
Investigação dos efeitos nucleares na produção de mésons vetoriais no formalismo de dipolos QCD em colisões próton-núcleo

Érison dos Santos Rocha



Porto Alegre 2020

Investigação dos efeitos nucleares na produção de mésons vetoriais no formalismo de dipolos QCD em colisões próton-núcleo

Aluno: Érison dos Santos Rocha
Orientador: Dr. Magno Valério Trindade Machado

Dissertação de Mestrado
Universidade Federal do Rio Grande dos Sul
Porto Alegre

Porto Alegre 2020

Conteúdo

| | |
|---|-------------|
| Agradecimentos | vii |
| Resumo | viii |
| Abstract | x |
| Press | xii |
| Introdução | xiv |
| 1 Colisões núcleo-núcleo e plasma de quarks e glúons | 1 |
| 1.1 Variáveis cinemáticas importantes | 1 |
| 1.1.1 Variáveis do cone de luz | 2 |
| 1.1.2 Rapidez | 3 |
| 1.1.3 Pseudo-rapidez | 5 |
| 1.2 Colisões núcleon-núcleon | 6 |
| 1.3 Colisões núcleon-núcleo e núcleo-núcleo | 10 |
| 1.3.1 O modelo de Glauber | 10 |
| 1.3.2 Modelo de Núcleons Participantes | 14 |
| 1.3.3 Auto-sombreamento (Self-shadowing) | 16 |
| 1.4 O plasma de quarks e glúons (QGP) | 16 |
| 1.4.1 Baryon stopping e o QGP | 16 |
| 1.4.2 Picture de Bjorken do QGP | 18 |
| 1.5 Assinaturas experimentais do QGP | 20 |
| 1.5.1 Observáveis Coletivos | 21 |
| 1.5.2 Provas Duras | 23 |
| 2 Formalismo dos dipolos de cor | 29 |
| 2.1 Cromodinâmica Quântica (QCD) | 29 |
| 2.2 Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS) | 31 |
| 2.3 O Modelo de Pártons | 35 |
| 2.4 As equações de evolução partônicas DGLAP | 36 |
| 2.5 A equação de evolução BFKL | 40 |
| 2.5.1 Saturação partônica | 42 |
| 2.6 Formalismo de dipolos de cor | 44 |
| 2.7 O formalismo de Glauber-Mueller e os dipolos de cor | 46 |
| 2.8 O modelo fenomenológico GBW | 48 |
| 2.9 A equação BK | 49 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3 | Produção de Quarkonium e modelos de amplitude de dipolos | 53 |
| 3.1 | Introdução | 53 |
| 3.2 | Formalismo de dipolos de cor do cone de luz para produção de par $c\bar{c}$ | 54 |
| 3.2.1 | Múltiplas interações de troca de cor e produção de pares $c\bar{c}$ num meio nuclear | 58 |
| 3.3 | Abordagens para a produção de quarkonium | 58 |
| 3.3.1 | Produção de pares de quarks na Color Glass Condensate (CGC) | 58 |
| 3.3.2 | A abordagem da QCD Não-Relativística | 61 |
| 3.3.3 | Modelo de saturação semi-clássico | 63 |
| 3.3.4 | Modelo de evaporação de cor | 63 |
| 3.4 | Seção de choque de produção do quarkonium | 64 |
| 3.4.1 | Múltiplos espalhamentos antes e depois da última interação inelástica | 64 |
| 3.4.2 | A última interação inelástica | 66 |
| 3.4.3 | Contribuições logarítmicas para última interação inelástica | 66 |
| 3.4.4 | Soma sobre múltiplos espalhamentos | 69 |
| 3.5 | Dependência na rapidez e na energia | 70 |
| 3.6 | Modelos de amplitude de espalhamento de dipolo | 70 |
| 3.6.1 | Modelo de Dumitru-Hayashigaki-Jalilian | 71 |
| 3.6.2 | Modelo bCGC | 71 |
| 4 | Razões de modificações nucleares | 73 |
| 4.1 | Introdução | 73 |
| 4.2 | Cálculos Numéricos | 74 |
| 4.3 | Resultados e discussão | 74 |
| 4.3.1 | Razões de modificação nucleares | 74 |
| 4.3.2 | Razões forward-to-backward | 76 |
| 5 | Conclusões | 83 |
| A | Algumas derivações | 85 |
| A.1 | Seção de choque inelástica nuclear | 85 |
| A.2 | Número médio de colisões núcleon-núcleon $N_{coll} = N_{coll}(b)$ | 86 |
| B | Integrações Especiais | 89 |
| B.1 | Integral divergente no infravermelho | 89 |

Agradecimentos

De forma sucinta, mas com totalidade e coração, gostaria de agradecer

- Meu orientador, Dr. Magno Valério Trindade Machado, a quem dedico esse trabalho. Obrigado pelo imensurável suporte;
- Meus amigos Guilherme Lorenzato Volkmer e Amanda Kronhardt Fritsch, obrigado por tudo, sem vocês eu não teria conseguido.

Resumo

Nesse trabalho, analisaremos os efeitos nucleares produção inclusiva de mésons vetoriais (ψ e Υ) nas colisões próton-núcleo no regime de altas energias. Faremos um estudo sistemático dos diferentes modelos de produção destes, incluindo efeitos de estado inicial como sombreamento nuclear, saturação partônica e absorção nos casos de mésons pesados. Como abordagem de controle, utilizaremos o formalismo de dipolos QCD o qual tem seus parâmetros determinados pelos dados das colisões lépton-próton e permite fazermos previsões livres de parâmetros no regime cinemático de interesse nos aceleradores RHIC e LHC. O objetivo principal é determinar qual a origem provável da supressão da produção desses mésons na região de pequeno momento transversal e grande (forward) rapidez.

Abstract

In this work, we will analyse nuclear effects in the inclusive production of vectorial mesons (ψ and Υ) at proton-nucleus collisions in high energy regimes. We will make a systematic study of available models for such production, taking into account initial state effects like nuclear shadowing, partonic saturation, and absorption in heavy mesons case. As control approach, we will make use of QCD Dipole formalism which has its parameters determined by lepton-proton collision data, allowing us to make predictions free of parameters in the kinematic regime of interest in the RHIC and LHC accelerators. The main goal is to determine what is the likely source of production suppression of these mesons in the small transverse momentum and large forward rapidity.

Press Release

A física de partículas é um ramo da física que estuda a natureza das partículas que constituem a matéria e a radiação. Além disso, ela está interessada em estudar o âmago da matéria que nos circunda, as menores que for possível descrever o nosso universo, bem como entender as interações entre elas. Sendo mais específico, tais partículas são ditas *elementares* e o atual e mais profundo entendimento que temos é que elas são excitações em *campos quânticos* que, por sua vez, também governam suas interações. Esse é o prefácio da teoria dominante que explica tais interações entre partículas e campos, e é chamada de *Modelo Padrão*. Portanto, a física de partículas moderna está preocupada em investigar o Modelo Padrão e suas extensões.

Dito isso, esse trabalho também constitui uma investigação dessa natureza. Aqui, estamos interessados em melhorar nosso entendimento de como são produzidas um determinado grupo de partículas, coletivamente chamados de *quarkonium*. Os quarkonium são um sub-grupo de um mais amplo, chamado *méson*. Os mésons, assim como os quarkonium, são partículas constituídas de duas partículas elementares, que se chamam *quarks*, de forma totalmente análoga à um átomo, composto de prótons, elétrons e nêutrons.

São necessário que dois quarks interajam entre si para formar um quarkonium, ou seja, um méson. Essa interação é dita ser do tipo *forte*. Uma teoria chamada *Cromodinâmica Quântica* (do inglês *Quantum Chromodynamics*, ou *QCD*), inclusa no Modelo Padrão, é a teoria atualmente aceita para explicar as interações fortes. De fato, a QCD explica cerca de 99% da matéria visível do nosso universo, portanto, precisamos explorar todas as facetas dessa teoria para melhor o entendimento da natureza. E isto é exatamente o que estamos fazendo aqui. Estamos estudando a produção de mésons comparando as previsões teóricas da QCD com os dados experimentais oriundos de colisores de partículas, como Large Hadron Collider (LHC), localizado em Genebra, Suíça.

Ao passo que as previsões concordam com os experimentos, mais comparações são realizadas, variando os parâmetros iniciais. Porém, caso não concorde, voltamos um passo atrás e olhamos para abordagem teórica, como um todo, a fim de entender o que podemos melhorar para explicar os fenômenos observados. Em resumo dos nossos resultados, concluímos que nossas curvas descrevem o comportamento esperado da produção de mésons quarkonium, mas que uma análise mais ampla, variando as escalas teóricas, é grande valia e poderão ser abordadas num próximo trabalho para enriquecer nosso entendimento da dinâmica da QCD.

Introdução

Física de Íons Pesados e o Plasma de Quarks e Glúons

A *cromodinâmica quântica* (QCD) é quase universalmente aceita como a teoria que descreve as interações fortes, e hoje em dia é uma parte fundamental do *Modelo Padrão* (SM). Entretanto, a maioria das aplicações da QCD acabam sendo confinadas ao regime de pequenas distâncias e alta transferência de energia, onde a teoria pode ser linearizada e a teoria perturbativa é adequada. De fato, graças à propriedade chamada *liberdade assintótica*, a constante de acoplamento nesse regime é *pequena*, permitindo um tratamento teórico sistemático. Por outro lado, quando a transferência de momento é menor, a constante de acoplamento *crece*, ao passo que a dinâmica torna-se rapidamente não-linear. Logo, esse método de estudo torna-se muito difícil e acaba por depender principalmente de modelos e simulações da *QCD na rede*¹.

O objetivo da física de íons pesados ultra-relativísticos é estudar a matéria fortemente interagente sobre condições extremas da matéria hadrônica. De fato, aumentando o número atômico dos sistemas que estão colidindo e a energia da própria colisão, temos acesso a um regime onde uma grande densidade de energia é criada no volume da colisão e matéria muito densa, com temperatura e pressão alta, é produzida². Nesse regime, a constante de acoplamento pode ser relativamente pequena enquanto os campos ainda permaneçam em um regime não-linear, permitindo o acesso a um conjunto inteiramente novo de fenômenos, no qual tentaremos descrever de primeiros princípios. Nessas condições, a QCD prediz uma transição de fase para uma nova fase da matéria, o *plasma de quarks e glúons* (QGP) [5,6]. O QGP é considerado como o estado fundamental da QCD, pois temos que os pártons (quarks e glúons) estão desconfinados, em outras palavras, não estão mais

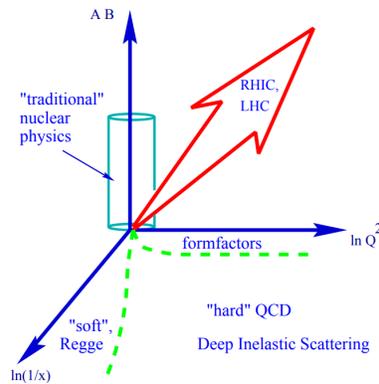


Figura 1: Panorama da física relativística de íons pesados no estudo da QCD; o eixo vertical é o produto dos números atômicos do projétil e do alvo; os eixos horizontais é o momentum transferido Q^2 e a rapidez $y = \ln(1/x)$ (x é a variável de Bjorken). Imagem retirada de [1].

¹QCD na rede (do inglês *Lattice QCD*) é a QCD formulada no espaço-tempo Euclidiano discreto. Ela fornece ferramentas não-perturbativas para os cálculos de espectros hadrônicos e elementos de matriz dos operadores dos estados hadrônicos a partir de primeiros princípios.

²Em [2] é estimado que as temperatura em colisões *PbPb* nas energias de 5.02 TeV, chegam a aproximadamente $T \sim 2.6 \times 10^{12}$ K. Utilizando um modelo simples para estimar os parâmetros termodinâmicos num meio produzido pela colisão desses íons pesados (*Bag Model* [3,4]), com essa temperatura, temos a pressão de $P \sim 8 \times 10^{32}$ Pa, isso equivale a $\sim 8 \times 10^{27}$ vezes a pressão atmosférica ao nível do mar.

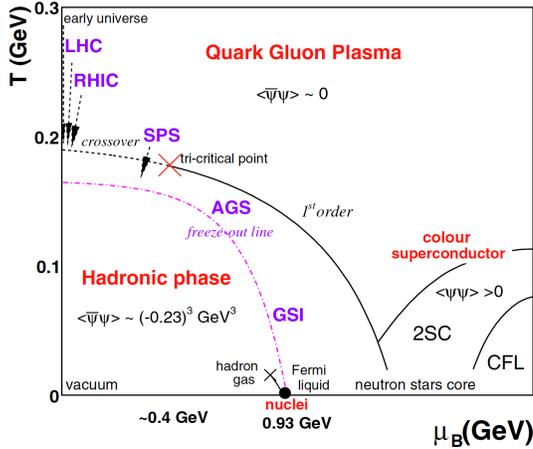


Figura 2: Diagrama de fase da QCD. A temperatura T e o potencial químico μ_B estão representados no eixo vertical e horizontal, respectivamente. Note a linha da transição da fase hadrônica de primeira ordem para a o QGP. Está indicado também as regiões associadas com colaborações conhecidas. Imagem retirada de [7].

ligados formando partículas compostas. Assim, as colisões de íons pesados nos permite o estudo da QCD em uma região não acessível por métodos tradicionais, veja a Figura 1.

As colisões de íons pesados nos permite a exploração do diagrama de fase da QCD. Em baixas energias - $\sqrt{s} \approx 2A \text{ GeV}^3$ no *Darmstadt Heavy Ion Synchrotron* (SIS) - os núcleos são parados, comprimidos e moderadamente aquecidos; densidades bariônicas moderadamente altas mas densidades energéticas baixas são alcançadas. Em mais alta energia - $\sqrt{s} \approx 4A \text{ GeV}$ no acelerador *Brookhaven AGS*, e para $\sqrt{s} \approx 17A \text{ GeV}$ no *CERN Super Proton Synchrotron* (SPS) - os núcleos colidores não eram completamente parados e a densidade bariônica produzida do sistema decresceu. Em energias de colisão - $\sqrt{s} \approx 200A \text{ GeV}$ no *Brookhaven Relativistic Heavy Ion Collider* (RHIC), e $\sqrt{s} \approx 6A \text{ TeV}$ no *CERN Large Hadron Collider* (LHC) - os dois núcleos passam um pelo outro, perdendo uma grande quantidade de energia no processo. O sistema produzido tem uma grande densidade de energia e muito baixo conteúdo bariônico, simulando as condições da matéria no universo muito primitivo.

Experimentos como o RHIC e o LHC, a exemplo de colidores de íons pesados ultra-relativísticos, nos proporcionam estudar transições de fase da QCD. Os possíveis estados da matéria da QCD estão representados em um diagrama de fase bidimensional com a temperatura no eixo vertical e o potencial químico μ_B associado com a densidade bariônica ρ_B no eixo horizontal (quanto maior μ_B , maior ρ_B), veja a Figura 2. Nosso conhecimento da matéria na QCD para $\mu_B = 0$ provém da QCD na rede, mas em $\mu_B \neq 0$ temos de recorrer a modelos que interpolam entre matéria hadrônica de baixa densidade, descrito por *teorias efetivas* em baixa energia e o plasma de quark-glúon de alta densidade, que pode ser descrito pela *QCD perturbativa* - ou *pQCD* (ver o artigo de revisão [7] e consulte, por exemplo, [8–10]). Em suma, esses estudos preveem pelo menos duas fases para a matéria fortemente interagente, que pode ser criada em laboratório por colisões de íons pesados. A baixas temperaturas (ou seja, em baixa densidade de energia) ou baixa densidade bariônica, pode se pensar que a matéria comporta-se como um gás de ressonâncias hadrônicas. Reciprocamente, em altas temperaturas ou alta densidade bariônica (em outras palavras, alta densidade de energia) a matéria entra em uma fase de QGP. Esta fase da matéria é caracterizada pela possibilidade de que os graus básicos de liberdade da QCD, os quarks e os glúons, se propagarem livremente em distâncias muito maiores que as escalas hadrônicas na qual eles são usualmente confinados. Mais precisamente, a QCD na rede prediz que a matéria hadrônica, em densidades de energia extremamente altas, sofre uma transição de fase para o QGP numa temperatura crítica (dita *temperatura de crossover*) de cerca de $\sim 170 \text{ MeV}$ para potencial químico igual a zero [11–16].

Um dos problemas no processo de identificação experimental da formação do QGP é o fato de ser difícil de se processar com precisão as suas propriedades em detalhes. Outra dificuldade é que não é possível observar diretamente o QGP e precisamos reconstruir suas propriedades a partir

³A é o número atômico do núcleo projétil em experimentos com espalhamento de núcleos de alvo fixo, aos quais são assumidos iguais

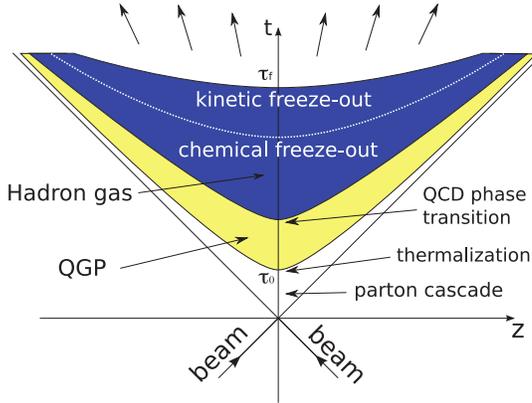


Figura 3: Evolução espaço-temporal de um sistema produzido em um colisão de alta energia. Imagem retirada de [17].

de vários estágios posteriores observados, tais como multiplicidades e o espectro do momentum transversal dos hádrons produzidos. O problema principal é que os hádrons são produzidos mais ou menos todos juntos em um processo posterior da evolução do sistema (Figura 3). Uma exceção são os léptons observados. De fato, os léptons são produzidos em todos os estágios da evolução do sistema e interagem fracamente com o sistema, por isso carregam informações diretas da sua evolução. O grande desafio da física de íons pesados é, portanto, estudar e combinar um número grande de observações. Quando dois núcleos colidem (em $t = z = 0$, Figura 3), um sistema de partículas é produzido. Nas energias de colisores, essas partículas são principalmente quarks e glúons. A densidade de energia criada na colisão é bem acima da densidade de energia crítica. O sistema então expande, principalmente na direção do feixe, e a densidade de energia cai. Se o sistema é termalizado rápido o suficiente para que a densidade de energia permaneça acima da crítica, vai passar pela transição de fase e o QGP é formado. Então, é de importância fundamental ter um controle quantitativo das condições iniciais. Se isso é alcançado, pode se usar modelos de hidrodinâmica ou de transporte para descrever a evolução do sistema produzido e calcular os estados finais observados para serem comparados com os dados experimentais.

Nas colisões Au-Au com energia de centro de massa por núcleon de $\sqrt{s} = 0.2$ TeV, experimentos no RHIC observaram um QGP com o comportamento de um *fluido perfeito* e não *gás*, como esperado [18–21]. Esse QGP fortemente interagente foi caracterizado por um *forte fluxo coletivo* bem como *opaco a jatos* [5, 22]. Esses resultados foram confirmados e estendidos mais tarde por colisões Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV no LHC [23].

No que segue, o Capítulo 1, iremos iniciar a discussão com os aspectos gerais das *colisões hadrônicas*, definindo as variáveis relevantes que descrevem tais processos, bem como apresentar o *plasma de quarks e glúons* (QGP) e suas assinaturas experimentais. A seguir, Capítulo 2, será apresentado o *formalismo de dipolos de cor*, a começar por uma das teorias mais importantes da física e que procura fundamentar as interações fortes: a *Cromodinâmica Quântica* (QCD). Nesse mesmo capítulo, também serão apresentados conceitos do *Espalhamentos Profundamente Inelástico* (DIS), *modelo de pártons*, as *equações de evolução DGLAP* e *BFKL*, e finalmente será introduzido o *formalismo de dipolos de cor*. Ainda nesse capítulo, será discutido o *formalismo de Glauber-Mueller* no contexto de dipolos, o *modelo fenomenológico GBW* e a *equação BK*. Já no Capítulo 3, os *modelos de amplitude de espalhamento* de dipolos para produção de quarkonium serão discutidos. Além disso, também serão apresentados os resultados dos cálculos utilizando tais abordagens teóricas e modelos, ao qual está endereçado no Capítulo 4 juntamente com uma análise de tais cálculos. Finalmente, no Capítulo 5, se encontram as conclusões do trabalho.

Capítulo 1

Colisões núcleo-núcleo e plasma de quarks e glúons

Anything that is not compulsory is forbidden.

— Gell-Mann, M., The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets (1956)

Um *núcleo* é um sistema composto de muito *núcleons*, tal que colisões *hádron-núcleo* (hA) e *núcleo-núcleo* (AA) dependem da dinâmica das colisões dos núcleons (aqui *hádrons* correspondem a *prótons* ou *nêutrons*). Uma questão importante é como colisões núcleon-núcleon se somam para resultar numa colisão nuclear, ou seja, em qual nível o último pode ser pensado como uma simples superposição do primeiro. Em particular, a energia dissipada na colisão de dois núcleos pesados, com liberação a outros graus de liberdade, é esperada ser maior, sendo o resultado de muitas colisões núcleon-núcleon. A densidade de energia então criada é grande o suficiente para permitir a formação de um *QGP* (*Quark-Glúon Plasma*)? Quais são as *assinaturas experimentais* de tal estado da matéria? Um passo necessário para responder a essas questões é entender o que é esperado de colisões nucleares a partir de uma extrapolação de uma bem conhecida dinâmica núcleon-núcleon para uma colisão hA indo finalmente para uma colisão AA .

Neste capítulo, depois de uma breve introdução às variáveis cinemáticas relevantes (Seção 1.1), iremos apresentar alguns aspectos das colisões núcleon-núcleon (Seção 1.2) e discutir o *Modelo de Glauber* das interações nucleares, no qual colisões núcleon-núcleon superpõe-se de forma que descreve os aspectos geométricos básicos e os aspectos dinâmicos das colisões nucleares (Seção 1.3). Iremos então discutir a possibilidade da formação do QGP e descrever a representação de Bjorken de sua evolução no espaço-tempo (Seção 1.4). Finalmente, iremos discutir algumas das assinaturas experimentais do QGP (Seção 1.5).

1.1 Variáveis cinemáticas importantes

Considere um colisão de duas “partículas” a e b (podem ser hádrons ou núcleos) no referencial do centro de massa (Figura 1.1). Aqui assumimos que as partículas colisoras possuem energia para passar uma pela outra e produzir hádrons no meio. Isto é um fato experimental: em altas energias, os graus de liberdade que carregam os números quânticos da partícula perdem somente uma pequena fração do seu momento longitudinal na colisão (no sentido da mesma). Em muitas colisões de altas energias deste tipo é conveniente usar variáveis cinemáticas com propriedades de transformação simples com respeito aos *boosts* relativísticos ao longo do eixo do feixe. Nesta seção,

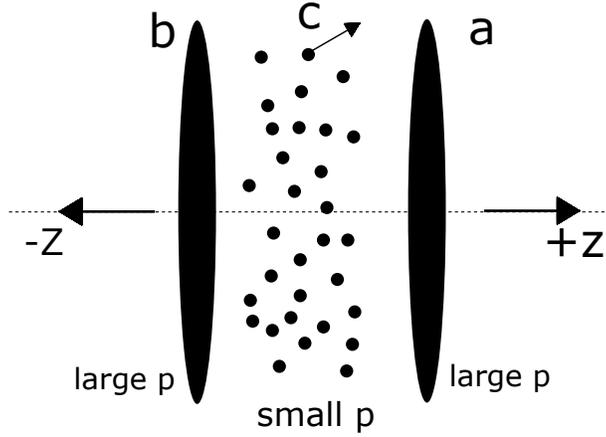


Figura 1.1: Colisão de duas “partículas” a e b no referencial do centro de massa. Note que a figura indica uma forte *contração de Lorentz* e bem como a passagem uma pela outra. Também está indicado uma partícula c dentre as outras (pequenos círculos) que são produtos da colisão e que, em geral, são indicadas por X . Figura inspirada de [24].

vamos considerar a reação $a + b \rightarrow c + X$ na qual uma partícula c é detectada no estado final e discutir algumas dessas variáveis. Denominamos z o eixo do feixe e *plano transverso* o plano transverso ao feixe (o plano- xy). Usaremos unidades naturais, onde a velocidade da luz é $c = \hbar = 1$ e a métrica de Minkowsky tem a assinatura $(+ - - -)$. Por simplicidade de notação, quando se fizer referência a uma dada partícula a , usaremos a mesma letra para representar seu 4-momento. Por convenção, iremos considerar a como *projétil* ou *partícula do feixe* e b como *partícula alvo*.

1.1.1 Variáveis do cone de luz

Considerando uma reação, tem-se que as quantidades cinemáticas ao longo da direção do feixe incidente possuem propriedades bastante diferentes daquelas ao longo das direções transversas perpendiculares ao feixe. Além disso, identificamos as direções ao longo do feixe como *longitudinais*, logo designaremos o *eixo longitudinal* como o eixo z . Dito isso, seja o 4-momento p de uma partícula dado por (p_0, \vec{p}) . Podemos reescrevê-lo como

$$p = (p_0, p_{\perp}^{\vec{}}, p_z) ,$$

onde p_0 é a energia, $p_{\perp}^{\vec{}}$ é o bi-vetor do *momento transverso* sobre o plano perpendicular ao eixo longitudinal (*plano transverso*) e p_z é o *momento longitudinal* da partícula (ao longo do texto, “ \perp ” irá denotar variáveis transversas). Porém, duas combinações lineares de p_0 e p_z possuem transformações de Lorentz simples com respeito aos boosts longitudinais (ou seja, como já indicado, no sentido da propagação do feixe). A quantidade

$$p^+ = p_0 + p_z , \tag{1.1.1}$$

é chamada de *momento do cone de luz forward* da partícula, enquanto que

$$p^- = p_0 - p_z , \tag{1.1.2}$$

é chamada de *momento do cone de luz backward* da partícula. Sendo $p = (E, p_{\perp}^{\vec{}}, p_z)$ e $q = (E, q_{\perp}^{\vec{}}, p_z)$, onde $E = p_0$, e observando que

$$p^+ p^- = (E + p_z)(E - p_z) = E^2 - E p_z + p_z E + p_z^2 = E^2 - p_z^2 ,$$

temos que o produto escalar invariante $p \cdot q$ vem a ser

$$\begin{aligned} p \cdot q &= E^2 - p_{\perp}^{\vec{}} \cdot q_{\perp}^{\vec{}} - p_z^2 \\ &= p^+ p^- - p_{\perp}^{\vec{}} \cdot q_{\perp}^{\vec{}} , \end{aligned} \tag{1.1.3}$$

e quando a partícula está na *camada de massa*¹

$$p^+ p^- = E^2 - p_z^2 = p_\perp^2 + m^2 \stackrel{\text{Def}}{\equiv} m_\perp^2, \quad (1.1.4)$$

aqui m é a massa de repouso da partícula, $p^2 = m^2$ e a última igualdade define a *massa transversa* m_\perp . Para uma partícula de alta energia em movimento no sentido positivo do eixo z (*a* na Figura 1.1) o momento do cone de luz forward é grande e o momento do cone de luz backward é pequeno; o oposto é verdade para um partícula movendo-se no sentido negativo do eixo z (*b* na Figura 1.1). Dado um boost longitudinal de velocidade β no sentido positivo do eixo z , o momento do cone de luz forward no novo frame, p'^+ é relacionado ao p^+ por

$$p'^+ = \gamma(1 - \beta)p^+,$$

onde $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$. Algumas vezes, se pode assumir, por exemplo, que a partícula c origina-se de a . Nesse caso, é conveniente introduzir a *variável do cone de luz* x^+ , definida por

$$x^+ \stackrel{\text{Def}}{\equiv} \frac{c^+}{a^+} = \frac{c_0 + c_z}{a_0 + a_z}. \quad (1.1.5)$$

Essa quantidade é generalização *boost invariante* do x de Feynman

$$x_F = \frac{c_z^*}{c_z^*(max)}, \quad (1.1.6)$$

definida como a fração do momento longitudinal da partícula c dividido pelo máxima fração de momento longitudinal (símbolos com estrela denotam o referencial do centro de massa). Similarmente, podemos definir $x^- = c^-/a^-$. Portanto, x^\pm é também chamado de *fração do momento do cone de luz*. Em altas energias, sendo a energia do centro de massa \sqrt{s} , temos que $x_F \approx x^\pm$ para momento longitudinal positivo(negativo) c^* . A fração do momento do cone de luz é *invariante* por boosts longitudinais

$$x'^\pm = x^\pm.$$

Em alguns casos (por exemplo, no *espalhamento profundamente inelástico* ou colisões hadrônicas e nucleares de altas energias) a partícula do feixe a pode ser considerada como um sistema composto, tal que seja constituída por c e outras partes ditas X . Nesse caso, c não é uma partícula livre, não satisfaz a *condição camada de massa* $c^2 = m^2$ e interage com o conteúdo remanescente X . No entanto, é conveniente descrever isto através da fração de momento do cone de luz x^+ com respeito à sua *partícula mãe*. Nesse caso, usualmente se escreve $x^\pm = x$ e dá-se o nome de x de Bjorken.

1.1.2 Rapidez

Outra variável muito útil a qual se transforma de maneira simples sobre boosts longitudinais e fornece uma generalização relativística da velocidade da partícula é a variável *rapidez*. A rapidez é definida por

$$y \stackrel{\text{Def}}{\equiv} \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p^+}{p^-} \right) = \ln \left(\frac{p^+}{m_\perp} \right), \quad (1.1.7)$$

¹Também chamada de *mass-shell condition*. Quando a partícula respeita essa condição ou, em outras palavras, quando ela *está* na camada de massa, então ela satisfaz as equações de movimento bem como $E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2$ no caso relativístico.

onde a última igualdade é válida para partículas na *camada de massa*. Quando a rapidez y é positiva(negativa), esta descreve o movimento da partícula na direção positiva(negativa) do eixo z . Da equação (1.1.7), temos que $e^{\pm y} = \sqrt{p^{\pm}/p^{\mp}}$, e usando a equação (1.1.4) é imediato que

$$p_0 = m_{\perp} \cosh y \quad (1.1.8a)$$

$$p_z = m_{\perp} \sinh y . \quad (1.1.8b)$$

No limite não relativístico, o módulo da rapidez coincide com a velocidade da partícula v medida em unidades da velocidade da luz

$$|y| \underset{\beta \rightarrow 0}{=} v + \mathcal{O}(v^2) . \quad (1.1.9)$$

Sob um boost de velocidade β , a rapidez da partícula no novo referencial é

$$y' = y - y_{\beta} , \quad (1.1.10)$$

onde

$$y_{\beta} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) .$$

y_{β} pode ser convenientemente chamada de *rapidez do referencial em movimento*, uma vez que y_{β} é a rapidez que a partícula em repouso no referencial em movimento possui no referencial antigo. Sob uma reversão do eixo z , $z \rightarrow -z$, a rapidez muda de sinal: $y' = -y$. As simples leis de adição (1.1.9) e (1.1.10) são análogas às leis de transformação de velocidade no limite não relativístico e justifica considerar a rapidez como uma generalização relativística da velocidade da partícula.

Considere a colisão de uma partícula de feixe a contra uma partícula alvo b , as quais tem $\vec{a}_{\perp} = \vec{b}_{\perp} = 0$. Das equações (1.1.7) e (1.1.8), as rapidezes dessas partículas são

$$\begin{aligned} y_a &= \ln \left(a^+ / m_{aT} \right) = \sinh^{-1} (a_z / m_a) \\ y_b &= \ln \left(b^+ / m_{bT} \right) = \sinh^{-1} (b_z / m_b) . \end{aligned}$$

No caso the $m_a = m_b$, a rapidez do referencial do centro de massa é

$$y_{cm} = \frac{y_a + y_b}{2} ,$$

e no referencial do centro de massa as rapidezes são

$$\begin{aligned} y_a^* &= (y_a - y_b) / 2 \\ y_b^* &= (y_b - y_a) / 2 . \end{aligned}$$

Portanto, quanto maior a energia da colisão, maior a diferença de rapidez $\Delta y = y_a - y_b$ (que é uma quantidade invariante por boosts) entre uma partícula do feixe e a partícula alvo. Chama-se *região de rapidez central* a região em torno da metade de Δy e é onde a maior parte das partículas produzidas se encontram.

Enquanto as variáveis do cone de luz x^{\pm} descrevem uma relação pai-filho entre duas partículas e são independentes de referencial, a rapidez é um variável cinemática relacionada a uma única partícula em um dado sistema de referencial. Das definições (1.1.5) e (1.1.7), obtemos a relação entre essas duas variáveis:

$$\begin{aligned} x^+ &= \frac{m_{cT}}{m_b} e^{y - y_b} \\ x^- &= \frac{m_{cT}}{m_a} e^{y_a - y} . \end{aligned}$$

1.1.3 Pseudo-rapidez

Para obter a rapidez de uma partícula, deve-se medir duas variáveis independentes: sua energia e seu momento longitudinal. No entanto, isso pode não ser verdade para todos os experimentos, ao passo que é mais fácil medir o ângulo entre a trajetória da partícula e a direção do feixe. Esse ângulo é relacionado ao momento da partícula, $\cos \theta = p_z/|\vec{p}|$, onde $|\vec{p}| = \sqrt{p_\perp^2 + p_z^2}$. Logo, partindo da definição de rapidez dado por (1.1.7) e das definições dos momentos do cone de luz (1.1.1) e (1.1.2), vem

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p^+}{p^-} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2} + |\vec{p}| \cos \theta}{\sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2} - |\vec{p}| \cos \theta} \right),$$

onde usamos o fato de que a energia da partícula é p_0 e, assumindo elas estar na camada de massa, é igual a $\sqrt{m^2 + |\vec{p}|^2}$. Para altas energias, $|\vec{p}| \gg m$, e a expressão anterior se reduz a

$$\begin{aligned} y &\approx \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + |\vec{p}| \cos \theta}{|\vec{p}| - |\vec{p}| \cos \theta} \right) \\ &= -\ln [\tan(\theta/2)] \stackrel{\text{Def}}{=} \eta, \end{aligned} \quad (1.1.11)$$

onde a última igualdade define a variável *pseudo-rapidez*, que com $p_z = |\vec{p}| \cos \theta$, em termos do momento é escrita como

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z} \right). \quad (1.1.12)$$

Note que θ é a única quantidade que precisa ser medida para a determinação da pseudo-rapidez e é independente do mecanismo de identificação da partícula. Estudemos agora a relação entre a pseudo-rapidez e a rapidez. Da equação (1.1.12), temos

$$e^\eta = \sqrt{\frac{|\vec{p}| + p_z}{|\vec{p}| - p_z}} \quad (1.1.13a)$$

$$e^{-\eta} = \sqrt{\frac{|\vec{p}| - p_z}{|\vec{p}| + p_z}}, \quad (1.1.13b)$$

tal que somando e subtraindo as equações (1.1.13), obtemos

$$|\vec{p}| = p_\perp \cosh \eta \quad (1.1.14a)$$

$$p_z = p_\perp \sinh \eta, \quad (1.1.14b)$$

com efeito, temos que $p_\perp = \sqrt{|\vec{p}|^2 - p_z^2}$. Usando as equações (1.1.14), vem

$$y = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\sqrt{p_\perp^2 \cosh^2 \eta + m^2} + p_\perp \sinh \eta}{\sqrt{p_\perp^2 \cosh^2 \eta + m^2} - p_\perp \sinh \eta} \right], \quad (1.1.15)$$

tal que por (1.1.8) para η temos

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\sqrt{m_\perp^2 \cosh^2 y - m^2} + m_\perp \sinh y}{\sqrt{m_\perp^2 \cosh^2 y - m^2} - m_\perp \sinh y} \right]. \quad (1.1.16)$$

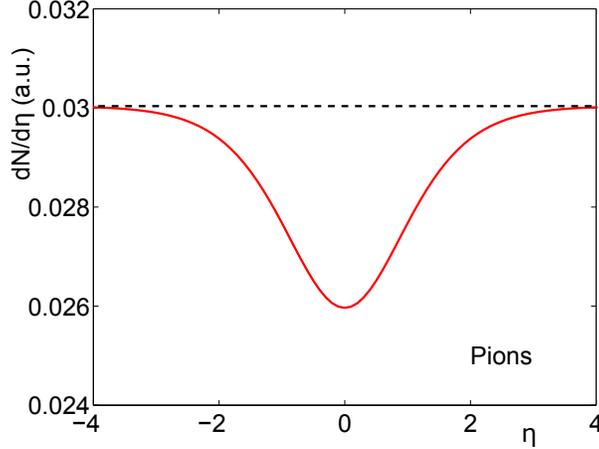


Figura 1.2: Transformação da distribuição de rapidez (pontilhado) para pseudo-rapidez (sólida) no referencial do centro de massa. Para propósitos de ilustração é assumido que a distribuição de rapidez é plana em todo o intervalo de rapidez, tal que o comportamento da equação (1.1.17) é mostrado. Em rapidez central, o fator de supressão é em torno de 0.9. Figura de [25].

Dito isso, observe que $\eta = y$ para partículas sem massa. Essa é outra forma de perceber que para $|\vec{p}| \gg m$, temos $\eta \approx y$, ou seja, quando estamos nos limites onde $m^2/p_{\perp}^2 \rightarrow 0$ ou $y \rightarrow y_{max}$. Desde que em alguns experimentos somente a pseudo-rapidez pode ser medida, é conveniente usar uma lei de transformação de pseudo-rapidez para rapidez. Das equações (1.1.15) e (1.1.16), é direto computar o Jacobiano da transformação de $(\eta, p_{\perp}^{\vec{}})$ para $(y, p_{\perp}^{\vec{}})$, então

$$\frac{dN}{d\eta d^2 p_{\perp}} = \sqrt{1 - \frac{m^2}{m_{\perp}^2 \cosh^2 y}} \frac{dN}{dy d^2 p_{\perp}} \quad (1.1.17)$$

$$m_{\perp}^2 = p_{\perp}^2 + m^2. \quad (1.1.18)$$

Podemos ver que, em geral, distribuições de pseudo-rapidez são menores do que distribuições de rapidez. A supressão aumenta quando: i) p_{\perp} diminui, ii) m aumenta ou quando iii) nas proximidades do pico da distribuição (onde a rapidez é *central*, ou seja, $y \sim 0$). Em alto p_{\perp} e grande y , as duas distribuições tornam-se similares. No referencial do centro de massa, o fator de supressão é máximo em $y \approx \eta \approx 0$ e é aproximadamente igual a $\left[1 - m^2/\langle m_{\perp}^2 \rangle\right]^{1/2}$. Para ilustrar esse fato, tomamos $\langle m_{\perp}^2 \rangle \approx 300$ MeV na energia de $\sqrt{s} = 30.6$ GeV para basicamente todos os tipos de partículas e considere a equação (1.1.17). Isso fornece para pions, a partícula mais abundantemente produzida e que possui a massa $m_{\pi} = 140$ MeV, um fator de supressão de ~ 0.9 em rapidez central. Esse valor decresce com crescimento de η e para grande pseudo-rapidez é praticamente 1. Desde que experimentalmente partículas são distribuídas uniformemente na rapidez, esperamos ver um vale em torno da pseudo-rapidez central (Figura 1.2). Do contrário, no referencial do laboratório um pico na distribuição está localizado em $\eta \approx y_b/2$ e o fator de supressão máxima próximo de $\left[1 - m^2/\langle m_{\perp}^2 \rangle\right]^{1/2} \approx 1$. Portanto, em experimentos de alvo fixo, as duas distribuições diferem apreciavelmente.

1.2 Colisões núcleo-núcleo

As seções de choque núcleo-núcleo totais para energias de $1 \text{ GeV} < \sqrt{s} < 10^5 \text{ GeV}$ é aproximadamente constante e tem valores de cerca de 40 mb até ordens de 100 mb (Figura 1.3). A seção de choque total é composta pela seção de choque do processo elástico, na qual os núcleons colidentes não perdem quaisquer energia, bem como pela seção de choque do processo inelástico, na qual os núcleons perdem certas quantidades de energia e uma certa quantidade de partículas são produzidas. A seção de choque inelástica núcleo-núcleo $\sigma_{in} = \sigma_{in}(\sqrt{s})$ está exibida na Figura 1.3 e na Figura 1.4 para várias colaborações. Note que a Figura 1.4 destaca os pontos experimentais da

seção de choque inelástica pp na energia típica do LHC em $\sqrt{s} = 7$ TeV de diferentes colaborações. É possível observar que, para energias típicas do RHIC ($\sim 10^2$ GeV), temos que $\sigma_{in} \sim 40$ mb. No entanto, para energias do LHC, temos que σ_{in} na ordem de 70 mb a 100 mb. Além do processo inelástico, existe também o *processo difrativo*, onde um núcleon pode ser considerado como um *absorvedor* e um padrão de difração surge para regiões de grande rapidez forward e backward devido a interferência entre as amplitudes de espalhamento. Nesses eventos, um núcleon se excita e um pequeno número de partículas são produzidas em alta rapidez, mas com pequena perda de energia. Desde que nós estamos interessados nos processos de produção para região de rapidez central, iremos desconsiderar o processo difrativo. A nível de exemplo, dados experimentais [28,29] indicam que 90% das partículas produzidas são píons e o resto consistem principalmente de káons, cerca de 1% de prótons e uma pequena fração de outros hádrons. O número total de partículas produzidas em uma colisão é chamada de *multiplicidade* da colisão. Partículas carregadas são consideradas fáceis de serem detectadas, dado que elas facilmente ionizam o meio. Nesse caso, podemos chamar de *multiplicidade carregada* da colisão. Na Figura 1.5, a multiplicidade para produção de partículas em colisões pp (*Bubble Chambers* e *CERN Intersecting Storage Rings - ISR*) e $p\bar{p}$ (*Colaboração UA5*) é exibida. A multiplicidade de partículas carregadas em colisões núcleon-núcleon aumenta com o aumento de \sqrt{s} de forma aproximadamente logarítmica [30].

No referencial do centro de massa, as partículas são sempre produzidas na faixa de rapidez $-\bar{y} < y < \bar{y}$, onde $\bar{y} = \ln(p_{\text{proj}}^+/m_{\text{proj}})$, p_{proj}^+ e m_{proj} são respectivamente, momento do cone de luz forward e a massa do projétil, em nosso caso um núcleon. A faixa de rapidez forward(backward) $y \lesssim \bar{y}$ ($y \gtrsim -\bar{y}$) são chamadas de *regiões de fragmentação* das partículas movendo-se para direita e para esquerda, respectivamente. Na perspectiva das regiões de fragmentação, existe uma alta probabilidade de encontrar partículas que se assemelham as partículas incidentes. Elas carregam uma grande fração de \sqrt{s} e estão entre as partículas mais rápidas nessas regiões. Elas são chamadas de *partículas dominantes* (*leading particles*) e suas distribuições de rapidez são exibidas na Figura 1.6; note que a distribuição para produção de mésons segue a curva tracejada. Para baixas energias, por exemplo $\sqrt{s} = 13.8$ GeV, a distribuição de pseudo-rapidez se apresenta na forma de um sino e, ao passo que a energia cresce, observa-se um platô em rapidez central (veja Figura 1.7a). Um aspecto extraordinário, conhecida como *escalamento de Feynman*, é que se plotarmos essa distribuição como função entre distância em rapidez e a região de fragmentação, elas são, com boa aproximação, constantes em baixas energias mas tornam-se uma função crescente de \sqrt{s} em altas energias.

