PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS NA PRESENÇA DE PARÂMETROS DINÂMICOS E MULTIDIMENSIONALIDADE

Autora: Giulia Bagatini Carlotto Orientador: Flávio Augusto Ziegelmann

INTRODUÇÃO

A importância da análise e previsão de séries temporais na ciência, engenharia e negócios cresce cotidianamente. Nos dias de hoje, dadas as grandes quantidades de variáveis e informações disponíveis, é imprescindível que métodos modernos sejam propostos e utilizados de tal forma que explorem ao máximo essa informação. Particularmente, em séries temporais, há métodos (e modelos) capazes de lidar com um grande número de covariáveis, assim como outros que permitem parâmetros variantes no tempo serem ajustados. O presente trabalho tem como **objetivo avaliar a aplicação de modelos e métodos de previsão de séries temporais.**

METODOLOGIA

O foco principal nesta pesquisa é o estudo de métodos de regularização. Utilizamos os métodos LASSO e adaLASSO (comparando com Ridge) com a finalidade de reduzir a dimensionalidade do espaço paramétrico e atingir melhores previsões.

- **Ridge:** encolhe o conjunto de coeficientes impondo uma penalização na soma dos quadrados dos mesmos:

$$\hat{\beta}^{ridge} = \underset{\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_k}{argmin}\left\{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 \sum_{j=1}^{p} x_{ji}\beta_j)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{k}\beta_j^2\right\}$$

onde o parâmetro $\lambda \geq 0$ controla a severidade da penalização, assim, quanto maior for λ, maior será a penalização.

- **LASSO:** encolhe o conjunto de coeficientes impondo penalização na soma dos valores absolutos dos mesmos:

$$\hat{\beta}^{LASSO} = \underset{\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_k}{argmin}\left\{\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 \sum_{j=1}^{k} x_{ji}\beta_j)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{k}|\beta_j|\right\}$$

onde $\lambda \geq 0$ funciona da mesma forma que para Ridge.

- **adaLASSO:** impõe diferentes pesos para diferentes coeficientes:

$$\hat{\beta}^{adaLASSO} = \underset{\beta_0,\beta_1,\ldots,\beta_k}{argmin}\left\{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 \sum_{j=1}^{k} x_{ji}\beta_j)^2 + \lambda \sum_{j=1}^{k}\omega_k|\beta_j|\right\},$$

onde $\omega_j = |\hat{\beta}_j^{ridge}|^{-\tau}$, $\tau > 0$.

Os modelos de aprendizado de máquina *(Machine Learning)* estão ainda sendo explorados no estudo. As principais técnicas analisadas são ***Regression Trees*** e ***Random Forests***. O grande propósito de construir uma árvore de decisão é criar um modelo que prevê o valor da variável objetiva, dependendo de diversas variáveis de entrada.

Outra abordagem que vamos apresentar são os modelos de séries temporais que permitem parâmetros dinâmicos no tempo, **GAS** *(Generalized Autoregressive Score)* e **GARCH** *(Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity)*.

ESTUDO DE SIMULAÇÃO

ESTUDO 1

Empregando o método de Monte Carlo com 1000 replicações, foram simuladas 10 séries temporais independentes. Todas seguem um processo AR(1) da forma:

$$x_{i,t} = 0.6x_{i,t-1} + u_{i,t}, \text{ onde } u_{i,t} \sim N(0,1), \ \ i = 1, \ldots, 10.$$

Considerou-se o seguinte processo gerador de dados:

$$y_t = 0.8y_{t-1} + 0.6x_{1,t-1} + 0.3x_{1,t-2} - 0.5x_{2,t-1} - 0.2x_{2,t-2} + 0.4x_{3,t-2} + 0.4x_{4,t-1} - 0.3x_{5,t-1} + 0.2x_{6,t-1} + \epsilon_t, \quad t = 1, 2, \ldots, T,$$

onde $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$.

