



# Universidade: presente!

presente!

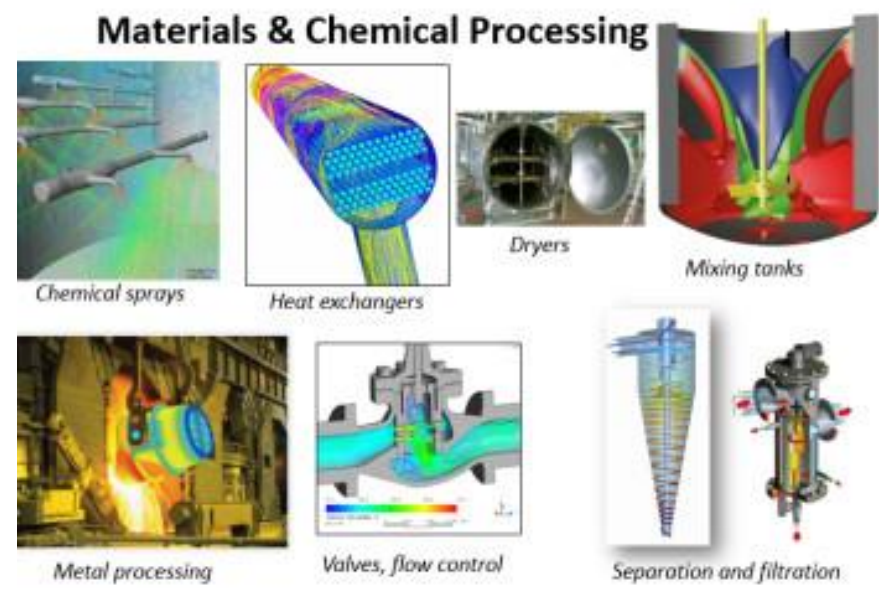
XXXI SIC



21.25. OUTUBRO. CAMPUS DO VALE

## Comparação de diferentes métodos numéricos aplicados ao problema de Couette-Poiseuille, utilizando diferentes modelos reológicos.

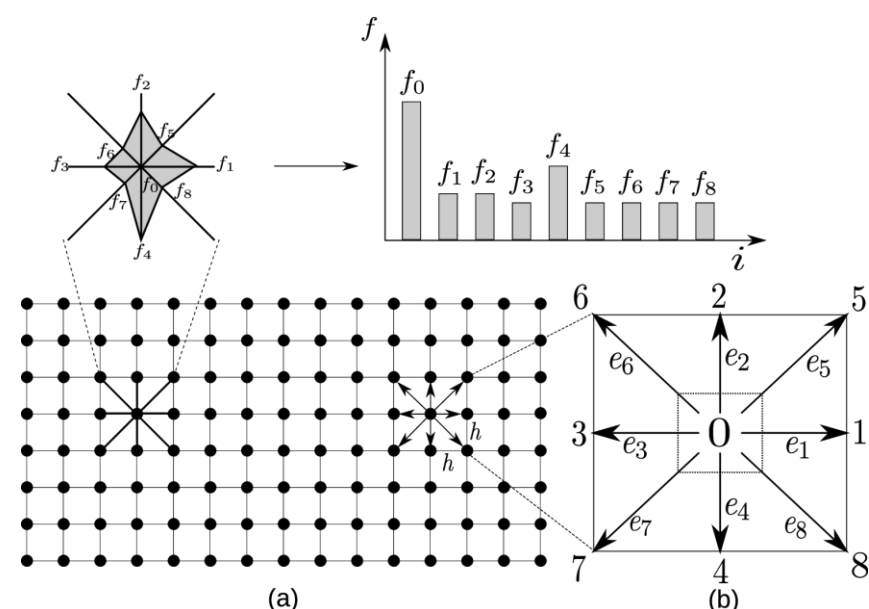
Bernardo Lorini Letsch, Prof. Dr. Guilherme Henrique Fiorot



