UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA

LOTERIA EM SALA DE AULA: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APRENDIZADO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE POR MEIO DA MEGA-SENA

GUILHERME ANTONIO SANTI

Porto Alegre
2019

GUILHERME ANTONIO SANTI

LOTERIA EM SALA DE AULA: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APRENDIZADO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE POR MEIO DA MEGA-SENA

Trabalho de conclusão de curso de Graduação apresentado ao Departamento de Matemática Pura e Aplicada do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, submetido como requisito parcial para obtenção de grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora:

Prof. Dra. Marilaine de Fraga Sant'Ana

Porto Alegre
2019

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

LOTERIA EM SALA DE AULA: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO APRENDIZADO DE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE POR MEIO DA MEGA-SENA

Guilherme Antonio Santi

Banca examinadora:

Prof ª. Dr ª. Marilaine de Fraga Sant'Ana
Instituto de Matemática e Estatística - UFRGS

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Instituto de Matemática e Estatística - UFRGS

Prof ª. Jéssica Adriane de Mello
Colégio de Aplicação – UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus familiares, por sempre estarem comigo. Aos meus pais, pelo apoio e por me proporcionarem as melhores condições para que eu pudesse alcançar meus objetivos. Aos meus irmãos que, mesmo do outro lado do mundo, mantiveram grande contato e afeto.

Ao meu amigo, colega de faculdade e de trabalho Matheus Rocco, que me acompanhou do primeiro ao último dia de aula.

Aos meus colegas de Unificado, que me deram todo apoio e os melhores conselhos nesse início de vida profissional.

Ao Cris, Alessandra, Zanella e Régis, meus grandes professores de matemática que me inspiraram e me deram oportunidades para começar a lecionar.

A todos os professores que, um dia, contribuíram com seus conhecimentos para o meu aprendizado.

À professora Marilaine, pelos ensinamentos durante a faculdade e por ter aceito ser minha orientadora neste trabalho.

A todos que, de alguma forma, me ajudaram a chegar onde estou, obrigado.

RESUMO

Este trabalho analisa a forma como os alunos constroem seu raciocínio durante a resolução de problemas na aprendizagem de análise combinatória e probabilidade por meio da Mega-Sena. A pesquisa teve aporte teórico na Resolução de Problemas de George Polya, Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato. Apresenta-se a experiência prática realizada em uma escola privada de Canoas-RS com os estudantes do segundo ano do Ensino Médio. O experimento, de viés metodológico qualitativo, consistiu na construção, aplicação e reflexão teórica de uma sequência de problemas sobre análise combinatória e probabilidade aplicadas na loteria da Mega-Sena. A partir da análise dos dados coletados na pesquisa, verificou-se a importância da resolução de problemas reais aplicada em grupos de alunos no âmbito da sala de aula e como isso influencia no processo de aprendizagem.

Palavras chave: Mega-Sena. Resolução de Problemas. Análise Combinatória. Probabilidade.

ABSTRACT

This paper analyzes how students build their thinking during problem solving in combinatorial and probability learning through Mega-Sena. The research had theoretical support in the Problem Solving of George Polya, Lourdes de la Rosa Onuchic and Norma Suely Gomes Allevato. It presents the practical experience carried out in a private school in Canoas-RS with the students of the second year of high school. The experiment, with qualitative methodological bias, consisted of the construction, application and theoretical reflection of a sequence of problems on combinatorial analysis and probability applied to the Mega-Sena lottery. From the analysis of the data collected in the research, it was verified the importance of the real problem solving applied in groups of students within the classroom and how it influences the learning process.

Keywords: Mega-Sena. Troubleshooting. Combinatorial analysis. Probability.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Durante toda a vida, passamos por diversas situações determinadas por ordem aleatória da natureza. Além disso, somos colocados em cheque no momento de escolher algo entre diversas opções. Durante a vida escolar, somos desafiados a entender um pouco mais sobre essas situações através de cálculos matemáticos. A análise combinatória e a probabilidade não são somente conteúdos, são formas de entender o que está acontecendo ao nosso redor.

Em minha experiência como estudante e, depois, professor de matemática, nunca fui um entusiasta dos conteúdos de análise combinatória e probabilidade. A interpretação do que está sendo analisado sempre foi uma dificuldade. Além de mim, me deparei com muitos outros casos semelhantes. Alunos que pulam os exercícios desses conteúdos nas provas por não saberem resolvê-los e professores que evitam os assuntos por se sentirem inseguros.

Para mim, isso começou a mudar durante a disciplina MAT01066 - Combinatória I, ministrada pela professora orientadora desse trabalho, Marilaine de Fraga Sant'ana. Depois de aprender com uma visão totalmente diferente esses conteúdos, minha missão passou a ser, como professor, estimular e facilitar o aprendizado dos alunos acerca de análise combinatória e probabilidade.

Este trabalho se dá a partir da aplicação de uma atividade a qual possui questões elaboradas por mim e outras que estiveram presentes em provas do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Pretende-se analisar aqui, a forma como os alunos que participaram da atividade construíram seu raciocínio até encontrar uma possível resposta. Além disso, fazer uma reflexão de como os conteúdos de análise combinatória e probabilidade são propostos na BNCC e ENEM.

A motivação por esse tema surgiu no segundo semestre de 2018, quando estava cursando a disciplina da graduação intitulada EDU2X15 - Estágio em Educação Matemática III. Como atividade obrigatória da disciplina, lecionei para turmas de primeiro, segundo e terceiro anos do Ensino Médio durante aproximadamente dois meses.

Na turma do segundo ano, o conteúdo a ser trabalhado era probabilidade. Ao iniciar o estágio, utilizei o livro didático – elaborado pela escola – como fonte de exercícios para praticar o conteúdo ministrado em aula. Entretanto, em um certo momento, percebi que o livro era repetitivo e insuficiente. Com isso, decidi criar uma atividade para que os alunos pudessem trabalhar em grupo. Porém, não bastava ser uma atividade com os mesmos exemplos do livro, eu queria algo diferente. Nesse momento, então, recordei que o ENEM já havia elaborado questões sobre esse mesmo conteúdo e que envolviam o jogo lotérico Mega-Sena. Tendo isso em vista, pesquisei sobre o funcionamento do sorteio e verifiquei como os conteúdos matemáticos citados acima estavam presentes na loteria. Então, além de duas questões do ENEM, levei aos alunos uma atividade com questões elaboradas por mim.

A aplicação da atividade demonstrou bons resultados em sala de aula, muito mais do que o esperado. Quando comecei a explicar aos alunos o funcionamento da loteria, já que nem todos sabiam, muitos já me fizeram perguntas. Nesse momento, percebi como aquele assunto despertava a curiosidade neles, já que era algo muito presente no cotidiano de todos. Durante a atividade, que foi feita em grupos de 3 ou 4 alunos, muitas discussões foram geradas.

Infelizmente, como havia pouco tempo e muitos alunos em sala de aula, não consegui me aprofundar tanto nas discussões dos grupos, o que me deixou triste em um primeiro momento. Entretanto, paralelo a isso, eu estava também cursando a disciplina intitulada MAT01048 - Pesquisa em Educação Matemática. Nessa disciplina, projetando esse trabalho, decidi que queria me aprofundar no assunto e aplicar a atividade novamente, agora para registrá-la melhor.

Nesse trabalho, é revelado como ocorreu e analisada a atividade conforme as ideias de alguns autores na visão de resolução de problemas. Segundo Dante (1998, p.13), “ensinar a resolver problema é uma tarefa mais difícil do que ensinar conceitos, habilidades e algoritmos matemáticos”. O professor deve fazer perguntas para que os alunos possam compreender o problema. Os alunos devem ser encorajados a fazer perguntas ao professor e entre eles mesmos, e é isso que será feito nessa pesquisa.

O texto está organizado da seguinte forma: No capítulo 2 apresentam-se os objetivos traçados no início da pesquisa. No capítulo 3, encontra-se a fundamentação teórica sobre resolução de problemas aplicada no contexto da pesquisa. No capítulo 4, há uma breve explicação de como funciona o jogo lotérico da Mega-Sena e qual é o conceito matemático por trás dela. No capítulo 5, expõem-se os processos metodológicos dessa pesquisa, os sujeitos participantes e os materiais e métodos utilizados. As análises do experimento constam no capítulo 6 e, por fim, no capítulo 7, apresentam-se as reflexões finais deste trabalho.

2. OBJETIVOS

Pelo surgimento do questionamento sobre como resolução de problemas influencia na aprendizagem de análise combinatória e probabilidade por meio do estudo do funcionamento da Mega-Sena, elencam-se a seguir os objetivos gerais e específicos dessa pesquisa.

2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral da presente pesquisa é: analisar por meio de investigação, como a resolução de problemas em grupos influencia na aprendizagem de análise combinatória e probabilidade por parte dos estudantes.

2.2 Objetivos Específicos

- Analisar o que as competências do Exame Nacional do Ensino Médio exigem ao aluno na cobrança de conhecimento sobre análise combinatória e probabilidade no momento da prova;

- Analisar o Plano Nacional Curricular, de forma a entender-se quais são as competências e habilidades que são esperados do aluno acerca do assunto;

- Planejar e executar uma sequência de atividades que envolva o uso de análise combinatória e probabilidade por meio da Mega-Sena;

- Analisar como a resolução de problemas influencia no processo de aprendizagem do conteúdo analisado na pesquisa.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo Fraga (2013, p. 11) os primeiros registros feitos pelos egípcios e romanos já foram em forma de sorteios. Portanto, há tempos o ser humano lança a sorte sobre um jogo, na esperança de que pode obter um resultado favorável, e, assim, conquistar bens de maneira mais fácil e rápida.

