

Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Marcio de Sousa Mateus Junior

**Investigação da Natureza de um Mediador
Vetorial Massivo para a Matéria Escura por
meio de Colisões e^+e^- ***

Brasil

2020

*Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Marcio de Sousa Mateus Junior

**Investigação da Natureza de um Mediador Vetorial
Massivo para a Matéria Escura por meio de Colisões e^+e^-**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Instituto de Física – IF

Programa de Pós-Graduação em Física – PPGFís

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira

Brasil

2020

Marcio de Sousa Mateus Junior

Investigação da Natureza de um Mediador Vetorial Massivo para a Matéria Escura por meio de Colisões e^+e^- / Marcio de Sousa Mateus Junior. – Brasil, 2020-135p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS
Instituto de Física – IF
Programa de Pós-Graduação em Física – PPGFís, 2020.

1. Física. 2. Cosmologia. 3. Matéria Escura. I. Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira. II. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. III. Instituto de Física. IV. Investigação da Natureza de um Mediador Vetorial Massivo para a Matéria Escura por meio de Colisões e^+e^- .

Marcio de Sousa Mateus Junior

**Investigação da Natureza de um Mediador Vetorial
Massivo para a Matéria Escura por meio de Colisões e^+e^-**

Dissertação de Mestrado Acadêmico apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Defesa pública ocorrida em Porto Alegre, 05 de Março de 2020:

Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira
Orientador

Prof. Dr. Farinaldo da Silva Queiroz
International Institute of Physics - UFRN

Prof. Dr. Dimiter Hadjimichef
Instituto de Física - UFRGS

Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado
Instituto de Física - UFRGS

Brasil

2020

Agradecimentos

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha mãe, Cleonice Alves de Souza, por todo o seu apoio incondicional desde sempre, à minha companheira, Barbara Cunha, por todos os incentivos, revisões e traduções, além de todo carinho, amor e (muita) paciência durante a realização deste trabalho e, também, à toda minha família, que sempre me auxilia e me incentiva em qualquer oportunidade.

Gostaria também de expressar minha gratidão ao meu orientador, Prof. Dr. Gustavo Gil da Silveira, por toda disposição, dedicação e valiosas retificações, sem as quais este trabalho com certeza não seria o mesmo. Agradeço também aos membros da banca, Prof. Dr. Dimiter Hadjimichef, pela paciência durante as aulas de Campos, Prof. Dr. Farinaldo Queiroz, pela simpatia e *insights* inestimáveis e ao Prof. Dr. Magno Valério Trindade Machado, pelo apoio sempre presente. Estes agradecimentos também se estendem para os Prof. Dr. Emerson Luna, por me fortalecer nas bases da Mecânica Quântica e à Prof^a. Dr^a. Ana Chies Santos por me guiar (e me aguentar) nos primeiros dias dentro de uma universidade nova e por todo o seu encorajamento à divulgação científica. Em especial, um agradecimento à todos os funcionários do Instituto de Física da UFRGS, principalmente à Liane Denise Thier Ruschel, por todos os e-mails e dicas imprescindíveis para o desenvolvimento do meu Mestrado.

Agradeço ainda às agências de fomento que financiaram esta pesquisa, à *todos* os meus professores, pelo conhecimento adquirido durante todos esses anos, e aos colegas e amigos que, de uma forma ou de outra, acabaram por contribuir para a realização deste trabalho.

Resumo

Diversos estudos têm se proposto a estudar a natureza da matéria escura (ME) e tentar desvendar a sua origem. Abordagens distintas têm sido empregadas para tentar compreender como a ME interage e quais seriam os mecanismos possíveis para detectá-la. Teorias além do Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP) podem ser eficazes neste processo ao empregar modelos efetivos, simplificados ou mais completos para descrever a ME. Experimentos de detecção direta, indireta e buscas em colisores têm excluído grande parte dos modelos para ME. Entretanto, há indicações de que a ME ainda pode ser constituída de partículas e mediadores de alta massa, estes últimos da ordem de TeV. Sendo assim, este trabalho se propõe a investigar a interação entre férmions, mais especificamente pares elétron-pósitron, e partículas de ME pela interação via um novo mediador vetorial massivo, Z' . Foi estudada a produção de pares de ME escalar, fermiônica e vetorial via aniquilação de pares elétron-pósitron através do novo bóson Z' , avaliando a seção de choque total em termos das variáveis de Mandelstam no referencial do centro de massa e em função das larguras de decaimento e acoplamentos deste bóson mediador. Esta abordagem se baseia na possibilidade de se observar tal mecanismo de produção em experimentos realizados com aceleradores de léptons, mais especificamente, colisores elétron-pósitron. Como resultado, a distribuição de possíveis valores para as constantes de acoplamento entre a ME e o MP são investigados segundo os limites de exclusão obtidos pelo experimento *Compact Muon Solenoid* e pelo satélite Planck. Ademais, mostramos ainda que existem diversas possibilidades para possíveis massas deste novo bóson mediador massivo e para as partículas da ME que ainda recaem fora dos limites de exclusão parametrizados.

Palavras-chave: matéria escura. física de partículas. cosmologia. modelos efetivos. mediadores massivos.

Abstract

Several studies have been dedicated to study the nature of dark matter (DM) and to try to discover its origin. Different approaches have been employed to understand how DM interacts and what are possible mechanisms to detect it. Theories beyond the Standard Model of Elementary Particles (SM) could achieve this by employing effective, simplified, or more complete models. Direct, indirect, and collider searches have excluded much of the parameter space for DM, however still indicating that DM can be made up of particles and mediators of high mass, the latter believed to be of the order of TeV. Hence, this work aims to investigate the interaction between fermions, more specifically electron-positron pairs, and DM particles through interaction of a new massive vector mediator, Z' . The production of scalar, fermionic, and vector DM pairs via electron-positron annihilation to this new boson was investigated, evaluating the total cross section in terms of the Mandelstam variables in the center of mass frame and in function of the decay width and the couplings to the massive mediator. This approach is based on the opportunities of observing such production mechanism in electron-positron accelerators. As a result, the possible values of the coupling constants between the DM and the SM are mapped according to the exclusion limits obtained by the Compact Muon Solenoid (CMS) experiment and the Planck satellite. Furthermore, we show that there are several possibilities for mass ranges of this new massive mediator and for the particles of DM which are not excluded by the collider and astrophysical limits.

Keywords: dark matter. particle physics. cosmology. effective models. massive mediators

Lista de abreviaturas e siglas

BBN	<i>Big Bang Nucleosynthesis</i>
CDM	<i>Cold Dark Matter</i>
CERN	Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear
CHAMP	<i>CHarged Massive Particles</i>
CMB	<i>Cosmic Microwave Background</i>
CMS	<i>Compact Muon Solenoid</i>
CP	<i>Charge-Parity</i>
FIMP	<i>Feebly Interacting Massive Particle</i>
FRLW	Friedmann-Lemaître-Robinson-Walker
GUT	<i>Grand Unified Theory</i>
LEP	<i>Large Electron-Positron</i>
LHC	<i>Large Hadron Collider</i>
ME	matéria escura
MoND	<i>Modified Newton Dynamics</i>
MP	Modelo Padrão
MQ	Mecânica Quântica
MSSM	<i>Minimal Supersymmetric Standard Model</i>
QED	<i>Quantum Electrodynamics</i>
RG	Relatividade Geral
SIMP	<i>Strongly Interacting Massive Particles</i>
SUSY	<i>Supersymmetry</i>
TOE	<i>Theory of Everything</i>
TQC	Teoria Quântica de Campos
UED	<i>Universal Extra Dimensions</i>
WIMP	<i>Weakly Interacting Massive Particle</i>

Comunicado de Imprensa

"Aquele Universo ali é de quê?"

Essa pergunta não serve só para salgados. Pesquisadores brasileiros tentam desvendar o conteúdo desconhecido do próprio Universo!

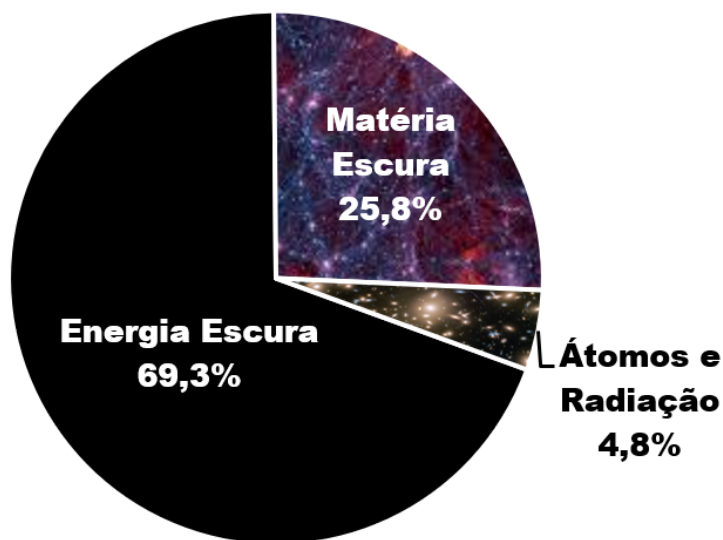


Pesquisadores da UFRGS se esforçam para tentar revelar do que é feita a matéria escura que compõe mais de 25% do Universo e que ninguém (até hoje) sabe exatamente do que é feita. A pesquisa ainda está em andamento e promete revelar novas formas de interação dessa estranha forma de matéria com o restante do Universo.

Afinal, quem nunca se perguntou do que é feita alguma coisa? Seja para saber o que tem dentro de um salgado na feira, ou mesmo saber do que é feito um tijolo na hora de construir uma casa... Saber a composição das coisas é importante, não só para se entender o mundo ao nosso redor, como também para saber como lidar com essa informação no caso de um imprevisto (melhor saber de antemão que aquele pastel de palmito tem um bocado de pimenta do que ser pego de surpresa, certo?)

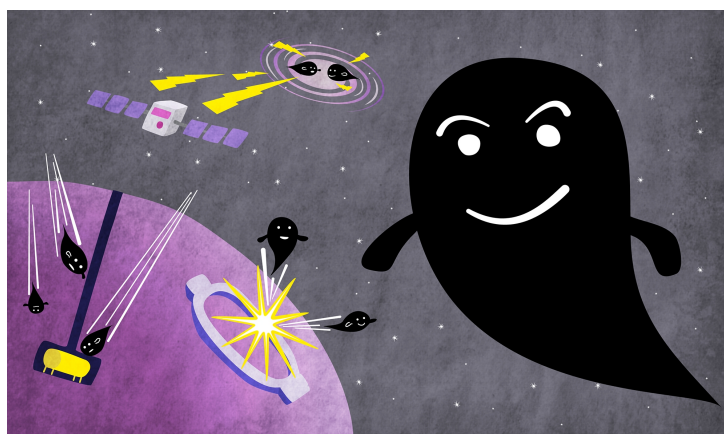
Cientistas já sabem há algum tempo que galáxias, estrelas, planetas, pessoas e meias perdidas não são tudo o que existe no Universo. Tudo isso corresponde à apenas cerca de 5% de tudo o que está aí. Os outros 95% são uma grande incógnita que pesquisadores se esforçam para entender. Você pode se perguntar então: "Ok, mas como a gente sabe *tanto* do que nem sabemos o que é?" Em outras palavras, como mensurar tamanha ignorância

Composição Atual do Universo



sobre o próprio Universo? A resposta é complicada e envolve muita observação e pesquisa de base, mas o importante é saber que, olhando pro céu, cientistas perceberam que mais ou menos 1/4 do Universo é feito de alguma matéria que mantém estrelas e galáxias unidas, mas essa não é em quase *nada* parecida com o que estamos acostumados. É uma outra coisa, que ninguém sabe. Resolveu-se, então, chamar essa matéria desconhecida de *matéria escura*. Existe inclusive um ditado na física de que quando os cientistas não tem a mínima ideia do que algo seja, dizem que é "*algo* escuro". Como se não bastasse, ainda existem 3/4 (!) do Universo compostos por uma tal "energia escura", que a única coisa que se sabe é que esta lá, fazendo o Universo se expandir a uma taxa cada vez maior.

Elaborar hipóteses é parte fundamental do método científico e, em resumo, é este o trabalho da maioria dos pesquisadores que trabalham tentando entender a matéria escura. A maioria destas hipóteses são baseadas em propriedades que já conhecemos da matéria que compõem as coisas ao nosso redor. É neste sentido que o trabalho dos pesquisadores da UFRGS se propõe em avaliar três possíveis candidatos de matéria escura, que interagiriam com o restante da matéria pelo intermédio de uma outra partícula desconhecida, mas com propriedades quase iguais à da luz (só que com massa... estranho, não?).





No início do Universo, estima-se que a matéria escura interagia com todas as outras partículas, mas, a medida que o tempo foi passando, essa interação parou de ocorrer. Hoje, pode-se tentar detectar a matéria escura de três maneiras diferentes. Uma é tentar observar o que ela faz em galáxias distantes via satélites que estão ao redor da Terra, chamada de detecção indireta. Outra é detectar a matéria escura que está por aqui mesmo, ao nosso redor, diretamente, mas para isso é preciso isolar qualquer interferência externa, construindo laboratórios bem profundos no subsolo. E uma terceira maneira é tentar produzir a sua própria matéria escura, simulando condições que existiam bem no início do Universo, quando a matéria escura que está por aí foi produzida, utilizando para isso grandes aceleradores de partículas.

Mesmo que não se encontre nenhuma evidência indubitável da existência de matéria escura, todo o investimento em tecnologia e pesquisa de base envolvida na

sua busca acaba voltando, de uma forma ou de outra, para a sociedade por meio dos mais diversos avanços tecnológicos em várias áreas como medicina, engenharia e informática. E, seja como for, mesmo que encontrada alguma explicação para a matéria escura ao longo dos próximos anos, quem sabe quais novas questões isso não irá trazer? E assim caminha a Ciência...

Contatos para entrevistas:

Marcio de Sousa Mateus Junior, Aluno de Pós-Graduação em Física, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, msmateusjr@gmail.com ; (51) 99348-2631.

Gustavo Gil da Silveira, Professor Adjunto, Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, gustavo.silveira@ufrgs.br.

Fontes das Imagens: *Symmetry Magazine*, *SLAC National Accelerator Laboratory* e Autor

Neste trabalho foi utilizado $\hbar = c = k_B = 1$.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
2	EVIDÊNCIAS OBSERVACIONAIS DA EXISTÊNCIA DE ME	25
2.1	Aglomerados de Galáxias	25
2.2	Curvas de Rotação de Galáxias	27
2.3	Lentes gravitacionais	29
2.4	Radiação Cósmica de Fundo (CMB)	30
2.5	Formação de Estruturas de larga escala	33
2.6	<i>Freeze-out</i> da Matéria Escura	36
3	MODELOS E MÉTODOS DE DETECÇÃO DE ME	41
3.1	Além do Modelo Padrão	41
3.2	Alguns Modelos de Incorporação da ME no MP	43
3.3	Métodos de Detecção de ME	45
3.3.1	Detecção direta	46
3.3.2	Detecção indireta	49
3.3.3	Busca em colisores	51
4	MODELAGEM TEÓRICA E RESULTADOS	57
4.1	Um (novo) bóson massivo e sua interação com a ME	57
4.1.1	ME Escalar	57
4.1.2	ME Fermiônica	58
4.1.3	ME Vetorial	59
4.2	Cinemática dos Processos	60
4.2.1	Espalhamento $2 \rightarrow 2$ no Referencial do CM	60
4.2.2	Cinemática dos Vetores de Polarização	62
4.3	Amplitudes de espalhamento	64
4.4	Larguras de Decaimento	67
4.4.1	Decaimento $1 \rightarrow 2$ no Referencial do CM	67
4.5	Seções de Choque Totais	70
5	DISCUSSÃO	75
5.1	Limites de exclusão e Parametrizações	75
5.2	Resultados envolvendo produção de ME via colisões e^+e^-	77
5.2.1	ME Escalar	81
5.2.2	ME Fermiônica	85

5.2.3	ME Vetorial	88
6	CONCLUSÃO	91
	REFERÊNCIAS	95
	APÊNDICES	105
	APÊNDICE A – COSMOLOGIA	107
A.1	Espaços curvos, Relatividade e Métricas	107
A.2	Métrica de Friedmann-Lemaître-Robinson-Walker e a Equação de Friedmann	110
A.3	Equação de Boltzmann	113
A.4	Breve História do Universo	115
	APÊNDICE B – CONCEITOS BÁSICOS DA FORMULAÇÃO DA ME NUMA TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS	119
B.1	Interações Fundamentais e Classificação de Partículas	119
B.2	Um Breve Resumo sobre Lagrangianas e QED	121
B.3	Seção de Choque Diferencial para um Processo $2 \rightarrow 2$	123
B.4	Regras de Feynman	124
B.5	Mediadores Massivos e Ressonâncias	126
	ANEXOS	131
	ANEXO A – PROGRAMAS EM PYTHON	133

1 Introdução

No início do século XX não se esperava, nem nos mais ousados modelos teóricos, a existência de uma matéria intangível que não interagisse com a matéria bariônica observável de nenhuma maneira que não fosse a gravitacional. Até mesmo antes de Hubble [1] e outros astrônomos observarem que as então chamadas nebulosas eram na verdade galáxias inteiras, não seria necessário, a princípio, a existência de um outro tipo de matéria, ainda desconhecida.

Porém, o primeiro grande indício de que existiria algum tipo exótico de matéria veio com as observações de Fritz Zwicky em 1933 [2], que mediu as velocidades radiais do aglomerado de galáxias de Coma. Ao analisar o *redshift*, ou desvio para o vermelho, das estrelas presentes nas galáxias do aglomerado, ele foi capaz de mostrar, utilizando o Teorema do Virial, que para as velocidades observadas a massa presente no aglomerado deveria ser, no mínimo, 400 vezes maior do que a massa luminosa observável [3]. Zwicky batizou esse excesso de massa de *dunkle Materie*, matéria escura (ME), uma vez que esta não emitia ou refletia qualquer luz. Com observações posteriores em diferentes comprimentos de ondas, constatou-se que, mesmo considerando a massa do gás difuso presente no aglomerado, a massa visível do aglomerado só contribuiria para uma pequena parcela de sua massa total, ainda deixando grande margem para um componente escuro [4]. Além disso, outras evidências empíricas sugerem fortemente a existência de ME, como discutiremos no decorrer deste trabalho.

Observações posteriores, principalmente da radiação cósmica de fundo [4], conseguiram estimar, com alguma precisão, as densidades de matéria-energia de todo Universo^a. As medidas mais recentes apontam para uma distribuição de matéria-energia no Universo onde: $4,86 \pm 0,10\%$ é matéria bariônica, $25,89 \pm 0,57\%$ é ME e $69,11 \pm 0,62\%$ é energia escura [5]. Sendo assim, muito se sabe sobre os $\sim 5\%$ de matéria bariônica que compõe o Universo observável, porém temos pouquíssimas informações a respeito dos outros $\sim 95\%$ que constituem o Universo.

Com base no conhecimento desenvolvido para as interações entre as partículas que constituem o Modelo Padrão das Partículas Elementares (MP) (*Standard Model*, em inglês), diversas propostas têm se dedicado a tentar propor uma possível composição para a ME. Em se tratando de uma matéria ainda desconhecida e que não possui interação convencional com a matéria bariônica, novos modelos tentam descrever a ME assumindo similaridade com as interações eletromagnética ou eletrofraca [6]. Alguns candidatos surgem com base nas propostas para corrigir os problemas encontrados no MP, tais como

^a Considerando um modelo cosmológico do tipo Λ_{CDM} , o que será discutido no próximo capítulo.

o problema de hierarquia relacionado à diferente intensidade das forças fundamentais e as diferentes massas dos férmions presentes no Universo [7], violação de simetria de carga e paridade (CP) [8], entre outros. Vários destes modelos apresentam uma Lagrangiana enxuta contendo somente termos referentes aos acoplamentos efetivos da ME e, eventualmente, com a matéria convencional. Estes modelos são chamados de *efetivos*, os quais possuem limites de validade e problemas técnicos que podem inviabilizar sua aplicação, como ferirem a propriedade de renormalização. Esta dificuldade muitas vezes é superada ao limitar a aplicabilidade do modelo a um intervalo de massa para o candidato ou utilizar abordagens específicas, como singletos fermiônicos [9].

Além do problema de renormalização, outro problema presente em modelos efetivos é a ausência de implicações das correlações físicas observadas nas medidas experimentais. Uma solução para esta categoria de modelos é buscar uma descrição mais próxima às abordagens do MP, fazendo uso de propagadores para os mediadores das interações. Assim, surgem os modelos ditos *simplificados*, onde espera-se que a ME possua um mediador da interação, o qual pode decair em partículas da própria ME ou em partículas da matéria convencional [6]. Com isso, consegue-se a liberdade de aplicar parâmetros livres ligados à interação, como as constantes de acoplamento com a ME e as massas do mediador e das partículas da ME. Com base na teoria fraca, estes mediadores estão ligados aos tipos de acoplamentos possíveis de serem aplicados analiticamente, e diversos são explorados, tais como: vetoriais, escalares, pseudo-escalares, axial-vetorial, dentre outros.

Por fim, teorias completas se baseiam em teorias já consolidadas como extensões do MP com o objetivo de incorporar os aspectos físicos conhecidos do MP. Neste caso, citam-se o Modelo Mínimo Superssimétrico [10], Dimensões Extras [11] e o chamado Pequeno Higgs [12], o qual tenta aplicar ideias de desconstrução de dimensões para estabilizar a massa do bóson de Brout-Englert-Higgs (BEH) devido às suas grandes correções de mais alta ordem.

Neste trabalho, investigaremos um modelo simplificado utilizando como mediador um bóson vetorial massivo, análogo ao bóson Z^0 do MP, o qual chamaremos de Z' . Este bóson se acoplará tanto com matéria convencional quanto com partículas da ME. Assim, esta abordagem se baseará nos estudos efetuados por meio de modelos simplificados, onde a Lagrangiana será composta de componentes cinéticas e termos de fontes para férmions do MP além de diferentes acoplamentos para três tipos de ME, a saber: fermiônica, escalar e vetorial. Esta abordagem se torna interessante por tratar o bóson Z' como um bóson de interação acoplado a partículas da ME, o que já tem sido tratado no contexto de observação no LHC [13, 14]. Por outro lado, no seu acoplamento com férmions do MP, esta abordagem permite investigar aplicações distintas nos mecanismos de produção estudados em experimentos de alta energia ao introduzir esta produção no estado inicial dos processos de colisão.

No Capítulo 2 apresentaremos algumas evidências observacionais que sugeriram a

existência da ME ao longo dos anos desde o início do século XX. No Capítulo 3 discutiremos algumas abordagens previstas para Nova Física além do MP e alguns experimentos promissores para detecção direta e indireta de ME, além da possível produção e observação dela em grandes colisores de partículas como o LHC e o futuro *Compact Linear Collider* (CLIC) no CERN. Trataremos do modelo estudado no Capítulo 4, mostrando suas características e diferentes parametrizações para que apresentemos os resultados discutidos nos Capítulo 6. Finalmente, concluímos discutindo perspectivas futuras de encaminhamento deste trabalho. Informações úteis quanto ao embasamento teórico de cosmologia e física de partículas dos processos discutidos neste trabalho estarão reunidos nos anexos A e refpartículas.

2 Evidências Observacionais da Existência de ME

2.1 Aglomerados de Galáxias

Observações experimentais ao longo dos séculos nos mostram que a teoria da gravidade é uma descrição fidedigna da natureza que nos rodeia. Olhando para o céu, cientistas podem aferir a quantidade de massa de um sistema mais ou menos isolado apenas observando a movimentação desse sistema com relação aos outros objetos ali presentes. Além disso, consegue-se estimar a quantidade de massa de uma estrela (e, por consequência, de uma galáxia inteira) pela quantidade de luz que ela emite. Foi comparando essas medidas que Fritz Zwicky [15] pioneiramente notou que a quantidade de massa prevista gravitacionalmente para o aglomerado de Coma (um conjunto de mais de 1000 galáxias) divergia em quase 400 vezes [3] com a massa luminosa aferida observacionalmente. Para tal determinação Zwicky utilizou o Teorema do Virial que, resumidamente, nos diz que, para um sistema gravitacionalmente estável e que não está se contraindo ou se expandindo, há uma relação entre a velocidade média das partículas de um sistema com a sua energia potencial gravitacional [16], a saber:

$$\langle K \rangle = -\frac{1}{2} \langle U \rangle. \quad (2.1.1)$$

Medidas de *redshift* indicavam que a velocidade de dispersão média das galáxias era da ordem de 700 km/s. O *redshift*, z , é um fenômeno eletromagnético que ocorre quando a luz emitida por um objeto sofre um aumento em seu comprimento de onda em relação a um observador, em qualquer faixa do espectro. Tal aumento pode se dar via efeito Doppler, contração/expansão do espaço percorrido pela luz ou ainda via efeitos gravitacionais. O *redshift* de uma galáxia pode ser calculado medindo-se o desvio da linha espectral de um átomo conhecido, como o hidrogênio por exemplo. O desvio destas linhas para comprimentos de onda maiores ou menores do espectro ficou conhecido como *redshift* e *blueshift*, respectivamente. O *redshift* é um parâmetro adimensional pode ser deduzido conhecendo-se o comprimento de onda emitido na fonte (λ_{emit}) e o comprimento de onda observado (λ_{obs}), com o emissor parado em relação ao observador, através da relação

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{emit}}}{\lambda_{\text{emit}}} \Rightarrow 1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{emit}}}. \quad (2.1.2)$$

E sabe-se que há, assim, uma relação linear entre o *redshift* z e a distância atual $d(t_0)$ entre o observador e um dado objeto dada pela Lei de Hubble

$$z = H_0 d(t_0), \quad (2.1.3)$$

onde H_0 é o parâmetro de Hubble, que discutiremos nas seções a seguir.

Portanto, para que o aglomerado se mantivesse coeso (sem que houvesse dispersão das galáxias para longe do centro de massa do sistema), era necessário uma massa de $\sim 10^{13} M_\odot$, o qual estava bem acima do estimado para a massa luminosa do aglomerado. Em outras palavras, um sistema de galáxias com velocidades tão altas não deveria se manter coeso ao longo do tempo caso a massa responsável pelo potencial gravitacional fosse apenas a massa luminosa. Medidas mais recentes levam em conta também a massa do gás interestelar (que Zwicky não tinha ciência na época), contribuindo com parte significativa da massa do aglomerado [17]. Porém, mesmo levando-se em consideração estes outros fatores, a massa total do aglomerado ainda é cerca de seis vezes menor que a massa necessária para manter todas as galáxias no mesmo potencial gravitacional.

Uma divergência tão grande entre teoria e dados experimentais só poderia ser explicada de duas formas: ou o que se sabia sobre gravitação e determinação das massas luminosas de galáxias estava equivocado, ou estava-se deixando passar alguma coisa despercebida. A primeira hipótese levou alguns cientistas a formularem uma Dinâmica Newtoniana Modificada (*Modified Newton Dynamics*, MoND, em inglês) [18], que modificava o termo de aceleração da Segunda Lei de Newton para grandes acelerações. Assim, teríamos que

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} = m\vec{a}\mu(a), \quad (2.1.4)$$

onde $\mu(a) \cong 1$ para baixas acelerações, enquanto para acelerações muito altas assumiria a forma $\mu(a) = a/a_0$, onde $a_0 \approx 10^{-10} \text{ m/s}^2$ é constante [3]. Porém, apesar de conseguir uma boa descrição para a dispersão de velocidades radiais de galáxias e aglomerados, MoND falha ao explicar alguns outros fenômenos ligados à existência de uma massa extra como colisões entre aglomerados e evidências estatísticas da radiação cósmica de fundo (*Cosmic Microwave Background*, CMB, em inglês), como veremos a seguir.

Já a segunda hipótese^a, adotada por Zwicky, foi de que este *algo* que estávamos deixando de notar seria algum tipo de matéria que não emitia nem refletia nenhuma luz já que não era detectada por nenhum telescópio. Zwicky oportunamente a batizou de "*dunkle Materie*", ou Matéria Escura (ME) (*Dark Matter*, em inglês) [15]. Estudos posteriores continuaram a sondar o Universo em busca de novas evidências e características desta matéria que, aparentemente, só interagia gravitacionalmente. Interessante notar que, desde a primeira estimativa da quantidade de ME presente no aglomerado de Coma até o momento da escrita deste trabalho, todas as evidências que apontam para a existência de ME vêm de estruturas em grande escala^b. Veremos mais algumas das principais evidências no decorrer deste capítulo.

^a Que ficou muito mais conhecida, claramente.

^b Maiores que aglomerados globulares de estrelas, por exemplo.

2.2 Curvas de Rotação de Galáxias

As ideias de Zwicky não foram muito bem recebidas pela comunidade científica num primeiro momento [19]. A hipótese da presença de uma ME no Universo se manteve mais ou menos dormente até novas evidências surgirem no final da década de 1960. Um estudo encabeçado por Vera Rubin [20] mostrou que galáxias espirais também exibiam uma discrepância na velocidade radial de estrelas afastadas do centro galáctico. Medidas feitas por Rubin e outros astrônomos indicavam que a velocidade radial das estrelas, a medida que estas se afastavam do centro da galáxia, não decaía com $1/\sqrt{R}$, mas sim permanecia constante^c. Tais velocidades, da ordem de ~ 100 km/s, fariam com que estrelas mais afastadas do núcleo da galáxia fossem ejetadas para seu exterior caso não houvesse nenhuma força adicional que as mantivessem na própria galáxia.

Podemos demonstrar isso com uma aplicação da dinâmica Newtoniana, que nos diz que a aceleração centrípeta para manter um objeto em movimento circular uniforme é:

$$|\vec{a}_c| = \frac{v_{rad}^2}{R}, \quad (2.2.1)$$

onde v_{rad} é a velocidade radial de uma estrela. Seja esta aceleração aquela produzida por uma distribuição de massa $M(R)$ esfericamente centrada no interior da galáxia, teremos, então, de acordo com a gravitação Newtoniana:

$$|\vec{a}_c| = \frac{v_{rad}^2}{R} = \frac{GM(R)}{R^2}, \quad (2.2.2a)$$

$$v_{rad} = \sqrt{\frac{GM(R)}{R}}, \quad (2.2.2b)$$

onde a massa contida numa esfera de raio R , com uma distribuição de densidade $\rho(r)$, é dada por:

$$M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r)r^2 dr. \quad (2.2.3)$$

A distribuição de massa luminosa numa galáxia espiral indica que a maior parte da massa está concentrada no centro e no disco. Portanto, o perfil de distribuição de $M(R)$ segue um padrão bem específico para tais galáxias e consegue-se estimar, com certa exatidão, a massa total deste tipo de estrutura. Assim, na [Figura 1](#) podemos ver que as velocidades radiais das estrelas presentes no disco de galáxias espirais, que deveriam decair com $1/\sqrt{R}$, se mantêm mais ou menos constantes para distâncias maiores que 10 kpc (onde $1 \text{ pc} \simeq 10^{13} \text{ km}$)^d. Ou seja, para acompanhar tal distribuição, seria necessário que o perfil de massa luminosa da galáxia seguisse um padrão aproximadamente constante na esfera de raio R a partir do centro galáctico, o que visivelmente não ocorre para galáxias espirais. Este é um forte indício da presença de uma matéria extra no halo da galáxia.

^c Sendo R o raio a partir do centro da galáxia.

^d Maiores que o núcleo galáctico.

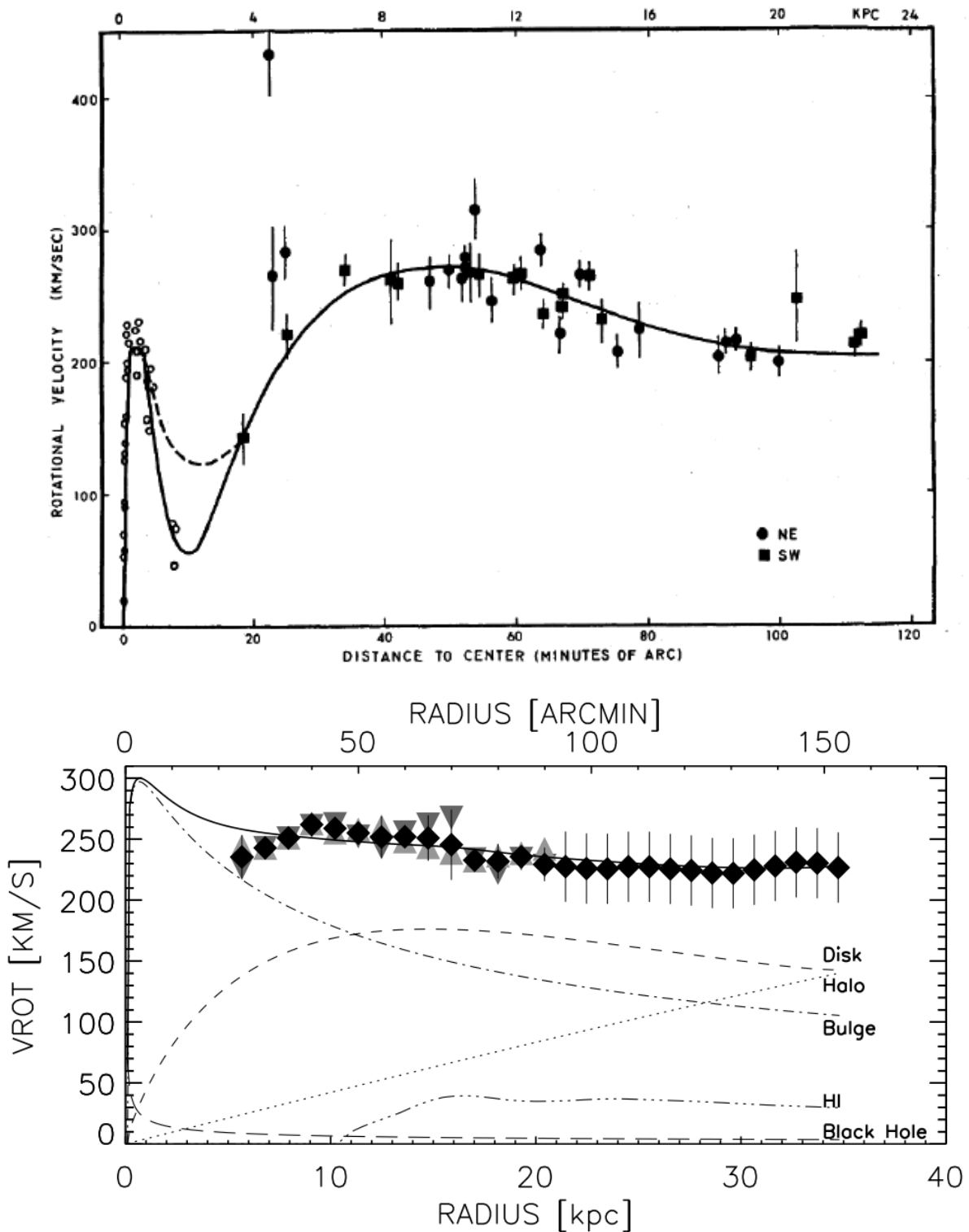


Figura 1 – Curvas de rotação da galáxia de Andrômeda (M31). (Topo) Dados apresentados inicialmente na Ref. [20]. (Inferior) Medidas da mesma galáxia com telescópios mais modernos e melhor tratamento de dados e imagens feitas na Ref. [21]. Percebe-se claramente a planicidade das curvas de rotação para distâncias mais afastadas do centro galáctico.

Galáxias elípticas ou irregulares também apresentam discrepâncias entre a massa luminosa e a massa total observada, indicando também a presença de ME. Porém, diferentemente das galáxias espirais, sua observação se dá mais convenientemente por outros métodos, como a detecção de efeitos de lentes gravitacionais que veremos na seção a seguir.

2.3 Lentes gravitacionais

Se a ME possui uma massa maior do que o restante da matéria bariônica, seu potencial gravitacional afetará não só o movimento de estrelas e galáxias, como vimos nas seções anteriores, como também a própria luz, conforme previsto pela Teoria da Relatividade Geral.

Ainda em 1919, uma expedição que se dirigiu para Sobral, cidade no interior do Ceará no Brasil, conseguiu realizar medidas na variação da posição aparente de uma estrela localizada perto da coroa solar durante um eclipse [22]. Imagens fotografadas no dia do eclipse, quando comparadas com imagens tiradas seis meses antes, mostraram um desvio de aproximadamente 1,7" de arco em sua posição. Estas medidas corroboraram previsões teóricas feitas por Albert Einstein anos antes que previam que a luz, ao atravessar um campo gravitacional gerado por outro objeto muito massivo (no caso, o próprio Sol), teria sua trajetória defletida em alguns segundos de arco [16]. Este ângulo de deflexão pode ser calculado como^e:

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2b}, \quad (2.3.1)$$

onde M é a massa fonte do campo gravitacional e b é o parâmetro de impacto entre o raio de luz e o objeto de massa M , como ilustra a [Figura 2](#).

Uma suposição razoável é considerar que a ME presente na nossa e em outras galáxias está distribuída na forma de um halo esférico ao seu redor, de forma mais ou menos homogênea e isotrópica. Porém, usando lentes gravitacionais, podemos testar também se a distribuição de ME na galáxia se dá na forma de objetos compactos massivos (*Massive Compact Halo Objects*, MACHOs, em inglês), distribuídos aleatoriamente em diferentes regiões da galáxia. Esta ME composta por MACHOs não necessariamente precisa ser algo desconhecido. Ela poderia ser, por exemplo, velhos conhecidos da astrofísica, como anãs marrons, anãs brancas, estrelas de nêutrons, buracos negros, etc [16]. Se este for o caso, não seria necessária a inclusão de Nova Física para explicar as discrepâncias apresentadas até aqui.

Contudo, medidas recentes [23, 24] indicam que apenas uma pequena parte da massa total das galáxias pode ser constituída de MACHOs. Isso ocorre pois observações de lenteamento não observaram um volume significativo do efeito destes objetos, mas, mesmo

^e Lembrando que, de acordo com a mecânica clássica, válida até então, tal deflexão não deveria acontecer, pois a interação gravitacional se dá apenas entre objetos massivos e a luz não tem massa.

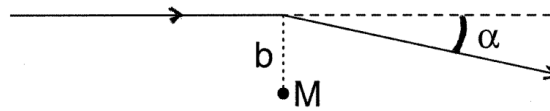


Figura 2 – (a) Diagrama mostrando a deflexão α de um raio de luz por um objeto de massa M , dado um parâmetro de impacto b [16].

que não contribuam com o total de ME, medidas continuam sendo feitas, as quais podem vir a corroborar com um aumento significativo nessa porcentagem. Um exemplo seria a quantidade acima da média esperada de eventos detectados por ondas gravitacionais, que indicam uma população maior do que a prevista para objetos muito massivos como buracos negros e estrelas de nêutrons [25].

2.4 Radiação Cósmica de Fundo (CMB)

Algo inusitado aconteceu na história da física no ano de 1965. Arno Penzias e Robert Wilson, dois radioastrônomos, operavam uma antena de micro-ondas nos Laboratórios Bell quando notaram que, por mais que tentassem bastante, não conseguiam eliminar todo o ruído do sinal que captavam^f. Aquele ruído persistente, na faixa de micro-ondas, era isotrópico, constante e não parecia estar vinculado a nenhuma fonte celestial [16].

Somente depois descobriu-se que aquele sinal persistente era um forte indicativo de que a então recente Teoria do Big Bang possuía alguma validade. A CMB como ficou conhecida, encaixava-se perfeitamente num espectro de corpo negro com pico de temperatura em $T = 2,7255 \pm 0,0006$ K [26], conforme era previsto por teorias que diziam que, se o Universo passou por uma fase muito densa e quente, a radiação eletromagnética liberada durante uma das transições desta fase poderia ser observada em frequências muito baixas, devido à expansão do Universo.

Após o Big Bang^g, o Universo passou por diversas fases de resfriamento, incluindo uma fase de recombinação entre prótons e elétrons para formar os primeiros átomos de hidrogênio e hélio. Pouco depois dessa fase, com a contínua expansão do Universo, houve um momento que a densidade de matéria passou a permitir que o Universo, até então opaco para fótons, pudesse ter radiação eletromagnética espalhada em todas as direções. Esta radiação, que durante o período que chamamos de *último espalhamento*, correspondia a uma temperatura de corpo negro de aproximadamente 3000 K. Por efeitos de *redshift*, chega à Terra hoje, $\sim 13,5$ bilhões de anos depois, com uma temperatura média de 2,72 K.

Apesar de hoje sabermos alguns valores relacionados a CMB com certa exatidão,

^f Acredite, eles tentaram até mesmo retirar um casal de pombos e seus dejetos, esperando que *isso* talvez fosse a fonte do sinal, como é relatado na Ref. [16].

^g Ver [Apêndice A](#).

