



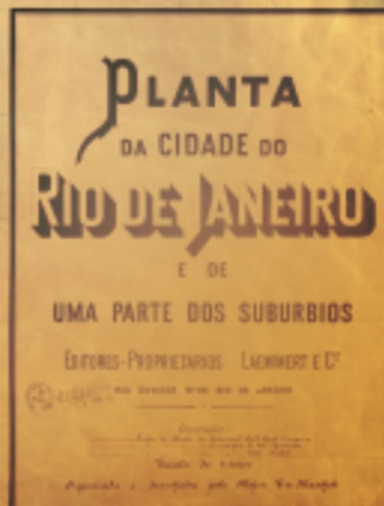
# Cartografia Básica

**OBEDE PEREIRA DE LIMA**

**ROBERVAL FELIPPE PEREIRA DE LIMA**

**RONALDO DOS SANTOS DA ROCHA**

Capa: @criacaocarioca





# **CARTOGRAFIA**

## **BÁSICA**

**POR:**

**Prof. Dr. Obéde Pereira de Lima**  
**Engenheiro Cartógrafo**

**Pro. Dr. Roberval Felipe Pereira de Lima**  
**Geógrafo**

**Prof. Dr. Ronaldo dos Santos da Rocha**  
**Engenheiro Cartógrafo**

**Porto Alegre, RS**  
**Abril de 2020**

## **UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL**

**Reitor:** Rui Vicente Oppermann

**Vice-Reitor:** Jane Fraga Tutikian

## **INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS**

**Diretor:** André Sampaio Mexias

**Vice-Diretor:** Nelson Luiz Sambaqui Gruber

Lima, Obéde Pereira de

Cartografia básica. / Obéde Pereira de Lima; Roberval Felipe Pereira de Lima; Ronaldo dos Santos da Rocha. - Porto Alegre: IGEO/UFRGS, 2020.  
108p.

ISBN nº 978-65-86232-28-8

1. Cartografia. 2. Geodésia. I. Lima, Roberval Felipe Pereira de. II. Rocha, Ronaldo dos Santos da. III. Título.

CDU 528.9

---

Catálogo na Publicação  
Biblioteca Instituto de Geociências - UFRGS  
Renata Cristina Grun CRB 10/1113

## Sobre os Autores



### **OBEDE PEREIRA DE LIMA**

Oficial Superior da Marinha do Brasil - Capitão-de-Fragata (AHN) Reformado.

Engenheiro Cartógrafo graduado pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ (dez/1977). Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, na Área de Concentração em Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial (mai/2002). Autor da Tese: Localização geodésica da linha da preamar média de 1831, com vistas à demarcação dos terrenos de marinha e de seus acrescidos.

Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, na Área de Concentração em Cadastro Técnico Multifinalitário (dez/1999). Autor da Dissertação: Proposta metodológica para o uso do Cadastro Técnico Multifinalitário na Avaliação de Impactos Ambientais.

Professor Adjunto Nível 3 do Quadro Permanente do Magistério Superior do MEC (desde dez/1989); aposentado.

CONSULTOR Técnico-Científico na área de Geociências, nas linhas de pesquisas: 1) Cadastro Técnico Multifinalitário Urbano e Rural; 2) Gestão Territorial; 3) Gestão Ambiental; 4) Terrenos de marinha e seus acrescidos.



### **ROBERVAL FELIPPE PEREIRA DE LIMA:**

Geógrafo, graduado como Bacharel em Geografia pela Universidade Federal do Rio Grande – FURG no ano de 1996. Professor Associado, atuou no Curso de Geografia na UFAL até 2017. Redistribuído à pedido para a Universidade Federal de Alagoas – UFAL em maio de 2017. Atua como docente na área de Cartografia e Geotecnologias nos Cursos de Licenciatura e Bacharelado em Geografia. Engenharia de Produção e, Engenharia Civil, ministrando disciplinas nas áreas de cartografia, Sensoriamento Remoto, Planejamento Ambiental, SIG, Cadastro Técnico Multifinalitário dentre outras. Pós-Doutor em Oceanografia, na área de concentração em Políticas Públicas e Governança Marinha e Costeira (Gerenciamento Costeiro Integrado), no Instituto Oceanográfico da Universidade Federal do Rio Grande – FURG (janeiro/2016). Autor do Relatório: O Projeto Orla, suas relações com os terrenos de marinha e seus acrescidos: uma proposta de conscientização e ação da política territorial e ambiental. Doutor em Engenharia de Produção e Sistemas pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, na

Área de Concentração em Gestão Ambiental (junho/2006). Autor da Tese: Espacialização dos Índices de Desenvolvimento Humano – IDH por cartogramas corocromáticos estatísticos. Mestre em Engenharia Civil pela Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, na Área de Concentração em Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial (março/2001). Autor da Dissertação: Avaliação de atributos de qualidade de vida no ambiente urbano, utilizando métodos da Cartografia Temática Quantitativa. Estudo de caso em Florianópolis, SC. Florianópolis, SC, 2001. 72p. Entre os anos de 2009 e 2017 Coordenou o Laboratório de Gestão Territorial e Ambiental – LGTA da UFRN e, entre os anos de 2010 e 2017, foi líder do Grupo de Pesquisa em Gestão Territorial, Sistemas de Informação e, Cartografia Digital, homologado pelo CNPq/UFRN, contando com 23 professores de várias Universidades Federais. Colaborador do grupo de pesquisa de Estudos na qualidade da Habitação, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, na UFSC, sobre coordenação do prof. Roberto de Oliveira, Ph.D e, terrenos de marinha e marés da UFRGS que envolve seis (6) Instituições de Ensino Superior - IFES, sob coordenação do prof. Dr. Ronaldo dos Santos da Rocha. Integrante de três (3) grupos de pesquisa do CNPq (Grupo de Estudos da Habitação – UFSC; Grupo de Cartografia, Cadastro Técnico Multifinalitário, Gestão Ambiental – UFRN e; Grupo de Estudos em Maré e Terrenos de Marinha – UFRGS).



**RONALDO DOS SANTOS DA ROCHA**

Engenheiro Cartógrafo pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro (1987), Mestrado em Ciências Geodésicas pela Universidade Federal do Paraná (1994) com a dissertação: Projeção cartográfica para Cadastro Urbano no RS, Doutorado em Engenharia de Produção pela Universidade Federal de Santa Catarina (2002) com a Tese: Avaliação da qualidade de cartas digitais urbanas. Atualmente é Professor Associado da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Instituto de Geociências, Departamento de Geodésia. Coordenador do LACAAP - Laboratório de Cartografia Aplicada da UFRGS e membro da Comissão de Graduação do Curso de Engenharia Cartográfica. Tem experiência na área de Geociências, com ênfase em Cartografia, Geodésia e Cadastro Territorial, atuando principalmente nos seguintes temas: Cadastro urbano e rural, qualidade cartográfica, geoprocessamento, Rede Geodésica Municipal, Cartografia Digital e Terrenos de Marinha. Atua ainda como consultor na área de mapeamento em projetos de UHE, PCH, dentre outros projetos de engenharia. É Líder do grupo de pesquisa no CNPq intitulado "Terrenos de Marinha e marés" contando com pesquisadores da UFRGS, UFBA, UFPE, UFAL, UFSC e IFPB. Atualmente é avaliador do INEP/MEC de cursos de Graduação.

# APRESENTAÇÃO

Este livro foi elaborado com a finalidade de atender ao processo ensino x aprendizagem na condução das Disciplinas introdutórias de “*Cartografia Básica*” dos Cursos que necessitam destes conhecimentos, nas Universidades Brasileiras.

A utilização de mapas e cartas da superfície terrestre por inúmeros profissionais de diferentes área de conhecimento, sejam topográficas, geográficas, temáticas ou especiais e nas várias escalas em que se apresentam, exige destes profissionais um nível de conhecimento intermediário sobre a construção dos produtos da Cartografia bem superior ao nível do simples usuário, que manuseia tais produtos pelos simples fato de saber a sua localização e como se deslocar no espaço geográfico, e inferior ao nível de conhecimento dos engenheiros que constroem os mapas e cartas de todos os tipos (Engenheiros Cartógrafos, Agrimensores e de Geodésia e Topografia) enquanto documentos científicos que levam a informação geoespacial à todos os usuários que necessitam destes instrumentos auxiliares no apoio à decisão e à Gestão Territorial e Ambiental.

Este livro também pode servir a todos os profissionais que desejarem uma base de conhecimento sobre as atividades cartográficas, que poderão auxiliá-los na escolha de um produto cartográfico para o melhor atendimento de suas necessidades de uso e ocupação do solo e gestão territorial e ambiental.

Os Autores

Porto Alegre, maio de 2020

## SUMÁRIO

<b>1. Introdução</b>	01
<b>1.1. Generalidades:</b> o conhecimento da superfície terrestre	01
1.1.1. A cartografia sob a ótica da comunicação social	02
1.2. Cartografia e seus produtos – conceitos e definições	03
1.2.1. Cartografia	03
1.2.2. Produtos cartográficos	05
<b>2. Recordando as noções mais simples de Aritmética e Geometria</b>	07
2.1. Círculo e esfera	07
2.2. Ângulos e setores	08
2.2.1. Diferentes sistemas para a medição de ângulos	09
2.2.2. Conversão das unidades de medidas de ângulos	09
2.3. Linhas trigonométricas no globo terrestre	10
2.4. Variáveis contínuas e discretas	11
2.5. Arredondamento de dados	11
2.6. Emprego da notação científica	12
2.7. Algarismos significativos	13
2.8. Funções matemáticas	15
2.9. Coordenadas retangulares	15
2.9.1. Coordenadas cartesianas	16
2.9.1.1. Abscissa	16
2.9.1.2. Ordenada	16
2.9.1.3. Posição	16
2.10. Sistema de coordenadas esféricas	17
2.11. Exatidão e precisão	18
<b>3. Classificação de mapas e cartas</b>	22
3.1. Cartas geográficas	22
3.2. Cartas cadastrais e plantas	23
3.3. Cartas aeronáuticas	23
3.4. Cartas náuticas	23
3.5. Cartas especiais	23
<b>4. Características geométricas e numéricas da terra</b>	23
4.1. Formas e dimensões da terra	26
4.1.1. Geodésia - definições	26
4.1.2. Modelo de ondulação geoidal	30
4.2. Deformações nas representações gráficas	32
4.3. Escalas cartográficas	33
4.4. Elementos básicos: sistemas de coordenadas planimétricas	33
4.5. Cálculos com coordenadas geográficas planimétricas	35
4.6. Índice de nomenclatura das folhas topográficas	40
4.6.1. Índice de nomenclatura e articulação de folhas	40
4.7. Mapeamento sistemático brasileiro e mapeamento cadastral municipal	42
4.8. Estruturas produtoras de mapas cartas	45
4.9. Apoio à decisão	46
4.9.1. Sistema de apoio à decisão espacial - SADE	46
4.10. As ciências da geomática	47
4.11. Campo topográfico	47

4.12. Plano topográfico	49
<b>5. Sistema Geodésico Brasileiro - SGB</b>	<b>50</b>
5.1. Levantamentos geodésicos	53
5.1.1. Métodos de levantamentos geodésicos	58
5.2. Levantamento gravimétrico	59
5.3. Levantamentos topográficos	61
5.3.1. Posicionamento tridimensional por GNSS	61
5.4. Aerolevantamentos	64
<b>6. Sistemas de projeções</b>	<b>65</b>
6.1. <b>Generalidades:</b> A teoria das projeções	66
6.2. Classificação dos sistemas de projeções	66
6.3. Designação das diferentes projeções	71
6.4. Escolha do sistema de projeção a adotar	73
<b>7. Esfera modelo</b>	<b>76</b>
7.1. Coeficiente de deformação	76
<b>8. Princípios fundamentais de Cartografia</b>	<b>77</b>
8.1. Planimetria	78
8.1.1. Hidrografia	78
8.1.2. Vegetação	78
8.1.3. Unidades político-administrativas	79
8.1.4. Localidades	81
8.1.5. Áreas especiais	83
8.1.6. Sistema viário	83
8.1.7. Linhas de comunicação e outros elementos planimétricos	84
8.1.8. Linhas de limites	84
8.2. Altimetria - a realidade tridimensional da superfície terrestre	85
8.2.1. Aspecto do relevo	85
8.2.2. Curvas de nível	86
8.2.2.1. Principais características	87
8.2.2.2. Formas topográficas	88
8.2.2.3. Rede de drenagem	89
8.2.3. Equidistância vertical	90
8.2.4. Cores Hipsométricas	91
8.2.5. Relevo sombreado	91
8.2.6. Construção de perfis topográficos	92
8.2.6.1. Escalas horizontal e vertical	92
8.2.6.2. Desenho	93
<b>9. Leitura de mapas e cartas</b>	<b>94</b>
9.1. Exemplo de leitura, análise e interpretação de um mapa	95
9.1.2. Análise	95
9.1.3. Interpretação	95
<b>10. Exercícios suplementares</b>	<b>96</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>102</b>



# CARTOGRAFIA BÁSICA

(Área do Conhecimento Humano: CNPq: 1.07.04.05-1)

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. GENERALIDADES: o conhecimento da superfície terrestre

O conhecimento da superfície terrestre, seja de forma global (como na **FIGURA 1**) ou de parte do espaço geográfico, é possível através de representações adequadas da mesma em escalas reduzidas e utilizando-se projeções cartográficas com as propriedades desejadas, guardando as respectivas relações de similitude, principalmente quando se trata de cartografia cadastral, urbana ou rural, onde a precisão e a exatidão assumem relevante importância.

**FIGURA 1** – Globo Terrestre (Político)



A operação de um Sistema de Informação Geográfica - SIG é uma atividade complexa que envolve as ciências cujos problemas têm um caráter espacial, direto ou indireto, com a Geografia, Geologia, Ecologia, Oceanografia, Economia, Arqueologia, Engenharia, Arquitetura, Informática, etc.

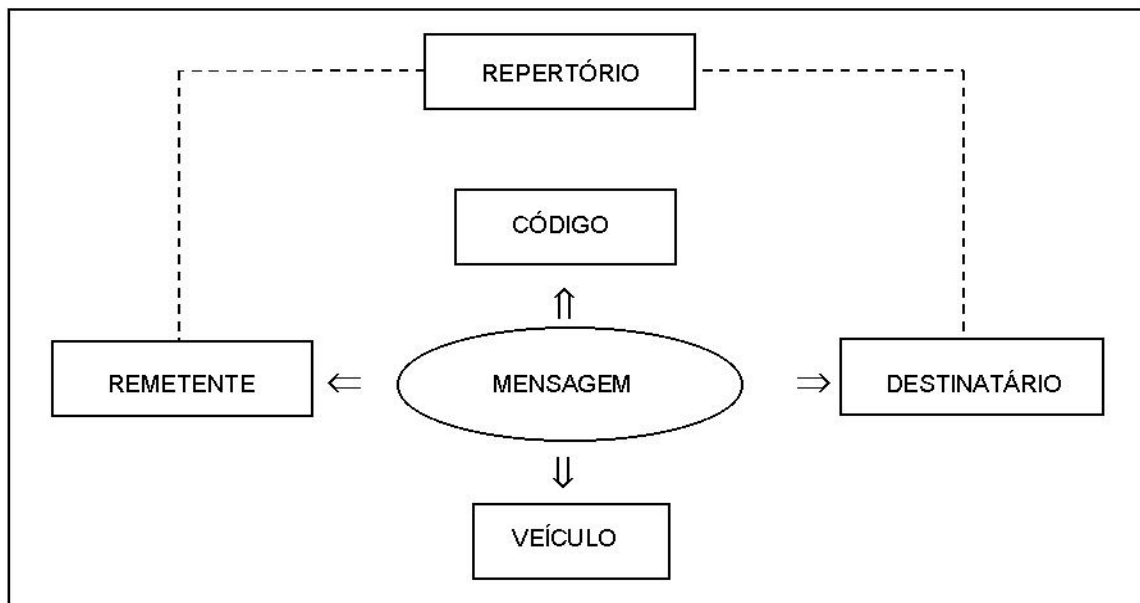
A ciência cartográfica, que tem como finalidade principal a representação espacial da superfície terrestre, em escala adequada e que reflita os temas ou assuntos do interesse de determinado aspecto ou feição é, por conseguinte, a base fundamental de suporte das ciências que procuram estudar e conhecer o nosso planeta Terra e as demais atividades aeroespaciais.

### 1.1.1. A Cartografia sob a ótica da Comunicação Social

Uma visão global que possibilita o conhecimento humano da superfície da Terra pode ser dada de algumas formas diferentes: através da **visão de imagens** obtidas por sistemas de sensoriamento remoto; por meio de **representações gráficas** como mapas, cartas, desenhos, croquis, cartogramas, etc.; ou, ainda, por **relatos descritivos** da localização dos pontos, áreas, distâncias, direções, etc., com seus respectivos atributos.

Cada uma das três formas mencionadas que possibilitam o conhecimento humano da superfície terrestre possui características próprias, principalmente no que tange aos princípios da comunicação social, envolvendo os seus elementos fundamentais que são: **a mensagem, o remetente e o destinatário, o código, o repertório e o veículo**, apresentados de forma esquemática como na **Figura 2**.

**Figura 2** – Componentes da Comunicação Social



Seja qual for a forma adotada na comunicação social é fundamental que haja um repertório ligando o remetente ao destinatário, para que a mensagem seja entendida com a clareza desejada. No caso da mensagem cartográfica (que é uma carta ou mapa) é, portanto, necessário que o usuário ao qual a carta ou mapa é destinado tenha conhecimento suficiente do repertório cartográfico.

A elaboração de cartas e mapas de todos os tipos é atividade de um profissional formado na área do conhecimento em Ciências Exatas e da Terra, portanto, qualificado e habilitado para o exercício profissional em Engenharia Cartográfica, Engenharia de Agrimensura e Engenharia de Geodésia e Topografia.

Há outras profissões em nível superior como Engenharia Civil, Engenharia Agrônoma,

Engenharia de Minas, Geologia, Meteorologia, Bacharel em Geografia, etc. que têm necessidades de localizar e representar graficamente pontos, linhas e áreas no desempenho de suas funções e atribuições. Para isto recebem em suas graduações ensino nas Disciplinas de Topografia, Geodésia elementar, Fotogrametria básica e Noções Básicas de Cartografia, para utilizarem tais conhecimentos como “ferramentas” auxiliares no âmbito de suas atividades, sem que isto lhes ensejem atribuições para produzirem cartas e mapas topográficos de uso generalizado ou especializado.

As justificativas para as afirmações retromencionadas encontram-se nas próprias definições de “**cartografia**”, “**cartas**” e “**mapas**”, assim como no estabelecimento das funções e atribuições de cada modalidade profissional. A seguir serão expostas e comentadas as várias definições consagradas e adotadas dos termos grifados:

## 1.2. CARTOGRAFIA E SEUS PRODUTOS – Conceitos e Definições

### 1.2.1. Cartografia

O conceito da Cartografia hoje aceito sem maiores contestações foi estabelecido em 1966 pela Associação Cartográfica Internacional - ICA (*International Cartographic Association/Amsterdam/Holanda*), posteriormente ratificado pela UNESCO no mesmo ano, e pode ser enunciado da seguinte maneira:

*“A Cartografia apresenta-se como o conjunto de estudos e operações científicas, técnicas e artísticas que, tendo por base os resultados de observações diretas ou da análise de documentação, se voltam para a elaboração de mapas, cartas e outras formas de expressão ou representação de objetos, elementos, fenômenos e ambientes físicos e socioeconômicos, bem como **a sua utilização.**”* – grifo nosso.

Por esta definição verifica-se a preocupação, pela primeira vez, em incluir a utilização dos produtos da cartografia como parte importante a ser considerada, já que determinado tipo de carta ou mapa é definido pelo usuário, em função da sua necessidade e finalidade. Para isto o usuário precisa saber ler, interpretar e analisar corretamente os conteúdos dos mapas e cartas encomendadas.

Para a Sociedade Brasileira de Cartografia - SBC, segundo a alínea a) do Artigo 1º do seu Estatuto:

*“A Cartografia abrange um conjunto de operações aéreas, terrestres, hidrográficas e de gabinete que direta ou indiretamente conduzem à elaboração e produção de cartas e mapas de todos os tipos.”*

Segundo Joly (1990) a “*Cartografia é a arte de conceber, de levantar, de redigir e de divulgar os mapas*”.

De acordo com Baker (1965):

*“Cartografia é a ciência e a arte de expressar graficamente, por meio de mapas e cartas, o conhecimento humano da superfície da Terra. É **Ciência**, porque essa expressão gráfica para alcançar exatidão satisfatória, procura um apoio científico que se obtém pela coordenação de determinações astronômicas e matemáticas com topográficas e geodésicas; é **Arte**, quando se subordina às leis estéticas da simplicidade, clareza e harmonia, procurando atingir o ideal artístico da beleza”.*

A **Figura 3** seguinte procura visualizar este conceito da SBC, pela utilização de figuras ideográficas representativas das operações mencionadas:

**Figura 3 – Visualização do conceito de Cartografia, segundo a SBC**



Segundo Salichtchev (1973:110) apud Martinelli (1991) ao mencionar a progressiva especialização e diversificação das realizações da cartografia científica operadas desde os séculos XVII e XVIII e cristalizadas no século XIX, aponta como uma definição ideal para o caso da cartografia temática:

*“Cartografia é a ciência da representação e do estudo da distribuição espacial dos fenômenos naturais e sociais, suas relações e suas transformações ao longo do tempo, por meio de representações cartográficas – modelos icônicos – que reproduzem este ou aquele aspecto da realidade de forma gráfica e generalizada”.*

Segundo Teixeira & Christofolletti (1997), tomando como referência a recomendação da ICA (Budapeste/Hungria, 1989), modernamente a Cartografia é definida como:

*"Ciência cujo objeto é organizar, apresentar e utilizar a informação geográfica nas formas visual, digital ou tátil, incluindo todos os processos de aquisição, preparação e apresentação de dados".*

A operação de um Sistema de Gestão Territorial e Ambiental é uma atividade complexa que envolve as ciências cujos problemas têm um caráter espacial, direto ou indireto, com a Geografia, Geologia, Ecologia, Oceanografia, Economia, Arqueologia, Engenharia, Arquitetura, Informática, etc.

A ciência cartográfica, que tem como finalidade principal a representação espacial da superfície terrestre, em escala adequada e que reflita os temas ou assuntos do interesse de determinado aspecto ou feição é, por conseguinte, a base fundamental de suporte das outras ciências, entre elas as acima mencionadas.

A Cartografia entra na área da informática agilizando todos os processos de produção cartográfica, desde a obtenção dos dados de campo, com a utilização de estações totais de levantamentos topográficos, no uso dos Sistemas GNSS( *Global Navigation Satellite System*) para a determinação das coordenadas geodésicas, tanto no apoio terrestre quanto no posicionamento de aeronaves no instante da tomada de fotografias aéreas com câmaras métricas, passando pela restituição digital para utilização em geoprocessamento e produção de ortofotocartas.

Tendo em vista estes avanços tecnológicos, presenciamos na cartografia a chegada da cartografia assistida por computador, a Cartografia digital e os sistemas de Informações Cartográficas.

De acordo com Teixeira & Christofolletti (1997), a Cartografia assistida por computador é um processo em que a construção de um mapa tem suas etapas executadas por computador, reduzindo a necessidade de intervenção humana.

### **1.2.2. Produtos Cartográficos**

Entre os vários produtos da cartografia, englobados de forma geral como documentos cartográficos, destacam-se os mapas e as cartas por serem de uso mais comum por todos aqueles que pretendem conhecer determinado espaço geográfico.

As definições seguintes sobre alguns dos produtos da cartografia, de acordo com IBGE (1989) e outros autores, são apresentadas com a finalidade de esclarecer as aplicações de cada uma destas representações gráficas e servir para diferenciar de forma explícita que produtos cartográficos não podem ser confundidos com a ciência que os geram.

De acordo com a definição do Dicionário Cartográfico (Oliveira, 1980, pag 233),



**MAPA:** Representação gráfica, em geral uma superfície plana e numa determinada escala, com a representação de acidentes físicos e culturais da superfície da Terra, ou de um planeta ou satélite. A **CARTA** consiste numa representação dos aspectos naturais e artificiais da Terra destinada para fins práticos da atividade humana, principalmente para avaliação precisa das distâncias, direções e a localização geográfica de pontos, áreas e detalhes; representação plana, geralmente em média ou grande escala, de uma superfície da Terra, subdividida em folhas, de forma sistemática, obedecendo a um plano nacional ou internacional.

Já o IBGE apresenta as seguintes definições:

**CARTA** - toda representação de parte da superfície terrestre em escalas geralmente grandes, portanto com algum detalhe. Essas representações possuem como limites, a maior parte das vezes, as coordenadas geográficas, e raramente terminam em limites político-administrativos. As observações e informações tais como título, escala, fonte, etc. aparecem fora das linhas que fecham o quadro de representação, ou seja, aquela linha preta que circunscreve a área objeto de representação espacial.

**MAPA** - como a carta, resulta de um levantamento preciso, exato, da superfície terrestre, mas em escala menor, apresentando menor número de detalhes em relação à carta. Os limites do terreno representado coincidem com os limites político-administrativos, sendo que o título e as informações complementares são colocados no interior do quadro de representações que circunscreve a área mapeada.

**CARTOGRAMA** - é um tipo de representação que se preocupa menos com os limites exatos e precisos, bem como das coordenadas geográficas, para se preocupar mais com as informações que são objetos da distribuição espacial no interior do mapa. Dessas considerações pode-se concluir que o ideal sempre será a elaboração de cartogramas tendo como base mapas. Como os mapas resultam de levantamentos precisos, fornecerão o *substratum* ideal para o lançamento das informações, das quais se deseja verificar seu comportamento espacial. Daí pode-se afirmar que todo o mapa pode ser transformado em cartograma, mas nem todo cartograma é um mapa. Em síntese, o que interessa especificamente ao cartograma é o conteúdo, ou seja, as informações (população, uso do solo, indústrias, etc.) que vão ser colocadas no interior do mapa.

**PLANTA** – representação gráfica em escala grande, destinada a fornecer informações detalhadas de uma determinada área suficientemente pequena para que a curvatura da Terra não seja considerada. As plantas geralmente se apresentam numa só folha, podendo ser subdividida em folhas denominadas cartas.

**CARTA CADASTRAL** - representa detalhadamente ruas, edificações, edificações e muitas outras características, inclusive o perímetro urbano, sendo representada em folhas articuladas, seguindo um padrão Municipal ou Regional.

**CROQUI** - é um esboço e não obedece a rotina técnica para a elaboração de mapas. Não tem como finalidade a divulgação para o público; contém informações sobre uma pequena área e supre a falta de uma representação cartográfica detalhada.

**CROQUI CARTOGRÁFICO** - mapa feito por meio de levantamentos sem nenhum controle. As informações são, em geral, insuficientes.

Como se vê pelas definições apresentadas neste capítulo introdutório, Cartografia não é sinônimo de cartas ou de mapas. Uma coleção de cartas ou mapas é denominada de mapoteca. Cartografia é ciência, técnica e arte que trata da elaboração e produção das representações gráficas, enquanto mapas e cartas são seus produtos resultantes.

A Cartografia é uma atividade produtiva especializada na representação gráfica do espaço terrestre, resultante de uma formação em nível superior que requer conhecimentos científicos avançados sobre as formas e dimensões do nosso planeta Terra, assim como seus modelos de representação.

## 2. RECORDANDO AS NOÇÕES MAIS SIMPLES DE ARITMÉTICA E GEOMETRIA

*“Afirmo muitas vezes que, se você medir aquilo de que está falando e o expressar em números, você conhece alguma coisa sobre o assunto; mas, quando você não o pode exprimir em números, seu conhecimento é pobre e insatisfatório; pode ser o início do conhecimento, mas dificilmente seu espírito terá progredido até o estágio da Ciência, qualquer que seja o assunto”. William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907).*

A afirmação de Lord Kelvin acima transcrita pode parecer um exagero. Entretanto, tudo o que existe no Universo Físico está associado aos números, começando pelos elementos químicos mais simples, cujas combinações iniciais deram origem à era material há cerca de 15 bilhões de anos a partir do primeiro minuto após o “*Big-Bang*”, quando começou a nucleossíntese primordial: prótons e nêutrons se uniam para formar os núcleos dos elementos leves, tendo esta fase a duração de cerca de vinte (20) minutos.

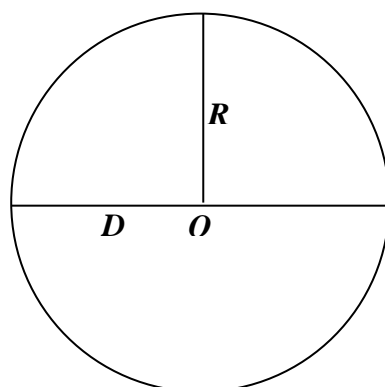
Antes de prosseguir na abordagem da classificação dos mapas e cartas é importante fazer uma breve revisão de alguns conceitos matemáticos que serão utilizados no desenvolvimento deste livro, já que nesta área das Ciências Exatas e da Terra os números são fundamentais.

Durante este curso serão utilizados alguns conceitos e definições de aritmética e geometria. Assim sendo, a explanação apresentada neste item trata de relembrar, de maneira bem sucinta, o essencial para a prática dos cálculos que serão necessários na representação gráfica da superfície terrestre, de tal modo que mesmo aqueles que não estiverem em dia com essas noções elementares poderão compreender, rapidamente, as expressões numéricas que serão empregadas.

Por outro lado, aqueles que têm formação matemática mais completa acompanharão com maior facilidade as considerações avançadas que serão feitas para esclarecer as exposições sobre a cartografia matemática.

### 2.1. CÍRCULO e ESFERA

O lugar geométrico dos pontos de um plano distanciados de o ponto *O*, chamado *centro*, é uma *circunferência de círculo*, *C*; a distância, constante, do centro a qualquer ponto da circunferência chama-se *raio*, *R*. O compasso traça (a lápis ou à tinta) a linha da circunferência e sua abertura materializa o raio; assim a circunferência apresenta um comprimento ou perímetro, enquanto o círculo a sua área. O dobro do raio é o *diâmetro*, *D*. A relação entre o comprimento da circunferência e o diâmetro é um número incomensurável, simbolizado pela letra grega  $\pi$  ( $\pi=3,1415926535897932384626433832795\dots$ , frequentemente arredondado para 3,1416). Desta forma, sendo *R* o raio do círculo e *D* o seu diâmetro, a circunferência *C* vale:



$$C = 2.\pi.R = \pi.D \dots\dots\dots (1)$$

A área do círculo,  $A$ , deve incluir um termo em  $R^2$  ou  $D^2$ , sendo do segundo grau:

$$A = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot D^2/4 \dots\dots\dots (2)$$

A *esfera* responde à mesma definição que a circunferência de círculo, mas transferida ao espaço tridimensional. Todos os pontos da esfera são igualmente distanciados do centro, de tal modo que todas as suas seções planas são círculos. Os planos que cortam a esfera passando pelo centro determinam *círculos máximos*, assim chamados porque não há possibilidade de se obter círculos maiores; todas as seções circulares da superfície esférica que não tiverem como centro o próprio centro da esfera são menores. Sendo  $R$  o raio da esfera, o círculo máximo será um círculo de raio  $R$ . A área da esfera vale:

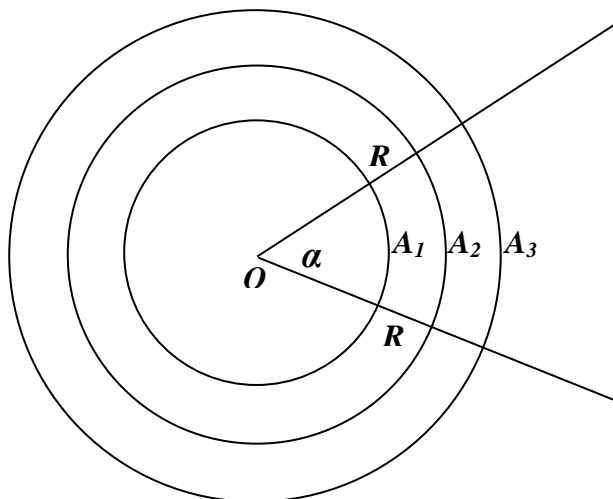
$$A = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \dots\dots\dots (3)$$

O volume deve incluir um termo em  $\pi^3$ :

$$V = 4/3 \cdot (\pi \cdot R^3) = \pi \cdot D^3/6 \text{ ou } 1/6 \cdot \pi \cdot D^3 \dots\dots\dots (4)$$

## 2.2. ÂNGULOS e SETORES

Considerando um círculo de qualquer diâmetro, dois raios de comprimento infinito podem ser traçados ultrapassando, então, a área do círculo. Se, a partir do mesmo centro forem traçados, agora, círculos de raio maior, a localização das retas não será modificada, mas os arcos dos novos círculos concêntricos aumentam com os comprimentos dos raios. Dois raios formam um determinado *ângulo*, que pode ser definido em relação ao comprimento do arco: desta forma, *transferidores* de tamanhos (raios) diferentes permitem construir um mesmo ângulo. Inversamente, arcos de um mesmo ângulo têm comprimentos maiores sobre círculos do transferidor de raio maior. Sendo  $\alpha$  o ângulo e  $R$  o raio, demonstra-se que o arco  $A$ , relativo ao ângulo é proporcional a  $\alpha \cdot R$ ; e tem-se:



$$A = K \cdot \alpha \cdot R \dots\dots\dots (5)$$

onde  $K$  é um coeficiente de proporcionalidade que depende do sistema de unidades utilizado para caracterizar o ângulo.

### 2.2.1. Diferentes sistemas para a medição de ângulos

O sistema mais racional, mais matemático, resulta da determinação mais simples de  $K$ ,

ou seja:  $K = I$ . Assim, o ângulo correspondente à circunferência completa vale  $2\pi$ , à meia circunferência  $\pi$ , a um quarto de circunferência (ângulo reto)  $\pi/2$ . A esta unidade chama-se *radiano* (abreviadamente: *rad*) e, portanto, o ângulo reto vale  $\pi/2$  *radianos*.

A subdivisão deveria ser decimal, mas, na prática da medição dos ângulos, este tipo de divisão não seria fácil. Por isso, surgiu a necessidade de criar outro sistema baseado na numeração duodecimal (sistema de base 12).

A volta completa da circunferência deve compreender trinta dúzias de unidades, e tal unidade foi chamada *grau*. Desta forma, a circunferência é dividida em  $360^\circ$  (um pequeno círculo colocado em posição de expoente é o símbolo de grau), sendo o ângulo reto igual a  $90^\circ$ . Para conservar a estrutura duodecimal, cada grau é subdividido em 60 minutos ou  $60'$ ; cada minuto em 60 segundos ou  $60''$ . Daí, a denominação deste sistema ser *sexagesimal*. Portanto, cada grau inclui  $60' \times 60'' = 3.600$  segundos. A circunferência completa é composta de  $3.600'' \times 3.600'' = 1.296.000''$ . Mas a subdivisão do segundo é decimal. Um segundo e um quarto de segundo devem ser escritos:  $1,25''$ .

Para utilizar na divisão angular o sistema decimal, em fins do século XIX foi criado o *grado*, sendo definido o ângulo reto como igual a  $100^G$ . Assim, a circunferência completa vale 400 grados. A subdivisão é decimal, mas costuma-se marcar os minutos e os segundos de grados com os símbolos ' e ". O minuto de grado é igual a um centésimo de grado; o segundo de grado é igual um centésimo de minuto de grado. Os cálculos são um pouco mais fáceis, entretanto perde-se a vantagem da divisão exata por três.

A correspondência entre os três sistemas é imediata:

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 400^G = 2 \cdot \pi \text{ rad} \\ 180^\circ &= 200^G = \pi \text{ rad} \\ 90^\circ &= 100^G = \pi \text{ rad} / 2 \\ 1^\circ &= 9/10^G = \pi \text{ rad} / 180 \end{aligned}$$

Os astrônomos costumam medir os ângulos em horas, porque a rotação da Terra em torno de seu próprio eixo tem a duração de um dia. Assim sendo, um ponto localizado sobre determinado meridiano passa em frente ao Sol pela segunda vez após descrever um movimento circular de  $360^\circ$ , que corresponde a um dia. O período de um dia é de 24 horas; logo, a divisão da circunferência é a de um mostrador de um relógio com 24 horas. Sendo, cada hora igual à 60 minutos (min) e cada minuto igual à 60 segundos (s). A volta completa corresponde a 1.440 minutos ou 86.400 segundos de tempo.

Uma outra unidade, porém pouco utilizada, é o *milésimo*, que corresponde ao ângulo cujos lados, a uma distância de 1.000 metros do vértice têm uma abertura de um (1) metro. Assim, um poste de 1m de altura acima do solo será visto na distância de 1km sob o ângulo de 1 milésimo. Praticamente, pode-se dizer que o milésimo corresponde ao arco de 1m de comprimento da circunferência de 1.000m de raio. A volta completa corresponderá então a  $2\pi \times 1.000$  milésimos, ou seja,  $2.000 \cdot \pi$ , valor frequentemente arredondado para 6.400 milésimos.

### 2.2.2. Conversão das unidades de medidas de ângulos

As correspondências citadas bastam para passar de um sistema para outro, utilizando-se a proporcionalidade sob forma de regra de três simples e direta.





1<sup>o</sup>) o valor do seno, ou do co-seno, não ultrapassa 1, mas o valor da tangente vai de 0 até o infinito;

2<sup>o</sup>)  $\text{sen } 15^\circ = \text{cos } 75^\circ$ ;  $\text{sen } 30^\circ = \text{cos } 60^\circ$ ; etc.; em geral,  $\text{sen}(90^\circ - \alpha) = \text{cos } \alpha$ ;

3<sup>o</sup>) quando o ângulo se torna negativo, o co-seno não se modifica; no mesmo caso, porém, o seno terá o mesmo valor, mas com sinal negativo. Assim:

$$\text{sen}(-\alpha) = -\text{sen } \alpha; \quad \text{cos}(-\alpha) = \text{cos } \alpha.$$

## 2.4. VARIÁVEIS CONTÍNUAS E DISCRETAS

Uma variável é um símbolo, como  $X, Y, H, x, B$  que pode assumir qualquer um de um conjunto de valores que lhes são atribuídos, conjunto este chamado *domínio* da variável. Se a variável pode assumir apenas um valor é denominada *constante*.

Uma variável que pode assumir teoricamente qualquer valor entre dois dados, chama-se *variável contínua*; de outro modo denomina-se *variável discreta*.

Por exemplo: o número  $N$  de crianças, em uma família, que pode assumir qualquer um dos valores 0, 1, 2, 3, mas não pode ser 2,5 ou 3,842, é uma variável discreta.

Outro exemplo: A altura  $H$  de um indivíduo que pode ser 1,65 metro, 1,662 metro ou 1,6722 metro, conforme a precisão da medida, é uma variável contínua.

Os dados que podem ser descritos por meio de uma variável discreta ou contínua são chamados *dados discretos* ou *contínuos*, respectivamente. O número de crianças em cada uma de 1.000 famílias é um exemplo de dados discretos, enquanto que o peso de 100 estudantes universitários é um exemplo de dados contínuos. Em geral, as medições dão origem a dados contínuos, enquanto que as *enumerações* ou *contagens* resultam em dados discretos. Muitas vezes é conveniente estender o conceito de variável a entidades não numéricas. Por exemplo, a cor  $C$  do arco-íris é uma variável que pode tomar os valores “vermelho”, “laranja”, “amarelo”, “verde”, “azul”, “anil” e “violeta”. Geralmente, é possível substituir essas variáveis por quantidades numéricas. Por exemplo, atribui-se 1 ao vermelho, 2 ao laranja, etc.

## 2.5. ARREDONDAMENTO DE DADOS

O resultado do arredondamento de um número como 72,8 para o inteiro mais próximo é o 73, posto que 72,8 é mais próximo de 73 do que de 72. Do mesmo modo, 72,8146 arredondado para o centésimo mais próximo, ou com duas casas decimais, é 72,81, porque 72,8146 é mais próximo de 72,81 do que de 72,82.

Ao arredondar 72,465 para o centésimo mais próximo, contudo, depara-se com um dilema, pois, 72,465 *dista igualmente* de 72,46 e de 72,47. Usa-se, na prática, em tais casos, aproximar para o *número par* que precede o 5. Assim, 72,465 é arredondado para 72,46, 183,575 é arredondado para 183,58 e 116.500.000, arredondado para as unidades de milhões mais próximas é 116.000.000. esta prática é especialmente valiosa para reduzir ao mínimo os *erros acumulados por arredondamento*, quando tratar-se de grande número de operações.

O problema a seguir ajuda no correto entendimento:

Some os números 4,35, 8,65, 2,95, 12,45, 6,65, 7,55 e 9,75 nas seguintes condições: (a) diretamente; (b) arredondando para décimos de acordo com a convenção do número par; (c) arredondando de maneira que o algarismo anterior cresça de uma unidade.

**Solução:**

<b>(a)</b>	4,35	<b>(b)</b> 4,4	<b>(c)</b> 4,4
	8,65	8,6	8,7
	2,95	3,0	3,0
	12,45	12,4	12,5
	6,65	6,6	6,7
	7,55	7,6	7,6
	9,75	9,8	9,8
	<hr/> 52,35	<hr/> 52,4	<hr/> 52,7

Note-se que o processo **(b)** é melhor do que o **(c)**, visto que aquele método reduz ao mínimo os *erros acumulados com os arredondamentos*.