No nosso cotidiano, há diversas situações nas quais as pessoas acreditam ter sorte. Uma dessas situações é o sorteio nos jogos de azar, como os de loteria. Isso independe do conhecimento matemático dessas pessoas. Apesar da sorte ou azar ser uma concepção meramente aleatória, a teoria da probabilidade poderá ajudar a explicar matematicamente tais situações. Ainda de acordo com Fraga (2013, p.11), a primeira loteria no Brasil surgiu em 1784, em Vila Rica (atual Ouro Preto), com o objetivo de arrecadar fundos para construção de prédios públicos. Em 1962, o Governo Federal decidiu que as loterias deveriam ser exploradas pelo Poder público, foi então criada a Loteria Federal do Brasil. Em 1970, foi criada a Loteria Esportiva e, em 1979, foi autorizada a criação da Loto. A partir de então, várias loterias foram criadas no Brasil, algumas com sucesso, outras nem tanto, como foi a Trinca, que iniciou suas apostas em 1997 e deixou de existir três anos depois.

Durante o trabalho do professor em sala de aula, acredito que um de seus maiores desafios seja fazer com que o aluno consiga construir de forma mais autônoma possível o conhecimento a cerca do conteúdo estudado. Para isso, surge a ferramenta de solução de problemas. Segundo Polya (1977, p.5), "há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta". Portanto, é fundamental que o professor crie um ambiente propício para o aprendizado do aluno através de problemas e suas soluções.

Um dos precursores na área de resolução de problemas, principal objeto de estudo deste trabalho, George Polya. Em seu livro intitulado "A arte de resolver problemas", Polya elabora um método a ser seguido em sala de aula:

Primeiro passo: Compreensão do problema

Nesse passo, Polya sugere uma série de perguntas e ordens para que se compreenda melhor o problema, como por exemplo:

Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente?

Ou redundante? Ou contraditória? Trace uma figura. Adote uma notação adequada. Separe as diversas partes da condicionante. É possível anotá-las?

Segundo passo: Estabelecimento de um plano

Nesse passo Polya sugere que se encontre a conexão entre os dados e a incógnita. Além disso, chama a atenção de que é possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. Por fim, é preciso chegar a um plano para a resolução.

Terceiro passo: Execução do plano

Nesse passo, Polya chama a atenção para alguns pontos como: Ao executar o seu plano de resolução, verifique cada passo. É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?

Quarto passo: Retrospecto

Nesse passo, Polya quer que seja examinada a solução obtida e, para isso, sugere algumas perguntas: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível perceber isto num relance? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Além de Polya, Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato também criaram um passo a passo para o ensino por meio da resolução de problemas. As autoras afirmam que "(...) ao considerar o ensino-aprendizagem-avaliação, isto é, ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos ocorrem simultaneamente, sugere que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos" (ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, p.81). Assim, o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção do conhecimento.

O passo a passo de Onuchic e Allevato (apud Mesquita, 2004, p. 32) segue a seguinte ordem:

Primeiro passo: Preparação do Problema:

O professor deve selecionar um problema (chamado gerador) visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento.

Segundo passo: Leitura individual

O professor deve entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.

Terceiro passo: Leitura em conjunto

O professor deve formar grupos e solicitar uma nova leitura do problema.

Quarto passo: Resolução do problema

A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo devem buscar resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da Matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo, da sua resolução conduzirá os alunos à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula;

Quinto passo: observar e incentivar

Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa e avalia o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Além disso, o professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e métodos para poderem resolver o problema.

Sexto passo: Registro das resoluções no quadro:

Os representantes de cada grupo devem ir para o quadro registrar suas resoluções e discutir sobre as diferentes respostas, sejam elas certas ou erradas.

Sétimo passo: Plenária

Nessa etapa, todos os alunos são convidados a discutir suas respostas.

Oitavo passo: Busca do consenso

Busca do consenso: Depois de sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções, o professor deve tentar, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado obtido.

Nono passo: Formalização do conteúdo

Neste momento o professor deve formalizar a apresentação organizada e estruturada em linguagem matemática, padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos por meio da Resolução de Problemas, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

Podemos perceber, então, semelhanças e diferenças desses dois grandes referenciais na resolução de problemas. Portanto, para essa pesquisa, foram utilizados alguns passos específicos de ambos os processos os quais serão especificados no capítulo 6 (análise do experimento).

Além disso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), elegem a resolução de problemas como metodologia de ensino da Matemática. Em relação ao objeto dessa pesquisa, ensinar análise combinatória e probabilidade através da Mega-Sena, foi em função de que, em geral, as pessoas acreditam que, apostando em jogos de azar, possam ser premiadas, sem que conheçam suas chances probabilística de acertos. No entanto, segundo os PCN's, o pensar e o fazer mobilizam e se desenvolvem

> Quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução; e, para isso, os desafios devem ser reais. (BRASIL, 2017, p.113).

Outro ponto importante a ser discutido, é a ausência desses conteúdos em sala de aula. Podemos observar em entrevistas feitas por Gonzaga (2015, p. 22) o desinteresse dos próprios professores em ministrar aulas sobre probabilidade e análise combinatória:

> - Pesquisador: você ensina probabilidade e análise combinatória? E por que você acha necessário o ensino desses conteúdos?
>
> - Entrevistado A: Bom, atualmente não ensino probabilidade e análise combinatória por se tratar de um conteúdo muito difícil e que demanda muito tempo e cai pouco no vestibular.

Muitos professores do Ensino Médio sentem-se inseguros quando precisam abordar conteúdos de probabilidade. Conforme o *Caderno do Professor*, elaborado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo: "os conteúdos pertinentes à Análise Combinatória e ao Cálculo de Probabilidades, [...] costumam trazer desconforto não apenas aos estudantes, mas também aos professores" (São Paulo, 2008, p. 9).

Outro relato feito por Gonzaga (2015) foi: “a professora me informou que os conteúdos (análise combinatória e probabilidade) não constam no plano da escola, pois são considerados de difícil aprendizagem, e requerem muito tempo do professor, o que pode atrasar os outros conteúdos. Então, a escola resolveu focar nos conteúdos que serviriam para o cotidiano dos alunos e retirar esses do plano.”

Podemos perceber que essa visão é equivocada em dois sentidos. Primeiro, mesmo que os conteúdos não seja muito “aplicável” no cotidiano do aluno, ele está previsto nos PCN’s e deve ser ensinado em sala de aula. Entretanto, o que torna mais evidente o equívoco da escola, é que esses conteúdos são aplicáveis em exemplos palpáveis para o estudante. Isso possibilita que o professor possa abordar o assunto de diversas maneiras e que o aluno se interesse cada vez mais pelo que está sendo estudado. Como estratégia de mudança, então, a resolução de problemas passa a ser uma alternativa para professores que, muitas vezes, se sentem inseguros ao ministrar tais conteúdos em sala de aula.

Ao contrário do que o professor entrevistado disse anteriormente, esses conteúdos são sim abordados com frequência também em vestibulares e no ENEM. De acordo com a competência 7 do Exame Nacional do Ensino Médio, o aluno deve compreender o caráter aleatório e não-determinístico dos fenômenos naturais e sociais e utilizar instrumentos adequados para medidas, determinação de amostras e cálculos de probabilidade para interpretar informações de variáveis apresentadas em uma distribuição estatística. Além disso, dentro dessa competência, deve-se também desenvolver as seguintes habilidades:

> H27 - Calcular medidas de tendência central ou de dispersão de um conjunto de dados expressos em uma tabela de frequências de dados agrupados (não em classes) ou em gráficos;
> H28 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade;
> H29 - Utilizar conhecimentos de estatística e probabilidade como recurso para a construção de argumentação;
> H30 - Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos de estatística e probabilidade. (BRASIL, 2009, p.7)

A ideia de aplicar essa atividade surgiu com o propósito inicial de estimular a criticidade e o raciocínio lógico dos alunos dentro dos conteúdos propostos. Conforme Skovsmose (2008, p. 21): “Um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações.”.

Podemos perceber também, que, muitas vezes, os exercícios de livros didáticos são repetitivos e não fomentam o pensamento crítico do aluno, apenas a sua reprodução, como afirma Mandarino (2004, p.7): “Resolver problemas não é simplesmente aplicar uma fórmula tal para encontrar um resultado. Não é simplesmente memorizar e reproduzir um algoritmo, sem que se saiba muito bem por que e para quê.”.

Portanto, este trabalho procurou realizar uma sequência de atividades sobre análise combinatória e probabilidade aplicadas na loteria da Mega-Sena. Dessa forma, foi possível analisar os passos citados anteriormente e compreender como a resolução de problemas manifestou-se na pesquisa.

4. A MEGA-SENA

Objeto central deste trabalho, a Mega-Sena tem sido a maior modalidade lotérica do Brasil, sendo uma entre as dez modalidades atuais das loterias da Caixa (Caixa Econômica Federal), com sorteios ordinários duas vezes por semana, além da Mega-Sena da Virada e outras modalidades de prêmios.

