

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Simulação da Interação Veículo-Estrutura-Pavimento em Pontes
Rodoviárias**

Guilherme Piva dos Santos

Porto Alegre
2020

GUILHERME PIVA DOS SANTOS

**SIMULAÇÃO DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA-
PAVIMENTO EM PONTES RODOVIÁRIAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre
2020

Santos, Guilherme Piva dos
Simulação da Interação Veículo-Estrutura-Pavimento
em Pontes Rodoviárias / Guilherme Piva dos Santos. --
2020.
127 f.
Orientador: Leticia Fleck Fadel Miguel.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre,
BR-RS, 2020.

1. Interação Veículo-Estrutura-Pavimento. 2.
Irregularidades do Pavimento. 3. Pontes Rodoviárias.
I. Miguel, Leticia Fleck Fadel, orient. II. Título.

GUILHERME PIVA DOS SANTOS

**SIMULAÇÃO DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA-
PAVIMENTO EM PONTES RODOVIÁRIAS**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Estruturas e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 19 de fevereiro de 2020

Prof^a. Leticia Fleck Fadel Miguel
Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul
orientador

Prof. Ph. D. Nilo Cesar Consoli
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marcelo Maia Rocha (UFRGS)
Dr.techn. pela Universität Innsbruck

Prof. Mauro de Vasconcellos Real (FURG)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Ruy Carlos Ramos Menezes (UFRGS)
Dr. techn. pela Universität Innsbruck

Aos meus pais Anilda de Fátima e Cassio pelo apoio e
credibilidade que em mim depositam.
À minha avó Anilda Luzia por seu carinho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a CAPES pela bolsa de estudos que possibilitou minha total dedicação aos meus estudos e pesquisa.

Agradeço a Prof^a. Dr^a Letícia Fleck Fadel Miguel pela orientação, paciência e dedicação ao longo do desenvolvimento dessa dissertação e sobretudo pelo seu entusiasmo, brilho nos olhos e amor ao que faz, demonstrado durante nossas conversas nas orientações. Conhecer uma pessoa assim é o principal motivo que não me deixa perder totalmente a esperança no ensino e na pesquisa desse país e faz com que eu me dedique ao máximo para atingir meus objetivos acadêmicos, provando a importância da formação e educação de qualidade.

Agradeço aos meus pais Cassio e Anilda de Fátima. Meu pai por me ensinar a lógica matemática; minha mãe por insistir em me demonstrar a beleza e a sensibilidade das palavras. Também agradeço à minha avó Anilda Luzia pelo apoio e incentivo para que eu seguisse adiante nos meus estudos e formação.

Agradeço meu professor e grande amigo Dr. Eduardo Costa Couto, pois além de ser uma das pessoas com quem ainda mantenho contato na UFPel, foi um dos responsáveis por me apresentar à programação de computador e à modelagem de estruturas, despertando meu interesse por essa área.

Agradeço a minha querida amiga Maria Vivian pela sua parceria e pelos bons momentos que passamos juntos. Sua presença tornava meus dias em Porto Alegre mais agradáveis e as dificuldades do mestrado imperceptíveis.

Por fim, quero deixar meus agradecimentos aos meus colegas e amigos do PPGEC/UFRGS e a todos que direta ou indiretamente contribuíram para elaboração dessa dissertação.

“Por isso... se você parar de pensar... então você acaba estagnando”

Mikael Åkerfeldt

RESUMO

SANTOS, G. P. **Simulação da Interação Veículo-Estrutura-Pavimento em Pontes Rodoviárias**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

O presente trabalho teve como objetivo fazer a análise dinâmica no domínio do tempo de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos e a comparação dos resultados obtidos com a metodologia proposta pela norma NBR 7188 (2013) de projeto de pontes rodoviárias. Para isso, foram implementadas na linguagem *Octave* duas versões do programa, uma em 2D, que utiliza modelos planos, tanto para estrutura quanto para o veículo, e outra versão em 3D, que utiliza modelos tridimensionais para a estrutura e para o veículo. Em relação à análise dinâmica, para ambas as versões do programa considerou-se que apenas um veículo trafegava pela ponte com velocidade constante, em um único sentido e sem que suas rodas perdessem o contato com o pavimento. Quanto ao perfil de irregularidades do pavimento, sua geração foi feita por meio de uma função de densidade espectral de potência (PSD) definida pela norma ISO 8608 (1995) de acordo com as classes estabelecidas por essa norma, sendo que a classe escolhida para geração do perfil de irregularidades foi a “C”, pois é nessa classe que a maioria das estradas brasileiras está enquadrada. As simulações feitas utilizaram veículos planos simétricos e assimétricos, para caso 2D e o modelo de um caminhão completo para o caso 3D. As pontes analisadas foram estruturas fictícias, retiradas da bibliografia e estruturas existentes como a ponte Rio-Santos e a ponte do porto de Sepetiba. Como resposta dinâmica, foram mensurados o deslocamento máximo e o deslocamento no tempo para o nó central dessas estruturas. Da comparação dos resultados calculados pela ferramenta computacional desenvolvida com os resultados calculados de acordo com a NBR 7188 (2013) constatou-se que em algumas situações o resultado obtido pelo programa foi menor que o da norma e em outras situações ocorreu o oposto, pois além de considerar as características da ponte, o programa também considera as características do veículo e pavimento, indicando que essas considerações são importantes para o cálculo da resposta dinâmica da estrutura e consequentemente para o projeto de pontes rodoviárias.

Palavras-chave: *análise dinâmica; pontes rodoviárias; irregularidades do pavimento; interação veículo-estrutura-pavimento.*

ABSTRACT

SANTOS, G. P. **Simulation of Vehicle-Structure-Pavement in Highway Bridges**. 2019. Dissertation (Master of Engineering) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre.

The present work has the goal to make the dynamic analysis in the time domain of highway bridges subjected to moving vehicles and the comparison of the results obtained with the methodology proposed by the norm of design of highway bridges NBR 7188 (2013). For this, were implemented two program versions in Octave language, one in 2D, which uses flat models for both structure and vehicle and another version in 3D, which uses three-dimensional models for structure and vehicle. Regarding to the dynamic analysis, for both program versions it was considered that only one vehicle was traveling over the bridge at a constant speed, in one direction and without its wheels losing contact with the pavement. About the pavement irregularities profile, its generation was made by means of power spectral density (PSD) function defined by ISO 8608 (1995) according to the class of highways established by this standard. The chosen class for the generation of the irregularities profile was “C” because most Brazilian highways are classified in this class. The simulations were made using symmetrical and asymmetrical flat vehicles, for case 2D and a full truck model for case 3D. The bridges analyzed were fictitious structures, taken from the bibliography and existing structures like Rio-Santos bridge and Sepetiba’s port bridge. As a dynamic response, the maximum displacement and displacement in time for the structures’ central node were measured. Comparing the results evaluated by the developed computational tool and the results evaluated according to NBR 7188 (2013), it was found that some situations the results of the program was smaller than the standard and in other situations the opposite occurred because, besides considering bridge characteristics, the program also considers the vehicle and pavement characteristics, pointing that these considerations are important for the evaluation of the structural dynamic response and for highway bridge design.

Key-words: *dynamic analysis; highway bridges; pavement irregularities; vehicle-bridge-pavement interaction.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 JUSTIFICATIVA.....	2
1.2 OBJETIVOS.....	2
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	3
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	9
3.1 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO.....	9
3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	11
3.2.1 Matriz de Rigidez para Elementos de Viga.....	11
3.2.2 Matriz de Massa Para Elementos de Viga.....	13
3.2.3 Matriz de Rigidez de Elementos de Pórtico Espacial.....	13
3.2.4 Matriz de Massa de Elementos de Pórtico Espacial.....	14
3.2.5 Matriz de Rotação Para Elementos de Viga e Pórtico Espacial.....	15
3.3 MATRIZ DE AMORTECIMENTO.....	19
3.4 MÉTODO DE NEWMARK.....	20
4 METODOLOGIA.....	22
4.1 MODELOS MATEMÁTICOS DOS VEÍCULOS.....	22
4.2 IRREGULARIDADES DO PAVIMENTO.....	31
4.2.1 PSD's Cruzadas.....	33
4.2.2 Perfil de Irregularidades das Rodas Traseiras.....	34
4.3 MATRIZES GLOBAIS DE MASSA, RIGIDEZ E AMORTECIMENTO.....	36
4.4 MONTAGEM DO VETOR DE CARGAS.....	37
4.4.1 Cálculo das Forças do Vetor de Cargas.....	38
4.4.2 Cargas Nodais Equivalentes do Vetor de Forças Relativo à Estrutura Para Elemento de Viga.....	40
4.4.3 Cargas Nodais Equivalentes do Vetor de Forças Relativo à Estrutura Para Elemento de Pórtico Espacial.....	41
4.5 MATRIZES GLOBAIS DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA.....	43
5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL.....	47
5.1 DESCRIÇÃO DAS SUB-ROTINAS E PROGRAMA PRINCIPAL.....	47
5.2 DESCRIÇÃO DOS ARQUIVOS DE ENTRADA DE DADOS.....	49

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	51
6.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS 2D.....	51
6.1.1 Validação da Sub-Rotina de Integração Pelo Método de Newmark.....	51
6.1.2 Validação do Programa Considerando Apenas a Influência do Peso do Veículo na Estrutura.....	53
6.1.3 Validação do Programa Considerando a Influência da Irregularidade do Pavimento na Passagem do Veículo.....	57
6.1.4 Verificação das Frequências Naturais e Modos de Vibração da Estrutura.....	59
6.1.5 Frequências Naturais dos Veículos.....	61
6.1.6 Análise Dinâmica da Ponte Considerando Apenas o Peso do Veículo.....	64
6.1.7 Determinação da Quantidade de Simulações Necessárias para Análise Dinâmica do Sistema Veículo-Estrutura.....	64
6.1.8 Análise Dinâmica da Ponte Considerando o Peso do Veículo e o Efeito da Irregularidade do Pavimento.....	66
6.2 SIMULAÇÃO DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA UTILIZANDO MODELOS DE VEÍCULOS PLANOS E ASSIMÉTRICOS.....	67
6.2.1 Resultados da Análise Dinâmica da Passagem dos Veículos III e IV na Estrutura 1.....	70
6.2.2 Resultados da Análise Dinâmica da Passagem dos Veículos III e IV na Estrutura 2.....	74
6.3 VALIDAÇÃO MODELOS 3D.....	80
6.3.1 Validação do Programa de Elementos Finitos Para Pórtico Espacial.....	80
6.3.2 Frequências Naturais do Modelo de Veículo <i>Full Truck</i>	82
6.3.3 Frequências Naturais do Modelo Tridimensional da Estrutura.....	83
6.4 RESULTADOS PARA SIMULAÇÃO DE UMA ESTRUTURA EXISTENTE.....	86
6.4.1 Modelagem Numérica da Ponte.....	86
6.4.2 Frequências Naturais da Ponte.....	88
6.4.3 Análise Dinâmica da Ponte.....	89
7 CONCLUSÕES FINAIS.....	94
7.1 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS.....	95
REFERÊNCIAS.....	97

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1: (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples.....	9
Figura 3.2: elemento de viga 2D, com indicações das forças atuantes nos nós e referencial local.....	11
Figura 3.3: barra de viga ou pórtico espacial arbitrariamente orientada no espaço.....	16
Figura 3.4: casos especiais de orientação dos eixos, (a) eixo local x com a mesma direção do eixo global z e (b) eixo local x com direção oposta ao eixo global z	19
Figura 4.1: modelo de Veículo I.....	22
Figura 4.2: modelo de Veículo II.....	23
Figura 4.3: modelo de Veículo III.....	25
Figura 4.4: modelo de Veículo IV.....	27
Figura 4.5: modelo <i>Full Truck</i>	29
Figura 4.6: modelo de veículo III trafegando em uma pista com pavimento irregular.....	35
Figura 4.7: dimensões para cálculo da força de interação veículo-estrutura.....	38
Figura 4.8: locação do eixo da via em relação ao eixo da estrutura, (a) fora do eixo da estrutura e (b) coincidindo com o eixo da estrutura.....	42
Figura 4.9: situações que propiciam a atualização das matrizes de rigidez e amortecimento do sistema veículo-estrutura, modelo de veículo II (a) entrando no elemento 1 e (b) entrando no elemento 2.....	45
Figura 6.1: sistema discreto com 4 GDL utilizado na validação.....	51
Figura 6.2: gráfico de deslocamento no tempo das massas do sistema discreto avaliado.....	53
Figura 6.3: seção transversal (esquerda) e seção longitudinal da ponte.....	54
Figura 6.4: deslocamento do vão central da ponte calculado pela bibliografia.....	55
Figura 6.5: deslocamento do vão central da ponte obtido na presente dissertação de mestrado.....	55
Figura 6.6: deslocamento do nó localizado a 10 m do apoio direito calculado pela bibliografia.....	56
Figura 6.7: deslocamento do nó localizado a 10 m do apoio direito.....	56
Figura 6.8: média dos deslocamentos máximos até metade do vão da ponte calculado pela bibliografia e pelo programa deste trabalho.....	58
Figura 6.9: seção transversal (esquerda) e seção longitudinal da ponte Rio-Santos.....	60

Figura 6.10: quatro primeiros modos de vibração da ponte.....	61
Figura 6.11: quinto modo de vibração da ponte.....	61
Figura 6.12: gráfico de deslocamento máximo do nó central da ponte por nº de simulações.....	65
Figura 6.13: gráfico de deslocamento máximo do nó central da ponte por nº de simulações.....	66
Figura 6.14: deslocamentos máximos médios da Estrutura 1 para passagem do veículo III.....	71
Figura 6.15: deslocamento médio no tempo para o nó central da Estrutura 1 após a passagem do veículo III.....	71
Figura 6.16: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 1 para simulação nº 1 após a passagem do veículo III.....	72
Figura 6.17: deslocamentos máximos médios da Estrutura 1 para passagem do veículo IV.....	73
Figura 6.18: deslocamento médio no tempo para o nó central da Estrutura 1 após a passagem do veículo IV.....	73
Figura 6.19: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 1 para simulação nº 1 após a passagem do veículo IV.....	74
Figura 6.20: deslocamentos máximos médios da Estrutura 2 para passagem do veículo III.....	75
Figura 6.21: deslocamento médio no tempo do nó central da Estrutura 2 para passagem do veículo III.....	76
Figura 6.22: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 2 para simulação nº 1 após a passagem do veículo III.....	76
Figura 6.23: deslocamentos máximos médios da Estrutura 2 para passagem do veículo IV.....	77
Figura 6.24: deslocamento médio no tempo do nó central da Estrutura 2 para passagem do veículo IV.....	77
Figura 6.25: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 2 para simulação nº 1 após a passagem do veículo IV.....	78
Figura 6.26: espectro de potência para o deslocamento no tempo da simulação nº 1 para passagem do modelo de veículo III na Estrutura 2.....	79
Figura 6.27: espectro de potência para o deslocamento no tempo da simulação nº 1	79

para passagem do modelo de veículo IV na Estrutura 2.....	
Figura 6.28: pórtico espacial utilizado na validação.....	80
Figura 6.29: seção transversal da ponte Rio-Santos.....	84
Figura 6.30: representação plana de um caminhão realista, distância entre os eixos e distribuição do peso em cada eixo.....	86
Figura 6.31: representação 2D da parcela da ponte modelada.....	87
Figura 6.32: seção transversal da ponte do porto de Sepetiba.....	87
Figura 6.33: posição do veículo em relação ao eixo da ponte.....	89
Figura 6.34: deslocamento no tempo do nó central da ponte obtido na análise estática...	90
Figura 6.35: deslocamentos máximos da ponte obtidos na análise estática.....	90
Figura 6.36: deslocamentos máximos médios de cada nó da ponte calculados na análise dinâmica.....	91
Figura 6.37: deslocamento médio no tempo do nó central da ponte calculado na análise dinâmica.....	92
Figura 7.1: exemplo de caminhão semi-reboque.....	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: valores para <i>PSD</i> de referência de acordo com a classe da estrada.....	32
Tabela 6.1: dados do problema.....	52
Tabela 6.2: comparação da solução numérica com a analítica para $t = 5s$	52
Tabela 6.3: dados da ponte.....	54
Tabela 6.4: peso, rigidez, amortecimento e velocidade do veículo.....	54
Tabela 6.5: comparação dos resultados calculados pela bibliografia e pelo <i>software</i> do presente trabalho.....	58
Tabela 6.6: dados da ponte Rio-Santos.....	60
Tabela 6.7: frequências naturais calculadas analiticamente e numericamente.....	60
Tabela 6.8: dados dos modelos planos de veículo.....	62
Tabela 6.9: frequências naturais dos modelos de veículos planos utilizados.....	63
Tabela 6.10: deslocamento máximo sobre o nó central da ponte Rio-Santos.....	64
Tabela 6.11: dados estatísticos dos perfis de irregularidade do pavimento para alguns dos casos analisados.....	66
Tabela 6.12: média do deslocamento máximo e deslocamento no tempo da ponte Rio-Santos.....	67
Tabela 6.13: dados dos novos veículos modelados e suas frequências naturais.....	68
Tabela 6.14: deslocamento estático, deslocamento máximo médio, coeficiente de impacto e deslocamento no tempo médio para o nó central da Estrutura 1.....	70
Tabela 6.15: deslocamento estático, deslocamento máximo médio, coeficiente de impacto e deslocamento no tempo médio para o nó central da Estrutura 2.....	75
Tabela 6.16: propriedades geométricas e do material que compõe o material das barras da estrutura.....	80
Tabela 6.17: comparação dos deslocamentos calculados pelo programa e pela bibliografia.....	81
Tabela 6.18: resultantes dos nós restritos da estrutura.....	81
Tabela 6.19: dados do modelo de veículo <i>Full Truck</i>	82
Tabela 6.20: comparação das frequências naturais calculados pelo programa e pela bibliografia.....	83
Tabela 6.21: dados da seção transversal da ponte Rio-Santos.....	85
Tabela 6.22: frequências naturais do modelo da ponte Rio-Santos.....	85

Tabela 6.23: dados dos elementos, seção transversal e material da ponte do porto de Sepetiba.....	88
Tabela 6.24: primeiras 16 frequências naturais da estrutura analisada.....	88
Tabela 6.25: deslocamento máximo médio, deslocamento médio no tempo e tempo computacional para realizar as 50 simulações da estrutura.....	92

LISTA DE ABREVIATURAS

AASHTO	<i>American Association of State Highway and Transportation Officials</i>
GDL	Graus de Liberdade
ISO	<i>International Organization for Standardization</i>
MADS	Múltiplos Atenuadores Dinâmicos Sincronizados
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVE	Mecanismo com Material Viscoelástico
NBR	Norma Brasileira
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i>
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul

LISTAS DE SÍMBOLOS

A	Área do elemento, m ²
\bar{A}	Área da seção transversal delimitada pelas linhas médias das paredes, m ² , para pontes com seção transversal tipo caixão
a	Distância entre o nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação da carga, m
a_0	Constante do método de Newmark
a_1	Constante do método de Newmark
a_2	Constante do método de Newmark
a_5	Constante do método de Newmark
a_6	Constante do método de Newmark
a_7	Constante do método de Newmark
α	Parâmetro relacionado a estabilidade do método de Newmark
b_1	Distância do centro de massa do veículo até as rodas da esquerda, m
b_2	Distância do centro de massa do veículo até as rodas da direita, m
β_i	Ângulo de fase aleatório, em rad, com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$
C	Matriz de amortecimento, Ns/m/ Cosseno do ângulo de inclinação de uma barra no eixo local, rad
CI	Coefficiente de impacto
CI_{norma}	Coefficiente de impacto calculado de acordo com a equação da norma NBR 7188
C_{VP}	Matriz de amortecimento do sistema veículo-estrutura, Ns/m
C_v	Matriz de amortecimento do veículo, Ns/m
C_{vp}	Matriz de amortecimento que caracteriza a interação do sistema veículo-estrutura, Ns/m
c	Coefficiente de amortecimento do amortecedor, Ns/m
c_1	Constante
c_2	Constante

c_e	Coeficiente da matriz de amortecimento da estrutura, Ns/m
c_{ei}	Elementos da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura, N/m
c_{eij}	Demais elementos da matriz de rigidez da estrutura, N/m
c_v	Amortecimento do sistema de suspensão modelo de veículo I, Ns/m
c_{vp}	Amortecimento do pneu do veículo, Ns/m
c_{vp1}	Amortecimento do pneu 1 do veículo, Ns/m
c_{vp2}	Amortecimento do pneu 2 do veículo, Ns/m
c_{vp3}	Amortecimento do pneu 3 do veículo, Ns/m
c_{vp4}	Amortecimento do pneu 4 do veículo, Ns/m
c_{vp5}	Amortecimento do pneu 5 do veículo, Ns/m
c_{vp6}	Amortecimento do pneu 6 do veículo, Ns/m
c_{vs}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo, Ns/m
c_{vs1}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 1, Ns/m
c_{vs2}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 2, Ns/m
c_{vs3}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 3, Ns/m
c_{vs4}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 4, Ns/m
c_{vs5}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 5, Ns/m
c_{vs6}	Amortecimento do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 6, Ns/m
D	Módulo dos cossenos diretores do eixo local x, rad
Δn	Intervalo de variação da frequência espacial, ciclos/m
Δt	Passo de tempo, s
δ	Parâmetro relacionado a estabilidade do método de Newmark
E	Módulo de elasticidade, Mpa
e	Excentricidade do eixo da via em relação ao eixo da estrutura, m/ Espessura da parede da seção, m, para pontes com seção transversal tipo caixa
$\vec{F}(t_0)$	Vetor de forças no instante de tempo t_0 , N

$\vec{F}(t_{i+1})$	Vetor de forças no instante de tempo $t_i + \Delta t$, N
\vec{F}_{VP}	Vetor de forças do sistema veículo-estrutura, N
$\vec{F}_e(x, t)$	Vetor de forças de excitação causado pela interação veículo-estrutura, N
\vec{F}_p	Vetor de forças globais da estrutura, N
\vec{F}_v	Vetor de forças globais do veículo, N
f	Frequência natural calculada numericamente, Hz
$f(t - T)$	Sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista deslocado por um atraso de tempo
f_D	Força de amortecimento, N
f_I	Força inercial, N
f_S	Força elástica, N
f_a	Força de amortecimento do sistema mecânico do veículo, Ns/m
f_e	Força elástica do sistema mecânico do veículo, N/m
f_{ir}	Força devido à irregularidade do pavimento, N
f_{na}	Frequência natural analítica, Hz
$f_t(t)$	Sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista
f_v	Força que o veículo exerce na estrutura devido à irregularidade do pavimento e seu peso, N
Φ_i	Ângulo de fase aleatório, em rad, com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$
G	Módulo de elasticidade transversal, Mpa
$G_d(n)$	PSD de deslocamento em função da frequência espacial, m^3
$G_d(n_0)$	PSD de referência, m^3
$G_{de}(n)$	PSD cruzada, m^3
g	Aceleração da gravidade, m/s^2
$\gamma(n)$	Função adimensional de coerência entre duas PSD's para uma dada frequência espacial
I	Momento de inércia, m^4

I_0	Momento de inércia polar, m^4
I_v	Momento de inércia do veículo, kgm^2
I_{vx}	Momento de inércia de arfagem, kgm^2
I_{vy}	Momento de inércia de rolamento, kgm^2
I_x	Momento de inércia em relação ao eixo x, m^4
I_y	Momento de inércia em relação ao eixo y, m^4
I_z	Momento de inércia em relação ao eixo z, m^4
J	Módulo de torção ou momento de inercia em relação ao eixo x, m^4
K	Matriz de rigidez, N/m
K_{VP}	Matriz de rigidez do sistema veículo-estrutura, N/m
K_e	Matriz de rigidez do elemento, N/m
K_v	Matriz de rigidez do veículo, N/m
K_{vp}	Matriz de rigidez que caracteriza a interação do sistema veículo-estrutura, N/m
k	Rigidez da mola, N/m
k_e	Coefficiente da matriz de rigidez da estrutura, N/m
k_v	Rigidez do sistema de suspensão modelo de veículo I, N/m
k_{vp}	Rigidez do pneu do veículo, N/m
k_{vp1}	Rigidez do pneu 1 do veículo, N/m
k_{vp2}	Rigidez do pneu 2 do veículo, N/m
k_{vp3}	Rigidez do pneu 3 do veículo, N/m
k_{vp4}	Rigidez do pneu 4 do veículo, N/m
k_{vp5}	Rigidez do pneu 5 do veículo, N/m
k_{vp6}	Rigidez do pneu 6 do veículo, N/m
k_{vs}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo, N/m
k_{vs1}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 1, N/m
k_{vs2}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 2, N/m

k_{vs3}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 3, N/m
k_{vs4}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 4, N/m
k_{vs5}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 5, N/m
k_{vs6}	Rigidez do sistema de suspensão do veículo associado ao pneu 6, N/m
L	Comprimento do elemento, m/ Vão da ponte, m
L_1	Distância do centro de massa do veículo a roda frontal, m
L_2	Distância do centro de massa do veículo a roda traseira intermediária, m
L_3	Distância do centro de massa do veículo a roda traseira, m
L_{iv}	Vão da ponte, m
l	Distância entre eixos, m/ Comprimento do elemento finito, m
l_x	Cosseno diretor do eixo local x na direção \vec{l} , rad
l_y	Cosseno diretor do eixo local y na direção \vec{l} , rad
l_z	Cosseno diretor do eixo local z na direção \vec{l} , rad
λ	Matriz dos cossenos diretores
\mathbf{M}	Matriz de massa, kg
\mathbf{M}_{VP}	Matriz de massa do sistema veículo-estrutura, kg
\mathbf{M}_v	Matriz de massa do veículo, kg
m	Massa, kg
m_e	Coefficiente da matriz de massa da estrutura, kg
m_{ns}	Massa não suspensa do veículo, kg
m_{ns1}	Massa do pneu 1 do veículo, kg
m_{ns2}	Massa do pneu 2 do veículo, kg
m_{ns3}	Massa do pneu 3 do veículo, kg
m_{ns4}	Massa do pneu 4 do veículo, kg
m_{ns5}	Massa do pneu 5 do veículo, kg
m_{ns6}	Massa do pneu 6 do veículo, kg

m_s	Massa suspensa do veículo, kg
m_v	Massa do modelo de veículo I, kg
m_x	Cosseno diretor do eixo local x na direção \vec{j} , rad
m_y	Cosseno diretor do eixo local y na direção \vec{j} , rad
m_z	Cosseno diretor do eixo local z na direção \vec{j} , rad
N	Número de intervalos de banda de frequências
N_1	Função de forma do elemento de viga para o deslocamento vertical do nó esquerdo
N_2	Função de forma do elemento de viga para a rotação do nó esquerdo
N_3	Função de forma do elemento de viga para o deslocamento vertical do nó direito
N_4	Função de forma do elemento de viga para a rotação do nó direito
N_{rd}	Número de rodas do veículo
n_0	Frequência espacial de referência, ciclos/m
n	Frequência espacial, ciclos/m/ Número do modo de vibração
n_x	Cosseno diretor do eixo local x na direção \vec{k} , rad
n_y	Cosseno diretor do eixo local y na direção \vec{k} , rad
n_z	Cosseno diretor do eixo local z na direção \vec{k} , rad
ν	Coefficiente de Poisson
$\vec{P}(t)$	Vetor de forças que varia no tempo, N
$p(t)$	Força que varia no tempo
\vec{r}	Vetor de cargas nodais equivalentes, N
\vec{r}_l	Vetor de forças locais da estrutura, N
R	Matriz de rotação
R_{din}	Deslocamento dinâmico máximo, mm
R_{est}	Deslocamento estático máximo, mm
ρ	Densidade do material que compõe o elemento, kg/m ³
S	Seno do ângulo de inclinação de uma barra no eixo local, rad

T	Atraso de tempo entre a roda frontal e as rodas traseiras do veículo, s
t	Instante de tempo, s
θ_v	Rotação da massa suspensa do veículo, rad
θ_{vx}	Rotação da massa suspensa do veículo em relação ao eixo x, rad
θ_{vy}	Rotação da massa suspensa do veículo em relação ao eixo y, rad
$\dot{\theta}_v$	Velocidade angular da massa suspensa do veículo, rad/s
$\dot{\theta}_{vx}$	Velocidade angular da massa suspensa do veículo em relação ao eixo x, rad/s
$\dot{\theta}_{vy}$	Velocidade angular da massa suspensa do veículo em relação ao eixo y, rad/s
$\ddot{\theta}_v$	Aceleração angular da massa suspensa do veículo, rad/s ²
$\ddot{\theta}_{vx}$	Aceleração angular da massa suspensa do veículo em relação ao eixo x, rad/s ²
$\ddot{\theta}_{vy}$	Aceleração angular da massa suspensa do veículo em relação ao eixo y, rad/s ²
\vec{U}	Vetor de deslocamento, m
$\vec{U}(t)$	Vetor de deslocamento em função do tempo, m
$\vec{U}(t_0)$	Vetor de deslocamento no instante de tempo t_0 , m
$\vec{U}(t_i)$	Vetor de deslocamento no instante de tempo t_i , m
$\vec{U}(t_{i+1})$	Vetor de deslocamento no instante de tempo $t_i + \Delta t$, m
\vec{U}_{VP}	Vetor de deslocamento do sistema veículo-estrutura, m
\vec{U}_e	Vetor de deslocamento da estrutura, m
\vec{U}_v	Vetor de deslocamento do veículo, m
\vec{U}	Vetor de velocidade, m/s
$\vec{U}(t_0)$	Vetor de velocidade no instante de tempo t_0 , m/s
$\vec{U}(t_i)$	Vetor de velocidade no instante de tempo t_i , m/s
$\vec{U}(t_{i+1})$	Vetor de velocidade no instante de tempo $t_i + \Delta t$, m/s
\vec{U}_{VP}	Vetor de velocidade do sistema veículo-estrutura, m/s
\vec{U}_e	Vetor de velocidade da estrutura, m/s

\vec{U}_v	Vetor de velocidade do veículo, m/s
\vec{U}	Vetor de aceleração, m/s ²
$\vec{U}(t_0)$	Vetor de aceleração no instante de tempo t_0 , m/s ²
$\vec{U}(t_i)$	Vetor de aceleração no instante de tempo t_i , m/s ²
$\vec{U}(t_{i+1})$	Vetor de aceleração no instante de tempo $t_i + \Delta t$, m/s ²
\vec{U}_{VP}	Vetor de aceleração do sistema veículo-estrutura, m/s ²
\ddot{U}_e	Vetor de aceleração da estrutura, m/s ²
$\vec{\ddot{U}}_v$	Vetor de aceleração do veículo, m/s ²
u	Deslocamento, m
$u(t - T)$	Função de Heaviside com atraso de tempo
u_1	Deslocamento da massa não suspensa 1 do veículo, m
u_2	Deslocamento da massa não suspensa 2 do veículo, m
u_3	Deslocamento da massa não suspensa 3 do veículo, m
u_4	Deslocamento da massa não suspensa 4 do veículo, m
u_5	Deslocamento da massa não suspensa 5 do veículo, m
u_6	Deslocamento da massa não suspensa 6 do veículo, m
u_e	Deslocamento da estrutura, m
u_{ir}	Amplitude da rugosidade do pavimento, m
u_v	Deslocamento da massa suspensa do veículo, m
u_ξ	Deslocamento em um ponto intermediário, m
\dot{u}	Velocidade, m/s
\dot{u}_1	Velocidade da massa não suspensa 1 do veículo, m/s
\dot{u}_2	Velocidade da massa não suspensa 2 do veículo, m/s
\dot{u}_3	Velocidade da massa não suspensa 3 do veículo, m/s)
\dot{u}_4	Velocidade da massa não suspensa 4 do veículo, m/s

\dot{u}_5	Velocidade da massa não suspensa 5 do veículo, m/s
\dot{u}_6	Velocidade da massa não suspensa 6 do veículo, m/s
\dot{u}_e	Velocidade da estrutura, m/s
\dot{u}_{ir}	Primeira derivada da amplitude da rugosidade do pavimento, m/s
\dot{u}_v	Velocidade da massa suspensa do veículo, m/s
\ddot{u}	Aceleração, m/s ²
\ddot{u}_1	Aceleração da massa não suspensa 1 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_2	Aceleração da massa não suspensa 2 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_3	Aceleração da massa não suspensa 3 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_4	Aceleração da massa não suspensa 4 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_5	Aceleração da massa não suspensa 5 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_6	Aceleração da massa não suspensa 6 do veículo, m/s ²
\ddot{u}_e	Aceleração da estrutura, m/s ²
\ddot{u}_v	Aceleração da massa suspensa do veículo, m/s ²
v	Velocidade do veículo, m/s
$v_b(x)$	Perfil de irregularidades da pista, m
$v_{be}(x)$	Perfil de irregularidades da pista para as rodas localizadas à esquerda do veículo, m
v_l	Frequência espacial de corte, ciclos/m
W_i	Parcela da massa suspensa distribuída para cada eixo do veículo
w	Coefficiente que indica a inclinação da PSD
x	Posição do veículo na ponte, m
x_f	Coordenada final de um nó localizado no eixo x de um elemento, m
x_i	Coordenada inicial de um nó localizado no eixo x de um elemento, m
ξ_i	Coefficiente de amortecimento correspondente ao i-ésimo modo de vibração
ξ_j	Coefficiente de amortecimento correspondente ao j-ésimo modo de vibração
y_f	Coordenada final de um nó localizado no eixo y de um elemento, m

y_i	Coordenada inicial de um nó localizado no eixo y de um elemento, m
z_f	Coordenada final de um nó localizado no eixo z de um elemento, m
z_i	Coordenada inicial de um nó localizado no eixo z de um elemento, m
ω	Frequência natural calculada numericamente, rad
ω_i	Frequência natural correspondente ao i-ésimo modo de vibração, rad/s
ω_j	Frequência natural correspondente ao j-ésimo modo de vibração, rad/s

1 INTRODUÇÃO

As obras de arte, denominação em que na Engenharia Civil estão enquadradas pontes e viadutos, têm como aspectos fundamentais para sua concepção: segurança, funcionalidade, durabilidade, economia e estética, Schmidt (2017). Além disso, pontes rodoviárias são elementos importantes de infraestrutura de um país, influenciando seu desenvolvimento socioeconômico associado ao transporte rodoviário, especialmente em países que carecem de outros tipos de modais, como por exemplo, o ferroviário, Santos (2007).

Por conta disso, a determinação da resposta dinâmica resultante da passagem de uma massa ou força em vigas é um problema de grande interesse para projetos de pontes, por dois motivos: (i) os picos de tensões dinâmicas são maiores que os picos causados pela aplicação de cargas estáticas; e (ii) a vibração da ponte não pode ser excessiva, de forma que o efeito da fadiga seja minimizado e a estrutura não cause a sensação de desconforto para quem a utiliza, Ibanathan e Wieland (1987).

De acordo com Calçada (2001), quando se fala em carregamentos atuantes nas pontes, suas origens são as mais diversas possíveis, sendo que a mais importante é muitas vezes o peso próprio da estrutura, o qual solicita a ponte de forma estática e permanente ao longo de sua vida útil. Fora isso, as pontes são igualmente solicitadas por ações causadas pelo meio ambiente, como por exemplo, ação do vento, temperatura e sismos, assim como pela atividade humana representada pelo tráfego, visto que para grande parte das pontes o tráfego constitui a ação variável predominante.

Em relação ao carregamento dinâmico provocado pelo tráfego, além de se levar em consideração as características dinâmicas da ponte, deve se considerar também um conjunto de numerosos fatores ligados aos veículos e ao pavimento. Porém, a maior parte das normas de dimensionamento de pontes substitui as ações dinâmicas por cargas estáticas equivalentes, cujo valor é majorado por um fator de amplificação dinâmica, Calçada (2001).

