



Instituto de
MATEMÁTICA
E ESTATÍSTICA

UFRGS



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

REVISITANDO O QUADRIMATH

LEONARDO RIBAS PEREIRA

Porto Alegre
2019

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

REVISITANDO O QUADRIMATH

LEONARDO RIBAS PEREIRA

Porto Alegre

2019

LEONARDO RIBAS PEREIRA

REVISITANDO O QUADRIMATH

Trabalho de conclusão de curso
submetido ao Instituto de Matemática
e Estatística como requisito parcial
para a obtenção do grau de
Licenciatura em Matemática

Orientadora: Prof^a Dr^a Andréia Dalcin

Porto Alegre

2019

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática

REVISITANDO O QUADRIMATH
LEONARDO RIBAS PEREIRA

Banca examinadora:

Prof.^a Dr.^a Andréia Dalcin
FACED/UFRGS

Prof.^a Dr.^a Maria Cecilia Bueno Fischer
IME/UFRGS

Prof.^a Dr.^a Lisete Regina Bampi
FACED/UFRGS

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer, primeiramente, a minha mãe. Mulher guerreira que batalhou (e muito) para que eu pudesse chegar até aqui. Jamais teria conseguido sem o apoio dela. Muito obrigado por tudo, não sabe o quão orgulhoso me sinto por ser teu filho. Te amo.

Agradeço, também, meu tio Alex. Mesmo estando longe, se fez presente em todos os momentos em que eu mais precisei dele. Terei sorte se me tornar metade do ser humano que você é. Te amo.

Não poderia deixar de agradecer a Professora Andreia, uma mulher extraordinária. Um exemplo de profissional que quero ser. Agradeço, do fundo do meu coração, por nunca ter deixado de acreditar em mim e sempre me dar aquele “puxão de orelha” quando eu mereci (o que é quase sempre).

Aos amigos que fiz ao longo do curso que, com certeza, fizeram com que toda essa jornada fosse menos “desgastante” e muito mais “alegre e prazerosa”. Vocês serão para sempre minha segunda família #PraSempreBarra.

Um grupo “louco” que conheci em meados de 2015 que pensei que seriam apenas companhias para almoços no RU e hoje se tornaram meus melhores amigos. Ângelo, Pâmela, Betina, Rambo, Gio e Mari, sendo eu o mais emotivo de todos, não poderia deixar de citar vocês e dizer que amo todos.

Embora eu pense em diversas pessoas as quais eu poderia citar e criar mais umas 3 páginas apenas de agradecimento, não poderei fazer. Mas fique aqui o meu muito obrigado a todos que, de alguma forma, fizeram parte desta jornada. Agradeço fortemente por palavras, abraços, cafés e festas que fizemos juntos. Lembrarei de cada momento para o resto da minha vida.

Muito obrigado!

Dedico este trabalho as pessoas
que me ensinaram o verdadeiro
significado de força,
perseverança e honestidade:
Mãe e tio.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma pesquisa que buscou investigar as potencialidades no tempo presente do Quadrimath, criado por Dienes e que foi utilizado durante o período do Movimento da Matemática Moderna (MMM) nas atividades do Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha em Porto Alegre. Visando responder a pergunta “*Qual o potencial do jogo Quadrimath, desenvolvido durante o Movimento da Matemática Moderna, nos dias de hoje?*”, foi elaborada uma sequência de cinco atividades com o uso do Quadrimath, que foram desenvolvidas com um grupo de estudantes do terceiro ano do ensino médio em uma escola da rede pública de Porto Alegre. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que articula um estudo bibliográfico de natureza histórica e uma experimentação em sala de aula. Além disso, foi realizado uma entrevista com a professora Mônica Bertoni dos Santos, que foi aluna de Dienes em cursos organizados pelo GEEMPA nos anos de 1970 e fez uso do Quadrimath em sua trajetória. A análise das atividades realizadas indicou que os alunos participantes exercitaram a autonomia por meio da elaboração de regras durante os jogos e atividades com o material; mobilizaram conteúdos abstratos da matemática e vivenciaram situações que exigiram o raciocínio e o pensamento lógico matemático. Neste sentido, as atividades favoreceram o aprendizado da matemática e entendemos que o Quadrimath pode constituir-se em um material potente para o ensino de matemática.

Palavras-chave: Quadrimath. Jogo. Matemática Moderna. Recursos didáticos. Ensino Médio. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This paper presents a research that seeks to investigate as potential no time present in the Quadrimath, created by Dienes and that was used during the period of the Modern Mathematics Movement (MMM) in the activities of the Mathematics Laboratory of the Flores da Cunha General Institute of Education in Porto Alegre. Joyful. By answering a question "What is the potential of the Quadrimath game developed during the Modern Mathematics Movement these days?" A sequence of five activities using Quadrimath was developed which were performed in a group of students from third year of high school in a public school in Porto Alegre. It is a qualitative research that articulates a bibliographical study of historical nature and a classroom experimentation. In addition, an interview was conducted with Professor Monica Bertoni dos Santos, who was a student of Dienes in courses organized by GEEMPA in the 1970s and made use of Quadrimath in her career. The analysis of the activities performed indicates that the participating students exercise autonomy through the elaboration of rules during games and activities with material; mobilize abstract math content and experiments that require reasoning and logical mathematical thinking. In this sense, as favorite activities for learning mathematics, we understand that Quadrimath can be a potential material for teaching mathematics.

Keywords: Quadrimath. Game. Modern Mathematics. Didactic resources. High school. Mathematics teaching.

SUMÁRIO

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1 – INTRODUÇÃO..... | 12 |
| 2 - O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA..... | 15 |
| 2.1 - Instituto de Educação General Flores da Cunha..... | 17 |
| 2.1.1 - Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha..... | 18 |
| 3 – QUADRIMATH - UM MATERIAL UTILIZADO NO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA..... | 21 |
| 4 - REVISITANDO O QUADRIMATH – UMA PROPOSTA DE ATIVIDADE COM ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO..... | 26 |
| 5 - DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PROPOSTA POSTA EM PRÁTICA..... | 29 |
| 5.1 – Atividade 1 – Reconhecimento do jogo..... | 30 |
| 5.2 – Atividade 2 – Dominó..... | 32 |
| 5.3– Atividade 3 – Adivinhação por Negação..... | 35 |
| 5.4 – Atividade 4 – Sequência..... | 37 |
| 5.5 – Atividade 5 – Probabilidade..... | 39 |
| 6 - POTENCIALIDADES DAS ATIVIDADES COM O QUADRIMATH..... | 41 |
| 6.1 - A elaboração de regras..... | 41 |
| 6.2 - Mobilizar conceitos abstratos no processo do jogo..... | 43 |
| 6.3 - Explorar o pensamento lógico matemático e contribuir para a autonomia..... | 44 |
| 7 - CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 46 |
| REFERÊNCIAS..... | 48 |
| ANEXO – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA REALIZADA COM A PROFESSORA MÔNICA BERTONI DOS SANTOS..... | 50 |
| APÊNDICE A – Termo de consentimento da escola..... | 59 |
| APÊNDICE B – Termo de consentimento informado..... | 60 |
| APÊNDICE C – Termo de assentimento livre e esclarecido..... | 62 |
| APÊNDICE D – Termo de autorização para uso da entrevista..... | 64 |

1 - INTRODUÇÃO

Esse trabalho nasce como desdobramento do projeto intitulado “*Revitalização do Laboratório de Matemática*”, no qual um grupo de estudantes pertencentes ao PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência), subprojeto Matemática da UFRGS - revitalizou o Laboratório de Matemática (LM) do Instituto de Educação General Flores da Cunha em Porto Alegre. O PIBID é um programa que oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos de licenciatura que se dediquem a atividades pedagógicas nas escolas públicas. O objetivo é proporcionar situações de ensino e aprendizagem, estreitando o vínculo entre os futuros professores e professoras e as salas de aula da rede pública. Com essa iniciativa, o PIBID faz uma articulação entre a educação superior (por meio das licenciaturas), a escola e os sistemas estaduais e municipais.

Ao longo da prática realizada no LM com o PIBID, foram encontrados diversos materiais dos anos 1970 (livros, jogos, planos de aula, documentos, mimeógrafos, etc....) utilizados na escola durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM), que despertaram a curiosidade dos bolsistas envolvidos.

Trazer elementos da História da Educação Matemática para o processo de ensino e aprendizado, é um dos intuitos deste trabalho de conclusão. Nesse sentido, foi feito um estudo sobre o “*Quadrith*”, recurso didático utilizado no Laboratório de Matemática do Instituto de Educação General Flores da Cunha durante o MMM, buscando evidências de suas potencialidades no tempo presente, com estudantes do Ensino Médio.

A pesquisa que resultou neste Trabalho de Conclusão de Curso teve como questão norteadora: **Qual o potencial do jogo *Quadrith*, desenvolvido durante o Movimento da Matemática Moderna, nos dias de hoje?**

Nessa perspectiva, elencamos como objetivo geral investigar o recurso didático *Quadrith*, seus objetivos e potencialidades no tempo presente, considerando o período em que foi criado durante o MMM.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa que articula um estudo bibliográfico de natureza histórica e uma experimentação em sala de aula. Como

complemento ao estudo bibliográfico foi realizada uma entrevista e trocas de e-mail com a professora Mônica Bertoni dos Santos, que foi aluna no Instituto de Educação General Flores da Cunha e fez uso do Quadrimath em seu percurso de estudante durante o MMM.

Para a produção dos dados, foi realizado um conjunto de atividades na Escola Estadual de Ensino Médio Baltazar de Oliveira Garcia, em duas turmas (em conjunto) do terceiro ano do Ensino Médio. As atividades aconteceram no dia 20 de novembro de 2019, com duração de 4 períodos de 50 minutos cada. Participaram da atividade 35 alunos (17 meninas e 18 meninos) com idades entre 16 e 19 anos. No processo de desenvolvimento dessas atividades, foram realizadas anotações, registros de alunos e narrativas dos participantes, que foram analisados por meio do método de triangulação de dados. A triangulação significa olhar para o mesmo fenômeno, ou questão de pesquisa, a partir de mais de uma fonte de dados. Informações advindas de diferentes ângulos podem ser usadas para corroborar, elaborar ou iluminar o problema de pesquisa. Limita os vieses pessoais e metodológicos e aumenta o potencial de generalização de um estudo (Decrop, 2004).

No capítulo 1 é apresentado o Movimento da Matemática Moderna (MMM), com o intuito de situar historicamente o Quadrimath.

O capítulo 2 apresenta o Quadrimath e sua vinculação ao MMM, com as seis etapas do processo de aprendizado elaborados por Zoltan Paul Dienes¹ e que nortearam o uso de jogos, no caso do Quadrimath nas atividades desenvolvidas no LM do Instituto de Educação General Flores da Cunha nos anos 1970.

No capítulo 3 é apresentado a sequências de atividades que foram desenvolvidas com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio. Trazendo suas falas, imagens e anotações sobre o Quadrimath, trago uma análise da aplicação de um jogo do Movimento da Matemática Moderna nos dias de hoje.

As análises das atividades realizadas são apresentadas no capítulo 4.

¹ Zoltan Paul Dienes nasceu na Hungria em 1917. A importância de Dienes para o Movimento da Matemática Moderna se deu de forma a expandir as ideias do movimento nos diferentes níveis de ensino. Além disso, ele ficou internacionalmente conhecido por defender uma metodologia de ensino que valorizava o uso de materiais didáticos, tais como os Blocos Lógicos e os Blocos Multibásicos, com a intenção de criar situações de aprendizagem de conceitos matemáticos às crianças. (DALCIN, SILVA, 2014, p. 1148)

O capítulo 5 apresenta algumas reflexões, a partir das atividades realizadas sobre as potencialidades do Quadrimath, buscando responder à questão de pesquisa.