O momento transversal médio dos píons produzidos é cerca de 350 MeV e cresce para partículas mais pesadas, bem como para \sqrt{s} crescente [29,32]. Chamaremos

$$\frac{dN}{d^2p_{\perp}} \stackrel{\text{Def}}{=} \frac{dN}{2\pi p_{\perp} dp_{\perp}} \quad (1.2.1)$$

de *distribuição de momento transversal*, que já foi observado experimentalmente por ter uma forma razoavelmente exponencial em baixo p_{\perp} e uma forma da lei de potência inversa para p_{\perp} na faixa de GeV, onde abordagens perturbativas tornam-se válidas. Podemos chamar de *suave* (*soft*) as partículas que possuem momento transversal menor que 1 GeV bem como *região suave* do momento transversal (*soft region*) à região de baixo p_{\perp} . Quando o $p_{\perp} \gtrsim 1$ GeV, podemos usar os nomes *partículas duras* (*hard particles*) e de *região dura* (*hard region*), respectivamente. A produção de partículas duras é entendida na QCD como o espalhamento párton-pártom e sucessivas hadronizações dos pártoms. Com efeito, o espectro transversal de partículas é aproximadamente independente da espécie da partícula. Se o espectro é plotado como função da massa transversal (Equação 1.1.18) e que

$$E \frac{dN}{dp_z d^2p_{\perp}} = \frac{dN}{dy d^2p_{\perp}} \approx A \frac{e^{-m_{\perp}/T}}{(m_{\perp}/\text{GeV})^{\lambda}}, \quad (1.2.2)$$

onde, por exemplo, para $\sqrt{s} = 30.6$ GeV, temos que $T = 0.290$ GeV, $A = 13,9$ mb/GeV² e $\lambda = 1.5$ [29,32]. Observe que T é aproximadamente um parâmetro universal para todas as espécies

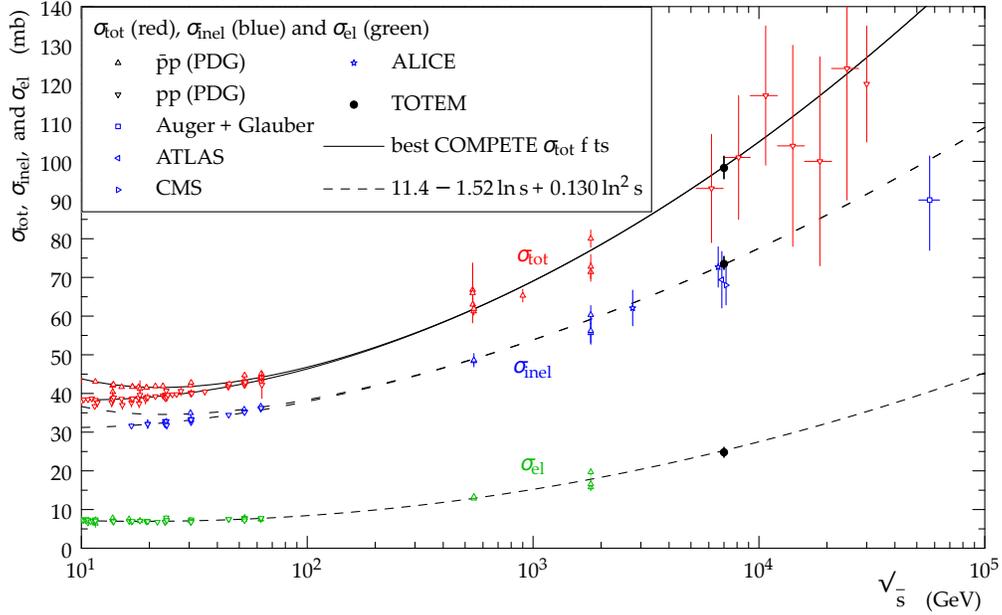


Figura 1.3: Seções de choque elástica, inelástica e total de várias colaborações para baixas e altas energias. Figura e resultados (bem como referência dos resultados complementares) de [26].

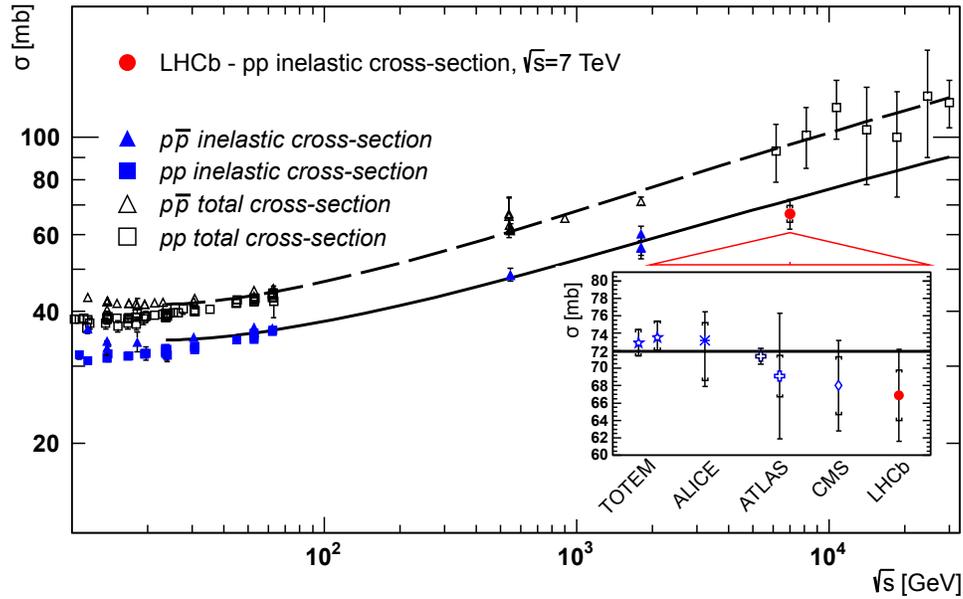


Figura 1.4: Seção de choque inelástica pp para $\sqrt{s} = 7$ TeV para várias colaborações comparados dados experimentais de seções de choque total e inelástica para pp e $p\bar{p}$ de energias mais baixas. Figura e resultados (bem como referência dos resultados complementares) de [27].

de partículas, veja a Figura 1.7b. Esse comportamento aproximado e universal é conhecido como *escalamento em m_{\perp}* .

Por último, citaremos a *perda de rapidez nuclear*. O número bariônico deve ser conservado em todas as reações, portanto deve existir pelo menos dois bárions nas partículas produzidas. Bárions encontrados nas regiões de fragmentação dos projéteis e dos alvos são chamados de *bárions dominantes (leading baryons)*. Se considerarmos os bárions dominantes relacionados aos núcleons colidores, pode-se assumir uma colisão núcleon-núcleon como um processo onde os dois núcleons energéticos sofrem uma degradação de seus momentos e emergem como bárions dominantes. Portanto, é natural perguntar o quanto de momento eles perdem, ou ainda o quanto de rapidez eles perdem, pois quanto mais alta a perda de rapidez maior será o grau de inelasticidade da colisão. Na Figura 1.8, a seção de choque inelástica $d\sigma/dx^+$ é exibida para reações pp com $\sqrt{s} = 13.8$ e 18.2 GeV [37]. Exceto para a região de dissociação difrativa $x^+ \sim 1$, tal seção de choque é aproximadamente uma função constante de x^+ , portanto o valor médio da variável do cone de luz é

$$\langle x^+ \rangle = \frac{1}{2} \quad (1.2.3)$$

Considere um próton dominante na região de fragmentação do projétil. Tem-se que em ambas as últimas energias citadas, seu momento transversal é $\langle p_{\perp} \rangle = 0.460$ GeV. A distribuição de rapidez é

$$\frac{d\sigma}{dy_l} = \frac{d\sigma}{dx^+} \frac{dy_l}{dx} = \frac{d\sigma}{dx} \frac{m_{lT}}{m_p} e^{y_l - y_p} \quad (1.2.4)$$

onde m_l é a massa transversal do próton dominante e y_l é a rapidez, enquanto m_p e y_p referem-se ao próton colisor. Uma vez que $d\sigma/dx^+$ é quase constante na região de fragmentação, a rapidez média do próton dominante é

$$\langle y \rangle = \frac{\int y_l \frac{d\sigma}{dy_l} dy_l}{\int \frac{d\sigma}{dy_l} dy_l} \approx y_p - 1 \quad (1.2.5)$$

Logo, na média, um próton incidente perde uma unidade de rapidez numa colisão núcleo-núcleo.

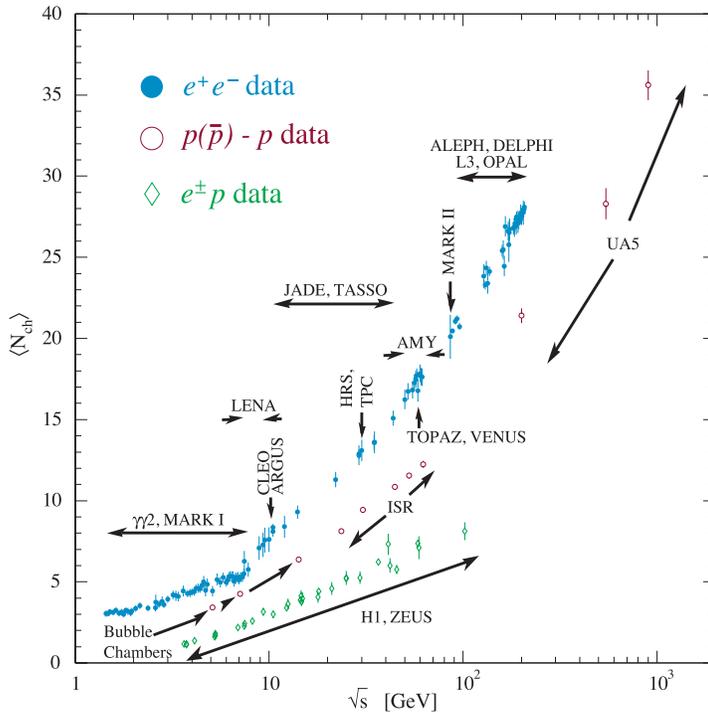


Figura 1.5: Multiplicidade para colisões $p\bar{p}$ como função de \sqrt{s} . Figura de [31].

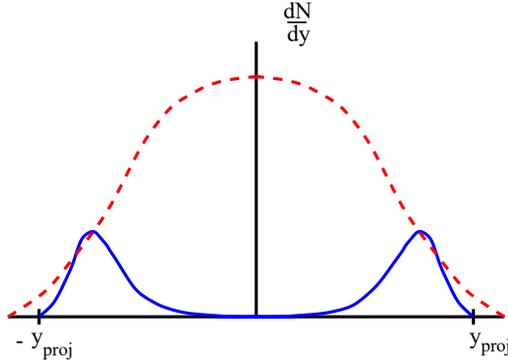


Figura 1.6: Distribuição de rapidez de partículas produzidas numa colisão núcleo-núcleon. A curva tracejada é distribuição típica para méson e a curva contínua representa as partículas dominantes. Figura de [33].

1.3 Colisões núcleo-núcleo e núcleo-núcleo

Nessa seção, iremos revisar o modelo de Glauber para colisões pA e AA , o qual descreve os detalhes das múltiplas colisões núcleo-núcleon de uma forma elementar e precisa, e codifica as características geométricas da colisão nuclear. Logo, iremos revisar modelo de núcleons para produção de partículas. Baseado nesses resultados, introduziremos uma forma de computar a *área de interação*, isto é, a área no plano transversal ao feixe onde a interação núcleo-núcleon acontece. Finalmente, iremos revisar o conceito de *auto-sombreamento* de interações núcleo-núcleon duras, com o qual se permite computar a parte dura da seção de choque inelástica pA e AA sem a necessidade de conhecer também a parte suave.

1.3.1 O modelo de Glauber

As múltiplas interações núcleo-núcleon que ocorrem numa colisão AA , podem ser descritas no modelo de Glauber para interações nucleares, o qual fornece uma descrição quantitativa da configuração geométrica do sistema. Ele é baseado na suposição que as colisões inelásticas de dois núcleons podem ser descritas como uma superposição incoerente das colisões de cada núcleon indi-

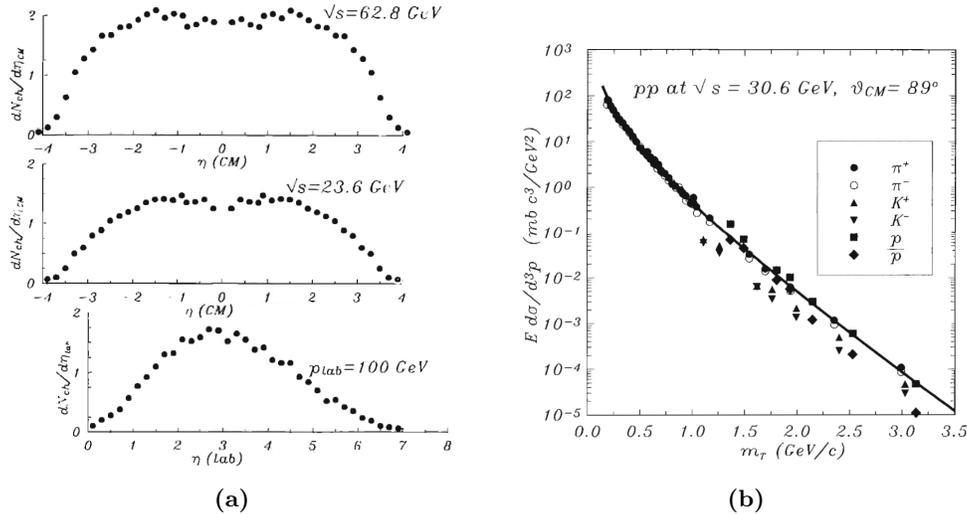


Figura 1.7: Distribuição de pseudo-rapidez de partículas carregadas para várias energias [34, 35]. Seção de choque invariante para produção de várias partículas em reações pp em $\sqrt{s} = 30.6$ GeV como função da massa transversa m_{\perp} [29, 32]. Figuras de [36].

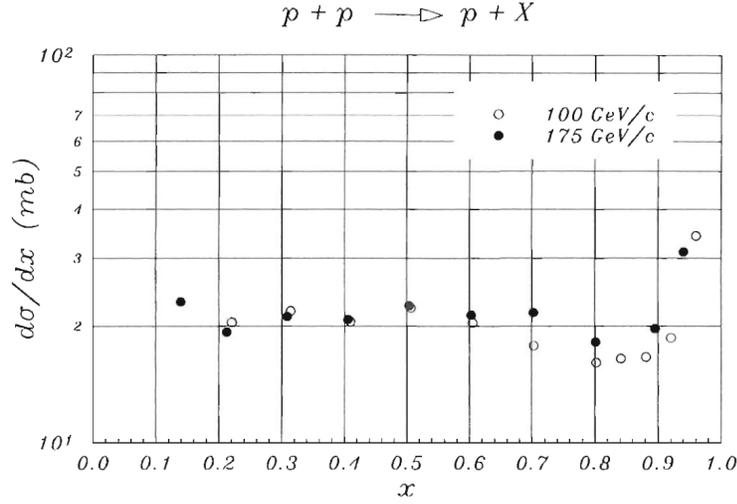


Figura 1.8: Seção de choque diferencial $d\sigma/dx^+$ da reação do tipo $p + p \rightarrow p + X$ para várias energias (referencial do laboratório) como função do variável do cone de luz do próton $x = x^+$. Figura de [36] com dados de [37].

vidual, e tem-se provado ser útil em estimar observáveis globais como seções de choque inelásticas, multiplicidades, dispersões e suas dependências nos parâmetros nucleares. Embora um bário de um dado núcleo pode vir a se excitar numa interação podendo, em teoria, ter uma seção de choque diferente quando passar através de outros núcleos, podemos entender as características básicas da colisão nuclear considerando a seção de choque núcleon-núcleon como sendo a mesma ao longo de todo o caminho do núcleon através do núcleo alvo. Desde que nossas suposições básicas é que colisões núcleon-núcleon são incoerentes, podemos descrever a colisão nuclear usando cálculo de probabilidades.

Iniciamos, então, definindo a *densidade nuclear* de um núcleon de número atômico A ,

$$\rho_A(r, z) = \frac{dN(r, z)}{d^2r dz}, \quad (1.3.1)$$

onde r é a coordenada no plano transversal (bidimensional) ao feixe, z é a coordenada ao longo do feixe e $dN(r, z)$ é o número de núcleons contidos num volume $dv = d^2r dz$ localizado em $\vec{r} = (r, z)$. Por definição, ρ_A é normalizada para A

$$\int d^2r dz \rho_A(r, z) = A. \quad (1.3.2)$$

A densidade de probabilidade de encontrar um núcleon num dado ponto \vec{r} é, portanto, $\rho_A(r, z)/A$. Um quantidade conveniente é a *função espessura nuclear*

$$\tau_A(r) = \int dz \rho_A(r, z), \quad (1.3.3)$$

a qual representa a densidade nuclear projetada no plano transversal ao feixe, ou seja, a espessura do núcleo num dado ponto r no plano transversal. Segue, agora, a digressão para as colisões núcleon-núcleon. Dado dois núcleons, num parâmetro de impacto b relativo um ao outro, definimos

$$t_{pp}(b) d^2b, \quad (1.3.4)$$

como sendo a probabilidade de haver uma colisão núcleon-núcleon numa área d^2b . Por definição, t é normalizado a 1

$$\int t_{pp}(b) d^2b = 1. \quad (1.3.5)$$

Portanto, dado um núcleo num parâmetro de impacto b relativo ao outro núcleo, a probabilidade de uma colisão inelástica núcleo-núcleo é $t_{pp}(b)\sigma_{in}$.

Essas definições permitem escrever a distribuição de probabilidade P para a ocorrência de colisão núcleo-núcleo quando os núcleos tem um parâmetro de impacto b e os dois núcleos estão em (r_A, z_A) e (r_B, z_B) , respectivamente. Dessa forma, P é igual ao produto da (i) probabilidade de encontrar um núcleo no núcleo A na posição (r_A, z_A) , (ii) probabilidade de encontrar um núcleo no núcleo B na posição (r_B, z_B) e (iii) a probabilidade de os dois colidirem, logo

$$P(b; r_B, z_A, r_B, z_B) = \frac{1}{A} \rho_A(r_A, z_A) \times \frac{1}{B} \rho_B(r_B, z_B) \times t_{pp}(b - r_A - r_B) \sigma_{in} .$$

Integrando sobre as coordenadas do núcleo, obtemos a probabilidade total

$$n_{coll}(b) = \frac{1}{AB} T_{AB}(b) \sigma_{in} , \quad (1.3.6)$$

que é a probabilidade da ocorrência de **uma** colisão núcleo-núcleo numa colisão nuclear com parâmetro de impacto b , ou seja

$$\frac{1}{AB} T_{AB}(b) \sigma_{in} = \frac{1}{AB} \int d^2 r_A dz_A d^2 r_B dz_B \rho_A(r_A, z_A) \rho_B(r_B, z_B) t_{pp}(b - r_A - r_B) \sigma_{in} .$$

Essa equação define a *função overlap nuclear* para uma colisão de um núcleo A com um núcleo B , a qual pode ser escrita em termos da função espessura ao integrar sobre z_A e z_B

$$T_{AB}(b) = \int d^2 r_A d^2 r_B \tau_A(r_A) \tau_B(r_B) t_{pp}(b - r_A - r_B) . \quad (1.3.7)$$

Das equações 1.3.5 e 1.3.2 é fácil notar que a função overlap nuclear é normalizada à AB

$$\int T_{AB}(b) d^2 b = AB .$$

Estamos agora na posição de escrever a expressão para a *probabilidade de n colisões núcleo-núcleo inelásticas* em função do parâmetro de impacto como sendo

$$P(n, b) = \binom{AB}{n} [n_{coll}(b)]^n [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n} \quad (1.3.8)$$

$$P(n, b) = \binom{AB}{n} \left[\frac{T_{AB}(b)}{AB} \sigma_{in} \right]^n \left[1 - \frac{T_{AB}(b)}{AB} \sigma_{in} \right]^{AB-n} . \quad (1.3.9)$$

A Equação (1.3.9) é obtida multiplicando a probabilidade que n interações núcleo-núcleo ocorra pela probabilidade que os $AB - n$ pares restantes de núcleons não interaja. Somando sobre n , obtemos a probabilidade que ao menos uma colisão núcleo-núcleo inelástica ocorra em uma colisão nuclear, ou seja, a seção de choque diferencial do plano transversal

$$\frac{d\sigma_{in}^{AB}}{d^2 b} = \sum_{n=1}^{AB} P(n, b) = 1 - \left[1 - \frac{T_{AB}(b)}{AB} \sigma_{in} \right]^{AB} . \quad (1.3.10)$$

Integrando a última expressão sobre b , obtemos a *seção de choque inelástica nuclear*²

$$\sigma_{in}^{AB} = \int d^2 b \left\{ 1 - \left[1 - \frac{T_{AB}(b)}{AB} \sigma_{in} \right]^{AB} \right\} . \quad (1.3.11)$$

²Ver Apêndice A.1.

A partir da Equação (1.3.9), podemos computar o *número médio de colisões núcleon-núcleon* N_{coll} ³ para um dado parâmetro de impacto b

$$\boxed{N_{coll}(b) = T_{AB}(b)\sigma_{in}} . \quad (1.3.12)$$

Uma aproximação conveniente da Equação (1.3.9) válida para grande AB é

$$P(n, b) = \underset{AB \rightarrow \infty}{\sim} \frac{[T_{AB}(b)\sigma_{in}]^n}{n!} e^{-T_{AB}(b)\sigma_{in}} , \quad (1.3.13)$$

ao qual mostra que para um fixo b , colisões núcleon-núcleon seguem aproximadamente uma distribuição de Poisson com um número médio $N_{coll}(b)$.

Função espessura

A densidade de probabilidade básica para uma colisão núcleon-núcleon pode ser aproximada por uma função Gaussiana com desvio padrão de $\Delta_{pp} = 0.86$ fm dada por

$$t_{pp}(r) = \frac{1}{2\pi\Delta_{pp}^2} e^{-r^2/2\Delta_{pp}^2} . \quad (1.3.14)$$

Núcleos leves podem ser aproximados por uma função espessura Gaussiana, com um desvio padrão proporcional ao seu raio, descrita como

$$\tau_A^{ga}(r) = \frac{A}{2\pi\Delta_A^2} e^{-r^2/2\Delta_A^2} , \quad (1.3.15)$$

onde $\Delta_A = \frac{r_0'}{\sqrt{3}} A^{1/3}$ e $r_0' = 1.05$ fm [36]. Nesse caso, a função overlap T_{AB} , dada pela equação (1.3.7), é uma Gaussiana com desvio padrão de $\Delta^2 = \Delta_A^2 + \Delta_B^2 + \Delta_p^2$

$$T_{AB}(b) = \frac{A}{2\pi\Delta_A^2} e^{-b^2/2\Delta_A^2} ,$$

e a seção de choque inelástica total pode ser computada analiticamente [36] e pode se escrita como

$$\sigma_{in}^{AB} = 2\pi\Delta^2 \sum_{n=1, AB} \frac{1 - (1-f)^n}{n} ,$$

onde f é uma quantidade adimensional,

$$f = \frac{\sigma_{in}}{2\pi\Delta^2} ;$$

quando f é pequena, isto é, quando os dois núcleos são suficientemente grandes, a seção de choque se reduz a $\sigma_{in}^{AB} \approx AB\sigma_{in}$. Quando um núcleo é muito maior do que o outro, podemos aproximá-lo com a chamada distribuição de *esfera rígida*, que descreve a uma esfera de um dado raio R e com densidade espacial uniforme $\rho(r, z) = \left(3A/4\pi R_A^3\right) \theta\left(R_A^2 - r^2 - z^2\right)$; então a *função espessura de esfera rígida* é

$$\tau_A^{hs}(r) = \frac{3A}{2\pi R_A^3} \sqrt{R_A^2 - r^2} \theta(R_A^2 - r^2) , \quad (1.3.16)$$

onde o raio nuclear é

$$R_A = r_0 A^{1/3} ; r_0 = 1.12 \text{ fm} ,$$

³Ver Apêndice A.2.

Nesse caso, a função overlap T_{AB} pode ser aproximada por uma função espessura para uma esfera rígida e, usando o raio como

$$R = R_A + R_B ,$$

a seção de choque total inelástica pode ser computada analiticamente

$$\sigma_{in}^{AB} = \pi R^2 \left\{ 1 + \frac{2}{F^2} \left[\frac{1 - (1 - F)^{AB+2}}{AB + 2} - \frac{1 - (1 - F)^{AB+1}}{AB + 1} \right] \right\} \underset{F \rightarrow 0}{\approx} AB \sigma_{in} ,$$

onde F é uma quantidade adimensional dada por

$$F = \frac{3\sigma_{in}}{2\pi R^2} .$$

Núcleos pesados são melhores aproximados pela distribuição de *Woods-Saxon*, escrita como

$$\rho_A^{WS}(r, z) = \frac{1}{\mathcal{N}} \frac{4\pi R_A^2}{1 + e^{(|\vec{r}| - R_A)/a_0}} ,$$

onde $|\vec{r}| = \sqrt{r^2 + z^2}$ e \mathcal{N} é tal que $\int dr dz \rho_A^{WS}(r, z) = A$. O raio nuclear é $R_A = r_0 A^{1/3} - 0.86 A^{1/3}$, e $a_0 = 0.523$ fm controla o quão rápido ρ_A^{WS} vai a zero à periferia nuclear. Nesse caso, a função espessura

$$\tau_A^{WS}(r, z) = \int dz \rho_A^{WS}(r, z) , \quad (1.3.17)$$

não tem expressão analítica e deve ser computada numericamente.

1.3.2 Modelo de Núcleons Participantes

Queremos agora discutir a distribuição de multiplicidade das partículas produzidas em colisões de íons pesados sob a ótica do modelo de Glauber e do ponto de vista probabilístico da interação [38].

Numa colisão hádron-núcleo, uma regra fundamental é ditada pelo número ν de núcleons do alvo e pelo núcleon incidente, onde tanto os núcleons do alvo quanto aquele incidente são ditos *wounded nucleons* (*núcleons feridos*, em tradução direta), ou seja, são todos aqueles que sofrem ao menos uma colisão inelástica no processo. Logo, teremos $N_{coll} + 1$ de colisões desse tipo. De fato, a multiplicidade média de partículas numa colisão hA de alta energia segue aproximadamente a relação

$$\bar{n}_A = \frac{1}{2}(N_{coll} + 1)\bar{n}_h \quad (1.3.18)$$

onde \bar{n}_A é a multiplicidade média na colisão de um hádron com um núcleo de número atômico A , \bar{n}_h é a multiplicidade média numa colisão hádron-hádron e $N_{coll} \equiv \bar{\nu}$ é o número médio de colisões hádron-núcleon (veja Equação (1.3.12)). A Equação (1.3.18) pode ser reescrita em uma forma equivalente se introduzirmos o número w de *núcleons participantes*, isto é, os núcleons que sofrem ao menos um espalhamento inelástico. Note que chamamos de “núcleon” também o hádron incidente. É direto que para uma colisão hA , $w = \nu + 1$. Então se definirmos $N_{part} \equiv \bar{w}$ como sendo o *número médio de participantes*, ou seja, o número médio de núcleons participantes, a seguinte relação é válida

$$N_{part} = N_{coll} + 1 .$$

A Equação (1.3.18) pode ser reescrita como

$$\bar{n}_A = N_{part} \frac{1}{2} \bar{n}_h \quad (1.3.19)$$

ao qual sugere que a contribuição do hádron incidente para \bar{n}_A é a mesma que a contribuição de cada núcleon alvo atingido e é *aproximadamente*⁴ igual a $\frac{1}{2}\bar{n}_h$. Portanto, parece não haver diferença quando um núcleon é atingido uma ou várias vezes, ao qual justifica a relevância de w como um variável conveniente para descrever o processo.

A generalização para colisões AA não é única pois, nesse caso, não existe somente uma relação entre ν e w , e uma escolha entre os dois deve ser feita. O *modelo de núcleons participantes* é a suposição que a variável relevante para descrever a distribuição da multiplicidade de partículas é dada pelo número w de núcleons participantes ao invés do número ν de colisões núcleon-núcleon. Isto é equivalente a assumir que as colisões inelásticas de um núcleon projétil depois da primeira colisão, são efetivas em “tornar participante” o núcleon atingido, mas não contribui para produção de partículas. Essa suposição tem se provado ser fenomenologicamente correta para baixas energias (até $\sqrt{s} = 17$ GeV, no SPS) mas, devido aos processos de espalhamento duro, começa a se tornar não válida para mais altas energias [39]. Enquanto as multiplicidades “duras” naturalmente se dimensionam com N_{coll} , existe também a contribuição “suave” proporcional ao N_{coll} do qual cresce em importância com a energia da colisão [40–42]. O modelo de núcleon participante implica que na colisão de núcleos de número atômico A com um núcleo de número atômico B , a multiplicidade é

$$\bar{n}_{AB} = N_{part}^{AB} \frac{1}{2} \bar{n}_h ,$$

onde, por definição, o número de participantes na colisão AB é dada pela soma do número de participantes do núcleo A e do B

$$N_{part}^{AB} = N_{part}^A + N_{part}^B .$$

Nossa próxima tarefa é então computar N_{part}^A . A partir da suposição de interações incoerentes núcleon-núcleon⁵, podemos escrever, em analogia com a Equação (1.3.9), a probabilidade que *um núcleon* do núcleo A a uma dada coordena transversa r sofrer ao menos uma interação inelástica quando espalhado no núcleo B

$$P_{part}(b) = \sum_{n=1,B} \binom{B}{n} \left[\frac{T_{hB}(b)}{B} \sigma_{in} \right]^n \left[1 - \frac{T_{hB}(b)}{B} \sigma_{in} \right]^{B-n} = 1 - \left[1 - \frac{T_{hB}(b)}{B} \sigma_{in} \right]^B ,$$

onde $T_{hB}(b) = T_{AB}(b)|_{A=1}$ é a função overlap para um colisão hádron-núcleo. Aproximando a função espessura básica por uma função delta, obtemos

$$T_{hB}(b) = \tau_B(b) . \quad (1.3.20)$$

O número de participantes é obtido multiplicando o número médio de núcleons A em r (ou seja, $\tau_A(b-r)$) pela probabilidade acima e integrando sobre r

$$\boxed{ \begin{aligned} N_{part}^A(b) &= \int d^2r \tau_A(b-r) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{T_{hB}(b)}{B} \sigma_{in} \right]^B \right\} \\ &\underset{B \rightarrow \infty}{\sim} \int d^2r \tau_A(b-r) \left\{ 1 - e^{-\tau_B(b) \sigma_{in}} \right\} \end{aligned} } . \quad (1.3.21)$$

O número de participantes do núcleo B é obtido intercambiando A e B na Equação (1.3.21). Essa expressão é muito importante pois ela fornece uma forma de obter o parâmetro de impacto

⁴Dado a acurácia da Equação (1.3.18). Ver Seção 4 de [38].

⁵Ou seja, o cômputo das interações se dará a partir das interações individuais ao invés de considerações coletivas.

de uma colisão nuclear evento por evento medindo o número de participantes. Isso é obtido experimentalmente medindo o número N_{espec} de *espectadores*, isto é, o núcleon que não teve uma colisão inelástica e continuou no fluxo ao longo do eixo do feixe. Sua energia E_{espec} pode ser medida por um *calorímetro de ângulo zero* (*zero degree calorimeter - ZDC*) e é proporcional a N_{espec}

$$E_{espec}(b) = \epsilon N_{espec}(b) = \epsilon(A + B - N_{part}(b)) ,$$

onde ϵ é a energia por núcleon de estado inicial (ou seja, no referencial do centro de massa $\epsilon = \sqrt{s_{AB}}/(A + B)$, onde $\sqrt{s_{AB}}$ é a energia do centro de massa dos dois núcleos).

1.3.3 Auto-sombreamento (Self-shadowing)

Vamos considerar as seções de choque inelásticas hádron-núcleo $(\sigma_{in})_A$, das quais respectivas expressões podem ser expandidas, usando a abordagem do modelo de Glauber, como uma distribuição de probabilidade binomial das colisões inelásticas núcleon-núcleon (veja as equações Equação (1.3.11) e (1.3.20)):

$$(\sigma_{in})_A = \int d^2b \left[1 - \left(1 - \sigma_{in} \frac{\tau_A(b)}{A} \right)^A \right] \quad (1.3.22)$$

$$= \int d^2b \sum_{n=1}^A \binom{A}{n} \left(\sigma_{in} \frac{\tau_A(b)}{A} \right)^n \left(1 - \sigma_{in} \frac{\tau_A(b)}{A} \right)^{A-n} . \quad (1.3.23)$$

Na Equação (1.3.23), $\tau_A(b)$ é a função espessura nuclear, ao qual depende do parâmetro de impacto e é normalizada para 1, A é o número massa atômico e σ_{in} é a seção de choque inelástica hádron-núcleon.

1.4 O plasma de quarks e glúons (QGP)

Em colisões AA , um núcleon sofre muitas colisões núcleon-núcleon, perdendo cerca de uma unidade de rapidez em cada colisão e, conseqüentemente, perdendo uma grande quantidade de energia. Se o número de colisões para esse núcleon é suficientemente grande, sua rapidez final tenderá a zero (no referencial do centro de massa) tal que o núcleon pode ser *parado* (*stopped*) pelo núcleo alvo. Ainda, a perda de energia dos núcleon incidentes é acompanhada por uma abundante produção de partículas, a grande parte píons, na vizinhança do centro de massa dos núcleos colidores. Na Seção 1.3.1, mostrou-se que o número de colisões cresce com a espessura do núcleo alvo. Portanto, quanto maior o número atômico dos núcleos colidores, maior será a perda de energia por cada núcleon a maior será a multiplicidade de partículas produzidas. Então, numa colisão de íons pesados em altas energias existe a possibilidade de criar uma região de densidade de bárions e de energia suficientemente grandes para produzir um sistema na fase de QGP.

1.4.1 Baryon stopping e o QGP

Como vimos, o modelo de Glauber busca contabilizar o número de núcleons participantes e o número de colisões núcleon-núcleon a partir da hipótese que as seções de choque de cada colisão intermediária são iguais, o que é uma idealização. Dito isso, a ocorrência das múltiplas colisões sugere que depois que um núcleon incidente sofre uma colisão (em outras palavras, o objeto bariônico que emerge da região de fragmentação ao qual chamamos de partículas dominantes na Seção 1.2) o mesmo irá continuar a colidir com outros núcleons do núcleo alvo, perdendo alguma fração de sua energia em cada colisão. Isto pode ser inferido do dados para baixa energia exibidos

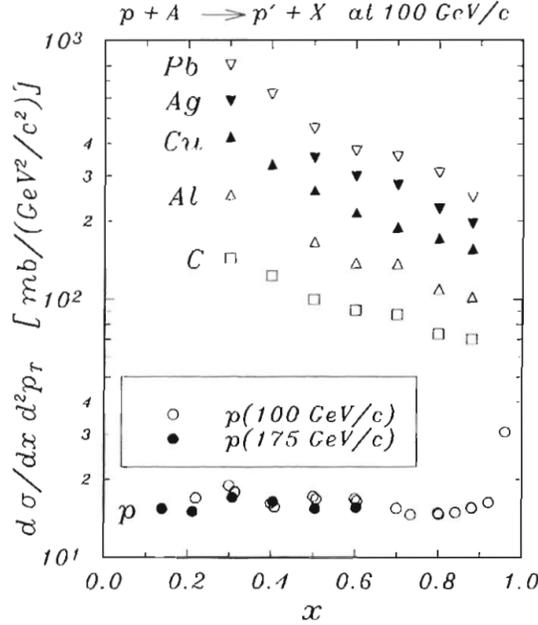


Figura 1.9: Seção de choque diferencial $d\sigma/(dx^+ d^2p_\perp)$ para a reação $p + A \rightarrow p' + X$ para diferentes energias (lab) e para diferentes alvos como função da variável do cone de luz do próton $x \equiv x^+$. Dados de [37, 45]. Figura de [36].

na Figura 1.9 para uma reação $p + A \rightarrow p' + X$ na região de fragmentação do projétil com momento (lab) de 100 GeV, correspondendo à $\sqrt{s} = 13.8$ GeV. Na Figura 1.9, a seção de choque inelástica $d\sigma/(dx^+ d^2p_\perp)$ em $p_\perp = 0.3$ GeV é exibida em função de x^+ . Enquanto para colisões pp a seção de choque se mantém aproximadamente constante, para o caso pA é uma função decrescente de x^+ e torna-se mais acentuada conforme o número atômico A do alvo nuclear cresce. Como consequência, o valor médio $\langle x^+ \rangle$ da variável do cone de luz se desloca de $\langle x^+ \rangle = 1/2$ em colisões pp para valores cada vez menores a medida que A aumenta, o que significa que a perda total de energia média (e rapidez) do próton incidente é maior em colisões pA do que em colisões pp , sugerindo a ocorrência de mais de uma colisão núcleon-núcleon. O grau de desaceleração do próton incidente é chamado de *baryon stopping power* [43, 44].

O grau do “baryon stopping” demonstra se a energia produzida ou densidade bariônica é alta o suficiente para a formação do QGP. Conforme a Seção 1.2, um núcleon perde cerca de uma unidade de rapidez numa colisão núcleon-núcleon. Quando um núcleon colide com o alvo nuclear, sua perda de rapidez média pode ser estimada [36] como sendo $1 + (n - 1)/3 < \Delta y < n$, onde n é o número de colisões sofridas pelo núcleon incidente. O limite superior corresponde assumir os bárions dominantes, que emergem depois da primeira colisão, a se comportarem como o núcleon pai, enquanto que o limite inferior corresponde a assumir um paramento reduzido dos bárions dominantes relativo ao núcleon original. Um núcleon que colide com um núcleo de ouro (Au) a uma distância $r = 0$ do seu centro sofre, na média, $n \approx 6$ colisões, por exemplo. Se tomamos a média sobre o parâmetro de impacto r núcleon-núcleon, temos que $n \approx 4$. Logo, a perda de rapidez média é cerca de $2 \lesssim \Delta y \lesssim 4$.

Numa colisão de núcleos pesado para energia de centro de massa de alguns GeV por núcleon, a separação entre a rapidez do feixe e a rapidez do alvo é cerca de 3 – 4 unidades. Como isso é da mesma ordem da perda de rapidez média, o núcleons incidentes dessas colisões tem grande possibilidade de sofrerem freamento no referencial do centro de massa. Além disso, a contração de Lorentz “empilha” os núcleons numa região muito pequena antes da colisão. Como consequência, a densidade de bárions criada na colisão em geral é alta [43] e a matéria criada na colisão pode entrar um fase de QGP. Chamamos essa região de alguns GeV de região de *QGP rico em bárions*. Numa colisão nuclear para $\sqrt{s} \gtrsim 100$ GeV, a diferença entre as rapidezes do feixe e do alvo é similar ou maiores do que 10 unidades, ao qual é grande suficiente para que a região de rapidez central ser pobre em número líquido de bárions e continuar a ter uma alta densidade de energia.

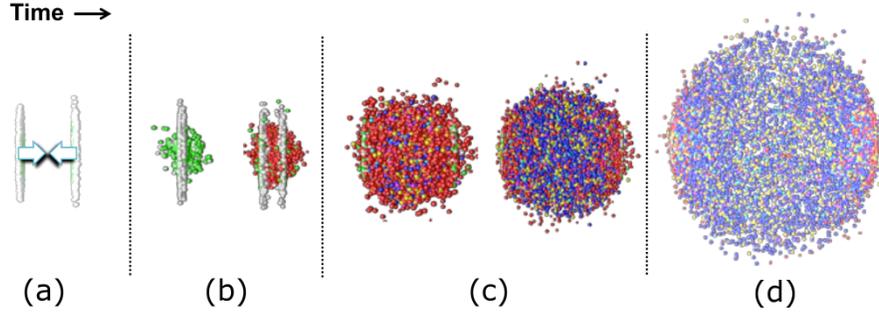


Figura 1.10: Simulação de uma colisão de núcleos pesados. (a) inicialmente, os dois núcleos estão se movimentando em direções opostas (eles parecem comprimidos, como esperado devido à contração de Lorentz); (b) eles sofrem uma colisão central e (c-d) passam um pelo outro. Figura adaptada de [46].

Chamamos a região com $\sqrt{s} \gtrsim 100$ GeV de região de *QGP sem bárions* ou de *QGP puro*.

1.4.2 Picture de Bjorken do QGP

Considere por simplicidade uma colisão de núcleos semelhantes em uma energia ultra relativística (veja Figura 1.10). Os núcleos são fortemente contraídos devido a contração de Lorentz na direção do feixe e nessas energias podemos negligenciar a espessura longitudinal e usar as coordenadas longitudinais dos núcleons, pertencentes ao mesmo núcleo, como sendo aproximadamente iguais. O núcleo projétil A e o núcleo alvo B aproximam-se um do outro por $z = +\infty$ e $-\infty$, respectivamente. Eles viajam próximos da velocidade da luz e se encontram em $z = 0$. A evolução do sistema de partículas produzidas na colisão pode visto no diagrama de espaço-tempo da Figura 1.11. As trajetórias dos dois núcleos são representadas pelos linhas mais destacadas, e as hipérbolas representam superfícies de tempos próprios iguais, onde o tempo próprio é definido por $\tau \equiv \sqrt{t^2 + z^2}$.

1. *Estágio de formação.* Durante a colisão, os núcleons sofrem muitas colisões e perdem uma grande fração de sua energia. Uma grande quantidade de energia é então depositada em um pequena região em volta de $z = 0$ em um pequeno intervalo de tempo τ_F depois do começo das colisões, na qual fazemos o tempo próprio igual a zero. A matéria criada nessa região tem uma densidade de energia muito alta mas com um contingente de bárions muito pequeno. A matéria e a densidade de energia produzida nesse estágio são comumente chamadas de *condições iniciais*. Ainda é uma questão não resolvida sob qual forma o quanta produzido nesses primeiros instantes surge, se é quarks e glúons, hádrons, “strings” ou em outra forma não perturbativa. Se assume que nas energias do RHIC e LHC, uma grande fração de matéria é criada sob a forma de quarks e glúons, e que a QCD perturbativa pode ser usada para descrevê-la. Esse sistema denso de pártons é também chamado de *minijet de plasma*.
2. *Estágio de equilíbrio.* Em $\tau = \tau_F$, o minijet de plasma provavelmente não estará em equilíbrio térmico, mas as interações entre pártons devem levar ao equilíbrio térmico em um tempo próprio τ_0 chamado *tempo de equilíbrio* (veja, por exemplo, [44]).
3. *Estágio Hidrodinâmico.* A densidade de energia do minijet de plasma em τ_0 pode ser grande o suficiente para a transição do sistema para o QGP. Devido também a alta densidade de quarks e glúons no sistema, evoluções posteriores do QGP podem ser descritas pelas leis da hidrodinâmica. O plasma expande e resfria.
4. *Estágio de Hadronização.* Como o QGP expande, a temperatura diminui e a hadronização do plasma acontece no tempo próprio τ_h , chamado *tempo de hadronização*.

5. *Estágio de Congelamento.* Os hádrons formados continuam a interagir com eles mesmos. A medida que o sistema se expande, a distância média entre os hádrons começa a ficar menor do que o seu próprio livre caminho: os hádrons param de interagir e “congelam”. Eles continuam a fluir livremente e são finalmente detectados pelos aparatos experimentais.

