

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALVACIR ALVES TAVARES

**ANÁLISE DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO COM ROTOR
EM GAIOLA CONSIDERANDO SATURAÇÃO MAGNÉTICA
E HARMÔNICOS**

Porto Alegre
2020

ALVACIR ALVES TAVARES

**ANÁLISE DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO COM ROTOR
EM GAIOLA CONSIDERANDO SATURAÇÃO MAGNÉTICA
E HARMÔNICOS**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Energia

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho

Porto Alegre

2020

CIP - Catalogação na Publicação

Tavares, Alvacir Alves
Análise de Máquinas de Indução com Rotor em Gaiola
Considerando Saturação Magnética e Harmônicos /
Alvacir Alves Tavares. -- 2020.
308 f.
Orientador: Ály Ferreira Flores Filho.

Tese (Doutorado) -- Universidade Federal do Rio
Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre,
BR-RS, 2020.

1. Gerador de indução. 2. Máquinas de indução. 3.
Parâmetros de máquinas de indução. 4. Modelagem de
máquinas de indução. 5. Saturação magnética. I.
Ferreira Flores Filho, Ály, orient. II. Título.

ALVACIR ALVES TAVARES

**ANÁLISE DE MÁQUINAS DE INDUÇÃO COM ROTOR
EM GAIOLA CONSIDERANDO SATURAÇÃO MAGNÉTICA
E HARMÔNICOS**

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Ály Ferreira Flores Filho

Doutor pela University of Wales College of Cardiff, Cardiff,
País de Gales

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Renato Carlson, UFSC _____

Doutor pela Université Toulouse III - Paul Sabatier, Toulouse, França

Prof. Dr. Félix Alberto Farret, UFSM _____

Doutor pela University of London, Imperial College, Londres, Inglaterra

Prof. Dr. Paulo Roberto Eckert, UFRGS _____

Doutor pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Prof. Dr. Sérgio Luís Haffner

Porto Alegre, agosto de 2020.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa, nossos filhos, noras e netos pelo apoio e pela compreensão do parcial afastamento do convívio familiar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida e pelos dons que me deu para chegar até aqui.

Agradeço à Universidade Federal de Pelotas que me liberou para realizar este sonho.

Agradeço ao prof. Ály Ferreira Flores Filho pela segura orientação neste período.

Agradeço aos professores, colegas, servidores e bolsistas do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamento e Energia pela amizade e companheirismo.

Agradeço ao Prof. Luís Alberto Pereira pelas suas frequentes dicas ao conteúdo.

Agradeço ao Prof. David George Dorrell pelas suas várias ajudas ao longo do trabalho.

Agradeço aos membros da banca pela sua disponibilidade em aceitar o convite.

*Um pouco de ciência nos afasta de
Deus. Muito, nos aproxima.*

Louis Pasteur

RESUMO

A motivação principal do trabalho foi a hipótese de que um gerador de indução, devido à sua condição mais saturada, não teria seu comportamento adequadamente descrito pelo modelo clássico, já consagrado na análise de motores em regime permanente. Após a revisão bibliográfica foi então feita uma abordagem analítica sobre conceitos ligados a harmônicas espaciais de fmm e de condutância magnética do entreferro. Também foram feitos estudos e implementações da modelagem analítica para cálculo de resistências, reatâncias de magnetização e de dispersão para levar em conta a possível modificação de parâmetros em função de saturação. Paralelamente a isto foram realizados ensaios de rotor bloqueado, a vazio e sob carga na condição de motor e de gerador com uma máquina comercial. Como os resultados das simulações apresentavam diferenças significativas com relação àqueles obtidos nos ensaios, principalmente na condição de escorregamento negativo, buscou-se na análise da máquina pelo método dos elementos finitos alguma informação. Apesar das informações obtidas serem relevantes elas não ajudaram a minimizar as diferenças entre ensaio e modelagem. O que mais conduziu à conclusão do estudo foi a consideração da variação da reatância de magnetização com a tensão de entreferro e da variação da reatância de dispersão da ranhura do rotor usando a abordagem das ranhuras fechadas com saturação da ponte da ranhura. Estas considerações, juntadas ao cálculo analítico das perdas suplementares e das correntes interbarras levaram ao modelo proposto final. As simulações e os ensaios no laboratório mostraram que o modelo proposto produz resultados mais confiáveis do que os obtidos pelo modelo clássico, na condição de motor e de gerador, confirmando a hipótese inicial. O modelo então, buscado inicialmente para o gerador, estendeu-se também para o funcionamento como motor onde apresentou ótimos resultados.

Palavras-chave: Gerador de indução. máquinas de indução. parâmetros de máquinas de indução, modelagem de máquinas de indução, saturação magnética.

ABSTRACT

The main motivation of the work was the hypothesis that an induction generator, due to its more saturated condition, would not have its behavior adequately described by the classic model, already enshrined in the analysis of motors in steady state. After the bibliographic review, an analytical approach was then made on concepts related to spatial harmonics of *mmf* and magnetic conductance of the air gap. Studies and implementations of analytical modeling were also carried out to calculate resistances, magnetization, and dispersion reactances to take into account the possible modification of parameters due to saturation. In parallel to this, tests were performed on locked rotor, at no-load and under load in the condition of motor and generator with a commercial machine. As the results of the simulations presented significant differences in relation to those obtained in the tests, mainly in the condition of negative slip, we sought in the analysis of the machine by the finite element method some information. Although the information obtained is relevant, it did not help to minimize the differences between testing and modeling. What most led to the conclusion of the study was the consideration of the variation of the magnetization reactance with the air gap voltage and of the variation of the dispersion reactance of the rotor slot using the closed slot approach with saturation of the slot bridge. These considerations, coupled with the analytical calculation of supplementary losses and interbar currents, led to the final proposed model. The simulations and tests in the laboratory showed that the proposed model produces more reliable results than those obtained by the classic model, in the condition of motor and generator, confirming the initial hypothesis. The model, initially sought for the generator, was extended to the operation as a motor where it presented excellent results.