**Problemas Resolvidos**

**2.6. EMPREGO DA NOTAÇÃO CIENTÍFICA**

Ao escrever números, especialmente aqueles que comportem muitos zeros, antes e depois da vírgula, é conveniente empregar a notação científica que utiliza as potências de 10.

**Exemplo 1:**  $10^1=10$ ;  $10^2=10 \times 10=100$ ;  $10^5=10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10=100.000$ ;  $10^8=100.000.000$ .

**Exemplo 2:**  $10^0=1$ ;  $10^{-1}=0,1$ ;  $10^{-2}=0,01$ ;  $10^{-5}=0,00001$ ;

**Exemplo 3:**  $864.000.000=8,64 \times 10^8$ ;  $0,00003416=3,416 \times 10^{-5}$ .

Note-se que, multiplicando-se um número por  $10^8$ , por exemplo, tem-se o mesmo resultado que ao deslocar a vírgula *para a direita* de 8 casas. Multiplicando-se o número por  $10^{-6}$  tem-se o mesmo resultado que ao deslocar a vírgula *para a esquerda* de 6 casas.

Muitas vezes empregam-se parênteses ou pontos para indicar a multiplicação de dois ou mais números. Assim:  $(5)(3) = 5.3 = 5 \times 3 = 15$ .  $(10)(10)(10) = 10.10.10 = 10 \times 10 \times 10 = 1.000$ . Quando se empregam letras para representar os números, os parênteses ou pontos são muitas vezes omitidos. Por exemplo  $ab=(a)(b) = a.b = a \times b$ .

A notação científica é muitas vezes útil no cálculo, especialmente para localizar a vírgula. Usam-se as seguintes regras:

$$(10^p)(10^q) = 10^{p+q}; \quad 10^p / 10^q = 10^{p-q},$$

em que  $p$  e  $q$  são números quaisquer.

Em  $10^p$   $p$  é denominado o *expoente* 10 a base.

**Exemplo 1.**  $(10^3)(10^2) = 1.000 \times 100 = 100.000 = 10^5$  (i.e.  $10^{3+2}$ );

$$10^6 / 10^4 = 1.000.000 / 10.000 = 100 = 10^2 \text{ (i.e. } 10^{6-4}\text{)}.$$

**Exemplo 2.**  $(4.000.000)(0,0000000002) = (4 \times 10^6)(2 \times 10^{-10}) = (4)(2)(10^6)(2 \times 10^{-10}) = 8 \times 10^{6-10} = 8 \times 10^{-4} = 0,0008$ .

**Exemplo 3.**  $(0,006)(80.000) / 0,04 = (6 \times 10^{-3})(8 \times 10^4) / 4 \times 10^{-2} = 48 \times 10^1 / 4 \times 10^{-2} = (48/4) \times 10^{1-(-2)} = 12 \times 10^3 = 12.000$ .

## Problemas Resolvidos

IV) Expresse cada um dos seguintes números sem usar as potências de 10:

(a)  $4,823 \times 10^7$ . (Resp.: 48.230.000).

(b)  $8,4 \times 10^{-6}$ . (Resp.: 0,0000084).

(c)  $3,80 \times 10^{-4}$ . (Resp.: 0,000380).

### 2.7. ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

Se uma altura foi determinada com precisão como 1,66 metros, isto significa que seu valor verdadeiro está compreendido entre 1,655 e 1,665 metros. Os **algarismos corretos** separados dos zeros necessários para a localização da vírgula, chamam-se *algarismos significativos* ou *dígitos significativos* do número.

**Exemplo 1.** 1,66 tem 3 algarismos significativos.

**Exemplo 2.** 4,5300 tem 5 algarismos significativos.

**Exemplo 3.**  $0,0018 = 1,8 \times 10^{-3}$  tem 2 algarismos significativos.

**Exemplo 4.**  $0,001800 = 1,800 \times 10^{-3}$  tem 4 algarismos significativos.

Os números resultantes de enumerações ou de contagens, ao contrário dos das medições, são naturalmente exatos e, assim, têm uma quantidade ilimitada de algarismos significativos. Em alguns destes casos, contudo, pode ser difícil decidir quais são os algarismos significativos sem informações adicionais. Por exemplo, o número 186.000.000 pode ter 3, 4, ..., 9 algarismos significativos. Se é sabido que ele tem 5 algarismos significativos, será melhor escrever o número como 186,00 milhões ou  $1,8600 \times 10^8$ .

### Cálculos

Ao efetuar cálculos que envolvem multiplicação, divisão e extração de raízes de números, o resultado final não pode ter mais algarismos significativos do que o número que tem menor quantidade deles. Veja o procedimento:

Demonstre que o produto do número 5,74 por 3,8, admitindo-se que eles tenham, respectivamente, três e dois algarismos significativos, não pode ser mais preciso do que com dois algarismos significativos.

#### Primeiro método:

$5,74 \times 3,8 = 21,812$ , mas nem todos os algarismos deste produto são algarismos significativos. Para determinar quantos o são, observe-se que 5,74 é o arredondamento de qualquer número compreendido entre 5,735 e 5,745, enquanto que 3,8 o é para o intervalo entre 3,75 e 3,85. Portanto, o menor valor possível do produto é  $5,735 \times 3,75 = 21,50625$  e o maior  $5,745 \times 3,85 = 22,11825$ .

Visto que a faixa de valores vai de 21,50625 a 22,11825, é evidente que somente os dois primeiros algarismos do produto podem ser significativos, sendo 22 o resultado. Note-se que 22 é o resultado do *arredondamento* de qualquer número compreendido entre 21,5 e 22,5.

#### Segundo método:

Grifando em itálico e negrito os algarismos que podem ser duvidosos, o produto pode ser calculado da maneira seguinte:

$$\begin{array}{r} 5,74 \\ \times 3,8 \\ \hline 4592 \\ 1722 \\ \hline 21,812 \end{array}$$

Não conservando mais do que um algarismo duvidoso na solução, esta será, em consequência, **22, com dois algarismos significativos**.

**Exemplos:**

- 1)  $73,24 \times 4,52 = 73,24 \times 4,52 = 331$ ;
- 2)  $1,648 / 0,023 = 72$ ;
- 3)  $\sqrt{38,7} = 6,22$ ;
- 4)  $(8,416)(50) = 420$  se 50 é exato.

Ao efetuar adições e subtrações de números, o resultado final não pode ter mais algarismos significativos depois da vírgula do que o que tiver menor quantidade deles nessa condição. O exemplo seguinte demonstra esta regra:

Some os números 4,19355, 15,28, 5,9561, 12,3 e 8,472, considerando significativos todos os algarismos.

**Solução:**

Em a) , os algarismos duvidosos da adição estão em tipos itálicos e negritos. A resposta final, apenas com um algarismo duvidoso, é tomada como sendo 46,2.

<b>(a)</b>	4,19355	<b>(b)</b>	4,19
	15,28		15,28
	5,9561		5,96
	12,3		12,3
	8,472		8,47
	46,20165		46,20

Pode ser economizado algum trabalho procedendo-se como em **(b)**, onde se conserva apenas mais uma casa decimal além das do número de menor precisão. A resposta final, aproximada para 46,2 concorda com **(a)**.

**Exemplos:**

- 1)  $3,16 + 2,7 = 5,9$ ;
- 2)  $83,42 - 72 = 11$ ;
- 3)  $47,816 - 25 = 22,816$  se 25 for exato.

A regra acima para adição e subtração pode ser ampliada, conforme demonstração na solução do seguinte problema:

Calcule  $475.000.000 + 12.684.000 - 1.372.410$ , se estes números têm 3, 5, e 7 algarismos significativos, respectivamente.

**Solução:**

No cálculo (a) todos os algarismos são conservados e a resposta final é arredondada. Em (b) emprega-se um método semelhante ao do problema do exemplo da soma acima. Em ambos os casos, os algarismos duvidosos estão em tipo itálico e negrito.

<b>(a)</b>	475.000.000	487.684.000	<b>(b)</b>	475.000.000	487.700.000
	+ 12.684.000	- 1.372.410		+ 12.700.000	- 1.400.000
	487.684.000	486.311.590		48.700.000	486.300.000

O resultado final é aproximado para 486.000.000 ou, melhor ainda, para mostrar que são 3 os algarismos significativos, escreve-se 486 milhões ou  $4,86 \times 10^8$ .

## 2.8. FUNÇÕES MATEMÁTICAS

Se a cada valor que a variável  $X$  pode assumir corresponder um ou mais valores da variável  $Y$ , diz-se que  $Y$  é uma *função* de  $X$  e escreve-se  $Y = F(X)$  (ler “ $Y$  igual a função  $F$  de  $X$ ”) para indicar essa dependência funcional. Outras letras, tais como  $G$ ,  $\phi$ , etc., podem ser usadas em vez de  $F$ .

A variável  $X$  chama-se *variável independente*, e  $Y$  chama-se *variável dependente*.

Se apenas um valor de  $Y$  corresponde a cada um de  $X$ , diz-se que  $Y$  é uma função unívoca de  $X$ ; de outro modo, ela seria denominada uma *função plurívoca* de  $X$ .

**Exemplo1:** A população total  $P$  dos Estados Unidos é uma função do tempo  $t$  e escreve-se  $P = F(t)$ .

**Exemplo2:** A tensão  $S$  de uma mola vertical é uma função de peso  $W$  colocado em sua extremidade. Em símbolos,  $S = G(W)$ .

A dependência funcional ou correspondência entre duas variáveis é, muitas vezes, representada em um *quadro*. Entretanto, ela também pode ser representada por uma equação que correlaciona as variáveis, como  $Y = 2X - 3$ , da qual  $Y$  pode ser determinado, em correspondência com os vários valores de  $X$ .

Se  $Y = F(X)$ , é um hábito fazer com que  $F(3)$  signifique “o valor de  $Y$  quando  $X = 3$ ;  $F(10)$  significa “o valor de  $Y$  quando  $X = 10$ ; etc. Assim, se  $Y = F(X) = X^2$ , então  $F(3) = 3^2 = 9$  é o valor de  $Y$  quando  $X = 3$ .

O conceito de função pode ser estendido a duas ou mais variáveis.

**Exemplo:** Se  $Z = 16 = 4X - 3Y$ , determinar o valor de  $Z$  correspondente a:

(a)  $X = 2, Y = 5$ ; (b)  $X = -3, Y = -7$ ; (c)  $X = -4, Y = 2$ .

**Solução:**

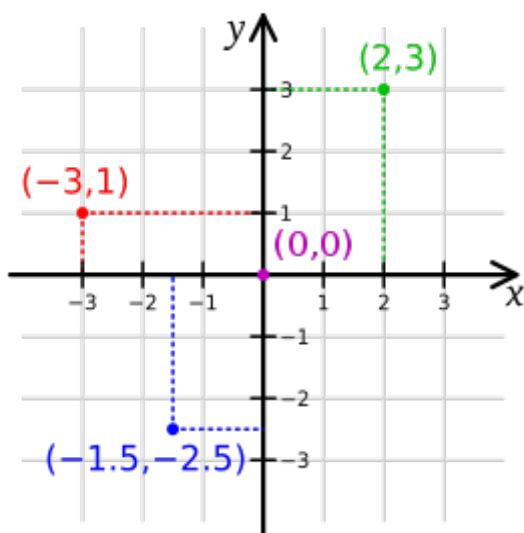
(a)  $Z = 16 = 4(2) - 3(5) = 16 = 8 - 15 = 9$ ;

(b)  $Z = 16 = 4(-3) - 3(-7) = 16 - 12 + 21 = 25$ ;

(c)  $Z = 16 + 4(-4) - 3(2) = 16 - 16 - 6 = -6$ .

A valores de  $X$  e  $Y$  corresponde um valor de  $Z$  sobre  $X$  e  $Y$ , escrevendo  $Z = F(X, Y)$ ; leia-se: “ $Z$  é uma função de  $X$  e  $Y$ ”.  $F(2, 5)$  significa o valor de  $Z$  quando  $X = 2$  e  $Y = 5$ , que é 9 conforme o item (a). Semelhantemente,  $F(-3, -7) = 25$  e  $F(-4, 2) = -6$ , conforme os itens (b) e (c), respectivamente.

As variáveis  $X$  e  $Y$  são chamadas *independentes* e  $Z$  é a *dependente*.



## 2.9. COORDENADAS RETANGULARES

### 2.9.1. Coordenadas cartesianas

Chama-se "Sistema de Coordenadas Cartesianas" a um esquema reticulado



necessário para especificar pontos num determinado "espaço" com  $n$  dimensões.

**Cartesiano** é um adjetivo que se refere ao matemático francês e filósofo Descartes que, entre outras coisas, desenvolveu uma síntese da álgebra com a geometria euclidiana. Os seus trabalhos permitiram o desenvolvimento de áreas científicas como a geometria analítica, o cálculo e a cartografia.

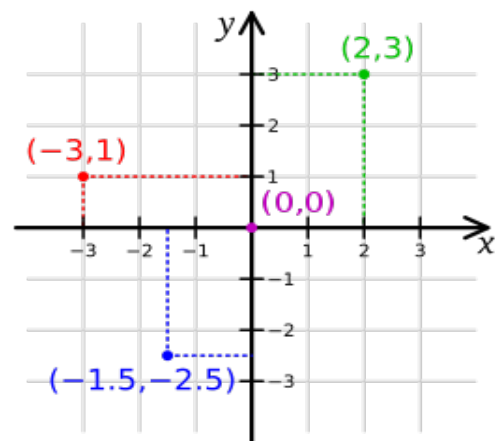
A Figura ao lado mostra as Coordenadas cartesianas de alguns pontos do plano.

A ideia para este sistema foi desenvolvida em 1637 em duas obras de Descartes:

- *Discurso sobre o método*
- - Na segunda parte, Descartes apresenta a ideia de especificar a posição de um ponto ou objecto numa superfície, usando dois eixos que se intersectam.
  -
- *La Géométrie*
  - onde desenvolve o conceito que apenas tinha sido referido na obra anterior.

### 2.9.1.1. Abcissa

É a coordenada horizontal de um ponto num referencial plano de coordenadas cartesianas. Representando esse referencial sob a forma de um gráfico, obtemos a **abcissa** ( $x$ ) medindo a distância do ponto observado ao eixo das ordenadas ( $y$ ), paralelamente ao eixo das abcissas. É representada pela incógnita  $x$  num gráfico tipo  $(x, y)$ , o que significa que representa o objecto sobre o qual a função opera, convertendo-o na sua imagem ( $y$ ).



As abcissas dos pontos assinalados são  $(-3)$ ,  $(-1.5)$ ,  $(0)$  e  $(2)$ .

### 2.9.1.2. Ordenada

É a coordenada vertical de um ponto num referencial plano de coordenadas cartesianas. Representando esse referencial sob a forma de um gráfico, obtemos a **ordenada** ( $y$ ) medindo a distância do ponto observado ao eixo das **abcissas** ( $x$ ), paralelamente ao eixo das ordenadas. É representada pela incógnita  $y$  num gráfico tipo  $(x, y)$ .

As ordenadas dos pontos assinalados são  $(1)$ ,  $(-2.5)$ ,  $(0)$  e  $(3)$ .

### 2.9.1.3. Posição

A **posição** de um corpo especifica-se através das suas coordenadas num certo referencial ou do seu vector posição.

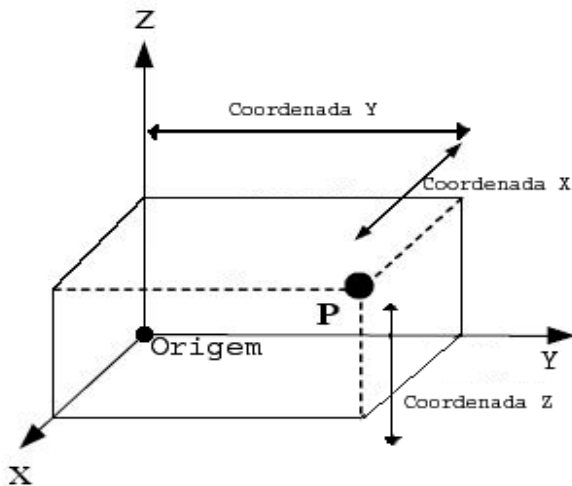
### Nomenclatura

Para localizar a posição de um objeto no espaço são necessárias 3 medidas. Existe certa liberdade em como uma pessoa escolhe estas 3 medidas, chamadas de **coordenadas** do objeto. Isto dá origem a diversos **sistemas de coordenadas** possíveis e todos são igualmente bons. No entanto, em alguns casos, a escolha do sistema de coordenada pode simplificar bastante a solução de um problema.

Pelo fato de termos que utilizar 3 medidas para localizar o objeto dizemos então que o espaço tem **3 dimensões**. Se o objeto estivesse sobre uma mesa, e estivessemos apenas interessado na posição do mesmo sobre ela, poderíamos descartar uma das medidas e portando estaríamos lidando com um espaço com **2 dimensões**.

### *Escolhendo a Origem*

Para localizar os objetos de seu interesse, primeiro é necessário escolher uma origem. A origem é o ponto de onde se sairá medindo as distâncias até os objetos. Qualquer ponto serve para a origem, mas algumas vezes existem pontos especiais que simplificam a tarefa. Por exemplo em uma sala, os cantos da sala podem ser ótimos pontos para se escolher a origem.



### *Sistema Cartesiano*

Neste sistema utilizam-se 3 distâncias de um ponto (**P**) até a origem. Considerando que você está em uma sala, estas 3 distâncias podem ser:

A **altura** do objeto do solo ( **coordenada z**);

A **distância** do objeto até uma das paredes que passa pelo canto escolhido como origem ( **coordenada x**); e

A **distância** até a parede adjacente a origem ( **coordenada y**).

A ordem em que estas distâncias é escolhida não é relevante, desde que se mantenha a consistência nas medidas. Para simplificar a contabilidade destas medidas utiliza-se uma lista com os valores. Suponha que os valores encontrados sejam,  $z=1.10$  metros,  $y=2.40$  metros, e  $x=1.2$  metros. Podemos escrever a posição do objeto desta forma:

$$(x, y, z) = (1.20, 2.40, 1.10)$$

O motivo de escrever as medidas desta forma é para permitir utilizarmos o conceito de **vetores**. Com este formalismo podemos não só localizar os objetos, como também calcular a distância entre eles em um dado instante. Além disto, após aprendermos como trabalhar com estes conceitos em 2 ou 3 dimensões podemos facilmente generalizar estas ideias para qualquer dimensão. Isto é, com o mesmo raciocínio usado aqui e uma notação 'esperta', podemos calcular distâncias, e muito mais, em qualquer dimensão.

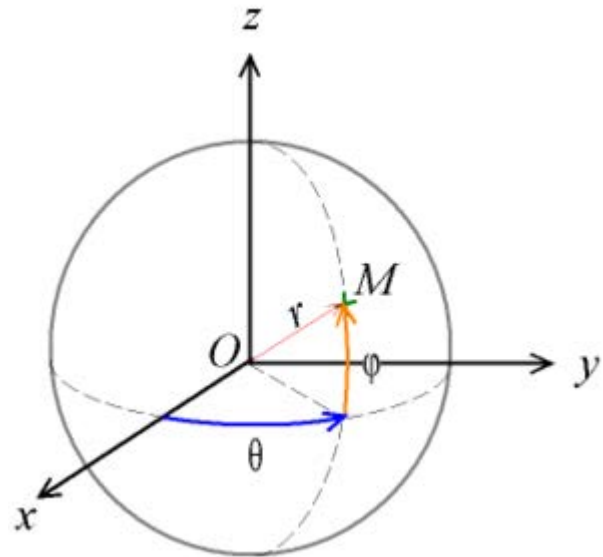
### **2.10. Sistema de coordenadas esféricas**

Em matemática, um **sistema de coordenadas** é um sistema para se especificar uma ênupla de escalares a cada ponto num espaço n-dimensional. O espaço no qual é sobreposto o sistema de coordenadas não necessariamente precisa ter definida uma métrica, tal como no caso do espaço riemanniano no contexto da relatividade. Os "escalares" em muitos casos são números reais mas, dependendo do contexto, também podem ser números complexos ou membros de outro corpo qualquer. De forma mais geral, as coordenadas podem por vezes ser retiradas de anéis ou outras estruturas algébricas semelhantes.

### Coordenadas esféricas de um ponto.

Afim de que se especifique de forma não ambígua a posição de cada ponto neste espaço, é necessário que se defina uma origem e uma orientação.

Para que se atribua a cada ponto do espaço uma ênupla de números, é necessário que ao longo de cada *curva coordenada* se possa definir uma variedade, de tal forma que exista uma correspondência biunívoca entre a intersecção dessas variedades e um ponto. Assim, cada ênupla equivale a determinar a posição de cada variedade ao longo de cada curva coordenada.



Embora qualquer sistema específico de coordenadas seja útil para cálculos numéricos num espaço dado, considera-se que o próprio *espaço* existe independentemente de uma qualquer escolha de coordenadas.

### 2.11. EXATIDÃO E PRECISÃO

Tem-se mencionado insistentemente sobre **exatidão e precisão**, sem qualquer definição ou conceituação de seus verdadeiros significados físicos. Assim, para relembrar o que estes termos representam nas medidas físicas, faz-se uma breve exposição dos seus conceitos básicos, iniciando-se pela informação relativa à adoção do Sistema Internacional de Unidades adotado em nosso País.

Em 14 de outubro de 1960, pela XI Conferência geral de pesos e medidas, realizada em Paris, foi adotado o Sistema Internacional de Unidades (abreviado SI, *por Système Internationale*), também chamado de MKS, porque três de suas unidades fundamentais são o metro (m), o quilograma (k) e o segundo (s).

A **medida de comprimento** adotada é a seguinte:

*"A unidade legal de medida de comprimento denominada metro, cujo símbolo é m, é igual a 1.650.763,73 comprimentos de onda, no vácuo, da radiação correspondente à transição entre os níveis  $2p_{10}$  e  $5d_5$  do átomo de criptônio-86, cuja luz produzida tem a cor laranja-avermelhada."*

O número de comprimentos de onda de luz em dada distância pode ser contado com o uso do instrumento conhecido como **interferômetro ótico**, que dá uma exatidão de cerca de duas partes em um bilhão, ou seja, um erro da ordem de um metro, na distância entre a Terra e a Lua. Utilizando-se um feixe de *laser*, o procedimento possibilita exatidão maior que uma parte em um trilhão (Williams et al, 1970).

O sistema métrico utiliza a notação exponencial de base dez (10) para exprimir os seus correspondentes valores numéricos que, dependendo de suas grandezas, podem ser representados por seus múltiplos e submúltiplos conforme vistos no **Quadro 2** abaixo:

**Quadro 2 - Prefixos do Sistema Métrico**

<i>NOTAÇÃO EXPONENCIAL</i>		
<i>MÚLTIPLOS</i>	<i>SUBMÚLTIPLOS</i>	
quilo (k) $10^3$	deci (d) $10^{-1}$	nano (n) $10^{-9}$
mega (M) $10^6$	centi (c) $10^{-2}$	pico (p) $10^{-12}$
giga (G) $10^9$	mili (m) $10^{-3}$	femto (f) $10^{-15}$
tera (T) $10^{12}$	micro ( $\mu$ ) $10^{-6}$	atto (a) $10^{-18}$

A medida de uma quantidade física é sempre sujeita a certo grau de incerteza. Existem várias razões para isto e entre elas as abaixo enumeradas:

- as limitações inerentes à construção dos instrumentos ou dispositivos de medidas;
- as condições em que é realizada a medida; e
- os erros introduzidos pelo executor das medidas.

Assim, ao serem mencionadas as medidas feitas durante uma experiência científica é necessário indicar o grau de incerteza, até o ponto em que o mesmo é conhecido.

Um modo de exprimir a incerteza em uma medida é em termos de *exatidão*. A *exatidão* se refere à aproximação (média) de uma medida do valor aceito para uma quantidade física específica. A exatidão é expressa em *erro absoluto* ou *relativo*.

O *erro absoluto* é a diferença entre o valor medido e o valor aceito; a sua fórmula é:

$$E_a = O - A \quad (1)$$

Onde  $E_a$  é o erro absoluto,  $O$  é o valor observado e  $A$  é o valor aceito.

O erro absoluto é dado na mesma unidade usada nos valores medidos e aceito; além disso, o sinal do erro mostra se o valor medido é maior ou menor que o valor aceito.

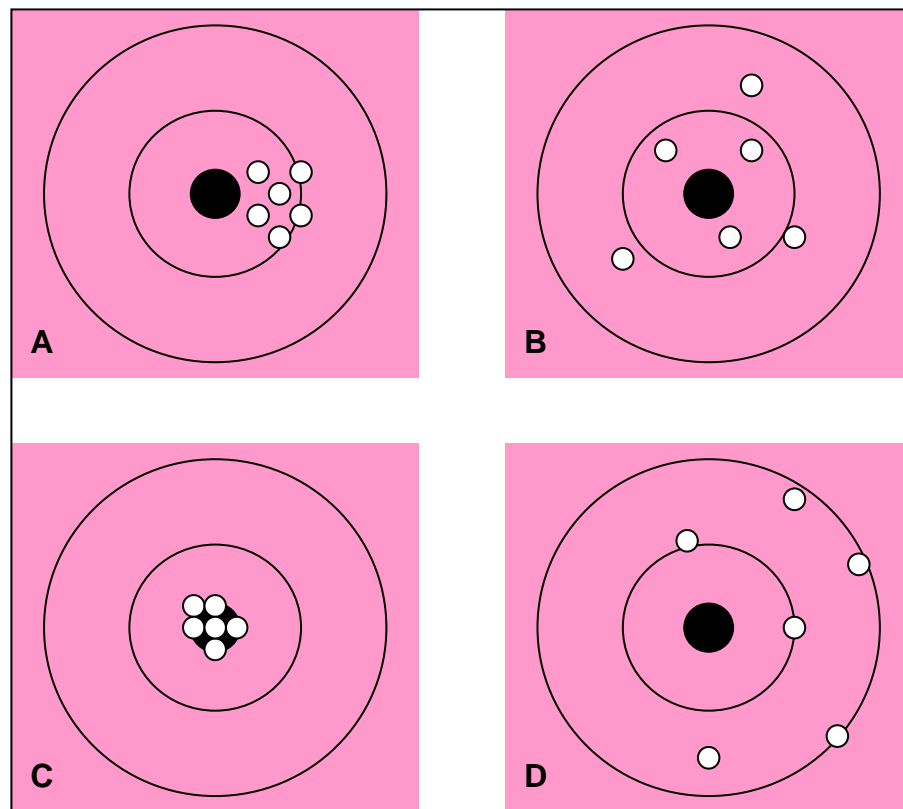
O erro relativo é expresso sob a forma de percentagem, sendo muitas vezes chamado de erro percentual; é calculado pela fórmula:

$$E_r = E_a / A \cdot 100\% \quad (2)$$

onde  $E_r$  é o erro relativo,  $E_a$  é o erro absoluto e  $A$  é o valor aceito. Novamente aqui, o sinal do erro indica se o valor medido foi para mais ou para menos.

Na linguagem corrente, *exatidão* e *precisão* frequentemente são tomadas como sinônimos, mas em ciência é importante fazer distinção entre os dois termos e usá-los de forma correta, consistente e coerente.

**Figura 4** - Distinção entre exatidão e precisão



**ADAPTADO DA FONTE:** Williams et al (1970).

Nesta **Figura 4** mostra-se que seis (6) tiros foram disparados em cada alvo, por quatro armas e atiradores diferentes. Comparando-se os resultados obtidos pelos alvos entre si, nota-se imediatamente que:

- 1) No alvo “A” o atirador conseguiu concentrar mais os disparos do que o atirador do alvo “B”, onde há um maior espalhamento. Embora a concentração dos disparos em nenhum dos alvos tenha sido no centro (falta de exatidão), aceita-se, intuitivamente, que os disparos no alvo “A” sejam melhores do que os disparos no alvo “B”, pois em “A” o espalhamento foi menor. Desta maneira, quanto menor for o espalhamento, mais preciso é o resultado (Andrade, 1998).
- 2) Igualmente, comparando-se os disparos contidos no alvo “A” (arma regularmente calibrada) com os do alvo “C” (arma bem calibrada), verifica-se que os disparos deste apresentam uma concentração maior do que os disparos daquele, resultando em uma melhor precisão, com uma diferença quanto aos locais de concentração: os disparos no alvo “C” se concentram na área central. Deste modo é lícito afirmar que os disparos em “C” foram exatos, pois atingiram o objetivo colimado.
- 3) Já os disparos efetuados no alvo “D”, demonstram que houve um grande espalhamento e que não houve distribuição média dos mesmos no entorno da área central. Assim, este é o pior dos resultados dos disparos efetuados nos quatro alvos.

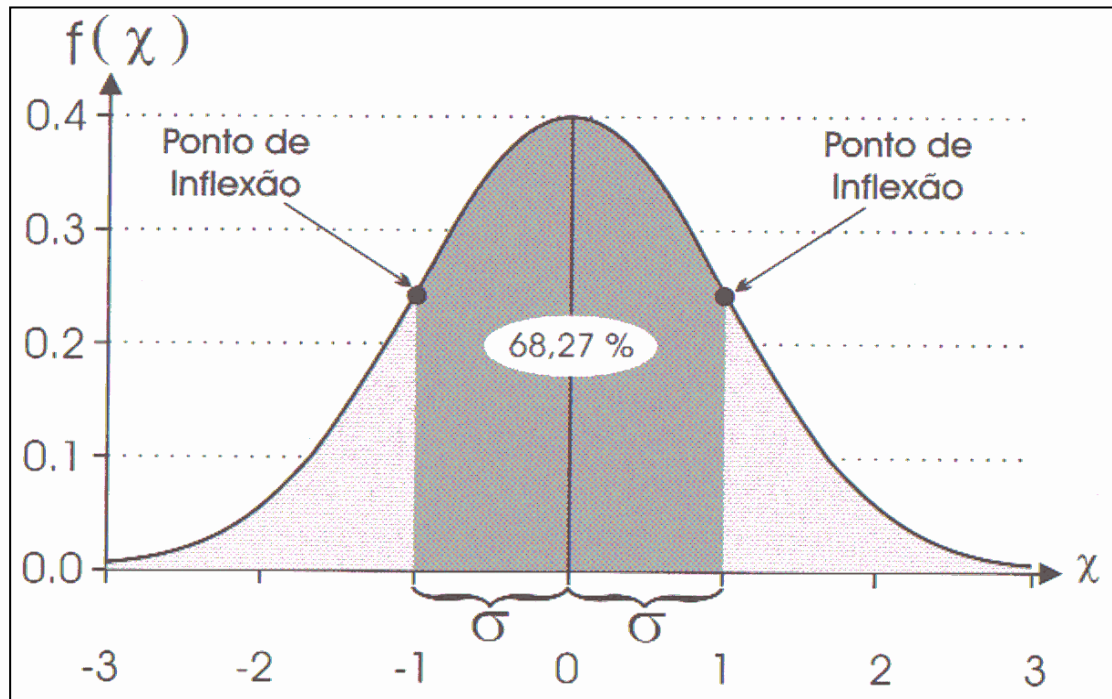
Com raciocínio semelhante Andrade (1988) concluiu que a medida da precisão deve ser, portanto, uma medida de espalhamento, a qual pode ser obtida pela aplicação da função de densidade de probabilidade normal ou Gaussiana (Curva de Gauss), definida pela expressão

(Meyer, 1974):

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right), \quad (3)$$

Os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  devem satisfazer às condições  $-\infty < \mu < \infty$ , e  $\sigma > 0$ .

**Figura 5** – Gráfico da função de densidade de probabilidade normal ou Gaussiana.



**Fonte:** Andrade, 1998.

De acordo com Andrade (1998), a **Figura 5** mostra a função de densidade de probabilidade normal ou Gaussiana, conhecida como Curva de Gauss. O ápice da Curva de Gauss corresponde à média de um conjunto de dados. A maior parte dos valores está próxima da média. A área delimitada pela curva, pela abcissa e por duas ordenadas representa o percentual de valores existentes naquele intervalo de dados.

O valor calculado de  $\sigma$ , denominado de **desvio padrão**, representa a distância entre a média e cada um dos dois pontos de inflexão que a curva apresenta. A área delimitada pela curva, pela abcissa e pelas ordenadas nos pontos de inflexão representa o percentual de valores ali existentes e é, portanto, uma medida de probabilidade da média real estar contida naquele intervalo entre os pontos de inflexão. Essa probabilidade é de 68,27%.

Assim, quando se diz que, ao valor de uma determinada medida está associada um determinado valor de desvio padrão, significa que há 68,27% de chance de que a média real esteja dentro do intervalo dado pela média amostral  $\pm \sigma$ , medida esta que recebe a denominação de **erro padrão**. O **Quadro 3** apresenta alguns diferentes tipos de erros adotados, relacionados com o desvio padrão.

**Quadro 3** – Tipos de erros adotados.

<b>ERRO</b>	<b>DEFINIÇÃO</b>	<b>PROBABILIDADE</b>
Padrão	$\pm 1 \sigma$	68,27%
Provável	$\pm 0,6745$	50,00%
Médio	$\pm 0,7979$	57,51%
3 Desvios Padrão	$\pm 3 \sigma$	99,73%

Em contraste com a exatidão, a **precisão** é a concordância entre várias medidas realizadas de um mesmo modo. Ela reflete a reprodutibilidade das medidas, sendo expressa em termos de *desvio* e como no caso da exatidão, os desvios podem ser absolutos ou relativos (percentuais).

Conforme observado anteriormente, a precisão das medidas é governada pelos instrumentos disponíveis. Um instrumento de medida física tem a sua precisão intimamente associada com a menor divisão da sua escala; e a precisão é menor ou igual à metade da menor divisão. Um instrumento analógico de medidas, como por exemplo, uma fita métrica de 20 m, na qual a menor graduação é de um (1) centímetro, a sua precisão máxima não pode ser superior a 0,5 cm (meio centímetro).

Alguns modernos instrumentos de pesquisa são quase que inacreditavelmente precisos. Em um instrumento de medida, o grau de precisão possível é sua *tolerância*. Supõe-se, evidentemente, que o instrumento está sendo usado corretamente e que os erros humanos são mantidos em um mínimo.

### 3. CLASSIFICAÇÃO DE MAPAS E CARTAS

**MAPA** é a representação da Terra nos seus aspectos geográficos – naturais ou artificiais – que **se destina a fins culturais ou ilustrativos**. Portanto, não tem caráter científico especializado e é, geralmente, construído em escala pequena, cobrindo um território mais ou menos extenso.

**CARTA** é a representação da Terra nos seus aspectos geográficos – naturais ou artificiais – que **se destina a fins práticos da atividade humana**, permitindo a avaliação precisa de distâncias, direções e localização geográfica de pontos, áreas e detalhes. É, portanto, uma representação similar ao mapa, mas de caráter especializado, construído com uma finalidade específica e, geralmente, em escalas grandes.

A palavra mapa teve origem na Idade Média e era empregada exclusivamente para designar as representações terrestres. Depois do século XIV os mapas marítimos passaram a ser denominados *cartas*, como por exemplo, as *cartas de marear* dos portugueses.

Os mapas e cartas podem ser classificados sob diversos aspectos; porém, estudaremos apenas sua classificação quanto às suas *finalidades*.

Como a tendência tem sido no sentido de considerar os mapas como CARTAS GEOGRÁFICAS, será suficiente estudarmos a classificação das cartas segundo a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas):

#### 3.1. CARTAS GEOGRÁFICAS:



- **Topográficas:** levantamento topográfico regular, ou compiladas de cartas topográficas existentes, permitindo facilmente a determinação de altitudes;
- **Planimétricas:** não faz parte de suas características fundamentais a representação das altitudes, podendo até omiti-las.

A carta geográfica quando construída em escala pequena, da ordem de 1:1.000.000 e menores, representando a superfície da Terra nos seus aspectos físicos e culturais, para fins ilustrativos, pode ser também denominada *mapa*.

### 3.2. CARTAS CADASTRAIS E PLANTAS:

- Geralmente em *escalas grandes*, usadas para mostrar limites verdadeiros e usos das propriedades, podendo omitir elevações e detalhes naturais ou artificiais desnecessários.

### 3.3. CARTAS AERONÁUTICAS:

- Representam a superfície da Terra com sua cultura e relevo, de maneira a satisfazer, especificamente, as necessidades da navegação aérea.

### 3.4. CARTAS NÁUTICAS:

- Resultam dos levantamentos dos mares, rios, canais e lagoas navegáveis e que se destinam à segurança da navegação marítima, fluvial e lacustre.

### 3.5. CARTAS ESPECIAIS:

- São as cartas, mapas, plantas em qualquer escala, destinadas a fins específicos, como por exemplo:

*Cartas Geológicas; Cartas Geomorfológicas; Cartas Meteorológicas; Cartas de Solo; Cartas de Vegetação; Cartas de Uso da Terra; Cartas Geofísicas; Globos; Planisfério ou Mapa Mundi; etc.*

## 4. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS E NUMÉRICAS DA TERRA

### 4.1. FORMAS E DIMENSÕES DA TERRA

O conceito dos babilônios sobre a forma do Universo era o de uma massa continental, em forma de disco, flutuando no mar com a abóbada do céu para cima e o firmamento sobre tudo isto. Esta idéia foi aceita pelos gregos e romanos, e também pelos israelitas e, através das Sagradas Escrituras, chegou à Europa Cristã na Idade Média.

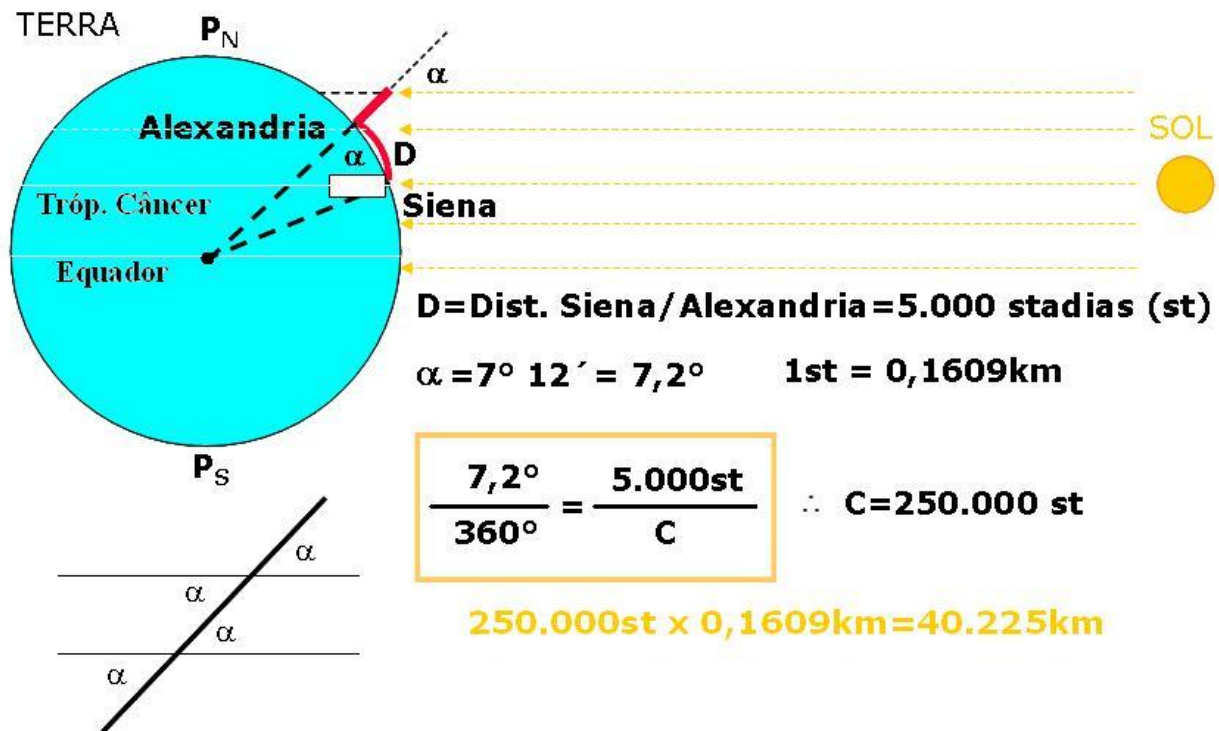
Na Antiga Grécia, Hecateu (500 a.C.) considerava a Terra como um *disco*, ao redor do qual corriam as águas dos oceanos.

No princípio do século IV a.C. foi introduzida uma idéia nova sobre a forma da Terra: *esférica*, mas não se sabe quem foi o idealizador. Esta idéia não foi consequência de observações astronômicas, mas nasceu de considerações filosóficas. A esfera é a mais perfeita de todas as formas; portanto, a Terra, obra-prima de seus deuses, devia ser uma esfera.

Estudos posteriores comprovaram esta hipótese, até tal ponto que no ano 350 a.C. Aristóteles foi capaz de formular os seis (6) argumentos para provar a esfericidade da Terra.. A *obliquidade do eixo da Terra* foi reconhecida e medida. Foram *estabelecidos os conceitos de Equador, Pólos, Trópicos* e a Superfície Terrestre foi dividida em *Zonas Tórridas, Temperadas e Frias*, como conhecidas hoje em dia.