Esse cenário do tempo-espaço da formação e evolução do QGP foi proposta por Bjorken [47], onde um modelo hidrodinâmico simplificado de dimensão 1 + 1 para a evolução do plasma foi estudado. As condições iniciais não são diretamente observadas, mas podem ser reconstruídas a partir da distribuição das partículas observadas. Em particular, para estimar a densidade de energia ϵ_0 , precisamos obter a quantidade de energia depositada na região de colisão de volume V . Este volume pode ser estimado como o produto da área de interação \mathcal{A}_T e o tempo de formação τ_F , que nos dá uma estimativa da distância máxima percorrida pelas partículas produzidas. É possível então reconstruir a distribuição espacial inicial relacionando suas coordenadas de espaço-tempo com a variável rapidez, e usando a informação providenciada pela observação da distribuição de rapidez dN/dy . A estimativa resultante é [36, 47]

$$\epsilon_0 = \frac{\langle m_{\perp} \rangle}{\mathcal{A}_T \tau_0} \frac{dN}{dy} \Big|_{y=0} ,$$

onde $\langle m_{\perp} \rangle$ é a massa transversal média das partículas produzidas. Várias estimativas fornecem para o tempo de formação o valor de $0.4 \text{ fm} \lesssim \tau_F \lesssim 1.2 \text{ fm}$. Como exemplo, o valor medido de dN/dy (colaboração PHOBOS) uma colisão central de $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ por núcleon [48] é $dN/dy \sim 975$ (assumindo que a multiplicidade total é próxima de 3/2 da multiplicidade carregada). Estimando a área de interação como a área transversal geométrica de núcleos de Au, $\mathcal{A}_T \approx \pi R_A^2 = \pi (r_0 A^{1/3})^2 = 133 \text{ fm}^2$, $\tau_0 = 1 \text{ fm}$, e usando $\langle m_{\perp} \rangle \approx 0.38 \text{ GeV}$, obtém-se

$$\epsilon_0^{RHIC} \sim 4.2 \text{ GeV} / \text{fm}^3 .$$

Considerando agora colisões Pb-Pb ($A = 208$) nas energias do LHC ($\sqrt{s} = 5.02 \text{ TeV}$), a colaboração ALICE estimou [49], para classe de centralidade de 0 – 5%, que $dN_{ch}/dy \Big|_{y=0} \sim 2400$. Assumindo que a multiplicidade total é próxima de 3/2 da multiplicidade carregada, bem como $\mathcal{A}_T \approx \pi R_A^2 = \pi (r_0 A^{1/3})^2 = 137 \text{ fm}^2$ e que $\tau_0 = 1 \text{ fm}$, temos que

$$\epsilon_0^{LHC} \sim 9.9 \text{ GeV} / \text{fm}^3 .$$

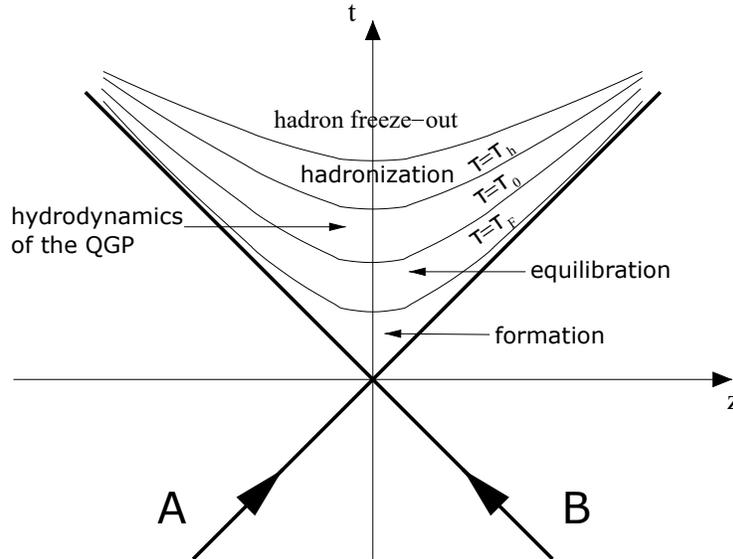


Figura 1.11: Cenário do espaço-tempo da evolução de um minijet de plasma. Figura e legenda de [24].

Assumindo que inicialmente o sistema de partículas produzido é formado predominantemente de glúons, e tratando eles como um gás de bósons ideais, nós podemos converter ϵ_0^{RHIC} para a temperatura inicial T_0 . A estimativa [50] da temperatura inicial é de $T_0 \sim 1$ GeV, ao qual é bem acima da temperatura crítica $T_c \approx 0.150$ GeV da transição para QGP em densidade bariônica ~ 0 . Entretanto, durante o estágio de termalização o sistema se expande bem rápido, conseqüentemente a termalização vai ser atingida numa temperatura $T_0 < T_F$. Dependendo da duração do estágio de termalização, o sistema pode chegar ao equilíbrio com uma densidade de energia que pode estar ainda acima da temperatura crítica ou não. Portanto, um entendimento quantitativo preciso da formação e do estágio de termalização é de vital importância.

Quando o sistema atinge o equilíbrio térmico e, possivelmente na fase do QGP, nós podemos descrever a sua evolução subsequente por hidrodinâmica e se perguntar como a densidade de energia e outras variáveis termodinâmicas evoluem com o tempo. Uma vez que a produção de partículas é caracterizada por um platô na distribuição de pseudo-rapidez dN/dy em rapidez central, podemos assumir o QGP sendo invariante sob boost de Lorentz longitudinal. Isso permite idealizar o QGP como um contínuo de translação longitudinal invariante, então a densidade de energia e todas as outras variáveis são invariantes também. Além disso, a expansão longitudinal evolui muito mais rapidamente que a expansão transversal. Portanto, é útil estudar a evolução hidrodinâmica em um espaço tempo bidimensional com as coordenadas (t, z) . A invariância de Lorentz assumida implica que todas as quantidades que descrevem o sistema dependem apenas do tempo próprio $\tau = \sqrt{t^2 - z^2}$. Nós podemos assumir as variáveis termodinâmicas de densidade de energia ϵ e a pressão p como sendo independentes. Bjorken mostrou que sob essas suposições ϵ e p satisfazem a seguinte equação diferencial:

$$\frac{d\epsilon}{d\tau} + \frac{\epsilon + p}{\tau} = 0. \quad (1.4.1)$$

Se assumimos que o QGP é um gás ideal relativístico de quarks e glúons, a temperatura T é relacionada com a pressão por $p \propto T^4$ e a equação de estado a seguir é válida

$$3p = \epsilon.$$

Com essa equação de estado (1.4.1) pode ser resolvida, obtendo o tempo próprio da evolução do sistema:

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon(\tau)}{\epsilon_0} &= \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{4/3} \\ \frac{p(\tau)}{p_0} &= \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{4/3} \\ \frac{T(\tau)}{T_0} &= \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{1/3}. \end{aligned}$$

Como podemos ver, a pressão e a densidade de energia cai muito rapidamente, enquanto a temperatura cai mais lentamente com o tempo. Dada uma temperatura inicial T_0 acima da temperatura crítica, o sistema vai se manter na fase QGP até o tempo próprio τ_h dado por

$$\tau_h = \left(\frac{T_0}{T_c}\right)^3, \quad (1.4.2)$$

após o qual a transição para a matéria hadrônica vai acontecer. Em suma, dados todas as suposições feitas, pode-se concluir que é provável que o sistema permaneça na fase QGP por bastante tempo, da ordem das dezenas de fm/c [24].

1.5 Assinaturas experimentais do QGP

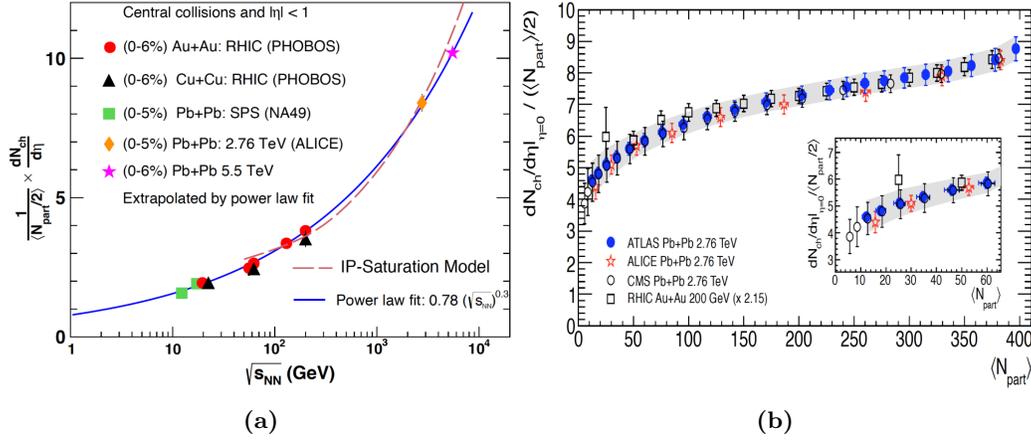


Figura 1.12: (a) A densidade de partículas carregadas por par de participante, $dN_{ch}/d\eta/(0.5N_{part})$, em colisões centrais Au+Au, Cu+Cu Pb+Pb nas energias do SPS e LHC. A estrela denota uma extrapolação da colisão Pb+Pb para 5.5 TeV. O cálculo do modelo de saturação IP [52] é ilustrado pela curva tracejada. Adaptado de [53]. (b) $dN_{ch}/d\eta|_{\eta=0}/(0.5N_{part})$ em função de $\langle N_{part} \rangle$ em colisões Pb+Pb (LHC) e Au+Au (RHIC). Os dados do RHIC estão multiplicados por 2.15. O quadro interno mostra a região de $\langle N_{part} \rangle < 60$ em detalhe. Figura de [54].

Os vários estágios da evolução de uma colisão núcleo-núcleo estão exibidos na Figura 1.10. Porém, experimentalmente, não se observa tais estágios separadamente mas sim somente as quantidades de estado final integradas no tempo, e.g., espectro de momento dos hádrons, fótons, léptons, multiplicidade de partículas, fluxo de energia e etc. No entanto, o ordenamento de tempo de diferentes processos implica na existência de observáveis no estado final. Nos primeiros momentos da colisão, entropia é produzida a qual mais tarde, depois de uma “quase” expansão isotrópica, dão origem as partículas observadas bem como também favorecem a produção de pártons com grande p_{\perp} ou quarks pesados (c,b). A formação do QGP fica evidente de várias formas, como por exemplo, radiação de fótons diretos ou virtuais com pequeno momento que, por fim, podem servir de termômetros, aumentar a produção de hádrons contendo quarks estranhos (s) e suprimir mésons $c\bar{c}$ ou $b\bar{b}$ (*quarkonia*). A subsequente rápida expansão da matéria desconfiada que possui mais do que 10 vezes os graus de liberdade $g = 2(N_c^2 - 1) + 7N_c N_f / 2$ (c para “color” e f para “flavour”) do que a matéria hadrônica, produz um forte *fluxo radial* cuja identidade pode ser observada no espectro de partículas no estado final e suas quantidades produzidas [7].

1.5.1 Observáveis Coletivos

Em geral, as primeiras medidas de colisões de íons pesados em um novo regime de energia se dá na medida da densidade de partículas carregadas em rapidez central $dN_{ch}/d\eta|_{\eta=0}$, também levando em conta a dependência da centralidade. Para as colisões de íons pesados mais centrais, normalizada por par de participantes (isto é, $\langle N_{part} \rangle / 2$), observamos comportamento mostrado na Figura 1.12a. Na Figura 1.12b, temos que a densidade normalizada de partículas carregadas cresce com a centralidade, implicando que a multiplicidade de partículas em rapidez central cresce mais rápido do que N_{part} , presumivelmente devido aos processos duros de produção de partículas [51].

Uma predição importante do comportamento coletivo da matéria criada em colisões não-centrais de núcleos ultra-relativísticos, diz respeito à evolução no plano transversal, ao qual resulta dos gradientes de pressão devido a anisotropia⁶ espacial da perfil de densidade inicial [55, 56] (ver

⁶Propriedade de ser direcionalmente dependente.

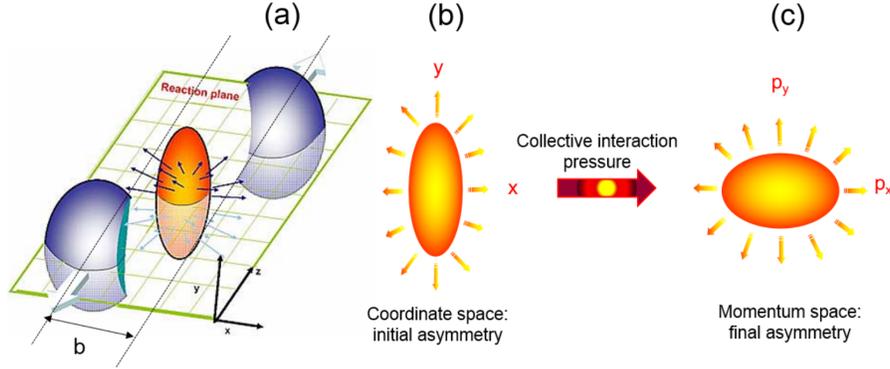


Figura 1.13: (a) Colisão não central de dois núcleos (Pb) com um volume de interação “oval”; (b) a anisotropia espacial inicial com respeito ao plano de reação muda, via gradientes de pressão, para um momento anisotrópico de partículas produzidas. Figura de [53].

Figura 1.13). A anisotropia azimutal é usualmente escrita através de coeficiente de Fourier [57]

$$v_n = \langle \cos[\phi - \psi_n] \rangle, \quad (1.5.1)$$

onde ϕ é o ângulo azimutal da partícula, ψ_n é o ângulo do plano espacial de simetria do estado inicial e n é a ordem do harmônico. Em colisões não centrais de íons pesado, o eixo do feixe e o parâmetro de impacto definem o plano de reação azimutal ψ_{RP} . Para matéria com distribuição suave no núcleo colisor, o plano de simetria é o plano de reação $\psi_n = \psi_{RP}$, tal que os coeficientes de Fourier ímpares não nulos por simetria. Dado que a cada evento é essencialmente diferente um do outro devido às flutuações da matéria (incluindo contribuições das flutuações na posição do núcleons participantes no núcleo) o plano de simetria também muda a cada evento. Além disso, ele é determinado pelos núcleons participantes e, portanto, é chamado de plano participante ψ_{pp} [58]. Logo, uma vez que não se conhece a priori os planos de simetria, os coeficientes de fluxo anisotrópico são estimado de medidas de correlação entre as partículas observadas [59, 60].

Das contribuições dominantes, tem-se que $n = 2$ é relacionado com a assimetria *elíptica*. A Figura 1.14a mostra a dependência do *coeficiente de fluxo elíptico* v_2 par uma dada classe de centralidade. Note que v_2 cresce continuamente a partir de $\sqrt{s} \approx 5$ GeV. A Figura 1.14b, exibe

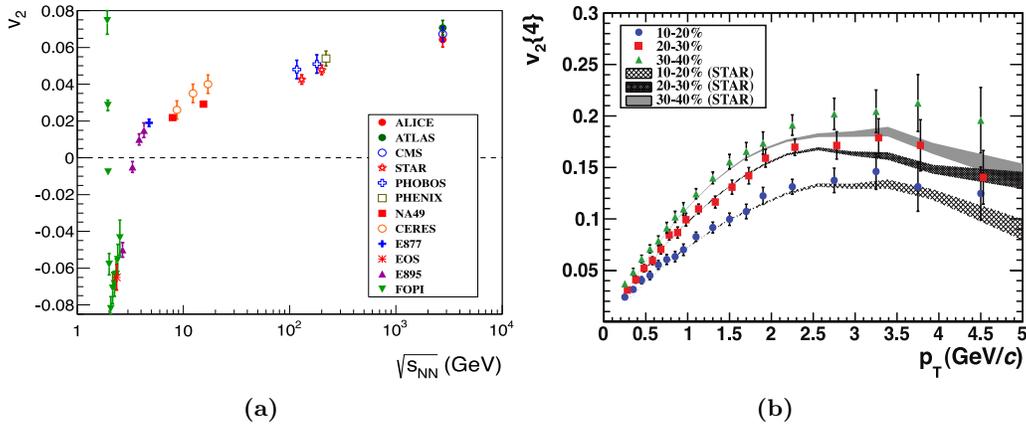


Figura 1.14: (a) Dados compilados de diferentes colaborações para medidas do fluxo elíptico integrado em função da energia do feixe. Os dados correspondem às colisões mais centrais de Au+Au ($\approx 20\text{--}30\%$) ou Pb+Pb. Figura de [61]. (b) Fluxo elíptico diferencial de partículas carregadas. As colisões Pb+Pb em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV (símbolos coloridos) são comparados com colisões Au+Au em $\sqrt{s} = 200$ GeV (linhas cinzas). Figura de [59].

dados do RHIC da magnitude do fluxo elíptico consistente com as equações de estado do esperado do QGP [18, 55]. O valor de v_2 cresce de 70% quando compara-se os dados do SPS e do RHIC de suas energias mais altas (ver Figura 1.14b). Porém, quando compara-se o fluxo elíptico entre colisões Au+Au em $\sqrt{s} = 200$ GeV (LHC), v_2 cresce cerca de 30% em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. No entanto, tais diferenças não são observadas no fluxo elíptico diferencial para partículas carregadas (Figura 1.14b). Logo, inferimos que o meio produzido no RHIC e no LHC possui propriedades similares e os 30% de aumento de v_2 anteriormente citado são devidos à ampliação do espaço de fase disponível, resultando no mesmo aumento do momento transversal médio entre as energias do RHIC e do LHC. Além disso, tem-se que o fluxo elíptico reflete a pressão devido ao reespalhamento, ou seja, a expansão induzida e a “rigidez” da equação de estado durante os estágios iniciais da colisão [7, 55, 56]. Seu contínuo crescimento ao passo que a energia aumenta até as maiores energias do LHC, indica que a pressão inicial também aumenta.

O aumento na produção de hádrons com números quânticos não presentes na matéria colisora é um dos mais antigos sinais de um meio de QGP desconfinado [62, 63]. Medidas do número de bárions estranhos produzidos foram efetuadas desde os meados dos anos 80 no CERN SPS pela colaboração WA85, e depois pelas colaborações WA97/NA57. Já em 2000, resultados do RHIC tornaram-se disponíveis, e a partir de 2010, também do LHC. Nas Figuras 1.15a e 1.15b, estão compilados resultados do SPS, RHIC e do LHC em termos do *strangeness enhancement*, definido como as quantidades produzidas normalizadas (para $p+p$ ou $p+Be$) por participantes. Na Figura 1.15c, as razões de híperon-píons como função de $\langle N_{part} \rangle$ para colisões $Pb+Pb$, $Au+Au$ e $p+p$ nas energias do LHC e do RHIC são apresentadas. As quantidades produzidas normalizadas são maiores do que a unidade para todas as partículas, e cresce com o “presença” da estranheza. Esse comportamento é consistente com o aumento na produção de pares $s\bar{s}$ no meio denso e quente do QGP [62, 63]. Quanto as Figuras 1.15d e 1.15e, encontra-se representado a comparação entre as razões de híperon-píons para colisões $p+p$, $p+Pb$ e $Pb+Pb$. Curiosamente, as razões nas colisões $p+Pb$ crescem com a multiplicidade a partir dos valores medidos em $p+p$ até àqueles observados em $Pb+Pb$. A taxa de crescimento é mais pronunciada para partículas com maior “conteúdo estranho”.

1.5.2 Provas Duras

Quarks pesados, seus estados ligados (chamados de *quarkonia*) e *jetos* são chamados de *provas duras* e são criados logo após a colisão. Portanto, são considerados provas chave do meio QCD desconfinado. É característico desses objetos possuírem grande momento transversal ($p_{\perp} \gg \Lambda_{QCD}$), e são produzidos em escalas curtas de tempo ($\tau \approx 1/p_{\perp} \approx 0.1$ fm/c), assim, podem provar a evolução do meio. Uma vez que é possível calcular a seções de choques produzidas dessas partículas energéticas por pQCD, a bastante tempo são conhecidas por serem provas “tomográficas” úteis do QGP [68–70].

É interessante analisar os resultados da produção inclusiva de hádrons com grande momento transversal p_{\perp} , dado que foram neles que se primeiro observou padrões de supressão [18–21]. Num regime inclusivo, a comparação entre $d^2 N_{AB}/dp_{\perp} d\eta$ (a distribuição diferencial do número produzidos de hádrons com grande p_{\perp} por evento em colisões do tipo $A+B$) com essa mesma quantidade referente às colisões $p+p$ (ou seja, $d^2 N_{pp}/dp_{\perp} d\eta$) é usualmente quantificada pelo *fator de modificação nuclear*, definido por

$$R_{AB}(p_{\perp}, \eta) = \frac{d^2 N_{AB}/dp_{\perp} d\eta}{\langle N_{coll} \rangle d^2 N_{pp}/dp_{\perp} d\eta}, \quad (1.5.2)$$

Para colisões de dois núcleos que se comportam como uma superposição simples de N_{coll} colisões núcleon-núcleon, o fator de modificação nuclear dever ser $R_{AB} = 1$. No entanto, os dados apresentados na Figura 1.16 demonstram um comportamento muito diferente. A Figura 1.16a apresenta uma compilação de dados para R_{AA} de colisões $Au+Au$ e $Pb+Pb$ e a Figura 1.16b exhibe resultados para R_{pPb} de 3 experimentos do LHC na mesma energia $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. No caso

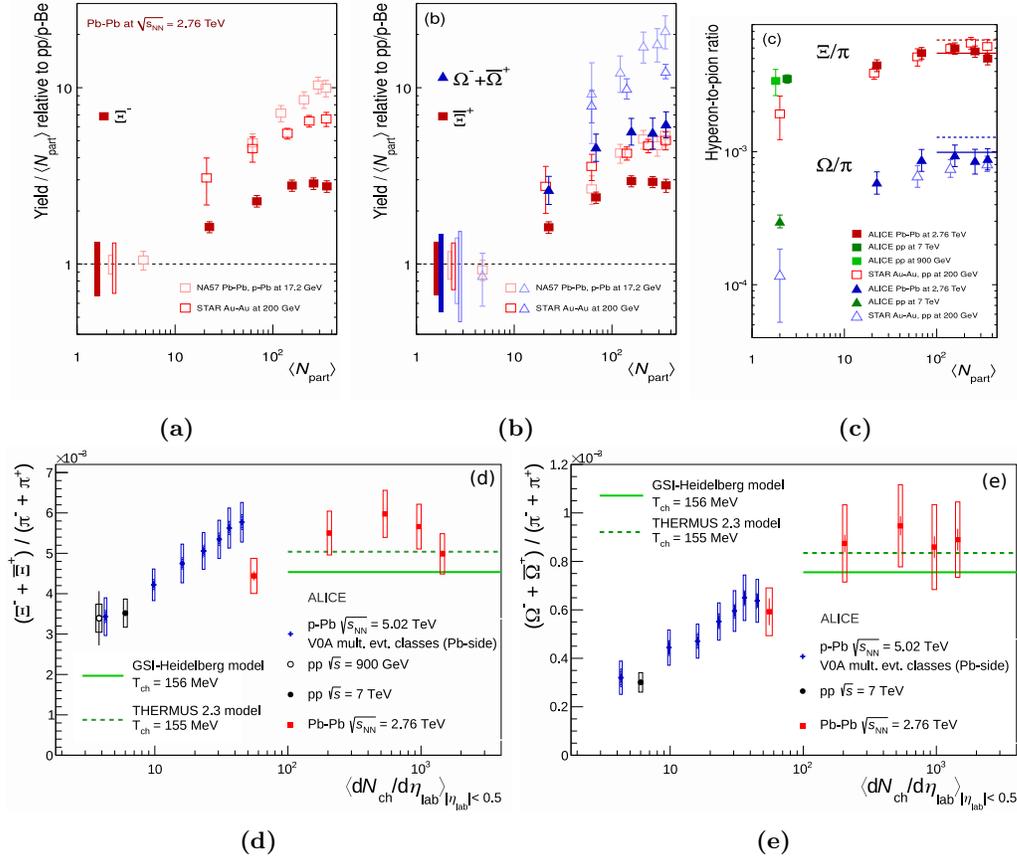


Figura 1.15: (a-b) Número de bárions estranhos produzidos (para $p+p$ ou $p+Be$) por número de participantes normalizadas em rapidez central como função de $\langle N_{part} \rangle$ para dados do LHC (símbolos hachurados), RHIC e SPS (símbolos vazios). Os retângulos sobre a linha pontilhada em $Yield/\langle N_{part} \rangle = 1$ indicam as incertezas sistemáticas e estatísticas na referência $p+p$ e $p+Be$. (c) Razões hyperon/píons como função do $\langle N_{part} \rangle$ para colisões $Pb+Pb$, $Au+Au$ e $p+p$ nas energias do RHIC e do LHC. As linhas cheias e pontilhadas dizem respeito ao “modelo termal” e as predições, respectivamente [64,65]. Figuras de [66]. Razões (d) $(\Xi^- + \bar{\Xi}^+)/(\pi^+ + \pi^-)$ e (e) $(\Omega^- + \bar{\Omega}^+)/(\pi^+ + \pi^-)$ como função de $\langle dN_{ch}/d\eta \rangle$ para colisões $p+p$, $p+Pb$ e $Pb+Pb$ no LHC. O dados para $Pb+Pb$ [66] representam, da esquerda para a direita, as classes de centralidade 60–80%, 40–60%, 20–40%, 10–20% e 0–10%, respectivamente. As predições para o equilíbrio químico (GSI-Heidelberg [64]) e o modelo THERMUS [65] estão representados pelas linhas horizontais. Figuras de [67].

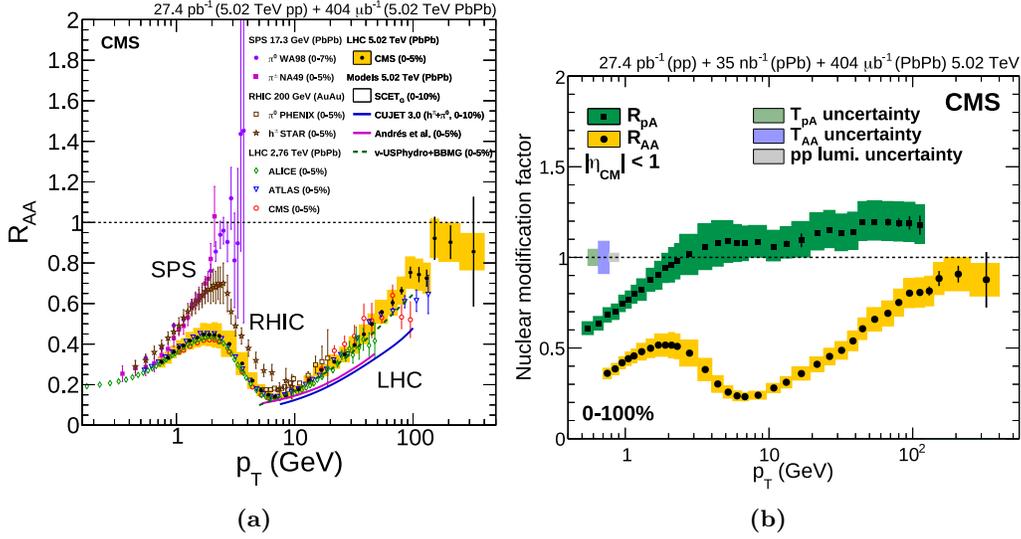


Figura 1.16: (a) Compilação de medidas de $R_{AA}(p_{\perp})$ para píons neutros (π^0), hádrons carregados (h^{\pm}) e partículas carregadas para colisões em rapidez central das colaborações SPS, RHIC e LHC. (b) Fator de modificação nuclear $R_{pPb}(p_{\perp})$ para colisões $p + Pb$ comparado com R_{AA} de colisões $Pb + Pb$. Figuras de [71].

R_{AA} , o padrão de supressão para hádrons com alto p_{\perp} ($> 2 - 3$ GeV/ c) no meio desconfinado é claramente visível no RHIC e no LHC. No entanto, para colisões próton-núcleo (Figura 1.16b), não há supressão, mesmo na mais alta energia. Além disso, para colisões $Pb + Pb$ no LHC 5% mais centrais, R_{AA} exibe uma supressão máxima com um fator de $7 - 8$ para a p_{\perp} de $6 - 9$ GeV. Esse “vale” é seguido por um crescimento, ao qual continua até o mais alto p_{\perp} medido em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV, e se aproxima da unidade na vizinhança de $p_{\perp} = 200$ GeV [71].

Hádrons com alto p_{\perp} e Jatos

A supressão de hádrons com alto p_{\perp} no meio desconfinado foram largamente estudado no RHIC usando correlações azimutais entre o *trigger* das partículas e a partícula associada (Figura 1.17). Os painéis da Figura 1.17a mostram picos próximos para as colisões $Au + Au$ com centralidade $0 - 5\%$ presentes em todos indicam que a correlação é dominada pela fragmentação de jatos. Picos mais distantes surgem quando p_{\perp}^{trig} aumenta. A clara aparição dos picos em lados opostos são um indicativo do comportamento básico observado dos “jatos duplos” (*dijets*) em colisões párton-pártion elementares. Em contraste com o primeiro caso, o desequilíbrio do p_{\perp} das partículas oriundas da fragmentação dos jatos devido a diferença de caminhos dos dois pártons no meio é aparente. A diferença $\Delta\phi$ do ângulo azimutal para o maior intervalo de p_{\perp}^{trig} ($8 < p_{\perp}^{trig} < 15$ GeV/ c) nas colisões $Au + Au$ de quase centrais ($20 - 40\%$) e centrais (bem como para colisões $d + Au$) é apresentada na Figura 1.17b. Observa-se clara correlação dos picos nos três intervalos de p_{\perp}^{assoc} . Para cada p_{\perp}^{assoc} , o picos próximos exibem um poder de correlação similar sobre o background para os três sistemas, enquanto a correlação dos picos distantes diminui do $d + Au$ para $Au + Au$ central. Para o caso $d + Au$, o número de partículas produzidas no lado oposto $\Delta\phi = \pi$ predomina sobre o mesmo lado. Além disso, para colisões $Au + Au$, o número de partículas produzidas relacionado aos picos próximos obtidos depois de se subtrair a contribuição do background devido ao fluxo elíptico mostra fraca dependência na centralidade, enquanto que o caso relacionado aos picos distantes temos diminuição com o aumento da centralidade [72].

Porém, a vantagem de usar o número de partículas produzidas (*yields*) dos *dijets* é ofuscada pela perda de informação das propriedades iniciais das provas (ou seja, anteriores às interações com o meio). É, portanto, interessante estudar as correlações quando uma das partículas não

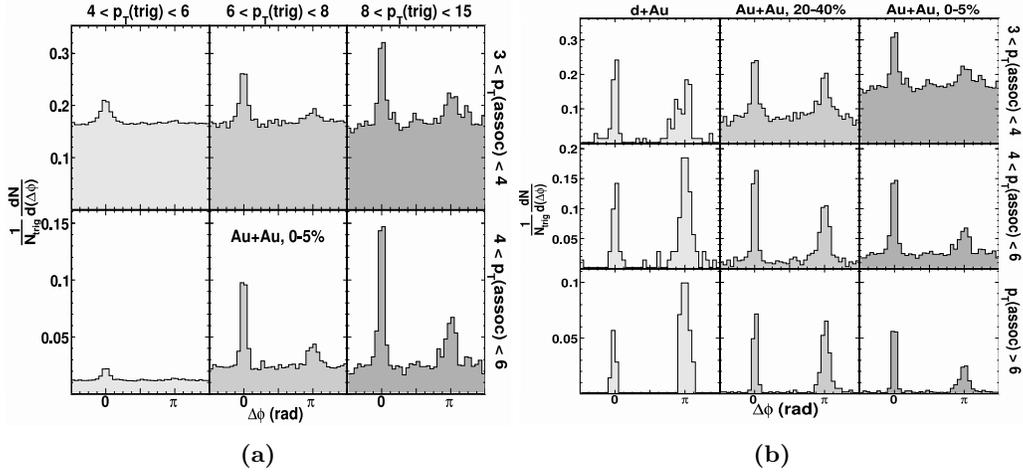


Figura 1.17: (a) Histogramas das correlações azimutais de pares de hádrons de carga com alto p_{\perp} normalizados por trigger de partícula para eventos $Au + Au$ de classe 0 – 5% para vários intervalos de p_{\perp}^{assoc} e p_{\perp}^{trig} . O número de partículas produzidas no painel inferior esquerdo é devido à restrição $p_{\perp}^{assoc} < p_{\perp}^{trig}$. (b) O mesmo, mas agora para eventos com $8 < p_{\perp}^{trig} < 15$ GeV/c para $d + Au$ (20 – 40%), 20 – 40% $Au + Au$ e 0 – 5% $Au + Au$. Figuras de [72].

interage fortemente com o meio. A observação de fótons isolados com alto p_{\perp} (ou seja, que não seja do tipo $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$) deve servir para tal propósito. Enquanto que nas colisões $p + p$ um jato emergente de quarks deve contrabalançar seu momento transversal com o fóton, em colisões de íons pesados, grande parte do seu momento é termalizado ao passo que o quark atravessa o plasma. Isto é ilustrado na Figura 1.18a, onde um único fóton duro com $p_{\perp} = 402$ GeV emerge de forma livre do meio desconfinado que foi produzido por uma colisão $Pb + Pb$ no LHC. O outro jato de quarks que foi produzido via espalhamento Compton QCD $qg \rightarrow q\gamma$ perde 1/3 de sua energia (≈ 140 GeV) dentro da matéria densa e quente. Temos ainda as medidas apresentadas nas Figuras 1.18b e 1.18c que mostram que para as colisões $Pb + Pb$ mais centrais, uma diminuição significativa da razão entre o momento transversal do jato e o momento transversal do fóton ($\langle x_{J\gamma} \rangle$) relativo ao PYTHIA (gerador de eventos [73, 74]).

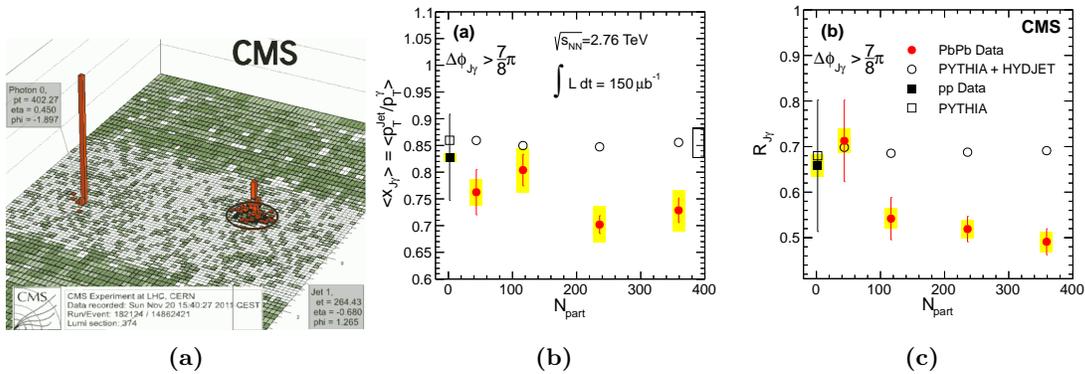


Figura 1.18: (a) A distribuição de energia no plano $\eta \times \phi$ para um único evento $Pb + Pb$ obtido por um detector do CMS, no LHC. Figura de [75]. (b-c) A razão média do momento transversal do jato com o momento transversal do fóton $\langle x_{J\gamma} \rangle$ e a fração média $R_{J\gamma}$ de fótons isolados de um jato associado com energia acima de 30 GeV como função do número de participantes N_{part} . Fótons e jatos são emitidos quase que em direções opostas no ângulo azimutal $\phi_{J\gamma}$. Figura de [76].

Quarkonium

A *dissociação* do quarkonium devido à blindagem de cor no meio desconfinado quente e denso foi proposto a mais de 40 anos como sendo uma assinatura clara do desconfinamento [77]. No entanto, pouco tempo depois, notou-se que não somente a difusão dos quarks pesados oriundos do quarkonium “derretido” é importante, mas também a interação com o meio ao qual os quarks charm experimentam quando se propagam através do plasma [78]. Porém, esse último fato resulta em um enaltecimento ao invés de uma supressão. Isto está em desacordo com a proposta original que quarks pesado, uma vez *blindados*, deixariam de interagir. Com o advento de um QGP fortemente interagente, o *Modelo de Langevin* para a produção de quarkonium foi formulado. Ele propõem que os pares $q\bar{q}$ evoluem no topo de uma “bola de fogo” hidrodinâmica em expansão [79]. Um quark pesado e um anti-quark interagem entre si de acordo com o potencial blindado de Cornell (*screened Cornell potential*) e interagem, de forma independente, com a vizinhança, experimentando um arrasto e forças randômicas descorrelacionadas. Uma extensão dessa abordagem para a produção do bottomonium (estados $b\bar{b}$) [80] mostra que um grande fração de pares $b\bar{b}$, ao qual estão muito próximos durante a produção dura inicial, irão permanecer correlacionados em um meio quente num tempo de vida típico de sistemas criados em colisões de íons pesados. A distribuição de pares $b\bar{b}$ correlacionados em distância relativa é tal que irão predominantemente formar bottomonium $1S$. O estudo da produção de quarkonium em colisões de íons pesados fornece, portanto, uma interessante janela tanto da propriedades estáticas como das dinâmicas do meio quente e denso de rápida expansão [81, 82].

Nas Figuras 1.19a e 1.19b, são apresentadas as distribuições de massa invariante do pares de di-múons $\mu^+\mu^-$ produzidos em colisões $p+p$ e $Pb+Pb$ no LHC, respectivamente. Um pico muito claro devido a produção um estado pesado quarkonium, o bottomonium $\Upsilon(1S)$, pode ser visto nos dois casos ($p+p$ e $Pb+Pb$). No caso $p+p$, os picos para os estados excitados do Υ , os estados $\Upsilon(2S)$ e o $\Upsilon(3S)$, são facilmente identificados. Porém, isso não é verdade para o caso $Pb+Pb$, onde os picos para os estados excitados são pouco claros. Esse efeito é apresentados de forma mais quantitativa nas Figuras 1.19c e 1.19d, onde a dependência na centralidade para as *razões duplas* $[\Upsilon(2S)/\Upsilon(1S)]_{PbPb} / [\Upsilon(2S)/\Upsilon(1S)]_{pp}$ e os fatores de modificação nuclear R_{AA} para $\Upsilon(1S)$ e $\Upsilon(2S)$ estão apresentados, respectivamente. Note que a supressão observada do número relativo de partículas produzidas está em concordância com o que é esperado que *diferentes estados quarkonium se dissociam em diferentes temperaturas e com um padrão de supressão ordenado sequencialmente com a energia de ligação*, isto é, a diferença entre a massa de um dado quarkonium e duas vezes a massa do méson mais leve contendo o quark pesado [83]. Além disso, o padrão observado foi confirmado em colisões $Pb+Pb$ em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV [84]. As razão duplas é significativamente abaixo da unidade em todas as centralidades e nenhuma variação na cinemática é observada, confirmando uma forte supressão do Υ em colisões de íons pesados no LHC.

Com isso, concluímos esse capítulo, que tratou de apresentar uma visão geral sobre colisões hadrônicas. No próximo capítulo, será apresentado o *formalismos de dipolos de cor*, apresentando *Cromodinâmica Quântica* (QCD), conceitos do *Espalhamentos Profundamente Inelástico* (DIS), *modelo de pártons*, as *equações de evolução DGLAP* e *BFKL*, e finalmente será introduzido o *formalismo de dipolos de cor*. Por fim, será discutido o *formalismo de Glauber-Mueller* no contexto de dipolos, o *modelo fenomenológico GBW* e a *equação BK*.

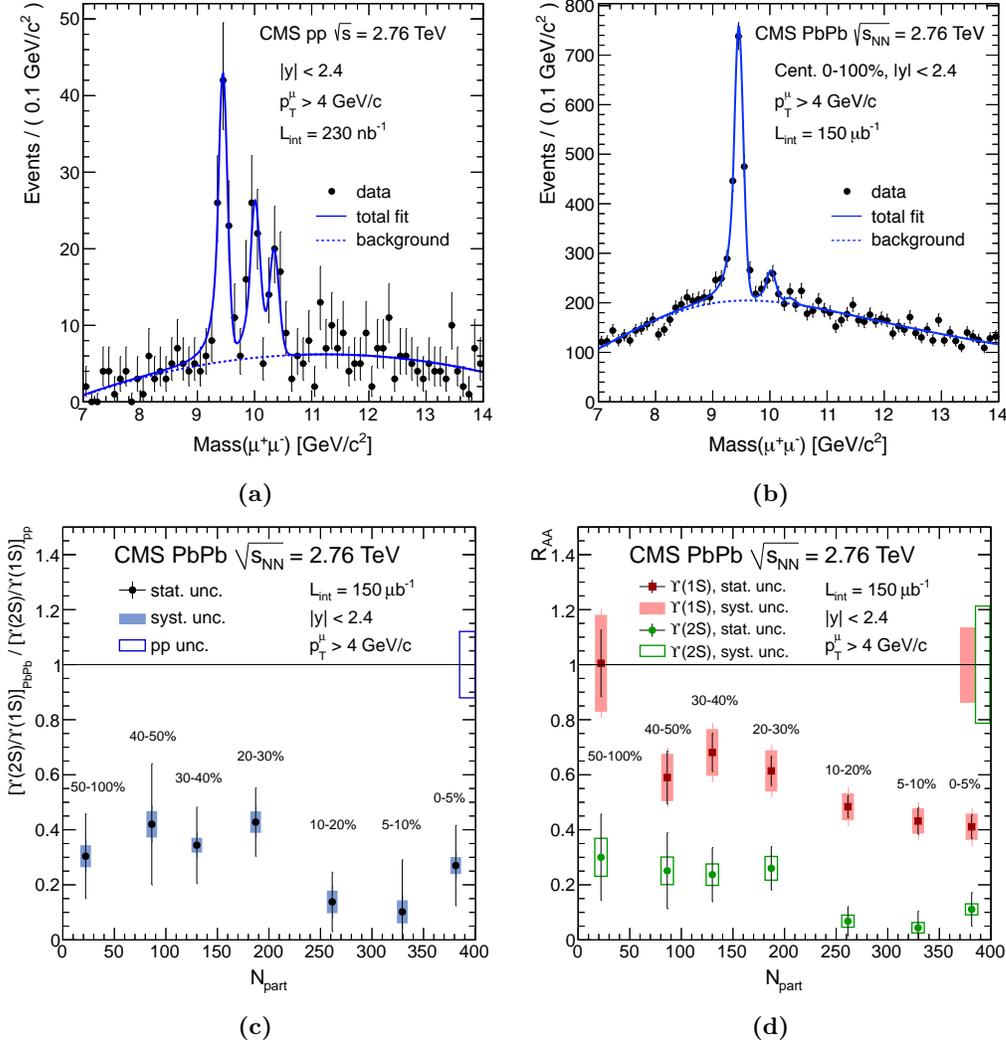


Figura 1.19: Painéis superiores: distribuições de massa invariante para o di-múon de (a) $p+p$ e (b) $Pb+Pb$, ambos em $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. **Painéis inferiores:** dependência da centralidade para (c) razão dupla e (d) para o fator de modificação nuclear R_{AA} para os estados $\Upsilon(1S)$ e $\Upsilon(2S)$. As centralidades estão indicadas por intervalos de porcentagem. Figuras de [85].

Capítulo 2

Formalismo dos dipolos de cor

Antes de apresentarmos os modelos de produção de mésons vetoriais (Capítulo 3), iremos estabelecer o embasamento teórico básico e apresentar nossa abordagem de controle, o *formalismo dos dipolos de cor* [86]. Em tal formalismo, os fótons e hádrons são tratados como superposições de pares de quark e antiquark de diferentes tamanhos. Essa abordagem permite relacionar o *Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS)* com outras reações envolvendo fótons e espalhamentos puramente hadrônicos. Para isso, será considerado o DIS no referencial de repouso do núcleon ou núcleo. Nesse referencial, um fóton virtual flutua em um par $q\bar{q}$ que, por sua vez, interage com um núcleon ou núcleo alvo. Portanto, iremos apresentar uma revisão básica de QCD, DIS, Modelo de pártons e as principais equações de evolução partônicas (DGLAP e BFKL), tópicos esses que fazem parte do formalismo de dipolos. Além das referências que se encontram ao longo do capítulo, aos quais fazem parte da literatura fundamental dos tópicos apresentados, a dissertação [87] foi fundamental para essa revisão.