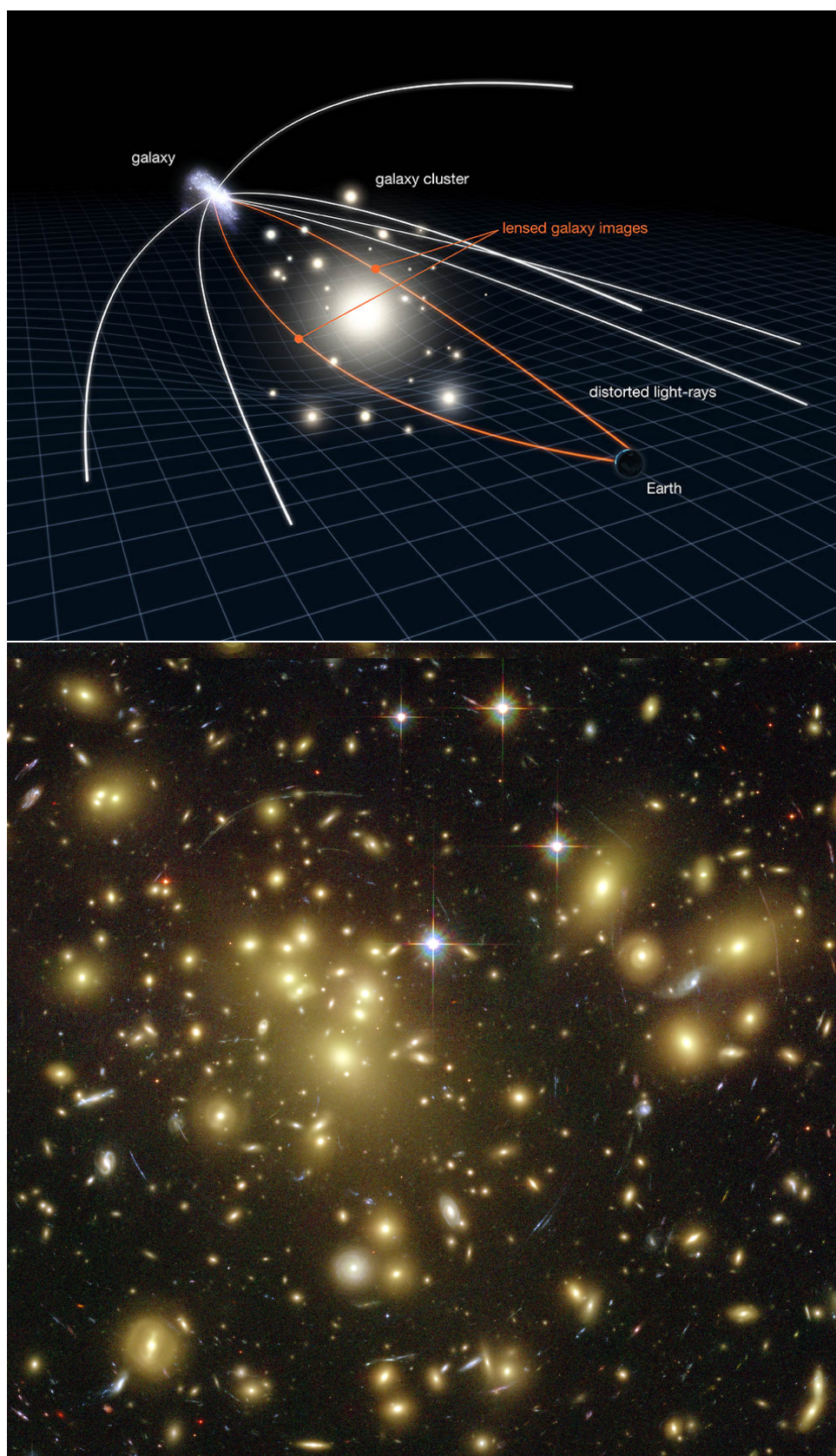


Figura 3 – (Topo) Modelo esquemático da distorção da luz por efeito de lentes gravitacionais [27]. (Inferior) Imagem do aglomerado Abell 1689, localizado a $z \sim 6$, onde é possível enxergar claramente distorções na imagem pela grande quantidade de massa do aglomerado [28].

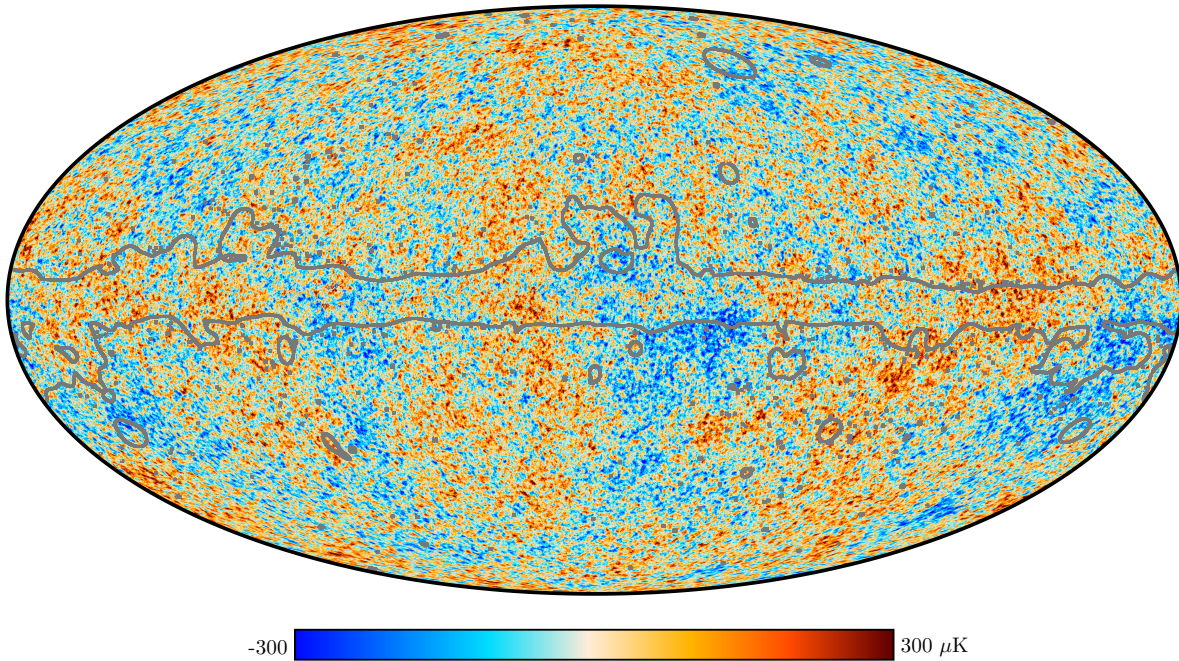


Figura 4 – Mapa de temperatura mostrando as anisotropias da CMB, medidas pelo satélite Planck. A diferença de temperatura entre a região mais quente e mais fria é da ordem de μK [29].

os primeiros experimentos trilharam um caminho árduo para conseguir tais medidas. Primeiramente, o nível de ruído de tal detecção é muito alto devido às mais variadas fontes celestiais. Portanto, para se chegar ao mapa da Figura 4, é necessário diversos processos de redução de ruído^h, para evitar flutuações estatísticas nos dados. Historicamente, a resolução do mapa de CMB vem aumentando a cada novo experimento. O primeiro a conseguir mapear todo o céu foi o experimento *COsmic Background Explorer* (COBE), seguido pelo *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) e, hoje, temos o satélite PLANCK com diversos conjuntos de dados e aperfeiçoamento das estatísticas anteriores.

Assim, nosso principal interesse no estudo da CMB se dá pela sua capacidade de estimar, a partir das medidas das anisotropias do Universo primordial, a quantidade aproximada de matéria, radiação e expansão acelerada presente no Universo hoje, fornecendo estimativas razoáveis da quantidade total de ME, desde que seguindo um modelo cosmológico padrão, que também nos prevê como deve ser a distribuição das inomogeneidades na matéria por todo o Cosmos.

No momento do último espalhamento, o raio do Universo observável era de *apenas*

^h Um exemplo de redução de ruído importante é a subtração da velocidade dos satélites de detecção em relação ao próprio Universo, levando-se em consideração a velocidade do satélite em relação a Terra, da Terra em relação ao Sol, do Sol em relação ao centro da Via Láctea, da Via Láctea em relação ao grupo local e do grupo local com relação ao aglomerado mais próximo de Hydra, que, no final das contas, gera uma velocidade efetiva de aproximadamente 630 km/s com relação ao plano de fundo do Universo, de onde vem a CMB [16].

$\sim 0,2$ Mpc. Durante este período, a ME contribuía com a maior parte da densidade de energia do Universo. Sendo assim, ela foi a responsável por formar os primeiros poços de potencial gravitacional do Universo primordial. Por exemplo, se supormos que esta densidade de ME depende apenas da posição, teremos que

$$\varepsilon(\vec{r}) = \bar{\varepsilon} + \delta\varepsilon(\vec{r}), \quad (2.4.1)$$

onde $\bar{\varepsilon}$ é quantidade de energia média do Universo e $\delta\varepsilon(\vec{r})$ são pequenas flutuações desta média. Numa aproximação Newtoniana, o potencial gravitacional pode ser calculado em termos destas flutuações por

$$\nabla^2(\delta\Phi) = \frac{4\pi G}{c^2}\delta\varepsilon. \quad (2.4.2)$$

Se um fóton de CMB se encontra em um destes mínimos de potencial, ou seja, um local com mais ME, o fóton perde energia ao tentar escapar deste potencial e, por consequência, sofre um *redshift* [16]. Pelo contrário, caso o fóton se encontre em um local que tenha baixa densidade de ME, ele é *atraído* gravitacionalmente pelo local de mais baixo potencial e sofre, por sua vez, um *blueshift*. Estas diferenças de potencial correspondem justamente às diferentes temperaturas ilustradas no mapa de calor produzido com os dados do satélite PLANCK (ver Ref. [29]). Um cálculo detalhado destas relações foi realizado ainda em 1967 por Sachs e Wolfe [30], mostrando que

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{3} \frac{\delta\Phi}{c^2}, \quad (2.4.3)$$

onde T é a temperatura média da CMB, δT é uma variação desta média e $\delta\Phi$ é uma variação na amplitude do potencial gravitacional.

Portanto, a [Equação 2.4.3](#), que descreve o que ficou conhecido como Efeito Sachs-Wolfe, diz que diferenças de temperaturas na CMB nos dão informações sobre poços de potencial gravitacional, produzidos, principalmente, pelo excesso ou ausência de ME no Universo primordial. Analisando estes dados com métodos mais sofisticados, podemos estimar a quantidade total de ME, matéria bariônica, radiação, dentre outras quantidades cosmológicas de interesse [16]. A partir destas estimativas, as medidas mais recentes adotadas na literatura sobre a distribuição de matéria-energia do universo sugerem que a distribuição seja conforme o ilustrado na [Figura 5](#), contendo: $69,2 \pm 1,2\%$ de energia escuraⁱ, $25,8 \pm 1,1\%$ de ME e apenas $4,84 \pm 0,10\%$ de matéria bariônica convencional [26, 31].

2.5 Formação de Estruturas de larga escala

Um dos modelos cosmológicos mais utilizados precisa assumir que a ME presente no Universo precisa ser fria. Com isso, cosmólogos querem dizer que a velocidade média da

ⁱ Responsável pela expansão acelerada do Universo.

Composição Atual do Universo

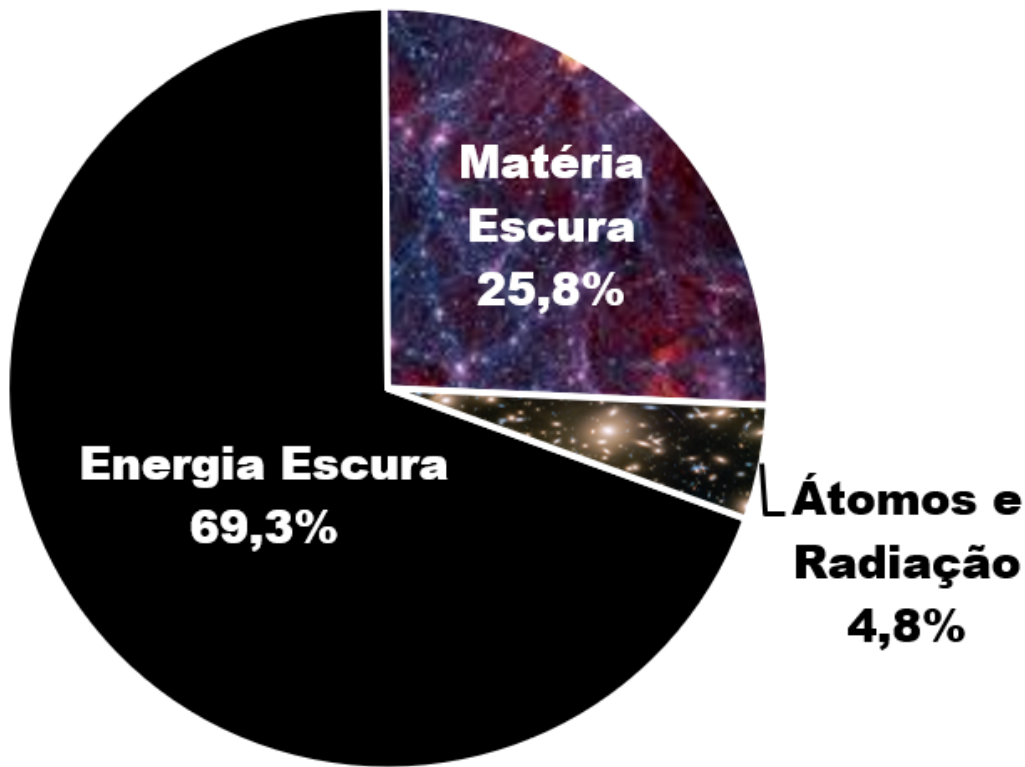


Figura 5 – Distribuição de matéria-energia atual do Universo conhecido. Estas proporções variaram a medida que o Universo envelhecia, porém medidas recentes sugerem que esta é a distribuição atual (omitidas as margens de erro). Estes valores podem ser encontrados nas Refs. [26] e [31].

partícula de ME do Universo, caso seja detectada, precisa ser menor do que aproximadamente $1/3$ da velocidade da luz, ou seja, a partícula de ME não pode ser relativística. Para entender os motivos desta restrição e compreender mais uma das evidências observacionais da existência de ME, precisamos olhar para estruturas em larga escala.

Falamos até aqui da ME que afeta o movimento de galáxias e de estrelas individualmente e, também, de suas evidências e efeitos após alguns milhares de anos depois do Big Bang. Porém, a ME tem implicações ainda mais drásticas na distribuição de matéria no espaço como um todo, afetando o posicionamento de grandes estruturas como aglomerados de galáxias, super aglomerados e vazios, como veremos a seguir.

Medidas do Universo em larga escala podem ser realizadas utilizando o *redshift* de diferentes galáxias para medir sua posição relativa a nós. Para isso, utiliza-se a relação de Hubble:

$$d = (c/H_0) z, \quad (2.5.1)$$

onde H_0 é o parâmetro de Hubble, estimado atualmente em $\approx 67,8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

[31]. Podemos ver que na [Figura 6](#) as galáxias não possuem uma distribuição aleatória, formando estruturas como aglomerados, super aglomerados e vazios. Super aglomerados são estruturas mais alongadas, que ainda estão colapsando sobre a própria gravidade no tempo presente, ao contrário de aglomerados, que são estruturas *menores* que já tiveram tempo de entrar em equilíbrio. Os vazios, ou regiões de mais baixa densidade, podem ser descritos razoavelmente bem por grandes espaços em formato aproximadamente esféricos e de baixíssima densidade. Ao descrever este tipo de estrutura de larga escala, cosmólogos usualmente usam termos como *esponjosa* ou *espumosa* para se referir a ela [16]. O processo de formação de estruturas em larga escala não é de modo algum trivial, contudo pode ser entendido de maneira mais ou menos simples e resumida – fazendo jus aos objetivos deste trabalho – como um processo de crescimento de instabilidades gravitacionais [16] a partir de inomogeneidades na distribuição de matéria do Universo primordial. Ryden [16] aborda essa questão de forma bastante didática no trecho a seguir (tradução nossa):

Quando o Universo é dominado por matéria, regiões com maior densidade expandem menos rapidamente do que o Universo como um todo; se suas densidades são suficientemente grandes, elas irão colapsar e se tornar objetos ligados gravitacionalmente, como aglomerados. Estes densos aglomerados irão, por sua vez, atrair matéria para eles mesmos de imediações menos densas. O efeito da gravidade em flutuações de densidade deste tipo é, as vezes, referido como Efeito Mateus: "Pois quem tem receberá mais, para que tenha mais ainda. Mas quem não tem, até o pouco que tem lhe será tirado." (Mateus 13:12). Em linguagem menos bíblica, o rico cada vez fica mais rico e o pobre cada vez fica mais pobre. (Tradução nossa. [16, p. 258])

Um fato interessante é que, quando calcula-se o crescimento de instabilidades gravitacionais devido apenas a matéria bariônica, nota-se que a matéria convencional não-relativística não teria tido tempo suficiente para colapsar em estruturas como aglomerados de galáxias, pois o desacoplamento da matéria bariônica com a radiação se deu muito *tarde* no Universo primordial (cerca de 300 mil anos após o Big Bang, num $z \approx 1100$). Portanto, do ponto de vista cosmológico, foi necessário que o Universo tivesse uma vantagem inicial na formação destas instabilidades gravitacionais, o que acontece quando adicionamos ME nesta equação. A ME, como espera-se, não interage muito com a matéria convencional, se desacoplou muito antes (Ver [seção 2.6](#)) e teve tempo suficiente de formar os primeiros poços de potencial gravitacional, nos quais a matéria bariônica e a radiação seriam atraídos depois.

Para que isto aconteça e consigamos reproduzir teoricamente as estruturas que vemos hoje, a ME precisa ser fria, ou seja, do tipo não-relativística no momento em que há equivalência nas densidades de matéria e radiação. Esta exigência vem do fato de que, caso a ME fosse relativística durante este período, suas partículas teriam velocidades tão altas que elas suavizariam qualquer instabilidade gravitacional em pequenas escalas, deixando espaço apenas para o colapso de estruturas muito massivas, da ordem de super

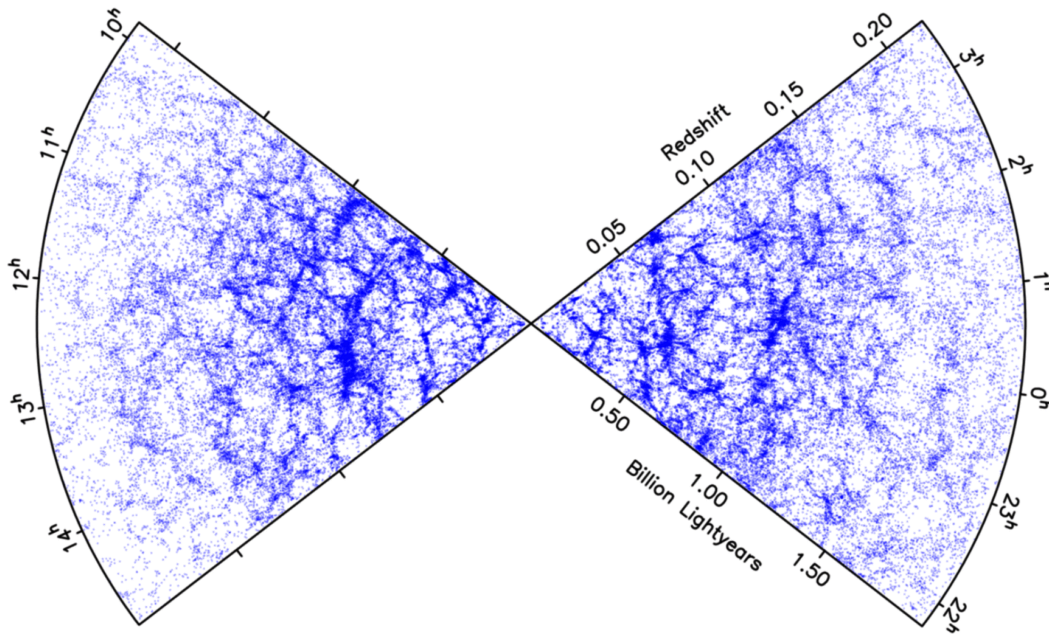


Figura 6 – Estrutura em larga escala do Universo medida pelo *2dF Galaxy Redshift Survey* (2003). Esta imagem também ilustra o fato da isotropia do Universo para escalas maiores que 100 Mpc [32].

aglomerados ($M \sim 10^{16} M_{\odot}$). Se este fosse o caso, estruturas menores como aglomerados e galáxias, se formariam por fragmentação destas estruturas maiores. Porém, não é isso o que se observa para altos *redshifts* (ver Figura 6). O que observa-se de fato são estruturas como estrelas e galáxias se formando primeiro, depois aglomerados e super aglomerados ainda se formando a partir da aglutinação delas. Esse tipo de cenário é condizente com a existência de uma ME fria, ou seja, com velocidades não-relativísticas.

Isso não significa que não exista nenhum tipo de ME do tipo quente^j, entretanto, essa contribuição é limitada entre $0,12\% \leq \rho_{\nu} < 3\%$ [26] da densidade total do Universo, onde ρ_{ν} é esta densidade de neutrinos; muito mais do que isso e teríamos problemas para reproduzir os dados que de observações que temos hoje. Portanto, a ME do tipo fria contribui com a maior parte da ME de relíquia (resquício do desacoplamento durante o Universo primordial) presente hoje no Universo, e deve-se isso principalmente a observações e teorias sobre a formação de estruturas de larga escala.

2.6 Freeze-out da Matéria Escura

Para entender como ocorre o *freeze-out* de matéria escura, vamos utilizar alguns conceitos de cosmologia conforme descrito no Apêndice A. Assim, podemos usar a Equação A.3.9 para estimar algumas propriedades a respeito da ME de relíquia no Universo,

^j Neutrinos, por exemplo, podem ser considerados ME do tipo quente.

isto é, a ME que foi formada durante a fase primordial no Universo e que observarmos via seus efeitos gravitacionais em aglomerados e galáxias.

O Universo primordial se resfria ao se expandir, de modo que a sua temperatura média varia conforme o intervalo de tempo que passa. Se hoje observamos uma abundância de ME cerca de cinco vezes maior que de matéria bariônica convencional, isso significa que ela foi produzida por algum processo durante o Universo primordial enquanto ainda estava em equilíbrio químico e cinético com as outras componentes do Universo. Assim, durante um certo período da vida do Universo, a ME estava acoplada ao restante da matéria-energia presente ao seu redor, porém, com a contínua expansão do Universo, esta ME se desacoplou ou sofreu o que chamamos de *freeze-out*^k.

Com a equação de Boltzmann em mãos, podemos tentar estimar em que período do Universo ocorreu este *freeze-out* fazendo algumas suposições quanto a certas variáveis envolvidas neste processo. Uma delas é considerar que, à época do *freeze-out*, as partículas do MP produzidas pela aniquilação de pares de ME estavam em total equilíbrio com o plasma primordial, de modo que podemos assumir que $n_i^{(0)} = n_i$. Portanto, assumindo na [Equação A.3.9](#) que as espécies 3 e 4 se referem a tais partículas do MP e que 1 e 2 são pares de massa idênticas de partículas χ de ME, com $m_\chi \gg m_{MP}$, a equação de Boltzmann toma a forma

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = - \left[(n_\chi)^2 - (n_\chi^{(0)})^2 \right] \langle \sigma v \rangle, \quad (2.6.1)$$

onde, para obter os termos do lado esquerdo da [Equação 2.6.1](#), apenas fizemos a derivação em cadeia e usamos a substituição da [Equação A.2.6](#). Podemos assumir também que a entropia por unidade de volume comóvel em expansão é constante durante todo o processo [$a^3(t) \cdot s = cte.$]. Como $s \propto T^3$, podemos definir uma nova variável¹ Y como sendo

$$Y \equiv \frac{n}{T^3}, \quad (2.6.2)$$

de modo que, usando a relação $a^3(t) = T^{-3}(t)$ [[33](#)], a [Equação 2.6.1](#) fica

$$\frac{1}{a^3(t)} \frac{d}{dt} (n_\chi a^3(t)) = - \left[(n_\chi)^2 - (n_\chi^{(0)})^2 \right] \langle \sigma v \rangle, \quad (2.6.3a)$$

$$T^3(t) \frac{d}{dt} \left(\frac{n_\chi}{T^3(t)} \right) = - \left[(n_\chi)^2 - (n_\chi^{(0)})^2 \right] \langle \sigma v \rangle, \quad (2.6.3b)$$

$$\frac{dY(t)}{dt} = -T^3(t) \left[(Y(t))^2 - Y^{(0)}(t)^2 \right] \langle \sigma v \rangle. \quad (2.6.3c)$$

Como tempo não é uma variável prática de se trabalhar para quantidades que evoluem de acordo com a história do Universo, introduzimos uma nova variável, x , tal que

$$x \equiv \frac{m}{T}. \quad (2.6.4)$$

^k Em tradução livre, teve suas propriedades como densidade numérica, temperatura, etc. *congeladas* no tempo de certa maneira, de modo que podemos correlacionar seus valores hoje com os daquela época.

¹ Do inglês, *yield*, algo como produção ou quantidade total produzida em tradução livre.

Portanto, para eliminar a dependência temporal, utilizamos o Jacobiano $dx/dt = Hx$, assumindo que, quando o desacoplamento ocorre, o Universo era dominado por radiação e, durante este período:

$$H(t) = \frac{1}{2t} = \frac{H(x=1)}{x^2}, \quad (2.6.5)$$

e, então,

$$H(t) = \frac{1}{2t} = \frac{H(x=1)}{x^2}, \quad (2.6.6a)$$

$$x = \sqrt{2tH(x=1)}, \quad (2.6.6b)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{2H(x=1)}{2\sqrt{2tH(x=1)}} = \frac{H(x=1)}{x}. \quad (2.6.6c)$$

Aplicando a substituição da [Equação 2.6.6](#) na [Equação 2.6.3](#), teremos

$$\frac{dY}{dx} = -\frac{x}{H(x=1)} \frac{m_\chi^3}{x^3} [(Y(x)^2 - Y^{(0)}(x)^2)] \langle \sigma v \rangle = -\frac{\lambda(x)}{x^2} [(Y(x)^2 - Y^{(0)}(x)^2)], \quad (2.6.7)$$

com

$$\lambda(x) \equiv \frac{m_\chi^3 \langle \sigma v \rangle}{H(x=1)} = \frac{\sqrt{90} m_P m_\chi \langle \sigma v \rangle}{\pi \sqrt{g_{eff}}} (x), \quad (2.6.8)$$

onde m_P é a massa reduzida de Planck e g_{eff} são os graus de liberdade efetivos da partícula χ . A densidade numérica no equilíbrio, conforme [Equação A.3.4](#), cai com e^{-x} quando $m_\chi \gg T$, ou seja, $x \gg 1$. Assumindo que a abundância fora do equilíbrio não decai tão rápido para x muito grande, podemos fazer uma aproximação para valores de $x \gg 1$, tal que a [Equação 2.6.7](#) seja

$$\frac{dY(x)}{dx} = -\frac{\lambda(x)}{x^2} Y(x)^2. \quad (2.6.9)$$

Assim, tomando um valor médio para $\lambda(x)$, tal que este $\bar{\lambda}$ não dependa explicitamente de x para um dado ponto após o *freeze-out*, que chamaremos de x_F , podemos integrar a [Equação 2.6.9](#) deste ponto x_F até um $x_\infty \gg x_F$ para obtermos

$$\frac{1}{Y(x_\infty)} - \frac{1}{Y(x_F)} = -\frac{\bar{\lambda}}{x_\infty} + \frac{\bar{\lambda}}{x_F}. \quad (2.6.10)$$

Ao assumir que $x_\infty \gg x_F$, podemos notar também que $Y(x_\infty)$ será muito menor do que $Y(x_F)$ neste regime. E, se escolhermos ainda um $x_\infty \gg x_F \sim 20$, teremos, finalmente, que

$$\begin{aligned} \frac{1}{Y(x_\infty)} &= \frac{\bar{\lambda}}{x_F}, \\ Y(x_\infty) &= x_F \frac{\pi \sqrt{g_{eff}}}{\sqrt{90} m_P} \frac{1}{m_\chi \langle \sigma v \rangle}. \end{aligned} \quad (2.6.11)$$

Por fim, assumimos que o desacoplamento da ME ocorrerá na época cosmológica em que a taxa de interação das partículas, $\Gamma(T)$, se equiparar com a taxa de expansão do Universo, $H(T)$, ou seja, quando o Universo passa a se expandir mais rápido do que as

partículas conseguem interagir umas com as outras. Logo, dizemos que ocorre o *freeze-out* daquela espécie. Para isso, teremos

$$\Gamma(T_F) \approx H(T_F). \quad (2.6.12)$$

A taxa de interação das partículas por intervalo de tempo pode ser obtida pela relação que descreve o caminho médio que a partícula percorre antes de sofrer uma interação. Este caminho médio costuma ser descrito por $\ell = \frac{1}{n_i \langle \sigma v \rangle}$ e, portanto, a taxa de interação da partícula χ de ME é dada por $\Gamma = n_\chi \langle \sigma v \rangle$.

Dito isso, escrevemos o parâmetro de densidade adimensional, definido na [Equação A.2.11](#), para ME na forma

$$\Omega_\chi = \frac{\rho_\chi}{\rho_{crit}} = \frac{m_\chi n_\chi(T = T_0)}{\rho_{crit}} = \frac{m_\chi T_0^3}{\rho_{crit}} \frac{n_\chi(T_0)}{T_0^3}, \quad (2.6.13)$$

onde T_0 é a temperatura atual do Universo. Contudo, lembrando que

$$\frac{n_\chi(T_0)}{T_0^3} \cong Y(x_\infty), \quad (2.6.14)$$

podemos fazer esta substituição na [Equação 2.6.13](#) e obter que^m

$$\Omega_\chi = \frac{\pi \sqrt{g_{eff}}}{28 \sqrt{90}} \frac{T_0^3 x_F}{\rho_{crit} m_P} \frac{1}{\langle \sigma v \rangle} = \frac{\pi \sqrt{g_{eff}}}{28 \sqrt{90}} \frac{T_0^3}{3H_0^2 m_P^2} \frac{x_F}{\langle \sigma v \rangle}. \quad (2.6.15)$$

Substituindo as constantes por seus valores numéricos (ver [Tabela 2](#)) e escrevendo a densidade adimensional por seu valor físico em função do parâmetro de Hubble adimensional (h), teremos

$$\frac{\Omega_\chi h^2}{(0,120)} \approx \frac{x_F \sqrt{g_{eff}}}{23} \frac{10^{-26} \text{ cm}^3/\text{s}}{10 \langle \sigma v \rangle} = \frac{x_F \sqrt{g_{eff}}}{23} \frac{10^5 \text{ fb}}{10 \langle \sigma v \rangle}, \quad (2.6.16)$$

que é uma ótima aproximação para a densidade de relíquia da ME em função da sua seção de choque termal média de aniquilação ($\langle \sigma v \rangle$). Em outras palavras, obtivemos na [Equação 2.6.16](#) uma relação entre uma quantidade cosmológica (densidade de ME no Universo) com uma quantidade que depende da Física das partículas envolvidas no processo (seção de choque de aniquilação termal média).

Pela [Equação 2.6.16](#), podemos ver que quanto maior a seção de choque de aniquilação, menor será a abundância para o tipo de ME que estamos estudando. Podemos ver isso claramente na [Figura 7](#), que mostra as diferentes abundancias Y variando de forma inversamente proporcional com $\langle \sigma v \rangle$, ou seja, teremos uma abundância maior, quanto menor for a média termal da seção de choque vezes a velocidade, e também o inverso. Percebe-se também que, caso mantido o equilíbrio num cenário onde o *freeze-out* destas partículas não tivesse ocorrido, sua abundância seria nula para valores de x mais altos.

^m O termo $\frac{1}{28}$ vem da conversão dos fatores de escala na época do *freeze-out* para o valor atual (Ref. [\[33\]](#), Eq. 3.30).

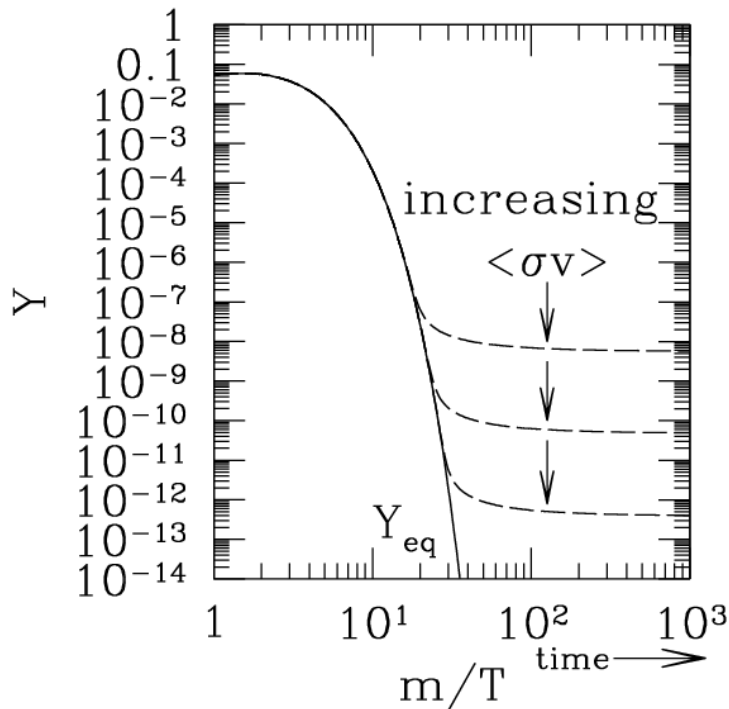


Figura 7 – Evolução típica da abundância $Y(x)$ durante o período de desacoplamento (*freeze-out*) da ME [34].

Por último, numa aproximação em que podemos desprezar co-aniquilações, a seção de choque média termal pode ser expressa como

$$\langle \sigma v \rangle = \sigma \cdot v + \mathcal{O}(v^2). \quad (2.6.17)$$

Usando que para uma CDM teremos $v \lesssim c/3$ [35], é possível mostrar que o valor estimado para a seção de choque total, que reproduz a correta densidade de ME observada, é da ordem da interação fraca ($\sim 10^{-8} \text{ GeV}^{-2}$)^a, favorecendo, assim, modelos com WIMP como candidatos naturais para a ME. Esta é uma das razões que escolhemos trabalhar com este tipo de modelo, que detalharemos nos capítulos a seguir. Na seção 3.2 também discutiremos alguns outros candidatos promissores para explicar a abundância de ME no Universo.

Portanto, vimos que é possível estimar a quantidade total de ME presente no Universo não só por medidas das velocidades de dispersão de estrelas e galáxias, mas também através de medidas nas flutuações da CMB. Para isso, utilizamos a Equação de Boltzmann (Equação A.3.1) para obter uma relação entre a quantidade primordial de ME produzida e a seção de choque de um determinado processo que consiga reproduzir justamente esta mesma quantidade, ou algo próximo a isto. Veremos nos capítulos a seguir como um modelo de Física de Partículas pode influenciar na seção de choque de um determinado processo, e, por consequência, alterar as estimativas de produção de ME via *freeze-out*, como visto nesta seção.

^a Que, em unidades de *barns* (b) equivale à $\sim 10^3 \text{ fb}$.

3 Modelos e Métodos de Detecção de ME

3.1 Além do Modelo Padrão

Conforme discutido no [Apêndice B](#), o Modelo Padrão atual é uma teoria extraordinária e consegue explicar satisfatoriamente a maioria dos processos físicos conhecidos. Porém, apesar de bem sucedido, o MP não aborda alguns dos problemas ainda em aberto na física. Pode-se notar, por exemplo, que para altíssimas energias, como na escala de Planck^a, teorias além do MP passam a ser necessárias [36]. Teorias além do MP que se propõem a unificar todas as interações numa grande teoria unificada [37] também precisam se preocupar em explicar porquê nas escalas de energia dos experimentos atuais existe tamanha diferença entre a interação forte, eletromagnética, fraca e gravitacional. Esta última, inclusive, é uma questão crucial para o MP, já que ele não inclui nenhuma descrição para a gravidade na sua concepção atual. O problema da hierarquia [7] e a descrição da gravidade como uma TQC [38] são duas grandes questões em aberto na física. Além disso, pelo fato do MP descrever matéria e radiação visível (leia-se, detectável diretamente por experimentos), ele não inclui a energia escura e a ME em sua definição.

Salientamos que não há no MP nenhuma partícula que satisfaça as características da ME detectada gravitacionalmente no Universo. Os neutrinos, por exemplo, que sabemos ter massa não nula, seriam um candidato ideal para ME, porém sua massa é muito pequena [26]. Isto faz que no momento do desacoplamento com a matéria bariônica, os neutrinos primordiais tenham velocidades relativísticas, compondo assim uma fração de ME, porém ME *quente* que, conforme descrito na [seção 2.6](#), não está de acordo com observações astrofísicas. Logo, neutrinos são responsáveis por apenas uma pequena parcela da matéria extra que não conseguimos detectar. É razoável, portanto, pensarmos em extensões para o MP que possam incluir novas partículas e acoplamentos que sejam condizentes com uma descrição ainda mais completa da natureza. Mesmo sendo teoricamente plausível que desvios do MP ocorram, ressaltamos que ainda não foram observadas discrepâncias significativas deste modelo e a busca por Nova Física se dá quase que exclusivamente em suposições teóricas baseadas em evidências indiretas de possíveis novas interações fundamentais, como a detecção gravitacional de ME e ajustes finos em parâmetros de violação de simetria [39]. Extensões do MP geralmente podem ser estudadas através de modelos efetivos, simplificados ou mais ou menos completos. Cada um possuindo vantagens e desvantagens com relação uns aos outros, relacionadas com sua viabilidade experimental e teórica. Ainda assim, até mesmo com os modelos efetivos mais simples podemos fazer várias afirmações com relação a natureza do tipo de Nova Física que esperamos encontrar

^a Da ordem da massa de Planck de $M_P \approx 1.2 \times 10^{19} GeV$.

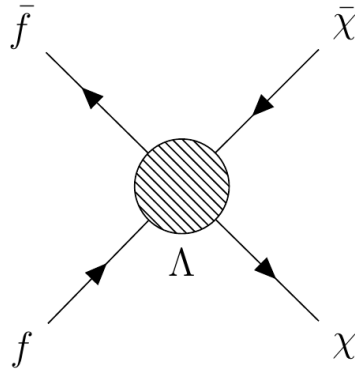


Figura 8 – Diagrama simplificado de um modelo efetivo do tipo $f\bar{f} \rightarrow \chi\bar{\chi}$. O termo Λ representa um fator de escala, em unidades de massa, que sugere onde um processo deste tipo seria mais passível de ocorrer. Modelos como este, que não levam em consideração muitos detalhes da física envolvida são chamados de *efetivos*.

[40]. Modelos efetivos costumam olhar apenas para os estados iniciais e finais de um certo processo. Por exemplo, no caso do espalhamento $f\bar{f} \rightarrow \chi\bar{\chi}$ ilustrado na Figura 8, não interessa qual será a partícula mediadora e, sim, apenas uma escala de massa Λ na qual este processo será mais provável de acontecer.

Sendo assim, modelos simplificados, como o que apresentaremos neste trabalho, são um ótimo ponto de partida para o estudo de novas interações, pois se limitam em descrever as partículas e interações envolvidas utilizando apenas um pequeno número de parâmetros que podem ser relacionados diretamente com observações experimentais, como: massa das partículas envolvidas, suas larguras de decaimento, seções de choque de produção destes novos processos, dentre outros [41]. Modelos simplificados apresentam algumas desvantagens quanto a sua generalização, mas evitam algumas armadilhas de modelos completos, os quais possuem fortes restrições quanto as características das partículas e campos que estes se propõem a descrever. Como veremos, poderemos estudar a sensibilidade de um modelo simplificado para Nova Física através de funções das variáveis envolvidas em sua parametrização, excluindo-se certas regiões com base em diferentes resultados experimentais. De toda a sorte, estaremos interessados não somente nos parâmetros relacionados ao estado final das partículas, como sua massa e spin, como também assumiremos características para um mediador V e seus acoplamentos com os férmions f do estado inicial e a partícula de ME χ no estado final, conforme Figura 9. Ao incluir um *mediador* no processo $f\bar{f} \rightarrow V \rightarrow \chi\bar{\chi}$, aumentam-se os números de parâmetros envolvidos e, assim, podemos obter um melhor ajuste teórico do modelo com os dados experimentais disponíveis.

Portanto, ao escrever uma extensão para o MP utilizando modelos simplificados, precisamos escrever uma nova Lagrangiana de interação contendo novos graus de liberdade. No caso da ME em que estamos interessados devemos ter as seguintes características: (i) a

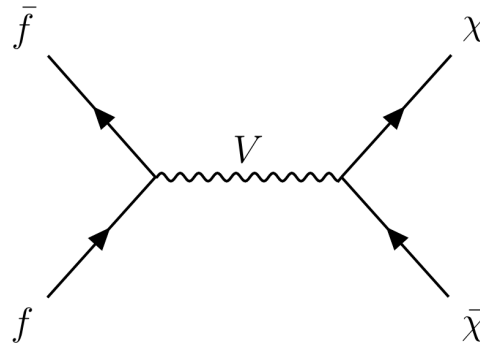


Figura 9 – Diagrama simplificado de um modelo de interação para a ME.

partícula de ME que será adicionada ao MP deve ser estável; (ii) os operadores desta nova Lagrangiana precisam ser renormalizáveis e consistente com simetrias existentes (como a invariância de Lorentz e de calibre); (iii) outras simetrias do MP precisam ser respeitadas, como conservação de número bariônico e leptônico. Simetrias de sabor podem ser violadas por uma possível Nova Física envolvendo ME, mas tal violação teria que ser suficientemente pequena para concordar com os experimentos que medem tais violações com alta precisão. Veremos que o modelo que propomos no [Capítulo 4](#) satisfaz estas características e nas seções posteriores estudaremos algumas de suas propriedades e suas simplificações para a busca em colisores de partículas.

3.2 Alguns Modelos de Incorporação da ME no MP

Há na literatura diferentes abordagens que tentam incorporar a ME ao MP fazendo uso da TQC, cada uma a sua maneira. Dentre estas abordagens, ou modelos, alguns se destacam por possuir maior apelo físico, pois conseguem explicar diferentes conjuntos de dados com uma quantidade pequena de premissas teóricas. Um candidato ideal para a ME deve obedecer alguns requerimentos básicos^b, como já discutidos nos capítulos anteriores, com relação às poucas propriedades conhecidas (mesmo com alguma certeza). Em outras palavras, um modelo de ME precisa: (i) incluir a interação gravitacional da matéria convencional, (ii) explicar a abundância observada via CMB de $\Omega_\chi h^2 \simeq 0,120$, (iii) possuir, pelo menos, uma partícula estável ou com meia-vida da ordem da idade do Universo, (iv) não possuir interação eletromagnética, ou seja, não emitir luz nem possuir carga elétrica da forma como conhecemos e (v) ser *fria* na época de igualdade entre matéria e radiação, i.e., possuir velocidades não-relativísticas para conseguir formar os primeiros poços de potencial gravitacional.