Eratóstenes de Cirene (276-196 a.C.) empreendeu a tarefa de medir o *comprimento de uma circunferência meridiana terrestre*, a partir do conhecimento da distância entre as cidades

de Alexandria e Siena (Assuan) que se supunha ser de 5.000 estádias (1 estádia: medida antiga de comprimento correspondente à 180 metros), e da localização de Siena sobre o *Trópico de Câncer*. Supondo-se que Alexandria estava ao Norte de Siena, tudo o que Eratóstenes devia fazer era medir o ângulo do Sol ao meio dia de 21 de junho.



Verificou-se que a inclinação dos raios solares em relação à vertical era de 1/50 (um cinquenta avos da circunferência), isto é,  $7^\circ 12'$ ; por conseguinte, um meridiano da Terra devia medir cinquenta vezes mais, ou seja, 250.000 estádias; isto equivale a 40.225km..

A forma de nosso planeta (formato e suas dimensões) é um tema que vem sendo pesquisado ao longo dos anos em várias partes do mundo. Muitas foram as interpretações e conceitos desenvolvidos para definir qual seria a forma da Terra. Pitágoras em 528 a.C. introduziu o conceito de forma esférica para o planeta, e a partir daí sucessivas teorias foram desenvolvidas até alcançarmos o conceito que é hoje bem aceito no meio científico internacional.

A superfície terrestre sofre freqüentes alterações devido à natureza (movimentos tectônicos, condições climáticas, erosão, etc.) e à ação do homem, portanto, não serve para definir a forma sistemática da Terra.

Os diferentes materiais que compõem a superfície terrestre possuem diferentes densidades, fazendo com que a força gravitacional atue com maior ou menor intensidade em locais diferentes.

Segundo o conceito introduzido pelo matemático alemão CARL FRIEDRICH GAUSS (1777-1855), a forma do planeta, é o *GEÓIDE* (**Figura 6**) que corresponde à superfície do nível médio do mar homogêneo (ausência de correntezas, ventos, variação de densidade da água, etc.) supostamente prolongado por sob continentes. Essa superfície se deve, principalmente, às forças de atração (gravidade) e força centrífuga (rotação da Terra).

As águas dos oceanos procuram uma situação de equilíbrio, ajustando-se às forças que atuam sobre elas, inclusive no seu suposto prolongamento. A interação (compensação gravitacional) de forças buscando equilíbrio faz com que o geóide tenha o *mesmo potencial gravimétrico* em todos os pontos de sua superfície.

### Representação por harmônicos esféricos

Usam-se frequentemente harmônicos esféricos para obter uma expressão matemática da forma do geóide. Os coeficientes em uso atualmente são os do modelo EGM2008 (Earth Gravity Model), que contém um conjunto de parâmetros até à 2158ª ordem. (Calado – 2017)

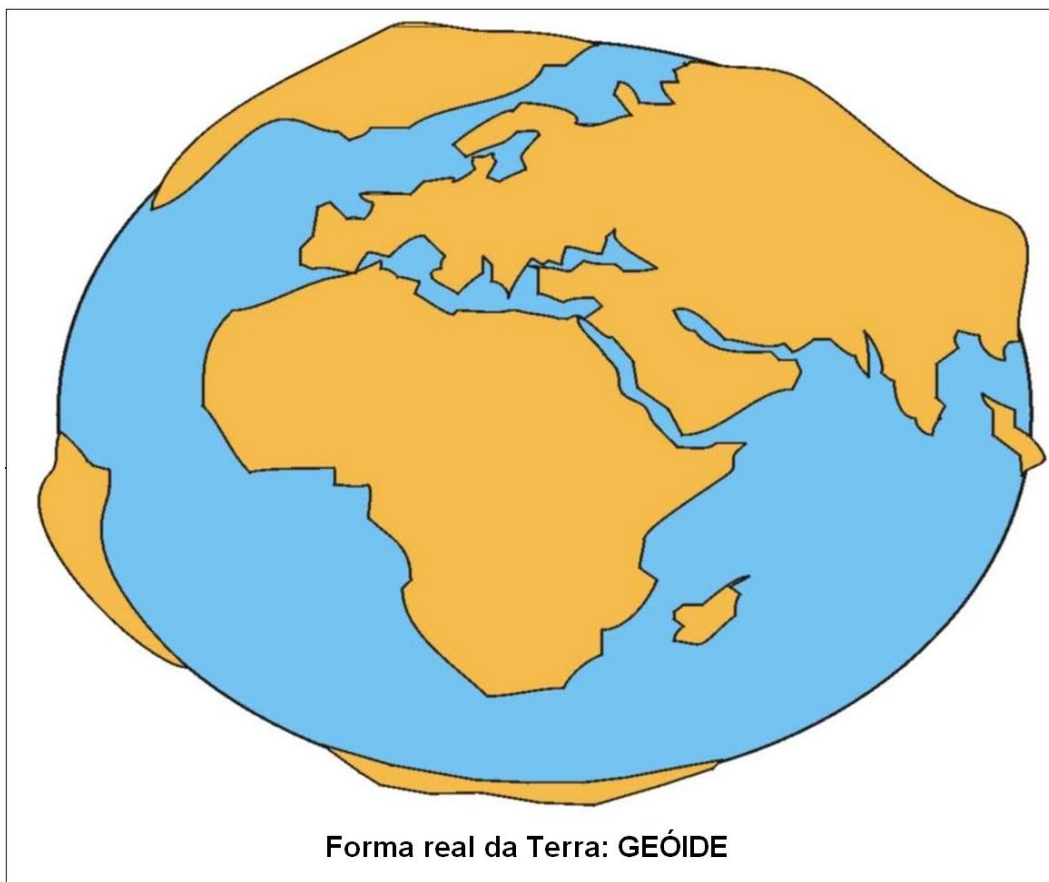
O modelo é descrito por:

$$V = \frac{GM}{r} \left( 1 + \sum_{n=2}^{360} \left( \frac{a}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \left[ \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda \right] \right),$$

onde  $\varphi$  e  $\lambda$  são as latitude e longitude geocêntricas,  $\bar{P}_{nm}$  são as funções de Legendre normalizadas de grau  $n$  e ordem  $m$ , e  $\bar{C}_{nm}$  e  $\bar{S}_{nm}$  os coeficientes do modelo. Há então

cerca de  $\frac{1}{2}n(n+1) \approx 65.000$  diferentes coeficientes. A fórmula indica o potencial gravitacional terrestre  $V$  no ponto descrito por  $\varphi, \lambda, r$ , em que a coordenada  $r$  é o raio geocêntrico, ou seja, a distância ao centro da Terra.

**Figura 6** – Concepção do modelo da forma da Terra



A fim de simplificar o cálculo de coordenadas da superfície terrestre foram adotadas algumas superfícies matemáticas simples. Uma primeira aproximação é a esfera achatada nos

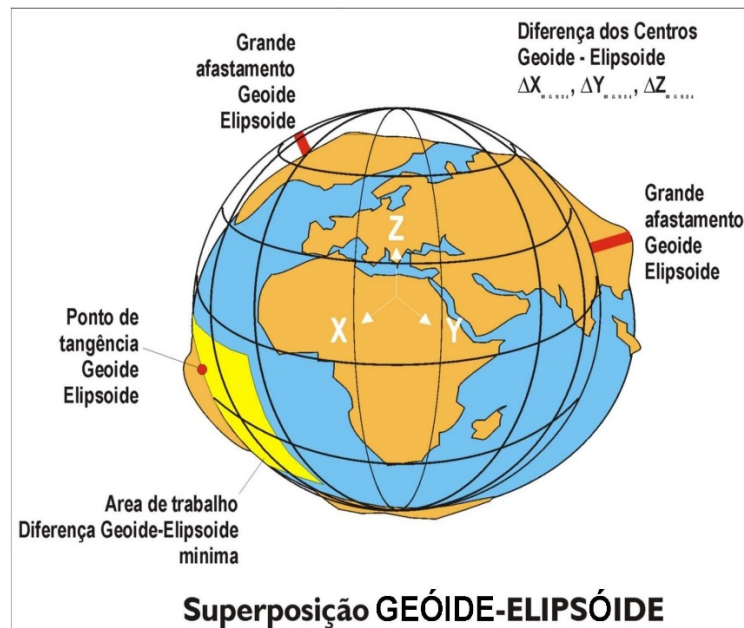
pólos, como visto na **Figura 7**.

**Figura 7** – Elipsóide terrestre, com alguns Meridianos, Equador e Paralelos



É preciso buscar um modelo mais simples para representar o nosso planeta. Para contornar o problema que acabamos de abordar lançou-se mão de uma figura geométrica chamada *ELIPSE* que ao girar em torno do seu eixo menor forma um volume, o *ELIPSÓIDE DE REVOLUÇÃO*, achatado nos pólos (**Figura 7**). Assim, o *elipsóide* é a superfície de referência utilizada nos cálculos que fornecem subsídios para a elaboração de uma representação cartográfica.

**Figura 8** – Concepção da superposição do geóide com o elipsóide



#### 4.1.1. Geodésia - Definições

As definições da Geodésia partem, geralmente, de sua própria finalidade (Geodésia ou Geodesia - ambas as grafias estão corretas):

**Geodésia:** [Do gr. geodaisía.] → geo, terra; daisía, medição. S. f. 1. Ciência que se ocupa da forma e das dimensões da Terra, ou duma parte da sua superfície. 2. Arte de medir e dividir as terras. [Variante prosódica: geodésia.] (FERREIRA, 1994).

Dentro desta definição ampla insere-se, naturalmente, um outro ramo desta ciência bem conhecido pelo nome de **Topografia:** (medição e descrição de uma pequena superfície terrestre, localidade, desprezando-se a curvatura da Terra).

“*Geodésia (ou Geodesia). Ciência que se ocupa da determinação do tamanho e da figura da Terra (geóide), por meio de medições como triangulação, nivelamento e observações gravimétricas, e que determina o campo gravitacional externo da Terra, e, até um certo limite, a estrutura interna*”. (OLIVEIRA, 1993, p. 237).

“*Geodésia: ciência relacionada com a localização precisa de pontos sobre a superfície da Terra e a determinação de sua forma e tamanho exatos*” (BURKARD, 1974, p. 13-14).

Segundo SERPA (1960, p. 2, vol I) a Geodésia clássica (ou tradicional), assim qualificada a Geodésia que se desenvolveu antes da era eletrônica, é constituída pelos dois seguintes ramos em que se costuma dividir a ciência das medições terrestres:

- Geodésia Matemática, esboçada em 1593 por Tycho-Brahe, retomada por Snellius em 1617 e amplamente desenvolvida no século XVIII, com brilhantes contribuições de Picard, Laplace, Cassini, Clariaut, Puissant, Legendre, todos da França, e enriquecida mais tarde por Bessel, Gauss e Helmert, da Alemanha, Clark da Inglaterra, e Hayford, dos Estados- Unidos da América do Norte; e*
- Geodésia Física ou Dinâmica, advinda há menos de um século, com o aspecto de teorias e observações que visavam a conhecer a forma do nosso planeta e a distribuição das substâncias de sua crosta, mediante*

*determinações pelo pêndulo dos valores da intensidade da gravidade, sempre com base na velha lei de Newton, mas consolidada pelos trabalhos recentes de Eotvos, da Hungria (1900), sobre a forma das superfícies de Nível e direções das seções principais do globo terrestre, tanto quanto pelas interessantes pesquisas do cientista holandês Vening Meinesz, de Utrecht, que determinou, em 1923, a intensidade da gravidade a bordo de um submarino imerso, com o emprego de um pêndulo especial e um método apropriado, ambos de sua invenção”.*

É da **Geodésia Matemática**, principalmente, que vem o apoio para a realização das tarefas de **medir** a superfície terrestre, associada a um ramo de outra ciência, a **Astronomia**, para situar e orientar no espaço as **posições relativas** que resultam das medições com origem num ponto da superfície do globo, em face da impossibilidade de conhecer nosso planeta exclusivamente por medições diretas que nele se fizesse com origem no centro. Dessa associação resultou uma ciência denominada **Astronomia Geodésica** ou **Geodésia Astronômica** que, segundo OLIVEIRA (1993, p. 237): *“estuda a determinação da posição de pontos na superfície terrestre e o azimute de direções que partem dos mesmos, mediante observações e medições realizadas em astros naturais”.*

Muitos foram os intentos realizados para calcular as dimensões do elipsóide de revolução que mais se aproxima da forma real da Terra, e muitos foram os resultados obtidos. Em geral, cada país ou grupo de países adotou um elipsóide como referência para os trabalhos geodésicos e topográficos, que mais se aproximasse do geóide na região considerada.

As dimensões do elipsóide que mais se aproxima da figura da Terra podem ser determinadas por medições de arcos de meridiano, em diferentes latitudes, pela comparação entre coordenadas geodésicas e astronômicas em grandes áreas de triangulação, pela medição da intensidade da gravidade em numerosos pontos distribuídos por toda a superfície da Terra, e, modernamente, pela observação de satélites artificiais: GPS (Global Positioning System), GLONASS (Globalnaya navigatsionnaya sputnikovaya sistema), GALILEU – União Europeia, e outros.

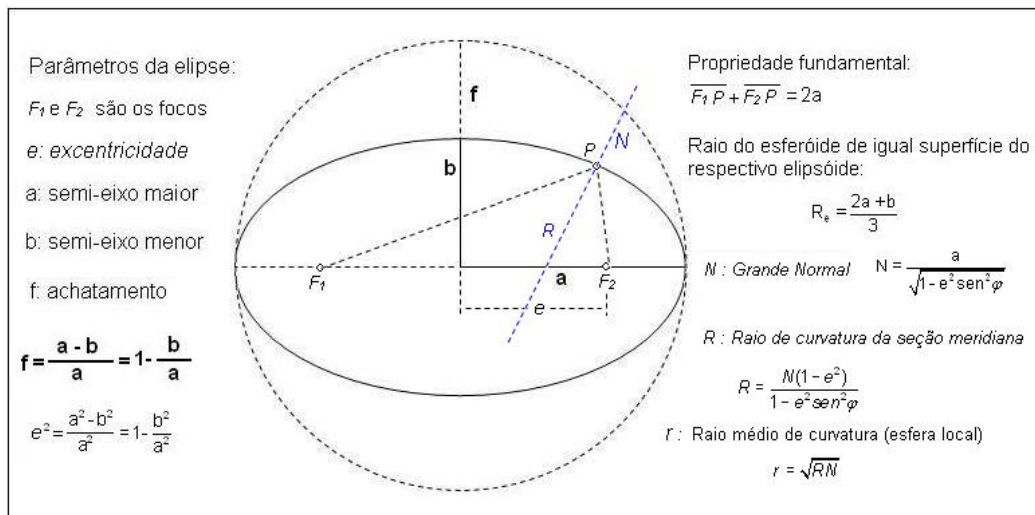
Obtêm-se valores diferentes conforme os observadores e os métodos de cálculo utilizados, e assim se explica que tenham sido adotados vários elipsóides de referência nos diferentes países e em várias épocas.

A forma e tamanho de um elipsóide, bem como sua posição relativa ao geóide, definem um sistema geodésico (também designado por *datum* geodésico). No caso brasileiro adotava-se o Sistema Geodésico Sul Americano - SAD 69, com as seguintes características:

- **Elipsóide de referência - UGGI 67** (isto é, o recomendado pela União Geodésica e Geofísica Internacional em 1967) definido por:
  - semi-eixo maior - a: 6.378.160 m;
  - achatamento - f: 1/298,25;

**Figura 9** – A elipse e seus parâmetros





**- Origem das coordenadas (ou Datum planimétrico):**

- estação : Vértice Chuá (MG);
- altura geoidal: 0m;
- coordenadas: Latitude: 19° 45' 41,6527'' S;
- Longitude: 48° 06' 04,0639" W; e
- azimute geodésico para o Vértice Uberaba : 271° 30' 04,05"

A partir de 13 de junho de 2005, o Sistema Geodésico Brasileiro é o SIRGAS -2000, ou SIRGAS -2000,4 definido através da resolução R.PR -1/2005:

“...fica estabelecido como novo sistema de referência geodésico para o SGB e para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN) o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), em sua realização do ano de 2000 (SIRGAS2000). Para o SGB, o SIRGAS2000 poderá ser utilizado em concomitância com o sistema SAD 69. Para o Sistema Cartográfico Nacional (SCN), o SIRGAS2000 também poderá ser utilizado em concomitância com os sistemas SAD 69 e Córrego Alegre, conforme os parâmetros definidos nesta Resolução. A coexistência entre estes sistemas tem por finalidade oferecer à sociedade um período de transição antes da adoção do SIRGAS2000 em caráter exclusivo. Neste período de transição, não superior a dez anos, os usuários deverão adequar e ajustar suas bases de dados, métodos e procedimentos ao novo sistema”.

**Caracterização do SIRGAS2000**

- Sistema Geodésico de Referência: Sistema de Referência Terrestre Internacional - ITRS (International Terrestrial Reference System)
- Figura geométrica para a Terra: Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (Geodetic Reference System 1980 – GRS80) Semi-eixo maior  $a = 6.378.137$  m Achatamento  $f = 1/298,257222101$
- Origem: Centro de massa da Terra
- Orientação: Pólos e meridiano de referência consistentes em  $\pm 0,005''$  com as direções definidas pelo BIH (Bureau International de l'Heure), em 1984,0.
- Estações de Referência:



As 21 estações da rede continental SIRGAS2000, estabelecidas no Brasil e identificadas nas Tabelas 1 e 2, constituem a estrutura de referência a partir da qual o sistema SIRGAS2000 é materializado em território nacional. Está incluída nestas tabelas as estações pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), cujas coordenadas foram determinadas pelo IBGE posteriormente à campanha GPS SIRGAS2000.

- Época de Referência das coordenadas: 2000,4
- Materialização: Estabelecida por intermédio de todas as estações que compõem a Rede Geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência.

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) é constituído por estações implantadas pelo IBGE em todo o Território Brasileiro, divididas em três redes:

- Planimétrica: latitude e longitude de alta precisão;
- Altimétrica: altitudes de alta precisão;
- Gravimétrica: valores precisos de aceleração da gravidade.

Para origem das altitudes (ou *Datum altimétrico* ou *Datum vertical*) foram adotados:

**Porto de Santana** - correspondente ao nível médio determinado por um marégrafo instalado no Porto de Santana (AP) para referenciar a rede altimétrica do Estado do Amapá que ainda não está conectada ao restante do País.

**Imbituba** - idem para a estação maregráfica do porto de Imbituba (SC), utilizada como origem para toda rede altimétrica nacional à exceção do estado Amapá.

Os principais elipsóides utilizados até hoje constam do seguinte quadro:

**QUADRO 1** - Alguns elipsóides adotados (em ordem alfabética)

NOME POPULAR	SEMI-EIXO MAIOR (m)	ACHATAMENTO (1/...)	LOCAL DE USO
Airy 1830	6.377.563,40	299,324965	Grã-Bretanha
Airy Modificado	6.377.340,19	299,324965	Grã-Bretanha
Australian National (KAU63 ou SA69)	6.378.160,00	298,250000	Sul-Americano
Bessel 1841	6.377.397,16	299,152813	Japão
Clarke 1858	6.378.293,65	294,260000	América do Norte
Clarke 1866	6.378.206,40	294,978698	América do Norte
Clarke 1880	6.378.249,15	293,465000	França, África
Clarke 1880 (variação A)	6.378.249,20	293,465980	França, África
Clarke 1880 (variação B)	6.378.249,15	293,466308	França, África
Danish	6.377.104,00	298,805359	
Delambre 1810	6.376.985,07	308,640000	
Everest 1830 (Indiano)	6.377.276,35	300,801700	Índia
Everest Modificado	6.377.304,06	300,801700	Índia
Everest Timbali	6.377.298,56	300,801700	Índia
Fischer 1960 (Mercury)	6.378.166,00	298,300000	
Fischer 1968 (Mercury Modificado)	6.378.150,00	298,300000	
Fischer Modificado 1960 (Sul Ásia)	6.378.155,00	298,300000	
Geodetic Reference System 1967	6.378.160,00	298,247167	
Geodetic Reference System 1980	6.378.137,00	298,257222	
<b>Hayford 1909</b>	<b>6.378.388,00</b>	<b>297,000000</b>	Europa
Heiskanen 1929	6.378.400,00	298,195400	
Helmert 1907	6.378.200,00	298,300000	

Hough 1956	6.378.270,00	297,000000	Europa
<b>Internacional 1924</b>	<b>6.378.388,00</b>	<b>297,000000</b>	
IUGG 1967	6.378.160,00	298,250000	
Kaula 1963 (SA69)	6.378.160,00	298,250000	
Krassovsky	6.378.245,00	298,300000	Russia
<b>South American 1969 (SAD69)</b>	<b>6.378.160,00</b>	<b>298,250000</b>	Sul-Americano
Struve 1860	6.378.298,30	294,730000	
War Office 1924	6.378.300,58	296,000000	
World Geodetic System 1960	6.378.165,00	298,300000	Américas
World Geodetic System 1966	6.378.145,00	298,250000	Américas
World Geodetic System 1972	6.378.135,00	298,260000	Américas
<b>World Geodetic System 1984 (WGS84)</b>	<b>6.378.137,00</b>	<b>298,257224</b>	Américas
ITRF (1998)			Américas
<b>SIRGAS (2000)</b>	<b>6.378.137,00</b>	<b>1:298,2572221</b>	<b>Américas</b>

#### 4.1.2. Modelo de Ondulação Geoidal

Em função de sua rapidez e precisão na obtenção de coordenadas, os Sistemas Globais de Navegação por Satélite – GNSS (na sigla em inglês) revolucionaram as atividades que necessitam de posicionamento. Entretanto, a altitude determinada utilizando um receptor GNSS não está relacionada ao nível médio do mar (ou, de forma mais rigorosa, ao geoide), mas a um elipsoide de referência com dimensões específicas. Portanto, torna-se necessário conhecer a diferença entre as superfícies do geoide e do elipsoide, isto é, a altura (ou ondulação) geoidal, para que se possa obter a altitude acima do nível médio do mar (denominada ortométrica). Desta forma, existe um grande interesse por um modelo de ondulação geoidal brasileiro cada vez mais preciso para aplicações nas áreas de mapeamento e engenharia. É com este objetivo que o MAPGEO2015, assim como os modelos anteriores (MAPGEO2010, MAPGEO2004, MAPGEO92), foi concebido e produzido conjuntamente pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), através da Coordenação de Geodésia (CGED), e pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – EPUSP.

O novo modelo foi calculado com uma resolução de 5' de arco, e o Sistema de Interpolação de Ondulações Geoidais foi atualizado. Através deste sistema, os usuários podem obter a ondulação geoidal em um ponto ou conjunto de pontos, cujas coordenadas refiram-se ao SIRGAS2000 e compreendidas entre as latitudes de 6°N e 35°S e entre as longitudes de 75°W e 30°W, dentro do território brasileiro. <https://www.ibge.gov.br/geociencias> acessado em 15/04/2020.

A **figura 10** apresenta o mapa geoidal para o SIRGAS 2000.

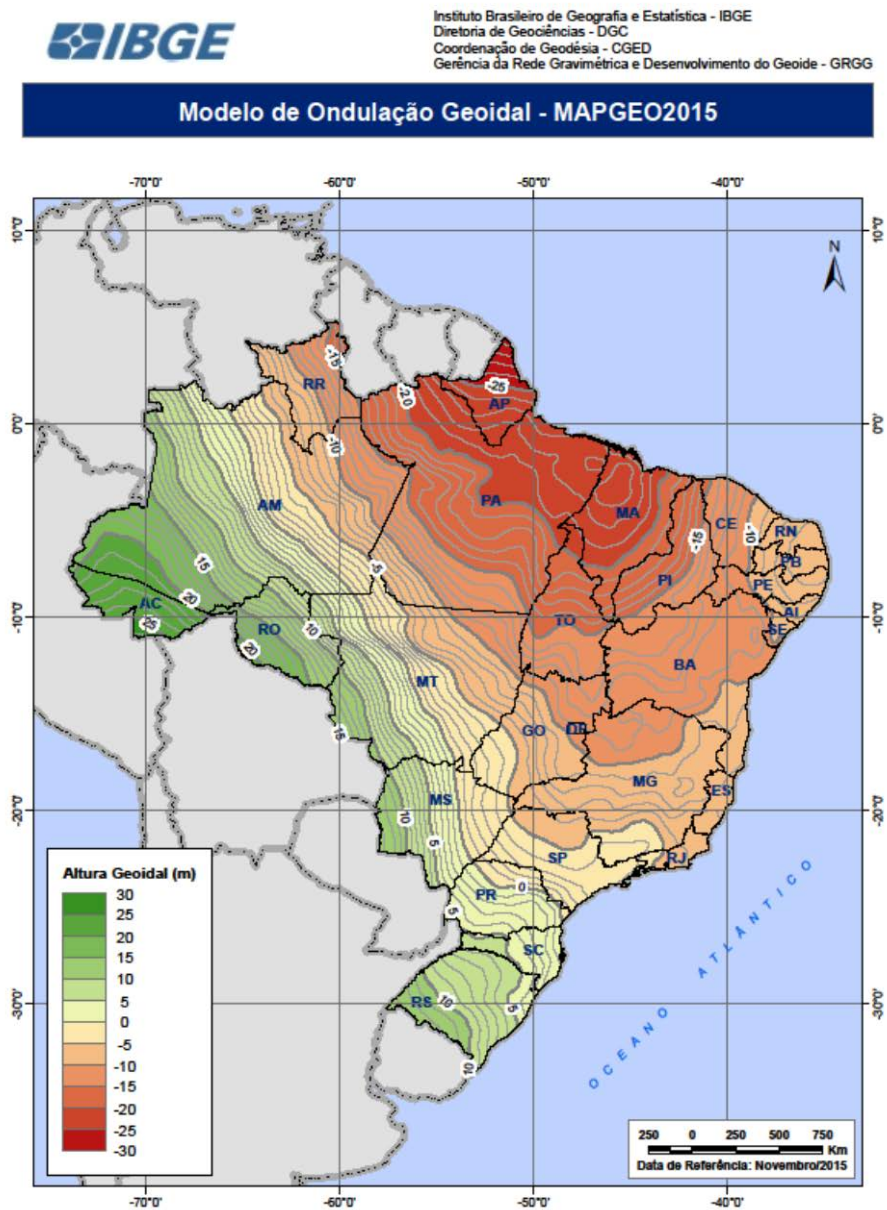
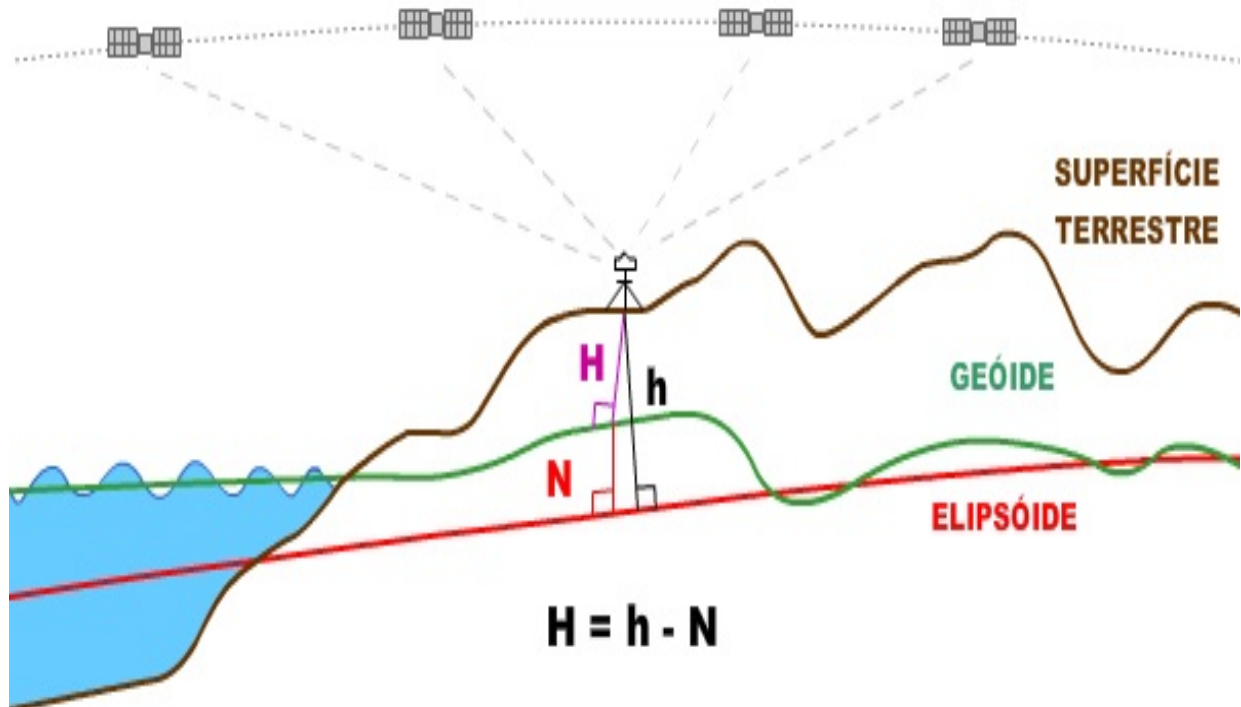


Figura 10: Mapa Geoidal (SIRGAS2000)

Para converter a altitude elipsoidal (**h**), obtida através de GPS, em altitude ortométrica (**H**), utiliza-se a equação seguinte, esquematizada na **FIGURA 11**:

$$\mathbf{H} = \mathbf{h} - \mathbf{N} \dots\dots\dots (1)$$

**FIGURA 11**



onde **N** é a altura (ou ondulação) geoidal fornecida pelo programa, dentro da convenção que considera o geóide acima do elipsóide se a altura geoidal tiver valor positivo e abaixo em caso contrário.

#### 4.2 Deformações nas representações gráficas

A superfície da Terra, considerada elipsóidica ou esférica, representada sobre uma superfície plana ou sobre uma superfície desenvolvível acarreta deformações ou distorções inevitáveis.

O ideal seria a representação da superfície da Terra sobre outra semelhante, guardando apenas uma proporção correspondente à escala. Esse é o princípio em que se baseia a construção dos “globos terrestres” que, na prática, se mostraram de uso difícil e pouco cômodo. Dessa dificuldade surgiram os mapas e cartas, apresentando imperfeições impossíveis de serem eliminadas totalmente.

Aliás, é fácil imaginar as deformações que sofre uma superfície não desenvolvível (esférica ou elipsóidica), quando se procura representá-la sobre um plano, supondo-se uma porção oca de uma bola de borracha. É óbvio que tal porção não poderá ser tornada plana, sem que se estique uma parte, encolha outra, isto é, sem que se introduza uma série de deformações.

Essas deformações refletem sobre os ângulos, os comprimentos, e às áreas. Na impossibilidade de eliminá-las totalmente, pode-se evitá-las parcialmente. É, portanto, possível representar certa porção da superfície terrestre de maneira a conservar uma ou outra de suas propriedades. Assim, quando as áreas das figuras sobre a Terra mantêm com as suas correspondentes na carta uma relação constante, isto é, quando não há deformações de áreas, a carta é dita equivalente ou de igual área. Da mesma forma a que preserva inalterada a relação entre os comprimentos medidos, segundo uma ou mais direções, é classificada como equidistante. Finalmente, a que mantém inalteradas as grandezas aos ângulos é chamada conforme ou ortomorfa.

Da propriedade de conformidade decorre a da similitude das pequenas áreas e é por essa razão que as representações conformes são também chamadas de ortomorfas (forma correta). Na realidade a forma só é preservada quando a porção da superfície da Terra a representar puder ser considerada plana. Supondo o modelo da superfície da Terra esférica por exemplo, três pontos da superfície da Terra formando um triângulo esférico, esse triângulo, mesmo numa carta conforme, só poderá ser representado por um triângulo semelhante, se o seu excesso esférico for considerado desprezível. A representação conforme, portanto, só poderá ser considerada como ortomorfa dentro de determinados limites que são aqueles em que um triângulo da superfície terrestre pode ser considerado como plano.

#### 4.3. Escalas cartográficas

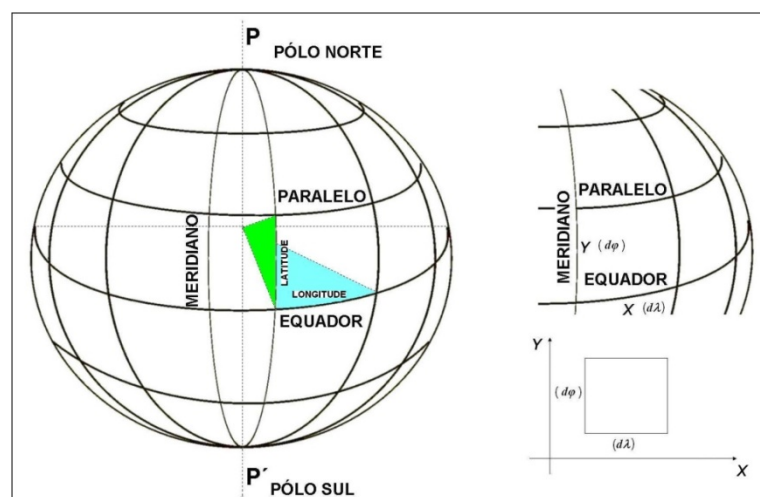
A representação da superfície terrestre sob a forma de cartas e mapas implica na representação de uma superfície muito grande sobre outra de dimensões bastante reduzidas. É necessário, portanto, reduzir a superfície terrestre a dimensões tais que se possa representá-la dentro das que foram estabelecidas para a carta ou mapa. Essa redução importa na idéia de *escala cartográfica*, que pode ser definida como a *relação entre o comprimento gráfico e o comprimento natural correspondente medido sobre o modelo da superfície da Terra*.

Do ponto de vista teórico, o conceito geral da escala é irreal porque, via de regra, ela é variável em uma mesma carta ou mapa de lugar para lugar, e não pode ser usada sem restrições.

#### 4.4. Elementos básicos: sistemas de coordenadas planimétricas

Os antigos gregos estudaram o problema das representações de porções da superfície terrestre, concebendo os meridianos e paralelos e criando o sistema de coordenadas geográficas: *latitudes* e *longitudes*. Desse modo, os pontos da superfície da Terra são referidos a um sistema de linhas imaginárias (meridianos e paralelos) por suas coordenadas, isto é, por suas latitudes e longitudes.

**Figura 12** – Sistema de coordenadas geográficas





O conjunto de paralelos e meridianos representados em uma carta ou mapa e obtidos por um sistema de projeção qualquer, é denominado *rede, quadriculado, reticulado ou canevá*, e constitui a base da construção da carta ou mapa. Uma vez construído o quadriculado, os pontos da região a representar são localizados por suas coordenadas geográficas: LATITUDE e LONGITUDE:

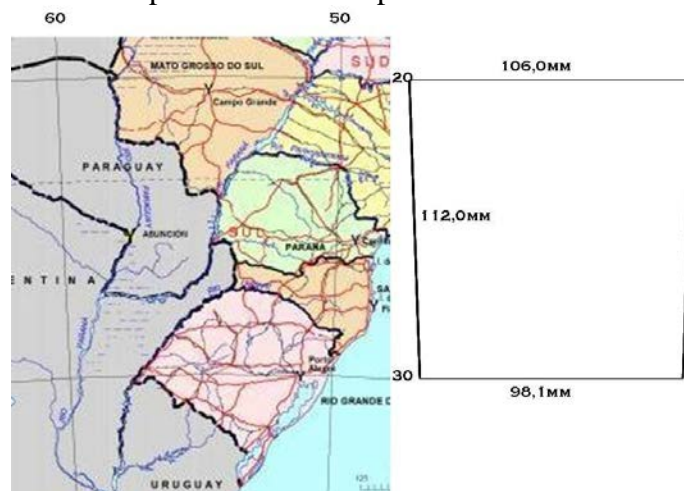
$$P(\varphi;\lambda)$$

**Figura 13** – Mapa *Mundi* (com reticulado de 20° de latitude por 20° de longitude)



Os meridianos e paralelos traçados em uma projeção qualquer são chamados *transformadas*, por se tratar de segmentos de meridianos e de paralelos. Portanto, o reticulado é a base ou sistema de referência de coordenadas geográficas ao qual todos os pontos da superfície representada podem ter suas coordenadas determinadas. Cada ponto, cujas coordenadas precisam ser calculadas deve ter como referência a quadrícula dentro da qual se encontra, como pode ser visto no exemplo da **Figura 13**.

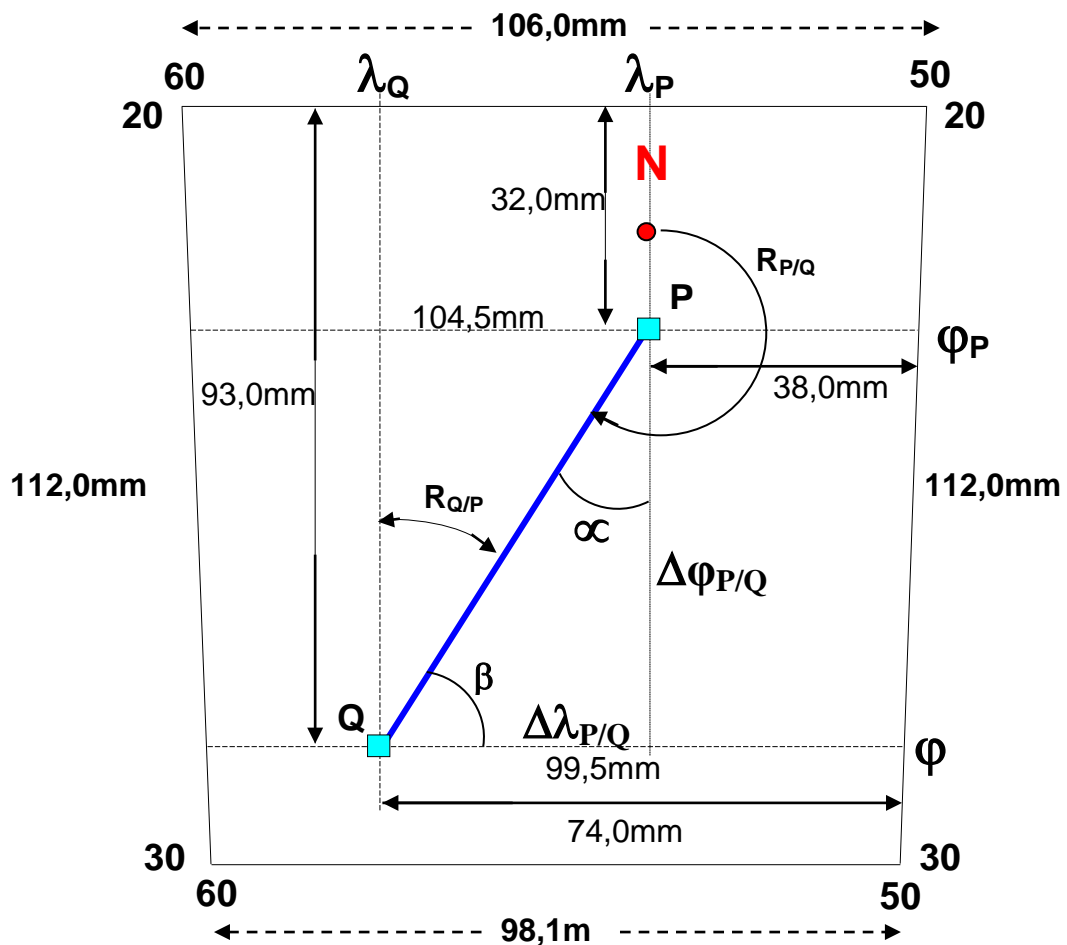
**Figura 14** - Coordenadas de pontos em um mapa



#### 4.5. Cálculos com coordenadas geográficas planimétricas

O esquema para determinação de coordenadas de pontos em mapas e cartas e deslocamentos no espaço geográfico segue a seguinte orientação:

- i) Determinação das coordenadas geográficas de pontos na superfície terrestre;
- ii) Locação de pontos em cartas e mapas a partir do conhecimento das suas coordenadas geográficas;
- iii) Cálculos de Rumo e Distância (coordenadas polares) entre dois pontos na superfície terrestre (deslocamentos no espaço geográfico).



a) Determinação das coordenadas geográficas de pontos na superfície terrestre;

$$\varphi_P/32,0\text{mm}=10^\circ/11,2\text{mm} \Rightarrow \varphi_P=20^\circ+02^\circ 54' \text{ Sul};$$

$$\lambda_P/38,0\text{mm}=10^\circ/10,45\text{mm} \Rightarrow \lambda_P=050^\circ+003^\circ 38' \text{ Oeste}=053^\circ 38' \text{ Oeste};$$

$$\varphi_Q/93,0\text{mm}=10^\circ/11,2\text{mm} \Rightarrow \varphi_Q=20^\circ+02^\circ 54' \text{ Sul};$$

$$\lambda_Q/74,0\text{mm}=10^\circ/99,5\text{mm} \Rightarrow \lambda_Q=050^\circ+007^\circ 26' \text{ Oeste}=057^\circ 26' \text{ Oeste}.$$

b) Locação de pontos em cartas e mapas a partir do conhecimento das suas coordenadas geográficas;



A locação de pontos da superfície terrestre em cartas e mapas, cujas coordenadas geográficas são conhecidas, segue o raciocínio inverso do problema do item a) acima. Assim, em vez de calcular as diferenças de latitude e de longitude em relação aos paralelos e meridianos de determinada quadrícula é com elas que os pontos serão locados, após suas transformações em medidas métricas.