2.1 Cromodinâmica Quântica (QCD)

Atualmente, se assume que os graus de liberdade básicos da interação forte são os quarks e os glúons, pelos quais devemos ser capazes de descrever toda a fenomenologia das interações fortes. O Lagrangiano fundamental da QCD é escrito como

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\lambda\rho}^a(x)F^{a\lambda\rho}(x) + \sum_f \bar{q}_i^f(x)(i\gamma^\lambda D_\lambda - m_q)_{ij}q_j^f(x). \quad (2.1.1)$$

Aqui, $q(x)$ denota os *campos dos quarks* para os sabores de quarks $f = u, d, s, c, b, t$ com massas m_q . Além disso, o Lagrangiano (2.1.1) é invariante sobre *transformações de gauge* do $SU(3)$. Temos também o *tensor de força do campo de glúons* dado por

$$F_{\lambda\rho}^a = \partial_\lambda A_\rho^a(x) - \partial_\rho A_\lambda^a(x) - g_0 f_{abc} A_\lambda^b(x) A_\rho^c(x), \quad (2.1.2)$$

em que os índices a, b e c somam sobre os oito campos gluônicos, f_{abc} são as *constantes de estrutura* do $SU(3)$ da QCD (antissimétricas sob a troca de índices), $g_0^2 = 4\pi\alpha_S$ é a *constante de acoplamento da força forte* e, por fim, o *campos de glúons* $A_\lambda^a(x)$ com $a = 1, \dots, 8$. O termo não Abelianiano $g_0 f_{abc} A_\lambda^b(x) A_\rho^c(x)$, é responsável por uma das diferenças significantes entre QCD e QED: este dá origem aos vértices de três e quatro glúons da QCD. As regras de Feynman para os vértices de interação quark-glúon e glúon-glúon estão representadas na Tabela 2.1. A *derivada covariante* do campo de quarks é escrita como

$$D_\lambda q(x) = (\partial_\lambda + ig_0 A_\lambda^a t_a)q(x). \quad (2.1.3)$$

Nesse caso, temos que $t_a = \frac{1}{2}\lambda_a$, onde λ_a são as *matrizes de Gell-Mann* do grupo $SU(3)$ dadas por

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^8 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}}, \end{aligned} \quad (2.1.4)$$

as quais são hermitianas e de traço nulo. Os quarks e os glúons pertencem às representações fundamental e adjunta do grupo de cor $SU(3)$, respectivamente, cujas matrizes geradoras t^a e t^b , são definidas por

$$[t_a, t_b] = if_{abc}t_c, \quad (2.1.5)$$

onde f_{abc} são as constantes de estrutura do $SU(3)$, e é totalmente anti-simétrica sob a troca de par de índices. Assim, pode-se definir os campo de glúons e o tensor de força do campo de glúons como

$$A_\lambda(x) = A_\lambda^a(x)t_a \quad (2.1.6)$$

$$F_{\lambda\rho}(x) = F_{\lambda\rho}^a(x)t_a. \quad (2.1.7)$$

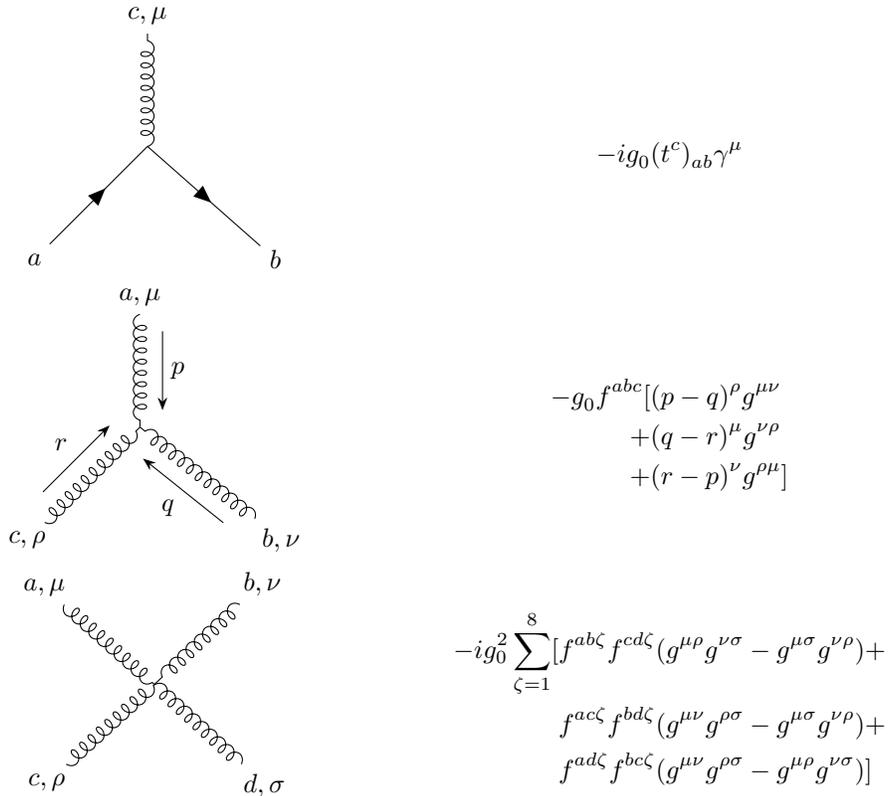


Figura 2.1: Regras de Feynman dos vértices das interações da QCD [88].

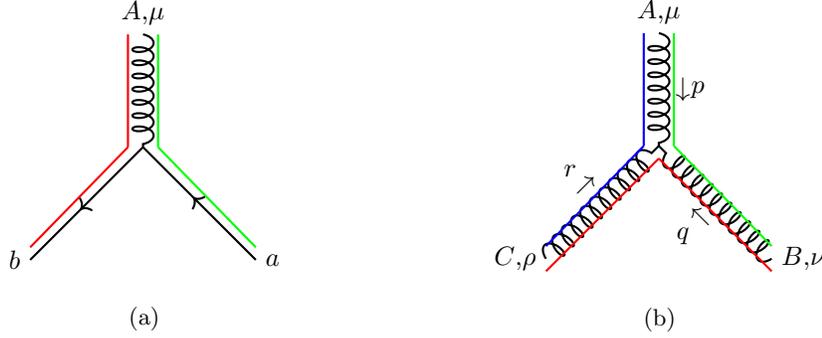


Figura 2.2: Diagramas de fluxo de cor para os vértices da QCD (a) para quark-quark-glúon e (b) tri-glúon. As cores representam as trocas de carga de cor entre as partículas.

A interação quark-glúons é devido ao termo $\bar{q}^f(x)g_0\gamma^\lambda A_\lambda^a t_a^f \bar{q}^f(x)$. Já as interações gluônicas se devidas aos termos contidos em $F_{\lambda\rho}^a F^{a\lambda\rho}$, que dão origem às interações de 3 e 4 campos gluônicos. Além disso, na Figura 2.2 está representado o fluxo de cor nas interações. A interação qqg pode ser interpretada da seguinte maneira: ao interagir com o quark, o glúon absorve a sua cor, substituindo a cor do quark. Para as interações gluônicas gg , um glúon absorve a cor do outro, modificando mutuamente suas cores. Por serem objetos bicolores, os glúons interagem entre si duas vezes mais forte que com os quarks.

2.2 Espalhamento Profundamente Inelástico (DIS)

No regime de altas energias, a estrutura hadrônica pode ser investigada através do processo de espalhamento profundamente inelástico (DIS) lépton-núcleon. Tal processo ocorre devido a interação eletromagnética do lépton com o núcleon, representado na Figura 2.3. No caso de um lépton carregado, este é espalhado por um próton ou núcleo atômico. Logo, o DIS pode ser descrito como

$$kp \rightarrow k'X. \quad (2.2.1)$$

Essa reação pode ser entendida da seguinte forma: os quadrimomentos k e k' representam os léptons incidente e espalhado, respectivamente, p o quadrimomento do próton e X o estado hadrônico final, constituído de muitas partículas com quadrimomento pX . Quando somente o lépton no estado final é detectado, o processo é dito inclusivo, ao passo que, ao medir um estado final preferencial como os mésons: J/ψ , Υ , \dots , o processo é dito semi-inclusivo. Podemos enumerar as variáveis cinemáticas do DIS (quantidades invariantes):

- *Energia do bóson mediador da interação* ou então, a energia perdida pelo lépton no referencial de repouso do nucleon

$$\nu = \frac{q \cdot p}{M} = E - E'. \quad (2.2.2)$$

Aqui, E e E' são as energias inicial e final do lépton em tal referencial. Portanto, (2.2.2) define o quão energético é o bóson trocado na interação no referencial de repouso do nucleon, em que M é a massa do hádron.

- *Virtualidade ou momento transferido*

$$Q^2 = -q^2 = -k \cdot k'. \quad (2.2.3)$$

A variável q representa o momento portado pelo *fóton virtual*¹, portanto, a troca de momento do processo. A grandeza $Q^2 = -q^2$ está relacionada com a escala de energia no qual a constituição hadrônica é testada, ou seja, o poder de resolução com o que o bóson virtual resolve a estrutura hadrônica.

- Fração de momento do núcleon (*variável adimensional de Bjorken*)

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}. \quad (2.2.4)$$

- Fração de energia que o lépton perdeu no referencial de repouso do núcleon (*Inelasticidade*)

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k} = \frac{\nu}{E}. \quad (2.2.5)$$

- Massa (na potência 2) do sistema X que recuou contra o lépton espalhado

$$W^2 = (p + q)^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2. \quad (2.2.6)$$

- Energia do centro de massa (na potência 2) do sistema lépton-núcleon

$$s^2 = (p + k)^2 = \frac{Q^2}{xy} + M^2 + m_\ell^2. \quad (2.2.7)$$

O processo na Figura 2.3 é dito profundo pois $Q^2 \gg M^2$ (assim o fóton penetra no arranjo hadrônico) e inelástico pois $W^2 \gg M^2$ (fragmentando o nucleon). Dado isso, seguimos para a definição da seção de choque do DIS.

O quadrado da amplitude de espalhamento não polarizada mediada sobre os spins é dada por

$$\overline{|\mathcal{M}|^2} = \frac{e^4}{Q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} 4\pi M, \quad (2.2.8)$$

onde $L_{\mu\nu}$ é o tensor leptônico descrito complementemente pela Eletrodinâmica Quântica (QED). Este é calculado pelas regras de Feynman da QED, e em ordem dominante assume a forma [89]

$$L_{\mu\nu} = 2(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - k \cdot k' g_{\mu\nu}). \quad (2.2.9)$$

Dado o regime de altas energias, as massas dos léptons podem ser desprezadas. Por outro lado, $W^{\mu\nu}$ é o tensor hadrônico, que a princípio contém toda a informação sobre a interação bóson-nucleon, sendo sua forma desconhecida. Contudo, podemos expressá-lo em termos de uma

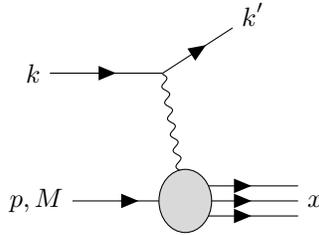


Figura 2.3: Processo profundamente inelástico lépton-nucleon, intermediado por um bóson de calibre eletrodinâmico - fóton. O círculo preenchido na figura representa a estrutura interna do hádrion de entrada, no caso o próton, ao qual pode ser expresso em termos de uma função de estrutura.

¹Partícula que participa apenas de etapas intermediárias da reação.

parametrização envolvendo os quadrivetores q e p pertencentes ao seu vértice. Este é invariante de Lorentz, e sua forma mais geral adquire a seguinte estrutura [89]

$$W^{\mu\nu} = -W_1 g^{\mu\nu} + \frac{W_2}{M^2} p^\nu p^\mu + \frac{W_4}{M^2} q^\nu q^\mu + \frac{W_5}{M^2} (p^\nu p^\mu + q^\nu q^\mu), \quad (2.2.10)$$

onde o fator W_3 , destinado às interações fracas, não foi incluído. Da conservação de corrente no vértice hadrônico, temos que

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0, \quad (2.2.11)$$

resultando em

$$W_5 = -W_2 \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right); \quad W_4 = W_2 \left(\frac{q \cdot p}{q^2} \right)^2 + W_1 \frac{M^2}{q^2}. \quad (2.2.12)$$

Portanto, o tensor hadrônico pode ser expresso em termos de duas das *funções de estrutura*

$$W^{\mu\nu} = W_1 \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{M^2} \left(p^\mu - \frac{q \cdot p}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{q \cdot p}{q^2} q^\nu \right). \quad (2.2.13)$$

Os termos W_i são funções escalares invariantes de Lorentz e são medidas experimentalmente devido ao desconhecimento do vértice hadrônico, impossibilitando uma previsão teórica. No sistema do laboratório, a seção de choque diferencial inclusiva para o espalhamento inelástico elétron-próton é dada por

$$d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{F} \frac{d^3 \vec{k}'}{2E'(2\pi)^3}, \quad (2.2.14)$$

em que $F = 4EM$ é o fluxo inicial de partículas. Esta pode ser expressa em termos das funções de estrutura $W_1(\nu, Q^2)$ e $W_2(\nu, Q^2)$, resultado em

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{2\alpha_{EM}^2 E'^2}{Q^4} \left[2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) + W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right], \quad (2.2.15)$$

sendo α_{EM} a constante de acoplamento da QED e θ o ângulo de espalhamento do lépton. Esse resultado pode ser reescrito na forma

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{EM}^2 E'}{Q^4 E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}. \quad (2.2.16)$$

Agora, usando os invariantes cinemáticos (2.2.4) e (2.2.5), (2.2.16) obtemos a seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{8\pi M \alpha_{EM}^2}{Q^4} \left[xy^2 M W_1(\nu, Q^2) + \nu W_2(\nu, Q^2) \left(1 - y - \frac{xyM}{2E} \right) \right], \quad (2.2.17)$$

e definindo a *funções de estrutura* adimensionais como

$$F_1(x, Q^2) = M W_1(\nu, Q^2) \quad (2.2.18)$$

e

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(\nu, Q^2), \quad (2.2.19)$$

a Equação (2.2.17) fica dada na forma

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{8\pi M \alpha_{EM}^2}{Q^4} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{xyM}{2E} \right) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.2.20)$$

Porém, no cenário de altas energias, a massa do nucleon pode ser desprezada pois $\sqrt{s} \gg M$. Dado isso, (2.2.20) pode ser simplificada e escrita em termos da variável de Bjorken x e da virtualidade Q^2

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi M \alpha_{EM}^2}{xQ^4} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (2.2.21)$$

Para medir F_1 e F_2 simultaneamente como função de x e Q^2 necessitamos de experimentos em diferentes valores de \sqrt{s} . Entretanto, pode-se determinar isoladamente F_1 e F_2 ao selecionar, para \sqrt{s} , eventos com grande ou pequena inelasticidade, respectivamente. Em particular, HERA² (\sqrt{s} de até 320 GeV) determinava F_2 ao selecionar dados experimentais associados a eventos com pequeno y (Figura 2.4). A Figura 2.4 mostra resultados experimentais para a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ em diferentes valores de x , comparados aos dados das colaborações H1, ZEUS, BCDMS, E665 e NMC; as curvas são ajustes obtidos pelas colaborações H1 e ZEUS usando as equações de evolução *DGLAP* (Seção 2.4).

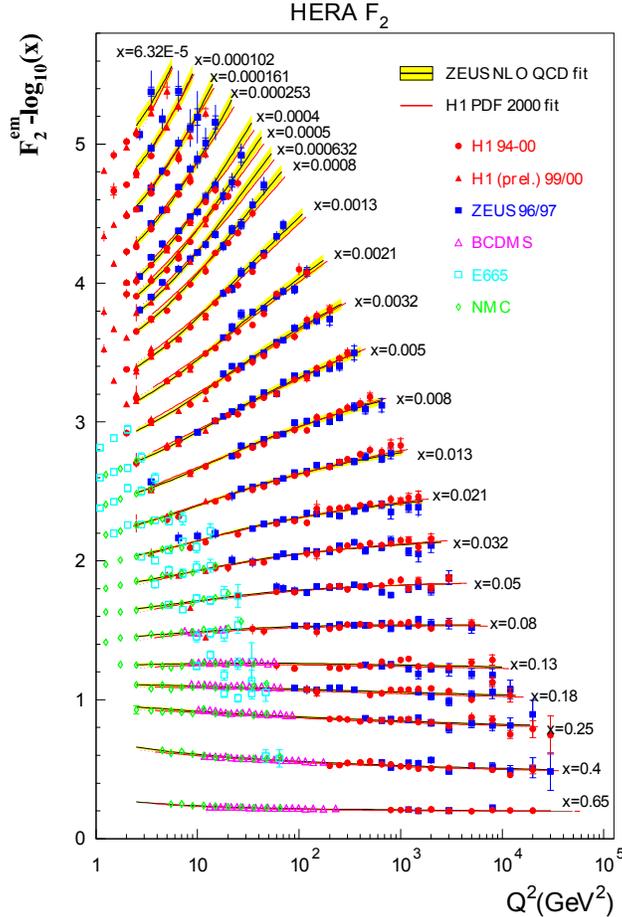


Figura 2.4: Resultados de F_2 em função de Q^2 para diferentes x comparados aos dados providos pelas diferentes colaborações; ajuste das curvas devido a colaborações H1 e ZEUS mediante o uso da equação de evolução *DGLAP* [90].

²Do alemão: Hadron-Elektron-Ringanlage, ou inglês: Hadron-Electron Ring Accelerator, foi um acelerador de partículas $e^\pm p$ no DESY (Hamburgo, Alemanha).

2.3 O Modelo de Pártons

Um importante resultado obtido do estudo do espalhamento inelástico lépton-hádron em altas energias e grande momento é a possibilidade de obter informação detalhada sobre a estrutura e os constituintes fundamentais dos hádrons. Isso foi possível com o advento do modelo desenvolvido por Bjorken e Paschos em 1969, chamado *modelo de pártons* [91], ao qual tem extrema importância em física de partículas. A partir dele, poderemos calcular as funções F_1 e F_2 . Tal modelo considera que o próton é composto de objetos livres chamados de *pártons* (identificados como quarks e glúons). Trabalhando no sistema no qual o próton é assumido ultrarelativístico (com $P^2 \gg m_p^2$), dito *referencial de Bjorken*, temos que

$$P^\mu \simeq \left(P + \frac{m_p^2}{2P}, 0, 0, P \right), \quad (2.3.1)$$

e também

$$q^\mu = (q^0, q^1, q^2, 0), \quad (2.3.2)$$

onde P^μ é o quadrimomento do próton e q^μ é o quadrimomento do fóton. Consideremos primeiramente o próton constituído apenas de um quark livre que interage com um fóton. Tal processo está representado na Figura 2.5. As funções de estrutura do DIS para este processo são expressas por (veja detalhes completos dos cálculos em [86])

$$F_1^q(x, Q^2) = m_q W_1^q(x, Q^2) = \frac{Z_f^2}{2} \delta(1-x), \quad (2.3.3)$$

$$F_2^q(x, Q^2) = \frac{Q^2}{2m_q x} W_2^q(x, Q^2) = Z_f^2 \delta(1-x), \quad (2.3.4)$$

onde o índice q refere-se ao quark presente no próton.

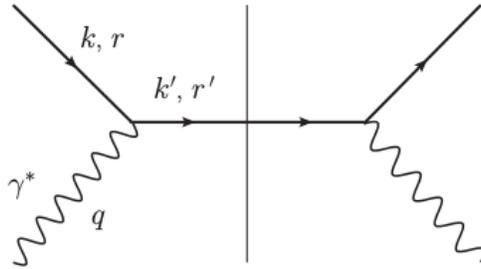


Figura 2.5: Fóton virtual interagindo com um quark pontual. Figura de [86].

Tratemos agora o próton como sendo composto de vários quarks. Neste caso, as funções W_1 e W_2 são dadas por [86, 92]

$$W_1(x) = \frac{1}{2m} \sum_f Z_f^2 q^f(x), \quad (2.3.5)$$

$$W_2(x) = \frac{2mx}{\nu} W_1(x), \quad (2.3.6)$$

onde $q^f(x)$ refere-se a função de distribuição de quarks, cuja expressão é escrita como

$$q^f(x) = \frac{1}{2x} \sum_n \int d\eta \, d^2k_\perp \frac{1}{S_n} \sum_r \prod_{j=1}^n \frac{dx_j}{x_j} \frac{d^2k_{j\perp}}{2(2\pi)^3} \times \left| \Psi_n^f \left((x_j, k_j), \frac{k^+}{P^+}, k_\perp, r \right) \right|^2 \delta \left(1 - \eta - \sum_{l=1}^n x_l \right) \delta^2 \left(\vec{k}_\perp + \sum_{m=1}^n \vec{k}_{m\perp} \right) \delta(x - \eta), \quad (2.3.7)$$

onde $\eta = \frac{k^+}{P^+}$ e r refere-se à helicidade dos quarks. Nessa equação, n pártons expectadores do próton possuem componentes de momento do cone de luz k_i^+ ou, equivalentemente, possuem x de Feynman dados por x_i ($i = 1, \dots, n$). Ainda, temos que Ψ_n^f denota a função do cone de luz do próton de $(n + 1)$ estados de Fock de pártons, onde temos “ n ” pártons expectadores (glúons e/ou quarks) e “1” quark com momento k . Desta forma, as expressões das funções de estrutura adimensionais são as seguintes:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_f Z_f^2 q^f(x), \quad (2.3.8)$$

$$F_2(x) = \sum_f Z_f^2 x q^f(x), \quad (2.3.9)$$

A função de distribuição de quarks $q^f(x)$ conta o número de quarks com fração de momento longitudinal x . Tal como no caso anterior, onde foi considerado o próton como constituído apenas de um único quark, as últimas expressões mostram que as funções de estrutura dependem apenas da variável x de Bjorken. Esta dependência somente na variável x é chamada de escalamento de Bjorken. A Figura 2.4 exibe um gráfico de F_2 em função de Q^2 para diferentes valores de x . Pode-se notar que F_2 é independente de Q^2 , exceto para valores pequenos de x .

Portanto, do ponto de vista físico, enquanto F_1 informa o número de pártons com fração de momento longitudinal x no hádron, F_2 informa a média da fração de momento longitudinal dos pártons multiplicada pelo número de pártons. No modelo de pártons, assumimos que a interação entre o fóton e o próton é muito mais rápida do que a interação entre os pártons. Portanto, é possível considerar que os últimos são aproximadamente livres. A função de estrutura F_2 pode ser expressa em termos da seção de choque fóton-proton $\sigma_{tot}^{\gamma^* p}$ através da seguinte relação:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2 \alpha_{EM}} \sigma_{tot}^{\gamma^* p}. \quad (2.3.10)$$

Em toda a análise realizada até aqui, os pártons foram tratados como objetos livres. No momento em que se passa a considerar interação entre os mesmos, é necessário que se efetuem correções em mais alta ordem na QCD, o que leva às chamadas equações de evolução, cuja abordagem será apresentada a seguir.

2.4 As equações de evolução partônicas DGLAP

As equações de evolução DGLAP (*Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi*) [93–95] estudam como as funções de distribuição partônicas variam com Q^2 . Entre as contribuições, em mais baixa ordem, que são levadas em consideração para estudar a evolução em Q^2 , existe a situação onde um par $q\bar{q}$ é originado de um glúon. Portanto, é necessário considerar a distribuição de glúons nesse caso. De fato, isso equivale a realizar um correção no modelo de pártons, considerando agora interação entre os quarks [96,97]. Deste modo, haverá agora uma função de distribuição de quarks $q^f(x, Q^2)$ em que, diferentemente de $q^f(x)$ no modelo de pártons, esta função dependerá da escala

de momento Q^2 (que será agora uma escala de renormalização). Portanto, reescrevemos a (2.3.7) como [86]

$$q^f(x, Q^2) = \sum_n \frac{1}{x} \int \frac{d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{1}{S_n} \sum_{\sigma=\pm 1} \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{x_i} \frac{d^2 k_{i\perp}}{2(2\pi)^3} \times |\Psi_n^f(\{x_i, k_{i\perp}\}; x, k_\perp; \sigma)|^2 (2\pi)^3 \delta^2\left(\vec{k}_\perp + \sum_{j=1}^n \vec{k}_{j\perp}\right) \delta\left(1 - x - \sum_{l=1}^n x_l\right). \quad (2.4.1)$$

Na Equação (2.4.1), o quark carrega uma fração x do momento longitudinal do próton, e $\Psi_n^f(\{x_i, k_{i\perp}\}; x, k_\perp; \sigma)$ é a função de onda que descreve um espaço de Fock no próton. Este espaço contém o quark medido e n pártons *espectadores* com momento transverso $k_{i\perp}$ e fração de momento longitudinal x . Diferentemente de Equação (2.3.7), na (2.4.1) a helicidade do quark está sendo representada por σ . O limite superior das integrais em k_\perp é dado por Q . No modelo de pártons, assumiu-se que as integrais em k_\perp eram suficientemente convergentes, de forma que era possível substituir o limite superior por infinito. Isso só pode ser feito no caso de teorias super renormalizáveis, o qual a QCD não faz parte. Teremos também a função de distribuição dos glúons $G(x, Q^2)$, cuja expressão, em analogia com a equação anterior, é dada por [86]

$$G(x, Q^2) = \sum_n \frac{1}{x} \int \frac{d^2 k_\perp}{2(2\pi)^3} \frac{1}{S_n} \sum_{\lambda=\pm 1} \prod_{i=1}^n \frac{dx_i}{x_i} \frac{d^2 k_{i\perp}}{2(2\pi)^3} \times |\Psi_n(\{x_i, k_{i\perp}\}; x, k_\perp; \lambda)|^2 (2\pi)^3 \times \delta^2\left(\vec{k}_\perp + \sum_{j=1}^n \vec{k}_{j\perp}\right) \delta\left(1 - x - \sum_{l=1}^n x_l\right). \quad (2.4.2)$$

Na Equação (2.4.1), $\Psi_n(\{x_i, k_{i\perp}\}; x, k_\perp; \lambda)$ é a função de onda do próton no cone de luz e contém o glúon medido e n *espectadores* com momento transverso k_\perp , fração de momento longitudinal x e polarização λ . Tanto na Equação (2.4.1) quanto na Equação (2.4.2), está se considerando o calibre do cone de luz³. Dadas as expressões de $q^f(x, Q^2)$ e $G(x, Q^2)$, deve-se tratar agora das correções de mais baixa ordem na QCD para a função de distribuição de quarks, as quais podem ser vistas na Figura 2.6. A integral em k_\perp na Equação (2.4.1) dará origem a termos proporcionais a

$$\ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right),$$

ou seja, cada diagrama da Figura 2.6 dará uma contribuição proporcional a

$$\alpha_s \ln\left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2}\right). \quad (2.4.3)$$

No limite $Q^2 \gg 1\text{GeV}^2$, $\alpha_s \ll 1$ e $\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2) \gg 1$, temos que $\alpha_s \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2) \sim 1$. A soma sucessiva da expressão anterior é chamada de *aproximação de logaritmo dominante*. Após sucessivos cálculos, chega-se à seguinte contribuição do diagrama A para $q^f(x, Q^2)$ [86]

$$q_A^f(x, Q^2) = \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int_{\Lambda_{QCD}^2}^{Q^2} \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, k_\perp^2\right), \quad (2.4.4)$$

em que $z = (x/x') = (k^+/k'^+)$ e C_F é o operador de Casimir, dado por

$$C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}, \quad (2.4.5)$$

³O calibre do cone de luz é definido como $A^+ = 0$.

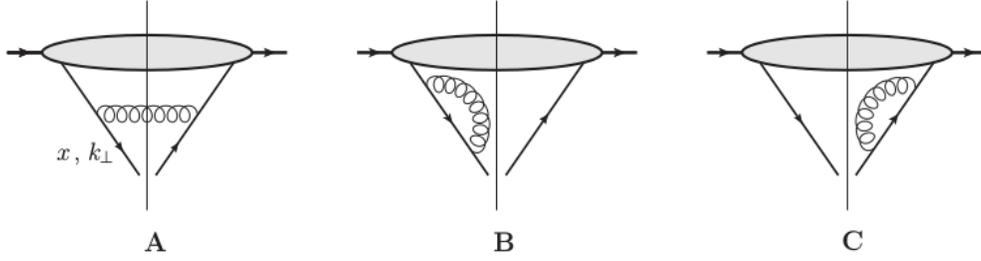


Figura 2.6: Correções QCD de mais baixa ordem para a função de distribuição de quarks. Figura de [86].

onde $N_c = 3$ é o número de cores da QCD. A primeira integral da Equação (2.4.4) dá origem a um termo logarítmico do tipo $\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)$. Para verificar a mudança na função $q_A^f(x, Q^2)$ em função de uma pequena variação em Q^2 , pode-se derivar a Equação (2.4.4) em ambos os lados em relação a Q^2 , obtendo

$$Q^2 \frac{\partial q_A^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right), \quad (2.4.6)$$

Seguindo o mesmo procedimento para os diagramas B e C, chega-se à seguinte expressão para a função de distribuição de quarks q_{B+C}^f :

$$q_{B+C}^f(x, Q^2) = -\frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int_{\Lambda_{QCD}^2}^{Q^2} \frac{dk_{\perp}^{\prime 2}}{k_{\perp}^{\prime 2}} \int_x^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, k_{\perp}^{\prime 2}\right). \quad (2.4.7)$$

Derivando ambos os lados em relação a Q^2 , vem

$$Q^2 \frac{\partial q_{B+C}^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} = -\frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \int_x^1 \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}\right), \quad (2.4.8)$$

A modificação total na função de distribuição de quarks, $\delta q^f(x, Q^2) = q_A^f(x, Q^2) + q_{B+C}^f(x, Q^2)$, é dada a partir das somas das Equações (2.4.6) e (2.4.8)

$$Q^2 \frac{\partial q^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s C_F}{2\pi} \left[\int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1+z^2}{1-z} q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) - \int_0^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} q^f(x, Q^2) \right]. \quad (2.4.9)$$

Logo, define-se a função de desdobramento quark-quark [86, 92]

$$P_{qq}(z) = C_F \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (2.4.10)$$

onde o sinal $+$ é definido como:

$$\int_x^1 dz \frac{1}{(1-z)_+} f(z) = \int_x^1 \frac{dz}{1-z} [f(z) - f(1)] + f(1) \ln(1-x), \quad (2.4.11)$$

e $0 \leq f(z) \leq 1$. Por conseguinte, a Equação (2.4.9) é escrita como

$$Q^2 \frac{\partial q^f(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dz z P_{qq}(z) q^f\left(\frac{x}{z}, Q^2\right). \quad (2.4.12)$$

Essa equação integro-diferencial descreve a evolução em Q^2 da função de distribuição de quarks $q^f(x, Q^2)$ a partir de uma condição inicial Q_0^2 , levando em consideração que estamos fazendo correções tipo logaritmo dominante apenas. A função de desdobramento P_{qq} fornece a probabilidade de se achar um quark na função de onda de outro quark. Além dos quarks, deve-se considerar também os glúons, visto que temos uma função de distribuição de glúons $G(x, Q^2)$. Para tanto, define-se uma função chamada de distribuição singleto de sabor

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_f [q^f(x, Q^2) + q^{\bar{f}}(x, Q^2)], \quad (2.4.13)$$

onde $q^{\bar{f}}$ refere-se aos antiquarks. Define-se também a função de distribuição não-singleto de sabor

$$\Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2) = q^f(x, Q^2) - q^{\bar{f}}(x, Q^2). \quad (2.4.14)$$

Uma vez que na divisão de um glúon há criação em mesma quantidade de quarks e anti-quarks, não haverá contribuição desta divisão para a função de distribuição não-singleto de sabor, dado (2.4.14). Desta forma, $\Delta^{f\bar{f}}$ depende apenas da evolução quark dado pela Equação (2.4.12), portanto reescrevemos (2.4.12) como

$$Q^2 \frac{\partial \Delta^{f\bar{f}}(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) \Delta^{f\bar{f}}\left(\frac{x}{z}, Q^2\right). \quad (2.4.15)$$

Para $\Sigma(x, Q^2)$ e $G(x, Q^2)$, obtém-se

$$Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \begin{pmatrix} \Sigma(x, Q^2) \\ G(x, Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \begin{pmatrix} P_{qq}(z) & P_{qG}(z) \\ P_{Gq}(z) & P_{GG}(z) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(x/z, Q^2) \\ G(x/z, Q^2) \end{pmatrix}. \quad (2.4.16)$$

As equações de evolução (2.4.15) e (2.4.16) são chamadas de *DGLAP*, onde $P_{qG}(z)$, $P_{Gq}(z)$ e $P_{GG}(z)$ são as outras funções de desdobramento, cujas expressões são dadas por: [86, 92]

$$P_{Gq}(z) = C_F \frac{1 + (1-z)^2}{z}, \quad (2.4.17)$$

$$P_{qG}(z) = N_f [z^2 + (1-z)^2], \quad (2.4.18)$$

$$P_{GG}(z) = 2N_c \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + \frac{11N_c - 2N_f}{6} \delta(1-z), \quad (2.4.19)$$

onde N_f refere-se ao número de sabores de quarks.

Uma importante questão a ser discutida é o comportamento das Equações (2.4.15) e (2.4.16) em pequenos valores de x de Bjorken, já que estamos interessados em espalhamentos em altas energias. Para pequenos valores de x e, conseqüentemente, para $z \ll 1$, apenas as funções P_{Gq} e P_{GG} crescem, ao passo que as outras duas se tornam muito pequenas. Tem-se que $P_{Gq} \sim (1/z)$ e, da mesma forma, $P_{GG} \sim (1/z)$. Por conseguinte, apenas a última linha da Equação (2.4.16) se torna relevante. Assim,

$$Q^2 \frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial Q^2} \approx \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} [P_{Gq}(z) \Sigma(x/z, Q^2) + P_{GG}(z) G(x, Q^2)]. \quad (2.4.20)$$

Na equação acima, a função $G(x, Q^2)$ é dominante frente a $\Sigma(x, Q^2)$ e, portanto, o termo que contém esta última função pode ser negligenciado, restando apenas a função de distribuição de glúons. Na Equação (2.4.20), podemos usar a aproximação para pequeno x para P_{GG} , de forma que

$$Q^2 \frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{2N_c}{z} G(x/z, Q^2), \quad (2.4.21)$$

onde

$$[P_{GG}(z)]_{z \ll 1} \approx \frac{2N_c}{z}.$$

Usando a definição de z , obtém-se finalmente

$$Q^2 \frac{\partial xG(x, Q^2)}{\partial Q^2} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} \int_x^1 \frac{dx'}{x'} x' G(x', Q^2). \quad (2.4.22)$$

Resolvendo a integral e definindo Q_0 como a virtualidade inicial do fóton,

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q^2/Q_0^2)} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xG(x, Q^2), \quad (2.4.23)$$

onde $xG(x, Q^2)$ é tratada como a densidade de momento dos glúons. Após o processo de renormalização⁴, α_s passa a depender de Q^2 , i.e., $\alpha_s = \alpha_s(Q^2)$. Entretanto, para efeitos de simplificação, consideraremos α_s como uma constante. Pela Equação (2.4.23), é bastante claro que sua solução itera potências de α_s as quais devem estar acompanhadas $\ln(1/x)\ln(Q^2/Q_0^2)$, logo o termo que deverá ser somado após as correções pode ser escrito como

$$\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2/Q_0^2). \quad (2.4.24)$$

Em comparação com a (2.4.3), temos um termo a mais na expressão acima, o $(1/x)$. A soma sucessiva de termos como o da Equação (2.4.24) em uma série de potências, chama-se *aproximação de duplo logaritmo*. Resolvendo (2.4.23), resulta

$$x G(x, Q^2) = \exp \left[2 \sqrt{\frac{N_c}{\pi \beta_2} \ln \frac{\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)}{\ln(Q_0^2/\Lambda_{QCD}^2)} \ln(1/x)} \right]. \quad (2.4.25)$$

Portanto, a densidade dos glúons é dominante no regime de pequeno x , como pode ser visto na equação acima. Esse é um importante resultado, visto que estaremos trabalhando no regime de altas energias (x pequeno) e, por isso, será considerada somente a contribuição dos glúons, já que esta é dominante frente à contribuição dos quarks nestas circunstâncias. Na Figura 2.7 observa-se que na região de pequeno x há o domínio da densidade de glúons. É nesta região que ocorre o fenômeno de *saturação partônica*, dando origem ao chamado *regime de saturação*. Nesta seção, estudamos a evolução em Q^2 e o conseqüente desenvolvimento das equações de evolução DGLAP. Na próxima seção trataremos da BFKL, equação de evolução que ocorre em x .

2.5 A equação de evolução BFKL

A equação de evolução *BFKL* (*Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov*) [99–102] é outra equação de evolução importante, cuja evolução ocorre em x . Portanto, uma vez que estamos interessados em estudar o limite de Regge-Gribov (pequeno x), fixar Q^2 em (2.4.24) resulta em

$$\alpha_s \ln(1/x). \quad (2.5.1)$$

Ressomas em série de potências do termo acima são chamadas de *aproximação de logaritmo dominante*, analogamente ao caso da seção anterior para as equações DGLAP, com a diferença de

⁴Embora o valor de α_s seja constante, durante o processo de *renormalização* se faz necessário que α_s dependa da escala da massa do processo, a qual é denotada por μ , chamada de *escala de renormalização*. Portanto, o fato que α_s passa a depender da escala de massa do processo impede que se use teoria de perturbação em todo o espectro de momento transferido nos processo de espalhamento, uma vez que para isso α_s deve ser pequeno.

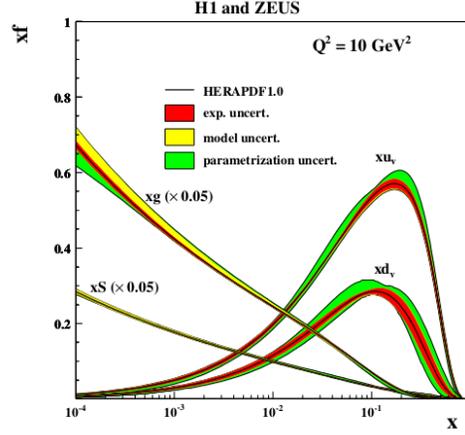


Figura 2.7: Funções de distribuição partônicas em função de x para $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. [98]

que agora o termo que multiplica α_s é $\ln(1/x)$ e não $\ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)$. Sendo assim, haverá ressonâncias de termos da seguinte forma:

$$[\alpha_s \ln(1/x)]^n. \quad (2.5.2)$$

A BFKL tem seu limite de aplicabilidade dado por [98]

$$\alpha_s \ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) \ll \alpha_s(Q^2) \ln\left(\frac{1}{x}\right) \ll 1, \quad (2.5.3)$$

satisfeito para pequeno x , dado que $s \approx (Q^2/x)$. A densidade de glúons pode ser escrita em termos da função de distribuição de glúons não-integrada, $G(x, k_\perp^2)$, escrita como

$$xG(x, Q^2) = \int^{Q^2} dk_\perp^2 \frac{G(x, k_\perp^2)}{k_\perp^2}, \quad (2.5.4)$$

onde k_\perp^2 é o momento transverso dos glúons. Em ordem dominante, a equação integro-diferencial BFKL é escrita como [98]

$$\frac{\partial G(x, k_\perp^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} k_\perp^2 \int_0^\infty \frac{dk'_\perp^2}{k'_\perp^2} \left[\frac{G(x, k'_\perp^2) - G(x, k_\perp^2)}{|k'_\perp^2 - k_\perp^2|} + \frac{G(x, k_\perp^2)}{\sqrt{4k'_\perp^2 + k_\perp^2}} \right]. \quad (2.5.5)$$

Para α_s fixo, a solução da equação acima é dada por [98]

$$G(x, k_T^2) \sim \left(\frac{x}{x_0}\right)^{-\lambda}. \quad (2.5.6)$$

onde

$$\lambda = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} (4 \ln 2) \sim 0,5. \quad (2.5.7)$$

Tais equações de evolução (Seções 2.4 e 2.5) levam ao *regime de saturação* para pequeno Q^2 e pequeno x . A seguir, será abordado o regime de saturação partônica da QCD, o qual dá origem às equações de evolução não-lineares.

2.5.1 Saturação partônica

Segue agora uma discussão física do DIS e como as equações de evoluções DGLAP e BFKL alteram sua estrutura de espaço-tempo. A Figura 2.8 exibe três situações. A primeira refere-se ao DIS sem evoluções em Q^2 e x . Ao considerar o DIS no sistema de referência de Bjorken (onde o próton é ultrarelativístico), o momento do próton e do fóton virtual são dados, respectivamente, pelas Equações (2.3.1) e (2.3.2), levando ao fato de que $2P \cdot q \approx 2Pq^0 = Q^2/x$. Portanto,

$$q^0 \approx \frac{Q^2}{2xP}. \quad (2.5.8)$$

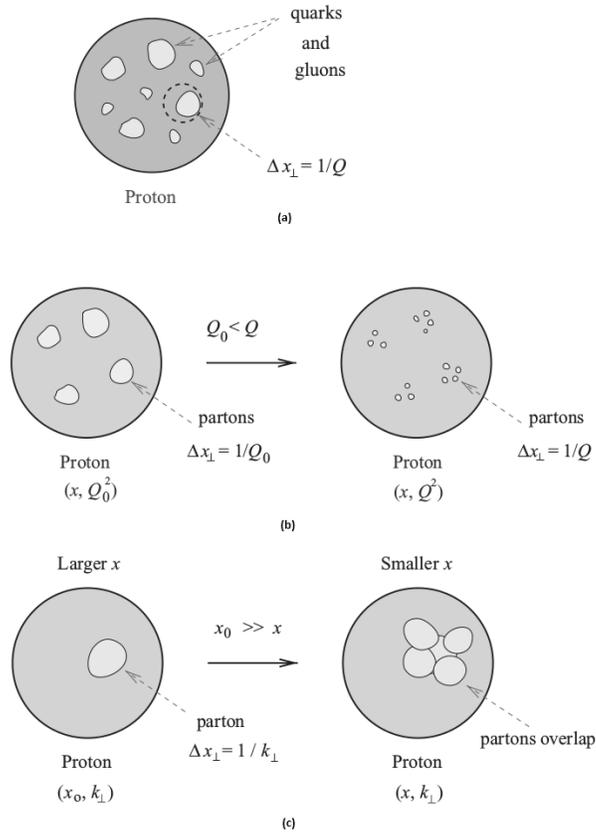


Figura 2.8: (a) Estrutura do espaço-tempo no DIS; (b) evolução DGLAP; (c) evolução BFKL. [86]

Pela Equação (2.5.8), tem-se que $Q \gg q^0$ e que, portanto, $Q^2 = q_{\perp}^2 - (q^0)^2 \approx q_{\perp}^2$. Por conseguinte, Q^2 tem basicamente componentes transversais, o que implica que $x_{\perp} \approx (1/q_{\perp}) \approx (1/Q)$ (o mesmo resultado poderia ser verificado se estivéssemos trabalhando no sistema de repouso do próton), sendo que x_{\perp} pode ser visto como a resolução do fóton virtual. Quanto maior Q^2 , menor serão as distâncias que o fóton poderá provar dentro do próton. Na evolução DGLAP, a distância provada é cada vez menor, visto que Q^2 aumenta. Isso pode ser interpretado como uma diminuição no tamanho transversal aparente dos pártons. Já no caso da BFKL, o tamanho transversal dos pártons não muda, pois não há aumento em Q^2 .

No limite de pequeno x , a densidade de glúons cresce, o que aumenta o valor de $F_2(x, Q^2)$ e, conseqüentemente, σ^{γ^*p} cresce indefinidamente. Com efeito, a BFKL prevê $\sigma \sim s^{\lambda}$, violando o limite de Froissart-Martin [103] ao qual determina que a seção de choque total σ_{tot} não pode

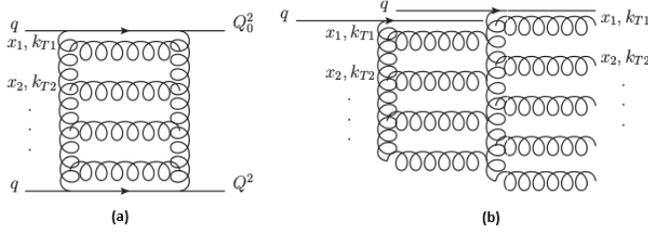


Figura 2.9: (a) Diagrama Fan; (b) formalismo GLR. [98]

criar mais rápido do que o $\ln^2 s$. De fato, pode ser verificado que tanto a BFKL como a DGLAP levam à violação deste limite à medida que x decresce. Portanto, deve haver algum mecanismo que impeça tal violação, e isso dá origem a um fenômeno chamado de *saturação partônica*, que acontece devido ao grande crescimento da densidade de glúons no espaço transversal, o que leva a efeitos não-lineares no *regime de saturação*. Uma vez que a densidade de glúons cresce se x diminui, cresce também o número de glúons com tamanho transversal $x_\perp = 1/k_\perp$. Porém, este número não pode crescer indefinidamente, visto que existe um limite físico para isso, que é a área transversal do próton. Desta maneira, as funções de onda dos glúons começam a se sobrepor (Figura 2.8c) e, assim, passam a ocorrer efeitos de recombinação $gg \rightarrow g$, tal que este efeito não é considerado nas equações BFKL e DGLAP.

Posteriormente, Gribov, Levin e Ryskin (GLR), e depois Mueller e Qiu (MQ), consideraram que no regime de alta densidade partônica pode-se fazer uma estimativa do regime de saturação de partons. Tal estimativa é feita através do *diagrama Fan* (Figura 2.9a), um formalismo que considera a evolução QCD em múltiplas escadas. No caso do DIS, o fóton interage com o último parton da ramificação com virtualidade Q^2 e fração de momento x . Para que sejam considerados os efeitos não-lineares (*formalismo GLR* (Figura 2.9b)), foi inserido um termo quadrático na equação BFKL, da forma:

$$\frac{\partial G(x, k_\perp^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} k_\perp^2 \int_0^\infty \frac{dk'_\perp^2}{k'_\perp^2} \left(\frac{F(x, k'_\perp^2) - F(x, k_\perp^2)}{|k'_\perp^2 - k_\perp^2|} + \frac{G(x, k_\perp^2)}{\sqrt{4k'_\perp^2 + k_\perp^2}} \right) - \frac{\alpha_s^2}{R_p^2} [G(x, k_\perp^2)]^2, \quad (2.5.9)$$

e isso faz com que o limite de Froissart-Martin [103] não seja violado em altas energias.