Keywords: Induction generators. induction machines. induction machines parameters, modeling of induction machines, magnetic saturation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Diagrama planificado do enrolamento da máquina sob estudo	58
Figura 2 - Dimensões principais do pacote magnético expressas em mm.	58
Figura 3 - Máquina bipolar, sem ranhuras, com enrolamento concentrado	62
Figura 4 - Máquina multipolar com enrolamento concentrado e entreferro constante	64
Figura 5 - Máquina multipolar com enrolamento distribuído	68
Figura 6 - Fatores de distribuição para harmônicas espaciais de baixa ordem com q inteiro ..	69
Figura 7 - Ondas de fmm real e fundamental com enrolamento distribuído ($q=3$) e bobina de passo pleno ($\beta_y=100\%$), $W_l = 222$ e $I_{sNLpk} = 2,1\sqrt{2}$ A	70
Figura 8 - Espectro harmônico da forma de onda de fmm com enrolamento distribuído.....	71
Figura 9 - Máquina multipolar com enrolamento distribuído e passo encurtado.....	72
Figura 10 - Fatores de passo em função da ordem da harmônica.....	73
Figura 11 - Fmm real e fundamental no entreferro para enrolamento distribuído ($q=3$) e passo encurtado ($\beta_y = 89\%$), $W_l = 222$ e $I_{sNLpk} = 2,1\sqrt{2}$ A.....	74
Figura 12 - Espectro de harmônicas na fmm no entreferro com enrolamento distribuído e passo encurtado.....	74
Figura 13 - Máquina com enrolamento trifásico multipolar.....	75
Figura 14 - Soma fasorial das fmm s das fases para obter a fmm resultante.....	79
Figura 15 - a) Enrolamento com bobinas equivalente à gaiola; b) Fasores das correntes.....	84
Figura 16 - Distribuição da indução no entreferro com ferro ideal e ranhuras profundas a) Entreferro liso, b) com ranhuras no estator, c) com ranhuras no rotor.....	87
Figura 17 - Variável gama em função da abertura da ranhura b_o/g_o	88
Figura 18 - Variável β em função da abertura relativa da ranhura $b_{s,r0}/g_o$	91
Figura 19 - Comparativo entre as ordens e comprimentos de onda das fundamentais das harmônicas	94
Figura 20 - Função auxiliar $F(b_o/\tau)$ para obtenção das harmônicas da condutância de entreferro	100
Figura 21 - Indução e condutância magnética num passo polar, a vazio, sob tensão nominal, supondo fmm senoidal com as ranhuras do estator e rotor coincidentes ($\alpha_g = 0$).	105
Figura 22 - Perfil do pacote de chapas da máquina: a) completa e b) detalhe	106
Figura 23 - Mapeamento da indução da máquina em simulação magnetostática com as correntes a vazio.....	108
Figura 24 - Indução radial no entreferro em simulação magnetostática a vazio.	108
Figura 25 - Esboço para cálculo da indutância de magnetização	110
Figura 26 - Forma de onda senoidal e achatada pela saturação dos dentes.....	112
Figura 27 - Fatores de forma (K_f) e de média (α_i) em função do fator de saturação dos dentes	113

Figura 28 - Redução de fluxo no dente devido ao desvio pela ranhura.....	118
Figura 29 - Curvas BH real e adaptada para os dentes do estator	119
Figura 30 - Curvas BH real e adaptada para os dentes do rotor	120
Figura 31 - Coeficiente de correção da intensidade de campo nos jugos.....	121
Figura 32 - Curva de magnetização a vazio em função da indução de entreferro (método analítico)	121
Figura 33 - Influência da saturação dos dentes sobre algumas grandezas escolhidas.....	122
Figura 34 - Corrente de magnetização fundamental como função da indução fundamental no entreferro.....	123
Figura 35 - Reatâncias de magnetização a vazio (método analítico)	128
Figura 36 - Caminhos dos fluxos: a) de entreferro; b) de ranhura; c) de cabeceiras, d) de magnetização e zigue-zague	134
Figura 37 - F_{mm} e intensidade de campo pelos caminhos do fluxo disperso na ranhura retangular	135
Figura 38 - Ranhuras trapezoidais típicas de máquinas pequenas para uso de fio circular: a), b) pescoço arredondado, c), d) pescoço trapezoidal	139
Figura 39 - Caminhos do fluxo magnético disperso: a) de entreferro, b) zigue-zague	140
Figura 40 - Cabeças do enrolamento do estator e seu fluxo disperso.....	142
Figura 41 - Indução e fluxo magnético devido às harmônicas espaciais de indução	145
Figura 42 - Fatores de amortecimento do coeficiente de dispersão diferencial do estator: a) Ranhuras do rotor retas; b) Ranhuras inclinadas de um passo de ranhura do rotor	147
Figura 43 - Ranhuras típicas da gaiola de esquilo: a) semiaberta, b) fechada.....	149
Figura 44 - Coeficientes de dispersão diferencial para rotor em gaiola de esquilo simples como função de N_r/p para diferentes inclinações de ranhura do rotor	154
Figura 45 - Fracionamento da ponte para cálculo da fmm para um dado fluxo magnético imposto	158
Figura 46 - Variação temporal do fluxo magnético na ponte da ranhura do rotor e abertura equivalente	161
Figura 47 - Fluxo magnético e indução na ponte da ranhura fechada em função da corrente na barra. Abertura equivalente da ranhura do rotor em função da saturação da ponte	162
Figura 48 - a) Mapeamento aproximado das induções devido ao fluxo disperso pela ponte fechada; b) Componentes de indução devidas ao fluxo da ponte.....	167
Figura 49 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente com a reatância total do rotor variável hiperbolicamente com a corrente do rotor.....	167
Figura 50 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente para ranhuras fechadas no rotor (reatância fixa + fonte de tensão) .	169