A Mega-Sena foi lançada em março de 1996 e já premiou mais de 200 ganhadores na faixa principal. Ela é organizada pela Caixa Econômica Federal. Segundo a Portaria 51/2008[1], publicada no Diário Oficial da União em julho de 2008, a Caixa é responsável por executar e fazer alterações nas Loterias de Prognósticos Numéricos denominadas Quina, Dupla e Mega-Sena. Nessa portaria, estabelecem-se as regras de funcionamento da Mega-Sena, como explicadas em seguida e disponíveis no site da Caixa Econômica Federal[2].

4.1. Como funciona

Para ganhar o prêmio máximo da Mega-Sena, é necessário acertar a sena, o que significa obter coincidência entre seis dos números apostados e os seis números sorteados, de um total de sessenta dezenas (de 01 a 60), independentemente da ordem da aposta ou da ordem do sorteio.

Como jogar: a Mega-Sena paga milhões para o acertador dos 6 números sorteados. Ainda é possível ganhar prêmios ao acertar 4 ou 5 números dentre os 60 disponíveis no volante de apostas. Para realizar o sonho de ser o próximo milionário, é necessário marcar de 6 a 15 números do volante (Figura 1), podendo deixar que o sistema escolha os números para você (Surpresinha) e/ou concorrer com a mesma aposta por 2, 4 ou 8 concursos consecutivos (Teimosinha).

Sorteios: Os sorteios da Mega-Sena são realizados duas vezes por semana, às quartas e aos sábados.

Apostas: A aposta mínima, de 6 números, custa R$ 3,50. Quanto mais números marcar, maior o preço da aposta e maiores as chances de faturar o prêmio mais cobiçado do país.

---

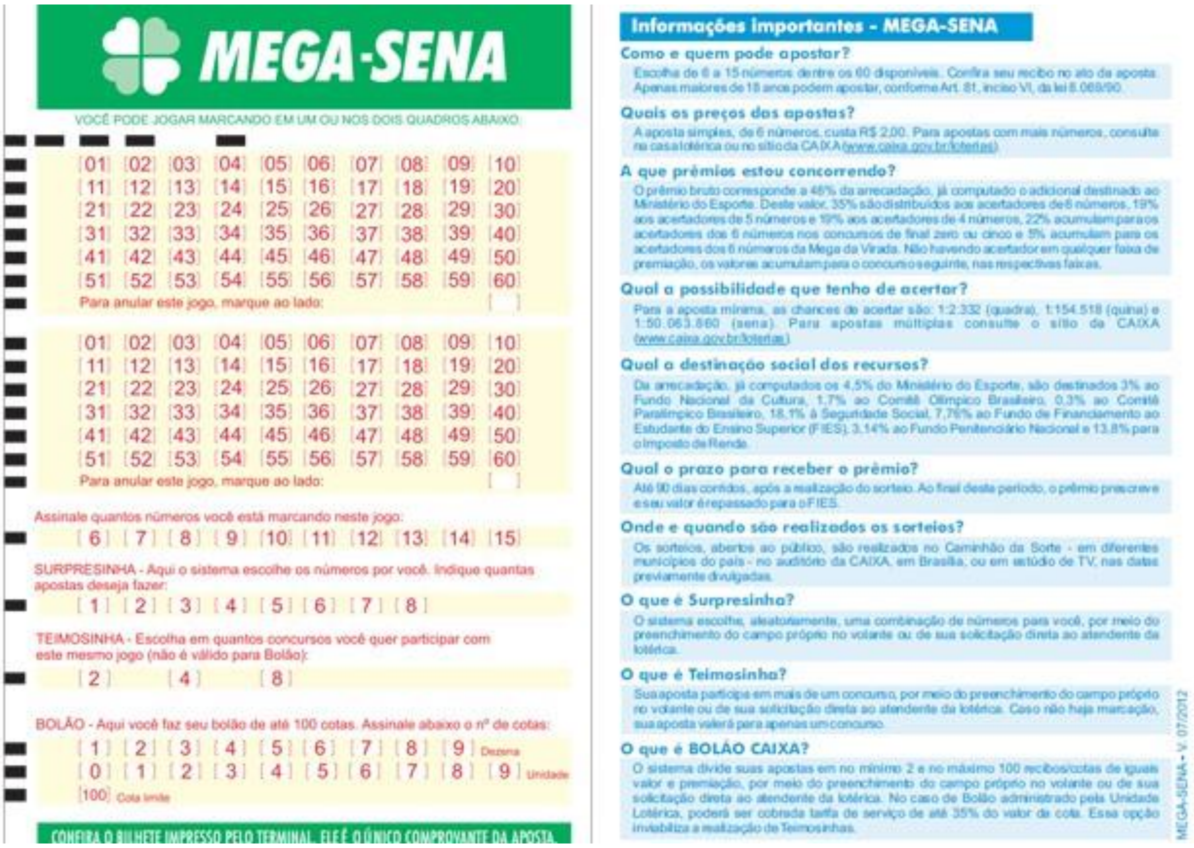
[1] Disponível em: <http://pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?data=01/07/2008&jornal=1&pagina=45&totalArquivos=108> Acesso em: 15 de outubro de 2019.

[2] Disponível em: < http://loterias.caixa.gov.br/wps/portal/loterias/landing/megasena/> Acesso em: 15 de outubro de 2019.

Premiação: O prêmio bruto corresponde a 43,35% da arrecadação. Dessa porcentagem:

- 35% são distribuídos entre os acertadores dos 6 números sorteados (Sena);
- 19% entre os acertadores de 5 números (Quina);
- 19% entre os acertadores de 4 números (Quadra);
- 22% ficam acumulados e são distribuídos aos acertadores dos 6 números nos concursos de final 0 ou 5.
- 5% ficam acumulados para a primeira faixa - sena - do último concurso do ano de final 0 ou 5 (Mega da Virada).

Figura 1: O cartão que deve ser preenchido com a aposta.



Fonte: G1[3]

[3] Disponível em: http://g1.globo.com/loteria/noticia/2012/10/entenda-como-funciona-o-novo-bolao-da-caixa.html. Acesso em Out. 2019.

Figura 2: O valor de um cartão dependendo da quantidade de números escolhidos.

Fonte: Sinlopar[4].

Recebimento de prêmios: o vencedor pode receber seu prêmio em qualquer casa lotérica credenciada ou nas agências da Caixa. Caso o prêmio líquido seja superior a R$ 1.332,78 (bruto de R$ 1.903,98) o pagamento pode ser realizado somente nas agências da Caixa. Valores iguais ou acima de R$ 10.000,00 são pagos após 2 dias de sua apresentação na agência da Caixa.

Acumulação: Não havendo acertador em qualquer faixa, o valor acumula para o concurso seguinte, na respectiva faixa de premiação.

4.2. A análise combinatória e a probabilidade na Mega-Sena

Como dito anteriormente, a aposta consiste em escolher de 6 a 15 números (em um total de 60) para apostar. O sorteio é feito sempre com 6 números. Portanto, quanto mais números são escolhidos, maior é a chance de ganhar, por exemplo:

Escolhendo os 6 números: 1, 2, 3, 4, 5 e 6, podemos formar apenas um jogo com 6 números (a ordem deles não importa).

Escolhendo os 7 números: 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, podemos formar 7 jogos, sendo eles:

- 1, 2, 3, 4, 5 e 6;
- 1, 2, 3, 4, 6 e 7;
- 1, 2, 3, 5, 6 e 7;
- 1, 2, 4, 5, 6 e 7;
- 1, 3, 4, 5, 6 e 7;
- 1, 2, 3, 4, 5, e 7;
- 2, 3, 4, 5, 6 e 7;

[4] Disponível em: <https://sinlopar.com.br/cartaz-caixa-precos-das-apostas/>. Acesso em Out. 2019.

Como é um jogo de escolha de números e que sua ordem não importa, pode-se observar que a quantidade de jogos é dada por C_n^6, sendo n a quantidade de números escolhidos (de 6 a 15). Portanto, segue abaixo a quantidade de jogos que representa um só jogo, porém, com diferentes números de apostas.

Tabela 1: Relação das apostas.

QUANTIDADE DE NÚMEROS ESCOLHIDOS	PREÇO DA APOSTA (EM REAIS)	NÚMERO DE APOSTAS SIMPLES
6	3,50	C_6^6 = 1
7	24,50	C_7^6 = 7
8	98	C_8^6 = 28
9	294	C_9^6 = 84
10	735	C_{10}^6 = 210
11	1.617	C_{11}^6 = 462
12	3.234	C_{12}^6 = 924
13	6.006	C_{13}^6 = 1.716
14	10.510,50	C_{14}^6 = 3.003
15	17.517,50	C_{15}^6 = 5.005

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, quanto mais números são escolhidos, mais apostas simples diferentes são feitas, porém, o apostador deve desembolsar o valor proporcional ao número de apostas simples que está fazendo (não há desconto ao apostar mais números, por exemplo).

