



Universidade: presente!

UFRGS
PROPESQ



21. 25. OUTUBRO • CAMPUS DO VALE

XXXI SIC

Uma Introdução à Teoria dos Jogos



Evolucionária em Redes Finitas

Rafael Jacobs Kehl (Bolsista PROPESQ - CNPq)

Carlos Hoppen (Professor Orientador)

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS



Teoria dos Jogos

A Teoria dos Jogos é o estudo de modelos matemáticos para o comportamento de agentes racionais em interações estratégicas onde cada agente recebe um pagamento após a interação, que é calculado através de uma função de pagamentos. Um agente, também chamado de jogador, é dito racional se ele escolhe sempre a estratégia que maximiza o seu pagamento após cada interação, chamada de jogo.

Cada jogador possui uma estratégia fixa dentre todas de um dado conjunto, podendo ela ser pura, quando não depende das demais, ou mista, quando é uma distribuição probabilística sobre o conjunto. Um perfil de estratégias é uma combinação de estratégias que dita as ações de cada jogador durante um jogo e ele contém uma, e somente uma, estratégia para cada jogador.

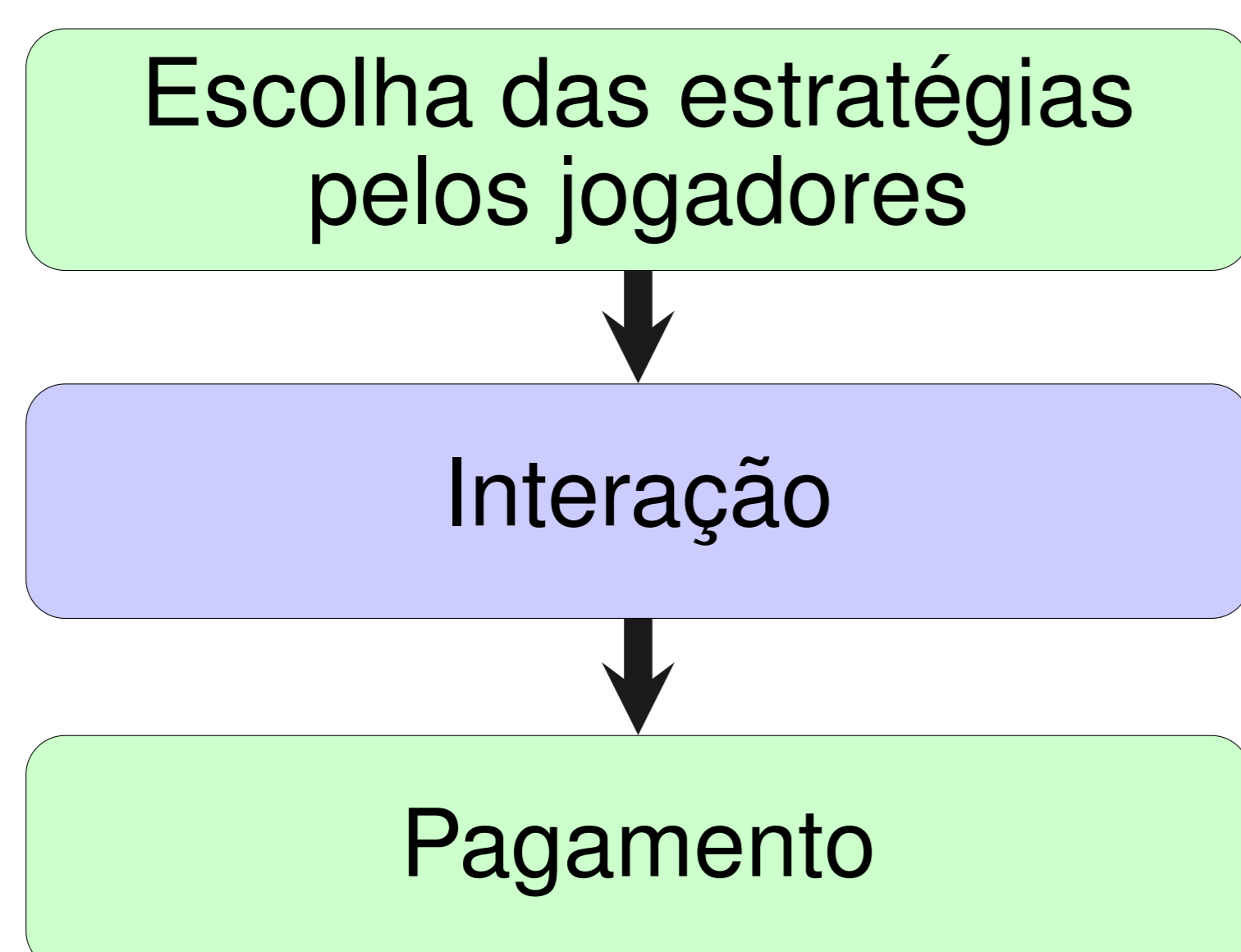


Figura 1: Esquema das etapas de um jogo como definido acima.