Nas considerações elencamos alguns aprendizados com a pesquisa e possibilidades de continuidade.

No anexo apresento a transcrição da entrevista realizada com a professora Mônica Bertoni dos Santos.

2 - O MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

O Movimento da Matemática Moderna (MMM) tinha como um de seus objetivos aproximar a Matemática trabalhada na escola básica ao que era ensinado no ensino superior e com a Matemática produzida pelos pesquisadores da área, visando uma maior formação técnico-científica, principalmente aos estudantes do secundário. Dessa forma, as propostas veiculadas pelo MMM modificam, interferem e afetam as propostas curriculares em diferentes países, chegando no Brasil, tendo os anos 1970 como auge.

Identificamos como um dos marcos da presença inicial do MMM no Brasil o II Congresso Nacional de Ensino da Matemática que aconteceu na Faculdade de Filosofia da Universidade do Rio Grande do Sul, na cidade de Porto Alegre, em 1957. Consta nos Anais do Congresso que o encontro foi promovido pela Faculdade de Filosofia da Universidade do RS, sendo co-patrocinado pela Secretaria de Educação e Cultura. A organização contou ainda com a colaboração da Pontifícia Universidade Católica do RS, do Centro Regional de Pesquisas Educacionais e da Associação de Licenciados do RS. Segundo Soares (2008), nesse Congresso, além das discussões sobre o ensino secundário, havia a preocupação também com o ensino primário e com a formação de professores, sendo apresentadas palestras sobre essas temáticas.

Já o III Congresso, que aconteceu no Rio de Janeiro em 1959, focou nas discussões de métodos e técnicas de ensino. Como traz Bertoni:

Tanto na Comissão do Ensino Primário como na Comissão de Formação dos Professores Primários, deu-se uma ênfase aos métodos ativos, à utilização do folclore, histórias e parlendas infantis, metodologia do cálculo (operações tabulares), utilização de jogos e o uso de material Cuisinaire. Também, na Comissão do Ensino Secundário, o enfoque dado pelas teses em discussão concentrou-se em torno das diferentes modalidades de estudo dirigido. (PINTO, 2005, p. 4)

O MMM foi sendo divulgado no Brasil, principalmente por meio dos Grupos de Estudo que foram sendo criados e constituídos por professores e pesquisadores. Como enfatiza Miorim (1998):

Apesar das novas ideias terem sido apresentadas e discutidas nesses dois congressos, não seriam elas que desencadeariam o Movimento da Matemática Moderna no Brasil. Isso seria conseguido, especialmente, por meio das atividades desenvolvidas pelo Grupo de Estudos do Ensino da Matemática-GEEM, fundado em outubro de 1961, por professores do Estado de São Paulo, tendo como principal representante Osvaldo Sangiorgi. (MORIM, 1998, p. 113).

No Rio Grande do Sul foi criado o Grupo o *Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre* (GEEMPA), em 1970.

O GEEMPA teve um grande impacto em relação aos estudos da MM. Fischer (2006) cita as palavras da professora Ana Maria Carvalho da Rocha, uma das presidentes do Grupo:

A fundação do GEEMPA sofria a inspiração do movimento cultural de fins dos anos 60, que eclodiu no âmbito da política educacional mundial, em maio de 1968, na França. A influência do movimento internacional na área da Educação se fez, assim, presente no ato de fundação do GEEMPA. Um movimento de contestação no âmbito das práticas culturais e educacionais que repercutiu num movimento internacional de renovação do ensino da matemática, conhecido como “Matemática Moderna” (ROCHA, 2000 citada por FISCHER, 2006, p. 2).

A ata de inauguração do grupo foi assinada nas dependências do Laboratório de temática (LM), do Instituto de Educação General Flores da Cunha (IE), em Porto Alegre, o que denota o envolvimento da escola com este movimento. A dissertação de Bonfada (2017) analisa a presença do MMM no Instituto de Educação e nos diz que: “as ações da professora Odila, em especial a criação do Laboratório de Matemática, contribuíram significativamente para o engajamento da instituição no processo de modernização do ensino de Matemática” (BONFADA, 2017,p.145).

Por esses motivos também, conhecer a história do laboratório de matemática do IE e de todas as atividades já realizadas dentro desse espaço é necessário.

2.1 - INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

Fundado em 1869, no dia 5 de abril, recebendo o nome de Escola Normal da Província de São Pedro, nascia o hoje conhecido Instituto de Educação General Flores da Cunha (IE). Em seus longos anos de existência, recebeu alguns outros nomes tais como Colégio Distrital, Escola Complementar, Escola Normal de Porto Alegre e em cinco de novembro de 1959, foi nomeado como Instituto de Educação General Flores da Cunha.

Em março de 1937, ao ser transferido para o novo edifício à Avenida Oswaldo Aranha, tomou o nome de Escola Normal General Flores da Cunha, situada nas proximidades do Parque Farroupilha com seu estilo neoclássico.

Em 1939, um decreto, datado de 9 de janeiro, transformou a Escola Normal em Instituto de Educação, introduzindo, ao mesmo tempo, profundas modificações em sua organização, que passou a contar com: Jardim de Infância, Escola Experimental, Escola Secundária e Escola de Professores. No ano de 1955 houve uma profunda reforma do Ensino Normal no Rio Grande do Sul, dando ao IE a seguinte estrutura: Escola Maternal, Jardim de Infância, Curso Primário, Curso Ginásial, Curso Normal do II ciclo, Departamento de Estudos Especializados.

Devido a visão e ação idealizadora (RHEINHEIMER, 2018) da Professora Odila de Barros Xavier, em 1956, foi instalado o Laboratório de Matemática.

2.1.1 - LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA DO INSTITUTO DE EDUCAÇÃO GENERAL FLORES DA CUNHA

O ano de 1951 pode ser marcado como o início de um projeto ambicioso, partindo da professora Odila Barros Xavier.

Com a doação de materiais que recebia de suas alunas do curso de Administração Escolar, Odila começou a armazenar os documentos, materiais e arquivos recebidos na sala 9. Contudo, o espaço estava ficando pouco propício para o trabalho. Como traz Dalcin (2016), em 1956 a escola cedeu uma sala para abrigar os materiais, onde passou também a armazenar bibliografias e materiais didáticos.

O LM recebeu a presença de muitos pesquisadores, autores e pensadores importantes da matemática moderna, como Zoltan Dienes, defensor do uso de materiais didáticos, que trouxe também os primeiros trabalhos relacionados com blocos lógicos no Brasil.

O LM se manteve ativo até o final dos anos de 1980. Nos anos de 1990, parece que as atividades no LM, “assim como as demais alas do prédio do Instituto de Educação deterioraram pela falta de manutenção, também o laboratório de matemática aparentemente caiu no esquecimento” (DALCIN, 2017, p. 51)”.

Em 2014, a escola recebeu o PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência) - Subprojeto Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Os alunos pertencentes ao programa foram apresentados ao Laboratório de Matemática. A sala possuía uma série de materiais didáticos, jogos lúdicos, atividades pedagógicas, propostas de trabalho, livros didáticos de matemática, planejamentos de atividades direcionadas a formação de professores e documentos que se referiam à história daquele local. Logo, os bolsistas, dentre eles o autor deste trabalho, foram convidados a criar e realizar um projeto de revitalização deste espaço, que tinha como objetivos: Revitalizar o laboratório; proporcionar momentos de interação entre alunos e professores; desenvolver oficinas e materiais didáticos; criar um espaço próprio para o ensino e o aprendizado da matemática.

O projeto iniciou com a limpeza da sala, restauração de armários e a organização dos livros, separando-os por diferentes assuntos referentes à

matemática. Posteriormente, iniciou-se a organização dos jogos já existentes, classificando-os por temas específicos do ensino da matemática e a construção de novos materiais didáticos.

Antes de iniciar o processo de revitalização do LM, foi constatado que grande parcela dos alunos e professores do IE não sabiam da existência do mesmo dentro da escola e, dos que o conheciam, a maioria não sabia qual a sua finalidade, tão pouco as possibilidades pedagógicas de um espaço desta natureza. Com o término do projeto de revitalização, os bolsistas conseguiram fazer com que essa realidade mudasse.

Com a conclusão do projeto de revitalização, os bolsistas começaram a usar deste espaço para elaborar atividades para a comunidade escolar. Para os alunos e para as alunas do Instituto de Educação, foram oferecidas monitorias e oficinas, onde eram utilizados alguns dos materiais didático-pedagógicos que já existiam no LM e outros confeccionados pelos bolsistas. Também foram oferecidas oficinas para professores, contando a história do LM.

As monitorias aconteciam regularmente em determinados dias da semana no laboratório e era ofertada a todos os alunos e alunas da escola, com horários específicos para cada ano e turno. A procura no início foi pequena, mas com a divulgação, feita pelos próprios estudantes, começou a crescer a cada sexta-feira. E, a partir de então, o PIBID começou a ser reconhecido pela escola.

O projeto Jogos Lúdicos no Ensino de Matemática, também foi inspirado no LM. O projeto consistia em adaptações de jogos já conhecidos, como bingo e dominó, em jogos matemáticos, voltados para o ensino de matemática. Os materiais foram confeccionados pelos bolsistas, dentro do laboratório e ficaram disponíveis lá, juntamente com os outros materiais.

Com a ajuda dos materiais que já existiam no LM, foi criado um novo projeto de geometria espacial, utilizando os sólidos geométricos. Essas oficinas não foram realizadas dentro do espaço, mas só aconteceram com a ajuda dos materiais que lá estavam disponíveis. Inspirados nesses materiais, os alunos e as alunas confeccionaram sólidos geométricos, que ficaram expostos no LM.

Entre os projetos que estavam em andamento, os bolsistas prepararam uma oficina para os professores da escola e convidados, contando a história do espaço, sua importância, os materiais que lá existiam e apresentando o projeto

de revitalização. Para essa apresentação, foi confeccionado um mural, contando um pouco da história do LM até o presente momento.

As experiências com o PIBID e o contato com os materiais pedagógicos que foram encontrados no LM motivaram o desenvolvimento dessa pesquisa, que tomou o Quadrimath como objeto de estudo.

3 - QUADRIMATH - UM MATERIAL UTILIZADO NO MOVIMENTO DA MATEMÁTICA MODERNA

Considerando o que já foi apresentado sobre o MMM e o LM do Instituto de Educação General Flores da Cunha, enfatizamos que um dos principais elementos que caracterizam tal movimento que se fez presente naquele espaço, foi a presença de atividades, materiais e livros didáticos que foram sendo criados com o intuito de divulgar a matemática moderna e suas metodologias e auxiliar os professores a se integrarem a esta nova proposta.

Neste contexto, os textos de Piaget foram amplamente estudados e nortearam muitas das práticas que balizaram o MMM, como apontam os estudos de Bertoni (2005), Valente (2008), Miorim (1998) e Bonfada (2017). São vários os livros e textos de Piaget traduzidos que localizamos no acervo no LM do Instituto de Educação General Flores da Cunha.

Para Piaget (1975), a inteligência é definida entre dois mecanismos: assimilação e acomodação. Na assimilação, o sujeito engloba eventos, objetos ou situações dentro de seus pensamentos, que acabam constituindo as estruturas mentais organizadas. Na acomodação, estruturas mentais já existentes acabam se reorganizando para abranger novas características do ambiente externo. Ainda segundo Piaget (1976), brincando (neste caso, jogando) a criança se adapta à assimilação de conceitos. Ou seja, para Piaget não se aprende conceitos matemáticos, em especial o conceito de número, pela manipulação de objetos, mas sim pela abstração reflexiva, à medida que os sujeitos atuam (mentalmente) sobre os objetos, na interação e nas relações que estabelecem com estes.

Nesse sentido, os jogos potencializam este movimento de pensamento, são privilegiados e incentivados por Piaget e seus seguidores.