A probabilidade na Mega-Sena: talvez ainda mais evidente que a análise combinatória, a probabilidade aparece na loteria claramente no cálculo das chances que o apostador tem de ganhar. Quanto mais apostas são feitas, maiores as chances. A partir disso, pode-se calcular o total de combinações possíveis no sorteio, e, dependendo de quantas apostas são feitas, calcular a chance de ganhar:

$$\text{Probabilidade de ganhar na Mega} - \text{Sena} = \frac{número\ de\ jogos\ simples\ feitos}{total\ de\ jogos\ possíveis}$$

Para calcularmos o total de jogos possíveis, basta escolher 6 números do total de 60 disponíveis para o sorteio. Logo, uma combinação C_{60}^{6}, que resulta em 50.063.860.

Ou seja, se o apostador faz um jogo simples de 6 números, tem uma chance em mais de 50 milhões. A partir disso, podemos criar uma tabela que relaciona o número de apostas com as chances de ganhar a loteria.

Tabela 2: Relação número de apostas/Probabilidade de ganhar

NÚMERO DE APOSTAS SIMPLES	PROBABILIDADE DE GANHAR (UMA EM)
C_{6}^{6} = 1	50.063.860
C_{7}^{6} = 7	7.151.980
C_{8}^{6} = 28	1.787.995
C_{9}^{6} = 84	595.998
C_{10}^{6} = 210	238.399
C_{11}^{6} = 462	108.323
C_{12}^{6} = 924	54.182
C_{13}^{6} = 1.716	29.175
C_{14}^{6} = 3.003	16.671
C_{15}^{6} = 5.005	10.003

Fonte: elaborada pelo autor.

Portanto, pode-se dizer que os conteúdos trabalhados no ensino médio (análise combinatória e probabilidade) estão diretamente relacionados com a Mega-Sena. Eles são utilizados para o calcular tanto o número de jogos possíveis, quanto a probabilidade de acerto no jogo.

5. PROCESSOS METODOLÓGICOS

Nesta seção, são apresentadas as características da pesquisa qualitativa, indicados os sujeitos e o contexto da pesquisa. Além disso, será exposta a atividade aplicada e os instrumentos utilizados para a coleta dos dados apresentados como materiais e métodos.

Os problemas foram, em sua maioria, elaborados por mim com o foco no estudo de probabilidade e análise combinatória por meio da loteria Mega-Sena. Os problemas foram construídos com o intuito de provocar, a partir do trabalho coletivo, as reflexões dos participantes e com a mínima interferência do professor, buscando a resposta da pergunta central desta pesquisa: como a resolução de problemas influencia no aprendizado de análise combinatória e probabilidade por meio da Mega-Sena?

Para construir uma resposta para a pergunta central desta pesquisa e a realização dos objetivos, escolheu-se desenvolver o trabalho a partir de uma metodologia que visasse esclarecer o problema em estudo. Para isso, o caminho escolhido foi usar o conceito de pesquisa qualitativa.

Garnica (2004) caracteriza pesquisa qualitativa como aquela que tem as características abaixo:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p. 86).

Araújo e Borba (2004) enfatizam que a pesquisa qualitativa precisa ter como base uma visão de conhecimento que esteja em sintonia com procedimentos como entrevistas, análises de vídeos, etc. "O que se convencionou chamar de pesquisa qualitativa, prioriza procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida". (BORBA, 2004, pg. 2)

Bogdan e Biklen (1994) explicitam bem esta questão:

> Embora os dados quantitativos recolhidos por outras pessoas (avaliadores, administradores e outros investigadores) possam ser convencionalmente úteis tal como foram descritos, os investigadores qualitativos dispõem-se à recolha de dados quantitativos de forma crítica. Não é que os números por si não tenham

> valor. Em vez disso, o investigador qualitativo tende a virar o processo de compilação na sua cabeça perguntando-se o que os números dizem acerca das suposições das pessoas que os usam e os compilam. [...] Os investigadores qualitativos são inflexíveis em não tomar os dados quantitativos por seu valor facial (p. 195).

Além disso, Bodgan e Biklen citam as cinco características de uma pesquisa qualitativa, as quais serão explanadas a seguir.

Característica 1: A fonte dos dados é o ambiente natural, tomando o investigador como o objeto principal.

> Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque se preocupam com o contexto. Entendem que ações podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência. (...) (Metz, 1978). Os investigadores qualitativos assumem que o comportamento humano é significativamente influenciado pelo contexto em que ocorre, deslocando-se, sempre que possível, ao local de estudo. (BODGAN e BIKLEN, 1994, p.48)

Característica 2: A pesquisa qualitativa é descritiva, ou seja, "os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números. Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitado, tanto quanto o possível, a forma em que os dados foram registrados ou transcritos." (BODGAN e BIKLEN, p.48, 1994).

Característica 3: Em pesquisa qualitativa há predomínio pelo "interesse no processo da pesquisa do que pelos resultados". (BODGAN e BIKLEN, p.49, 1994).

Característica 4: Há uma tendência de análise dos dados de forma indutiva. "Não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar o infirmar hipóteses construídas previamente; ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos se vão agrupando". (BODGAN e BIKLEN, 1994, p.50).

Característica 5: Destaca-se a importância do significado. "Os investigadores que fazem uso deste tipo de abordagem estão interessados no modo como diferentes pessoas dão sentido às suas vidas." (BODGAN e BIKLEN, 1994, p.50).

Portanto, a pesquisa qualitativa é a que mais se adapta à pesquisa, já que se pretende analisar o diálogo entre os estudantes durante a resolução de problemas envolvendo análise combinatória e probabilidade na Mega-Sena, observando as discussões matemáticas que emergem ao trabalharem em grupos. Meu papel como pesquisador investigador durante a pesquisa foi essencial, dado que estive presente em todo o experimento, coletei os materiais escritos dos estudantes e registrei em gravações de áudio e vídeo todas as discussões dos sujeitos da pesquisa, as quais foram os principais objetos de análise, sendo esses dois de caráter descritivo e de extrema importância no resultado da pesquisa.

Dessa maneira, a coleta dos materiais escritos e o registro de todas as discussões dos sujeitos em áudios proporcionam a essa pesquisa perspectivas distintas de dados similares. Assim, a combinação de diferentes métodos de recolhimento de dados consolida o resultado dessa pesquisa.

A sequência de problemas propostos para a pesquisa deste trabalho foi aplicada em uma escola privada de Canoas-RS no dia 15 de outubro de 2019, das 15h30min às 17h30min. Nessa data, os alunos já haviam aprendido os conteúdos de análise combinatória e probabilidade na escola. A oficina foi oferecida a alunos do segundo ano do Ensino Médio. De um total de aproximadamente 70 alunos, 7 participaram da atividade.

Os alunos participantes da pesquisa tinham idade entre 15 e 17 anos e todos foram autorizados pelos seus responsáveis através do termo de consentimento (Anexo 1). A oficina foi feita em uma sala de aula da escola, que estava desocupada no turno da tarde.

6. ANÁLISE DO EXPERIMENTO

A análise das atividades será feita na mesma ordem da aplicação delas. Apresentam-se os resultados do experimento por meio das transcrições de trechos de áudios de dois grupos. Esses áudios exemplificam como eles refletiram sobre as questões. Além disso, as produções escritas dos grupos foram coletadas e também serão exibidas. A partir do passo a passo de Onuchic e Allevato, elaborei as questões já pensando na construção de conhecimento que os alunos poderiam ter durante suas resoluções.

De início, organizei os 7 alunos presentes em dois grupos, um com 3 integrantes (grupo 1) e outro com 4 integrantes (grupo 2). Após essa organização, apresento aos alunos brevemente o funcionamento da Mega-Sena. Fiz isso pois, mesmo que já conhecessem e tivessem ouvido falar, nem todos sabiam como funcionava exatamente o sorteio.

Para começar, expliquei aos alunos que o sorteio funcionava da seguinte maneira: dentre um universo de 60 números, deveríamos escolher 6. No dia do sorteio, eram escolhidos aleatoriamente 6 números, desses 60. Se os 6 números sorteados fossem exatamente os mesmos dos escolhidos, você receberia o prêmio. Dessa forma, escolhi, com a ajuda dos alunos, o exemplo de sorteio com os números 5, 17, 36, 47, 49 e 58. Com isso, expliquei a eles que essa escolha seria contemplada com o prêmio, somente se o resultado do sorteio fosse exatamente os mesmos números escolhidos. Além disso, expliquei como funcionava o premio da Quina, quando alguém acerta 5 dos 6 números escolhidos. Por exemplo, se tivéssemos escolhido os números 5, 17, 36, 47, 49 e 58, mas, no sorteio saíssem 5, 17, 36, 47, 50, 58, receberíamos o prêmio da Quina, muito inferior ao da Mega-Sena.

Depois, para terminar a explicação, mostrei para eles a tabela de preços por cartela dependendo da quantidade de números escolhidos nessa cartela. Logo de início, eles se assustaram muito com o valor de alguns jogos, principalmente com o maior deles (15 números custam R$ 17.517,50).

Para eles entenderem melhor essa relação, continuei com o exemplo anterior, mas adicionei um número na aposta, tornando ela 5, 17, 36, 47, 49, 50 e 58. Com isso, se, no sorteio saíssem os números 5, 17, 36, 47, 50, 58, como dito anteriormente, o jogador seria premiado na Mega-Sena, pois todos os números sorteados foram escolhidos por ele. Em contrapartida, para escolher esse número a mais, o apostador precisou desembolsar um valor maior.