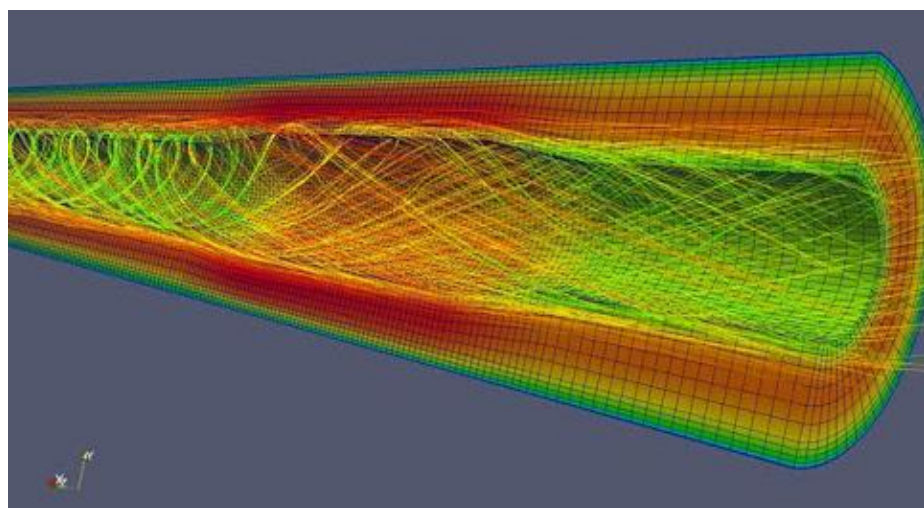
Campos de Aplicação da CFD (Fonte: <https://www.engineering.com/DesignSoftware/DesignSoftwareArticles/ArticleID/12907/CFD-Not-Just-for-Rockets-and-Race-Cars.aspx>)

### INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

A dinâmica dos fluidos computacional (ou CFD, *Computational Fluid Dynamics*) consiste em um conjunto de técnicas matemáticas e computacionais, utilizadas para resolver as equações de conservação e de balanço representativas da física dos meios fluidos.



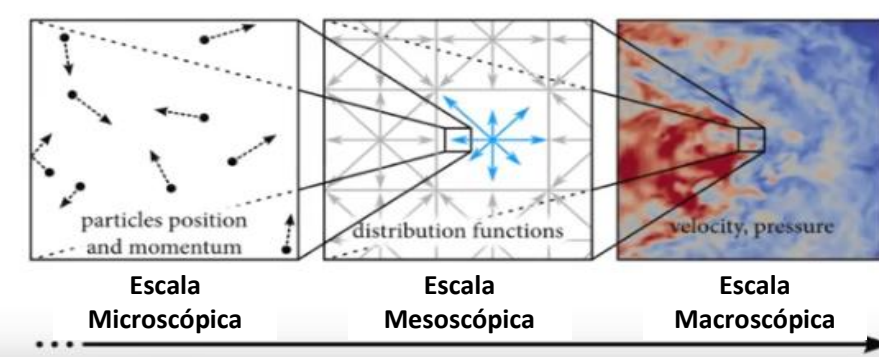
Representação esquemática, método de lattice-Boltzmann



Campo de Velocidades de uma solução numérica em volumes finitos

### As escalas e alguns métodos de aproximação

A dinâmica dos fluidos computacional pode ser vislumbrada em 3 grandes níveis, cada um deles consistindo em uma abordagem diferente para modelar os corpos fluidos.



Método SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics)	Método de lattice-Boltzmann (MLB)	Método dos Volumes Finitos (MVF)
----------------------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------

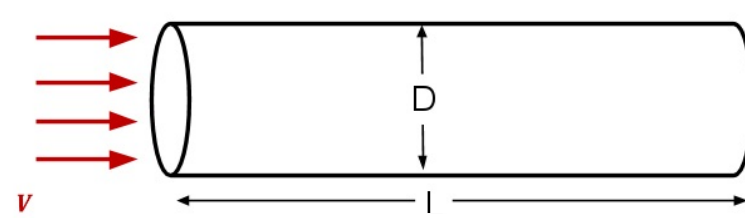
(Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=qhr3pOaShjg>)

#### Qual método selecionar?

Avaliar a precisão das soluções numéricas com relação a solução analítica de um problema clássico e o custo computacional requerido.

### METODOLOGIA

Dois métodos numéricos são comparados à solução analítica do escoamento de Poiseuille, em um duto de seção transversal constante.



Dimensões do domínio

Comprimento (m)	Diâmetro (mm)
0,3	5

Devido à simetria axial do problema, opta-se por trabalhar com apenas metade do domínio, reduzindo o custo computacional.