Figura 51 - Interpretação da impedância de entrada para ranhuras fechadas no rotor para uma dada frequência de ensaio: a) Curvas do ensaio de rotor bloqueado; b) circuito visto pela fonte durante o ensaio.	170
Figura 52 - a) Modelo para inclusão da tensão representativa do fluxo saturado através da ponte da ranhura fechada do rotor. b) Diagrama fasorial visto do estator durante o ensaio de rotor bloqueado	171
Figura 53 - Modelagem do ensaio de rotor bloqueado para ranhuras fechadas no rotor; a) Dados originais; b) Linearização do ensaio; c) Circuito equivalente visto pela fonte...	173
Figura 54 - Modelo modificado para rotor com ranhuras fechadas, incluindo fonte no rotor	174
Figura 55 - a) Modelo questionado para máquina com ranhuras fechadas no rotor, b) Diagrama fasorial	175
Figura 56 - Tendências da tensão de ranhura fechada E_{rb} e da reatância de entrada não saturada X_{Lns} em função da frequência de ensaio de rotor bloqueado para a máquina sob estudo	178
Figura 57 - Tensão, corrente e impedância de entrada no ensaio de rotor bloqueado a 60 Hz	180
Figura 58 - Diagrama fasorial das tensões e correntes no estator e no rotor do motor	184
Figura 59 - Curvas de magnetização a vazio, analíticas e experimentais.....	186
Figura 60 - Alguns resultados gráficos do ensaio a vazio	186
Figura 61 - Perdas rotacionais e no núcleo a vazio na frequência nominal.....	190
Figura 62 - Variação de R_2 e X_2 com o escorregamento. Resistência interbarras específica = 0,04 Ω/mm^2	192
Figura 63 - Fluxograma de simulação para a rotina das ranhuras fechadas no rotor	195
Figura 64 - Potência reativa sob carga, simulada e experimental	197
Figura 65 - Potência ativa, simulada e experimental.....	198
Figura 66 - Conjugado no eixo, simulado e experimental.....	199
Figura 67 - Ondas de indução magnética no entreferro incluindo as harmônicas espaciais de ranhura	203
Figura 68 - a) Curva B-H típica e a definição de permeabilidade incremental e reversível; b) cotangente de $\alpha = f(Bt)$ típica.....	209
Figura 69 - Cotangente média do ângulo alpha $\alpha = f(B_z)$ para a máquina sob estudo	210
Figura 70 - Definições dos entreferros equivalentes por harmônica.....	213
Figura 71 - Pulsação de fluxo nos dentes por variação da posição relativa entre os dentes do estator e do rotor: a) Dentes confrontantes, b) Dentes não-confrontantes.....	217
Figura 72 - Perdas no ferro e suplementares em função da velocidade	238
Figura 73 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente com as reatâncias de magnetização e de dispersão constantes.	240
Figura 74 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente para ranhuras fechadas no rotor com perdas suplementares	242
Figura 75 - Parcelas de potência reativa consumidas no modelo proposto	243

Figura 76 - Potências reativas absorvidas entre os dois limites térmicos considerando as perdas suplementares.	244
Figura 77 - Variação das perdas com o escorregamento	245
Figura 78 - Potências ativas absorvidas e fornecidas entre os dois limites nominais considerando as perdas suplementares.....	246
Figura 79 - Conjugados experimentais e simulados considerando as perdas suplementares.	246
Figura 80 - Diagrama fasorial aproximado da tensão de entreferro e das correntes de estator	248
Figura 81 - Tensão de entreferro, reatância e corrente de magnetização como função da velocidade	249

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Fatores de distribuição do estator da máquina sob estudo.	70
Tabela 2 - Coeficientes da série de condutâncias para ranhuras só no estator	99
Tabela 3 - Coeficientes da série de condutâncias para ranhuras só no rotor	100
Tabela 4 - Algumas variáveis sob tensão nominal a vazio	122
Tabela 5 - Fator de acomodação das cabeças de bobina	131
Tabela 6 - Fatores de permeância de dispersão para cabeceiras de enrolamentos	144
Tabela 7 - Organização do cálculo do amortecimento	147
Tabela 8 - Comparação de grandezas na ponte da ranhura do rotor para dois valores típicos de corrente na ranhura	164
Tabela 9 - Resultados básicos dos ensaios de rotor bloqueado em 60 Hz a 83,55° C.....	179
Tabela 10 - Dados do ensaio a vazio expressos por fase a 74,58° C.	185
Tabela 11 - Comparação de resistências e reatâncias de rotor bloqueado para rotores com ranhuras inclinadas e retas obtidas por medição, simulação e cálculo clássico. Resistência específica interbarras = 0,04 Ω/mm ²	192
Tabela 12 - Valores do ensaio sob carga por fase a 74,58°C.....	193
Tabela 13 - Comparação de perdas suplementares (em watts).....	247
Tabela 14 – Influências das perdas suplementares nos desvios percentuais em cada método	248

SUB-ÍNDICES MAIS USADOS

<i>d</i>	Diferencial
<i>fe</i>	Ferro
<i>g</i>	Entreferro
<i>h</i>	Ordem da harmônica elétrica
<i>L</i>	Rotor bloqueado
<i>v</i>	Ordem da harmônica mecânica
<i>m</i>	Mecânico, magnetização
<i>NL</i>	A vazio
<i>prj</i>	projeto
<i>r</i>	Rotor
<i>rb</i>	Ponte do rotor
<i>s</i>	Estator
<i>tb</i>	Corpo do dente
<i>tn</i>	Pescoço do dente
<i>tt</i>	Topo do dente
<i>y</i>	jugo

LISTA DE ABREVIATURAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
<i>Fem</i>	Força eletromotriz
<i>Fmm</i>	Força magnetomotriz
FFT	Transformada Rápida de Fourier
MEF	Método de elementos finitos
PWM	Modulação da largura dos pulsos
THD	Distorção harmônica total
2D, 3D	Duas / três dimensões
°E, radE	Grau elétrico, radiano elétrico