Ao terminar a explicação sobre a Mega-Sena em geral, entreguei aos grupos as folhas com o questionário a ser feito por eles. A instrução em geral era: façam sempre discutindo em grupo o que vocês pensarem. Depois de entregar a folha com as perguntas, deu-se início à resolução dos problemas.

6.1 Questão 1

- Existe vantagem (desconto) ao se apostar mais números? Por quê?

GRUPO 1

Quadro 1: diálogo do grupo 1, questão 1.

C – Esse 17 mil e pouco tu consegue por 15 números, mas imagina quantas cartelinhas com 6 números tu pode comprar. *A – Se eu tenho 15 números, 15 jogos de 6 números da 42,50.* *B – Eu acho que é mais vantajoso gastar todo esse dinheiro em jogos de 6 números.* *A – Eu acho mais vantajoso também.* *C – Mas por quê? Tipo, eu tenho essa sensação, só não sei por quê.*

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse início de diálogo, já podemos perceber a construção da resolução do problema a partir do diálogo dos alunos. Entretanto, como percebi certa dificuldade na interpretação do enunciado, interrompi a discussão dos grupos para explicar um pouco o problema. Dei um exemplo do cotidiano para que eles pudessem entender melhor. Perguntei a eles: se no mercado cada refrigerante custa 4 reais, e tem um cartaz dizendo "3 refrigerantes por 10". É vantajosa essa compra? Existe desconto? A resposta foi sim de forma unânime. Expliquei a eles, então, que a vantagem dita na questão era essa.

Quadro 2: diálogo do grupo 1, questão 1.

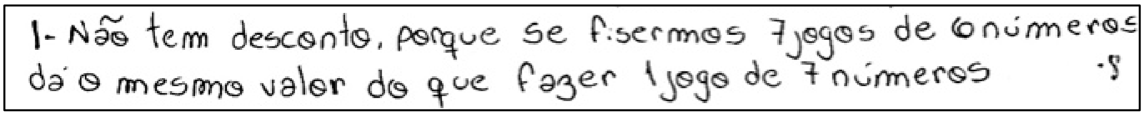
A – Se eu multiplicar 3,50 que é um jogo de 6 números por 10 dá 35. Então jogar 7 números é menos de 10 jogos. Tá então faz 3,50 vezes 7. *B – 24,5.* *A – Ba, eu acertei em cheio.* *C – É, tem 7 jogos aí dentro.* *A – Olha só, se tu faz 7 jogos de 3,50, da 24,50, não tem desconto.*

Fonte: arquivo pessoal.

Com essa interferência, sugerida no quinto passo definido por Onuchic & Allevato (2004), tentei influenciar o mínimo possível na resposta dos alunos, apenas questionando-os sobre o assunto. Além disso, a utilização de um exemplo real, do cotidiano dos alunos, convém com o PCN (2017), que sugere essa ação para um melhor aprendizado do aluno.

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2017, pg. 111).

Figura 3: resolução do grupo 1, questão 1.


1- Não tem desconto, porque se fisermos 7 jogos de 6 números dá o mesmo valor do que fazer 1 jogo de 7 números

Fonte: arquivo pessoal.

6.2 Questão 2

- Se você tiver R$ 50,00, qual a melhor opção de aposta?

GRUPO 1

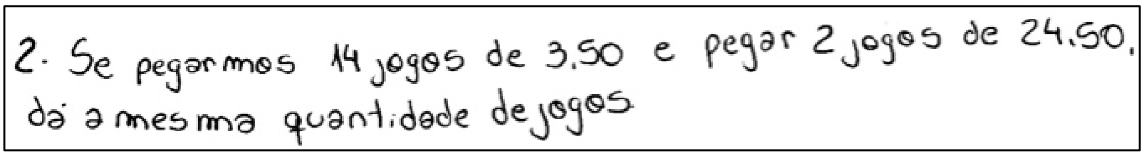
Quadro 3: diálogo do grupo 1, questão 2.

C – Vamos ver qual vai dar mais: 50 dividido por 3,50 da 14,2 e 50...
B – 50 dividido por 24,5...
C – Na verdade não faz sentido esse cálculo, porque um é para 6 números e outro para 7.
C – Olha, daria para fazer 14 jogos com 49 reais... é, dá a mesma coisa, não vai mudar nada, não vai sobrar dinheiro para comprar mais uma cartela de 3,50. Com 49 reais da para comprar 14 jogos aqui e 2 aqui, mas dentro desses 2 jogos da 7 cada, então são 14 jogos também.

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse trecho de diálogo do grupo 1, podemos observar o terceiro passo definido por Polya, citado na seção 2 dessa pesquisa, a execução de um plano. O aluno C partiu logo de início para a resolução de uma divisão. Entretanto, no trecho destacado, ele mesmo, após um momento de reflexão, se questionou: "é possível verificar claramente que o passo está correto?" (POLYA, 1977, pg. 9). Ao perceber que não, mudou-se então a estratégia de resolução e partiu-se para outra, mais adequada.

Figura 4: resolução do grupo 1, questão 2.


2. Se pegarmos 14 jogos de 3.50 e pegar 2 jogos de 24.50,
dá a mesma quantidade de jogos

Fonte: arquivo pessoal.

6.3 Questão 3

- Qual a probabilidade de se ganhar na Mega-Sena fazendo uma aposta simples de 6 números?

GRUPO 1

Quadro 4: diálogo do grupo 1, questão 3.

C – A 3 é de 1/10.
B – 1/10 por quê?
C – Porque é 6/60 que é o que tu tem sobre o total, e é a mesma coisa que 1/10.
B – Mas 1/10 seria muito alta.
A – Não, são 60 números, mas tu pode jogar 6 vezes em cada um. 60 vezes 6 talvez?
Professor – lembrem da matéria que vocês estudaram, pra realizar o sorteio a gente precisa escolher quantos números?
B – Para mim é uma combinação.
A – Tá, tem que fazer a combinação de 60 escolhe 6.
C – 50 mil e pouco deu, essa é a probabilidade.
B – Não, agora tem que fazer a probabilidade.
C – Que é 6 de 50.063.860.
B – Mas por que 6?
C – Porque tu tem 6 números.
B – Mas acho que não são números, são jogos.
C – É, então é 1 sobre esse número.

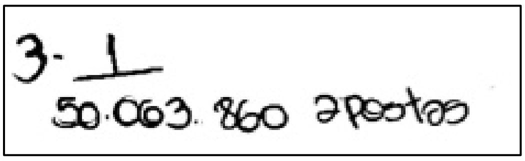
Fonte: arquivo pessoal.

Nesse trecho podemos perceber novamente o PCN (2017) em destaque. Durante uma questão qualquer de probabilidade, raramente vejo alunos analisando se o valor encontrado é plausível. Entretanto, nessa atividade temos algo muito real e presente no cotidiano dos alunos. Por esse motivo, o aluno B conseguiu perceber que 1/10 seria uma probabilidade muito grande de ganhar o sorteio.

> Os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática. Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa (Van de Walle, 2009, p. 57).

Ainda segundo Van de Walle (2009, p. 74), “enquanto os estudantes descrevem e avaliam as resoluções para as tarefas [...] compartilham abordagens e fazem conjecturas [...] começam a ser autores de ideias e a desenvolver uma sensação de poder dar significado às ideias matemáticas”.

Figura 5: resolução do grupo 1, questão 3.



Fonte: arquivo pessoal.

GRUPO 2

Quadro 5: diálogo do grupo 2, questão 3.

F - É 6/60.
E - Pois é, 1/10.
D – Não seria tipo, 6 espacinhos? 60 números, 59 números, 58 e assim vai?
G – Acho que sim.
F – Aaaaa, 60 escolhe 6, é combinação.
G – A ordem não importa, é combinação ou arranjo?
D – Combinação.
E – E antes a gente pensou em 1/10 (risos)
F – Já fez a conta?
D – Estamos fazendo.
E – 6 bilhões.
D – Tá, agora divide por 120.
D – Deu só isso aqui, bem pouquinho (risos).
F – Tá, deixa eu anotar, 50.063.860.
D – Tá, isso na porcentagem quanto é? É uma entre esse número?
G – Aham, acho que é isso, ou é o 6 junto?
D – Tá, espera aí, o que a gente tem aqui? Essa é a chance de tu acertar os 6 então?
F – Meu, a chance de ganhar o jogo é isso aqui entendeu? (Se referindo aos 50.063.860)
D – Tá, então é 1 entre isso aí. Tem que ter esse 1 aí, é uma entre 50 milhões, não pode ser só 50 milhões.

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse diálogo do grupo 2, ainda sobre a questão 3, podemos destacar o grande engajamento e a discussão do grupo. Eles mesmos, ao dialogarem, sem a interferência do professor, partiram de um raciocínio equivocado (probabilidade de 1/10) para a resposta correta do problema. Isso é relatado no quarto passo de Onuchic & Allevato (2004), pois "a partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo devem buscar resolvê-lo".

Figura 6: resolução do grupo 2, questão 3.

$$3 - C_{60}^{6} = \frac{60!}{6!\,54!} = \frac{1}{50.063.860}$$

Fonte: arquivo pessoal.

6.4 Questão 5

- Fazer uma aposta de 9 números é equivalente a quantas apostas de 6 números?