Mais tarde, foi mostrado por Mueller e Qiu que o termo quadrático da densidade de glúons $xG(x, Q^2)$ pode ser inserido diretamente na equação de *aproximação de duplo logaritmo* (Equação (2.4.23)), tal que se obtém a equação chamada de GLR-MQ [104, 105]:

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q_0^2/Q^2)} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi} xG(x, Q^2) - \frac{N_c \alpha_s^2}{Q^2 R_p^2} [xG(x, Q^2)]^2, \quad (2.5.10)$$

onde define-se uma *escala de saturação*, $Q_s^2(x, Q^2)$, como

$$Q_s^2 \equiv \frac{\alpha_s N_c}{R_p^2} xG(x, Q_s^2), \quad (2.5.11)$$

a qual é definida quando os termos linear e não-linear se tornam iguais e, ou seja, quando o lado direito da Equação (2.5.11) é nulo. A Figura 2.10 ilustra o que foi tratado nesta seção, exibindo o regime de saturação na QCD.

2.6 Formalismo de dipolos de cor

Agora, iremos apresentar um modelo ao qual considera-se os fótons e hádrons como superposições de pares de quark-antiquark. Desta maneira, pode-se estender os cálculos do DIS para outros processos, os quais podem ser totalmente hadrônicos [106]. Ao aplicar-se o formalismo de dipolos no DIS (Seção 2.2), considera-se que o fóton flutua em um estado singlete de cor de um quark e um antiquark, o qual interage com o próton [107–110]. Denotando quadrimomento do fóton virtual na notação do cone de luz, podemos escrever ele como $q^\mu = (q^+, -\frac{Q^2}{q^+}, \vec{0}_\perp)$. Tal processo está apresentado no diagrama da Figura 2.11, o qual representa o modelo de dipolos aplicado ao DIS, onde x_\perp simboliza a distância entre o quark e o antiquark.

Devido ao fato de que o tempo de flutuação do fóton no par quark-antiquark é muito maior do que o tempo de interação deste par com o próton, o diagrama da Figura 2.11 pode ser analisado separadamente em dois processos: um processo QED (flutuação do fóton em um dipolo de quarks) e outro QCD (interação do dipolo com o próton). Outra vantagem desse formalismo é que, em altas energias, a distância transversa x_\perp entre o quark e o antiquark não varia durante a interação, fazendo com que a matriz S seja diagonal em relação ao tamanho tranverso do dipolo [111]. A distância x_\perp (Figura 2.11) pode variar de

$$\Delta x_\perp \approx \frac{Rk_\perp}{E}, \quad (2.6.1)$$

onde $E = q^0$ é a energia do dipolo no sistema de laboratório, k_\perp é o momento tranverso relativo obtido pelo par quark-antiquark durante a interação e R é o tamanho longitudinal do alvo. Considerando-se o x de Bjorken,

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot Q} \approx \frac{Q^2}{2mE}. \quad (2.6.2)$$

Para altas energias, x é pequeno, tal que E torna-se grande (para Q^2 fixo). Na Equação (2.6.1), vê-se então que Δx_\perp é pequeno. Para que se possa perceber o quão pequeno é Δx_\perp , deve-se calcular $\Delta x_\perp/x_\perp$. Assim, usando o princípio da incerteza, $Q \approx k_\perp \approx (1/x_\perp)$, temos que

$$\frac{\Delta x_\perp}{x_\perp} \approx 2mxR = \frac{4R}{l_c} \ll 1, \quad (2.6.3)$$

onde $l_c = \frac{2}{mx}$ é o comprimento de coerência da flutuação do dipolo. Desta maneira, em altas energias (pequeno x), a variação da distância transversa entre os dipolos é muito pequena frente à distância transversa entre os mesmos, e isso torna conveniente que trabalhemos no espaço de coordenadas transversas.

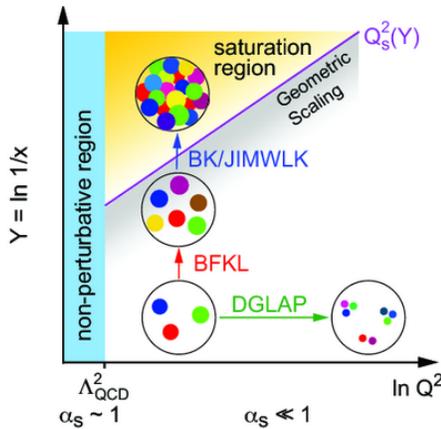


Figura 2.10: Gráfico ilustrativo da distribuição de partons quando das evoluções em Q^2 e x . Em pequeno Q^2 e pequeno x , o sistema encontra-se saturado, possuindo uma grande densidade de glúons. [96]

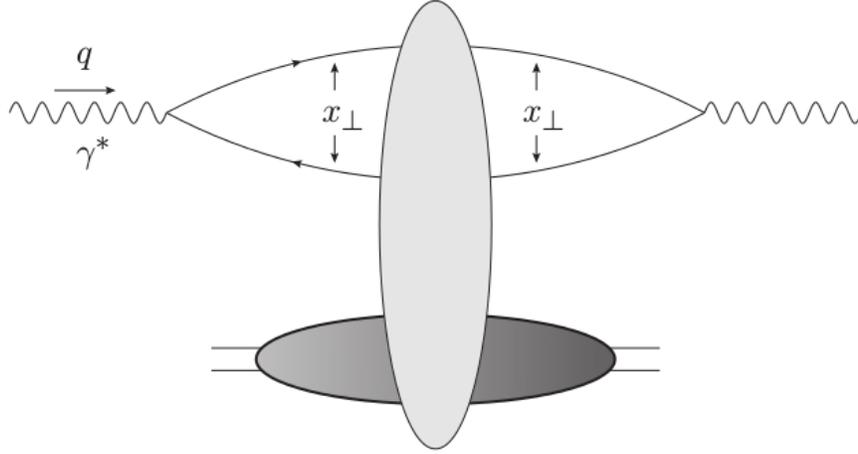


Figura 2.11: Espalhamento frontal do DIS em um alvo (núcleo ou núcleon), no sistema de repouso do alvo. [86]

Como visto, pode-se separar o diagrama da Figura 2.11 em dois processos, o que se traduz no fato de que é possível fatorizar tal diagrama em um processo QED, representado pela função de onda da Equação 2.6.4 (cujo módulo quadrado resulta a probabilidade do fóton flutuar em um dipolo de quarks), e em um processo QCD, representado pela seção de choque total do dipolo com o próton. Assim, utilizando a notação do cone de luz, a seção de choque total fóton-próton é dada por [86]

$$\sigma_{tot}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \int \frac{d^2 \vec{x}_\perp}{4\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z(1-z)} |\Psi^{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(\vec{x}_\perp, z)|^2 \sigma_{tot}^{q\bar{q} p}(\vec{x}_\perp, Y), \quad (2.6.4)$$

onde $z = (k^+ / q^+)$, sendo k^+ o momento do cone de luz do quark no par quark-antiquark⁵, e Y o intervalo de rapidez do espalhamento dipolo-próton, dado por $Y = \ln(s^* x_\perp^2) \approx \ln(1/x)$, em que $x_\perp \sim 1/Q$ e $s^* = (P+q)^2 = q^2 + m_p^2 + 2P \cdot q$. As componentes longitudinal e transversal do vetor de polarização do fóton são dadas, respectivamente, por

$$\epsilon_L^\lambda = (0, 0, \vec{\epsilon}_\perp^\lambda) \quad (2.6.5)$$

$$\epsilon_T^\lambda = \left(\frac{q^+}{Q}, \frac{Q}{q^+}, \vec{0}_\perp \right), \quad (2.6.6)$$

onde $\vec{\epsilon}_\perp^\lambda = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\lambda, i)$ para $\lambda = \pm 1$, visto que estamos trabalhando no calibre $A^+ = 0$. Usando a relação $\partial_\mu A^\mu = 0$ (calibre de Landau) [86]

$$g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} = - \sum_{\lambda=\pm 1} \epsilon_{T\mu}^\lambda \epsilon_{T\nu}^{\lambda*} + \epsilon_{L\mu} \epsilon_{L\nu}^*, \quad (2.6.7)$$

juntamente com as Equações 2.6.5 e 2.6.6, vêm

$$\sigma_T^{\gamma^* p} = \frac{4\pi^2 \alpha_{EM}}{q^0} W^{\mu\nu} \frac{1}{2} \sum_{\lambda=\pm 1} \epsilon_{T\mu}^\lambda \epsilon_{T\nu}^{\lambda*} = \frac{4\pi^2 \alpha_{EM}}{q^0} W_1, \quad (2.6.8)$$

$$\sigma_L^{\gamma^* p} = \frac{4\pi^2 \alpha_{EM}}{q^0} W^{\mu\nu} \epsilon_{L\mu} \epsilon_{L\nu}^* = \frac{4\pi^2 \alpha_{EM}}{q^0} \left[-W_1 + \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) W_2 \right], \quad (2.6.9)$$

⁵ A variável z representa a fração de momento longitudinal carregada pelo quark, enquanto que $(1-z)$ é o valor da fração de momento longitudinal carregada pelo antiquark.

onde ν é dado pela Equação (2.2.2). Através das Equações (2.3.1) e (2.3.2), no limite de altas energias ($\nu \gg Q$), teremos

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{EM}} \sigma_{tot}^{\gamma^* p} = \frac{Q^2}{4\pi\alpha_{EM}} (\sigma_T^{\gamma^* p} + \sigma_L^{\gamma^* p}), \quad (2.6.10)$$

$$2xF_1(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{EM}} \sigma_T^{\gamma^* p}. \quad (2.6.11)$$

Agora, a partir de (2.6.10) e (2.6.11), pode-se definir a função de estrutura longitudinal F_L , dada por

$$F_L(x, Q^2) \equiv F_2(x, Q^2) - 2xF_1(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha_{EM}} \sigma_L^{\gamma^* p}, \quad (2.6.12)$$

tal que, se fizermos (2.6.12) igual a 0, obteremos a *relação Callan-Gross* [112], portanto pode-se dizer que (2.6.12) mede a mede a violação da relação de Callan-Gross. Pelas Equações (2.6.10) e (2.6.11)

$$\begin{aligned} \sigma_{T,L}^{\gamma^* p} &= \sigma_T^{\gamma^* p} + \sigma_L^{\gamma^* p} \\ &= \int \frac{d^2x_\perp}{4\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z(1-z)} |\Psi_{T,L}^{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(\vec{x}_\perp, z)|^2 \sigma_{tot}^{q\bar{q}p}(\vec{x}_\perp, Y). \end{aligned} \quad (2.6.13)$$

A seguir, será discutido o cálculo das funções de onda no cone de luz. Apenas o vetor de polarização do fóton difere as componentes transversal e longitudinal da função de onda total. Através do diagrama da Figura 2.11 e utilizando as regras de Feynman da QCD para o cone de luz⁶, pode-se escrever as funções de onda no espaço de momento como

$$\Psi_{T,L}^{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(\vec{k}_\perp, z) = Z_f e \frac{z(1-z)\delta_{ij}}{m_f^2 + k_\perp^2 + Q^2 z(1-z)} \bar{u}_\sigma(k) \gamma \cdot \epsilon_{T,L}^\lambda \nu_{\sigma'}(q-k), \quad (2.6.14)$$

onde Z_f é a carga do quark de sabor f em termos da carga elementar e , m_f é a massa do quark, σ e σ' são as helicidades do quark e do antiquark, respectivamente, e i, j são suas cores. Valendo-se dos vetores de polarização definidos nas Equações (2.6.5) e (2.6.6) e aplicando a transformada de Fourier na Equação (2.6.14), obtém-se as funções de onda transversal e longitudinal no espaço de coordenadas

$$\begin{aligned} \Psi_T^{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(\vec{x}_\perp, z) &= \frac{eZ_f}{2\pi} \delta_{ij} \sqrt{z(1-z)} \times \\ &\left[(1 - \delta_{\sigma\sigma'}) (1 - \sigma\lambda - 2z) i a_f \frac{\vec{\epsilon}_\perp^\lambda \cdot \vec{x}_\perp}{x_\perp} K_1(x_\perp a_f) + \delta_{\sigma\sigma'} \frac{m_f}{\sqrt{2}} (\sigma\lambda + 1) K_0(x_\perp a_f) \right], \end{aligned} \quad (2.6.15)$$

$$\Psi_L^{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(\vec{x}_\perp, z) = \frac{eZ_f}{2\pi} [(1-z)z]^{3/2} \delta_{ij} 2Q(1 - \delta_{\sigma\sigma'}) K_0(x_\perp a_f). \quad (2.6.16)$$

em que $a_f^2 = Q^2 z(1-z) + m_f^2$, sendo m_f a massa correspondente a cada sabor de quark. Após a realização do tratamento QED no formalismo de dipolos, onde foram calculadas as componentes transversal e longitudinal da função de onda do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$, deve-se agora partir para o tratamento QCD, a fim de que se determine $\sigma_{tot}^{q\bar{q}p}$.

2.7 O formalismo de Glauber-Mueller e os dipolos de cor

⁶Para maiores informações sobre as regras de Feynman da QCD no cone de luz, veja Referência [113].

No Capítulo 1, Seção 1.3.1, introduzimos o Modelo de Glauber no contexto geral de múltiplos espalhamentos a fim de obtermos a expressão de seção de choque inelástica nuclear. Portanto, o formalismo de Glauber tem como principal aspecto considerar a interação entre núcleos, de modo que se possa calcular correções nucleares da seção de choque nuclear [114] e que ao considerar múltiplos espalhamentos, implica incluir os efeitos de saturação partônica. A teoria de múltiplos espalhamentos de Glauber usa o método de deslocamento de fase para tratar uma partícula que sofre sucessivos espalhamentos em altas energias. No caso de flutuações hadrônicas (pares de quarks ou glúons), os espalhamentos são coerentes. Como há interferência entre eles, espera-se uma diminuição na seção de choque nuclear, de forma que $\sigma_{nucleo} < A\sigma_{nucleon}$. Por outro lado, para espalhamentos completamente incoerentes, espera-se que a seção de choque nuclear seja igual a $A\sigma_{nucleon}$. A expressão no formalismo de Glauber que calcula a seção de choque total de um hádron com um núcleo é dada por [115, 116]

$$\sigma_{tot}^{nucleo} = 2 \int d^2\vec{b} [1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_{nucleon}S_A(\vec{b})}], \quad (2.7.1)$$

onde a função perfil $S_A(b)$ tem dependência no parâmetro de impacto \vec{b} . Consideremos agora uma amplitude de espalhamento $M(s, t)$, em função das variáveis de Mandelstam s e t . Usando o modelo eikonal⁷, é possível escrever essa amplitude em termos da variável s e do parâmetro de impacto \vec{b} , de forma que

$$m(s, \vec{b}) = \frac{1}{2\pi} \int d^2\vec{q} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{b}} M(s, t = -q^2), \quad (2.7.2)$$

Pode-se obter a seção de choque total a partir da amplitude de espalhamento através do chamado *teorema óptico* [106], cuja expressão é dada por

$$\sigma_{tot} = 4\pi\Im[M(s, 0)]. \quad (2.7.3)$$

Sendo assim, utilizando o teorema óptico, as seções de choque total e elástica são reescritas na representação de parâmetro de impacto \vec{b} como

$$\sigma_{tot} = 4\pi\Im[M(s, 0)] = 2 \int d^2\vec{b} 2\Im[m(s, \vec{b})], \quad (2.7.4)$$

$$\sigma_{el} = \int d^2\vec{b} |m(s, \vec{b})|^2. \quad (2.7.5)$$

Devido ao vínculo de unitariedade, a seção de choque total deve ser escrita como a soma da seção de choque elástica com a seção de choque inelástica, de forma que

$$\sigma_{tot} = \sigma_{el} + \sigma_{inel}. \quad (2.7.6)$$

Desta maneira, com (2.7.4), (2.7.5) e (2.7.6), vem

$$2\Im[m(s, \vec{b})] = |m(s, \vec{b})|^2 + A_{inel}(s, \vec{b}), \quad (2.7.7)$$

em que A_{inel} é a soma sobre as contribuições dos canais inelásticos. Se a parte real da amplitude se anula em altas energias (pequenos valores de x), a Equação (2.7.7) tem como solução

$$m(s, \vec{b}) = i[1 - e^{-\frac{1}{2}\Omega(s, \vec{b})}], \quad (2.7.8)$$

onde $\Omega(s, \vec{b})$ é chamada de função opacidade, determinada a partir de uma modelagem detalhada da interação, e mede a probabilidade de que nenhum espalhamento inelástico com o alvo ocorra. Se a função opacidade for fatorizada na forma $\Omega(s, \vec{b}) = \Omega(s)S(\vec{b})$, pode-se identificar a opacidade da Equação (2.7.8) como $\Omega(s \approx Q^2/x, \vec{r}) = \sigma_{nucleon}(x, \vec{r})$.

⁷Sobre o modelo eikonal, veja Referência [117].

Para o cálculo da seção de choque dipolo-nucleon, faz-se a extensão do formalismo de Glauber para o caso de um processo dipolo-nucleon, de forma a obtermos o formalismo de Glauber-Mueller [86, 115]

$$\sigma_{dip}^{GM} = 2 \int d^2\vec{b} [1 - e^{-\frac{1}{2}\sigma_{nucleon}^{q\bar{q}} S(\vec{b})}] . \quad (2.7.9)$$

Esta abordagem é válida apenas no limite de pequeno x . Em altas energias, os espalhamentos sucessivos são tratados como colisões independentes, de forma que o processo é descrito pela representação eikonal clássica de uma partícula relativística cruzando o núcleo (no caso nuclear). Da mesma forma que não existe correlação entre os nucleons no caso nuclear, também não existe correlação de pártons no caso hadrônico, de maneira que apenas os pártons mais rápidos interagem com o alvo.

Deve-se tratar agora da função de perfil $S(\vec{b})$. Como já mencionado, esta variável contém a dependência no espalhamento, ou seja, dependência no momento transferido t , e pode ser aproximada por uma parametrização exponencial, de modo que tenha uma forma gaussiana no espaço de \vec{b} (no caso nuclear)

$$S(\vec{b}) = \frac{A}{\pi R_A^2} e^{-\frac{b^2}{R_A^2}}, \quad (2.7.10)$$

onde R_A é o tamanho transversal do alvo e A é o número atômico do núcleo. Para o caso de um nucleon apenas, $A = 1$. Em se tratando do próton, R^2 está entre os valores $5 - 17 \text{ GeV}^{-2}$ [114].

2.8 O modelo fenomenológico GBW

Nessa seção, será apresentado o modelo fenomenológico *GBW* (*Golec-Biernat e Wüstoﬀ*) [118], cuja expressão é baseada no modelo de Glauber-Mueller. Contudo, uma vez que se trata de um modelo fenomenológico, a expressão da seção de choque deverá possuir parâmetros ajustados a partir de dados experimentais.

Uma das dificuldades encontradas no cálculo da seção de choque de dipolo é modelar a função de glúons não-integrada. Devido a isso, adota-se a estratégia de parametrizar esta seção de choque ao realizar uma interpolação entre a região de grande Q^2 (regime *hard*) e pequeno Q^2 (regime *soft*) [98]. Como foi visto na seção anterior, utilizando o teorema óptico juntamente com o modelo eikonal, a seção de choque de dipolos é dada por [114]

$$\sigma_{dip}(x, r_{\perp}) = 2 \int d^2\vec{b} N(x, \vec{b}, r_{\perp}), \quad (2.8.1)$$

em que $r_{\perp}^{\vec{}}$ é a distância transversal entre o quark e o antiquark e $N(x, \vec{b}, r_{\perp})$ é a parte imaginária da amplitude de espalhamento dipolo-hádron (veja Equação (2.7.4)). Assumindo a forma fatorizada a seguir para $N_{GBW}(x, r_{\perp}, b)$

$$N_{GBW}(x, r_{\perp}, b) = N_{GBW}(x, r_{\perp}) S(b), \quad (2.8.2)$$

onde $S(b) = \Theta(b - R_{proton})$, tal que

$$\begin{aligned} \sigma_{tot}^{GBW} &= 2 \int_0^{\infty} N(x, r_{\perp}) \Theta(b - R_{proton}) d^2\vec{b} \\ &= 2 \int_0^{R_{proton}} N(x, r_{\perp}) d^2\vec{b} \\ &= \sigma_0 N(x, r_{\perp}), \end{aligned} \quad (2.8.3)$$

em que $\sigma_0 = 2\pi R_{proton}^2$. Este parâmetro provém da QCD não-perturbativa, sendo ajustado a partir dos dados experimentais. Para pequenos valores de r_\perp , $N(x, r_\perp) \sim r_\perp^2$. Assim, o sistema é fracamente interagente, característica da transparência de cor⁸. Em contrapartida, para grandes valores de r_\perp , $N(x, r_\perp) \sim 1$, o sistema é fortemente interagente, o que indica que o mesmo se encontra no regime de saturação e, desta forma, σ_{dip} é igual à constante σ_0 .

O modelo de Golec-Biernat e Wüsthoff (GBW) [118] é inspirado no modelo eikonal de Glauber-Mueller, de modo que

$$\sigma_{dip}^{GBW}(x, r_\perp) = \sigma_0 \left[1 - e^{-\frac{r_\perp^2 Q_s^2(x)}{4}} \right], \quad (2.8.4)$$

onde $Q_s^2(x)$ é a escala de saturação, dada por $Q_s^2(x) = Q_0^2(x/x_0)^\lambda$, em que $Q_0^2 = 1 \text{ GeV}^2$. Os parâmetros σ_0 , x_0 e λ foram ajustados a partir dos dados do experimento HERA para DIS inclusivo no limite de pequeno x , e são dados por $\sigma_0 = 23 \text{ mb}$, $x_0 = 3 \times 10^{-4}$ e $\lambda = 0,288$ [120]. Por último, na última seção desse capítulo, será apresentado a equação de Balitsky-Kovchegov (BK), cujo desenvolvimento e aplicação também se dão no contexto do formalismo de dipolos de cor.

2.9 A equação BK

A equação de evolução não-linear de Balitsky-Kovchegov (BK) [121, 122] é utilizada no formalismo de dipolos de cor, considerando a emissão de um glúon por parte do quark ou antiquark (Figura 2.12). No que segue, será adotado a notação utilizada na Referência [123], onde os cálculos estão desenvolvidos em detalhes.

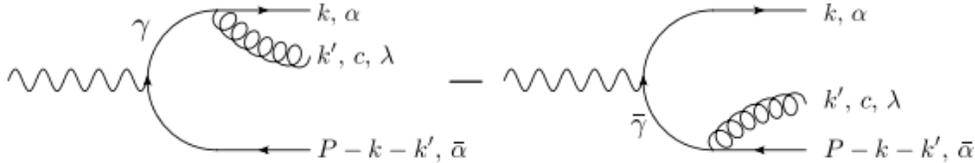


Figura 2.12: Diagramas de emissão de glúon do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$. [123]

O formalismo do modelo de dipolos permite a fatorização do diagrama da Figura 2.12 em dois processos: a flutuação do fóton virtual em um dipolo de quarks e a interação deste dipolo com o próton. Consideramos agora o processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$. A função de onda que descreve tal processo, na notação do cone de luz, é dada por [123]

$$\psi_{s,s'}^L(z, r_T) = \frac{-e_f e}{2\pi\sqrt{\pi}} Qz(1-z)K_0(\epsilon r_T)\delta_{s,-s'} \quad (2.9.1)$$

$$\begin{aligned} \psi_{s,s'}^T, \lambda=\pm 1(z, r_T) = & \frac{e_f e}{(2\pi)^{3/2}} \left[i\sqrt{2} \frac{\epsilon^{\pm 1} \cdot r_T}{|r_T|} K_1(\epsilon r_T)(z\delta_{s,\mp 1} - (1-z)\delta_{s,\pm 1})\delta_{s,-s'} \right. \\ & \left. + m_f K_0(\epsilon r_T)\delta_{s,\pm 1}\delta_{s',\pm 1} \right], \end{aligned} \quad (2.9.2)$$

onde e_f é a carga do quark em termos da carga elementar e , K_0 e K_1 são as funções de Bessel modificadas do segundo tipo de ordem zero e de primeira ordem, m_f é a massa do quark, r_T é a distância transversa entre o par quark-antiquark, $z = (k^+/q^+)$, s é o spin do quark, s' é o spin do antiquark e os índices superiores L e T indicam as componentes longitudinal e transversal da

⁸Para uma discussão mais detalhada sobre o conceito de transparência de cor, veja Referência [119].

função de onda, respectivamente. Os vetores de polarização do fóton são, no calibre do cone de luz,

$$\epsilon_L(q) = \left(0, 0, \frac{Q}{q^+}\right) \quad (2.9.3)$$

$$\epsilon_T(q) = \left(0, \epsilon_T^\lambda, \frac{q_T \cdot \epsilon_T^\lambda}{q^+}\right). \quad (2.9.4)$$

Consideremos agora a emissão de um glúon com momento k , cor c e helicidade λ por um quark de momento p , spin s e cor α , no limite de altas energias. O quark, após o espalhamento, terá momento $(p - k)$, cor β e spin s' . Desta forma, utilizando as regras de Feynman da QCD no cone de luz, a função de onda do processo $q \rightarrow qg$ é calculada como

$$\begin{aligned} \Psi_{q \rightarrow qg}(k_T, z) &= \sqrt{p^+} \frac{u_{s'}(p - k)}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2(p - k)^+}} \\ &\times \frac{t_{\alpha\beta}^c g_s \not{\epsilon}_\lambda^\mu(k) \gamma_\mu}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2k^+}} \frac{u_s(p)}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2p^+}} \frac{(2\pi)^3}{p^- - k^- - (p - k)^-}, \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

sendo $p^+ = k^+/z$. O denominador $(p - k)^-$ corresponde à componente “menos” do momento de uma partícula na camada de massa contendo tri-momento $(p^- - k^-)$ e t^c é o gerador do grupo $SU(3)$. No limite de altas energias, $z \ll 1$. Como o glúon emitido é real, devemos exigir que esteja na camada de massa e, portanto, este só pode ter polarização transversal, o que leva ao fato de que

$$\epsilon^\lambda(k) = \left(0, \epsilon_T^\lambda, \frac{k_T \cdot \epsilon_T^\lambda}{k^+}\right). \quad (2.9.6)$$

Segue agora a derivação da equação BK. A rapidez do dipolo cresce quando a energia do processo é elevada. Neste caso, há mais espaço de fase disponível e o quark ou o antiquark podem emitir um glúon, de maneira que teremos processos da forma $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g$. Tal emissão funciona como uma correção de mais alta ordem ($\sim \alpha_s$) para o estado do fóton virtual que flutua no par quark-antiquark. Sem considerar a emissão do glúon, esse estado pode ser escrito como

$$|\gamma^*\rangle = |\gamma^*\rangle_0 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) |q_\alpha(x) \bar{q}_{\bar{\alpha}}(y)\rangle_0, \quad (2.9.7)$$

onde $|q_\alpha(x) \bar{q}_{\bar{\alpha}}(y)\rangle_0$ é o estado do dipolo definido por

$$|q_s(k) \bar{q}_{\bar{s}}(k')\rangle_0 = b_s^\dagger(k) d_{\bar{s}}^\dagger(k') |0\rangle, \quad (2.9.8)$$

em que $b_s(k)$ é o operador de destruição fermiônico e $d_{\bar{s}}^\dagger(k)$ é o operador de criação do anti-fermiônico. No caso da emissão de um glúon pelo quark ou pelo antiquark, o estado do fóton virtual é dado por

$$\begin{aligned} |\gamma^*\rangle &= |\gamma^*\rangle_0 + \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) C(r_T) |q_\alpha(x) \bar{q}_{\bar{\alpha}}(y)\rangle_0 \\ &+ \frac{1}{\sqrt{N_c}} \int dz d^2 r_T dz' d^2 r'_T \Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') |q_\alpha \bar{q}_{\bar{\alpha}}(y) g_c(z)\rangle_0, \end{aligned} \quad (2.9.9)$$

onde foi colocado o termo $C(r_T)$ no primeiro termo da equação para que não seja alterada a normalização da função de onda, cuja fórmula é expressa por

$$\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(k_T, k'_T, z, z') = \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T + k'_T, z) \Psi_{q \rightarrow qg}(k'_T, z') - \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}(k_T, z) \Psi_{q \rightarrow qg}(k'_T, z'). \quad (2.9.10)$$

No espaço de coordenadas, obtemos

$$\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') = -\frac{g_s t_{\alpha\bar{\alpha}}^c}{4\pi^2 \sqrt{\pi z}} \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) \int d^2 k'_T (e^{ik'_T \cdot (r'_T - r_T)} - e^{ik'_T \cdot r'_T}) \frac{\epsilon_T \cdot k'_T}{k'^2_T}, \quad (2.9.11)$$

onde $r'_T - r_T$ é a distância transversa entre o quark e o glúon emitido, r'_T é a distância transversa entre o antiquark e o glúon, $\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z)$ é a função de onda do processo $\gamma^* \rightarrow q\bar{q}$ e $\bar{\alpha}$ é a cor do antiquark. O cálculo da integral da Equação (2.9.11) resulta em

$$\Psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g}(r_T, r'_T, z, z') = -\frac{ig_s t_{\alpha\bar{\alpha}}^c}{2\pi^2 \sqrt{\pi z'}} \psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}(r_T, z) \left(\frac{\epsilon_T \cdot r'_T}{r'^2_T} - \frac{\epsilon_T \cdot (r'_T - r_T)}{(r'_T - r_T)^2} \right), \quad (2.9.12)$$

Levando em conta que $t_{\alpha\bar{\alpha}}^c$ é hermitiano e realizando o produto interno do estado do fóton virtual da Equação (2.9.8), temos, sem a contribuição da correção por emissão do glúon,

$$\langle \gamma^* | \gamma^* \rangle = 1 + \frac{1}{N_c} \int dz d^2 r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}|^2, \quad (2.9.13)$$

Contudo, se for considerada a emissão do glúon,

$$\begin{aligned} \langle \gamma^* | \gamma^* \rangle &= 1 + \frac{1}{N_c} \int dz d^2 r_T |C(r_T)|^2 |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}|^2 \\ &+ \int dz d^2 r_T dz' d^2 r'_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}|^2 \frac{g_s^2}{N_c 4\pi^3 z'} t_{\alpha\bar{\alpha}}^c t_{\bar{\alpha}\alpha}^c \left| \epsilon_T^\lambda \cdot \left(\frac{r'_T}{r'^2_T} + \frac{(r_T - r'_T)}{(r_T - r'_T)^2} \right) \right|^2. \end{aligned} \quad (2.9.14)$$

Deve-se realizar a soma sobre as polarizações dos glúons e sobre as cores do quark, antiquark e glúons. Assim, pode-se usar a propriedade

$$\sum_{\lambda=1,2} \epsilon_{\lambda \cdot p}^* \epsilon_{\lambda \cdot p'} = p \cdot p', \quad (2.9.15)$$

e o fato de que $t_{\bar{\alpha}\alpha}^c t_{\alpha\bar{\alpha}}^c = (N_c^2 - 1)/2$. Com efeito

$$\begin{aligned} \langle \gamma^* | \gamma^* \rangle &= 1 + \frac{1}{N_c} \int dz d^2 r_T |\psi_{\gamma^* \rightarrow q\bar{q}}^{\alpha\bar{\alpha}}|^2 \\ &\times \left[|C(r_T)|^2 N_c + \int d^2 r'_T \frac{dz'}{z} \frac{g_s^2}{4\pi^3} \frac{N_c^2 - 1}{2} \frac{r_T^2}{(r'_T - r_T)^2} \right], \end{aligned} \quad (2.9.16)$$

Usando $(N_c^2 - 1)/N_c \approx N_c$, $y = \ln(1/z')$ e $\alpha_s = (g_s^2/4\pi)$, se compararmos as Equação (2.9.13) e (2.9.16),

$$|C(r_T)|^2 = 1 - \int d^2 r'_T dy \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \frac{r_T^2}{r'^2_T (r_T - r'_T)^2}. \quad (2.9.17)$$

A equação BK é uma equação de evolução na variável rapidez y . O objetivo é determinar a amplitude de espalhamento dos diagramas da Figura 2.12 quando se eleva a energia (maior rapidez), contando que o quark ou o antiquark possam emitir um glúon. Desta maneira, a probabilidade do dipolo emitir um glúon é dada pelo módulo quadrado da função de onda do processo $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g$, a qual está contida no terceiro termo da Equação (2.9.16). Portanto, realizando a soma sobre cores e tomando seu módulo quadrado,

$$\frac{1}{N_c} \sum_{cor} |\Psi_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g}(r'_T, r_T, z, z')|^2 d^2 r'_T dz' = \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2 z'} \frac{r_T^2}{r'^2_T (r_T - r'_T)^2} d^2 r'_T dz'. \quad (2.9.18)$$

Como $y = \ln(1/z')$, podemos calcular a contribuição do processo $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}g$ para a amplitude de espalhamento frontal elástica

$$\frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int dy d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r'_T), \quad (2.9.19)$$

onde $N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r'_T)$ é a amplitude de espalhamento frontal para o sistema dipolo-glúon. Por outro lado, a probabilidade de haver apenas um estado $q\bar{q}$ é reduzida por um fator $1 - |C(r_T)|^2$, conforme pode ser verificado através da Equação 2.9.17. Logo, é construída uma equação de renormalização para $N_{q\bar{q}}$ para o caso em que há correção pela emissão de glúon, o qual pode ser considerado como parte da função de onda do fóton virtual. Neste caso, a amplitude de espalhamento será

$$N_{q\bar{q}}(y, r_T) + \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int dy d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} [N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r'_T) - N_{q\bar{q}}(y, r_T)]. \quad (2.9.20)$$

Por outro lado, se considerarmos o glúon como fazendo parte da função de onda do hádron, teremos um dipolo com rapidez $y + \Delta y$. Como a amplitude não pode depender da escolha entre o glúon fazer parte da função de onda do fóton virtual ou do hádron, a Equação (2.9.20) deve ser equivalente a $N_{q\bar{q}}(y + \Delta y, r_T)$, de modo que

$$N_{q\bar{q}}(y + \Delta y, r_T) = N_{q\bar{q}}(y, r_T) + \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \Delta y \int d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} \times [N_{q\bar{q}g}(y, r_T, r'_T) - N_{q\bar{q}}(y, r_T)], \quad (2.9.21)$$

onde se supôs que Δy é pequeno de modo que se substituiu a integral em y por Δy .

No limite de N_c grande, usa-se a aproximação $N_c^2 - 1 \approx N_c^2$. O número de configurações possíveis do glúon emitido é $N_c^2 - 1$, visto que a configuração singleto não é permitida. Assim, considera-se que o glúon emitido equivale a um dipolo de quarks, pois cada quark possui N_c configurações possíveis e, desta forma, um par quark-antiquark possui N_c^2 configurações possíveis. A probabilidade do sistema não sofrer espalhamento pelo hádron vale

$$P_{q\bar{q}g}(r_T, r'_T) = P_{q\bar{q}}(r_T, r'_T) P_{q\bar{q}}(r_T - r'_T). \quad (2.9.22)$$

Portanto,

$$N_{q\bar{q}g}(r_T, r'_T) = N_{q\bar{q}}(r'_T) - N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T) - N_{q\bar{q}}(r'_T) N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T), \quad (2.9.23)$$

sendo $P = 1 - N$. A dependência em y na equação acima está implícita. Substituindo esse resultado na equação de renormalização de grupo (Equação (2.9.21)), dividindo por Δy e usando o limite de Δy pequeno, teremos

$$\frac{\partial N_{q\bar{q}}(r_T)}{\partial y} = \frac{\alpha_s N_c}{2\pi^2} \int d^2 r'_T \frac{r_T^2}{r_T'^2 (r_T - r'_T)^2} \times [N_{q\bar{q}}(r'_T) + N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T) - N_{q\bar{q}}(r_T) - N_{q\bar{q}}(r'_T) N_{q\bar{q}}(r_T - r'_T)], \quad (2.9.24)$$

A equação acima é chamada de Balitsky-Kovchegov (BK) [121,122], a qual fornece a amplitude de espalhamento do dipolo $N_{q\bar{q}}$ para rapidez $y > 0$ a partir de uma condição inicial $N_{q\bar{q}}(y = 0, r_T)$, fazendo a aproximação de grande N_c .

No próximo capítulo, 3, será utilizado os modelos teórico-fenomenológicos visto aqui para obter uma descrição de quarkonium em altas energias. Além disso, os *modelos de amplitude de espalhamento* de dipolos para produção de quarkonium também será discutido.

Capítulo 3

Produção de Quarkonium e modelos para a amplitude de espalhamento de dipolos de cor

Nesse capítulo, são apresentados diferentes modelos de produção de mésons vetoriais, incluindo efeitos de estado inicial como sombreamento nuclear, saturação partônica e absorção no caso de mésons pesados. A abordagem de controle, nesse caso, irá se basear no formalismo de dipolos (Capítulo 2). Logo, será apresentado a formulação básica das seções de choque de produção de quarkonium e, subsequentemente, alguns modelos a serem utilizados com o formalismo de dipolos.

3.1 Introdução

O entendimento da dinâmica da produção de estados de quarks ligados $c\bar{c}$, por exemplo o J/ψ , é um antigo problema na física nuclear de altas energias. Na década de 80, a supressão do J/ψ foi proposta como teste decisivo do QGP [77]. Embora tal hipótese tenha se mostrado muito útil para estudar o QGP, a interpretação da supressão “anômala” é indireta e ainda não é claro se o J/ψ “se desfaz” (*melts*) na temperatura crítica [124, 125]. Além disso, a produção do J/ψ é afetada pelos efeitos da *matéria nuclear fria* (*cold nuclear matter - CNM*) os quais se assemelham aos efeitos de supressão no QGP. Com efeito, é natural que entender os efeitos da matéria nuclear fria se faz importante para avaliar o impacto do QGP na produção desse méson [126]. De forma geral, uma forma de quantificar tais efeitos é definir um *fator de modificação nuclear*, que pode ser escrito como [82]

$$R_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{AB\sigma_{pp}}. \quad (3.1.1)$$

onde A e B denotam os núcleos ou núcleons envolvidos. Dessa forma, uma simples parametrização da seção de choque total pA pela dependência nuclear através da variável α , poderia ser definida como

$$\sigma_{pA} = \sigma_{pp}A^\alpha, \quad (3.1.2)$$

onde A é o número atômico do núcleo em questão. Portanto, na ausência de efeitos CNM, poder-se-ia esperar que a produção pA seja proporcional a A , o que implicaria $R_{pA} = 1$ e $\alpha = 1$.

Além disso, em [127] mostrou-se que o estudo da seção de choque total como função da rapidez e da centralidade indicou que o mecanismo de modificação nuclear no CNM pode explicar os dados experimentais da produção de J/ψ em colisões dêuteron-núcleo no RHIC. Já para colisões

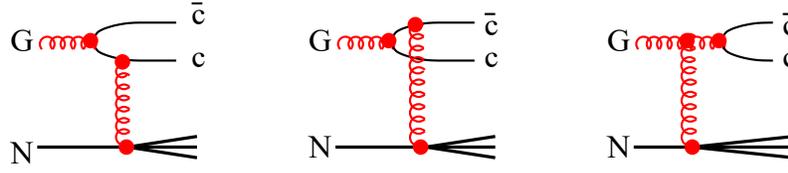


Figura 3.1: Diagramas de Feynman da produção do quark charm em colisões glúon-núcleon. Somente as componentes do estado de Fock de mais baixa ordem estão sendo considerados. Figura de [134].

núcleo-núcleo, por outro lado, esse estudo encontrou que tal mecanismo foi responsável por uma significativa supressão na produção do J/ψ . A seção de choque total é dominada por J/ψ 's produzidos em baixo momento transversal devido à diminuição da seção de choque diferencial. Com efeito, para se entender melhor a produção desse méson para momento com escala semi-hard e em altas energias, deve-se notar que se o momento de saturação Q_s (escala de saturação) é muito maior do que a massa do quark, o escalamento geométrico [128–133] garante que a seção de choque a uma dada centralidade é proporcional a $d\sigma/d^2p_\perp d^2b_\perp \sim Q_s^4/p_\perp^6$. O fator $(Q_s^2)^2$ remete ao fato de que ao menos dois núcleons participam do espalhamento.

Segue, então, uma discussão para fundamentar a produção de quarkonium a começar pela produção do par $c\bar{c}$. Posteriormente, serão apresentadas as principais abordagens de hadronização de quarkonium e, finalmente, a seção de choque de produção do quarkonium.

3.2 Formalismo de dipolos de cor do cone de luz para produção de par $c\bar{c}$

Essa seção é dedicada a discutir a produção do par $c\bar{c}$ em colisões núcleo-núcleo, a fim de estabelecer uma base comum para a produção de mésons vetoriais, ou quarkonium. A referência [134] será tomada como base.

O modelo de pártons trata a produção de $c\bar{c}$, no sistema de repouso do par, como uma *fusão de glúons*, $gg \rightarrow c\bar{c}$. Ao passo que, no sistema de repouso do núcleo, tal processo se apresenta como uma criação de um par $c\bar{c}$ a partir de um glúon projétil. Portanto, o processo pode ser escrito como

$$G + N \rightarrow c\bar{c} + X. \quad (3.2.1)$$

Na abordagem do dipolo do cone de luz, a seção de choque é representada por uma soma sobre diferentes componentes de estados quânticos, na representação do espaço de Fock, do glúon projétil o qual o quadrado das suas funções de onda para as flutuações são equacionadas com a respectiva seção de choque de dipolo. Foi constatado que a seção de choque correspondente aos diagramas de Feynman apresentados na Figura 3.1, calculados em [135], necessita de uma seção de choque de dipolo correspondente a um sistema de 3 corpos ($Gc\bar{c}$). Esta observação segue a descrição geral [136] de que ao processo partônico do tipo $a \rightarrow bc$ está associada a seção de choque de dipolo $\sigma_{abc} = (\vec{r}, \alpha)$ do sistema partônico $\bar{a}bc$, com separações transversas \vec{r} (para bc), $\alpha\vec{r}$ ($\bar{a}c$) e $\bar{\alpha}\vec{r}$ ($b\bar{a}$). Aqui, α e $\bar{\alpha} = 1 - \alpha$ são as frações de momento do cone de luz do párton a tomados por b e c respectivamente. Mais especificamente, o párton incidente a possui diferentes estados na representação de Fock como, por exemplo, o estado fundamental $|a\rangle$, o estado excitado $|bc\rangle$ e assim por diante. Se os estados $|a\rangle$ e $|bc\rangle$ tem as mesmas amplitudes de interação, não será possível ocorrer o processo de produção $a \rightarrow bc$, uma vez que um composição dos estados coerentes os quais formam o párton a , permanece sem alteração. Logo, a amplitude de produção de $a \rightarrow bc$ é proporcional à diferença das amplitudes de interação $f_a - f_{(bc)}$, que coincide com a amplitude de

espalhamento $f_{(\bar{a}bc)}$. Notavelmente, as amplitudes f_a e $f_{(bc)}$ possuem o problema da *divergência do infravermelho*¹, ao passo que $f_{(\bar{a}bc)}$ não, devido a neutralidade de cor do sistema.

Analisando o processo (3.2.1), pode-se descrever 3 estados de cor e spin diferentes na qual o par $c\bar{c}$ pode ser produzido. Esses estados são ortogonais e não devem interferir na seção de choque. Eles incluem

1. O estado $c\bar{c}$ singlete de cor, *par* em relação à transformação de simetria C (conjugação de carga). A amplitude correspondente é *ímpar* relativo a permutação simultânea das variáveis espaciais e de spin do $c\bar{c}$ e tem a forma

$$A_{ij,a}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha) = \sum_{e=1}^8 \frac{1}{6} \delta_{ae} \delta_{ij} O_e^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha). \quad (3.2.2)$$

Aqui, \vec{k} e \vec{k}_T são momento relativo e momento total transverso, respectivamente; $\mu, \bar{\mu}$ são índices de spin, a e i, j são os índices de cor do glúon e dos quarks produzidos, respectivamente. Tal estado pode ser classificado como 1^- , o que significa um singlete de cor com paridade ímpar em relação ao índice de permutação. Note que 1^+ não pode ser produzido na reação descrita por (3.2.1).