Até aqui foram citados alguns candidatos a ME, contudo sem particularizar nenhum deles. Por isso, antes de discutir em mais detalhes o modelo que nos propomos a estudar, destacaremos algumas categorias de candidatos mais proeminentes para ME.

^b Ou ter premissas teóricas bastante justificáveis para se esquivar de algum deles.

- **WIMPs:** As *Weakly Interacting Massive Particles* estão, talvez, dentre os modelos mais estudados para a ME. Parte deste sucesso está no fato de que uma *partícula massiva fracamente interagente*^c em equilíbrio térmico no início do Universo consegue reproduzir, com certa facilidade, a correta abundância de ME observada via CMB. Isto ocorre devido à seção de choque termal vezes a velocidade média ($\langle\sigma v\rangle$) de interações fracas com partículas relativamente massivas é da mesma ordem daquela esperada para reproduzir a abundância de ME no Universo, algo em torno de $\sim 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ [35]. Outra vantagem de se trabalhar com WIMPs é o seu vasto potencial para detecção experimental. Tanto experimentos de detecção direta e indireta quanto buscas em colisores costumam ter seu foco principal em WIMP já que, caso existam, a seção de choque de interação para este tipo de partícula é alta o suficiente para observar-se alguma reação envolvendo tais partículas nestes experimentos. Diferentes candidatos podem ser enquadrados como WIMPs, o que torna este termo um tanto genérico para diversos modelos, como: Portais de Higgs [42], fótons escuros [43], Z' [44], além dos mais diversos modelos efetivos [45, 46, 47].
- **Áxions:** Partículas do tipo áxion vem ganhando destaque na literatura devido tanto ao seu potencial teórico em explicar a violação CP da interação forte [8] quanto a sua capacidade de explicar processos astrofísicos como o resfriamento anômalo de estrelas [48]. Originalmente, áxions são partículas pseudo-escalares pensadas como artifício teórico para explicar violação de simetria CP de interações fortes no método de Peccei-Quinn [8]. Caso existam, áxions devem possuir uma massa *muito* pequena, da ordem $\lesssim 10^{-3} \text{ eV}$, e interagir muito fracamente com a matéria, de modo que sua detecção seria via efeito Primakoff inverso [49] ou por algum outro efeito indireto, como resfriamento de anãs brancas ou processos dinâmicos em supernovas.
- **Supersimetria:** Alguns modelos supersimétricos também podem ser colocados sob o termo de WIMP, porém costumam constituir uma categoria a parte dada a sua relevância. Apesar de não existir nenhuma evidência para Supersimetria (*Supersymmetry*, SUSY, em inglês) até então, seu apelo teórico ainda é bastante forte na comunidade científica pelo seu potencial de não só oferecer candidatos naturais para a ME como também resolver outras questões, como o problema da hierarquia e propor uma grande unificação das interações conhecidas [50]. Em resumo, modelos de Supersimetria propõem que cada partícula no MP possui uma *superparceira* com spin diferindo em meia unidade. Desta forma, num modelo padrão supersimétrico mínimo (*Minimal Supersymmetric Standard Model*, MSSM, em inglês), por exemplo, todos os campos de calibre conhecidos teriam no mínimo um correspondente fermiônico cada, chamados em conjunto de gauginos. Um candidato quase ideal de ME proveniente deste modelo seria, por exemplo, o *neutralino*, um férmion de Majorana formado pelos

^c Tradução livre da sigla WIMP.

estados supersimétricos das contrapartes neutras dos campos de calibre conhecidos do MP (referentes ao fóton, bóson Z e bóson de Higgs) [50]. Entretanto, em teorias mais completas, outras partículas supersimétricas também podem se adequar no papel de boas candidatas para ME, como *sneutrinos*, *gravitinos*, *áxinos*, etc. [10].

- **Dimensões extras:** Em princípio, não existe nada que impeça que o Universo que conhecemos com três dimensões espaciais e uma temporal seja, na verdade, fundamentalmente composto por dimensões extras. Teorias que sugerem isso postulam que nosso Universo é um *bulk* de $3 + \delta + 1$ dimensões, do qual experienciamos apenas uma *brana* de $3 + 1$ dimensões. Estas dimensões extras podem estar compactadas ou não de modo que os campos que se propagam no bulk possuem momenta quantizados em unidades de $p^2 \sim 1/R^2$, onde R é um raio de curvatura. O resultado disso é que para cada campo que se propaga no bulk surgem modos de expansão de Fourier chamados de estados de Kaluza-Klein. Estes estados se manifestam em nosso mundo quadridimensional como partículas de massa $m_n = n/R$, onde n é o número do modo correspondente. Em diversos cenários propostos com dimensões extras todo o MP está contido numa brana e apenas a gravidade é permitida se propagar através do bulk. Estes modelos também podem ser utilizado para se explicar anomalias em estrelas de nêutrons [51] e, em além disso, modelos em que todos os campos conhecidos podem se propagar pelo bulk são chamados de *dimensões extras universais*^d e os estados de Kaluza-Klein mais leves destes cenários fornecem bons candidatos para a ME, como também se propõem a resolver outros problemas como o já citado problema da hierarquia ou o longuíssimo tempo de vida do próton [52, 53, 50].
- **Outros:** Além dos modelos destacados, ainda poderíamos citar a possibilidade da ME ser explicada por: Neutrinos estéreis, Portais de Higgs, *WIMPzillas*^e [54], *Feebly Interacting Massive Particles* (FIMP) [55], *Strongly Interacting Massive Particles* (SIMP) [56], *CHarged Massive Particles* (CHAMP) [57], dentre tantos outros.

Dito isto, nos limitaremos deste ponto em diante do trabalho a discutir em mais detalhes um modelo de WIMP que possui um novo bóson mediador massivo (Z') e três tipos de candidatos de ME estável, variando principalmente conforme seu acoplamento com este novo bóson Z' .

3.3 Métodos de Detecção de ME

Como vimos^f, a existência de ME, pode ser inferida gravitacionalmente por diferentes métodos. Porém, em se tratando de sua detecção experimental como partícula,

^d *Universal Extra Dimensions* (UED), em inglês.

^e Parecidos com as WIMP, mas *muito* mais pesadas.

^f Ver [Capítulo 2](#).

apenas observações gravitacionais não são suficientes para determinar suas propriedades. Para tal, existem outras formas de tentar detectar a ME, seja em experimentos na Terra, seja em satélites fora dela. O que há em comum em todas estas tentativas é a suposição de que a ME interaja de outra forma além da gravitacional com a matéria convencional [33]. Apesar de mal-sucedidos até agora, experimentos de detecção de ME têm tentado diferentes abordagens para comprovar indubitavelmente sua existência. Resultados mais recentes [26, 58, 59] conseguiram apenas excluir diferentes espaços de parâmetros com variados graus de incerteza.

A busca por ME na forma de uma partícula detectável se dá em três principais categorias: (i) a detecção indireta, focada em detectores de partículas, principalmente, de origem cosmológica como fótons, neutrinos e antimatéria proveniente de possíveis processos de aniquilação de ME em partículas da ME, (ii) detecção direta, que procura por processos de espalhamento entre partículas de ME e do MP, utilizando para isso alvos fixos de diferentes materiais e (iii) a detecção em colisores que tentam, resumidamente, produzir ME a partir de partículas do MP aceleradas a altas energias e, assim, contabilizar a energia perdida num possível processo de produção da ME. Estes três tipos de processos estão esquematizados na [Figura 10](#) e discutiremos alguns detalhes e os principais experimentos de cada tipo destes processos nas seções que se seguem.

3.3.1 Detecção direta

Experimentos de detecção direta se destacam por partir de uma ideia simples que possui relação direta com análises cosmológicas. Esta ideia é que, se a galáxia está povoada por WIMPs e distribuídas por toda parte, experimentos de alvo fixo devem ser capazes de detectá-las já que a Terra está em movimento com relação ao plano galáctico e partículas de ME formariam algo como um vento cósmico, modulado pelo movimento da própria Terra ao redor do Sol.

Ao interagir com um núcleo atômico, uma partícula de ME depositaria parte de sua energia e o recuo deste núcleo poderia ser medido na forma de um sinal no detector. Os ingredientes-chave para determinar a taxa deste sinal são a velocidade de dispersão das WIMPs assim como sua distribuição de densidade e seção de choque com núcleons de matéria convencional [50]. Logo, podemos calcular a taxa com que tais eventos ocorreriam por unidade de tempo e por unidade de massa do detector, ou seja, esta taxa R pode ser escrita como

$$R \approx \sum_i \left(\frac{\text{Massa total do Detector}}{\text{Massa atômica da espécie } i} \right) \times \left(\frac{\rho_\chi}{m_\chi} \right) \times \langle \sigma_{i\chi} \rangle, \quad (3.3.1)$$

onde ρ_χ e m_χ são as densidade energética e a massa da partícula de ME χ , respectivamente. Além disso, $\langle \sigma_{i\chi} \rangle$ representa a seção de choque de espalhamento entre a partícula de ME e uma espécie i de nucleon presente no detector. Diferentes experimentos tem se

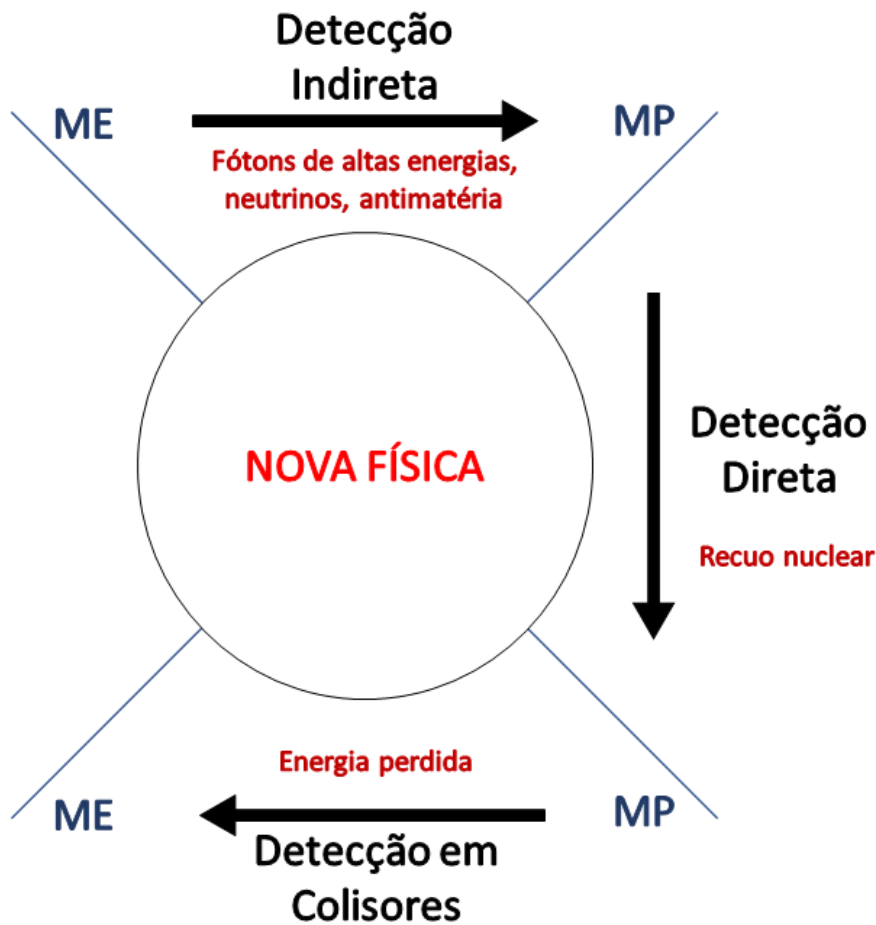


Figura 10 – Diagrama ilustrativo de possíveis canais de interação do MP com a ME.

proposto a observar o espalhamento de um núcleon por uma partícula de ME. Com o decorrer dos anos, diferentes técnicas foram elaboradas para tal fim. O uso de diferentes arranjos experimentais é importante não só para impulsionar o desenvolvimento neste ramo de pesquisa, mas também para reduzir os erros intrínsecos que cada arranjo possui, possibilitando, assim, uma checagem mais abrangente em caso de um sinal positivo [50].

Experimentos de detecção direta podem ser categorizados quanto ao seu método de detecção resumidamente como segue. Cintiladores utilizam como alvo algum material que emite fótons quando excitado. Estes fótons são capturados por fotomultiplicadoras que geram um sinal caso haja interação do núcleon com a ME. Arranjos assim são utilizados por experimentos como ZEPLIN-III, DAMA, LIBRA [50]. Detecção direta de fótons ocorre quando há interação de partículas de ME com um campo magnético muito forte, gerando, assim, oscilações neste campo que podem ser detectadas diretamente na forma de fótons. Experimentos como o ABRACADABRA e ADMX utilizam um método análogo [60, 61]. Já a detecção por ionização presume que, ao interagir com um átomo no detector, a partícula de ME terá energia suficiente para ionizá-lo e o elétron ejetado ficará sujeito a um campo

elétrico dentro do experimento, podendo ser detectado logo em seguida. Exemplos de arranjos deste tipo podem usar tecnologia de CCDs (*charged-coupled devices*) como o experimento DAMIC no SNOLAB [62, 26], ou gases nobres como com contadores esféricos (*Spherical Proportional Counters*, SPCs) como o NEWS-G [63].

Alguns experimentos combinam diferentes técnicas como ionização e cintilação ou ionização e fotodetecção para aumentarem suas propriedades analíticas de possíveis eventos. O experimento XENON [64] localizado na Itália, por exemplo, utiliza um tanque contendo Xe líquido e gasoso, imerso em um campo elétrico que, caso uma partícula de ME interaja com o conteúdo do tanque, a cintilação causada pelo evento é detectada por fotomultiplicadoras na base e na tampa do tanque cilíndrico. Elétrons ejetados são capturados logo em seguida, gerando assim um sinal duplo característico de um evento de detecção de ME. Experimentos deste tipo são geralmente referidos como *Time Projection Chambers* (TPC).

Além disso, alguns experimentos como o DAMA/LIBRA, também localizados na Itália, tentam isolar sinais de ME de ruídos experimentais observando a modulação anual de tais eventos. Tal modulação seria causada, como dissemos anteriormente, pela movimentação da Terra ao redor do Sol, que resulta num movimento relativo com referência à galáxia de, aproximadamente, [50]

$$v_R = 220 \text{ km/s} \times \{1,05 + 0,07 \cos[2\pi(t - t_m)]\}, \quad (3.3.2)$$

onde t_m é, aproximadamente, o início de Junho e o tempo é contado em anos. O resultado deste efeito é uma diferença de $\sim 7\%$ de variação no fluxo esperado de partículas de ME ao longo do ano. Como tal modulação é muito pequena, é necessário um tempo de exposição e uma sensibilidade experimental relativamente alta para observar tal modulação [50], além de complicações experimentais para isolar erros sistemáticos relacionados com efeitos sazonais como estações do ano e atividade solar, por exemplo. Não obstante, depois de algumas dezenas de ciclos anuais, os experimentos DAMA/LIBRA divulgaram recentemente ter obtido um nível de confiança de $12,9 \sigma$ na modulação anual dos sinais detectados como sendo provenientes de espalhamentos de ME na faixa dos $\sim 10 \text{ keV}$ [65].

A Figura 11 mostra os limites de exclusão obtidos e projetados para eventos envolvendo detecção direta de ME provenientes de diferentes experimentos localizados nos EUA [58]. A maioria destes partem do princípio de que haja um espalhamento de um núcleo atômico com a ME, porém cada um emprega materiais e técnicas de detecção diferentes. Estes limites fornecem preciosas informações para a parametrização de diferentes modelos de ME que envolvem o acoplamento da ME com o MP, assim como indicam regiões do espaço de parâmetros que ainda precisam ser mais exploradas tanto por futuros experimentos quanto por abordagens teóricas.

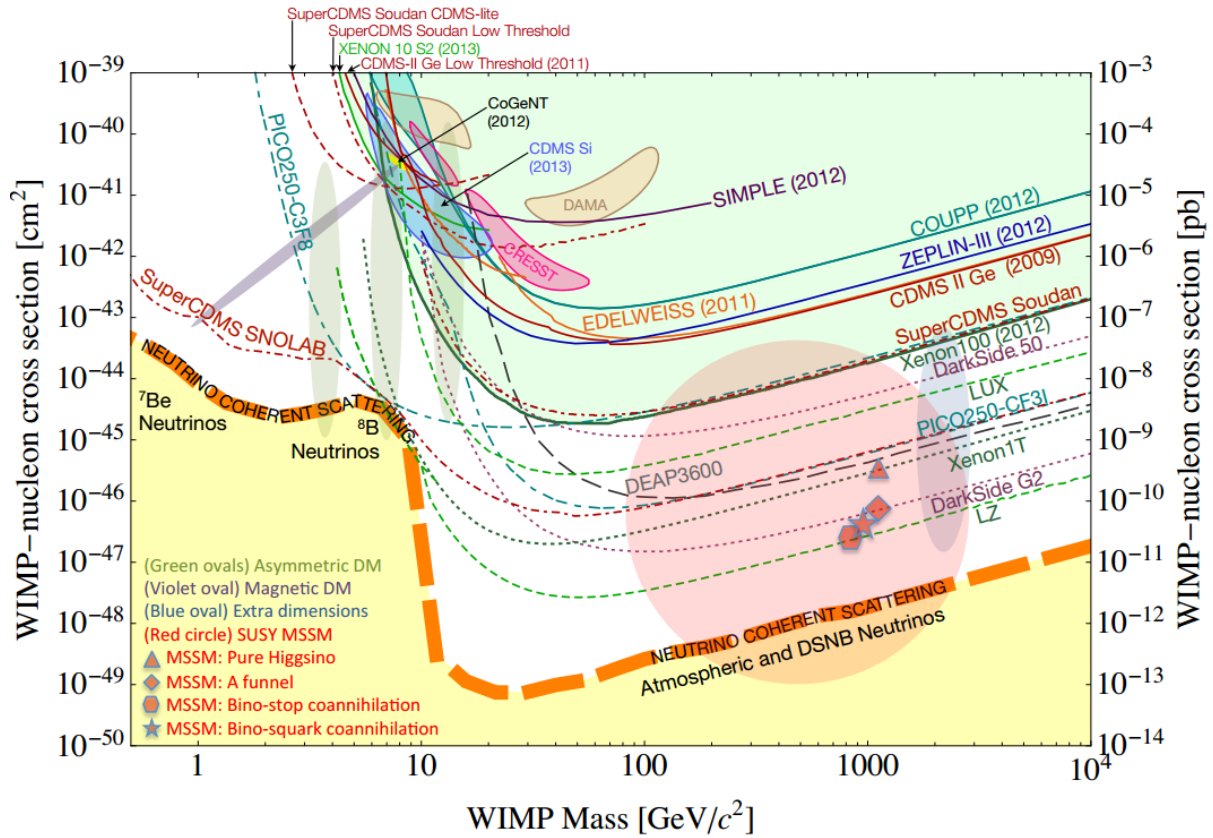


Figura 11 – Compilação dos limites de exclusão na seção de choque de modelos WIMP-núcleon, independente de spin (linhas sólidas), indícios de detecção de WIMP (área sombreada) e projeções futuras (linhas tracejadas) para diferentes experimentos de detecção direta. A região delimitada abaixo no gráfico indica o *chão de neutrinos*, onde neutrinos provenientes de fontes como o Sol, atmosfera e supernovas passarão a compor um ruído de fundo e interferir nos sinais de detecção direta [58].

3.3.2 Detecção indireta

Os melhores limites quanto a densidade local de ME nos dão um valor aproximado de $0,3 \text{ GeV cm}^{-3}$ [26]. Esta densidade é baixa^g, porém espera-se que em regiões de maior potencial gravitacional, como no interior de estrelas e no centro da galáxia, a densidade de ME seja suficientemente alta para que a aniquilação de partículas de ME em partículas conhecidas do MP ainda aconteça atualmente^h. Esta aniquilação, caso ocorra de fato, ocorre de modo que são gerados pares de partículas e antipartículas ou fótons do MP, que podem ser detectados como um excesso anômalo no fluxo esperado de outras fontes já conhecidas.

Partículas como elétrons e fótons não são difíceis de se detectar, porém a observação de antipartículas como pósitrons, antiprótons e fótons, em determinados espectros de

^g A densidade local do disco da galáxia, por exemplo, é de aproximadamente $3,7 \text{ GeV cm}^{-3}$

^h Pelo modelo cosmológico padrão, visto na seção 2.6, essa aniquilação cessou após o *freeze-out*.

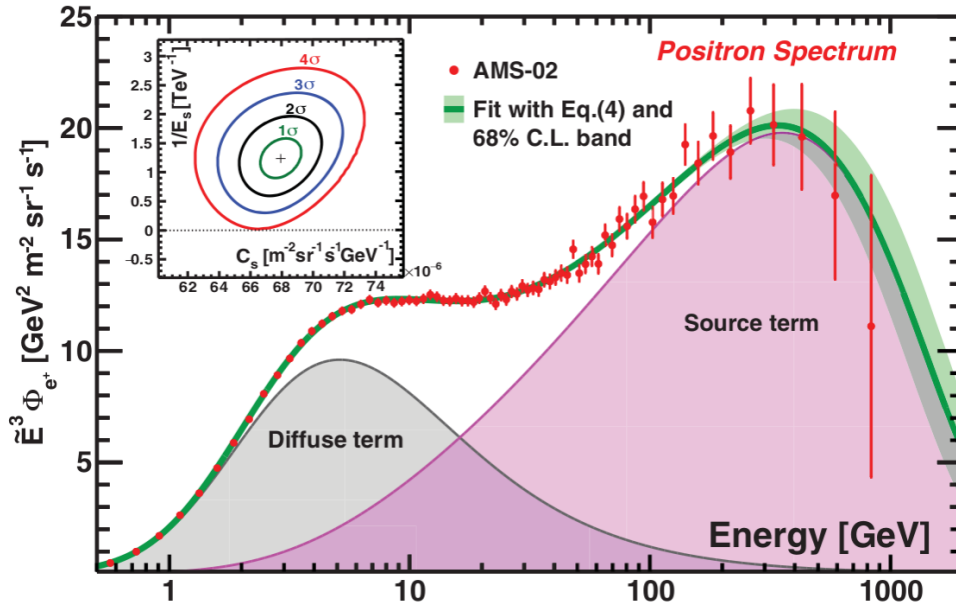


Figura 12 – Medidas de precisão de raios cósmicos, baseadas em 1,9 milhões de pósitrons coletados pelo experimento *Alpha Magnetic Spectrometer* (AMS-02), localizado na Estação Espacial Internacional. O fluxo de pósitrons exibe uma complexa dependência com a energia, porém a região sombreada (em rosa) mostra um excesso no fluxo quando comparada ao esperado de outras fontes de fundo (em cinza) [66].

energia, são raros e podem ser provenientes da aniquilação de ME em algum ponto do cosmos. Como partículas de CDM se movem lentamente com relação ao plano galáctico, é possível determinar o seu espectro de energia como se o processo de aniquilação tivesse ocorrido com as partículas em repouso, permitindo assim uma melhor análise destes eventos [33]. Desta forma, os experimentos de detecção direta procuram por evidências de partículas geradas por processos de aniquilação de ME de diferentes maneiras. Por exemplo, caso a aniquilação de ME seja um processo $2 \rightarrow 2$ padrão, os subprodutos deste processo seriam pósitrons ou antiprótons – no caso da ME ter alguma forma de se acoplar com quarks. Entretanto, outras partículas ainda poderiam ser geradas a partir do decaimento das geradas no processo inicial, como neutrinos e antineutrinos [33]. Alguns exemplos de aniquilação de ME são:

$$\begin{aligned}
 \chi \bar{\chi} &\rightarrow l^+ l^-, \\
 \chi \bar{\chi} &\rightarrow q \bar{q} \rightarrow p \bar{p} + X, \\
 \chi \bar{\chi} &\rightarrow e^+ e^-, W^+ W^-, b \bar{b} + X \rightarrow l^+ l^-, p \bar{p} + X.
 \end{aligned}
 \tag{3.3.3}$$

Sendo assim, o que espera-se observar em detecções indiretas de ME são léptons ou antiprótons estáveis que se propagam de um determinado poço de potencial gravitacional até o detector pelo espaço. A tarefa principal deste tipo de experimento é medir a carga elétrica, normalmente com a ajuda de algum campo magnético.

O experimento PAMELA, por exemplo, detectou um excesso no fluxo de pósitrons,

o que poderia indicar uma larga taxa de decaimento de WIMP [33]. Similarmente, o experimento AMS-02 também detectou um excesso no fluxo de pósitrons, como mostrado na Figura 12 [67, 66]. Porém, tais evidências ainda são inconclusivas para a detecção definitiva de ME, pois tais excessos ainda podem ser explicados por pulsares ou outras fontes astrofísicas, além de que estes excessos entram em tensão com outros resultados de CMB, por exemplo [33].

Um outro experimento importante na verificação indireta de ME é o *Fermi Gamma-ray Space Telescope*, ou Fermi-LAT, que detecta fótons de alta energia no espectro de raios gama provenientes das mais variadas fontes. Este telescópio consegue varrer todo o céu num intervalo de apenas três horas e registra eventos que variam de 20 MeV a 300 GeV [49]. Os dados obtidos pelo Fermi-LAT ainda são debatidos pela comunidade científica [68, 69] e o excesso de raios gama medidos por ele ainda não podem ser inequivocamente atribuídos à aniquilação de ME. Contudo, esta hipótese consegue explicar bem alguns parâmetros relacionados com tais detecções, principalmente aqueles provenientes do centro galáctico, como o espectro de energia, morfologia e intensidade destes excessos.

Por fim, a Figura 13 mostra um compilado do excesso no fluxo de pósitrons detectados aproximadamente na mesma região do espectro por diferentes experimentos. Análises conjuntas como essa ajudam a diminuir os erros sistemáticos relacionados a cada experimento e são indicativos da existência de ME como hipótese para uma descrição satisfatória de todos os dados.

3.3.3 Busca em colisores

Se a ME foi produzida por um processo como o descrito na seção 2.6, então poderíamos tentar recriá-la, a princípio, com o auxílio de colisores de partículas com energias suficientemente altas. Para isso, assume-se que a ME possui algum tipo de acoplamento com a matéria convencional. Este acoplamento pode ser direto com léptons e quarks ou através de algum mediador [33] que se acople tanto a esses quanto à ME. Tais acoplamentos podem ser construídos teoricamente a partir de uma nova Lagrangiana de interação que descreve como se dariam tais interaçõesⁱ. Além disso, não basta produzir ME em colisores, é preciso detectá-la. Tal detecção configura um grande desafio experimental, uma vez que espera-se que os acoplamentos relacionados com ME sejam *muito fracos*, tanto quanto ou ainda mais do que aqueles com neutrinos, por exemplo^j.

Entretanto, a vantagem ao se utilizar colisores de partículas é que estes costumam ser desenvolvidos para serem *multipropósito*, ou seja, possibilitam medir um grande número de observáveis nos processos que são analisados. Além disso, é possível estudar um *grande*

ⁱ Ver Capítulo 4.

^j O que também é verdade para as detecções diretas e indiretas.

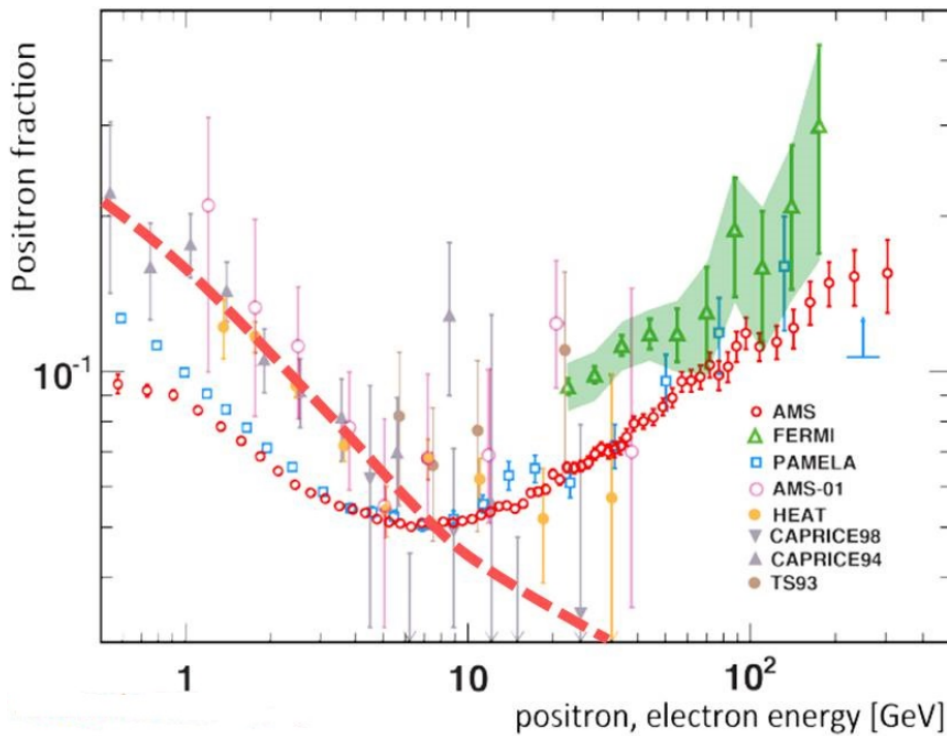


Figura 13 – Excesso do fluxo de pósitrons medido pelos experimentos PAMELA, AMS-02 e Fermi. O valor esperado de fontes conhecidas é indicado pela linha vermelha tracejada. A discrepância abaixo dos 10 GeV é explicada por diferentes fases na atividade solar na época em que os dados foram coletados [70].

número de eventos^k, limitados apenas pela luminosidade (\mathcal{L}) do colisor. Este enorme número de eventos gera, contudo, um enorme número de eventos de fundo, mas que podem ser subtraídos dos dados experimentais devido a bons níveis de controle de incerteza e dos parâmetros envolvidos com erros sistemáticos, que podem ser simulados e estudados separadamente [33].

Diferentemente do que acontece nas buscas diretas e indiretas, caso fosse detectada algum traço de ME em experimentos com colisores, não seria possível afirmar que esta ME seria a mesma que tem seus efeitos gravitacionais observados em níveis cosmológicos. Isso porque o tempo de voo de uma partícula para atravessar todas as dependências do detector não é comparável com o tempo de vida cosmológico de uma partícula primordial estável de ME. Portanto, análises cruzadas de dados de diferentes experimentos quase sempre levam alguma dependência com modelos específicos de ME, devido a dificuldade de se comparar tais resultados de maneira independente [72, 26].

Independentemente do tipo de colisor, o número de eventos (N_{event}) esperados para um processo com seção de choque total (σ_{tot}) é dado por

$$N_{event} = \sigma_{tot} \mathcal{L} \prod_j \epsilon_j, \quad (3.3.4)$$

^k Por exemplo, o LHC possui uma taxa de 600 milhões de eventos por segundo [71].

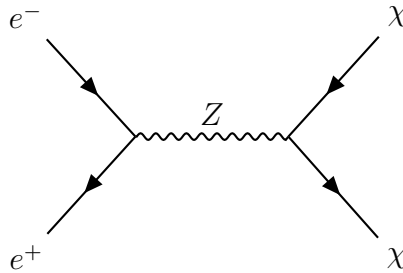
onde \mathcal{L} é a luminosidade do colisor e ϵ_j é um parâmetro que dita a eficiência do detector para cada tipo de partícula no estado final [33]. Muitas vezes os experimentos em colisores estão interessados em eventos com mediadores que, devido a efeitos de ressonância, tem uma seção de choque maior em regiões onde a energia do CM da colisão se aproxima a massa de repouso do mediador. Como veremos na [seção 5.1](#), as restrições são muito maiores para a massa do mediador do que para a massa das partículas de ME envolvidas num dado processo.

Podemos utilizar como exemplo a verificação do bóson Z pelo colisor *Large Electron-Positron* (LEP) localizado no CERN e que deu lugar ao LHC. Em pouco mais que uma década em que permaneceu ativo, este acelerador foi capaz de analisar colisões de e^+e^- em toda região ao redor do polo do bóson Z , descrito pelo propagador de Breit-Wigner dado por

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow Z) \propto \frac{E_{e^+e^-}^2}{(E_{e^+e^-}^2 - m_Z^2)^2 + m_Z^2 \Gamma_Z^2}, \quad (3.3.5)$$

e também em regiões onde as energias de CM da colisão ($E_{e^+e^-}$) chegaram a ~ 200 GeV [33]. Foi devido ao alto controle na energia do CM destas colisões que pode-se observar um excesso de eventos em torno da massa do bóson Z ¹, confirmada como $m_Z = 91,19 \pm 0,003$ GeV com uma largura de decaimento total $\Gamma_Z = 2,49 \pm 0,004$ GeV [26].

Além disso, medidas do LEP e outros colisores também restringiram os acoplamentos do bóson Z com novas partículas. Por exemplo, um processo do tipo $e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \chi\bar{\chi}$ descrito pelo diagrama de Feynman [33]



é fortemente restringido pela massa do bóson Z e, mesmo que o acoplamento da ME no diagrama acima fosse feito via fótons virtuais, a massa das novas partículas no estado final teria que ser

$$m_\chi > \frac{E_{e^+e^-}^{LEP}}{2} \approx 105 \text{ GeV}, \quad (3.3.6)$$

devido à energia máxima que o LEP foi capaz de atingir. De toda forma, mesmo que tal processo envolvendo ME ocorra, ainda seria muito difícil detectá-lo, pois as partículas de ME no estado final não deixam, em princípio, nenhum rastro nos detectores por serem

¹ Como o número de eventos está diretamente relacionado com a seção de choque ([Equação 3.3.4](#)), com a [Equação 3.3.5](#) temos uma relação direta para o número total de eventos em função da energia do CM do processo.

estáveis^m. Porém, a grande vantagem de colisores de léptons em detrimento de colisores de hádronsⁿ, é ser possível determinar com exatidão a cinemática do estado inicial de um dado processo, ou seja, é ter alto controle quanto aos quadrimomenta de todas as partículas que geram o processo.

É possível reconstruir todo o processo sabendo os quadrimomenta inicial e final das partículas envolvidas (ver Figura 14) e, a partir de tal reconstrução, procurar por alguma perda de energia que pudesse ser graças a produção de um par de partículas novas que poderiam ser ME^o. Entretanto, como processos do tipo $e^+e^- \rightarrow Z^*$, $\gamma^* \rightarrow \chi\bar{\chi}$ são facilmente confundidos com um evento onde o par e^+e^- simplesmente interagem *elasticamente* um com o outro, esta análise é feita de maneira mais objetiva atrelando-se algum outro observável ao estado final. Ademais, o espalhamento Bhabha pode ocasionar a conversão de elétrons em fótons em sua identificação experimental, o que pode levar a uma reconstrução com energia ausente no processo.

Atualmente existem algumas propostas para construção de novos aceleradores de léptons que seriam capazes de sondar interações eletrofracas em energias bem maiores do que aquelas atingidas pelo LEP. Dentre essas propostas, destacam-se o colisor circular *Future Circular Collider*, no CERN, para colisões de elétrons (FCC-ee) com energias entre 90 GeV até ~ 400 GeV [73] e o *Circular Electron Positron Collider* (CEPC) sitiado na China para colisões entre elétrons e pósitrons com energia de 240 GeV [74], ou os colisores lineares como o *International Linear Collider* (ILC), ainda sem localização definida, com energias entre 200–500 GeV, podendo chegar a 1 TeV [75], ou energias ainda maiores que esta como pretende o *Compact Linear Collider* (CLIC), também proposto no CERN [33] para colisões a 3 TeV [76]. Entretanto, apesar do sucesso do LEP como colisor elétron-pósitron no final do século XX, hoje, quando se fala em colisores, estamos quase sempre nos referindo a colisores de hádrons. O LHC com seus diversos experimentos são um exemplo óbvio deste tipo de equipamento. Para o foco deste trabalho em colisões entre léptons, os colisores de energia até 1 TeV podem ser explorados. Contudo a energia de colisão de CLIC se torna atrativa para buscar na escala multi-TeV uma região ainda não excluída por resultados experimentais do LHC.

A busca por ME em colisores de hádrons é um pouco mais complicada, já que o estado inicial das partículas nem sempre é totalmente conhecido, pois os prótons normalmente utilizados nessas colisões não são partículas fundamentais. Pelo fato de serem partículas compostas, quando acelerados a energias relativísticas, os prótons possuem funções de distribuição para descrever o comportamento dos seus constituintes, chamados

^m Mais uma vez, caso consideremos que estas novas partículas são as mesmas de ME primordial inferidas via astrofísica.

ⁿ Como o LHC.

^o Na literatura é comum encontrar referências a tais buscas como *missing energy searches*, ou buscas por energia perdida, em tradução livre, utilizando-se o símbolo \cancel{E} para representar essa grandeza.

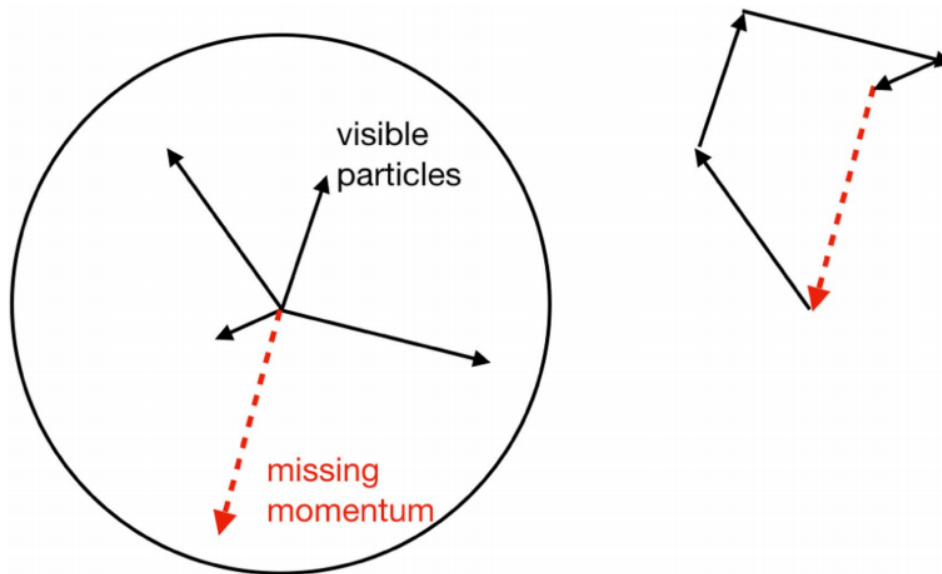


Figura 14 – A partir do conhecimento dos quadrimomenta inicial e final, é possível reconstruir todo o processo para procurar por algum momentum transversal faltante [77].

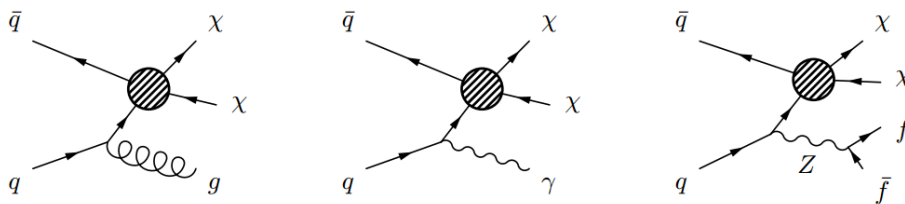
pártons [78, 79], que podem ser entendidos como quarks e glúons gerados pela alta energia atingida durante a colisão. Tudo isso faz com que o ruído de fundo destes eventos seja difícil de se analisar, já que estas colisões envolvendo quarks e glúons são por vezes mais contaminadas pela atividade hadrônica do que as que envolvem apenas pares de léptons.

Uma das formas de se estudar eventos em colisores como o LHC é definir uma série de gatilhos, já que número de eventos é tão grande que seria impossível analisá-los todos um por um. A escolha de tais gatilhos é um processo crucial na busca por ME em colisores de hádrons e, usualmente, procura-se por eventos com energia perdida como escolhas óbvias, apesar de sua reconstrução nem sempre ser uma tarefa simples. Para facilitar a reconstrução cinemática dos eventos, usualmente recorre-se a uma variável chamada de *momentum transversal*, que é o momentum bidimensional na direção do plano xy , ou seja, o plano transversal e perpendicular a direção do feixe (adotado como normalmente como o eixo z). Sendo assim, a busca por ME se dará, principalmente, contabilizando a perda de momentum transversal de alguma partícula que os calorímetros do detector possam notar. Em outras palavras, espera-se que um evento envolvendo ME também envolva, de alguma maneira, a produção de partículas do MP detectáveis pelos experimentos do colisor como múons, elétrons, fótons, etc.

Particularmente, em colisores de léptons como o CLIC, espera-se também observar sinais de ME na forma de *traços desaparecidos* [76, 80]. Tal sinal poderia ocorrer caso uma possível partícula de ME carregada tenha tempo de vida suficientemente alto para atravessar o volume do detector e deixar um traço característico de partículas carregadas,

decaindo logo em seguida em outra partícula de ME ou em partículas do MP leves demais para gerarem quaisquer sinal nos calorímetros do acelerador. O resultado disso seria um traço no rastreador que poderia indicar a presença de ME, entretanto apenas depois de removida qualquer possibilidade de eventos de fundo, como a produção de fótons no estado inicial.

Portanto, a produção de ME também pode ser dar pela emissão de partículas diretamente do estado inicial, como nos diagramas a seguir [33]:



Estas buscas são chamadas de *mono-X*, podendo indicar a produção de monojatos, mono-Z, mono-fótons, dentre outros. O experimento CLIC também será sensível para este tipo de produção, principalmente à envolvendo mono-fótons [76, 80]. Outros exemplos de análises de ME em colisores de hádrons são as buscas por diléptons (produção de dois pares de léptons no estado final) e dijetos (produção de dois jatos de partículas no estado final, provenientes de um possível vértice com ME). Todas estas análises, apesar de ainda não terem apontado para nenhuma evidência inequívoca da existência de ME, ajudam a restringir o espaço de parâmetros e aumentam os limites de exclusão de diversos modelos de ME, principalmente os envolvendo mediadores massivos, como veremos no [Capítulo 4](#).