**c) Cálculos de Rumo e Distância (coordenadas polares) entre dois pontos na superfície terrestre (deslocamentos no espaço geográfico)**

O rumo entre dois pontos na superfície terrestre é o ângulo formado entre a direção do meridiano geográfico (verdadeiro) e a linha que une os dois respectivos pontos, contado de 0° a 360° a partir do Norte, no sentido horário.

Uma vez conhecidas as coordenadas geográficas de dois pontos quaisquer na superfície terrestre, a determinação do **rumo (R)** e da **distância (D)** entre eles podem ser facilmente calculadas pelas seguintes relações básicas (em função dos elementos contidos no esquema) cujo valor numérico é igual a tangente do ângulo interno do triângulo retângulo resultante desta relação:

$$tg\alpha = \frac{\Delta\lambda_{p/q}}{\Delta\varphi_{p/q}} \qquad tg\beta = \frac{\Delta\varphi_{p/q}}{\Delta\lambda_{p/q}}$$

Inicialmente calculam-se as diferenças de latitude e de longitude entre os respectivos pontos; no presente exemplo:

$$\Delta\varphi_{P/Q} = \varphi_P - \varphi_Q \qquad e \qquad \Delta\lambda_{P/Q} = \lambda_P - \lambda_Q$$

A distância entre dois pontos na superfície terrestre pode ser calculada pela aplicação do **Teorema de Pitágoras** envolvendo os dois catetos do triângulo retângulo obtido pela combinação dos valores correspondentes a  $\Delta\varphi_{P/Q}$  e  $\Delta\lambda_{P/Q}$ . Os exercícios de aplicação utilizando os dados do esquema anterior ajudam a fixar este aprendizado.

Em outro sistema de coordenadas também utilizado em Cartografia, não se representam os meridianos e paralelos e sim *eixos coordenados retangulares*; nesse caso, os pontos da superfície da Terra são determinados por coordenadas retangulares **x** e **y**. Essas coordenadas são relacionadas matematicamente às coordenadas geográficas, de maneira que umas podem ser convertidas nas outras e vice-versa.

$$P (X;Y)$$

Na “*Projeção Universal Transversa de Mercator - UTM*” o sistema de coordenadas planas é definido pelo par de valores métricos, correspondentes às distâncias do ponto ao equador terrestre (**N**) e do ponto ao MERIDIANO CENTRAL (**E**) da folha topográfica na escala 1:1.000.000, considerado o FUSO CARTOGRÁFICO da respectiva folha (ver **Figuras 12 e 13**) sendo representado pela expressão:

$$P (N;E)$$

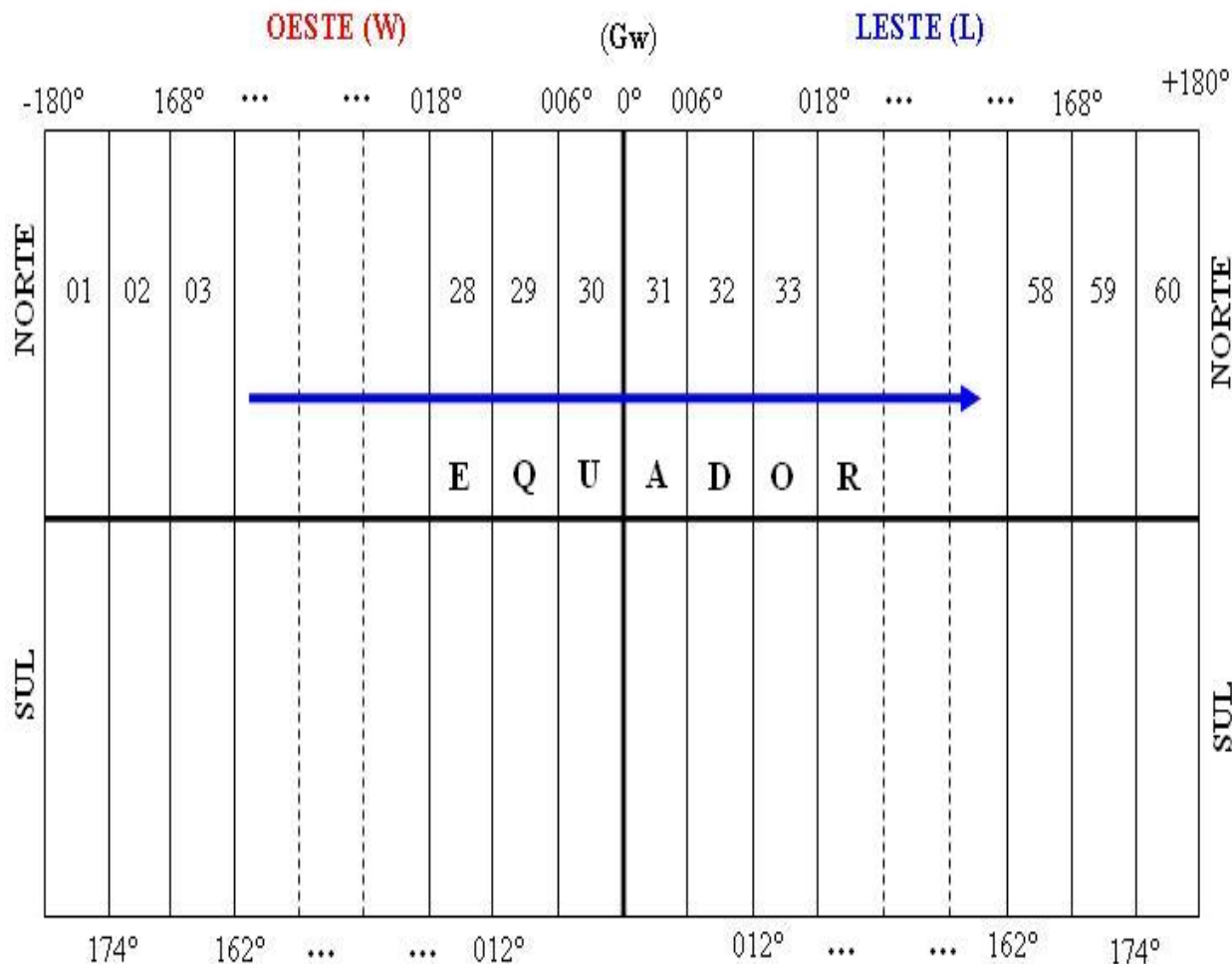
O número do Fuso Cartográfico varia de 1 a 60 e pode ser calculado pela fórmula:

$$Fuso = \frac{180^\circ \pm \lambda}{6^\circ} + 1$$

O sinal da operação aritmética deve obedecer ao seguinte critério: se a longitude é para Oeste, subtrai-se de 180°; se para Leste, soma a 180°.

**Figura 15** - Esquema dos fusos cartográficos da Projeção UTM

## FUSOS CARTOGRÁFICOS



Por exemplo: Qual o número do fuso cartográfico onde se encontra um local de longitude igual a 052° 10' Oeste?

**Solução:**

$$180^\circ - 52^\circ = 128^\circ \rightarrow 128^\circ / 6^\circ = 21 \text{ (despreza-se a parte decimal)} \rightarrow 21 + 1 = 22.$$

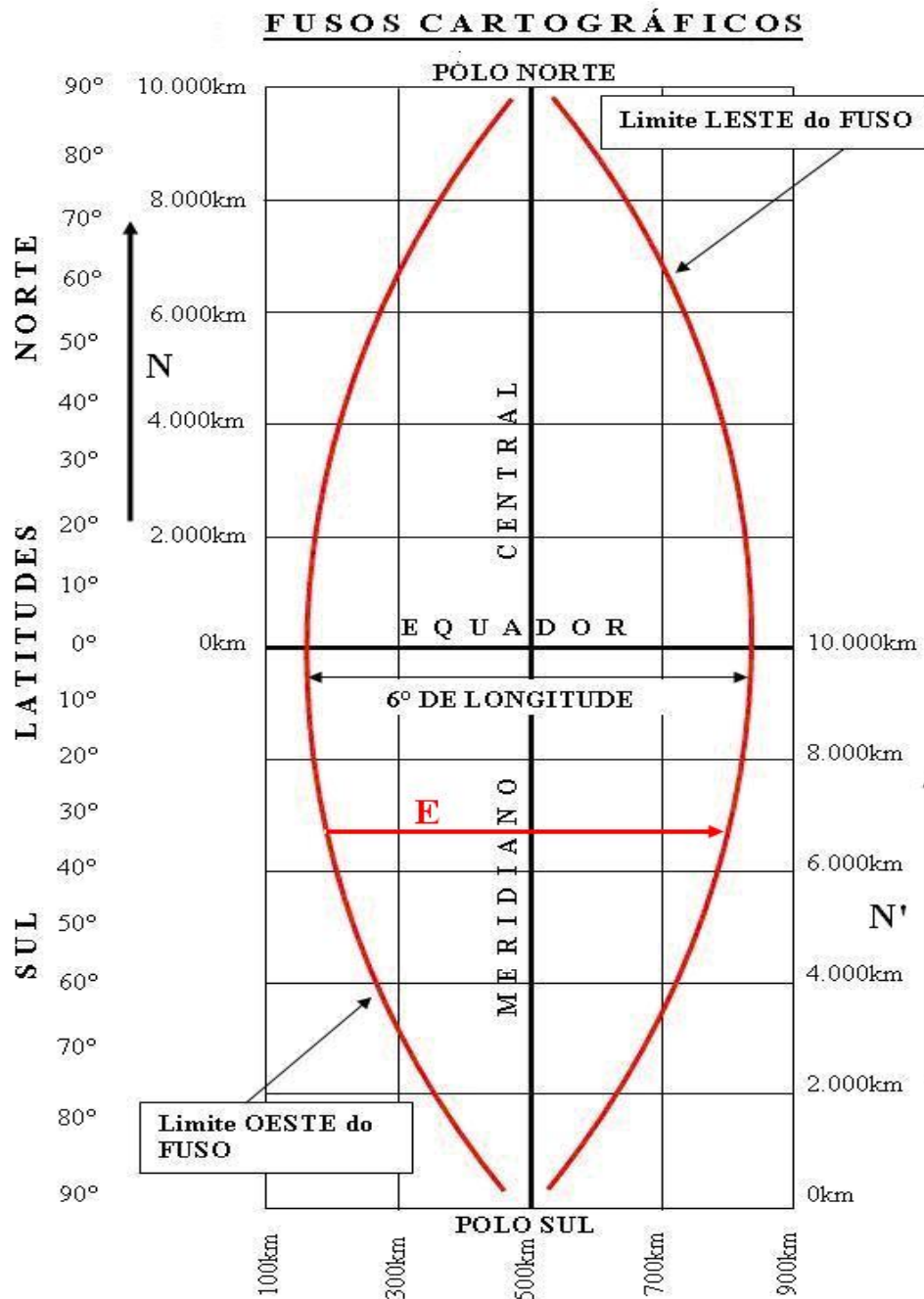
**Resposta:** O fuso cartográfico é de número **22**, sendo a longitude do **MERIDIANO CENTRAL de 051° Oeste**.

De um modo genérico, todas as localidades cujas longitudes estejam compreendidas entre os meridianos de 048° Oeste e 053° Oeste, inclusive, pertencem ao mesmo fuso cartográfico de número **22**.

O problema inverso também é de fácil solução: Quais são as longitudes dos meridianos que correspondem ao fuso cartográfico de número **22**?

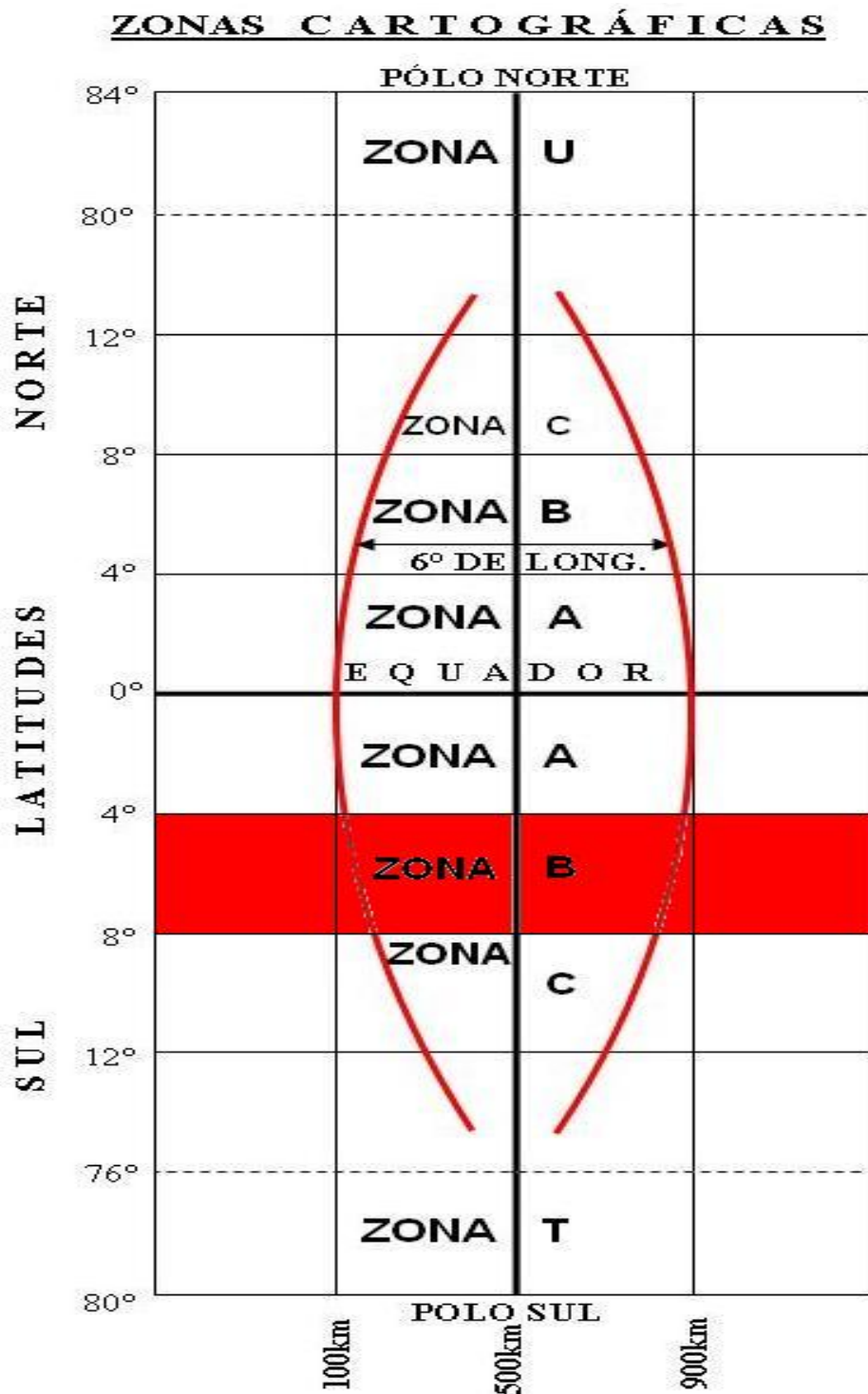
**Solução:** Como os fusos têm amplitudes múltiplas de 6° então,  $22 \times 6^\circ = 132^\circ$ ; subtraindo-se este valor de 180°, resulta que o meridiano de menor valor deste fuso é o de 048° Oeste; somando-se a este valor a amplitude de 6° do fuso, o meridiano de maior valor é o de 054° Oeste.

**Figura 16** - Esquema dos fusos cartográficos da Projeção UTM



As **zonas** cartográficas na Projeção UTM, ao longo dos fusos cartográficos correspondentes às latitudes múltiplas de 4° a partir do Equador (latitude 0). No Hemisfério Sul o paralelo limite é o de 80°. Enquanto no Hemisfério Norte o paralelo limite é o de 84°, como mostrado na **Figura 17** a seguir:

Figura 17 - Zonas cartográficas da Projeção UTM



Desta forma as letras das zonas cartográficas variam de “A” a “T” no Hemisfério Sul e de “A” a “U” no Hemisfério Norte, e podem ser calculadas pela fórmula:

$$Zona = \frac{\varphi}{4^\circ} + 1$$

Por exemplo:

Qual o número da zona cartográfica onde se encontra um local de longitude igual a  $33^{\circ} 10'$  Sul?

**Solução:**

$$33^{\circ} / 4^{\circ} = 8 \text{ (despreza-se a parte decimal)} \rightarrow 8 + 1 = 9;$$

**Resposta:** A letra da zona que corresponde ao número **9** é **I**.

Assim, combinando-se o Hemisfério onde se encontra o local cujas Latitude e Longitude e foram fornecidas, as quais resultaram nos cálculos do Fuso e da Zona cartográfica, determina-se o Número Índice da Folha Topográfica Internacional ao Milionésimo:

Hemisfério Sul:  $\rightarrow$  letra **S**;

Zona cartográfica:  $\rightarrow$  letra **I**;

Fuso Cartográfico: **22**. Ordenando-se nesta sequência resulta:

<b>SI.22</b>
--------------

QUE É O NÚMERO ÍNDICE DA FOLHA TOPOGRÁFICA, NA ESCALA 1:1.000.000, REPRESENTANDO A ÁREA DA FOLHA (Latitudes:  $32^{\circ}$  a  $36^{\circ}$  Sul; e Longitudes:  $048^{\circ}$  a  $054^{\circ}$  Oeste; MERIDIANO CENTRAL EM  $051^{\circ}$  Oeste) QUE CONTÉM A LOCALIDADE CUJAS COORDENADAS GEOGRÁFICAS SÃO: Latitude  $33^{\circ}10'$  Sul; Longitude  $052^{\circ} 10'$  Oeste.

A teoria dos mapas e cartas geográficas é estendida também às cartas e mapas celestes, nas quais o sistema de coordenadas geralmente empregado é o das coordenadas uranográficas: *ascensão reta e declinação*.

### A ( $\alpha$ ; $\delta$ )

Costuma-se também utilizar um sistema de *coordenadas polares* para a localização dos pontos a representar. São as coordenadas locais horizontais: *azimute* e *distância*, que também podem ser relacionadas às coordenadas geográficas e retangulares, através de fórmulas matemáticas.

<b>P (Az;D)</b>
-----------------

## 4.6. Índice de nomenclatura das Folhas Topográficas

O Território Brasileiro é coberto por 08 (oito) Fusos Cartográficos (**Figura 18**).

### 4.6.1. Índice de nomenclatura e articulação de folhas

Este índice tem origem nas folhas ao Milionésimo, e se aplica a denominação de todas as folhas de cartas do mapeamento sistemático (escalas de 1:1.000.000 a 1:25.000). A **Figura 19** apresenta a referida nomenclatura.

Para escalas maiores que 1:25.000 ainda não existem normas que regulamentem o código de nomenclatura. O que ocorre na maioria das vezes é que os órgãos produtores de cartas ou plantas nessas escalas adotam seu próprio sistema de articulação de folhas, o que dificulta a interligação de documentos produzidos por fontes diferentes.

Existem dois sistemas de articulação de folhas que foram propostos por órgãos

envolvidos com a produção de documentos cartográficos em escalas grandes:

O primeiro, proposto e adotado pela Diretoria de Eletrônica e Proteção ao vôo (e também adotado pela COCAR), se desenvolve a partir de uma folha na escala 1:100.000 até uma folha na escala 1:500.

**Figura 18 – Fusos Cartográficos do Brasil**



O segundo, elaborado pela Comissão Nacional de Região Metropolitana e Política Urbana, tem sido adotado por vários órgãos responsáveis pela Cartografia Regional e Urbana de seus estados. Seu desenvolvimento se dá a partir de uma folha na escala 1:25.000 até uma folha na escala 1:1.000.

#### **MAPA ÍNDICE:**

Além do índice de nomenclatura, dispomos também de um outro sistema de localização de folhas. Neste sistema numeramos as folhas de modo a referenciá-las através de um simples número, de acordo com as escalas. Assim:

- para as folhas de 1:1.000.000 usamos uma numeração de 1 a 46;
- para as folhas de 1:250.000 usamos uma numeração de 1 a 550;
- para as folhas de 1:100.000, temos 1 a 3036;

Estes números são conhecidos como "MI" que quer dizer número correspondente no MAPA-ÍNDICE.

O número MI substitui a configuração do índice de nomenclatura para escalas de 1:100.000, por exemplo, à folha SD-23-Y-C-IV corresponderá o número MI 2215.

Para as folhas na escala 1:50.000, o número MI vem acompanhado do número (1,2,3 ou 4) conforme a situação da folha em relação a folha 1:100.000 que a contém. Por exemplo, à folha SD-23-Y-C-IV-3 corresponderá o número MI 2215-3.

Para as folhas de 1:25.000 acrescenta-se o indicador (NO,NE,SO e SE) conforme a situação da folha em relação a folha 1:50.000 que a contém, por exemplo, à folha SD-23-Y-C-

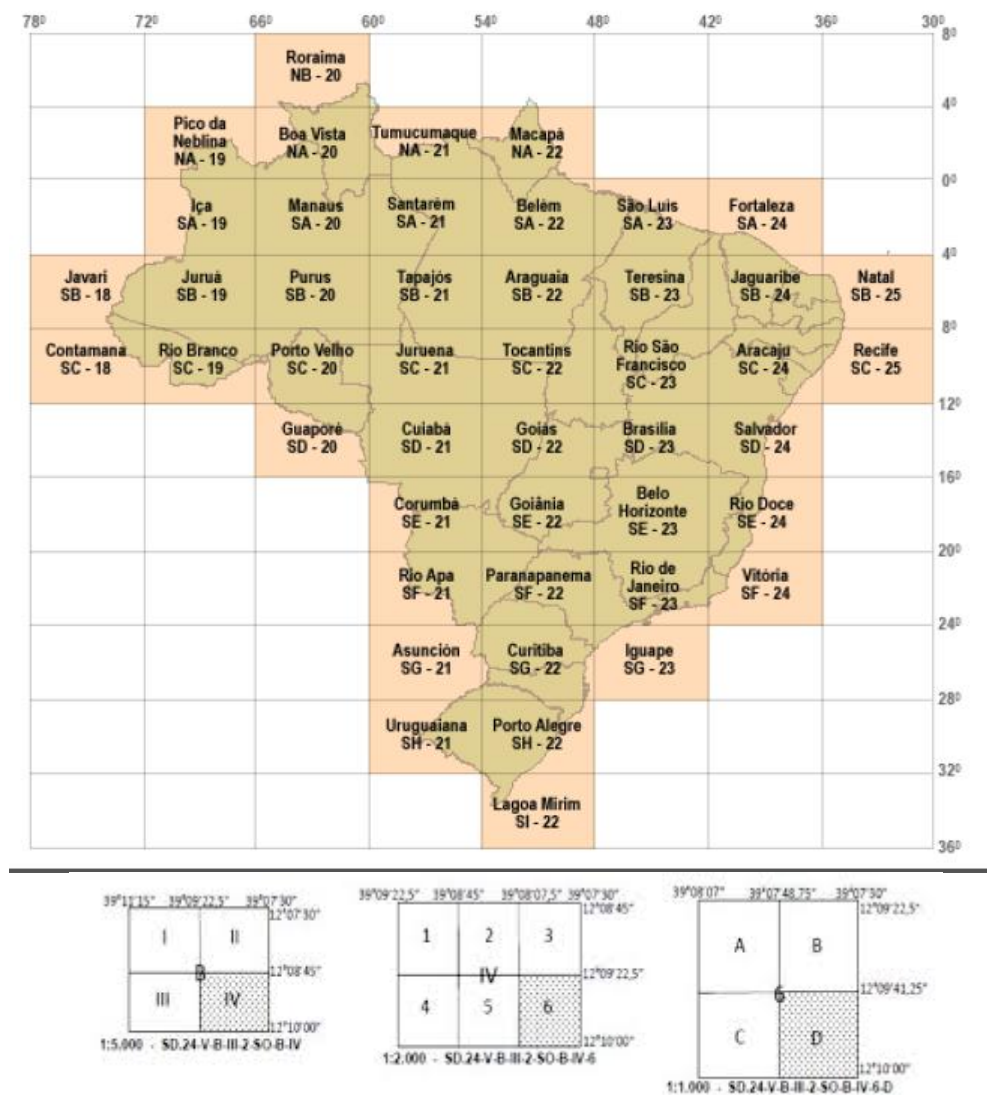
IV-3-NO corresponderá o número MI 2215-3-NO.

A aparição do número MI no canto superior direito das folhas topográficas sistemáticas nas escalas 1:100.000, 1:50.000 e 1:25.000 é norma cartográfica hoje em vigor, conforme recomendam as folhas-modelo publicadas pela Diretoria de Serviço Geográfico do Exército, órgão responsável pelo estabelecimento de Normas Técnicas para as séries de cartas gerais, das escalas 1:250.000 e maiores.

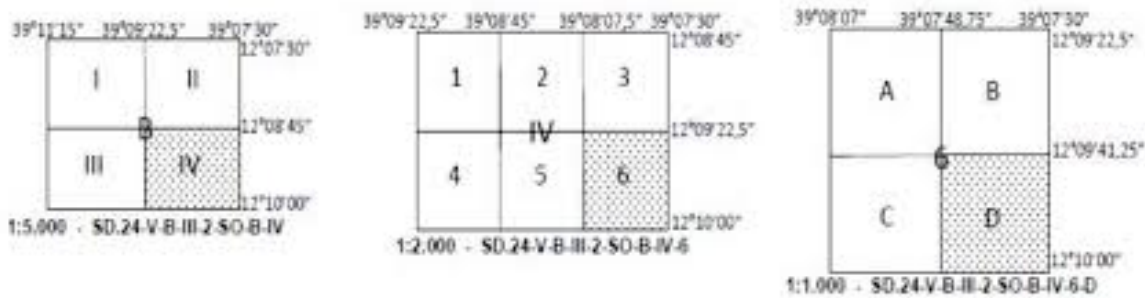
#### 4.7. Mapeamento Sistemático Brasileiro e Mapeamento Cadastral Municipal

O mapeamento sistemático surgiu no século XVIII, ocasião em que os governantes dos proeminentes países europeus passaram a considerar o mapeamento como fundamental para o desenvolvimento e a segurança nacionais. O caso brasileiro se desenrolou de forma mais tímida em função da sua história, da sua extensão territorial e, ao que as evidências levam a crer, devido à menor importância dada pelos nossos dirigentes à Cartografia (perdurando até os dias de hoje). A primeira edição da Carta do Brasil ao Milionésimo (escala 1:1.000.000) ocorreu apenas em 1922, elaborada pelo Clube de Engenharia.

**Figura 19** – Nomenclatura das folhas topográficas







Nº de Folhas	ESCALA	NOMENCLATURA	MAPA ÍNDICE	LONG.	LAT.
1	1:1.000.000	SD 21	29	6°	4°
4	1:500.000	SD 21-V	—————	3°	2°
4	1:250.000	SD 21-V-A	337	1°30'	1°
6	1:100.000	SD 21-V-A-1	1862	30'	30'
4	1:50.000	SD 21-V-A-1-2	1862/2	15'	15'
4	1:25.000	SD 21-V-A-1-2-SE	1862/2-SE	7'30"	7'30"

O Mapeamento Sistemático Brasileiro segue a legislação contida em COCAR (1981), que estabelece as escalas-padrão 1:1.000.000, 1:500.000, 1:250.000, 1:100.000, 1:50.000 e 1:25.000 e atribui a responsabilidade de sua normalização e execução à Diretoria de Serviço Geográfico do Exército (DSG) e ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Adota o sistema de projeção cartográfica da Carta Internacional ao Milionésimo (CIM) para o mapeamento na escala 1:1.000.000, enquanto que o Sistema Universal Transverso de Mercator (UTM) para as demais escalas. A idéia central consistia em se mapear integralmente toda a extensão territorial em cada uma dessas escalas definidas, entretanto isto não se viabilizou na prática.

O último período de investimentos de grande porte do Governo Federal na atividade de mapeamento sistemático ocorreu de 1978 a 1985, por meio do Programa Especial de Dinamização da Cartografia Terrestre – PDC. Os objetivos do programa eram o complemento da elaboração de folhas topográficas nas escalas 1:100.000 e 1:50.000 das regiões nordeste e centro-sul do país e a realização do mapeamento do vazio cartográfico da Amazônia Legal na escala 1:100.000 (IBGE 1978). No entanto, a situação econômica nacional levou o Governo Federal a tomar uma série de medidas de contenção de despesas a partir do início dos anos 80.

A desaceleração da economia e a destinação prioritária dos recursos para a área social ocasionaram a interrupção precoce do PDC.

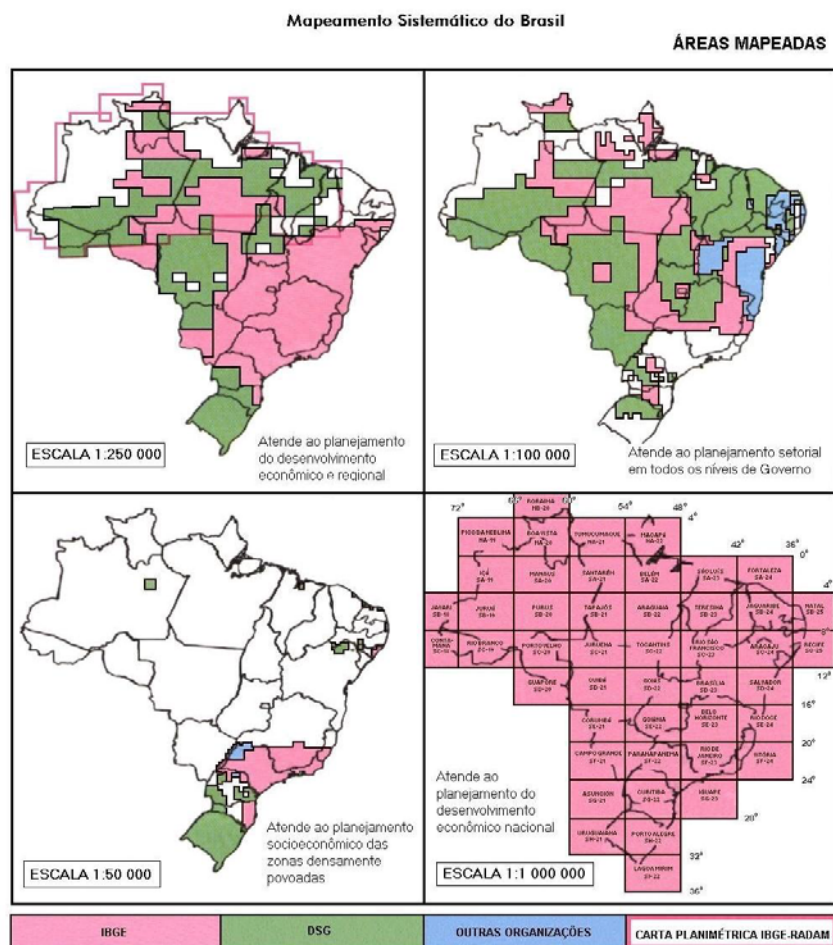
A situação do mapeamento sistemático brasileiro não é satisfatória frente à demanda de informações cartográficas para o planejamento, para o desenvolvimento social e econômico e para ações que visam o monitoramento ambiental, subsídio ao desenvolvimento sustentável. Essas demandas, nos dias atuais, são exigidas em face das necessidades do próprio desenvolvimento do País, bem como no significativo aumento de usuários, tendo em vista a disponibilidade de facilidades tecnológicas disponíveis, permitindo que diversos fenômenos e ocorrências possam ser fácil e rapidamente cartografados, possibilitando-se, desta forma, que se tenha um referencial espacial que amplia de forma apreciável o poder de conhecer, estudar, planejar e atuar sobre o território.

Supondo que todo o espaço do território brasileiro viesse a ser mapeado nas escalas 1/25.000, 1/50.000, 1/100.000, 1/250.000 e 1/1.000.000, e considerando a produção de folhas nestas escalas já elaboradas por Instituições integrantes do Sistema Cartográfico Nacional, identificam-se no Quadro abaixo os seguintes índices:

<b>Situação do Mapeamento do Território Brasileiro</b>		
<b>Escalas</b>	<b>Total de Folhas</b>	<b>% Mapeamento</b>
1:25.000	492	1,01
1:50.000	1.647	13,90
1:100.000	2.289	75,39
1:250.000	444	80,72
1:500.000	68	36,90
1:1.000.000	46	100,00

De acordo com este quadro que mostra a situação do mapeamento sistemático brasileiro existente, verifica-se que as folhas topográficas de maior escala, 1:25.000, representa apenas 1% de todo o território nacional mapeado. Mesmo assim esta escala não é compatível com o detalhamento das informações parcelares que deve existir nas cartas cadastrais urbanas e rurais. O mapeamento cadastral, em escalas maiores que 1:25.000 são de responsabilidade dos Governos Estaduais e Municipais.

**Figura 20** – Situação do mapeamento sistemático brasileiro



O IBGE também elabora mapas do Brasil, Regionais, Estaduais, Municipais. Atlas e outros documentos cartográficos em diversas escalas com características gerais e temáticas

Fonte - IBGE, Mapa-Índice - 1990

Os mapas e cartas cadastrais urbanas são elaborados em escalas de 1:500 a 1:2.000, para que seja possível a representação precisa e exata de detalhes das parcelas como: larguras das vias de circulação, dimensões das testadas dos lotes, dimensões das áreas úteis das edificações construídas, entre outras. Também são usadas escalas entre 1:5.000 a 1:20.000 nas atividades de planejamento de uso e ocupação do solo e de ordenamento territorial.

O mapeamento sistemático cadastral de um município consiste na representação plana do seu espaço territorial por meio de séries de mapas e cartas em escalas-padrão e sistemas de projeção cartográfica definidos para atender aos requisitos de planejamento, voltados para o desenvolvimento sócio-econômico, bem como para subsidiar a realização das principais atividades humanas.

O sistema CONFEA/CREAs vem realizando Seminários em âmbito nacional sobre Mapeamento Sistemático, buscando debater a sistematização do mapeamento do território brasileiro nas escalas entre 1/10.000 a 1/1.000, a descentralização dos direitos e deveres relacionados ao mapeamento com os Estados e Municípios e a integração dos cadastros imobiliários urbanos e rurais, sugerindo desde já os seguintes questionamentos:

- ❖ Existe a necessidade de sistematizar o mapeamento em grandes escalas?
- ❖ Quais as limitações das geotecnologias para este mapeamento sistemático?
- ❖ É possível integrar os cadastros de imóveis urbanos e rurais?
- ❖ Qual o retorno para municípios de um produto cartográfico confiável em grandes escalas?

Preende-se, portanto, uma discussão quanto aos temas sugeridos nos eventos programados e respostas aos questionamentos citados, além de promover a disseminação e o discernimento dos conhecimentos aos profissionais do sistema CONFEA/CREA, uma vez que o Mapeamento Sistemático é fator fundamental para a gestão racional da União, Estados e Municípios.

#### **4.8. Estruturas produtoras de mapas cartas**

Os produtos da Cartografia são construídos a partir de estruturas tecnicamente organizadas e dispendo de meios humanos, instalações, materiais e equipamentos, com a finalidade de efetuar o mapeamento dos espaços geográficos em escalas compatíveis com o tema abordado, de forma selecionada, convencionada e generalizada, possibilitando sua leitura, análise e interpretação, conduzindo ao conhecimento dos fatos e/ou fenômenos em seus locais de ocorrências.

As empresas de levantamentos cartográficos no Brasil possuem estruturas que vão desde as instalações prediais adequadas às suas atividades técnico-administrativas, passam pela propriedade de aeronaves específicas dotadas com câmaras fotográficas de alto custo para os recobrimentos aerofotogramétricos, inclui a instalação e manutenção de laboratórios para processamento e armazenamento dos filmes obtidos, e mais a propriedade de aparelhos e equipamentos de geodésia e de topografia, além dos sistemas computacionais para o processamento e representação gráfica dos dados levantados. Tudo isto faz com que o custo com a obtenção de mapas e cartas pelos Poderes Públicos, destinada à Gestão Territorial e Ambiental, junto à esses fornecedores de produtos cartográficos seja elevado e, na maioria das vezes, proibitiva em face da carência dos recursos financeiros existentes.

Apenas para se ter uma ideia, os custos de câmeras fotogramétricas digitais, somados aos receptores GNSS, demais equipamentos, processadores, programas, equipe técnica, mobilização, diversos outros custos, taxas, impostos e encargos trabalhistas tornam o preço final de um mapeamento extremamente elevado, aos olhos do Administrador público.

Em razão destes elevados investimentos, os produtos cartográficos destinados à implantação de um cadastro técnico multifinalitário de um município de porte médio (1.000.00 habitantes) são considerados muito caros, oscilando em torno de R\$ 3 milhões à R\$ 4 milhões.

Contudo, deve-se ressaltar que, o preço da geração de um mapa urbano, em comparação com outros produtos de Engenharia é considerado muito baixo. Exemplificando, seguindo a tabela do DNIT, o mesmo valor para o mapeamento cadastral urbano de uma cidade de 130000 habitantes daria somente para construir 3 quilômetros de estrada asfaltada. <http://www.dnit.gov.br/download/servicos/custo-medio-gerencial/>

#### **4.9. Apoio à Decisão**

As decisões dos profissionais em todas as áreas administrativas das empresas e organizações são sempre, e cada vez mais, difíceis de tomar. Exigindo mais e melhor informação, assim como grande volume de dados, obrigam a levar em considerações inúmeras alternativas que permitem atingir infundáveis objetivos. Os **Sistemas de Apoio à Decisão** permitem lidar com problemas cuja dimensão ultrapassa a capacidade cognitiva normal ou excede os recursos temporais e financeiros disponíveis.

Se, por um lado, os sistemas de informação se encontram presentes em todas as empresas e organizações, por outro, o conhecimento detido encontra-se muitas vezes disseminado por diversos suportes. Recorrendo a sistemas de apoio à decisão, um executivo pode:

- especificar e modelar os processos de decisão;
- representar e gerir o conhecimento existente na organização;
- tirar partido do sempre crescente volume de dados recolhidos pelo sistema transacional; e
- finalmente, tomar decisões mais informadas e racionais.

##### **4.9.1. Sistema de Apoio à Decisão Espacial - SADE**

A falta de mapas e cartas atualizadas e confiáveis faz com que o gestor público municipal lance mãos de alternativas pouco recomendáveis, como elaboração de croquis com precisão e exatidão precárias, compilação em escalas ampliadas de mapas antigos e que não refletem a realidade, na tentativa de suprir a falta de representações adequadas; o resultado, como é de se prever, não pode ser, sequer, satisfatório, embora sirva para enganar aos menos informados sobre a verdadeira “qualidade” de tais produtos!

A tendência, visando à redução dos custos com o mapeamento destinado à Gestão Territorial e Ambiental no Município, é buscar alternativas com a utilização de levantamentos fotográficos com câmaras digitais de pequeno e médio formato, associados com imagens de satélites de alta resolução geométrica ( $\cong 0,60\text{m}$  no solo). Com a adoção deste procedimento haverá uma redução significativa dos custos (em torno de 80%) em relação ao recobrimento aerofotogramétrico convencional. Deste modo, prefeituras com baixa arrecadação têm condições de obterem seus mapas necessários às suas administrações municipais.

**POR QUE AEROFOTOGRAMETRIA?** Necessidades de mapeamento são inversamente proporcionais à disponibilidade de recursos financeiros, materiais e humanos das empresas privadas e de serviços públicos, exigindo maior criatividade dos profissionais em solucionar esta discrepância.

Avanços tecnológicos, tanto em câmaras aéreas métricas como nos processos de laboratório e seus materiais e na informática, vêm cada vez mais ao encontro de soluções rápidas, com precisões e exatidões adequadas a cada finalidade e a um custo mais acessível. É a ciência e tecnologia no auxílio do desenvolvimento e da Gestão. Agora com o uso acelerado de

VANTs (Veículos Aéreos Não tripulados) na cartografia, este custo sofre reduções ainda mais significativas. Contudo, O uso destes sensores só se aplica a áreas de mapeamento reduzidas.

#### 4.10. As Ciências da Geomática

Os conceitos da Cartografia, apresentados em 1.2.1 deste livro apresenta a preocupação em incluir a utilização dos produtos cartográficos com parte importante a ser considerada.

Para isto o usuário precisa saber ler, interpretar e analisar corretamente os conteúdos dos mapas e cartas encomendadas.

As representações gráficas do conhecimento humano da superfície terrestre, seja dos recursos naturais, artificiais ou culturais, por meio de mapas e cartas de todos os tipos é função da ciência Cartográfica, apoiada nas ciências e/ou técnicas: Geodésia, Topografia, Fotogrametria, Hidrografia e Sensoriamento Remoto Orbital. Com o progresso da Informática e da sua utilização pelas áreas científicas nas duas últimas décadas do século próximo passado, tais atividades englobadas estão modernamente caracterizadas como *Geomática*.

A Geomática, conforme a definição da *International Standards Organization – ISO*, consiste em um campo de atividades que integra todos os meios utilizados para a aquisição e gerenciamento de dados espaciais necessários às operações científicas, administrativas, legais e técnicas envolvidas no processo de produção e gerenciamento da informação espacial.

O termo Geomática, representa a evolução do campo de atividades de levantamento e mapeamento, congregando as atividades mais tradicionais como topografia, cartografia, hidrografia, geodésia, fotogrametria, com as novas tecnologias e os novos campos de aplicação como sensoriamento remoto, sistemas de informação geográfica e sistemas de posicionamento global por satélite.