Para se obter a resposta dinâmica de uma ponte considerando as características dinâmicas da estrutura, do veículo e da ação das irregularidades do pavimento, é fundamental que se utilize um modelo matemático que se adeque a complexidade do problema em estudo para simulações mais precisas do sistema acoplado formado pelo veículo e pela estrutura.

Ao longo dos anos houve o aprimoramento dos computadores atuais, o emprego do método dos elementos finitos para modelagem da estrutura, os diversos modelos de veículo desenvolvidos pela bibliografia e a modelagem das irregularidades do pavimento. Assim, a modelagem e simulações da interação veículo-estrutura-pavimento podem ser feitas considerando diversos tipos de situações e carregamentos tornando a resposta dinâmica mais precisa e confiável de modo que as condições de segurança e estabilidade do projeto de pontes sejam alcançadas.

1.1 JUSTIFICATIVA

No Brasil, o dimensionamento de pontes é feito conforme a norma NBR 7188 (2013). A norma brasileira recomenda que o deslocamento máximo na estrutura seja calculado de forma estática, considerando como carregamento de um veículo padrão de três eixos e peso total de 45 ton e uma carga uniformemente distribuída ao longo do vão da estrutura de 5 kN/m^2 . Além disso, a norma NBR 7188 (2013) também recomenda que o deslocamento máximo obtido seja majorado de acordo com um coeficiente de impacto que é calculado de acordo com uma função que depende única e exclusivamente do vão da ponte.

Baseado nessas informações, a escolha do tema do presente trabalho se deve ao fato do uso e da implementação de uma metodologia mais precisa para o cálculo do deslocamento máximo da estrutura, de forma que não se considere apenas o peso do veículo (componente estática) como carga atuante na estrutura, mas também leve em consideração o uso de modelos mais realistas dos veículos que trafegam nas rodovias brasileiras, o efeito das irregularidades do pavimento e a interação do veículo sobre a estrutura (componentes dinâmicas desse cálculo), ou seja, propõem-se uma metodologia para determinar a resposta dinâmica da estrutura considerando o problema acoplado de interação ponte-pavimento-veículo.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral dessa pesquisa é desenvolver uma ferramenta computacional que possibilite fazer a análise dinâmica de pontes rodoviárias submetidas à passagem de veículos e que considere o efeito da interação veículo-estrutura e a influência das irregularidades do pavimento, sendo que tal objetivo pode ser dividido nos seguintes objetivos específicos:

1. Desenvolver e validar modelos bi e tridimensional da ponte;
2. Desenvolver modelos planos e completos (3D) dos veículos que são utilizados com maior frequência no dimensionamento de pontes;
3. Implementar uma metodologia para geração das irregularidades aleatórias do pavimento, conforme o modelo proposto pela norma ISO 8608, 1995;
4. Implementar rotinas computacionais com a finalidade de fazer a análise dinâmica no domínio do tempo do sistema veículo-estrutura;
5. Realizar análises dinâmicas do problema acoplado, isto é, do conjunto veículo-estrutura considerando a influência do perfil de irregularidade do pavimento.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, organizados da seguinte forma:

O capítulo 1 dedica-se à introdução do trabalho, com uma apresentação do tema, justificativa, objetivos e a organização do mesmo.

No capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica com trabalhos importantes relativos ao tema abordado e que também servirão como base para o desenvolvimento da presente dissertação.

Em relação ao capítulo 3, apresenta-se a fundamentação teórica, em que se apresentam os assuntos que são imprescindíveis para a modelagem de todo o sistema acoplado e análise dinâmica no domínio do tempo.

No capítulo 4 apresenta-se a metodologia utilizada para modelagem da estrutura, perfil de irregularidades do pavimento, modelagem do veículo, cálculo da força causada pela irregularidade do pavimento, montagem das matrizes de massa, rigidez e amortecimento e vetor de forças para o sistema veículo-estrutura.

O capítulo 5 dedica-se a apresentar a ferramenta computacional desenvolvida, justificando a escolha da linguagem de programação, descrevendo as sub-rotinas que compõem o programa e a forma como a entrada de dados é feita.

Quanto ao capítulo 6, sua finalidade é apresentar a validação das sub-rotinas desenvolvidas como ferramenta computacional para suas versões 2D e 3D, assim como a apresentação dos resultados para estrutura escolhida para análise e a versão completa do programa elaborado.

Por último, o capítulo 7 apresenta as conclusões finais da dissertação e as sugestões de trabalhos futuros. Logo após esse capítulo são disponibilizadas as referências bibliográficas utilizadas no decorrer dessa pesquisa.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A primeira análise do problema de vibrações em pontes foi proposta por Willis (1849) que, motivado pela utilização de veículos rápidos e pesados, desenvolveu uma equação de movimento baseando-se em um modelo composto por uma massa atravessando uma viga simplesmente apoiada, flexível e de massa desprezível a uma velocidade constante. No mesmo ano, Stokes (1849) obteve a solução dessa equação ao utilizar a técnica de expansão em séries.

Mais avanços surgiram em 1934, quando Inglis propôs soluções aproximadas obtidas numericamente para o modelo, admitindo que a resposta dinâmica de uma viga biapoiada possui sempre a forma de seu primeiro modo de vibração, reduzindo o problema a apenas um grau de liberdade generalizado.

Timoshenko (1964) analisou o problema de uma carga impulsiva com velocidade constante em uma ponte ferroviária. Levou em consideração a massa da viga, as características dinâmicas do veículo e os efeitos produzidos pelas rodas desbalanceadas de locomotivas.

Com o desenvolvimento dos computadores, a partir da década de 1950 e a utilização do método dos elementos finitos, a partir da década de 1970, a análise de vibrações em pontes pode ser feita de maneira mais precisa. O problema de interação veículo-estrutura passou a ser abordado por modelos analíticos do veículo, como um oscilador composto por um sistema massa-mola-amortecedor para formular as equações de movimento do sistema acoplado veículo-estrutura.

Yang e Yau (1997) desenvolveram uma metodologia precisa e eficiente para modelagem da interação veículo-estrutura em pontes ferroviárias por meio da resolução de um sistema de equações acopladas que representam os elementos da ponte e o movimento do veículo. A modelagem da ponte foi feita com elementos finitos de viga e o veículo foi discretizado como um conjunto de massas concentradas que trafega com velocidade constante pela ponte e são suportadas por uma suspensão composta por um sistema de amortecedor e mola.

Almeida (2006) analisa a resposta dinâmica em pontes rodoviárias submetidas a passagem de comboios de diferentes tipos de veículos. São utilizados dois tipos de pontes com seção caixão em concreto armado, com e sem balanços, ambas modeladas por elementos finitos de

viga, com massas concentradas em seus nós e flexibilidade distribuída, possuindo como graus de liberdade (GDL) em cada nó a rotação no plano transversal e a translação no plano vertical. As irregularidades da pista são definidas por meio de um modelo não-determinístico proposto por Braun (1966), e o carregamento sobre a estrutura é constituído por uma sucessão infinita de veículos igualmente espaçados entre si e trafegando a uma velocidade constante.

Melo (2007) realiza um estudo para considerar de forma mais precisa o efeito dinâmico da passagem de veículos em pontes por meio do cálculo de um coeficiente de impacto, pois as normas brasileiras de projeto de pontes consideram no cálculo desse coeficiente apenas a aplicação de esforços estáticos e o comprimento do vão da ponte. Com o intuito de obter esse coeficiente foi desenvolvido e implementado um modelo analítico-numérico simplificado para representar a interação veículo-estrutura. Na modelagem a ponte é representada por elementos de viga com vãos contínuos de 12 m, o veículo é simulado por um sistema plano de 5 GDL, enquanto o modelo que descreve o perfil do pavimento foi obtido por geração aleatória a partir de uma função de densidade espectral.

No mesmo ano, Santos (2007) desenvolve um programa computacional baseado no método dos elementos finitos para análise da resposta dinâmica de pontes submetidas a passagem de veículos e que também verifica sistemas para atenuar as vibrações causadas pelos veículos. Em relação à modelagem do problema, a ponte teve suas vigas do tabuleiro modelada com elementos de pórtico espacial e a laje que representa as pistas com elementos de casca, enquanto que para representar o veículo, foram utilizados dois modelos tridimensionais de caminhões, sendo um com dois eixos (6 GDL) e outro com três eixos (8 GDL). Para redução dos efeitos dinâmicos causados pelos veículos na ponte foram modelados dois sistemas, a saber: MADS (Múltiplos Atenuadores Dinâmicos Sincronizados) e MVE (Mecanismo com Material Viscoelástico). Além disso, esse programa serve tanto para dimensionamento de novas estruturas quanto para verificação de estruturas existentes.

Devido ao aumento do tráfego de veículos pesados em rodovias, Cantero et al. (2009) apresentam um estudo comparativo sobre o efeito dinâmico da passagem de veículos pesados (caminhão com vários eixos) e veículos comuns (caminhões de 5 eixos), trafegando com velocidade constante em pontes de vãos curtos e médios. As pontes foram modeladas como uma viga simplesmente apoiada e discretizadas com elementos de placa plana. Quanto ao veículo, foi utilizado um modelo 3D de um caminhão articulado composto pela combinação de massas concentradas e corpos rígidos unidos por sistemas de amortecedores e molas. A

escolha desse modelo se deve ao fato de sua versatilidade, pois, além da modelagem dos caminhões de 5 eixos simulados, o modelo também permite que sejam realizadas simulações com os veículos mais pesados e com maior número de eixos.

Wang et al. (2015) fazem uma análise dinâmica de uma ponte estaiada com tubos de aço preenchidos com concreto submetida a passagem de veículos. Neste trabalho são avaliados o fator de impacto causado pela passagem do veículo na ponte, nível de vibração perceptível e o conforto de quem trafega pela ponte. Para análise desses parâmetros, foi criado um modelo tridimensional em elementos finitos da ponte Liancheng, que se localiza na China, no programa *ANSYS*. O modelo do veículo simulado foi retirado da norma AASHTO e possui 11 GDL. Além disso, também é feita a consideração da condição da superfície do pavimento da ponte. Para isso, utilizou-se um perfil gerado através de um processo estocástico por meio da transformada inversa de Fourier de uma função de densidade espectral, em que os valores dessa função são propostos pela norma ISO 8608 (1995) de acordo com a classificação da superfície do pavimento. A consideração da interação veículo-estrutura na ponte é feita por meio de um sistema de equações acopladas relativas às características da ponte e do veículo e a solução desse sistema foi feita utilizando a técnica de superposição modal.

Ainda em 2015, Kortis e Daniel investigam a precisão da resposta obtida para análise dinâmica de pontes sujeitas à passagem de veículos por meio de um modelo 2D e outro em 3D. Para caracterização da ponte, em ambos os casos foi utilizado um modelo de viga biapoiada de seção transversal retangular com as mesmas propriedades dinâmicas no plano vertical, a diferença entre os modelos está no tipo de elemento utilizado para discretizar a ponte, no modelo 2D utilizaram-se elementos planos, enquanto que no modelo 3D utilizaram-se elementos sólidos. Quanto ao modelo de veículo utilizado, suas características dinâmicas são as mesmas nos dois casos, porém a sua parte rígida foi modelada com elementos de casca no caso 2D e elementos sólidos no 3D. A parte rígida do veículo é suspensa por um sistema de molas e amortecedores para ambos os casos. Com esse estudo concluiu-se que tanto o modelo 2D quanto o 3D apresentam resultados idênticos, sendo que o modelo 2D apesar de ter baixo custo computacional para simulação numérica, não consegue representar com muitos detalhes situações específicas do deslocamento do veículo na ponte.

Em 2017, Schmidt faz um estudo sobre os efeitos dinâmicos da passagem de um veículo de classe 3C (caminhão com 3 eixos e 9 GDL) em uma ponte curva de concreto com seção transversal do tipo caixão com a finalidade comparar os resultados obtidos pela metodologia

das normas de projeto de pontes com os resultados da análise dinâmica através da avaliação do coeficiente de impacto obtido nas simulações. Ainda sobre a análise dinâmica, foi considerada a interação veículo-estrutura, o efeito que as irregularidades do pavimento produzem. Além disso, a simulação da passagem do veículo foi feita considerando dois casos, o primeiro com passagem de um único veículo na ponte e o segundo com a passagem de um comboio de veículos. Em relação à modelagem da estrutura e do veículo, estas foram feitas com auxílio do *software* comercial ADINA, em que a superestrutura, pilares e estacas foram discretizados com elementos de pórtico espacial e os blocos de fundação foram discretizados com elementos de casca e o veículo foi modelado como um sistema formado por massas, molas e amortecedores.

Buscando verificar a influência das irregularidades do pavimento, interação veículo-estrutura e da velocidade na resposta dinâmica de pontes com vãos contínuos, Ma et al. (2019) fizeram a simulação de 15 pontes, dentre as quais 12 são estruturas reais e 3 são pontes fictícias. Com isso, os autores constataram que a consideração dos fatores mencionados anteriormente conduz a aumentos expressivos no valor do fator de impacto, principalmente por conta do fenômeno de ressonância, pois de modo geral foi constatado que as frequências naturais do veículo, na maioria dos casos, coincidem com as primeiras frequências naturais da ponte.

Ainda em 2019, Yang et al., propõe uma solução analítica para a resposta dinâmica da simulação da passagem de um modelo de veículo *half car* assimétrico (valor da distância entre o centro até as rodas dianteiras e traseiras diferentes) em uma ponte. Para que a dedução da solução fosse possível, esse modelo de veículo é composto apenas por uma massa suspensa, um sistema de molas simulando a suspensão e dois pontos de contato representando os pneus. Esse modelo possui apenas 2 GDL, a saber, o deslocamento vertical da massa suspensa e o momento de arfagem. Com as equações propostas os autores ainda avaliaram alguns fenômenos de vibração, como por exemplo, acoplamento, desacoplamento, ressonância, cancelamento e batida, comparando a solução teórica com solução obtida via método dos elementos finitos.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO

A equação de movimento de um sistema com um grau de liberdade é facilmente formulada pelo equilíbrio de todas as forças que estão agindo na massa conforme o princípio de d'Alembert, Clough e Penzien (2003). A mesma ideia pode ser aplicada a sistemas com múltiplos graus de liberdade utilizando-se notação matricial.

Para representação de um sistema com um grau de liberdade, utiliza-se um oscilador simples composto por uma massa, uma mola e um amortecedor, conforme representado na Figura 3.1a. Além disso, são assumidas algumas hipóteses para o modelo:

- A mola possui massa desprezível;
- As forças exercidas pela mola e pelo amortecedor são proporcionais ao deslocamento e a velocidade, respectivamente;
- O atrito entre a massa do sistema e a superfície é nulo, de forma que o único elemento de dissipação de energia do sistema é o amortecedor.

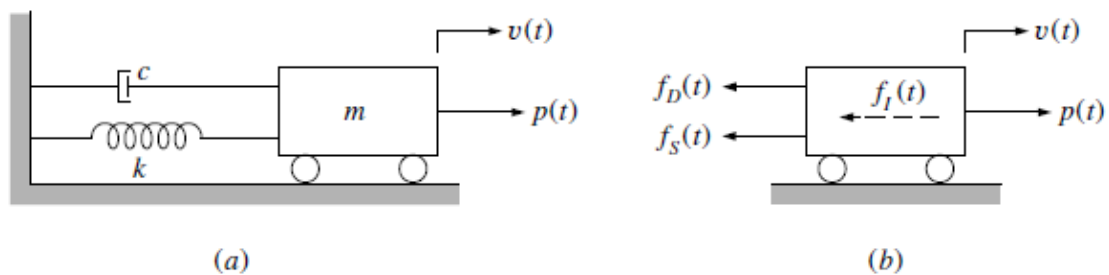


Figura 3.1: (a) Oscilador simples; (b) Diagrama de corpo livre do oscilador simples.
(Fonte: Clough e Penzien, 2003)

Por meio do diagrama de corpo livre, representado na Figura 3.1b, tem-se as forças que atuam na massa sistema. Essas forças são calculadas conforme as equações:

$$f_I = m\ddot{u} \quad (3.1)$$

$$f_D = c\dot{u} \quad (3.2)$$

$$f_S = ku \quad (3.3)$$

onde,

f_I : força inercial;

f_D : força de amortecimento;

f_S : força elástica;

m : massa do sistema;

c : coeficiente de amortecimento do amortecedor;

k : rigidez da mola;

\ddot{u} , \dot{u} , u : aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, respectivamente.

Fazendo o equilíbrio das forças resulta:

$$f_I + f_D + f_S = p(t) \quad (3.4)$$

em que:

$p(t)$: força que varia no tempo atuante no sistema.

Substituindo as eqs. (3.1), (3.2) e (3.3) na eq. (3.4), obtém-se:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (3.5)$$

Reescrevendo a eq. (3.5) em notação matricial temos a representação da equação de movimento para sistemas com múltiplos graus de liberdade.

$$\mathbf{M}\ddot{\vec{U}} + \mathbf{C}\dot{\vec{U}} + \mathbf{K}\vec{U} = \vec{P}(t) \quad (3.6)$$

sendo,

\mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} : matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente;

$\ddot{\vec{U}}$, $\dot{\vec{U}}$ e \vec{U} : vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, respectivamente;

$\vec{P}(t)$: vetor de forças externas.

3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico utilizado para resolver problemas físicos na área de engenharia e dimensionamento, Bathe (2014). Nesse método, a estrutura atual é subdividida em elementos menores chamados elementos finitos, onde se assume que cada elemento da estrutura se comporta como um membro contínuo. Esses elementos são unidos em certos pontos por ligações ou nós, sendo que as variáveis desconhecidas do problema (deslocamento ou tensões) são aproximadas por funções de interpolação que quando agrupadas dão origem a um sistema de equações lineares cuja solução desse sistema é a solução aproximada do problema em estudo, Rao (2004).

No caso deste trabalho, o MEF será utilizado para modelagem da estrutura. As vigas do tabuleiro da ponte serão inicialmente modeladas como elementos finitos de viga bidimensional e após a validação do modelo 2D, a estrutura será novamente modelada, porém com elementos de pórtico espacial. A seguir é apresentado como se obtém as matrizes de rigidez e massa para elementos de viga e pórtico espacial.

3.2.1 Matriz de Rigidez para Elementos de Viga

Vigas são os componentes estruturais mais comuns nas Engenharias Civil e Mecânica. Uma viga é um tipo de elemento estrutural de barra cuja função é resistir a cargas transversais e descarregá-las nos apoios, Felippa (2001).

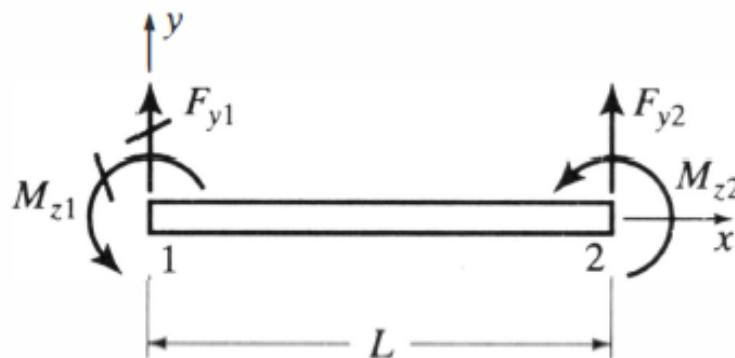


Figura 3.2: elemento de viga 2D, com indicações das forças atuantes nos nós e referencial local. (Fonte: McGuire, Gallagher e Ziemian, 2014)

Para validação do código, inicialmente o modelo da ponte será feito com elementos finitos de viga, em que, pela observação da Figura 3.2, percebe-se que o eixo x coincide com o eixo longitudinal da barra e os eixos y e z coincidem com os eixos centrais de inércia da seção. Cada um dos nós do elemento estão associados com 2 GDL, a saber, um deslocamento vertical e uma rotação.

Um deslocamento em um ponto (u_ξ) intermediário da barra pode ser calculado por meio da relação:

$$u_\xi = (N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4) \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

em que, N_i representa as funções de forma do elemento de viga bidimensional e são calculadas conforme as equações:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)^2(2 - \xi) \\ N_2 &= \frac{1}{8}(1 - \xi)^2(1 + \xi) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)^2(2 - \xi) \\ N_4 &= \frac{-1}{8}(1 + \xi)^2(1 - \xi) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Para o caso bidimensional, a matriz de rigidez do elemento é obtida conforme a equação:

$$K_e = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{-12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & 4EI & \frac{-6EI}{L^2} & 2EI \\ \frac{-12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & 2EI & \frac{-6EI}{L^2} & 4EI \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

sendo,

E : módulo de elasticidade do material;

I : momento de inércia da seção transversal;

L : comprimento do elemento.

3.2.2 Matriz de Massa Para Elementos de Viga

A matriz de massa consistente de um elemento de viga bidimensional referente aos seus 2 GDL de cada extremidade, resulta:

$$M_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{pmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

sendo,

ρ : densidade do material que compõe o elemento;

A : área da seção transversal.

3.2.3 Matriz de Rigidez de Elementos de Pórtico Espacial

Pórticos espaciais são vistos frequentemente na análise de prédios com vários pavimentos. Além dessa aplicação, pórticos espaciais também são utilizados na modelagem de chassis de automóveis e quadros de bicicleta. Cada um de seus nós apresenta seis GDL, a saber, três translações e três rotações em torno dos eixos x , y e z , Belegundu (2014).

Quanto à matriz de rigidez de um elemento de pórtico espacial, esta é montada fazendo a sobreposição de efeitos axiais, de flexão e torção conforme a matriz apresentada na eq. (3.11).

$$K_g = \begin{pmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

sendo,

G : módulo de elasticidade transversal, calculado pela eq. (3.12);

I_z : momento de inércia em relação ao eixo z ;

I_y : momento de inércia em relação ao eixo y ;

J : módulo de torção;

$$G = \frac{E}{2(\nu + 1)} \quad (3.12)$$

sendo ν o coeficiente de Poisson.

3.2.4 Matriz de Massa de Elementos de Pórtico Espacial

Da mesma maneira que a matriz de rigidez, a matriz de massa consistente de um elemento de pórtico espacial referente aos seus 6 GDL de cada extremidade é montada conforme a equação:

$$M_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{pmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{140I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{70I_0}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{70I_0}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{140I_0}{A} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

em que,

I_0 : momento de inércia polar da seção transversal.

De acordo com Hibbeler (2010), o momento de inércia polar é calculado pela equação:

$$I_0 = \int_A (y^2 + z^2) dA \quad (3.14)$$

A eq. (3.14) pode ser reescrita como:

$$I_0 = \int_A y^2 dA + \int_A z^2 dA \quad (3.15)$$

Sabendo que $I_z = \int_A y^2 dA$ e $I_y = \int_A z^2 dA$. O momento de inercia polar da seção é calculado da seguinte maneira:

$$I_0 = I_z + I_y \quad (3.16)$$

É importante ressaltar que o momento de inercia polar (I_0) e o módulo de torção (J) são propriedades diferentes das seções transversais, porém para alguns tipos de seções transversais, como o caso da seção circular, o módulo de torção pode assumir o valor de I_0 .

3.2.5 Matriz de Rotação Para Elementos de Viga e Pórtico Espacial

Dada a barra arbitrariamente orientada no espaço (Figura 3.3), tem-se que para o caso de elementos de viga, a transformação do sistema de eixos local para o sistema de eixos globais é feita de acordo com a equação:

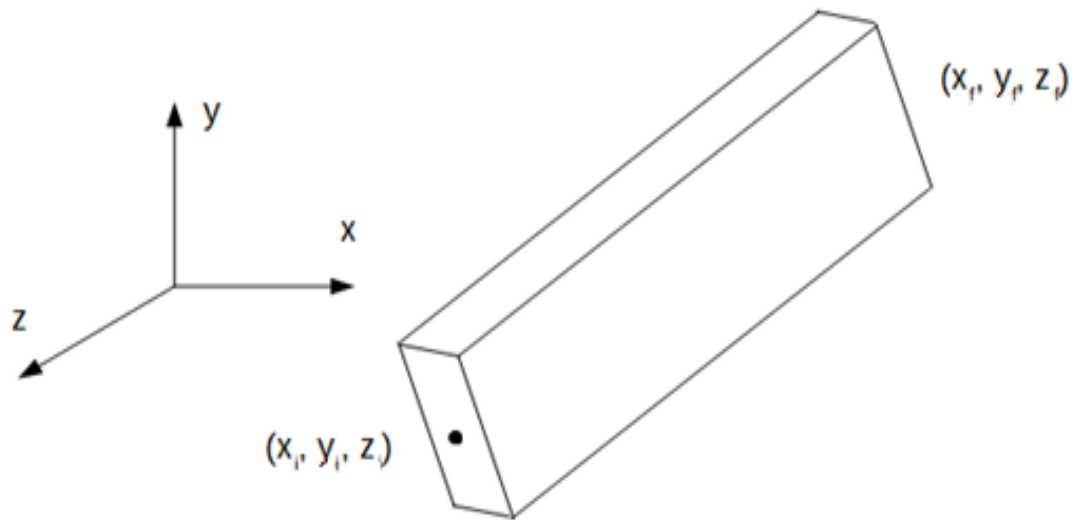


Figura 3.3: barra de viga ou pórtico espacial arbitrariamente orientada no espaço.
(Fonte: baseado em Logan, 2012)

$$R = \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

em que, C e S representam o valor do cosseno e seno do ângulo de inclinação da barra no sistema de eixos locais. Essas variáveis são calculadas conforme:

$$C = \frac{x_f - x_i}{L} \quad (3.18)$$

$$S = \frac{y_f - y_i}{L} \quad (3.19)$$

onde,

x_i e x_f : coordenadas iniciais e finais dos nós do elemento no eixo local x ;

y_i e y_f : coordenadas iniciais e finais dos nós do elemento no eixo local y .

Para o caso de pórticos espaciais, a transformação do sistema de eixos local para o sistema de eixos globais é feita de acordo com as equações propostas por Logan (2012), onde a matriz de rotação é dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \lambda_{3x3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{3x3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{3x3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{3x3} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Sendo que λ é representada pela matriz dos cossenos diretores dos ângulos de inclinação dos eixos no sistema local:

$$\lambda = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Para o eixo local x , os cossenos diretores são os seguintes:

$$l_x = \frac{x_f - x_i}{L}$$

$$m_x = \frac{y_f - y_i}{L} \quad (3.22)$$

$$n_x = \frac{z_f - z_i}{L}$$

onde,

x_i e x_f : coordenadas iniciais e finais dos nós do elemento no eixo local x ;

y_i e y_f : coordenadas iniciais e finais dos nós do elemento no eixo local y ;

z_i e z_f : coordenadas iniciais e finais dos nós do elemento no eixo local z .

O eixo local y é escolhido para ser perpendicular ao eixo local x , dessa forma, os cossenos diretores para o eixo local y são calculados conforme:

$$\begin{aligned}
 l_y &= \frac{-m_x}{D} \\
 m_y &= \frac{l_x}{D} \\
 n_x &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

Sendo que D é obtido pela equação:

$$D = \sqrt{l_x^2 + m_x^2} \tag{3.24}$$

Por fim, o eixo local z é determinado pela condição de ortogonalidade dos com os eixos x e y locais, resultando nas seguintes expressões para os cossenos diretores desse eixo:

$$\begin{aligned}
 l_z &= \frac{-l_x n_x}{D} \\
 m_z &= \frac{-m_x n_x}{D} \\
 n_x &= D
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

Além disso, duas exceções surgem quando os eixos locais e globais têm orientações especiais em relação a eles próprios. Se o eixo local x coincide com o eixo global z , então o elemento é paralelo ao eixo global z e o eixo local y passa a ser indefinido, conforme mostrado na Figura 3.4.

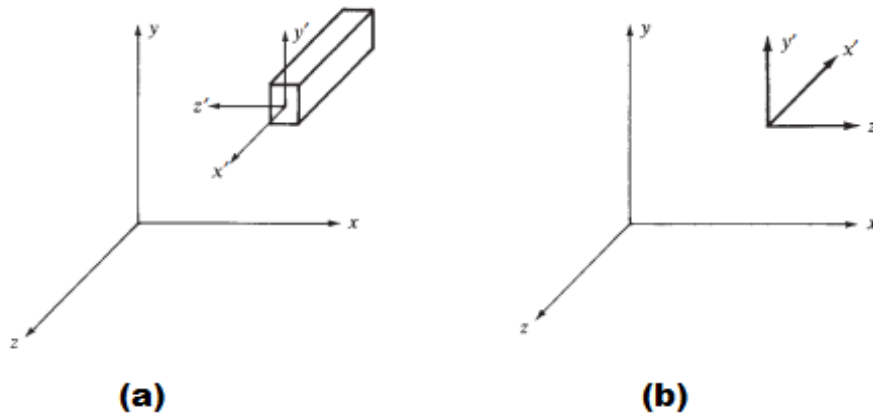


Figura 3.4: casos especiais de orientação dos eixos, (a) eixo local x com a mesma direção do eixo global z e (b) eixo local x com direção oposta ao eixo global z . (Fonte: Logan, 2012)

Nesse caso o eixo local y é escolhido para como global. Logo, para direção positiva do eixo local x igual à direção do eixo global z (Figura 3.4a), λ passa a ser definida como:

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Para direção positiva do eixo local x com direção oposta ao eixo global z (Figura 3.4b), λ passa a ser definida como:

$$\lambda = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3.3 MATRIZ DE AMORTECIMENTO

De acordo com Calçada (2001), a matriz de amortecimento utilizada nos problemas de análise dinâmica é frequentemente assumida como uma matriz de amortecimento de Rayleigh, expressa como uma combinação linear das matrizes \mathbf{K} e \mathbf{M} , conforme a equação:

$$\mathbf{C} = c_1 \mathbf{M} + c_2 \mathbf{K} \quad (3.28)$$

onde, c_1 e c_2 são constantes cujos valores são determinados pela expressão:

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \begin{pmatrix} \omega_j & -\omega_i \\ -\frac{1}{\omega_j} & \frac{1}{\omega_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

em que,

ω_i e ω_j : frequências naturais correspondentes aos i-ésimo e j-ésimo modos de vibração;

ξ_i e ξ_j : coeficientes de amortecimento correspondentes aos i-ésimo e j-ésimo modos de vibração.

3.4 MÉTODO DE NEWMARK

O método numérico de integração de Newmark é um método de integração direta das equações de movimento de forma implícita, baseado na hipótese em que a aceleração varia linearmente entre dois instantes de tempo, Rao (2004). As expressões para o cálculo dos vetores de aceleração, velocidade e deslocamento em um sistema com vários graus de liberdade são apresentadas a seguir:

$$\vec{U}(t_{i+1}) = a_0[\vec{U}(t_{i+1}) - \vec{U}(t_i)] - a_1\vec{U}(t_i) - a_2\vec{U}(t_i) \quad (3.30)$$

$$\vec{U}(t_{i+1}) = a_5[\vec{U}(t_{i+1}) - \vec{U}(t_i)] - a_6\vec{U}(t_i) - a_7\vec{U}(t_i) \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \vec{U}(t_{i+1}) = & (a_0\mathbf{M} + a_5\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1}\{\vec{F}(t_{i+1}) + \mathbf{M}[a_0\vec{U}(t_i) + a_1\vec{U}(t_i) + a_2\vec{U}(t_i)] + \\ & + \mathbf{C}[a_5\vec{U}(t_i) + a_6\vec{U}(t_i) + a_7\vec{U}(t_i)]\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

onde,

$\vec{U}(t_i)$, $\vec{U}(t_i)$ e $\vec{U}(t_i)$: vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo t_i , respectivamente;

$\vec{U}(t_{i+1})$, $\vec{U}(t_{i+1})$ e $\vec{U}(t_{i+1})$: vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo $t_i + \Delta t$, respectivamente;

$\vec{F}(t_{i+1})$: vetor de forças no instante de tempo $t_i + \Delta t$.

As constantes $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ constituem parâmetros relativos ao método de Newmark e são calculadas pelo conjunto de equações:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{\alpha \Delta t^2}; & a_1 &= \frac{1}{\alpha \Delta t}; & a_2 &= \left(\frac{1}{2\alpha} - 1\right); \\ a_3 &= \frac{\delta}{\alpha \Delta t}; & a_4 &= \frac{\delta}{\alpha} - 1; & a_5 &= \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\delta}{\alpha} - 2\right) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Em que, α e δ são parâmetros relacionados à precisão e estabilidade do método. No caso deste trabalho é utilizado $\alpha = 0,25$ e $\delta = 0,5$, pois esses são os valores que tornam o método incondicionalmente estável, Bathe (2014).

Além disso, para se iniciar o método de Newmark, é necessário conhecer o valor da aceleração no instante t_0 . Para isso, utiliza-se a equação:

$$\vec{U}(t_0) = \mathbf{M}^{-1}[\vec{F}(t_0) - \mathbf{C}\vec{U}(t_0) - \mathbf{K}\vec{U}(t_0)] \quad (3.34)$$

em que,

$\vec{U}(t_0)$, $\vec{V}(t_0)$ e $\vec{A}(t_0)$: vetores de deslocamentos, velocidades e acelerações no instante de tempo t_0 , respectivamente;

$\vec{F}(t_0)$: vetor de forças no instante de tempo t_0 .

O Método de integração de Newmark pode ser resumido de acordo com os passos a seguir:

1. A partir dos valores de $\vec{U}(t_0)$, $\vec{V}(t_0)$ calcule $\vec{A}(t_0)$ com auxílio da eq. (3.34).
2. Selecione o valor dos passos de tempo (Δt).
3. Calcule as constantes de integração da eq. (3.33).
4. Calcule o vetor de deslocamento u_{i+1} utilizando a eq. (3.32).
5. Encontre a nova aceleração e velocidade no instante de tempo t_{i+1} por meio das eqs. (3.30) e (3.31), respectivamente.
6. Repita os passos 4 e 5 até que o número de passos de tempo seja concluído.

4 METODOLOGIA

A metodologia do trabalho está dividida em quatro partes que compreendem a modelagem de alguns tipos de veículos utilizados na validação do programa, a geração do perfil de rugosidade do pavimento de acordo com a norma ISO (*International Organization for Standardization*) 8608 (1995), montagem do vetor de forças e a maneira de se fazer a consideração da interação veículo-estrutura.

4.1 MODELOS MATEMÁTICOS DOS VEÍCULOS

Nesta seção serão apresentados alguns modelos matemáticos dos veículos utilizados no trabalho. Os modelos escolhidos são baseados nos veículos propostos por Almeida (2006).

Modelo de Veículo I

Esse modelo consiste em um sistema formado por uma massa-mola-amortecedor, conforme mostrado na Figura 4.1. Além disso, esse modelo é o mais simples utilizado no trabalho, pois o veículo possui apenas um eixo e é composto por uma massa, uma mola e um amortecedor, possuindo apenas um grau de liberdade.

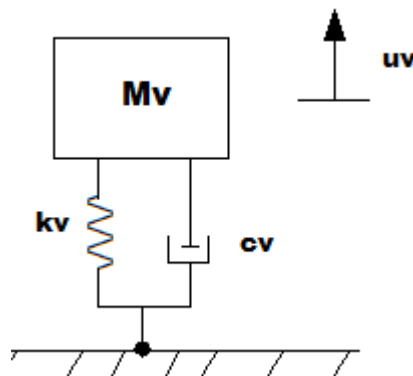


Figura 4.1: modelo de Veículo I. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

Utilizando o Princípio de d'Alembert e fazendo o equilíbrio das forças atuantes no sistema, a equação de movimento para o veículo I pode ser escrita como:

$$m_v \ddot{u}_v + c_v \dot{u}_v + k_v u_v = 0 \quad (4.1)$$

em que,

m_v , c_v e k_v : massa, amortecimento e rigidez do veículo, respectivamente;

\ddot{u}_v , \dot{u}_v e u_v : aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente.