4 Modelagem Teórica e Resultados

4.1 Um (novo) bóson massivo e sua interação com a ME

Inspirados pelas proposições apresentadas nas Refs. [33, 81, 82], podemos assumir que a interação de uma WIMP qualquer com o MP é mediada por um novo bóson massivo de calibre, que indicaremos daqui em diante por Z' . Este bóson Z' age, então, como mediador na produção de ME primordial até que o *freeze-out* seja atingido, conforme descrito na seção 2.6. Em princípio, a extensão do MP contendo este novo bóson é indistinguível dos bósons vetoriais massivos já conhecidos para o MP. Portanto, em nossa análise, poderíamos comparar os limites já estabelecidos para o bóson Z convencional e estendê-la para regiões de massas na escala TeV ou abaixo dela.

Este novo bóson de calibre poderia ser a própria ME primordial ou agir apenas como um portal de interação para ela, conforme a magnitude de um acoplamento g_χ com o setor escuro. O primeiro caso seria de difícil implementação já que o bóson Z' seria instável e, portanto, não satisfaria um dos requerimentos básicos para um bom candidato à ME^a. Também, a partícula de ME primordial pode, ainda, ser constituída fundamentalmente por um campo escalar, fermiônico ou vetorial complexo, ou por alguma combinação desconhecida destes três. Para cada um destes, o acoplamento com um bóson vetorial massivo será realizado por diferentes operadores, permitindo-se, assim, que sejam estudados cada processo e parâmetros envolvidos de maneira independente.

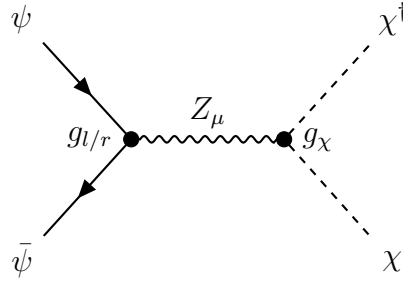
Diferentemente dos casos analisados nas Refs. [81, 82], não vamos supor, a princípio, nenhum modelo efetivo e proceder com o cálculo da seção de choque total (σ_{tot}) via regras de Feynman de maneira independente. Além disso, em todos os processos que descrevermos a seguir, a ME é espalhada de maneira elástica, mas espalhamentos inelásticos ou descritos por fatores de formas podem também ser analisados [83, 84].

Portanto, uma lagrangiana de interação descrevendo uma extensão do MP com um novo grupo de simetria $U(1)$ renormalizável agindo como um portal vetorial para ME, diferenciada também pela composição do seu campo escalar, fermiônico ou vetorial complexo, pode ser descrita conforme veremos a seguir.

4.1.1 ME Escalar

Seja ψ um *espinor* fermiônico qualquer do MP e Z_μ o campo vetorial real referente a um bóson vetorial massivo, podemos escrever um diagrama de Feynman envolvendo a interação deste mediador com um candidato de matéria escura χ como

^a Ver Figura 20.



onde $g_{l/r}$ e g_χ são os acoplamentos do bóson vetorial com o MP e com a ME, respectivamente. A linha tracejada indica que o candidato χ em questão é um escalar. Sendo assim, a Lagrangiana de interação^b deste processo pode ser então escrita como

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_\Omega^2 Z^\mu Z_\mu + \bar{\psi}\gamma^\mu (g_l P_L + g_r P_R) \psi Z_\mu + g_\chi (\chi^\dagger \partial_\mu \chi - \chi \partial_\mu \chi^\dagger) Z^\mu, \quad (4.1.1)$$

onde utilizamos M_Ω para indicar a massa do mediador e γ^μ são as matrizes de Dirac usuais. Além disso, como havíamos dito, Z_μ indica um campo vetorial real com tensor de campo dado por

$$F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (4.1.2)$$

que, juntamente com elemento de massa definido pelo termo $\frac{1}{2}M_\Omega^2 Z^\mu Z_\mu$, compõem o termo cinético referente ao bóson Z' da lagrangiana^c. O terceiro termo contém os espiniores usuais e adjuntos de Dirac ψ e $\bar{\psi}$ respectivamente, que dizem respeito ao termo de interação do bóson Z' com o MP. Os operadores P_L e P_R referem-se a operadores de mão esquerda e direita, definidos por

$$\begin{cases} P_L \equiv (1 - \gamma^5), \\ P_R \equiv (1 + \gamma^5), \end{cases} \quad (4.1.3)$$

com g_l e g_r representando as magnitudes de acoplamentos de mão esquerda e direita com o MP, respectivamente. Por fim, o último termo contendo os campos escalares χ e χ^\dagger representa o termo de interação da ME escalar com o bóson Z' .

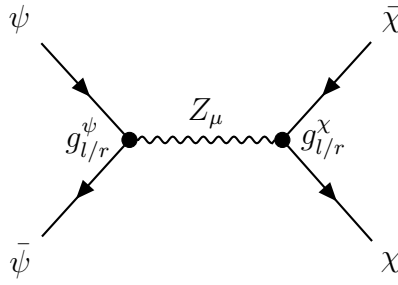
4.1.2 ME Fermiônica

Para o caso de uma partícula de ME descrita como um férmion^d, teremos que o diagrama de Feynman representando tal interação via troca de um bóson vetorial no canal s pode ser representado por

^b Escreveremos sempre a forma completa contendo também o termo cinético do bóson Z' .

^c O mesmo termo estará presente igualmente na Lagrangiana de interação da ME fermiônica e vetorial.

^d Em princípio, χ é um férmion de Majorana por ser a sua própria anti-partícula.



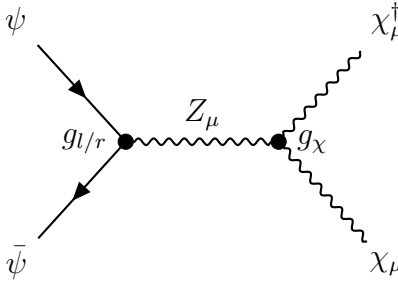
com Lagrangiana de interação escrita na forma

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_{\Omega}^2 Z^{\mu}Z_{\mu} + [\bar{\psi}\gamma^{\mu}(g_l P_L + g_r P_R)\psi + \bar{\chi}\gamma^{\mu}(g_l P_L + g_r P_R)\chi] Z_{\mu}, \quad (4.1.4)$$

onde consideramos a generalização $g_{l/r}^{\psi} = g_{l/r}^{\chi}$ para os fins deste trabalho. Além disso, neste caso o termo de interação da ME fermiônica com o bóson Z' é dado pelo último termo da [Equação 4.1.4](#) que contém o espinor χ e espinor adjunto $\bar{\chi}$, acompanhado dos respectivos operadores e acoplamentos de mão direita e esquerda.

4.1.3 ME Vetorial

Por fim, para um candidato à ME na forma de um campo vetorial complexo, diferente daquele que consideramos para formular o bóson mediador vetorial, com diagrama de Feynman representado por



é possível combinar dois graus de liberdade reais de um campo de ME complexo com o singlete já definido pelo mediador Z_{μ} para gerar um tensor de campo e um termo cinético de calibre de forma similar ao que é feito em teorias de calibre com representações $SU(2)$. Seguindo os passos conforme demonstrado na Ref. [81], obteremos uma Lagrangiana de interação, ignorando termos quadráticos, escrita na forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}M_{\Omega}^2 Z^{\mu}Z_{\mu} + \bar{\psi}\gamma^{\mu}(g_l P_L + g_r P_R)\psi Z_{\mu} - ig_{\chi}Z_{\mu}\chi_{\nu}^{\dagger}(\partial^{\mu}\chi^{\nu} - \partial^{\nu}\chi^{\mu}) \\ & + ig_{\chi}Z^{\mu}\chi^{\nu}(\partial_{\mu}\chi_{\nu}^{\dagger} - \partial_{\nu}\chi_{\mu}^{\dagger}) - ig_{\chi}(\partial^{\mu}Z^{\nu} - \partial^{\nu}Z^{\mu})\chi_{\mu}^{\dagger}\chi_{\nu}, \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

onde os três termos finais representam o acoplamento dos campos vetoriais de ME com o campo definido para o bóson Z' .

Conforme podemos perceber por estas Lagrangianas de interação, as WIMP χ que nos propomos a descrever são neutras quanto a carga de cor e eletromagnética e, portanto, não sofrem espalhamento por glúons em nível árvore [82]. Portanto, teremos três candidatos χ para ME de relíquia: escalar, fermiônico e vetorial. Todos, por sua vez, interagindo com o MP pela mediação de um novo bóson vetorial massivo Z' de massa M_Ω . Futuramente, pode-se estudar possíveis interações dentre estes três campos e suas implicações na descrição de propriedades já conhecidas da ME. No próximo capítulo prosseguiremos com o cálculo da seção de choque total e a estimativa de alguns parâmetros para que estes processos consigam descrever de fato a abundância de ME observada no Universo.

4.2 Cinemática dos Processos

Na seção anterior apresentamos três diagramas de interação, com suas respectivas Lagrangianas, para candidatos de ME que interagem com o MP via a troca de um bóson vetorial massivo Z' . Para comparar estes modelos com resultados presentes na literatura, procedemos com o cálculo da seção de choque total de ordem mais baixa via regras de Feynman descritas nas Seções B.4 e B.5 e também em [85, 86, 87] a fim de mensurar os diferentes parâmetros envolvidos em cada processo.

Para tanto, consideraremos os férmions do MP presentes nestes diagramas como sendo um par elétron-pósitron (e^+e^-) de massas m_e e todas as partículas de ME com massa m_χ , indiscriminadamente. A motivação de tal escolha é estabelecer um espaço de parâmetros que possa ser comparado com experimentos vindouros de explorem processos de espalhamento e^+e^- como o CLIC (ver subseção 3.3.3). Prosseguiremos, então, com a determinação da média do quadrado da amplitude de espalhamento ponderada sobre todos os estados de spin inicial, $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$, após o que determinaremos as larguras de decaimento do bóson Z' nos três tipos de ME estudados a fim de estabelecer a sua distribuição de Breit-Wigner para a seção de choque diferencial e total, conforme citado na seção B.5, e que será calculada após algumas definições cinemáticas para variáveis no referencial do CM do processo. Os resultados finais serão apresentados em forma gráfica ao final deste capítulo, comparando-se estes com alguns indicadores já presentes na literatura para este tipo de mediador.

4.2.1 Espalhamento $2 \rightarrow 2$ no Referencial do CM

Para analisar os processos que estamos estudando, consideraremos o referencial do CM para o espalhamento $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ discutido anteriormente. Para tanto, podemos

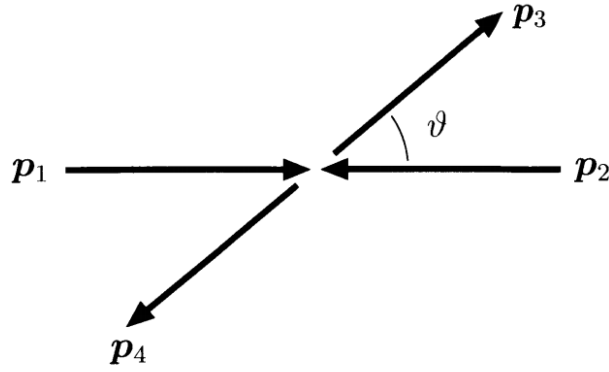


Figura 15 – Representação trivetorial de um processo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ no referencial do CM [87].

definir as variáveis de Mandelstam como [87]

$$s \equiv (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \quad (4.2.1a)$$

$$t \equiv (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2, \quad (4.2.1b)$$

$$u \equiv (p_1 - p_4)^2 = (p_3 - p_2)^2, \quad (4.2.1c)$$

onde p_i representa o quadrimomentum. Além disso, respeitadas as condições *on-shell* e de conservação de quadrimomentum, teremos que

$$p_i^2 = m_i^2, \quad (4.2.2a)$$

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4. \quad (4.2.2b)$$

Logo, considerando um processo como o da Figura 15, podemos definir os seguintes quadrimomenta:

$$p_1 = (E_1, \vec{p}_i) = (E_1, 0, 0, |\vec{p}_i|), \quad (4.2.3a)$$

$$p_2 = (E_2, -\vec{p}_i) = (E_2, 0, 0, -|\vec{p}_i|), \quad (4.2.3b)$$

$$p_3 = (E_3, \vec{p}_f) = (E_3, 0, |\vec{p}_f| \sin \theta, |\vec{p}_f| \cos \theta), \quad (4.2.3c)$$

$$p_4 = (E_4, -\vec{p}_f) = (E_4, 0, -|\vec{p}_f| \sin \theta, -|\vec{p}_f| \cos \theta). \quad (4.2.3d)$$

Como neste estudo estamos interessados na aniquilação de um par de elétron-pósitron num par de partículas de ME, a princípio idênticas, podemos associar as partículas 1 e 2 destes processos com elétrons e pósitrons de massa m_e e as partículas 3 e 4 com partículas de ME de massa m_χ . Assim, usando a Equação 4.2.1b e as convenções de produto de quadrivetores [87]:

$$E_1 = E_2 = E_i = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_e^2 - m_e^2) = \frac{\sqrt{s}}{2} = E, \quad (4.2.4a)$$

$$E_3 = E_4 = E_f = \frac{1}{2\sqrt{s}}(s + m_\chi^2 - m_\chi^2) = \frac{\sqrt{s}}{2} = E, \quad (4.2.4b)$$

onde $2E = \sqrt{s}$ passa a ser entendido como a energia do CM do processo. Ainda, usando a [Equação 4.2.2b](#), podemos reescrever $|\vec{p}_i|$ e $|\vec{p}_f|$ na forma

$$|\vec{p}_i|^2 = \frac{1}{4s}(s^2 - 4sm_e^2) = \frac{1}{4}(s - 4m_e^2), \quad (4.2.5a)$$

$$|\vec{p}_f|^2 = \frac{1}{4s}(s^2 - 4sm_\chi^2) = \frac{1}{4}(s - 4m_\chi^2). \quad (4.2.5b)$$

Por fim, com todas estas relações em mãos e mais uma vez usando as definições de produto de quadrivetores, teremos

$$(p_1 \cdot p_2) = \frac{1}{2}(s - 2m_e^2), \quad (4.2.6a)$$

$$(p_3 \cdot p_4) = \frac{1}{2}(s - 2m_\chi^2), \quad (4.2.6b)$$

$$(p_1 \cdot p_4) = \frac{1}{2}(s + t - m_e^2 - m_\chi^2), \quad (4.2.6c)$$

$$(p_2 \cdot p_3) = \frac{1}{2}(s + t - m_e^2 - m_\chi^2), \quad (4.2.6d)$$

$$(p_1 \cdot p_3) = -\frac{1}{2}(t - m_e^2 - m_\chi^2), \quad (4.2.6e)$$

$$(p_2 \cdot p_4) = -\frac{1}{2}(t - m_e^2 - m_\chi^2), \quad (4.2.6f)$$

$$(p_3 - p_4)^2 = -(s - 4m_\chi^2), \quad (4.2.6g)$$

onde, nas relações envolvendo funções trigonométricas, utilizamos que

$$\cos \theta = \frac{s + 2t - 2m_e^2 - 2m_\chi^2}{(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}}(s - 4m_\chi^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (4.2.7)$$

4.2.2 Cinemática dos Vetores de Polarização

Para o caso específico da ME vetorial, é preciso desenvolver alguns termos de cinemática envolvendo os vetores polarização $\varepsilon_\mu(k, \lambda)$, uma vez que os processos que envolvem bósons vetoriais massivos no estado final apresentam uma dinâmica diferente de processos da QED envolvendo apenas fótons. Bósons vetoriais massivos possuem um estado de polarização extra, chamado *polarização longitudinal*. Logo, tais bósons possuem três estados polarização distintos, que definiremos por

$$(\varepsilon_\mu^+(p_i), \varepsilon_\mu^-(p_i), \varepsilon_\mu^L(p_i)). \quad (4.2.8)$$

O estados $\varepsilon_\mu^+(p_i)$ e $\varepsilon_\mu^-(p_i)$ representam estados de polarização transversa, que são os mesmos estados de bósons não-massivos, como o fóton. A diferença principal está no estado de polarização longitudinal, definido a partir de um quadrimomentum $p = (E, p_x, p_y, p_z)$ de uma partícula massiva de massa m como

$$\varepsilon_\mu^L(p) = \frac{1}{m}(p_z, p_y, p_x, E). \quad (4.2.9)$$

Para as partículas vetoriais massivas de ME no estado final, referenciadas aqui como 3 e 4, conforme apresentadas no diagrama da [subseção 4.1.3](#), definiremos os seguintes quadrivetores^e:

$$\chi_\mu = \begin{cases} \varepsilon_\mu^+(p_3) = (0, 1, 0, 0), \\ \varepsilon_\mu^-(p_3) = (0, 0, \cos \theta, -\sin \theta), \\ \varepsilon_\mu^L(p_3) = \frac{1}{m_\chi} (|\vec{p}_f| \cos \theta, |\vec{p}_f| \sin \theta, 0, E), \end{cases} \quad (4.2.10a)$$

$$\chi_\mu^\dagger = \begin{cases} \varepsilon_\mu^+(p_4) = (0, 1, 0, 0), \\ \varepsilon_\mu^-(p_4) = (0, 0, -\cos \theta, \sin \theta), \\ \varepsilon_\mu^L(p_4) = \frac{1}{m_\chi} (-|\vec{p}_f| \cos \theta, -|\vec{p}_f| \sin \theta, 0, E). \end{cases} \quad (4.2.10b)$$

Uma amplitude de espalhamento ou decaimento \mathcal{M} pode ser calculada para um mesmo processo para *cada um* destes estados. A amplitude total média poderá ser obtida, portanto, somando-se sobre todas as combinações de estados de polarização possíveis. Ou seja, para um processo que envolva duas partículas no estado final que podem assumir três vetores de estado de polarização (+, -, L), a média da amplitude total seria dada por

$$\langle \mathcal{M}_{\text{tot}} \rangle = \frac{\sum_{i,j=+,-,L} \mathcal{M}_{ij}}{\sum \text{combinações}}. \quad (4.2.11)$$

Sabendo disso, será de grande utilidade em nosso estudo definir vetores ε_i como a soma dos outros quadrivetores de polarização. Logo, da própria equação [Equação 4.2.10](#) teremos

$$\varepsilon_3 = (\varepsilon_3^+ + \varepsilon_3^- + \varepsilon_3^L) = \frac{1}{m_\chi} (|\vec{p}_f| \cos \theta, m_\chi + |\vec{p}_f| \sin \theta, m_\chi \cos \theta, E - m_\chi \sin \theta), \quad (4.2.12a)$$

$$\varepsilon_4 = (\varepsilon_4^+ + \varepsilon_4^- + \varepsilon_4^L) = \frac{1}{m_\chi} (-|\vec{p}_f| \cos \theta, m_\chi - |\vec{p}_f| \sin \theta, -m_\chi \cos \theta, E + m_\chi \sin \theta), \quad (4.2.12b)$$

de modo que

$$\varepsilon_z \equiv \varepsilon_3 + \varepsilon_4 = (\varepsilon_3^+ + \varepsilon_3^- + \varepsilon_3^L) + (\varepsilon_4^+ + \varepsilon_4^- + \varepsilon_4^L) \equiv \left(0, 2, 0, \frac{2E}{m_\chi}\right). \quad (4.2.13)$$

Por fim, com todos os vetores de polarização definidos, temos que os produtos

^e Adaptados de [88].

dentre estes vetores e os quadrimomenta definidos anteriormente serão dados por

$$(p_3 \cdot \varepsilon_3) = p_3 \cdot \varepsilon_\mu^+(p_3) + p_3 \cdot \varepsilon_\mu^-(p_3) + p_3 \cdot \varepsilon_\mu^L(p_3) = 0, \quad (4.2.14a)$$

$$(p_4 \cdot \varepsilon_4) = p_4 \cdot \varepsilon_\mu^+(p_4) + p_4 \cdot \varepsilon_\mu^-(p_4) + p_4 \cdot \varepsilon_\mu^L(p_4) = 0, \quad (4.2.14b)$$

$$(p_3 \cdot \varepsilon_4) = -\frac{2E |\vec{p}_f| \cos \theta}{m_\chi}, \quad (4.2.14c)$$

$$(p_4 \cdot \varepsilon_3) = \frac{2E |\vec{p}_f| \cos \theta}{m_\chi}, \quad (4.2.14d)$$

$$(\varepsilon_z \cdot p_1) = \frac{-2E |\vec{p}_i|}{m_\chi} = -\frac{\sqrt{s}}{2m_\chi} (s - 4m_e^2)^{1/2}, \quad (4.2.14e)$$

$$(\varepsilon_z \cdot p_2) = \frac{2E |\vec{p}_i|}{m_\chi} = \frac{\sqrt{s}}{2m_\chi} (s - 4m_e^2)^{1/2}, \quad (4.2.14f)$$

$$(\varepsilon_z)^2 = -\left(4 + \frac{4E^2}{m_\chi^2}\right) = -\frac{1}{m_\chi^2} (s + 4m_\chi^2), \quad (4.2.14g)$$

$$(\varepsilon_z \cdot p_{34}) = -\frac{4E |p_f| \cos \theta}{m_\chi} = -\frac{\sqrt{s} (s + 2t - 2\mu)}{2m_\chi (s - 4m_e^2)^{1/2}}, \quad (4.2.14h)$$

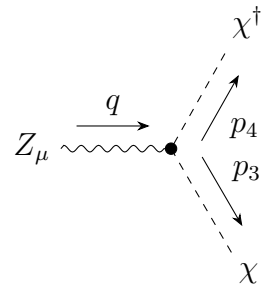
onde

$$p_{34} \equiv (p_3 - p_4). \quad (4.2.15)$$

4.3 Amplitudes de espalhamento

ME Escalar

Para o caso da ME escalar, utilizamos que o vértice da ME com o bóson Z' possui uma contribuição do tipo:



$$Z_\mu \xrightarrow{q} \begin{array}{l} \chi^\dagger \\ p_4 \\ p_3 \\ \chi \end{array} = -ig_\chi (p_3 - p_4)^\mu, \quad (4.3.1)$$

e, portanto, a amplitude de espalhamento \mathcal{M} do processo descrito na [subseção 4.1.1](#) será

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & -\frac{[\bar{v}(2)(\gamma^\mu G_{l/r})u(1)](g_{\mu\nu})(g_\chi)(p_3 - p_4)^\nu}{(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2} \\ & + \frac{[\bar{v}(2)(\gamma^\mu G_{l/r})u(1)](p_1 + p_2)_\mu (p_1 + p_2)_\nu (g_\chi)(p_3 - p_4)^\nu}{M_\Omega^2 [(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]}, \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

onde utilizamos a notação para os momentos p_i , $i = 1, 2, 3, 4$, adotando 1 e 2 como as partículas do estado inicial e 3 e 4 como as partículas do estado final, conforme [seção A.3^f](#).

^f Lembrando também que para os *espiniores*, $u(p_i) \rightarrow u(i)$; o mesmo vale para $v(p)$.

Vamos definir também um operador genérico, $G_{l/r}$, para lidar com os acoplamentos de mão esquerda e direita, com as seguintes propriedades:

$$G_{l/r} \equiv (g_l P_l + g_r P_r), \quad (4.3.3a)$$

$$\bar{G}_{l/r} = \gamma^0 G_{l/r}^\dagger \gamma^0 \equiv (g_l P_r + g_r P_l), \quad (4.3.3b)$$

$$G_{l/r} \cdot G_{l/r} = \bar{G}_{l/r} \cdot \bar{G}_{l/r} = g_l^2 + g_r^2 \equiv g^2, \quad (4.3.3c)$$

$$G_{l/r} \cdot \bar{G}_{l/r} = \bar{G}_{l/r} \cdot G_{l/r} = 2g_l g_r \equiv g_{l/r}^2. \quad (4.3.3d)$$

Assim, identificando o primeiro termo da [Equação 4.3.2](#) como $\textcircled{1}$ e o segundo termo como $\textcircled{2}$, veremos que o módulo quadrado da amplitude de espalhamento $|\mathcal{M}|^2$ será dado por

$$|\mathcal{M}|^2 = \textcircled{1} \cdot \textcircled{1}^* + \textcircled{2} \cdot \textcircled{2}^* + \textcircled{1} \cdot \textcircled{2}^* + \left(\textcircled{1} \cdot \textcircled{2}^*\right)^*. \quad (4.3.4)$$

Percebendo que os termos $\textcircled{2} \cdot \textcircled{2}^*$ e $\textcircled{1} \cdot \textcircled{2}^*$ terão uma contribuição $\propto [\dots](p_3^2 - p_4^2)$, já assumindo-se que^g

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \text{ e } p_3^2 = p_4^2 = m_\chi^2, \quad (4.3.5)$$

teremos que

$$\textcircled{2} \cdot \textcircled{2}^* = \textcircled{1} \cdot \textcircled{2}^* = \left(\textcircled{1} \cdot \textcircled{2}^*\right)^* = 0. \quad (4.3.6)$$

Como resultado, temos para o quadrado da amplitude de espalhamento

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \textcircled{1} \cdot \textcircled{1}^* \\ &= \frac{g_\chi^2}{[(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} \text{Tr}[(p_3 - p_4)G_{l/r}(p_1 + m)\bar{G}_{l/r}(p_3 - p_4)(p_2 - m)]. \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

Calculando o traço^h obteremos finalmente que o módulo quadrado da amplitude ponderada sobre todos os spins dos estados iniciais será

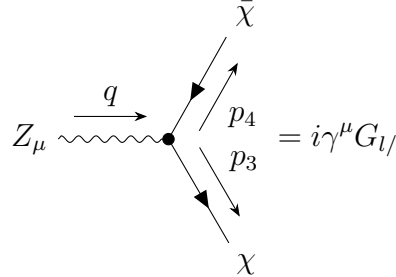
$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{g_\chi^2}{[(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^2 [(p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_3) - (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_4) \right. \\ &\quad \left. - (p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4) - \frac{1}{2}(p_1 \cdot p_2)(p_3 - p_4)^2] - \frac{m_e^2}{2} g_{l/r}^2 (p_3 - p_4)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (4.3.8)$$

^g Ver [seção 4.2](#).

^h Manualmente ou com o uso de programas auxiliares como o pacote FeynCalc para o Wolfram Mathematica v10.

ME Fermiônica

Procedemos de maneira semelhante para a ME fermiônica, com vértice de interação semelhante ao da QED, contribuindo com um fator



$$Z_\mu \xrightarrow{q} \begin{array}{l} \nearrow \bar{\chi} \\ \nearrow p_4 \\ \searrow p_3 \\ \searrow \chi \end{array} = i\gamma^\mu G_{l/r} \quad (4.3.9)$$

e, portanto, a amplitude de espalhamento \mathcal{M} do processo descrito na [subseção 4.1.2](#) terá a forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M} = & - \frac{[\bar{u}(3)(\gamma^\mu G_{l/r})v(4)][\bar{v}(2)(\gamma_\mu G_{l/r})u(1)]}{(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2} \\ & + \frac{[\bar{u}(3)(\gamma^\mu)(p_1 + p_2)_\mu (G_{l/r})v(4)][\bar{v}(2)(p_1 + p_2)_\nu (\gamma^\nu G_{l/r})u(1)]}{M_\Omega^2 [(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]}. \end{aligned} \quad (4.3.10)$$

Identificando os primeiro e segundos termos da mesma maneira que na [Equação 4.3.4](#) e procedendo com todo o cálculo envolvido, chegaremos que $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ será

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle = & \frac{2g^2}{[(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^2 [(p_1 \cdot p_4)(p_2 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_3)(p_2 \cdot p_4)] \right. \\ & \left. + g_{l/r}^2 \left[m_e^2 (p_3 \cdot p_4) + m_\chi^2 (p_1 \cdot p_2) + 2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} m_e^2 m_\chi^2 \right] \right\} \\ & + \frac{m_e^2 m_\chi^2}{M_\Omega^4 [(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^4 [m_e^2 m_\chi^2 + 2m_e^2 (p_3 \cdot p_4) + 2m_\chi^2 (p_1 \cdot p_2) + 4(p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)] \right. \\ & - g^2 g_{l/r}^2 (p_1 + p_2)^2 [m_e^2 + m_\chi^2 + 2(p_1 \cdot p_2) + 2(p_3 \cdot p_4)] + g_{l/r}^4 (p_1 + p_2)^4 \left. \right\} \\ & + \frac{2m_e^2 m_\chi^2}{M_\Omega^2 [(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} (g^2 - g_{l/r}^2)^2 [(p_1 \cdot p_4) + (p_1 \cdot p_3) + (p_1 \cdot p_3) + (p_2 \cdot p_3)]. \end{aligned} \quad (4.3.11)$$

ME Vetorial

O processo se complica um pouco para o caso da ME vetorial devido a contribuição de um vértice triplo vetorial, que pode ser escrito em termos dos momenta envolvidos

comoⁱ

$$Z_\mu \xrightarrow{q} \begin{array}{l} \nearrow p_4 \text{ } \chi_\mu^\dagger \\ \searrow p_3 \text{ } \chi_\mu \end{array} \quad g_\chi [(-p_3 - q)^\sigma g^{\lambda\nu} + (q + p_4)^\lambda g^{\nu\sigma} + (-p_4 + p_3)^\nu g^{\sigma\lambda}] \quad (4.3.12)$$

e disso temos que a amplitude de espalhamento para este caso será

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{ig_\chi[\bar{v}(2)(\gamma_\nu G_{l/r})u(1)]}{(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2} \\ &\times [(-p_3 - p_3 - p_4)^\sigma g^{\lambda\nu} + (p_3 + p_4 + p_4)^\lambda g^{\nu\sigma} + (p_3 - p_4)^\nu g^{\sigma\lambda}] [\varepsilon_\lambda^*(p_3)\varepsilon_\sigma^*(p_4)] \\ &- \frac{ig_\chi[\bar{v}(2)(\gamma^\mu G_{l/r})u(1)](p_3 + p_4)_\mu(p_3 + p_4)_\nu}{M_\Omega^2[(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]} \\ &\times [(-p_3 - p_3 - p_4)^\sigma g^{\lambda\nu} + (p_3 + p_4 + p_4)^\lambda g^{\nu\sigma} + (p_3 - p_4)^\nu g^{\sigma\lambda}] [\varepsilon_\lambda^*(p_3)\varepsilon_\sigma^*(p_4)]. \end{aligned} \quad (4.3.13)$$

Usando que $p_i \cdot \varepsilon(p_i) = 0$ [85] e também a notação $\varepsilon_\mu(p_i) = \varepsilon(i) = \varepsilon_i$, podemos mostrar que todo o segundo termo da Equação 4.3.13 se anula e a média da amplitude de espalhamento sobre os spins iniciais será, então,

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{g_\chi^2}{[(p_1 + p_2)^2 - M_\Omega^2]^2} (4) \{ a^2 g^2 [-2(\varepsilon_z \cdot p_1)(\varepsilon_z \cdot p_2) + (\varepsilon_z)^2(p_1 \cdot p_2)] + a^2 g_{l/r}^2 m_e^2 (\varepsilon_z)^2 \\ &- 2abg^2 [(\varepsilon_z \cdot p_2)(p_1 \cdot p_{34}) + (\varepsilon_z \cdot p_1)(p_2 \cdot p_{34}) - (\varepsilon_z \cdot p_{34})(p_1 \cdot p_2)] + 2abg_{l/r}^2 m_e^2 (\varepsilon_z \cdot p_{34}) \\ &- b^2 [2g^2(p_1 \cdot p_{34})(p_2 \cdot p_{34}) - g^2(p_{34})^2(p_1 \cdot p_2) - g_{l/r}^2 m_e^2 (p_{34})^2] \} \end{aligned} \quad (4.3.14)$$

onde

$$p_{34} = (p_3 - p_4), \quad (4.3.15a)$$

$$\varepsilon_z = (\varepsilon_3 + \varepsilon_4), \quad (4.3.15b)$$

$$a = -(\varepsilon_z \cdot p_{34}), \quad (4.3.15c)$$

$$b = (\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4). \quad (4.3.15d)$$

4.4 Larguras de Decaimento

4.4.1 Decaimento $1 \rightarrow 2$ no Referencial do CM

Para estudar as larguras de decaimento precisamos definir também a cinemática do bóson Z' indo em duas outras partículas. Assim, assumimos que um bóson Z' de

ⁱ Adaptado de [89].

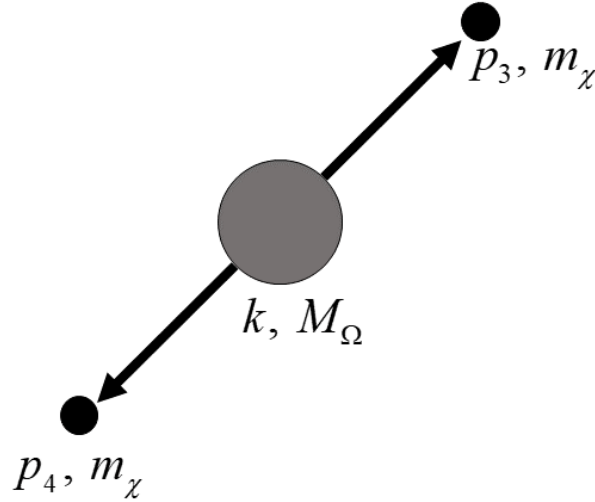


Figura 16 – Representação de um decaimento $1 \rightarrow 2$ onde a partícula 1 é o bóson Z' de momentum k e as duas partículas no estado final são partículas de ME com momenta p_3 e p_4 e massa m_χ .

quadrivector k inicialmente em repouso, conforme a Figura 16, e as partículas de ME produtos de seu decaimento terão momenta:

$$k = (M_\Omega, 0), \quad (4.4.1a)$$

$$p_3 = (E_3, |\vec{p}_f|), \quad (4.4.1b)$$

$$p_4 = (E_4, -|\vec{p}_f|). \quad (4.4.1c)$$

Assim, podemos definir os produtos

$$(k \cdot p_3) = (k \cdot p_4) = M_\Omega E, \quad (4.4.2a)$$

$$(p_3 \cdot p_4) = \frac{1}{2} (s - 2m_\chi^2), \quad (4.4.2b)$$

onde utilizamos a Equação 4.2.4 para mostrar que $E_3 = E_4 = E$ para partículas de mesma massa no estado final.

Como trataremos da seção de choque de um processo envolvendo um mediador vetorial massivo, precisamos computar a amplitude de Breit-Wigner que leva em conta as suas larguras de decaimento. Procedemos, então, com este cálculo para o bóson Z' a fim de determinar a taxa Γ com que ele pode decair em duas outras partículas de ME de massas idênticas m_χ . O cálculo foi efetuado da mesma maneira que para um processo $a \rightarrow b + c$ qualquer. Neste caso, a largura de decaimento Γ , assume a forma

$$\Gamma_{a \rightarrow b+c} = \frac{|\vec{p}_f|}{8\pi M^2} \frac{|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2}{3}, \quad (4.4.3)$$

onde M é a massa da partícula a e \mathcal{M}_{dec} é a amplitude de decaimento calculada, de forma parecida com a amplitude de espalhamento, via Regras de Feynman. O fator $1/3$ é devido a soma sobre os três estados de polarização do bóson Z' .

ME Escalar

Para o decaimento do bóson Z' em duas partículas escalares de massa m_χ , a amplitude do decaimento é dada por

$$\mathcal{M}_{\text{dec}} = g_\chi (p_3 - p_4)^\mu \varepsilon_\mu(k), \quad (4.4.4)$$

com seu módulo quadrado dado por

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = g_\chi^2 (p_3 - p_4)^\mu (p_3 - p_4)^\nu \varepsilon_\mu(k) \varepsilon_\nu(k)^*. \quad (4.4.5)$$

Usando que, para um bóson vetorial massivo, a soma sobre todos os estados de polarização ($\lambda = -1, 0, +1$) será

$$\sum_{\lambda=-1,0,+1} \varepsilon_\mu(k, \lambda) \varepsilon_\nu(k, \lambda)^* = -g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{M_\Omega^2}, \quad (4.4.6)$$

e teremos, então, que

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = g_\chi^2 \left\{ -(p_3 - p_4)^2 + \frac{[(p_3 \cdot k) - (p_4 \cdot k)]^2}{M_\Omega^2} \right\}. \quad (4.4.7)$$

Usando as relações cinemáticas descritas na [seção 4.2](#) e aplicando o resultado da [Equação 4.4.7](#) na [Equação 4.4.3](#), teremos

$$\Gamma_{\text{escalar}} = \frac{(s - 4m_\chi^2)^{\frac{3}{2}}}{48\pi M_\Omega^2} g_\chi^2. \quad (4.4.8)$$

ME Fermiônica

No caso fermiônico, a amplitude do decaimento pode ser calculada como

$$\mathcal{M}_{\text{dec}} = -[\bar{u}(2)(\gamma^\mu G_{l/r})v(3)]\varepsilon_\mu(k), \quad (4.4.9)$$

e seu módulo quadrado da amplitude tem a forma

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = [\bar{u}(2)(\gamma^\mu G_{l/r})v(3)][\bar{v}(3)(G_{l/r}\gamma^\nu G_{l/r})u(2)]\varepsilon_\mu(k)\varepsilon_\nu(k)^*. \quad (4.4.10)$$

Expandindo os termos e realizando todos os produtos, teremos, finalmente, que

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = 2 \left[2g^2(p_3 \cdot p_4) + 3g_{l/r}^2 m_\chi^2 + \frac{2g^2}{M_\Omega^2} (p_3 \cdot k)(p_4 \cdot k) \right], \quad (4.4.11)$$

e aplicando o resultado da [Equação 4.4.11](#) na [Equação 4.4.3](#) mais uma vez, teremos já em termos das variáveis de Mandelstam:

$$\Gamma_{\text{férmion}} = \frac{1}{48\pi} \frac{(s - 4m_\chi^2)^{\frac{1}{2}}}{M_\Omega^2} \left[2g^2 (s - 2m_\chi^2) + 3g_{l/r}^2 m_\chi^2 + \frac{g^2 s}{2} \right]. \quad (4.4.12)$$

ME Vetorial

Como última contribuição, podemos montar uma amplitude de decaimento do bóson Z' em ME vetorial da forma a seguir

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{dec}} = ig_\chi \{ & -[(p_3 \cdot \varepsilon_4) + (k \cdot \varepsilon_4)](\varepsilon_k \cdot \varepsilon_3) + [(q \cdot \varepsilon_3) + (p_4 \cdot \varepsilon_3)](\varepsilon_k \cdot \varepsilon_4) \\ & + [(p_3 \cdot \varepsilon_3) - (k \cdot \varepsilon_4)](\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4) \}, \end{aligned} \quad (4.4.13)$$

onde ε_k é o vetor polarização associado ao bóson Z' . No referencial do CM do decaimento, com a partícula inicial em repouso, pode-se mostrar, com o auxílio das definições presentes na [subseção 4.2.2](#), que o módulo quadrado desta amplitude, somada sob todos os estados de polarização, será

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = -g_\chi^2 \left\{ \left(\frac{2M_\Omega |\vec{p}_f|}{m_\chi} \right) [(\varepsilon_k \cdot \varepsilon_3) + (\varepsilon_k \cdot \varepsilon_4)] - 2|\vec{p}_f|(\varepsilon_3 \cdot \varepsilon_4) \right\}^2. \quad (4.4.14)$$

Expandindo todos os termos, teremos que

$$|\mathcal{M}_{\text{dec}}|^2 = g_\chi^2 \left[\frac{M_\Omega^2 |\vec{p}_f|}{m_\chi^2} + \frac{4M_\Omega |\vec{p}_f|}{m_\chi} + 2|\vec{p}_f| \right]^2. \quad (4.4.15)$$

Finalmente, aplicando a [Equação 4.4.15](#) à [Equação 4.4.3](#) e substituindo pelas variáveis de Mandelstam correspondentes uma vez mais, teremos

$$\Gamma_{\text{vetorial}} = \frac{(s - 4m_\chi^2)^{\frac{3}{2}}}{8\pi M_\Omega^2} \frac{1}{27} g_\chi^2 \left[\frac{s}{m_\chi^2} + \frac{4\sqrt{s}}{m_\chi} + 2 \right]^2, \quad (4.4.16)$$

onde o termo $1/27$ se deve a soma que fizemos sobre todos os estados de polarização.

4.5 Seções de Choque Totais

Para um processo $2 \rightarrow 2$ no referencial do CM, a seção de choque total, σ_{tot} , pode ser calculada a partir da amplitude de espalhamento integrando a [Equação B.3.6](#). Porém, podemos ainda reescrever a [Equação B.3.6](#) em termos das variáveis de Mandelstam, de modo que

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{16\pi s(s - 4m_e^2)} |\mathcal{M}(s, t)|^2. \quad (4.5.1)$$

Além disso, o termo correspondente à largura de Breit-Wigner ($\Gamma^2 M_\Omega^2$) no denominador das amplitudes de espalhamento que havíamos omitido até agora será adicionado junto ao resultado final da seção de choque total calculada para cada processo.