A Geomática labuta com dados coletados por sensores orbitais e aerotransportados, por instrumentos acoplados em embarcações ou instalados sobre a Terra. Estes dados uma vez processados e manipulados, com o uso de equipamentos e programas, geram produtos que podem constituir mapas dos mais diversos tipos ou base de dados digitais.

Somente pelo conhecimento do espaço geográfico é possível um eficiente Ordenamento Territorial e uma eficaz Gestão Ambiental.

A Gestão do espaço geográfico, seja nos níveis Federal, Estadual ou Municipal se executa pelo conhecimento do território, caracterizado pelas suas divisões parcelares e com a definição de todos os seus atributos dimensionais, econômicos e jurídicos.

A visão panorâmica ou global de um território urbano ou rural se faz pela representação gráfica das parcelas que o compõe, em uma escala reduzida apropriada às suas finalidades.

A Cartografia Cadastral de um território é a base fundamental para o seu conhecimento e possibilita, entre outras aplicações importantes, a elaboração de um Plano Diretor eficaz, conduzindo a uma Gestão Territorial de forma ordenada e racional que, associada à políticas adequadas, resultará no alcance do desenvolvimento com sustentabilidade.

#### 4.11. Campo Topográfico

*Geodésia* e *Topografia* têm suas definições complementares, definindo: o estudo e a representação da Terra. A diferença conceitual entre elas é que a Geodésia se preocupa com a forma e a representação de grandes extensões da Terra e, para isto, se baseia na trigonometria esférica ou estudos do Elipsóide, enquanto a Topografia cuida do estudo e da representação de pequenas extensões da superfície terrestre, desprezando a sua curvatura, dentro dos limites de tolerâncias adotados, utilizando-se da trigonometria plana.

Ao se estudar Topografia é necessário estabelecer um estudo paralelo com a Geodésia, isto porque aquela é um caso particular desta. A Geodésia, do ponto de vista científico, se divide em: Geodésia Superior e Geodésia Elementar ou Geométrica. A primeira, de cunho essencialmente científico, preocupa-se com o problema da forma e dimensão da Terra. A segunda, a Geodésia Elementar, é essencialmente prática, preocupando-se em proporcionar à Topografia uma rede de pontos fundamentais a qual esta possa amarrar os seus levantamentos.

A questão relativa à forma da Terra ainda não foi totalmente solucionada. Apesar da natural evolução das teorias relacionadas com o assunto, a ponto de atualmente, as pesquisas estarem sendo conduzidas a partir de dados obtidos do rastreamento de satélites artificiais, a investigação continua de forma exaustiva em busca do modelo ideal para a forma da Terra.

A Geodésia Elementar determina com precisão a posição de pontos fundamentais sobre a superfície terrestre, levando em consideração a curvatura da Terra. Estes pontos proporcionam à Topografia o apoio necessário para a amarração dos seus levantamentos.

Adotada a hipótese de operar no plano, o topógrafo restringe o seu campo de ação à pequenas áreas, a fim de que não se acentuem os erros decorrentes da não consideração da curvatura terrestre. Daí a necessidade de amarrar os seus trabalhos num "arcabouço" planialtimétrico **rigorosamente determinado** e atento ao modelo da forma da Terra.

Para o estabelecimento da carta ou mapa de uma região é necessária a existência de um conjunto de pontos fundamentais que a Geodésia define precisamente pelas latitudes  $\phi$ , pelas longitudes  $\lambda$  e pelas altitudes  $H$ . A partir desta malha de pontos fundamentais a Topografia anexa o seu levantamento "local" ao Sistema Geodésico Brasileiro (sistema de referência no país) através da junção das coordenadas topográficas  $X$  e  $Y$  ao Sistema *Universal Transverso de Mercator (UTM)*, ou outra projeção cartográfica apropriada.

Cabe, então, determinar a extensão do CAMPO TOPOGRÁFICO que se pretende representar, respeitando a precisão das medidas gráficas efetuadas nas cartas e mapas resultantes, de modo que elas correspondam às respectivas dimensões naturais. Assim, desta relação entre as dimensões gráficas ( $I$ ) e suas homólogas dimensões naturais ( $L$ ) surge a escala ( $E$ ) da representação:

$$E = \frac{I}{L} \dots\dots\dots (2)$$

Onde:  $E \rightarrow$  escala;  $I \rightarrow$  dimensão gráfica; e  $L \rightarrow$  dimensão natural.

Neste ponto já se pode conceituar, de modo bem simples, que: uma carta ou um mapa é uma representação gráfica em escala reduzida de um terreno que se quer conhecer.

Sendo um desenho em escala reduzida, ele deve se subordinar aos princípios cartográficos básicos da **convenção** (símbolos) e da **generalização** (simplificação), para possibilitar a sua confecção dentro da técnica das artes gráficas.

Nas artes gráficas a representação de uma linha ou traço de menor espessura tem a dimensão de 0,1 mm. Sendo esta a menor dimensão da espessura de uma linha ou traço que se pode exprimir e distinguir visualmente em uma expressão gráfica sobre um plano, daí decorre a precisão gráfica da tolerância nas medidas correspondente a 0,2 mm.

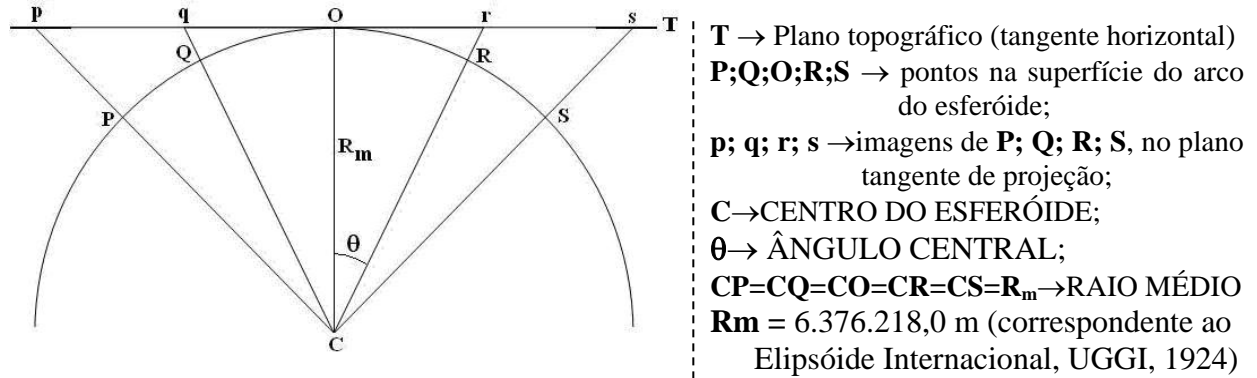
Para se obter medidas efetuadas em mapas e cartas, de qualquer natureza, dentro da precisão gráfica estabelecida é necessário que se utilizem instrumentos ou escalas de medidas que tenham gravados intervalos espaçados, pelo menos, de 0,5 mm.

Por esta razão, quando se tem a necessidade de representar, em uma carta ou mapa, objetos cujas dimensões gráficas sejam inferiores a este valor, recorre-se à representação por meio de **símbolos**. Por exemplo, um rio em que as distâncias entre as margens variam entre 5 e

15 metros, não teria representação em um mapa topográfico na escala de 1:100.000, pois nesta escala a menor dimensão natural, de possível representação, é de 20 metros, Portanto, a representação cartográfica desse elemento da hidrografia, indispensável à leitura, análise e interpretação da topografia, é feita por linhas, de espessura constante, na cor azul.

#### 4.12. Plano Topográfico

**Figura 22** – Esquema de um Plano Topográfico (T)



Das relações trigonométricas no triângulo retângulo tem-se:

$$tg\theta = \frac{Or}{OC} \quad \therefore \quad Or = OC.tg\theta ; \quad \text{como } Or = Oq \Rightarrow \quad qOr = 2(OC.tg\theta) \dots\dots\dots (3)$$

Também, temos que:

$$\text{arco } OR = R\theta \text{ (radianos)}; \quad OR = R \frac{\pi.\theta}{180^\circ}; \quad \text{como } OR = OQ \Rightarrow \quad QOR = 2(R \frac{\pi.\theta}{180^\circ}) \dots\dots\dots (4)$$

Supondo um valor para  $\theta = 30'$ , as dimensões do plano topográfico e do arco do esferóide são:

Da expressão (2) temos:

$$qOr = 2(OC.tg\theta); \quad qOr = 2(6.376.218,0 \text{ m}.tg(30')) = 111.288,823 \text{ m}$$

Também da expressão (3):

$$QOR = 2(R \frac{\pi.\theta}{180^\circ}); \quad QOR = 2(6.376.218,0 \text{ m} \cdot \frac{\pi \cdot 0^\circ,5}{180^\circ}) = 111.285,9979 \text{ m}$$

$$\text{A diferença } \Delta = qOr - QOR = 111.288,823 \text{ m} - 111.285,998 \text{ m} = 2,825 \text{ m}.$$

Verifica-se que o PLANO TOPOGRÁFICO é maior, neste caso em 2,825m, do que o ARCO DO ESFERÓIDE. Só resta, então, responder a uma pergunta: A PARTIR DE QUAL ESCALA DE REPRESENTAÇÃO CARTOGRÁFICA ESTA DIFERENÇA PODE SER DESPREZADA? Para solucionar este problema, vamos utilizar a fórmula da escala (1), onde l é a menor dimensão que tem representação na carta ou mapa (0,1 mm) e L é a dimensão homóloga que está sendo questionada (2,825m).

Como a escala pode ser expressa por uma fração onde o numerador é a unidade e o denominador (D) representa quantas vezes uma dimensão gráfica (l) deve ser multiplicada para se obter a dimensão natural, a fórmula (1) toma o seguinte aspecto:



$$E = \frac{l}{L} = \frac{1}{D} \dots\dots\dots (5)$$

Substituindo  $l$  e  $L$  pelos seus respectivos valores, vamos então calcular:

$$D = 2.825\text{mm} / 0,1 \text{ mm} = 28.825, \quad \Rightarrow \quad \text{resultando que } E = 1: 28. 825.$$

Nesta escala, a diferença entre as extensões do plano topográfico e do arco do esferóide, para a extensão correspondente a  $1^\circ$ , tem a representação de 0,1 mm. Conseqüentemente, para que a diferença natural de 2,825m seja desprezível, façamos a seguinte análise:

$$E = 1:28.250, \quad L = 2,825\text{m} \Rightarrow l = 0,1 \text{ mm};$$

$$E = 1:30.000, \quad L = 2,825\text{m} \Rightarrow l = 0,094 \text{ mm};$$

$$E = 1:25.000, \quad L = 2,825\text{m} \Rightarrow l = 0,113 \text{ mm}.$$

Conclusão: para que a dimensão natural  $L$  (correspondente à diferença entre o plano topográfico e o arco do esferóide) seja desprezível, a sua dimensão gráfica homóloga  $l$  deve ser menor do que 0,1 mm. Como na cartografia topográfica não se usa escalas com denominadores fracionários, é válido dizer, neste caso, que a maior escala para esta extensão topográfica, em números inteiros, seria 1:30.000.

Finalmente, se pode definir que:

**CAMPO TOPOGRÁFICO** é um plano tangente em um ponto qualquer da esfera terrestre, correspondente a um arco cuja extensão pode ser representada desprezando-se a sua curvatura, levando-se em conta a escala da carta ou mapa resultante e a menor dimensão gráfica que pode ser traçada ( $l = 0,1 \text{ mm}$ ).

## 5. SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO - SGB

A forma e tamanho de um elipsóide, bem como sua posição relativa ao geóide define um sistema geodésico (também designado por **datum geodésico**). No caso brasileiro, vários sistemas geodésicos foram adotados, ao longo do Tempo. CCGB – (Comissão da Carta Geral do Brasil), Hayford, Astro Datum Chuá, SAD-69 e atualmente o SIRGAS 2000.

O Sistema de Referência Córrego Alegre é definido a partir dos parâmetros:

• Figura Geométrica para a Terra: Elipsóide Internacional de Hayford, 1924

Semi eixo maior  $a = 6.378.388 \text{ m}$  Achatamento  $f = 1/297$  •

Parâmetros referentes ao posicionamento espacial do elipsóide: Orientação Topocêntrica

Ponto Datum = Vértice de triangulação Córrego Alegre

$$\varphi_G = \varphi_A = 19^\circ 50' 15,14'' \text{ S } \lambda_G =$$

$$\lambda_A = 48^\circ 57' 42,75'' \text{ W}$$

$$N = 0 \text{ m}$$

Onde:  $\varphi_G$  = Latitude Geodésica

$\varphi_A$  = Latitude Astronômica

$\lambda_G$  = Longitude Geodésica

$\lambda_A$  = Longitude Astronômica

$N$  = Ondulação Geoidal

Sistema Geodésico Sul-Americano - SAD 69 apresenta as seguintes características:

- Elipsóide de referência - UGGI 67 (*União Geodésica e Geofísica Internacional em 1967*) definido por:

- semi-eixo maior - **a**: 6.378.160m

- achatamento - **f**: 1/298,25

- Origem das coordenadas (ou Datum planimétrico):

- estação : Vértice Chuá (MG)

- altura geoidal : 0m

- coordenadas: Latitude: 19° 45' 41,6527" S

Longitude: 048° 06' 04,0639" W

- azimute geodésico para o Vértice Uberaba : 271° 30' 04,05"

- Caracterização do SIRGAS2000

• Sistema Geodésico de Referência: Sistema de Referência Terrestre Internacional - ITRS (International Terrestrial Reference System)

• Figura geométrica para a Terra: Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (Geodetic Reference System 1980 – GRS80)

Semi-eixo maior  $a = 6.378.137$  m

Achatamento  $f = 1/298,257222101$

• Origem: Centro de massa da Terra

• Orientação: Pólos e meridiano de referência consistentes em  $\pm 0,005''$  com as direções definidas pelo BIH (Bureau International de l'Heure), em 1984,0.

• Estações de Referência: As 21 estações da rede continental SIRGAS2000, estabelecidas no Brasil e identificadas na Resolução PR 01/2005, constituem a estrutura de referência a partir da qual o sistema SIRGAS2000 é materializado em território nacional.

Está incluída nestas tabelas a estação SMAR, pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), cujas coordenadas foram determinadas pelo IBGE posteriormente à campanha GPS SIRGAS2000.

• Época de Referência das coordenadas: 2000,4

• Materialização: Estabelecida por intermédio de todas as estações que compõem a Rede Geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência.

Parâmetros de Transformação entre o SAD 69 e o SIRGAS2000

Os parâmetros de transformação entre o SAD 69 e o SIRGAS2000 são os listados a seguir.

A formulação matemática a ser aplicada nas transformações é aquela divulgada na seção 3 do anexo da R.PR nº 23, de 21 de janeiro de 1989. FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA RESOLUÇÃO DO PRESIDENTE R.PR- 1/2005 DATA: 25/2/2005 FOLHA: 7/7

• SAD 69 para SIRGAS2000

$$a1 = 6.378.160 \text{ m}$$

$$f1 = 1/298,25$$

$$a2 = 6.378.137 \text{ m}$$

$$f2 = 1/298,257222101$$

$$\Delta X = - 67,35 \text{ m}$$

$$\Delta Y = + 3,88 \text{ m}$$

$$\Delta Z = - 38,22 \text{ m}$$

• SIRGAS2000 para SAD 69

$$a1 = 6.378.137 \text{ m}$$

$$f1 = 1/298,257222101$$

$$a2 = 6.378.160 \text{ m}$$

$$f2 = 1/298,25$$

$$\Delta X = + 67,35 \text{ m}$$

$$\Delta Y = - 3,88 \text{ m}$$

$$\Delta Z = + 38,22 \text{ m}$$

Onde: a1, f1 = parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de origem

a2, f2 = parâmetros geométricos do elipsóide do sistema de destino ( $\Delta X$ ,  $\Delta Y$ ,  $\Delta Z$ ) = parâmetros de transformação entre os sistemas.

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) é divididas em três redes:

- **Planimétrica:** latitude e longitude de alta precisão
- **Altimétrica:** altitudes de alta precisão
- **Gravimétrica:** valores precisos de aceleração da gravidade

Para **origem das altitudes** (ou **Datum altimétrico** ou **Datum vertical**) foram adotados:

**Imbituba** - correspondente ao **nível médio do mar** determinado por um marégrafo instalado no Porto de Imbituba (SC), utilizado como origem para **toda rede altimétrica nacional** à exceção do estado Amapá.

**Porto de Santana** - idem para a estação maregráfica no Porto de Santana (AP) para referenciar a rede altimétrica do Estado do Amapá que ainda não está conectada ao restante do País.

**LEVANTAMENTOS** (sob o ponto de vista cartográfico):

***OPERAÇÕES QUE TÊM POR FINALIDADE A EXECUÇÃO DE MEDIÇÕES PARA A DETERMINAÇÃO DE POSIÇÕES RELATIVAS DE PONTOS, LINHAS, ÁREAS E VOLUMES EM UM DADO MODELO GEOMÉTRICO ESPACIAL.***

Os levantamentos realizados na superfície da Terra são:

- I – Geodésicos;
- II – Gravimétricos; e
- III – Topográficos.

### 5.1- Levantamentos Geodésicos

**GEODÉSIA** - Ciência aplicada que estuda a forma, as dimensões e o campo de gravidade da Terra.

**FINALIDADES** - Embora a finalidade primordial da Geodésia seja científica, ela é empregada como estrutura básica do mapeamento e trabalhos topográficos, constituindo estes fins práticos razão de seu desenvolvimento e realização, na maioria dos países.

Os **levantamentos geodésicos** compreendem o conjunto de atividades dirigidas para as medições e observações que se destinam à determinação da **forma e dimensões** do nosso planeta (geóide e elipsóide). É a base para o estabelecimento do referencial físico e geométrico necessário ao posicionamento dos elementos que compõem a paisagem territorial.

De acordo com o IBGE, as redes geodésicas que caracterizam a materialização do SGB são classificadas da seguinte forma:

Redes GNSS/GPS e clássicas horizontais, constituídas por:

- a) estações GNSS que compõem a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC, rede ativa);
- b) estações SAT-Doppler e SAT-GPS (passivas) que compõem a Rede SAT, incluindo as Redes Estaduais GPS e estações homologadas; e
- c) Vértices de Triangulação (VT) e Estações de Poligonal (EP) que compõem a Rede Horizontal Clássica.

A figura 21 apresenta a Rede Brasileira de Monitoramento contínuo e a Figura 22 apresenta as Redes estaduais GNSS.

Redes de referência vertical, constituídas por:

- a) estações altimétricas passivas, as Referências de Nível (RRNN) que compõem a Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP);
- b) estações da Rede Maregráfica Permanente para Geodésia (RMPG, rede ativa).

A figura 23 apresenta a Rede Altimétrica Brasileira.

Rede de densificação gravimétrica do IBGE, constituída por:

- a) estações gravimétricas básicas para complementação das redes fundamentais; e
- b) estações gravimétricas de densificação para o contínuo aprimoramento do Modelo de Ondulação Geoidal do Brasil (MAPGEO).

A figura 24 apresenta a Rede Gravimétrica Brasileira.



Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE  
Diretoria de Geociências - DGC  
Coordenação de Geodésia - CGED

## REDE BRASILEIRA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO DOS SISTEMAS GNSS



Figura 21 Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo



Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE  
Diretoria de Geociências - DGC  
Coordenação de Geodésia - CGED  
Projeto Base de Dados do SGB - BDSGB

## Redes Estaduais GPS



Figura 22 Redes Estaduais GNSS









Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE  
Diretoria de Geociências - DGC  
Coordenação de Geodésia - CGED  
Gerência de Infraestrutura de Sistemas e Dados - GISD

## Rede Gravimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro



Figura 24 Rede gravimétrica Brasileira

### 5.1.1 - Métodos de Levantamentos Geodésicos:

#### i) Levantamento Planimétrico

Dentre os levantamentos planimétricos clássicos, merecem destaque:

- **Triangulação:** Obtenção de Figuras geométricas a partir de triângulos formados através da medição dos ângulos subtendidos por cada vértice. Os pontos de triangulação são denominados vértices de triangulação (VVTT). É o mais antigo e utilizado processo de levantamento planimétrico.

- **Trilateração:** Método semelhante à triangulação e, como aquele, baseia-se em propriedades geométricas a partir de triângulos superpostos, sendo que o levantamento será efetuado através da medição dos lados.

- **Poligonação:** É um encadeamento de distâncias e ângulos medidos entre pontos adjacentes formando linhas poligonais ou polígonos. Partindo de uma linha formada por dois pontos conhecidos, determinam-se novos pontos, até chegar a uma linha de pontos conhecidos.

As figuras 25, 26 e 27 apresentam esquemas dos métodos de triangulação, trilateração e poligonação .

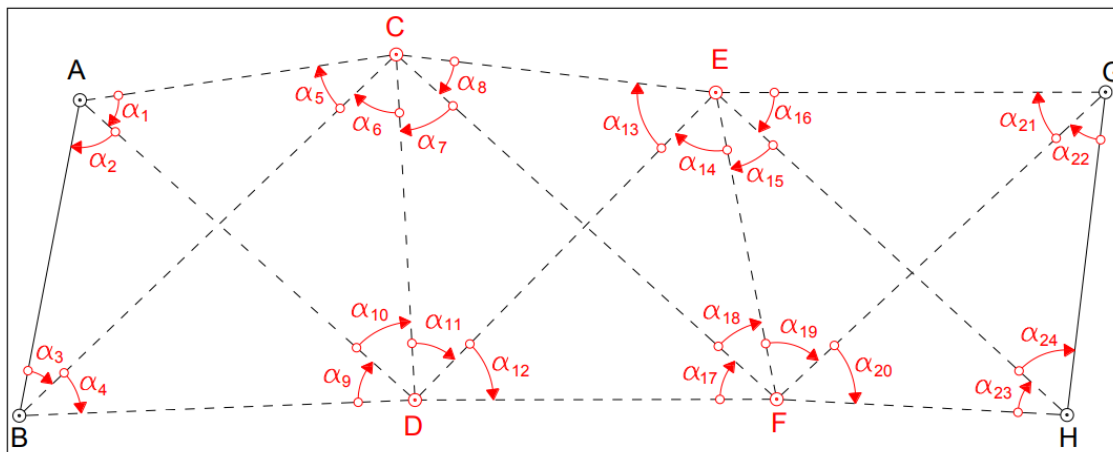


Figura 25 Método da triangulação. Fonte: INCRA 2013

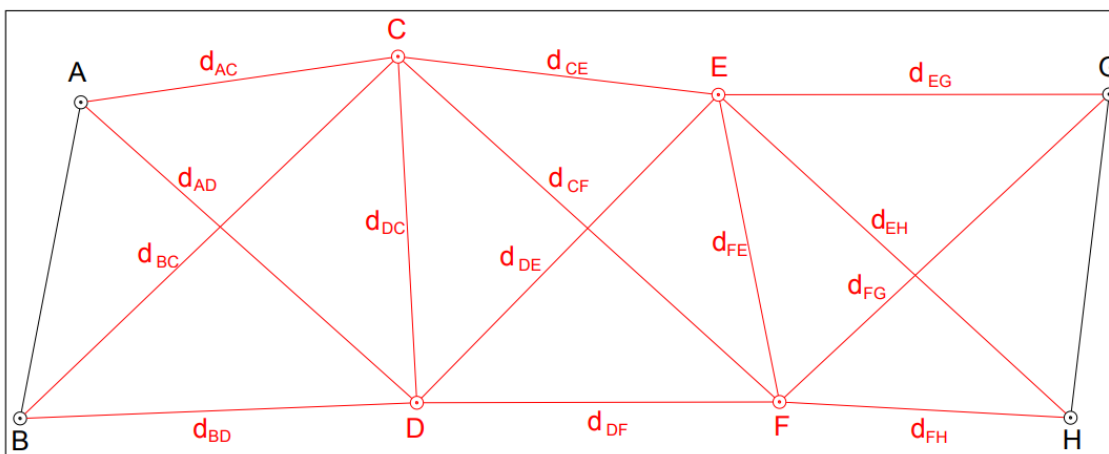


Figura 26 Método da trilateração. Fonte: INCRA 2013

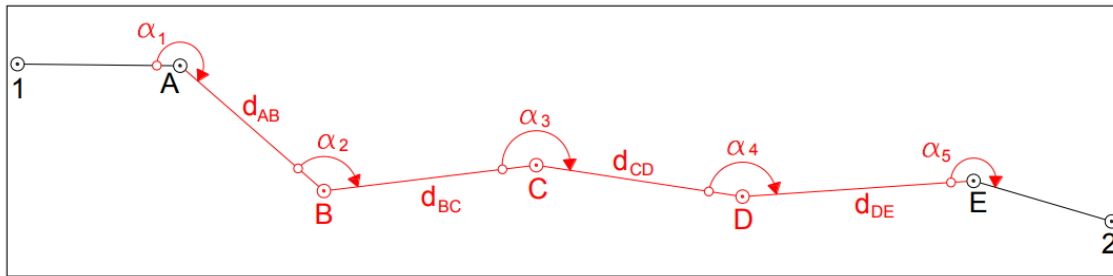


Figura 27 Método da poligonização. Fonte: INCRA 2013

## ii) Levantamento Altimétrico

Desenvolveu-se na forma de circuitos, servindo por ramais às cidades, vilas e povoados às margens das mesmas e distantes até 20 km. Os demais levantamentos estarão referenciados ao de alta precisão.

- **Nivelamento Geométrico:** É o método usado nos levantamentos altimétricos de alta precisão que se desenvolvem ao longo de rodovias e ferrovias. No SGB, os pontos cujas altitudes foram determinadas a partir de nivelamento geométrico são denominados **referências de nível (RRNN)**.

A figura 28 apresenta um esquema do nivelamento geométrico

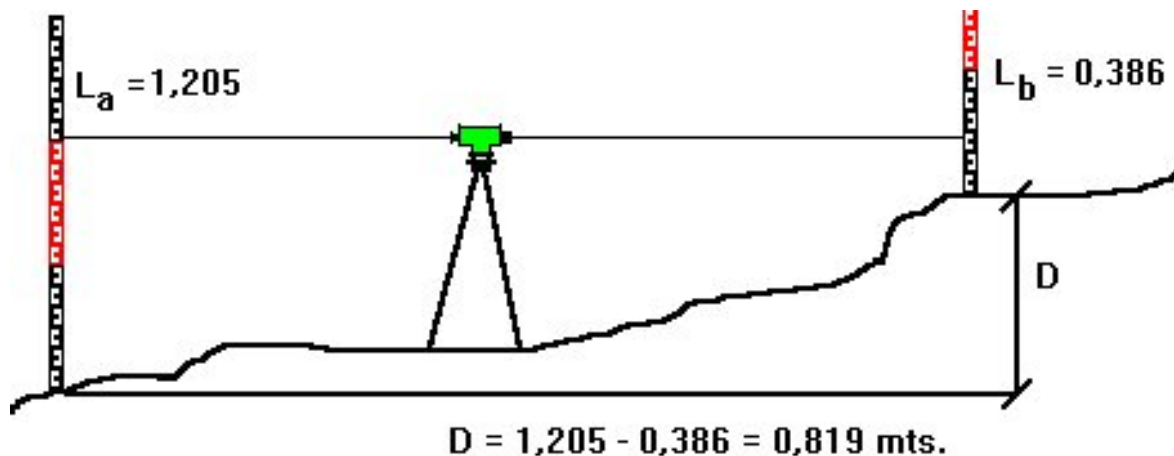


Figura 28 Nivelamento geométrico Fonte: Casaca 2005

- **Nivelamento Trigonométrico:** Baseia-se em relações trigonométricas. É menos preciso que o geométrico, fornece apoio altimétrico para os trabalhos topográficos.

A figura xxxx apresenta o esquema do nivelamento trigonométrico

- **Nivelamento Barométrico:** Baseia-se na relação inversamente proporcional entre pressão atmosférica e altitude. É o de mais baixa precisão, usado em regiões onde é impossível utilizar-se os métodos acima ou quando se queira maior rapidez.

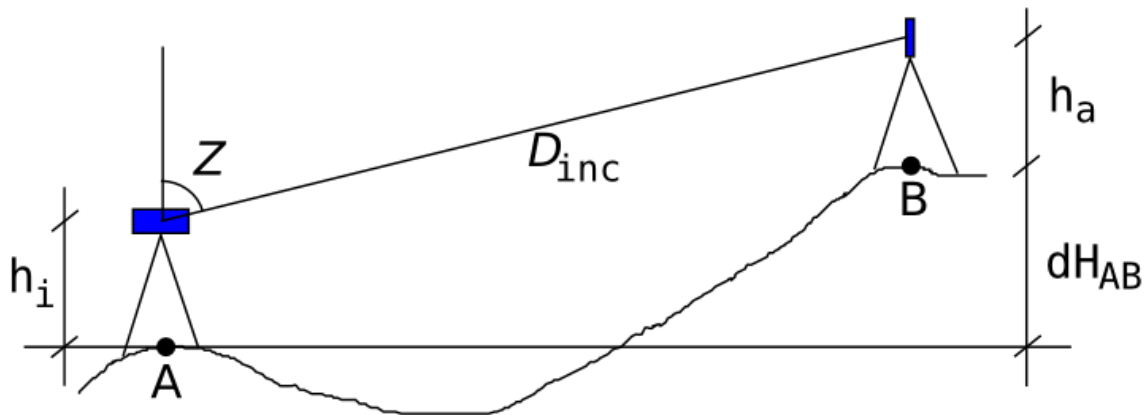


Figura 29 Nivelamento trigonométrico Fonte: Casaca 2005

## 5.2. Levantamento Gravimétrico

A gravimetria tem por finalidade o estudo do campo gravitacional terrestre, possibilitando, a partir dos seus resultados, aplicações na área da Geociência como por exemplo a determinação da Figura e dimensões da Terra, a investigação da crosta terrestre e a prospecção de recursos minerais.

As especificações e normas gerais abordam as técnicas de medições gravimétricas vinculadas às determinações relativas com uso de gravímetros estáticos. A figura 30 exemplifica um gravímetro relativo.



Figura 30. Gravímetro Rlativo

À semelhança dos levantamentos planimétricos e altimétricos, os gravimétricos são desdobrados em: **Alta precisão**, **precisão** e para **fins de detalhamento**.

Matematicamente, esses levantamentos são bastante similares ao nivelamento geométrico, medindo-se diferenças de aceleração da gravidade entre pontos sucessivos.

### 5.3. Levantamentos Topográficos

São operações através das quais se realizam medições, com a finalidade de se determinar a posição relativa de pontos da superfície da Terra no **horizonte topográfico** (correspondente a um círculo de raio 10 km).

#### 5.3.1. Posicionamento tridimensional por GNSS

Na coleta de dados de campo, as técnicas geodésicas e topográficas para determinações de ângulos e distâncias utilizadas para a obtenção de coordenadas bi e/ou tridimensionais sobre a superfície terrestre, através de instrumentos ópticos e mecânicos tornaram-se obsoletos, sendo mais utilizada na locação de obras de engenharia civil e de instalações industriais. Posteriormente, sistemas eletrônicos de determinações de distâncias por mira "laser" ou infravermelhas determinaram uma grande evolução.

Atualmente a determinação de coordenadas pontuais utilizando constelação de satélites artificiais apresentam-se como uma das técnicas mais utilizadas no processo de mapeamento.

Ao longo dos últimos 40 anos alguns países ou grupos de países colocaram em órbita seus sistemas de rastreamento.

A constelação da Rússia intitulada GLONASS possui 28 satélites, sendo 24 operacionais. O sistema Europeu conta com 8 satélites, sendo 4 operacionais. O sistema Chinês Beidou possui 17 satélites sendo 16 operacionais. Já o sistema Dos Estados Unidos da América popularmente conhecido como GPS é o mais utilizado, e conta com 32 satélites, sendo 30 operacionais. A atualização destes números deverá ser observada em consulta com sites específicos de cada instituição dos respectivos sistemas.

A geodésia por satélites foi desenvolvida pela Marinha dos Estados Unidos com a finalidade básica da navegação e posicionamento das belonaves americanas sobre superfície, em meados dos anos 60. Surgiu através de pesquisas sobre distanciômetros durante a 2ª Grande Guerra e foi amplamente utilizado até o início de 1993.

Atualmente, o Sistema de Posicionamento Global (GPS) com a constelação NAVSTAR ("Navigation System With Timing And Ranging"), totalmente completa e operacional, ocupa o primeiro lugar entre os sistemas e métodos utilizados pela topografia, geodésia, aerofotogrametria, navegação aérea e marítima e quase todas as aplicações em geoprocessamento que envolvam dados de campo.

#### - O GPS

Em 1978 foi iniciado o rastreamento dos primeiros satélites NAVSTAR, dando origem ao GPS como é hoje conhecido.

#### - Referência

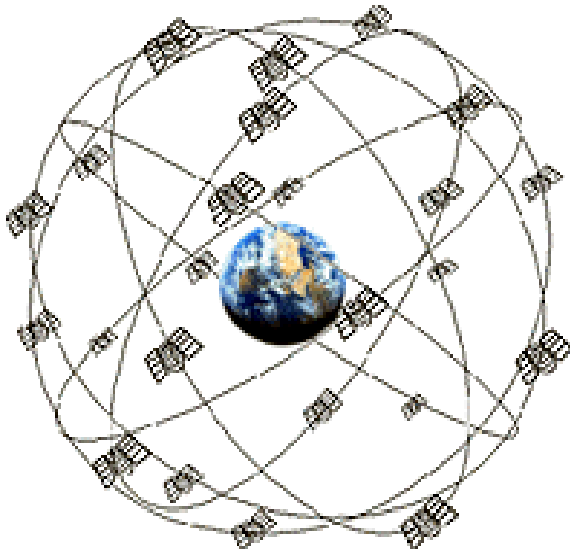
O sistema geodésico adotado para referência é o **World Geodetic System de 1984 (WGS-84)**, devendo ser transformado para o sistema SIRGAS-2000, adotado no Brasil, através de parâmetros de transformação definidos pelo IBGE. Ressalta-se que o GPS fornece resultados de altitude elipsoidal, tornando obrigatório o emprego do Mapa Geoidal do Brasil, produzido pelo IBGE, para a obtenção de altitudes referenciadas ao geóide (nível médio dos mares).

O Sistema GPS subdivide-se em três segmentos: espacial, de controle e do usuário.

#### - Segmento Espacial (A Constelação GPS)

O segmento espacial do GPS prevê cobertura mundial de tal forma que em qualquer parte do globo, incluindo os pólos, existam pelo menos 4 satélites visíveis em relação ao horizonte, 24

horas ao dia. Em algumas regiões da Terra é possível a obtenção de 8 ou mais satélites visíveis ao mesmo tempo.



A constelação de satélites GPS, é composta por 30 satélites ativos que circulam a Terra em órbitas elípticas (quase circulares). A vida útil esperada de cada satélite é de cerca de 6 anos, mas existem satélites em órbita com mais de 10 anos e ainda em perfeito funcionamento.

#### - Segmento de Controle (Sistemas de Controle)

Compreende o Sistema de Controle Operacional, o qual consiste de uma estação de controle mestra, estações de monitoramento mundial e estações de controle de campo.

#### - Segmento do Usuário

O segmento dos usuários está associado às aplicações do sistema. Refere-se a tudo que se relaciona com a comunidade usuária, os diversos tipos de receptores e os métodos de posicionamento por eles utilizados.

#### Os tipos de receptores:

Dependendo da sua precisão, os receptores são classificados como Navegação, Topográficos ou Geodésicos.

Figura 31. Diversos tipos de receptores GNSS



Fonte: Santiago e Cintra

Os receptores de Navegação fazem a gravação das coordenadas obtidas, mas não registram as observáveis (dados brutos). Possuem precisão de aproximadamente 10 metros, sendo utilizados, principalmente, localização instantânea e navegação (automotiva).

Os receptores topográficos tem capacidade de gravar dados brutos das observáveis. Sua precisão é em geral abaixo de 3m, podendo chegar a submétrica, quando realizada a correção diferencial (processamento em relação a bases fixas de coordenadas conhecidas). Suas principais aplicações são: mapeamento (SIG), saneamento, cadastramento de feições de interesse, cadastramento urbano, cadastro elétrico e Cadastro Ambiental Rural (CAR).

Os receptores geodésicos, assim como os topográficos, gravam os dados brutos das observáveis. Sua precisão é centimétrica quando realizado o pós-processamento de dados. As aplicações são voltadas para obras (grandes construções), levantamentos topográficos,



georreferenciamento de Imóveis Rurais e posicionamento de alta precisão. Adaptado de <https://www.santiagoocintra.com.br/blog/geo-tecnologias/quais-os-tipos-de-receptoresy>.

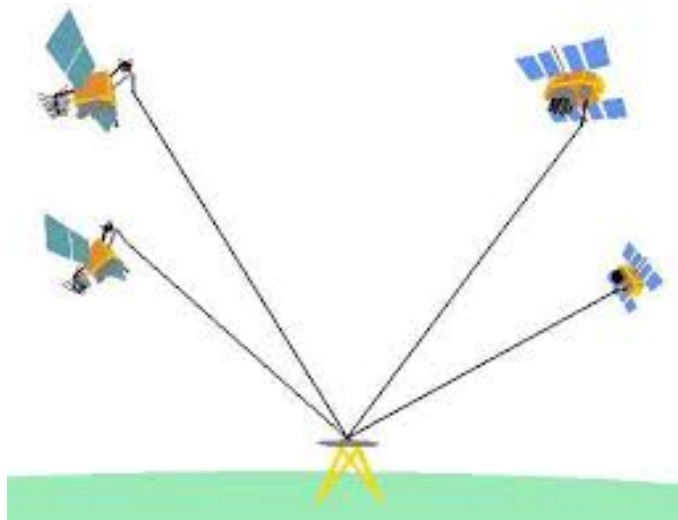
## Métodos de Posicionamento

De uma forma geral, o posicionamento pode ser realizado:

**Por ponto:** Neste método utiliza-se somente um receptor. Pode-se subdividir em duas técnicas:

- Convencional, com precisão de 15 metros. Neste caso utiliza-se receptor simples, de navegação.
- Preciso, com precisão podendo chegar a 0,02m com nível de confiança de 68,2%. Neste caso necessita-se de um receptor geodésico.

A figura 31 apresenta uma ilustração do posicionamento por ponto.



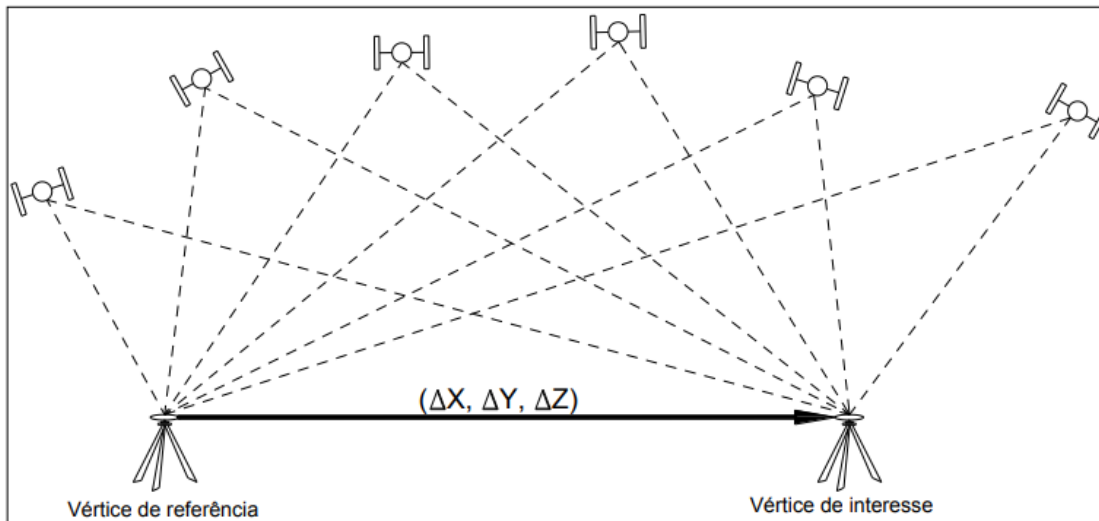
Fonte: INCRA 2013

**Relativo:** Neste método utiliza-se mais de um receptor geodésico simultaneamente, em que um dos receptores é posicionado em um marco de coordenadas conhecidas, e o outro é posicionado no ponto que se quer determinar. Pode-se subdividir em quatro técnicas:

- Estático com precisão de 0,01 a 1ppm
- Estático Rápido com precisão de 1 a 10 ppm
- Semicinemático com precisão de 1 a 10 ppm
- Cinemático, com presição de 1 a 10 ppm.

A figura 32 apresenta uma ilustração do método Relativo.





**Fonte:** Incra 2013

Para maiores detalhes de funcionamento e aplicação das técnicas GNSS, o leitor poderá consultar (Recomendações para Levantamentos Relativos Estáticos GPS – IBGE 2008), Posicionamento pelo GNSS – Monico, João Francisco Galera.

#### 5.4. Aerolevamentos

Baseados na utilização de equipamentos aero ou espacialmente transportados (câmaras fotográficas e métricas, sensores), prestam-se à descrição geométrica da superfície topográfica, em relação a uma determinada superfície de referência.

A legislação brasileira amplia o campo das atividades de aerolevamentos à interpretação ou tradução, sob qualquer forma, dos dados e observações efetuadas.

Aerolevamento é definido como sendo o conjunto de operações aéreas e/ou espaciais de medição, computação e registro de dados do terreno, com o emprego de sensores e/ou equipamentos adequados, bem como a interpretação dos dados levantados ou sua tradução sob qualquer forma.