2. O estado octeto de cor $\bar{c}c$, com a amplitude de produção também assimétrica relativa permutações simultâneas das variáveis espaciais e de spin do $\bar{c}c$ (8^-),

$$B_{ij,a}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha) = \sum_{e,g=1}^8 \frac{1}{2} d_{aeg} \tau_g(ij) O_e^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha). \quad (3.2.3)$$

onde $\lambda_g = \tau_g/2$ são as matrizes de Gell-Mann.

3. O estado octeto de cor $\bar{c}c$ com a amplitude simétrica relativa a permutação das variáveis dos quarks (8^+),

$$C_{ij,a}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha) = \sum_{e,g=1}^8 \frac{i}{2} f_{aeg} \tau_g(ij) E_e^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha). \quad (3.2.4)$$

As amplitudes (3.2.2) e (3.2.3) possuem o seguinte fator comum

$$O_e^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha) = \int d^2r d^2s e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} - i\vec{k}_T\cdot\vec{s}} \Psi_{\bar{c}c}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{r}) \left[\gamma^{(l)}(\vec{s} - \alpha\vec{r}) - \gamma^{(l)}[\vec{s} + \alpha\vec{r}] \right], \quad (3.2.5)$$

o qual é ímpar (**O**dd) sob permutações das variáveis não associadas a cor dos quarks. Consequentemente, o fator par (**E**ven) na Equação (3.2.4) é escrito como

$$E_e^{\bar{\mu}\mu}(\vec{k}, \vec{k}_T, \alpha) = \int d^2r d^2s e^{i\vec{k}\cdot\vec{r} + i\vec{k}_T\cdot\vec{s}} \Psi_{\bar{c}c}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{r}) \left[\gamma^{(l)}(\vec{s} - \alpha\vec{r}) + \gamma^{(l)}[\vec{s} + \alpha\vec{r}] - 2\gamma^{(l)}(\vec{s}) \right], \quad (3.2.6)$$

Aqui \vec{s} and \vec{r} é a posição do centro de gravidade e separação relativa transversa do par $c\bar{c}$, respectivamente. A função de onda do cone de luz $\Psi_{\bar{c}c}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{r})$ da componente $c\bar{c}$ do glúon incidente nas Equações (3.2.5) e (3.2.6) é escrita como

$$\Psi_{\bar{c}c}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{r}) = \frac{\sqrt{2\alpha_s}}{4\pi} \xi^\mu \hat{\Gamma} \tilde{\xi}^{\bar{\mu}} K_0(m_c r), \quad (3.2.7)$$

¹A *divergência no infravermelho* é um problema geral em física que, em linhas gerais, está associado a contribuições divergentes das variáveis do sistema relacionadas ao momento no limite quando este vai a zero. Para mais detalhes, consultar [137, 138].

onde o operador do vértice tem a forma

$$\hat{\Gamma} = m_c \vec{\sigma} \cdot \vec{e} + i(1 - 2\alpha) (\vec{\sigma} \cdot \vec{n})(\vec{e} \cdot \vec{\nabla}) + (\vec{n} \times \vec{e}) \cdot \vec{\nabla}, \quad (3.2.8)$$

onde $\vec{\nabla} = d/d\vec{r}$, α é a fração do momento do cone de luz carregado pelo quark c , \vec{e} é o vetor de polarização do glúon e m_c é a massa do quark c .

A função perfil $\gamma^{(e)}(\vec{s})$ nas Equações (3.2.5) e (3.2.6) é relacionada a transformada de Fourier da amplitude $F^{(e)}(\vec{k}_T, \{X\})$, da absorção de um glúon real por um núcleon, $GN \rightarrow X$, ao qual pode ser tratado como um espalhamento “elástico” (troca de cor) glúon-núcleon com momento transferido \vec{k}_T . Essa função é escrita como

$$\gamma^{(e)}(\vec{s}) = \frac{\sqrt{\alpha_s}}{2\pi\sqrt{6}} \int \frac{d^2 k_T}{k_T^2 + \lambda^2} e^{-i\vec{k}_T \cdot \vec{s}} F_{GN \rightarrow X}^{(e)}(\vec{k}_T, \{X\}), \quad (3.2.9)$$

onde o índice superior (e) revela a polarização de cor do glúon, e as variáveis $\{X\}$ caracterizam o estado final X incluindo a cor do glúon espalhado. É importante relacionar a função perfil (Equação (3.2.9)) com a densidade de glúon não integrada $\mathcal{F}(k_T, x)$ e com a seção de choque de dipolo, $\sigma_{\bar{q}q}(r, x)$,

$$\begin{aligned} & \int d^2 b d\{X\} \sum_{d=1}^8 \left| \gamma^{(e)}(\vec{s} + \vec{r}) - \gamma^{(e)}(\vec{s}) \right|^2 \\ &= \frac{4\pi}{3} \alpha_s \int \frac{d^2 k_T}{k_T^2 + \lambda^2} \left(1 - e^{i\vec{k}_T \cdot \vec{r}} \right) \mathcal{F}(k_T, x_2) = \sigma_{\bar{q}q}(r, x_2), \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

onde $x_2 = M_{c\bar{c}}^2/(2m_N E_G)$ está definido no referencial de repouso do núcleon. O próximo passo é escrever a seção de choque de produção do $c\bar{c}$ e cada um dos 3 estados listados anteriormente, Equações (3.2.2)-(3.2.4). A seção de choque do estado singlete de cor do par $c\bar{c}$, mediado sobre polarização e cor do glúon incidente, é

$$\sigma^{(1)} = \frac{1}{(2\pi)^4} \sum_{\mu, \bar{\mu}, i, j} \int_0^1 d\alpha \int d^2 \kappa d^2 k_T \overline{\left| A_{ij,a}^{\bar{\mu}\mu}(\vec{\kappa}, \vec{k}_T, \alpha) \right|^2}. \quad (3.2.11)$$

Um efeito da matéria nuclear fria importante é o fenômeno *sombreamento*. Esse efeito pode ser entendido como a produção do par $c\bar{c}$, cujo intervalo de tempo para sua produção é maior que a dimensão nuclear. Logo o par $c\bar{c}$ produzido sofre múltiplos espalhamentos por vários núcleons. Isso acaba por reduzir a seção de choque e dá origem ao nome desse fenômeno. Em termos do modelo de pártons [134], o mesmo efeito é interpretado no referencial de momento infinito do núcleo como uma redução na densidade partônica nuclear devido à sobreposição e fusão do pártons em pequeno x . Logo, na mesma lógica da Equação (4.1.1), podemos quantificar o efeito da *supressão* da produção do par $q\bar{q}$ em colisões pA pelo sombreamento devido ao glúons, da forma

$$\sigma_{pA}^{\bar{Q}Q}(x_1, x_2) = R_A^G(x_1, x_2) A \sigma_{pN}^{\bar{Q}Q}(x_1, x_2). \quad (3.2.12)$$

Aqui, definimos a razão nuclear para glúons

$$R_A^G(x_1, x_2) = \frac{1}{A} \int d^2 b R_A^G(x_1, x_2, b) T_A(b), \quad (3.2.13)$$

onde $R_A^G(x_1, x_2, b)$ é o fator de sombreamento gluônico em função do parâmetro de impacto b ; $T_A(b) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \rho_A(b, z)$ é função espessura nuclear em função do parâmetro de impacto b ; x_1, x_2 são as variáveis de Bjorken dos glúons participantes na produção do par $Q\bar{Q}$ dos prótons ou núcleos

colisores. Agora, usando as Equações (3.2.12), (3.2.5), (3.2.6) e (3.2.10), a Equação (3.2.11) pode ser escrita como

$$\sigma^{(1)} = \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int_0^1 d\alpha \int d^2r \sigma_1(r, \alpha) \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2, \quad (3.2.14)$$

onde

$$\sigma_1(r, \alpha) = \frac{1}{8} \sigma_{\bar{q}q}^N(r, x_2), \quad (3.2.15)$$

$$\sum_{\mu, \bar{\mu}} \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2 = \frac{\alpha_s}{(2\pi)^2} \left[m_c^2 K_0^2(m_c r) + (\alpha^2 + \bar{\alpha}^2) m_c^2 K_1^2(m_c r) \right]. \quad (3.2.16)$$

As seções de choque de produção do par $c\bar{c}$ no estado octeto de cor 8^- (ímpar) or 8^+ (par) tem a forma

$$\sigma_{O(E)}^{(8)} = \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int_0^1 d\alpha \int d^2r \sigma_{O(E)}^{(8)}(r, \alpha) \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2, \quad (3.2.17)$$

onde

$$\sigma_O^{(8)}(r, \alpha, x_2) = \frac{5}{16} \sigma_{\bar{q}q}^N(r, x_2), \quad (3.2.18)$$

$$\sigma_E^{(8)}(r, \alpha, x_2) = \frac{9}{16} \left[2\sigma_{\bar{q}q}^N(\alpha r, x_2) + 2\sigma_{\bar{q}q}^N(\bar{\alpha} r, x_2) - \sigma_{\bar{q}q}^N(r, x_2) \right]. \quad (3.2.19)$$

Agora, a seção de choque total para produção do $c\bar{c}$ se escreve como

$$\sigma(GN \rightarrow \bar{c}cX) \equiv \sigma^{(1)} + \sigma_O^{(8)} + \sigma_E^{(8)} = \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int_0^1 d\alpha \int d^2r \sigma_3(r, \alpha, x_2) \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2, \quad (3.2.20)$$

onde

$$\sigma_3(r, \alpha, x_2) = \frac{9}{8} \left[\sigma_{\bar{q}q}^N(\alpha r, x_2) + \sigma_{\bar{q}q}^N(\bar{\alpha} r, x_2) \right] - \frac{1}{8} \sigma_{\bar{q}q}^N(r, x_2). \quad (3.2.21)$$

De modo a estimar a proporção relativa dos estados 1^- , 8^- e 8^+ , pode-se utilizar a aproximação $\sigma_{\bar{q}q}^N(r) \propto r^2$, a qual é apreciavelmente precisa, dado a pequena separação $r \sim 1/m_c$ do $c\bar{c}$. Tem-se então [134] as seguintes proporções

$$\sigma^{(1)} : \sigma_O^{(8)} : \sigma_E^{(8)} = 1 : \frac{5}{2} : \frac{117}{70}. \quad (3.2.22)$$

Assim, cerca de 20% do pares $c\bar{c}$ produzidos estão num estado singlete de cor e os restantes num estado octeto de cor. Pode-se calcular a seção de choque inclusiva para a produção de quarks charm abertos (um c ou um \bar{c} que irão se tornar mésons com outros quarks mais leves) em colisões pp multiplicando a contribuição do octeto de cor da seção de choque (3.2.20) pela distribuição de glúons do próton, $G(x)$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(pp \rightarrow \{\bar{c}c\}_8 X)}{dy} &= \frac{9}{8} G(x_1) \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int_0^1 d\alpha \int d^2r \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2 \\ &\times \left[\sigma_{\bar{q}q}^N(\alpha r, x_2) + \sigma_{\bar{q}q}^N(\bar{\alpha} r, x_2) - \frac{2}{9} \sigma_{\bar{q}q}^N(r, x_2) \right], \end{aligned} \quad (3.2.23)$$

onde $G(x_1) = x_1 g(x_1)$ e

$$x_1 = \frac{M_{\bar{c}c}^2}{x_2 s}. \quad (3.2.24)$$

Note que nem todos os pares no estado singlete de cor se tornam estados ligados charmonium, mas devem hadronizar como quarks abertos num estado $D\bar{D}$.

3.2.1 Múltiplas interações de troca de cor e produção de pares $c\bar{c}$ num meio nuclear

Uma importante vantagem na abordagem do dipolo do cone de luz é a simplicidade do cálculo dos efeitos nucleares. Desde que dipolos partônicos são auto estados da interação, pode-se “fatorizar” a seção de choque do núcleo alvo [139] dado que, em altas energias, o movimento dos quarks no hádron incidente é relativisticamente retardado, ou seja, os tamanhos dos dipolos são aproximadamente fixos por dilatação do tempo de Lorentz. Portanto, a seção de choque para produção do par $c\bar{c}$ a partir de um núcleo escreve-se como [135]

$$\sigma(GA \rightarrow \bar{c}cX) = 2 \sum_{\mu, \bar{\mu}} \int d^2b \int d^2r \int_0^1 d\alpha \left| \Psi^{\mu\bar{\mu}}(\vec{r}, \alpha) \right|^2 \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_3(r, \alpha, x_2) T_A(b) \right] \right\}. \quad (3.2.25)$$

A princípio, essa expressão pode computar as correções de sombreado e diminui proporcionalmente a $1/m_c^2$. De fato, foi obtido em [135] que na região cinemática para experimento de alvo fixo no Tevatron, Fermilab, $x_2 \sim 10^{-2}$, $x_F \sim 0.5$, efeito de sombreado são bastante fracos para núcleos pesados, da ordem de $1 - R_A \lesssim 0.05$, com R_A definido pela Equação (4.1.1). No entanto, um forte efeito de sombreado, muito vezes mais forte do que o anteriormente citado, já foi verificado na produção de charmonium, embora isso também envolva outros efeitos.

A partir dos resultados obtidos, o cálculo da seção de choque para produção de quarkonium pode ser efetuado. Revisaremos, a seguir os modelos mais utilizados na literatura para tal.

3.3 Abordagens para a produção de quarkonium

A produção de quarkonium em colisões pA fornece um excelente laboratório para o estudo das interações de quarks pesados com o meio descrito pela QCD. A grande escala de massa dos quarks pesados, sugere que suas interações podem ser computadas sistematicamente no esquema de acoplamento fraco. No entanto, o uso de quarks pesados como prova do meio colorido tem encontrado dificuldade no entendimento de sua produção em colisões mais elementares. Dessa forma, várias abordagens tem sido estudadas para atacar tais problemas [140]. Logo, essa seção tem como objetivo discutir as principais delas.

3.3.1 Produção de pares de quarks na Color Glass Condensate (CGC)

No formalismo do CGC, a colisão pA é descrita como uma colisão de dois campos clássicos oriundos de fontes de cargas de cor representando os graus de liberdade de grande x tanto no próton, quanto no núcleo. A distribuição das fontes de cor geradora desses campos em cada projétil, é dada por uma distribuição de valência inicial em grande x para a rapidez de interesse na colisão. Os campos de calibre dos glúons produzidos na colisão são determinados pelas soluções das equações de Yang-Mills

$$[D_\mu, F^{\mu\nu}] = J^\nu. \quad (3.3.1)$$

Aqui J^ν é corrente de cor das fontes, a qual pode ser expressa em ordem dominante na fontes como

$$J_a^\nu = g\delta^{\nu+}\delta(x^-)\rho_{p,a}(\vec{x}_\perp) + g\delta^{\nu-}\delta(x^+)\rho_{A,a}(\vec{x}_\perp), \quad (3.3.2)$$

onde ρ_p é a densidade de número dos pártons de “valência” no próton movendo-se na direção $+z$ na velocidade da luz. Da mesma forma, ρ_A é a densidade de número dos pártons de “valência”

do núcleo se movendo na direção oposta no cone de luz. Para resolver essas equações, necessita-se impor *condições de calibre*. Ainda, a conservação de corrente covariante requer que

$$[D_\nu, J^\nu] = 0. \quad (3.3.3)$$

Em geral, a última equação implica que a Equação (3.3.2) para as correntes receba correções que são de ordem mais alta na fonte ρ_p and ρ_A , devido ao campo irradiado. As soluções da Equações (3.3.1), (3.3.2) e (3.3.3) têm sido determinadas numericamente em todas as ordens para as duas fontes [141–144]. Em mais baixa ordem na fonte do próton e em todas as ordens na fonte nuclear, resultados analíticos estão disponíveis, bem como uma expressão para o campo de calibre para essa ordem no calibre de Lorentz (ver [145]). A amplitude para a produção de pares para esta ordem é obtida através do cálculo do propagador do quark na abordagem correspondente à esse campo de calibre [146]. A probabilidade para produzir um único par $q\bar{q}$ para uma dada distribuição de fontes de cor (ρ_p no próton e ρ_A no núcleo) é escrita como

$$P_1[\rho_p, \rho_A] = \int \frac{d^3 \vec{q}_\perp}{(2\pi)^3 2E_{\vec{q}_\perp}} \int \frac{d^3 \vec{p}_\perp}{(2\pi)^3 2E_{\vec{p}_\perp}} |\mathcal{M}_F(\vec{q}_\perp, \vec{p}_\perp)|^2, \quad (3.3.4)$$

onde $\mathcal{M}_F(\vec{q}_\perp, \vec{p}_\perp)$ é amplitude temporal-ordenada do propagador do quark na presença de um campo clássico gerado pelas fontes. Tal expressão não é invariante por transformações de calibre. Para converter essa probabilidade numa seção de choque física, deve-se primeiramente mediar sobre as fontes clássicas iniciais ρ_p e ρ_A respectivamente com pesos $W_p[x_p, \rho_p]$ e $W_A[x_A, \rho_A]$. Tais pesos são invariantes de calibre por construção. Após isso, integra-se sobre todos os parâmetros de impacto \vec{b}_\perp , para obter a seção de choque de produção do par de quarks pesados, dada por

$$\sigma = \int d^2 \vec{b}_\perp \int [D\rho_p][D\rho_A] W_p[x_p, \rho_p] W_A[x_A, \rho_A] P_1[\rho_p, \rho_A]. \quad (3.3.5)$$

Essa expressão incorpora os efeitos de múltiplos espalhamentos e as evoluções quânticas em pequeno x . Os efeitos de múltiplos espalhamentos estão incluídos i) no campo clássico obtido pela solução da equação de Yang-Mills (Equação (3.3.1)) com a corrente dada pela Equação (3.3.2), ii) no propagador da quark neste campo clássico, bem como iii) na evolução do grupo de renormalização em pequeno x da distribuição das fontes de cor nos núcleos.

A evolução em pequeno x em ordem dominante logarítmica é incluída na evolução dos pesos W_p and W_A , tanto do alvo como do projétil em x . Os argumentos x_p and x_A denotam a escala em x separando a fontes estáticas de grande x dos campos dinâmicos em pequeno x . No modelo de *McLerran-Venugopalan* [147, 148], o funcional W_A que descreve a distribuição de fontes de cor no núcleo é uma Gaussiana na densidade de cargas de cor em ρ_A [149–151]. Além disso, vale notar que a escala de saturação é inserida na abordagem do CGC através dessa condição inicial. A distribuição Gaussiana das fontes é equivalente ao modelo de Glauber da QCD do múltiplos espalhamentos independentes [145] (ver Seção 1.3.1). No entanto, em geral, essa distribuição Gaussiana de fontes de cor é melhor interpretada como uma condição inicial para uma evolução não trivial de $W_A[x_A, \rho_A]$ com x_A . A evolução das W 's é descrita pelo grupo de equações de renormalização Wilsonianas, as equações *JIMWLK* (J. Jalilian-Marian, E. Iancu, L. McLerran, H. Weigert, A. Leonidov e A. Kovner). A hierarquia correspondente de equações para valores esperado de glúons é chamada de *hierarquia de Balitsky-JIMWLK* [121, 152, 153].

Amplitude de produção de quarks pesados

Para a presente discussão, a quantidade relevante é a amplitude de produção do par de quarks pesados dada em [146]. A começar, define-se a notação cinemática para o processo, dada por

$$p(p_p) + A(p_A) \rightarrow Q\left(\frac{p}{2} + q\right) \bar{Q}\left(\frac{p}{2} - q\right) + X. \quad (3.3.6)$$

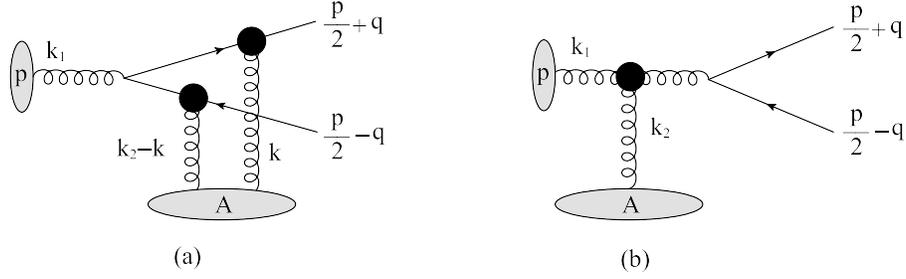


Figura 3.2: Representação do diagrama de Feynman para produção de quarks pesados em colisões pA . Os dois diagramas representam, respectivamente, os dois termos na Equação (3.3.8), onde os pontos em preto denotam as *linhas de Wilson* que resumem toda o múltiplo espalhamento pelo glúon associado ou pelo par de quarks pesados do campo de cor do núcleo. Figura de [140].

Aqui, se assume que o próton move-se na direção $+z$ com momento $p_p = (p_p^+, 0^-, 0_\perp)$ e o núcleo na direção $-z$ com momento $p_A = (0^+, p_A^-, 0_\perp)$. Ainda, p e q correspondem respectivamente ao momento total do par de quarks pesados e metade do momento relativo do quark e anti-quark constituindo o par. As condições de vínculo da camada de massa no quark e anti-quark $(p/2 + q)^2 = m^2$ e $(p/2 - q)^2 = m^2$ implicam que

$$p \cdot q = 0 \quad \text{and} \quad p^2 = 4(m^2 - q^2), \quad (3.3.7)$$

com m sendo a massa do quark pesado. Dentro do formalismo do CGC, a amplitude de produção do quark pesado tem duas contribuições. Um delas, ilustrada na Figura 3.2 (a), é o glúon do próton que emite um par de quarks pesados antes da colisão com o alvo, e na Figura 3.2 (b), é o glúon emitindo o par de quarks pesados depois da colisão com o alvo [146]. Aqui, $k_1 = (x_p p_p^+, 0, \vec{k}_{1\perp})$ é o momento do glúon do próton, $k_2 = p - k_1 = (0, x_A p_A^-, \vec{p}_\perp - \vec{k}_{1\perp})$ é momento total dos glúons do núcleo, e ρ_p e ρ_A as densidade de fontes de cor no próton e no núcleo, respectivamente. A amplitude de produção de quarks pesados é dada por [146]

$$\begin{aligned} M_{s\bar{s};i\bar{i}}^F(p, q) &= \frac{g_s^2}{(2\pi)^4} \int_{\vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp} \frac{\rho_{p,a}(x_p, \vec{k}_{1\perp})}{k_{1\perp}^2} \int_{\vec{x}_\perp, \vec{y}_\perp} e^{i\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp} e^{i(\vec{p}_\perp - \vec{k}_\perp - \vec{k}_{1\perp}) \cdot \vec{y}_\perp} \\ &\times \bar{u}_{s,i} \left(\frac{p}{2} + q \right) \left[T_{q\bar{q}}(p, q, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp) V_F(\vec{x}_\perp) t^a V_F^\dagger(\vec{y}_\perp) + T_g(p, \vec{k}_{1\perp}) t^b V_A^{ba}(\vec{x}_\perp) \right] v_{\bar{s},\bar{i}} \left(\frac{p}{2} - q \right), \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

onde s e i (\bar{s} and \bar{i}) são os índices de spin e de cor do quark (anti-quark), respectivamente, e $\int_{\vec{k}_\perp} \equiv \int d^2 \vec{k}_\perp$, $\int_{\vec{x}_\perp} \equiv \int d^2 \vec{x}_\perp$. As funções $T_{q\bar{q}}(p, q, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp)$ e $T_g(p, \vec{k}_{1\perp})$ são definidas como

$$\begin{aligned} &T_{q\bar{q}}(p, q, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp) \\ &\equiv \frac{\gamma^+ \left(\frac{p}{2} + q - \not{k} + m \right) \gamma^- \left(\frac{p}{2} + q - \not{k} - \not{k}_1 + m \right) \gamma^+}{2 \left(\frac{p^+}{2} - q^+ \right) \left[\left(\frac{\vec{p}_\perp}{2} + \vec{q}_\perp - \vec{k}_\perp \right)^2 + m^2 \right] + 2 \left(\frac{p^+}{2} + q^+ \right) \left[\left(\frac{\vec{p}_\perp}{2} + \vec{q}_\perp - \vec{k}_\perp - \vec{k}_{1\perp} \right)^2 + m^2 \right]}, \end{aligned} \quad (3.3.9a)$$

$$T_g(p, \vec{k}_{1\perp}) \equiv \frac{\Phi_L(p, \vec{k}_{1\perp})}{p^2}, \quad (3.3.9b)$$

onde $C_L^\mu(p, \vec{k}_{1\perp})$ é o vértice efetivo de Lipatov,

$$C_L^+(p, \vec{k}_{1\perp}) = -\frac{k_{1\perp}^2}{p^-} + p^+, \quad (3.3.10a)$$

$$C_L^-(p, \vec{k}_{1\perp}) = \frac{(\vec{p}_\perp - \vec{k}_{1\perp})^2}{p^+} - p^-, \quad (3.3.10b)$$

$$C_L^i(p, \vec{k}_{1\perp}) = -2k_1^i + p^i. \quad (3.3.10c)$$

As linhas de Wilson $V_F(\vec{x}_\perp)$ and $V_A(\vec{x}_\perp)$ são definidas como

$$V_F(\vec{x}_\perp) \equiv \mathcal{P}_+ \exp \left[-ig_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} dz^+ \frac{1}{\nabla_\perp^2} \rho_A(z^+, \vec{x}_\perp) \cdot t \right], \quad (3.3.11a)$$

$$V_A(\vec{x}_\perp) \equiv \mathcal{P}_+ \exp \left[-ig_s^2 \int_{-\infty}^{\infty} dz^+ \frac{1}{\nabla_\perp^2} \rho_A(z^+, \vec{x}_\perp) \cdot T \right], \quad (3.3.11b)$$

onde \mathcal{P}_+ denota o “ordenamento temporal” ao longo do eixo z^+ , e t^a (T^a) são os geradores da representação fundamental (adjunta) do $SU(N_c)$.

É observado em [140] que a amplitude dada pela Equação (3.3.8) concorda o resultado da fatorização em k_\perp derivado em [154], onde as linhas de Wilson foram expandidas à primeira ordem em ρ_A/∇_\perp^2 . No entanto, em geral, a fatorização k_\perp é explicitamente quebrada para a produção de pares em colisões pA [140].

3.3.2 A abordagem da QCD Não-Relativística

A abordagem da *QCD Não-Relativística* (NRQCD) [155] trata-se de uma teoria de campos efetiva a qual separa a escala de curta distância (que é definida pela massa do quark pesado) daquela escala de longa distância associada com a estrutura do quarkonium. Segue uma breve discussão sobre a fatorização NRQCD [155]. Nessa abordagem, a produção inclusiva de estados quarkonium H no processo $p + A \rightarrow H + X$ é expressa como

$$d\sigma_H = \sum_{\kappa} d\hat{\sigma}^{\kappa} \langle \mathcal{O}_{\kappa}^H \rangle. \quad (3.3.12)$$

aqui $\kappa = {}^{2S+1}L_J^{[C]}$ são os números quânticos do par de quarks pesados intermediário produzidos, onde S , L and J são o spin, momento angular orbital e momento angular total, respectivamente. O símbolo C denota o estado de cor do par, ao qual pode ser um singlete de cor (CS) com $C = 1$ ou um octeto de cor (CO) com $C = 8$. Na Equação (3.3.12), $d\hat{\sigma}^{\kappa}$ são os coeficientes de curta distância para a produção de pares de quarks pesados com números quânticos κ . Eles podem ser calculados perturbativamente e podem ser fatorizados dos elementos de matriz da NRQCD não perturbativa de longa distância (LDME) $\langle \mathcal{O}_{\kappa}^H \rangle$. Especificamente, os elementos de matriz LDME’s descrevem a hadronização do par de quarks pesado com números quânticos κ para o estado quarkonium H . Eles são universais e podem ser determinados por ajuste a dados experimentais [81]. Os elementos de matriz LDME’s são organizados por potências de v , que é a velocidade relativa do par de quarks pesados no estado ligado quarkonium. Como v é uma pequena velocidade não relativística no sistema quarkonium, na prática necessita-se somente de alguns desses elementos de matriz ($\sim v^2$).

Por exemplo, existem 4 elementos de matriz LDME’s independentes ao qual são importantes para a o estudo fenomenológico da produção do J/ψ^2 , temos

$$\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[1]}) \rangle, \quad \langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^1S_0^{[8]}) \rangle, \quad \langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[8]}) \rangle, \quad \langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3P_0^{[8]}) \rangle. \quad (3.3.13)$$

²A magnitude do CS LDME $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}(^3S_1^{[1]}) \rangle$ é a maior em potências de v , enquanto que as outras 3 CO LDME’s listadas na Equação (3.3.13) são relativamente suprimidas por potências de v^3 , v^4 e v^4 , respectivamente. Para a produção de J/ψ com alto momento transversal p_\perp em colisores de hádrons, encontra-se que a contribuição do canal

| Quarkonium | estados que contribuem |
|-------------------------------|--|
| $J/\psi, \psi', \Upsilon(nS)$ | ${}^3S_1^{[1]}, {}^1S_0^{[8]}, {}^3S_1^{[8]}, {}^3P_J^{[8]}$ |
| η_c, η_b | ${}^1S_0^{[1]}$ |
| h_c, h_b | ${}^1P_1^{[1]}, {}^1S_0^{[8]}$ |
| χ_{cJ}, χ_{bJ} | ${}^3P_J^{[1]}, {}^3S_1^{[8]}$ |

Tabela 3.1: Estados essenciais para a produção de quarkonium. A contribuição dos estados singletos de cor para cada produção de quarkonium está apresentado em ordem dominante de v . As contribuições do octeto de cor de funções de onda P para a produção de quarkonium, $h_{c,b}$ e $\chi_{cJ,bJ}$, também está em ordem dominante em v . As contribuições do octeto de cor das funções de onda S são suprimidas [140].

Existem outros dois elementos de matriz CO LDME's da funções de onda P que contribuem para a produção J/ψ com a mesma magnitude de $\langle \mathcal{O}^{J/\psi}({}^3P_0^{[8]}) \rangle$. No entanto, pode-se usar a simetria de spin de quarks pesados relativo aos operadores das funções de onda P com $J = 1, 2$ ao operador com $J = 0$ [155],

$$\langle \mathcal{O}^{J/\psi}({}^3P_J^{[8]}) \rangle = (2J + 1) \langle \mathcal{O}^{J/\psi}({}^3P_0^{[8]}) \rangle \left[1 + O(v^2) \right]. \quad (3.3.14)$$

Em resumo, estão listado na Tabela 3.1 os estados essenciais de quarks pesados para a produção usual de quarkonium.

O CGC entra na abordagem do quarkonium na derivação da seção de choque perturbativa $d\hat{\sigma}^\kappa$ a partir da Equação (3.3.8), projetando-a nas configurações quânticas κ [157] dos par de quarks pesados intermediários produzidos. Após se realizar as projeções de cor e spin, a probabilidade $P_1^\kappa(\vec{b}_\perp)$ para produzi um par de quarks pesados no parâmetro de impacto \vec{b}_\perp pode ser obtido, primeiramente, elevando ao quadrado as amplitude de projeção de cor e spin e, depois, realizando a média sobre todas as possíveis densidade de carga de cor tanto no próton quanto no núcleo. Após isso, deve-se realizar a média sobre o graus de liberdade dos pares de quarks pesado de números quânticos κ e, então, realizar a devidas integrações [140] sobre $P_1^\kappa(\vec{b}_\perp)$. Com isso, a seção de choque diferencial de produção de quarks pesado com números quânticos κ pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}^\kappa}{d^2\vec{p}_\perp dy} &= \frac{g_s^2}{(2\pi)^{10}(N_c^2 - 1)} \int_{\vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp, \vec{k}'_\perp} \frac{\varphi_{p,y_p}(\vec{k}_{1\perp})}{k_{1\perp}^2} \\ &\times \int_{\vec{x}_\perp, \vec{y}_\perp, \vec{x}'_\perp, \vec{y}'_\perp} e^{i[\vec{k}_\perp \cdot \vec{x}_\perp - \vec{k}'_\perp \cdot \vec{x}'_\perp + (\vec{p}_\perp - \vec{k}_\perp - \vec{k}'_\perp) \cdot \vec{y}_\perp - (\vec{p}_\perp - \vec{k}'_\perp - \vec{k}_\perp) \cdot \vec{y}'_\perp]} \\ &\times \sum_{J_z} \left\{ \left\langle \text{Tr} \left[\overline{\mathcal{C}}^\kappa V_F(\vec{x}_\perp) t^a V_F^\dagger(\vec{y}_\perp) \right] \text{Tr} \left[V_F(\vec{y}'_\perp) t^a V_F^\dagger(\vec{x}'_\perp) \overline{\mathcal{C}}^\kappa \right] \right\rangle_{y_A} \right. \\ &\quad \times \mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp) \mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\dagger \kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}'_\perp) \\ &\quad + \left\langle \text{Tr} \left[\overline{\mathcal{C}}^\kappa V_F(\vec{x}_\perp) t^a V_F^\dagger(\vec{y}_\perp) \right] \text{Tr} \left[V_A^{\dagger ab'}(\vec{x}'_\perp) t^{b'} \overline{\mathcal{C}}^\kappa \right] \right\rangle_{y_A} \mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp) \mathcal{F}_g^{\dagger \kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}) \\ &\quad + \left\langle \text{Tr} \left[\overline{\mathcal{C}}^\kappa t^b V_A^{ba}(\vec{x}_\perp) \right] \text{Tr} \left[V_F(\vec{y}'_\perp) t^a V_F^\dagger(\vec{x}'_\perp) \overline{\mathcal{C}}^\kappa \right] \right\rangle_{y_A} \mathcal{F}_g^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}) \mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\dagger \kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}'_\perp) \\ &\quad \left. + \left\langle \text{Tr} \left[\overline{\mathcal{C}}^\kappa t^b V_A^{ba}(\vec{x}_\perp) \right] \text{Tr} \left[V_A^{\dagger ab'}(\vec{x}'_\perp) t^{b'} \overline{\mathcal{C}}^\kappa \right] \right\rangle_{y_A} \mathcal{F}_g^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}) \mathcal{F}_g^{\dagger \kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}) \right\}. \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

CS na ordem dominante em α_s é suprimida por um fator m^2/p_\perp^2 quando comparado com os canais ${}^1S_0^{[8]}$ e ${}^3P_J^{[8]}$, e ainda mais suprimida por um fator m^4/p_\perp^4 quando comparado ao ${}^3S_1^{[8]}$ [156]. Portanto, embora suprimido por potências de v , contribuições CO são importantes para a produção de J/ψ , especialmente em alto p_\perp .

Onde $y_p = \ln(1/x_p)$ é a rapidez do glúon oriundo do próton e $y_A = \ln(1/x_A)$ é a rapidez ao qual as linhas de Wilson do núcleo alvo são calculadas; $\langle \dots \rangle_{y_{p(A)}}$ é a média sobre as densidades de cargas de cor

$$\langle \mathcal{O}[\rho_{p(A)}] \rangle_{y_{p(A)}} = \int [d\rho_{p(A)}] W_{p(A)}(x_{p(A)}, \rho_{p(A)}) \mathcal{O}[\rho_{p(A)}], \quad (3.3.16)$$

onde \mathcal{O} genericamente denota a média sobre a densidade de carga do projétil ρ_p ou a densidade de carga do alvo ρ_A ; $\mathcal{C}^\kappa = \mathcal{C}^{1,8}$ são os operadores projeção de cor e as funções $\mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp)$ e $\mathcal{F}_g^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp})$ dependem de coeficientes de projeção de spin, momento angular e polarização [140]. Com os operadores projeção de cor da NRQCD citados acima, pode-se obter todos os valores esperados das linhas de Wilson. Já com as funções $\mathcal{F}_{q\bar{q}}^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp}, \vec{k}_\perp)$ e $\mathcal{F}_g^{\kappa, J_z}(p, \vec{k}_{1\perp})$, pode-se obter funções partônicas duras.

3.3.3 Modelo de saturação semi-clássico

Dentro da abordagem da aproximação semi-clássica ao modelo de dipolo da QCD [158–160], em [126, 127, 161–163] foi investigado efeitos da matéria nuclear fria na produção do J/ψ em colisões pA . Na aproximação semi-clássica, as fonte de cores no núcleo são consideradas fonte Gaussianamente distribuídas seguindo o *McLerran-Venugopalan model*. Como dito anteriormente, isto é uma aproximação de múltiplo espalhamento análogo à abordagem de Glauber [145]. Em tal aproximação semi-clássica, [140] obtém a seção de choque diferencial como

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{J/\Psi}}{d^2\vec{p}_\perp dy} &\stackrel{\text{CSM}}{=} (\pi R_A^2) x_p f_{p/g}(x_p, Q^2) \int_{\vec{\Delta}_\perp, \vec{r}_\perp, \vec{r}'_\perp} \frac{e^{i\vec{p}_\perp \cdot \vec{\Delta}_\perp}}{4(2\pi)^4} \Phi(r_\perp) \Phi(r'_\perp) \\ &\times \frac{4\vec{r}_\perp \cdot \vec{r}'_\perp}{(\vec{r}_\perp + \vec{r}'_\perp)^2 - 4\Delta_\perp^2} \left\{ e^{-\frac{Q_s^2}{16}[(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp)^2 + 4\Delta_\perp^2]} - e^{-\frac{Q_s^2}{8}(r_\perp^2 + r'^2_\perp)} \right\}, \end{aligned} \quad (3.3.17)$$

onde a função de onda $\Phi(r_\perp)$ é dado por

$$\Phi(r_\perp) \equiv \frac{g_s}{\pi\sqrt{2N_c}} \left[m^2 K_0(r_\perp m) \frac{|R(0)|\sqrt{\pi}}{\sqrt{m^3}\sqrt{2N_c}} \right]. \quad (3.3.18)$$

De fato, a Equação (3.3.17) é equivalente a expressão obtida por Kharzeev e colaboradores na referência [126]. Com isso, podemos considerar a abordagem em [140] para obter a Equação (3.3.17) via NRQCD nos cálculos das contribuições do singlete de cor via aproximação semi-clássica do modelo de McLerran-Venugopalan model para os correladores de dipolos/quadrupolos (em ordem dominante em v).

3.3.4 Modelo de evaporação de cor

O *modelo de Evaporação de Cor* (CEM) é frequentemente utilizado na literatura para o estudo de produção de quarkonium em colisões pA de altas energias [164, 165]. Neste modelo, a produção de quarkonium é fatorizada em dois passos: i) a produção perturbativa (acoplamento fraco) de pares de quarks pesados com massa variante M e ii) um processo de hadronização não perturbativo. Nesse última passo, assume-se ter uma probabilidade de transição universal do par vir a formar um estado ligado quarkonium. Também é considerado que a probabilidade de transição é a mesma para todo pares de quarks pesados com massa invariante menor do que a massa limite necessária para a produção de dois mésons com sabores abertos.

Tomando a produção do J/ψ como exemplo, a seção de choque pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma_{J/\Psi}}{d^2\vec{p}_\perp dy} = F_{J/\Psi} \int_{4m_c^2}^{4m_D^2} dM^2 \frac{d\sigma_{c\bar{c}}}{dM^2 d^2\vec{p}_\perp dy}, \quad (3.3.19)$$

onde $F_{J/\Psi}$ é a constante de probabilidade de transição não perturbativa e é independente da cor e spin do par de quarks pesados; $m_c(M_D)$ é a massa do quark charm (D -méson), e M é a massa invariante do par de quarks charm.

Se decomposermos a expressão na Equação (3.3.19) nas contribuições singleto e octeto de cor, a última será maior do que a primeira por um fator de $N_c^2 - 1$. Isso corresponde a razão dos estados de cor de ambas contribuições. Como resultado, no limite de grande N_c , somente as contribuições do octeto de cor permanecem no CEM. Essa simples análise concorda com os cálculos em [164, 165]. Na abordagem da NRQCD, as contribuições para octeto são suprimida por v^4 em relação ao singleto na produção de J/ψ . Portanto as predições da NRQCD em relação ao CEM, podem ser diferentes. O principal motivo disso reside no fato que a fatorização da NRQCD associa diferentes parâmetros para cada canal octeto, enquanto que o CEM assume que todo esses parâmetros são iguais [140].

Dito isso, a próxima seção irá apresentar a produção de quarkonium na abordagem semi-clássica da QCD e, mais ao final do capítulo, modelos para a amplitude de dipolos, aos quais poderão ser incorporados nesse formalismo através de uma generalização apresentada no Seção 3.5.

3.4 Seção de choque de produção do quarkonium

Como dito anteriormente, iremos utilizar a abordagem do modelo de dipolos na QCD, então segue um pequena discussão sobre o tópico. Em altas energias, a seção de choque é dominada pelo canal t da troca de glúons e as propriedades da função de onda do J/ψ com respeito a transformações CP são tais que somente um número ímpar de glúons são conectados no par $c\bar{c}$ para produzir o J/ψ . Temos então que a contribuição dominante para a seção de choque do J/ψ vem da múltipla troca de glúons que se dá ao longo do caminho dentro do meio nuclear, dado o *grande comprimento de coerência*. Para núcleos pesados (onde $\alpha_s^2 A^{1/3} \sim 1$) a troca de glúons com diferentes núcleons é parametricamente aumentada [122, 147, 166]. Logo, a apresentação a seguir deve seguir essa lógica, ou seja, separada nas contribuições para a seção de choque que ocorreram antes e depois da última interação inelástica e da própria interação inelástica.

O processo elementar que contribui para a seção de choque de produção do J/ψ em colisões pA no referencial de repouso do alvo é o espalhamento de um glúon da função de onda do próton projétil com a do núcleo alvo. No espalhamento gA , o par $c\bar{c}$ originado da criação de pares pelos glúons está na representação adjunta de cor [126]. O par $c\bar{c}$ que forma o J/ψ é um singleto de cor. Obteve-se em [127] que na aproximação do limite de grande N_C (número de cores) existe uma interação dipolo-núcleon inelástica, nas coordenadas longitudinais ξ (na direção do feixe), ao qual converte o par adjunto $c\bar{c}$ para o singleto de cor. As interações posteriores a essa se dão de forma puramente elástica e mantêm o singleto intacto. Já as interações que ocorreram durante a fase em que o par $c\bar{c}$ estava na representação adjunta, se deram tanto de forma elástica a partir de um único c ou \bar{c} na amplitude ou no complexo conjugado da amplitude, quanto de forma inelástica envolvendo o c ou \bar{c} na amplitude e no complexo conjugado da amplitude (ver diagrama esquemático Figura 3.3).