ME Escalar

Reescrevendo a [Equação 4.3.2](#) em termos da cinemática discutida na [seção 4.2](#), ficaremos com

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle_{\text{escalar}} = & \frac{g_\chi^2}{[s - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^2 \left[-\frac{1}{2} (+t - m_e^2 - m_\chi^2) (s + t - m_e^2 - m_\chi^2) + \frac{1}{4} (s + t - m_e^2 - m_\chi^2)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{4} (+t - m_e^2 - m_\chi^2)^2 + \frac{1}{4} (s - 2m_e^2) (s - 4m_\chi^2) \right] + \frac{m_e^2}{2} g_{l/r}^2 (s - 4m_\chi^2) \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.2)$$

Aplicando a [Equação 4.5.2](#) na [Equação 4.5.1](#), integrando em t nos limites definidos por todo o ângulo sólido contido em $d\Omega^j$, teremos, finalmente, que

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{tot}}^{\text{escalar}} = & \frac{1}{16\pi} \frac{1}{s(s - 4m_e^2)} \frac{g_\chi^2}{[s - M_\Omega^2]^2 + M_\Omega^2 \Gamma_{\text{escalar}}^2} \\ & \times \left\{ g^2 \left[-\frac{1}{2} \left(t\mu(\mu - s) + \frac{1}{2} t^2 (s - 2\mu) + \frac{t^3}{3} \right) \frac{1}{12} (s + t - \mu)^3 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{12} (t - \mu)^3 + \frac{t}{4} (s - 2m_e^2) (s - 4m_\chi^2) \right] + g_{l/r}^2 \frac{tm_e^2}{2} (s - 4m_\chi^2) \right\}. \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

Considerando que t é válido nos limites dados por

$$t = \pm \left[\frac{(s - 4m_e^2)^{\frac{1}{2}} (s - 4m_\chi^2)^{\frac{1}{2}} + 2\mu - s}{2} \right], \quad (4.5.4)$$

onde, para fins de clareza na integração, definimos uma nova variável μ como

$$\mu \equiv m_e^2 + m_\chi^2, \quad (4.5.5)$$

e utilizamos as identidades

$$\int (s + x - a - b)^2 dx = -\frac{1}{3} (a + b - s - x)^3 + cte, \quad (4.5.6a)$$

$$\int (s + x - a - b)(x - a - b) dx = \frac{1}{2} x^2 (-2a - 2b + s) + x(a + b)(a + b - s) + \frac{x^3}{3} + cte, \quad (4.5.6b)$$

que também serão utilizadas nas subseções seguintes.

^j Obtido na mudança de variáveis com o auxílio da [Equação 4.2.7](#).

ME Fermiônica

Procedemos de maneira análoga para o caso de uma ME fermiônica, escrevendo, primeiramente, a [Equação 4.3.11](#) em termos das variáveis de Mandelstam, obtendo

$$\begin{aligned}
\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle_{\text{fermionica}} &= \frac{2}{[s - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^4 [(s + t - \mu)^2 + (t - \mu)^2] \right. \\
&\quad \left. + 2g^2 g_{l/r}^2 \left[s\mu - 4m_e^2 m_\chi^2 + 4 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} m_e^2 m_\chi^2 \right] \right\} \\
&\quad + \frac{s (m_e^2 m_\chi^2)}{M_\Omega^4 [s - M_\Omega^2]^2} \left\{ g^4 \left[s + 2\mu - 8 \frac{m_e^2 m_\chi^2}{s} \right] - 4g^2 g_{l/r}^2 [2s - \mu] + 4s g_{l/r}^4 \right\} \\
&\quad + \frac{8s (m_e^2 m_\chi^2)}{M_\Omega^2 [s - M_\Omega^2]^2} (g^2 - g_{l/r}^2)^2.
\end{aligned} \tag{4.5.7}$$

Em seguida, aplicando a [Equação 4.5.7](#) na [Equação 4.5.1](#) e integrando o resultado obtido, teremos

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{tot}}^{\text{fermionica}} &= \frac{1}{16\pi} \frac{1}{(s - 4m_e^2)} \frac{m_e^2 m_\chi^2}{[s - M_\Omega^2]^2 + M_\Omega^2 \Gamma_{\text{fermionica}}^2} \\
&\quad \times \left\{ \frac{2}{sm_e^2 m_\chi^2} \left(\frac{g^4}{3} [(s + t - \mu)^3 + (t - \mu)^3] + 2g^2 g_{l/r}^2 \left[s\mu - 4m_e^2 m_\chi^2 + 4 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} m_e^2 m_\chi^2 \right] \right) \right. \\
&\quad \left. + \frac{t}{M_\Omega^4} \left(g^4 \left[s + 2\mu - 8 \frac{m_e^2 m_\chi^2}{s} \right] - 4g^2 g_{l/r}^2 [2s - \mu] + 4g_{l/r}^4 s \right) + \frac{8t}{M_\Omega^2} (g^2 - g_{l/r}^2)^2 \right\},
\end{aligned} \tag{4.5.8}$$

com os mesmos limites dados pela [Equação 4.5.4](#).

ME Vetorial

Para obter a seção de choque total para o caso da ME vetorial, procederemos escrevendo mais uma vez a [Equação 4.3.14](#) em função das variáveis de Mandelstam, obtendo

$$\begin{aligned}
\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle_{\text{vetorial}} &= \frac{g_\chi^2}{[s - M_\Omega^2]^2} \\
&\times \left\{ \frac{g^2}{2} \left[\frac{s^2 T^2}{m_\chi^2} (s - 4m_e^2) - \frac{s T^2}{m_\chi^2} (s + 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) + (2s T^2 + s T^4) (s - 6m_e^2) \right] \right. \\
&- g_{l/r}^2 \frac{m_e^2}{m_\chi^2} s T^2 (s + 4m_\chi^2) - g_{l/r}^2 m_e^2 s [2T^2 + T^4] \\
&+ 2g^2 \left[m_\chi^2 T^2 (s - 4m_e^2) - (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 2m_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} (s - 4m_\chi^2) \right] \\
&+ 2g^2 \left[m_\chi^2 T^4 (s - 4m_e^2) - T^2 (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 2m_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} T^2 (s - 4m_\chi^2) \right] \\
&\left. + 2g^2 \left[m_\chi^2 T^6 (s - 4m_e^2) - T^4 (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 2m_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} T^4 (s - 4m_\chi^2) \right] \right\}. \tag{4.5.9}
\end{aligned}$$

onde T^n é um termo adimensional contendo toda a dependência em t da [Equação 4.5.9](#) que definimos como

$$T^n = \frac{(s + 2t - 2\mu)^n}{m_\chi^n (s - 4m_e^2)^{n/2}}. \tag{4.5.10}$$

Seja, então,

$$\int T^n dt = \frac{T'^n}{2} = \frac{1}{2} \frac{(s + 2t - 2\mu)^{n+1}}{(n+1)m_\chi^n (s - 4m_e^2)^{n/2}}, \tag{4.5.11}$$

a seção de choque total para a ME vetorial pode ser escrita finalmente como

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{tot}}^{\text{vetorial}} &= \frac{1}{16\pi} \frac{1}{s(s - 4m_e^2)} \frac{g_\chi^2}{[s - M_\Omega^2]^2 + M_\Omega^2 \Gamma_{\text{vetorial}}^2} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{2} \\
&\times \left\{ \frac{g^2}{2} \left[\frac{s^2 T'^2}{m_\chi^2} (s - 4m_e^2) - \frac{s T'^2}{m_\chi^2} (s + 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) + (2s T'^2 + s T'^4) (s - 6m_e^2) \right] \right. \\
&- g_{l/r}^2 \left(\frac{m_e^2}{m_\chi^2} s T'^2 (s + 4m_\chi^2) + m_e^2 s [2T'^2 + T'^4] \right) \\
&+ 2g^2 \left[m_\chi^2 T'^2 (s - 4m_e^2) - 2t (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 4tm_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} (s - 4m_\chi^2) \right] \\
&+ 2g^2 \left[m_\chi^2 T'^4 (s - 4m_e^2) - T'^2 (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 2m_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} T'^2 (s - 4m_\chi^2) \right] \\
&\left. + 2g^2 \left[m_\chi^2 T'^6 (s - 4m_e^2) - T'^4 (s - 4m_\chi^2) (s - 2m_e^2) - 2m_e^2 \frac{g_{l/r}^2}{g^2} T'^4 (s - 4m_\chi^2) \right] \right\}, \tag{4.5.12}
\end{aligned}$$

com

$$T'^n = \frac{(s + 2t - 2\mu)^{n+1}}{(n+1)m_\chi^n (s - 4m_e^2)^{n/2}}. \tag{4.5.13}$$

Da mesma maneira que nos dois resultados anteriores, os limites de integração para t são descritos pela [Equação 4.5.4](#).

Com esses resultados, podemos perceber que existe diferenças consideráveis para as três expressões de σ_{tot} . A principal diferença de imediato é que a ME fermiônica não depende diretamente do acoplamento g_χ , pela forma que definimos g_r na [subseção 4.1.2](#). Entretanto, mesmo possuindo a mesma dependência em g_χ , a ME fermiônica e escalar apresentam comportamentos diferentes quanto a um possível valor de g_χ , conforme veremos no [Capítulo 5](#). Outra dependência importante apresentada é a forte correlação com o inverso da massa do mediador na ME fermiônica, contendo termos $\propto M_\Omega^{-4}$. Além disso, acreditamos que a forte conexão entre a variável T definida para a ME vetorial e a sua correspondente relação com m_χ cumpre um importante papel no destacamento do comportamento deste cenário com relação às demais, conforme discutiremos no [Capítulo 5](#).

O próximo passo foi elaborar um código utilizando a linguagem Python^k para avaliar todas estas equações e estudar seus parâmetros em detalhes, o que discutiremos no próximo capítulo.

^k Ver [Apêndice A](#).

5 Discussão

Com uma relação para seção de choque total (σ_{tot}) para cada processo de produção de ME (χ) via colisões elétron-pósitron (e^+e^-) com o intermédio de um novo bóson vetorial massivo (Z'), conforme discutido no [Capítulo 4](#), podemos agora estudar alguns parâmetros envolvidos em tais eventos, visando que estes consigam reproduzir a atual abundância de ME de relíquia prevista pelo modelo Λ CDM e respeitem os limites de exclusão já estabelecidos por experimentos que envolvem processos parecidos.

5.1 Limites de exclusão e Parametrizações

Ressaltamos que o modelo com o qual estamos trabalhando é fortemente restringido por buscas em colidores, principalmente aquelas envolvendo a presença de um novo bóson vetorial massivo [[13](#), [90](#), [91](#), [14](#), [92](#), [93](#)]. Entretanto, mesmo que tais buscas envolvam também interações com quarks (que não assumimos neste trabalho), a presença de um novo bóson deste tipo na natureza também deveria ser notada nestas interações. Portanto, podemos estender estes resultados para o caso estudado neste trabalho.

Adotamos algumas parametrizações com base em recomendações e resultados anteriores presentes na literatura, como na Ref. [[94](#)] e analisando os resultados presentes nas Refs. [[13](#)] e [[93](#)], parametrizamos regiões de exclusão para a massa do mediador vetorial massivo, onde M_Ω precisa ser

$$M_\Omega^{\text{CMS}} \lesssim 1,8 \text{ TeV ou} \quad (5.1.1a)$$

$$M_\Omega^{\text{ATLAS}} \lesssim 1,55 \text{ TeV}, \quad (5.1.1b)$$

para os casos onde a partícula de ME é produzida no estado final via os processos

$$Z' \rightarrow \chi\chi(\geq 1j + E_T^{\text{miss}}) \text{ e} \quad (5.1.2a)$$

$$Z' \rightarrow \chi\chi(1 - 4j + E_T^{\text{miss}}), \quad (5.1.2b)$$

respectivamente, onde j é um jato de partículas do MP e E_T^{miss} é algum momentum transversal faltante.

A massa da partícula de ME, quando não fixada em algum valor específico sugerido para fins de comparação, foi limitada apenas em

$$m_\chi \lesssim \frac{M_\Omega}{2}. \quad (5.1.3)$$

Para os valores de acoplamentos do bóson Z' com o MP (g_r e g_l), primeiramente, usamos as seguintes convenções resumidas na [Tabela 1](#), as quais foram adotadas por [[81](#)].

Tabela 1 – Categorização dos acoplamentos com o MP.

Tipo de Acoplamento	Definição
Direito (<i>Quiral</i>)	$g_l = 0$
Vetorial	$g_l = g_r$
Axial-Vetorial	$g_l = -g_r$

Então, seguimos a recomendação presente em [94] e definimos $g_r = 0,25$. Para o caso do acoplamento com a ME (g_χ), seguimos também a recomendação de [94], definindo $g_\chi = 1$ para o casos da ME escalar. Entretanto, conforme discutido na subseção 5.2.3, adotamos $g_\chi = 10^{-7}$ no caso da ME vetorial, para que os resultados fossem de algum modo comparáveis aos demais.

De maneira geral, a seção de choque de aniquilação de um determinado processo possui uma dependência com a velocidade $\sigma|v| \propto v^p$, onde $p = 0$ corresponde à uma aniquilação *s-wave*, $p = 2$ a uma aniquilação *p-wave*, etc [95]. Portanto, se $\langle v \rangle \sim T^{1/2}$, $\langle \sigma v \rangle \propto T^n$, com $n = 0$ para *s-wave*, $n = 1$ para *p-wave*, etc.. Como estamos interessados em comparar as seções de choque com a densidade de relíquia de matéria escura presente hoje, podemos assumir que $x \gg 1$ e então utilizar a seguinte parametrização [95, 96]

$$\langle \sigma v \rangle \equiv \sigma_{tot}(T/m)^n = \sigma_{tot}x^{-n}. \quad (5.1.4)$$

Desta maneira, prosseguindo com algumas aproximações da Eq. de Boltzmann discutidas nas Ref. [95, 96, 35, 33], podemos obter a abundância em termos da seção de σ_{tot} e m_χ para quando $x \rightarrow \infty$, com uma boa aproximação, utilizando que

$$x_F = \ln[0.038(n+1)(g_f/g_*^{1/2})M_P m_\chi \sigma_{tot}] - \left(n + \frac{1}{2}\right) \ln \{n[0.038(n+1)(g_f/g_*^{1/2})M_P m_\chi \sigma_{tot}]\}, \quad (5.1.5a)$$

$$Y(x_\infty) = \frac{3.79(n+1)x_F^{n+1}}{(g_*/g_*^{1/2})M_P m_\chi \sigma_{tot}}. \quad (5.1.5b)$$

Onde M_{g_f} é número de graus de liberdade (spin, cor, etc.) do candidato de ME^a, g_* é o numero de graus de liberdade relativísticos no período de desacoplamento^b.

A relação com à densidade de relíquia de ME num universo homogêneo, isotrópico e isentrópico é dada por

$$\Omega_\chi = \frac{(s_0 Y) m_\chi}{\rho_{crit}}, \quad (5.1.6)$$

onde $s_0 = 2891,1 \text{ cm}^{-3}$ é a densidade entrópica do Universo atual [26].

^a Adotaremos que: $g = 1, 2$ e 3 para os candidatos de ME escalar, fermiônica e vetorial, respectivamente.

^b Que depende da temperatura do Universo neste período. Para $5 \text{ GeV} \lesssim T \lesssim 80 \text{ GeV}$, $g_* \simeq 86.25$ [33]

Portanto, conforme o modelo cosmológico padrão, adotamos algumas convenções já discutidas na [seção 2.6](#) e determinamos um valor mínimo para a seção de choque de produção onde a abundância de ME produzida seja

$$\Omega_\chi h^2 \leq 0,120, \quad (5.1.7)$$

indicados pela região *não* chanfrada nos gráficos da [seção 5.2](#).

Todos os parâmetros citados e outros que adotamos no decorrer do trabalho estão reunidos na [Tabela 2](#). Os parâmetros com mais liberdade como m_χ , M_Ω e \sqrt{s} , e até mesmo g_r e g_χ , são avaliados em cada caso particular no decorrer deste capítulo.

Tabela 2 – Tabela contendo alguns parâmetros que foram utilizados durante este trabalho para gerar os resultados discutidos neste capítulo. Os valores numéricos das constantes foram retirados literalmente ou aproximados de [\[26\]](#) e [\[31\]](#), com conversão para unidades naturais em GeV feita neste trabalho.

Quantidade	Símbolo ou Equação	Valor
Massa do Fêrmion do MP	m_e	511×10^{-6} GeV
Constante de acoplamento Direita (Quiral) com o MP	g_r	0,25
Constante de acoplamento Esquerda com o MP	g_l	Ver Tabela 1
Constante de acoplamento Escuro (ME Escalar)	g_χ	1
Constante de acoplamento Escuro (ME Vetorial)	g_χ	10^{-7}
Parâmetro de Hubble atual	H_0	$67,8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \approx 1,43 \times 10^{-42} \text{ GeV}$
Parâmetro de Hubble adimensional ao quadrado	h^2	0,459
Temperatura atual da CMB	T_0	$2,7255 \text{ K} \approx 2,396 \times 10^{-13} \text{ GeV}$
Densidade entrópica	s	$2891,2 \text{ cm}^{-3}$
Número de graus de liberdade relativísticos	g_*	86,25
Densidade crítica do universo	ρ_{crit}	$1,05371 \times 10^{-5} h^2 \text{ GeV cm}^{-3}$
Massa reduzida de Planck	$m_P = M_P/\sqrt{8\pi} = \sqrt{1/8\pi G_N}$	$1,220910\sqrt{1/8\pi} \times 10^{19} \text{ GeV}$
Densidade de ME Fria (CDM) do Universo	Ω_χ	$0,120 h^2$

5.2 Resultados envolvendo produção de ME via colisões e^+e^-

Após obter uma relação para a seção de choque total de cada processo, conforme o exposto na [seção 4.5](#), procedemos com a elaboração de um código em `Python 3` para avaliar os parâmetros envolvidos. Versões preliminares destes códigos podem ser encontrados no [Apêndice A](#), com alguns comentários quanto as parametrizações utilizadas.

Inicialmente, nos concentramos em reproduzir o pico de ressonância na região definida pela massa do mediador Z' numa colisão e^+e^- , que acontece justo quando a energia do CM \sqrt{s} da colisão se aproxima do valor definido para M_Ω . Na [Figura 17](#) podemos observar que, para uma massa $M_\Omega = 3 \text{ TeV}$, nossos resultados conseguem reproduzir o pico conforme seria esperado num experimento real.

Enquanto que para a ME fermiônica e escalar a seção de choque no pico é da ordem de $10^1 \sim 10^3 \text{ fb}$ para $g_\chi = 1$, para a ME vetorial a σ_{tot} varia de $\sim 10^9 \text{ fb}$ para um acoplamento escuro $g_\chi = 10^{-7}$ para $\sim 10^1$ quando $g_\chi = 10^{-3}$. Ainda na [Figura 17](#) a linha sólida em verde representa o processo Drell-Yan mediado por fótons com múons

no estado final, para fins de comparação. O valor de $M_\Omega = 3$ TeV foi escolhido com base nos limites de exclusão já discutidos para a massa do mediador massivo e com base em perspectivas de futuros colisores que possam atingir tais energias (ver [subseção 3.3.3](#)). Porém, há liberdade de se escolher arbitrariamente o valor de M_Ω para análises futuras utilizando o mesmo ferramental. Em todos os casos, exceto quando destacado diferente, a massa da ME foi escolhida como $m_\chi = 200$ GeV para análise dos resultados. Preferimos não seguir a recomendação na Ref. [94], que sugere $m_\chi = 1$ GeV, pois as seções de choque seriam muito baixas para qualquer tipo de investigação.

Prosseguindo com a análise, podemos avaliar como é o comportamento do próprio pico de ressonância para diferentes valores da massa do mediador M_Ω e, por consequência, da energia do CM \sqrt{s} . Primeiro, avaliamos como os modelos estudados se comportariam para baixas energias, comparáveis àquelas dos novos colisores e^+e^- já planejados como o FCC-ee e o ILC [73, 75]. Para tanto, variamos a energia do CM das colisões de 0,100 a 1 TeV para a produção de ME de 1 GeV ([Figura 18a](#)) e 10 GeV ([Figura 18b](#)). Estamos cientes de que mediadores vetoriais massivos de ordem $\lesssim 1$ TeV já estão excluídos por diferentes processos^c. Como podemos perceber pela [Figura 18](#), os processos nessa faixa de parametrização produzem seções de choque muito baixas, de modo que para atingir valores que pudessem ser aplicados a produção termal de ME, os acoplamentos escuros da ME escalar e vetorial precisariam ser $\ll 1$. Para regiões de mais altas energias, tal imposição se faz apenas para o caso da ME vetorial como veremos a seguir.

Para isso, exibimos na [Figura 19](#) uma comparação, novamente entre os três candidatos de ME, com massa fixada em $m_\chi = 200$ GeV, da seção de choque total em função da energia do CM. Variamos a massa do mediador de 0,3 TeV a 6 TeV e observamos que os picos decrescem com \sqrt{s} . Percebe-se também que a ME vetorial apresenta um valor de corte onde o processo não ocorre, quando $M_\Omega \lesssim 2,75$ TeV. Mais uma vez, percebemos a sensibilidade da ME vetorial em relação ao acoplamento g_χ mostrando que a seção de choque aumenta várias ordens de grandeza de $g_\chi = 10^{-3}$ ([Figura 17b](#)) para $g_\chi = 10^{-7}$ ([Figura 17a](#)). Os acoplamentos g_χ para os demais candidatos foram novamente fixados em uma unidade. Além disso, na [Figura 17](#), inserimos alguns limites de exclusão discutidos na [seção 5.1](#), onde a linha tracejada em preto indica a seção de choque mínima para que estes processos reproduzam a abundância de CDM observada por [31] e a linha sólida em azul claro delimita a região onde a massa do mediador seria menor que 1,8 TeV [13, 90].

Durante a investigação, pudemos perceber que as larguras dos picos são fortemente influenciadas pela largura de decaimento do bóson Z' em pares de partículas de ME. Logo, mostramos na [Figura 20](#) a evolução das larguras (taxas) de decaimento para um bóson Z' de 3 TeV. É possível notar que em todos os casos, o decaimento apresenta um valor de corte em $\sqrt{s} \approx 2m_\chi$, como é de se esperar. Além disso, mostramos mais uma vez que

^c Ainda que fortemente dependentes de modelagem teórica.

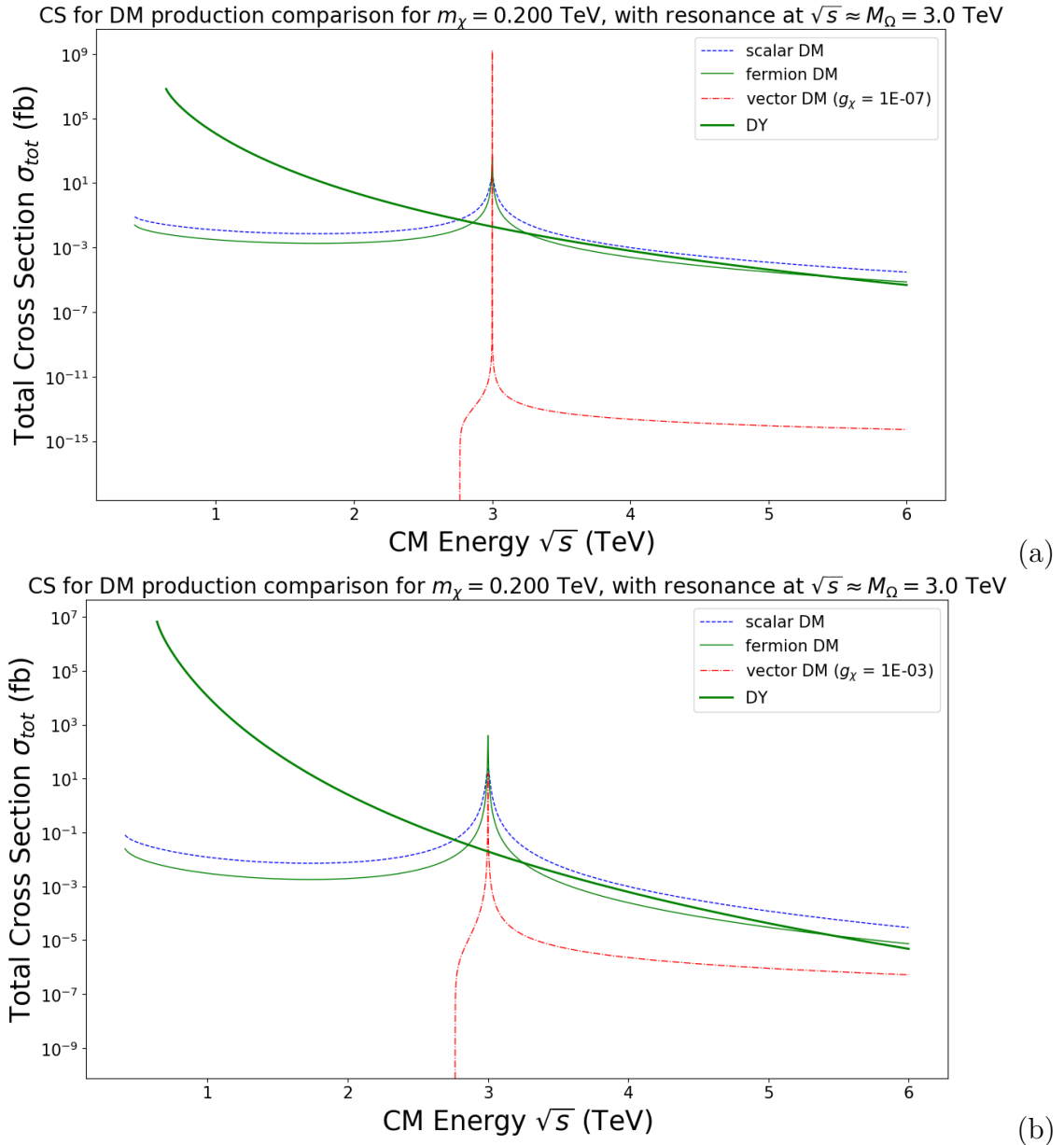
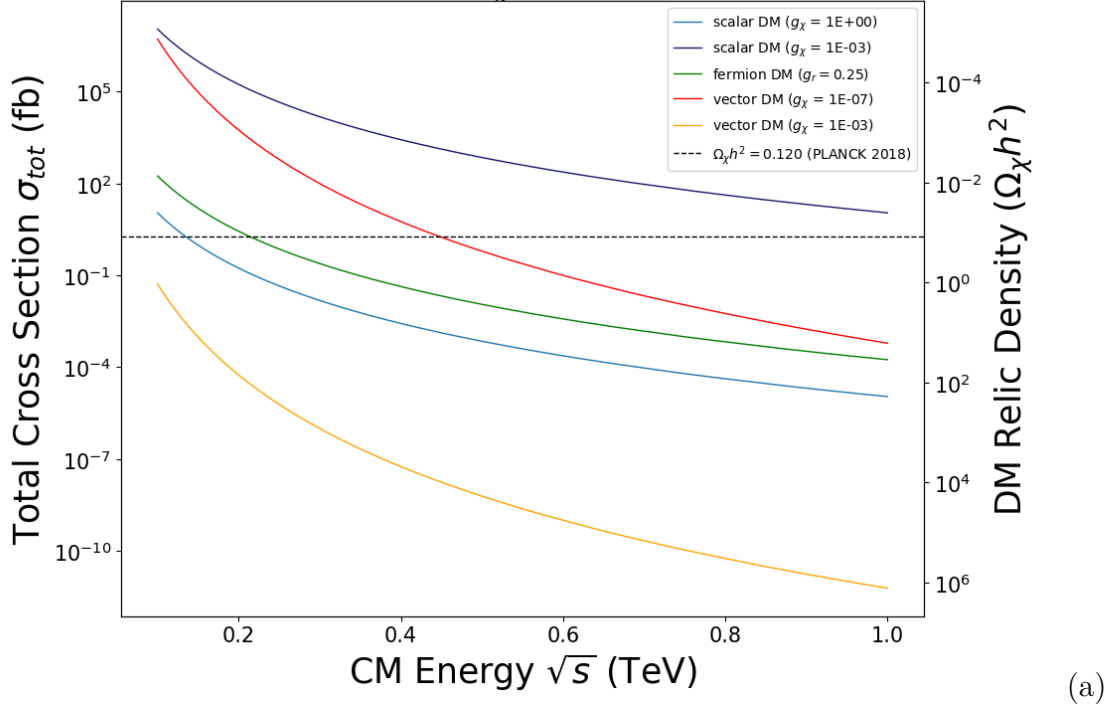


Figura 17 – Comparação dos picos da seção de choque (*cross section*, CS) nas ressonâncias gerados para a produção de ME de massa $m_\chi = 200$ GeV no polo definido pela massa do bóson Z' , estipulada em $M_\Omega = 3$ TeV para este estudo. Esta figura mostra que os modelos são capazes de reproduzir um pico de ressonância para a massa do mediador vetorial, dados os parâmetros discutidos na [seção 5.1](#). Ainda, podemos ver que o pico da ME vetorial é alterado em várias ordens de grandeza quando o acoplamento g_χ vai de (a) 10^{-7} para (b) 10^{-3} . Todos estes com acoplamento quiral com o MP.

o acoplamento escuro da ME vetorial suprime fortemente sua largura de decaimento de forma diretamente proporcional (o que está de acordo com a [Equação 4.4.15](#)), onde na [Figura 20](#) ele é mostrado com valor equivalente a $g_\chi = 10^{-3}$ para a linha sólida em laranja e de $g_\chi = 10^{-7}$ para em vermelho.

CS comparison for DM production, $m_\chi = 0.001$ TeV with resonance at $\sqrt{s} = M_\Omega$



CS comparison for DM production, $m_\chi = 0.010$ TeV with resonance at $\sqrt{s} = M_\Omega$

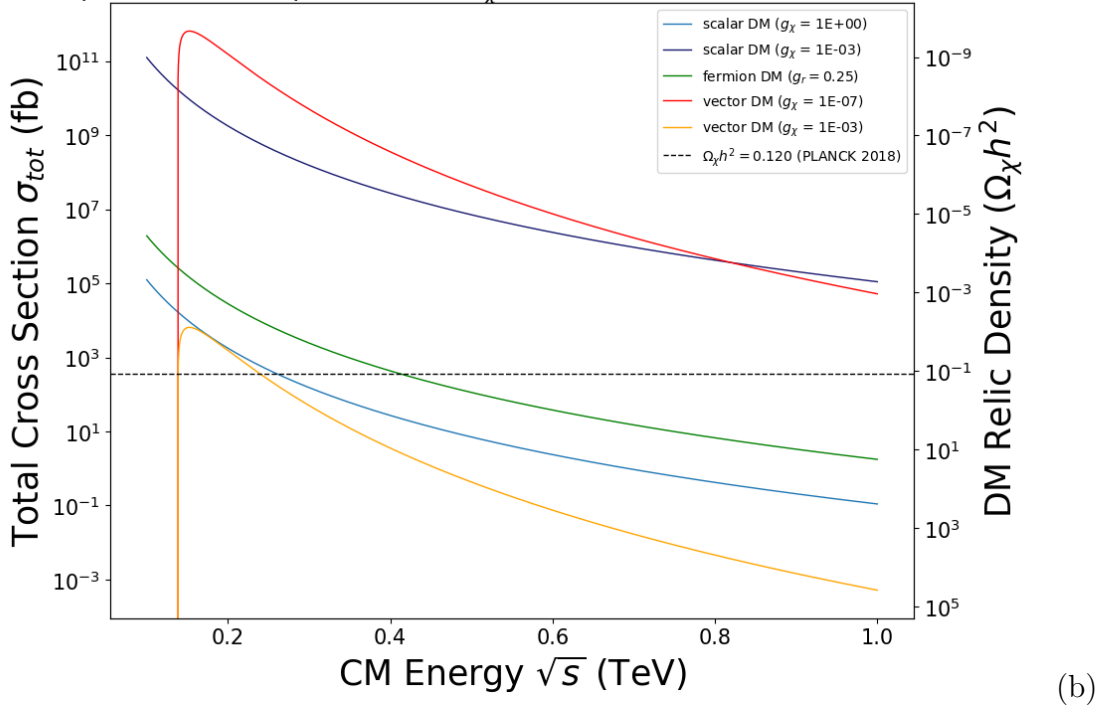


Figura 18 – Variação dos picos de ressonância para a produção do boson Z' com massa estipulada de 0,1 TeV até 1,0 TeV, com a mesma energia do CM dos processos. A partícula de ME nesse caso foi parametrizada possuindo $m_\chi = 1$ GeV (a) e $m_\chi = 10$ GeV (b). Limite quanto a produção de ME de relíquia também foi traçado para fins de comparação. Todos estes com acoplamento quiral com o MP.

CS comparison for DM production, $m_\chi = 0.250$ TeV with resonance at $\sqrt{s} = M_\Omega$

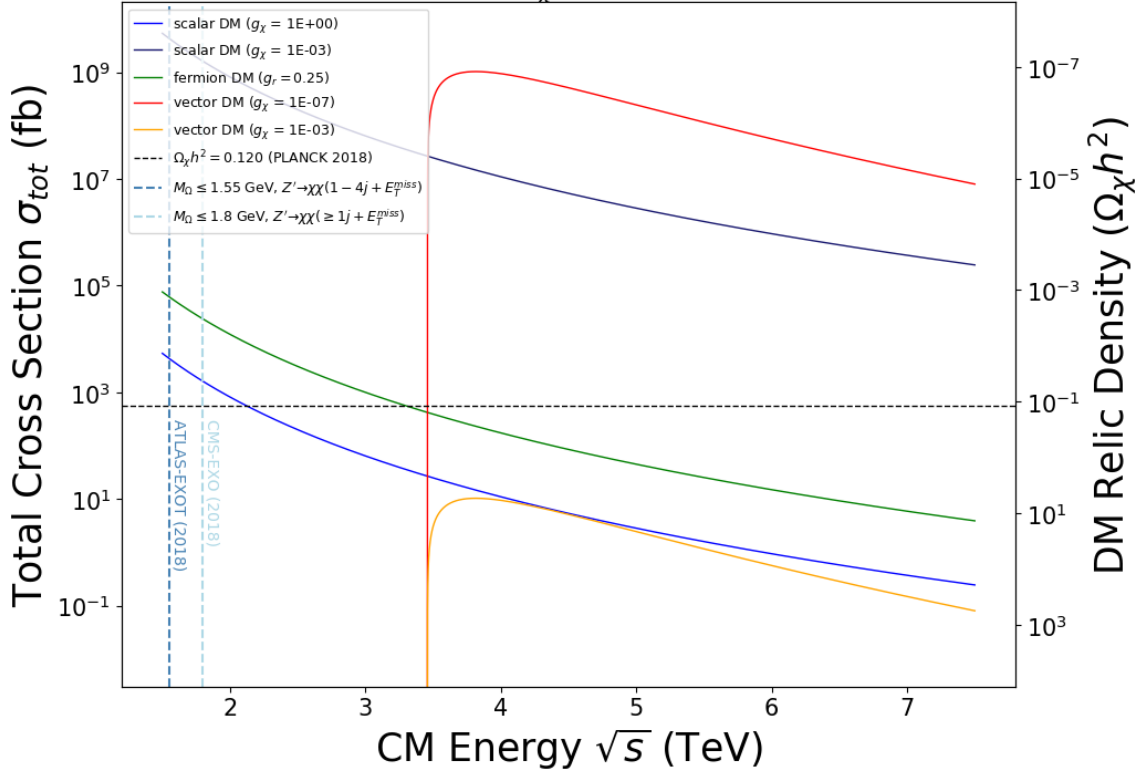


Figura 19 – Variação dos picos de ressonância para a produção do bóson Z' com massa estipulada de 0,3 TeV até 6,0 TeV, com a mesma energia do CM dos processos. A partícula de ME nesse caso foi parametrizada possuindo $m_\chi = 200$ GeV. Limites tanto a massa do mediador vetorial massivo, quanto a produção de ME de relíquia, também foram traçados para fins de comparação. Todos estes com acoplamento quiral com o MP.

5.2.1 ME Escalar

Para analisar em mais detalhes os casos, podemos avaliar como a seção de choque no pico de produção do bóson Z' se comporta quando variamos a massa da espécie de ME m_χ e a massa do próprio mediador M_Ω . Para isso, apresentamos na Figura 21 esta estimativa onde m_χ vai de 0,001 a 2 TeV enquanto a massa do mediador varia de 1 a 4,5 TeV. Percebemos um aumento significativo na seção de choque na região onde $M_\Omega \approx 2m_\chi$, o que se repete também para os casos fermiônicos e vetoriais da ME. Entretanto, na Figura 21 vemos também que não existem diferenças significativas entre os casos envolvendo os acoplamentos (a) quiral (b) vetorial e (c) axial com o MP para processos da ME escalar. Além disso, estão também representados os limites para: (i) o qual a seção de choque é muito baixa e, portanto, produz uma abundância maior do que aquela medida por [31] para CDM e (ii) a região onde a massa do mediador vetorial massivo já está excluída por análises feitas nas Refs. [13] e [90].

Podemos estimar também como a σ_{tot} varia em função dos acoplamentos do MP e da ME. Na Figura 22, dividimos novamente o estudo para analisar os três tipo de acoplamento

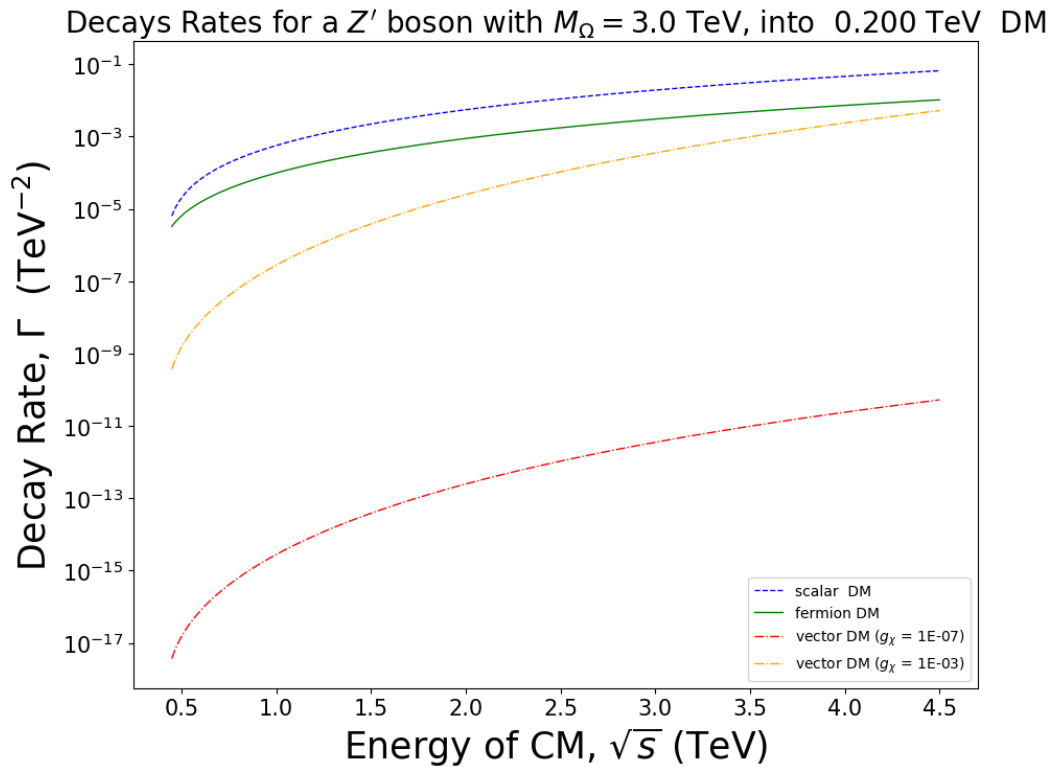


Figura 20 – Evolução das larguras de decaimento Γ definidas na seção 4.4 em função da energia do CM da partícula inicial. A constante de acoplamento escura é $g_\chi = 1$ apenas para o caso escalar, enquanto que a ME vetorial está representada com $g_\chi = 10^{-7}$ e $g_\chi = 10^{-3}$.

com o MP separadamente, fixando m_χ e M_Ω em 200 GeV e 3 TeV, respectivamente. Percebemos que também não existe diferença significativa na seção de choque de produção nos três casos estudados, exceto um leve aumento na zona fora do limite de exclusão cosmológico que definimos, para os acoplamentos vetorial e axial (Figuras 22b e 22c) com relação ao do caso quiral (Figura 22a).

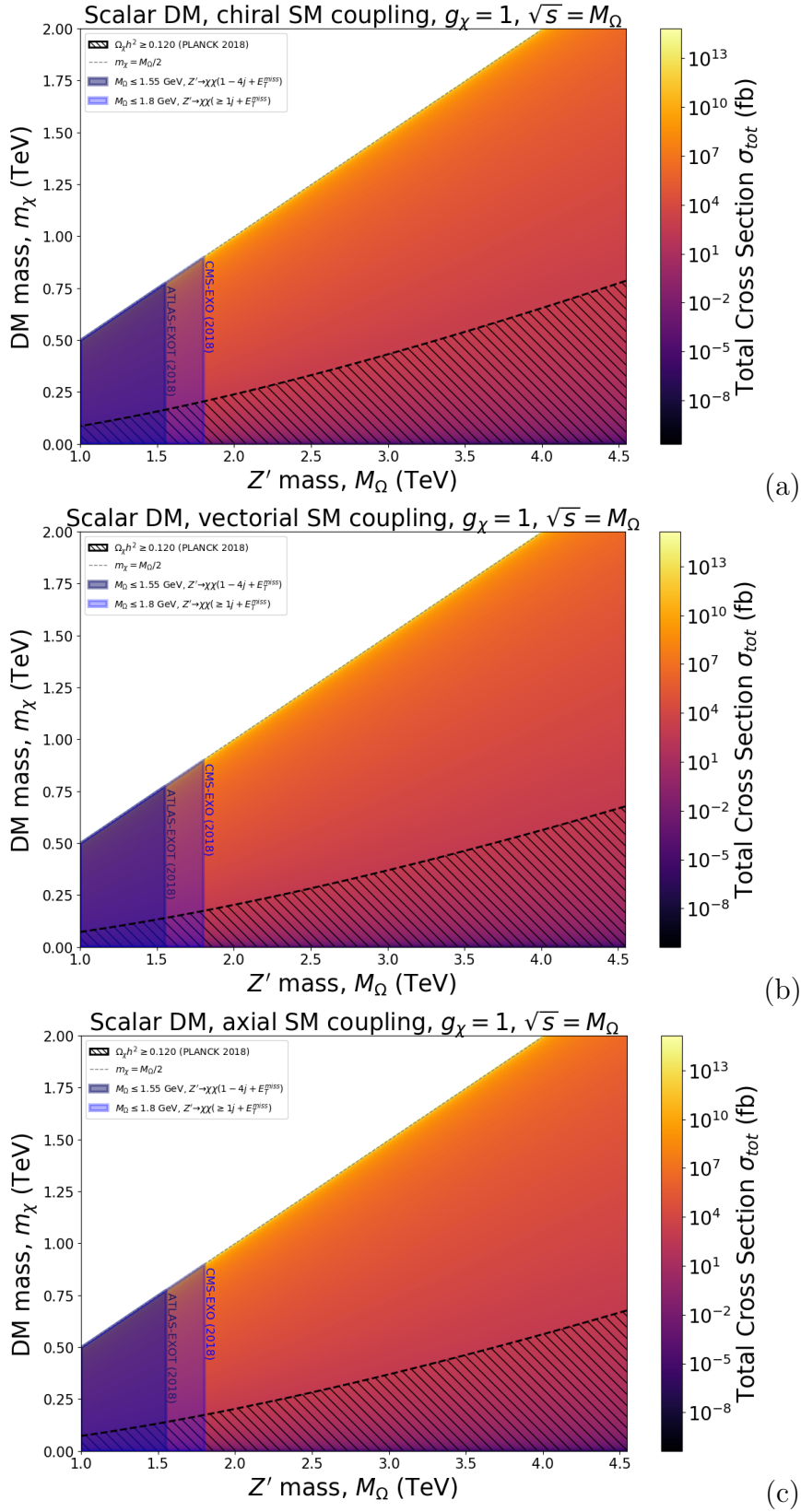


Figura 21 – Mapa de calor da seção de choque total em função das massas da partícula de ME (m_χ) e do bóson Z' (M_Ω). As regiões sombreadas indicam os limites de exclusão na massa de mediadores vetoriais massivos (em azul) e a região com seção de choque menor que a necessária para a produção de abundância observada de CDM, conforme descrito pelas Equações 5.1.5 e 5.1.7 (chanfrado em preto). Estão representados os acoplamentos (a) quiral (b) vetorial e (c) axial com o MP conforme Tabela 1.

