



# Universidade: presente!



## XXXI SIC

21. 25. OUTUBRO • CAMPUS DO VALE

### ESTUDO DE SISTEMA DE FUNÇÕES ITERADAS DIFUSOS COM AUXÍLIO DE FERRAMENTAS DE PROGRAMAÇÃO

Gabriel Caixinhas de Souza, Elismar da Rosa de Oliveira (Orientador)  
Instituto de Matemática - Universidade Federal do Rio Grande do Sul

#### Introdução

O presente trabalho é focado no estudo de sistemas iterados de conjuntos fuzzy (IFZS), utilizando de ferramentas de programação para a geração dos atratores fractais dos IFZS (também chamados de fractais difusos), no estudo de codificação de imagens. O estudo é focado em imagens em preto e branco, pela possibilidade de representá-las como uma coleção de pontos no plano, onde cada ponto possui uma escala de cinza associada. O procedimento escolhido para os estudos desses fractais difusos foi a utilização da linguagem de programação c++ para a geração das figuras, onde para efeitos de comparação serão primeiro replicadas as imagens geradas por Cabrelli et alii.

#### Referencial Teórico

Sistemas dinâmicos são estruturas que evoluem com o tempo, podem ser soluções de equações diferenciais (tempo contínuo) ou iterações de mapas (tempo discreto). Considerando de forma mais genérica, dado um mapa,  $T : X \rightarrow X$ , onde  $X$  é um conjunto, chamado de espaço de fase ou espaço de estados, no qual  $T$  é a regra que determina a distribuição dos elementos do sistema neste espaço. No tratamento de distribuição temporal discreta, a evolução do elemento é dada por iterações dessa regra,  $T^n = T \circ \dots \circ T$  ( $n$  vezes), onde  $n \in \mathbb{N}$ , no caso de  $T$  possuir inversa, as iterações podem ocorrer  $n \in \mathbb{Z}$ . Os casos de tempo contínuo não serão estudos deste trabalho.

Os sistemas de funções iteradas (IFS) são um conjunto de mapas que possuem uma operação que modifica a posição dos elementos dentro do conjunto. Barnsley, em seu livro *Fractals Everywhere*, faz uma longa discussão sobre as propriedades desses mapas e quais são as condições necessárias e suficientes para serem atratores IFS, sendo fundamental o ponto a seguir, dado um conjunto de mapas que satisfaça estas propriedades, esse conjunto de mapas converge sempre para um conjunto de elementos dentro de  $X$ .

Conjuntos fuzzy são originados da necessidade de construções de conjuntos mais amplos para as aplicações no mundo físico. Para tal, cria-se um conjunto com um grau de associação contínuo. Damos o exemplo a seguir, dado  $X$  um conjunto de elementos, definimos  $A$  como um conjunto fuzzy  $A$  em  $X$ , o qual possui uma função pertinência  $f_A(x)$ , o qual associa cada valor de  $X$  a um valor no intervalo real  $[0, 1]$ , onde cada valor retornado pela função determina seu grau de pertinência de  $X$  em  $A$ . Quanto mais próximo de 1 os valores de pertinência, maior o grau de pertinência, no caso ordinário, a  $f_A(x)$  possui apenas dois valores,  $\{0, 1\}$ , que se resume ao caso de conjuntos normais, com 0 indicando que o elemento  $x \notin A$ , e 1 que  $x \in A$ .

Para o estudo de imagens em preto e branco, conseguimos representá-las como uma coleção de pontos no plano, onde cada ponto possui uma escala de cinza associada. Definimos a escala de cinza de forma semelhante a função pertinência, dizemos que se um ponto possui pertinência igual a 0, então neste ponto não há nenhuma quantidade de branco, neste caso, é um ponto totalmente preto, caso a pertinência seja máxima, o ponto no espaço é totalmente branco, e qualquer pertinência intermediária é um tom de cinza contendo uma porção de branco proporcional ao valor da pertinência. Dada essa caracterização, somos capazes de ver todas as imagens como conjuntos fuzzy, a menos de um pequeno erro, sendo possível utilizar os fractais difusos para o estudo de codificação de imagens. Cabrelli et alii, em seu trabalho buscou condensar os resultados obtidos na construção dessa ideia, utilizando IFS (sistema de funções iteradas) já conhecidos, para a construção dos mapas contrativo, os quais dão os contornos das figuras, e um conjunto de funções de escala associados a esses mapas, responsáveis pela distribuição da escala de cinza nas figuras.