3.4.1 Múltiplos espalhamentos antes e depois da última interação inelástica

A contribuição para o espalhamento elástico e inelástico do octeto de cor antes da última interação inelástica (ver Figura 3.4) pode ser escrita como [126]

$$\frac{1}{2} [V(\vec{x}_1 - \vec{x}'_1) - V(0)] + \frac{1}{2} [V(\vec{x}_2 - \vec{x}'_2) - V(0)], \quad (3.4.1)$$

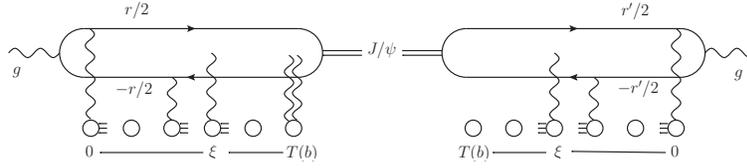


Figura 3.3: Diagrama esquemático mostrando as interações que contribuem para o processo $gA \rightarrow J/\Psi$. Os pontos da última interação inelástica é exibido explicitamente na coordenada longitudinal ξ . Figura de [127].

onde

$$V(\vec{x}) = \int d^2q e^{-i\vec{q}\cdot\vec{x}} \frac{1}{\sigma_{gA}} \frac{d\sigma_{gA}}{d^2q}, \quad (3.4.2)$$

é a transformada de Fourier da seção de choque glúon-núcleon normalizada. A notação utilizada aqui é

$$\vec{x}_1 = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{r}, \quad (3.4.3)$$

$$\vec{x}_2 = \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{r}, \quad (3.4.4)$$

$$\vec{x}'_1 = \vec{b}' + \frac{1}{2}\vec{r}', \quad (3.4.5)$$

$$\vec{x}'_2 = \vec{b}' - \frac{1}{2}\vec{r}', \quad (3.4.6)$$

$$\vec{\Delta} = \vec{b} - \vec{b}', \quad (3.4.7)$$

$$\vec{B} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{b}'). \quad (3.4.8)$$

bem como que $\vec{x}^2 = x^2 = x_\perp^2$. Com efeito, multiplicando a Equação (3.4.1) por $\rho T(B)\sigma$, onde ρ é a densidade nuclear, σ é seção de choque dipolo-núcleon total, $T(B)$ é a função espessura nuclear, obtém-se

$$-\frac{1}{8}Q_s^2(B) \left[(\vec{x}_1 - \vec{x}'_1)^2 \ln \frac{1}{\mu|\vec{x}_1 - \vec{x}'_1|} + (\vec{x}_2 - \vec{x}'_2)^2 \ln \frac{1}{\mu|\vec{x}_2 - \vec{x}'_2|} \right], \quad (3.4.9)$$

onde Q_s^2 é a escala de saturação do glúon e μ é o corte do infravermelho. A Equação (3.4.9) é a expansão de menor ordem da amplitude de espalhamento dipolo-núcleon [126], ao qual fornece

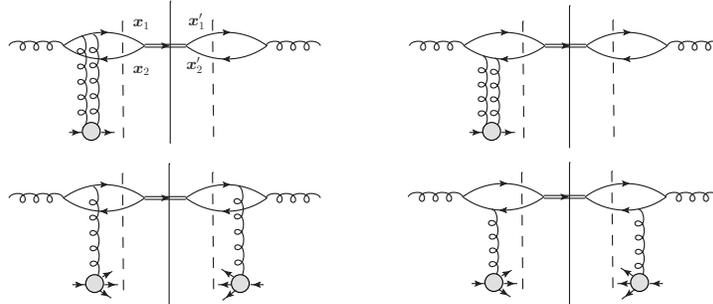


Figura 3.4: Exemplo esquemático de diagramas de interação antes do último espalhamento inelástico. Os diagramas que são complexo conjugados da primeira linha de diagrama não estão exibidos. Ainda, a linha vertical pontilhada representa a última interação inelástica quando o par $c\bar{c}$ é convertido no estado singlete. A linha vertical contínua é o corte correspondente ao estado final. Figura de [127].

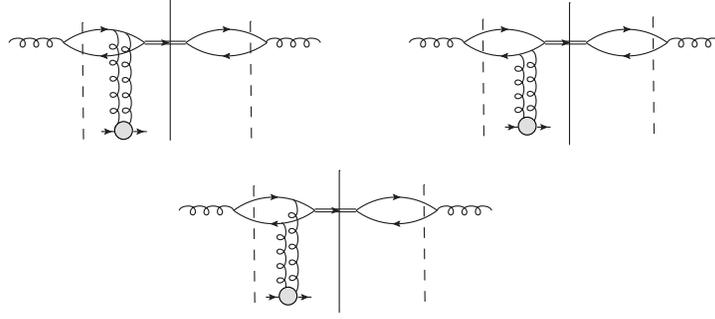


Figura 3.5: Exemplo esquemático de diagramas de interação depois do último espalhamento inelástico. Os diagramas que são complexo conjugados não estão exibidos. Figura de [127].

as condições iniciais da evolução em pequeno x [121, 122]. Essa evolução absorve a dependência da escala do infravermelho μ na amplitude de espalhamento, de modo que a amplitude dependa somente da escala de saturação (efeito conhecido como escalamento geométrico [128–132]). Logo, é possível suprimir os fatores tipo logaritmo, como sugerido em [167] e portanto, vem

$$-\frac{1}{8}Q_s^2(B) \left[(\vec{x}_1 - \vec{x}'_1)^2 + (\vec{x}_2 - \vec{x}'_2)^2 \right] = -\frac{1}{4}Q_s^2(B) \left(\Delta^2 + \frac{1}{4}(\vec{r} - \vec{r}')^2 \right). \quad (3.4.10)$$

Já a contribuição correspondente de um espalhamento elástico de um singlete de cor depois do último espalhamento inelástico (Figura 3.5) escreve-se como [126]

$$-\frac{1}{8}Q_s^2(B) \left[(\vec{x}_1 - \vec{x}_1)^2 + (\vec{x}_2 - \vec{x}_2)^2 \right] = -\frac{1}{8}Q_s^2(B) (\vec{r}^2 + \vec{r}'^2). \quad (3.4.11)$$

3.4.2 A última interação inelástica

A contribuição do último espalhamento inelástico (Figura 3.6) responsável pela conversão do octeto em um singlete de cor é, desconsiderando os termos logaritmos, escrito como [126]

$$-\frac{1}{8}Q_s^2(B) \left[(\vec{x}_2 - \vec{x}'_1)^2 + (\vec{x}_1 - \vec{x}'_2)^2 - (\vec{x}_1 - \vec{x}'_1)^2 - (\vec{x}_2 - \vec{x}'_2)^2 \right] = -\frac{1}{4}Q_s^2(B) \vec{r} \cdot \vec{r}'. \quad (3.4.12)$$

A Equação (3.4.12) descreve corretamente o comportamento da seção de choque total, ao qual recebe sua principal contribuição da região de pequeno p_\perp . Todavia, se há interesse em estudar a distribuição em p_\perp , a Equação (3.4.12) precisa ser corrigida com os fatores logarítmicos. Tem-se que, para ordem dominante em α_s , a Equação (3.4.12) é a única contribuição para a seção de choque, ao passo que as Equações (3.4.10) e (3.4.10) contribuem para mais alta ordem.

3.4.3 Contribuições logarítmicas para última interação inelástica

A amplitude para a produção de J/ψ em colisões nêutron-nêutron pode ser escrita como [168]

$$A(p_\perp) = \frac{1}{p_\perp^2} \mathcal{F}(p_\perp), \quad (3.4.13)$$

onde $\mathcal{F}(p_\perp)$ é o fator de forma dado por [126]

$$\mathcal{F}(p_\perp) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Psi_G(k) \Psi_V(k - P) = 2\pi\alpha_s \int_0^1 dz \int \frac{d^2r}{4\pi} \Phi(r, z) \left(e^{-i\frac{1}{2}\vec{r}\cdot\vec{p}} - e^{i\frac{1}{2}\vec{r}\cdot\vec{p}} \right), \quad (3.4.14)$$

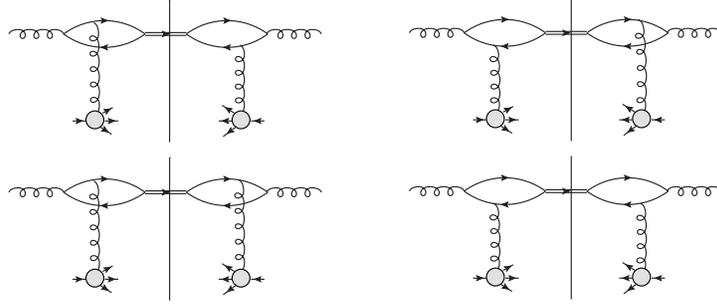


Figura 3.6: Exemplo esquemático de diagramas de interação do último espalhamento inelástico. Figura de [127].

Aqui, Ψ_G e Ψ_V são as funções de onda do canal S do glúon e do J/ψ , respectivamente, e $\Phi(r, z)$ é dado por (3.4.31). Temos ainda que \vec{r} é a separação transversa do sistema de 3 corpos $g \leftrightarrow c\bar{c}$ e z e $1 - z$ é a fração de momento do cone de luz tomado do glúon por c e \bar{c} , respectivamente. Na derivação da Equação (3.4.14), [126] assumiu-se que o comprimento de coerência é muito maior do que o raio nuclear. Tal hipótese é rigorosamente verdade no limite de Regge ($s \gg |t|$). No entanto, no RHIC e LHC os efeitos de um comprimento de coerência finitos podem ser importantes, em especial para partículas pesadas e/ou grande momento transversa. Pode-se escrever a amplitude de espalhamento glúon-núcleon na representação do parâmetro de impacto b como

$$A(b) = \int \frac{d^2l}{(2\pi)^2} A(l) e^{-i\vec{b}\cdot\vec{l}} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int \frac{d^2l}{l^2} \int \frac{d^2l}{4\pi} \Phi(r) \left(e^{-i(\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{r})\cdot\vec{l}} - e^{-i(\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{r})\cdot\vec{l}} \right). \quad (3.4.15)$$

onde l é o momento transversa trocado entre o núcleo e a partícula de prova (gluon ou o $q\bar{q}$) e é a variável conjugada ao parâmetro de impacto b . Nesta representação, a seção de choque para o espalhamento de um dado núcleon é

$$\frac{d\sigma_{gN}}{d^2p_\perp} = |A(p_\perp)|^2 = \int d^2b \int d^2b' e^{i\vec{p}\cdot(\vec{b}-\vec{b}')} A(b) A^*(b'), \quad (3.4.16)$$

Assim, para se obter a seção de choque do espalhamento de um núcleon, precisamos fazer a média da amplitude de espalhamento forward sob todas as possíveis posições do núcleon no núcleo. Dessa forma

$$\frac{d\sigma_{gA}}{d^2p_\perp} = \int d^2b \int d^2b' e^{i\vec{p}\cdot(\vec{b}-\vec{b}')} \langle A(b) A^*(b') \rangle, \quad (3.4.17)$$

onde

$$\langle A(b) A^*(b') \rangle = \int d^2b_a \rho T(b_a) A(b - b_a) A^*(b' - b_a). \quad (3.4.18)$$

Temos aqui que \vec{b}_a é a posição transversa do núcleon com respeito ao centro do núcleo, ρ é a densidade nuclear e $T(b)$ é a função espessura nuclear. Para um núcleo grande, $\rho T(b_a) \approx A/S_A$ é uma constante, sendo S_A a área transversal nuclear. Portanto, obtém-se

$$\begin{aligned} \langle A(b) A^*(b') \rangle &= \frac{A}{S_A} \frac{\alpha_s^2}{(2\pi)^2} \int d\Gamma \int d^2b_a \int \frac{d^2l}{l^2} \left(e^{-i(\vec{b}-\vec{b}_a+\frac{1}{2}\vec{r})\cdot\vec{l}} - e^{-i(\vec{b}-\vec{b}_a-\frac{1}{2}\vec{r})\cdot\vec{l}} \right) \\ &\quad \times \int \frac{d^2l'}{l'^2} \left(e^{i(\vec{b}'-\vec{b}_a+\frac{1}{2}\vec{r}')\cdot\vec{l}'} - e^{-i(\vec{b}'-\vec{b}_a-\frac{1}{2}\vec{r}')\cdot\vec{l}'} \right) \\ &= \frac{A}{S_A} \frac{\alpha_s^2}{(2\pi)^2} \int d\Gamma \int \frac{d^2l}{l^4} e^{-i(\vec{b}-\vec{b}')\cdot\vec{l}} \\ &\quad \times \left(e^{i\frac{1}{2}(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{l}} + e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r}-\vec{r}')\cdot\vec{l}} - e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r}+\vec{r}')\cdot\vec{l}} - e^{i\frac{1}{2}(\vec{r}+\vec{r}')\cdot\vec{l}} \right), \end{aligned} \quad (3.4.19)$$

onde

$$\int d\Gamma = \int_0^1 dz \int \frac{d^2 r}{4\pi} \Phi(r, z) \int_0^1 dz' \int \frac{d^2 r'}{4\pi} \Phi(r', z'). \quad (3.4.20)$$

Agora, substituindo a Equação (3.4.19) em (3.4.17) encontra-se que

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{gA}}{d^2 p_\perp} &= \frac{A}{S_A} \frac{\alpha_s^2}{(2\pi)^2} \int d^2 b \int d^2 b' e^{i\vec{p} \cdot (\vec{b} - \vec{b}')} \int d\Gamma \\ &\times \int \frac{d^2 l}{l^4} e^{-i(\vec{b} - \vec{b}') \cdot \vec{l}} \left(e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} + e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} \right). \end{aligned} \quad (3.4.21)$$

Ainda, pode-se obter a seção de choque total integrando a Equação (3.4.21) na variável p_\perp

$$\frac{d\sigma_{gN}}{d^2 b} = \alpha_s^2 \frac{A}{S_A} \int d\Gamma \int \frac{d^2 l}{l^4} e^{-i(\vec{b} - \vec{b}') \cdot \vec{l}} \left(e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} + e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} \right) \quad (3.4.22)$$

$$\approx \alpha_s^2 \frac{A}{S_A} \int d\Gamma \int \frac{d^2 l}{l^2} \frac{1}{2} \vec{r} \cdot \vec{r}', \quad (3.4.23)$$

sendo (3.4.23) resultado da expansão em (3.4.22) considerando que somente pequeno momento da ordem $l \sim 1/R_A$ fornece contribuição logarítmica para a integral. Ainda, veja que para α_s em ordem dominante, a Equação (3.4.23) tende a zero. Isto é devido ao fato que o J/ψ é ímpar em relação às simetrias C e P e deve possuir um número ímpar de glúons associado com a linha fermiônica, ao passo que a Equação (3.4.23) diz respeito à dois glúons. No entanto, dado que múltiplos espalhamentos ocorrem, o termo $\vec{r} \cdot \vec{r}'$ seleciona os termos com a paridade compatível dos fatores de espalhamento antes de depois da última interação [126]. Com efeito, pode-se tomar a Equação (3.4.23) como o operador projeção sobre o estado 1^{--} . Definindo o momento de saturação nuclear como

$$Q_s^2 = 4\pi\alpha_s^2 \rho T(B), \quad (3.4.24)$$

e desconsiderando os fatores $\ln(1/\mu|\vec{r} \pm \vec{r}'|)$, pode-se reescrever (3.4.23) como

$$\frac{d\sigma_{gA}}{d^2 b} = \alpha_s^2 \frac{A}{S_A} \int d\Gamma \int \frac{d^2 l}{l^2} \frac{1}{2} \vec{r} \cdot \vec{r}', \quad (3.4.25)$$

a qual é a aproximação cuja a Equação (3.4.12) é válida. Além disso, pode-se reescrever a Equação (3.4.21) da seguinte forma

$$\frac{d\sigma_{gA}}{d^2 B d^2 p_\perp} = \frac{A}{S_A} \frac{\alpha_s^2}{(2\pi)^2} \int d^2 \vec{\Delta} e^{i\vec{p} \cdot \vec{\Delta}} \int d\Gamma \pi J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta}). \quad (3.4.26)$$

onde $J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta})$ é a função auxiliar

$$J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta}) = \int \frac{d^2 l}{l^4} e^{-i\vec{\Delta} \cdot \vec{l}} \left(e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} + e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} - \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{-i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} - e^{i\frac{1}{2}(\vec{r} + \vec{r}') \cdot \vec{l}} \right). \quad (3.4.27)$$

Com o auxílio da Equação (B.1.4), resolve-se a Equação (3.4.27), obtendo

$$\begin{aligned}
J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta}) = & \frac{2\pi}{4} \left[- \left(\frac{1}{2} (\vec{r} - \vec{r}') - \vec{\Delta} \right)^2 \ln \frac{1}{\mu^{|\frac{1}{2} (\vec{r} - \vec{r}') - \vec{\Delta}|}} \right. \\
& - \left(\frac{1}{2} (\vec{r} - \vec{r}') + \vec{\Delta} \right)^2 \ln \frac{1}{\mu^{|\frac{1}{2} (\vec{r} - \vec{r}') + \vec{\Delta}|}} \\
& + \left(\frac{1}{2} (\vec{r} + \vec{r}') + \vec{\Delta} \right)^2 \ln \frac{1}{\mu^{|\frac{1}{2} (\vec{r} + \vec{r}') + \vec{\Delta}|}} \\
& \left. + \left(\frac{1}{2} (\vec{r} + \vec{r}') - \vec{\Delta} \right)^2 \ln \frac{1}{\mu^{|\frac{1}{2} (\vec{r} + \vec{r}') - \vec{\Delta}|}} \right]. \quad (3.4.28)
\end{aligned}$$

Em particular, tem-se que $J(\vec{r}, \vec{r}', 0) = \vec{r} \cdot \vec{r}'$ multiplicado por fatores logarítmicos [126].

3.4.4 Soma sobre múltiplos espalhamentos

Suponha que a coordenada longitudinal do último espalhamento inelástico seja ξ . Usando as Equações (3.4.10), (3.4.11) e (3.4.26) e somando sobre todos os possíveis número de interações, encontra-se [126] que a amplitude de espalhamento para a produção de J/ψ numa colisão pA é dada por

$$\begin{aligned}
& T_{pA \rightarrow J/\psi X}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{B}, \vec{\Delta}) \\
& = \int_0^{T(B)} \frac{1}{4} \frac{Q_s^2}{T} J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta}) e^{-\frac{1}{4} Q_s^2 [\Delta^2 + \frac{1}{4} (\vec{r} - \vec{r}')^2]} e^{-\frac{1}{8} Q_s^2 (r^2 + r'^2) (1 - \frac{\xi}{T})} \\
& = \frac{4J(\vec{r}, \vec{r}', \vec{\Delta})}{(\vec{r} + \vec{r}')^2 - 4\Delta^2} \left\{ e^{-\frac{1}{16} Q_s^2 (B) [(\vec{r} - \vec{r}')^2 + 4\Delta^2]} - e^{-\frac{1}{8} Q_s^2 (B) (r^2 + r'^2)} \right\}. \quad (3.4.29)
\end{aligned}$$

A seção de choque para a produção inclusiva do J/ψ em colisões pA escreve-se

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{pA \rightarrow J/\psi X}}{d^2 p_\perp dy d^2 B} = & x_1 G(x_1, m_c^2) \int_0^1 dz \int \frac{d^2 r}{4\pi} \Phi(r, z) \int_0^1 dz' \int \frac{d^2 r'}{4\pi} \Phi(r', z') \\
& \times \int \frac{d^2 \Delta}{(2\pi)^2} e^{i\vec{\Delta} \cdot \vec{p}} T_{pA \rightarrow J/\psi X}(\vec{r}, \vec{r}', \vec{B}, \vec{\Delta}), \quad (3.4.30)
\end{aligned}$$

onde

$$\Phi(r, z) = \frac{g}{\pi \sqrt{2N_c}} \left\{ m_c^2 K_0(m_c r) \phi_T(r, z) - \left[z^2 + (1 - z)^2 \right] m_c K_1(m_c r) \partial_r \phi_T(r, z) \right\}, \quad (3.4.31)$$

com

$$\phi_T(r, z) = N_T z(1 - z) e^{-\frac{r^2}{2R_T^2}}. \quad (3.4.32)$$

que é a função de onda Gaussiana do cone de luz (*light-cone Gauss (LCG) wavefunction*), cujo parâmetros para o J/ψ e Υ são apresentados na Tabela 3.2. Além disso, o fator de cor em (3.4.31) inclui a projeção no estado de singleto de cor, como em [127]. Agora, integrando (3.4.30) já com (3.4.29) sobre p_\perp , obtém-se [127]

$$\boxed{
\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{pA \rightarrow J/\psi X}}{dy d^2 b} = & x_1 G(x_1, m_c^2) \int_0^1 dz \int \frac{d^2 r}{4\pi} \Phi(r, z) \int_0^1 dz' \int \frac{d^2 r'}{4\pi} \Phi(r', z') \\
& \times \frac{4\vec{r} \cdot \vec{r}'}{(\vec{r} + \vec{r}')^2} \left(e^{-\frac{Q_s^2}{16} (\vec{r} - \vec{r}')^2} - e^{-\frac{Q_s^2}{8} (r^2 + r'^2)} \right). \quad (3.4.33)
\end{aligned}
}$$

| | Parâmetros Comuns | | Parâmetros LCG | |
|----------------|-------------------|-------|----------------|-------|
| | M_V | m_f | R_T^2 | N_T |
| V | | | | |
| J/ψ | 3.097 | 1.4 | 6.5 | 1.23 |
| $\Upsilon(1S)$ | 9.46 | 4.2 | 1.91 | 0.78 |

Tabela 3.2: Parâmetros da função de onda para mésons vetoriais no cone de luz em unidades de GeV. Tabela de [169]

3.5 Dependência na rapidez e na energia

A Equação (3.4.33) pode ser generalizada de forma a incluir efeitos de evolução quânticos. Para isso, será seguido a abordagem utilizada em [126,127] aos quais lembram que [121,122] as condições iniciais da equação de evolução BK (ver Seção 2.9) é dada pela fórmula de Glauber-Mueller para a amplitude de espalhamento elástico forward dipolo-quark [170], escrita como

$$N_F(r, b, y_0) = 1 - e^{-\frac{1}{8}r^2 Q_s^2(y_0)}. \quad (3.5.1)$$

onde o subscrito F indica representação fundamental. Dado isso, é possível escrever a amplitude de espalhamento glúon-dipolo na representação adjunta (subscrito A)

$$N_A(r, b, y) = 2N_F(r, b, y) - N_F^2(r, b, y), \quad (3.5.2)$$

cujas condições iniciais é escrita como

$$N_A(r, b, y_0) = 1 - e^{-\frac{1}{4}r^2 Q_s^2(y_0)}. \quad (3.5.3)$$

Logo, para incluir as Equações (3.5.1) e (3.5.2) na Equação (3.4.33), deve-se considerar as seguintes substituições [171]

$$e^{-\frac{1}{8}Q_s^2 r^2} \rightarrow 1 - N_F(r, b, y) \quad (3.5.4)$$

$$e^{-\frac{1}{16}Q_s^2 r^2} \rightarrow 1 - N_A(r/2, b, y), \quad (3.5.5)$$

Portanto, com as Equações (3.5.4) e (3.5.5), teremos que (3.4.33) torna-se

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{pA \rightarrow J/\psi X}}{dy d^2b} &= x_1 G(x_1, m_c^2) \int_0^1 dz \int \frac{d^2r}{4\pi} \Phi(r, z) \int_0^1 dz' \int \frac{d^2r'}{4\pi} \Phi(r', z') \\ &\times \frac{4\vec{r} \cdot \vec{r}'}{(\vec{r} + \vec{r}')^2} \left([1 - N_A((\vec{r} - \vec{r}')/2, y)] - [1 - N_F(\vec{r}, y)] [1 - N_F(\vec{r}', y)] \right). \end{aligned} \quad (3.5.6)$$

Na próxima seção, será apresentado alguns modelos de amplitude de espalhamento de dipolos aos quais irão parametrizar as Equações (3.5.1) e (3.5.2) a fim de prover diferentes cenários para os cálculos que serão apresentados no próximo capítulo.

3.6 Modelos de amplitude de espalhamento de dipolo

Haja visto o que foi discutido neste capítulo, pode-se avançar à discussão dos modelos para a amplitude de espalhamento dos dipolos. Uma vez apresentada a generalização na Seção 3.5, ao qual identifica a fórmula de Glauber-Mueller da amplitude de espalhamento dipolo-hádron na condição inicial da equação de evolução BK, é possível usar tais modelos, uma vez que eles propõem modificações nas expressões dessas amplitudes. Portanto, a seguir serão discutidos alguns modelos para amplitude de espalhamento de dipolo: modelo de *Dumitru-Hayashigaki-Jalilian* (DHJ) [172] e o modelo *bCGC* [173]. O conjunto de parâmetros para um desses modelos a serem utilizados para os cálculos, serão apresentados no Capítulo 4.

3.6.1 Modelo de Dumitru-Hayashigaki-Jalilian

O modelo de Dumitru-Hayashigaki-Jalilian propõem um nova parametrização do perfil do dipolo, que demonstra um transição mais acentuada na dependência do momento transversal em relação ao modelo *Kharzeev-Kovchegov-Tuchin* (KKT) [174, 175], de forma a fornecer uma melhor descrição dos dados em rapidez central. Tal concordância mantém as previsões do formalismo do *Color Glass Condensate*³ (CGC) [176–178] no que diz respeito a existência de diferentes regiões cinemáticas com diferentes físicas. Mais especificamente, o modelo DHJ leva em consideração a mudança na dimensão anômala da função de distribuição de glúons devido a presença dos limites na saturação [179] bem como efeitos de mais alta ordem. Além disso, ele descreve com sucesso a produção hadrônica inclusiva em colisões dA nas regiões cinemáticas relevantes [172]. Aqui, a amplitude de espalhamento do dipolo é parametrizada como

$$N_A(r, 0, y) = 1 - e^{-\frac{1}{4}(r^2 Q_s^2)^\gamma}. \quad (3.6.1)$$

Em particular, estamos considerando a escala de saturação para quarks do *modelo GBW* [118, 167], assim como a hipótese de que o núcleon ou núcleo terem seus perfis modelados como uma função degrau, ou seja, fizemos $N_F(r, b, y_0) = N_F(r, y_0)\Theta(b - R_A)$. Logo, sua expressão fica escrita como

$$Q_s^2 = \frac{9}{4} \left\{ A^{1/3} \left(\frac{x_0}{x_2} \right)^\lambda \right\}, \quad (3.6.2)$$

Temos ainda a nova parametrização da dimensão anômala, que é dada por

$$\gamma = \gamma_s + (1 - \gamma_s) \frac{\ln(m^2/Q_s^2)}{\lambda Y + \ln(m^2/Q_s^2) + d\sqrt{Y}}, \quad (3.6.3)$$

Ainda, $Y = \ln(1/x)$, com $x = x_2 = me^{-y}/\sqrt{s}$. Já a amplitude de espalhamento dipolo-quark é dado por [175]

$$N_F(r, 0, y) = 1 - \sqrt{1 - N_A(r, 0, y)}. \quad (3.6.4)$$

3.6.2 Modelo bCGC

O estudo das seções de choque dipolo-hádron tem como um dos principais elementos a amplitude de espalhamento dipolo-alvo, como visto na Seção 3.5. O tratamento dessa quantidade tem sido objeto de intenso estudo por vários grupos [176–178] e durante as últimas décadas, vários modelos fenomenológicos baseados no CGC [176–178] tem sido propostos para descrever os dados experimentais considerando os efeitos da dinâmica não linear da QCD. Em geral, tais modelos diferem no tratamento da dependência do parâmetro de impacto e/ou do regimes lineares e não lineares [180]. Um exemplo é o modelo bCGC [173], o qual determina as propriedades da densidade de glúons nos hádrons tanto nas dimensões longitudinais quando transversais, incluindo a dependência do parâmetro de impacto na escala de saturação. De forma mais precisa, o modelo bCGC utiliza um modelo de dipolo com saturação e dependente do parâmetro de impacto, o qual tem a densidade glúônica determinada por ajuste das seções de choque total inclusiva do DIS através da equações de evolução DGLAP.

No entanto, o modelo bCGC é apresentado aqui considerando a escala de saturação dada pela Equação (3.6.2). Isto trará a vantagem de que os parâmetros do modelo poderem ser ajustados a

³O Color Glass Condensate descreve um novo estado da matéria: dado um grande número de glúons em uma dada região do espaço, a distribuição glúônica satura e fenômenos de coerência não lineares começam a dominar. Ver [176–178].

partir dos dados do DIS em pequeno x . Neste modelo, a amplitude de espalhamento dipolo-núcleon toma a forma

$$N_F(r, 0, y) = \begin{cases} N_0 \left(\frac{r^2 Q_s^2}{4} \right)^\gamma, & r Q_s \leq 2 \\ 1 - e^{-\mathcal{A} \ln^2(\mathcal{B} r Q_s)}, & r Q_s > 2 \end{cases}, \quad (3.6.5)$$

onde Q_s^2 é a escala de saturação do quark relacionada com a escala de saturação do glúon Q_s^2 por $Q_s^2 = (4/9)Q_s^2$. A dimensão anômala nesse caso é

$$\gamma = \gamma_s + \frac{\ln(2/r Q_s)}{k\lambda \ln(1/x)}. \quad (3.6.6)$$

Por último, temos as constantes \mathcal{A} e \mathcal{B} , que são fixadas unicamente pelo requerimento da continuidade da amplitude em $r Q_s = 2$ e sua primeira derivada, que qual resulta nas formas explícitas

$$\mathcal{A} = -\frac{N_0^2 \gamma_s^2}{(1 - N_0)^2 \ln(1 - N_0)}, \quad \mathcal{B} = \frac{1}{2} (1 - N_0)^{-(1 - N_0)/N_0 \gamma_s}. \quad (3.6.7)$$

No próximo capítulo serão apresentados os resultados das análises utilizando a abordagem do modelo de dipolos apresentado até agora, bem como uma discussão com base nos modelos de amplitude de espalhamento, comparando as predições advindas dos modelos dos modelos e dados experimentais disponíveis na literatura. Neste caso, focaremos nas razões de modificações nucleares medidas por várias colaborações do LHC (ALICE, CMS, LHCb e ATLAS). Também, comparamos predições a mais baixa energia, no acelerador RHIC.

Capítulo 4

Razões de modificações nucleares

O objetivo desse capítulo será apresentar resultados das *Razões de Modificação Nuclear* a partir de cálculos numéricos e utilizando a abordagem teórica apresentada nos últimos capítulos, em específico, a abordagem semi-clássica da QCD e o modelo de dipolos. Iremos realizar uma análise dos efeitos nucleares observados nesses resultados comparando-os com os dados experimentais disponíveis na literatura.

4.1 Introdução

Tendo em vista o que foi discutido, o objetivo deste capítulo será avaliar as *Razões de Modificação Nuclear*, denotadas por R_{AB} , em função da rapidez definida pela Equação (3.1.1). Mais precisamente, iremos computar as razões de modificação nuclear envolvendo produção de quarkonium em colisões pA no LHC, ou seja, as R_{pA} . Para isso, iremos utilizar a Equação (3.1.1) geral e fazer $B = 1$ (próton), de forma a termos

$$R_{pA}(y) = \frac{\sigma_{pA}}{A\sigma_{pp}}, \quad (4.1.1)$$

onde σ_{pA} é a seção de choque total de uma colisão pA e σ_{pp} é a seção de choque total numa colisão pp . No entanto, também é válido escrever a Equação (4.1.1) em termos das seções de choque diferenciais

$$R_{pA}(y) = \frac{d\sigma_{pA}/dy}{A d\sigma_{pp}/dy}. \quad (4.1.2)$$

A razão de modificação nuclear, assim definida, permitem analisar a supressão na produção do quarkonium em colisões hadrônicas, ou seja, quaisquer efeitos alterando a produção do quarkonium, irá se traduzir em desviar R_{pA} da unidade. Vale notar que na ausência de partículas produzidas, tais razões, que em geral são utilizada como fatores, podem trazer incerteza adicionais à análise. Em outras palavras, por exemplo, para uma R_{pA} suficiente baixa, não será possível afirmar com grande certeza se as partículas produzidas (*yields*) definem um supressão ou um enaltecimento. Dessa forma, para avaliar o caráter unitário de um resultado experimental, pode-se definir outras razões, a fim de enfatizar a dependência da rapidez ou centralidade de um efeito nuclear [181]. Portanto, também iremos apresentar resultados das *Razões Forward-to-Backward*, denotadas por R_{FB} , no espectro de rapidez. Tais razões podem ser definidas como as *razões das razões* e, para produção de quarkonium em colisões pA , podem ser escritas como

$$R_{RF}(|y|) = \frac{d\sigma_{pA}(+|y|)/dy}{d\sigma_{pA}(-|y|)/dy} = \frac{R_{pA}(+|y|)}{R_{pA}(-|y|)}. \quad (4.1.3)$$

Com isso, a partir da expressão da seção de choque diferencial (3.4.30) apresentada na Seção 3.4.4, foi possível calcular numericamente as razões acima definidas e comparar tais resultados com os dados experimentais disponíveis na literatura. Segue os detalhes e análise na próxima seção.

4.2 Cálculos Numéricos

Para os nossos resultados, calculamos numericamente as razões de modificação nuclear e as razões forward-to-backward através de códigos em C++. Comparamos as razões de modificação nuclear e as razões forward-to-backward para produção de quarkonium em colisões pA para altas energias do LHC, em 5.02 TeV, 8.16 TeV e 8.8 TeV com os dados das colaborações LHCb [182–185], ALICE [186, 187], CMS [188] e ATLAS [189]. Também computamos um resultado para baixas energias, de 200 GeV, e comparamos com dados da colaboração PHENIX [190] do RHIC, Brookhaven National Laboratory. Para concluir, realizamos um cálculo utilizando uma escala de saturação estudada por N. Armesto, C. Salgado e U. Wiedemann em [191], obtendo uma razão de modificação nuclear em colisões pA para a energia de 5.02 TeV, comparando com os dados do LHC das colaborações previamente citadas.

Devemos observar também que realizamos os cálculos para dois mésons em específico, o J/ψ e o $\Upsilon(1S)$. Para isso, calculamos numericamente as expressões (3.4.30), (3.4.31) e (3.4.32), utilizando os dados da Tabela 3.2, ou seja, basicamente fizemos $m = 1.4$ GeV, $R_T^2 = 6.5/\text{GeV}^2$ e $N_T = 1.23$ para o J/ψ e $m = 4.2$ GeV, $R_T^2 = 1.91/\text{GeV}^2$ e $N_T = 0.78$ para o Υ [169]. Além disso, utilizamos a escala de saturação definida pela Equação (3.6.2). Porém, nossos resultados são calculados utilizando os dois modelos para a amplitude de dipolo citados na Seção 3.6 comparando com a expressão (3.4.30) munida somente da escala de saturação dada por (3.6.2). A nomenclatura adotada para essas comparações são *DHJ model*, *bCGC model* e *GBW amplitude*, respectivamente. Ainda, note que essa escala de saturação depende da energia do centro de massa por x_2 , abordagem que difere daquela utilizada em [127] onde a escala de saturação adotada é independente da energia. Em outras palavras, os modelos para amplitude de dipolo aqui utilizados estão sendo computados com uma escala de saturação dependente da energia.

Quanto aos parâmetros utilizados nos modelos, procuramos utilizar os ajustes mais recentes para os cálculos. Para amplitude GBW utilizou-se $\lambda = 0.248$ [175] e $x_0 = 4.2 \times 10^{-5}$ [192] ajustados a partir dos dados do *DIS*. Para o modelo DHJ considerou-se esse mesmo parâmetro, porém para a dimensão anômala utilizou-se $\gamma_s = 0.628$, devido a argumentos teóricos de [179] e $d = 1.2$ fixo por ajuste dos dados de produção hadrônica em colisões dA no RHIC [127]. Agora, para o modelo bCGC, fez-se o uso de $\lambda = 0.2023$, $x_0 = 0.00069$, $\gamma_s = 0.649$ e $N_0 = 0.7$ [193], e $k = 9.9$ [127].

Na próxima seção, serão apresentados os resultados que obtemos a partir dos parâmetros mencionados.

4.3 Resultados e discussão

Nessa seção, iremos apresentar os resultados advindos da abordagem e modelos revisados anteriormente. Em todos eles, três curvas podem ser observadas, compreendendo, como dito antes, a razão para a expressão (3.4.30) (GBW amplitude) e outras duas razões que utilizaram os modelos DHJ e bCGC para modelar as amplitude de espalhamento de dipolo em (3.4.30). Assim, a partir delas, definimos a incerteza teórica entre a razão mais alta até a mais baixa para ampliar a análise. Vale notar que nosso resultado é integrado em todo espectro de momento transversal p_\perp .

4.3.1 Razões de modificação nucleares

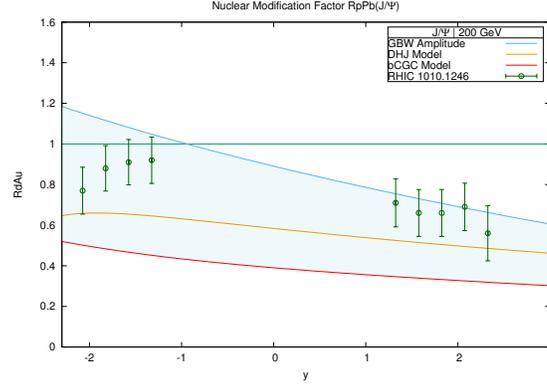


Figura 4.1: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 200 GeV comparado com dados do RHIC [190] em colisões dAu na produção de J/ψ .

Na Figura 4.1 está apresentado nosso resultado para baixas energias, de 200 GeV, para as razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do RHIC [190]. Nosso resultado variou de $0.5 \lesssim R_{dAu} \lesssim 1.2$ para rapidez backward a $0.4 \lesssim R_{dAu} \lesssim 0.7$ para rapidez forward. Pode-se observar que ele conseguiu prever de forma apreciável os dados experimentais. Nota-se ainda que, em rapidez central, obtivemos $0.4 \lesssim R_{dAu} \lesssim 0.9$. Nesse caso, o modelo bCGC mostrou uma forte supressão da produção de J/ψ em todo espectro de rapidez e de forma mais pronunciada em relação as outras abordagens. Obtivemos $R_{pA} > 1$ somente para a amplitude GBW em rapidez backward. Em geral, o resultado exibiu maior supressão em rapidez forward do que backward. Porém, isto está de acordo com a análise realizada em [190], onde também puderam constatar concordância entre o pontos experimentais e predição teórica abordada.

Para mais altas energias, a Figura 4.3 mostra o resultado para a energia de 5.02 TeV, das razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA , comparadas com os dados experimentais do LHCb [182], ALICE [186] e ATLAS [189]. Aqui, obtivemos $0.5 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.1$ para rapidez backward e $0.25 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.3$ para rapidez forward. Pode-se observar que nosso resultado exibiu uma supressão muito mais acentuada que os dados experimentais. Em rapidez central, obtivemos $0.3 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.7$, ao passo que os dados experimentais disponíveis nessa região (ATLAS, $8 < p_T < 40$ GeV) têm valores em torno de $0.9 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.1$, ou seja, nossa análise numérica indicou um supressão cerca de 25% maior do obtido experimentalmente nessa região de rapidez. Porém, conseguimos prever de forma razoável o comportamento dos dados, exibindo maior supressão backward do que forward. As colaborações LHCb [182] e ALICE [186] concluem que os efeitos da matéria nuclear fria são importantes para estudar a dinâmica da produção de J/ψ em colisões hadrônicas. Em específico, a análise do LHCb indica que as predições teóricas que incluem o efeito de sombreamento partônico em NLO na referência [194] subestimam o efeito de sombreamento partônico na região forward, ao passo que nossos resultados indicam superestimar os efeitos de sombreamento, nessa mesma região de rapidez. Isto reforça a grande incerteza teórica na região de pequeno x . Além desse resultado, também realizamos este mesmo cálculo nas energias de 8.16 TeV, apresentado na Figura 4.4. Aqui, comparamos as razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA com os dados experimentais do LHCb [184] e do ALICE [187]. Obtivemos $0.45 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.1$ para rapidez backward e $0.2 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.3$ para rapidez forward. Obtivemos forte supressão em todo espectro, com destaque em rapidez forward onde superestimamos a supressão por cerca de 20% em todo intervalo de rapidez em relação aos dados experimentais nessa região. Mesmo assim, as curvas acompanharam o comportamento esperado dos dados experimentais. Já na Figura 4.5, está exibida a nossa predição das razões de modificação nucleares como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA na energia de 8.8 TeV. O resultado indica forte supressão em todo o espectro de rapidez, sendo $0.45 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.05$ para rapidez backward e $0.2 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.3$

para rapidez forward, implicando cerca de até 75% de supressão nesta última região.

Na Figura 4.6, apresentamos o resultado para as razões de modificação nucleares como função da rapidez para produção de Υ na energia de 5.02 TeV comparado com os dados experimentais do LHCb [183], CMS (dados preliminares) [188] e ATLAS [189]. Obtivemos $1.3 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.7$ para rapidez backward e $0.5 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.0$ para rapidez forward, ou seja, cerca de até 70% de enaltecimento e de até 50% de supressão, respectivamente, na produção desse méson. De modo geral, esse resultado concorda apreciavelmente com os dados experimentais. Na região de rapidez central, observamos que algumas medidas experimentais ficaram fora da faixa que destacamos, no entanto, podemos afirmar que o nosso resulta concorda com o comportamento dos dados, o que é, em certa extensão, garantido pelas incerteza experimentais. Vale notar que uma possível explicação para o enaltecimento na produção de Υ na região backward, foi indicada pela referência [188], onde tal efeito é devido o *anti-sombreamento nuclear* que se estabelece nesse intervalo de rapidez. Da mesma forma que antes, apresentamos a Figura 4.7, que é nosso resultado para razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de Υ na energia de 8.16 TeV. Agora, comparamos os resultados com os dados da colaboração LHCb [185]. Obtivemos $1.2 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.7$ para rapidez backward e $0.5 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.9$ para rapidez forward, ou seja, cerca de até 70% de enaltecimento e de até 50% de supressão, respectivamente. Mais uma vez, nossa predições concordam com o comportamento dos dados experimentais, apesar de ligeiramente subestimar os efeitos de supressão na região backward. Finalmente, na Figura 4.8, está exibido nossa predição para as razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de Υ na energia de 8.8 TeV. O resultado se comporta de forma similar ao anterior, indicando enaltecimento na produção na região backward e supressão na região forward. Quantitativamente, obtivemos $1.15 \lesssim R_{dPb} \lesssim 1.7$ para rapidez backward e $0.5 \lesssim R_{dPb} \lesssim 0.9$ para rapidez forward, ou seja, cerca de até 70% de enaltecimento e de até 50% de supressão, respectivamente.

4.3.2 Razões forward-to-backward

Na Figura 4.9 está exibido o resultado para a energia de 5.02 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [182] e ALICE [186]. Observamos concordância com os dados experimentais, o que significa que apesar de termos obtido um forte supressão em toda faixa de rapidez nessa mesma energia, o resultado para a R_{pPb} se mostra unitário, em outras palavras, exibiu um comportamento que concorda com o dados experimentais. Quantitativamente, observamos $0.6 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.75$ a $0.27 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.55$ para $2 < y < 5$. Agora, na Figura 4.10 está exibido o resultado para a energia de 8.16 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [184] e ALICE [187]. Observamos os valores $0.58 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.75$ a $0.25 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.55$ para $2 < y < 5$. Nesse resultado, também observamos forte supressão por todo o espectro de rapidez, mas observase menor concordância que o caso anterior em termos da razão R_{FB} . Um possível explicação para isso ser deve ao fato de que os dados experimentais em 8.16 TeV para R_{pPb} possuem menor incerteza experimental que os dados experimentais em 5.02 TeV para R_{pPb} . Já na Figura 4.11 está exibido nossa predição para a energia de 8.8 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [184] e do ALICE [187]. Observamos $0.5 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.75$ a $0.45 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.55$ para $2 < y < 5$.

Agora, na Figura 4.12 está exibido o resultado para a energia de 5.02 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de Υ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [183]. Apesar de o resultado demonstrar concordância experimental, vale lembrar que a grande incerteza no ponto experimental para R_{FB} pode ser reflexo da incerteza experimental dos ponto experimentais para R_{pPb} . Observamos valores de $0.75 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.81$ a $0.41 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.6$ para $2 < y < 5$. Agora, na Figura 4.13 está exibido o resultado para a energia de 8.16 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de Υ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [185]. Observamos os valores

$0.7 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.8$ a $0.4 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.6$ para $2 < y < 5$. Podemos afirmar consistência no resultado R_{pPb} , dadas as incertezas experimentais dos pontos para R_{FB} . Já na Figura 4.14 está exibido nossa predição para a energia de 8.8 TeV, das razões forward-to-backward como função da rapidez para produção de Υ em colisões pA , comparado com os dados experimentais do LHCb [185]. Observamos os valores $0.5 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.75$ a $0.45 \lesssim R_{FB} \lesssim 0.55$ para $2 < y < 5$.

Finalmente, gostaríamos de apresentar um último resultado para demonstrar a importância da escala de saturação. Está apresentado na Figura 4.2 nosso resultado para as razões de modificação nuclear como função da rapidez para produção de J/ψ em colisões pA na energia de 5.02 TeV, que é o mesmo apresentado na Figura 4.9, porém, com uma razão de modificação nuclear adicional. Ela foi calculada com uma escala de saturação fornecida por N. Armesto, C. Salgado e U. Wiedemann em [191], como proposta de obter um escalamento geométrico com parâmetros ajustados de dados experimentais de colisões de mais baixa energia (centenas de GeV), junto a expressão (3.4.30). Essa escala de saturação é dada por

$$Q_{s,A}^2 = Q_{s,p}^2 \left(\frac{A\pi R_p^2}{\pi R_A^2} \right)^{1/\delta}, \quad (4.3.1)$$

onde $R_A = (1.12A^{1/3} - 0.86A^{-1/3})$ fm, $\delta = 0.79$ e $\pi R_p^2 = 1.55$ fm² [191]. Esses autores argumentam que a potência 1/3 na dependência nuclear $A^{1/3}$ é muito severa e tem como efeito superestimar a supressão. Com os parâmetros ajustados dessa forma, chega-se a uma dependência nuclear equivalente a $\sim 4/9$ na potência de A . Os efeitos são claros, como se pode notar na Figura 4.2, onde uma melhor concordância com os dados experimentais é observada, uma vez que essa escala de saturação resulta em diminuir o efeito de supressão.