Os métodos de regularização foram empregados, usufruindo-se 10 defasagens de y e 10 de x_j, $j = 1, \ldots, 10$, totalizando 110 preditores candidatos. As implementações foram realizadas no software livre R. As previsões de y_t foram comparadas através das medidas de Erro Quadrático Médio (EQM), que podem ser observadas na Figura 1.

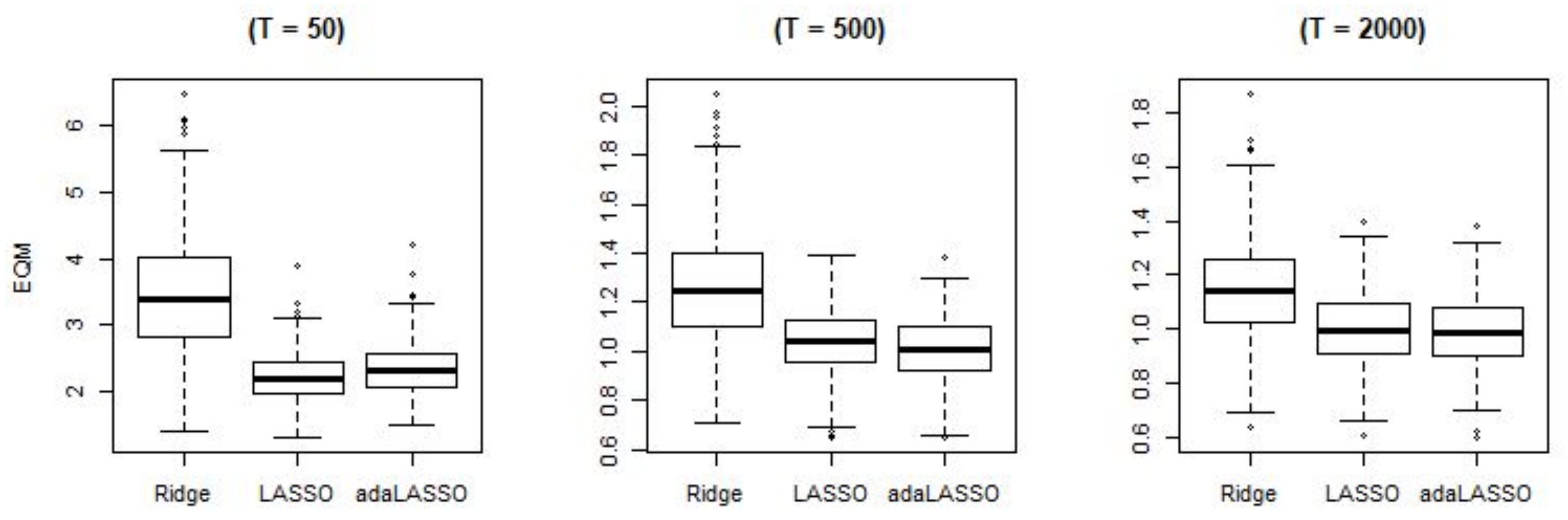

Figura 1: Erro Quadrático Médio de Previsão

As simulações também estão sendo estendidas para métodos de Árvores, porém, ainda sem conclusões definitivas. Estudos futuros serão necessários para comparar todas técnicas utilizadas e seus resultados mais importantes.

ESTUDO 2

Com o intuito de observar o comportamento da variância condicional (σ_t) de ambos modelos de séries temporais tratados (y_t), foram utilizados os seguintes modelos geradores para a simulação de dados com amostras de tamanho 1000:

GARCH: $y_t = \sqrt{\sigma_t}\epsilon_t \quad \sigma_t = 0.05 + 0.1y_{t-1}^2 + 0.8\sigma_{t-1}$,

em que a distribuição t de *student* com 4 graus de liberdade foi tomada para a distribuição de probabilidade dos erros .