Dienes é, talvez, um dos principais seguidores de Piaget e esteve muito presente no Brasil durante o MMM. Segundo os estudos de Sauter e Fischer (2019) o Quadrimath foi criado por Dienes.

Dienes em seus estudos, com diversos materiais, dentre os quais os blocos lógicos, desenvolveu e elaborou o que chamou de “seis etapas do processo de aprendizagem”:

Etapa 1: Chamada de “jogo livre” serve para que a criança manipule um material concreto, para se adaptar a uma nova situação proposta.

Etapa 2: “Jogo com regras”. Aqui, são ditadas regras pelo professor conforme o conceito matemático que quer ser desenvolvido.

Etapa 3: “Jogo do isomorfismo”. Aqui a ideia é perceber a estrutura comum dos jogos estruturados, descobrindo as relações abstratas de um jogo com o outro.

Etapa 4: “Representação”. Onde a criança deve representar as estruturas em diferentes registros.

Etapa 5: “Descrição de uma representação”, que consiste em descrever e explorar as propriedades comuns das representações que foram construídas da representação.

Etapa 6: “Axiomatização”. Resultado de todas as etapas anteriores, onde se formaliza os conceitos que foram trabalhados.

O quadro a seguir sintetiza as seis etapas do processo de aprendizagem de Dienes.

Quadro 1 – Seis etapas do processo de aprendizagem de Dienes.

| 1ª Etapa | 2ª Etapa | 3ª Etapa | 4ª Etapa | 5ª Etapa | 6ª Etapa |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| Jogo Livre | Jogos com Regras | Jogo do Isomorfismo | Representação | Descrição de uma Representação | Axiomatização |
| Exploração livre, manipulação; Percepção de características físicas; Aquisição de vocabulário; Uso dos sentidos, etc. | Percepção de restrições; Adaptação à nova situação; Verbalização. | Percepção de propriedades comuns entre regras; Relações de natureza abstrata existentes entre jogos; Comparação. | Representação da estrutura comum em diferentes registros, de forma mais organizada e inteligível; Busca de uma representação gráfica para a estrutura. | Descrição de uma representação; Exploração das propriedades das representações construídas e das abstrações; Busca por tradução da representação simbólica. | Sistema formal, método, organização de algumas propriedades, axiomas, teoremas e provas. |

Fonte: (FRANÇA, 2012, p.102)

Estas etapas eram trabalhadas, principalmente com os professores primários, no processo de formação, de modo que estes organizassem suas práticas pedagógicas considerando estes pressupostos. Mônica Bertoni dos Santos nos relatou que foi aluna de Dienes, em cursos ofertados pelo GEEMPA, que estudou as seis etapas e que, apesar das críticas feitas a teoria de Dienes, ainda considera válidas pelo menos cinco das seis etapas. Vejamos sua fala:

Eu trabalhei muito com as seis etapas, na realidade, mantive na minha forma de ensinar, vamos dizer, cinco dessas seis etapas. E, segundo pessoas que trabalharam depois com Dienes, que ele em um certo ponto de vista, há uma etapa ali que ele fez de uma duas. Mas eu não quero criticar isso, eu quero dizer como é que eu me aceitei com as etapas do Dienes. Para mim, o que hoje em dia é uma aula invertida, nada mais é do que a gente usar as seis etapas de construção do nosso trabalho. Porque tu primeiro manipula, um material que subjacente já tem esse conceito, tu representas, tu verbalizas, tu falas, tu verbalizas deve ser oralmente ou por escrito, tu encontras um padrão, eu trabalho muito com padrões, mas não deixa de ser, e ai tu generaliza o conceito, tu abstrai. (SANTOS, Mônica Bertoni dos, ANEXO. p. 50)

O Quadrimath, no nosso entendimento é um jogo e foi trabalhado durante o MMM na perspectiva de Dienes. O jogo é composto por 64 peças de formas diferentes (triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal), dividido em 4 cores. Cada peça possui diferentes quantidades de furo (1 furo, 2 furos, 3 furos, 4 furos).

Como trazem Sauter e Fischer (2019), o manual do jogo escrito por Peter Searbone em 1971 e traduzido pela professora Léa Fagundes, professora do Instituto de Educação General Flores da Cunha (encontrado no acervo do LM do Instituto de Educação General Flores da Cunha) apresenta sugestão de atividades, como comparação, relações de ordem, relação de equivalência, operações, conjuntos, rotação, simetria e calçamento/pavimentação. Este manual nos dá algumas possibilidades de uso do Quadrimath.

A fim de entender melhor a origem do Quadrimath e como ele era utilizado efetivamente, a entrevista realizada com a professora Mônica Bertoni dos Santos nos trouxe informações sobre como o Quadrimath era trabalhado no LM do

Instituto de Educação General Flores da Cunha. A entrevista foi gravada e transcrita e encontra-se no Anexo 1, tendo sido autorizada pela entrevistada sua divulgação.

A professora Mônica conta o porquê deste material ter este nome e como ele é organizado.

Mônica Bertoni dos Santos esclarece:

“Por que ele se chama Quadrimath? Por que ele é uma transformação de quem? É uma transformação do Quadrado. Que eu corto uma ponta, que eu corto segunda ponta, a segunda figura, a terceira ponta é a terceira figura, e eu corto as quatro pontas tenho a quarta figura”. (SANTOS, Mônica Bertoni dos. Anexo. p. 50)

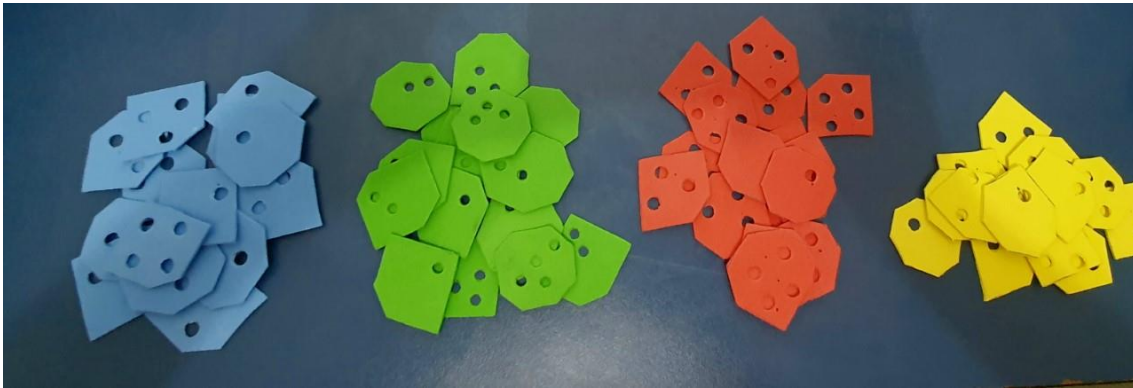
Segundo a professora Mônica, o Quadrimath (Figura 1) é um jogo estruturado, no formato de 4x4x4 (quatro peças, quatro furos e quatro cores), onde cada peça é única. Você trabalha com valores e atributos, onde se leva em consideração a cor, a forma e a quantidade de furo das peças.

Com o Quadrimath é possível trabalhar vários conceitos e conteúdos matemáticos:

Ele trabalha álgebra, ele trabalha lógica, ele e a gente que aprendeu com ele. Então, dependendo do que tu queres trabalhar com os alunos, tu trabalhas com os pequenos, tu trabalhas com atributos e valores, tu vais trabalhar com classificações, tu vais trabalhar com ordenações, porque quando tu fazes uma árvore de possibilidades “super” bem organizada, quando tu colocares todos os blocos tu tens uma ordem total. (SANTOS, Mônica Bertoni dos. Anexo. p. 50)

A figura 1 apresenta o modelo de Quadrimath que produzimos para este estudo, em EVA. Os jogos localizados no acervo do LM do Instituto de Educação General Flores da Cunha são de plástico ou madeira.

Figura 1 - Quadrimath



Fonte: Autor

O Quadrimath apresenta características apontadas por Dienes relacionadas por Sauter e Fischer (2019):

Para a aprendizagem das ordens, são necessários objetos que podem ser ordenados. Para a aprendizagem de equivalências, são necessários objetos que são semelhantes de uma maneira, mas diferentes de outras. Para aprender as propriedades dos números, é necessário encontrar conjuntos de objetos que podem ser contados ou objetos cujo comprimento possa ser medido. (DIENES, 1972, p. 12, tradução Fischer e Sauter, 2019, s.p)

Em síntese, com o Quadrimath é possível fazer várias atividades que poderiam ser feitas com blocos lógicos, e outras mais, conforme será evidenciado nas atividades desenvolvidas com os alunos do Ensino Médio neste trabalho.

4 - REVISITANDO O QUADRIMATH – UMA PROPOSTA DE ATIVIDADES COM ESTUDANTES DO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Ao abordarmos um jogo, que foi explorado em diferentes contextos e cenários do passado, é importante estabelecermos algumas conexões com a História da Educação Matemática. A História da Educação Matemática busca por respostas a questões de fundo como:

“Por que hoje colocamos os problemas sobre o ensino de matemática do modo como colocamos? Por que pensamos em reformas sobre esse ensino do modo como são propostas? Por que ensinamos o que ensinamos em Matemática? Por que determinados saberes matemáticos são válidos para o ensino em detrimento de outros? Essas são questões do presente, naturalizadas, não-problematizadas, que a prática da história da educação matemática tem a tarefa de desnaturalizá-las”. (VALENTE, 2007, P.38-39).

Diante disso, ao revisitarmos um material de outro tempo tentando buscar suas marcas e potencialidades no tempo presente, estamos valorizando conhecimentos e experiências didáticas já desenvolvidas e trazendo uma nova perspectiva que possa contribuir para com o ensino e aprendizado da matemática hoje.

Olhar para o passado, de certo modo, pode nos auxiliar a melhor compreender elementos do presente. Trazer práticas do passado, para o presente, as ressignificando, pode ser construir em uma forma interessante de pensar as práticas presentes. Muitos jogos, atividades e recursos didáticos podem ser revisitados, recriados, reinventados vindo a potencializar os processos de ensino e aprendizado no tempo presente, neste sentido, problematizamos algumas crenças e discursos que buscam um “novo”, no “moderno”, as soluções para os problemas antigos. Que novo é esse? A que moderno nos referimos?

Com esta perspectiva de visitar e ressignificar o Quadrimath é que realizamos a parte empírica deste estudo.

Para a produção dos dados, foram elaboradas e desenvolvidas algumas atividades com um grupo de alunos e alunas do terceiro ano do ensino médio na

Escola Estadual de Ensino Médio Baltazar de Oliveira Garcia, localizada em Porto Alegre, no dia 20 de novembro de 2019. A escolha se deu por ser uma turma que eu já estava trabalhando na disciplina de Estágio em Educação Matemática III.

A observação dos alunos e alunas no desenvolvimento das atividades, os registros produzidos e as narrativas dos participantes, foram analisados por meio do método de triangulação de dados. Para a análise também foi considerado a entrevista com a professora Mônica Bertoni dos Santos e a literatura estudada.

Recuperando a fala da professora Mônica Bertoni dos Santos:

O Quadrimath é um material estruturado que nós usamos estruturas diferentes para trabalhar os mesmos conceitos, usando o princípio da variabilidade perceptual. Porque o que Dienes diz? Se tu trabalhar com percepções diferentes, e materiais diferentes, de tanto trabalhar com percepções diferentes, onde está subjacente um determinado conceito, de repente tu abstrai o conceito e te livra do material. O que eu quero é que o aluno pense nos padrões. (SANTOS, Mônica Bertoni dos. Anexo. p. 50)

Foi inspirado nos relatos da professora Mônica que as atividades foram planejadas.