GRUPO 1

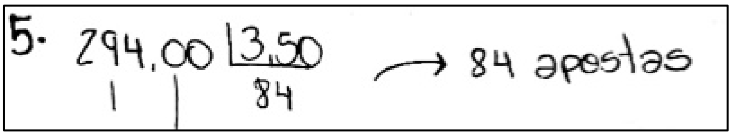
Quadro 6: diálogo do grupo 1, questão 5.

C – A 5 tu concorda que é 84? *B – Não sei.* *C – Porque olha, 294 é o que tu vai gastar, é 3,50 pra cada, dá 84.* *B – É, acho que sim.* *A – 84 apostas?* *B – Isso, é o mesmo que fazer 84 apostas.*

Fonte: arquivo pessoal.

Ao analisarmos a resolução do problema pelo grupo 1, podemos observar dois pontos: como eles sabiam que os valores eram equivalentes (pela questão 1), isso facilitou muito o cálculo e eles encontraram rapidamente a resposta. Entretanto, isso só foi possível devido à essa proporção de valores. Se não houvesse, o cálculo correto seria feito através de combinações.

Figura 7: resolução do grupo 1, questão 5.



Fonte: arquivo pessoal.

GRUPO 2

Quadro 7: diálogo do grupo 2, questão 5.

F – É 9. *E – Eu pensei no valor aqui, 294 reais, aí é só tu ver, 3,5 vezes quanto que vai dar isso, não?* *G – Acho que não vai chegar em 100, porque 100 daria 350.* *D – Deu 84, pensem comigo: eu posso fazer 84 apostas de 6 números, certo? Ou eu faço uma aposta de 9, então em relação ao preço é 84. Mas em relação a chance não sei, vai dar um número grande eu acho.* *G – Na real é 84 mesmo, ele não está perguntando a chance de ganhar, está perguntando qual é a equivalência.* *F – Tá, mas isso é em relação ao preço só.* *E – E se fizesse combinação de 60,9 menos combinação de 60,6?* *G – Ou então combinação de 60,9 menos 60,3, porque tem que fazer a diferença.* *D – Vamos ver, a F está fazendo.* *F - Muito grande essa conta, acredito que esteja errado. (risos)* *D – Credo, apareceu um E na calculadora, acho que a gente está viajando. (mais risos)* *F – Eu fiz 9x8x7x6x5x4, deu 60 mil e alguma coisa, que tal?* *E – Mas aí isso é arranjo, não? Combinação tem que dividir.* *F – Tá "D", vamos voltar para o 84, o que tu tinha falado mesmo?*

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse momento, percebi os alunos um pouco confusos na resolução do problema e então recomendei que eles fizessem uma espécie de tabela para associar a quantidade de números escolhidos na cartela com a quantidade de apostas.

Quadro 8: diálogo do grupo 2, questão 5.

F - Vamos fazer essa tabela aí que o professor falou. Tá, pra 6 números só dá par fazer uma aposta. Para 7 números, 7 apostas. Agora com 8 números tem que escolher 6. Seria uma combinação? *G – De quanto?* *F – Espera aí, deixa eu fazer umas contas aqui... se eu faço uma combinação de 7 escolhe 6, dá 7. Agora tem que fazer de 8 escolhe 6. (Após algumas contas...). Dá 84.* *D – Não é o mesmo numero que a gente tinha achado lá no começo? (risos)* *G – Meu Deus era só uma regra de 3 e a gente ficou viajando.* *F – Tá, são 84 então.*

Fonte: arquivo pessoal.

Após a minha sugestão, os alunos compreenderam o raciocínio por trás do problema e encontraram sua solução. Em sala de aula, o docente desempenha um papel importante, principalmente incentivando os alunos a pensar e descobrir estratégias, em vez de ensejar-lhes logo a resolução. Para Nobre, Amado e Ponte (2015, p. 85), “é a partir do desenvolvimento de novas estratégias, de apresentação e de resolução de problemas, que a discussão de novas ideias pode surgir, revelando-se fundamental nos processos de aprendizagem”.

Figura 8: resolução do grupo 2, questão 5.

Fonte: arquivo pessoal.

6.5 Questão 6

- Calcule a probabilidade de ganhar na Mega-Sena em todos os tipos de aposta (de 6 até 15 números).

GRUPO 1

Quadro 9: diálogo do grupo 1, questão 6.

C – A 6 é assim olha, a gente já sabe a resposta da 3 né. No de 6 números tu tem uma aposta tá? No de 7 números tu vai ter 7 apostas, no de 8 vai ter 8 apostas, vai mudar o número de cima. *B – Mas aí vai mudar o numero de baixo também, porque era combinação de 60 escolhe 6, agora vai ser 7, 8...* *C – Faz aí as combinações.* *B – Ué, aumentou?* *C – Eita, 3 bilhões, não faz sentido.*

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse momento, os alunos me chamaram para auxiliá-los, pois não sabiam o que fazer. Para isso, pedi que me explicassem o que estavam fazendo e se faziam sentido aqueles resultados. Segundo Onuchic e Allevato (2011) o aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu *pensar matemático*, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz.

Além disso, perguntei se quando apostamos mais números, o que é alterado é a quantidade de casos favoráveis ou os casos totais. Eles entenderam, então, que o número total de possíveis apostas continuava o mesmo, o que alterava era o numerador da fração.

Quadro 10: diálogo entre professor e aluno, questão 6.

Professor - Quando a gente foi de 6 números para 7 números, fomos de 1 aposta para 7 apostas. *F - Então quando a gente for para 9 números, vão ser 9 apostas!*

Fonte: arquivo pessoal.

Nesse momento, percebi os alunos um pouco confusos na resolução do problema e então recomendei que eles fizessem uma espécie de tabela para associar a quantidade de números escolhidos na cartela com a quantidade de apostas.

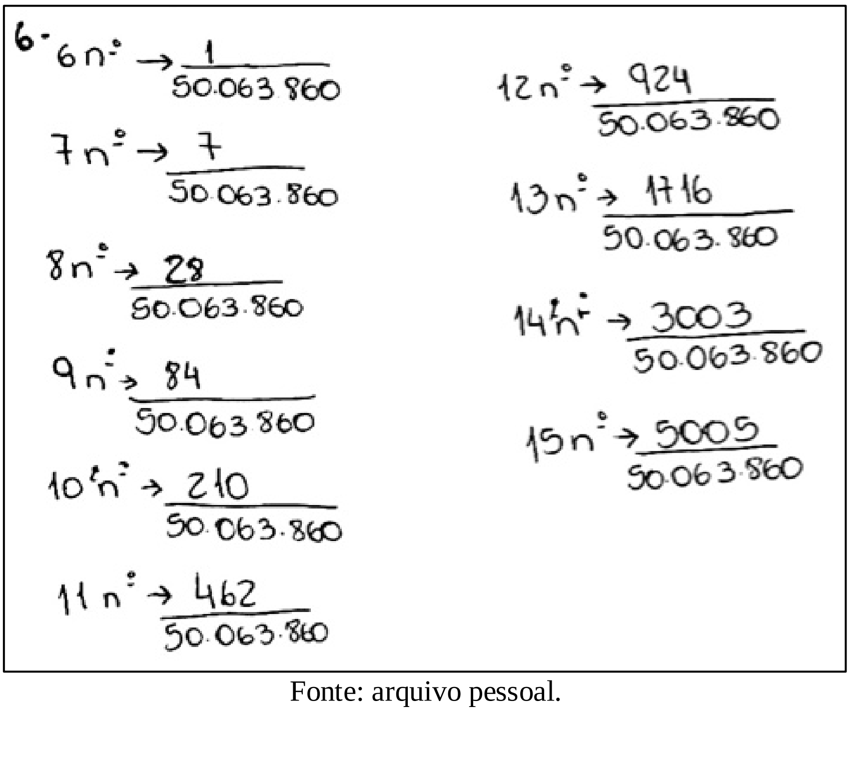
Quadro 11: diálogo do grupo 1, questão 6.

B - É só dividir esses preços por 3,50 e colocar sobre o total, os 50 milhões e alguma coisa *B - O que é esse 84?* *C – É que fazer 9 apostas custa 294, se dividir por 3,50 dá 84, então como não tem diferença de preço, acho que são 84 apostas.* *B - Então, e só fazer isso e colocar sobre o total de 50 milhões só que com todos os números.*

Fonte: arquivo pessoal.

Mais uma vez, os alunos constroem uma linha de raciocínio diferente e optam por utilizar os valores das apostas. Isso evidencia Van de Walle (2001), pois um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Para nós é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer.

Figura 9: resolução do grupo 1, questão 6.



Fonte: arquivo pessoal.

6.6 Questão 7

- Quantas apostas seriam necessárias para com certeza ganhar a Mega-Sena? E quanto isso custaria?

GRUPO 1

Quadro 12: diálogo do grupo 1, questão 7.

C - Para achar esse preço acho que tem que multiplicar 3,50 por 60, porque são 60 números.
B - Acho que tem a ver com esse numero aqui (50 milhões), tem que dividir ou multiplicar por 3,50. Divide aí por 3,50, quanto dá?
C - 14.303.960.
C - Meu, olha só, se apostar 60 números já era. 15 números custam 17.517,50, então é só fazer vezes 4. Mas não faz sentido, aí eu vou falar para o meu pai vender o carro e ganhar milhões com 70.070.
B - Multiplicar isso aqui (50 milhões) por 350, aliás, 3,50.
C – 175.222.510.
F - Faz mais sentido.
A – Tá, então de apostas a gente faria aqueles 50 milhões e isso custaria 175 milhões?
C - Isso, vamos para a próxima.