Dizemos que um perfil de estratégias é um Equilíbrio de Nash se nenhum jogador pode melhorar seu pagamento ao mudar a sua estratégia. De maneira formal, dados S o conjunto dos perfis de estratégia e π a função de pagamento de um jogo de n jogadores, seja x_i uma estratégia do jogador i e x_{-i} é o perfil de estratégias para todos jogadores, menos i . Dado um perfil de estratégias $x = (x_1, \dots, x_n) \in S$, então cada jogador $i \in \{1, \dots, n\}$ receberá um pagamento $\pi_i(x)$. Note que o pagamento de um jogador depende do perfil de estratégias e não somente na sua própria estratégia. Finalmente, dizemos que $x^* \in S$ é Equilíbrio de Nash se $i \in \{1, \dots, n\}, \forall x_i \in S_i$, temos

$$\pi(x_i^*, x_{-i}^*) \geq \pi(x_i, x_{-i}^*)$$

Caso a desigualdade seja estrita, dizemos que $x^* \in S$ é um Equilíbrio de Nash Estrito.

Teoria dos Jogos Evolucionários

Na Teoria dos Jogos Evolucionários o jogador não é simplesmente um indivíduo, mas sim uma população onde são observadas uma ou mais estratégias. O jogo é jogado várias vezes ao longo do tempo e é observado como estas iterações afetam a distribuição de estratégias na população. Assim, a Teoria dos Jogos Evolucionários estuda a capacidade de replicação de uma estratégia em uma população, buscando

identificar as Estratégias Evolucionariamente Estáveis – que não mudam com o tempo e são resistentes a perturbações na distribuição de estratégias, como a inserção de uma população invasora com uma estratégia diferente, por exemplo.