4.1 - Sequência de atividades que foram desenvolvidas

Atividade 1 - Reconhecimento do jogo

Os alunos foram divididos em 4 grupos. Cada grupo recebeu as 64 peças do Quadrimath. Primeiramente, não foi dito para os alunos do que se tratava. A atividade consistia em eles identificarem as peças e seus atributos, e tudo o que pudessem observar sobre elas. Essas informações foram escritas em uma folha para serem entregues ao professor.

Atividade 2 – Dominó

A segunda atividade consistia em os alunos e as alunas jogarem dominó. Com regras semelhantes ao dominó original, os estudantes competiram uns com os outros. As regras do jogo definidas foram: jogar uma peça semelhante a que foi lançada anteriormente, ou seja, a peça lançada deveria ter a mesma cor, a mesma forma ou a mesma quantidade de furos que a peça já apresentada pelo

seu oponente. Nesta atividade, o objetivo era observar as aplicações dos atributos identificados por eles na atividade anterior, a fim de analisar como operavam com tais atributos no processo do jogo.

Atividade 3 - Adivinhação por negação

A atividade consiste em um grupo contra o outro. Por exemplo: o grupo 1 desafia o grupo 2. Com isso, o grupo 1 deverá escolher uma das 64 peças disponíveis do Quadrimath. O grupo 2, desafiado pelo grupo 1, deverá descobrir qual é a peça, mas, para isso, os integrantes só podem fazer quatro perguntas, uma para cada atributo (cor, quantidade de furos, quantas pontas e quantidade de lados). Essas perguntas devem ser realizadas por meio de negação.

Atividade 4 – Explorando Sequências

O professor inicialmente constrói uma sequência utilizando apenas um atributo. Com isso, será perguntado para os estudantes qual o “segredo da sequência” (cor, tamanho, etc.). Com suas respostas, os grupos deverão formar uma sequência semelhante a criada pelo professor. Após descobrirem o segredo e montarem uma sequência, será adicionado mais um atributo para a criação de uma nova sequência.

Após as sequências criadas pelo professor, os estudantes serão desafiados a criarem uma sequência utilizando suas próprias “regras”. Contudo, a única imposição que eles terão será de usar 4 atributos.

Atividade 5 - Atividade de Probabilidade

Nesta atividade, será trabalhado a probabilidade das peças. Qual a probabilidade de tirar uma peça vermelha, com as 3 pontas cortadas e com 2 furos de dentro de um saco? Aqui, levando em conta que os alunos estavam usando o tato para sentir as peças, as restrições se aplicam apenas a cor da peça. Como o Quadrimath possui 4 cores diferentes, mas as quatro possuem uma figura sem 3 pontas e com dois furos, a probabilidade cai para $\frac{1}{4}$, já que apenas deverá ser considerado a cor da peça.

5 - DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA PROPOSTA POSTA EM PRÁTICA

Inicialmente, foi pensando em aplicar a sequência de atividades em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio em quatro períodos de 50 minutos divididos em 2 encontros semanais. Contudo, devido a uma situação de greve dos professores, definida poucos dias antes dos acordos para a aplicação da pesquisa, optou-se por juntar duas turmas de terceiro ano, para que ambas fossem contempladas com as atividades. Com isso, as atividades foram aplicadas em um encontro que aconteceu em 4 períodos de 50 minutos.

O grupo de estudantes foi encaminhado para o Laboratório de Ciências da escola, que possui um amplo espaço capaz de comportar as duas turmas juntas. O Laboratório conta com 4 bancadas amplas, onde os 35 alunos (17 meninas e 18 meninos, com idades entre 16 e 19 anos) foram divididos em 4 grupos por afinidade. Os grupos se dividiram da seguinte forma: Grupo 1 com oito integrantes; Grupo 2 com nove integrantes; O grupo 3 com oito integrantes; O grupo 4 com dez integrantes.

Com a divisão dos grupos feita, foram explicados para os alunos e para as alunas as atividades que seriam realizadas ao longo da tarde e a importância dos jogos na aprendizagem da matemática.

Cada grupo recebeu um Quadrimath que, no primeiro momento, não sabiam o nome do material, apenas que se tratava de um jogo.

Os alunos serão identificados ao longo do relato e análise por letras do alfabeto, com o intuito de manter-se o anonimato dos participantes, que anteriormente à aplicação das atividades, entregaram o tempo de consentimento assinado pelos pais, cujo modelo encontra-se no apêndice C.

5.1 - Atividade 1 – Reconhecimento do jogo

Nessa primeira atividade, os grupos possuíam apenas uma restrição: apenas se comunicar com seus respectivos integrantes, sem consultar os demais grupos. A primeira parte da atividade era analisar as peças do Quadrimath, reconhecer as diferenças e as semelhanças entre elas. Após, deveriam anotar as características observadas.

Intrigados com as formas das peças, todos acharam que se tratava de um jogo de Quebra-cabeça geométrico. Quando foi pedido para que tirassem as peças do saco plástico, onde estavam guardadas, rapidamente foram tentando organizá-las como se faz com um quebra-cabeça.

Sem a minha intervenção para a análise das peças e como os grupos não se comunicavam uns com os outros, foi constatado que características diferentes foram observadas por eles. Um grupo, por exemplo, anotou “combinação”. Quando questionados sobre o porquê dessa característica anotada, um dos integrantes (aluno A) relatou que **“as peças, se organizadas com uma lógica das cores, se encaixam, combinam uma com a outra”**. Já o outro grupo, analisou que *as peças possuem 5 pontas ou mais*. Outro aluno (aluno B) disse que **“algumas peças são pentágonos”**.

Mesmo os grupos anotando características diferentes do jogo, todos apontaram pontos semelhantes, como as cores, a quantidade de furos e a quantidade das peças.

Na sequência, Figuras 2, 3, 4 e 5, vemos as produções dos participantes.

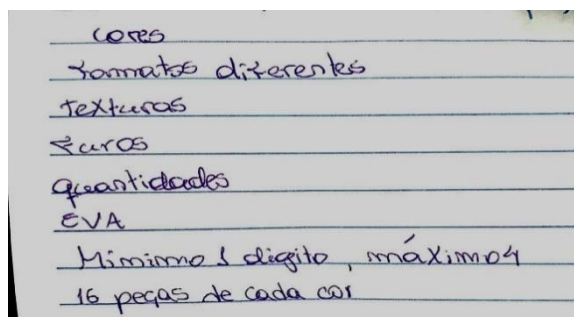


Figura 2 - Lista de características anotadas Grupo 1

- O grupo observou que cada cor tem 16 peças.
- São múltiplos de 4.
- Cada quatro tem número de furos diferentes.
- Algumas peças são pentágonos.

Figura 3 - Lista de características anotadas Grupo 2

- Foi observado nessas formas que, há 4 cores, (Verde, Azul, Amarelo e Vermelho), cada um desses formatos há 16 de cada; há 4 formas com 3 furos, 4 com 4 furos, 4 com 2 furos e 4 com 1 furo (de cada cor); todos ~~são~~ possuem 5 pontas ou mais; Algumas figuras possuem pontas, como se fosse furado com a ponta de um lápis - 16 montes de 4 figuras com 4 cores, 16 de cada cor, com os números que vemos "Por cima", todos ~~as~~ são múltiplos de 2 e 4.

Figura 4 - Lista de características anotadas Grupo 3

- Forma geométrica - ~~1~~ / octógono
- Coloridos
- 4 grupos (1 verde / 1 amarelo / 1 azul / 1 vermelho) cada grupo com 16 peças
- Furos no meio das peças
- Combinações
- 5 peças em cada grupo tem dois furos, 3 tem 3, 4 tem 1 e 4 tem 4
- 3 cores Primárias

Figura 5 - Lista de características anotadas Grupo 4

As respostas dos participantes indicam que não se restringiram aos atributos visíveis, cor, forma, ter furos... mas fizeram associações com conteúdos matemáticos, a exemplo de "múltiplos de 4", "formas geométricas – octógonos".

Ao entregarem suas anotações, foi dito aos participantes o nome do jogo e o porquê deste nome.

5.2 - Atividade 2 – Dominó

Para que os grupos colocassem em prática as características observadas na atividade 1, agora a proposta era que jogassem dominó. As regras para o jogo com o Quadrimath são semelhantes às originais do jogo dominó.

No dominó, começa a partida o jogador com a maior peça (6-6) colocando-a na mesa. O jogo roda no sentido horário e cada jogador deve encaixar uma de suas peças nas extremidades do jogo na mesa. Quando o jogador ou jogadora consegue encaixar sua peça, ele passa a vez. Caso não consiga, ele deverá comprar do monte uma nova peça.

No Quadrimath, o primeiro jogador deverá ser decidido em uma disputa de “par ou ímpar”. Após o primeiro jogador ou jogadora colocar sua peça sobre a mesa, o próximo deverá jogar uma que possua a mesma cor ou o mesmo número de furos.

Primeiro os grupos jogavam entre seus integrantes, de forma que se familiarizassem com o jogo. Após uma rodada, os grupos deveriam jogar um contra o outro. Mas, para esse desafio, eles deveriam criar suas próprias regras para a continuidade do jogo. A única imposição era que todos os atributos observados por eles, na atividade anterior, deveriam ser levados em consideração na criação dessas novas regras.

Enquanto jogavam o dominó, fui passando nos grupos questionando qual ou quais as regras eles estavam usando.

A aluna C de um dos grupos disse o seguinte: O dominó “de verdade” é mais fácil, não preciso pensar. O colega, aluno D, do grupo “rival” disse **“Quando eu acho que posso por uma peça pela quantidade de furos, eu não tenho a cor”**.

Já os outros dois grupos que estavam jogando entre si, a aluna E me abordou dizendo **“Isso está pior que um Quebra-cabeça sor, eu não consigo me achar nas peças”**. Respondi dizendo que as regras foram criadas por eles, então, se estava difícil, ela deveria falar para seu grupo ou pedir ajuda para os integrantes. Antes de eu terminar a conversa, o aluno F, um de seus colegas de grupo, disse **“Se ficar muito fácil, não tem graça nenhuma”**

O quadro a seguir apresenta as regras que cada grupo criou para o jogo de dominó.

Quadro 2 – Regras dos grupos para o jogo de Dominó.

| Grupos | Regra 1 | Regra 2 | Regra 3 | Regra 4 |
|--------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1 | Ligar a mesma cor ou a mesma quantidade de furos. | Não é necessário ficar em linha, desde que um encaixe no outro. | Tem que ter paciência. | O desenho não precisa fazer sentido. |
| 2 | Cor sim – cor não | Mesmo tamanho das extremidades. | Se uma peça tiver o mesmo número de “buracos” ela pode ser ligada a qualquer parte do jogo se o mesmo tiver o mesmo número. | |
| 3 | São distribuídas 8 peças para um grupo de 6 pessoas e restam 16 peças para comprar. | As peças devem ser postas sem repetir cor. | O desenho não precisa ser reto. | |
| 4 | As cores não podem se repetir. | Os furos também não podem se repetir. | Ganha quem largar todas as peças. | As peças podem se cruzar. |

As fotografias a seguir registram os alunos e alunas jogando.

Figura 6 – Grupos jogando dominó



Fonte: Autor

Nas duas primeiras imagens da figura 6 na horizontal, podemos observar as regras do grupo 1 e 2 postas em prática durante o jogo. Nas duas abaixo, temos as regras do grupo 3 e 4 sendo postas em prática.

5.3 - Atividade 3 – Adivinhação por negação

Após o jogo de dominó, os grupos se reorganizaram em suas posições iniciais, agora para a terceira atividade. Nesta, os alunos deveriam questionar os colegas sobre “como dizer que peça é esta?” através de negação. A regra do jogo era: As perguntas só podem ser feitas através de negação, podendo apenas uma para cada atributo (uma para cor e uma para quantidade de furos) e, as respostas, apenas deveriam ser SIM ou NÃO. Os grupos deveriam jogar apenas entre seus integrantes.