Fonte: arquivo pessoal.

Figura 10: resolução do grupo 1, questão 7.


7- São necessarias 50.063.860 apostas e custaria 175.223.510

Fonte: arquivo pessoal.

GRUPO 2

Quadro 13: diálogo do grupo 2, questão 7.

E – Quantas apostas são necessárias para com certeza ganhar a mega-sena?
F – Acho que eu já vi isso na internet uma vez, se não me engano eram 7 milhões e alguma coisa.
D – Mas olha só, o que esses 50 milhões significam?
G – São quantas possibilidades a gente tem de ganhar.
D – Então a gente tem que achar quantos jogos igualam isso daqui? Não?
E – Mas pode ser de qualquer número? (Apostas de 7, 8, 9 números...)
D – Tá, ai já não sei.
Depois de um tempo pensando...
D – Tá, olha só, nossa chance é de 1 em 50 milhões, se eu for lá várias vezes e apostar 50 milhões, uma dessas eu vou ganhar né? Então tem que fazer 50 milhões de jogos.
G – Então tem que fazer esses 50 milhões vezes 3,50, daí vai dar o preço pra apostas com 6 números.
D – Isso, aí a gente garante que uma vez ele vai ganhar.
F – Eu acho que não pode ser isso, seria 150 milhões mais ou menos, é muito.
D – É isso sim, bota isso e confia em mim.

Fonte: arquivo pessoal.

Figura 11: resolução do grupo 2, questão 7.

7- 175.223.510 é o gasto
50.063.860 é o número de apostas

Fonte: arquivo pessoal.

Como podemos perceber nos trechos destacados, em ambos os grupos essa questão esteve diretamente relacionada com o cotidiano dos alunos. A importância da resolução de problemas com atividades do dia-a-dia se torna evidente nesse momento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (Brasil, 1997) estabelecem que a principal finalidade para o estudo de probabilidade

> é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (Brasil, 1997, p. 56)

No primeiro trecho destacado, o aluno C associa diretamente uma possível resposta do problema, ao valor de um automóvel, e como ele resolveria esse problema do cotidiano. Sendo assim, ele pode perceber que a resposta não estava de acordo.

No segundo trecho, o aluno F disse que já havia visto algo parecido com esse problema na internet. Segundo Garcia (2002) “Para a educação, a Internet pode ser considerada a mais completa, abrangente e complexa ferramenta de aprendizado do mundo. Podemos, por meio dela, localizar fontes de informação que, virtualmente, nos habilitam a estudar diferentes áreas do conhecimento.”

Por último, temos a fala do aluno D. Ao dizer “se eu for lá”, o aluno evidencia a própria ação de apostar na Mega-Sena. O fato do aluno ser protagonista na resolução do problema, só é possível quando utilizamos situações reais. Segundo Borin (2004),

> A atividade de jogar desempenha papel importante no desenvolvimento de habilidades de raciocínio lógico, dedutivo e indutivo; da linguagem; da criatividade; da atenção e da concentração, essenciais para o aprendizado em Matemática. Durante a realização do jogo, o aluno passa a ser um elemento ativo do seu processo de aprendizagem, vivenciando a construção do seu saber e deixando de ser um ouvinte passivo.

6.7 Questão 8

ENEM (2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03,..., 59, 60}, custava R$ 1,50. Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

a) 2 vezes menor
b) 3 vezes menor
c) 4 vezes menor
d) 9 vezes menor
e) 14 vezes menor

Essa questão foi uma das mais difíceis para os alunos. O grupo 1 não chegou a nenhuma resposta e acabou "chutando" uma alternativa, por falta de tempo. O grupo 2, como mostra o diálogo, conseguiu chegar na resolução do problema. Durante a discussão, em vários momentos houve um longo silêncio entre os integrantes para chegar a um raciocínio final.

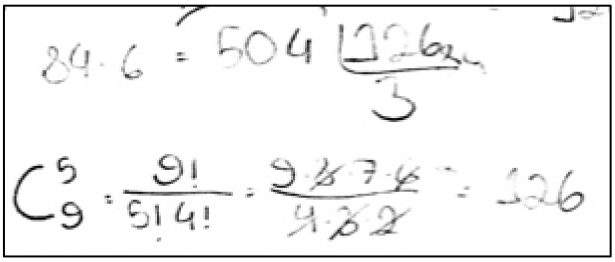
Quadro 14: diálogo do grupo 2, questão 8.

E – É duas vezes menor. *F – Por que tu acha?* *E – Eu diminuí 126 de 84 que deu 42. Aí um vai ser 84 e outro 42, diminuiu pela metade.* *D – Acho que não é só isso.* *F - Meu, será que não tem que fazer combinação de novo?* *G – É, porque agora ele quer 5, e não 6.* *D – Mas ele continua jogando 6.* *F – Espera aí, já sei. Tem que fazer combinação que nem antes, mas agora para 5 números, não?* *G – Acho uma boa, vê aí quanto dá.*

Fonte: arquivo pessoal.

Por fim, o aluno F desenvolveu corretamente o problema e realizou as contas necessárias. Entretanto, como podemos perceber no quadro e também na figura abaixo, eles erraram uma conta básica de multiplicação, e, por isso, o resultado final deu errado.

Figura 12: resolução do grupo 2, questão 8.



Fonte: arquivo pessoal.

6.8 Questão 9

ENEM (2013) Considere o seguinte jogo de apostas:
Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (em R$)
6	2
7	12
8	40
9	125
10	250

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

a) Caio e Eduardo
b) Arthur e Eduardo
c) Bruno e Caio
d) Arthur e Bruno
e) Douglas e Eduardo

Mais uma questão presente no ENEM, cobrando as habilidades presentes no edital da prova. Segundo a habilidade 28, presente na competência 6, o aluno deve resolver situação-problema que envolva conhecimentos de estatística e probabilidade. Além disso, a habilidade 25 sugere a necessidade de resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos.

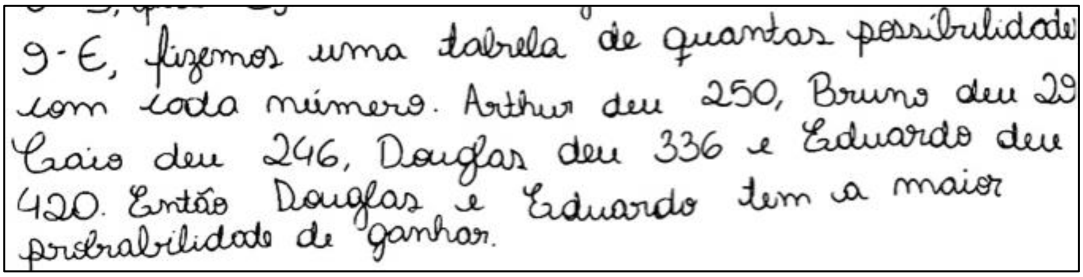
Como podemos observar no diálogo abaixo, os alunos do grupo 2 conseguiram resolver o problema de forma tranquila, pois utilizaram conhecimentos prévios obtidos em outras questões. Ausubel (1976), psiquiatra norte-americano, que dedicou vinte e cinco anos à psicologia educacional, afirmou que a aprendizagem ocorre quando uma nova informação ancora-se em conceitos já presentes nas experiências de aprendizado anteriores e, por isso, o fator mais importante que influencia na aprendizagem consiste no que o aluno já sabe.

Quadro 15: diálogo do grupo 2, questão 9.

F – Tá, eu pegaria 2 cartelas de 10 números, tem muito mais chance. *G – A gente não poderia fazer a mesma tabela que fizemos na outra questão? E aí comparar.* *F - Tá, a quantidade de números é a mesma, então a combinação vai ser a mesma, só muda o preço.* *E – Tá, o Eduardo vai fazer duas apostas com 10 números, então seriam 420 apostas, porque cada uma é 210. Vão fazendo os outros aí.* *F - O Douglas são 4 cartelas com 9 números, 4 vezes 84 dá 336.* *(Nesse momento eles ficaram em silêncio e fizeram as contas)* *F – Tá, tem que ser Douglas e Eduardo então, um deu 336 e o outro 420.*

Fonte: arquivo pessoal.

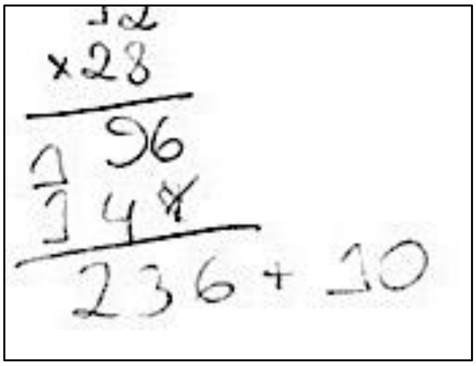
Figura 13: resolução do grupo 2, questão 9



Fonte: arquivo pessoal.

Assim como na questão anterior, o grupo errou um cálculo de matemática básica. Entretanto, mesmo chegando a um resultado equivocado, a resolução do problema se deu de forma correta e eles dialogaram em busca disso.

Figura 14: resolução do grupo 2, questão 9.



Fonte: arquivo pessoal.