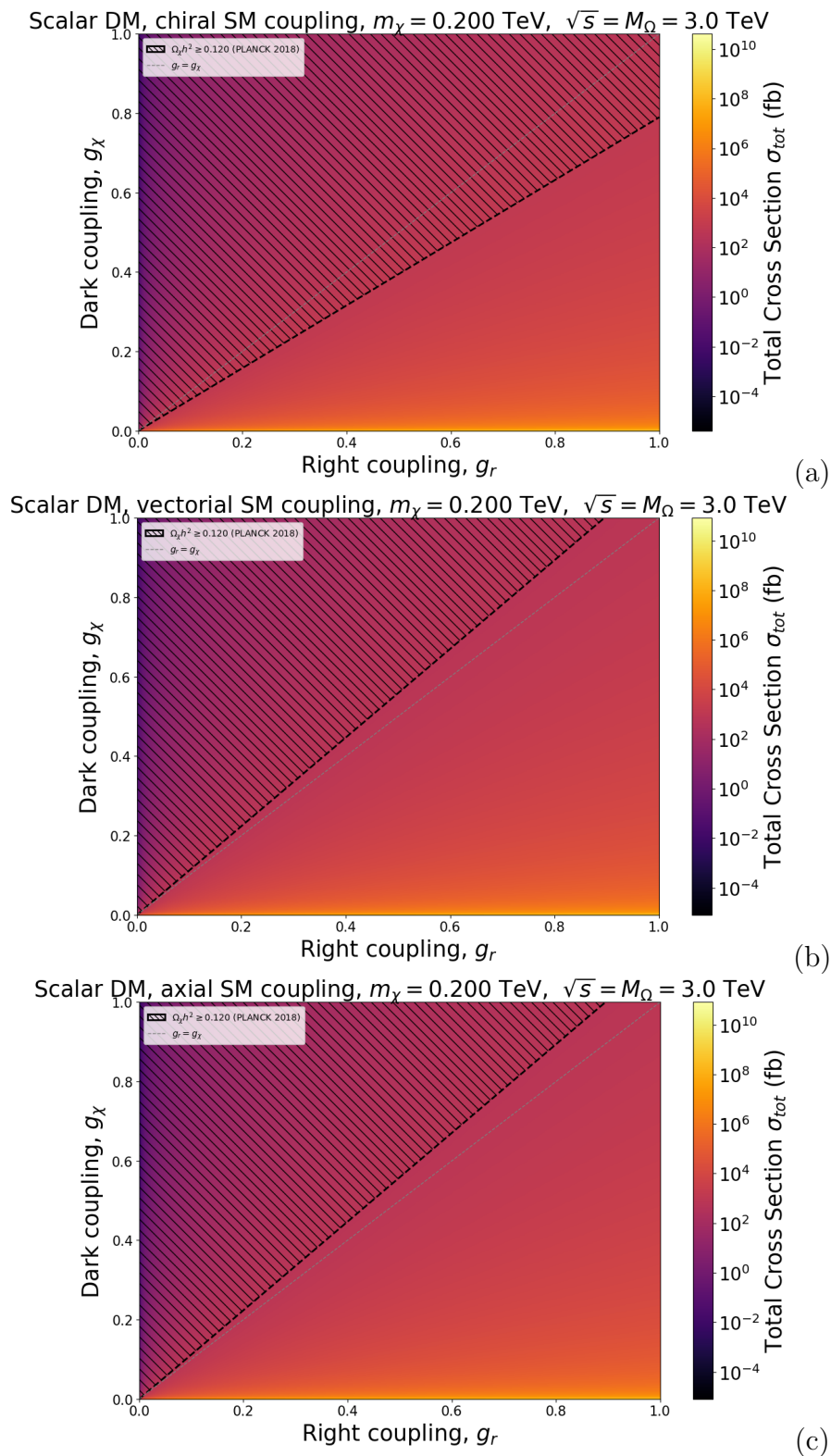


Figura 22 – Mapa de calor da seção de choque total em função dos acoplamentos com o MP (g_r) e com a ME (g_x). A região chanfrada indica onde a seção de choque total produziria uma abundância maior do que a esperada para CDM, conforme as Equações 5.1.5 e 5.1.7. De acordo com a Tabela 1, temos representados os acoplamentos: (a) quiral (b) vetorial (c) axial.

5.2.2 ME Fermiônica

Da mesma maneira que para o caso escalar, podemos estudar na ME fermiônica como a sua σ_{tot} varia conforme as massas das partículas envolvidas. Para tanto, podemos ver que na [Figura 23](#) a seção de choque total possui valores que variam de forma parecida àqueles já apresentados na [subseção 5.2.1](#). Mais uma vez, não percebemos grandes discrepâncias em valores absolutos para os três tipos de acoplamento com o MP e, nesse caso em específico, com a ME também. Lembrando que definimos $g_{l/r}^{MP} = g_{l/r}^{ME}$ e as relações envolvendo a ME fermiônica não dependem explicitamente de g_χ .

Pela falta de dependência com g_χ , procedemos a análise dos acoplamentos da ME fermiônica avaliando a σ_{tot} com relação a um valor definido para g_r . Na [Figura 23](#) usamos $g_r = 0,25$, conforme [\[94\]](#), contudo podemos estudar também o comportamento do modelo quando variamos g_r . Para isso, mostramos na [Figura 24](#) a sensibilidade da σ_{tot} em função de g_r , fixando primeiramente a massa do candidato a ME em 200 GeV e a massa do mediador em 3 TeV ([Figura 24a](#)). Nesta região, os acoplamentos quiral, vetorial e axial apresentam pouca discrepância, permanecendo a σ_{tot} em todos os casos na ordem de $\sim 10^2$ fb. Entretanto, aumentando-se a massa m_χ da partícula de ME, fazendo com que essa se aproxime mais da massa do mediador M_Ω , podemos notar através das figuras [24b](#) e [24c](#) que a divergência na σ_{tot} passa a ser de várias ordens de magnitude, com valor extremo caracterizado pelo pico do acoplamento axial em $g_r \approx 0,70$ para $m_\chi = 1$ TeV e $g_r \approx 0,40$, quando $m_\chi = 1,49$ TeV.

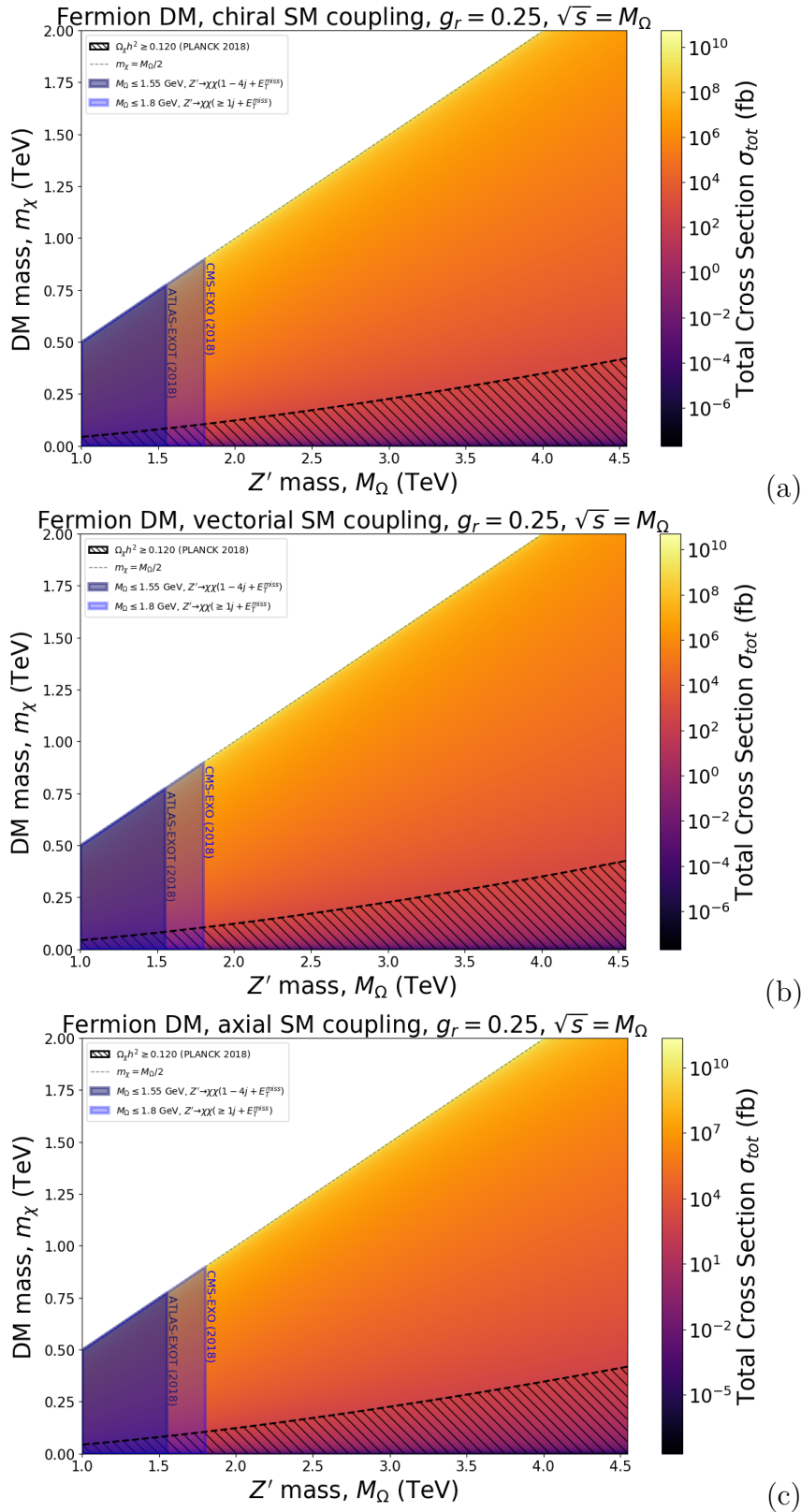


Figura 23 – Mapa de calor da seção de choque total em função das massas da partícula de ME (m_χ) e do bóson Z' (M_Ω). As regiões sombreadas indicam os limites de exclusão na massa de mediadores vetoriais massivos (em azul) e a região com seção de choque menor que a necessária para a produção de abundância observada de CDM, conforme descrito pela Equação 5.1.5 (chanfrado em preto). Acoplamentos com o MP conforme Tabela 1. (a) quiral (b) vetorial (c) axial.

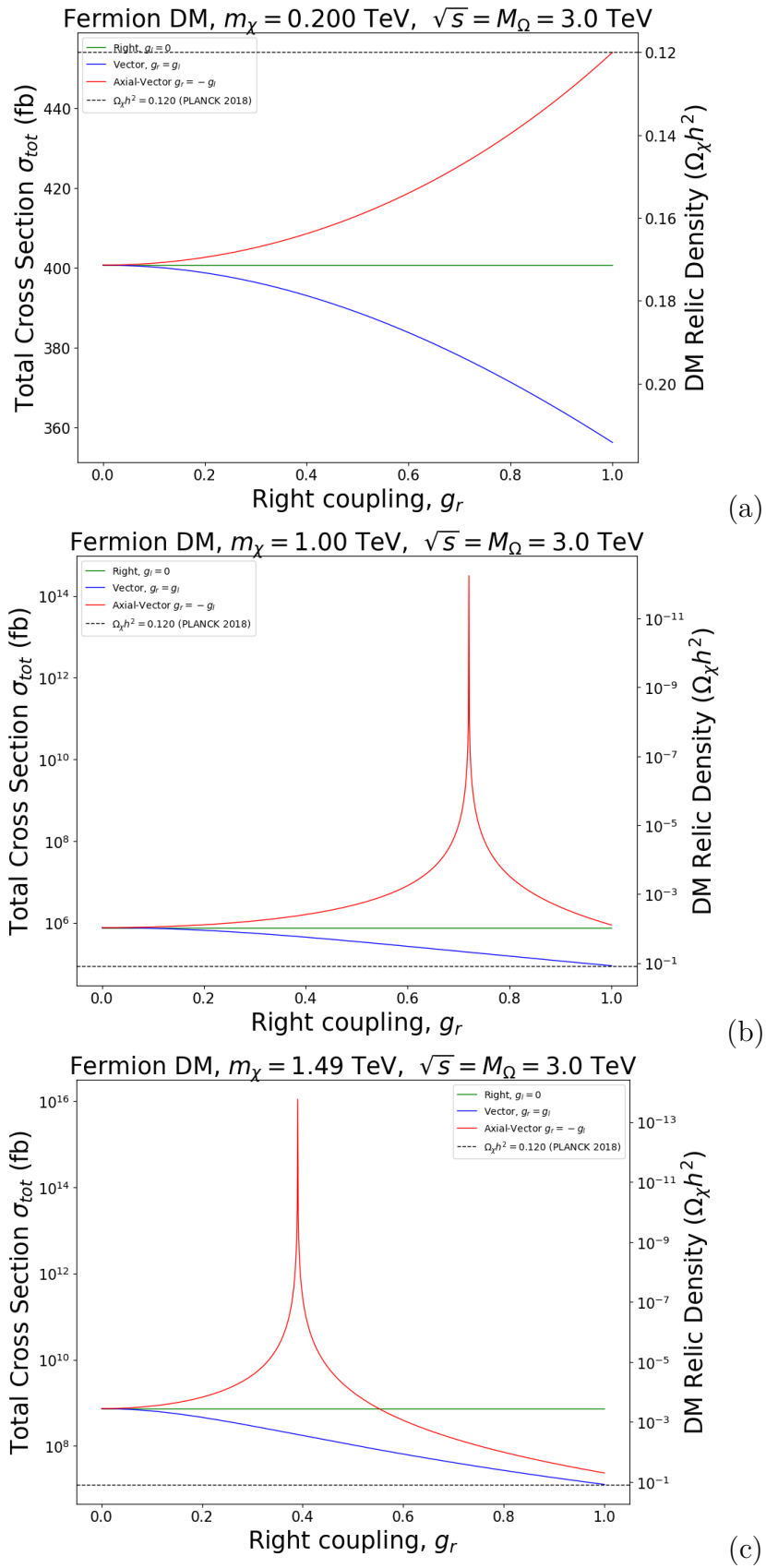


Figura 24 – Variação da seção de choque para cada tipo de acoplamento da ME fermiônica (quiral, vetorial e axial) para três diferentes massas de ME (m_χ): (a) 200 GeV, (b) 1 TeV e (c) 1,49 TeV. Para todos os casos envolvendo a ME fermiônica, estamos considerando que $g_{l/r}^\psi = g_{l/r}^\chi$, onde ψ é um férmion qualquer do MP e χ é a partícula de ME.

5.2.3 ME Vetorial

Por fim, procedemos com um estudo análogo aos casos anteriores para uma ME do tipo vetorial. Na [Figura 25](#) avaliamos a σ_{tot} em função da massa do mediador e massa da partícula de ME envolvida no processo. A primeira grande diferença com o caso escalar e fermiônico está no fato que, para a ME vetorial, a extensão nos valores disponíveis para a m_χ é aproximadamente 1/8 menor do que para os casos anteriores. Assim, para conseguir resultados relevantes e comparáveis aos demais, variamos a massa da ME m_χ de 0,001 TeV a 0,250 TeV apenas, conforme mostrado na [Figura 25](#). Qualquer região de massa muito acima desta, necessitaria de uma massa M_Ω para o mediador muito maior do que aquela que nos propomos a analisar neste estudo. De modo geral, a área com seções de choque válidas para a ME vetorial é muito menor do que aquela produzida pelos casos escalar e fermiônico.

Outra diferença significativa neste cenário é que o acoplamento g_χ do bóson Z' com a ME precisa ser muito pequeno para que os valores das seções de choque sejam de interesse cosmológico. À vista disso, na [Figura 25](#) adotamos um valor de $g_\chi = 10^{-7}$ para produzir resultados semelhantes em valores absolutos de σ_{tot} com os casos anteriores. Por exemplo, caso adotássemos $g_\chi = 10^{-3}$, os limites impostos pelas Equações [5.1.5](#) e [5.1.7](#) excluiriam toda a região de interesse que estamos avaliando. Notamos também que, diferentemente dos casos anteriores, na região limite da [Figura 25](#), onde o processo deixa de ocorrer por restrições cinemáticas (região em branco do gráfico), a linha preta sólida indica um decréscimo da σ_{tot} , fazendo com que aquela região seja excluída da mesma maneira daquela onde passa a mesma linha de exclusão na parte inferior da figura. Percebe-se também um leve aumento na área que representa os valores da σ_{tot} no caso em que a interação com o MP se dá via acoplamento vetorial e axial ([Figuras 25b e 25c](#)) com relação ao acoplamento quiral ([Figura 25a](#)), enquanto a área excluída pelos limites cosmológicos impostos variam de forma contrária a esta.

Sondando os valores da σ_{tot} em função dos acoplamentos com o MP e com a ME, elaboramos os gráficos reunidos na [Figura 26](#), fixando mais uma vez as massas m_χ e M_Ω em 0,200 e 3 TeV novamente. Podemos, então, perceber com mais clareza que o espaço de parâmetros permitidos para que este modelo reproduza um processo de ME cosmológico é fortemente restringido por g_χ . Para o acoplamento quiral com o MP, g_r possui um valor de corte de $g_r \sim 0,2$ enquanto que para os acoplamentos vetorial e axial este valor de corte é um pouco menor, em $g_r \sim 0,15$. Para todos os três tipos de acoplamentos com o MP, g_χ apresentou um valor máximo de $10^{-5} \sim 10^{-3}$ para que fosse possível obter resultados de σ_{tot} permissíveis dados os limites cosmológicos impostos por $\Omega_\chi h^2$ para a produção de partículas χ de CDM.

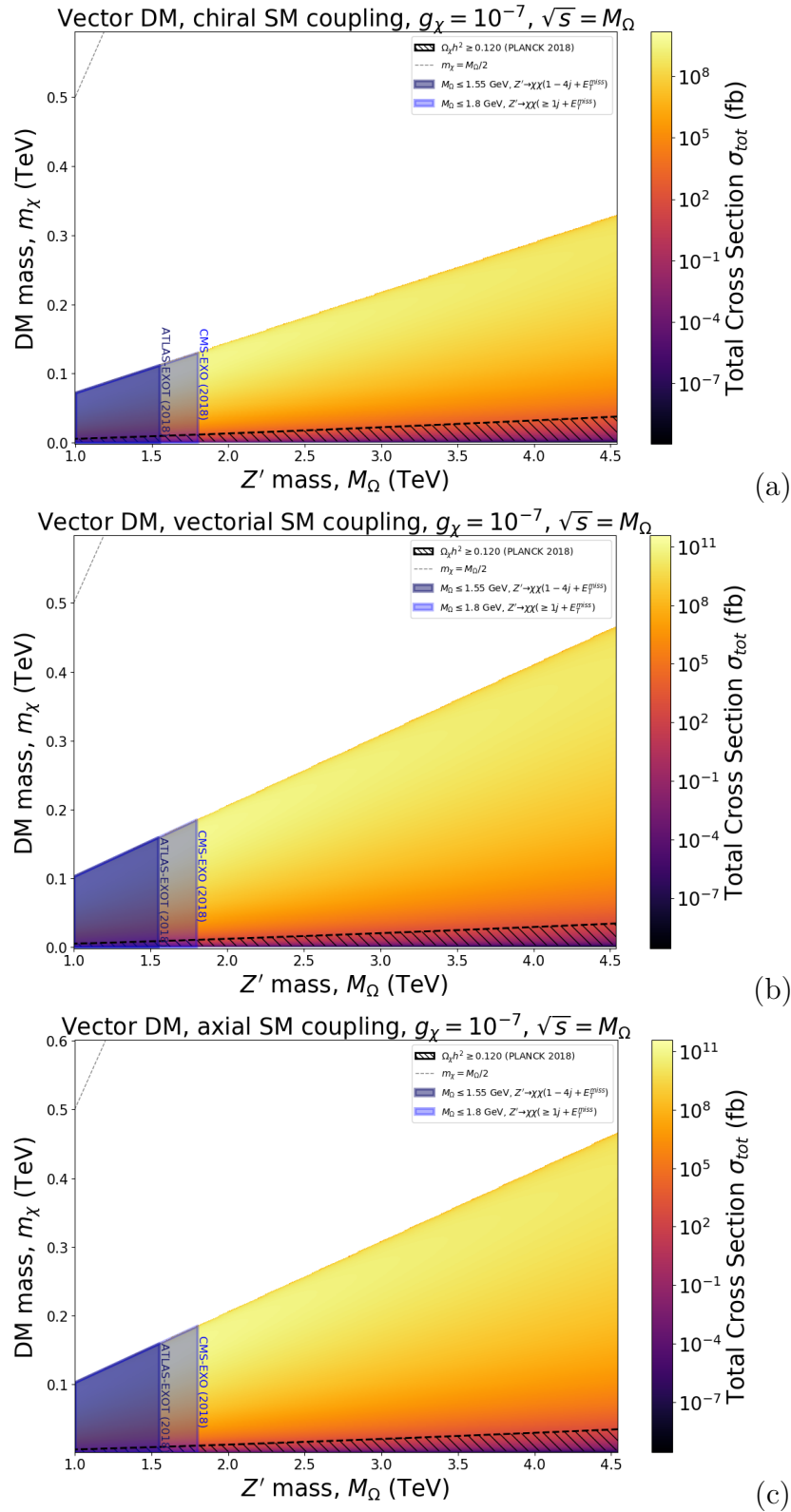


Figura 25 – Mapa de calor da seção de choque total em função das massas da partícula de ME (m_χ) e do bóson Z' (M_Ω). As regiões sombreadas indicam os limites de exclusão na massa de mediadores vetoriais massivos (em azul) e a região com seção de choque menor que a necessária para a produção de abundancia observada de CDM, conforme descrito pela Equação 5.1.5 (chanfrado em preto). Acoplamentos com o MP conforme Tabela 1: (a) quiral (b) vetorial (c) axial.

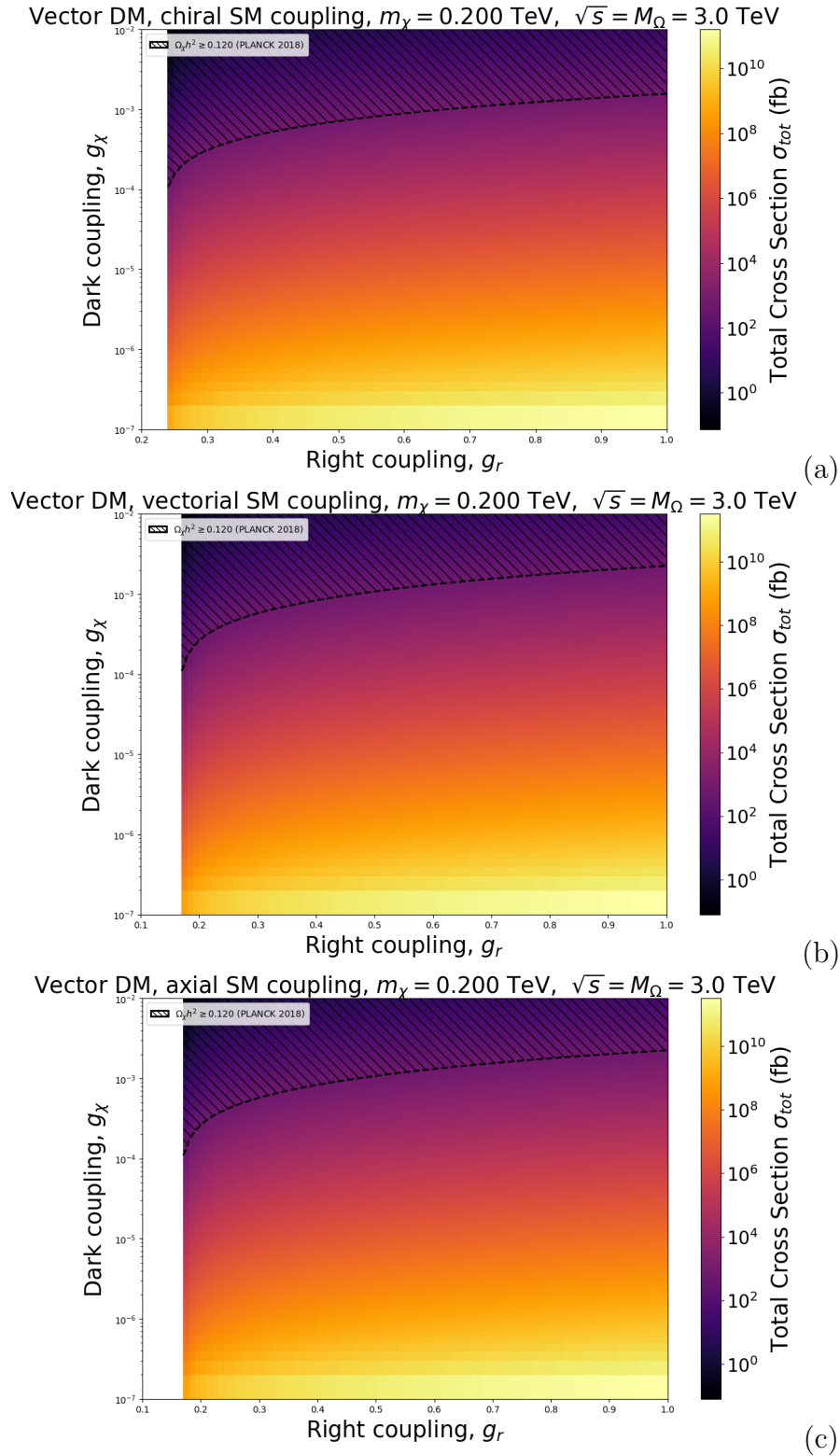


Figura 26 – Mapa de calor da seção de choque total em função dos acoplamentos com o MP (g_r) e com a ME (g_χ). A região chanfrada indica onde a seção de choque total produziria uma abundância maior do que a esperada para CDM, conforme Equações 5.1.5 e 5.1.7. Percebe-se que o acoplamento $g_\chi \ll 1$ para que a abundância observada possa ser reproduzida. De acordo com a Tabela 1, temos mais uma vez os acoplamentos: (a) quiral (b) vetorial e (c) axial com o MP.

6 Conclusão

No decorrer do trabalho e em especial nos primeiros capítulos, nos dedicamos em apresentar o problema da ME sob o ponto de vista cosmológico. Observações da velocidade radial pelo *redshift* de estrelas e aglomerados de galáxias indicam fortemente a presença de alguma matéria não-bariônica adicional para que seja satisfeita a atração gravitacional necessária afim de que tais estruturas se mantenham coesas em grandes intervalos de tempo. Efeitos de lentes gravitacionais e medidas da CMB também são contabilizados para se ter uma estimativa da quantidade de ME presente no universo. Medidas de CMB realizadas pelo satélite Planck [31] indicam uma distribuição de $69,2 \pm 1,2\%$ de energia escura, $25,8 \pm 1,1\%$ de ME e apenas $4,84 \pm 0,10\%$ de matéria bariônica convencional.

Tais estimativas levam em consideração um modelo cosmológico padrão do tipo Λ CDM que assume um Universo descrito pela métrica de FLRW, com pouca ou nenhuma curvatura e composto por matéria escura do tipo fria, o que está de acordo inspeções da estrutura em larga escala do Universo. Além disso, dado o sucesso das conjecturas com relação a produção de matéria bariônica durante a BBN, pudemos estimar com base na Equação de Boltzmann uma abundância de ME que é condizente com a produção termal de ME à época do *freeze-out*, dada uma densidade adimensional para a ME de $\Omega_\chi h^2 = 0,120$, em termos da seção de choque termal média para este processo.

Prosseguimos o estudo elencando as propriedades básicas para o desenvolvimento de um modelo de ME como uma TQC. Fizemos notar que não há atualmente no MP nenhuma partícula que possa satisfazer cinco propriedades básicas para um candidato propício à ME, a saber: (i) incluir interação gravitacional com a matéria convencional, (ii) explicar a abundância observada via CMB de $\Omega_\chi h^2 \simeq 0,120$, (iii) ser uma partícula estável ou com meia-vida da ordem da idade do Universo, (iv) não possuir interação eletromagnética, ou seja, não emitir luz nem possuir carga elétrica da forma como conhecemos e (v) ser *fria* na época da igualdade de matéria e radiação. Baseando-se na QED, fizemos uma descrição da sua densidade lagrangiana e estabelecemos algumas regras de Feynman que são derivadas a partir dela e ampliamos este estudo para o caso de mediadores vetoriais massivos da teoria eletrofraca. Mediadores deste tipo podem ser utilizados para evidenciar um possível canal de interação da ME com o MP via teorias simplificadas, como foi o caso deste trabalho, ou através de modelos efetivos ou teorias mais completas, dando espaço projetos futuros.

Além disso, ressaltamos alguns limites já estabelecidos quanto a detecção de ME tanto de maneira direta quanto indireta. Estes resultados, somados àqueles relacionados à busca em colisores de partículas, ainda não produziram evidência indubitável da existência

de ME, porém já fornecem fortes indícios de uma componente escura em seu conjunto de dados, além de contribuírem excluindo regiões paramétricas cada vez maiores a medida que estes experimentos são atualizados. Em especial, a busca em colisores de partículas atuais, como os experimentos no LHC, como também em equipamentos futuros, como o CLIC e o ILC, é de particular interesse deste estudo, por serem capazes de alcançar regiões do espaço de parâmetros definidos aqui. Ademais, recomendações para LHC e limites envolvendo a detecção de um novo bóson vetorial massivo através da reconstrução do momentum transverso foram utilizados para excluir algumas regiões no modelo que apresentamos.

Para caracterizar este modelo, apresentamos uma extensão do MP com um novo grupo de simetria $U(1)$ renormalizável agindo como um portal vetorial para ME, diferenciada também pela composição do seu campo escalar, fermiônico ou vetorial complexo, por meio de três respectivas lagrangianas de interação possíveis. Em todas elas foram evidenciados os termos referentes a massa do mediador (M_Ω) e seus acoplamentos tanto com o MP (g_r e g_l) quanto com a ME (g_χ). Após determinar a cinemática para um processo $2 \rightarrow 2$ em termos das variáveis de Mandelstam em função das massas tanto do par elétron-pósitron iniciais (m_e), quanto dos pares de ME produzidos (m_χ) e da energia do CM do processo, pudemos calcular a média da amplitude de espalhamento para cada um dos três campos de ME e determinar a sua seção de choque total em função destas variáveis.

Os resultados obtidos foram discutidos, estimando-se também uma seção de choque mínima de $\langle\sigma v\rangle \approx 1,18 \times 10^3 \text{ fb} = 9,14 \times 10^{-27} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ para a produção de uma abundância de ME que estivesse de acordo medida via CMB [31, 26]. E, além disso, com base em dados do experimento CMS no LHC [13, 90] determinamos que o mediador vetorial deve possuir uma massa no mínimo $M_\Omega > 1,8 \text{ TeV}$.

Pudemos perceber então que o modelo proposto consegue reproduzir com certa fidelidade um pico de ressonância que corresponde a massa definida para o mediador, com uma certa largura de *Breit-Wigner* parametrizada pela sua taxa de decaimento. Mostramos também que nas regiões de baixas energias grande parte do espaço de parâmetros já encontra-se excluído por experimentos anteriores, reforçando a importância de aceleradores como o CLIC, que trabalhará em mais altas energias para avaliar regiões ainda pouco parametrizadas. Neste sentido, estabelecemos para fins de comparação a massa do bóson Z' em 3,0 TeV, energia que será atingível pelo CLIC quando estiver totalmente operacional. Com ME de massa estimada em 200 GeV, pudemos perceber que para um mediador de 3 TeV a produção de ME é fortemente restringida pela abundância primordial de ME para os casos escalares e fermiônicos, podendo variar muito para o caso vetorial a depender de seu acoplamento g_χ , que vimos que precisa ser $\ll 1$ para produzir resultados semelhantes. Porém, os gráficos da massa do mediador em função da massa de ME e da seção de choque

em função dos acoplamentos sugerem que ainda existe regiões consideravelmente grandes no espaço de parâmetros para que estes modelos sejam verificados experimentalmente.

Entretanto, entendemos que o modelo apresentado sofre de limitações quanto a sua viabilidade experimental, por tratar exclusivamente de casos detectáveis via energia perdida do processo, porém este pode ser estendido em trabalhos futuros aplicando-se a emissão de alguma partícula no estado inicial, ou ainda, verificando-se a possibilidade da ME decair em partículas mais facilmente detectáveis do MP. Além disso, alguma extensão do modelo apresentado pode ser estudada, em que pudesse ser evidenciado problemas ainda em aberto do MP como o da violação-CP [97] e o problema da hierarquia [7] e, também, o caso de novos bósons vetoriais e partículas de ME poderem ser carregadas com algum tipo de carga elementar, onde os termos relacionados aos acoplamentos pudessem ser estudados em mais detalhe.

Referências

- 1 HUBBLE, E. A spiral nebula as a stellar system, Messier 31. *The Astrophysical Journal*, v. 69, mar. 1929. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1929ApJ....69..103H>>. Citado na página 21.
- 2 ZWICKY, F. On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *The Astrophysical Journal*, v. 86, p. 217, out. 1937. Disponível em: <<http://adsabs.harvard.edu/abs/1937ApJ....86..217Z>>. Citado na página 21.
- 3 BRITTO, A. L. M. *Oscilação de Neutrinos Produzidos por Aniquilação de Matéria Escura no Sol*. Dissertação (Dissertação (Mestrado em Ciências)) — Universidade de São Paulo, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 21, 25 e 26.
- 4 PESKIN, M. E. Dark matter and particle physics. *Journal of the Physical Society in Japan*, v. 76, p. 11, 2007. Citado na página 21.
- 5 PLANCK Collaboration et al. Planck 2015 results. xiii. cosmological parameters. 2015. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1502.01589>>. Citado na página 21.
- 6 FENG, J. L. Dark matter candidates from particle physics and methods of detection. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, v. 48, p. 495–545, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- 7 CSÁKI, C.; LOMBARDO, S.; TELEM, O. *TASI Lectures on Non-Supersymmetric BSM Models*. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1811.04279>>. Citado 3 vezes nas páginas 22, 41 e 93.
- 8 PECCEI, R. D.; QUINN, H. R. CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 38, p. 1440–1443, Jun 1977. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.38.1440>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 44.
- 9 BAEK, S.; KO, P.; PARK, W.-I. Search for the Higgs portal to a singlet fermionic dark matter at the LHC. *JHEP*, v. 02, p. 047, 2012. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1112.1847>>. Citado na página 22.
- 10 BOER, W. de. Grand unified theories and supersymmetry in particle physics and cosmology. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, v. 33, p. 201–302, 1994. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/9402266>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 45.
- 11 HOOPER, D.; PROFUMO, S. Dark matter and collider phenomenology of universal extra dimensions. *Phys. Rept.*, v. 453, p. 29–115, 2007. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/0701197>>. Citado na página 22.
- 12 BIRKEDAL, A. et al. Little Higgs dark matter. *Phys. Rev.*, D74, p. 035002, 2006. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/0603077>>. Citado na página 22.
- 13 CMS Collaboration. Search for new physics in final states with an energetic jet or a hadronically decaying w or z boson and transverse momentum imbalance at $\sqrt{s} = 13$ tev.

2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1712.02345>>. Citado 5 vezes nas páginas 22, 75, 78, 81 e 92.
- 14 ATLAS Collaboration. Search for dark matter in events with a hadronically decaying vector boson and missing transverse momentum in pp collisions at $\sqrt{s} = 13$ tev with the atlas detector. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1807.11471>>. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 75.
- 15 ZWICKY, F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, v. 6, p. 110–127, Jan 1933. Disponível em: <<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1933AcHPh...6..110Z>>. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- 16 RYDEN, B. *Introduction to Cosmology*. Addison-Wesley, 2002. ISBN 0805389121. Disponível em: <<https://www.xarg.org/ref/a/0805389121/>>. Citado 8 vezes nas páginas 25, 29, 30, 32, 33, 35, 109 e 111.
- 17 LUBIN, L. M. Gas mass and total mass in clusters of galaxies. *AIP Conference Proceedings*, v. 336, n. 1, p. 208–211, 1995. Disponível em: <<https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.48327>>. Citado na página 26.
- 18 MILGROM, M. *MOND vs. dark matter in light of historical parallels*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1910.04368>>. Citado na página 26.
- 19 JOHNSON JR., J. *Fritz Zwicky: Part eccentric, part genius, completely uncontained*. 2019. Disponível em: <<https://www.sciencefocus.com/space/fritz-zwicky-part-eccentric-part-genius-completely-uncontained/>>. Citado na página 27.
- 20 RUBIN, V. C.; KENT, J. F. W. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 159, p. 379, fev. 1970. Disponível em: <<https://doi.org/10.1086/150317>>. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- 21 CARIGNAN, C. et al. The extended hirootation curve and mass distribution of m31. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 641, n. 2, p. L109L112, Mar 2006. ISSN 1538-4357. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1086/503869>>. Citado na página 28.
- 22 MARTÍN, B. *Cem anos do eclipse de Sobral que deu razão a Einstein*. 2019. Disponível em: <https://brasil.elpais.com/brasil/2019/05/25/ciencia/1558801243_807178.html>. Citado na página 29.
- 23 NOVATI, S. C. et al. Microlensing towards the smc: a new analysis of ogle and eros results. 2013. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1308.4281>>. Citado na página 29.
- 24 GRIEST, K.; CIEPLAK, A. M.; LEHNER, M. J. New limits on primordial black hole dark matter from an analysis of kepler source microlensing data. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 111, p. 181302, Oct 2013. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.181302>>. Citado na página 29.
- 25 LIGO Collaboration et al. Search for sub-solar mass ultracompact binaries in advanced ligo’s first observing run. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1808.04771>>. Citado na página 30.

- 26 PDG Collaboration et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 98, p. 030001, Aug 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.98.030001>>. Citado 16 vezes nas páginas 30, 33, 34, 36, 41, 46, 48, 49, 52, 53, 76, 77, 92, 111, 120 e 122.
- 27 NASA; ESA; CADA, L. C. *Gravitational lensing in action*. 2011. Disponível em: <<https://www.spacetelescope.org/videos/heic1106a/>>. Acesso em: 15 jan. 2020. Citado na página 31.
- 28 NASA/ESO. *Center of Abell 1689 by Hubble Telescope*. 2003. Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/wiki/File:Gravitationell-lins-4.jpg>>. Acesso em: 19 nov. 2019. Citado na página 31.
- 29 PLANCK Collaboration et al. *Planck 2018 results. I. Overview and the cosmological legacy of Planck*. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1807.06205>>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.
- 30 SACHS, R. K.; WOLFE, A. M. Perturbations of a cosmological model and angular variations of the microwave background. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 147, p. 73, jan. 1967. Disponível em: <<https://doi.org/10.1086/148982>>. Citado na página 33.
- 31 PLANCK Collaboration et al. *Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters*. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1807.06209>>. Citado 9 vezes nas páginas 33, 34, 35, 77, 78, 81, 91, 92 e 113.
- 32 COLLESS, M. et al. The 2df galaxy redshift survey: Spectra and redshifts. 2001. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/astro-ph/0106498>>. Citado na página 36.
- 33 BAUER, M.; PLEHN, T. *Yet Another Introduction to Dark Matter*. 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1705.01987>>. Citado 11 vezes nas páginas 37, 39, 46, 50, 51, 52, 53, 54, 56, 57 e 76.
- 34 GELMINI, G.; GONDOLO, P. DM Production Mechanisms. p. 121–141, 2010. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1009.3690>>. Citado na página 40.
- 35 PROFUMO, S. *TASI 2012 Lectures on Astrophysical Probes of Dark Matter*. 2013. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1301.0952>>. Citado 3 vezes nas páginas 40, 44 e 76.
- 36 ALLISON, K. *The standard model to the Planck scale*. Tese (Doutorado) — Balliol Coll., Oxford, 2014. Disponível em: <<http://ora.ox.ac.uk/objects/uuid:34c6b551-f525-4cf4-8032-c826b359bee4>>. Citado na página 41.
- 37 ROSS, G. *Grand unified theories*. Redwood City, Calif: Addison-Wesley, the Advanced Book Program, 1990. ISBN 978-0-8053-6968-7. Citado na página 41.
- 38 COLLINS, J. et al. Lorentz invariance and quantum gravity: An additional fine-tuning problem? *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 93, p. 191301, Nov 2004. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.93.191301>>. Citado na página 41.
- 39 BLANKE, M. *Flavour Physics from Present to Future Colliders*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1910.10662>>. Citado na página 41.