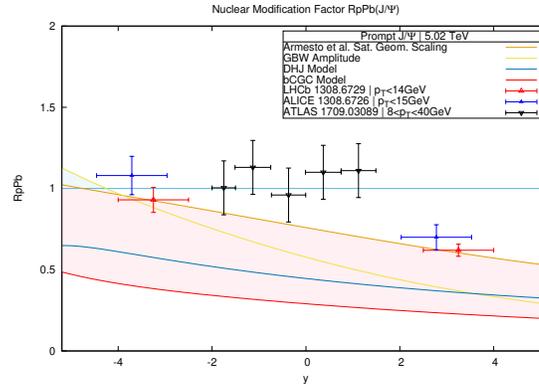


Figura 4.2: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 5.02 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [182], ALICE [186] e ATLAS [189] em colisões pPb na produção de J/ψ e a razão de modificação nuclear com a escala de saturação de [191].

No próximo capítulo, iremos apresentar as nossas conclusões do trabalho, bem como as análises finais sobre os resultados aqui obtidos.

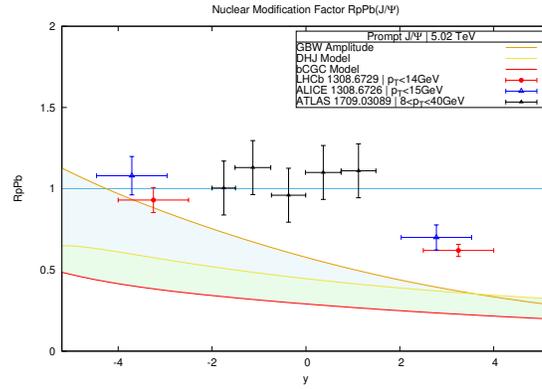


Figura 4.3: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 5.02 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [182], ALICE [186] e ATLAS [189] em colisões pPb na produção de J/ψ .

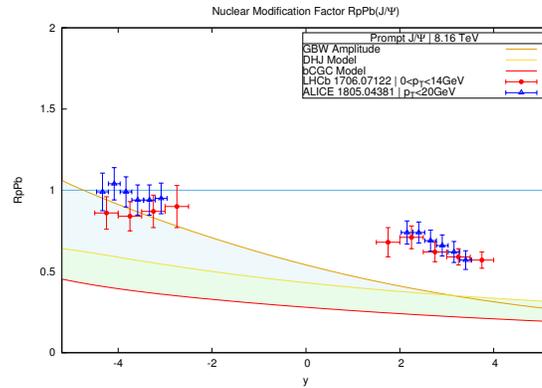


Figura 4.4: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 8.16 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [184] e ALICE [187] em colisões pPb na produção de J/ψ .

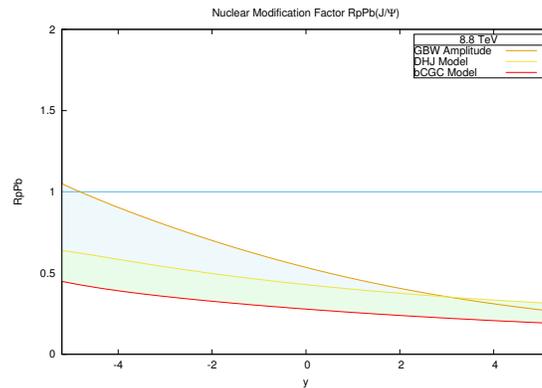


Figura 4.5: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 8.8 TeV em colisões pPb na produção de J/ψ .

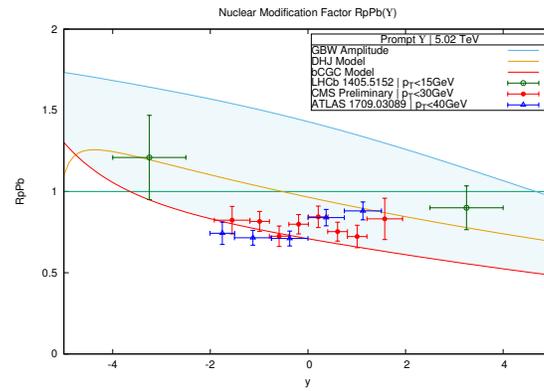


Figura 4.6: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 5.02 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [183], CMS [186] e ATLAS [188] em colisões pPb na produção de Υ .

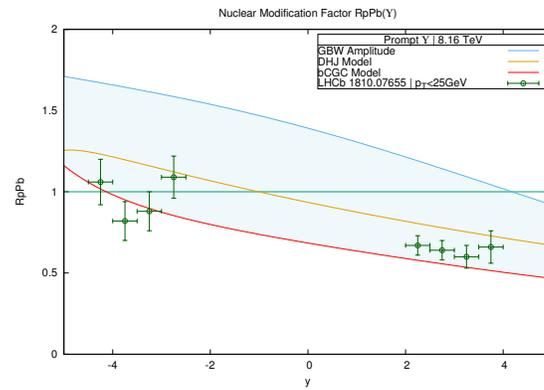


Figura 4.7: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 8.16 TeV comparado com dados do LHC da colaboração LHCb [185] em colisões pPb na produção de Υ .

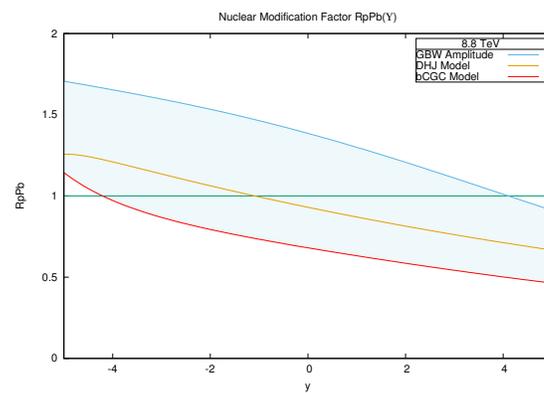


Figura 4.8: Razões de modificação nucleares como função da rapidez na energia de 8.8 TeV em colisões pPb na produção de Υ .

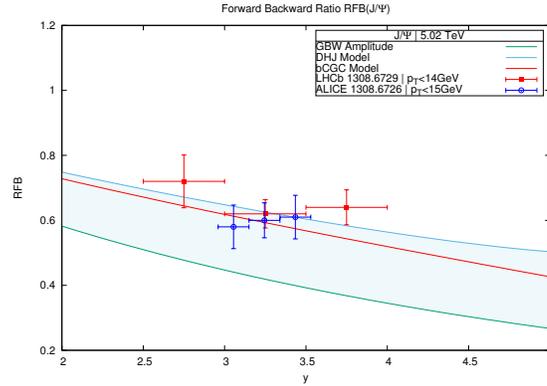


Figura 4.9: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 5.02 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [182] e ALICE [186] em colisões pPb na produção de J/ψ .

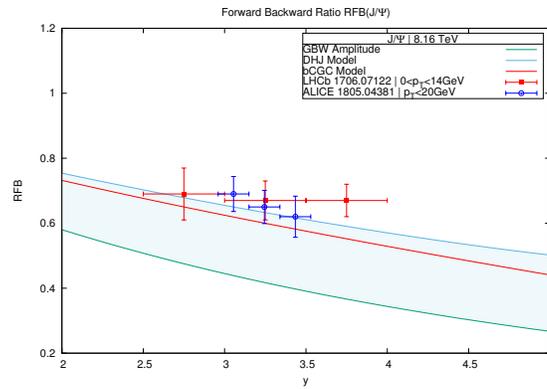


Figura 4.10: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 8.16 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [184] e ALICE [187] em colisões pPb na produção de J/ψ .

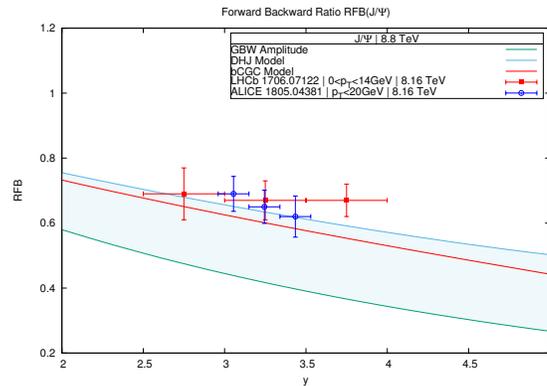


Figura 4.11: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 8.8 TeV comparado com dados do LHC nas colaborações LHCb [184] e ALICE [187] em colisões pPb na produção de J/ψ na energia de 8.16 TeV.

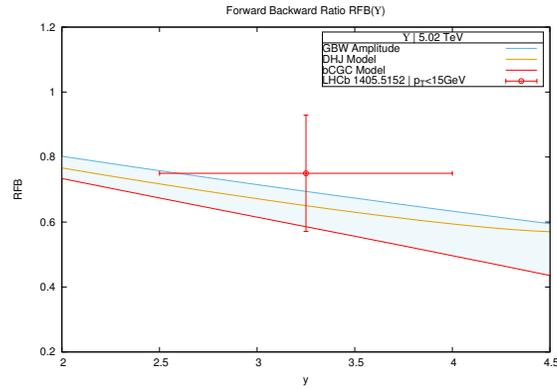


Figura 4.12: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 5.02 TeV comparado com dados do LHC da colaboração LHCb [183] em colisões pPb na produção de Υ .

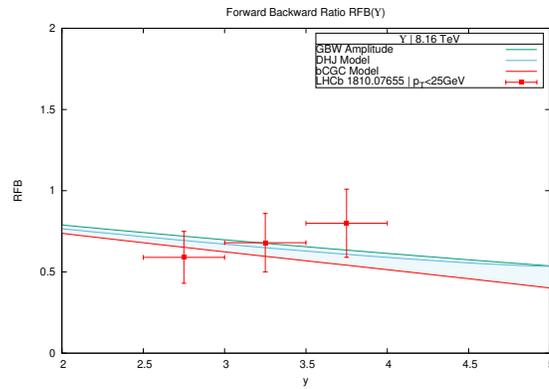


Figura 4.13: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 8.16 TeV comparado com dados do LHC da colaboração LHCb [185] em colisões pPb na produção de Υ .

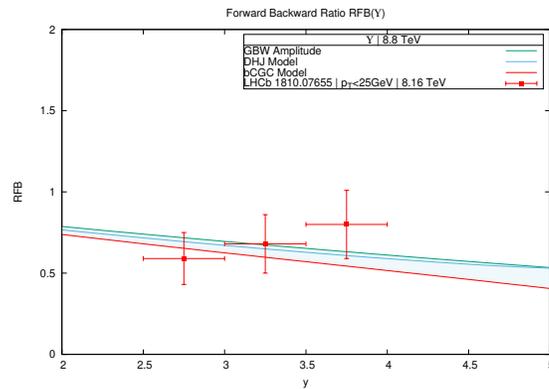


Figura 4.14: Razões forward-to-backward como função da rapidez na energia de 8.8 TeV comparado com dados do LHC da colaboração LHCb [185] em colisões pPb na produção de Υ na energia de 8.16 TeV.

Capítulo 5

Conclusões

Ao longo desse trabalho, foi apresentada uma extensa discussão, visando criar as bases para o entendimento da produção de pares de quarks pesados, os estados quarkonium. No primeiro capítulo, foi apresentado as bases gerais de colisões pp , pA e AB , a começar pelas variáveis cinemáticas relevantes para o entendimento teórico. Foi dado um panorama geral sobre o plasma de quarks e glúons e sua relação com os estados quarkonium. Depois, revisamos a base teórica para fundamentar a produção de quarkonium em colisões pA , para que, assim, pudéssemos calcular razões de modificação nuclear. Finalmente, apresentamos modelos de amplitude de espalhamento de dipolo à serem incorporados na expressão generalizada da seção de choque diferencial de produção de quarkonium, a fim de explorar os efeitos na produção deste méson. Por último, foram apresentados resultados de razões de modificação nuclear e razões forward-to-backward como função da rapidez em colisões pA produzindo J/ψ e Υ .

Com base nos resultados obtidos no último capítulo, podemos concluir que a abordagem semi-clássica da QCD concorda de forma aceitável com as medidas experimentais das várias colaborações citadas. Ela pode demonstrar efeitos da *matéria nuclear fria*, devido aos estágios posteriores a colisão, como por exemplo, a *absorção*, o que poderia explicar o efeito de supressão observado nos resultados apresentados.

Em geral, as razões de modificações nucleares para a produção do méson J/ψ apresentaram maior supressão do que as razões de modificação nuclear para o Υ . Mais especificamente, o modelo para amplitude de espalhamento de dipolo bCGC superestimou a supressão de forma mais acentuada que as outras duas abordagens. Outro fator importante é que, de forma bastante simplificada, as razões de modificação nuclear R_{pA} são aproximadamente $\pi R_A^2 Q_{s,A}^2 / A \pi R_p^2 Q_{s,p}^2$, e dado que a escala de saturação utilizada nesse trabalho é inversamente proporcional à massa do quark em questão, isso ajuda entender o fato de que as razões de modificação nuclear do Υ se apresentaram mais elevadas do que a do J/ψ . Vale observar, ainda, que as nossas previsões também apresentaram grande supressão, mas desejamos poder incluir dados experimentais que estarão disponíveis numa nova análise no futuro. Além disso, também desejamos expandir essa análise para incluir os efeitos nas razões devido os diferentes estados excitados dos mésons em questão e, eventualmente, publicarmos esses novos resultados.

Tendo em vista tudo que foi apresentado, reforçamos que é evidente que o estudo dos efeitos nucleares via razões de modificação nuclear são sensíveis à escala de saturação utilizada e é natural repensá-la a fim de obter melhores resultados, bem como explorar outras abordagens, como por exemplo a NRQCD, para poder analisar mais amplamente efeitos nucleares, a exemplo, o anti-sombreamento.

Apêndice A

Algumas derivações

Esse apêndice tem como propósito reunir algumas derivações de expressões presentes ao longo do texto.

A.1 Seção de choque inelástica nuclear

Segue a derivação da Equação (1.3.11), que é a seção de choque inelástica nuclear. A partir da expressão da probabilidade de ocorrer n colisões núcleon-núcleon inelásticas (Equação (1.3.8))

$$P(n, b) = \binom{AB}{n} [n_{coll}(b)]^n [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n} , \quad (\text{A.1.1})$$

lembre que a seção de choque diferencial do plano transversal é dada pela soma das probabilidades de ocorrer $1 \leq n \leq AB$ colisões núcleon-núcleon inelásticas, que é escrita como

$$\frac{d\sigma_{in}^{AB}}{d^2b} = \sum_{n=1}^{AB} P(n, b) . \quad (\text{A.1.2})$$

Agora, do *teorema binomial* tem-se que

$$\boxed{(x + y)^m = \sum_{n=0}^m \binom{m}{n} x^n y^{m-n}} , \text{ onde } \binom{m}{n} = \frac{m!}{n!(m-n)!} \text{ com } n = \{n \in \mathbb{N} \mid x \geq 0\} \quad (\text{A.1.3})$$

ao qual é generalizado por

$$(x + y)^r = \sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} x^n y^{r-n} , \quad x, y \in \mathbb{R} , \quad r \in \mathbb{C} \quad (\text{A.1.4})$$

Logo, note que

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} \binom{r}{n} x^n y^{r-n} &= x^r + \sum_{n=1}^{\infty} \binom{r}{n} x^n y^{r-n} = (x + y)^r \\ \therefore \sum_{n=1}^{\infty} \binom{r}{n} x^n y^{r-n} &= (x + y)^r - x^r . \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

Portanto, fazendo $y = 1 - n_{coll}(b)$ e $x = n_{coll}(b)$, por (A.1.5) com a (A.1.1) temos

$$P(b) = \sum_{n=1}^{AB} P(n, b) \quad (\text{A.1.6})$$

$$\begin{aligned} &= \{[1 - n_{coll}(b)] + n_{coll}(b)\}^{AB} - [1 - n_{coll}(b)]^{AB} \\ &= 1 - [1 - n_{coll}(b)]^{AB}, \end{aligned} \quad (\text{A.1.7})$$

que substituindo na (A.1.2) com $n_{coll}(b) = T_{AB}(b)\sigma_{in}/AB$ (Equação (1.3.6)) e integrando sobre d^2b , obtemos a Equação (1.3.11)

$$\frac{d\sigma_{in}^{AB}}{d^2b} = 1 - [1 - n_{coll}(b)]^{AB} \Rightarrow \sigma_{in}^{AB} = \int d^2b \{1 - [1 - n_{coll}(b)]^{AB}\}.$$

A.2 Número médio de colisões núcleon-núcleon $N_{coll} = N_{coll}(b)$

Segue a derivação da expressão para o número médio de colisões núcleon-núcleon (Equação (1.3.12)). Valendo-se de (A.1.6), podemos escrever o número médio de colisões núcleon-núcleon como

$$\begin{aligned} N_{coll}(b) = \langle n \rangle &= \sum_{n=1}^{AB} nP(n, b) \\ &= \sum_{n=1}^{AB} n \binom{AB}{n} [n_{coll}(b)]^n [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n}. \end{aligned} \quad (\text{A.2.1})$$

Primeiramente, no caso particular em que $r \in \mathbb{N}$, veja que

$$\begin{aligned} \binom{r}{k} &= \frac{r!}{k!(r-k)!} \\ &= \frac{r(r-1)!}{k(k-1)![(r-1)-(k-1)]!} \\ &= \frac{r}{k} \frac{(r-1)!}{(k-1)![(r-1)-(k-1)]!} \\ &= \frac{r}{k} \binom{r-1}{k-1}, \end{aligned}$$

tal que

$$n \binom{AB}{n} = n \frac{AB}{n} \binom{AB-1}{n-1} = AB \binom{AB-1}{n-1}. \quad (\text{A.2.2})$$

Porém, o resultado (A.2.2) é válido para $r \in \mathbb{C}$. Portanto, dado (A.2.2), vem que (A.2.1) torna-se

$$\begin{aligned} N_{coll}(b) &= AB \sum_{n=1}^{AB} \binom{AB-1}{n-1} [n_{coll}(b)]^n [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n} \\ &= AB \sum_{n=1}^{AB} \binom{AB-1}{n-1} n_{coll}(b) [n_{coll}(b)]^{n-1} [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n} \\ &= AB n_{coll}(b) \sum_{n=1}^{AB} \binom{AB-1}{n-1} [n_{coll}(b)]^{n-1} [1 - n_{coll}(b)]^{AB-n}, \end{aligned}$$

mas fazendo $m = n - 1$, o limite inferior do somatório da última expressão passa a ser $m = 0$, bem como o superior para $AB - 1$ (pois para algum número acima disso, o termo resultante é nulo), então

$$N_{coll}(b) = ABn_{coll}(b) \sum_{m=0}^{AB-1} \binom{AB-1}{m} [n_{coll}(b)]^m [1 - n_{coll}(b)]^{AB-1-m} ,$$

note que o somatório na última expressão pode ser identificado como uma expansão binomial dada pela Equação (A.1.4), então vem

$$\begin{aligned} N_{coll}(b) &= ABn_{coll}(b) [n_{coll}(b) + 1 - n_{coll}(b)]^{AB-1} , \\ &= ABn_{coll}(b) , \end{aligned} \tag{A.2.3}$$

e com (1.3.6), vem

$$\boxed{N_{coll}(b) = ABn_{coll}(b) = T_{AB}(b)\sigma_{in}} .$$

Apêndice B

Integrações Especiais

B.1 Integral divergente no infravermelho

O seguinte tipo de integração é presente na Equação (3.4.27)

$$I(x) = \int \frac{d^2l}{l^4} e^{il \cdot x}. \quad (\text{B.1.1})$$

Essa integral é quadricamente divergente na região do infravermelho [126]. No entanto, os termos quadráticos cancelam-se entre os termos presente em (3.4.27), como observa-se em (3.4.23). Logo, pode-se considerar somente termos que divergem ao menos logaritmicamente. Para encontrá-los, faz-se o Laplaciano de (B.1.1)

$$\partial_x^2 I(x) = - \int \frac{d^2l}{l^2} e^{-il \cdot x} = -2\pi \ln \frac{1}{x\mu}. \quad (\text{B.1.2})$$

dado que (B.1.2) depende somente de x , em coordenadas polares, vem que

$$\frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial}{\partial x} I \right) = -2\pi \ln \frac{1}{x\mu}. \quad (\text{B.1.3})$$

ao qual integrando obtém-se

$$I(x) = -2\pi \frac{x^2}{4} \ln \frac{e}{x\mu} + [\text{termos divergentes}], \quad (\text{B.1.4})$$

Bibliografia

- [1] D. Kharzeev, Nucl. Phys. **A699**, 95 (2002), nucl-th/0107033.
- [2] F. Gardim, G. Giacalone, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, Nature Physics (2020).
- [3] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Johnson, and C. B. Thorn, Phys. Rev. D **10**, 2599 (1974).
- [4] T. DeGrand, R. L. Jaffe, K. Johnson, and J. Kiskis, Phys. Rev. D **12**, 2060 (1975).
- [5] J. Casalderrey-Solana, H. Liu, D. Mateos, K. Rajagopal, and U. A. Wiedemann, (2011), 1101.0618.
- [6] P. Foka and M. A. Janik, Rev. Phys. **1**, 172 (2016), 1702.07231.
- [7] R. Pasechnik and M. Šumbera, Universe **3**, 7 (2017), 1611.01533.
- [8] L. Susskind, Phys. Rev. **D20**, 2610 (1979).
- [9] Y. Aoki, G. Endrodi, Z. Fodor, S. D. Katz, and K. K. Szabo, Nature **443**, 675 (2006), hep-lat/0611014.
- [10] P. Petreczky, J. Phys. **G39**, 093002 (2012), 1203.5320.
- [11] Wuppertal-Budapest, S. Borsanyi *et al.*, JHEP **09**, 073 (2010), 1005.3508.
- [12] MILC, C. Bernard *et al.*, Phys. Rev. **D71**, 034504 (2005), hep-lat/0405029.
- [13] M. Cheng *et al.*, Phys. Rev. **D74**, 054507 (2006), hep-lat/0608013.
- [14] T. Bhattacharya *et al.*, Phys. Rev. Lett. **113**, 082001 (2014), 1402.5175.
- [15] A. Bazavov *et al.*, Phys. Rev. **D85**, 054503 (2012), 1111.1710.
- [16] A. Ayala, A. Bashir, J. J. Cobos-Martinez, S. Hernandez-Ortiz, and A. Raya, Nucl. Phys. **B897**, 77 (2015), 1411.4953.
- [17] S. Shi, *Event anisotropy v_2 at STAR*, PhD thesis, Hua-Zhong Normal U., 2010.
- [18] STAR, J. Adams *et al.*, Nucl. Phys. **A757**, 102 (2005), nucl-ex/0501009.
- [19] B. B. Back *et al.*, Nucl. Phys. **A757**, 28 (2005), nucl-ex/0410022.
- [20] BRAHMS, I. Arsene *et al.*, Nucl. Phys. **A757**, 1 (2005), nucl-ex/0410020.
- [21] PHENIX, K. Adcox *et al.*, Nucl. Phys. **A757**, 184 (2005), nucl-ex/0410003.
- [22] A. Dainese, C. Loizides, and G. Paic, Eur. Phys. J. **C38**, 461 (2005), hep-ph/0406201.
- [23] R. Bala, I. Bautista, J. Bielcikova, and A. Ortiz, Int. J. Mod. Phys. **E25**, 1642006 (2016), 1605.03939.

- [24] A. Accardi and U. degli studi di Trieste, *Semihard Parton Rescatterings in Heavy-ion Interactions at Collider Energies: Ph. D. Thesis*, PhD thesis, 2001.
- [25] P. F. Kolb, Acta Phys. Hung. **A15**, 279 (2002), nucl-th/0104089.
- [26] G. Antchev *et al.*, EPL **96**, 21002 (2011), 1110.1395.
- [27] LHCb, R. Aaij *et al.*, JHEP **02**, 129 (2015), 1412.2500.
- [28] K. AlpgÅrd *et al.*, Physics Letters B **107**, 310 (1981).
- [29] British-Scandinavian, B. Alper *et al.*, Nucl. Phys. **B87**, 19 (1975).
- [30] F. Abe *et al.*, Phys. Rev. D **41**, 2330 (1990).
- [31] Particle Data Group, J. Beringer *et al.*, Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).
- [32] R. Blankenbecler, A. Capella, J. T. Van, C. Pajares, and A. Ramallo, Physics Letters B **107**, 106 (1981).
- [33] E. Iancu, A. Leonidov, and L. McLerran, The Color glass condensate: An Introduction, in *QCD perspectives on hot and dense matter. Proceedings, NATO Advanced Study Institute, Summer School, Cargese, France, August 6-18, 2001*, pp. 73–145, 2002, hep-ph/0202270.
- [34] Aachen-CERN-Heidelberg-Munich, W. Thome *et al.*, Nucl. Phys. **B129**, 365 (1977).
- [35] J. E. Elias *et al.*, Phys. Rev. D **22**, 13 (1980).
- [36] C. Y. Wong, *Introduction to high-energy heavy ion collisions* (World Scientific, 1995).
- [37] A. E. Brenner *et al.*, Phys. Rev. D **26**, 1497 (1982).
- [38] A. Bialas, M. Bleszynski, and W. Czyz, Nucl. Phys. **B111**, 461 (1976).
- [39] F. Wojciech, *Phenomenology of Ultra-relativistic Heavy-ion Collisions* (World Scientific, 2010).
- [40] A. Capella, Physics Reports **236**, 225 (1994).
- [41] A. B. Kaidalov and K. A. Ter-Martirosian, Sov. J. Nucl. Phys. **39**, 979 (1984), [Yad. Fiz.39,1545(1984)].
- [42] S. Bondarenko, E. Gotsman, E. Levin, and U. Maor, Nuclear Physics A **683**, 649 (2001).
- [43] W. Busza and A. S. Goldhaber, Physics Letters B **139**, 235 (1984).
- [44] R. Vogt, *Ultrarelativistic Heavy-Ion Collisions* (Elsevier Science, 2007).
- [45] D. S. Barton *et al.*, Phys. Rev. D **27**, 2580 (1983).
- [46] T. K. Nayak, Pramana **79**, 719 (2012), 1201.4264.
- [47] J. D. Bjorken, Physical Review D **27**, 140 (1983).
- [48] PHOBOS, B. B. Back *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 022302 (2002), nucl-ex/0108009.
- [49] ALICE, J. Adam *et al.*, Phys. Lett. **B772**, 567 (2017), 1612.08966.
- [50] K. J. Eskola, K. Kajantie, P. V. Ruuskanen, and K. Tuominen, Nucl. Phys. **B570**, 379 (2000), hep-ph/9909456.
- [51] G. Roland, K. Safarik, and P. Steinberg, Prog. Part. Nucl. Phys. **77**, 70 (2014).

- [52] P. Tribedy and R. Venugopalan, Phys. Lett. **B710**, 125 (2012), 1112.2445, [Erratum: Phys. Lett.B718,1154(2013)].
- [53] R. Nouicer, Eur. Phys. J. Plus **131**, 70 (2016), 1512.08993.
- [54] ATLAS, G. Aad *et al.*, Phys. Lett. **B710**, 363 (2012), 1108.6027.
- [55] U. W. Heinz, Landolt-Bornstein **23**, 240 (2010), 0901.4355.
- [56] J.-Y. Ollitrault, Phys. Rev. **D46**, 229 (1992).
- [57] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin, Phys. Rev. **C58**, 1671 (1998), nucl-ex/9805001.
- [58] PHOBOS, S. Manly *et al.*, Nucl. Phys. **A774**, 523 (2006), nucl-ex/0510031.
- [59] ALICE, K. Aamodt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **105**, 252302 (2010), 1011.3914.
- [60] ALICE, K. Aamodt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 032301 (2011), 1105.3865.
- [61] U. Heinz and R. Snellings, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**, 123 (2013), 1301.2826.
- [62] J. Rafelski and B. Müller, Phys. Rev. Lett. **48**, 1066 (1982).
- [63] P. Koch, B. Müller, and J. Rafelski, Physics Reports **142**, 167 (1986).
- [64] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, and J. Stachel, Phys. Lett. **B673**, 142 (2009), 0812.1186, [Erratum: Phys. Lett.B678,516(2009)].
- [65] S. Wheaton and J. Cleymans, Comput. Phys. Commun. **180**, 84 (2009), hep-ph/0407174.
- [66] ALICE, B. B. Abelev *et al.*, Phys. Lett. **B728**, 216 (2014), 1307.5543, [Erratum: Phys. Lett.B734,409(2014)].
- [67] ALICE, J. Adam *et al.*, Phys. Lett. **B758**, 389 (2016), 1512.07227.
- [68] J. D. Bjorken, (1982).
- [69] D. A. Appel, Phys. Rev. D **33**, 717 (1986).
- [70] M. Gyulassy and M. Plumer, Phys. Lett. **B243**, 432 (1990).
- [71] CMS, V. Khachatryan *et al.*, JHEP **04**, 039 (2017), 1611.01664.
- [72] STAR, J. Adams *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 162301 (2006), nucl-ex/0604018.
- [73] T. Sjostrand, S. Mrenna, and P. Z. Skands, Comput. Phys. Commun. **178**, 852 (2008), 0710.3820.
- [74] T. Sjöstrand *et al.*, Comput. Phys. Commun. **191**, 159 (2015), 1410.3012.
- [75] D. d’Enterria, PoS **QNP2012**, 018 (2012), 1207.4362.
- [76] CMS, S. Chatrchyan *et al.*, Phys. Lett. **B718**, 773 (2013), 1205.0206.
- [77] T. Matsui and H. Satz, Phys. Lett. **B178**, 416 (1986).
- [78] B. Svetitsky, Phys. Rev. D **37**, 2484 (1988).
- [79] C. Young and E. Shuryak, Phys. Rev. C **79**, 034907 (2009).
- [80] P. Petreczky and C. Young, Few Body Syst. **58**, 61 (2017), 1606.08421.
- [81] N. Brambilla *et al.*, Eur. Phys. J. **C71**, 1534 (2011), 1010.5827.

- [82] A. Andronic *et al.*, Eur. Phys. J. **C76**, 107 (2016), 1506.03981.
- [83] S. Digal, P. Petreczky, and H. Satz, Phys. Rev. **D64**, 094015 (2001), hep-ph/0106017.
- [84] CMS Collaboration, CERN Report No. CMS-PAS-HIN-16-008, 2016 (unpublished).
- [85] CMS, S. Chatrchyan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **109**, 222301 (2012), 1208.2826, [Erratum: Phys. Rev. Lett.120,no.19,199903(2018)].
- [86] Y. Kovchegov and E. Levin, *Quantum Chromodynamics at High Energy* Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology (Cambridge University Press, 2012).
- [87] G. M. Peccini, A fenomenologia de dipolos de cor e a física de saturação em processos soft no regime de altas energias, Master's thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2019.
- [88] G. P. Salam, Elements of QCD for hadron colliders, in *High-energy physics. Proceedings, 17th European School, ESHEP 2009, Bautzen, Germany, June 14-27, 2009*, 2010, 1011.5131.
- [89] F. Halzen and A. Martin, *QUARK & LEPTONS: AN INTRODUCTORY COURSE IN MODERN PARTICLE PHYSICS* (Wiley India Pvt. Limited, 2008).
- [90] G. P. Salam, Elements of QCD for hadron colliders, in *High-energy physics. Proceedings, 17th European School, ESHEP 2009, Bautzen, Germany, June 14-27, 2009*, p. False, 2010, 1011.5131.
- [91] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, Phys. Rev. **185**, 1975 (1969).
- [92] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory* (Westview Press Reading (Mass.), 1995).
- [93] Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977), [Zh. Eksp. Teor. Fiz.73,1216(1977)].
- [94] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972), [Yad. Fiz.15,781(1972)].
- [95] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. **B126**, 298 (1977).
- [96] A. D. Martin, Acta Phys. Polon. **B39**, 2025 (2008), 0802.0161.
- [97] D. Diakonov, CERN Cour. **50N6**, 24 (2010).
- [98] G. S. dos Santos, *Investigando a produção de mésons vetoriais e fótons diretos em colisões envolvendo íons pesados no Large Hadron Collider*, PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2016.
- [99] V. S. Fadin, E. A. Kuraev, and L. N. Lipatov, Phys. Lett. **60B**, 50 (1975).
- [100] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **44**, 443 (1976), [Zh. Eksp. Teor. Fiz.71,840(1976)].
- [101] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977), [Zh. Eksp. Teor. Fiz.72,377(1977)].
- [102] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978), [Yad. Fiz.28,1597(1978)].
- [103] M. Froissart, Phys. Rev. **123**, 1053 (1961).
- [104] L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, Phys. Rept. **100**, 1 (1983).
- [105] A. H. Mueller and J.-w. Qiu, Nucl. Phys. **B268**, 427 (1986).

- [106] S. Donnachie, H. G. Dosch, O. Nachtmann, and P. Landshoff, *Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.* **19**, 1 (2002).
- [107] J. Bartels, E. Gotsman, E. Levin, M. Lublinsky, and U. Maor, *Phys. Lett.* **B556**, 114 (2003), hep-ph/0212284.
- [108] J. Bartels, E. Gotsman, E. Levin, M. Lublinsky, and U. Maor, *Phys. Rev.* **D68**, 054008 (2003), hep-ph/0304166.
- [109] M. Lublinsky, *Sci. Cult. Ser.-Phys.* **21**, 840 (2002), hep-ph/0106114.
- [110] E. Gotsman, E. Levin, M. Lublinsky, and U. Maor, *Eur. Phys. J.* **C27**, 411 (2003), hep-ph/0209074.
- [111] B. Z. Kopeliovich, L. I. Lapidus, and A. B. Zamolodchikov, *JETP Lett.* **33**, 595 (1981), [*Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*33,612(1981)].
- [112] C. G. Callan, Jr. and D. J. Gross, *Phys. Rev. Lett.* **22**, 156 (1969).
- [113] A. Deur, S. J. Brodsky, and G. F. de Teramond, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **90**, 1 (2016), 1604.08082.
- [114] M. V. T. Machado, *Física de Pomeron a altas energias*, PhD thesis, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002.
- [115] J. R. Forshaw and D. A. Ross, *Cambridge Lect. Notes Phys.* **9**, 1 (1997).
- [116] B. U. S. I. in *Theoretical Physics, Lectures in Theoretical Physics*, *Lectures in Theoretical Physics* No. v. 1 (Gordon and Breach, 1962).
- [117] D. N. Kabat, *Comments Nucl. Part. Phys.* **20**, 325 (1992), hep-th/9204103.
- [118] K. J. Golec-Biernat and M. Wusthoff, *Phys. Rev.* **D60**, 114023 (1999), hep-ph/9903358.
- [119] D. Schildknecht, *Subnucl. Ser.* **50**, 45 (2014), 1210.0733.
- [120] ZEUS, M. Derrick *et al.*, *Z. Phys.* **C72**, 399 (1996), hep-ex/9607002.
- [121] I. Balitsky, *Nucl. Phys.* **B463**, 99 (1996), hep-ph/9509348.
- [122] Y. V. Kovchegov, *Phys. Rev.* **D60**, 034008 (1999), hep-ph/9901281.
- [123] H. Mäntysaari, *Balitsky-Kovchegov Equation*, PhD thesis, University of Jyväskylä, 2011.
- [124] A. Mocsy and P. Petreczky, *Phys. Rev.* **D77**, 014501 (2008), 0705.2559.
- [125] A. Mocsy and P. Petreczky, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 211602 (2007), 0706.2183.
- [126] D. E. Kharzeev, E. M. Levin, and K. Tuchin, *Nucl. Phys.* **A924**, 47 (2014), 1205.1554.
- [127] F. Dominguez, D. E. Kharzeev, E. M. Levin, A. H. Mueller, and K. Tuchin, *Phys. Lett.* **B710**, 182 (2012), 1109.1250.
- [128] A. M. Stasto, K. J. Golec-Biernat, and J. Kwiecinski, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 596 (2001), hep-ph/0007192.
- [129] E. Levin and K. Tuchin, *Nucl. Phys.* **B573**, 833 (2000), hep-ph/9908317.
- [130] E. Levin and K. Tuchin, *Nucl. Phys.* **A691**, 779 (2001), hep-ph/0012167.
- [131] E. Levin and K. Tuchin, *Nucl. Phys.* **A693**, 787 (2001), hep-ph/0101275.
- [132] E. Iancu, K. Itakura, and L. McLerran, *Nucl. Phys.* **A708**, 327 (2002), hep-ph/0203137.

- [133] K. Marasinghe and K. Tuchin, Phys. Rev. **C84**, 044908 (2011), 1103.1329.
- [134] B. Z. Kopeliovich and A. V. Tarasov, Nucl. Phys. **A710**, 180 (2002), hep-ph/0205151.
- [135] N. N. Nikolaev, G. Piller, and B. G. Zakharov, J. Exp. Theor. Phys. **81**, 851 (1995), hep-ph/9412344, [Zh. Eksp. Teor. Fiz.108,1554(1995)].
- [136] B. Z. Kopeliovich, Dynamics and phenomenology of charmonium production off nuclei, in *QCD phase transitions. Proceedings, 25th International Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, Hirschegg, Austria, January 13-18, 1997*, pp. 281–292, 1997, hep-ph/9702365, [,281(1997)].
- [137] M. Kaku, *Quantum Field Theory: A Modern Introduction* (Oxford University Press, 1993).
- [138] C. Itzykson and J. Zuber, *Quantum Field Theory* Dover Books on Physics (Dover Publications, 2012).
- [139] A. B. Zamolodchikov, B. Kopeliovich, and L. Lapidus, JETP Lett **33** (1981).
- [140] Z.-B. Kang, Y.-Q. Ma, and R. Venugopalan, JHEP **01**, 056 (2014), 1309.7337.
- [141] A. Krasnitz and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **B557**, 237 (1999), hep-ph/9809433.
- [142] A. Krasnitz and R. Venugopalan, Phys. Rev. Lett. **84**, 4309 (2000), hep-ph/9909203.
- [143] A. Krasnitz, Y. Nara, and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **A727**, 427 (2003), hep-ph/0305112.
- [144] T. Lappi, Phys. Rev. **C67**, 054903 (2003), hep-ph/0303076.
- [145] J. P. Blaizot, F. Gelis, and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **A743**, 13 (2004), hep-ph/0402256.
- [146] J. P. Blaizot, F. Gelis, and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **A743**, 57 (2004), hep-ph/0402257.
- [147] L. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. D **49**, 2233 (1994).
- [148] L. D. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D49**, 3352 (1994), hep-ph/9311205.
- [149] S. Jeon and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D70**, 105012 (2004), hep-ph/0406169.
- [150] S. Jeon and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D71**, 125003 (2005), hep-ph/0503219.
- [151] A. Dumitru and E. Petreska, Nucl. Phys. **A879**, 59 (2012), 1112.4760.
- [152] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, and H. Weigert, Phys. Rev. **D59**, 014015 (1998), hep-ph/9709432.
- [153] E. Iancu, A. Leonidov, and L. D. McLerran, Nucl. Phys. **A692**, 583 (2001), hep-ph/0011241.
- [154] F. Gelis and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D69**, 014019 (2004), hep-ph/0310090.
- [155] G. T. Bodwin, E. Braaten, and G. P. Lepage, Phys. Rev. **D51**, 1125 (1995), hep-ph/9407339, [Erratum: Phys. Rev.D55,5853(1997)].
- [156] M. Krämer, Prog. Part. Nucl. Phys. **47**, 141 (2001), hep-ph/0106120.
- [157] P. L. Cho and A. K. Leibovich, Phys. Rev. **D53**, 150 (1996), hep-ph/9505329.
- [158] A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B415**, 373 (1994).
- [159] A. H. Mueller and B. Patel, Nucl. Phys. **B425**, 471 (1994), hep-ph/9403256.
- [160] A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B437**, 107 (1995), hep-ph/9408245.
- [161] D. Kharzeev and K. Tuchin, Nucl. Phys. **A770**, 40 (2006), hep-ph/0510358.

- [162] D. Kharzeev, E. Levin, M. Nardi, and K. Tuchin, Phys. Rev. Lett. **102**, 152301 (2009), 0808.2954.
- [163] D. Kharzeev, E. Levin, M. Nardi, and K. Tuchin, Nucl. Phys. **A826**, 230 (2009), 0809.2933.
- [164] H. Fujii, F. Gelis, and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **A780**, 146 (2006), hep-ph/0603099.
- [165] H. Fujii and K. Watanabe, Nucl. Phys. **A915**, 1 (2013), 1304.2221.
- [166] Y. V. Kovchegov, Phys. Rev. **D54**, 5463 (1996), hep-ph/9605446.
- [167] K. J. Golec-Biernat and M. Wusthoff, Phys. Rev. **D59**, 014017 (1998), hep-ph/9807513.
- [168] S. J. Brodsky, L. Frankfurt, J. F. Gunion, A. H. Mueller, and M. Strikman, Phys. Rev. **D50**, 3134 (1994), hep-ph/9402283.
- [169] G. Sampaio dos Santos and M. V. T. Machado, J. Phys. **G42**, 105001 (2015), 1411.7918.
- [170] A. H. Mueller, Nucl. Phys. **B335**, 115 (1990).
- [171] Y. V. Kovchegov, Nucl. Phys. **A692**, 557 (2001), hep-ph/0011252.
- [172] A. Dumitru, A. Hayashigaki, and J. Jalilian-Marian, Nucl. Phys. **A770**, 57 (2006), hep-ph/0512129.
- [173] H. Kowalski, L. Motyka, and G. Watt, Phys. Rev. **D74**, 074016 (2006), hep-ph/0606272.
- [174] D. Kharzeev, Y. V. Kovchegov, and K. Tuchin, Phys. Lett. **B599**, 23 (2004), hep-ph/0405045.
- [175] K. Tuchin, Nucl. Phys. **A798**, 61 (2008), 0705.2193, [J. Phys.G35,no.5,054001.43(2008)].
- [176] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, and R. Venugopalan, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **60**, 463 (2010), 1002.0333.
- [177] H. Weigert, Prog. Part. Nucl. Phys. **55**, 461 (2005), hep-ph/0501087.
- [178] J. Jalilian-Marian and Y. V. Kovchegov, Prog. Part. Nucl. Phys. **56**, 104 (2006), hep-ph/0505052.
- [179] A. H. Mueller and D. N. Triantafyllopoulos, Nucl. Phys. **B640**, 331 (2002), hep-ph/0205167.
- [180] V. P. Gonçalves, G. Sampaio dos Santos, and C. R. Sena, (2019), 1911.00345.
- [181] E. G. Ferreira, F. Fleuret, J. P. Lansberg, and A. Rakotozafindrabe, Phys. Rev. **C88**, 047901 (2013), 1305.4569.
- [182] LHCb, R. Aaij *et al.*, JHEP **02**, 072 (2014), 1308.6729.
- [183] LHCb, R. Aaij *et al.*, JHEP **07**, 094 (2014), 1405.5152.
- [184] LHCb, R. Aaij *et al.*, Phys. Lett. **B774**, 159 (2017), 1706.07122.
- [185] LHCb, R. Aaij *et al.*, JHEP **11**, 194 (2018), 1810.07655, [Erratum: JHEP02,093(2020)].
- [186] ALICE, B. B. Abelev *et al.*, JHEP **02**, 073 (2014), 1308.6726.
- [187] ALICE, S. Acharya *et al.*, JHEP **07**, 160 (2018), 1805.04381.
- [188] CMS, C. Collaboration, (2019).
- [189] ATLAS, M. Aaboud *et al.*, Eur. Phys. J. **C78**, 171 (2018), 1709.03089.
- [190] PHENIX, A. Adare *et al.*, Phys. Rev. Lett. **107**, 142301 (2011), 1010.1246.

- [191] N. Armesto, C. A. Salgado, and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. Lett. **94**, 022002 (2005), hep-ph/0407018.
- [192] K. Golec-Biernat and S. Sapeta, JHEP **03**, 102 (2018), 1711.11360.
- [193] A. H. Rezaeian and I. Schmidt, Phys. Rev. **D88**, 074016 (2013), 1307.0825.
- [194] M. Glück, J. F. Owens, and E. Reya, Phys. Rev. D **17**, 2324 (1978).