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Número de circuitos em paralelo no estator
\bar{A}	Vetor potencial magnético [Wb/m]
AT	F_{mm} de uma ranhura [A]
$a_{0s,r}$	Componente CC da cond. magnética para um só lado ranhurado [m^{-1}]
$a_{1s,r}$	Fundamental da condut. magnética para um só lado ranhurado [m^{-1}]
$a_{2s,r}$	Segunda harmônica da condut. magnética para um só lado ranhurado [m^{-1}]
$a_{0's,r}$	Componente CC da condut. magnética para os dois lados ranhurados [m^{-1}]
$a_{1's,r}$	Fundamental da condut. magnética para os dois lados ranhurados [m^{-1}]
B_{g1}	Amplitude da fundamental da indução no entreferro [T]
B_{Z1F}	Ampl. da onda de indução no entref. devida às ranh. [T] (giro positivo)
B_{Z1B}	Ampl. da onda de indução no entref. devida às ranh. [T] (giro negativo)
B_{gmprij}	Indução máxima de entreferro a vazio de projeto [T]
B_{gn}	Amplitude da harmônica n da indução no entreferro [T]
B_{gmax}, B_{gm}	Indução máxima no entreferro na ausência de ranhuras [T]
B_{gmin}	Indução mínima no entreferro na ausência de ranhuras [T]
B_a	Afundamento da indução no entreferro defronte uma ranhura [T]
B_{gs}	Indução média no entref. num passo de ranhura com ranhuras [T]
$B_{3,1}$	Relação entre a terceira harmônica e a fund. da indução no entreferro
B_{gh}	Amplitude da harmônica h da indução no entreferro [T]
B_{g3m}	Amplitude da terceira harmônica da indução no entreferro [T]
B_{g1m}	Amplitude da fundamental da indução no entreferro [T]
B_{gAv}	Indução média no entreferro [T]
B_{gef}	Indução eficaz no entreferro [T]
B_{sat}	Indução de saturação da ponte da ranhura [T]
B_v	Indução de pico da harmônica genérica v no entreferro [T]
$B_v(\alpha, t)$	Indução local e instant. no entref. devida à harm. de $fmm F_v$ [T]
$B_{vs,r1}$	Primeira harm. da indução no entreferro devido ao estator/rotor [T]
$B_{vs,r2}$	Segunda harm. da indução no entreferro devido ao estator/rotor [T]
$b_{0r,s}, b_{s,r0}$	Abertura da ranhura do estator /rotor [m]
b_{r0eq}	Abertura equiv. da ranhura do rotor corresp. à ponte saturada [m]
$b_{1r,s}$	Largura da ranhura do estator /rotor próxima ao entreferro [m]
$b_{2r,s}$	Largura da ranhura do estator /rotor afastada do entreferro [m]

$b_{tr,s}$	Largura constante do dente do estator /rotor [m]
b_s', b_r'	Largura do dente do estator/ rotor a 1/3 da altura [m]
$b_{ts,r3}$	Largura do dente do estator/ rotor a 1/3 da altura [m]
$b_{0s,rg}$	Relação entre a abertura da ranhura do estator/rotor e o entreferro
$b_{0s,rt}$	Relação entre a abertura da ranhura do estator/rotor e o passo de ranhura
b_0	Subdivisão da ponte da ranhura do rotor [m]
B_{rp}	Indução radial de pico devida ao fluxo pela ponte [T]
B_y	Indução no jugo [T]
$B_{yms,r}$	Indução no jugo máxima no estator/rotor [T]
B_t, B_z	Indução no dente [T]
B_{zv}	Indução a 1/3 da altura para a harmônica ν [T]
$B_{v'}$	Indução média em um passo de ranhura do estator para a harmônica ν [T]
$B_{t3s,r}$	Indução real no dente a 1/3 da altura do estator/rotor [T]
B_{z3s}, B_{z3r}	Indução no dente a 1/3 da altura do estator/rotor [T]
$B_{0zr,s}$	Indução no dente a 1/3 da altura do estator/rotor a vazio [T]
$B_{t3hs,r}$	Indução hipotética no dente a 1/3 da altura do estator/rotor [T]
$B_{a3r,s}$	Indução na região de ar a 1/3 da altura do estator/rotor [T]
B_t	Indução no entreferro no sentido tangencial [T]
$B_{vr,s}$	Harmônicas de indução no entreferro criadas por ranh. no estator/rotor [T]
B_m	Susceptância de perdas suplementares (S)
B_{ps}, B_{pr}	Ampl. dos pulsos de indução nos dentes do estator / rotor [T]
B_{prD}	Ampl. dos pulsos de indução nos dentes do rotor amortecida [T]
B_{0z}	Indução nos dentes do estator / rotor [T]
C_l	Constante para obtenção da ordem da harmônica
$C_{yoke s,r}$	Constante de ajuste da intensidade de campo no jugo do estator/rotor
C_e	Perdas no ferro específicas [W/kg]
C_{ep}	Perdas no ferro específicas corrigidas para frequência alta [W/kg]
C_{sCP}	Const. de amp.de perdas superf.c/ carga para passo encurtado
C_{h57}	Const.de mult. de perdas superf. devido às harm. 5p e 7p
C_{cg57}	Const.de mult. de perdas adic. na gaiola devido às harm. 5p e 7p
C_{cg57a}	Const.de mult. de perdas adic. na gaiola devido às harm. 5p e 7p corrig.
D	Diâmetro externo do entreferro [m]
D_{gm}	Diâmetro médio do entreferro [m]
D_r	Diâmetro do rotor [m]
D_{er}	Diâmetro médio do anel do rotor [m]