Portanto, a partir da análise feita, pode-se observar que a resolução de problemas se evidenciou em diversas situações da pesquisa. Além disso, durante a atividade aplicada na oficina, ocorreu uma discussão entre os grupos para que os mesmos pudessem resolver as questões propostas, tanto as elaboradas pelo autor da pesquisa, quanto aquelas presentes nas provas do ENEM. Também foi possível notar que nas questões provenientes do ENEM, os estudantes apresentaram maiores dificuldades, sendo estas justificadas por uma maior quantidade de informações no enunciado das questões e uma necessidade de analisar os resultados obtidos em cada uma.

7. REFLEXÕES FINAIS

Através de uma experiência prévia que tive na disciplina de Estágio III, percebi que havia problemas e dificuldades no momento de aprendizado de análise combinatória e probabilidade por parte dos alunos. Como principais empecilhos, pode-se observar o desinteresse dos professores em ensinar esses conteúdos e a repetição dos mesmos exemplos e exercícios. Ao pesquisar-se mais sobre esses problemas, ficou evidente que aquele não era um caso isolado.

Este trabalho iniciou-se então com a pergunta: “Como a resolução de problemas influencia no aprendizado de análise combinatória e probabilidade por meio da Mega-Sena?”. A partir disso, foi elaborada uma oficina que tinha como objetivo investigar o assunto. Nessa oficina, os alunos participantes resolveram uma série de problemas sobre os conteúdos de análise combinatória e probabilidade, todos aplicados na loteria da Mega-Sena.

Durante a oficina, meu papel como pesquisador foi de observar como os alunos resolviam os problemas enquanto dialogavam em seus grupos, e de incentivá-los, questionando-os sempre que possível.

A partir da análise do referencial teórico estudado, optou-se por organizar os participantes em grupos, com o objetivo de observar os processos cognitivos e metodológicos ao longo da experimentação de ensino. Analisando a pesquisa, pode-se concluir que foram satisfatórios os resultados, pois, em muitos momentos, os alunos conseguiram chegar ao raciocínio desejado, e os objetivos da resolução de problemas definidos por Polya (1977), Onuchic e Allevato (2011) terem sido concluídos.

Foram analisadas as competências do Exame Nacional do Ensino médio acerca do conteúdo estudado, o Plano Nacional Curricular, que exige habilidades dos estudantes sobre análise combinatória e probabilidade e a forma como a resolução de problemas em grupo influencia no processo de aprendizagem do conteúdo analisado. Isso foi possível após o planejamento e a execução de uma atividade que envolvia o uso de análise combinatória e probabilidade por meio da Mega-Sena. A partir disso, concluo que foram cumpridos também os objetivos planejados no início deste trabalho.

Como pontos a serem melhorados, acredito que os problemas propostos podem ser modificados, de forma que fiquem mais claros para os estudantes. Outro ponto a ser melhor explorado é o conjunto de passos na hora de solucionar problemas, assim como proposto pelos autores citados no referencial teórico deste trabalho. Por falta de tempo, apenas alguns desses passos foram selecionados para esta pesquisa.

Agora registrado, este trabalho oferece uma alternativa para outros professores o utilizarem para o ensino de análise combinatória e probabilidade. Trata-se de uma maneira de sair da monotonicidade dos exemplos clássicos e repetitivos para aplicar esses conteúdos. Além disso, por tratar-se de um assunto aplicável e presente no cotidiano dos alunos, a atividade desperta o interesse por parte deles e, paralelamente, por meio de discussões e explorações das questões, auxilia na aprendizagem dos estudantes.

8. REFERÊNCIAS

FRAGA, Rodrigo. **O estudo das loterias: uma abordagem motivadora e facilitadora para aprendizagem de probabilidade no ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissional. Programa PROFMAT. IMPA. Rio de Janeiro, 2013.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e Adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

L.R. ONUCHIC & N.S.G. ALLEVATO. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas.** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, vol. 25, núm. 41, p. 73-98, dezembro de 2011.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, 2017.

GONZAGA, F. L. O. **Uma investigação sobre o ensino de probabilidade e análise combinatória**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). UFRGS. Porto Alegre, 2015.

SÃO PAULO. Secretaria de Educação. **Caderno do professor: matemática**. São Paulo: SEE, 2008. (Ensino Médio, 2a série, 3o bimestre).

BRASIL, Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Matriz de Referência Enem.** Brasília, 2009.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

MANDARINO, M. C. F. **Os professores e a arte de formular problemas contextualizados.** 2004.

MESQUITA, D. R. **Resolução de Problemas Relacionados à Teoria de Grafos no Ensino Fundamental.** Dissertação de Mestrado (Ensino de Matemática). UFRGS. Porto Alegre. 2015.
BORBA, M. C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática.** Publicado em CD nos Anais da 27a reunião anual da Anped, Caxambu, p. 21-24, novembro de 2004.

GARNICA, A. V. M. **História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. **Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática.** In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

DANTE, L.R. **Didática da Resolução de Problemas de Matemática**. 2aed. São Paulo: Ática, 1998.

9. APÊNDICE E ANEXOS

ANEXO 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO ALUNOS

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____________________________________, R.G. ________________, responsável pelo(a) aluno(a) __________________________________, da turma ______, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada "*Loteria em sala de aula: aprendendo probabilidade e análise combinatória por meio da mega-sena*", desenvolvida pelo(a) pesquisador(a) Guilherme Antonio Santi. Fui informado (a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marilaine de Fraga Sant'ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do e-mail marilaine@mat.ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do (a) aluno (a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado (a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Analisar a dificuldade de ensino da Probabilidade e Análise Combinatória;
- O uso de recursos do cotidiano como ferramenta de aprendizado em sala de aula;

Fui também esclarecido (a) de que os usos das informações oferecidas pelo (a) aluno (a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do (a) aluno (a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do (a) aluno (a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre o ensino de Probabilidade e Análise Combinatória, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional. A colaboração do (a) aluno (a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado (a), poderei contatar o (a) pesquisador(a) responsável no endereço Avenida Bento Gonçalves, 9500 – Agronomia – Porto Alegre – RS, 91501-970, e-mail gui-santi@hotmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, _____ de ________________ de _______.

Assinatura do Responsável:
Assinatura do(a) pesquisador(a):
Assinatura do Orientador da pesquisa:

ANEXO 2 – CARTA DE APRESENTAÇÃO À ESCOLA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

Porto Alegre, 10 de outubro de 2019.

Prezada Professora
Diretora do Colégio Unificado Canoas

O aluno Guilherme Antonio Santi atualmente é graduando regularmente matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o graduando está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores de Matemática. Neste sentido, torna-se extremamente importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisadora e professora responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pelo graduando, reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados.

Agradecemos a sua atenção.
Cordialmente,

____
Marilaine de Fraga Sant'ana
Professora do Departamento de Matemática Pura e Aplicada

APÊNDICE 1 – ATIVIDADE PRÁTICA

ATIVIDADE SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA E PROBABILIDADE NA MEGA-SENA

Qtde. de números	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Valor em R$	3,50	24,50	98,00	294,00	735,00	1.617,00	3.234,00	6.006,00	10.510,50	17.517,50

O valor de um cartão dependendo da quantidade de números escolhidos.

O cartão que deve ser preenchido com a aposta.

RESPONDA AS QUESTÕES ABAIXO

1) Existe vantagem (desconto) ao se apostar mais números? Por quê?

2) Se você tiver R$ 50,00, qual a melhor opção de aposta?

3) Qual a probabilidade de se ganhar na mega-sena fazendo uma aposta simples de 6 números?

4) Se você apostar mais números sua chance de ganhar aumenta ou diminui? Por quê?

5) Fazer uma aposta de 9 números é equivalente a quantas apostas de 6 números?

6) Calcule a probabilidade de ganhar na mega sena em todos os tipos de aposta (de 6 até 15 números).

7) Quantas apostas seriam necessárias para com certeza ganhar a mega sena? E quanto isso custaria?

8) ENEM (2009) A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto {01, 02, 03,..., 59, 60}, custava R$ 1,50. Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R$126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente,

a) 2 vezes menor
b) 3 vezes menor
c) 4 vezes menor
d) 9 vezes menor
e) 14 vezes menor

9) ENEM (2013) Considere o seguinte jogo de apostas:
Numa cartela com 60 números disponíveis, um apostador escolhe de 6 a 10 números. Dentre os números disponíveis, serão sorteados apenas 6. O apostador será premiado caso os 6 números sorteados estejam entre os números escolhidos por ele numa mesma cartela. O quadro apresenta o preço de cada cartela, de acordo com a quantidade de números escolhidos.

Quantidade de números escolhidos em uma cartela	Preço da cartela (em R$)
6	2
7	12
8	40
9	125
10	250

Cinco apostadores, cada um com R$ 500,00 para apostar, fizeram as seguintes opções:
Arthur: 250 cartelas com 6 números escolhidos;
Bruno: 41 cartelas com 7 números escolhidos e 4 cartelas com 6 números escolhidos;
Caio: 12 cartelas com 8 números escolhidos e 10 cartelas com 6 números escolhidos;
Douglas: 4 cartelas com 9 números escolhidos;
Eduardo: 2 cartelas com 10 números escolhidos.

Os dois apostadores com maiores probabilidades de serem premiados são

a) Caio e Eduardo
b) Arthur e Eduardo
c) Bruno e Caio
d) Arthur e Bruno
e) Douglas e Eduardo