Durante a atividade, os alunos e as alunas questionaram sobre a dificuldade de elaborar as perguntas por meio de negação. O aluno G prontamente respondeu aos demais que estavam questionando sobre isso, dizendo **“coloca o não na frente e está tudo certo”**. Com sua resposta para o grande grupo, todos começaram rapidamente a elaborar as perguntas para descobrirem as peças.

Com a atividade acontecendo, observei que os alunos estavam em dúvida sobre como elaborar as respostas de suas perguntas pois, como eram feitas por meio de negação e as respostas eram apenas SIM ou NÃO, alguns não conseguiam interpretar se as suas perguntas estavam os levando ao caminho certo para o reconhecimento da peça.

Quase que por unanimidade, foi dito que essa atividade foi mais “complexa” do que o jogo de dominó, visto que o dominó é mais comum para todos do que um jogo onde as perguntas para a adivinhação deveriam ser apenas por meio de negação. Ainda um dos grupos questionou que os seus colegas (integrantes do grupo) não sabiam fazer as perguntas certas para acertar a peça. Segundo eles, um dos colegas fazia perguntas em sequência sobre as cores: *Ele só perguntava não é amarela? Não é verde? Não é azul? Ele nunca mudava, então nunca acertava a quantidade de buracos da figura*, relatou o aluno H.

Ao final da atividade, foi pedido para que os grupos entregassem em uma folha as perguntas que foram feitas, de forma que, a organização de suas anotações deveria deixar claro para quem as lesse em que momento aconteceu a descoberta da peça.

Em seguida, apresento a Figura 9 contendo os registros dos grupos com as perguntas que realizaram para adivinhar as peças.

Cada grupo de perguntas representa um jogador. Os espaços entre as perguntas correspondem ao novo participante. Podemos observar que todos começavam as perguntas tentando descobrir as cores.

Figura 7 – Perguntas realizadas através de negação



Fonte: Autor

5.4 - Atividade 4 – Sequência

Após o intervalo, os alunos retornaram para o Laboratório para continuar com as atividades. Dando continuidade, a próxima tarefa proposta foi sequências.

Foi desenhado no quadro pelo professor uma sequência feita com as peças do Quadrimath, em que só foi levado em consideração um atributo, o número de furos. A sequência apresentada foi uma sequência numérica dos furos (1 furo, 2 furos, 3 furos, 4 furos). Os alunos foram questionados sobre qual seria a próxima peça e, para isso, desenharam em seus cadernos a sequência.

Concluída a primeira sequência, o professor novamente desenhou mais uma, agora levando em consideração dois atributos: O número de furos e a cor. A sequência seguia a mesma lógica da primeira (sequência numérica dos furos). Contudo, agora deveria ser feita com cores diferentes. Se a primeira peça, que possui 1 furo, fosse de cor amarela, nenhuma das próximas peças poderiam ser da mesma cor. Prontamente os grupos começaram a construir suas sequências com o Quadrimath seguindo as regras solicitadas.

Com a segunda sequência feita, o aluno H questionou dizendo que **“A atividade está fácil demais, não me sinto desafiado com isso”**. Com sua fala e com colegas que concordaram com ela, solicitei então que todos fizessem uma nova sequência, agora acrescentando mais um atributo para a construção: Quantidade de furos, cor e formato das peças. A sequência deveria ser feita de forma que: Se a primeira peça, com 1 furo, fosse amarela e com seu formato contendo 5 pontas, as próximas não poderiam possuir um furo, nem serem amarelas e nem possuírem 5 pontas.

Passado um tempo (cerca de 15 minutos) após solicitar essa nova sequência, questionei os grupos se ainda não estavam se sentindo desafiados com a atividade. Agora, suas respostas já haviam mudado. O aluno H que havia sugerido que a atividade estava fácil, disse que **“agora está tão difícil que eu não sei nem mais que peça eu tenho que usar aqui”**. Arrancando risos dos demais colegas, todos disseram que a criação da sequência estava muito “complicada”.

Após a criação das sequências solicitadas, os grupos deveriam jogar “Sequência”. O jogo deveria ser criado por eles, de forma que os grupos

deveriam construir suas próprias regras para o jogo, desde que fossem coerentes e pudessem ser executadas.

Vale ressaltar que, todos os alunos acharam essa atividade a mais interessante de todas, a que se sentiram mais desafiados e tiveram que “pensar para resolver e para criar”.

No final da atividade, pude observar que as peças do Quadrimath já estavam de fácil reconhecimento para os alunos. Já conseguiam identificar as diferentes peças sem dificuldades.

Vejam algumas imagens que mostram os grupos jogando.

Figura 8 – Grupos construindo suas seqüências



Fonte: Autor

5.5 - Atividade 5 – Probabilidade

Na última atividade do dia, os alunos foram desafiados agora a descobrirem, novamente, qual é a peça escondida em um saco. Contudo, diferente da atividade 3 onde eles podiam fazer perguntas por meio de negação, agora eles apenas poderiam sentir as peças. Com isso, as restrições para adivinhar a peça se restringia apenas a cor, visto que eles poderiam, por meio do tato, reconhecer a forma e a quantidade de furos que a peça possuía.

Dito isso para os alunos, eles tiveram a ideia de adaptar o jogo. Ao invés de fazer essa atividade por meio do tato para o acerto da peça por meio da probabilidade, eles acabaram por jogar o jogo “Quem sou eu?”.

Este jogo, que pelo visto é jogado pelos alunos e alunas com regularidade, consiste em os jogadores escolherem uma categoria (animais, ações, cidades e outros) e combina com o grupo o que vale que façam para descobrir a palavra em questão. Ao definir todos esses detalhes e também o grau de dificuldade, o usuário coloca um papel, ou uma carta, ou um dispositivo eletrônico na testa com o visor virado para todos. Ou seja, os outros jogadores verão a palavra e quem estiver ou com o aparelho eletrônico, ou com o papel ou com a carta, terá que adivinhar a palavra a ele atribuída a partir de perguntas que só serão respondidas por sim ou não.

Na adaptação é feito uma pergunta para cada atributo, agora não sendo por meio de negação, eles tentavam adivinhar qual a peça que eles estavam representando.

Como o jogo foi modificado por eles, foi solicitado para que eles notassem e entregassem as perguntas que faziam para a adivinhação das peças do jogo.

Aqui pude perceber a semelhança entre a elaboração das perguntas quando comparadas às de negação. Basicamente, ao criarem as perguntas para a adivinhação das peças, os alunos utilizaram as mesmas perguntas feitas por meio da negação, apenas tirando o “NÃO” do início da frase.

Na Figura a seguir, trago suas anotações referente ao jogo de probabilidade “adaptado” por eles. Diferente das perguntas feitas na atividade por negação, aqui os alunos e as alunas fazem elas de forma mais direta. O que podemos observar que eles e elas começam a perguntar, novamente, pela cor das peças, ou seja, utilizando o mesmo raciocínio da atividade de negação.

Figura 9 – Perguntas dos grupos para adivinhar as peças

| | | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>- Qual é o cor? Ela tem 3 furos? Resp: 3 furos e 5 lados Ernesto</p> | <p>1. Cor é Verde? Não. É que cor? Amarelo. Tem 3 furos? Sim.</p> | <p>Uma 5 lados e 3 furos Tem 2 furos e 3 lados? 2 furos e 7 lados?</p> |
| <p>- Qual é o cor? Quantos furos? Resp: 2 furos 5 lados Ernesto (Vit)</p> | <p>2. Tem furos com essa cor? Sim. É um número par? Não. Chute: Vermelho. A cor é amarelo? Sim. Número é 3? Sim.</p> | <p>6 lados e 3 furos? 7 lados e 2 furos? 8 lados e 3 furos</p> |
| <p>- Qual é o cor? Quantos furos? Resp: 4 furos 8 lados Ernesto (C)</p> | <p>3. As cor ^{cores} ficam dessa cor no c Ela é Azul? Sim. Chute: B. Ela tem 3 furos? Não. Tem sete lados ^{lados}? Não. Resposta certa: 6 lados, Azul e 2 furos</p> | <p>3 furos? 2 furos? 5 lados e 2 furos? → 7 lado 5 lado 3 lado</p> |
| <p>- Qual é o cor? - Quantos furos? - 1 furo 6 lados Ernesto (Pedro -</p> | | <p>2 furos? 7 lados? 2 furos e 5 lados → 6 lados</p> |

Fonte: Autor

6 - Potencialidades das atividades com o Quadrimath

Com o desenvolvimento das atividades com o Quadrimath foi possível perceber diferentes potencialidades. Ênfase três: a elaboração de regras; a presença e abordagem de conceitos abstratos no processo do jogo e a exploração do pensamento lógico.

6.1: A elaboração de regras

Uma das características pontadas pela literatura sobre jogos é a que eles podem favorecer o aprendizado e o exercício de regras. Queiroz (2009) chama atenção para o fato de que as regras são aprendidas à " medida que o respeito unilateral dá lugar ao respeito mútuo entre os sujeitos" (Queiroz, 2009,p.72) ou seja, a criança toma consciência da regra e, com a cooperação, passa a compreender a razão delas. Ao longo das atividades desenvolvidas, pude observar que os adolescentes mantiveram esta postura, na medida em que acordavam as regras e as cumpriam.

É importante enfatizar que lhes foi dada a possibilidade de criarem as regras para as atividades com o Quadrimath. Essa construção, sem qualquer intervenção minha, se deu por conta de seus entendimentos de como funcionam os jogos. Durante as atividades do "Dominó" e de "Sequência" foram definidas as seguintes regras:

- **Grupo 1 e 2**
 - ✓ Ligar mesma cor ou mesmo número de bolinhas
 - ✓ Não é necessário ficar em linha, desde que um encaixe no outro
 - ✓ Tem que ter paciência
 - ✓ O desenho não precisa fazer sentido

- **Grupo 3 e 4**
 - ✓ Cor sim, cor não;
 - ✓ Mesmo tamanho das extremidades;

- ✓ Se uma peça tiver o mesmo número de buracos ela pode ser ligada a qualquer parte do jogo se tiver o mesmo número;
- ✓ As peças podem se cruzar;
- ✓ São distribuídas 8 peças para um grupo de 6 pessoas e restam 16 peças para comprar.

Figura 10 - Pondo em prática as regras criadas



Fonte: Autor

Figura 11 - Pondo em pratica as regras criadas



Fonte: Autor

As figuras 10 e 11, registraram os alunos e alunas jogando e é possível perceber alguns elementos que nos mostram suas escolhas e movimentos no jogo. Na Figura 10, temos a regra "*Mesmo tamanho das extremidades*", onde os alunos "encaixam" as peças considerando apenas os lados de cada peça. Já na figura 11 vemos a regra "*ligar a mesma cor ou mesmo número de bolinhas*" em que eles estão montando o jogo utilizando o mesmo número de furos (neste caso, unindo as peças que possuem 4 furos). Pude observar que as regras criadas eram diferentes. Enquanto um grupo diz "ligar a mesma cor ou o mesmo número de bolinhas" (podendo ligar as mesmas cores ou o mesmo número de furo em sequência) o outro diz que "cor sim e cor não" (as cores em sequência não podem ser repetidas). Contudo, ambos os grupos estipularam regras semelhantes, como: As peças podem se cruzar; Não é necessário ficar em linha, desde que um encaixe no outro.

A atividade é concluída quando os participantes não possuírem mais peças para jogar.

6.2: Mobilizar conceitos abstratos no processo do jogo

Piaget (1995) distingue dois tipos de abstrações: empíricas e reflexionante. A abstração empírica é definida como aquela em que se retira as qualidades dos objetos ou sobre ações em seus aspectos materiais, daquilo que pode ser observado. Essa abstração vem das experiências físicas. Por ela que retiramos as características dos objetos, como forma, cor, peso e textura, e também percebemos as reações dos objetos observáveis às ações do sujeito.