d_B	Espessura das chapas de ferro [m]
E_{bAv}	<i>Fem</i> média numa bobina [V]
E_{bef}	<i>Fem</i> eficaz numa bobina [V]
E_{gc}	<i>Fem</i> eficaz de entreferro num enrolamento concentrado [V]
E_{gf}	<i>Fem</i> eficaz de entreferro num enrolamento distribuído [V]
E_{g1ef}, E_{g1}	<i>Fem</i> eficaz de entreferro fundamental num enrolamento distribuído [V]
E_g, E_{gef}	<i>Fem</i> eficaz de entreferro [V]
E_h	<i>Fem</i> eficaz de entreferro devido a harmônica h da indução [V]
E_{rb}	<i>Fem</i> eficaz no rotor referida ao estator devido à ponte saturada [V]
f_l, f_L	Frequência da rede / freq. no ensaio de rotor bloqueado [Hz]
f_{ens}	Frequência do ensaio de perdas do ferro [Hz]
f_{ps}, f_{pr}	Frequência de pulsos no estator / rotor [Hz]
F_{cb}	Fator de acomodação das cabeceiras
F_v	<i>Fmm</i> de pico de uma harmônica genérica ν [Ae]
F_p	<i>Fmm</i> de pico de uma harmônica de p pares de polos [Ae]
F_n	Função genérica para cálculo da harmônica n da condut. do entreferro
F_{xs}	<i>Fmm</i> da fase x do estator [Ae]
F_x	<i>Fmm</i> genérica (conforme índice x) [Ae]
F_p	<i>Fmm</i> de pico por polo de enrolamento monofásico [Ae]
F_t	<i>Fmm</i> total por polo [Ae]
F_{sm}	<i>Fmm</i> total por polo [Ae]
F_{ts}, F_{tr}	<i>Fmm</i> por dente do estator/ rotor [Ae]
F_{ys}, F_{yr}	<i>Fmm</i> por jugo do estator/ rotor [Ae]
F_g	<i>Fmm</i> no entreferro [Ae]
F_{f10}	<i>Fmm</i> por polo do estator para uma fase excitada a vazio, de pico [Ae]
F_s	<i>Fmm</i> por polo do estator com três fases excitadas, de pico [Ae]
f_s	<i>Fmm</i> por polo instantânea e local com três fases excitadas [Ae]
F_{s10}	<i>Fmm</i> por polo do estator com três fases excitadas a vazio, de pico [Ae]
F_{sh}	<i>Fmm</i> por polo do estator para a harmônica h [Ae]
$F_{nr,s}$	Função para cálculo da harmônica n condutância p /estator /rotor
\mathfrak{F}_s	<i>Fmm</i> de uma ranhura [Ae]
g_o	Compr. do entreferro físico [m]
g_c	Compr. do entreferro corrigido pelo Fator de Carter [m]
g_e	Compr. do entreferro corrigido pelo fator de Carter e de saturação [m]
g_{sv}	Compr. de entreferro parcial para a harmônica ν [m]

g_{ev}	Compr. de entreferro final para a harmônica ν [m]
G_{fe}	Condutância de perdas no ferro [S/m]
G_{sl}	Condutância de perdas suplementares [S]
G_{ts}	Massa dos dentes do estator [kg]
G_{tr}	Massa dos dentes do rotor [kg]
$H_{z\nu}$	Intens. de campo magnético no dente devido a indução $B_{z\nu}$ [A/m]
h_{st}	Altura total da ranhura do estator [m]
h_c	Altura da ranhura do estator com condutores [m]
H_s	Intens. de campo na boca da ranhura [Ae/m]
H_c	Intens. de campo no segm. central da ponte da ranhura do rotor [Ae/m]
$h_{0s,r}$	Altura da boca da ranhura do estator/rotor [m]
$h_{1s,r}$	Altura da parte inclinada da boca da ranhura do estator/rotor [m]
$h_{2s,r}$	Altura da parte inclinada da boca da ranhura do estator/rotor [m]
h_{rb}	Altura da ponte da ranhura do rotor no centro [m]
h_d	Ordem elétrica da harmônica de degrau
$h_{ys,r}$	Altura do jugo do estator/rotor [m]
$h(i)$	Altura da ponte da ranhura no segmento (i) [m]
I_1	Corrente eficaz de estator [A]
I_m	Corrente eficaz de magnetização [A]
I_{fe}	Corrente eficaz de perdas no ferro [A]
I_2	Corrente eficaz de rotor referida ao estator [A]
I_b	Corrente de barra do rotor [A]
I_r'	Corrente de rotor referida ao estator [A]
I_{2L}	Corrente de rotor referida ao estator no ensaio de RB [A]
I_{feL}	Corrente de perdas no ferro no ensaio de RB [A]
I_{mL}	Corrente de magnetização no ensaio de RB [A]
I_{1NL}	Corrente de estator no ensaio a vazio [A]
I_s	Corrente de estator por fase no ensaio sob carga [A]
$I_{bh,\nu}$	Harmônica elétrica/mecânica da corrente de barra (valor eficaz) [A]
$I_{eh,\nu}$	Harmônica elétrica/mecânica da corrente de anel (valor eficaz) [A]
I_{s0}, I_{s0pk}	Corrente de estator a vazio (eficaz e de pico) [A]
I_{sm}	Corrente de estator a vazio máxima
I_{m1}	Corrente de magnetização máxima fundamental
i_{as}, i_{bs}, i_{cs}	Correntes instantâneas de estator a vazio [A]
I_L, I_{1L}	Corrente de estator no ensaio de rotor bloqueado [A]

I_{bk}	Corrente a barra devido à harmônica indutora com N_s pares de polos [A]
J	Densidade de corrente [A/m ²]
K	Ordem da harmônica para cálculo de perdas
K_{fe}	Fator de empilhamento
K_{c1}, K_{c2}	Fator de Carter para ranhuras no estator/rotor
K_c	Fator de Carter total
K_{cv}	Fator de Carter para a harmônica mecânica v
K_{d1}, K_{dh}	Fator de distribuição do estator para a fundamental/harmônica h
K_{p1}, K_{ph}	Fator de passo do estator para a fundamental /harmônica h
$K_{ws,r}$	Fator de enrolamento do estator /rotor
K_{tk}	Relação de indutâncias
K_{dlk}	Relação de espessura de ferro e profundidade de penetração
K_{sk}	Fator de inclinação de ranhura
K_{dk}	Fator de atenuação das pulsações de fluxo
K_s, K_{sh}	Fator de saturação para a fundamental /harmônica elétrica h
K_{sat}	Fator de corr. das perdas na gaiola pela saturação
K_{lo}	Correção das perdas no ferro para frequências altas
K_{sv}	Fator de saturação para harmônica mecânica v
K_{sd}	Fator de saturação dos dentes para a fundamental
K_{sdh}	Fator de saturação de dente para harmônica mecânica h
K_e, K_{eprj}	Constante de fem / Constante de fem de projeto
K_{erb}	Constante de transformação de anel para barra
K_f	Fator de forma da indução no entreferro
K_{fprj}	Fator de forma da indução no entreferro de projeto
k_{0s}	Fator de perdas superficiais
K_{fR}	Constante de efeito de profundidade para resistência
K_{Rk}	Constante de efeito de profundidade para resistência na harmônica K
K_{fX}	Constante de efeito de profundidade para reatância
K_{2z}	Relação complexa entre impedâncias [-]
K_{rib}, K_{xib}	Coef. de correção interbarras para resistência /reatância
K_{ϕ_s}, K_{ϕ_r}	Fator de var.de fluxo em rel. à média nos dentes do estat./rotor
l_{ts}, l_{tr}	Compr. do topo dos dentes do estator /rotor [m]
l_{ms}, l_{mr}	Compr. do pescoço dos dentes do estator /rotor [m]
l_{bs}, l_{br}	Compr. do corpo dos dentes do estator /rotor [m]
l_{ys}, l_{yr}	Compr. do jugo do estator /rotor [m]