Modelo de Veículo II

O modelo de veículo II é um refinamento do modelo anterior. Esse modelo também é constituído por um sistema de massas, molas e amortecedores, conforme mostrado na Figura 4.2.

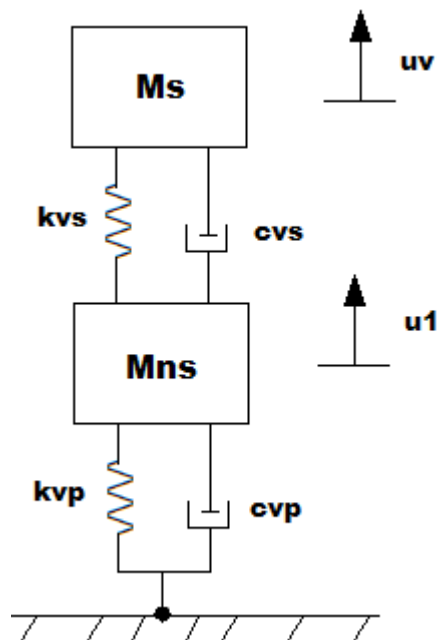


Figura 4.2: modelo de Veículo II. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

Pela observação da Figura 4.2 nota-se que o modelo de veículo II apresenta uma massa suspensa (m_s) que representa o chassi e a carroceria do veículo, a massa não suspensa (m_{ns}) representa o pneu e a roda, um conjunto mola-amortecedor (k_{vs}) e (c_{vs}) que representam a rigidez e amortecimento da suspensão, respectivamente e outro conjunto mola-amortecedor (k_{vp}) e (c_{vp}) que representam a rigidez e amortecimento do pneu do veículo, respectivamente.

Novamente aplicando o Princípio de d'Alembert e fazendo o equilíbrio das forças atuantes no modelo do veículo, o sistema de equações de movimento obtido para o veículo II pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{u}_v + c_{vs}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vs}(u_v - u_1) &= 0 \\ m_{ns} \ddot{u}_1 + c_{vp} \dot{u}_1 - c_{vs}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vp} u_1 - k_{vs}(u_v - u_1) &= 0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde,

\ddot{u}_v , \dot{u}_v e u_v : aceleração, velocidade e deslocamento do veículo, respectivamente;

\ddot{u}_1 , \dot{u}_1 e u_1 : aceleração, velocidade e deslocamento do pneu, respectivamente.

Escrevendo a eq. (4.2) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} m_{ns} & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{vs} + c_{vp} & -c_{vs} \\ -c_{vs} & c_{vs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{vs} + k_{vp} & -k_{vs} \\ -k_{vs} & k_{vs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Dessa maneira, o sistema da eq. (4.3) assume a forma:

$$\mathbf{M}_v \ddot{\vec{U}}_v + \mathbf{C}_v \dot{\vec{U}}_v + \mathbf{K}_v \vec{U}_v = 0 \quad (4.4)$$

sendo,

\mathbf{M}_v , \mathbf{C}_v e \mathbf{K}_v : matrizes de massa, amortecimento e rigidez do veículo, respectivamente;

$\ddot{\vec{U}}_v$, $\dot{\vec{U}}_v$ e \vec{U}_v : vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do veículo, respectivamente.

Modelo de Veículo III

O modelo de veículo III, que pode ser visto na Figura 4.3, também é constituído por um sistema massa-mola-amortecedor, porém mais complexo que os modelos de veículo mostrados anteriormente pelo fato de possuir dois eixos e quatro graus de liberdade, a saber, deslocamentos verticais das massas não suspensas (u_1 e u_2), deslocamento vertical e rotação da massa suspensa (u_s e θ_v).

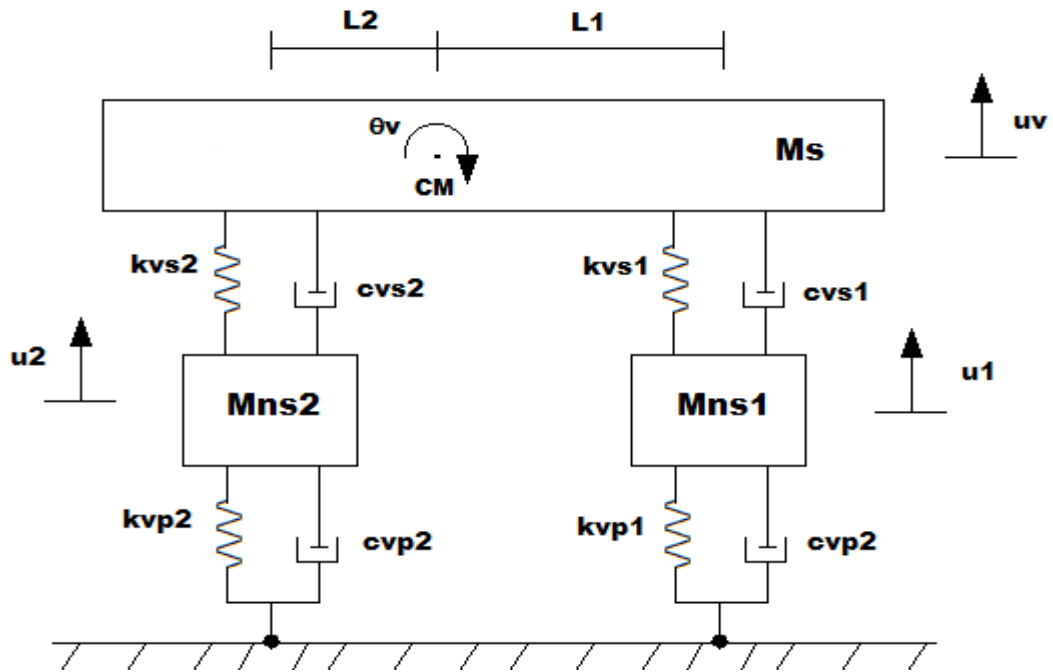


Figura 4.3: modelo de Veículo III. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

As constantes apresentadas na Figura 4.3 tem o mesmo significado físico das constantes apresentadas para o modelo de Veículo II. Sendo assim, as equações diferenciais de movimento para o modelo de Veículo III podem ser escritas conforme as equações:

$$\begin{aligned}
 m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1}L_1\dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) - c_{vs2}L_2\dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1) + \\
 + k_{vs1}L_1\theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) - k_{vs2}L_2\theta_v = 0 \\
 I_v \ddot{\theta}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1)L_1 + c_{vs1}L_1^2\dot{\theta}_v - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2)L_2 + c_{vs2}L_2^2\dot{\theta}_v + \\
 + k_{vs1}(u_v - u_1)L_1 + k_{vs1}L_1^2\theta_v - k_{vs2}(u_v - u_2)L_2 - k_{vs2}L_2^2\theta_v = 0 \\
 m_{ns1}\ddot{u}_1 + c_{vp1}\dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1}L_1\dot{\theta}_v + k_{vp1}u_1 - k_{vs1}(u_v - u_1) - \\
 - k_{vs1}L_1\theta_v = 0 \\
 m_{ns2}\ddot{u}_2 + c_{vp2}\dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs2}L_2\dot{\theta}_v + k_{vp2}u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) + \\
 + k_{vs2}L_2\theta_v = 0
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde,

m_s : massa suspensa do veículo;

I_v : momento de inércia do veículo;

m_{ns1} e m_{ns2} : massas não suspensas do veículo;

c_{vs1} e c_{vs2} : coeficientes de amortecimento do sistema de suspensão do veículo;

c_{vp1} e c_{vp2} : coeficientes de amortecimento do sistema das massas não suspensas do veículo;

k_{vs1} e k_{vs2} : rigidez do sistema das massas não suspensas do veículo;

k_{vp1} e k_{vp2} : rigidez das massas não suspensas do veículo;

\ddot{u}_v , \dot{u}_v e u_v : aceleração, velocidade e deslocamento da massa suspensa do veículo, respectivamente;

\ddot{u}_1 , \ddot{u}_2 , \dot{u}_1 , \dot{u}_2 , u_1 , u_2 : aceleração, velocidade e deslocamento das massas não suspensas 1 e 2 do veículo, respectivamente;

$\ddot{\theta}_v$, $\dot{\theta}_v$ e θ_v : aceleração angular, velocidade angular e rotação da do veículo, respectivamente.

Escrevendo a eq. (4.5) na forma matricial, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_{ns1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_v \\ \ddot{\theta}_v \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & -c_{vs1} & -c_{vs1}L_1 \\ 0 & c_{vs2} + c_{vp2} & -c_{vs2} & c_{vs2}L_2 \\ -c_{vs1} & -c_{vs2} & c_{vs1} + c_{vs2} & c_{vs1}L_1 - c_{vs2}L_2 \\ -c_{vs1}L_1 & c_{vs2}L_2 & c_{vs1}L_1 - c_{vs2}L_2 & c_{vs1}L_1^2 + c_{vs2}L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_v \\ \dot{\theta}_v \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & -k_{vs1} & -k_{vs1}L_1 \\ 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2} & k_{vs2}L_2 \\ -k_{vs1} & -k_{vs2} & k_{vs1} + k_{vs2} & k_{vs1}L_1 - k_{vs2}L_2 \\ -k_{vs1}L_1 & k_{vs2}L_2 & k_{vs1}L_1 - k_{vs2}L_2 & k_{vs1}L_1^2 + k_{vs2}L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Novamente o sistema de equações mostrado na eq. (4.6) assume a forma apresentada na eq. (4.4).

Modelo de Veículo IV

O modelo de veículo IV, apresentado na Figura 4.4, é um aprimoramento do modelo de Veículo III, pois nesse caso, considera-se um eixo a mais no modelo do veículo e esse passa a ter cinco graus de liberdade, a saber, deslocamentos verticais das massas não suspensas (u_1 , u_2 e u_3), deslocamento vertical e rotação da massa suspensa (u_s e θ_v).

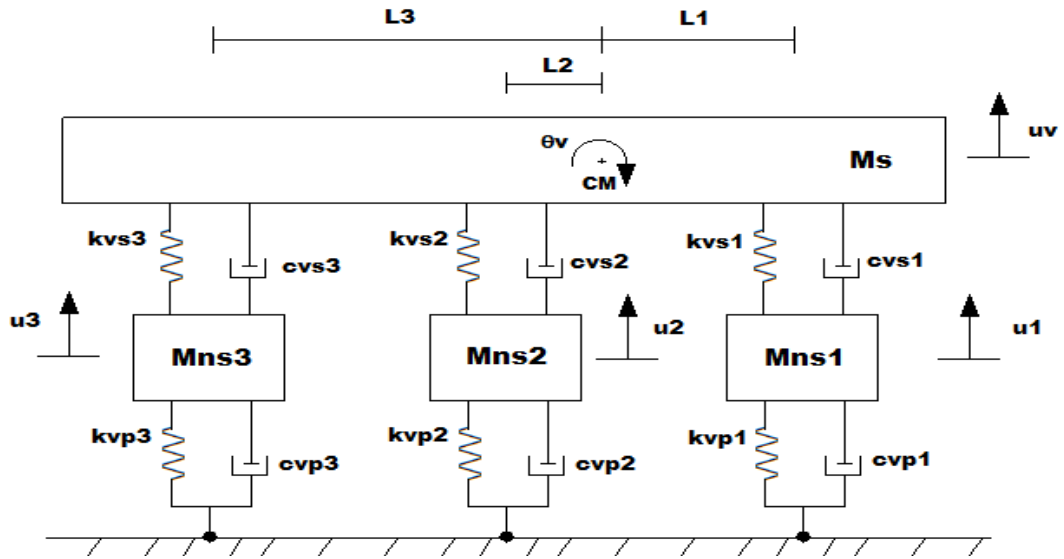


Figura 4.4: modelo de Veículo IV. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

Novamente as constantes apresentadas na Figura 4.4 tem o mesmo significado físico das constantes apresentadas para o modelo de Veículo II. Sendo assim, as equações diferenciais de movimento para o modelo de Veículo IV podem ser escritas conforme as equações:

$$\begin{aligned}
 & m_s \ddot{u}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) + c_{vs1}L_1\dot{\theta}_v + c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) - c_{vs2}L_2\dot{\theta}_v + c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) \\
 & - c_{vs3}L_3\dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1) + k_{vs1}L_1\theta_v + k_{vs2}(u_v - u_2) - k_{vs2}L_2\theta_v + \\
 & + k_{vs3}(u_v - u_3) - k_{vs3}L_3\theta_v = 0 \\
 & I_v \ddot{\theta}_v + c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1)L_1 + c_{vs1}L_1^2\dot{\theta}_v - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2)L_2 + c_{vs2}L_2^2\dot{\theta}_v - \\
 & - c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3)L_3 + c_{vs3}L_3^2\dot{\theta}_v + k_{vs1}(u_v - u_1)L_1 + k_{vs1}L_1^2\theta_v - \\
 & - k_{vs2}(u_v - u_2)L_2 + k_{vs2}L_2^2\theta_v - k_{vs3}(u_v - u_3)L_3 + k_{vs3}L_3^2\theta_v \\
 & m_{ns1}\ddot{u}_1 + c_{vp1}\dot{u}_1 - c_{vs1}(\dot{u}_v - \dot{u}_1) - c_{vs1}L_1\dot{\theta}_v + k_{vp1}u_1 - k_{vs1}(u_v - u_1) - \\
 & - k_{vs1}L_1\theta_v = 0 \\
 & m_{ns2}\ddot{u}_2 + c_{vp2}\dot{u}_2 - c_{vs2}(\dot{u}_v - \dot{u}_2) + c_{vs2}L_2\dot{\theta}_v + k_{vp2}u_2 - k_{vs2}(u_v - u_2) + \\
 & + k_{vs2}L_2\theta_v = 0 \\
 & m_{ns3}\ddot{u}_3 + c_{vp3}\dot{u}_3 - c_{vs3}(\dot{u}_v - \dot{u}_3) + c_{vs3}L_3\dot{\theta}_v + k_{vp3}u_3 - k_{vs3}(u_v - u_3) + \\
 & + k_{vs3}L_3\theta_v = 0
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

em que,

m_s : massa suspensa do veículo;

I_v : momento de inércia do veículo;

m_{ns1} , m_{ns2} e m_{ns3} : massas não suspensas do veículo;

c_{vs1} , c_{vs2} e c_{vs3} : coeficientes de amortecimento do sistema de suspensão do veículo;

c_{vp1} , c_{vp2} e c_{vp3} : coeficientes de amortecimento das massas não suspensas do veículo;

k_{vs1} , k_{vs2} e k_{vs3} : rigidez do sistema das massas não suspensas do veículo;

k_{vp1} , k_{vp2} e k_{vp3} : rigidez das massas não suspensas do veículo;

\ddot{u}_v , \dot{u}_v e u_v : aceleração, velocidade e deslocamento da massa suspensa do veículo, respectivamente;

\ddot{u}_1 , \ddot{u}_2 , \ddot{u}_3 , \dot{u}_1 , \dot{u}_2 , \dot{u}_3 , u_1 , u_2 , u_3 : aceleração, velocidade e deslocamento das massas não suspensas 1, 2 e 3 do veículo, respectivamente;

$\ddot{\theta}_v$, $\dot{\theta}_v$ e θ_v : aceleração angular, velocidade angular e rotação da do veículo, respectivamente.

Escrevendo a eq. (4.7) na forma de matriz, tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_v \\ \ddot{\theta}_v \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & 0 & -c_{vs1} & c_{vs1}L_1 \\ 0 & c_{vs2} + c_{vp2} & 0 & -c_{vs2} & -c_{vs2}L_2 \\ 0 & 0 & c_{vs3} + c_{vp3} & -c_{vs3} & -c_{vs3}L_3 \\ -c_{vs1} & -c_{vs2} & -c_{vs3} & c_{vs1} + c_{vs2} + c_{vs3} & c_{vs1}L_1 - c_{vs2}L_2 - c_{vs3}L_3 \\ c_{vs1}L_1 & -c_{vs2}L_2 & -c_{vs3}L_3 & c_{vs1}L_1 - c_{vs2}L_2 - c_{vs3}L_3 & c_{vs1}L_1^2 + c_{vs2}L_2^2 + c_{vs3}L_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_v \\ \dot{\theta}_v \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & 0 & -k_{vs1} & k_{vs1}L_1 \\ 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & 0 & -k_{vs2} & -k_{vs2}L_2 \\ 0 & 0 & k_{vs3} + k_{vp3} & -k_{vs3} & -k_{vs3}L_3 \\ -k_{vs1} & -k_{vs2} & -k_{vs3} & k_{vs1} + k_{vs2} + k_{vs3} & k_{vs1}L_1 - k_{vs2}L_2 - k_{vs3}L_3 \\ k_{vs1}L_1 & -k_{vs2}L_2 & -k_{vs3}L_3 & k_{vs1}L_1 - k_{vs2}L_2 - k_{vs3}L_3 & k_{vs1}L_1^2 + k_{vs2}L_2^2 + k_{vs3}L_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_v \\ \theta_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

Mais uma vez, o sistema de equações da eq. (4.8) assume a forma apresentada na eq. (4.4).

Modelo *Full Truck*

O modelo *Full Truck* apresentado neste trabalho refere-se ao modelo 3D de um caminhão com seis rodas. Esse modelo é um dos modelos mais completos e realistas apresentado no trabalho, pois considera que o veículo tem ao todo nove graus de liberdade, representados pelos deslocamentos verticais das seis massas não suspensas (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 e u_6), deslocamento vertical da massa suspensa (u_v), rotação no plano da massa suspensa (θ_x), também conhecido como momento de arfagem, e rotação em torno do eixo perpendicular ao plano da massa suspensa (θ_y), também conhecido como momento de rolamento.

Na Figura 4.5 tem-se a representação do modelo *Full Truck*, que é versão tridimensional do Veículo IV.

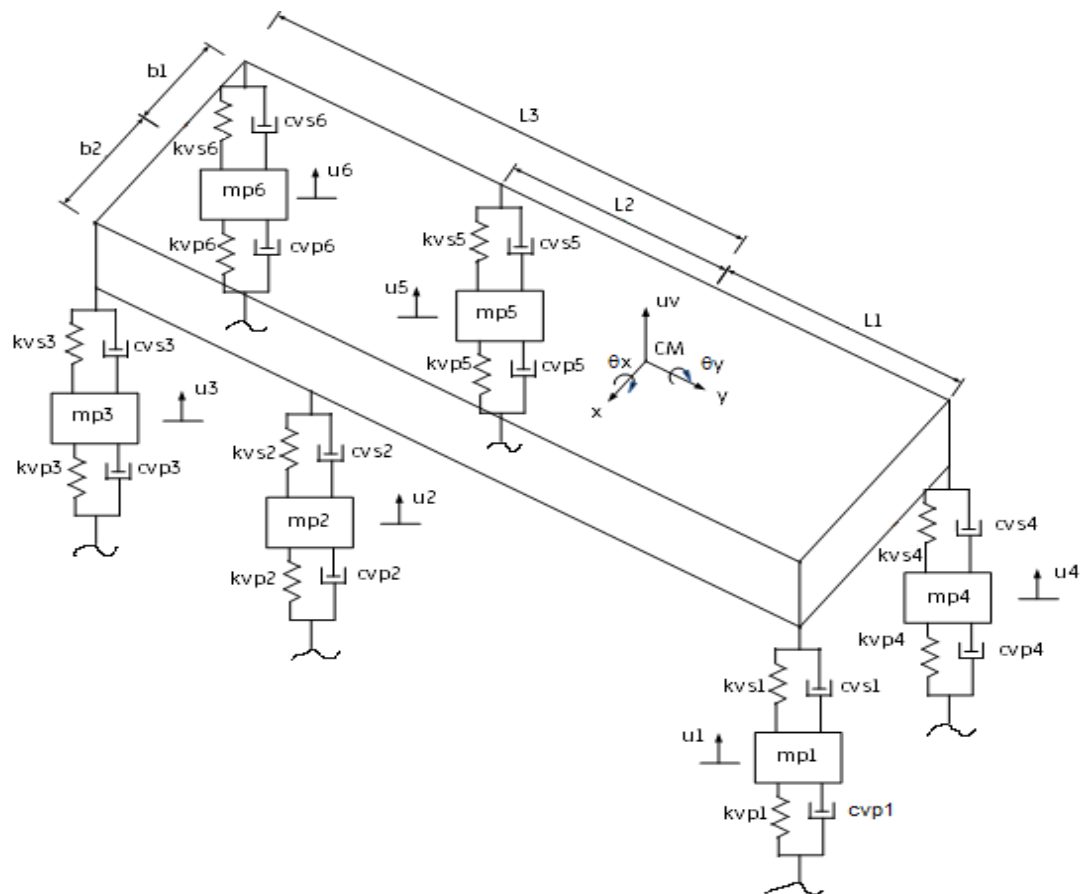


Figura 4.5: modelo *Full Car*. (Fonte: baseado em Fossati, 2017)

Utilizando o método dos deslocamentos e o equilíbrio de forças resultantes dos deslocamentos unitários aplicados em cada grau de liberdade, obtém-se as matrizes de massa, rigidez e amortecimento do modelo do veículo, conforme apresentado nas equações a seguir:

$$M_v = \begin{bmatrix} m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_1 \\ 0 & m_{ns2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_2 \\ 0 & 0 & m_{ns3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_3 \\ 0 & 0 & 0 & m_{ns4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{ns5} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{ns6} & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_v & 0 & 0 & 0 & \tilde{u}_v \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{vx} & 0 & 0 & \tilde{\theta}_{vx} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{vy} & 0 & \tilde{\theta}_{vy} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

$$C_v = \begin{bmatrix} C_{rs1}+C_{vp1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{rs1} & L_1 & -C_{rs1}L_1 & C_{rs1}b_2 \\ 0 & C_{rs2}+k_{vp2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_{rs2} & L_2 & C_{rs2}L_2 & C_{rs2}b_2 \\ 0 & 0 & C_{rs3}+C_{vp3} & 0 & 0 & 0 & -C_{rs3} & L_3 & C_{rs3}L_3 & C_{rs3}b_2 \\ 0 & 0 & 0 & C_{rs4}+C_{vp4} & 0 & 0 & -C_{rs4} & L_4 & -C_{rs4}L_4 & -C_{rs4}b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{rs5}+C_{vp5} & 0 & -C_{rs5} & L_5 & C_{rs5}L_5 & -C_{rs5}b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{rs6}+C_{vp6} & -C_{rs6} & L_6 & C_{rs6}L_6 & -C_{rs6}b_1 \\ -C_{rs1} & -C_{rs2} & -C_{rs3} & -C_{rs4} & -C_{rs5} & -C_{rs6} & C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6} & L_1-L_2-L_3-L_4-L_5-L_6 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})L_1 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})b_2 \\ -C_{rs1}L_1 & C_{rs2}L_2 & C_{rs3}L_3 & -C_{rs4}L_4 & C_{rs5}L_5 & C_{rs6}L_6 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})L_2 & -C_{rs1}L_1-C_{rs2}L_2-C_{rs3}L_3-C_{rs4}L_4-C_{rs5}L_5-C_{rs6}L_6 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})L_2 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})b_2 \\ C_{rs1}b_2 & C_{rs2}b_2 & C_{rs3}b_2 & -C_{rs4}b_1 & -C_{rs5}b_1 & -C_{rs6}b_1 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})b_1 & -C_{rs1}L_1-C_{rs2}L_2-C_{rs3}L_3-C_{rs4}L_4-C_{rs5}L_5-C_{rs6}L_6 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})b_1 & (C_{rs1}+C_{rs3}+C_{rs4}+C_{rs5}+C_{rs6})b_2 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$K_v = \begin{bmatrix} k_{rs1}+k_{vp1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{rs1} & L_1 & -k_{rs1}L_1 & k_{rs1}b_2 \\ 0 & k_{rs2}+k_{vp2} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{rs2} & L_2 & k_{rs2}L_2 & k_{rs2}b_2 \\ 0 & 0 & k_{rs3}+k_{vp3} & 0 & 0 & 0 & -k_{rs3} & L_3 & k_{rs3}L_3 & k_{rs3}b_2 \\ 0 & 0 & 0 & k_{rs4}+k_{vp4} & 0 & 0 & -k_{rs4} & L_4 & -k_{rs4}L_4 & -k_{rs4}b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{rs5}+k_{vp5} & 0 & -k_{rs5} & L_5 & k_{rs5}L_5 & -k_{rs5}b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{rs6}+k_{vp6} & -k_{rs6} & L_6 & k_{rs6}L_6 & -k_{rs6}b_1 \\ -k_{rs1} & -k_{rs2} & -k_{rs3} & -k_{rs4} & -k_{rs5} & -k_{rs6} & k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6} & L_1-L_2-L_3-L_4-L_5-L_6 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})L_1 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})b_2 \\ -k_{rs1}L_1 & k_{rs2}L_2 & k_{rs3}L_3 & -k_{rs4}L_4 & k_{rs5}L_5 & k_{rs6}L_6 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})L_2 & -k_{rs1}L_1-k_{rs2}L_2-k_{rs3}L_3-k_{rs4}L_4-k_{rs5}L_5-k_{rs6}L_6 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})L_2 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})b_2 \\ k_{rs1}b_2 & k_{rs2}b_2 & k_{rs3}b_2 & -k_{rs4}b_1 & -k_{rs5}b_1 & -k_{rs6}b_1 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})b_1 & -k_{rs1}L_1-k_{rs2}L_2-k_{rs3}L_3-k_{rs4}L_4-k_{rs5}L_5-k_{rs6}L_6 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})b_1 & (k_{rs1}+k_{rs3}+k_{rs4}+k_{rs5}+k_{rs6})b_2 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

onde,

m_s : massa suspensa do veículo;

I_{vx} : momento de inércia de arfagem;

I_{vy} : momento de inércia de rolamento;

$m_{ns1}, m_{ns2}, m_{ns3}, m_{ns4}, m_{ns5}$ e m_{ns6} : massas não suspensas do veículo;

$c_{vs1}, c_{vs2}, c_{vs3}, c_{vs4}, c_{vs5}$ e c_{vs6} : coeficientes de amortecimento do sistema de suspensão do veículo;

$c_{vp1}, c_{vp2}, c_{vp3}, c_{vp4}, c_{vp5}$ e c_{vp6} : coeficientes de amortecimento das massas não suspensas do veículo;

$k_{vs1}, k_{vs2}, k_{vs3}, k_{vs4}, k_{vs5}$ e k_{vs6} : rigidez do sistema de suspensão do veículo;

$k_{vp1}, k_{vp2}, k_{vp3}, k_{vp4}, k_{vp5}$ e k_{vp6} : rigidez das massas não suspensas do veículo;

\ddot{u}_v, \dot{u}_v e u_v : aceleração, velocidade e deslocamento da massa suspensa do veículo, respectivamente;

$\ddot{u}_1, \ddot{u}_2, \ddot{u}_3, \ddot{u}_4, \ddot{u}_5, \ddot{u}_6, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \dot{u}_3, \dot{u}_4, \dot{u}_5, \dot{u}_6, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$ e u_6 : aceleração, velocidade e deslocamento das massas não suspensas 1, 2, 3, 4, 5 e 6 do veículo, respectivamente;

$\ddot{\theta}_{vx}, \ddot{\theta}_{vy}, \dot{\theta}_{vx}, \dot{\theta}_{vy}, \theta_{vx}$ e θ_{vy} : aceleração angular, velocidade angular e rotação do veículo em relação aos eixos x e y , respectivamente;

L_1 : distância do centro de massa até as rodas frontais;

L_2 : distância do centro de massa até as rodas traseiras intermediárias;

L_3 : distância do centro de massa até as rodas traseiras;

b_1 : distância do centro de massa até as rodas da esquerda;

b_2 : distância do centro de massa até as rodas da direita.

4.2 IRREGULARIDADES DO PAVIMENTO

Para geração do perfil de irregularidades não-determinísticas do pavimento, foi utilizada a norma ISO 8608 (1995), a qual fornece uma metodologia para representação de diferentes perfis utilizando funções de densidade espectral de potência (*PSD – Power Spectral Density*), que correspondem ao grau de irregularidade da pista, conforme a equação:

$$G_d(n) = G_d(n_0) \left(\frac{n}{n_0}\right)^{-w} \quad (4.12)$$

em que,

$G_d(n)$: PSD de deslocamento em função da frequência espacial, em m^3 ;

$G_d(n_0)$: PSD de referência, em m^3 . Os valores para $G_d(n_0)$ são retirados da Tabela 4.1, de acordo com a classe da estrada;

n : frequência espacial. De acordo com a ISO 8608 (1995), seu valor varia no intervalo $[0,011 - 2,83]$ *ciclos/m*;

n_0 : frequência espacial de referência, definida como sendo igual a $0,1$ *ciclos/m*;

w : coeficiente que indica a inclinação da *PSD*, sendo igual a 2 quando o veículo trafega com velocidade constante.

Tabela 4.1: valores para *PSD* de referência de acordo com a classe da estrada.

Classe de Estradas	Grau de Irregularidades		
	$G_d(n_0)[10^{-6}m^3]$		
	Limite inferior	Média Geométrica	Limite Superior
A	0	16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1.024	2.048
E	2.048	4.096	8.192
F	8.192	16.384	32.768
G	32.768	65.536	131.072
H	131.072	262.144	∞

(Fonte: adaptada da ISO 8608, 1995)

Neste trabalho, será utilizada para geração do perfil de irregularidade a Classe C, que representa o perfil de irregularidade intermediário e também porque essa é classe que melhor representa a situação do pavimento das rodovias do Brasil (Santos, 2007).

Para obter o sinal no domínio do tempo, aplica-se o método de Shinozuka e Jan (1972), dado pela equação:

$$v_b(x) = \sum_{i=1}^N \sqrt{2G_d(n_i)\Delta n_i} \cos(2\pi n_i x + \Phi_i) \quad (4.13)$$

onde,

$v_b(x)$: perfil de irregularidades da pista, em m ;

N : número de intervalos da banda de frequências;

Δn_i : intervalo de variação da frequência, em *ciclos/m*;

x : posição do veículo na ponte, em m ;

Φ_i : ângulo de fase aleatório em *rad*. Gerado a partir de uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$.

4.2.1 PSD's Cruzadas

No caso da simulação do modelo de veículo *full car* ou *full truck*, que possuem quatro e seis pneus em contato com a superfície, respectivamente, a norma ISO 8608 (1995), destaca que se deve considerar que a superfície da rodovia possui a propriedade da isotropia. Isso significa que os perfis que puderem ser gerados a partir de um trecho de uma rodovia possuem as mesmas propriedades, independentemente de sua orientação ou localização dentro desse trecho.

Considerando que o perfil de irregularidade das rodas localizadas à direita podem ser gerados por meio da equação (4.13) e assumindo a hipótese da isotropia entre os perfis de irregularidade da rodovia, existe uma correlação entre os perfis de irregularidades do lado direito e esquerdo do veículo, sendo que o perfil de irregularidades do pavimento das rodas esquerdas podem ser obtidos de acordo com a equação, Sekulic (2013):

$$v_{be}(x) = \sum_{i=1}^N [\sqrt{2G_{de}(n_i)\Delta n_i} \cos(2\pi n_i x + \Phi_i) + \sqrt{2[G_d(n_i) - G_{de}(n_i)]\Delta n_i} \cos(2\pi n_i x + \beta_i)] \quad (4.14)$$

onde,

$v_{be}(x)$: perfil de irregularidades das rodas localizadas à esquerda do veículo, em m ;

β_i : ângulo de fase aleatório em rad . Gerado a partir de uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo de $[0, 2\pi]$;

$G_{de}(n)$: PSD cruzada de deslocamento em função da frequência espacial para o lado esquerdo do veículo, em m^3 . Essa variável é calculada conforme a equação:

$$G_{de}(n) = \gamma(n)G_d(n) \quad (4.15)$$

sendo que a variável $\gamma(n)$ corresponde ao quadrado do módulo da função de transferência de um filtro para frequências de excitação discretas, Sekulic (2013). Essa variável é definida por meio da seguinte equação:

$$\gamma(n) = \frac{v_l^2}{v_l^2 + n^2} \quad (4.16)$$

em que,

v_l : frequência de corte cujo o valor foi encontrado experimentalmente pelos autores equivale a $0,2 \text{ ciclos}/m$.

4.2.2 Perfil de Irregularidades das Rodas Traseiras

A norma ISO 8608 (1995) prevê que se pode assumir que cada roda traseira está alinhada à correspondente roda dianteira do veículo. Dessa forma, considera-se a hipótese de que os pneus das rodas traseiras sofrem a mesma excitação imposta aos pneus das rodas dianteiras correspondentes (ver Figura 4.6), após certo atraso, ou seja, a roda dianteira do veículo passa por um ponto Q do pavimento no instante de tempo t_0 , enquanto a roda traseira do veículo passa no mesmo ponto no instante de tempo $t_0 + T$. Sendo assim, o atraso de tempo é definido por:

$$T = \frac{l}{v} \quad (4.17)$$

em que,

T : atraso de tempo em s ;

l : distância entre eixos do veículo, em m ;

v : velocidade do veículo, em m/s .

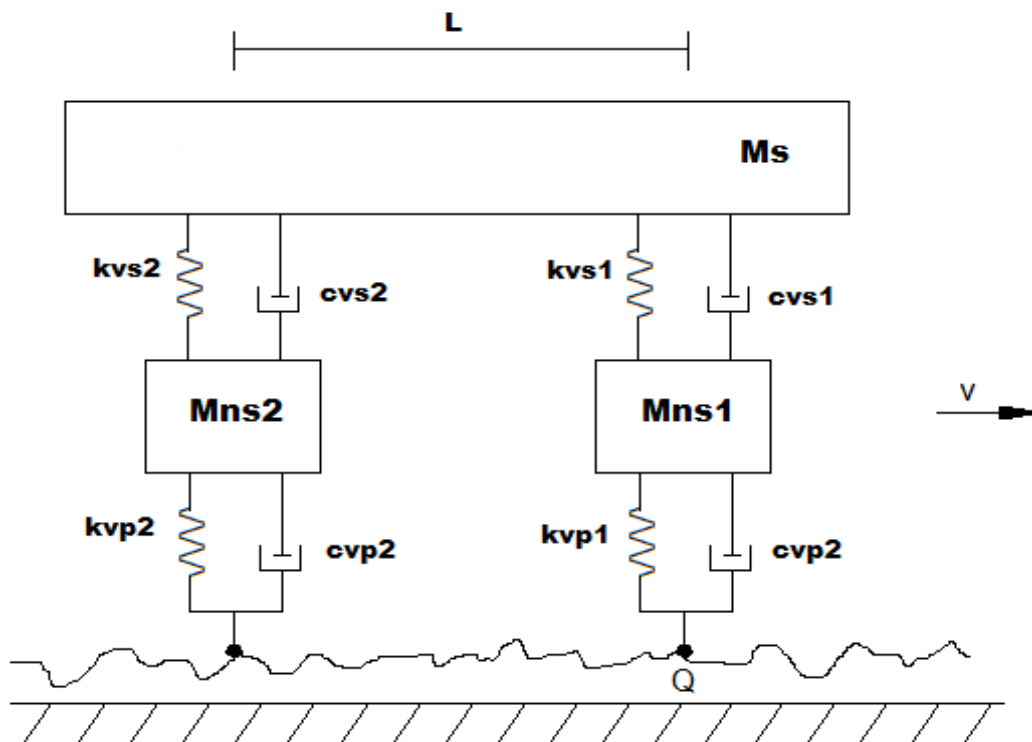


Figura 4.6: Modelo de Veículo III trafegando em uma pista de pavimento irregular.