Já a abstração reflexionante é a retirada das qualidades das coordenações das próprias ações, e não podem ser observáveis. Isto é, retirando qualidades das coordenações das ações pode-se constituir uma novidade.

"A abstração "reflexionante" é um processo que permite construir estruturas novas, em virtude de uma reorganização de elementos tirados de estruturas anteriores e, como tal, tanto pode funcionar de maneira inconsciente como sob a direção de intenções deliberadas". (PIAGET, 1977/1995. p. 193).

Nesse sentido, com um olhar sobre a abstração, referente à prática realizada com o Quadrimath, podemos observar momentos em que predominava a abstração empírica e em outros reflexionante, principalmente no processo de criar as regras e

as frases de negação. Na atividade 1, em que os alunos e alunas manusearam as peças do Quadrimath, eles tiveram que anotar suas características, seus atributos e as demais características que podiam observar.

Com o decorrer das sequências de atividades, os alunos e as alunas, enquanto estavam realizando as mesmas, se mostraram empenhados nas construções das regras e animados para jogar, pude constatar uma grande interação entre eles e com as atividades que estavam realizando. Sem excluírem ninguém para participar, os grupos faziam questão de que todos os integrantes pudessem jogar e participar da criação e da elaboração das regras, abrindo mão do intervalo para continuarem jogando, o que me surpreendeu positivamente.

6.3: Explorar o pensamento lógico e contribuir para a autonomia

A utilização do material concreto para explorar o pensamento lógico-matemático, segundo Piaget (1978), possibilita a criança a elaborar situações as quais a proporciona a construção desse pensamento.

Ainda para Piaget (1978), o pensamento do sujeito é construído junto do grupo social ao qual está inserido. Isto é, a partir das relações sociais as quais esse sujeito estava inserido, a regra e o pensamento lógico vão além da individualidade, assim passando o sujeito a compreender e cooperar com os demais indivíduos.

Trazendo essa visão de Piaget sobre o pensamento lógico (aqui destacando o pensamento lógico-matemático), pude observar com as atividades que, como em nenhum momento foi dito para os alunos e para as alunas quais os temas e conceitos matemáticos poderiam e seriam trabalhados com o uso do Quadrimath, os mesmos começaram a fazer ligações com conceitos os quais já conheciam.

Na primeira atividade da sequência (reconhecimento do jogo), os grupos já começaram a abordar conceitos matemáticos que ali poderiam estar presentes. No primeiro momento, acharam que se tratava de um jogo para a construção de desenhos geométricos, por observarem as formas diferentes das peças.

Chegando na atividade de Sequência, os alunos e as alunas começaram a relacionar sua construção com Análise Combinatória. Como após cada sequência construída era acrescentado mais um atributo para a próxima construção, os grupos começaram a questionar se era possível fazer um cálculo, utilizando a fórmula de Combinação, para acertarem a próxima peça da sequência.

Já na atividade de Probabilidade, os alunos e alunas readaptaram a ideia proposta por mim, fazendo o jogo de uma forma mais intuitiva para eles. Como podemos observar na Figura 9 (página 40) as perguntas para o acerto das peças foram de forma mais direta, demonstrando já uma grande familiaridade com as peças do Quadrimath.

7 - Considerações finais

Após a prática realizada com o Quadrimath em turmas do Terceiro ano do Ensino Médio, buscando responder a pergunta norteadora deste trabalho “*Qual o potencial do jogo Quadrimath, desenvolvido durante o Movimento da Matemática Moderna, nos dias de hoje?*” é possível tecer algumas considerações importantes.

Por se tratar de um jogo do Movimento da Matemática Moderna, procurou-se estudar suas potencialidades nos dias de hoje. Como um jogo, o qual não é eletrônico (visto que estamos na era desse modelo de jogos) seria recebido pelos alunos e alunas? Essa foi a primeira questão que me surgiu antes de iniciar as práticas das atividades propostas. Contudo, os/as estudantes receberam a proposta e ficaram animados e interessados por estarem se deparando com esse tipo de material (o Quadrimath).

Após as atividades, questionei os alunos e as alunas sobre o que poderiam comentar sobre o jogo. Quase que imediatamente, todos responderam que a atividade foi “diferente e interativa”. Novamente, perguntei o que seria esse “diferente”. Uma aluna, então, relatou que: *Consegui compreender melhor a análise combinatória com esse jogo do que com as diversas aulas que tive com a professora.*

Visando responder, agora, a pergunta norteadora deste trabalho, pude concluir que as potencialidades com o Quadrimath são diversas. Ele proporcionou para os alunos e para as alunas *discussões* referentes aos conceitos matemáticos que poderiam (ou não) serem trabalhados para a realização das atividades. Proporcionou *trabalho em grupo*, já que as atividades foram realizadas em grupo. Trouxe, também, a *visualização de conceitos matemáticos abstratos*, que já foram abordados em sala de aula, trazendo uma melhor compreensão do que estava sendo realizado.

Com o término do trabalho, percebo que ainda há outras possibilidades de se explorar este material. Uma ideia futura é construir o Quadrimath por meio de algum software de programação, para tornar as atividades com ele mais dinâmicas e intuitivas.

Além disso, no desenvolvimento da pesquisa, a leitura dos textos, a elaboração das atividades, a aplicação delas e o processo de escrita foram extremamente importantes para a minha formação como professor. Buscar

atividades lúdicas, trazendo os conceitos matemáticos abstratos para o concreto, ajuda no aprendizado de matemática.

REFERÊNCIAS

ALVES, Antônio Maurício Medeiros; SILVEIRA, Denise Nascimento. **Uma leitura sobre as origens do movimento da matemática moderna (MMM) no Brasil**. Ópicos Educacionais, Recife, n.2. 2016.

BONFADA, Elisete Maria. **Instituto de Educação General Flores da Cunha: a Matemática Moderna na formação das normalistas**. Anais do 1º seminário práticas e saberes matemáticos nas escolas normais do Rio Grande do Sul. 2008, p. 110.

BECKER, Fernando. **Abstração pseudo-empírica e reflexionante: Significado epistemológico e educacional**. Revista eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas. 2014, p. 104.

DALCIN, Andréia. **Entre documentos, memórias e pó: o processo de revitalização de um Laboratório de Matemática**. Percursos da prática de sala de aula. ANO 2016, p. 44.

FERRACIOLI, Laércio. **Aspectos da construção do conhecimento e da aprendizagem na obra de Piaget**.

FISCHER, Maria Cecilia Bueno. **A experiência das classes-piloto organizadas pelo geempa, ao tempo da matemática moderna**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 6, n.18, p.101-112, Ano 2006.

KIMURA, Cecília Fukiko Kamei. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget**. Tese (doutorado em educação). PUC/SP. Ano 2005.

MANTOAN, Maria Teresa Eglér. **Processo de Conhecimento - Tipos de Abstração e Tomada de Consciência**. NIED - Memo N° 27. Campinas/SP. 1994

MATOS, Sandra Maria Nascimento. **O desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático: Possíveis articulações afetivas**. Ano 2012, p. 90.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução a história da Educação Matemática**. 1998.

PIAGET, Jean. [1977] **Abstração reflexionante; relações lógico-matemáticas e ordem das relações especiais**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PINTO, Neuza Bertoni. **MARCAS HISTÓRICAS DA MATEMÁTICA MODERNA NO BRASIL**. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 5, n.16, p.25-38. 2005.

QUEIROZ, Sávio Silveira de; RONCHI, Juliana Peterle; TOKUMARU, Rosana Suemi. **Constituição das Regras e o Desenvolvimento Moral na Teoria de Piaget: Uma Reflexão Kantiana**. Psicologia: Reflexão e Crítica, vol. 22, núm. 1, 2009, pp. 69-75

RHEINHEIMER, Juliana Mercedes. **Ensinar e aprender Matemática: ressonâncias da Escola Nova em um olhar sobre a formação de professores no Instituto de Educação General Flores da Cunha (1940-1955)**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. Ano 2018.

SANTANDER, Cristiane Vidouto Brandespi. **O trabalho do professor Sylvio Nepomuceno, ajudando a reconstruir a história da educação matemática ao tempo de influência do movimento da matemática moderna**. Dissertação (mestrado em educação). PUC - SP. Ano 2008.

SAUTER, Leonardo Thomaz; FISCHER, Maria Cecília Bueno. **Material concreto: Trimath e Quadrimath no ensino de matemática**. XVII Seminário Temático. Aracaju/SE. 2019.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Oswaldo Sangiorgi e o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. Revista Diálogo Educacional, vol. 8, núm. 25, ANO 2008, pp. 583-613.

ANEXO

Transcrição do áudio da entrevista realizada com a professora Mônica Bertoni dos Santos

O que eu quero é que tu conheças, por exemplo, tu conheces muito bem o Quadrimath, vi que tu construístes um, está, maravilhoso. Mas quero que tu entendas o que significa o Quadrimath. Então, na realidade, um Quadrimath é um jogo estruturado. O que é um jogo Estruturado? É um jogo em que cada peça é única, ta? E que tu vais trabalhar com atributos (não sei se é assim que tu faz) e valores. Então, tu conheces os Blocos Lógicos? Então, nos Blocos Lógicos eu tenho Quatro atributos: a Cor, a forma, o tamanho e a espessura, e para cada atributo eu tenho um número de valores.

Então eu tenho 3 cores, eu tenho para cada cor 4 formas, para cada cor e forma eu tenho 2 tamanhos, não é isso? E para cada cor, forma e tamanho eu tenho 2 espessuras. Então nos blocos lógicos eu tenho $3 \times 4 \times 2 \times 2$ (3 cores, 3 formas, 2 tamanhos, 2 espessuras) = 48 peças diferente uma da outra, que se tu pegar um triângulo, ele vai ser um triângulo amarelo, grande e grosso. Mas tu também vais ter um triângulo, amarelo, grande e fino. Né? Um triângulo, amarelo, pequeno e grosso. Um triângulo, amarelo, pequeno e por aí vai. O que é um Quadrimath? Ele é um $4 \times 4 \times 4$. Ele tem, é, organizado, segundo 3 atributos. E para cada atributo 4 valores. Então o que que tu vais ter? Tu vais ter 4 cores, não interessa quais são. Quatro formas e 4 números de furos. Então é um $4 \times 4 \times 4 = 64$ peças, uma diferente da outra. Até aí tudo bem? Por que ele chama Quadrimath? Por que ele é uma transformação de quem? É uma transformação do Quadrado. Que eu corto uma ponta, que eu corto segunda ponta, a segunda figura, a terceira ponta é a terceira figura, e a corta ponta, tem um quadrado completo, sem uma ponta, ou não? Não tem o quadrado completo né? Sem uma ponta, sem duas pontas sem três pontas e sem quatro pontas.

Eu tive que olhar, por isso pedi para você trazer. Eu teria também o Trimath, lá no laboratório tem o Trimath. O que que seria o Trimath? Seria a transformação de um triângulo. Então ele tem 3 cores, três formas, que é cortar um dois ou três, e

três números de furos. Ta? Então, seja para o Quadrimath, seja para o Trimath, seja para os blocos lógicos, que são todas criações do Dienes, ele trabalha uma série de conceitos trabalhando com esses materiais. Ele usa estruturas diferentes, que eu chame esse material estruturado, e isso aqui, $4 \times 4 \times 4$, $3 \times 3 \times 3$, $4 \times 3 \times 2 \times 2$, são estruturas diferentes. E, com isso, ele trabalha álgebra, ele trabalha lógica, ele e a gente que aprendeu com ele.

Então, dependendo do que tu queres trabalhar com os alunos, tu trabalhas com os pequenos, tu trabalhas com atributos e valores, tu vais trabalhar com classificações, tu vais trabalhar com ordenações, porquê quando tu faz uma árvore de possibilidades “super” bem organizada, quando tu colocares todos os blocos tu tens uma ordem total. Certo? Então, com os pequenos que estão fazendo a construção dos números, eu uso quaisquer materiais estruturados que eu quiser fazer, atualmente eu não tenho trabalhado com o Quadrimath e com o Trimath, por que eu não tenho eles mais construídos.