l_{cab}	Compr. médio das cabeças de bobina [m]
l_a	Compr. de arco corresp. a um tubo de fluxo no interior da ranhura [m]
l_{tf}	Compr. de um tubo de fluxo no interior da ranhura [m]
l_{ts}	Compr. dos dentes do estator [m]
l_{ax}, l_g	Compr. axial do estator [m] /entreferro [m]
l_e	Compr. axial efetivo[m]
l_{br}	Compr. de uma barra do rotor [m]
l_{c1}	Compr. do condutor de uma fase do estator [m]
l_{ier}	Compr. de um segmento de anel do rotor[m]
l_{em}, l_{em}'	Compr. da espira média das bobinas / média dos compr.[m]
l_{ew}	Compr. axial de uma cabeça de bobina [m]
l_w	Compr. da cabeça de uma cabeça de bobina de um lado [m]
$L_w \lambda_w$	Produto de compr. por permeância de cabeça de bobina [m]
L_{mf}	Indutância de magnetização de uma fase ou principal [H]
L_m	Indutância cíclica de magnetização (p/modelo de reg.perm.) [H]
L_u	Constante para cálculo de indutância
L_{1s0u}	Constante para cálculo de indutância por ranhura
L_{1sb}	Indutância de dispersão do corpo da ranhura do estator [H]
L_{1st}	Indutância de dispersão dos lábios da ranhura do estator [H]
L_{1sk}	Indutância de dispersão de inclinação de ranhura do estator [H]
L_{1es}	Indutância de dispersão de cabeças de bobina do estator [H]
L_{1d}	Indutância de dispersão diferencial do estator [H]
L_{2sb}	Indutância de dispersão do corpo da ranhura do rotor [H]
L_{2sb}'	Indutância de dispersão do corpo da ranhura do rotor ref. ao estator[H]
L_{2st}	Indutância de dispersão dos lábios da ranhura do rotor [H]
L_{2sk}	Indutância de dispersão de inclinação de ranhura do rotor [H]
L_{2ei}	Indutância de dispersão de segmento de anel do rotor [H]
L_{2er}	Indutância de dispersão de cabeças de bobina do rotor [H]
L_{2d}	Indutância de dispersão diferencial do rotor [H]
L_{mk}	Indutância de magnetização para a harmônica K [H]
L_{2dk}	Indutância de dispersão diferencial do rotor para a harmônica K [H]
m, m_2	Número de fases do estator / do rotor
N_s, N_r	Número de ranhuras do estator/rotor
n_{cs}, n_{cr}	Número de condutores por ranhura do estator / rotor
n_s, n_s'	Velocidade do rotor [rpm/rps]

n_{br}	Relação entre a corrente de barra e a de rotor referida ao estator.
p	Pares de polos do campo de trabalho [-]
p_n	Pares de polos da harmônica de condutância [-]
P_{1NL}	Potência ativa no ensaio a vazio [W]
P_{J1NL}	Perda por efeito joule total no ensaio a vazio [W]
P_s	Potência ativa no ensaio sob carga [W]
P_j, P_{fe}	Perdas por Efeito Joule / perdas no ferro na freq. fund.[W]
P_g	Potência ativa total transferida através do entreferro [W]
P_{rot}, P_{supl}	Perdas rotacionais / suplementares [W]
P'_{0v}	Perdas superf. no rotor a vazio devidas a harm. de condut. ν [W/m ²]
P'_{012}	Perdas superf. no rotor a vazio devidas a duas harm. de condut. [W/m ²]
P_{str0}	Perdas superf. no rotor a vazio devidas a duas harm. de condutância[W]
$P_{str0Corr}$	Perdas superf. no rotor a vazio devidas a duas harm. de cond. corrig. [W]
P_{sr0CP}	Perdas superf. no rotor a vazio para passo encurtado [W]
P_{srnCP}	Perdas superf. no rotor sob carga para passo encurtado [W]
P_{s5p}, P_{s7p}	Perdas superf. no rotor devido às harm. 5p/7p da indução no entref. [W]
P_{srnFP}	Perdas superf. no rotor sob carga para passo pleno [W]
P'_{012s}	Perdas superf. no estator a vazio devidas a duas harm. de condut. [W/m ²]
P_{sts0}	Perdas superf. no estator a vazio devidas a duas harm. de condut. [W]
P_{p0su}	Perdas por puls. de fluxo nos dentes do estator a vazio unitária [W/kg]
P_{p0s}	Perdas por puls. de fluxo nos dentes do estator a vazio [W]
P_{p0ruD}	Perdas por puls. de fluxo nos dentes do rotor unit. atenuadas [W/kg]
P_{p0r}	Perdas por puls. de fluxo nos dentes do rotor totais atenuadas [W]
P_{prnCP}	Perdas por puls. de fluxo nos dentes do rotor para passo encurt.c/carga [W]
P_{prnFP}	Perdas por puls. nos dentes do rotor para passo pleno com carga [W]
P_{cg0k}, P_{cg0}	Perdas na gaiola a vazio para a harmônica K
P_{cgnCP}	Perdas na gaiola sob carga para passo encurtado [W]
P_{cg5}, P_{cg7}	Perdas na gaiola devidas às harm. 5p e 7p
$P_{cg(Ns\pm p)}$	Perdas na gaiola devidas às harm. $N_s \pm p$
P_{cgnFP}	Perdas na gaiola com carga para passo pleno [W]
P_{sup0k}	Perdas supl. a vazio para harmônica K
ϕ_{2rb}	Permeância da ponte da ranhura [Wb/Ae]
ϕ_{if}	Permeância de um tubo de fluxo por dentro da ranhura [Wb/Ae]
P_{js2}	Perdas joule no estator – Mét. Proposto [W]
P_{jr2}	Perdas joule no rotor – Mét. Proposto [W]