O aerolevamento engloba as atividades de aerofotogrametria, aerogeofísica e sensoriamento remoto, constituindo-se das fases e operações seguintes:

1ª fase: Aquisição dos dados, constituída de operações de cobertura aérea e/ou espacial.

2ª fase: Operação relativa à interpretação ou tradução dos dados obtidos em operação aérea e/ou espacial.

##### **Operações:**

- a) Processamento fotográfico de filme aéreo ou espacial e respectiva obtenção de diafilme, diapositivo, fotografia, foto-índice e mosaico não controlado.
- b) Confecção de mosaico controlado e fotocarta.
- c) Confecção de ortofotografia, ortofotomosaico e ortofocarta.
- d) Interpretação e tradução cartográfica, mediante restituição estereofotogramétrica ou de imagem obtida com outro sensor remoto.
- e) Processamento digital de imagem.
- f) Preparo para impressão de original de restituição estereofotogramétrica ou elaborado

a partir de imagem obtida com outro sensor remoto.

g) Reprodução e impressão de cartas e mapas.

Com o uso de VANTs – Veículos Aéreos não tripulados, e dos sensores digitais, as operações fotogramétricas se popularizaram e seus custos diminuíram.

## 6. SISTEMAS DE PROJEÇÕES

### 6.1. Generalidades: a teoria das projeções

A confecção de um mapa ou carta exige, antes de tudo, o estabelecimento de um método, segundo o qual, a cada ponto da Terra corresponda um ponto da representação gráfica e vice-versa.

Diversos métodos podem ser empregados para se obter essa correspondência de pontos, constituindo os chamados “*sistemas de projeção*”.

Pode-se definir as projeções cartográficas como funções matemáticas de correspondência biunívoca que relacionam duas superfícies. Numa o plano e na outra o modelo de representação da Terra, neste caso a esfera para escalas menores, e o elipsoide para escalas médias e grandes. Rocha-1994.

A teoria das projeções compreende o estudo dos diferentes sistemas em uso, incluindo a exposição das leis segundo as quais se obtêm as interligações dos pontos de uma superfície (Terra) com as da outra (mapa ou carta).

São estudados também os processos de construção de cada tipo de projeção e sua seleção, de acordo com a finalidade em vista.

O termo projeção, adotado para designar os métodos utilizados na representação gráfica da superfície terrestre, não significa que esses métodos sejam realmente projeções no sentido geométrico.

Os primeiros processos adotados eram, na verdade, baseados em projeções geométricas, de onde foi tirado o nome universalmente consagrado de “projeção”, porém esses processos evoluíram, havendo atualmente sistemas sem nenhum apoio geométrico.

A figura 33 apresenta a idéia da projeção de uma superfície em outra.



Fonte: Duarte, 1994.

Alguns sistemas de projeções são realmente geométricos perspectivos, como será visto adiante; outros são construídos através de uma lei de projeção matemática, sem nenhuma expressão geométrica perspectiva; outros, ainda, são meras representações convencionais.

## 6.2. Classificação dos sistemas de projeções

Existe um ilimitado número de possibilidades de se representar a superfície da Terra sobre um plano, isto é, existe uma infinidade de sistemas de projeções.

Consequentemente, torna-se necessário classificá-los sob seus diversos aspectos, a fim de estudá-los.

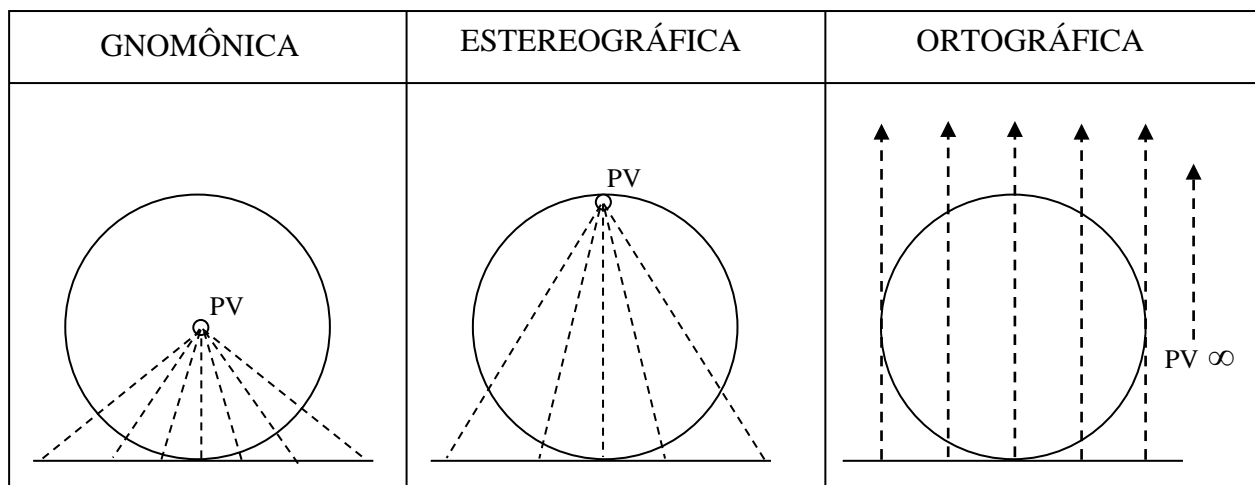
As projeções, quanto ao método de construção, classificam-se em: **geométricas, analíticas e convencionais.**

As **projeções geométricas** se baseiam em princípios geométricos projetivos. Podem ser divididos em: projeções **perspectivas** e **pseudo-perspectivas.**

As **projeções perspectivas** são obtidas pelas interseções dos feixes de retas que passam pelos pontos correspondentes da superfície da Terra sobre determinada superfície e por um ponto fixo, denominado ponto de vista.

O **ponto de vista**, por comodidade, é sempre considerado como situado sobre a direção da vertical do ponto central da porção da superfície da Terra que se deseja representar, e pode estar disposto a qualquer distância do centro da Terra, desde o infinito até coincidente com esse próprio centro. Porém, ele é geralmente situado em três posições distintas, surgindo então uma importante classificação das projeções perspectivas, como mostrado na **Figura XX:**

**Figura 34 – Posições do Ponto de Vista nas projeções geométricas perspectivas**



Fonte : Bakker, 1965.

- a) gnomônica – ponto de vista no centro da Terra;
- b) estereográfica – ponto de vista na superfície da Terra;
- c) ortográfica – ponto de vista no infinito.

As **projeções pseudo-perspectivas** são projeções perspectivas nas quais se recorre a algum artifício, de maneira a se obter determinada propriedade.

Um exemplo desse tipo de projeção é a projeção cilíndrica equatorial estereográfica, na qual o ponto de vista não fica fixo, mas vai percorrendo o equador, situando-se sempre no anti-meridiano do ponto a projetar.

**Projeções analíticas** são aquelas que perderam o sentido geométrico propriamente dito, em consequência da **introdução de leis matemáticas**, visando-se conseguir **determinadas propriedades**.

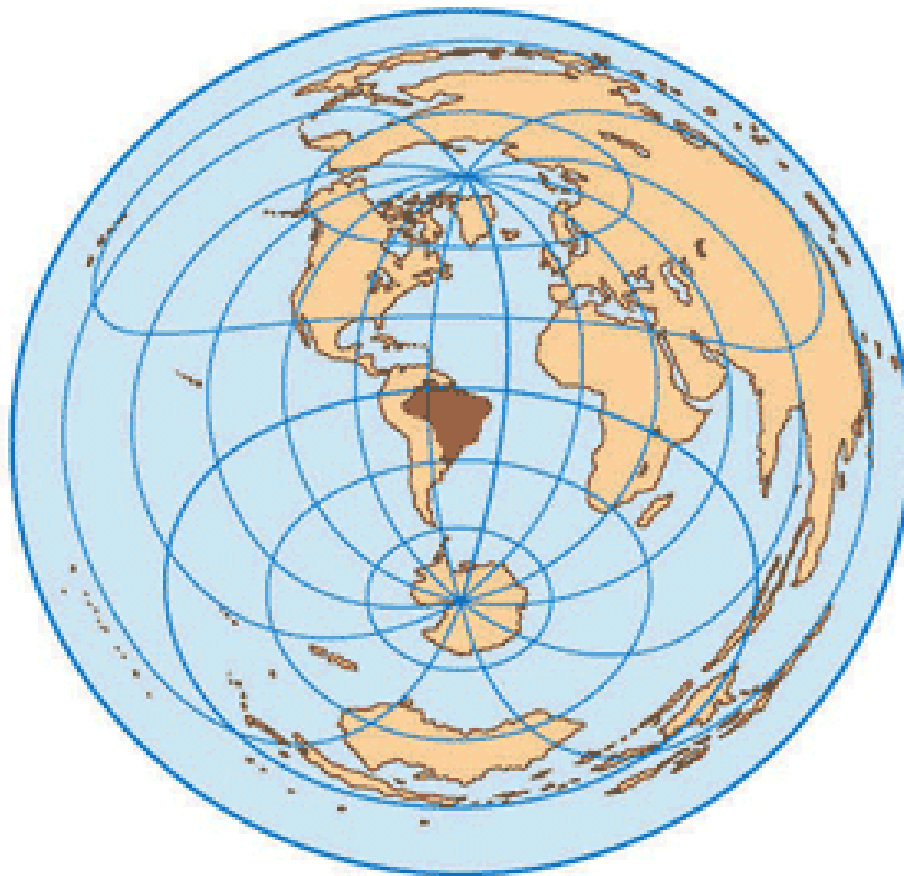
Em virtude das diversas adaptações que as projeções deste grupo podem sofrer quando se deseja obter essa ou aquela propriedade, tal grupo assume grande importância.

Também, em decorrência dessas adaptações, as projeções analíticas admitem uma subclassificação em projeções **simples** ou regulares e projeções **modificadas** ou irregulares.

As projeções **analíticas simples** ou regulares são as construídas com base nas leis matemáticas provenientes de condições previamente estabelecidas.

Dessa classe de projeções são exemplos a projeção cilíndrica equatorial conforme (projeção de Mercator e a projeção equidistante azimutal.

**Figura 35** – Projeção Polar Azimutal Equidistante



As projeções irregulares ou **modificadas** resultam de alterações impostas às projeções simples, transformando ou modificando as suas características próprias.

Como exemplo de projeção modificada cita-se a projeção equivalente de Bonne, obtida de alterações introduzidas na projeção cônica equidistante meridiana, a fim de torná-la equivalente.

As **projeções convencionais** são as que se baseiam em princípios arbitrários, puramente convencionais, em função dos quais se estabelecem suas expressões matemáticas.

Uma projeção desse tipo é a projeção de Mollweide, na qual as transformadas de

paralelos são linhas retas e as dos meridianos, de uma maneira geral, elipses (a transformada do meridiano origem é uma linha reta; as transformadas dos meridianos de  $90^\circ$  E e de  $90^\circ$  W, juntas, formam um círculo). A construção do quadriculado dessa projeção é determinada pelo princípio da igualdade das áreas (equivalência).

**Figura 36** – Projeção Equivalente de Mollweide

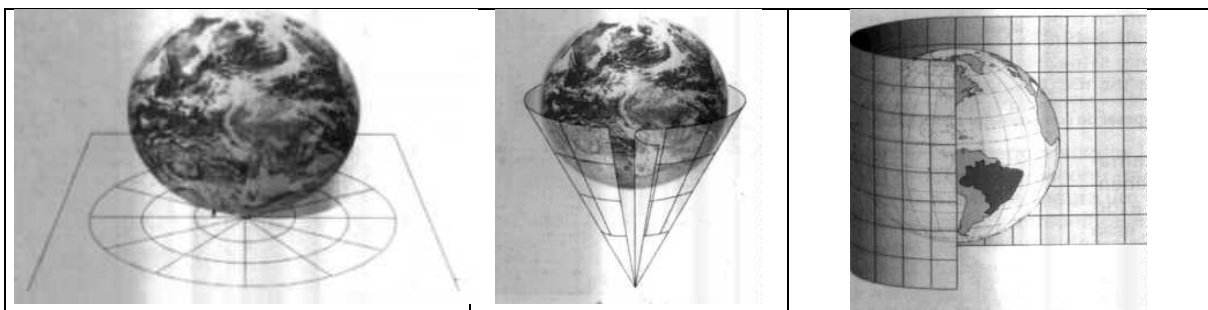


Outras projeções convencionais são obtidas por meros arranjos arbitrários.

É o caso da projeção globular em que a Terra é representada por um círculo; o equador é um diâmetro e os demais paralelos são representados por arcos de circunferências que interceptam partes iguais no meridiano central; os meridianos são, também, arcos de circunferências que dividem o equador em duas partes iguais.

Outra importante classificação dos sistemas de projeções é segundo a **superfície de projeção adotada**. Essa superfície pode ser um plano ou uma superfície auxiliar desenvolvível em um plano. Daí a classificação em projeções planas e projeções por desenvolvimento (**Figura 36**).

**Figura 37** - Projeções planas e por desenvolvimento



Fonte: Frigolletto, 2005.

A projeção é então dita plana, quando a superfície de projeção é um plano. Esse plano poderá ser tangente ou secante à superfície da Terra.

A **projeção plana** é geralmente chamada **azimutal**, em virtude dos azimutes em torno do

ponto de tangência serem representados sem deformações. As projeções azimutais são também chamadas zenitais.

A projeção é **por desenvolvimento**, quando a superfície de projeção é uma superfície desenvolvível.

De acordo com a natureza dessa superfície desenvolvível, as projeções desse tipo se classificam em **cônicas**, **cilíndricas** e **poliédricas**.

**Figura 38** – Projeção Cônica



Incluídas no grupo das projeções cônicas estão as projeções **policônicas**. Nestas, em vez de apenas um cone, a superfície de projeção adotada compõe-se de diversos cones tangentes à superfície da Terra.

Os sistemas de projeções são também classificados de acordo com a **situação da superfície de projeção**.

Essa classificação é feita, no caso das **projeções planas** ou azimutais, de acordo com a **posição do plano de projeção e do ponto de tangência ou pólo da projeção**; e, no caso das **projeções por desenvolvimento**, segundo a **posição do eixo da superfície cônica ou cilíndrica**.

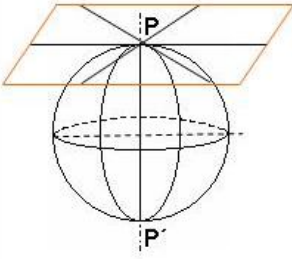
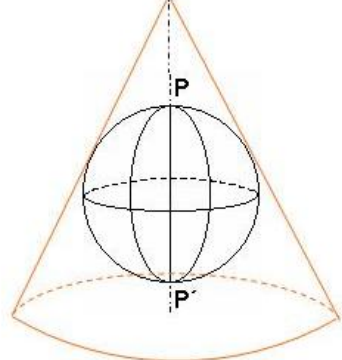
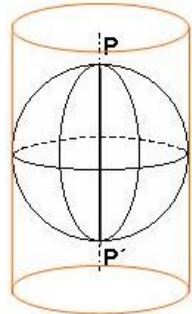
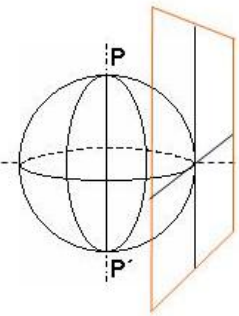
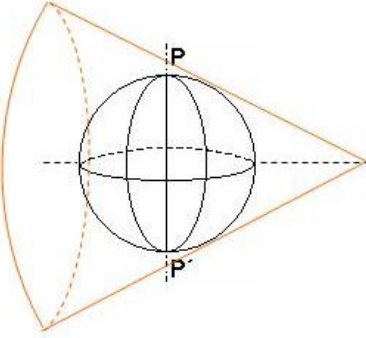
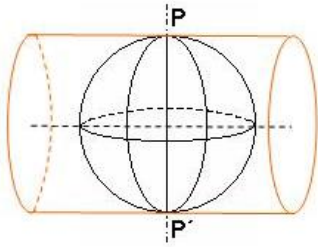
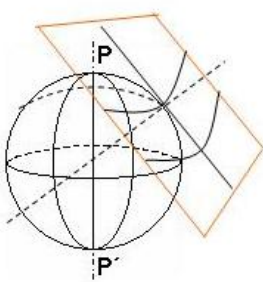
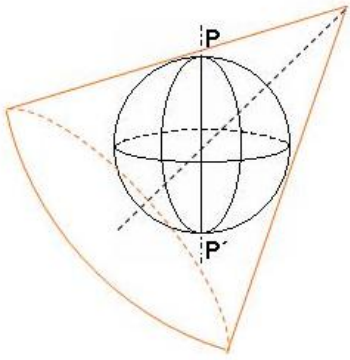
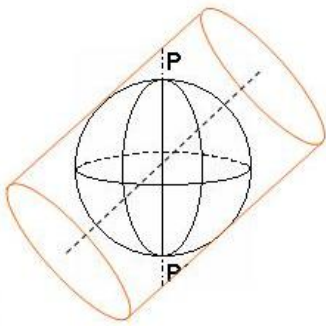
As projeções planas ou azimutais são, então, classificadas em (**Figura 38**):

- a) **polares** – ponto de tangência no pólo; **eixo** da Terra **perpendicular ao plano de projeção**;
- b) **equatoriais** ou **meridianas** – ponto de tangência no equador; **eixo** da Terra **paralelo ao plano de projeção**; plano de projeção paralelo ao plano de um meridiano;
- c) **horizontais** ou **oblíquas** – ponto de tangência em um ponto qualquer da superfície da Terra; eixo da Terra inclinado em relação ao plano de projeção.



**Figura 39** – Quadro de classificação das projeções

**SUPERFÍCIES DE PROJEÇÕES CARTOGRÁFICAS**

PLANAS	CÔNICAS	CILÍNDRICAS
 <p>POLAR: Plano tangente no Pólo do Globo</p>	 <p>NORMAL: Eixo do cone paralelo ao do Globo</p>	 <p>EQUATORIAL: Eixo do cilindro paralelo ao do Globo</p>
 <p>EQUATORIAL: Plano tangente ao Equador do Globo</p>	 <p>TRANSVERSA: Eixo do cone perpendicular ao eixo do Globo</p>	 <p>TRANSVERSA: Eixo do cilindro perpendicular ao eixo do Globo</p>
 <p>HORIZONTAL: Plano tangente em um ponto qualquer da superfície do Globo</p>	 <p>HORIZONTAL: Eixo do cone inclinado em relação ao eixo do Globo</p>	 <p>HORIZONTAL: Eixo do cilindro inclinado em relação ao eixo do Globo</p>

Fonte: Bakker,1966

As projeções por desenvolvimento são classificadas em (Figura 39):

- a) **normais** – eixo do cone paralelo ao eixo da Terra; **equatoriais** – eixo do cilindro paralelo ao eixo da Terra;



- b) **transversas** – eixo do cone perpendicular ao eixo da Terra;  
**transversas** ou **meridianas** – eixo do cilindro perpendicular ao eixo da Terra;
- c) **horizontais** ou **oblíquas** – eixo do cone ou cilindro inclinado em relação ao eixo da Terra.

As projeções são, ainda, classificadas segundo as **propriedades que conservam**, em: equidistantes, equivalentes, conformes e afiláticas.

As **projeções equidistantes** são as que não apresentam deformações lineares, isto é, os comprimentos são representados em escala uniforme.

A condição de equidistância só é obtida em determinada direção e, de acordo com essa direção, as projeções equidistantes se subclassificam em **equidistantes meridianas**, **equidistantes transversais** e **equidistantes azimutais**.

As **projeções equidistantes meridianas** são aquelas em que há equidistância segundo os meridianos.

As **projeções equidistantes transversais** são as que apresentam equidistância segundo os paralelos.

As **projeções equidistantes azimutais** ou **equidistantes ortodrômicas** são as que não apresentam distorções nos círculos máximos que passam pelo ponto de tangência.

As **projeções equidistantes azimutais** são sempre **projeções planas**.

As **projeções equivalentes** são as que não deformam as áreas, isto é, as áreas na carta guardam uma relação constante com as suas correspondentes na superfície da Terra.

**Projeções conformes** são as que não deformam os ângulos e, decorrente dessa propriedade, não deformam também a forma das pequenas áreas.

As projeções azimutais podem ser consideradas um caso particular das projeções conformes, em virtude da propriedade que possuem de não deformarem os ângulos (azimutes) em torno do ponto de tangência. Porém, nem todas as projeções azimutais são conformes em toda extensão.

As **projeções afiláticas** são aquelas em que os comprimentos, as áreas e os ângulos não são conservados. Entretanto, podem possuir uma ou outra propriedade que justifique sua construção. A **projeção gnomônica**, por exemplo, apresentando todas as deformações, possui a excepcional propriedade de **representar as ortodromias como retas**.

Por isto, é utilizada em Cartografia Náutica, conforme adiante explicado.

Um sumário das diversas classificações dos **sistemas de projeções** é apresentado no **Quadro** da página seguinte.

### 6.3. Designação das diferentes projeções

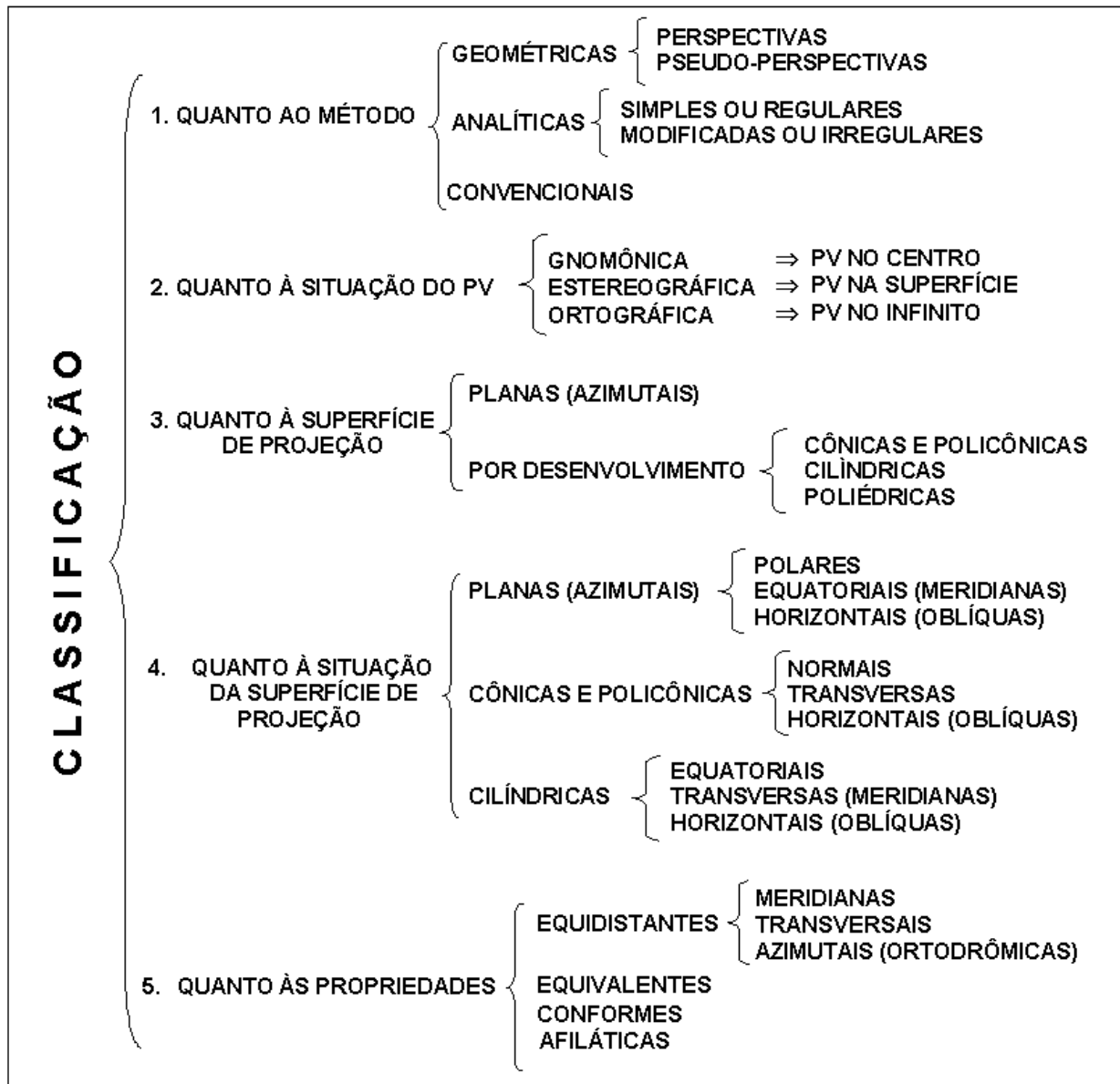
De uma maneira geral, as projeções são mais conhecidas pelos nomes de seus autores do que, propriamente, pelas designações de suas propriedades ou de suas classificações. Isto acontece, principalmente, com as **projeções analíticas** e **convencionais**.

É, por exemplo, o caso da projeção cilíndrica equatorial conforme, mais conhecida como Projeção de Mercator; e da projeção azimutal equivalente, conhecida como Projeção Azimutal de Lambert e muitas outras.

Convém, entretanto, se desejarmos estabelecer uma regra para designar os diferentes tipos de projeções, especificando suas características, mencionar seus elementos na seguinte ordem:

- a) natureza da superfície de projeção adotada (plano, cilindro ou cone);
- b) situação da superfície de projeção em relação à superfície da Terra; e
- c) classificação da projeção quanto à propriedade que conserva.

### QUADRO DE CLASSIFICAÇÃO DOS SISTEMAS DE PROJEÇÕES



Assim, dir-se-á: projeção *cônica normal equidistante meridiana*; projeção *plana polar gnomônica*; projeção *cilíndrica transversa conforme*; etc.

Porém, essa disposição não é rigorosa e, normalmente, quando certa classe de projeções só é utilizada em uma determinada modalidade, costuma-se omitir esse detalhe. As projeções cônicas, por exemplo, são empregadas, geralmente, na modalidade normal, sendo, então, desnecessária essa citação; as projeções gnomônicas são quase sempre projeções planas, o que dispensa classificá-las quanto a esse aspecto.

As projeções irregulares ou modificadas, assim como as projeções convencionais, são, comumente, mencionadas pelos nomes de seus autores, podendo-se incluir nas suas designações as propriedades que preservam.

Nas projeções modificadas, pode-se ainda mencionar a superfície de projeção original, o que, nas projeções convencionais não se justificaria, porque essas projeções dispensam a adoção de superfície intermediária de projeção.

Assim pode-se dizer: projeção cônica modificada equivalente de Bonne ou, simplesmente, projeção de Bonne; projeção equivalente de Mollweide ou apenas projeção de Mollweide, etc.

Na designação das diferentes projeções é preciso atenção a fim de não confundir projeções meridianas com equidistantes meridianas, o mesmo devendo ser observado com relação às projeções transversas e as projeções equidistantes transversais.

#### **6.4. Escolha do sistema de projeção a adotar**

A construção de um mapa ou carta requer o estabelecimento de um sistema de projeção. Este sistema será escolhido de maneira que o mapa ou carta venha a possuir propriedades que satisfaçam às finalidades impostas pela sua utilização.

O ideal seria um mapa ou carta que reunisse todas as propriedades, representando uma superfície rigorosamente semelhante à superfície da Terra. Isto seria o mapa-ideal ou carta-ideal e deveria possuir as seguintes propriedades:

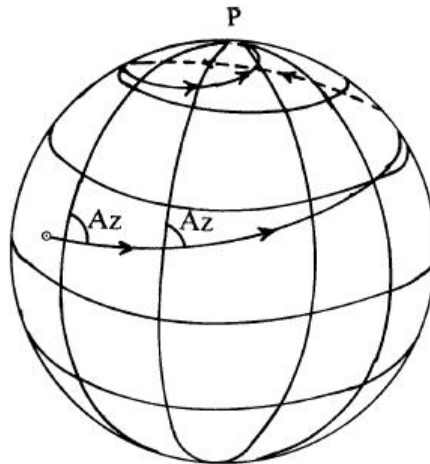
- 1) Manutenção da verdadeira forma das áreas a serem representadas (conformidade);
- 2) Inalterabilidade das dimensões relativas das mesmas (equivalência);
- 3) Constância das relações entre as distâncias dos pontos representados e as distâncias dos seus correspondentes (equidistância);
- 4) Representação dos círculos máximos por meio de linhas retas; e
- 5) facilidade de obtenção das coordenadas geográficas dos pontos e, vice-versa, da plotagem dos pontos por meio de suas coordenadas geográficas.

As propriedades acima relacionadas seriam facilmente conseguidas se a superfície da Terra fosse plana ou uma superfície desenvolvível. Como tal não ocorre, torna-se impossível a construção da carta-ideal, isto é, da carta que reunisse todas as condições desejadas.

A solução será, portanto, construir um mapa ou carta que, sem possuir todas as condições ideais, possua aquelas que satisfaçam determinado objetivo. É pois necessário, ao se fixar o sistema de projeção escolhido para representar determinada região ou localidade, considerar o fim a que se destina o mapa ou carta em projeto, para então estabelecer quais as deformações que poderão ser admitidas, quais as que terão de ser anuladas e propriedades deverão ser preservadas.

Algumas propriedades requeridas, às vezes são conseguidas mediante simples alterações na superfície de projeção. É o caso da utilização de cilindros e cones secantes à superfície da Terra, em vez de tangentes. Outras propriedades, entretanto, levam à alterações tão profundas nos sistemas de projeção, que eles perdem completamente seu sentido geométrico.

#### **Figura 40 - Loxodromia**



O problema da escolha da projeção está, portanto, diretamente ligado à finalidade do mapa ou da carta que se quer construir. E de acordo com essa ou aquela finalidade, poder-se-á escolher um ou outro sistema de projeção. Por exemplo, a Cartografia Náutica por sua vez necessita representar a loxodromia (**Figura 40**) como uma linha reta e de modo que essa reta forme com as transformadas de meridianos um ângulo constante e igual ao seu azimute. Para satisfazer essa exigência, ter-se-á que escolher um tipo de projeção e modificá-lo até se conseguir as propriedades desejadas.

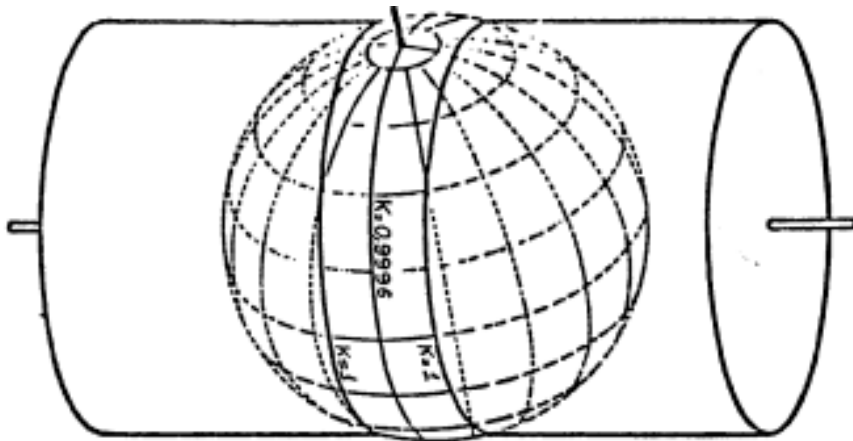
## A PROJEÇÃO UTM

A projeção UTM – Universal transversa de Mercator foi desenvolvida para finalidades militares, adotada pela OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte), para cartas e mapas analógicos nas escalas de 1/250.000 à 1/25.000. Apesar disto, para trabalhos cartográficos urbanos, analógicos ou digitais no Brasil, a projeção mais utilizada no Brasil é a U.T.M, sendo utilizada em escalas de até 1/2000. Porto Alegre apresenta-se com uma realidade diferente por ter utilizado anteriormente a projeção GAUSS-KRUGUER e atualmente utilizar a Projeção TM-POA.

O sistema UTM apresenta as seguintes especificações, para o Brasil:

- 1) Transversa de Mercator, secante, com fusos de seis graus de amplitude em longitude.
- 2) Elipsóide de referência UGGI. 1967
- 3) Origem das coordenadas Norte no equador
- 4) Origem das coordenadas Leste no meridiano central
- 5) Unidade de medida - metro
- 6) Norte (N) = 0 para o hemisfério Norte e Norte falso = 1 0 .0 0 0 .0 0 0 metros para o hemisfério Sul.
- 7) Leste falso (E) = 500.000 metros
- 8) Fator de escala para o meridiano central ( $K_0$ ) = 0,9996
- 9) Numeração dos fusos de 1 a 60, começando no anti-meridiano de Greenwich crescendo no sentido Leste
- 10) Latitudes limites: 80° Norte e Sul.

A figura 41 apresenta um esquema da projeção UTM



**Fonte:** Rocha, 1994

Na busca de uma projeção ótima, que apresentasse o mínimo de distorções para os diversas finalidades, Rocha-1997 apresentou uma projeção para mapeamento urbano no Estado do Rio Grande do Sul, denominada Projeção Regional Transversa de Mercator (RTM/RS), com os seguintes parâmetros:

- 1) Transversa de Mercator, secante com fusos de dois graus de amplitude.
  - 2) Meridianos Centrais nas longitudes de grau ímpar ( $49^{\circ}$ ,  $51^{\circ}$ ,  $53^{\circ}$ ,  $55^{\circ}$  e  $57^{\circ}$  Oeste).
  - 3) Origem das coordenadas Norte no equador.
  - 4) Origem das coordenadas Este no Meridiano Central.
  - 5) Unidade de medida o metro.
  - 6)  $N = X + 5000000$  (Hemisfério Sul).
  - $N = X$  (Hemisfério Norte).
  - 7)  $E = Y \pm 400000$ .
  - 8) Fator de Escala ( $k_0$ ) no Meridiano Central = 0,999945
  - 9) Paralelos limites de 27 a 34 graus Sul.
- Sendo X e Y as coordenadas TM

Maiores detalhes poderão ser encontrados em ROCHA 1997.

Na mesma busca por uma projeção de distorções mínimas, os Engenheiros Cartógrafos da Prefeitura Municipal de Porto Alegre, RS criaram a Projeção TM-Poa, para mapeamentos urbanos neste município, com as seguintes características:

DECRETO Nº 18.315, DE 11 DE JUNHO DE 2013.

O PREFEITO MUNICIPAL DE PORTO ALEGRE, no uso de suas atribuições legais,  
DECRETA:

Art. 1º Fica instituído o Sistema Cartográfico de Referência de Porto Alegre (SCR-POA), definido pelos seguintes parâmetros:

I - Sistema Geodésico de Referência (SGR): SIRGAS2000;

II - "Datum" altimétrico: Marégrafo de Imbituba/SC; e

III - Projeção Cartográfica: Transversa de Mercator para Porto Alegre (TM-POA) com os

seguintes parâmetros:

- a) Meridiano Central (MC): 51° O;
- b) Fator de escala sobre o MC:  $K_0 = 0,999995$ ;
- c) Latitude de origem: 0° (Linha do Equador);
- d) Falso Leste: 300.000m; e
- e) Falso Norte: 5.000.000m.

## 7. ESFERA MODELO

A esfera modelo é uma esfera desenhada na escala da projeção e que serve como construção auxiliar para obtenção das projeções geométricas.

É lógico que a concepção de esfera-modelo importa em se considerar a Terra esférica. Neste caso, a esfera-modelo representará uma superfície semelhante à da Terra e o problema cartográfico se resumirá na representação desta superfície em verdadeira grandeza.

O raio da esfera modelo será, então, igual ao raio considerado para a Terra, multiplicado pela escala.

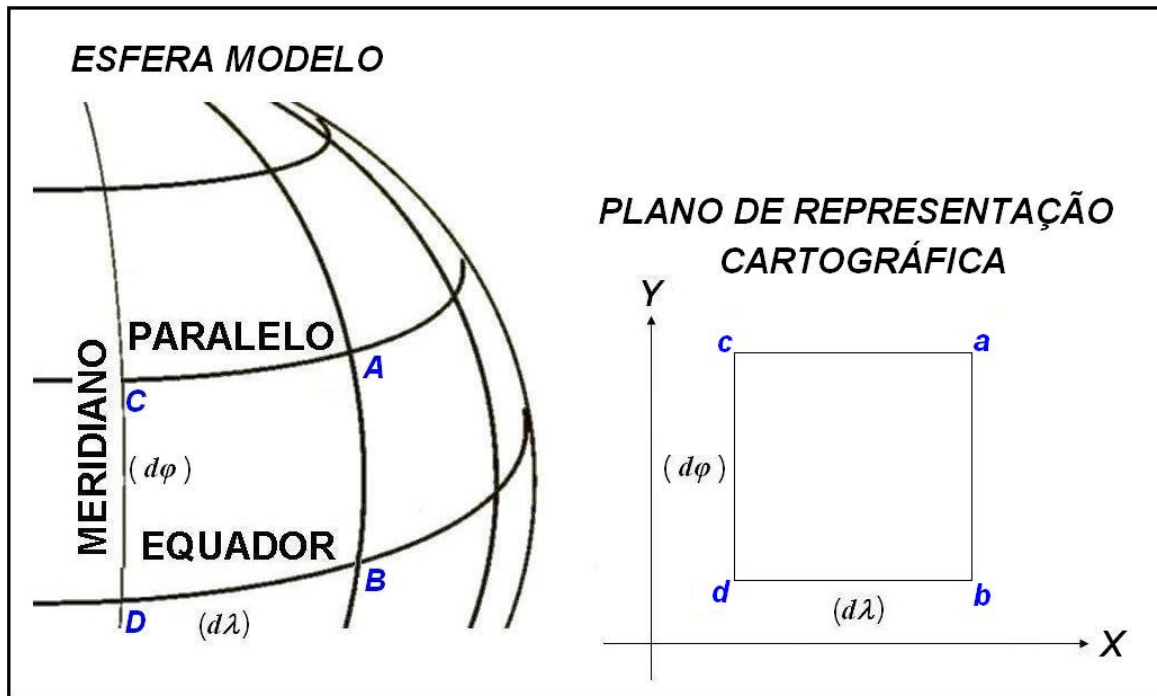
Geralmente, a Terra pode ser considerada esférica tendo para raio o *raio médio do Elipsóide Internacional* ( $R_e = 6.371.229,315$  metros), quando os mapas e cartas têm escalas da ordem de 1:500.000 ou menor. Em escalas maiores pode ser tomado o raio da esfera local,  $R_m = \sqrt{RN}$ .

Em outros casos porém, a forma da Terra terá que ser considerada elipsóidica, e a projeção construída exclusivamente através do cálculo matemático, como é o caso das cartas náuticas e dos mapas e cartas cadastrais urbanas e rurais.

Entretanto, a concepção da esfera-modelo muito auxilia a compreensão e construção da maioria das projeções.

### 7.1. Coeficiente de deformação

**Figura 42** – Correspondência entre a esfera-modelo e o mapa ou carta



Chama-se coeficiente de deformação a razão entre uma determinada grandeza na projeção e sua homóloga na esfera-modelo. Assim, pela **Figura 42** verifica-se que, considerando uma dimensão  $ab$  tomada sobre o mapa ou carta e a sua correspondente  $AB$  sobre a esfera-modelo, o coeficiente de deformação será:

$$\text{Coeficiente de deformação} = \frac{\overline{ab}}{AB}$$

Como a esfera-modelo é a imagem, na escala da projeção, da esfera terrestre, uma dimensão  $MN$  sobre aquela será igual a uma dimensão  $M'N'$  sobre a Terra, multiplicada pela escala.

Assim,  $MN = M'N' \times E$

Então,  $\text{Coeficiente de deformação} = \frac{\overline{mn}}{M'N' \times E}$ ,

onde,  $mn = M'N'(E \times \text{coef. Def.})$ .

Vê-se, portanto, que uma dimensão no mapa ou carta será igual a sua correspondente na Terra multiplicada pela escala e por uma quantidade igual ao coeficiente de deformação, que pode ser admitido como um fator modificativo da escala da projeção, segundo a direção considerada. É por essa razão que alguns autores denominam o coeficiente de deformação de *fator de escala*.

## 8. PRINCÍPIOS FUNDAMENTAIS DE CARTOGRAFIA

Sendo uma carta ou mapa a representação, numa simples folha de papel, da superfície terrestre, em dimensões reduzidas, é preciso associar os elementos representáveis à símbolos e convenções.

As convenções cartográficas abrangem símbolos que, atendendo às exigências da técnica, do desenho e da reprodução fotográfica, representam de modo mais expressivo os diversos acidentes do terreno e objetos topográficos em geral. Elas permitem ressaltar esses acidentes do



terreno, de maneira proporcional à sua importância, principalmente sob o ponto de vista das aplicações da carta.

Outro aspecto importante é que, se o símbolo é indispensável é determinada em qualquer tipo de representação cartográfica, a sua variedade ou a sua quantidade acha-se, sempre, em função da escala do mapa.

É necessário observar, com o máximo rigor, as dimensões e a forma característica de cada símbolo, a fim de se manter, sobretudo, a homogeneidade que deve predominar em todos os trabalhos da mesma categoria.

Quando a escala da carta permitir, os acidentes topográficos são representados de acordo com a grandeza real e as particularidades de suas naturezas. O símbolo é, ordinariamente, a representação mínima desses acidentes.

A não ser o caso das plantas em escala muito grande, em que suas dimensões reais são reduzidas à escala (diminuindo e tornando mais simples a simbologia), à proporção que a escala diminui aumenta a quantidade de símbolos.