- 40 WUDKA, J. The meaning of anomalous couplings. 1996. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/9606478>>. Citado na página 42.
- 41 ALVES, D. et al. Simplified models for lhc new physics searches. 2011. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1105.2838>>. Citado na página 42.
- 42 RUHDORFER, M.; SALVIONI, E.; WEILER, A. *A Global View of the Off-Shell Higgs Portal*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1910.04170>>. Citado na página 44.
- 43 D'ONOFRIO, M.; FISCHER, O.; WANG, Z. S. *Searching for Dark Photons at the LHeC and FCC-he*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1909.02312>>. Citado na página 44.
- 44 FRANK, M.; HUITU, K.; MONDAL, S. Dark matter and collider signals in supersymmetric $u(1)'$ models with non-universal z' couplings. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1909.07176>>. Citado na página 44.
- 45 BALÁZS, C. et al. Sensitivity of the cherenkov telescope array to the detection of a dark matter signal in comparison to direct detection and collider experiments. 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1706.01505>>. Citado na página 44.
- 46 BELYAEV, A. et al. Interplay of the lhc and non-lhc dark matter searches in the effective field theory approach. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1807.03817>>. Citado na página 44.
- 47 BUSONI, G. et al. On the Validity of the Effective Field Theory for Dark Matter Searches at the LHC. *Phys. Lett.*, B728, p. 412–421, 2014. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1307.2253>>. Citado na página 44.
- 48 CÓRSICO, A. H. et al. The potential of the variable da white dwarf g117b15a as a tool for fundamental physics. *New Astronomy*, v. 6, n. 4, p. 197 – 213, 2001. ISSN 1384-1076. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1384107601000550>>. Citado na página 44.
- 49 SANTOS, A. L. dos. *Matéria Escura como uma Extensão Higgs-Stuckelberg do Modelo Padrão*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 2015. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/130087>>. Acesso em: 28 dez. 2019. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 51.
- 50 BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 405, n. 5-6, p. 279–390, jan 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2004.08.031>>. Citado 5 vezes nas páginas 44, 45, 46, 47 e 48.
- 51 CASTRO, L. B.; ALLOY, M. D.; MENEZES, D. P. Mass radius relation of compact stars in the braneworld. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, IOP Publishing, v. 2014, n. 08, p. 047–047, aug 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2014%2F08%2F047>>. Citado na página 45.
- 52 CORNELL, J. M.; PROFUMO, S.; SHEPHERD, W. Dark matter in minimal universal extra dimensions with a stable vacuum and the "right" higgs. 2014. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1401.7050>>. Citado na página 45.

- 53 RANDALL, L.; SUNDRUM, R. A large mass hierarchy from a small extra dimension. 1999. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905221>>. Citado na página 45.
- 54 KOLB, R. W.; LONG, A. J. Superheavy dark matter through higgs portal operators. 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1708.04293>>. Citado na página 45.
- 55 HERMS, J.; IBARRA, A. *Probing multicomponent FIMP scenarios with gamma-ray telescopes*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1912.09458>>. Citado na página 45.
- 56 MOHANTY, S.; PATRA, A.; SRIVASTAVA, T. *MeV scale model of SIMP dark matter, neutrino mass and leptogenesis*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1908.00909>>. Citado na página 45.
- 57 FEDDERKE, M. A.; GRAHAM, P. W.; RAJENDRAN, S. *White Dwarf Bounds on CHAMPs*. 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1911.08883>>. Citado na página 45.
- 58 FENG, J. L. et al. *Planning the Future of U.S. Particle Physics (Snowmass 2013): Chapter 4: Cosmic Frontier*. 2014. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1401.6085>>. Citado 3 vezes nas páginas 46, 48 e 49.
- 59 QUEIROZ, F. S. *Dark Matter Overview: Collider, Direct and Indirect Detection Searches*. 2016. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1605.08788>>. Citado na página 46.
- 60 OUELLET, J. L. et al. First results from abracadabra-10cm: A search for sub- eV axion dark matter. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 122, n. 12, Mar 2019. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.121802>>. Citado na página 47.
- 61 ASZTALOS, S. J. et al. Squid-based microwave cavity search for dark-matter axions. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 104, n. 4, Jan 2010. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.041301>>. Citado na página 47.
- 62 AGUILAR-AREVALO, A. et al. Constraints on light dark matter particles interacting with electrons from DAMIC at SNOLAB. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 123, n. 18, Oct 2019. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.181802>>. Citado na página 48.
- 63 ARNAUD, Q. et al. First results from the NEWS-G direct dark matter search experiment at the LDM. *Astroparticle Physics*, Elsevier BV, v. 97, p. 5462, Jan 2018. ISSN 0927-6505. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.astropartphys.2017.10.009>>. Citado na página 48.
- 64 XENON Collaboration et al. The xenon1t dark matter experiment. 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1708.07051>>. Citado na página 48.
- 65 BERNABEI, R. et al. First model independent results from DAMA/LIBRA-PHASE2. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1805.10486>>. Citado na página 48.

- 66 AGUILAR, M. et al. Towards understanding the origin of cosmic-ray positrons. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 122, p. 041102, Jan 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.122.041102>>. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.
- 67 PROFUMO, S.; QUEIROZ, F.; SIQUEIRA, C. *Has AMS-02 Observed Two-Component Dark Matter?* 2019. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1903.07638>>. Citado na página 51.
- 68 DAYLAN, T. et al. The characterization of the gamma-ray signal from the central milky way: A compelling case for annihilating dark matter. 2014. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1402.6703>>. Citado na página 51.
- 69 CALORE, F.; CHOLIS, I.; WENIGER, C. Background model systematics for the fermi gev excess. 2014. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1409.0042>>. Citado na página 51.
- 70 SPURIO, M. Gamma-rays, neutrinos and particle astronomy as messengers of the universe. *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, Czech Technical University in Prague - Central Library, v. 1, n. 1, p. 13–19, dez. 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.14311/app.2014.01.0013>>. Citado na página 52.
- 71 VIDAL, X. C.; MANZANO, R. C. *Cross section: Taking a closer look at LHC*. Disponível em: <https://www.lhc-closer.es/taking_a_closer_look_at_lhc/0.cross_section>. Acesso em: 15 jan. 2020. Citado na página 52.
- 72 TREVISANI, N. Collider searches for dark matter (atlas + cms). *Universe*, v. 4, n. 11, 2018. ISSN 2218-1997. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2218-1997/4/11/131>>. Citado na página 52.
- 73 ABADA, A. et al. Fcc-ee: The lepton collider. *Eur. Phys. J. ST*, v. 228, n. 2, p. 261–623, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 78.
- 74 CEPC Conceptual Design Report: Volume 1 - Accelerator. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1809.00285>>. Citado na página 54.
- 75 ADOLPHSEN, C. et al. The International Linear Collider Technical Design Report - Volume 3.II: Accelerator Baseline Design. 2013. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1306.6328>>. Citado 2 vezes nas páginas 54 e 78.
- 76 LINSSEN, L. et al. Physics and Detectors at CLIC: CLIC Conceptual Design Report. 2012. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1202.5940>>. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 56.
- 77 PENNING, B. The pursuit of dark matter at colliders—an overview. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 45, n. 6, p. 063001, may 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1088%2F1361-6471%2Faabea7>>. Citado na página 55.
- 78 FIELD, R. D. *Applications of perturbative QCD*. Redwood City, Calif: Addison-Wesley, The Advanced Book Program, 1989. ISBN 0-201-14295-3. Citado na página 55.
- 79 ELLIS, R. K.; STIRLING, W. J.; WEBBER, B. R. QCD and collider physics. *Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol.*, v. 8, p. 1–435, 1996. Citado na página 55.

- 80 KADOTA, K.; SPRAY, A. Electroweak multiplet dark matter at future lepton colliders. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1811.00560>>. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.
- 81 SCHMEIER, D. *Effective Models for Dark Matter at the International Linear Collider*. Tese (Doutorado) — Universidade de Bonn, 2013. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1308.4409>>. Citado 3 vezes nas páginas 57, 59 e 75.
- 82 AGRAWAL, P. et al. *A Classification of Dark Matter Candidates with Primarily Spin-Dependent Interactions with Matter*. 2010. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1003.1912>>. Citado 2 vezes nas páginas 57 e 60.
- 83 FELDSTEIN, B.; FITZPATRICK, A. L.; KATZ, E. Form factor dark matter. 2009. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0908.2991>>. Citado na página 57.
- 84 CUI, Y. et al. Candidates for inelastic dark matter. 2009. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/0901.0557>>. Citado na página 57.
- 85 GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. Weinheim Germany: Wiley-VCH, 2008. ISBN 978-3-527-40601-2. Citado 9 vezes nas páginas 60, 67, 120, 122, 124, 126, 127, 128 e 129.
- 86 WEINBERG, S. *The quantum theory of fields*. Cambridge New York: Cambridge University Press, 1995. ISBN 0-521-55001-7. Citado na página 60.
- 87 BARONE, V. *High-Energy Particle Diffraction*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2002. ISBN 978-3-642-07567-4. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 61.
- 88 GAEMERS, K. J. F.; GOUNARIS, G. J. Polarization amplitudes for $e^+e^- \rightarrow w^+w^-$ and $e^+e^- \rightarrow zz$. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, Springer Science and Business Media LLC, v. 1, n. 3, p. 259–268, set. 1979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/bf01440226>>. Citado na página 63.
- 89 GREINER, W. *Gauge theory of weak interactions*. Berlin New York: Springer, 2000. ISBN 3-540-67672-4. Citado na página 67.
- 90 CMS Collaboration. Search for narrow and broad dijet resonances in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ tev and constraints on dark matter mediators and other new particles. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1806.00843>>. Citado 4 vezes nas páginas 75, 78, 81 e 92.
- 91 CMS Collaboration. Search for high-mass resonances in dilepton final states in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ tev. 2018. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1803.06292>>. Citado na página 75.
- 92 ATLAS Collaboration. Constraints on mediator-based dark matter models using $\sqrt{s} = 13$ TeV pp collisions at the LHC with the ATLAS detector. 2018. Citado na página 75.
- 93 ATLAS Collaboration. Search for dark matter and other new phenomena in events with an energetic jet and large missing transverse momentum using the atlas detector. 2017. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1711.03301>>. Citado na página 75.

- 94 BOVEIA, A. et al. Recommendations on presenting lhc searches for missing transverse energy signals using simplified s -channel models of dark matter. 2016. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1603.04156>>. Citado 4 vezes nas páginas 75, 76, 78 e 85.
- 95 KOLB, E. *The early universe*. New York: Westview Press, 1994. ISBN 978-0201626742. Citado na página 76.
- 96 GRIEST, K.; SECKEL, D. Three exceptions in the calculation of relic abundances. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 43, p. 3191–3203, May 1991. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.43.3191>>. Citado na página 76.
- 97 CARENA, M.; QUIRÓS, M.; ZHANG, Y. Electroweak baryogenesis from dark-sector cp violation. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 122, n. 20, May 2019. ISSN 1079-7114. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.201802>>. Citado na página 93.
- 98 JANSSEN, M.; RENN, J. History: Einstein was no lone genius. *Nature*, Springer Science and Business Media LLC, v. 527, n. 7578, p. 298–300, nov. 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1038/527298a>>. Citado na página 107.
- 99 MATEUS JR., M. S. *Nos bastidores do zoológico subatômico: Uma contextualização histórico-analítica sobre o início da física de partículas*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física Licenciatura) — Universidade Federal de Uberlândia, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 109 e 119.
- 100 SCHUTZ, B. *A first course in general relativity*. Cambridge New York: Cambridge University Press, 2009. ISBN 978-0521887052. Citado na página 109.
- 101 SAUERWEIN, A. A. P. *Modelos Viáveis de Matéria Escura em Física de Partículas*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física Bacharelado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 111 e 114.
- 102 DODELSON, S. *Modern cosmology*. San Diego, California: Academic Press, An Imprint of Elsevier, 2003. ISBN 978-0-12-219141-1. Citado 2 vezes nas páginas 113 e 114.
- 103 CMS Collaboration. Observation of a new boson at a mass of 125 gev with the cms experiment at the lhc. 2012. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1207.7235>>. Citado na página 120.
- 104 ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the atlas detector at the lhc. 2012. Disponível em: <<https://arxiv.org/abs/1207.7214>>. Citado na página 120.
- 105 RIESSELMANN, K. *The Standard Model of Particle Physics*. 2015. Disponível em: <<https://www.symmetrymagazine.org/standard-model/>>. Acesso em: 13 dez. 2019. Citado na página 121.
- 106 HALZEN, F. *Quarks and leptons : an introductory course in modern particle physics*. New York: Wiley, 1984. ISBN 978-0471887416. Citado 2 vezes nas páginas 123 e 124.
- 107 BHABHA, H. J. The scattering of positrons by electrons with exchange on Dirac's theory of the positron. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, A154, p. 195–206, 1936. Citado na página 126.

- 108 DRELL, S. D.; YAN, T.-M. Massive lepton-pair production in hadron-hadron collisions at high energies. *Physical Review Letters*, American Physical Society (APS), v. 25, n. 5, p. 316–320, ago. 1970. Disponível em: <<https://doi.org/10.1103/physrevlett.25.316>>. Citado na página 126.
- 109 NÓBREGA, F. K.; MACKEDANZ, L. F. Espalhamento bhabha: Um estudo detalhado. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, FapUNIFESP (SciELO), v. 40, n. 3, maio 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1806-9126-rbef-2017-0395>>. Citado na página 128.
- 110 ALEPH; DELPHI; L3; OPAL; SLD; LEP; SLD Collaborations. Precision electroweak measurements on the z resonance. *Physics Reports*, Elsevier BV, v. 427, n. 5-6, p. 257–454, 2006. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.12.006>>. Citado na página 129.

Apêndices

APÊNDICE A – Cosmologia

A.1 Espaços curvos, Relatividade e Métricas

Em 1905, Albert Einstein dava os primeiros passos para estender os conceitos do que conhecemos como espaço e tempo [98]. Em sua Teoria da Relatividade Especial (ou Restrita), ele postulou que as leis da física deveriam ser as mesmas para todos os sistemas de referenciais inerciais e que, além disso, a velocidade da luz, c , no vácuo é constante, independentemente da velocidade ou referencial do observador. Trabalhando apenas estes dois postulados, Einstein foi capaz de mostrar que o tempo e o espaço poderiam ser dilatados ou contraídos, conforme diferentes referenciais observassem suas propriedades. Como resultado, a ideia de um espaço e tempo fixo, conforme a mecânica clássica Newtoniana sempre propôs, deveria ser revista a luz destes novos postulados.

Claro que isso não foi aceito de imediato. Precisou-se de mais alguns anos de experimentos e observações para constatar que a Teoria da Relatividade Especial de Einstein tinha validade no mundo real. Porém, este conceito foi logo estendido, utilizando-se de um novo postulado, o Princípio da Equivalência. Este princípio, parte do pressuposto que não há diferença entre massa inercial e massa gravitacional. Em outras palavras, um objeto acelerado a $9,81 \text{ m/s}^2$ descreve o mesmo movimento e tem as mesmas propriedades do que se estivesse sendo acelerado por um campo gravitacional de magnitude $9,81 \text{ m/s}^2$. Isso se torna particularmente interessante quando pensamos na luz. Num referencial acelerado, a trajetória da luz para um observador neste referencial não é estritamente uma linha reta. Desta maneira, pode-se imaginar que, caso a luz atravessasse um campo gravitacional, a única maneira de sua trajetória não ser retilínea^a é se o próprio espaço naquela região estivesse curvado. Logo, do ponto de vista da Teoria da Relatividade Geral, a presença de massa faz com que o espaço naquela região seja curvo.

Espaços curvos não são triviais na Física. Por exemplo, em nossa experiência cotidiana, o espaço é plano. Isso significa que a geometria do nosso espaço é Euclidiana. Em outras palavras, se você desenhar um triângulo qualquer no chão, a soma dos seus ângulos internos será sempre igual a 180° (π rad). Isso passa a não ser bem assim caso você tente desenhar um triângulo na superfície de uma esfera. Neste caso, a soma dos ângulos internos será

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + \frac{A}{R^2}, \quad (\text{A.1.1})$$

onde A é a área do triângulo e R é o raio da esfera. Desta forma, por ser um espaço

^a Obedecido o Princípio de Fermat, que diz que a luz se propaga entre dois pontos sempre pela trajetória que minimiza o seu tempo de viagem.

bidimensional não-plano, a soma dos ângulos internos de um triângulo na superfície da esfera se comporta de maneira diferente, apesar de que nos dois casos se tratarem da mesma figura. Pelo fato desta soma ser *maior* que 180° , dizemos que o espaço é positivamente curvado. Na [Figura 27](#) temos os três casos possíveis de espaços bidimensionais: planos, curvados positivamente ou curvados negativamente.

Ainda na geometria Euclidiana, podemos medir a distância ds entre dois pontos, em coordenadas cartesianas, por

$$ds^2 = dx^2 + dy^2. \quad (\text{A.1.2})$$

Em três dimensões, esse cálculo se estende para

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2, \quad (\text{A.1.3})$$

o que é bastante intuitivo. Na Relatividade Geral, entretanto, um dos pressupostos básicos é que o tempo também se comporta como uma nova dimensão, e o espaço e o tempo formam um plano de fundo quadridimensional para todos os fenômenos que ocorrem na natureza. A este plano de fundo unificado, com quatro dimensões, dá-se o nome único de *espaço-tempo*. No espaço-tempo, a medida da distância entre dois pontos precisa levar em consideração também a dimensão temporal. Entretanto, como agora estamos numa geometria quadridimensional, as regras da geometria Euclidiana não se estendem para este espaço, de modo que, para trabalhar com problemas envolvendo Relatividade Geral, precisamos usar regras de geometria não-Euclidiana. Para ser mais preciso, precisamos empregar as regras da geometria de Riemann, que lida com espaços curvos. Ainda na Teoria da Relatividade Especial, a medida da distância entre dois pontos num espaço quadridimensional *plano* é dada por^b

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (\text{A.1.4})$$

o que, em coordenadas esféricas (que utilizaremos daqui em diante) pode ser escrito como

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\Omega^2. \quad (\text{A.1.5})$$

Medidas da distância entre dois pontos no espaço como as vistas acima, sejam eles curvos ou não, podem ser categorizadas no estudo de *métricas*. A métrica de um espaço qualquer pode ser representada por um tensor de ordem n , onde n é a dimensão do espaço a ser representado. Por exemplo, a métrica que representa um espaço bidimensional plano, conforme descrito pela [Equação A.1.2](#), tem sua representação na matriz

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.1.6})$$

^b Utilizaremos a convenção $(+, -, -, -)$, como é de praxe na Física de Partículas. Na literatura encontram-se referências que utilizam a convenção com coordenada temporal negativa $(-, +, +, +)$. De toda maneira, os resultados da teoria são todos análogos entre si em ambos os casos.

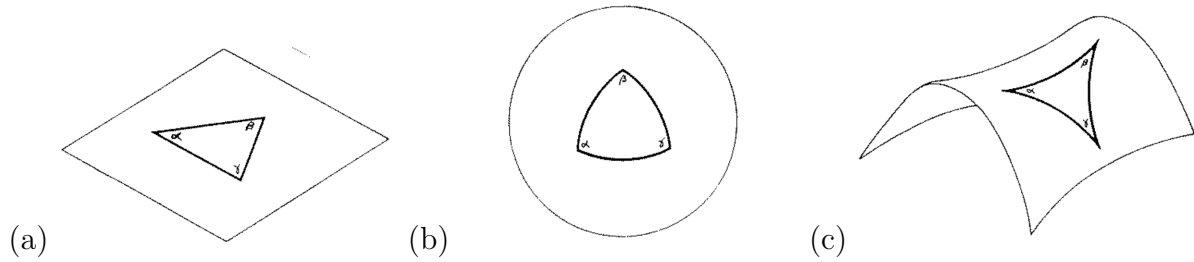


Figura 27 – Representação de um triângulo num espaço (a) bidimensional plano, (b) positivamente curvado e (c) negativamente curvado [16].

ou seja, para obter a distância ds entre dois pontos nesta métrica, basta fazermos^c

$$ds^2 \equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (\text{A.1.7})$$

Analogamente, a métrica de um espaço-tempo quadridimensional plano é dada por

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1.8})$$

A [Equação A.1.8](#) é conhecida como métrica de Minkowski [100] e é utilizada na maioria dos problemas que envolvem apenas Relatividade Especial. Na Relatividade Geral, entretanto, lida-se com métricas de espaço-tempo por vezes mais complicadas devido a presença quase sempre de massa e energia nas equações^d. As equações principais da Relatividade Geral são dadas pelas Equações de Einstein, a saber:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (\text{A.1.9})$$

Seu lado esquerdo diz respeito à geometria do espaço-tempo, sendo uma função da métrica $g_{\mu\nu}$ deste espaço. Os termos $R_{\mu\nu}$ e R são o tensor e o escalar de Ricci, respectivamente, e envolvem termos contraídos de derivadas da métrica $g_{\mu\nu}$. Ainda no lado esquerdo, o termo Λ é chamado de constante cosmológica e foi introduzido por Einstein para obter um Universo estacionário. Porém, o termo original proposto por Einstein foi retirado da equação quando observou-se que o Universo estava na verdade em expansão e, hoje, sabemos que esta expansão na verdade é acelerada, com este termo na equação relacionado a uma possível energia escura presente no Universo. Já o lado direito da [Equação A.1.9](#) nos dá informação quanto à distribuição de matéria e energia no Universo, onde G é a constante gravitacional e $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momentum, que é o que descreve tal distribuição no espaço. Em outras palavras, a [Equação A.1.9](#) relaciona a distribuição de matéria e energia no espaço e a geometria do próprio espaço-tempo. Em linguagem mais poética, nas palavras de John Wheeler: "*A massa-energia diz ao espaço-tempo como se curvar, o espaço-tempo curvo diz a massa como se mover*" [16] (tradução nossa).

^c Usando aqui a convenção de soma de Einstein para notação indicial. Ver Apêndice A da Ref. [99].

^d Que são, na verdade, intercambiáveis entre si, dada a famosa relação $E = mc^2$.

A.2 Métrica de Friedmann-Lemaître-Robinson-Walker e a Equação de Friedmann

Já vimos que o Universo em larga escala (para volumes maiores que 100 Mpc^3) pode ser considerado um fluido homogêneo e isotrópico devido à distribuição de matéria observada via *redshift* de galáxias e CMB. Para um Universo com essas características, o tensor energia-momentum assume a forma

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2.1})$$

onde ρ é a densidade de energia e P é a pressão deste fluido. A métrica que descreve um Universo homogêneo e isotrópico em expansão, com curvatura (ou não), é dada por

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-a^2(t)}{1-\kappa r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 a^2(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 a^2(t) \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (\text{A.2.2})$$

ou ainda, em sua forma contraída,

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1-\kappa r^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (\text{A.2.3})$$

onde t é o tempo próprio cosmológico, ou seja, o tempo cósmico medido a partir de um referencial que observa o Universo se expandido uniformemente ao seu redor. O fator κ descreve justamente se esta curvatura será positiva ($\kappa = +1$), negativa ($\kappa = -1$), ou plana ($\kappa = 0$). O termo $a(t)$ merece uma atenção especial. Este é o fator de escala: é ele quem dita a taxa de expansão do Universo no tempo. Por exemplo, se a distância entre dois pontos neste espaço é $r = 3 \text{ m}$ num instante inicial $t = 0$ e com $a(0) = 1$, no instante em que $t = 10 \text{ s}$, podemos definir $a(10) = 5$ e, então, a distância entre estes dois pontos será na verdade $r = 15 \text{ m}$ neste instante. Resumidamente, para distâncias comóveis num Universo com $\kappa = 0$, temos:

$$r(t) = a(t)r_0. \quad (\text{A.2.4})$$

A forma exata do fator de escala depende de diversos parâmetros, contudo esta pode ser estimada para diferentes momentos do Universo e, além disso, é normalizada para o tempo presente como sendo^e $a(t_0) = 1$.

^e Um detalhe interessante é que o fator de escala também descreve a *contração* do espaço entre dois pontos.

Aplicando-se a métrica da [Equação A.2.2](#) e o tensor energia-momentum descrito na [Equação A.2.1](#) nas equações de Einstein^f ([A.1.9](#)), podemos deduzir a Equação de Friedmann:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{\kappa}{R_0^2} \frac{1}{a^2(t)} + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{A.2.5})$$

Onde R_0 é raio de curvatura e o termo do lado esquerdo da [Equação A.2.5](#), que depende exclusivamente do fator de escala, é, na verdade, o que chamamos de parâmetro de Hubble, que dita a taxa de expansão do universo e depende do tempo, na forma

$$H(t) \equiv \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right), \quad (\text{A.2.6})$$

onde este termo é determinado observacionalmente medindo as velocidades de recessão de galáxias e outros objetos distantes através da relação

$$v(t) = H(t)d(t). \quad (\text{A.2.7})$$

Em outras palavras, a [Equação A.2.5](#) relaciona a taxa de expansão do Universo, $H(t)$, o seu conteúdo, ρ , e sua curvatura, κ). Ao valor medido atualmente para o parâmetro de Hubble, damos o nome de *constante de Hubble* e esta é medida como sendo, no tempo presente [26],

$$H(t_0) = H_0 = 67,8 \pm 0,9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (\text{A.2.8})$$

Assim, para o Universo *hoje*, a equação de Friedmann assume a forma

$$H_0^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_{tot} - \frac{\kappa}{R_0^2}, \quad (\text{A.2.9})$$

onde ρ_{tot} é a densidade total de matéria-energia presente no Universo como um todo. É complicado, por razões experimentais, determinar o raio de curvatura de todo o Universo e também determinar se este tem uma geometria plana ou curvada negativamente ou positivamente. É mais fácil, do ponto de vista observacional, medir com precisão o parâmetro de Hubble e a densidade das diferentes componentes de matéria-energia que compõe o Universo. Porém, por suposição, ao assumirmos uma curvatura nula para o Universo ($\kappa = 0$), veremos que

$$\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}, \quad (\text{A.2.10})$$

onde ρ_{crit} é uma densidade de energia crítica tal que nosso Universo terá curvatura positiva caso ele tenha uma densidade *maior* que ρ_{crit} , ou, caso seja *menor*, a curvatura de nosso Universo será negativa e, ainda, caso a densidade do Universo atual seja *exatamente* a densidade crítica, estaremos vivendo num universo plano. O valor aproximado de ρ_{crit} é cerca de $(8,6 \pm 1,8) \times 10^{-30} \text{ g cm}^{-3}$ [26], o que não é alto comparado com as densidades que estamos acostumados na Terra^g. Densidades desta magnitude apenas fazem sentido

^f Para uma dedução mais completa, ver a Ref. [101].

^g Esta densidade equivale a cerca de apenas 1 átomo de hidrogênio a cada 200 l de volume [16].

quando recorremos ao fato de que o Universo é composto por grandes vácuos interestelares, com densidades significativamente menores que esta e que, aproximadamente, em escalas muito maiores que 100 Mpc, a densidade do Universo se aproxima desta média.

Com isso em mente, podemos definir um parâmetro de densidade adimensional com base na densidade crítica. Utilizaremos para tal parâmetro o símbolo Ω_i , onde i indica a espécie de matéria-energia a que estamos nos referindo, ou seja,

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{crit}}. \quad (\text{A.2.11})$$

É de praxe entre cosmólogos indicar as quantidades de matéria bariônica, radiação, matéria escura, energia escura, etc. em termos de Ω_i . Assim, com base numa densidade adimensional, a equação de Friedmann (Equação A.2.5) torna-se

$$1 - \Omega = \frac{-\kappa}{R_0^2 a^2(t) H^2(t)}. \quad (\text{A.2.12})$$

O interessante de notar na Equação A.2.12 é que o sinal do lado esquerdo não se altera com o tempo. Portanto, caso $\Omega < 1$, $\Omega > 1$ ou mesmo $\Omega = 1$ num dado momento do Universo, este assim permanecerá indefinidamente. Em outras palavras, o Universo não muda sua curvatura, uma vez que ela esteja estabelecida pela sua densidade crítica. Assim, há grande interesse em determinar com precisão o valor de Ω do Universo atual.

Além disso, como a densidade crítica depende do parâmetro de Hubble (H_0) que possui um erro considerável em sua medida, é comum encontrarmos na literatura as densidades adimensionais escritas em função de um parâmetro de Hubble, também adimensional:

$$h \equiv \frac{H_0}{100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}. \quad (\text{A.2.13})$$

O modelo cosmológico que leva em consideração um Universo composto majoritariamente por uma ME fria (*Cold Dark Matter*, CDM, em inglês) e também uma constante cosmológica (Λ) responsável pela expansão acelerada do Universo, costuma ser referido como modelo Λ CDM. Este modelo assume uma geometria plana para o espaço-tempo (ver seção A.1) e assume que o Universo teve início com o Big Bang, que não foi exatamente uma explosão, mas sim uma expansão de todo universo a partir de uma escala de tamanho menor que um núcleo atômico. Esse modelo, também referido as vezes como *modelo cosmológico padrão*, não é o único proposto, porém é o modelo que consegue explicar melhor vários dos parâmetros medidos observacionalmente. Existem seis parâmetros cosmológicos independentes que definem o modelo Λ CDM: (i) a idade estimada para o Universo, t_0 , (ii) a densidade física de bárions, $\Omega_b h^2$, (iii) a densidade física de ME, $\Omega_c h^2$, (iv) um índice espectral escalar^h, n_s , (v) uma profundidade ópticaⁱ, τ , e (vi) uma escala

^h Que possui relação direta com um modelo inflacionário e medidas das flutuações primordiais.

ⁱ Relacionada ao período de reionização.

angular acústica^j, $100\theta_*$. Pelos valores mais atuais disponibilizados pelo satélite PLANCK [31], sabemos que, assumindo um modelo cosmológico com CDM e expansão acelerada, teremos as seguintes densidades:

$$\Omega_b h^2 = 0,0224 \pm 0,0001, \quad (\text{A.2.14a})$$

$$\Omega_b h^2 = 0,120 \pm 0,001, \quad (\text{A.2.14b})$$

$$\Omega_\Lambda = 0,6897 \pm 0,0057, \quad (\text{A.2.14c})$$

onde Ω_Λ indica a densidade de energia escura em comparação com o restante do Universo e é estimada fazendo $\Omega_\Lambda \simeq 1 - \Omega_m$, com Ω_m sendo a densidade total de matéria do Universo, somando-se ME e matéria bariônica^k. Estes dados mostram que a ME é parte fundamental da composição do Universo, tendo abundância que ultrapassa em quase cinco vezes a da matéria bariônica convencional.

A.3 Equação de Boltzmann

Na cosmologia, ao assumirmos dentro de um modelo cosmológico padrão que o Universo teve início com um Big Bang, precisamos levar em consideração o fato de que toda a energia presente naquele instante inicial deu origem às abundâncias das diferentes estruturas que compõem o Universo hoje. Explicar o que houve em escalas de tempo muito menores que 1 s depois do Big Bang ainda é um problema em aberto na Física, mas possuímos algumas ferramentas que conseguem descrever aproximadamente bem processos que ocorreram depois disso, como a produção de átomos leves e desacoplamentos de uma componente e outra.

Uma destas ferramentas é a conhecida Equação de Boltzmann, que descreve como a abundância de uma determinada partícula varia no tempo com base na taxa em que ela é produzida e na taxa que é eliminada através de um processo em equilíbrio qualquer. Neste trabalho, como estaremos lidando com processos do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, ou seja, duas partículas (1 e 2) que se aniquilam para gerar um novo par de partículas (3 e 4), usaremos a equação de Boltzmann na forma [102]

$$\begin{aligned} \frac{1}{a^3(t)} \frac{d(n_1 a^3(t))}{dt} = & \int \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \int \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3 2E_3} \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4} \\ & \times (2\pi)^4 \delta^3(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \delta(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) |\mathcal{M}|^2 \\ & \times [f_3 f_4 (1 \pm f_1)(1 \pm f_2) - f_1 f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4)]. \end{aligned} \quad (\text{A.3.1})$$

Escrita desta forma, o lado esquerdo da Equação A.3.1 indica a variação na densidade numérica^l da partícula 1 no tempo, levando-se já em consideração a expansão do Universo

^j Relacionada com a medida da curvatura do Universo.

^k Considerando $h = 0,674 \pm 0,005$ [31].

^l Lembrando que densidade numérica é dada por $n_i = N_i/V$, onde N_i é o número total de partículas do tipo i em um volume V .

contabilizada no fator de escala $a(t)$. Já o lado direito diz respeito justamente às interações a que estas partículas estão sujeitas. O fator contendo as integrais na primeira linha da [Equação A.3.1](#) é para contabilizar a integração sobre todo o espaço de fase quadrimensional^m. O fator na segunda linha força a conservação de energia-momentum através das deltas de Dirac e, ainda na segunda linha, o termo \mathcal{M} refere-se à amplitude de espalhamento do processo. É nele que está contida toda a informação da Física das Partículas envolvidas e, assim, será de extrema importância para o nosso estudo posterior, uma vez que este termo dá origem à seção de choque total do processo.

Por fim, na terceira linha, as funções f_i representam os números de ocupação de cada partícula e tem a forma geral

$$f_i = \frac{1}{e^{(E_i - \mu_i)/T} \pm 1}, \quad (\text{A.3.2})$$

onde μ é o potencial químico associado. Quando o termo é positivo no denominador, temos uma estatística de Bose-Einstein (bósons) e quando este é negativo, associa-se este a uma estatística de Fermi-Dirac (férmions), com referências ao princípio de exclusão de Pauli. Tais distribuições estatísticas vinculadas aos sinais \pm , também presentes diretamente na terceira linha da [Equação A.3.1](#), inferem que, para o caso de bósons, por exemplo, a produção de uma partícula não é limitada pelo número de partículas já existentes naquele mesmo estado, o que não ocorre com férmions, para os quais existe uma restrição. Assim, o termo positivo desta terceira linha, proporcional às funções f_3 e f_4 , está associado diretamente à criação de partículas do tipo 1, enquanto o termo negativo, proporcional a f_1 e f_2 , está diretamente ligado à destruição de partículasⁿ 1.

Apesar de ser uma equação sem uma solução analítica, podemos executar alguns passos para extrair alguns resultados importantes da [Equação A.3.1](#). Dentre eles, podemos usar o fato de que o nosso processo de estudo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ é um espalhamento que está em equilíbrio cinético. Desta forma, podemos utilizar a dependência com o potencial químico μ a nosso favor e, uma vez que estamos interessados na densidade numérica de cada espécie (n_i), usar a relação para o caso não relativístico

$$n_i = g_i e^{\mu_i/T} \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-E_i/T}, \quad (\text{A.3.3})$$

onde g_i leva em conta a degenerescência da partícula i . A [Equação A.3.3](#) pode nos indicar também a densidade numérica de uma determinada espécie em equilíbrio químico, ou seja,

^m Lembrando que, da relação entre energia e momentum relativísticos, $E^2 = p^2 + m^2$, pode-se realizar a integração em E previamente [102].

ⁿ O que é lógico de se pensar, uma vez que neste exemplo de processo, quanto mais partículas do tipo 3 e 4, maior será a produção de pares 1 e 2 e, por outro lado, quanto mais partículas do tipo 1 e 2 presentes, maior será a produção de partículas do tipo 3 e 4, e, por consequência, o aniquilamento de partículas do tipo 1 [101].

quando $\mu_i \rightarrow 0$, teremos

$$n_i^{(0)} = g_i \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{-E_i/T} = \begin{cases} g_i \left(\frac{m_i T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m_i/T}, & \text{se } m_i \gg T, \\ g_i \frac{T^3}{\pi^2}, & \text{se } m_i \ll T. \end{cases} \quad (\text{A.3.4})$$

Assumindo também que $E - \mu \gg T$, teremos que a [Equação A.3.2](#) torna-se

$$f \xrightarrow{E-\mu \gg T} e^{\mu_i/T} e^{E_i/T}, \quad (\text{A.3.5})$$

ou seja, nesta aproximação, a estatística quântica envolvida no problema pode ser desprezada. Usando as [Equações A.3.3–A.3.5](#), podemos reescrever a terceira linha da [Equação A.3.1](#) finalmente como

$$[f_3 f_4 (1 \pm f_1)(1 \pm f_2) - f_1 f_2 (1 \pm f_3)(1 \pm f_4)] \rightarrow e^{-(E_1+E_2)/T} [e^{(\mu_3+\mu_4)/T} - e^{(\mu_1+\mu_2)/T}], \quad (\text{A.3.6})$$

logo,

$$e^{-(E_1+E_2)/T} [e^{(\mu_3+\mu_4)/T} - e^{(\mu_1+\mu_2)/T}] = e^{-(E_1+E_2)/T} \left[\frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right]. \quad (\text{A.3.7})$$

Por último, definiremos uma quantidade que será importante futuramente, a seção de choque térmica média como sendo

$$\langle \sigma v \rangle \equiv \frac{1}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \prod_i \int \frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} e^{-(E_1+E_2)/T} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{A.3.8})$$

e, assim, podemos reescrever a [Equação A.3.1](#) em uma forma mais compacta e simplificada, na forma de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem

$$\frac{1}{a^3(t)} \frac{d(n_1 a^3(t))}{dt} = n_1^{(0)} n_2^{(0)} \left[\frac{n_3 n_4}{n_3^{(0)} n_4^{(0)}} - \frac{n_1 n_2}{n_1^{(0)} n_2^{(0)}} \right] \langle \sigma v \rangle. \quad (\text{A.3.9})$$

A.4 Breve História do Universo

Como dissemos anteriormente, o modelo Λ CDM concorda com a existência de um Big Bang: um momento onde toda a matéria-energia do Universo estava concentradas num único ponto. Podemos, então, a partir do que conhecemos até hoje das leis da Física, tentar estudar o que houve em cada momento a partir deste instante inicial.

As descrições que faremos aqui são, na verdade, extrapolações da Física que conhecemos para uma escala conhecida como época de Planck, cerca de $t = 10^{-43}$ s após o Big Bang. Para começar, nesta época inicial o Universo era extremamente quente e denso e a temperatura média de todo o Universo era de cerca de $T \approx 10^{16}$ GeV^o. Temperaturas

^o Para temperaturas superiores a esta, da ordem de $T = 10^{20}$ GeV, e, por consequência, intervalos de tempo ainda menores que a época de Planck, só existem (muitas) suposições (extremamente) teóricas, onde a descrição dos fenômenos só poderia ser atingida com uma *Teoria de Tudo* (*Theory of Everything*, TOE, em inglês), que conseguisse, por exemplo, unir as quatro interações fundamentais numa única descrição da natureza, o que ainda não temos.

desta escala não foram reproduzidas até hoje nem nos maiores aceleradores de partículas do mundo e teorias supõem que, durante este período, toda a Física deixou de ser descrita por uma Grande Teoria Unificada (*Grand Unified Theory*, GUT, em inglês), que possui representação num grande grupo de calibre unificado, para tomar a forma que conhecemos hoje do MP e suas representações em grupos de simetria do tipo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Porém, não há evidência experimental de como tal quebra de simetria poderia ter ocorrido.

À medida que o Universo foi se expandindo, ele foi se resfriando mais e mais, até chegar a temperaturas na faixa de $T \approx 10^2$ GeV. Nesta escala, a simetria de calibre do MP (ver [seção B.2](#)) se quebra em um grupo $SU(3)_C \otimes U(1)_Q$, que é onde a Teoria Eletrofraca deixa de se comportar como uma só simetria da natureza e passa a ser descrita pela Eletrodinâmica Quântica (QED) e pela teoria das interações fracas separadamente. É também numa escala próxima a essa, de $T \approx 10^1 - 10^3$ GeV, que se busca evidência de uma interação com uma partícula massiva fracamente interagente (*Weakly Interacting Massive Particle*, WIMP^P, em inglês) com o MP. Tal partícula, caso encontrada, seria uma das candidatas ideais para fornecer uma solução para o problema da ME primordial do Universo. Os modelos que propomos na [Capítulo 4](#) teriam se desacoplado do restante da matéria bariônica convencional justamente nesta escala de temperatura e grande parte da busca em colisores de partículas se dá também com base neste modelo.

Ao continuar a se resfriar, agora já em temperaturas da ordem de $T \approx 0,3$ GeV, o Universo passa por uma nova transição de fase, desta vez forçando com que quarks e glúons, até então supostamente livres no banho térmico primordial, fiquem confinados dentro de hádrons, como prótons e nêutrons. O processo de expansão do Universo continua, somando-se a outros fatores, e quando atinge-se temperaturas na faixa dos $T \approx 1$ MeV, os primeiros nêutrons se desacoplam dos prótons e elétrons, que por sua vez continuam em equilíbrio cinético até que os fótons presentes no banho térmico primordial não tenham mais energia suficiente para ionizar os primeiros átomos que se formavam. Nessas temperaturas, de aproximadamente $T \approx 100$ keV, ocorre a síntese de núcleos do Big Bang (*Big Bang Nucleosynthesis*, BBN, em inglês), permitindo assim que se formassem os primeiros elementos leves, como deutério (^2H), hélio (^4He), e lítio (^6Li).

Com uma temperatura média de apenas $T \approx 1$ eV, o Universo tinha apenas alguns milhares de anos e a densidade de matéria se torna igual a densidade de radiação, permitindo que se iniciasse o processo de formação de estruturas de larga escala, e, numa temperatura de $T \approx 0,4$ eV há, finalmente, o desacoplamento dos fótons com a matéria bariônica, quando o Universo deixa de ser opaco para a radiação eletromagnética e donde observamos a CMB no tempo presente, que corresponde a uma temperatura média para o Universo de $T \approx 10^{-4}$ eV = 2,7 K.

