervenção, a população cresce e se dispersa rapidamente. Para tanto, analisamos a caça, de diferentes maneiras, como estratégia de controle populacional. Simulamos formas de abate nos quais os bandos são completamente erradicados. Apesar de difícil implementação, nossos resultados mostram que a caça pode ser efetiva para reduzir a densidade da população e auxiliar na mitigação dos danos causados pela espécie.

Finalmente, destacamos que a flexibilidade de nosso modelo permite incorporar diferentes situações e simular ambientes e comportamentos diversos e dessa forma, colaborar com estratégias de manejo e conservação.

Referências Bibliográficas

- [1] ALLEN, L. *An Introduction to Mathematical Biology*, 1 ed. Pearson Prentice Hall, 2007.
- [2] BIEBER, C., AND RUF, T. Population dynamics in wild boar *sus scrofa*: Ecology, elasticity of growth rate and implications for the management of pulsed resource consumers. *Journal of Applied Ecology* 42 (2005), 1203–1213.
- [3] BURT, W. H. Territoriality and home range concepts as applied to mammals. *Journal of Mammalogy* 24 (1943), 346–352.
- [4] CALVES, F. H. P. G. A invasão do javali na serra da mantiqueira: aspectos populacionais, uso do habitat e sua relação com o homem. Master’s thesis, Universidade Federal de Lavras, abril 2015.
- [5] CERVO, I. B. Dieta de *sus scrofa* e suas implicações na agropecuária e na biodiversidade no brasil. Master’s thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, junho 2017.
- [6] DA SILVA, P. V. C. Caracterização genética de javalis por meio de marcadores microssatélites. Master’s thesis, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias Câmpus de Jaboticabal, novembro 2007.
- [7] DE CAMINO-BECK, T., AND LEWIS, M. Invasion with stage-structured coupled map lattices: Application to the spread of scentless chamomile. *Ecological Modelling* 220 (2009), 3394–3403.
- [8] DEBERDT, A. J., AND SCHERER, S. B. O javali asselvajado: ocorrência e manejo da espécie no Brasil. *Natureza & Conservação* 5 (2007), 31–44.

- [9] DEUTSH, A., AND DORMANN, S. *Cellular automaton modeling of biological pattern formation: characterization, applications, and analysis*, 1 ed. 2005.
- [10] EDELSTEIN-KESHET, L. *Mathematical Models in Biology*. Society for Industrial and Applied Mathematics Philadelphia, 2005.
- [11] GAMELON, M., DOUHARD, M., BAUBET, E., GIMENEZ, O., BRANDT, S., AND GAILLARD, J. M. Fluctuating food resources influence developmental plasticity in wild boar. *Biology letters* (2013).
- [12] GURTLER, R. E., IZQUIERDO, V. M., GIL, G., CAVICCHIA, M., AND MARANTA, A. Coping with wild boar in a conservation area: impacts of a 10-year management control program in north-eastern Argentina. *Biological Invasions - Springer 10* (2016).
- [13] HOLLAND, E., AERGERTER, J., AND SMITH, G. Spatial sensitivity of a generic population model, using wild boar as a test case. *Ecological Modelling 205* (2007), 146–158.
- [14] KEULING, O. *Managing wild boar - Considerations for wild boar management based on game biology data*. PhD thesis, Technische Universitat Dresden, dezembro 2009.
- [15] KEULING, O., LAUTERBACH, K., STIER, N., AND ROTH, M. Hunter feedback of individually marked wild boar *sus scrofa* l.: dispersal and efficiency of hunting in northeastern germany. *Springer-Verlag* (2009).
- [16] LEAPER, R., MASSEI, G., GORMAN, M. L., AND ASPINALL, R. The feasibility of reintroducing wild boar to Scotland. *Mammal Review 29* (1999), 239–259.

- [17] MEDEIROS, A. A. R. Distribuição espacial e fatores associados ao contato entre javalis e suínos de subsistência no rio grande do sul. Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, março 2016.
- [18] MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE, MINISTÉRIO DA AGRICULTURA, P. E. A. Plano nacional de prevenção, controle e monitoramento do javali (*sus scrofa*) no Brasil. *Brasília* (2017).
- [19] NEET, C. R. Population dynamics and management of *sus scrofa* in western switzerland: a statistical modelling approach. *Journal of Mountain Ecology* 3 (1995), 188–191.
- [20] PUERTAS, F., AND PASSAMANI, M. Current distribution of invasive feral pigs in brazil: economic impacts and ecological uncertainty. *Natureza & Conservação Volume 13, Issue 1* (2015), 84–87.
- [21] PUERTAS, F., AND PASSAMANI, M. A invasão do javali. *Revista Ciência Hoje* 336 (2016).
- [22] RODRIGUES, L. A., AND MISTRO, D. C. Biological invasions in heterogeneous environments: The coupled map lattice framework. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena Volume 8, Issue 6* (2013), 96–106.
- [23] RODRIGUES, L. A. D. *O acaso e a decisão: modelos matemáticos para dispersão populacional*. PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas, julho 1998.
- [24] SERVANTY, S., GAILLARD, J., RONCHI, F., FOCARDI, S., BAUBET, E., AND GIMENEZ, O. Influence of harvesting pressure on demographic tactics: implications for wildlife management. *Journal of Applied Ecology* 48 (2011), 835–843.
- [25] VANDERMEER, J. H., AND GOLDBERG, D. E. *Population Ecology - First principles*, 2 ed. Princeton University Press, 2013.

- [26] WALLAU, M., DA ROSA, C. A., DOS REIS, T., WALLAU, C. A., MOLINOS, N., AND FILHO, L. H. M. Observations on feral hog ecology in south and southeast Brazil. *Poster* (2016).
- [27] WILSON, J. C. *Feral wild boar in England: Status, impact and management*, 1 ed. Defra publications, 2005.