Então, se uma carta ou mapa é a representação dos aspectos naturais e artificiais da superfície da Terra, toda essa representação só pode ser convencional, isto é, através de pontos, círculos, traços, polígonos, cores, etc.

Deve-se considerar também outro fator, de caráter associativo, ou seja, relacionar os elementos a símbolos que sugiram a aparência do assunto como este é visto pelo observador, no terreno.

A posição de uma legenda é escolhida de modo a não causar dúvidas quanto ao objeto a que se refere. Tratando-se de localidades, regiões, construções, obras públicas e objetos congêneres, bem como acidentes orográficos isolados, o nome deve ser lançado, sem cobrir outros detalhes importantes. As inscrições marginais são lançadas paralelamente à borda sul da moldura da folha, exceto as saídas de estradas laterais.

A carta ou mapa tem por objetivo a representação da superfície tridimensional da Terra, em duas grandezas, a primeira referente ao plano e a segunda à altitude. Desta forma, os símbolos e cores convencionais são de duas ordens: planimétricos e altimétricos.

## **8.1. Planimetria**

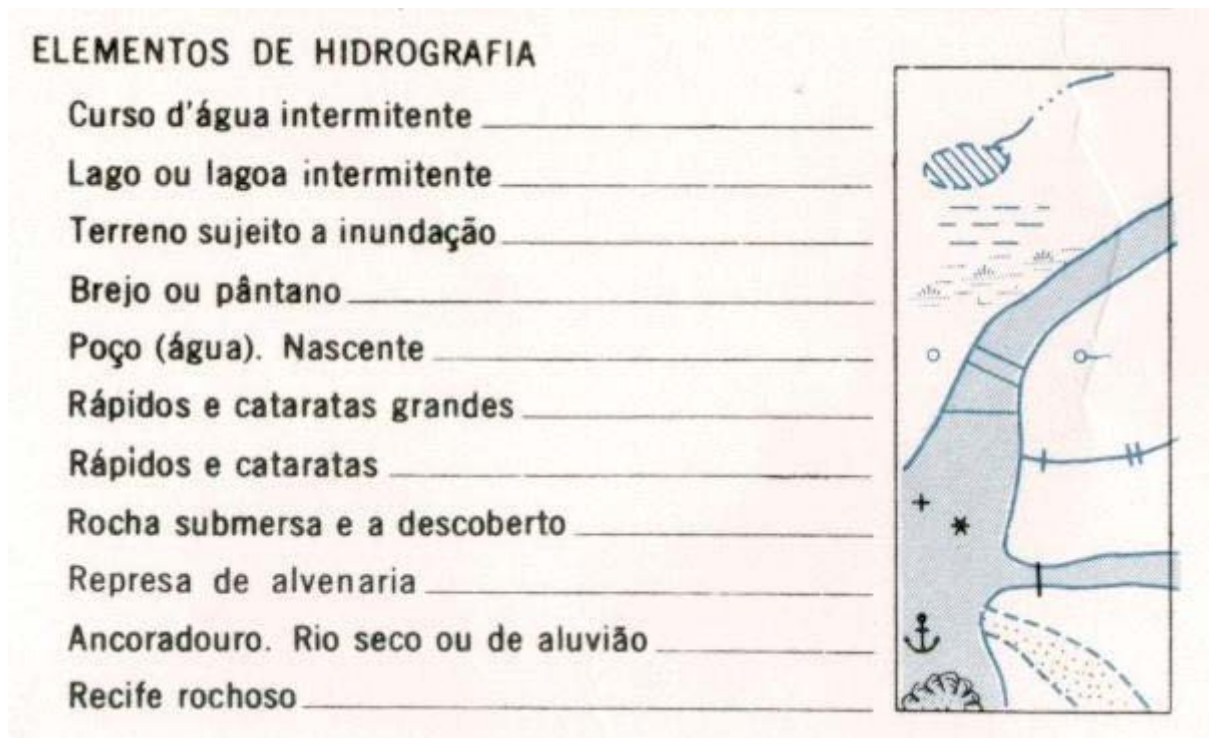
A representação planimétrica pode ser dividida em duas partes, de acordo com os elementos que cobrem a superfície do solo, ou sejam, *físicos* ou *naturais* e *culturais* ou *artificiais*.

Os primeiros correspondem principalmente à hidrografia e vegetação, os segundos decorrem da ocupação humana, sistema viário, construções, limites político ou administrativos etc.

### **8.1.1. Hidrografia**

A representação dos elementos hidrográficos é feita, sempre que possível, associando-se esses elementos a símbolos que caracterizem a água, tendo sido o azul a cor escolhida para representar a hidrografia, alagados (mangue, brejo e área sujeita a inundação), etc.

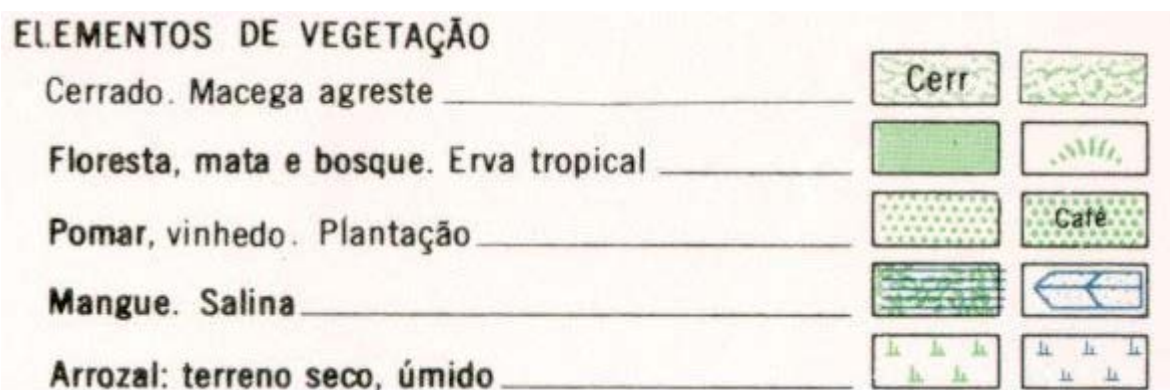
**Figura 43** - Elementos hidrográficos (Carta topográfica em escala 1:100.000)



### 8.1.2. Vegetação

Como não poderia deixar de ser, a cor verde é universalmente usada para representar a cobertura vegetal do solo. Na folha em escala 1:50.000 por exemplo, as matas e florestas são representadas pelo verde claro. O cerrado e caatinga, o verde reticulado, e as culturas permanentes e temporárias, outro tipo de simbologia, com toque figurativo iconográfico (**Figura 32**).

**Figura 44** - Elementos de vegetação (Carta topográfica em escala. 1:100.000)



### 8.1.3. Unidades Político-Administrativas

O território brasileiro é subdividido em Unidades Político-Administrativas abrangendo os diversos níveis de administração: Federal, Estadual e Municipal. A esta divisão denomina-se Divisão Político- Administrativa - DPA.

Essas unidades são criadas através de legislação própria (lei federais, estaduais e municipais), na qual estão discriminadas sua denominação e informações que definem o perímetro da unidade.

A Divisão Política-Administrativa é representada nas cartas e mapas por meio de linhas convencionais (limites) correspondente a situação das Unidades da Federação e Municípios no ano da edição do documento cartográfico. Consta no rodapé das cartas topográficas a referida divisão, em representação esquemática.

Figura 45 Divisão política.



Nas escalas pequenas, para a representação de áreas político-administrativas, ou áreas com limites físicos (bacias) e operacionais (setores censitários, bairros, etc.), a forma usada para realçar e diferenciar essas divisões é a impressão sob diversas cores.

Nos mapas estaduais, por exemplo, divididos em municípios, a utilização de cores auxilia a identificação, a forma e a extensão das áreas municipais. Pode-se utilizar também estreitas tarjas, igualmente em cores, a partir da linha limite de cada área, tornando mais leve a apresentação.

- **Grandes Regiões** - Conjunto de Unidades da Federação com a finalidade básica de viabilizar a preparação e a divulgação de dados estatísticos. A última divisão regional, elaborada em 1970 e vigente até o momento atual, é constituída pelas regiões: Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste, apresentadas na **Figura 25**.

**Figura 46** - Grandes Regiões do Brasil



Fonte: IBGE

- **Unidades da Federação:** Estados, Territórios e Distrito Federal. São as Unidades de maior hierarquia dentro da organização político-administrativa no Brasil, criadas através de leis emanadas no Congresso Nacional e sancionadas pelo Presidente da República.
- **Municípios:** São as unidades de menor hierarquia dentro da organização político-administrativa do Brasil, criadas através de leis ordinárias das Assembléias Legislativas de cada Unidade da Federação e sancionadas pelo Governador. No caso dos territórios, a criação dos municípios se dá através de lei da Presidência da República.
- **Distritos:** São as unidades administrativas dos municípios. Têm suas criações norteadas pelas Leis Orgânicas dos Municípios.
- **Regiões Administrativas; Subdistritos e Zonas:** São unidades administrativas municipais, normalmente estabelecidas nas grandes cidades, citadas através de leis ordinárias das Câmaras Municipais e sancionadas pelo Prefeito.
- **Área Urbana:** Área interna ao perímetro urbano de uma cidade ou vila, definida por lei municipal.
- **Área Rural:** Área de um município externa ao perímetro urbano.

- **Área Urbana Isolada:** Área definida por lei municipal e separada da sede municipal ou distrital por área rural ou por um outro limite legal.
- **Setor Censitário:** É a unidade territorial de coleta, formada por área contínua, situada em um único Quadro Urbano ou Rural, com dimensões e número de domicílio ou de estabelecimentos que permitam o levantamento das informações por um único agente credenciado. Seus limites devem respeitar os limites territoriais legalmente definidos e os estabelecidos pelo IBGE para fins estatísticos.

A atividade de atualizar a DPA em vigor consiste em transcrevê-la para o mapeamento topográfico e censitário. Para documentar a DPA se constituiu o Arquivo Gráfico Municipal - AGM, que é composto pelas cartas, em escala topográfica, onde são lançados/representados os limites segundo as leis de criação ou de alteração das Unidades Político Administrativas.

#### 8.1.4. Localidades

Localidade é conceituada como sendo todo lugar do território nacional onde exista um aglomerado permanente de habitantes.

Classificação e definição de tipos de Localidades:

- 1 - Capital Federal** - Localidade onde se situa a sede do Governo Federal com os seus poderes executivo, legislativo e judiciário.
- 2 - Capital** - Localidade onde se situa a sede do Governo de Unidade Política da Federação, excluído o Distrito Federal.
- 3 - Cidade** - Localidade com o mesmo nome do Município a que pertence (sede municipal) e onde está sediada a respectiva prefeitura, excluídos os municípios das capitais.
- 4 - Vila** - Localidade com o mesmo nome do Distrito a que pertence (sede distrital) e onde está sediada a autoridade distrital, excluídos os distritos das sedes municipais.
- 5 - Aglomerado Rural** - Localidade situada em área não definida legalmente como urbana e caracterizada por um conjunto de edificações permanentes e adjacentes, formando área continuamente construída, com arruamentos reconhecíveis e dispostos ao longo de uma via de comunicação.

**Aglomerado Rural de extensão urbana** - Localidade que tem as características definidoras de Aglomerado Rural e está localizada a menos de 1 Km de distância da área urbana de uma Cidade ou Vila. Constitui simples extensão da área urbana legalmente definida.

- 5.2 - Aglomerado Rural isolado** - Localidade que tem as características definidoras de Aglomerado Rural e está localizada a uma distância igual ou superior a 1 Km da área urbana de uma Cidade, Vila ou de um Aglomerado Rural já definido como de extensão urbana.

- 5.2.1 - Povoado** - Localidade que tem a característica definidora de Aglomerado Rural Isolado e possui pelo menos 1 (um) estabelecimento comercial de bens de consumo freqüente e 2 (dois) dos seguintes serviços ou equipamentos: 1 (um) estabelecimento de ensino de 1º grau em funcionamento regular, 1 (um) posto de saúde com atendimento regular e 1 (um) templo religioso de qualquer credo. Corresponde a um aglomerado sem caráter privado ou empresarial ou que não está vinculado a um único proprietário do solo, cujos moradores exercem atividades econômicas quer primárias, terciárias ou, mesmo secundárias, na própria localidade ou fora dela.

**Núcleo** - Localidade que tem a característica definidora de Aglomerado Rural Isolado e possui caráter privado ou empresarial, estando vinculado a um único proprietário do solo (empresas agrícolas, indústrias, usinas, etc.).

**5.2.3 - Lugarejo** - Localidade sem caráter privado ou empresarial que possui característica definidora de Aglomerado Rural Isolado e não dispõe, no todo ou em parte, dos serviços ou equipamentos enunciados para povoado.

**6 -Propriedade Rural** - Todo lugar em que se encontre a sede de propriedade rural, excluídas as já classificadas como Núcleo.

**7 - Local** - Todo lugar que não se enquadre em nenhum dos tipos referidos anteriormente e que possua nome pelo qual seja conhecido.

**8 - Aldeia** - Localidade habitada por indígenas.

São representadas, conforme a quantidade de habitantes em números absolutos pelo seguinte esquema:

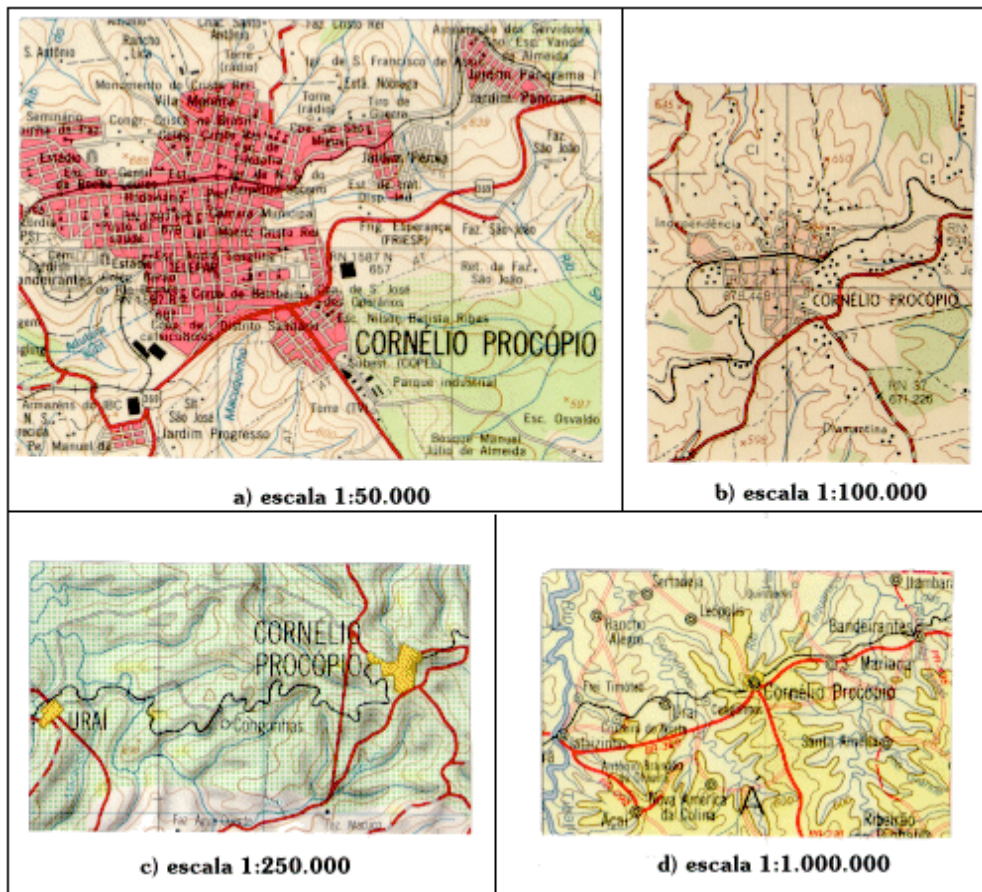
Variando de acordo com a área, o centro urbano é representado pela forma generalizada dos quarteirões, que compõem a área urbanizada construída. A área edificada, que é representada na carta topográfica pela cor rosa, dá lugar, fora da área edificada, a pequenos símbolos quadrados em preto, representando o casario. Na realidade, um símbolo tanto pode representar uma casa como um grupo de casas, conforme a escala (**Figura 47**). Na carta topográfica, dentro da área edificada, é representado todo edifício de notável significação local como prefeitura, escolas, igrejas, hospitais, etc., independentemente da escala.

Conforme a escala, representa-se a área edificada por simbologia correspondente.

Outras construções como barragem, ponte, aeroporto, farol, etc., têm símbolos especiais quase sempre associativo.

**Figura 47 (a, b, c, d)** - Uma mesma localidade representada em várias escalas





### 8.1.5. Áreas Especiais

Área especial é a área legalmente definida subordinada a um órgão público ou privado, responsável pela sua manutenção, onde se objetiva a conservação ou preservação da fauna, flora ou de monumentos culturais, a preservação do meio ambiente e das comunidades indígenas.

Principais tipos de Áreas Especiais:

- Parques Nacional, Estadual e Municipal
- Reservas Ecológicas e Biológicas
- Estações Ecológicas
- Reservas Florestais ou Reservas de Recursos
- Áreas de Relevante Interesse Ecológico
- Áreas de Proteção Ambiental
- Áreas de Preservação Permanente
- Monumentos Naturais e Culturais
- Áreas, Colônias, Reservas, Parques e Terras Indígenas

### 8.1.6. Sistema Viário

No caso particular das rodovias, sua representação em carta não traduz sua largura real uma vez que a mesma rodovia deverá ser representada em todas as cartas topográficas desde a escala 1:250.000 até 1:25.000 com a utilização de uma convenção. Assim sendo, a rodovia será representada por símbolos que traduzem o seu tipo, independente de sua largura física. As

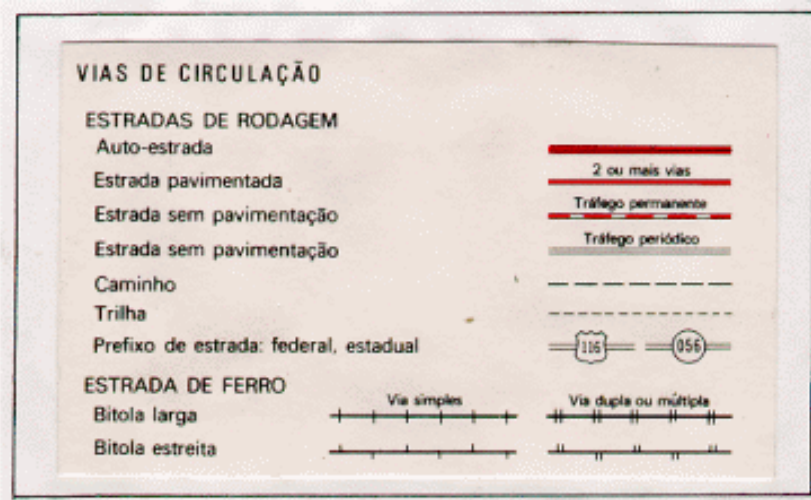


rodovias são representadas por traços e/ou cores e são classificadas de acordo com o tráfego e a pavimentação. Essa classificação é fornecida pelo DNER e DERs, seguindo o Plano Nacional de Viação (PNV), de acordo com a **Figura 38**.

Uma ferrovia é definida como sendo qualquer tipo de estrada permanente, provida de trilhos, destinada ao transporte de passageiros ou carga. Devem ser representadas tantas informações ferroviárias quanto o permita a escala do mapa, devendo ser classificadas todas as linhas férreas principais. São representadas na cor preta e a distinção entre elas é feita quanto à bitola. São representados ainda, os caminhos e trilhas.

As rodovias e ferrovias são classificadas da seguinte forma:

**Figura 48** - Vias de Circulação (Carta topográfica em escala 1:100.000)

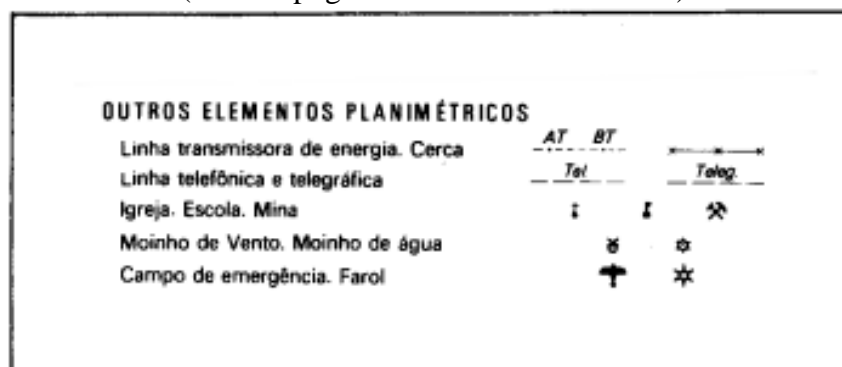


### 8.1.7. Linhas de comunicação e outros elementos planimétricos

As linhas de comunicação resumem-se à linha telegráfica ou telefônica e às linhas de energia elétrica (de alta ou baixa tensão).

No rodapé das cartas topográficas constam ainda outros elementos:

**Figura 49** - Linhas de comunicação e outros elementos planimétricos  
 (Carta topográfica em escala 1:100.000)



### 8.1.8. Linhas de Limites

Em uma carta topográfica é de grande necessidade a representação das divisas interestaduais e intermunicipais, uma vez que são cartas de grande utilidade principalmente para uso rural. Na carta em 1:25.000 é possível a representação de divisas distritais, o que não acontece nas demais escalas topográficas.

Numa carta geográfica, a CIM, por exemplo, só há possibilidade do traçado dos limites internacionais e interestaduais.

Conforme as áreas, são representadas certas unidades de expressão administrativa, cultural, etc., como reservas indígenas, parque nacionais e outros.

**Figura 50** - Linhas de Limites (Carta topográfica esc. 1:250.000)



## 8.2. Altimetria - A realidade tridimensional da superfície terrestre.

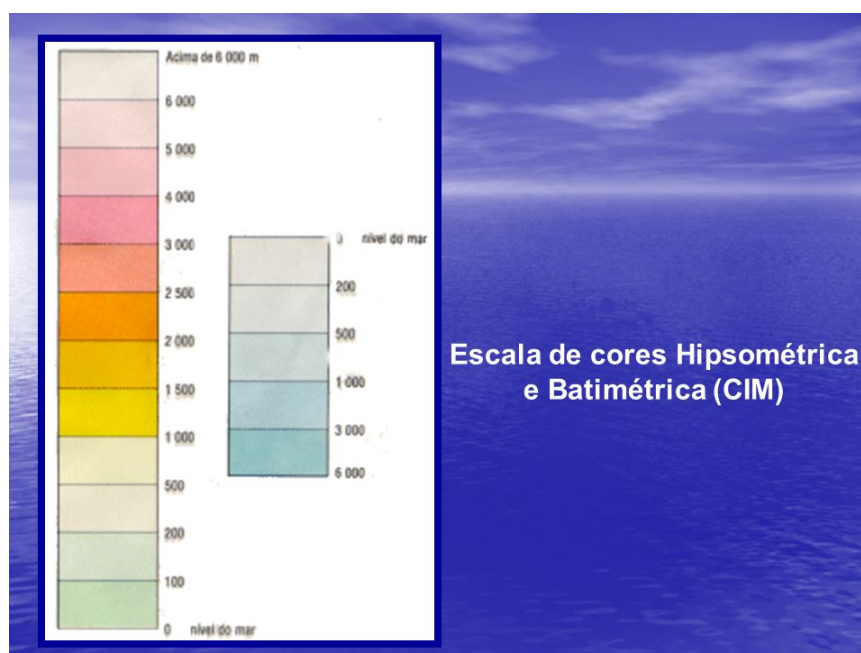
### 8.2.1. Aspecto do Relevo

A cor da representação da altimetria do terreno na carta é, em geral, o sépia. A própria simbologia que representa o modelado terrestre (as curvas de nível) é impressa nessa cor. Os areas representados por meio de um pontilhado irregular também é impresso, em geral, na cor sépia.

À medida que a escala diminui, acontece o mesmo com os detalhes, mas a correspondente simbologia tende a ser tornar mais complexa. Por exemplo, na Carta Internacional do Mundo ao Milionésimo (CIM), o relevo, além das curvas de nível, é representado por cores hipsométricas, as quais caracterizam as diversas faixas de altitudes.

Também os oceanos além das cotas e curvas batimétricas, têm a sua profundidade representada por faixas de cores batimétricas.

**Figura 41** - Escala de cores Hipsométrica e Batimétrica (CIM)

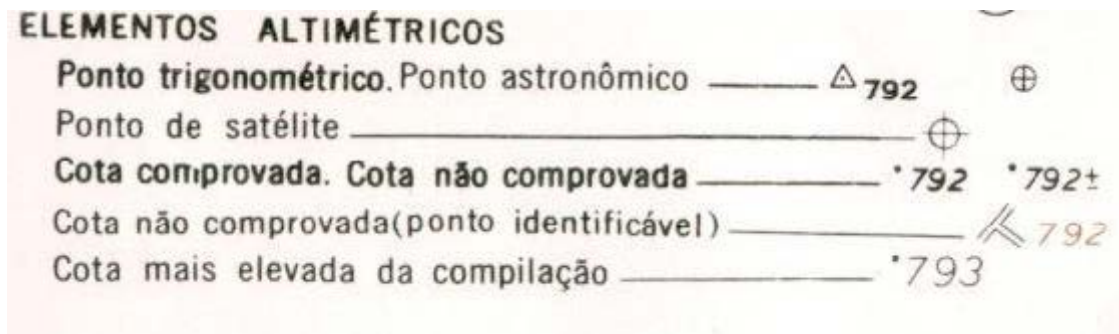


A representação das montanhas sempre constituiu um sério problema cartográfico, ao contrário da relativa facilidade do delineamento dos detalhes horizontais do terreno.

O relevo de uma determinada área pode ser representado das seguintes maneiras: curvas de nível, perfis topográficos, relevo sombreado, cores hipsométricas, etc.

As cartas topográficas apresentam pontos de controle vertical e pontos de controle vertical e horizontal, cota comprovada e cota não comprovada, entre outros.

**Figura 42** - Elementos altimétricos (Carta topográfica esc. 1:250.000)



**Ponto Trigonométrico** - Vértice de Figura cuja posição é determinada com o levantamento geodésico.

**Referência de nível** - Ponto de controle vertical, estabelecido num marco de caráter permanente, cuja altitude foi determinada em relação a um DATUM vertical. É em geral constituído com o nome, o nº da RN, a altitude e o nome do órgão responsável.

**Ponto Astronômico** - O que tem determinadas as latitudes, longitudes e o azimute de uma direção e que poderá ser de 1ª, 2ª ou 3ª ordens.

**Ponto Barométrico** - Tem a altitude determinada através do uso de altímetro.

**Cota não Comprovada** - Determinada por métodos de levantamento terrestre não comprovados. É igualmente uma altitude determinada por leitura fotogramétrica repetida.

**Cota Comprovada** - Altitude estabelecida no campo, através de nivelamento geométrico de precisão, ou qualquer método que assegure a precisão obtida.

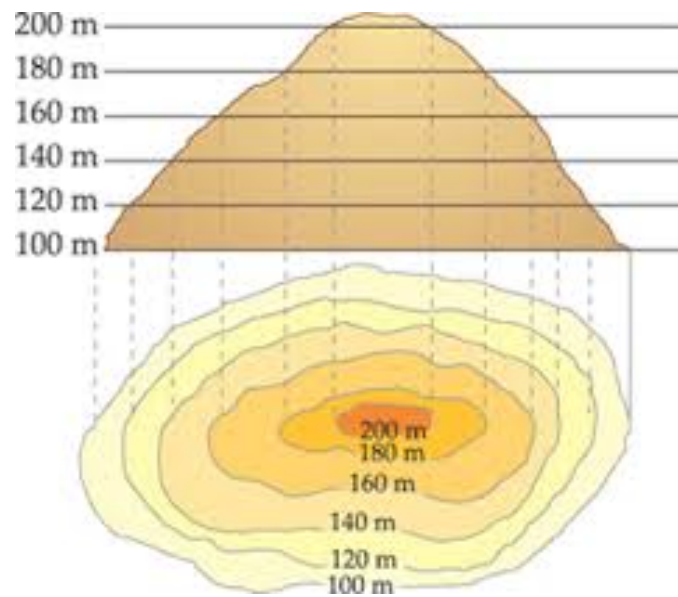
### 8.2.2. Curvas de Nível

Atualmente existem diversas formas de representar a altimetria, MDE – Modelo Digital de Elevação e outros. Contudo, o método, por excelência, para representar o relevo terrestre, é o das curvas de nível, permitindo ao usuário, ter um valor aproximado da altitude em qualquer parte da carta.

A curva de nível constitui uma linha imaginária do terreno, em que todos os pontos de referida linha têm a mesma altitude, acima ou abaixo de uma determinada superfície da referência, geralmente o nível médio do mar.

Com a finalidade de ter a leitura facilitada, adota-se o sistema de apresentar dentro de um mesmo intervalo altimétrico, determinadas curvas, mediante um traço mais grosso. Tais curvas são chamadas "mestras", assim como as outras, denominam-se "intermediárias". Existem ainda as curvas "auxiliares".

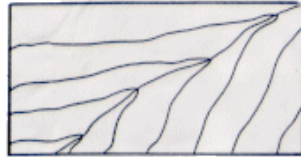
**Figura 43 - Curvas de Nível**



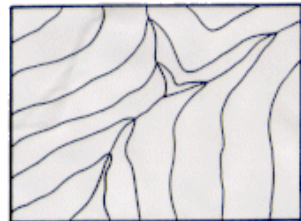
#### 8.2.2.1. Principais Características:

- a) As curvas de nível tendem a ser quase que paralelas entre si.
- b) Todos os pontos de uma curva de nível se encontram na mesma elevação.
- c) Cada curva de nível fecha-se sempre sobre si mesma.
- d) As curvas de nível nunca se cruzam, podendo se tocar em saltos d'água ou despenhadeiros.
- e) Em regra geral, as curvas de nível cruzam os cursos d'água em forma de "V", com o vértice apontando para a nascente.

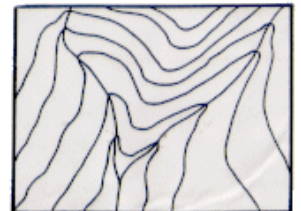
Figura 44 formas das curvas de nível.



f) As curvas de nível formam um "M" acima das confluências fluviais.



g) Em geral, as curvas de nível formam um "U" nas elevações, cuja base aponta para o pé da elevação.

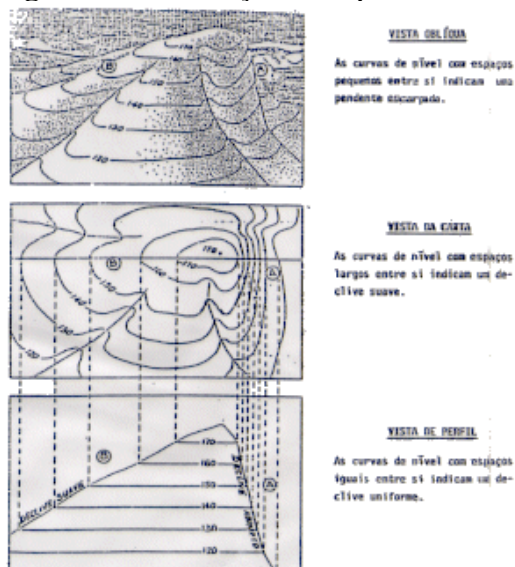


### 8.2.2.2. Formas Topográficas

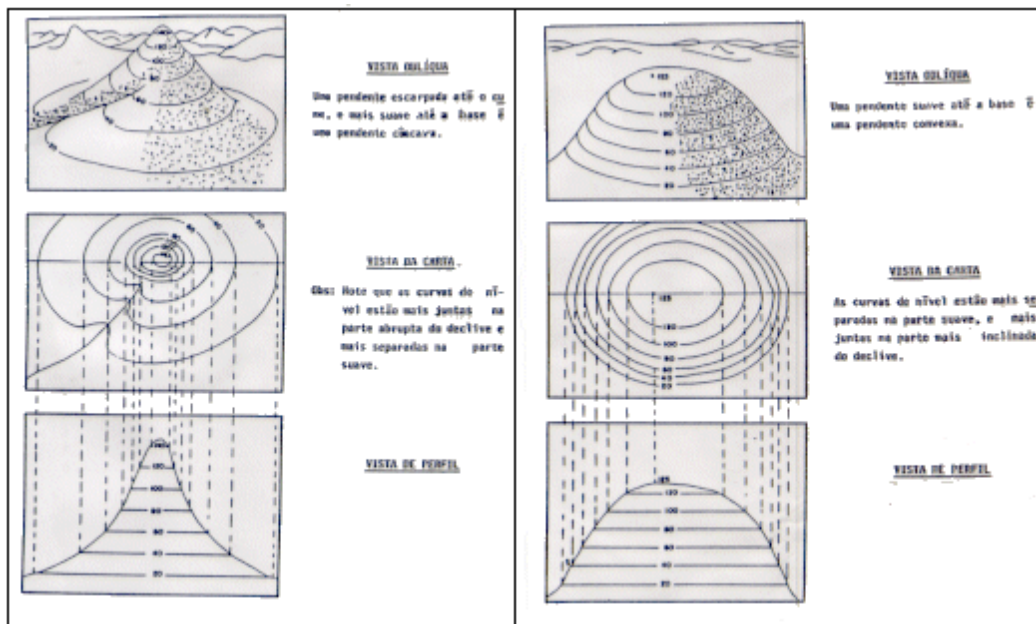
A natureza da topografia do terreno determina as formas das curvas de nível. Assim, estas devem expressar com toda fidelidade o tipo do terreno à ser representado.

As curvas de nível vão indicar se o terreno é plano, ondulado, montanhoso ou se o mesmo é liso, íngreme ou de declive suave.

**Figura 44 - Formação escarpada e suave**







### 8.2.2.3 - Rede de drenagem

A rede de drenagem controla a forma geral da topografia do terreno e serve de base para o traçado das curvas de nível. Desse modo, antes de se efetuar o traçado dessas curvas, deve-se desenhar todo o sistema de drenagem da região, para que possa representar as mesmas.

- **Rio:** Curso d'água natural que desagua em outro rio, lago ou mar. Os rios levam as águas superficiais, realizando uma função de drenagem, ou seja, escoamento das águas. Seus cursos estendem-se do ponto mais alto (nascente ou montante) até o ponto mais baixo (foz ou jusante), que pode corresponder ao nível do mar, de um lago ou de outro rio do qual é afluente.

De acordo com a hierarquia e o regionalismo, os cursos d'água recebem diferentes nomes genéricos: ribeirão, lajeado, córrego, sanga, arroio, igarapé, etc.

- **Talvegue:** Canal de maior profundidade ao longo de um curso d'água.
- **Vale:** Forma topográfica constituída e drenada por um curso d'água principal e suas vertentes.
- **Bacia Hidrográfica:** "Conjunto de terras drenadas por um rio principal e seus afluentes".

É resultante da reunião de dois ou mais vales, formando uma depressão no terreno, rodeada geralmente por elevações. Uma bacia se limita com outra pelo divisor de águas.

Cabe ressaltar que esses limites não são fixos, deslocando-se em consequência das mutações sofridas pelo relevo.

- **Divisor de Águas:** Materializa-se no terreno pela linha que passa pelos pontos mais elevados do terreno e ao longo do perfil mais alto entre eles, dividindo as águas de um e outro curso d'água. É definido pela linha de cumeeira que separa as bacias.
- **Lago:** Depressão do relevo coberta de água, geralmente alimentada por cursos d'água e mananciais que variam em número, extensão e profundidade.

- **Morro:** Elevação natural do terreno com altura de até 300 m aproximadamente.
- **Montanha:** Grande elevação natural do terreno, com altura superior a 300 m, constituída por uma ou mais elevações.
- **Serra:** Cadeia de montanhas. Muitas vezes possui um nome geral para todo o conjunto e nomes locais para alguns trechos.
- **Encosta ou vertente:** Declividade apresentada pelo morro, montanha ou serra.
- **Pico:** Ponto mais elevado de um morro, montanha ou serra.

### 8.2.3. Equidistância vertical

Na representação cartográfica, sistematicamente, a equidistância entre uma determinada curva e outra tem que ser constante.

Equidistância vertical é o espaçamento, ou seja, a distância vertical entre as curvas de nível. Essa equidistância varia de acordo com a escala da carta com o relevo e com a precisão do levantamento.

Só deve haver numa mesma escala, duas alterações quanto à equidistância. A primeira é quando, numa área predominantemente plana, por exemplo a Amazônia, precisa-se ressaltar pequenas altitudes, que ali são de grande importância. Estas são as curvas auxiliares. No segundo caso, quando o detalhe é muito escarpado, deixa-se de representar uma curva ou outra porque além de sobrecarregar a área dificulta a leitura.

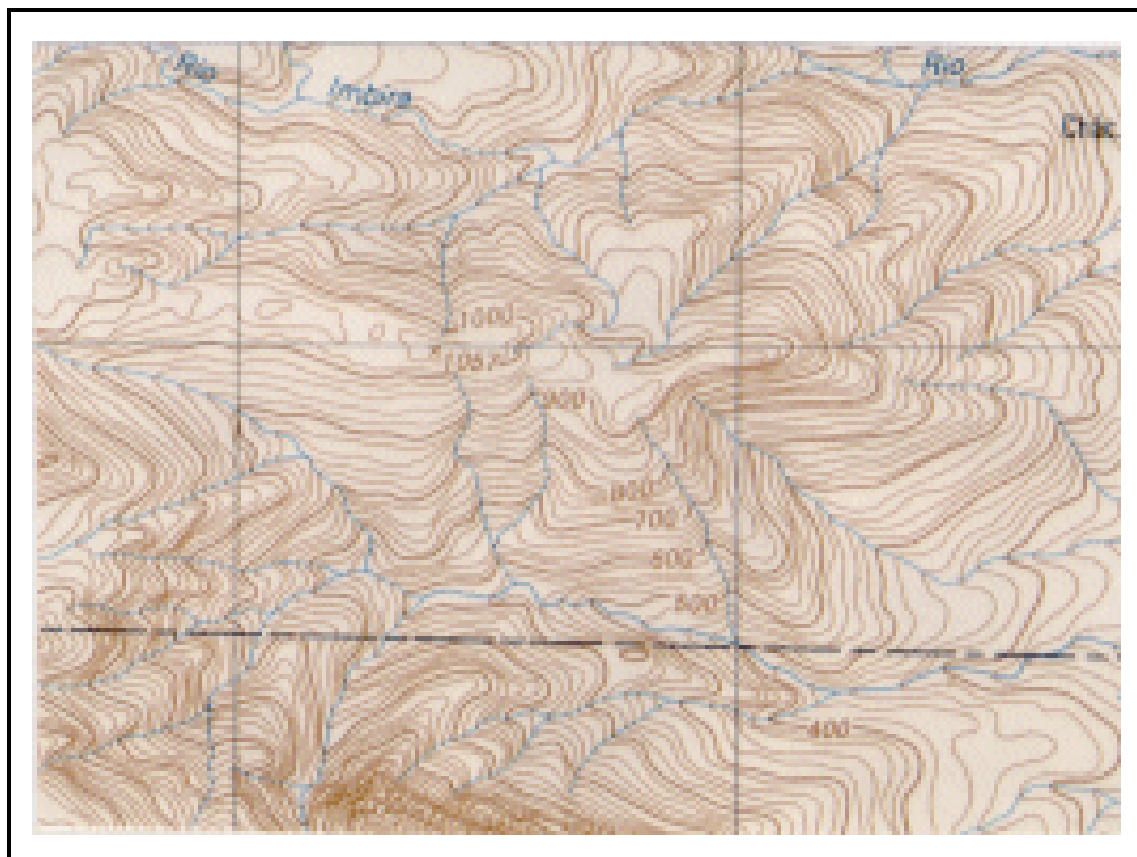
Imprescindível na representação altimétrica em curvas de nível é a colocação dos valores quantitativos das curvas mestras.

ESCALA	EQUIDISTÂNCIA	CURVAS MESTRAS
1: 25.000	10 m	50 m
1: 50.000	20 m	100 m
1: 100.000	50 m	250 m
1: 250.000	100 m	500 m
1: 1.000.000	100 m	500 m

- OBSERVAÇÕES:** 1) A curva mestra é a quinta (5ª) curva dentro da equidistância normal.
- 2) Equidistância não significa a distância de uma curva em relação à outra, e sim a altitude entre elas, ou seja, o desnível entre as curvas.

**Figura 45** - Identificação das Curvas mestras





#### 8.2.4. Cores Hipsométricas

Nos mapas em escalas pequenas, além das curvas de nível, adotam-se para facilitar o conhecimento geral do relevo, faixas de determinadas altitudes em diferentes cores, como o verde, amarelo, laranja, sépia, rosa e branco.

Para as cores batimétricas usa-se o azul, cujas tonalidades crescem no sentido da profundidade (**Figura 41**).