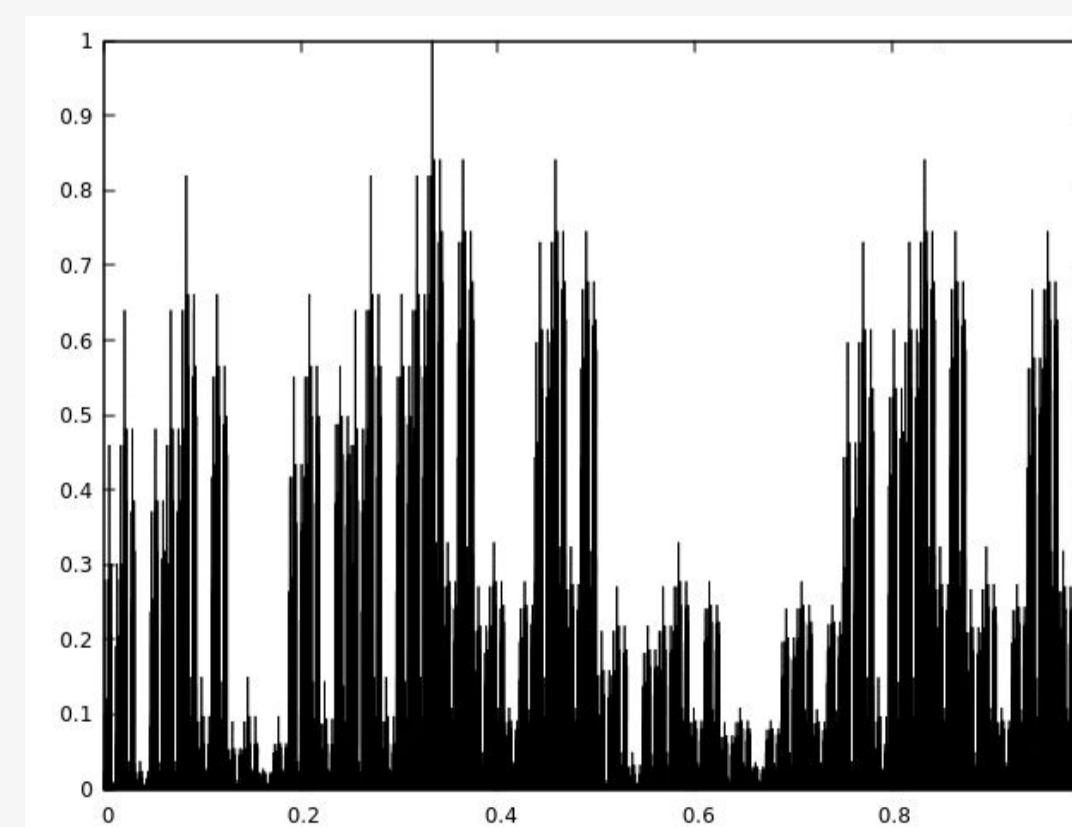
#### Metodologia

O presente trabalho consistiu no estudos dos sistemas dinâmicos a tempo discreto, em (IFS), conjunto fuzzy e por fim sistema iterado de conjuntos fuzzy. A partir dos conhecimentos adquiridos nesses estudos foi criada um programa que foi capaz de reproduzir uma das figuras por Cabrelli et alii.

#### Resultados

Os resultados da pesquisa foram a capacidade de reproduzir um dos resultados de Cabrelli et alii. A figura é representada abaixo.

A figura representa o primeiro exemplo feito por Cabrelli et alii, a qual foi reproduzida utilizando a linguagem c++.



#### Referências

- CABRELLI, et alii. Iterated Fuzzy Set Systems: A New Approach to the Inverse Problem for Fractals and Other Sets. *J. Math. Anal. Appl.* (1992).
- BARNSELEY, M F. *Fractals Everywhere*. Academic Press (1993).
- ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. *Information and Control Journal* (1965)