Então são materiais diferentes porquê o que Dienes dizia, e eu sou fiel a uma dele, que um dos princípios de aprendizagem de matemática é a variabilidade perceptual. Então, por exemplo, se eu trabalhar hora com os blocos lógicos, a outra hora com o Quadrimath, uma outra hora com um material estruturado com a mesma estrutura dos blocos ou Quadrimath, que eu faça com outros atributos, por exemplo, se eu estou trabalhando com surdos ou com cegos, eu vou trabalhar, por exemplo, com cegos eu trabalho com lixa por exemplo, eu não posso variar as cores, as formas eu posso. Porque com o tato eles vão pensar, com os furos. Mas eu posso trabalhar com papel liso, com um papel, um material emborrachado, com uma lixa mais fina, com bolinhas. Entende? Então, eu posso variar os atributos e os valores. Se eu quero construir um $4 \times 4 \times 4$, eu tenho que ter, 4 cores, e com um cego eu não posso ter, né? Entende? Mas eu vou ter 4 tipos de lixas, mais 4 tipos de furos, 1 furo, 2 furos, 3 furos, 4 furos. Entende? E, posso cortar, posso transformar o quadrado. Então, tu entendesses bem? Ele nada mais é o Quadrimath que um material estruturado que nós usamos estruturas diferentes para trabalhar os mesmos conceitos, usando o princípio da variabilidade perceptual. Por que o que o Dienes diz? Se tu trabalhar com percepções diferentes, e materiais diferentes, de tanto trabalhar com percepções diferentes, onde está subjacente um determinado conceito, de repente tu abstrai o conceito e te livras do material. O que eu quero é que o aluno pense nos padrões e abstraia o conceito matemático. E o

que ele dizia? Que com esses materiais estruturados, se eu trabalhar só com blocos lógicos, vai ser muito mais difícil do aluno abstrair.

Eu tenho que trabalhar materiais com estruturas variadas, com estruturas, com as mesmas estruturas para ver os isomorfismo. Mas, o que eu quero? Para cada conceito que eu trabalhar, que esse material se presta para trabalhar aquele conceito. Eu vou, desses materiais diferentes, e o Quadrimath é um, eu vou abstrair o conceito matemático. Então se eu classificar com o Quadriamth, com os blocos lógicos, com o Trimath, com um material com a mesma estrutura do Quadriamth, daqui um pouco eu sei que classificar é separar com um conjunto por montes, pensando em alguma coisa, e se eu pensar tem a mesma forma que, em cada monte o elemento tem a mesma forma, eu vou fazer uma partição, eu vou criar uma relação. Então, isso aí é o que importa para trabalhar. Então, até ai tudo bem? E me diz uma coisa, por que eu falo isso? Porque eu não li o que tu escreveste sobre o Quadrimath, como tu entende ele ...

[Minha fala] Eu me baseei em uma entrevista que a senhora deu para a professora Cecilia. Esse Quadriamth na verdade, eu fazia parte do PIBID na época que a gente estava mexendo no Instituto de Educação, e eu e a Andréia achamos esse material e ficamos fuçando, fuçando, fuçando para descobrir o que era e não sabíamos nada. Esse trabalho de conclusão de curso, já era para eu ter feito um certo tempo, mas acabei tendo problemas com a graduação e o Leonardo fez um trabalho sobre ele. Então eu me baseei sobre sua entrevista com ele ...

O que é e como era utilizado o Quadrimath? Primeira pergunta. O Quadrimath nada mais é que um material estruturado.

Como ele era utilizado? Ele era utilizado da mesma forma que são utilizados os blocos lógicos. Ele é utilizado para trabalhar com classificações, com ordenações, com correspondências, com todos os conetivos. Trabalha todos os conetivos lógicos. A negação, a conjunção, o condicional, o bi condicional, as leis de Morgan, as implicações. Eu vou fazendo todo um trabalho com o Quadrimath, trabalhei muito com o Quadrimath. Te confesso que não tenho trabalho e vou retomar o trabalho, simplesmente porque eu não fiquei com um Quadrimath. E como eu trabalho muito bem, muito bem desculpe a falta de modéstia, eu trabalho muito com os blocos lógicos, com o material isomorfo aos blocos lógicos, onde eu faço trabalhos de correspondência, de descoberta da estrutura, eu trabalho imensamente com árvores de possibilidades para compreender a estrutura dos

materiais estruturados, trabalhava com o Quadrimath. Isso, hoje em dia, fundamenta, por exemplo, a probabilidade.

Então, naquela época, eu não trabalhei a probabilidade com os materiais estruturados, hoje eu trabalho. Porque tu sabes todo o espaço amostral, por exemplo, porque tu trabalhas com árvores de possibilidades. Então todo esse trabalho com materiais estruturados que é um trabalho que, basicamente, tu trabalhas com atributos e valores, porque a partir dos atributos e valores que eu monto esses materiais estruturados. Eu trabalho com lógica, eu trabalho com árvores de possibilidades. Eu trabalho com os materiais estruturados, do jardim da infância, não existe mais educação infantil, me desculpa, até a universidade, porque quando em embasa a álgebra a partir da lógica binária eu trabalho com os blocos lógicos e com diferentes diagramas de representação. Por exemplo, se eu for trabalhar as estruturas do material, eu trabalho com as árvores de possibilidades, agora se eu for trabalhar, por exemplo, com a negação, disjunção, conjunção, condicional e bi condicional, eu trabalho com os caminhos lógicos, que eu não sei até que ponto vocês estudam os caminhos lógicos, mas eu só sei trabalhar os conectivos lógicos, antes de construir as tabelas, eu trabalho com os caminhos lógicos. E a partir dos caminhos lógicos, e de saber qual é o padrão que eu sei com quantas linhas eu monto uma tabela daí eu vou para isso depois, daquilo que eles deduzem com os materiais estruturados e dos caminhos lógicos, que eu vou começar a trabalhar com as tabelas. É isso que me fundamenta as tabelas. Então eu trabalho daí os Diagramas de Venn. Então para cada conteúdo matemático, eu prefiro dizer Conceito matemático, eu parto do trabalho com os materiais concretos. E quem é que vai me ajudar a achar os padrões para generalizar esses conceitos? As representações. Então eu represento esses materiais ou pelas árvores de possibilidades, ou pelos caminhos lógicos, ou pelos Diagramas de Venn ou pelos Diagramas de Carroll.

Dependendo do que que eu quero que o aluno construa, que conceito matemático eu quero que o aluno construa, que raciocínio eu quero que ele tenha, a partir do meu plano de aula.

Então já trabalhei muito com o Quadrimath, mas nos últimos anos eu tenho trabalho com a estruturas dos blocos lógicos, com materiais estruturados que os alunos mesmo fazem, ou os meus licenciando, e com estruturas um pouco menores que as do bloco lógicos ou as do Qadrimath, por exemplo, ele tem uma estrutura de

64 peças, os blocos lógicos de 48 peças, os do Trimath de 27 peças. Mas eu trabalho também com $3 \times 3 \times 2$, por exemplo, com 18 peças. E, às vezes, trabalhando com diferentes quantidades, isso também me ajuda a fazer uma variabilidade perceptual, para eu chegar a abstrair os conceitos, eu não, os alunos. Depois nós formalizamos.

Então, o que eu te diria, agora respondendo, eu acho que eu já consegui te responder a primeira pergunta **“usava o Quadrimath com os seus alunos?”** Sim! Hoje em dia, te confesso que não tenho usado nem o Quadrimath nem o Trimath, tenho usado um outro material do Dienes que são pessoas, homens e mulheres, em peças, sentados, um outro tipo de trabalho e fico com pena de não estar usando.

Agora **“Existe o conceito de Quadrimath e o conceito de jogo do Piaget?”** Essa eu não posso te responder, porque realmente eu não me lembro como é que é o conceito de jogo para Piaget. Não. O que eu posso te dizer, nesse ponto, é que ... essa pergunta eu não vou responder, vou responder depois outra que me interessa te responder. Aliás, eu vou responder primeiro aquela para depois te responder essa. Quando eu penso que metodologia eu uso para dar aula, dependendo do trabalho que eu faço é uma metodologia, ne? Dependo do conceito. Não é sempre que tu usas, mas sempre eu uso o seguinte: Primeiro o meu aluno manipula os conceitos. Ou com materiais concretos, ou com situações da realidade ou com situações geométricas, porque o Quadrimath é um material a partir de um quadrado, então tem alguma coisa de geometria. Mas, eu uso. Então eu usava o Quadrimath como se usa qualquer material estruturado. Para trabalhar a lógica, para trabalhar as relações, para trabalhar as classificações, ordenações e correspondências, dependendo do conceito que eu quero trabalhar. Mas sempre o aluno manipula, ele vai percebendo as propriedades do conceito, ele vai explicitando oralmente e por escrito, em uma roda de conversa, num fórum de discussões, nós vamos sistematizando os conceitos, generalizando os conceitos a partir de diferentes representações.

Para mim o jogo é isso. Sejam jogos de construção, sejam jogos de estratégias, sejam jogos, até de memorização. Jogos de memorização já são de outro departamento. Os jogos de construção são os que me ajudam a construir os conceitos matemáticos, certo?

Quanto as seis etapas, que é essa quarta pergunta **“Existe o conceito de Quadrimath e as seis etapas de aprendizagem do Dienes?”** Conceito de

Quadtimarh é, eu não falaria isso, o que é um Quadrimaht? O Quadrimath é uma estrutura, é um jogo estruturado. Ele se presta, ele trabalha com as seis etapas? Sim! Todo, não é o Quadrimath que trabalha com as seis etapas, as seis etapas, que o próprio Dienes criticou um pouquinho as seis etapas.

Na realidade, tudo isso que eu te falei do jogo livre, o jogo com regras, a representação do jogo, até chegar na abstração que é a axiomatização, isso são as etapas. Mas o Dienes tem duas etapas que meio que se confundem, então eu tenho uma forma de trabalhar com as seis etapas que na realidade não são seis, são cinco. Pode ser inclusive que eu não saiba trabalhar com as seis etapas exatamente como Dienes colocou. Mas, até chegar a abstração, a axiomatização, eu faço as etapas conforme eu interpreto elas. Eu trabalhei muito com as seis etapas, na realidade, mantive na minha forma de ensinar, vamos dizer, cinco dessas seis etapas. E, segundo pessoas que trabalharam depois com Dienes, que ele em um certo ponto de vista, há uma etapa ali que ele fez de uma duas. Mas eu não quero criticar isso, eu quero dizer como é que eu me aceitei com as etapas do Dienes. Para mim, o que hoje em dia é uma aula invertida, nada mais é do que a gente usar as seis etapas de construção do nosso trabalho. Porque tu primeiro manipula, um material que subjacente já tem esse conceito, tu representas, tu verbalizas, tu falas, tu verbalizas deve ser oralmente ou por escrito, tu encontras um padrão, eu trabalho muito com padrões, mas não deixa de ser, e aí tu generaliza o conceito, tu abstrai.

E a última pergunta **“Você acha que seria viável o uso do Quadrimath hoje? Se sim, como seria?”** Não é que é viável, eu não uso o Quadrimath especificamente hoje porque eu uso outros materiais estruturados. Mas, para mim, até te digo, vou reconstruir um Quadrimath, depois vou te perguntar uma coisa sobre ele, porque tu deves ter algum lá, se tem cores que são específicas ou se pode usar quaisquer cores, isso eu não me lembro mais. Mas eu acho interessantíssimo. Por que tu tens que variar os materiais, que é o princípio da variabilidade perceptual. Não sei se vocês estudaram os princípios de ensino e aprendizagem de matemática do Dienes. Não? Um deles é esse, é a variabilidade matemática, tem o princípio dinâmico da construtividade, tem a variabilidade perceptual, tem o princípio do contraexemplo. Todos esses, eu uso no meu trabalho, por que eu acho que eles realmente constroem, não é isso que eles constroem, eles auxiliam o aluno a construir, a abstrair os conceitos matemáticos.