GAS: $f_t = \omega + \sum_{i=0}^{p-1} A_i s_{t-i} + \sum_{j=1}^{q} B_j f_{t-j},$ em que $\omega = -0.02, A_{2,2} = 0.315, B_{2,2} = 0.865.$

Os valores de parâmetros do GAS foram escolhidos a partir das estimativas deste modelo para as séries simuladas com o modelo gerador GARCH, com a mesma distribuição dos erros anterior.

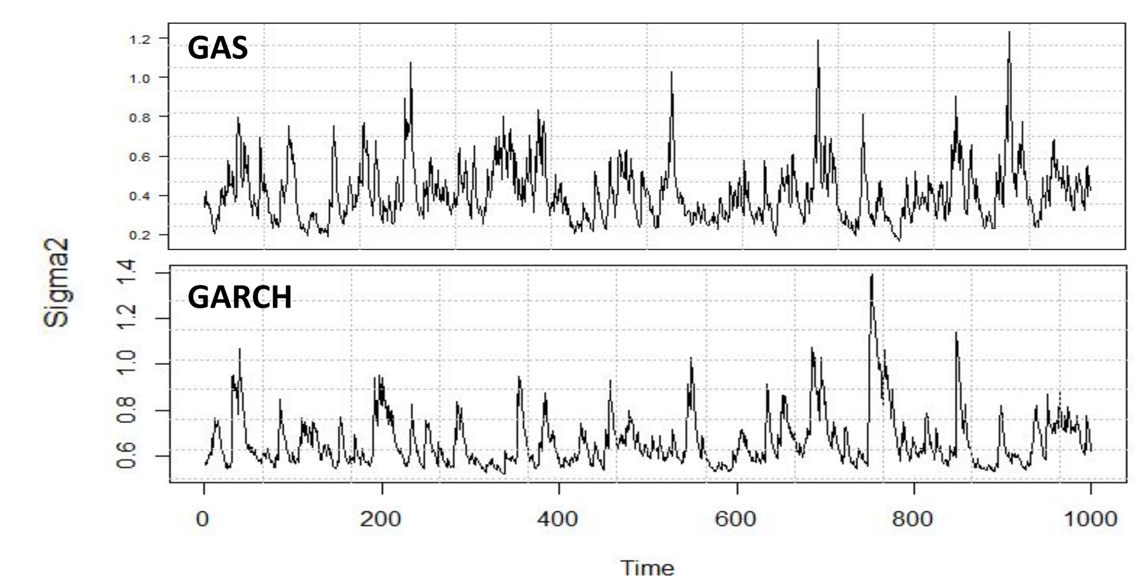

Figura 2: Comportamento da variância condicional

RESULTADOS PRINCIPAIS

As análises expõem que os métodos aplicados estão operando adequadamente, revelando **diferenças relevantes** entre os **três tipos de penalidades** empregadas.

Para o menor tamanho de amostra (T = 50), notamos uma superioridade do LASSO, isto é, o menor erro de previsão para uma série temporal. Analisando o caso intermediário para o tamanho de amostra (T = 500), percebemos que o adaLASSO produziu uma previsão ligeiramente mais precisa. Por fim, para o maior tamanho de amostra (T = 2000), os métodos LASSO e adaLASSO possuem erros de previsão muito semelhantes. Em todos os casos, LASSO e adaLASSO superam o método Ridge.

Os processos realizados mostraram resultados com **produtivas aplicabilidades às técnicas para previsão de séries temporais**. Os efeitos disso contribuem ainda mais para salientar a relevância de um assunto desse porte nos dias atuais.

REFERÊNCIAS

- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 1986.
- CREAL, DREW; D., SIEM JAN KOOPMAN; ANDRE LUCAS. Generalized Autoregressive Score Models with Applications. Journal of Applied Econometrics, 2013.
- HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. The Elements of Statistical Learning. Springer, 2nd Edition, 2009.
- KONZEN, E.; ZIEGELMANN, F. A. LASSO-Type Penalties for Covariate Selection and Forecasting in Time Series. Journal of Forecasting, Wiley Online Library, 2016.