A teoria que descreve a BBN consegue prever muito bem as abundâncias observadas

^P Ver [seção 3.2](#)

de matéria bariônica com base nos processos físicos que conhecemos. Podemos utilizar a equação de Boltzmann para estimar tais quantidades com base nas densidades numéricas de espécies bariônicas e radiativas presentes no Universo hoje. Uma vez que conseguimos descrever tão bem a matéria bariônica, é no mínimo razoável que tentemos extrapolar este cálculo, usando um ferramental parecido, para estimar algumas propriedades a respeito da ME, como sua massa, velocidade e temperatura de *freeze-out*.

APÊNDICE B – Conceitos básicos da Formulação da ME numa Teoria Quântica de Campos

Para entender a lógica por trás de uma teoria moderna em Física de Partículas, utilizaremos neste apêndice o exemplo da Eletrodinâmica Quântica (*Quantum Electrodynamics*, QED, em inglês), que pode ter sua Lagrangiana estudada termo a termo a fim de obtermos as regras de Feynman que serão utilizadas para o cálculo do nosso próprio modelo para um bóson vetorial massivo, descrito no [Capítulo 4](#). Abordaremos também, com isso, os atributos básicos de uma Teoria Quântica de Campos (TQC) (*Quantum Field Theory*, em inglês) e algumas de suas consequências experimentais que serão discutidas no decorrer do trabalho.

B.1 Interações Fundamentais e Classificação de Partículas

Neste apêndice apresentaremos os requisitos e propriedades básicas de uma TQC como a QED e a receita geral para se extrair resultados observáveis a partir dela. O sucesso da QED em explicar diversos resultados experimentais com alta precisão levou ao desenvolvimento de novas teorias^a para descrever a interação forte, responsável principalmente por manter ligados os núcleos atômicos, e a interação fraca, relacionada principalmente ao decaimento de átomos radioativos. Logo, o conjunto das teorias que descrevem a natureza utilizando 3 das 4 interações fundamentais (ou forças forte, eletromagnética e fraca, excluindo-se a gravidade) e partículas elementares é chamado de *Modelo Padrão das Partículas Elementares* (MP). O MP, de maneira simplista, pode ser entendido como uma espécie de tabela periódica dos elementos fundamentais que constituem o Universo observável^b.

A história por trás do MP é longa e complicada e envolve, como qualquer área de ciência, acertos, erros, becos sem saída e soluções milagrosas, mas sempre com muito esforço tanto experimental quanto teórico. Porém, o que vale salientar é que a primeira partícula elementar a figurar neste modelo, o elétron (e^-), foi detectado pela primeira vez ainda em 1897, por J. J. Thomson [99], cunhada inicialmente de partícula beta (β). Já a última peça a ser adicionada oficialmente ao MP só foi observada recentemente, em

^a Também utilizando como plano de fundo uma TQC.

^b Claro que com algumas falhas, como a evidência de uma partícula de ME e uma descrição que represente satisfatoriamente a interação gravitacional, por exemplo.

2012, com a detecção do bóson de BEH (H) no experimento *Large Hadron Collider* (LHC) [103, 104] na Organização Europeia para a Pesquisa Nuclear (CERN).

Às partículas de spin semi-inteiro presentes no MP, damos o nome de *férmions*. Quarks, elétrons, pósitrons e neutrinos por exemplo são todos férmions. Já os bósons são caracterizados por terem spin inteiro, como o fóton, os bósons Z , W^\pm e o próprio bóson de Higgs^c. Além disso, a divisão atual do MP nos permite categorizar as partículas do MP em^d [26]:

- **quarks**, partículas de spin $1/2$ e carga fracionária que só existem confinadas em hádrons e mésons; sua massa varia entre $2,2 \pm 0,5$ MeV para o quark *up*, o mais leve dentre os seis sabores, até $173.0 \pm 0,4$ GeV para o quark *top*, o mais pesado dentre eles [26]. Quase toda a matéria é formada apenas por combinações de quarks *up* e *down*, que constituem os prótons e nêutrons da matéria bariônica convencional. Tanto os quarks quanto os léptons ainda podem ser classificados quanto a sua geração, atrelada à época em que foram detectados e, no caso dos quarks, estes ainda possuem carga cor relacionada a interação forte, além de outros números quânticos mais específicos;
- **léptons**, partículas *leves* também de spin $1/2$ que podem apresentar carga elétrica inteira, como o elétron, múon e tau, ou não, como seus respectivos neutrinos. Apesar de seu nome significar partículas leves, o lépton mais pesado, tau (τ), possui massa de $1,77$ GeV, o que é muito comparado à outros sabores como o múon com $105,65$ MeV e o elétron com apenas $510,99$ keV [26]. Hoje sabe-se que até mesmo os neutrinos possuem massa não nula, porém muito pequena;
- **bósons de calibre**, partículas de spin 1 que mediam três das quatro interações fundamentais. O fóton e o glúon, que não possuem massa, são os responsáveis pela mediação da força eletromagnética e força forte, respectivamente. Já os bósons Z e W^\pm possuem massa de $91,18$ e $80,37 \pm 0,01$ GeV nessa ordem, onde o índice \pm no bóson W indica que este possui também carga elétrica unitária. Por fim temos o bóson de Higgs, um escalar de spin 0 e massa $125,18 \pm 0,16$ GeV que pode ser entendido resumidamente como o responsável por gerar a massa das outras partículas do MP pelo mecanismo de Brout-Englert-Higgs [85, 26].

A [Figura 28](#) ilustra uma representação desta categorização das partículas elementares conhecidas da Natureza, incluindo aquelas responsável pelas interações fundamentais.

^c Nesta categorização, as partículas são categorizada por obedecerem a estatística de Bose-Einstein (bósons), ou por obedecerem estatística de Fermi-Dirac (férmions), como vimos, ambas relacionadas com o seu *spin*, momentum angular intrínseco das partículas elementares.

^d Lembrando ainda que para cada partícula do MP possui uma anti-partícula correspondente, mesmo quando esta seja indistinguível da sua contraparte.

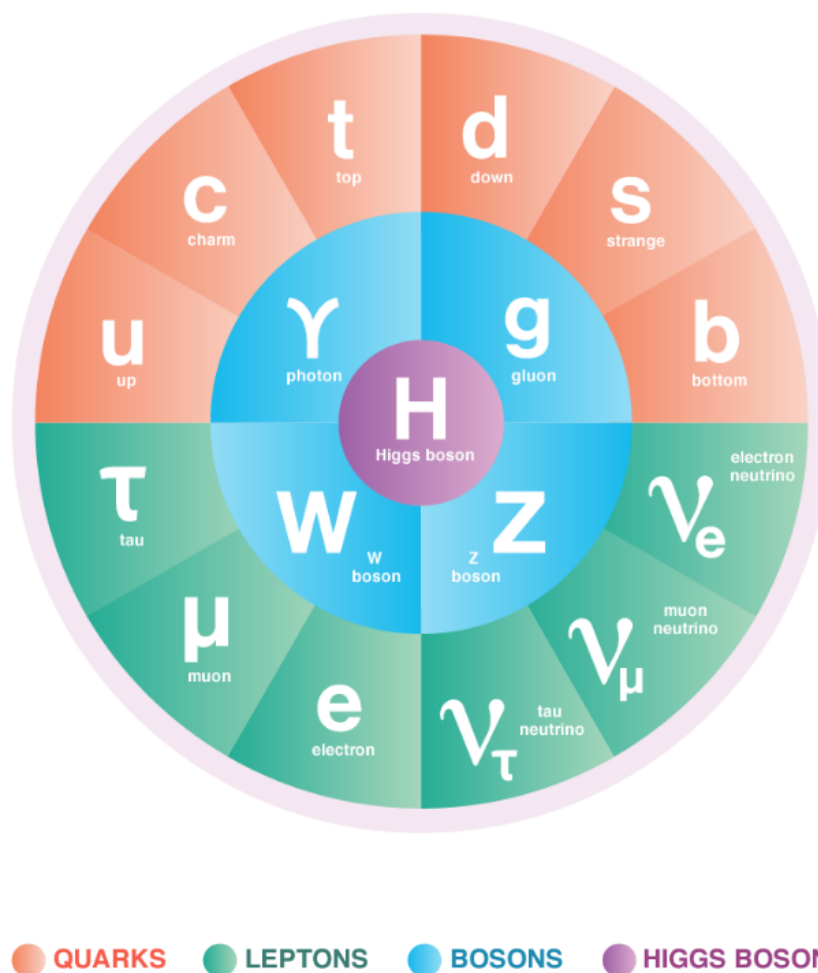


Figura 28 – O Modelo Padrão das Partículas Elementares. Em laranja estão descritos todos os quarks conhecidos, em verde todos os léptons, em azul temos os bósons de calibre e na posição central em roxo o bóson escalar de Higgs. Cada partícula possui ainda sua antipartícula, o que, na prática, duplica a quantidade total de partículas elementares. Também existem diferenças quanto a carga elétrica, carga de cor, dentre outros números quânticos que foram ocultados nesta figura [105].

B.2 Um Breve Resumo sobre Lagrangianas e QED

O grande sucesso da Mecânica Quântica (MQ) vem do fato que, apesar de suas diversas interpretações polêmicas, ela consegue prever medidas de observáveis que são corroborados pelos resultados experimentais. No final da primeira metade do séc. XX, ocorreu na Física o desenvolvimento de novas teorias baseadas no sucesso da MQ, fato este que ficou conhecido como *segunda quantização*, pois nelas não só a energia é quantizada, como também os campos envolvidos nas descrições físicas dos fenômenos. Uma destas teorias que consegue reproduzir todo o Eletromagnetismo Clássico com precisão experimental muito

maior^e e fazendo o uso de campos quantizados, ficou conhecida como QED e os cientistas Shin'ichiro Tomonaga, Julian Schwinger e Richard Feynman ganharam conjuntamente o Prêmio Nobel de Física de 1965 por suas contribuições para o desenvolvimento desta teoria.

Na QED, o campo eletromagnético exerce sua influência em férmions carregados pela troca de outras partículas sem massa e sem carga elétrica, de spin-1, chamadas *fótons*. Portanto, toda a interação na QED será mediada ou terá algum fóton envolvido no processo. Além da QED, que descreve a interação eletromagnética, temos também TQC que descrevem as outras interações (ou forças) fundamentais da natureza, a saber: força forte, força fraca e força gravitacional^f. Cada uma destas teorias possui um termo que damos o nome de *constante de acoplamento* (g) e, na QED, este termo está diretamente relacionado com a carga elementar do elétron, podendo ser escrita como^g

$$g_{QED} \equiv e \equiv \sqrt{4\pi\alpha} \approx 0,30282212096 , \quad (\text{B.2.1})$$

onde α é a constante de estrutura fina da QED, com valor aproximado de $1/137$ [26]. As constantes de acoplamento tem papel fundamental dentro da teoria, pois elas ditam, numa teoria perturbativa, a ordem das correções perturbativas de um determinado processo. Resumidamente, a probabilidade de ocorrência de processos de ordem n será sempre proporcional a g^n e, como $0 \leq g \leq 1$, quanto mais alta a ordem, menor a probabilidade de um processo ocorrer.

Em TQC, costuma-se trabalhar com um formalismo lagrangiano que, em última análise, será o que ditará a interação entre os campos e as partículas envolvidas. Em Mecânica Clássica, podemos definir a ação como

$$S = \int L dt, \quad (\text{B.2.2})$$

onde a função Lagrangiana costuma ser definida como $L = [\text{Energia Cinética}] - [\text{Energia Potencial}]$. Em TQC, define-se a ação em termos de uma *densidade lagrangiana* (\mathcal{L}), tal que a integral que define a ação é tomada em todo o espaço-tempo. Assim, teremos que

$$S = \int \mathcal{L} d^4x. \quad (\text{B.2.3})$$

Desta forma, para conseguir reproduzir todo o Eletromagnetismo Clássico e estudar seus efeitos como uma TQC definimos a *lagrangiana da QED* como

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_{EM} + \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{Interação}, \quad (\text{B.2.4})$$

^e Medidas de precisão da constante de estrutura fina da QED (α) revelam uma precisão experimental da ordem de 10^{-8} , obtida de formas independentes, mostrando, assim, o sucesso desta teoria [85].

^f Porém, uma descrição satisfatória da interação gravitacional através de uma TQC ainda permanece um problema em aberto na Física [85].

^g Em unidades naturais, claramente.

onde,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{EM}} &= -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \rightarrow (F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu), \\ \mathcal{L}_{\text{Dirac}} &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi, \\ \mathcal{L}_{\text{Interação}} &= -e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu.\end{aligned}\tag{B.2.5}$$

Na [Equação B.2.5](#) o termo \mathcal{L}_{EM} refere-se à propagação dos fótons e pode ser deduzido diretamente do Eletromagnetismo Clássico, onde A^μ é um quadripotencial e representa o campo associado ao fóton. Já o termo $\mathcal{L}_{\text{Dirac}}$ está relacionado aos férmions descritos pela Equação de Dirac, sendo ψ , γ^μ e $\bar{\psi}$ os espinores, matrizes e espinores adjuntos de Dirac, respectivamente. Por último, o termo $\mathcal{L}_{\text{Interação}}$ descreve a interação entre os fótons e os férmions descritos anteriormente. Conhecendo a Lagrangiana que descreve uma teoria, é possível obter as *Regras de Feynman*, que são basicamente um conjunto de prescrições para escrevermos a amplitude de espalhamento e, por consequência, a seção de choque total do processo no qual estaremos interessados.

B.3 Seção de Choque Diferencial para um Processo $2 \rightarrow 2$

Mesmo que saibamos descrever a física das interações entre as partículas pelo formalismo lagrangiano, experimentalmente falando, estaremos interessados em estimar a probabilidade de um evento ocorrer em função de variáveis cinemáticas como a massa e a energia das partículas envolvidas.

De maneira resumida, podemos descrever esta probabilidade em termos da *seção de choque*. Classicamente, esta quantidade pode ser entendida como a área relacionada a seção reta de um feixe de partículas que se choca contra um alvo. Em TQC, esta quantidade estará relacionada diretamente à probabilidade de ocorrência de um determinado evento, como veremos a seguir. Podemos definir a seção de choque (σ) como [\[106\]](#)

$$d\sigma = W_{fi} \times \frac{(\text{número de estados finais})}{(\text{fluxo inicial})},\tag{B.3.1}$$

onde W_{fi} representa uma taxa de transição de um estado inicial i para um estado final f por unidade de volume. Em eventos do tipo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$, esta taxa pode ser escrita como

$$W_{fi} = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2) |\mathcal{M}|^2}{V^4},\tag{B.3.2}$$

com p_i representando os quadrimomenta das partículas envolvidas no processo e \mathcal{M} é a amplitude de espalhamento de um determinado processo, que veremos como obter a partir das Regras de Feynman que discutiremos a seguir.

Os termos entre parênteses representam densidades no fluxo inicial e no número de estados finais que serão gerados pelo processo. O fluxo inicial pode ser calculado definindo-se que o número de partículas 1 de um determinado feixe que atingem um volume V por

unidade de tempo, contendo um número de partículas 2, é dado por^h

$$\text{fluxo inicial} = |\vec{v}_1| \frac{2E_1}{V} \frac{2E_2}{V}. \quad (\text{B.3.3})$$

Já o número de estados finais produzidos pode ser contabilizado como

$$\text{número de estados finais} = \frac{V d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \frac{V d^3 \vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4}. \quad (\text{B.3.4})$$

Combinando todos estes termos teremos que

$$\sigma = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{E_1 E_2 |\vec{v}_1|} \int \frac{\delta^4(p_3 + p_4 - p_1 - p_2)}{E_3 E_4} |\mathcal{M}|^2 d^3 \vec{p}_3 d^3 \vec{p}_4. \quad (\text{B.3.5})$$

Com mais algumas manipulações e utilizando algumas propriedades dos quadri-vetores envolvidos, podemos obter uma expressão para a seção de choque diferencial de um processo $1 + 2 \rightarrow 3 + 4$ no referencial do centro de massa (CM):

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{CM} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{s} \frac{|\vec{p}_f|}{|\vec{p}_i|} |\mathcal{M}|^2, \quad (\text{B.3.6})$$

onde s é a variável de Mandelstam $s = (E_1 + E_2)^2$, $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = |\vec{p}_i|$ e $|\vec{p}_3| = |\vec{p}_4| = |\vec{p}_f|$ [85, 106].

B.4 Regras de Feynman

Conforme vimos na seção anterior, podemos reduzir toda a física do processo a amplitude de espalhamento \mathcal{M} . Precisamos, então, de uma maneira de escrever esta amplitude através da TQC, ou mais especificamente no exemplo que estamos utilizando, em termos do que sabemos sobre a QED. É possível deduzir formalmente a amplitude de espalhamento para um determinado processo através da Lagrangiana mostrada na [Equação B.2.5](#). Este é um procedimento longo e um tanto trabalhoso e, por praticidade, recorreremos às *Regras de Feynman* já citadas anteriormente, que são um conjunto de orientações para montar a amplitude de um determinado processo físico através do formalismo lagrangiano uma vez definidas todas *peças básicas*, ou seja, todas as possíveis interações de uma determinada teoria.

No caso da QED, o vértice (ou bloco) fundamental para representar qualquer interação é representado pelo diagrama da [Figura 29](#). De certa maneira, podemos construir qualquer processo apenas *encaixando* diferentes vértices e, depois, contabilizando suas contribuições. Estes diagramas são conhecidos como *diagramas de Feynman* e são bastante úteis para se ter um panorama geral das possíveis contribuições de cada processo que estaremos interessados. Para construir a amplitude de espalhamento a partir de um diagrama de Feynman, seguiremos os passos a seguir conforme a Ref. [85].

^h Onde o número de partículas num dado volume V de densidade ρ é normalizado como $\int_V \rho dV = 2E$.

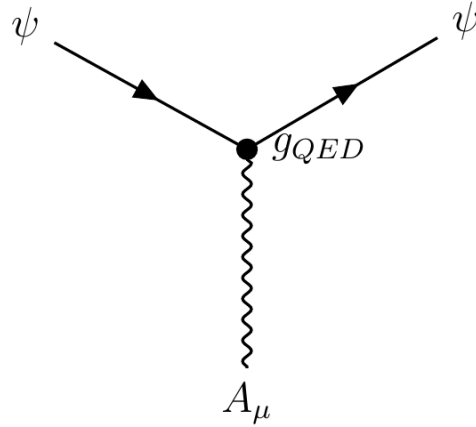


Figura 29 – Vértice fundamental da QED. A linha sólida representa um férmion ψ que acopla a um fóton A_μ . O fator g_{QED} é o acoplamento desta interação e o tempo é contabilizado da esquerda para direita.

Para cada linha *externa*, devemos associar um momentum $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_n)$ e desenhar uma seta indicando sua direção positiva no tempo. Mesmo que a linha no diagrama represente uma antipartícula, que possui a sua linha fermiônica apontada para trás no tempo, o seu quadrimomentum deve ser indicado na direção positiva da mesma forma. Para cada linha *interna* associamos um momentum q_1, q_2, \dots da mesma forma. Cada linha externa terá uma contribuição diferente a depender do tipo de partícula que está sendo representada. Define-se, então, que:

- Férmion no estado inicial: $u(p_n)$,
- Férmion no estado final: $\bar{u}(p_n)$,
- Antiférmion no estado inicial: $\bar{v}(p_n)$,
- Antiférmion no estado final: $v(p_n)$,
- Fóton no estado inicial: $\varepsilon_\mu(p_n)$,
- Fóton no estado final: $\varepsilon_\mu^*(p_n)$.

Cada vértice presente no diagrama contribui com um fator

$$ig_{QED}\gamma^\mu, \quad (\text{B.4.1})$$

e as linhas internas, que chamamos de *propagadores*, contribuem com fatores

$$\frac{i(\gamma^\mu q_\mu + m)}{q^2 - m^2} \rightarrow \text{para partículas e antipartículas massivas}, \quad (\text{B.4.2a})$$

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \rightarrow \text{para fótons}, \quad (\text{B.4.2b})$$

os quais representam os mediadores das interações fundamentais.

Para garantir a conservação de momentum em cada vértice do diagrama, adiciona-se uma função delta de Dirac na forma

$$(2\pi)^4 \delta^4(\pm k_1 \pm k_2 \pm k_3), \quad (\text{B.4.3})$$

onde k_n representa os momenta entrando (sinal positivo) ou saindo (sinal negativo) do vértice. Por fim, faz-se a integral para cada momentum interno q , adicionando-se um fator

$$\frac{d^4 q}{(2\pi)^4}. \quad (\text{B.4.4})$$

Por último, o resultado da integral incluirá um fator do tipo

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 + \dots - p_n), \quad (\text{B.4.5})$$

representando a conservação de energia-momentum de todo o processo. Basta cancelar este fator e multiplicar tudo por i . O que resulta deste processo é, justamente, a amplitude de espalhamento \mathcal{M} do processo físico de interesse. Aplicaremos estas regras no [Capítulo 4](#) para calcular a amplitude de espalhamento do processo de produção de ME no qual estamos interessados.

B.5 Mediadores Massivos e Ressonâncias

Com a seção de choque total de um processo em mãos, podemos estimar qual será a taxa de produção experimental deste processo em função de parâmetros como a massa das partículas envolvidas, energia de colisão, momentum das partículas finais, etc.

Um processo digno de nota é a aniquilação de um par elétron-pósitron em um fóton virtual que produz, por sua vez, um novo par de léptons carregados. O diagrama geral para este processo é escrito como na [Figura 30](#). Caso os léptons no estado final sejam um novo par elétron-pósitron ($e^+ + e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow e^+ + e^-$), este processo recebe o nome de *espalhamento Bhabha* [107]. Ainda, caso os férmions no estado iniciais sejam dois elétrons produzindo outros dois elétrons, este processo é chamado de *espalhamento Møller* [85]. Caso tenhamos um par quark-antiquark aniquilando no estado inicial e produzindo um par múon-antimúon, teremos o chamado *processo Drell-Yan* [108].

Seguindo as regras de Feynman para montar a amplitude de espalhamento do processo de espalhamento entre férmions, chegamos num valor analítico de

$$\mathcal{M} = -\frac{g_{QED}^2}{(p_1 + p_2)} [\bar{u}(3)\gamma^\mu v(4)][\bar{v}(2)\gamma_\mu u(1)], \quad (\text{B.5.1})$$

onde utilizaremos a partir de agora a notação $u(p_n) \rightarrow u(n)$. Podemos utilizar o chamado *truque de Casimir* [85] para avaliar o módulo quadrado desta amplitude de espalhamento

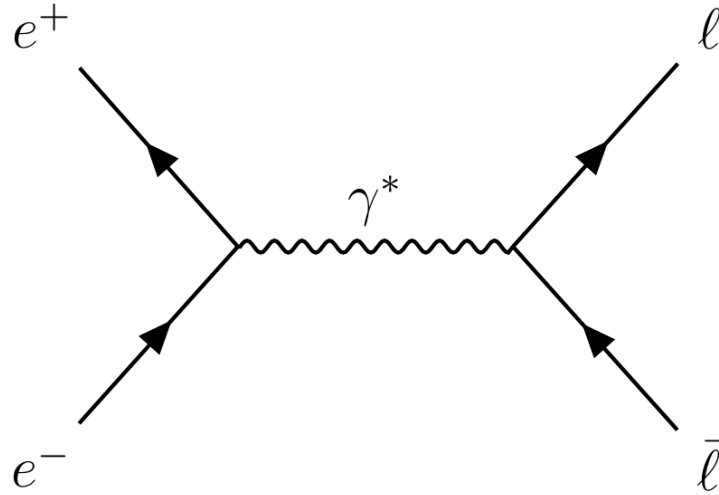


Figura 30 – Diagrama de Feynman mostrando a aniquilação de um par elétron-pósitron num fóton virtual e a produção de um novo par de léptons carregados.

e, usando a [Equação B.3.6](#), teremos que a seção de choque total deste processo, no limite em que a energia do CM (E_{CM}) é muito maior que a massa de repouso das partículas envolvidas ($E_{CM} \gg m_l \gtrsim m_e$), é dada por

$$\sigma_{tot} = \frac{g_{QED}^4}{48\pi} \frac{1}{E_{CM}^2}. \quad (\text{B.5.2})$$

Na [Figura 31](#) temos um exemplo de como é a distribuição da seção de choque total em função da energia do centro de massa \sqrt{s} do processo para o espalhamento Bhabha. Já na [Figura 32](#) temos também o espalhamento $e^+ + e^-$ para energias maiores, onde podemos perceber o pico mais acentuado em torno da massa do bóson Z , que ocorre devido à contribuição da interação fraca nestes processos de aniquilação em altas energias e o bóson Z , que pode ser entendido como um dos mediadores da força fraca (juntamente com os bósons W^+ e W^-) se comporta de forma bastante parecida com o fóton [85]. Ou seja, em praticamente toda QED, onde há um fóton envolvido, podemos substituí-lo por um novo processo envolvendo um bóson Z virtual que dará alguma contribuição a mais para a seção de choque total daquele processo. Em baixas energias, esta contribuição é quase desprezível, mas pode ser medida até mesmo como uma correção no potencial de Coulomb que liga elétrons ao núcleo atômico [85].

Para reproduzir corretamente a *ressonância* mostrada no gráfico da [Figura 32](#), a amplitude de espalhamento precisa levar em consideração a contribuição deste bóson vetorial massivo que, pelas regras de Feynman, contribui com um termo de propagador na amplitude de espalhamento do tipo

$$\frac{-i(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2)}{q^2 - M^2 + iM\Gamma} \rightarrow \text{Propagador para um bóson vetorial de massa } M. \quad (\text{B.5.3})$$

Como este termo divergiria para $E_{CM} \approx M_Z$, precisamos adicionar um parâmetro para contabilizar a largura o pico de *Breit-Wigner* [85], que é normalizado justamente pela

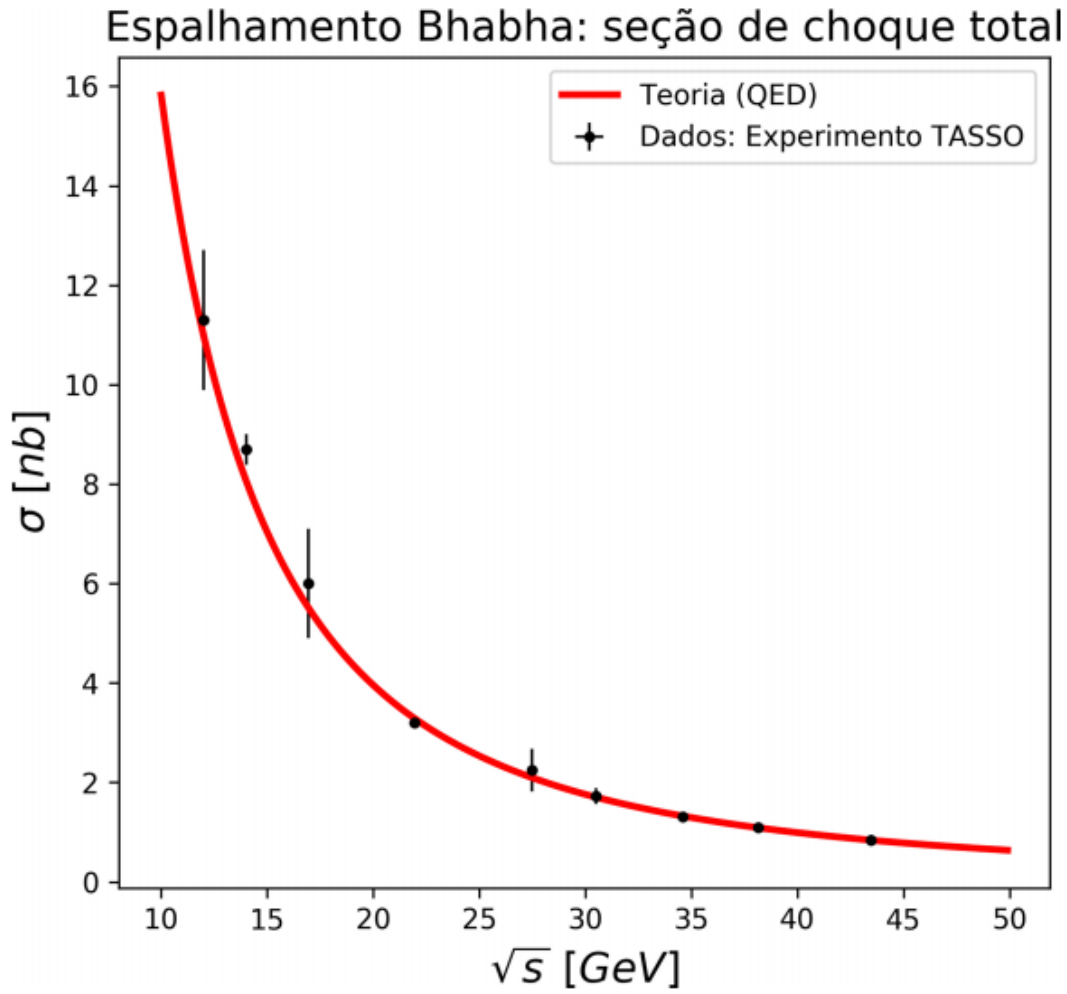


Figura 31 – Seção de choque total em função da energia do centro de massa para o espalhamento Bhabha [109].

largura de decaimento, Γ , do bóson envolvido no processo, multiplicado pela sua massa de repouso M . Este termo adicional no denominador deve ser incluído, pois este bóson massivo não é estável e decai proporcionalmente com uma largura de decaimento Γ .

Assim, a contribuição para a seção de choque total deste processo, envolvendo agora um bóson Z massivoⁱ, será proporcional a^j [85]

$$\sigma_{tot} \propto \frac{g_Z^4}{192\pi} \frac{s}{[s^2 - M_Z^2]^2 + (M_Z\Gamma_Z)^2}, \quad (\text{B.5.4})$$

considerando que no referencial do CM $s = 4E^2$ e que g_Z é o acoplamento de Z com os férmions envolvidos no processo. Para baixas energias ($E_{CM} \ll M_Z$), podemos mostrar que a razão entre as taxas de produção de múons, por exemplo, para processos envolvendo

ⁱ Ainda assumindo $E_{CM} \gg m_l \equiv m_e$.

^j Omitimos os termos referentes aos acoplamentos vetoriais e axiais da interação fraca, para fins de clareza.

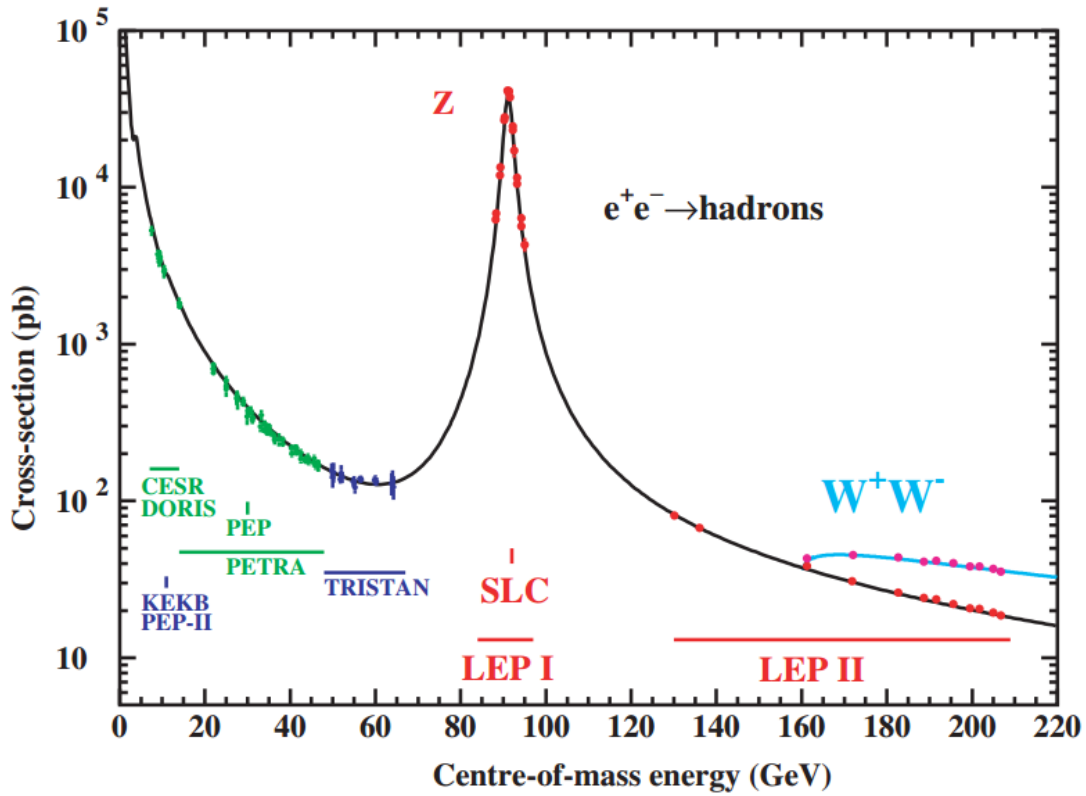


Figura 32 – Espalhamento elétron-pósitron próximo aos polos do bóson Z . A linha preta sólida representa a previsão teórica e os diversos pontos são medidas experimentais. Também está indicado o alcance na energia de colisão de alguns aceleradores $e^+ + e^-$ [110].

fótons ou bósons Z é de, aproximadamente, [85]

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} \cong 2 \left(\frac{E_{CM}}{M_Z} \right)^4. \quad (\text{B.5.5})$$

Portanto, mesmo para energias da ordem de metade da massa do bóson Z , a contribuição da interação fraca ainda é menor que 1%. Por outro lado, para energias exatamente no pico de ressonância, ou seja, para $E_{CM} \approx M_Z$, teremos que

$$\frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow Z \rightarrow \mu^+\mu^-)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)} \cong \frac{1}{8} \left(\frac{M_Z}{\Gamma_Z} \right) \approx 200, \quad (\text{B.5.6})$$

e vemos claramente que o processo de produção via bóson Z é fortemente favorecido por um fator 200 vezes maior do que aquele previsto pela QED utilizando apenas o fóton como mediador [85].

O modelo de ME que trabalharemos no [Capítulo 4](#) prevê um novo bóson vetorial, Z' , análogo ao bóson Z , porém de massa muito maior e que se acopla com a ME. Este novo bóson, caso exista, poderia também ser detectado como um pico no número de eventos (proporcionais à seção de choque σ_{tot}) para uma dada energia $E_{CM} \approx Z'$.

Anexos

ANEXO A – Programas em Python

Para avaliar os gráficos apresentados na [Capítulo 5](#), elaboramos um código em Python v3.7 baseado nos resultados obtidos nas seções 4.4 e 4.5. Apresentaremos aqui apenas o código fonte para a função que calcula a seção de choque de cada caso discutido de ME^a.

Primeiramente, em todos os códigos utilizados definimos algumas constantes e variáveis auxiliares que foram utilizadas nas funções que calculam a seção de choque total. Algumas destas constantes podem ser redefinidas como variáveis na função para estimar-se a σ_{tot} em termos destas.

```

1 import numpy as np
2
3 # SOME CONSTANTS
4 me2 = (511E-9)**2           # electron square mass (TeV)
5 mx2 = ()**2                 # DM square mass (TeV)
6 Mmed = ()**2                # Mediator square mass (TeV)
7 s_min = ()                  # minimum CM energy (TeV)
8 s_max = ()                  # maximum CM energy (TeV)
9
10 u = me2 + mx2              # definition of u (it's not the mandelstam
    variable)
11 gr = 0.25                  # right coupling constant with SM, according to
    CMS parameters
12 gl = 0                      # left coupling constant
13 g = (gl**2) + (gr**2)      # g definition
14 glr = 2*gl*gr              # g_lr definition
15
16 brn = 0.3894*10**6         # conversion from TeV^-2 to fb

```

Listing A.1 – Definição de constantes e variáveis auxiliares para o cálculo da seção de choque total.

Para a ME escalar temos então, baseado na [Equação 4.5.3](#), temos a função

```

1 gx = (1.)**2.              # scalar DM coupling constant squared
2 # CROSS SECTION
3 def sigma_sclar(s): # cross section with integration over -t -> +t
4 se = s-4.*me2
5 sx = s-4.*mx2
6 GM_S = gx*sx**(3./2.)/48./np.pi/Mmed # scalar decay width
7 def cs(t):

```

^a As parametrizações e valores de constantes foram ocultadas, pois variam para cada caso estudado, porém estão discutidas ao longo do texto.

```

8 cs = 1./(16.*np.pi)
9 cs = cs*1./s/se*gx/((s-Mmed)**2.+Mmed*GM_S**2.)
10 aa = (t*u*(u-s)+t**2.*(s-2.*u)/2.+t**3./3.)/2.
11 bb = (s+t-u)**3./12.
12 cc = (t-u)**3./12.
13 dd = t*se*sx/4.
14 cs = cs*g*(- aa + bb + cc + dd)+t*me2*glr*sx/2.
15 return cs
16 t = (np.sqrt(se)*np.sqrt(sx)+2.*u-s)/2.
17 return cs(-t) - cs(t)

```

Listing A.2 – Função para o cálculo da seção de choque total da ME escalar em termos da energia do centro de massa.

Para a ME fermiônica teremos, baseado na [Equação 4.5.8](#), a seguinte função:

```

1 def sigma_fermion(s): # cross section with integration over -t -> +t
2 se = s-4.*me2
3 sx = s-4.*mx2
4 GM_F = ((se)**(1/2)/48/np.pi/Mmed)*(2*g*(s-2*mx2) + 3*glr*mx2 +(g*s)/2)
5     ## fermion decay width
6 def cs(t):
7 cs = 1./(16.*np.pi)
8 cs = cs*(1/se)
9 cs = cs*(me2*mx2/(((s-Mmed)**2) + (Mmed*GM_F**2)))
10 aa1 = 2/(s*me*mx)
11 aa2 = (s+t-u)**3
12 aa3 = (t-u)**3
13 aa4 = s*u - 4*me*mx + 4*(glr/g)*me*mx
14 bb = ((g**2)/3)*( aa2 + aa3 ) + 2*g*glr*aa4
15 cc1 = t/Mmed**2
16 cc2 = g**2*(s + 2*u - 8*me*mx/s)
17 cc3 = 4*g*glr*(2*s - u) + 4*s*glr**2
18 cc4 = (8*t/Mmed)*(g-glr)**2
19 cc = cc1 * ( cc2 - cc3 ) + cc4
20 cs = cs * (aa1 * bb + cc )
21 return cs
22 t = (np.sqrt(se)*np.sqrt(sx)+2.*u-s)/2.
23 return cs(-t) - cs(t)

```

Listing A.3 – Função para o cálculo da seção de choque total da ME fermiônica em termos da energia do centro de massa.

E, por fim, para a ME vetorial teremos, baseado na [Equação 4.5.12](#), que:

```

1 # VECTOR DM
2 gx = (1E-7)**2. # VECTOR DM coupling constant squared
3 # CROSS SECTION
4 def sigma_vector(s): # cross section with integration over -t -> +t

```

```

5 se = s-4.*me2
6 sx = s-4.*mx2
7 GM_V = ((sx**(3./2.))/((8*np.pi)*Mmed))*(1./27.)*gx*(((s/mx2)+4.*((s/mx2)
  )**(0.5))+2.)**2.)    ## vector decay width
8
9 def T(n):
10 return ((s+2*t-2*u)**(n+1))/((n+1)*(mx2**(n/2))*(se**(n/2)))
11
12 def cs(t):
13 X1 = (mx2*T(2))*se - 2*t * sx*(s-2*me2) - 4*t*me2*(glr/g)*sx
14 X2 = (mx2*T(4))*se - T(2) * sx*(s-2*me2) - 2*T(2)*me2*(glr/g)*sx
15 X3 = (mx2*T(6))*se - T(4) * sx*(s-2*me2) - 2*T(4)*me2*(glr/g)*sx
16
17 cs = (1./(16.*np.pi))
18 cs = cs*(1/(s*(se)))
19 cte = (1./4.) * (1./9.) * (1./2.)
20 cs = (gx/(((s-Mdmed)**2) + (Mmed*GM_V**2))) * cte
21 aa1 = (s**2 * T(2)/mx2)
22 aa2 = (s*T(2)/mx2)
23 aa3 = (s+4*mx2)*(s-2*me2)
24 aa4 = s*(2*T(2)+T(4))*(s-6*me2)
25 aa = (g/2.)*(aa1*se) - aa2 * aa3 + aa4
26 bb = (me2/mx2)*s*T(2)*(s + 4*mx2) + me2*s*(2*T(2) + T(4))
27 cs =cs*(aa - glr*bb + 2*g*(X1 + X2 + X3) )
28 return cs
29 t = (np.sqrt(se)*np.sqrt(sx)+2.*u-s)/2.
30 return cs(-t) - cs(t)

```

Listing A.4 – Função para o cálculo da seção de choque total da ME vetorial em termos da energia do centro de massa.

Um exemplo simples de gráfico pode ser obtido dessas funções via `matplotlib` adicionando-se as linhas seguintes aos códigos acima

```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2
3 # SIMPLE PLOT EXAMPLE
4 s1 = np.arange((s_min)**2, (s_max)**2, 0.001)    # CM energy range,
  s_min to s_max (TeV)
5 plt.plot(np.sqrt(s1),sigma_scalar(s1)*brn,'r--',linewidth=2.)
6 plt.plot(np.sqrt(s1),sigma_fermion(s1)*brn,'g--',linewidth=2.)
7 plt.plot(np.sqrt(s1),sigma_vector(s1)*brn,'b--',linewidth=2.)
8 plt.xlabel(r'CM Energy  $\sqrt{s}$  (TeV)', fontsize=25)
9 plt.ylabel(r'Total Cross Section  $\sigma_{tot}$  (fb)', fontsize=25)
10 plt.yscale('log')
11 plt.show()

```

Listing A.5 – Exemplo de gráfico da seção de choque total em função da energia do CM.