Para o método dos volumes finitos, as equações de conservação são resolvidas computacionalmente, através do software *Ansys Fluent*, através de uma abordagem euleriana, partindo das seguintes equações de conservação:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad \frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau}$$

O método de lattice-Boltzmann BGK, por outro lado, baseia-se na descrição do meio fluido em uma escala mesoscópica, de acordo com uma função distribuição de densidade das partículas do fluido. O método é caracterizado pela divisão do domínio em várias unidades, cada um composta de vários nós, conforme a figura abaixo:

$$f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) = f_i + \frac{\delta_t}{\tau} (f_i^{eq} - f_i)$$

onde propriedades macroscópicas do escoamento podem ser reconstruídas a partir das funções de distribuição através das seguintes relações:

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i \quad \rho u = \sum_{i=1}^9 e_i f_i$$

As simulações com o método de lattice-Boltzmann serão desenvolvidas durante os próximos meses de Iniciação Científica.

### PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO

#### Parâmetros dos fluidos

Parâmetros selecionados	Reologia adotada	
	Power law	Newtoniana
Massa Específica $\rho$ ( $kgm^{-3}$ )	800,00	863
Viscosidade/Consistência ( $Pa s^n$ )	2,00	1,00
Índice de escoamento $n$ (adimensional)	0,7	-
Viscosidade efetiva limite ( $Pa s$ )	1,4	-
Número de Reynolds	1	1
Velocidade de entrada ( $ms^{-1}$ )	0,11	0,25

#### Condições de contorno

Entrada	Parede	Centro	Saída
Velocidade média	Não deslizamento	Simetria axial	Pressão manométrica nula

#### Número de Reynolds

$$Re_D = \frac{\rho DV}{\mu} \quad Re_D = \frac{D^n V^{2-n} \rho}{K 8^{n-1}}$$

Fluidos newtonianos      Fluidos power law

#### Esquemas numéricos

Esquemas Numéricos	Tipo
Discretização Espacial Gradiente	Least Squares Cell Bases
Discretização Espacial Pressão	Segunda Ordem
Discretização Espacial Momentum	Segunda Ordem Upwind
Acoplamento Pressão-Velocidade	Simplex
Relaxação dos termos de maior ordem	Desativada

### VALIDAÇÃO: O MÉTODO GCI

A análise do refinamento da malha é necessária em qualquer simulação. Um método amplamente aplicado e que fornece uma boa estimativa do quanto a solução numérica está convergindo para uma solução exata é o método GCI (do inglês *Grid Convergence Index*). O método requer que no mínimo duas malhas sejam simuladas, porém três foram usadas para garantir uma maior fidelidade do resultado, e devem seguir uma razão de refino constante.

A ordem de convergência  $p$  da solução:

$$p = \frac{\ln(\frac{f_{i+2} - f_{i+1}}{f_{i+1} - f_i})}{\ln(r)}$$

Onde  $r$  é a razão de refino de malha, obtida da equação abaixo, onde  $N_i$  é o número de elementos de uma malha:

$$r = \frac{N_{i+1}}{N_i}$$

O erro relativo por:

$$\epsilon_{r,i+1,i} = \frac{(f_{i+1} - f_i)}{f_i}$$

O GCI:

$$GCI_{i+1,i} = \frac{F_s |\epsilon|}{r^p - 1}$$

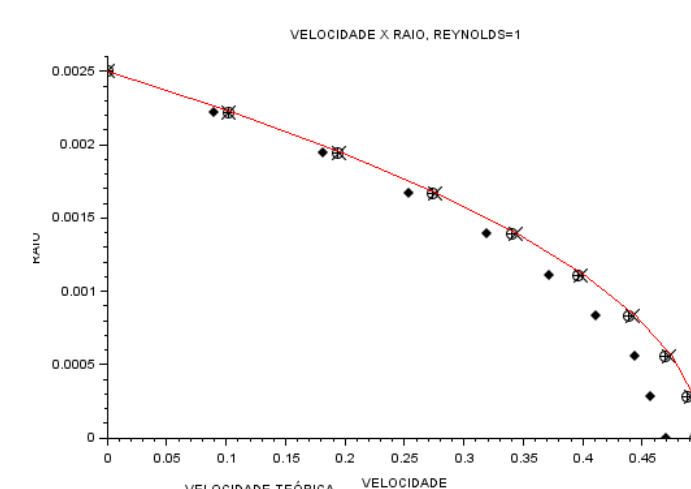
Através da extrapolação de Richardson:

$$f_{exato} = f_{i+1} + \frac{(f_i - f_{i+1}) r^p}{(r^p - 1)}$$

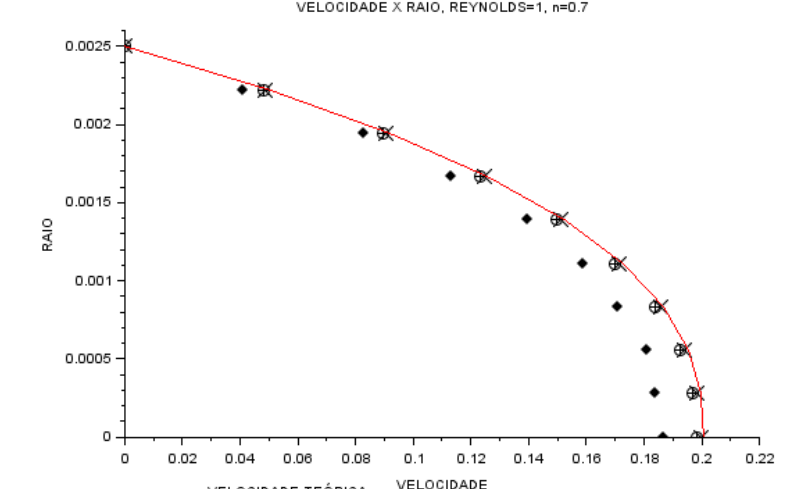
Parâmetro de controle  $X$ :

$$X = \frac{GCI_{i+2,i+1}}{r^p GCI_{i+1,i}}$$

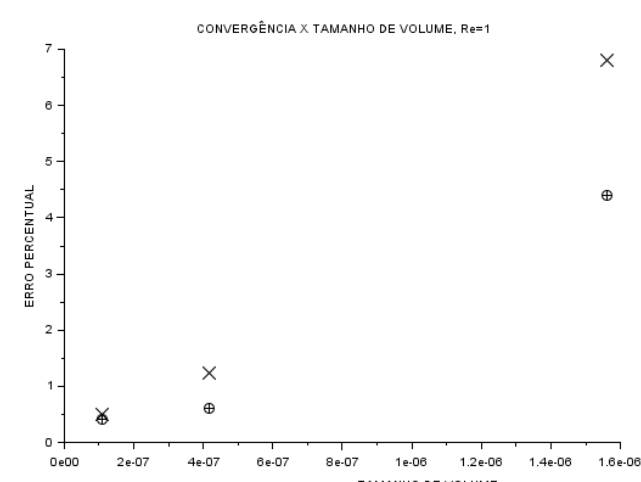
### RESULTADOS



Evolução dos perfis de velocidade, fluido Newtoniano,  $Re_D = 1$ .



Evolução dos perfis de velocidade, fluido Power Law,  $Re_D = 1$ .



Erro relativo, de acordo com o tamanho dos volumes

#### Alguns Valores:

Parâmetro	Fluido Newtoniano	Fluido power law
$GCI_{1,2}$	0,07	0,086
$GCI_{2,3}$	0,01	0,010
Ordem estimada de convergência	2,140	1,540

#### Discussão:

O método dos volumes finitos apresentou boa convergência para ambas as reologias, inclusive apresentando erros percentuais menores para o modelo power law

### REFERÊNCIAS

- Zhaoli Guo, Chang Shu - Lattice Boltzmann Method and its Applications in Engineering-World Scientific Publishing Company (2013)
- A. B. Metzner and J. C. Reed - Flow of Non-Newtonian Fluids-Correlation of the Laminar, Transition, and Turbulent-flow Regions
- R P Chhabra, J.F. Richardson - Non-Newtonian Flow in the Process Industries (1999)
- Roache. (1994). "Perspective: A Method For Uniform Reporting Of Grid Refinement Studies". Journal of Fluids Engineering., pp. Vol. 116, Issue 3, pp 405-413.

### AGRADECIMENTOS