Para análises no domínio do tempo, o atraso definido pela equação (4.17) pode ser inserido tanto nas próprias PSD 's de deslocamentos verticais impostos aos pneus traseiros do veículo, quanto nos sinais temporais obtidos a partir dessas PSD 's, Fossati (2017).

No caso desse trabalho, o atraso é inserido nos sinais temporais obtidos pelas PSD 's por meio da utilização da função de Heaviside, conforme descrito a seguir:

$$f_t(t) = f(t - T)u(t - T) \quad (4.18)$$

sendo que,

t : instante de tempo, em s;

$f_t(t)$: sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista deslocado por um atraso de tempo;

$f(t - T)$: sinal temporal de deslocamentos verticais que representam o perfil de uma pista;

$u(t - T)$: função de Heaviside.

A função de Heaviside assume os valores apresentados na equação:

$$u(t - T) = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \quad (4.19)$$

4.3 MATRIZES GLOBAIS DE MASSA, RIGIDEZ E AMORTECIMENTO

A montagem das matrizes globais de massa e rigidez é feita por meio de suas respectivas matrizes locais, apresentadas nas equações. (3.10) e (3.9) (para elemento de viga) ou nas equações (3.12) e (3.11) (para elemento de pórtico espacial), de acordo com a conectividade dos elementos e os procedimentos descritos pelo Método dos Elementos Finitos. Em relação às características das matrizes globais de massa e rigidez, estas são matrizes quadradas simétricas com dimensão $n_{gl}.n_{nos} \times n_{gl}.n_{nos}$, sendo que n_{gl} é o número de graus de liberdade do elemento de viga e n_{nos} é o número de nós da estrutura.

Para montagem da matriz de amortecimento da estrutura, utiliza-se a equação (3.28) e as matrizes globais de massa e rigidez, independentemente do tipo de elemento escolhido para modelagem da estrutura.

Além disso, após a montagem das três matrizes globais do sistema estrutural é necessário colocar as condições de contorno na posição do nó que possui algum de seus graus de liberdade restrito, pois se esse procedimento não é realizado, acaba tornando essas matrizes singulares ($det(Matriz) = 0$) durante alguma operação que necessite que essas matrizes sejam invertidas. O mesmo vale para o vetor de forças globais.

4.4 MONTAGEM DO VETOR DE CARGAS

O veículo é um sistema de carregamento dinâmico móvel, ou seja, variável no tempo e no espaço, que excita a estrutura de uma ponte ao trafegar sobre o pavimento rugoso a uma certa velocidade. Esta excitação é provocada pela ação inercial da massa do veículo e dos pneus, cujo movimento vertical é induzido pelas irregularidades geométricas (rugosidade) do pavimento e pela interação dinâmica da própria estrutura em movimento. (Santos, 2007).

Dessa forma, a equação de movimento de uma ponte submetida a passagem de um veículo é dada por:

$$\mathbf{M}_e \vec{\ddot{U}}_e + \mathbf{C}_e \vec{\dot{U}}_e + \mathbf{K}_e \vec{U}_e = \vec{F}_e(x, t) \quad (4.20)$$

sendo,

\mathbf{M}_e , \mathbf{C}_e e \mathbf{K}_e : matriz de massa, amortecimento e rigidez da estrutura;

$\vec{\ddot{U}}_e$, $\vec{\dot{U}}_e$ e \vec{U}_e : aceleração, velocidade e deslocamento da estrutura;

$\vec{F}_e(x, t)$: vetor de força de excitação causado pela interação veículo-estrutura.

O vetor $\vec{F}_e(x, t)$ é calculado conforme a equação:

$$\vec{F}_e(x, t) = f_e + f_a - (m_s + m_{ns})g \quad (4.21)$$

onde,

f_e e f_a : força elástica e de amortecimento do sistema mecânico do veículo (suspensão e pneus), respectivamente;

m_s : massa suspensa do veículo;

g : aceleração da gravidade.

4.4.1 Cálculo das Forças do Vetor de Cargas

Tomando como exemplo o modelo de Veículo II descrito na seção 4.1 deste trabalho e as dimensões mostradas na Figura 4.7, a força de interação entre o veículo e a estrutura é dado por:

$$\vec{F}_e(x, t) = f_{pe} + f_{pa} - P_s - P_{ns} \quad (4.22)$$

ou ainda,

$$\vec{F}_e(x, t) = k_{vp}[u_1 - (u_e + u_{ir})] + c_{vp}[\dot{u}_1 - (\dot{u}_e + \dot{u}_{ir})] - (m_s + m_{ns})g \quad (4.23)$$

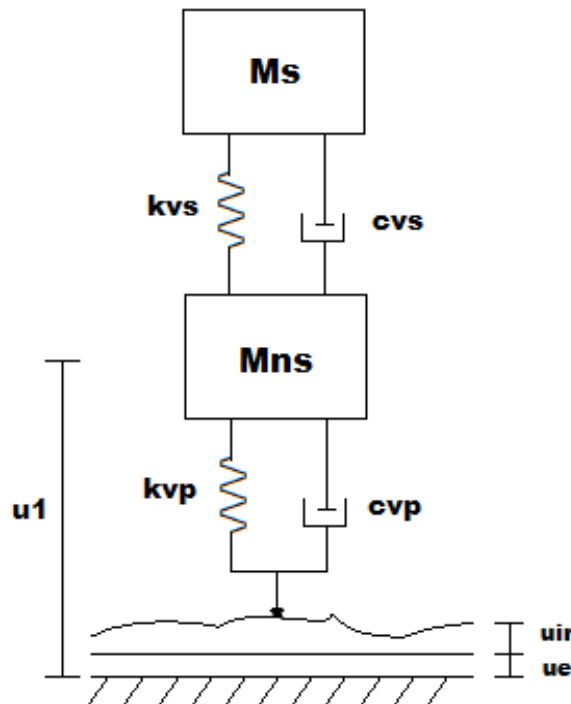


Figura 4.7: dimensões para cálculo da força de interação veículo-estrutura. (Fonte: baseado em Santos, 2007)

Substituindo a eq. (4.23) na eq. (4.20) chega-se ao seguinte sistema de equações que caracteriza a interação veículo-estrutura:

$$\begin{cases} m_e \ddot{u}_e + (c_e + c_{vp}) \dot{u}_e + (k_e + k_{vp}) u_e - c_{vp} \dot{u}_1 - k_{vp} u_1 = -(m_s + m_{ns})g - f_{ir} \\ m_{ns} \ddot{u}_1 - c_{vs} \dot{u}_v + (c_{vp} + c_{vs}) \dot{u}_1 - k_{vs} u_v + (k_{vp} + k_{vs}) u_1 - c_{vp} \dot{u}_e - k_{vs} u_e = f_{ir} \\ m_s \ddot{u}_s + c_{vs} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) + k_{vs} (u_v - u_1) = 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

em que,

m_e , c_e e k_e : coeficientes de massa, amortecimento e rigidez da estrutura;

\ddot{u}_e , \dot{u}_e e u_e : aceleração, velocidade e deslocamento da estrutura;

m_s , c_{vs} e k_{vs} : massa, amortecimento e rigidez do veículo;

\ddot{u}_s , \dot{u}_s e u_s : aceleração, velocidade e deslocamento do veículo;

m_{ns} , c_{vp} e k_{vp} : massa, amortecimento e rigidez do pneu;

\ddot{u}_1 , \dot{u}_1 e u_1 : aceleração, velocidade e deslocamento do pneu;

f_{ir} : força devido à irregularidade do pavimento. Calculada pela equação:

$$f_{ir} = k_{vp}u_{ir} + c_{vp}\dot{u}_{ir} \quad (4.25)$$

sendo,

u_{ir} : amplitude da rugosidade do pavimento;

\dot{u}_{ir} : primeira derivada da amplitude da rugosidade do pavimento.

O procedimento descrito acima para montagem do vetor de forças de interação pode ser estendido para os demais tipos de veículo utilizados no presente trabalho. Para isso a eq. (4.23) passa a ser escrita conforme:

$$\vec{F}_{ei}(x, t) = k_{vpi}[u_i - (u_e + u_{ir})] + c_{vpi}[\dot{u}_i - (\dot{u}_e + \dot{u}_{ir})] - \left(\frac{m_s}{W_i} + m_{nsi}\right)g, \quad i = 1, 2, \dots, N_{rd} \quad (4.26)$$

onde,

$\vec{F}_{ei}(x, t)$: força de interação veículo pavimento para cada eixo do veículo;

N_{rd} : número de rodas do veículo;

m_s : massa suspensa do veículo;

W_i : parcela da massa suspensa do veículo que é distribuída para cada eixo;

\ddot{u}_s , \dot{u}_s e u_s : aceleração, velocidade e deslocamento do veículo;

m_{nsi} , c_{vpi} e k_{vpi} : massa, amortecimento e rigidez de cada pneu que compõe o modelo do veículo;

\dot{u}_i e u_i : velocidade e deslocamento de cada pneu que compõe o modelo do veículo.

Após calcular a força de interação para o modelo de veículo desejado, substitui-se a equação (4.26) na equação (4.20) para montar o sistema de equações que caracteriza a interação veículo-estrutura para o veículo em questão.

4.4.2 Cargas Nodais Equivalentes do Vetor de Forças Relativo à Estrutura Para Elemento de Viga

Sabe-se que, dependendo da velocidade do veículo e do intervalo de tempo que foi escolhido para integração pelo Método de Newmark, a posição do veículo dentro de um determinado elemento finito pode não coincidir com seu nó, fazendo com que a força não possa ser aplicada diretamente no vetor de cargas nodais.

Novamente, tomando como exemplo o modelo de Veículo II descrito na seção 4.1 deste trabalho, a força de interação aplicada no elemento finito de viga que descreve a estrutura é dada por:

$$f_v = -(m_s + m_{ns})g - f_{ir} \quad (4.27)$$

onde,

f_v : força que o veículo exerce na estrutura devido à irregularidade do pavimento e seu peso.

Após calcular o valor da força que o veículo exerce no elemento finito da estrutura, o vetor de cargas nodais equivalentes para os elementos finitos de viga que descrevem o tabuleiro da ponte é calculado conforme a equação apresentada por Almeida (2006):

$$\vec{r} = \frac{f_v}{l^3} \begin{bmatrix} l^3 - 3a^2l + 2a^3 \\ (l^2 - 2al + a^2)al \\ (3l - 2a)a^2 \\ (a - l)a^2l \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

sendo,

\vec{r} : vetor de cargas nodais equivalentes;

l : comprimento do elemento finito;

a : distância entre o nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação da carga.

As duas primeiras linhas que compõe o vetor de cargas equivalentes representam a força vertical e o momento fletor que atuam sobre o nó esquerdo do elemento finito e as duas últimas linhas representam a força vertical e o momento fletor que atuam sobre o nó direito do elemento finito.

Estendendo o que foi descrito nessa seção do trabalho para os demais modelos de veículo, a força aplicada no elemento finito passa ser calculada como:

$$f_{vi} = -\left(\frac{m_s}{W_i} + m_{nsi}\right)g - f_{iri}, \quad i = 1, 2, \dots, N_{rd} \quad (4.29)$$

em que,

f_{vi} : força que um dado eixo do veículo exerce na estrutura;

f_{iri} : força causada pela irregularidade do pavimento sobre um dado eixo do veículo.

As cargas nodais equivalentes são calculadas da mesma, porém o vetor r passa a ter dimensão $4 \times N_{rd}$.

4.4.3 Cargas Nodais Equivalentes do Vetor de Forças Relativo à Estrutura Para Elemento de Pórtico Espacial

Segundo Calçada (2001), os eixos das vias por onde passam as rodas do veículo podem ou não coincidir com os eixos dos elementos de pórtico espacial utilizados na discretização da estrutura. Caso não se verifique a coincidência, deve-se considerar a excentricidade existente

entre o eixo da via com o eixo da estrutura (Figura 4.8a). Caso contrário, as cargas móveis são aplicadas diretamente sobre os elementos de pórtico espacial (Figura 4.8b).

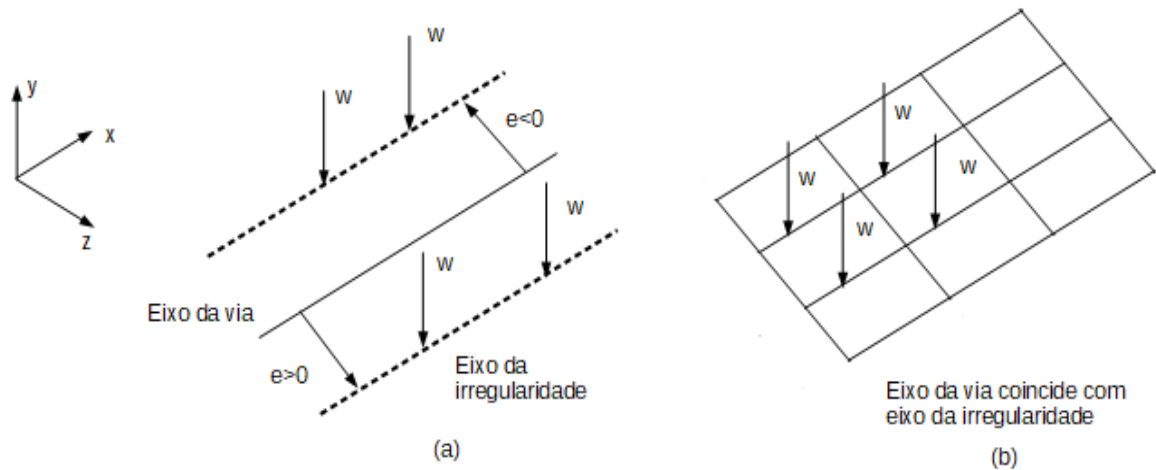


Figura 4.8: locação do eixo da via em relação ao eixo da estrutura, (a) fora do eixo da estrutura e (b) coincidindo com o eixo da estrutura. (Fonte: baseado em Calçada, 2001)

Uma vez conhecida a localização da carga móvel na via, o vetor de forças locais para o caso onde o eixo da via não coincide com o eixo da estrutura pode ser calculado pela equação:

$$\vec{r}_l = \begin{bmatrix} 0 \\ f_v \\ 0 \\ f_v e \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

em que,

\vec{r}_l : vetor de forças locais da estrutura;

f_v : força que um eixo do veículo exerce na estrutura, calculada pela equação (4.29);

e : excentricidade do eixo da via em relação ao eixo da estrutura.

Passando o vetor de forças locais r_l para o sistema global, o vetor de forças equivalentes da estrutura fica:

$$\vec{r} = \frac{f_{vi}}{l^3} \begin{bmatrix} 0 \\ (l-a)^2(l+2a) \\ 0 \\ el^2(l-a) \\ 0 \\ la(l-a)^2 \\ 0 \\ a^2(3l-2a) \\ 0 \\ el^2a \\ 0 \\ la^2(a-l) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Para o caso em que o eixo da via coincide com o eixo da estrutura, o vetor de forças equivalentes dessa situação também pode ser calculado com a equação (4.31). Para isso basta tomar o valor da excentricidade como nulo ($e = 0$).

4.5 MATRIZES GLOBAIS DO SISTEMA VEÍCULO-ESTRUTURA

A equação de movimento do sistema veículo-estrutura é escrita conforme a equação:

$$\mathbf{M}_{VP} \vec{\ddot{U}}_{VP} + \mathbf{C}_{VP} \vec{\dot{U}}_{VP} + \mathbf{K}_{VP} \vec{U}_{VP} = \vec{F}_{VP} \quad (4.32)$$

sendo,

\mathbf{M}_{VP} , \mathbf{C}_{VP} e \mathbf{K}_{VP} : matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema veículo-estrutura, respectivamente. A dimensão dessas matrizes é $n_{eq} + ngl_v \times n_{eq} + ngl_v$, em que o número de equações (n_{eq}) é igual ao número de nós da estrutura ($n_{nós}$) multiplicado pelo número de graus de liberdade por nó da estrutura (ngl_e), conforme a equação: $n_{eq} = n_{nós} * ngl_e$ e ngl_v , o número de graus de liberdade do veículo;

$\vec{\ddot{U}}_{VP}$, $\vec{\dot{U}}_{VP}$ e \vec{U}_{VP} : vetores de aceleração, velocidade e deslocamento do sistema veículo-estrutura, respectivamente. A dimensão desses vetores é $n_{eq} + ngl_v \times 1$.

O sistema de equações apresentado na seção 4.4.1 desse trabalho representa o conjunto de equações globais de movimento do sistema veículo-estrutura. Então, passando o sistema de equações apresentado na eq. (4.24) para forma matricial e o substituindo na eq. (4.32) tem-se:

$$\mathbf{M}_{VP} = \begin{bmatrix} M_e & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns} & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_e \\ \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_s \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$\mathbf{C}_{VP} = \begin{bmatrix} c_e + c_{vp} & \cdots & -c_{vp} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -c_{vp} & \cdots & c_{vs} + c_{vp} & -c_{vs} \\ 0 & \cdots & -c_{vs} & c_{vs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_e \\ \vdots \\ \dot{u}_1 \\ \dot{u}_s \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{K}_{VP} = \begin{bmatrix} k_e + k_{vp} & \cdots & -k_{vp} & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -k_{vp} & \cdots & k_{vs} + k_{vp} & -k_{vs} \\ 0 & \cdots & -k_{vs} & k_{vs} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_e \\ \vdots \\ u_1 \\ u_s \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\vec{F}_{VP} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \\ \vdots \\ f_{ir} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

As equações mostradas acima referem-se ao modelo de Veículo II, para os demais modelos de veículos, essas equações podem ser escritas como:

$$\mathbf{M}_{VP} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_p & 0 \\ 0 & \mathbf{M}_v \end{bmatrix}; \mathbf{C}_{VP} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_p & \mathbf{C}_{vp} \\ \mathbf{C}_{vp} & \mathbf{C}_v \end{bmatrix}; \mathbf{K}_{VP} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_p & \mathbf{K}_{vp} \\ \mathbf{K}_{vp} & \mathbf{K}_v \end{bmatrix}; \vec{F}_{VP} = \begin{bmatrix} \vec{F}_p \\ \vec{F}_v \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

em que,

\mathbf{C}_{vp} e \mathbf{K}_{vp} : matrizes de amortecimento e rigidez do que caracterizam a interação sistema veículo-estrutura, respectivamente;

\vec{F}_v : vetor de forças globais que atuam no veículo;

\vec{F}_p : vetor de forças globais que atuam na estrutura;

As matrizes \mathbf{C}_{vp} e \mathbf{K}_{vp} que representam a interação entre o veículo e a estrutura, têm seus valores atualizados cada vez que o eixo do veículo avança para outro elemento finito que

descreve a estrutura modelada, o mesmo acontece com as matrizes \mathbf{C}_p e \mathbf{K}_p que tem somado em seus termos da diagonal principal relativos ao grau de liberdade de deslocamento vertical o valor do coeficiente de amortecimento e rigidez do pneu do veículo, respectivamente. Na Figura 4.9 está representada a situação que propicia a atualização das matrizes de amortecimento e rigidez do sistema veículo-estrutura.

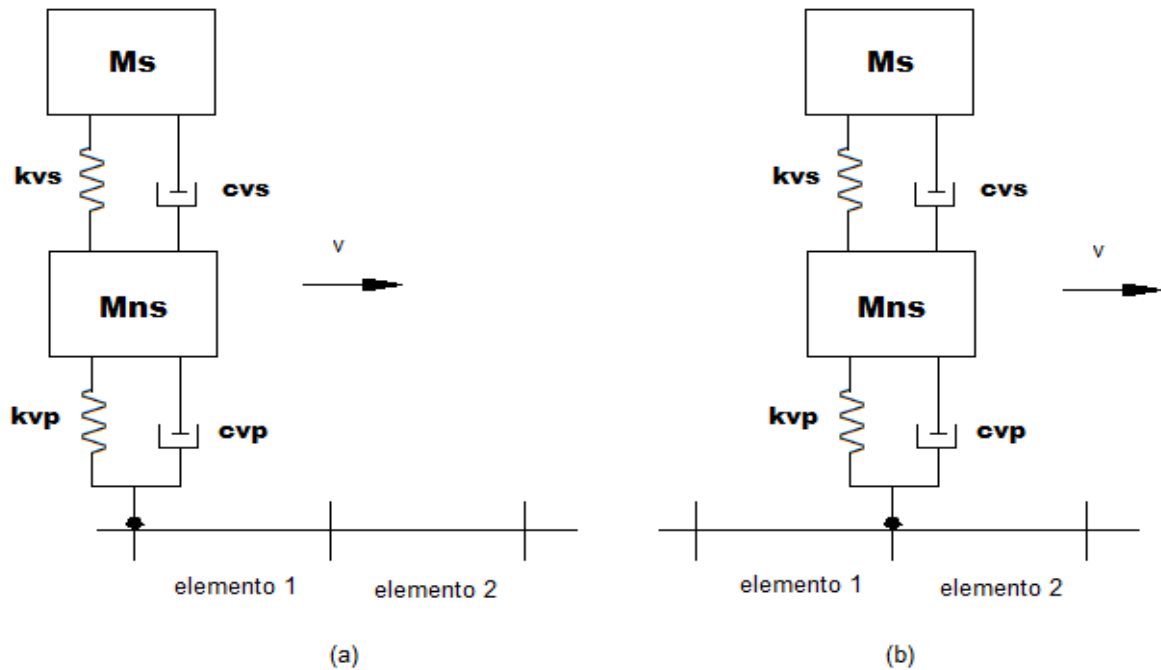


Figura 4.9: situações que propiciam a atualização das matrizes de rigidez e amortecimento do sistema veículo-estrutura, modelo de Veículo II (a) entrando no elemento 1 e (b) entrando no elemento 2.

Quando veículo intercepta o primeiro nó do elemento 1 (ver Figura 4.9a), o coeficiente de rigidez do pneu do veículo (k_{vp}) é somado ao termo da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura referente ao grau de liberdade de deslocamento vertical desse nó. Devido à influência causada pelo veículo sobre esse nó do elemento que descreve a estrutura, nas posições k_{1n} e k_{n1} é subtraído o valor da rigidez do pneu. Para essa situação a matriz de rigidez do sistema veículo-estrutura é escrita como:

$$\mathbf{K}_{VP} = \begin{bmatrix} c_{e1} + k_{vp} & c_{e12} & c_{e13} & c_{e14} & \dots & -k_{vp} & 0 \\ c_{e21} & c_{e2} & c_{e23} & c_{e24} & \dots & 0 & 0 \\ c_{e31} & c_{e32} & c_{e3} & c_{e34} & \dots & 0 & 0 \\ c_{e41} & c_{e42} & c_{e43} & c_{e4} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -k_{vp} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{vs} + k_{vp} & -k_{vs} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{vs} & k_{vs} \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

onde,

c_{ei} , com $i = 1, 4$: elementos da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura. Os elementos ímpares da diagonal principal referem-se aos graus de liberdade de translação da estrutura;

c_{eij} , com $i, j = 1, 4$: demais elementos da matriz de rigidez da estrutura.

Após entrar no primeiro nó do elemento 2 (ver Figura 4.9b), a matriz de rigidez do sistema veículo-estrutura é atualizada, pois o veículo passa a influenciar o grau de liberdade de deslocamento vertical do nó do próximo elemento da ponte. Sendo assim, o valor k_{vp} é deslocado para as novas posições da maneira apresentada na equação:

$$\mathbf{K}_{VP} = \begin{bmatrix} c_{e1} & c_{e12} & c_{e13} & c_{e14} & \dots & 0 & 0 \\ c_{e21} & c_{e2} & c_{e23} & c_{e24} & \dots & 0 & 0 \\ c_{e31} & c_{e32} & c_{e3} + k_{vp} & c_{e34} & \dots & -k_{vp} & 0 \\ c_{e41} & c_{e42} & c_{e43} & c_{e4} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & -k_{vp} & 0 & 0 & k_{vs} + k_{vp} & -k_{vs} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{vs} & k_{vs} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

O procedimento apresentado acima também é válido para a atualização da matriz de amortecimento do sistema veículo-estrutura.

Deve-se ressaltar que a atualização das matrizes de rigidez e amortecimento do sistema veículo-estrutura só é feita quando o veículo muda de elemento para o outro, ou seja, quando a roda do veículo passa do nó i para o nó $i + 1$. Enquanto o veículo permanece entre os nós i e $i + 1$, as matrizes utilizadas nas operações da análise dinâmica são as mesmas que foram atualizadas no momento que o veículo passou pelo nó i .

5 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesse capítulo apresenta-se a maneira como o programa desenvolvido foi organizado, a forma como a entrada de dados é feita e a função de cada sub-rotina que o programa utiliza.

Primeiramente, o código foi escrito na linguagem de programação *Octave*. A escolha dessa linguagem de programação se deve ao fato de sua sintaxe ser semelhante a linguagem de programação *Matlab*, assim como pelo fato de possuir algumas funções intrínsecas que facilitam muito a análise dinâmica de problemas de engenharia, como por exemplo a função “*eig*”, que faz o cálculo de autovalores e autovetores, pela facilidade como o pós-processamento dos resultados pode ser feito com o auxílio de suas funções gráficas e, por fim, pelo fato de o *Octave* ser um ambiente de programação de código aberto, ou seja, não necessita de licença para instalação e uso.

Em relação à organização do programa, tanto a versão 2D quanto a versão 3D possuem seis sub-rotinas em comum, a saber, viga, amortecimento, veículo, PSD, força e Newmark, sendo que a sub-rotina rotação é de uso exclusivo da versão 3D do programa. A chamada e uso dessas sub-rotinas é feita por um programa principal chamado “interação” e os dados referentes à estrutura modelada são lidos pelo programa principal por meio de quatro arquivos de entrada de dados.

A seguir será apresentada a descrição das sub-rotinas desenvolvidas e utilizadas no programa e dos arquivos de entrada de dados.

5.1 DESCRIÇÃO DAS SUB-ROTINAS E PROGRAMA PRINCIPAL

Sub-rotina Viga:

Como o próprio nome sugere, a função dessa sub-rotina é a montagem das matrizes de rigidez, massa e amortecimento da estrutura, bem como o cálculo de suas frequências naturais, modos de vibração e deslocamentos estáticos. Do programa interação vem os dados contidos nos arquivos de texto, que na sub-rotina viga são processados resultando nas matrizes que descrevem o modelo da estrutura.

Sub-rotina Amortecimento:

A função dessa sub-rotina é a montagem da matriz de amortecimento da estrutura. Sua utilização é feita dentro da sub-rotina viga, sendo que em todo o programa da versão 2D essa é a única sub-rotina que não é chamada pelo programa principal. Além disso, a sub-rotina amortecimento é a menor sub-rotina do programa, possuindo aproximadamente 10 linhas de código.

Sub-rotina Rotação:

Essa sub-rotina tem como função montar a matriz de rotação do sistema de eixos locais para sistema de eixos globais para elementos de pórtico espacial. Sua chamada e utilização também é feita pela sub-rotina viga e sua aplicação é exclusiva da versão 3D do programa.

Sub-rotina Veículo:

Novamente, como o nome sugere, a função dessa sub-rotina é a montagem das matrizes de rigidez, massa e amortecimento do veículo, assim como a montagem das matrizes do sistema veículo-estrutura e o cálculo das frequências naturais e modos de vibração do veículo.

Nessa sub-rotina estão programados todos os modelos de veículos descritos na seção 4.1 do presente trabalho. O programa interação passa apenas o modelo de veículo a ser utilizado e as matrizes calculadas pela sub-rotina viga, enquanto o restante dos cálculos é executado pela sub-rotina veículo.

Sub-rotina PSD:

Essa sub-rotina é responsável pela geração do perfil de irregularidades do pavimento conforme a seção 4.2 do presente trabalho. Além disso, a sub-rotina PSD também calcula as posições do veículo na ponte durante sua travessia, a primeira derivada das irregularidades do pavimento e no caso de veículos com mais de um eixo, determina a posição das rodas de cada eixo na ponte considerando o tempo que cada eixo leva para iniciar a travessia da ponte.

Sub-rotina Força:

Essa sub-rotina tem a função de montar o vetor de forças do sistema veículo-estrutura. A partir das informações do perfil de irregularidades do pavimento, modelo do veículo, quantidade de elementos da viga ou pórtico espacial e da posição das rodas do veículo, a sub-

rotina em questão calcula as forças atuantes no veículo para depois calcular as forças equivalentes aplicadas na estrutura, conforme o veículo avança em seu deslocamento.

Sub-rotina Newmark:

A sub-rotina Newmark é responsável por fazer a integração no tempo do sistema acoplado veículo-estrutura e determinar sua solução em termos de deslocamentos, velocidades e acelerações. Além disso, é dentro da sub-rotina Newmark que é feita a atualização das matrizes de rigidez e amortecimento do sistema veículo-estrutura à medida que os passos de tempo indicam que as rodas do veículo passaram para o nó inicial do próximo elemento da estrutura.

Programa Interação (programa principal):

Esse programa tem como função fazer a leitura dos arquivos de dados, executar alguns cálculos preliminares, utilizar as sub-rotinas descritas acima e gerar os gráficos com as respostas consideradas relevantes na simulação do sistema acoplado veículo-estrutura.

5.2 DESCRIÇÃO DOS ARQUIVOS DE ENTRADA DE DADOS

O programa interação faz a leitura de quatro arquivos de entrada de dados, a saber, data.txt, coord.txt, elem.txt e contorno.txt. Todos os arquivos mencionados anteriormente contêm informações relativas à estrutura. A seguir é feita a descrição desses arquivos.

data.txt:

Esse arquivo contém apenas quatro informações que servem para o dimensionamento das matrizes utilizadas para modelagem do problema e contadores utilizados nos laços do programa. As informações mostradas nesse arquivo são: número de graus de liberdade, número de nós da estrutura, número de elementos da estrutura e número total de restrições existentes sobre os nós da estrutura.

coord.txt:

Esse arquivo tem as informações relativas às coordenadas x , y e z dos nós da ponte. Cada linha do arquivo apresenta o número do nó, coordenada x , coordenada y e coordenada z desse nó, respectivamente.

elem.txt:

Nesse arquivo estão as informações sobre a seção transversal de cada elemento que faz parte da discretização da estrutura. Cada linha do arquivo apresenta o número do elemento, conectividade desse elemento (nó inicial e nó final), área da seção transversal, módulo de elasticidade do material, momento de inércia da seção transversal e massa por unidade de volume, respectivamente.

contorno.txt:

Esse arquivo contém os nós que apresentam restrição em algum grau de liberdade. Cada linha do arquivo apresenta o número do nó que possui restrição e o grau de liberdade restrito.

As especificações para os graus de liberdade restritos, para versão 2D do programa são: 1 para deslocamento vertical e 2 para rotação.

No caso da versão 3D do programa as especificações são as seguintes: 1 para deslocamento axial, 2 para deslocamento vertical, 3 para deslocamento horizontal, 4 para rotação em relação ao eixo x , 5 para rotação em relação ao eixo y e 6 para rotação em relação ao eixo z .

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

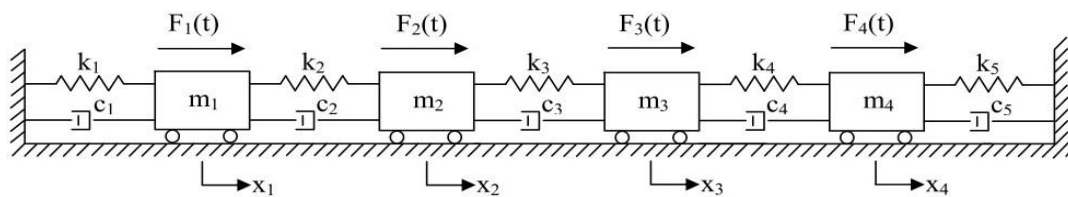
Neste capítulo são apresentadas as validações/verificações das sub-rotinas que compõem o programa desenvolvido neste trabalho, bem como os resultados das simulações realizadas para os problemas acoplados, tanto para o caso 2D quanto para o caso 3D. Salienta-se que todas as simulações que envolvem a passagem do veículo na ponte foram feitas considerando apenas um veículo e trafegando com velocidade constante e sem que suas rodas percam o contato com o pavimento.

6.1 VALIDAÇÃO DOS MODELOS 2D

Antes de apresentar os resultados das simulações, primeiramente vai ser mostrada a validação/verificação das sub-rotinas que fazem parte do programa elaborado nesta dissertação.

6.1.1 Validação da Sub-Rotina de Integração Pelo Método de Newmark

Para validação da sub-rotina que resolve a equação de movimento de sistemas dinâmicos pelo método de integração de Newmark, resolveu-se um problema de vibração de sistema com 4 GDL submetido a uma excitação harmônica, conforme a Figura 6.1.



Dados:

$m_1 = 8\text{kg}$	$k_1 = 30\text{N/m}$	$c_1 = 6\text{Ns/m}$	$F_1(t) = +20\text{sen}5t + 80\text{cos}5t$
$m_2 = 9\text{kg}$	$k_2 = 45\text{N/m}$	$c_2 = 9\text{Ns/m}$	$F_2(t) = - 50\text{sen}5t + 60\text{cos}5t$
$m_3 = 5\text{kg}$	$k_3 = 50\text{N/m}$	$c_3 = 10\text{Ns/m}$	$F_3(t) = +70\text{sen}5t + 35\text{cos}5t$
$m_4 = 6\text{kg}$	$k_4 = 20\text{N/m}$	$c_4 = 4\text{Ns/m}$	$F_4(t) = - 45\text{sen}5t - 25\text{cos}5t$
	$k_5 = 25\text{N/m}$	$c_5 = 5\text{Ns/m}$	

$$x(0) = \begin{bmatrix} -0,500565 \\ -0,055132 \\ -0,814934 \\ 0,450169 \end{bmatrix} \text{m} \quad \dot{x}(0) = \begin{bmatrix} 0,750247 \\ -0,410529 \\ -0,411299 \\ 0,480426 \end{bmatrix} \text{m/s}$$

Figura 6.1: sistema discreto com 4 GDL utilizado na validação. (Fonte: Miguel, 2006)

Tabela 6.1: dados do problema.

i	$m_i(kg)$	$k_i(N/m)$	$c_i(Ns/m)$	$x_0(m)$	$v_0(m/s)$
1	8	30	6	-0,500565	0,750247
2	9	45	9	-0,055132	-0,410529
3	5	50	10	-0,814934	-0,411299
4	6	20	4	0,450169	0,480426
5	–	25	5	–	–

Utilizando a sub-rotina de integração por Newmark do trabalho e conhecendo a solução analítica do problema (mostrada na equação (6.1)), foram obtidos os resultados apresentados na Tabela 6.2, para o deslocamento do sistema no instante de tempo $t = 5s$, e os gráficos de resposta em termos de deslocamento apresentados na Figura 6.2.

$$u(t) = \begin{bmatrix} 0,150049 \\ -0,082106 \\ -0,082260 \\ 0,096085 \end{bmatrix} \text{sen}(5t) + \begin{bmatrix} -0,500565 \\ -0,055132 \\ -0,814934 \\ 0,450169 \end{bmatrix} \text{cos}(5t) \quad (6.1)$$

onde,

$u(t)$: deslocamento em função do tempo;

t : instante de tempo.

Tabela 6.2: comparação da solução numérica com a analítica para $t = 5s$.