$P_{FeFund2}$	Perdas no ferro fundamental – Mét. Proposto [W]
P_{Supl2}	Perdas suplementares – Mét. Proposto [W]
P_{fw2}	Perdas por atrito e ventilação – Mét. Proposto [W]
P_{Acop}	Perdas no acoplamento [W]
P_1	Potência absorvida / fornecida pelo estator -mét.clássico [W]
P_2	Potência absorvida / fornecida pelo estator -mét.proposto [W]
P_{Test}	Potência absorvida / fornecida pelo estator -Teste [W]
q	Número de ranhura por polo e fase
Q_L	Potência reativa no ensaio de rotor bloqueado por fase [VAr]
Q_{GL}	Potência reat. que passa o entref. no ensaio de rotor bloqueado [VAr]
Q_{1NL}	Potência reat. no ensaio a vazio por fase [VAr]
Q_s	Potência reat. no ensaio sob carga por fase [VAr]
Q_{s2}	Potência reat. do estator no ensaio sob carga por fase -met. proposto [VAr]
Q_{m2}	Potência reat. magnetiz. no ensaio sob carga por fase -met. proposto [VAr]
Q_{r2}	Potência reat. do rotor no ensaio sob carga por fase -met. proposto [VAr]
Q_{t2}	Potência reat. absorvida total-met. proposto [VAr]
Q_{Erb2}	Potência reat. na fonte E_{rb2} do rotor - met. proposto [VAr]
Q_1	Potência reat. absorvida pelo estator – mét. Clássico [VAr]
Q_2	Potência reat. absorvida pelo estator – mét. proposto [VAr]
Q_{Test}	Potência reat. absorvida pelo estator – Teste [VAr]
R_{1cc}	Resistência CC de uma fase do estator [Ω]
R_{sg}	Resistência CA de um grupo de bobinas do estator [Ω]
R_s, R_l	Resistência CA de uma fase do estator [Ω]
R_L	Resistência de ensaio de rotor bloqueado [A]
R_{1L}	Resistência de estator no ensaio de rotor bloqueado [Ω]
R_{FL}	Resist. após a imped. do estator no ensaio de rotor bloqueado [Ω]
R_{La}	Resistência aparente no ensaio de rotor bloqueado [Ω]
R_{brCC}, R_{brCA}	Resistência CC / CA de uma barra do rotor para fund.[Ω]
R_x	Relação entre reatâncias de dispersão do estator e rotor
R_b, R_{bh}	Resistência CA de uma barra do rotor para fund. / harmônica [Ω]
R_{er}, R_e	Resistência CA de um segmento de anel [Ω]
R_{eb}, R_{ebh}	Resistência CA de uma barra com anel p/ fund. / harmônica [Ω]
R_{2ib}	Resistência CA do rotor referida ao estator com corr. interbarras [Ω]
R_2	Resistência CA do rotor referida ao estator [Ω]
R_{fe}	Resistência de perdas no ferro na frequência fundamental [Ω]

R	Raio externo do entreferro, Raio interno do estator [m]
R_r	Raio externo do rotor [m]
R_{gm}	Raio médio do entreferro [m]
$R_{mys,r}$	Raio médio do jugo do estator/rotor[m]
$\mathcal{R}(i)$	Relutância do segm. (i) da ponte da ranhura do rotor [Ae/Wb]
\mathcal{R}_{2rb}	Relutância da ponte da ranhura do rotor [Ae/Wb]
S_{tts}, S_{ttr}	Área do topo dos dentes do estator /rotor [m]
S_{tms}, S_{mtr}	Área do pescoço dos dentes do estator /rotor [m]
S_{tbs}, S_{tbr}	Área do corpo dos dentes do estator /rotor [m]
S_{ys}, S_{yr}	Área do jugo do estator /rotor [m]
S_g, S_p	Seção transversal do entreferro / polo [m ²]
S_c	Seção transversal dos condutores do estator [m ²]
S_{br}	Seção transversal das barras do rotor [m ²]
S_{er}	Seção transversal dos anéis do rotor [m ²]
$S_{f3s,r}$	Área de ferro do dente a 1/3 da altura do estator/rotor [m ²]
$S_{a3r,s}$	Área de ar no dente a 1/3 da altura do estator/rotor [m ²]
s	Escorreg. em relação ao campo girante de p pares de polos
s_v, s_{vr}	Escorreg. em relação ao campo girante da harmônica v do estator /rotor
$S_a(i)$	Área de um tubo de fluxo por dentro da ranhura [m ²]
T_{0Al}, T_{0Cu}	Temp. para resistência nula do alumínio/cobre [°C]
T_a	Temp. ambiente [°C]
T_{op}	Temp. de operação [°C]
t	Tempo [s]
T^{\sim}	Período da corrente alternada do estator [s]
T_{em}, T_{sh}	Conjugado eletromagnético / Conjugado no eixo [Nm]
V_{INL}	Tensão de fase do estator no ensaio a vazio [V]
V_{GNL}	Tensão de entreferro por fase do estator no ensaio a vazio [V]
$V_s,$	Tensão de fase do estator no ensaio sob carga [V]
V_l, V_f	Tensão de fase do estator [V]
V_g, V_{gf}	Tensão eficaz de entreferro [V]
V_{g1}	Tensão eficaz de entreferro fundamental [V]
V_{g0}	Tensão eficaz de entreferro fundamental a vazio de projeto [V]
V_L	Tensão terminal de estator no ensaio de rotor bloqueado [V]
V_{L0}	Tensão da fonte do rotor no ensaio de rotor bloqueado [V]
V_{L0a}	Comp. ativa da tensão da fonte do rotor no ensaio de rotor bloq.[V]