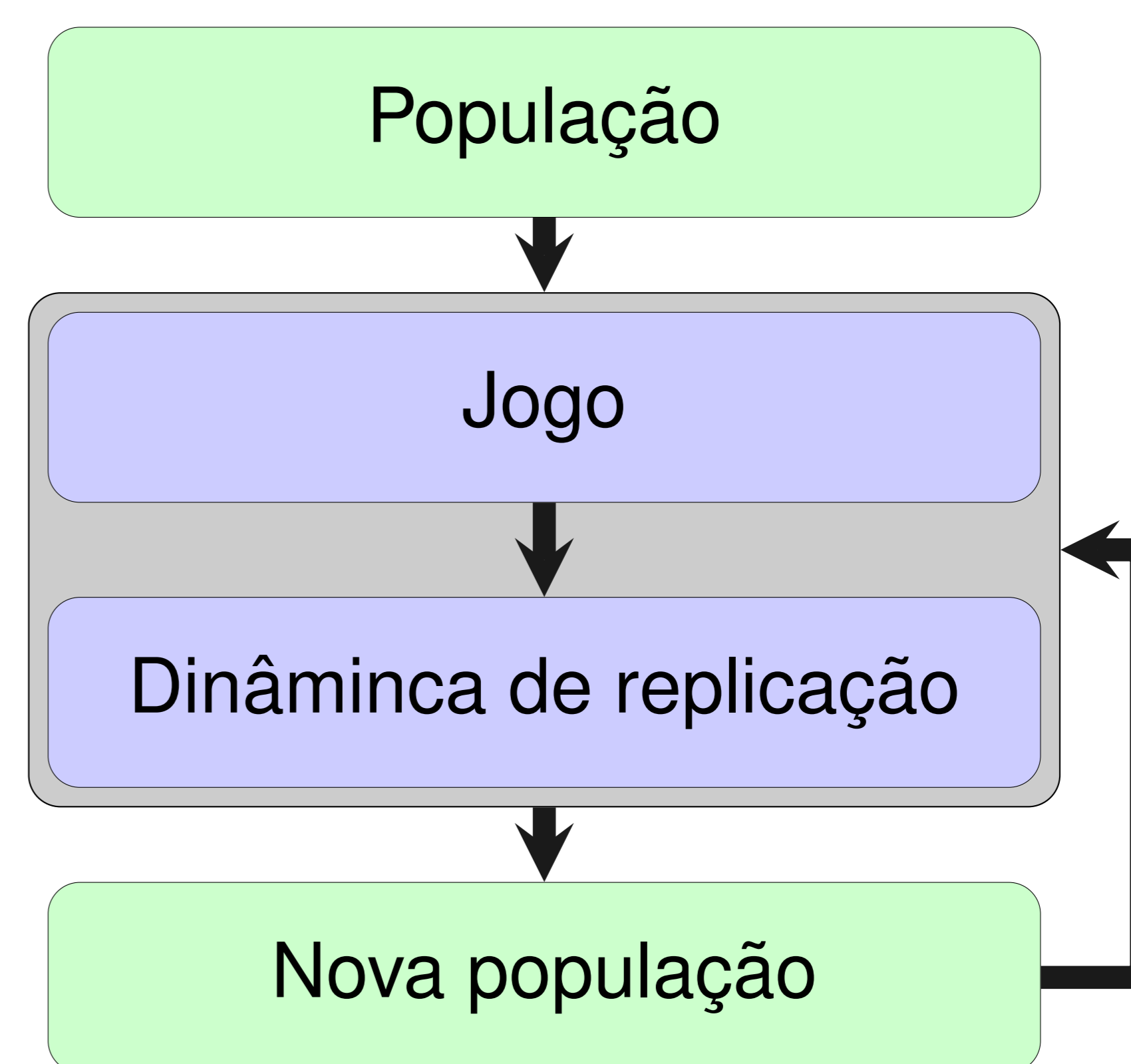


Figura 2: Esquema das etapas de um jogo evolucionário.

Formalmente, dado um conjunto de perfis de estratégia S , dizemos que x^* é uma Estratégia Evolucionariamente Estável se $\forall i, \forall x_i \in S_i$, temos

$$\pi(x_i^*, x_{-i}^*) > \pi(x_i, x_{-i}^*)$$

ou

$$\pi(x_i^*, x_{-i}^*) = \pi(x_i, x_{-i}^*) \text{ e } \pi(x_i^*, x_{-i}^*) > \pi(x_i, x_{-i})$$

Note que a primeira condição é a de um Equilíbrio de Nash Estrito, portanto toda Estratégia Evolucionariamente Estável é um Equilíbrio de Nash Estrito.

Objetivo

Em situações reais, interações entre uma quantidade finita de jogadores estão sujeitas a barreiras físicas. Em geral, cada jogador tem contato com um número reduzido de agentes que estão mais próximos. Nesse contexto, é introduzida a noção de uma rede de jogadores, que pode ser descrita em um grafo, onde os vértices representam os jogadores e as arestas uma interação entre eles.

Neste trabalho, farei uma introdução à Teoria dos Jogos Evolucionários em Redes Finitas e apresentarei o modelo proposto por Dario Madeo e Chiara Mocenni em *A New Mathematical Model For Evolutionary Games on Finite Networks of Players*.

Referências

- [1] Dario Madeo and Chiara Mocenni A New Mathematical Model For Evolutionary Games on Finite Networks of Players. *arXiv:1307.1670v1*
- [2] Martin A. Nowak Evolutionary Dynamics: Exploring the Equations of Life *Belknap Press of Harvard University Press*, 2006.