GDL	$u_{analítico}(m)$	$u_{numérico}(m)$	$Diferença(\%)$
1	-0,516020	-0,515988	0,0062
2	-0,043780	-0,043772	0,0183
3	-0,796877	-0,796814	0,0079
4	0,433491	0,433423	0,0157

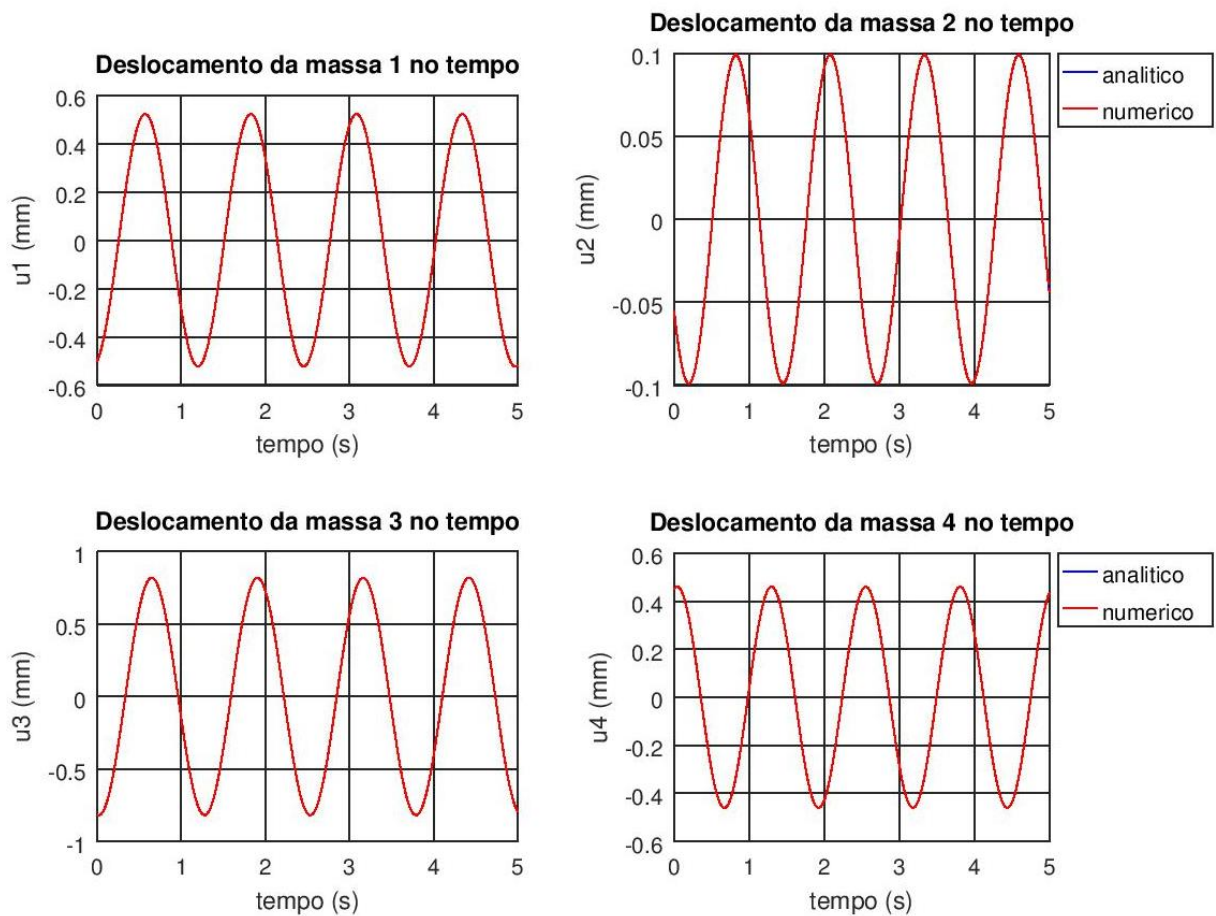


Figura 6.2: gráfico de deslocamento no tempo para os 4 GDL's do sistema discreto avaliado.

Observando os resultados apresentados na Tabela 6.2 e os gráficos da Figura 6.2, percebe-se que a diferença nos deslocamentos obtidos para os quatro GDL's do sistema foi pequena e que as curvas de deslocamento no tempo desses graus de liberdade praticamente coincidem com as curvas da solução analítica do problema, portanto, conclui-se que a sub-rotina do trabalho que resolve a equação de movimento de sistemas vibratórios pelo método de Newmark está programada corretamente e apresenta resultados confiáveis, podendo ser utilizada para resolver problemas mais complexos.

6.1.2 Validação do Programa Considerando Apenas a Influência do Peso do Veículo na Estrutura

Para validação do programa desenvolvido neste trabalho, tomou-se como referência o modelo proposto por Ibanathan e Wieland (1987) e seus resultados, bem como os resultados obtidos por Almeida (2006) que também utilizou esse modelo para validar seu programa.

Ibanathan e Wieland (1987) simularam a passagem de um veículo com peso de $500kN$ e velocidade constante de $26,82 m/s$ sobre uma ponte biapoiada com $50m$ de extensão e seção transversal do tipo caixão (ver Figura 6.3). A simulação foi feita sem a consideração das irregularidades do pavimento, ou seja, a única carga atuando na estrutura era o peso próprio do veículo à medida que este se desloca sobre a ponte. Na Tabela 6.3 encontram-se os dados relativos à ponte.

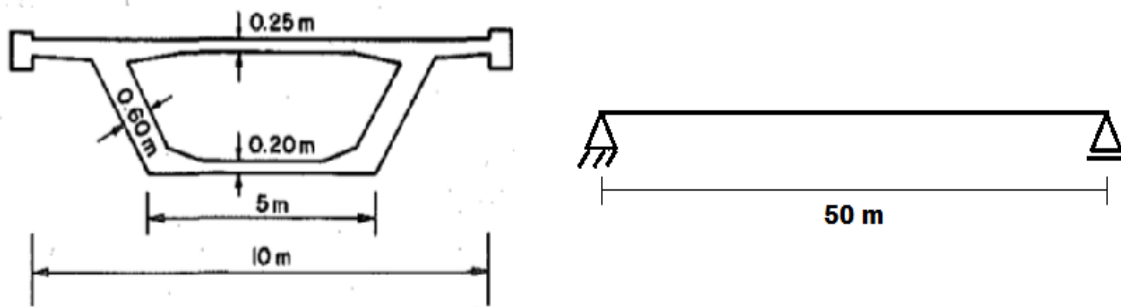


Figura 6.3: Seção transversal (esquerda) e seção longitudinal da ponte (direita).
(Fonte: baseado Ibanathan e Wieland, 1987)

Tabela 6.3: dados da ponte.

$L(m)$	$N^{\circ}elem.$	$l_{elem}(m)$	$E(MPa)$	$I(m^4)$	$A(m^2)$	$\rho(kg/m^3)$	ξ
50	50	1	33.400	6	7,5	2.400	0,02

Em relação ao veículo, foi utilizado o Veículo I apresentado na seção 4.1 deste trabalho. Os dados relativos ao veículo podem ser vistos na Tabela 6.4.

Tabela 6.4: peso, rigidez, amortecimento e velocidade do veículo.

$P(kN)$	$k(kN/m)$	$c(kNs/m)$	$v(m/s)$
500	17.765,29	188,496	26,82

(Fonte: adaptado de Ibanathan e Weiland, 1987).

Após realizar a simulação da passagem do veículo, foram obtidos os resultados apresentados a seguir. Na Figura 6.4 tem-se a comparação do resultado das simulações dos autores com a solução proposta por Timoshenko (1964) e na Figura 6.5 é mostrado a curva com os deslocamentos calculados pelo programa do presente trabalho.

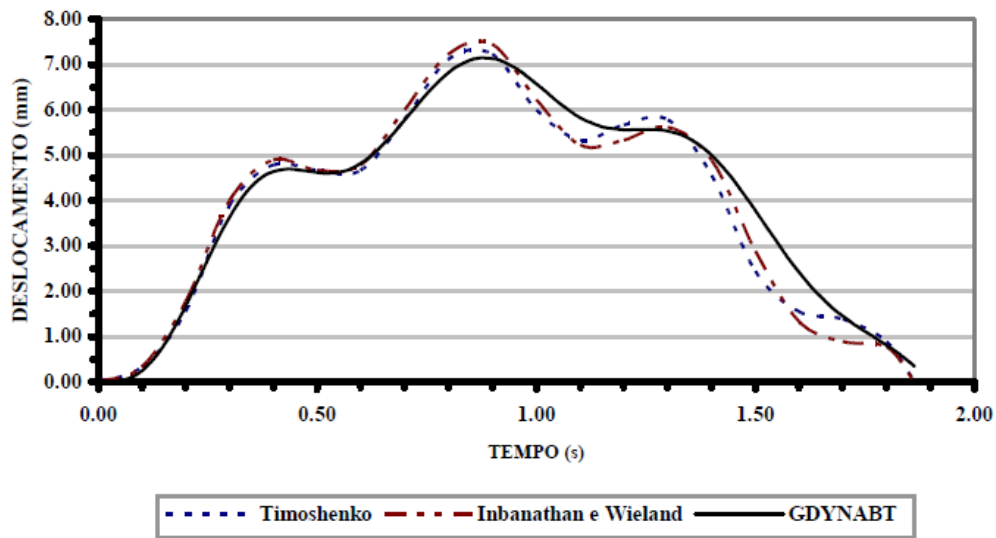


Figura 6.4: deslocamento do vão central da ponte calculado pela bibliografia. (Fonte: Almeida, 2006)

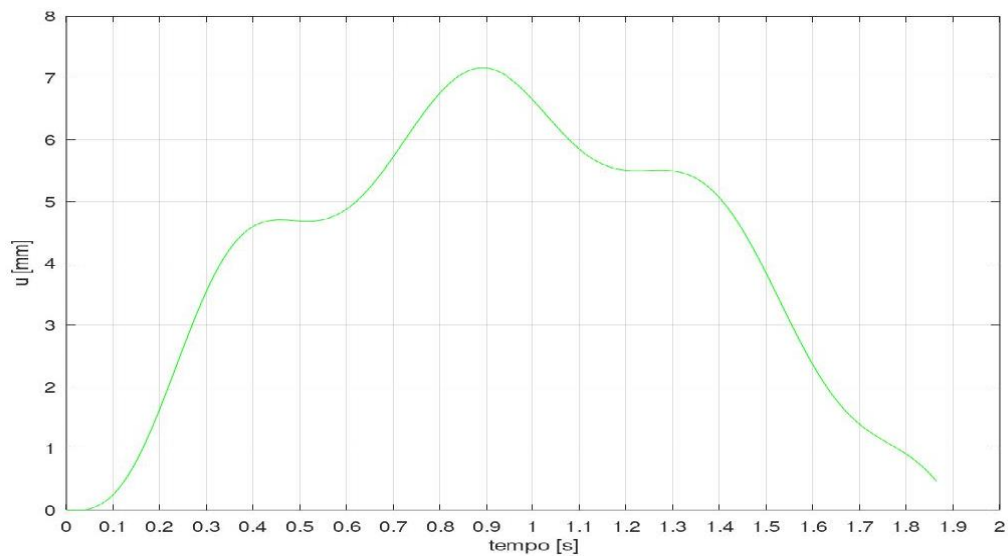


Figura 6.5: deslocamento do vão central da ponte obtido na presente dissertação de mestrado.

Comparando os resultados nota-se que o valor máximo calculado por Almeida (2006) foi da ordem de 7mm enquanto o deslocamento máximo calculado por Ibanathan e Wieland (1987) foi da ordem $7,5\text{mm}$. O deslocamento máximo obtido com a rotina desenvolvida no presente trabalho de pesquisa foi de $7,1673\text{mm}$, sendo que a diferença entre as respostas foi de 2,39% e 4,44% respectivamente.

Nas Figuras 6.6 e 6.7 são mostradas as curvas para o deslocamento do nó localizado a 10 m do apoio da esquerda calculada pelos autores da bibliografia e pelo programa elaborado nesta pesquisa de mestrado, respectivamente.

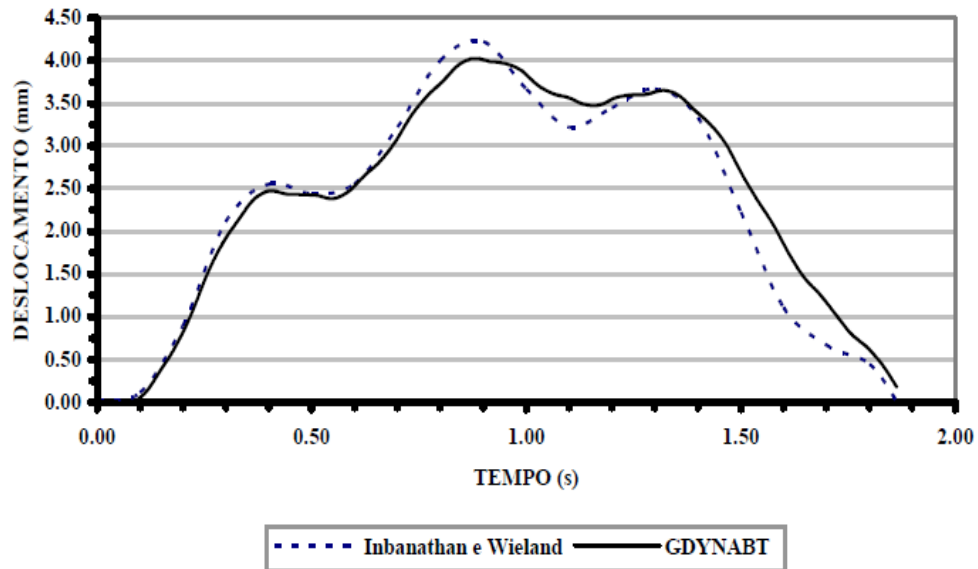


Figura 6.6: deslocamento do nó localizado a 10 m do apoio direito calculado pela bibliografia. (Fonte: Almeida, 2006)

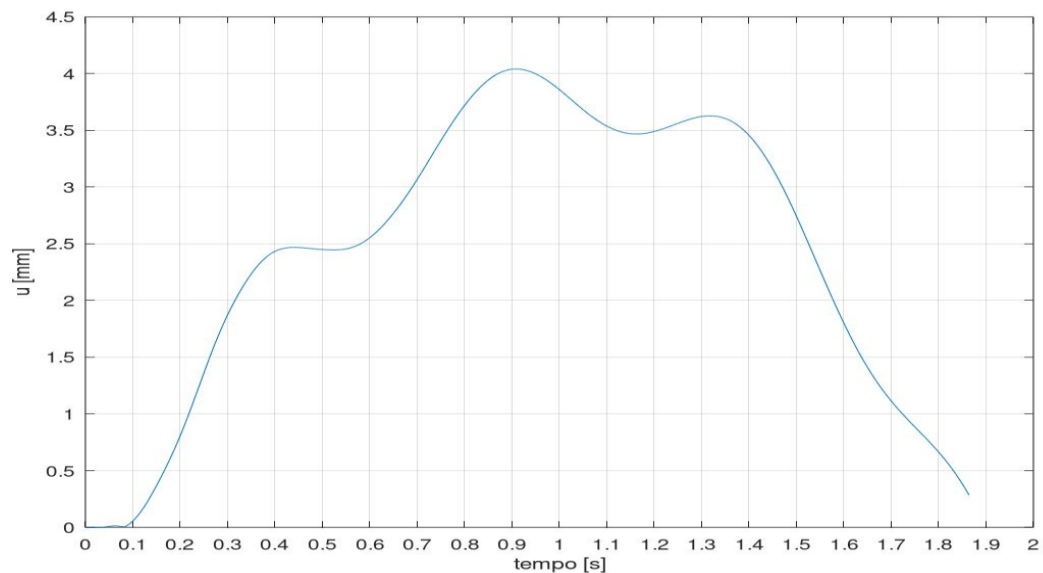


Figura 6.7: deslocamento do nó localizado a 10 m do apoio direito.

Novamente analisando os resultados percebe-se que o valor máximo calculado por Almeida (2006) foi da ordem de 4 mm enquanto o deslocamento máximo calculado por Ibanathan e

Wieland (1987) foi da ordem 4,25 mm. O deslocamento máximo obtido com o programa desenvolvido na presente pesquisa foi de 4,04 mm, sendo que a diferença entre as respostas foi de 4,94% e 1%, respectivamente.

Dessa forma, conclui-se que a análise do movimento da carga na ponte verificada pelo programa apresentou, para as duas comparações realizadas, uma diferença muito pequena nos valores calculados. Sendo assim, isso prova mais uma vez que o programa não apresenta erros em suas sub-rotinas de cálculo e apresenta resultados coerentes quando comparado com os resultados da bibliografia.

6.1.3 Validação do Programa Considerando a Influência da Irregularidade do Pavimento na Passagem do Veículo

Ainda considerando a mesma ponte utilizada na seção 6.1.2, nessa parte da validação do programa desenvolvido os autores da bibliografia geraram 10 perfis de irregularidade do pavimento e simularam a resposta dinâmica da passagem do veículo na ponte para cada um dos perfis gerados.

No caso desta pesquisa, a geração dos perfis de irregularidade foi feita conforme a metodologia apresentada na seção 4.2, sendo que a classificação do perfil de pista utilizado foi a classe C. Para avaliação da resposta foi feita a média dos deslocamentos máximos dos nós da ponte. Com isso foi gerado o gráfico apresentado na Figura 6.8.

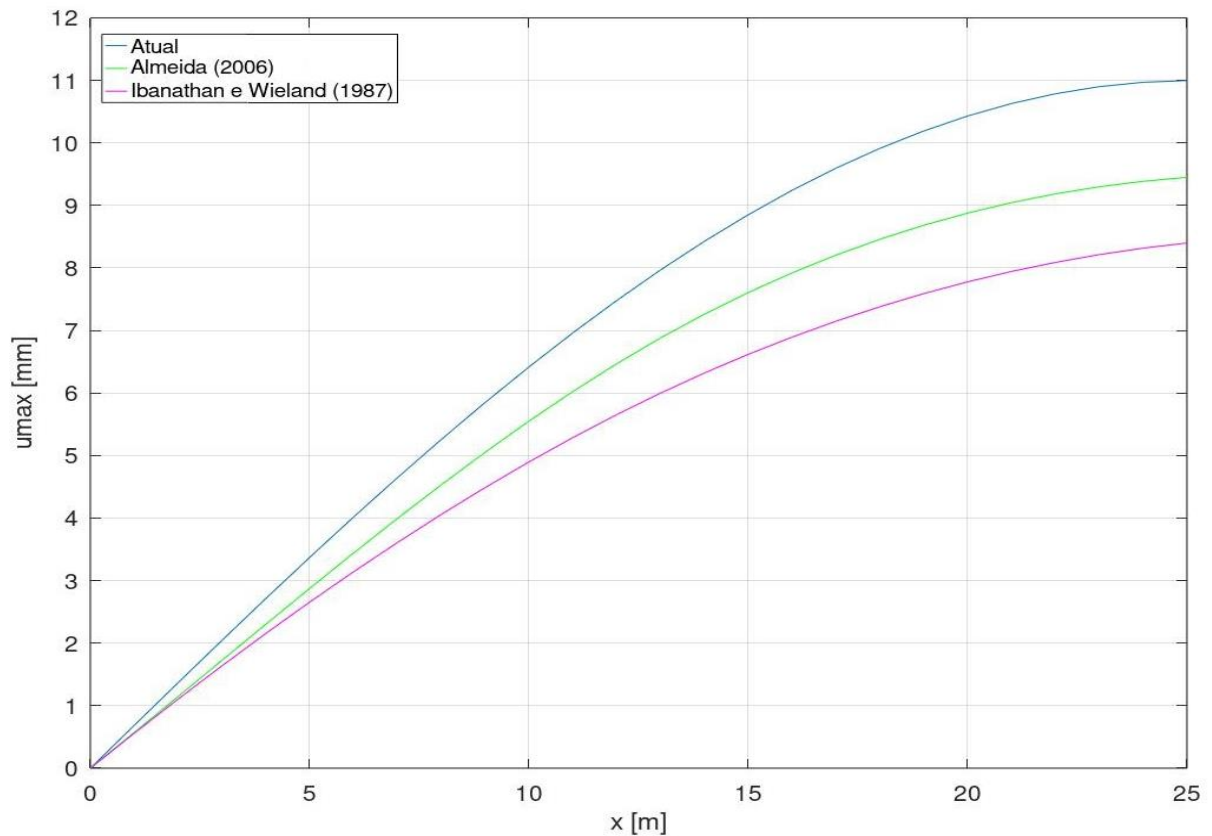


Figura 6.8: média dos deslocamentos máximos até metade do vão da ponte calculado pela bibliografia e pelo programa deste trabalho. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

Após concluir as 10 simulações, interpolaram-se os resultados da curva para as posições $S1 = 6,25m$, $S2 = 12,5m$, $S3 = 18,75m$ e $S4 = 25m$, de maneira que a comparação com os resultados da bibliografia se torne possível. Essa comparação é mostrada na Tabela 6.5.

Tabela 6.5: comparação dos resultados calculados pela bibliografia e pelo *software* do presente trabalho.

Seção	Deslocamentos (mm)			Diferença (%)	
	<i>Ibanathan</i> (1)	<i>GDYNABT</i> (2)	<i>Atual</i> (3)	$\frac{ (1) - (3) }{(1)}$	$\frac{ (2) - (3) }{(2)}$
S1	3,26	3,58	4,1741	28,04	16,59
S2	5,83	6,58	7,7248	32,50	15,64
S3	7,54	8,63	10,1219	34,24	17,29
S4	8,40	9,45	10,9977	30,93	16,38

Da observação dos resultados apresentados na Tabela 6.5 nota-se que as maiores diferenças nos deslocamentos calculados pelo programa desse trabalho em relação aos deslocamentos calculados pelos autores da bibliografia foram de 33,24% e 17,29%, respectivamente.

A causa dessa diferença significativa nos resultados pode estar relacionada com a quantidade de simulações feitas. Acredita-se que apenas 10 simulações não sejam a quantidade ideal para se obter resultados mais precisos, assim como a forma com que os autores geraram os perfis de irregularidade do pavimento.

Em relação à última afirmação, Ibanathan e Wieland (1987) utilizaram uma função *PSD* específica para um tipo de veículo e velocidade específicas para gerar a irregularidade do pavimento. No caso de Almeida (2006), a geração do perfil de irregularidade pavimento foi feita de acordo com a função *PSD* proposta por Braun (1967), que é uma função muito semelhante a *PSD* proposta pela norma *ISO 8608* (1995).

Salienta-se que ambos os autores não mencionaram qual a classificação das irregularidades do pavimento utilizada, por conta disso, as simulações realizadas pelo programa desenvolvido na presente dissertação foram feitas para o perfil de irregularidade do pavimento classe “C” e com o valor de $G_d(n_0)$ igual ao valor da média geométrica (terceira coluna da Tabela 4.1), de acordo com a norma *ISO 8608* (1995). Assim sendo, se a classe da irregularidade do pavimento fosse mantida como “C” e o valor de $G_d(n_0)$ alterado para o limite inferior (terceira coluna da Tabela 4.1) ou a classe da irregularidade do pavimento fosse alterada para “B”, os resultados do programa desenvolvido nessa dissertação ficariam mais próximos dos resultados da literatura que nortearam a pesquisa em questão.

6.1.4 Verificação das Frequências Naturais e Modos de Vibração da Estrutura

Para validar a sub-rotina que monta as matrizes de massa e rigidez da estrutura, fez-se as análises dos autovalores e dos autovetores. Os dados relativos à estrutura analisada, bem como sua seção transversal encontram-se na Tabela 6.6 e na Figura 6.9, respectivamente. Essas informações referem-se a uma ponte existente, nesse caso a ponte Rio-Santos, e foram obtidas por meio da dissertação de Almeida (2006).

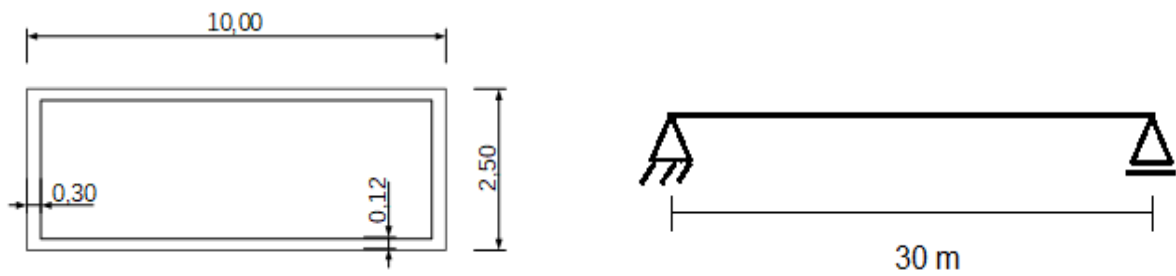


Figura 6.9: seção transversal (esquerda) e seção longitudinal (direita) da ponte Rio-Santos.
(Fonte: baseado de Almeida, 2006)

Tabela 6.6: dados da ponte Rio-Santos.

L (m)	$N^{\circ}elem.$	l_{elem} (m)	E (MPa)	I (m ⁴)	A (m ²)	ρ (kg/m ³)	ξ
30	20	1,5	30.000	3,98	3,756	2.449,5	0,03

As frequências naturais analíticas para vigas biapoiadas são calculadas conforme a equação:

$$f_{na} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{n}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6.2)$$

onde,

f_{na} : frequência natural analítica em Hz;

n : número do modo de vibração;

L : vão total da ponte em m.

Os resultados para as 5 primeiras frequências naturais da estrutura, bem como a comparação com a solução analítica encontram-se na Tabela 6.7 e os modos de vibração relativos a essas frequências naturais podem ser conferidos nas Figuras 6.10 e 6.11.

Tabela 6.7: frequências naturais calculadas analiticamente e numericamente.

<i>Modo</i>	1	2	3	4	5
$f_{numérica}$ (Hz)	6,288	25,150	56,588	100,602	157,196
$f_{analítica}$ (Hz)	6,288	25,150	56,588	100,600	157,188

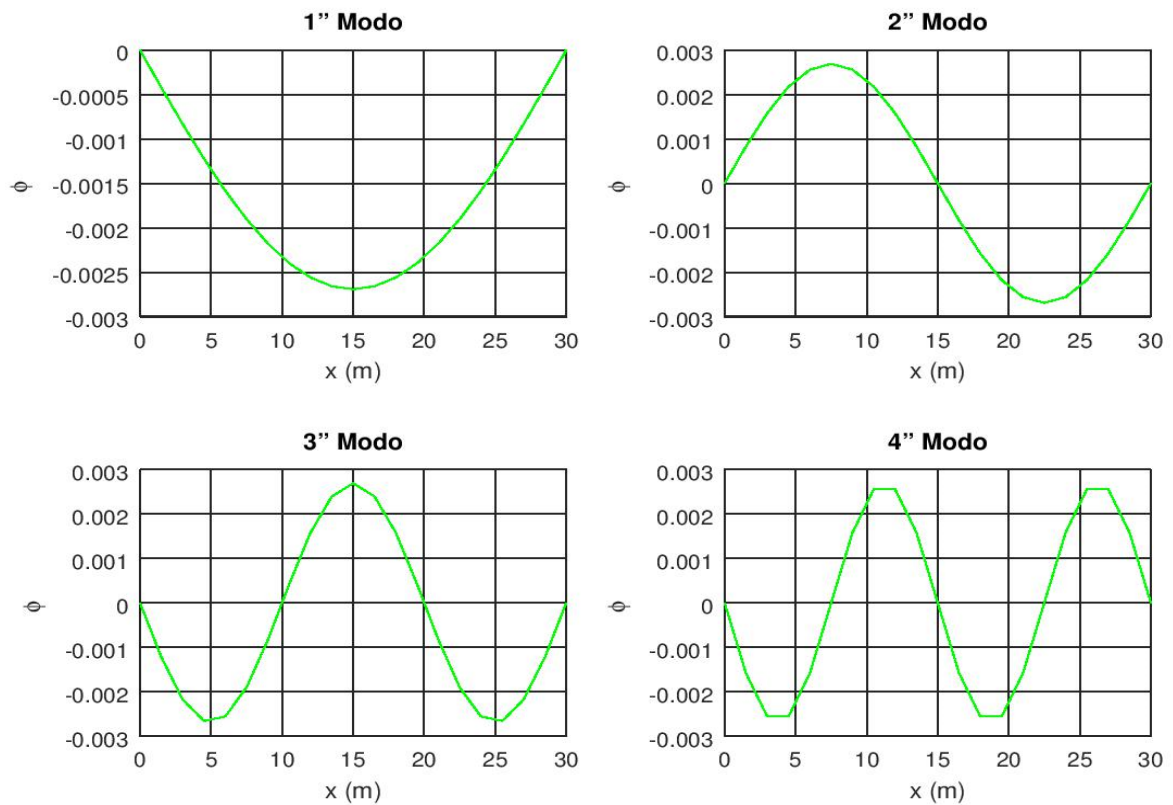


Figura 6.10: quatro primeiros modos de vibração da ponte.

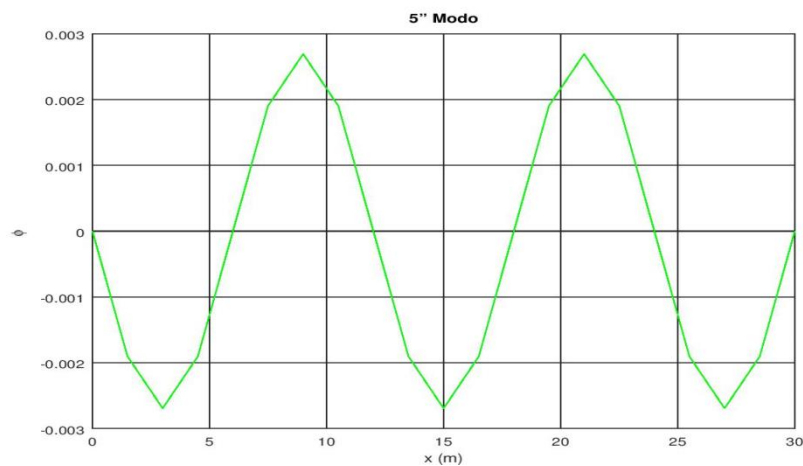


Figura 6.11: quinto modo de vibração da ponte.

6.1.5 Frequências Naturais dos Veículos

No caso da verificação dos modelos de veículo utilizados, analisaram-se as frequências naturais de cada modelo de modo que a verificação da montagem das matrizes de rigidez e massa pudessem ser verificadas. Como forma de garantir que as matrizes estão corretas, definiu-se com base nos parâmetros da suspensão e dos pneus que a frequência natural da

massa suspensas desses veículos fossem em torno de 3 Hz e a frequência natural do conjunto de pneus ficasse em torno e 20 Hz, Almeida (2006). Os dados relativos a cada veículo encontram-se na Tabela 6.8.

Tabela 6.8: dados dos modelos planos de veículo.

<i>Veículo</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III*</i>	<i>IV**</i>
$M_s(kg)$	45.000	40.000	40.000	40.000
$M_{ns}(kg)$	–	5.000	2.500	1.666,67
$k_{vs}(kN/m)$	15.988,76	18.585,20	9.292,60	6.195,07
$c_{vs}(kNs/m)$	169,65	150,80	150,80	150,80
$k_{vp}(kN/m)$	–	60.402	30.201	20.134
$c_{vp}(kNs/m)$	–	18,85	9,4248	6,2832
$I_v(kgm^2)$	–	–	150.000	150.000
N_{eixos}	1	1	2	3
$Entreeixos(m)$	0	0	4	2
$d(m)$	0	0	2	2

*Para o modelo de veículo III tem-se que:

Massa dos pneus: $m_{ns1} = m_{ns2} = m_{ns}$;

Rigidez dos pneus: $k_{vp1} = k_{vp2} = k_{vp}$;

Amortecimento dos pneus: $c_{vp1} = c_{vp2} = c_{vp}$;

Rigidez do sistema de suspensão: $k_{vs1} = k_{vs2} = k_{vs}$;

Amortecimento do sistema de suspensão: $c_{vs1} = c_{vs2} = c_{vs}$;

Distância do centro de massa aos eixos do veículo: $L_1 = L_2 = d$.

**Para o modelo de veículo IV tem-se que:

Massa dos pneus: $m_{ns1} = m_{ns2} = m_{ns3} = m_{ns}$;

Rigidez dos pneus: $k_{vp1} = k_{vp2} = k_{vp3} = k_{vp}$;

Amortecimento dos pneus: $c_{vp1} = c_{vp2} = c_{vp3} = c_{vp}$;

Rigidez do sistema de suspensão: $k_{vs1} = k_{vs2} = k_{vs3} = k_{vs}$;

Amortecimento do sistema de suspensão: $c_{vs1} = c_{vs2} = c_{vs3} = c_{vs}$;

Distância do centro de massa aos eixos do veículo: $L_1 = L_3 = d$ e $L_2 = 0$.

O cálculo das frequências naturais dos veículos é feito resolvendo-se o problema de autovalores e autovetores apresentados na equação:

$$|\mathbf{K}_v - \omega_n^2 \mathbf{M}_v| = 0 \quad (6.3)$$

em que,

\mathbf{M}_v e \mathbf{K}_v : matrizes de massa e rigidez do modelo de veículo;

ω_n : frequências naturais de vibração, em rad/s .

Para conversão do valor da frequência natural de radianos por segundo para Hertz, utiliza-se a seguinte relação:

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} \quad (6.4)$$

sendo,

f_n : frequências naturais de vibração, em Hz .

Com auxílio das eqs. (6.3) e (6.4), as frequências naturais de cada modelo de veículo foram calculadas e os resultados constam na Tabela 6.9.

Tabela 6.9: frequências naturais dos modelos de veículos utilizados.

Veículo	I	II	III	IV
$f_{n1}(Hz)$	3,0000	2,9894	2,9894	2,5235
$f_{n2}(Hz)$	—	20,0745	3,0867	2,9894
$f_{n3}(Hz)$	—	—	20,0745	20,0038
$f_{n4}(Hz)$	—	—	20,0793	20,0538
$f_{n5}(Hz)$	—	—	—	20,0745

Observando os resultados apresentados na Tabela 6.9, pode-se concluir que as matrizes de rigidez e massa de cada modelo de veículo utilizado foram montadas corretamente, visto que as frequências naturais da massa suspensa ficaram com valores próximos a 3Hz e as frequências naturais do conjunto de rodas e pneus tiveram seus valores próximos a 20Hz , conforme foi definido no início da modelagem dos veículos.

6.1.6 Análise Dinâmica da Ponte Considerando Apenas o Peso do Veículo

Para a verificação dessa parte do trabalho, consideraram-se todos os modelos de veículos planos (modelos de I a IV) propostos na seção 4.1. A simulação foi feita desconsiderando o efeito da irregularidade do pavimento, sendo que o único carregamento móvel considerado na estrutura foi o peso do veículo. Além disso, a velocidade com que os veículos trafegavam na ponte foi considerada constante com valor de 60km/h e o passo de tempo utilizado na integração foi de $0,001\text{s}$.

Após fazer a simulação da passagem dos veículos, os resultados obtidos pelo programa podem ser consultados na Tabela 6.10.

Tabela 6.10: deslocamento máximo sobre o nó central da ponte Rio-Santos.

<i>Veículo</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
$u_{max}(mm)$	2,1140	2,1182	2,0333	2,0574

Em relação à análise estática (carga equivalente ao peso do veículo posicionada sobre o nó central da ponte) obteve-se como deslocamento máximo para o nó central o valor de $2,0797\text{mm}$.