[Minha fala] E como a senhora aplicaria hoje o Quadrimath em uma turma de ensino médio, por exemplo?

[Fala Prof. Mônica] Para mim, eu acho que o Ensino médio tem um problema. Não tem lógica na sua grade curricular. Eu fiz a grade curricular de uma escola, e eu boto lógica. E eu trabalharia toda a parte da lógica, eu poderia trabalhar toda parte da lógica, como que tu vai trabalhar com um aluno a união de conjunto se tu não trabalhas o “ou” da lógica? Como é que tu defines A união B, sem tu ter trabalhado a disjunção? Como tu defines a intersecção de conjuntos sem ter trabalhado a conjunção? Como é que tu defines o complementar sem ter trabalhado a negação? Então, para mim, o ensino médio, esteja no programa ou não esteja, no programa que eu fiz para uma escola que eu não vou te dizer qual é porque eu acho que pode ser até meio antiético, tem lógica. E trabalhava com blocos lógicos e materiais isomorfos aos blocos lógicos. Se eu quero trabalhar raciocínio, eu tenho que trabalhar com classificações, tu tens que trabalhar com as estruturas de pensamento, e trabalhar com classificações, ordenações, correspondências, relações matemáticas é trabalhar com raciocínio logico matemático.

Então, com isso eu trabalho da escola infantil a universidade. E no ensino médio eu uso os blocos lógicos como poderia usar o Quadrimath, ou materiais isomorfos ao Quadrimath, porque eu acho que tem que ter estruturas diferentes e a mesma estrutura com materiais diferentes, e aí tu abstrais o que é importante. Eu trabalharia com o Quadrimath como trabalho com vários materiais estruturados no ensino médio, só que eu acho assim, tu tens que trabalhar com material estruturado se é minha forma de trabalhar, agora tira o Dienes, é minha forma de trabalhar.

Eu gosto de trabalhar com materiais estruturados com estruturas mais robustas, como são os blocos lógicos e como é o Quadrimath, que eu vou passar a trabalhar com eles.

Para o aluno entender o que é um material estruturado, ele não precisa nem dizer esse nome, mas ele tem que entender que cada peça é única, e tu tem que, por exemplo, no Quadrimath falar três coisas para identificar uma peça. Tu tens que dizer: é amarela, tem três, quatro pontas cortadas e tem três furos. Não tem outra que tenha amarela, quatro pontas cortadas e três furos, não tem. Então, cada uma é uma peça, e isso vai te ajudar a classificar, a ordenar em uma ordem total, a trabalhar com lógica, a trabalhar com probabilidade, com o espaço amostral, tu estás entendendo? Eu trabalho com isso. Enquanto eu estive aqui na PUC como

professora, se eu trabalhasse com matemática básica na universidade, eu trabalharia com materiais estruturados eu trabalharia não, eu trabalhava. Quando eu era professora de ensino médio e lá vai muito tempo, aí eu trabalhei com Quadrimath, porque aí eu tinha todo o material do GEEMPA ou do Instituto de Educação a minha disposição. No GEEMPA eu trabalhei muitos anos, eu podia pegar os materiais e levar para minha aula. Na Universidade eu tinha o laboratório com vários materiais estruturados, nunca construí na Universidade o Quadrimath e hoje me arrependo.

[Minha fala] E a senhora usava muito os materiais que eram disponibilizados no Instituto de Educação?

[Fala Prof. Mônica] Eu fui aluna no instituto na época quando o laboratório era o auge. O Laboratório de Matemática foi um dos lugares de Porto Alegre que teve o Laboratório de Matemática mais atuante, eu fiz todo o Normal e os estudos adicionais, e depois que eu sai do normal, quando foi o movimento da matemática moderna, no Instituto de Educação, patrocinado pelo Laboratório, e teve várias edições de um curso que se chamava Didática da Matemática, inclusive que teve uma moça que também foi orientanda da Andréia, que eu dei várias entrevistas para ela, que ela estudou a fundo um dos cursos que inclusive eu tinha materiais desse curso que a gente fez. Então, eu não trabalhei como profissional no Laboratório de Matemática, eu trabalhei como aluna, tanto no meu curso de magistério como nesses estudos adicionais, que foi depois de eu já ter me formado. Não tinha feito ainda um curso de matemática. Eu fiz todos esses cursos de Álgebra I, Álgebra II, de Estruturas, de Geometria, todos esses cursos com materiais do Dienes, com os materiais do Barker, com os materiais do Gleman, todos eles antes de fazer o curso de graduação na matemática.

Por influência do Dienes, eu larguei a pedagogia e fui para o curso de Matemática, e eu agradeço a ele até hoje. Ele me disse “quando eu voltar ano que vem aqui eu quero saber que tu não estás mais na Pedagogia, tu estás no curso de Matemática” eu assessoriei durante cinco anos o Dienes, e eu achava todos os materiais que ele criou, eu até hoje eu trabalho com eles e ensino para todo mundo que eu posso, tanto que não tem ninguém como tu que me peça uma entrevista que eu não de essa entrevista com todo o prazer. Claro, não é Leonardo, que eu fui durante, a partir de muitos estudos, eu fui agregando outras teorias, hoje eu trabalho muito com regularidades e padrões, que o Dienes dava outro nome, mas o que ele

também procurava era os padrões, ele não usava esse nome, mas eu uso muito a teoria, trabalho hoje em dia, mas nunca abandonei trabalhar com materiais estruturados.

E por último, tu me perguntas **“Qual o potencial do Quadrimath hoje?”** Eu acho que já te disse. Não é hoje. O Quadrimath como um material estruturado, não vou dizer que ele é único, porque tem muitos materiais, só de Dienes tem três que eu conheço, quatro, tem aquele das famílias também. Mas tu podes construir o teu material estruturado. Se tu souberes fazer, souberes trabalhar o potencial de construção de conhecimento que tem os materiais estruturados e as representações a partir dos materiais estruturados, eles sozinhos provavelmente não terão esse potencial, o potencial eles têm de qualquer jeito, mas não serão capazes de fazer essa construção dos conceitos matemáticos não é de fazer, de proporcionar a quem manipula, mediado por um professor que entenda do seu potencial, tu ensina muitas coisas, os alunos constroem, não é que tu ensina, tu não ensina nada, os alunos constroem os conceitos matemáticos a partir da manipulação desses materiais, como o Quadrimath, ele sozinho também não vai ensinar, como os Blocos Lógicos sozinhos também não ensina, tu tem que variar as estruturas e aí está a beleza do Quadrimath, tu varia as estruturas, dentro de uma estrutura que é um quadrado, ou um triângulo que é o Trimath, tu proporciona que os alunos construam o raciocínio lógico, a lógica binária, toda a parte dos conjuntos, toda a parte dos conjuntos numérico, aí esse conceito vai ser básico para grande parte dos conceitos que tu vai trabalhar.

APÊNDICE**APÊNDICE A - Termo de consentimento da escola**

NOME DA ESCOLA, neste ato representado pela direção e por intermédio do presente instrumento, autoriza Leonardo Ribas Pereira, brasileira, estudante, CPF xxxxx, a aplicar a proposta de ensino: xxx na turma xxx e xxx do xxx ano do Ensino Médio. A Escola está ciente de que a referida proposta de ensino subsidiará o trabalho de conclusão de curso (TCC) de xxxxxx, o qual é uma exigência parcial para a obtenção do título de xxxxxx pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e é orientado pela Prof^a. Dr^a. xxxx. O autorizado, por sua vez, se obriga a manter em absoluto sigilo a identidade dos discentes e docentes da Escola que participarão da aplicação da proposta de aula.

Porto Alegre, _____ de _____ de 2019

PESQUISADOR

Prof^a. ORIENTADOR (A)

Direção da Escola

APÊNDICE B - Termo de consentimento informado

Eu, _____, RG _____
responsável pelo (a) aluno (a) _____, da
turma _____, declaro, por meio deste termo que concordei em que o (a) aluno (a)
participe da pesquisa intitulada xxxxxxx, desenvolvida pelo pesquisador xxxxxx. Fui
informado (a) ainda, que a pesquisa é orientada pela Prof^a. xxxx a quem poderei
contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (xxx) xxx
e/ou e-mail xxx.

Tenho ciência de que a participação do (a) aluno (a) não envolve nenhuma
forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a
contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado (a) dos objetivos
estritamente acadêmicos do estudo que, em linhas gerais, são: executar e analisar
uma sequência de atividades que envolvam o estudo de educação financeira por
meio de tarefas que remetam à vivência dos alunos

Fui também esclarecido (a) de que os usos das informações oferecidas pelo
(a) aluno (a) serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras,
seminários, etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do (a) aluno (a) se fará por meio de formulários escritos, bem
como da participação em encontros, em que ele (ela) será observado (a) e sua
produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas
desenvolvidas. No caso de fotos ou gravações de áudio e/ou vídeo obtidas durante
a participação do (a) aluno (a), autorizo que sejam utilizadas em atividades
acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários, etc, sem
identificação. A colaboração do (a) aluno (a) se iniciará apenas a partir da entrega
desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, em caso de dúvida, ou me sinta prejudicado (a), poderei
contatar o pesquisador responsável no endereço UFRGS e/ou pelo telefone (xx)
xxxxx e/ou pelo e-mail xxxxx

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada
com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande
do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da

Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado (a) de que o (a) aluno (a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de _____ de 2019.

Assinatura da Orientadora da Pesquisa

Assinatura do Pesquisador

Assinatura do Responsável

APÊNDICE C - Termo de assentimento livre e esclarecido

Você está sendo convidado (a) como voluntário (a) a participar da pesquisa “Revistando o Quadrimath”, sob a orientação da Prof^ª. Dr^ª. Andréia Dalcin, professora do Departamento de Ensino e Currículo na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Esta pesquisa tem a intenção de compreender como atividades envolvendo matemática financeira podem favorecer, ou não, a formação de consumidores conscientes.

Para participar desta pesquisa, o seu responsável deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo e nem receberá nenhuma vantagem financeira. Você será esclarecido (a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O seu responsável poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido (a). O pesquisador irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação.

Os resultados estarão à sua disposição quando a pesquisa for finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do seu responsável. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos, e após este tempo serão destruídos. Este termo de assentimento será impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, e a outra será entregue a você. O pesquisador tratará a sua identidade com padrões profissionais de sigilo, atendendo a legislação brasileira (Resolução Nº 466/12 do Conselho Nacional de Saúde), utilizando as informações somente para fins acadêmico e científicos.

Eu, _____, portador (a) do documento de Identidade _____, fui informado (a) dos objetivos da presente pesquisa, de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar dessa pesquisa. Recebi o termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

DADOS DO VOLUNTÁRIO DA PESQUISA

Nome Completo:

Endereço:

RG:

Telefone:

E-mail:

DADOS DO PESQUISADOR RESPONSÁVEL

Nome Completo:

Endereço:

RG:

Telefone:

E-mail:

Porto Alegre, _____ de _____ de 2019

Assinatura do Voluntário

Assinatura do Pesquisador

APÊNDICE D – Termo de autorização para uso da entrevista

Eu, abaixo assinado (a), autorizo o estudante xxxxx estudante do curso de xxxxx, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, a utilizar as informações por mim prestadas, para a elaboração de seu Trabalho de Conclusão de Curso, que tem como título xxxxx, e está sendo orientado pela Prof^a. Dr^a. xxxxx

Porto Alegre, de de 20_____ .

Assinatura do entrevistado