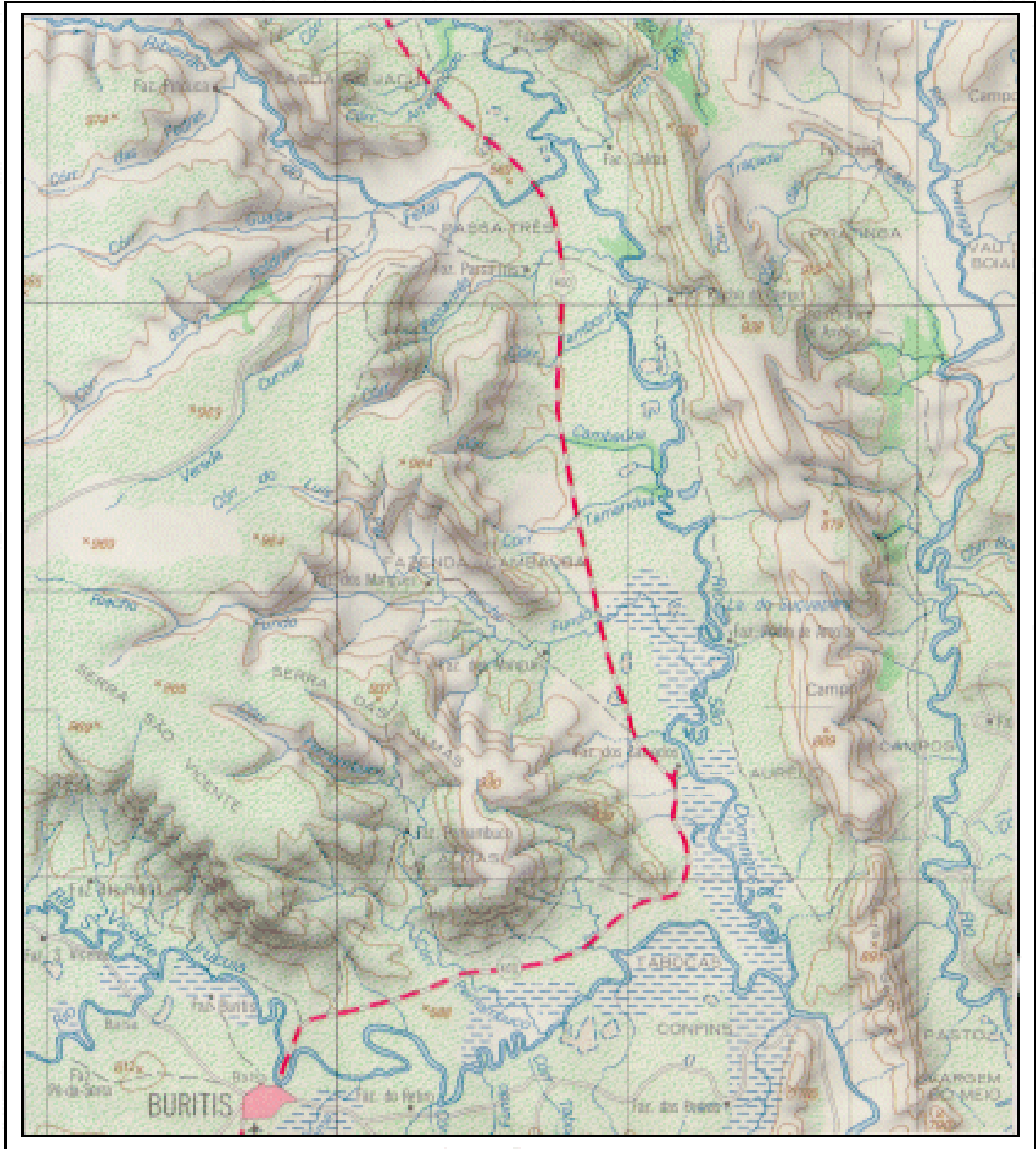
#### 8.2.5. Relevo Sombreado

O sombreado executado diretamente em função das curvas de nível é uma modalidade de representação do relevo (**Figura 46**).

É executada, geralmente, à pistola e nanquim e é constituída de sombras contínuas sobre certas vertentes dando a impressão de saliências iluminadas e reentrâncias não iluminadas.

Para executar-se o relevo sombreado, imagina-se uma fonte luminosa a noroeste, fazendo um ângulo de 45° com o plano da carta, de forma que as sombras sobre as vertentes fiquem voltadas para sudeste.

**Figura 46** - Representação do Relevo Sombreado



### 8.2.6. Construção de perfis topográficos

Perfil é a representação cartográfica de uma seção vertical da superfície terrestre. Inicialmente precisa-se conhecer as altitudes de um determinado nº de pontos e a distância entre eles.

O primeiro passo, para o desenho de um perfil é traçar uma linha de corte, na direção onde se deseja representá-lo. Em seguida, marcam-se todas as interseções das curvas de nível com a linha básica, as cotas de altitude, os rios, picos e outros pontos definidos (**Figura 47**).

#### 8.2.6.1. - Escalas horizontal e vertical

Tanto a escala horizontal como a vertical serão escolhidas em função do uso que se fará do perfil e da possibilidade de representá-lo (tamanho do papel disponível).

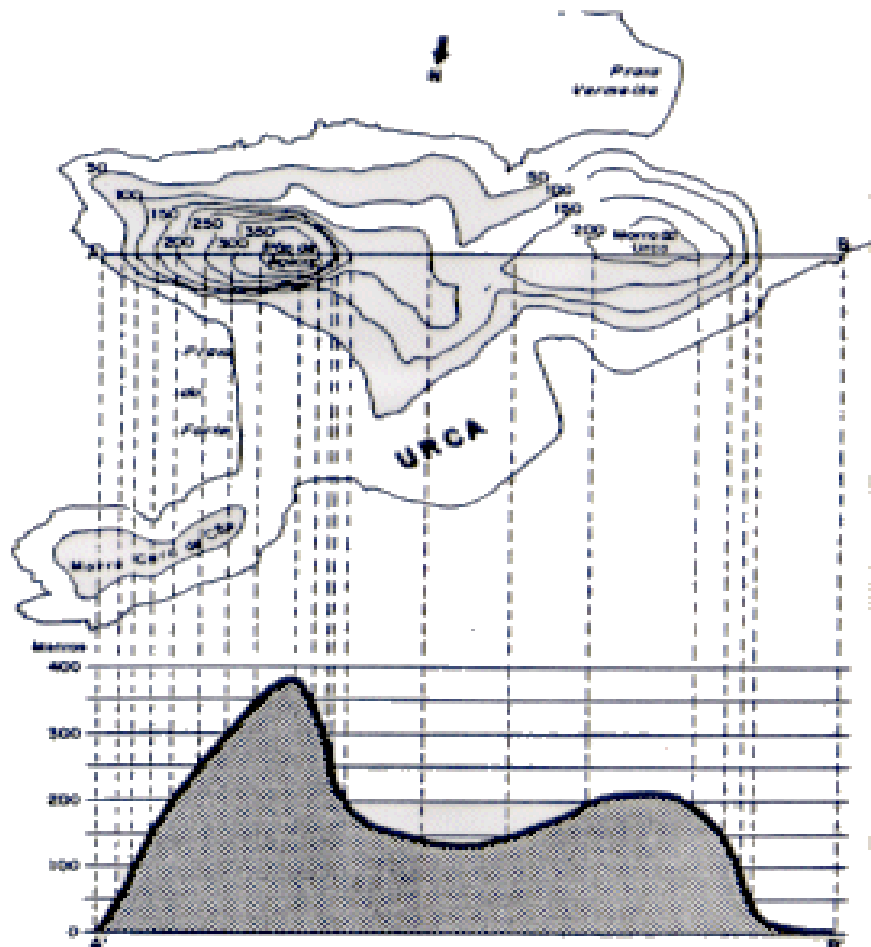
A escala vertical deverá ser muito maior que a horizontal, do contrário, as variações ao longo do perfil dificilmente serão perceptíveis, por outro lado, sendo a escala vertical muito grande o relevo ficaria demasiadamente exagerado, descaracterizando-o. A relação entre as escalas horizontal e vertical é conhecida como exagero vertical.

Para uma boa representação do perfil, pode-se adotar para a escala vertical um número 5 a 10 vezes maior que a escala horizontal.

Assim, se  $H = 50.000$  e  $V = 10.000$ , o exagero vertical será igual a 5.

### 8.2.6.2. - Desenho

Figura 47 - Perfil topográfico



Em um papel milimetrado traça-se uma linha básica e transferem-se com precisão os sinais para essa linha.

Levantam-se perpendiculares no princípio e no fim dessa linha e determina-se uma escala vertical.

Quer seguindo-se as linhas verticais do papel milimetrado, quer levantando-se perpendiculares dos sinais da linha-base, marca-se a posição de cada ponto correspondente na escala vertical. Em seguida, todos os pontos serão unidos com uma linha, evitando-se traços retos.

Alguns cuidados devem ser tomados na representação do perfil:

- Iniciar e terminar com altitude exata.

- b) Distinguir entre subida e descida quando existir duas curvas de igual valor.
- c) Desenhar cuidadosamente o contorno dos picos, se achatados ou pontiagudos.

## 9. LEITURA DE MAPAS E CARTAS

Na leitura de cartas e mapas, além das menções sobre o título, sistema de referência com sua respectiva projeção, escala e simbologia, considerar a estrutura da base cartográfica baseada na seguinte divisão de categorias e feições:

<p>✦ <b><u>Hidrografia</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rios permanentes;</li> <li>• rios temporários;</li> <li>• cachoeiras, ilhas;</li> <li>• represas em construção;</li> <li>• represas existentes;</li> <li>• terrenos sujeitos a inundação (pântanos).</li> </ul>	<p>✦ <b><u>Obras e Edificações</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• aeroportos Internacionais;</li> <li>• aeroportos Nacionais;</li> <li>• usinas;</li> <li>• faróis;</li> <li>• minas;</li> <li>• portos.</li> </ul>
<p>✦ <b><u>Sistema Viário</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• rodovia pavimentada;</li> <li>• rodovia não pavimentada;</li> <li>• rodovia planejada;</li> <li>• ferrovia.</li> </ul>	<p>✦ <b><u>Sedes municipais.</u></b></p> <p>Classificadas em:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>⇒ população &gt; 500.000 habitantes;</li> <li>⇒ entre 100.000 e 500.000 habitantes;</li> <li>⇒ entre 25.000 e 100.000 habitantes;</li> <li>⇒ entre 5.000 e 25.000 habitantes;</li> <li>⇒ população &lt; 5.000 habitantes;</li> </ul>
<p>✦ <b><u>Limites</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• estaduais;</li> <li>• internacionais.</li> </ul>	<p>✦ <b><u>Localidades</u></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• capitais dos estados;</li> <li>• capitais dos países.</li> </ul>

### 9.1. Exemplo de leitura, análise e interpretação de um mapa

#### 9.1.1. LEITURA:

- 1) **Título:** Mapa Político da América do Sul (850,0mm x 859,7mm) planimétrico;
- 2) **Escala:** 1:25.000.000;
- 3) **Projeção:** Policônica;
- 4) **Referencial:** Reticulado espaçado de 10° x 10° à partir do Equador e do meridiano Internacional de Greenwich, com paralelos de 0° à 30° S e meridianos de 30° W à 70° W.
- 5) **Legenda:** Mapa Corocromático: Países limítrofes e Estados representados por cores diferentes, com a localização geográfica de suas respectivas Capitais dos Países limítrofes (**Y**), além das Capitais dos Estados e Províncias (**y**). A Hidrografia (Oceanos e principais rios) encontra-se representada pela sua cor convencional – azul. Os limites Internacionais estão representados por linhas tracejadas na cor preta, marcando as fronteiras entre os diversos Países da América do Sul, enquanto os

limites entre os Estados brasileiros estão representados por linhas contínuas, mais finas, na cor preta.

**Figura 48 - Mapa Político da América do Sul**



### 9.1.2. ANÁLISE:

A escala do mapa não permite medições de distâncias com a exatidão do erro relativo melhor do que 1:25.000.000 ( $0,2\text{mm} \times 25.000.000 = 5\text{km}$ ); isto significa que qualquer medida efetuada neste mapa com a precisão gráfica de 0,2mm, a mesma está afetada por um erro mínimo de  $\pm 5\text{km}$ .

### 9.1.3. INTERPRETAÇÃO:

Como mapa Político de uma grande extensão continental e dentro de uma escala muito pequena, a sua utilização serve, apenas, para finalidades ilustrativas.

## 10. EXERCÍCIOS SUPLEMENTARES

### Práticas Cartográficas com SISTEMAS DE COORDENADAS:

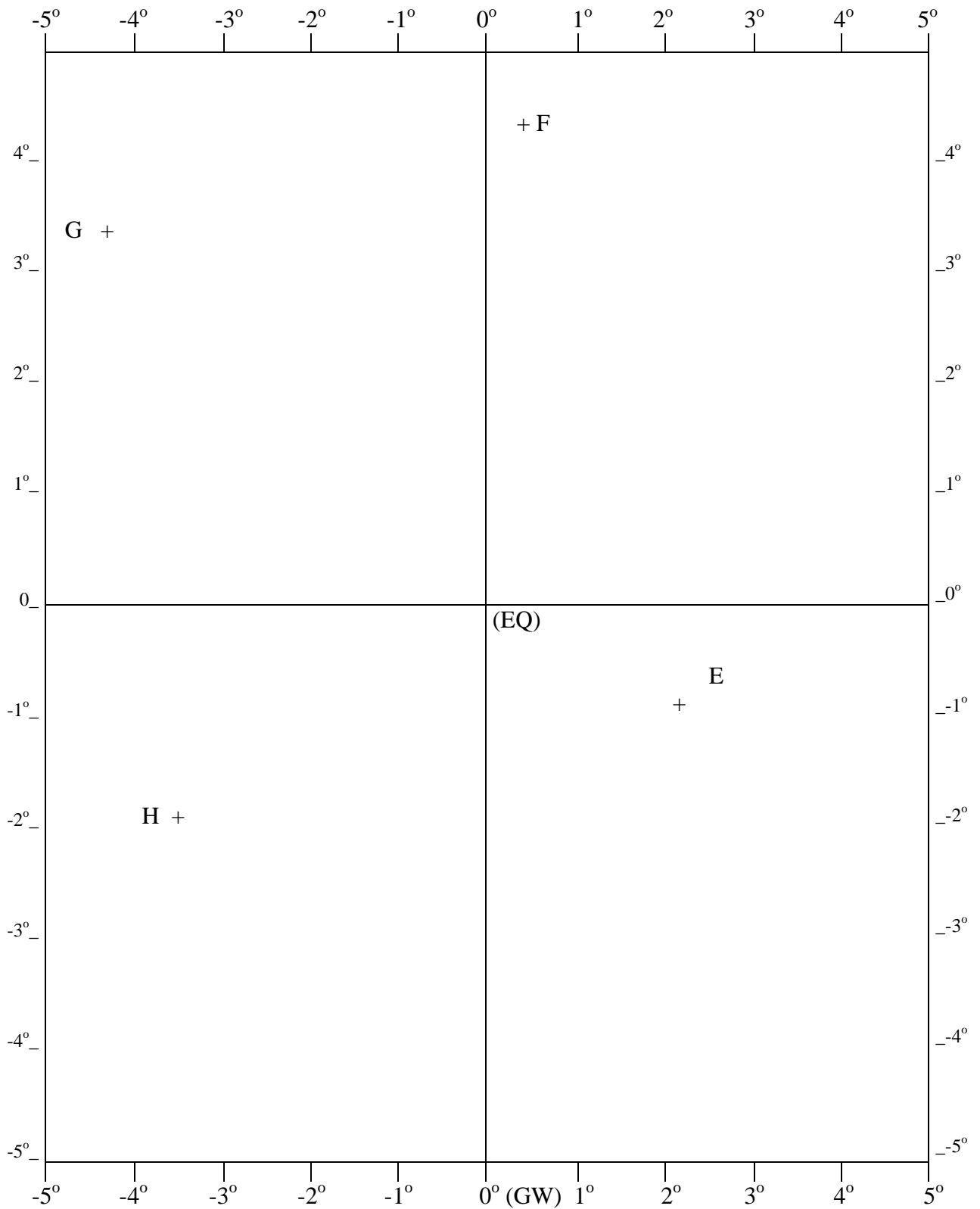
Escalas Cartográficas; Localização; Orientação; Coordenadas Planas; Coordenadas Geográficas; Coordenadas Polares.

#### Problemas:

- 1) Considerando a medida do raio médio ( $R_e$ ) do esferóide terrestre de superfície equivalente ao elipsóide de revolução igual a 6.372.813,7 m, calcule a escala numérica da folha de representação topográfica correspondente ao reticulado da folha seguinte, tomando como referência o arco de meridiano de  $5^\circ$  de latitude.
- 2) Estabeleça a escala equivalente da questão 1).
- 3) Elabore a escala gráfica da questão 1).
- 4) Localize o Ponto A cujas coordenadas geográficas são: Lat.:  $02^\circ$  S e Long.:  $003^\circ$  E.
- 5) Localize o Ponto B cujas coordenadas geográficas são: Lat.:  $03^\circ 30'$  N e Long.:  $004^\circ 10'$  E.
- 6) Localize o Ponto C cujas coordenadas geográficas são: Lat.:  $02^\circ 42' 25''$  N e Long.:  $003^\circ 15' 08'',17$  W.
- 7) Localize o Ponto D cujas coordenadas geográficas são: Lat.:  $03^\circ 10',499$  S e Long.:  $0001^\circ 25',375$  W.
- 8) Determine as coordenadas geográficas do Ponto E.
- 9) Determine as coordenadas geográficas do Ponto F.
- 10) Determine as coordenadas geográficas do Ponto G.
- 11) Determine as coordenadas geográficas do Ponto H.
- 12) Determine as coordenadas polares (distância e Azimute) do Ponto G para o Ponto F.
- 13) Determine as coordenadas polares (distância e Azimute) do Ponto F para o Ponto E.
- 14) Determine as coordenadas polares (distância e Azimute) do Ponto E para o Ponto H.
- 15) Determine as coordenadas polares (distância e Azimute) do Ponto H para o Ponto G.
- 16) Determine as coordenadas retangulares (Lat. e Long.) do Ponto I (330 km;  $130^\circ$ ) a partir do Ponto F.
- 17) Determine as coordenadas retangulares (Lat. e Long.) do Ponto J (220 km;  $210^\circ$ ) a partir do Ponto E.
- 18) Determine as coordenadas retangulares (Lat. e Long.) do Ponto K (400 km;  $090^\circ$ ) a partir do Ponto H.
- 19) Determine as coordenadas retangulares (Lat. e Long.) do Ponto L (500 km;  $135^\circ$ ) a partir do Ponto G.
- 20) Determine a área do reticulado da folha seguinte.



REDE DE COORDENADAS GEOGRÁFICAS



ESCALA NUMÉRICA:

ESCALA EQUIVALENTE:

ESCALA GRÁFICA:



## SOLUÇÕES:

Formulário:

Comprimento de um arco de meridiano:  $C=R(\pi.\alpha^{\circ}/180^{\circ})$ ; Escala:  $1/L=1/D$ ;

Relações métricas no triângulo retângulo:

$h^2=a^2+b^2$ ;  $tg\theta=a/b$ ; ou  $tg\theta=sen\theta/cos\theta$ ;  $sen\theta=a/h$ ;  $cos\theta=b/h$

Campo topográfico:

$$L = 2(Re.tg \alpha^{\circ}) - 2\{R(\pi.\alpha^{\circ}/180^{\circ})\}$$

Símbolos: letra grega Phi  $\phi$  – **Latitude**; letra grega Lambda  $\lambda$  – **Longitude**; letra grega Theta  $\theta$  – ângulo interno no triângulo retângulo; letra grega Pi  $\pi$  – constante igual a 3,141592653589793238462643383279...; letra grega Alfa  $\alpha$  – arco de círculo; **Re** – raio de círculo ou de esferóide; letra minúscula **l** – dimensão gráfica; letra maiúscula **L** – dimensão natural; algarismo **1** – numerador de escala; letra maiúscula **D** – denominador de escala; letra minúscula **a** – cateto oposto ao ângulo teta; letra minúscula **b** – cateto adjacente ao ângulo teta.

1ª Questão:

$$C=6.372.813,7 \text{ m}(\pi.5^{\circ}/180^{\circ}) = 556.1323.035 \Rightarrow E \approx 1:6.000.000.$$

2ª Questão: 1 cm/60 km.

3ª Questão: no reticulado;

4ª Questão: no reticulado.

5ª Questão:  $96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\phi_B \rightarrow 3^{\circ},5$  }  $\Rightarrow \Delta\phi_B=(3,5^{\circ} \times 96,5 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{67,6 \text{ mm}}$

$85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\lambda_B \rightarrow 4^{\circ},167$  }  $\Rightarrow \Delta\lambda_B=(4^{\circ},167 \times 85,0 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{70,8 \text{ mm}}$

6ª Questão:  $96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\phi_C \rightarrow 2^{\circ},707$  }  $\Rightarrow \Delta\phi_C=(2^{\circ},707 \times 96,5 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{52,2 \text{ mm}}$

$85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\lambda_C \rightarrow 3^{\circ},252$  }  $\Rightarrow \Delta\lambda_C=(3^{\circ},252 \times 85,0 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{55,3 \text{ mm}}$

7ª Questão:  $96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\phi_D \rightarrow 3^{\circ},175$  }  $\Rightarrow \Delta\phi_D=(3^{\circ},175 \times 96,5 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{61,3 \text{ mm}}$

$85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $\Delta\lambda_D \rightarrow 1^{\circ},423$  }  $\Rightarrow \Delta\lambda_D=(1^{\circ},423 \times 85,0 \text{ mm})/5^{\circ} = \mathbf{24,2 \text{ mm}}$

8ª Questão:  $96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$   
 $10,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\phi_E$  }  $\Rightarrow \Delta\phi_E=(5^{\circ} \times 10,0 \text{ mm})/96,5 = \mathbf{00^{\circ} 31' 05'',28 \text{ S}}$

$85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ}$  }  $\Rightarrow \Delta\lambda_E=(5^{\circ} \times 47,0 \text{ mm})/85,0 = \mathbf{002^{\circ} 45' 52'',94 \text{ E}}$

$$47,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\lambda_E$$

$$9^{\text{a}} \text{ Questão: } \left. \begin{array}{l} 96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 86,5 \text{ mm} \rightarrow \Delta\varphi_F \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi_F = (5^{\circ} \times 86,5 \text{ mm}) / 96,5 = \mathbf{04^{\circ} 28' 54'',72 \text{ N}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 6,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\lambda_F \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\lambda_F = (5^{\circ} \times 6,0 \text{ mm}) / 85,0 = \mathbf{000^{\circ} 21' 10'',59 \text{ E}}$$

$$10^{\text{a}} \text{ Questão: } \left. \begin{array}{l} 96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 68,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\varphi_G \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi_G = (5^{\circ} \times 68,0 \text{ mm}) / 96,5 = \mathbf{03^{\circ} 31' 23'',94 \text{ N}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 75,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\lambda_G \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\lambda_G = (5^{\circ} \times 75,0 \text{ mm}) / 85,0 = \mathbf{004^{\circ} 24' 42'',35 \text{ W}}$$

$$11^{\text{a}} \text{ Questão: } \left. \begin{array}{l} 96,5 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 33,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\varphi_H \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\varphi_H = (5^{\circ} \times 33,0 \text{ mm}) / 96,5 = \mathbf{01^{\circ} 42' 35'',44 \text{ S}}$$

$$\left. \begin{array}{l} 85,0 \text{ mm} \rightarrow 5^{\circ} \\ 61,0 \text{ mm} \rightarrow \Delta\lambda_H \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta\lambda_H = (5^{\circ} \times 61,0 \text{ mm}) / 85,0 = \mathbf{003^{\circ} 35' 17'',65 \text{ W}}$$

$$12^{\text{a}} \text{ Questão: } \text{Ponto F} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_F = 04^{\circ} 28' 54'',72 \text{ N} \\ \lambda_F = 000^{\circ} 21' 10'',59 \text{ E} \end{array} \right. \quad \text{Ponto G} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_G = 03^{\circ} 31' 23'',94 \text{ N} \\ \lambda_G = 004^{\circ} 24' 42'',35 \text{ W} \end{array} \right.$$

$$\Delta\varphi_{F/G} = (4^{\circ} 28' 54'',72 \text{ N}) - (3^{\circ} 31' 23'',94 \text{ N}) = 0^{\circ},95855$$

$$\Delta\lambda_{F/G} = (0^{\circ} 21' 10'',59 \text{ E}) - (4^{\circ} 24' 42'',35 \text{ W}) = 4^{\circ},76471$$

$$D = \{(0^{\circ},95855)^2 + (4^{\circ},76471)^2\}^{1/2} = 4^{\circ},86017 \times 111,226582 \text{ km} = \mathbf{540,580 \text{ km};}$$

$$\theta = \text{arc tg} (\Delta\varphi_{F/G} / \Delta\lambda_{F/G}) = 0^{\circ},95855 / 4^{\circ},76471 = 0,201176986 \Rightarrow \theta = 11^{\circ} 22' 29'',14$$

$$\mathbf{Az_{G/F} = 90^{\circ} - \theta = 078^{\circ} 37' 30'',86}$$

$$13^{\text{a}} \text{ Questão: } \text{Ponto F} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_F = 04^{\circ} 28' 54'',72 \text{ N} \\ \lambda_F = 000^{\circ} 21' 10'',59 \text{ E} \end{array} \right. \quad \text{Ponto E} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_E = 00^{\circ} 31' 52'',8 \text{ S} \\ \lambda_E = 002^{\circ} 45' 52'',94 \text{ E} \end{array} \right.$$

$$\Delta\varphi_{F/E} = (4^{\circ} 28' 54'',72 \text{ N}) - (0^{\circ} 31' 52'',8 \text{ S}) = 5^{\circ},01320$$

$$\Delta\lambda_{F/E} = (0^{\circ} 21' 10'',59 \text{ E}) - (2^{\circ} 45' 52'',94 \text{ E}) = 2^{\circ},41176$$

$$D = \{(5^{\circ},01320)^2 + (2^{\circ},41176)^2\}^{1/2} = 5^{\circ},56316 \times 111,226582 \text{ km} = \mathbf{618,771 \text{ km};}$$

$$\theta = \text{arc tg} (\Delta\lambda_{F/E} / \Delta\varphi_{F/E}) = 2^{\circ},41176 / 5^{\circ},01320 = 0,481081943 \Rightarrow \theta = 25^{\circ} 41' 28'',92$$

$$\mathbf{Az_{F/E} = 180^{\circ} - \theta = 154^{\circ} 18' 31'',00}$$

$$14^{\text{a}} \text{ Questão: } \text{Ponto E} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_E = 0^{\circ} 31' 52'',8 \text{ S} \\ \lambda_E = 2^{\circ} 45' 52'',94 \text{ E} \end{array} \right. \quad \text{Ponto H} \left\{ \begin{array}{l} \varphi_H = 1^{\circ} 42' 35'',44 \text{ S} \\ \lambda_H = 3^{\circ} 35' 17'',65 \text{ W} \end{array} \right.$$

$$\Delta\varphi_{E/H} = (0^{\circ} 31' 52'',8 \text{ S}) - (1^{\circ} 42' 35'',44 \text{ S}) = 1^{\circ},17851$$

$$\Delta\lambda_{E/H} = (2^{\circ} 45' 52'',94 \text{ E}) - (3^{\circ} 35' 17'',65 \text{ W}) = 6^{\circ},35294$$

$$D = \{(1^{\circ},17851)^2 + (6^{\circ},35294)^2\}^{1/2} = 6^{\circ},46133 \times 111,226582 \text{ km} = \mathbf{718,671 \text{ km};}$$

$$\theta = \text{arc tg} (\Delta\lambda_{E/H} / \Delta\varphi_{E/H}) = 6^{\circ},35294 / 1^{\circ},17851 = 5,390654301 \Rightarrow \theta = 79^{\circ} 29' 26'',66$$

$$Az_{E/H} = 180^\circ + \theta = \mathbf{259^\circ 29' 26'',66}$$

$$15^a \text{ Quest\~{a}o: Ponto H} \begin{cases} \varphi_H = 01^\circ 42' 35'',44 \text{ S} \\ \lambda_H = 003^\circ 35' 17'',65 \text{ W} \end{cases} \quad \text{Ponto G} \begin{cases} \varphi_G = 03^\circ 31' 23'',94 \text{ N} \\ \lambda_G = 004^\circ 24' 42'',35 \text{ W} \end{cases}$$

$$\Delta\varphi_{H/G} = (1^\circ 42' 35'',44 \text{ S}) - (3^\circ 31' 23'',94 \text{ N}) = 5^\circ,23316$$

$$\Delta\lambda_{H/G} = (3^\circ 35' 17'',65 \text{ W}) - (4^\circ 24' 42'',35 \text{ W}) = 0^\circ,82353$$

$$D = \{(5^\circ,23316)^2 + (0^\circ,82353)^2\}^{1/2} = 5^\circ,29756 \times 111,227 \text{ km} = \mathbf{589,229 \text{ km};}$$

$$\theta = \text{arc tg} (\Delta\lambda_{H/G}/\Delta\varphi_{H/G}) = 0^\circ,82353/5^\circ,23316 = 0,157367632 \Rightarrow \theta = 8^\circ 56' 35'',37$$

$$Az_{H/G} = 360^\circ - \theta = \mathbf{351^\circ 03' 24'',63}$$

$$16^a \text{ Quest\~{a}o: Ponto F} \begin{cases} \varphi_F = 04^\circ 28' 54'',72 \text{ N} \\ \lambda_F = 000^\circ 21' 10'',59 \text{ E} \end{cases} \quad D_{F/I} = 330 \text{ km}; \quad Az_{F/I} = 130^\circ \\ \theta = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ$$

$$\text{sen } \theta = 0,6427876; \quad \text{cos } \theta = 0,7660444$$

$$\Delta\varphi_{F/I} = D \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \Delta\varphi_{F/I} = 330 \text{ km} \times 0,6427876 = 212,120 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 1^\circ 54' 25'',53$$

$$\varphi_I = \varphi_F - \Delta\varphi_{F/I} = 4^\circ 28' 54'',72 \text{ N} - 1^\circ 54' 25'',53 = \mathbf{2^\circ 34' 29'',19 \text{ N}}$$

$$\Delta\lambda_{F/I} = D \cdot \text{cos } \theta \Rightarrow \Delta\lambda_{F/I} = 330 \text{ km} \times 0,7660444 = 252,794 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 2^\circ 16' 21'',99$$

$$\lambda_I = \lambda_F + \Delta\lambda_{F/I} = 0^\circ 21' 10'',59 \text{ E} + 2^\circ 16' 21'',99 = \mathbf{002^\circ 37' 32'',58 \text{ E}}$$

$$17^a \text{ Quest\~{a}o: Ponto E} \begin{cases} \varphi_E = 0^\circ 31' 52'',8 \text{ S} \\ \lambda_E = 2^\circ 45' 52'',94 \text{ E} \end{cases} \quad D_{E/J} = 220 \text{ km}; \quad Az_{E/J} = 210^\circ \\ \theta = 210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$$

$$\text{sen } \theta = 0,5 \quad \text{cos } \theta = 0,8660254$$

$$\Delta\varphi_{E/J} = D \cdot \text{cos } \theta \Rightarrow \Delta\varphi_{E/J} = 220 \text{ km} \times 0,8660254 = 190,526 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 1^\circ 42' 46'',61$$

$$\varphi_J = \varphi_E + \Delta\varphi_{E/J} = 0^\circ 31' 52'',8 \text{ S} + 1^\circ 42' 46'',61 = \mathbf{2^\circ 18' 25'',45 \text{ S}}$$

$$\Delta\lambda_{E/J} = D \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \Delta\lambda_{E/J} = 220 \text{ km} \times 0,5 = 110,000 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 0^\circ 59' 20'',29$$

$$\lambda_J = \lambda_E + \Delta\lambda_{E/J} = 2^\circ 45' 52'',94 \text{ E} - 0^\circ 59' 20'',29 = \mathbf{001^\circ 46' 32'',65 \text{ E}}$$

$$18^a \text{ Quest\~{a}o: Ponto H} \begin{cases} \varphi_H = 1^\circ 42' 35'',44 \text{ S} \\ \lambda_H = 3^\circ 35' 17'',65 \text{ W} \end{cases} \quad D_{H/K} = 400 \text{ km}; \quad Az_{H/K} = 90^\circ \\ \theta = 0^\circ \Rightarrow \text{sen } 0^\circ = 0 \text{ e } \text{cos } 0^\circ = 1$$

$$\Delta\lambda_{H/K} = D \cdot \text{cos } \theta \Rightarrow \Delta\lambda_{H/K} = 400 \text{ km} \times 1 = 400 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 3^\circ 35' 46'',5$$

$$\lambda_K = \lambda_H - \Delta\lambda_{H/K} = (3^\circ 35' 17'',65 \text{ W}) - (3^\circ 35' 46'',5) = -\mathbf{000^\circ 00' 28'',85 \text{ E}}$$

$\varphi_K = \varphi_H = 1^\circ 42' 35'',44 \text{ S}$ , já que o Azimute de H para K sendo de  $90^\circ$  ambos os pontos encontram-se sobre o mesmo paralelo de latitude.

$$19^a \text{ Quest\~{a}o: Ponto G} \begin{cases} \varphi_G = 3^\circ 31' 23'',94 \text{ N} \\ \lambda_G = 4^\circ 24' 42'',35 \text{ W} \end{cases} \quad D_{G/L} = 500 \text{ km}; \quad Az_{G/L} = 135^\circ \\ \theta = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$$

$$\text{sen } 45^\circ = 0,7071068 \quad \text{cos } 45^\circ = 0,7071068$$

$$\Delta\varphi_{G/L} = D \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \Delta\varphi_{G/L} = 500 \text{ km} \times 0,7071068 = 353,553 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 3^\circ 10' 43'',19$$

$$\varphi_L = \varphi_G - \Delta\varphi_{G/L} = 3^\circ 31' 23'',94 \text{ N} - 3^\circ 10' 43'',19 = \mathbf{00^\circ 20' 40'',75 \text{ N}}$$

$$\Delta\lambda_{G/L} = D \cdot \text{cos } \theta \Rightarrow \Delta\lambda_{G/L} = 500 \text{ km} \times 0,7071068 = 353,553 \text{ km} / 111,227 \text{ km} = 3^\circ 10' 43'',19$$

$$\lambda_L = \lambda_G - \Delta\lambda_{G/L} = 4^\circ 24' 42'',35 \text{ W} - 3^\circ 10' 43'',19 = \mathbf{001^\circ 13' 59'',16 \text{ W.}}$$

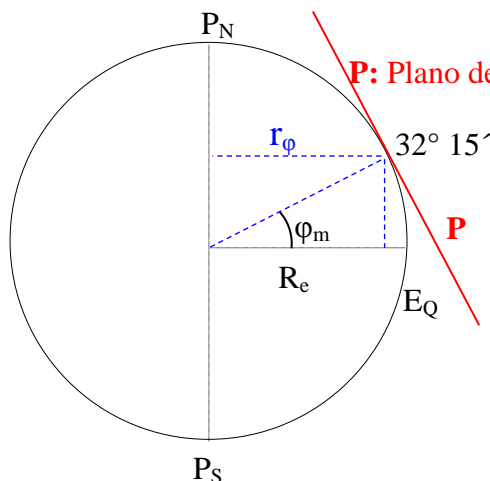
20ª Questão:  $L$ ;  $1^\circ$  de arco = 111,226582 km  $\Rightarrow 10^\circ = 1112,26582$  km;  
 $S = L^2 \Rightarrow S = (1112,26582 \text{ km})^2 \quad S = \mathbf{1.237.135,25434027 \text{ km}^2}$

**CONSTRUÇÃO DE UMA REDE DE PARALELOS E MERIDIANOS (15' x 15'), NA PROJEÇÃO PLANA HORIZONTAL, DESTINADA À INSERÇÃO DE UM MOSAÍCO (SATÉLITE LANDSAT 7 TM) DO MUNICÍPIO DE RIO GRANDE, RS**

Considerando a medida do raio médio do esferóide terrestre ( $R_e$ ) igual a 6.372.813,7m, com superfície equivalente à do elipsóide de revolução:

**PROJEÇÃO PLANA HORIZONTAL**

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 31^\circ 45' \text{ S}; & \varphi_2 &= 32^\circ 45' \text{ S}; & \Delta\varphi &= 01^\circ 00' & (\varphi_m) &= 32^\circ 15' \text{ S}; \\ \lambda_1 &= 052^\circ 00' \text{ W}; & \lambda_2 &= 053^\circ 00' \text{ W}; & \Delta\lambda &= 01^\circ 00' \end{aligned}$$



**P**: Plano de projeção (tangente no paralelo  $\varphi_m$ , centro da área)

$r_\varphi$ : Raio do círculo de paralelo  $\varphi$ ;  $r_\varphi = R_m \cdot \cos\varphi$ ;

$R_e$ : Raio do círculo equatorial;

$\varphi_m$ : Latitude Média do plano de projeção;

Valor em metros de  $1^\circ$  de arco de meridiano ( $L_{\Delta\varphi}=01^\circ$ ):  $L_{\Delta\varphi} = R_m \cdot \pi / 180^\circ = \mathbf{111.227m}$

Valor em metros de  $1^\circ$  de arco de paralelo no  $\varphi_m$  ( $L_{\Delta\lambda}=01^\circ$ ):

$$r_\varphi = R_m \cdot \cos \varphi_m \cdot \pi / 180^\circ = \mathbf{94.067m}$$

ESCALA 1:600.000 no paralelo médio ( $\varphi_m$ ) de  $32^\circ 15' \text{ S}$ ;

Dimensões gráficas:

$$l_{\Delta\varphi} = 01^\circ = \mathbf{185,4mm}$$
 (altura do retângulo); e  $l_{\Delta\lambda} = 01^\circ = \mathbf{156,8mm}$  (largura do retângulo)

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAKKER, Múcio Piragibe Ribeiro de. *Cartografia – noções básicas*. M. Marinha – DHN, Rio de Janeiro, 1965.
- BURKARD, Richard K. *GEODÉSIA - Apreciação de seus objetivos e problemas*. Tradução: Moacir de Carvalho. Ed. Instituto Geográfico e Geológico, São Paulo, 1974.
- CALADO, Lucas Gonzales Lima Pereira. GARNÉS, Silvio Jacks dos Anjos. **Avaliação da Acurácia do EGM2008 e MAPGEO 2015 para a cidade do Recife/PE**. IV Simpósio Brasileiro de Geomática – SBG2017. Presidente Prudente – SP. 2017.
- CASACA, J., Matos, J. e Baio, M. **TOPOGRAFIA GERAL**. 4ª Edição, LIDEL, (2005) Lisboa.
- DUARTE, P.A. **Fundamentos de Cartografia**. Florianópolis. UFSC. 1994.
- FERNANDES, José A. Barahona. *Manual de Hidrografia*. Ministério da Marinha/Instituto Hidrográfico, Lisboa, Portugal, 1967.
- FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Dicionário da Língua Portuguesa (Eletrônico V. 1.3)*. Ed. Nova Fronteira. Rio de Janeiro, 1999.
- IBGE / Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. *Manual Técnico de Noções Básicas de Cartografia*. Rio de Janeiro, 1989
- IBGE. *Recomendações para Levantamentos Geodésicos Estáticos GPS*, 2008.
- JOLY, Fernand. *A Cartografia; tradução* Tânia Pellegrini. Ed. Papyrus, Campinas, 1990.
- FRIGOLLETO, HOME PAGE: <http://www.frigoletto.com.br/Cartograf/projees.htm>. Acesso em novembro de 2005.
- LIBAULT, André. *Geocartografia*. Ed. Nacional, Ed. da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1975.
- LIMA, Obéde Pereira de. *Localização geodésica da linha da preamar média de 1831 – LPM/1831, com vistas à demarcação dos terrenos de marinha e seus acrescidos*. Florianópolis, 2002. xix, 249p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFSC, 2002.
- INCRA 2013. *Manual Técnico de Posicionamento*. Georreferenciamento de imóveis rurais.
- MARTINELLI, Marcello. *CURSO DE CARTOGRAFIA TEMÁTICA*. Ed. Contexto, São Paulo, 1991.
- MONICO, João Francisco Galera. *Posicionamento pelo GNSS*. Editora Unesp. 2008.
- OLIVEIRA, Cêurio de. *Dicionário Cartográfico*. 4ª ed. Ed. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, Rio de Janeiro, 1993.
- ROCHA, Ronaldo dos Santos da. *Definição de um Sistema de Projeção Cartográfica para Mapeamento Urbano no Estado do Rio Grande do Sul*. Pesquisas em Geociências, 23 (1/2): 25-34, jan./abr., 1997.
- SERPA, Alexandrino de Paula Freitas. *Geodésia Aplicada à Hidrografia*. 1ª Parte - Geodésia Clássica, Vol. I. Ed. Marinha do Brasil/Diretoria de Hidrografia e Navegação - DHN, Rio de Janeiro, 1960.
- SPIEGEL, Murray Ralph. *Estatística: resumo da teoria, 875 problemas resolvidos, 619 problemas propostos*. Tradução de Pedro Consentino. Ed. Ver. Por Carlos José Pereira de

Lucena. Ed. McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1977. p. ilustr. Schaum.

TEIXEIRA, Amândio Luíz de Almeida; e CHRISTFOLETTI, Antonio. *Sistemas de Informação Geográfica - Dicionário Ilustrado*. Ed. Hucitec, São Paulo, 1997.

TEIXEIRA, Amândio Luíz de Almeida; MORETTI, Edmar: e CHRISTFOLETTI, Antonio. *Introdução aos Sistemas de Informação Geográfica*. Ed. Câmara Brasileira do Livro, Rio Claro, São Paulo, 1992.