Comparando os resultados da Tabela 6.10 com o valor do deslocamento estático, conclui-se que o fato de considerar apenas o peso do veículo não induz uma resposta dinâmica da estrutura muito acentuada, pelo contrário, a resposta dinâmica tende a ficar próxima da resposta estática.

6.1.7 Determinação da Quantidade de Simulações Necessárias para Análise Dinâmica do Sistema Veículo-Estrutura

Buscando determinar a quantidade ideal de perfis de pavimento para obtenção de uma resposta dinâmica confiável para o sistema veículo-estrutura realizou-se uma análise dinâmica preliminar da passagem de um veículo sobre a ponte. Para isso utilizou-se a ponte Rio-Santos

(dados na Tabela 6.6), o modelo de Veículo I (dados na Tabela 6.8) e perfil de irregularidades do pavimento geradas para classe “C”.

A quantidade mínima de perfis de pavimento geradas foi 1 e a máxima 150, sendo que foram simulados 31 casos diferentes, ou seja, no primeiro caso foi utilizado apenas um perfil de irregularidade do pavimento para obtenção da resposta dinâmica do sistema veículo-estrutura, no segundo caso foram utilizados 5 perfis de irregularidades diferentes e assim sucessivamente até o 31º caso onde a resposta dinâmica foi obtida considerando 150 perfis de irregularidades diferentes.

Além disso, a velocidade do veículo foi considerada constante com valor de 60 km/h e o passo de tempo utilizado na integração foi de 0,001 s. Para cada caso analisado foi tomado como resposta o deslocamento máximo do nó central da ponte. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 6.12

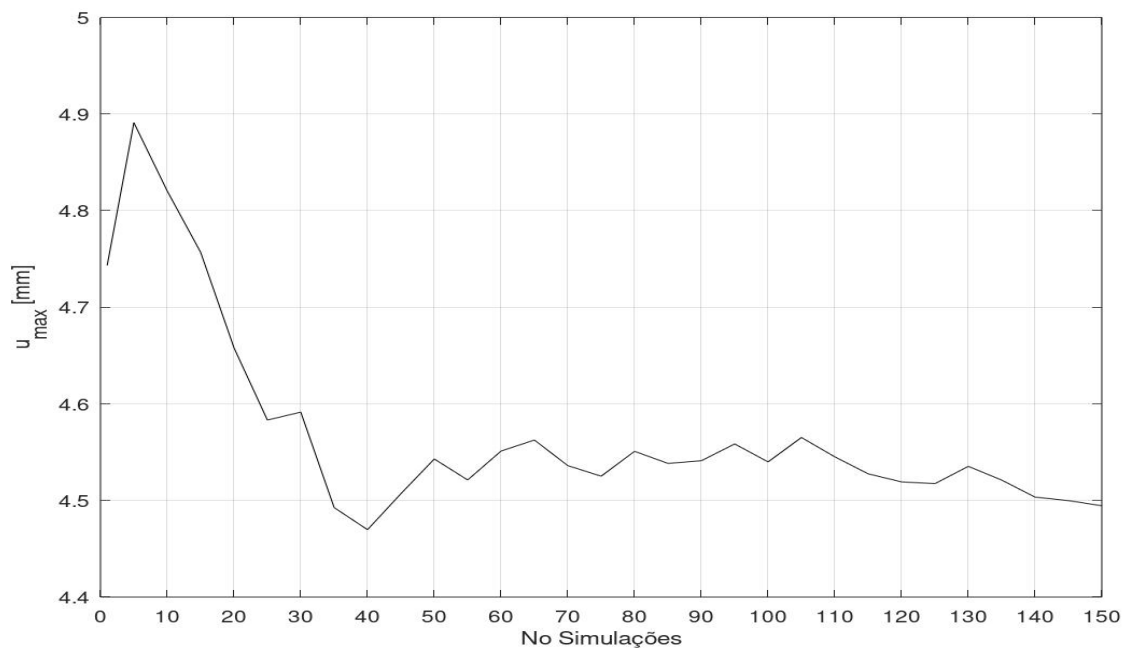


Figura 6.12: gráfico de deslocamento máximo do nó central da ponte por nº de simulações.

Observando a Figura 6.12 percebe-se que a estabilidade da resposta dinâmica da estrutura ocorre a partir de 45 simulações, pois os deslocamentos calculados a partir dessa quantidade de simulações concentram-se no intervalo de 4,5 a 4,6 mm de modo a diferença nos resultados ocorria na terceira casa decimal desses valores. Sendo assim, define-se a quantidade de simulações que devem ser realizadas nas análises dinâmicas que envolvem o veículo se deslocando em pavimentos irregulares pela ponte é 50.

Em relação aos perfis de irregularidades do pavimento utilizados, na Tabela 6.11 estão apresentados alguns dados estatísticos para alguns dos casos analisados na determinação da quantidade de simulações necessárias para obtenção da resposta dinâmica do sistema veículo estrutura.

Tabela 6.11: dados estatísticos dos perfis de irregularidade do pavimento para alguns dos casos analisados.

Quantidade de perfis gerados	Elevação da irregularidade do pavimento (v_b), em cm			
	Máximo	RMS	Médio	Desvio Padrão
1	4,5309	2,225	1,9675	1,0393
50	3,8353	1,8904	1,6152	0,9661
150	3,8519	1,8712	1,5866	0,9744

Na Figura 6.13 apresenta-se alguns dos perfis de pavimento utilizados nas análises dinâmicas.

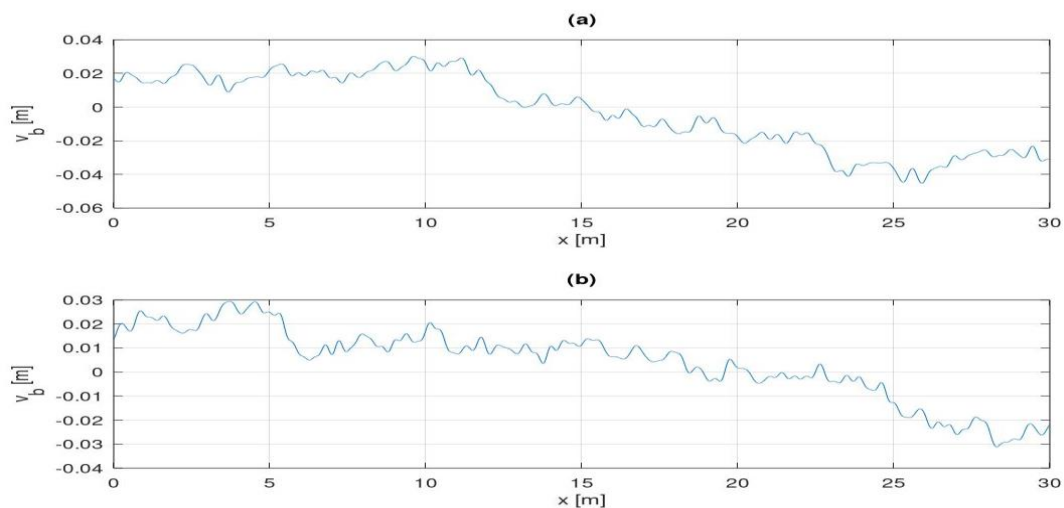


Figura 6.13: perfil de irregularidades do pavimento ao longo da extensão da ponte (a) simulação n° 1 e (b) simulação n° 50.

6.1.8 Análise Dinâmica da Ponte Considerando o Peso do Veículo e o Efeito da Irregularidade do Pavimento

Para geração dos resultados dessa seção do trabalho, foi feita a mesma simulação da seção anterior, porém nesse caso considerou-se o efeito da irregularidade do pavimento para montagem do vetor de forças do sistema veículo-estrutura. Novamente os modelos de veículos utilizados foram todos os modelos planos da seção 4.1 do presente trabalho. Quanto

à velocidade dos veículos e o passo de tempo de integração, os valores utilizados foram os mesmos da seção 6.1.6.

Após realizar 50 simulações para cada modelo de veículo, são apresentados na Tabela 6.12 os resultados obtidos para o deslocamento máximo médio (u_{\max}) e o deslocamento médio máximo no tempo (u_{tempo}), ambos para o nó central da estrutura.

Tabela 6.12: valores médios do deslocamento máximo e deslocamento no tempo da ponte Rio-Santos.

<i>Veículo</i>	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
$u_{\max}(mm)$	4,5429	4,5305	3,1922	2,8273
$u_{\text{tempo}}(mm)$	2,3939	2,3885	2,1288	2,1399

Nesse caso, nota-se que a resposta média no tempo para cada modelo de veículo teve a mesma ordem de valor, porém quando se compara o deslocamento máximo médio, percebe-se que quanto maior a quantidade de eixos do modelo de veículo, menor o valor do deslocamento calculado.

A causa da redução do deslocamento máximo para os modelos de veículo com mais eixos pode estar atrelada com a forma como o peso do veículo é distribuído nos eixos, pois, como os veículos simulados são simétricos, a distribuição do peso nos eixos é feita de maneira equilibrada. Além disso, para os modelos de veículo III e IV existe um atraso na aplicação da carga devido à distância entre eixos desses modelos, logo isso faz com que em determinado nó seja aplicada uma parcela da carga relativa ao peso do veículo, para alguns passos depois ser aplicado o restante da carga, enquanto que nos veículos I e II a carga é aplicada integralmente uma única vez em cada nó.

6.2 SIMULAÇÃO DA INTERAÇÃO VEÍCULO-ESTRUTURA UTILIZANDO MODELOS DE VEÍCULOS PLANOS E ASSIMÉTRICOS

Após validar todas as sub-rotinas e testar a versão 2D do programa com veículos simétricos, nessa parte do trabalho será realizada a simulação da interação veículo-estrutura com modelos de veículo assimétricos, ou seja, veículos cuja a distância do centro de massa às rodas frontais e traseiras e a distribuição de peso nos eixos são diferentes.

Para isso foram utilizados os modelos de veículo III e IV, sendo que as informações sobre esses veículos estão na Tabela 6.13.

Tabela 6.13: dados dos novos veículos modelados e suas frequências naturais.

<i>Modelo de Veículo</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>
<i>Velocidade(km/h)</i>	60	60
M_v (kg)	10.150	10.150
M_{pd} (kg)	320	320
M_{pt} (kg)	530	530
k_{vsd} (kN/m)	432	432
k_{vst} (kN/m)	1.170	585
k_{vpd} (kN/m)	840	840
k_{vpt} (kN/m)	3.360	1.680
c_{vsd} (kNs/m)	3	3
c_{vst} (kNs/m)	6	6
c_{vpd} (kNs/m)	1	1
c_{vpt} (kNs/m)	1	1
I_{vx} (kgm ²)	32.500	32.500
L_1 (m)	4,1	4
L_2 (m)	1,5	0,8
L_3 (m)	-	2
W_{ed} (%)	46,6	27
W_{et} (%)	53,4	73
f_1 (Hz)	1,6853	1,6856
f_2 (Hz)	2,2721	2,2385
f_3 (Hz)	10,1531	10,1455
f_4 (Hz)	14,7585	10,4079
f_5 (Hz)	-	10,4682

(Fonte: baseado de Santos, 2007)

Observações:

sd e st: significam suspensão dianteira e suspensão traseira, respectivamente;

pd e pt: significam pneu dianteiro e pneu traseiro, respectivamente;

ed e et: significam eixo dianteiro e eixo traseiro, respectivamente;

Em relação à estrutura, os veículos escolhidos foram simulados em duas pontes distintas, que por motivos de organização no modo como os resultados serão apresentados, foram nomeadas como Estrutura 1 e Estrutura 2.

A ponte nomeada como Estrutura 1 refere-se à ponte a Ponte Rio-Santos, obtida de Almeida (2006), e sua seção transversal e dados relativos aos materiais encontram-se na Figura 6.9 e Tabela 6.6, respectivamente. Já a ponte nomeada como Estrutura 2 refere-se à ponte modelada por Ibanathan e Wieland (1987), cujos dados relativos à seção transversal e materiais encontram-se na Figura 6.3 e Tabela 6.3, respectivamente.

Além disso, para cada uma das análises dinâmicas feitas com os modelos de veículos selecionados será calculado o coeficiente de impacto, conforme a equação proposta por Wang (2016):

$$CI = \frac{R_{din}}{R_{est}} \quad (6.5)$$

onde,

CI : coeficiente de impacto vertical;

R_{din} : deslocamento dinâmico máximo;

R_{est} : deslocamento estático máximo;

O resultado obtido para o CI das análises dinâmicas também será comparado com o coeficiente de impacto calculado de acordo com a equação proposta pela norma NBR 7188 (2013):

$$CI_{norma} = 1 + 1,06\left(\frac{20}{Liv + 50}\right) \quad (6.6)$$

em que,

CI_{norma} : coeficiente de impacto calculado de acordo com a equação da norma NBR 7188;

Liv: vão da ponte, em metros (m), conforme o tipo de estrutura. De modo que:

Liv é o próprio valor do vão para estruturas isostáticas;

Liv é a média aritmética dos vãos nos casos de vãos contínuos;

Liv é comprimento do próprio balanço para estruturas em balanço.

Uma vez definida a metodologia a ser utilizada na análise dinâmica das duas estruturas, adiante são apresentados os resultados calculados para cada modelo de veículo.

6.2.1 Resultados da Análise Dinâmica da Passagem dos Veículos III e IV na Estrutura 1

Para cada modelo de veículo foi feita uma simulação com os veículos trafegando em uma pista sem irregularidades no pavimento. Essa simulação teve como finalidade calcular o deslocamento estático máximo na estrutura para que uma comparação com o deslocamento dinâmico máximo da estrutura fosse possível. No caso do cálculo do deslocamento dinâmico máximo, este foi obtido por meio de 50 simulações da passagem de cada veículo em perfis de irregularidades do pavimento para pista Classe “C”.

Depois de concluir a análise estática e dinâmica para cada modelo de veículo, na Tabela 6.14 estão resumidos os principais resultados obtidos para cada veículo simulado.

Tabela 6.14: deslocamento estático, deslocamento máximo médio, coeficiente de impacto, deslocamento no tempo médio e aceleração máxima média para o nó central da Estrutura 1.

<i>Veículo</i>	$u_{est}(mm)$	$u_{max}(mm)$	<i>CI</i>	$u_{tempo}(mm)$
<i>III</i>	0,4947	0,5880	1,1886	0,4924
<i>IV</i>	0,5153	0,5907	1,1463	0,5171

A seguir, nas Figuras 6.14 e 6.15 são apresentados os gráficos com deslocamentos máximos médios e deslocamento médio no tempo para o nó central da ponte, respectivamente para o modelo de veículo III.

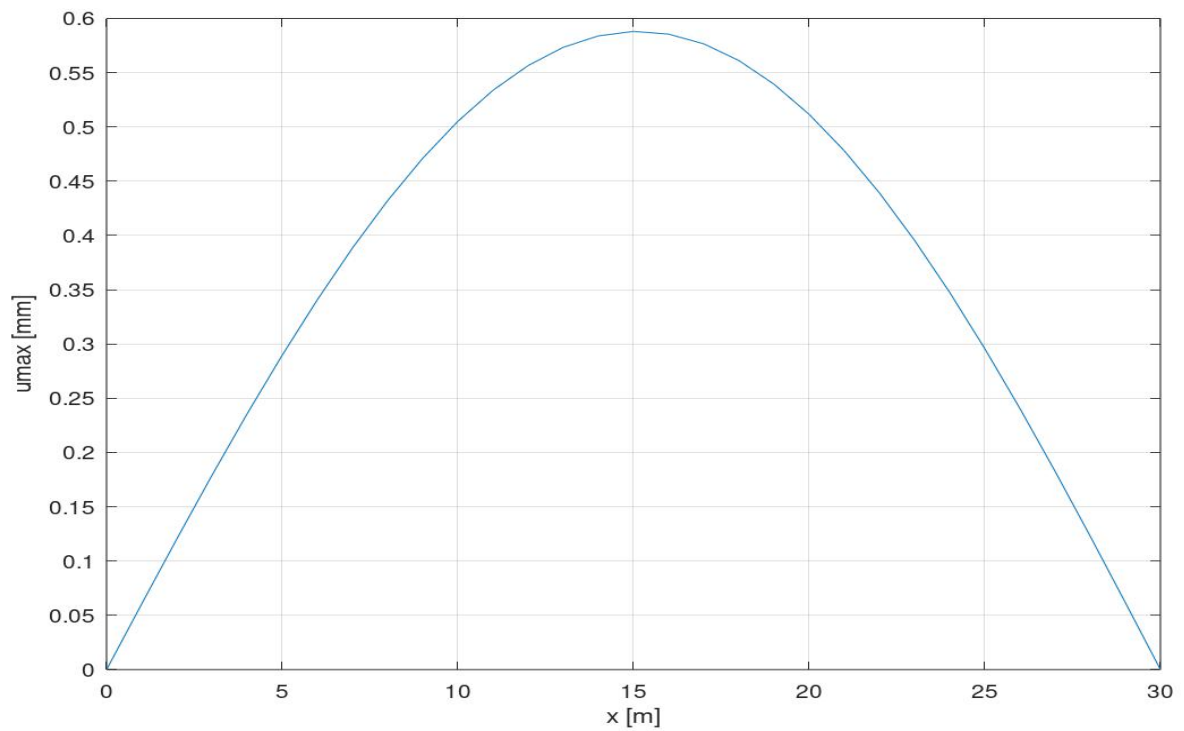


Figura 6.14: deslocamentos máximos médios da Estrutura 1 para passagem do veículo III.

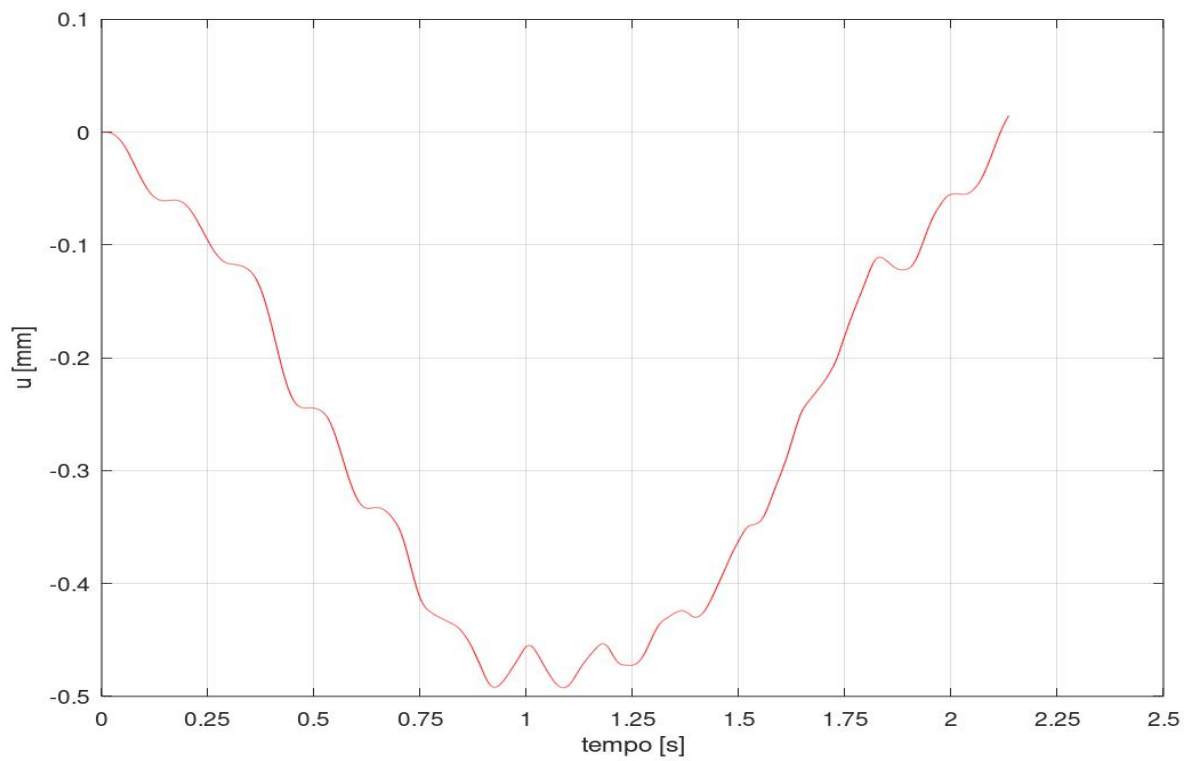


Figura 6.15: deslocamento médio no tempo para o nó central da Estrutura 1 após a passagem do veículo III.

Na Figura 6.16 é mostrado o gráfico de deslocamento no tempo para o nó central da estrutura para simulação nº 1. Essa figura serve apenas para dar uma ideia de como é o comportamento dessas grandezas antes que esse resultado seja utilizado para fazer a média aritmética de todos os pontos obtidos nas 50 simulações e dar origem ao gráfico da Figuras 6.15. Esse gráfico também se refere à passagem do veículo III na ponte.

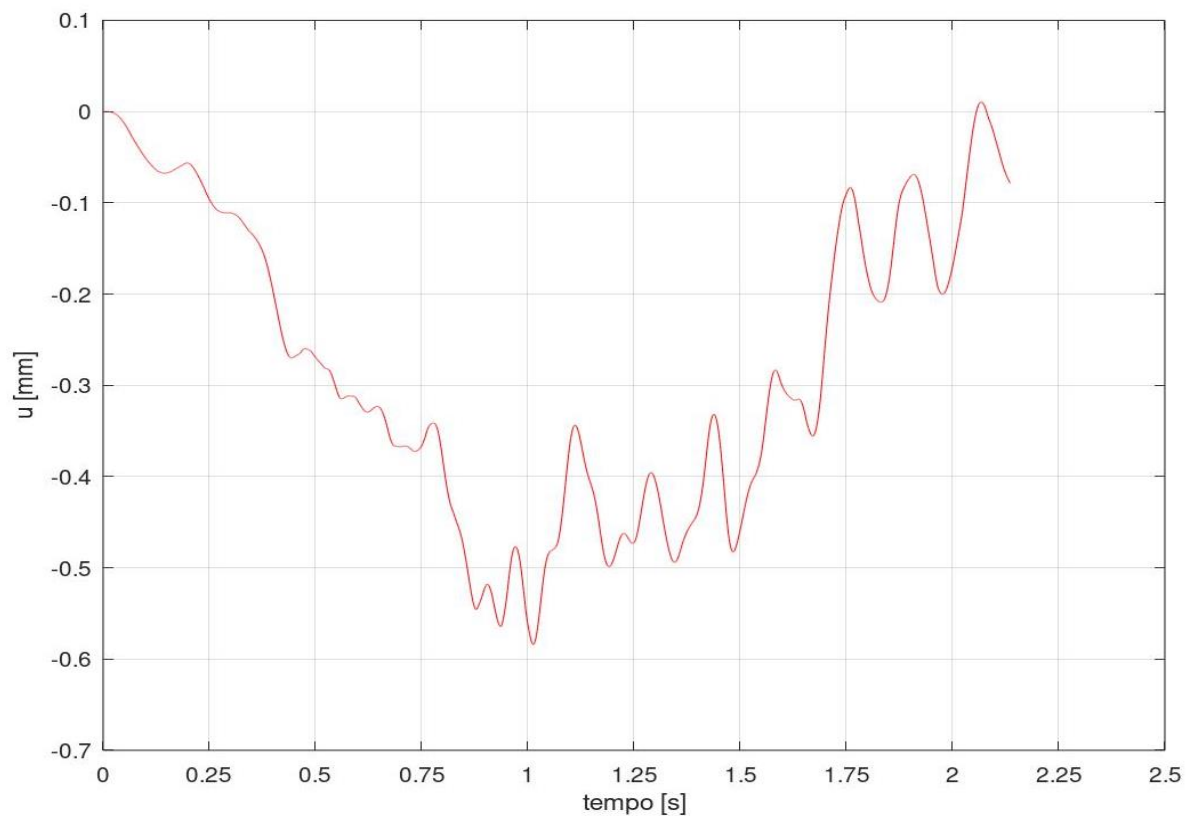


Figura 6.16: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 1 para simulação nº 1 após a passagem do veículo III

O mesmo que foi feito acima para o modelo de veículo III é feito para o veículo IV, logo, na Figura 6.17 à Figura 6.19 são apresentados os gráficos das respostas obtidas com a simulação da passagem do veículo IV pela ponte.

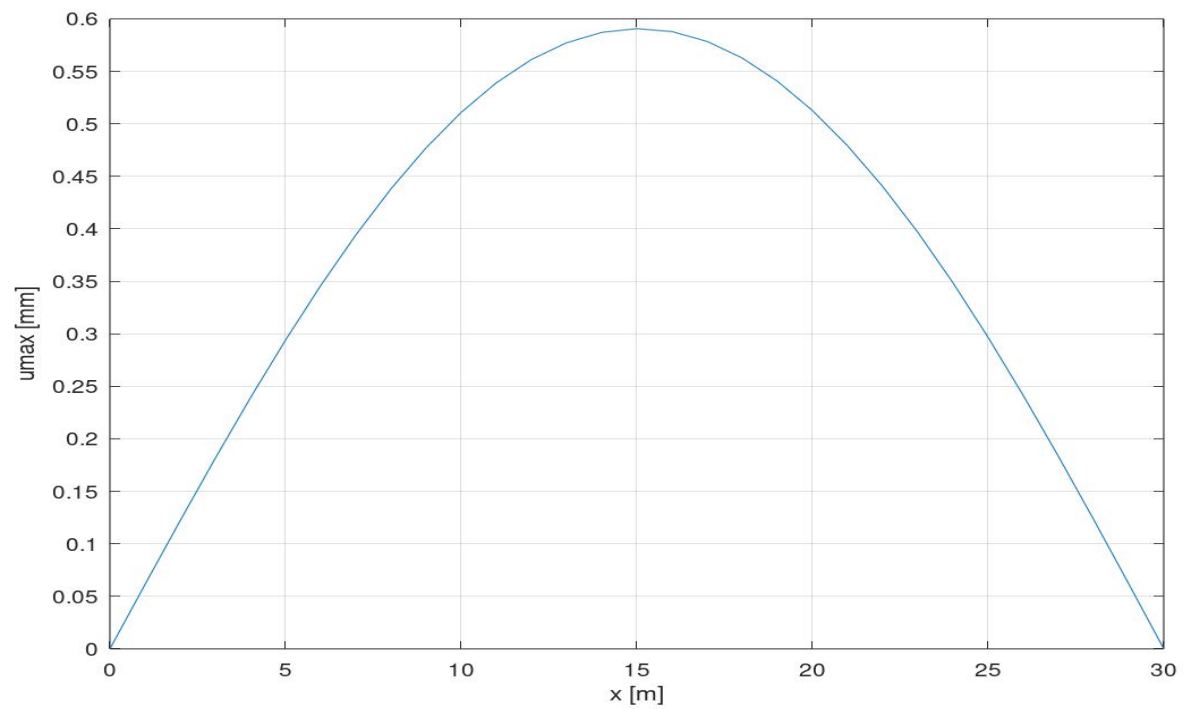


Figura 6.17: deslocamentos máximos médios da Estrutura 2 para passagem do veículo IV.

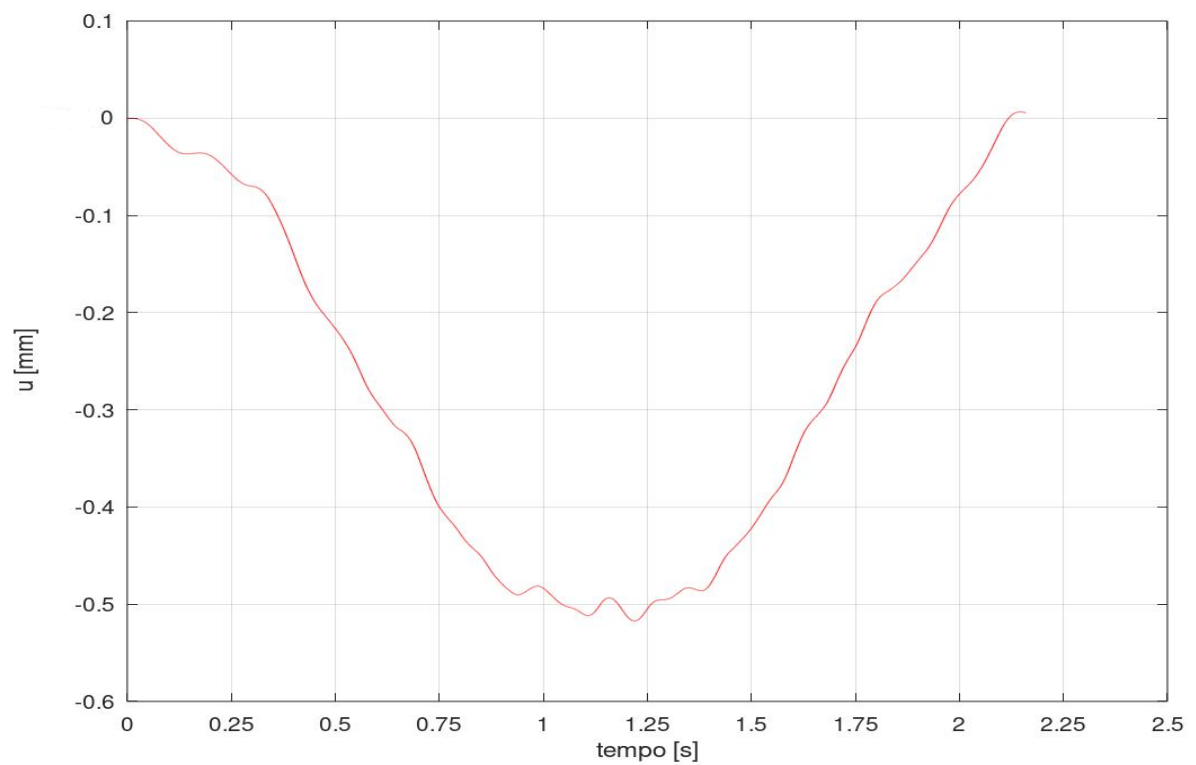


Figura 6.18: deslocamento médio no tempo para o nó central da Estrutura 1 após a passagem do veículo IV.

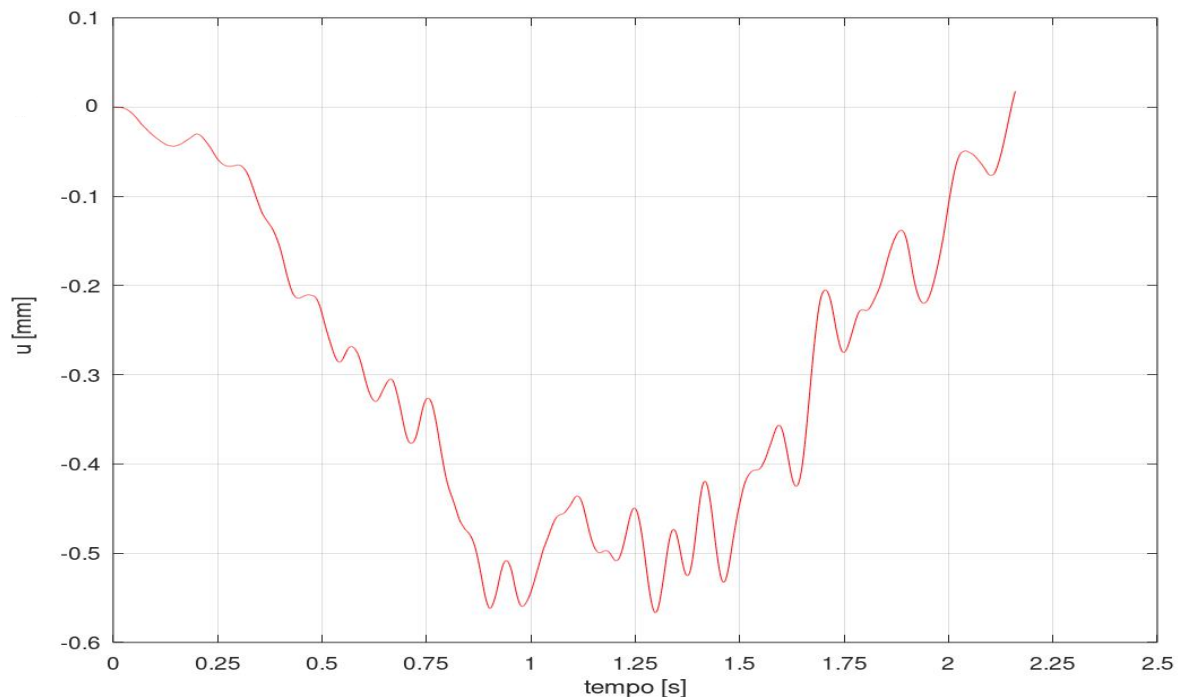


Figura 6.19: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 1 para simulação nº 1 após a passagem do veículo IV.

Sabendo que a Estrutura 1 é uma ponte biapoiada com vão de 30 m, ou seja, o que implica que o valor de L_{iv} seja igual ao vão da ponte. Utilizando a equação (6.6), tem-se que o coeficiente de impacto calculado de acordo com a norma NBR 7188 (2013) vale 1,265. Isso significa que o deslocamento dinâmico admissível para os veículos III e IV deve ser de 0,6258 mm e 0,6519 mm, respectivamente.

Como os deslocamentos dinâmicos máximos calculados para cada um dos modelos de veículo foi menor que o deslocamento calculado utilizando a metodologia da norma NBR 7188 (2013) (ver Tabela 6.14), isso implica que a estrutura avaliada não apresenta problemas com relação a vibrações excessivas.

6.2.2 Resultados da Análise Dinâmica da Passagem dos Veículos III e IV na Estrutura 2

Nessa seção do trabalho foi feita a análise dinâmica da Estrutura 2 submetida à passagem dos veículos III e IV. Novamente, para cada modelo de veículo foi feita uma análise estática e 50 simulações para análise dinâmica.

Após concluir a análise estática e dinâmica para cada modelo de veículo, na Tabela 6.15, resumem-se os principais resultados obtidos para cada veículo simulado.

Tabela 6.15: deslocamento estático, deslocamento máximo médio, coeficiente de impacto e deslocamento no tempo médio para o nó central da Estrutura 2.

<i>Veículo</i>	$u_{est}(mm)$	$u_{max}(mm)$	<i>CI</i>	$u_{tempo}(mm)$
<i>III</i>	1,4253	2,1787	1,5286	1,4805
<i>IV</i>	1,4957	2,1706	1,4512	1,5341

Conforme foi feito na seção 6.2.1 da presente dissertação, apresentam-se os gráficos com os resultados calculados pelo programa para cada um dos veículos. A ordem de apresentação dos gráficos é a mesma da seção 6.2.1, primeiro os resultados do veículo III e depois os resultados do veículo IV.

Dessa forma, da Figura 6.20 à Figura 6.22 são apresentados os gráficos com deslocamentos máximos médios, deslocamento médio no tempo do nó central da ponte e deslocamento no tempo do nó central da ponte para primeira simulação, respectivamente.

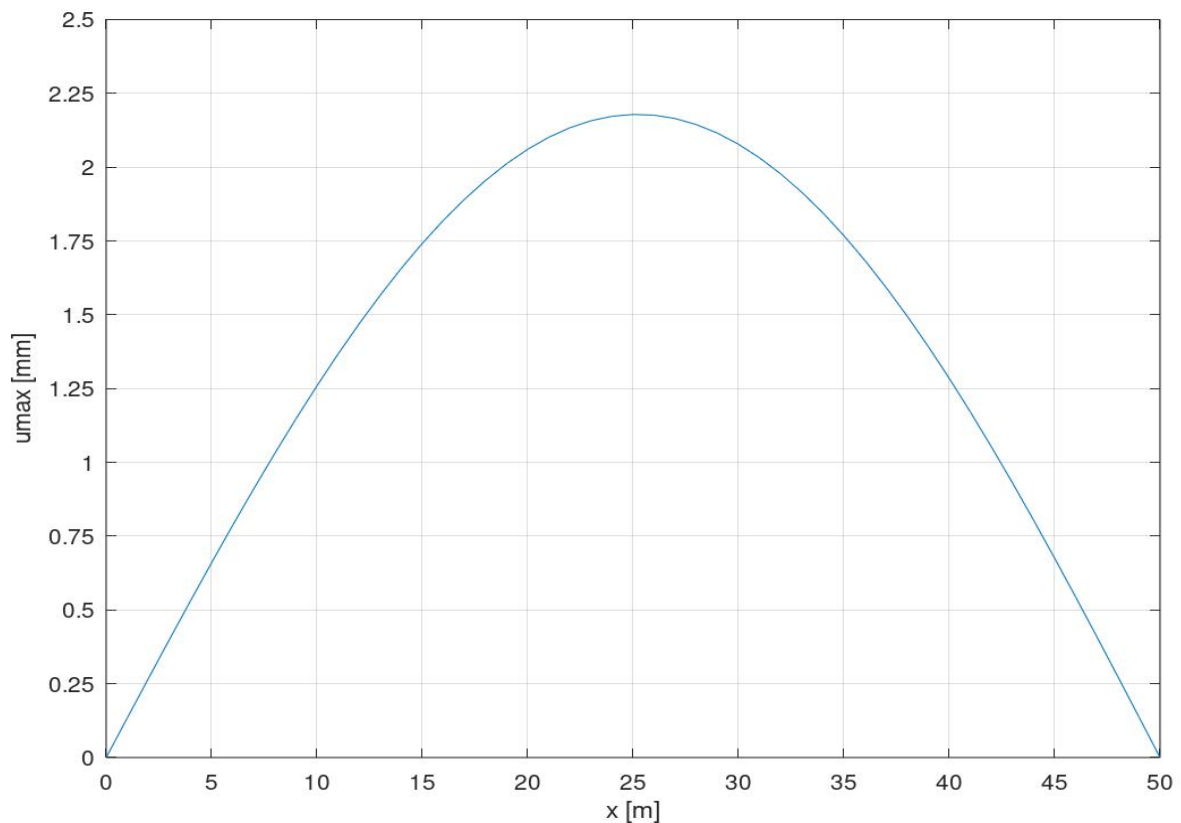


Figura 6.20: deslocamentos máximos médios da Estrutura 2 para a passagem do veículo III.

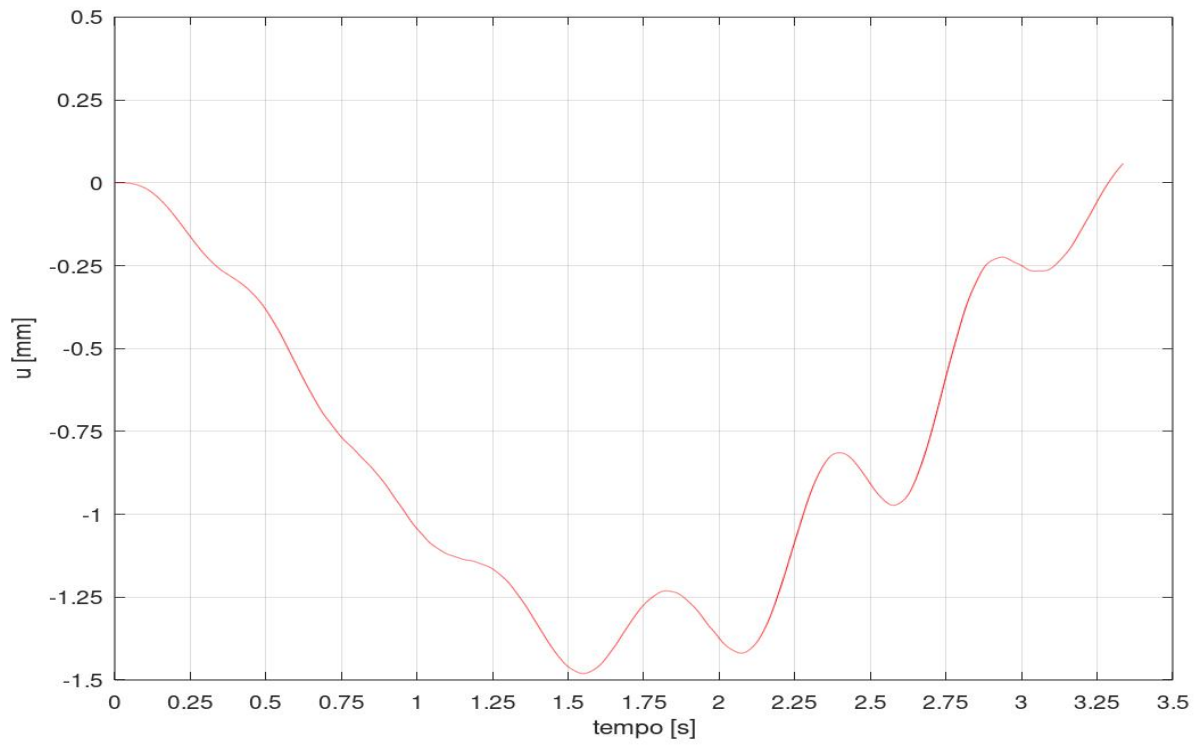


Figura 6.21: deslocamento médio no tempo do nó central da Estrutura 2 para a passagem do veículo III.

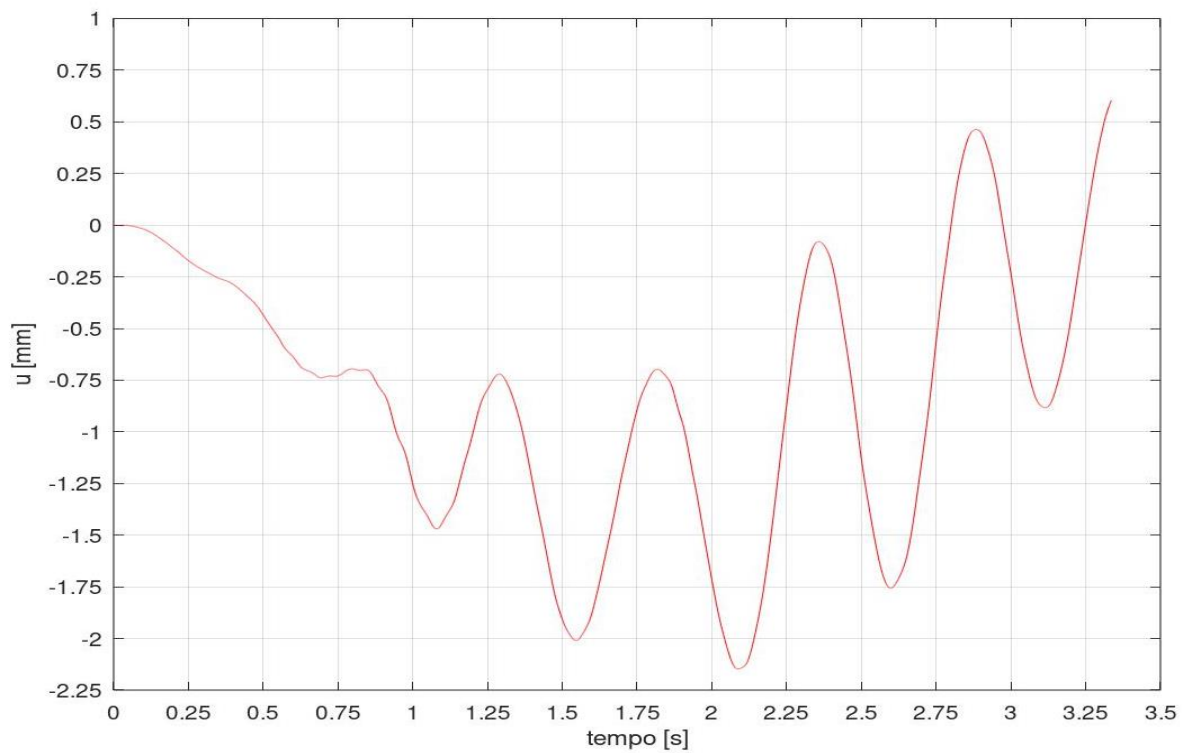


Figura 6.22: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 2 para simulação nº 1 após a passagem do veículo III.

Fazendo o mesmo com o veículo IV, tem-se que, da Figura 6.23 à Figura 6.25, são apresentados os gráficos com deslocamentos máximos médios, deslocamento médio no tempo do nó central da ponte e deslocamento no tempo do nó central da ponte para primeira simulação, respectivamente.

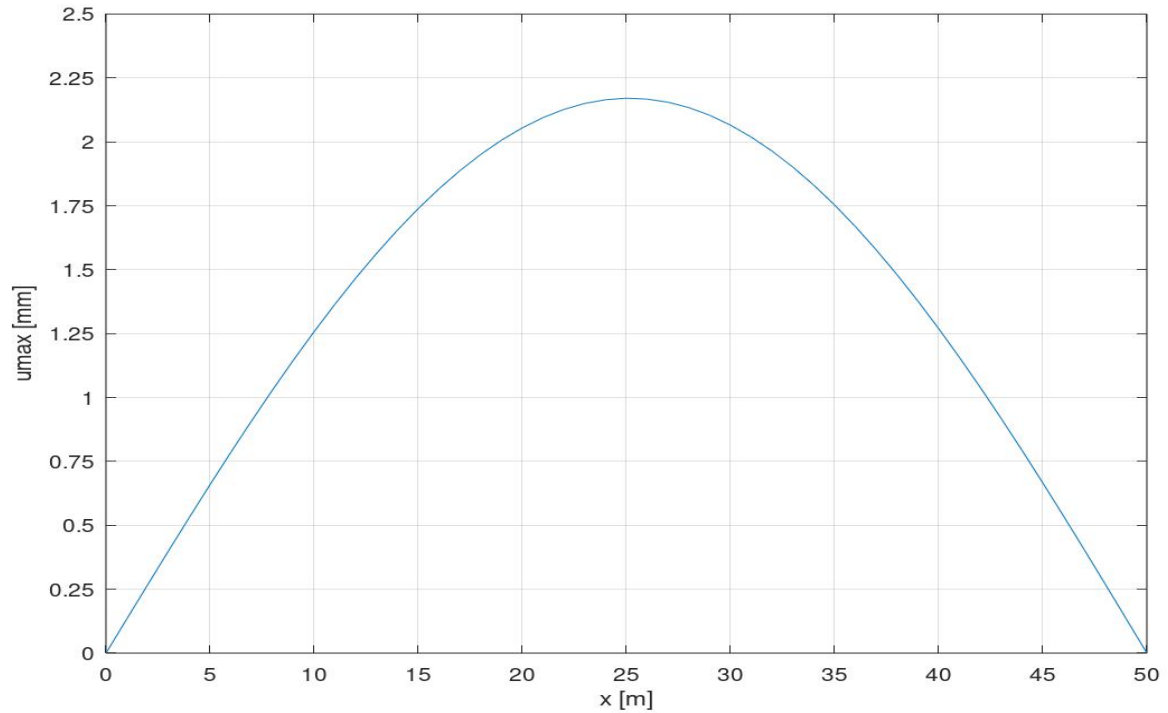


Figura 6.23: deslocamentos máximos médios da Estrutura 2 para passagem do veículo IV.

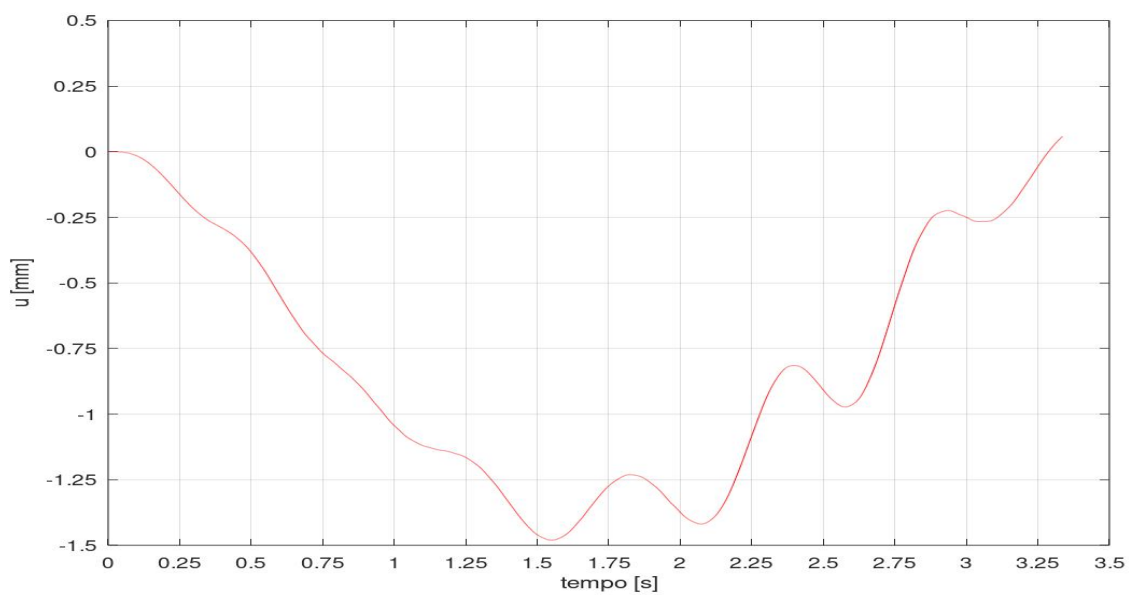


Figura 6.24: deslocamento médio no tempo do nó central da Estrutura 2 para passagem do veículo IV.

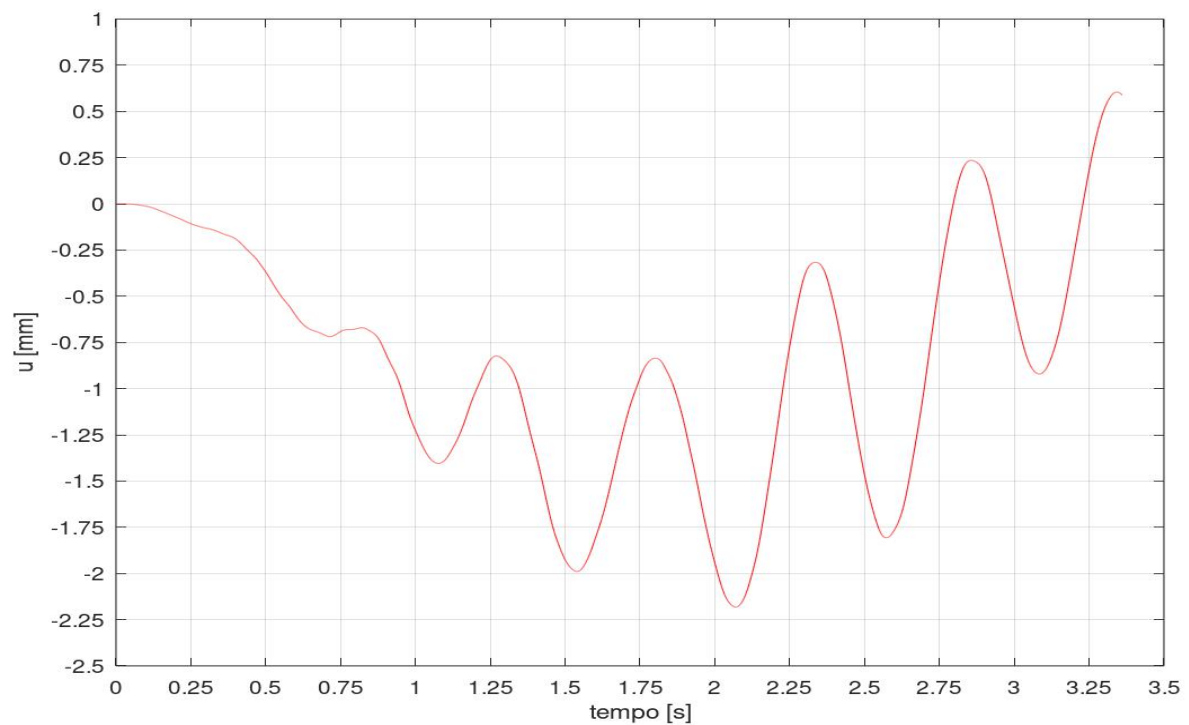


Figura 6.25: deslocamento no tempo do nó central da Estrutura 2 para simulação nº 1 após a passagem do veículo IV.

Em relação aos resultados, como a Estrutura 2 também se refere a uma ponte biapoiada com vão de 50 m, tem-se que o coeficiente de impacto calculado com a eq. (6.6) vale 1,212. Isso implica que o deslocamento dinâmico máximo admissível para cada modelo de veículo de ver 1,7275 mm e 1,8128 mm, representativamente.

Pela verificação da Tabela 6.15 é possível notar que o deslocamento dinâmico calculado pelo programa para os veículos III e IV são bem maiores que os deslocamentos dinâmicos admissíveis calculados de acordo com a NBR 7188 (2013). Isso indica que a Estrutura 2 poderá apresentar problemas relacionados a vibrações.

A causa dessa amplificação dinâmica acentuada nos resultados está relacionada ao fato de ter acontecido o fenômeno de ressonância durante as simulações na Estrutura 2, pois a ponte modelada por Ibanathan e Weiland (1987) tem a frequência fundamental em torno de 2,09 Hz e as frequências do deslocamento vertical (segunda frequência fundamental) dos modelos de veículo são em torno de 2,27 Hz e 2,24 Hz, respectivamente.

A existência desse fenômeno na Estrutura 2 fica comprovada observando os espectros de potência apresentados nas Figuras 6.26 e 6.27 para o resultado do deslocamento no tempo da primeira simulação das passagens de ambos os veículos.

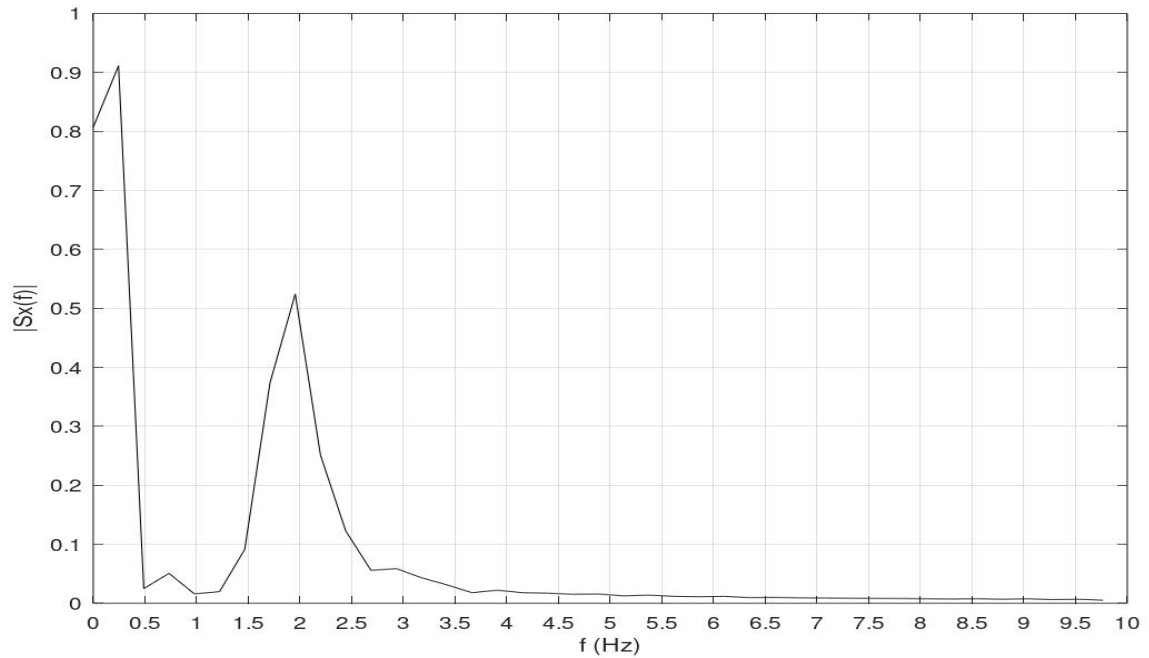


Figura 6.26: Espectro de potência para o deslocamento no tempo da simulação nº 1 para passagem do modelo de veículo III na Estrutura 2.

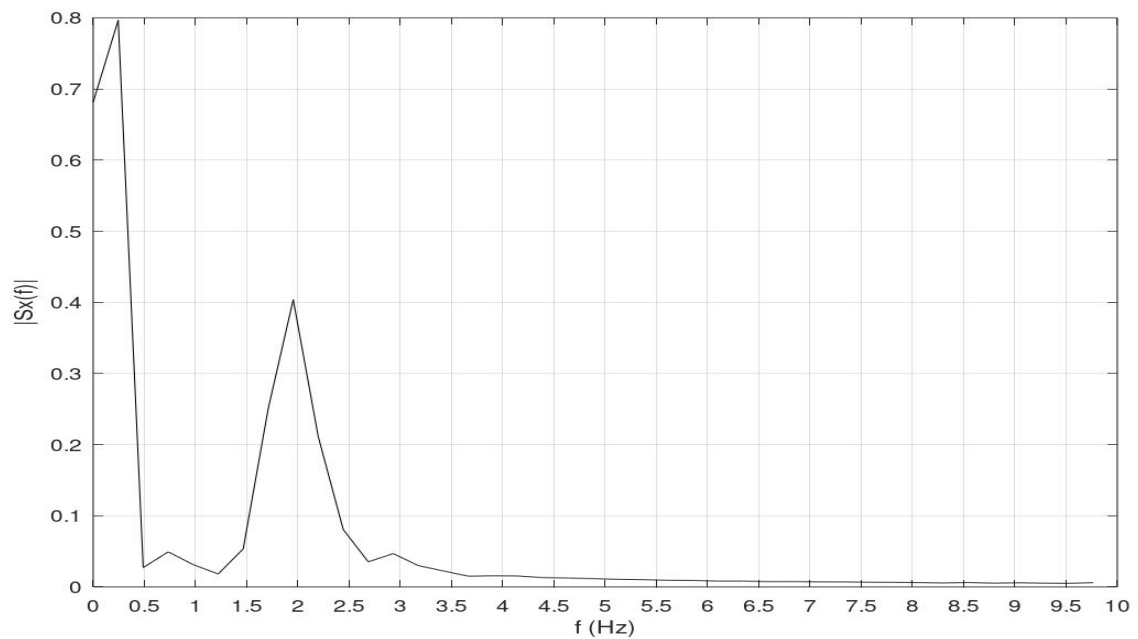


Figura 6.27: Espectro de potência para o deslocamento no tempo da simulação nº 1 para passagem do modelo de veículo IV na Estrutura 2

6.3 VALIDAÇÃO MODELOS 3D

Essa seção do trabalho dedica-se à validação/verificação de algumas das sub-rotinas que integram a parte da modelagem tridimensional proposta na presente dissertação.

6.3.1 Validação do Programa de Elementos Finitos Para Pórtico Espacial

A validação do programa de elementos finitos que monta a matriz de rigidez global, utiliza sub-rotina que faz a montagem da matriz de rotação e resolve problemas estáticos para pórticos espaciais foi feita utilizando um exemplo proposto por Logan (2012). Na Figura 6.28 encontra-se o modelo da estrutura.

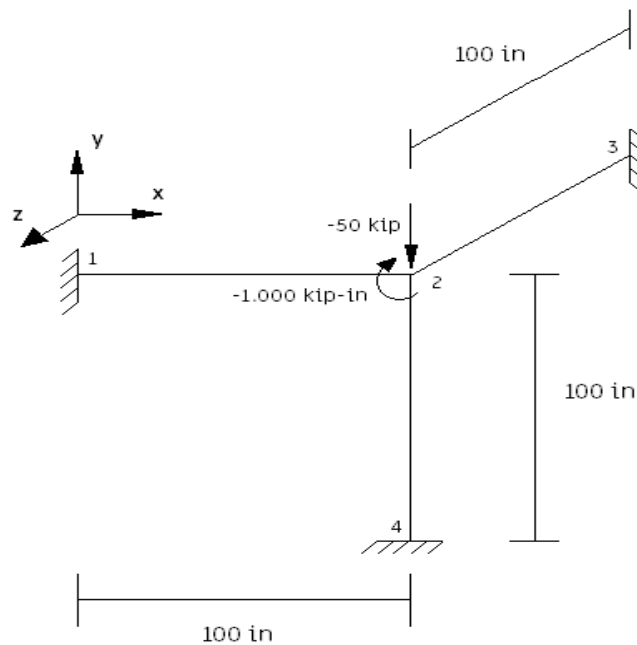


Figura 6.28: Pórtico espacial utilizado na validação. (Fonte: baseado em Logan, 2012)

Na Tabela 6.16 encontram-se as demais características do material que compõe a estrutura.

Tabela 6.16: propriedades geométricas e do material que compõe o material das barras da estrutura.

$n^{\circ}elem.$	E (ksi)	ν	L (in)	A (in^2)	I_z (in^4)	I_y (in^4)	I_x (in^4)
3	30.000	0,5	100	10	100	100	50

Além disso, sobre o nó 2 do pórtico da Figura 6.28 existe uma força na direção y (F_y) com valor de -50 kip e um momento torsor no eixo x (M_x) com valor de -1.000 kip in .

Passando os dados da Tabela 6.16 para o programa e resolvendo o sistema de equações $Ku = f$, foram calculados os valores dos deslocamentos e rotações do nó 2 (único nó sem restrições da estrutura). Esses resultados são mostrados na Tabela 6.17.

Tabela 6.17: comparação dos deslocamentos calculados pelo programa e pela bibliografia.

<i>Deslocamentos</i>	<i>Resultado da bibliografia</i>	<i>Resultado do programa</i>
u_x (in)	$7,098 \cdot 10^{-5}$	$7,09826 \cdot 10^{-5}$
u_y (in)	-0,014	$-1,39961 \cdot 10^{-2}$
u_z (in)	$-2,352 \cdot 10^{-3}$	$-2,35189 \cdot 10^{-3}$
θ_x (rad)	$-3,996 \cdot 10^{-3}$	$-3,99609 \cdot 10^{-3}$
θ_y (rad)	$7,098 \cdot 10^{-5}$	$7,098007 \cdot 10^{-5}$
θ_z (rad)	$-1,033 \cdot 10^{-4}$	$-1,03343 \cdot 10^{-4}$

Comparando os valores dos deslocamentos e rotações do nó 2 calculados pelo programa com os resultados calculados por Logan (2012), observa-se que os valores apresentados na Tabela 6.17 são praticamente idênticos.

Isso significa que o programa de elementos finitos para pórtico espacial desenvolvido no presente trabalho para modelagem tridimensional da ponte, bem como sua sub-rotina que faz a rotação dos elementos do sistema de eixos locais para o sistema de eixos globais estão funcionando perfeitamente e podem ser utilizadas para modelagem de outras estruturas.

Em relação às forças resultantes dos nós 1, 2 e 3 (nós com apoios) da estrutura, os resultados obtidos pelo programa, bem como o balanço das forças e momentos estão na Tabela 6.18.

Tabela 6.18: resultantes dos nós restritos da estrutura.

nó	R_x (kip)	R_y (kip)	R_z (kip)	M_x (kip in)	M_y (kip in)	M_z (kip in)
1	-0,213	0,3178	0,0526	19,9805	-3,1654	18,9907
2	0,0295	7,6968	7,0557	-264,9567	0,9403	0,5167
3	0,1835	41,9854	-7,1083	-235,532	-0,089	-6,0728
Σ	0,0000	50,0000	0,0000	-480,5082	-2,3141	13,4346

Como era de se esperar, o somatório das forças nas direções x , y e z indicou que a estrutura está em equilíbrio, pois, nas direções x e z (direções onde não foram aplicadas forças) o valor do somatório das resultantes foi nulo e na direção y o valor do somatório foi 50 kip , valor oposto a F_y .

6.3.2 Frequências Naturais do Modelo de Veículo *Full Truck*

Para verificação das matrizes de massa e rigidez do modelo *full truck* apresentadas pelas equações. (4.9), (4.10) e (4.11) na seção 4.1 do presente trabalho, foi realizada uma análise das frequências naturais do veículo.

Os dados do veículo foram retirados do trabalho de Santos (2007) e podem ser conferidos na Tabela 6.19.

Tabela 6.19: dados do modelo de veículo *full truck*.

$M_s \text{ (kg)}$	20.600	$k_{sd} \text{ (kN/m)}$	432
$M_{pd} \text{ (kg)}$	320	$k_{st} \text{ (kN/m)}$	585
$M_{pt} \text{ (kg)}$	530	$k_{pd} \text{ (kN/m)}$	840
$I_{vx} \text{ (kgm}^2\text{)}$	65.000	$k_{pt} \text{ (kN/m)}$	1.680
$I_{vy} \text{ (kgm}^2\text{)}$	15.000	$c_{sd} \text{ (kNs/m)}$	3
$L_1 \text{ (m)}$	4	$c_{st} \text{ (kNs/m)}$	6
$L_2 \text{ (m)}$	0,8	$c_{pd} \text{ (kNs/m)}$	1
$L_3 \text{ (m)}$	2	$c_{pt} \text{ (kNs/m)}$	1
$b_1 \text{ (m)}$	1,10	$b_2 \text{ (m)}$	1,10

(Fonte: baseado de Santos, 2007)

Observações:

pd e pt: significam pneu dianteiro e traseiro, respectivamente;

sd e st: significam suspensão dianteira e suspensão traseira, respectivamente;

Fazendo a análise de autovalores e autovetores conforme a eq. (6.3), foram calculadas as frequências naturais do veículo. Na Tabela 6.20 encontram-se os valores calculados, bem como os valores obtidos por Schmidt (2017).

Tabela 6.20: comparação das frequências naturais calculados pelo programa e pela bibliografia.

<i>Modos</i>	<i>Freq. bibliografia (Hz)</i>	<i>Freq. programa (Hz)</i>
1	1,68	1,6734
2	2,15	2,1513
3	2,23	2,2384
4	10,06	10,0608
5	10,14	10,1452
6	10,40	10,4044
7	10,41	10,4079
8	10,46	10,4677
9	10,47	10,4708

Analisando os resultados da Tabela 6.20, pode-se verificar que as frequências naturais calculadas pelo programa apresentaram valores praticamente idênticos aos valores de Schmidt (2017), o que comprova que as equações deduzidas na seção 4.1 do presente trabalho para o modelo de veículo *full truck* estão corretas.

6.3.3 Frequências Naturais do Modelo Tridimensional da Estrutura

Como o programa de elemento finitos para pórtico espacial utilizado no trabalho foi validado para análise estática de estruturas, comprovou-se que o programa faz a rotação dos elementos e monta a matriz de rigidez global da estrutura corretamente.

Sendo assim, resta fazer uma análise dinâmica para que se possa validar a montagem da matriz de massa global. Para isso será feita a verificação das frequências naturais de vibração da ponte proposta por Almeida (2006).

A escolha dessa estrutura se deve a dois fatores:

- A seção transversal da ponte ser do tipo caixão (ver Figura 6.29), o que torna o cálculo do módulo de torção (I_x) da estrutura mais simples pelo fato de existir uma equação para esse tipo de seção transversal;
- A estrutura ter sido validada na seção 6.1.5 do presente trabalho e suas frequências naturais já serem conhecidas.

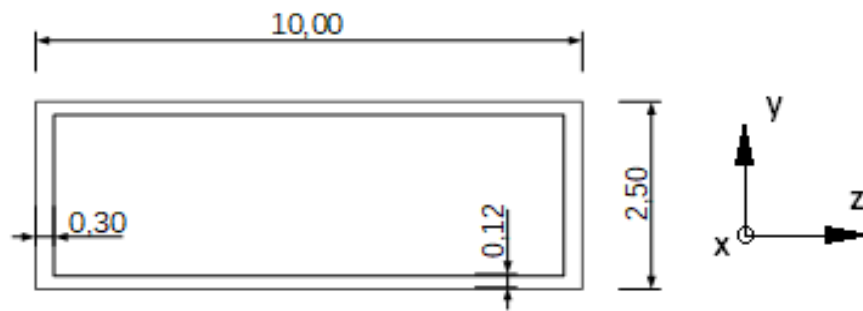


Figura 6.29: seção transversal da ponte Rio-Santos. (Fonte: baseado em Almeida, 2006)

De modo geral, o cálculo do módulo de torção de seções fechadas de parede fina é feito conforme a equação:

$$I_x = \frac{4\bar{A}^2}{\oint \frac{ds}{e}} \quad (6.7)$$

onde,

\bar{A} : área da seção transversal delimitada pelas linhas médias das paredes;

e : espessura da parede da seção;

Quanto a integral de contorno $\oint \frac{ds}{e}$, essa é calculada fazendo o somatório do comprimento médio do lado da seção dividido pela sua respectiva espessura.

Com os dados da seção transversal mostrados na Figura 6.29 o módulo de torção da ponte fica:

$$\bar{A} = (10 - 0,3)(2,5 - 0,12) = 23,086m^2$$

$$\oint \frac{ds}{e} = 2 \left[\frac{(10 - 0,3)}{0,12} + \frac{(2,5 - 0,12)}{0,3} \right] = 177,5333$$

$$I_x = \frac{4(23,086)^2}{177,5333} = 12,0082m^4$$

Na Tabela 6.21 constam algumas propriedades geométricas da seção transversal da ponte, necessárias para modelagem da estrutura com elemento de pórtico espacial. Demais

informações sobre a estrutura e sua discretização podem ser consultadas na Tabela 6.6 da seção 6.1.4 do presente trabalho.

Tabela 6.21: dados da seção transversal da ponte Rio-Santos.

$I_x (m^4)$	$I_y (m^4)$	$I_z (m^4)$	ν
12,01	51,59	3,98	0,2

Utilizando o programa de elementos finitos de pórtico espacial e fazendo a análise de autovalores e autovetores da estrutura, foram obtidas as frequências naturais apresentadas na Tabela 6.22.

Tabela 6.22: frequências naturais do modelo da ponte Rio-Santos.

<i>Modo</i>	<i>Freq Ansys (Hz)</i>	<i>Freq prog (Hz)</i>	<i>Modo</i>	<i>Freq Ansys (Hz)</i>	<i>Freq prog (Hz)</i>
1*	6,2513	6,2875	7*	53,844	56,5894
2	17,471	17,4709	8	58,387	58,3871
3*	24,585	25,1501	9	70,965	70,9652
4	35,050	35,0497	10	89,521	89,5215
5	47,193	51,4746	11*	92,388	100,6108
6	52,845	52,8446	12	108,42	108,6233

Comparando os resultados das frequências naturais da estrutura calculadas pelo *software* comercial *Ansys* com o programa de elementos finitos dessa dissertação, percebe-se que os resultados apresentados na Tabela 6.22 apresentam valores próximos. Portanto, o programa desenvolvido para montagem das matrizes de massa e rigidez da estrutura está apto para ser usado na modelagem tridimensional de outras estruturas com diferentes graus de complexidade.

Além disso, deve-se ressaltar que as frequências naturais que estão assinaladas com um asterisco (*), apresentaram valores iguais as frequências naturais calculadas na seção 6.1.4 da presente pesquisa (ver Tabela 6.7), ou seja, algo esperado que acontecesse, pois se trata da mesma estrutura modelada.

6.4 RESULTADOS PARA SIMULAÇÃO DE UMA ESTRUTURA EXISTENTE

Após concluir a validação das principais sub-rotinas do programa desenvolvido tanto em sua versão 2D quanto na 3D, essa parte do trabalho dedica-se à simulação da passagem de um veículo em uma estrutura real.

O veículo utilizado na simulação é o modelo *full truck*, que consiste em um modelo de caminhão simples com seis rodas, conforme a Figura 6.30. Os dados desse veículo encontram-se na Tabela 6.19 da seção 6.3.2 da presente dissertação.

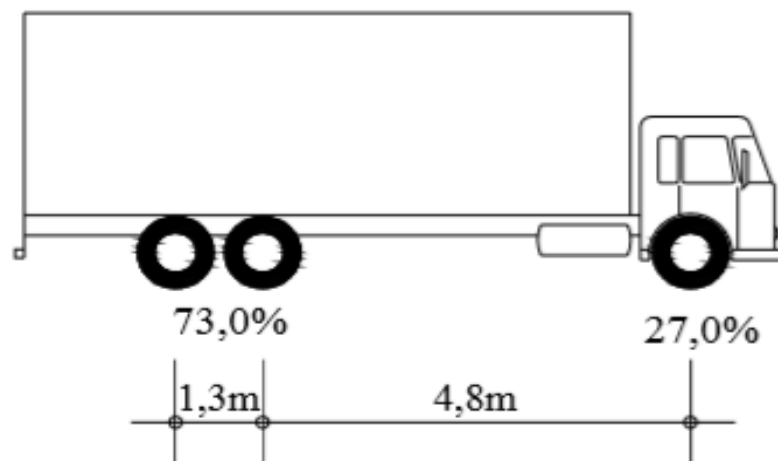


Figura 6.30: representação plana de um caminhão realista, distância entre os eixos e distribuição do peso em cada eixo. (Fonte: Santos, 2007).

Em relação à estrutura, foi escolhida a ponte do porto de Sepetiba, localizada no estado do Rio de Janeiro. A escolha dessa estrutura se deve ao fato de informações como por exemplo, seção transversal, dimensões da estrutura e características dos materiais da ponte serem facilmente encontrados na tese de Santos (2007). Além disso, a maneira como o autor modelou a estrutura serviu como base para o modelo utilizado no presente trabalho. Mais informações sobre a forma que a estrutura foi modelada, assim como resultados obtidos serão apresentadas nas próximas seções da presente dissertação.

6.4.1 Modelagem Numérica da Ponte

A ponte do porto de Sepetiba possui dois trechos, sendo um no sentido Norte-Sul e outro no sentido Leste-Oeste. Cada trecho possui 44 vãos típicos de 12 m cada e mais 4 vãos restantes

(próximos aos encontros e juntas de dilatação) de 10,25 m, totalizando 569 m de extensão em cada trecho, Santos (2007).

Tendo como base a forma como Santos (2007) representou a estrutura, foram modelados 3 vãos típicos de 12 m da ponte original e em cada extremidade (anterior e posterior) ainda foram considerados mais meio vão, com condições de contorno relativas à simetria do vão e continuidade da superestrutura, conforme mostra a Figura 6.31.

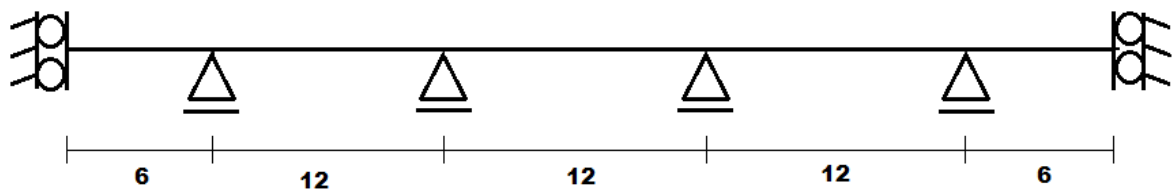


Figura 6.31: representação 2D da parcela da ponte modelada (unidades em metros).

A partir da representação da estrutura apresentada na Figura 6.29, a ponte foi discretizada com uma única linha formada por elementos de pórtico espacial de comprimento unitário, totalizando 48 elementos. Na Figura 6.32 é apresentada a seção transversal da ponte e na Tabela 6.23 são apresentados os dados da seção transversal da estrutura e do material que a compõe.

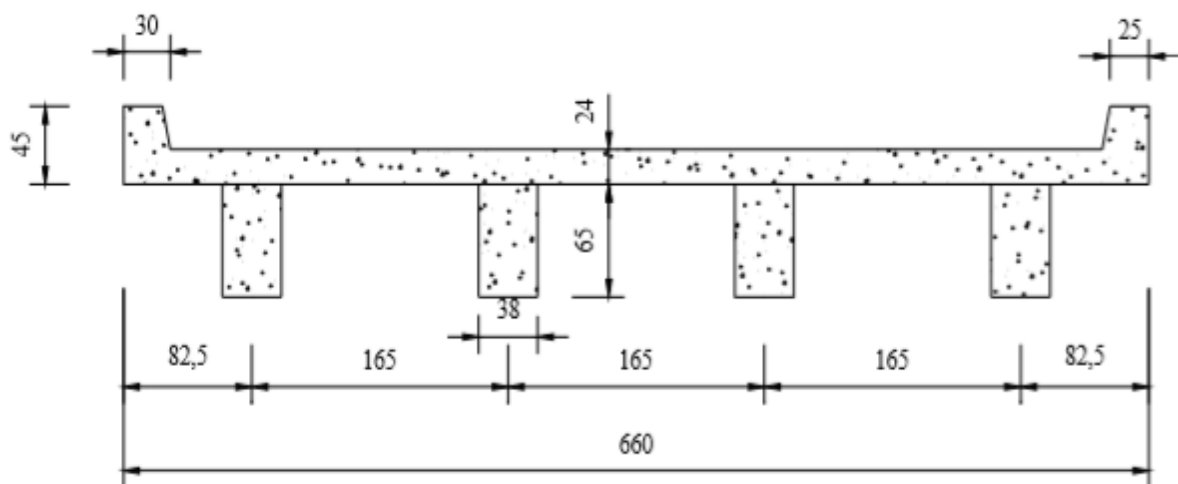


Figura 6.32: seção transversal da ponte do porto de Sepetiba (unidades em cm). (Fonte: Santos, 2007).

Tabela 6.23: Dados dos elementos, seção transversal e material da ponte do porto de Sepetiba.

L (m)	48	ν	0,2
$N^{\circ}elem.$	48	ρ (kg/m ³)	2.500
$N^{\circ}nós$	49	I_y (m ⁴)	10,3753
E (GPa)	22,5	I_z (m ⁴)	0,1822
A (m ²)	2,698	I_x (m ⁴)	4,8135

6.4.2 Frequências Naturais da Ponte

Antes de prosseguir para as análises dinâmicas da estrutura, foi feita a análise de frequências naturais da ponte com a finalidade de verificar se as matrizes de massa e rigidez da estrutura estavam montadas corretamente e se as condições de contorno da estrutura eram suficientes para não causar algum tipo de instabilidade numérica nas operações de cálculos que necessitam dessas matrizes.

Os resultados calculados pelo programa foram comparados com os resultados calculados pelo *software Ansys*, cujos resultados podem ser consultados na Tabela 6.24.

Tabela 6.24: primeiras 16 frequências naturais da estrutura analisada.

<i>Modo</i>	<i>Ansys(Hz)</i>	<i>Programa(Hz)</i>	<i>Modo</i>	<i>Ansys(Hz)</i>	<i>Programa(Hz)</i>
1	8,4846	8,5042	9	49,141	49,6648
2	9,8972	9,9211	10	54,638	54,6379
3	13,250	13,2852	11	54,638	54,6379
4	17,115	17,1654	12	54,638	54,6379
5	19,223	19,2783	13	62,545	62,5446
6	31,256	31,2556	14	75,011	76,5574
7	36,576	36,9175	15	79,222	80,8718
8	42,629	43,0559	16	87,939	89,8574

Através da observação dos resultados apresentados na Tabela 6.24 percebe-se que as frequências naturais da estrutura calculadas pelo programa apresentam valores próximos aos obtidos pelo *software Ansys*. Dessa forma, conclui-se que as condições de contorno aplicadas no modelo da ponte são suficientes e as matrizes de massa e rigidez do modelo numérico da estrutura estão montadas corretamente.

Com a análise das frequências naturais ainda é possível definir alguns parâmetros para montagem da matriz de amortecimento da estrutura. No caso do presente trabalho, a matriz de amortecimento foi tomada como sendo proporcional a sua matriz de rigidez, com uma razão de amortecimento (ξ) igual a 3% para a primeira frequência natural da ponte ($f_1 = 8,5042\text{Hz}$).

6.4.3 Análise Dinâmica da Ponte

A análise dinâmica da ponte foi feita em duas etapas, a primeira considerando a passagem do modelo de veículo *full truck* sobre a ponte sem a influência das irregularidades do pavimento. Essa simulação tem como finalidade o cálculo do deslocamento estático máximo que posteriormente será utilizado para o cálculo do coeficiente de impacto e comparado com o valor desse coeficiente obtido conforme o procedimento da norma NBR 7188 (2013).

A segunda etapa consiste na simulação da passagem do veículo considerando perfis de irregularidades para uma pista de classe “C”. Foram realizadas 50 simulações com o veículo trafegando sobre a estrutura a uma velocidade constante de 60 km/h e o intervalo de tempo utilizado no processo de integração foi de 0,001 s. Os valores da velocidade e intervalo de tempo mencionados também foram utilizados na primeira análise.

Quanto à localização do veículo na ponte, para ambas análises realizadas, o veículo foi posicionado trafegando na Faixa 2 com rodas da direita e esquerda posicionadas com as excentricidades em relação ao eixo da ponte apresentadas na Figura 6.33.

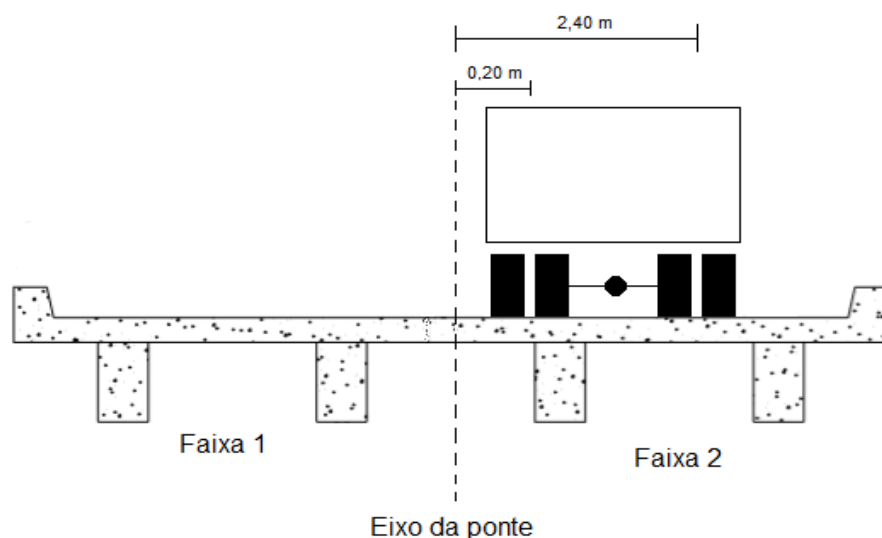


Figura 6.33: posição do veículo em relação ao eixo da ponte. (Fonte: baseado em Santos, 2007).

Após fazer a análise estática da ponte, os resultados são apresentados nos gráficos com o deslocamento no tempo para o nó central da estrutura (Figura 6.34) e deslocamento máximo de cada nó da ponte (Figura 6.35).

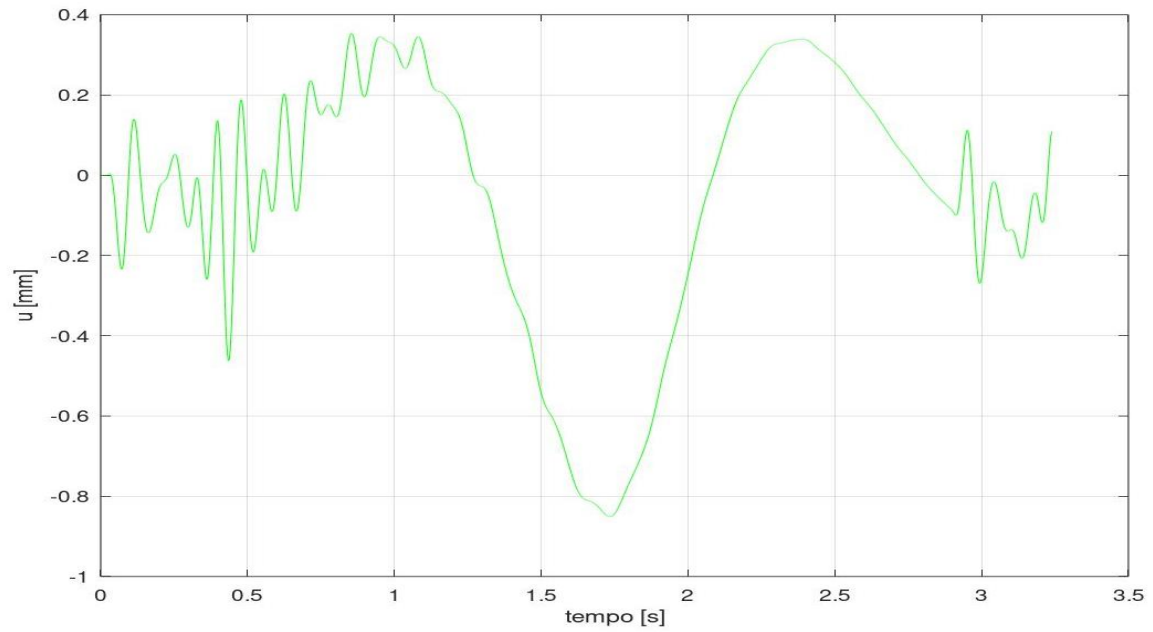


Figura 6.34: deslocamento no tempo para o nó central da ponte obtido na análise estática.

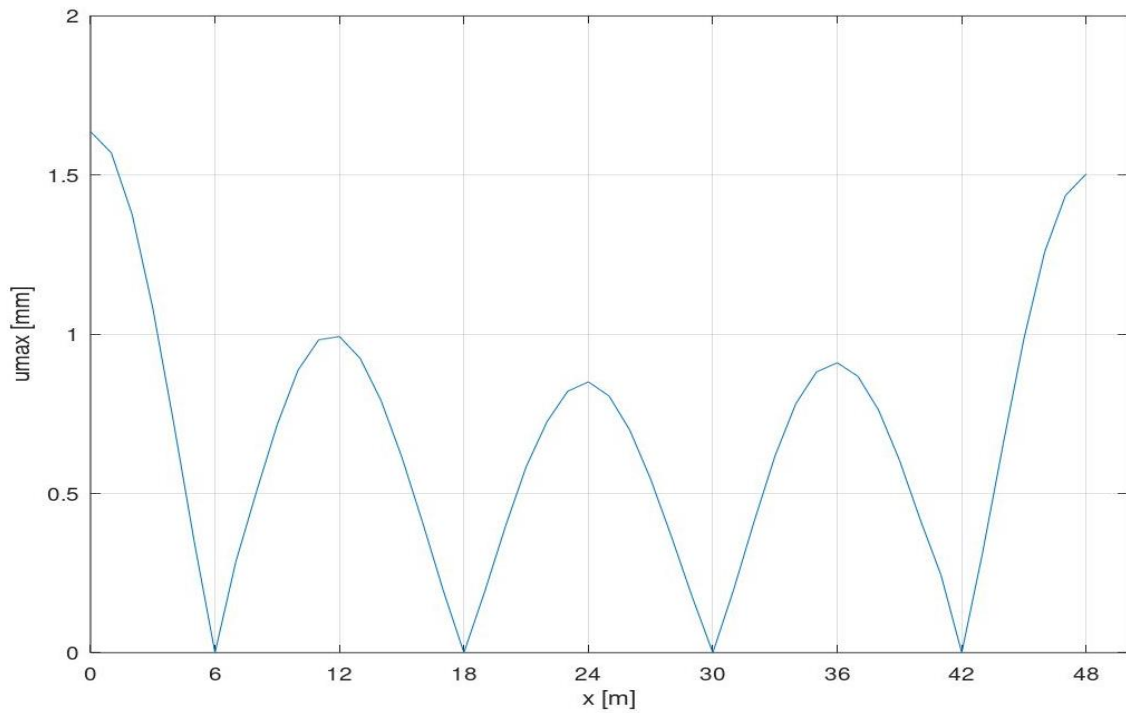


Figura 6.35: deslocamentos máximos da ponte obtidos na análise estática.

O deslocamento estático máximo (u_{est}) obtido para o nó central foi de 0,8508 mm.

Dando sequência às simulações, após realizar as 50 simulações da passagem do veículo sobre perfis de pista classe “C”, na Tabela 6.24 são apresentados os principais resultados para o nó central da estrutura, assim como nas Figuras 6.36 e 6.37 são apresentados os gráficos com os deslocamentos máximos médios da ponte, deslocamento média no tempo do nó central da ponte, respectivamente.

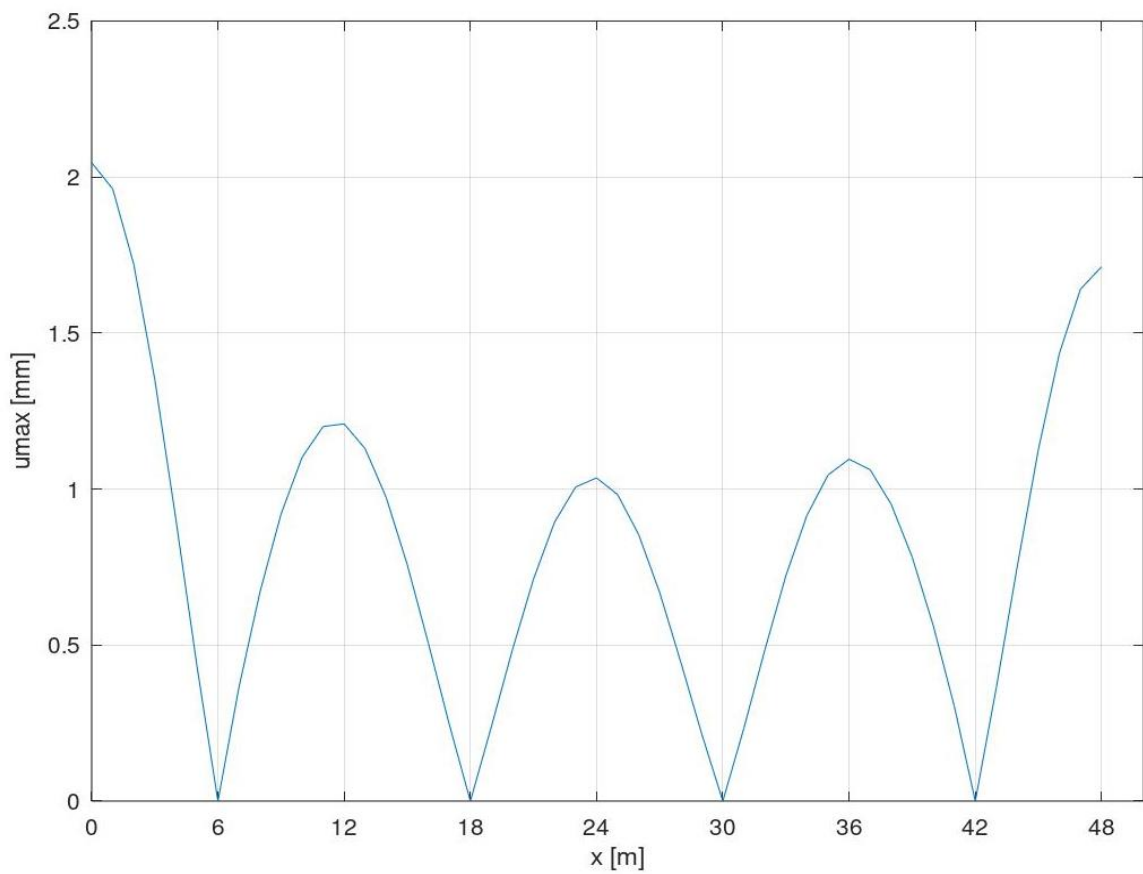


Figura 6.36: deslocamentos máximos médios em cada nó da ponte calculados na análise dinâmica.

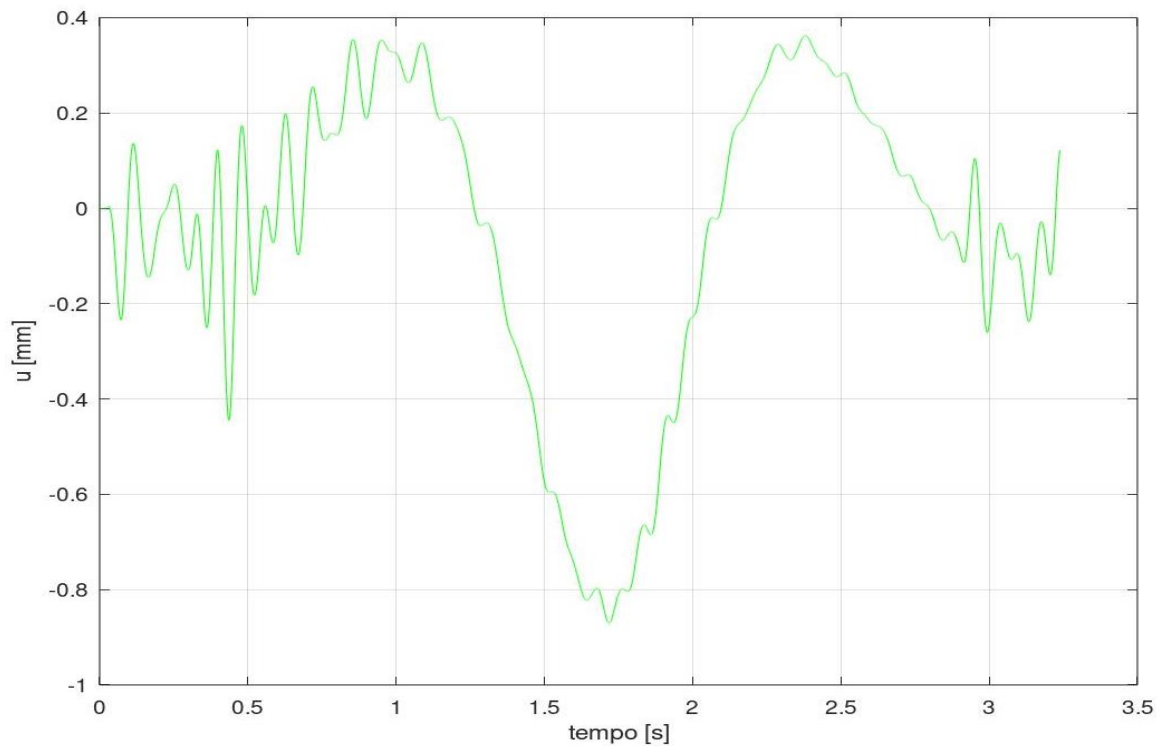


Figura 6.37: deslocamento médio no tempo do nó central da ponte calculados na análise dinâmica.

Tabela 6.25: deslocamento máximo médio, deslocamento médio no tempo e tempo computacional para realizar as 50 simulações da estrutura.

$u_{max}(mm)$	$u_{médio\ tempo}(mm)$	Tempo Computacional (s)
1,0359	0,8701	3.487,4

Conhecendo o deslocamento dinâmico máximo da ponte e seu valor estático, utiliza-se a equação (6.5) para calcular o coeficiente de impacto na estrutura.

Substituindo o valor u_{max} e u_{est} na eq. (6.5), tem-se:

$$CI = \frac{1,0359}{0,8508}$$

$$CI = 1,2176$$

Com a análise dinâmica realizada para estrutura, obteve-se um coeficiente de impacto com valor igual a 1,2176. Isso significa que o deslocamento dinâmico calculado pelo programa foi aproximadamente 22% maior que o deslocamento estático calculado considerando apenas o peso do veículo se movimentando na ponte.

Em relação às recomendações da norma NBR 7188 (2013), o cálculo do coeficiente de impacto para pontes com vãos entre 10 m e 200 m é feito de acordo com a eq. (6.6).

Sendo assim, como o modelo da estrutura em questão possui três vão contínuos de 12 m e dois balanços de 6 m, o valor de L_{iv} utilizado para calcular o valor do coeficiente de impacto de acordo com a equação da NBR 7188 (2013) é de 24 m. Substituindo o valor de L_{iv} na equação (6.6), resulta:

$$CI_{norma} = 1 + 1,06\left(\frac{20}{24 + 50}\right)$$

$$CI_{norma} = 1,2865$$

Com o valor do coeficiente de impacto calculado de acordo com a NBR 7188 (2013), percebe-se que deslocamento dinâmico máximo da estrutura deve ser de 1,0946 mm, ou seja, aproximadamente 28% maior que o valor do deslocamento estático.

Comparando o resultado obtido com as simulações realizadas no programa desenvolvido, conclui-se que como o resultado calculado é menor que o valor estimado pela norma, isso significa que a ponte analisada não apresenta amplificação dinâmica da resposta muito considerável.

A causa da falta de amplificação dinâmica na resposta obtida pelo programa está relacionada a diversos fatores, como por exemplo, a distância entre as rodas do veículo e a maneira como o peso se distribui em cada eixo o que faz com que as cargas do veículo sejam aplicadas de forma escalonada sobre um determinado nó da estrutura, as frequências naturais da ponte e do veículo serem diferentes o que evita que a estrutura entre em ressonância, a geração de todos os perfis de irregularidades do pavimento serem gerados em um intervalo de frequências estabelecido pela norma ISO 8608 (1995) e o fato das simulações feitas considerarem apenas a passagem de um veículo na ponte.

7 CONCLUSÕES FINAIS

O objetivo desta dissertação de mestrado era desenvolver um programa para análise dinâmica no domínio do tempo da interação veículo-estrutura-pavimento, bem como a comparação dos resultados obtidos pelo programa com a metodologia proposta pela norma brasileira de pontes, a NBR 7188 (2013).

Em relação ao programa, este foi implementado na linguagem *Octave* e teve duas versões desenvolvidas e testadas, uma em 2D, que discretiza a ponte com elementos de viga e utiliza modelos planos de veículo, e outra em 3D, que discretiza a ponte com elementos de pórtico espacial e utiliza modelos completos de veículos. Para ambas as versões do programa desenvolvido as irregularidades do pavimento foram modeladas de acordo com a metodologia proposta pela ISO 8608 (1995). Sendo assim, pode-se afirmar que o objetivo de desenvolver um programa para análise dinâmica no domínio do tempo da interação veículo-estrutura-pavimento foi alcançado, visto que duas versões do programa foram implementadas, de forma que a versão 3D é um aprimoramento da versão 2D do programa.

No caso dos resultados obtidos, foram feitas simulações com as duas versões do programa, utilizando pontes fictícias e existentes e modelos de veículos simétricos e assimétricos de maneira que em todas as simulações realizadas foi utilizado apenas um veículo trafegando na ponte.

Da análise dos resultados da versão 2D e da versão 3D do programa, pode-se concluir que em alguns casos o coeficiente de impacto calculado pelo programa quando comparado com o coeficiente de impacto calculado de acordo com a metodologia da NBR 7188 (2013) apresentou resultados menores. Esses resultados menores estão relacionados às simulações feitas com as pontes existentes, a saber, a ponte Rio-Santos e a ponte do porto de Sepetiba, pois, como essas estruturas são concebidas para não terem problemas com vibrações excessivas, suas frequências naturais são superiores às frequências naturais do veículo e à frequência de excitação das irregularidades do pavimento.

Os casos em que o coeficiente de impacto calculado pelo programa foi maior que o coeficiente de impacto calculado pela norma está atrelado justamente ao fato de ter ocorrido o fenômeno de ressonância na análise dinâmica da estrutura.

Além disso, deve-se salientar que o coeficiente de impacto calculado de acordo com a NBR 7188 (2013) é uma função exclusiva do vão da ponte, por conta disso seu valor de coeficiente de impacto é mais conservador que o coeficiente de impacto calculado pelo programa, pois, no caso do programa leva-se em consideração a velocidade do veículo, a forma como o peso do mesmo se distribui em cada roda, as irregularidades do pavimento e o atraso das rodas em relação à passagem dos nós da estrutura.

7.1 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

A seguir são apresentadas algumas sugestões para outras pesquisas em que o presente trabalho possa ser aprimorado e ampliado:

1. Propor um modelo tridimensional mais detalhado do tabuleiro de uma ponte utilizando elementos de pórtico espacial para discretizar as vigas e guarda-rodas além de elementos finitos de casca para discretizar a laje;
2. Ampliar a quantidade modelos de veículo deduzindo as equações de movimento para um caminhão tipo semi-reboque (ver Figura 7.1), bem como o uso de modelo em análises dinâmicas de pontes;



Figura 7.1: exemplo de caminhão semi-reboque. (Fonte: Randall, 2012).

3. Simular situações de tráfego considerando a passagem de comboios compostos pelo mesmo tipo de veículo ou veículos de modelos diferentes em um ou nos dois sentidos da ponte;
4. Verificar o caso da travessia de veículos por irregularidades causadas por ressaltos e juntas de dilatação na entrada da ponte e também situações que as rodas do veículo perdem o contato com o pavimento;

5. Fazer a análise dinâmica transiente da interação veículo-estrutura-pavimento considerando as irregularidades do pavimento em um único ponto da estrutura e tratando o carregamento proveniente dessa irregularidade como uma carga de impacto;
6. Estudar casos de pontes que apresentem problemas de vibrações causados pela passagem de veículos e propor medidas para o controle de vibrações, como por exemplo, o uso de amortecedores de massa sintonizada (TMD).

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Ricardo Santos de. **Análise de Vibrações em Pontes Rodoviárias Induzidas pelo Tráfego de Veículos sobre Pavimentos Irregulares**. 162 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. **Projeto e Execução de Pontes de Concreto Armado e Protendido – NBR 7187**. 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. **Carga Móvel e de Pedestres em Pontes, Viadutos, Passarelas e Outras Estruturas – NBR 7188**. 2013.

BATHE, K-J. **Finite Elements Procedures**. 2 ed. USA, Prentice-Hall, Inc, 2014.

BRAUN, H. **Untersuchungen über Fahrbahnebenheiten**. Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik, 1966.

CALÇADA, Rui Artur Bártolo. **Avaliação Experimental e Numérica de Efeitos Dinâmicos de Cargas de Tráfego em Pontes Rodoviárias**. 460 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2001.

CANTERO, D., OBRIEN, E. J., GONZÁLEZ, A., ENRIGHT, B., ROWLEY, C. **Highway Bridge Assessment for Dynamic Interaction with Critical Vehicles**. In: Furuta, Frangopol & Shinozuka eds. 10th International Conference on Structural Safety, Reliability and Risk of Structures, ICCOSSAR 2009 Osaka, Japan, pp. 3104-3109.

CHANDRUPATLA, Tirupathi R., BELEGUNDO, Ashock D. **Elementos Finitos**. 4 ed. São Paulo: Pearson, 2014.

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. **Dynamics of Structures**. 3 ed. Berkeley: Computers & Structures, Inc, 2003.

FELLIPA, Carlos A. **Introduction to Finite Element Method**. Boulder, 2001.

FOSSATI, Giovani Gaiardo. **Otimização Multiobjetivo dos Parâmetros do Sistema de Suspensão de um Modelo de Veículo Completo Através de um Algoritmo Meta-Heurístico**. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia, Universidade do Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

HIBBELER, R. C. **Estática: mecânica para engenharia**. Tradução Daniel Vieira, 12 ed. São Paulo: Prentice-Hall, 2010.

IBANATHAN, Mahil J., WIELAND, Martin. **Bridge Vibrations Due to Vehicle Moving Over Rough Surface**. ASCE, Journal of Structural Engineering, Vol 113, n° 9, pp 1994-2008, 1987.

INGLIS, C. E. **A Mathematical Treatise on Vibrations in Railway Bridges**. Cambridge Univ. Press, London, 1934.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 8608: Mechanical Vibration – Road Surface Profiles – Reporting of Measured Data**. 1995.

KORTIS, Ján. DANIEL, L'ubos. **The Comparison Between the Results of the Two-Dimensional and Three-Dimensional Models of Vehicle Bridge Interaction**. Elsevier, Procedia Engineering Vol. 111, pp 425-430, 2015.

LOGAN, Daryl L. **A First Course in the Finite Element Method**. 5 ed. Stamford, Cengage Learning, 2012.

MA, L., ZHANG, W., HAN, W. S., LIU, J. X. **Determining the Dynamic Amplification Factor of Mult-Span Concrete Girder Bridges in Highway Using Vehicle-Bridge Interaction Analysis**. Elsevier, Journal of Engineering Structures, vol 181, pp 47-59, 2019.

MCGUIRE, William, GALLAGHER, Richard H., ZIEMIAN, Ronald D. **Matrix Structural Analysis**. 2 ed. 2014.

MELO, Eduardo Souza de. **Interação Dinâmica Veículo-Estrutura em Pequenas Pontes Rodoviárias**. 129 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

MIGUEL, L. F. F. **Introdução ao Estudo de Vibrações - Notas de Aula de ENG03374**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.

RANDALL, James L. **Traffic Recorder Instruction Manual**. 2012. Disponível em: http://onlinemanuals.txdot.gov/txdotmanuals/tri/manual_notice.htm. Acesso em 02 de nov. de 2019.

RAO, S. S. **Mechanical Vibrations**. 5 ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 2004.

SANTOS, Emerson Figueiredo dos. **Análise e Redução de Vibrações em Pontes Rodoviárias**. 178 p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

SCHMIDT, Erika Pina. **Metodologia Para a Análise Dinâmica de Pontes Curvas Sob o Efeito de Trafego Pesado**. 166 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

SEKULIC, D., DEDOVIC, V., RUSSOV, S., SALINIC, S., OBRADOVIC, A. **Analysis of Vibration Effects on the Comfort of Intercity Bus Users by Oscillatory Model with Ten Degrees of Freedom**. Applied Mathematical Modelling, Vol. 37, pp 8629-8644, 2013.

SHINOZUKA, M., JAN, C. M. **Digital Simulation of Random Process and its Applications**. Journal of Sounds and Vibration, Vol. 25, n° 1, pp 111-128, 1972.

STOKES, G. **Discussion of a Differential Equation Relating to the Breaking of Railway Bridges**. Trans. Cambridge Philosophic Soc., vol. 8, 1849.

TIMOSHENKO, S. **Vibration Problems in Engineering**. David Van Nostrand, 3^a ed., 1964.

WANG, Wei, DENG, Lu. **Impact Factors for Fatigue Design of Steel I-Girder Bridges Considering the Deterioration of Road Surface Condition**. ASCE, Journal of Bridge Engineering, vol 21, n° 5, 2016.

WANG, Wei, YAN, Wangchen, DENG, Lu, KANG, Houjun. **Dynamic Analysis of a Cable-Stayed Concrete-Filled Steel Tube Arch Bridge Under Vehicle Loading**. ASCE, Journal of Bridge Engineering, vol 20, n° 5, 2015.

WILLIS, R. **Appendix to the Report of Commissioners Appointed to Inquire into the Application of Iron Railway Structures**. H.M. Stationery Office, London, 1849.

YANG, Yeong-Bin, YAU, Jong-Dar. **Vehicle-Bridge Interaction Element for Dynamic Analysis**. ASCE, Journal of Structural Engineering, 1997.

YANG, Y. B., ZHANG, Bin, WANG, Tianyi, XU, Hao, WU, Yuntian. **Two-Axle Test Vehicle for Bridges: Theory and Applications**. Elsevier, Journal of Mechanical Science, vol 152, pp 51-62, 2019.