V_{L0r}	Comp. reativa da tensão da fonte do rotor no ensaio de rotor bloq.[V]
V_{Li}	Tensão no estator sob corr. nula no ensaio de RB por regressão [V]
W_1	Número de espiras em série por fase do estator
w_{1p}	Número de espiras em série por polo do estator
W_2	Número de espiras em série por fase do rotor
w_{2p}	Número de espiras em série por polo do rotor
W_{ew}	Largura tangencial da cabeceira de bobina [m]
X_{1mf}	Reatância de magnetização por fase individual [Ω]
X_m	Reatância cíclica de magnetização do estator [Ω]
X_{1s0}	Reatância de dispersão da boca de ranhura do estator [Ω]
X_{1sb}	Reatância de dispersão do corpo de ranhura do estator [Ω]
X_{1z}	Reatância zigue-zague do estator [Ω]
X_{1sk}	Reatância de inclinação de ranhura do estator [Ω]
X_{1es}	Reatância de cabeças de bobina do estator [Ω]
X_{1d}	Reatância de dispersão diferencial do estator [Ω]
X_1	Reatância de dispersão do estator [Ω]
X_{2st}	Reatância de dispersão da boca de ranhura do rotor [Ω]
X_{2sb}	Reatância de dispersão do corpo de ranhura do rotor [Ω]
X_{2zr}	Reatância zigue-zague do rotor [Ω]
X_{2sk}	Reatância de inclinação de ranhura do rotor [Ω]
X_{2er}	Reatância de cabeças de bobina do rotor [Ω]
X_2	Reatância de dispersão do rotor [Ω]
X_{2sat}	Reatância de dispersão do rotor saturada [Ω]
X_{2ns}	Reatância de dispersão do rotor não saturada [Ω]
X_{La}	Reatância de dispersão aparente de rotor bloqueado [Ω]
X_{Lns}	Reatância de dispersão não-saturada de rotor bloqueado [Ω]
X_{1L}	Reatância de dispersão do estator de rotor bloqueado [Ω]
X_{FL}	Reat. de dispersão após imped. do estator em rotor bloqueado [Ω]
X_{mL}	Reat. de magnetização em rotor bloqueado [Ω]
X_{2ib}	Reatância do rotor referida ao estator com corr. interbarras [Ω]
Y_b, Y_{br}	Passo de bobina do estator/ rotor [em ranhuras]
Y_{bm}	Passo de bobina médio do estator [em ranhuras]
y	Passo de bobina do estator [m]
\bar{Z}_1	Impedância de dispersão do estator [Ω]

\bar{Z}_f	Impedância atrás da impedância de dispersão do estator [Ω]
\bar{Z}_2	Impedância de dispersão do rotor [Ω]
\bar{Z}_{La}	Impedância aparente no ensaio de rotor bloqueado [Ω]
\bar{Z}_e	Impedância do ramo de excitação [Ω]

LISTA DE SÍMBOLOS (LETRAS GREGAS)

α_{Cu}	Coefficiente de temperatura para resistividade do cobre [$1/^\circ\text{C}$]
α_{Al}	Coefficiente de temperatura para resistividade do alumínio [$1/^\circ\text{C}$]
α	Ângulo espacial no entreferro [rad.mec.]
α_s, α_r	Ângulo mecânico de um passo de ranhura do estator / rotor [rad]
α_{es}, α_{er}	Ângulo elétrico de uma ranhura do estator / rotor [rad]
α_0, α_{0r}	Ângulo de abertura da boca da ranhura do estator/ rotor [rad.mec]
α_g	Desloc. do rotor em relação ao centro da ranhura estatórica [rad.mec]
α_i	Fator de média para a indução no entreferro
α_{iprj}	Fator de média para a indução no entreferro de projeto
β_y	Relação do passo de bobina ao passo polar
$\beta_{s,r}$	Afundamento de pico relativo da indução defrente ranhura (estator/rotor)
β_k	Relação entre passo de ranhura e passo polar para a harmônica K
$\gamma_{1,2}$	Fator para cálculo do fator de Carter para estator /rotor
γ_{HI}	Ângulo entre o sentido de \vec{H} e de $d\vec{l}$
ε	Redução do passo de bobina em relação ao passo polar
ε_{sp}	Redução do passo de bobina em relação ao passo polar [em ranhuras]
Δ_2	Fator de amortecimento da indutância de dispersão diferencial do estator
$\delta_1, \delta_2,$	Variação do entreferro devido a ranhuras no estator/ rotor
δ_{Fe}	Profundidade de penetração no ferro [m]
$\Delta \tau_{d\rho}^v$	Fração da reat. difer. da harm. de v pares em relação a de ρ pares
η	Fator de acopl. do rotor para a fund. do campo excitante do estator.
ϕ_g	Fluxo magnético por polo no entreferro [Wb]
ϕ_{g1}	Fluxo magnético por polo no entreferro devido a fund. da indução [Wb]
ϕ_{gh}	Fluxo magnético por polo no entreferro da harmônica h da indução [Wb]
ϕ_1, ϕ_2	Fluxo num dente na posição 1 / posição 2 [Wb]
ϕ_{0s}	Fluxo médio num dente entre posição 1 e posição 2 [Wb]
ϕ_{Ps}	Variação de fluxo entre posição 1 e posição 2 [Wb]
$\phi_{ts,r}$	Fluxo magnético do topo do dente no estator /rotor [Wb]
$\phi_{ms,r}$	Fluxo magnético do pescoço do dente do estator /rotor [Wb]
$\phi_{tbs,r}$	Fluxo magnético do corpo do dente do estator /rotor [Wb]
$\phi_{ys,r}$	Fluxo magnético do corpo do dente do estator /rotor [Wb]
ϕ_{gprj}	Fluxo magnético por polo no entreferro a vazio de projeto [Wb]
$\phi_\tau, \phi_{\tau 3}$	Fluxo magn.por passo de ranhura, no entref./no dente a 1/3 da altura [Wb]

ϕ_{t3}, ϕ_{s3}	Fluxo magn.no dente / na ranhura a 1/3 da altura [Wb]
ϕ_{tb}	Fluxo tangencial num segmento da ponte [Wb]
ϕ_{ad}	Fluxo magn. adicional por dentro de um tubo de fluxo na ranhura [Wb]
ϕ_{rb}	Fluxo magnético através da ponte do rotor [Wb]
$\kappa_{1,2}$	Fator de espraiamento da abertura da ranhura da estator/ rotor
λ_1	Condutância magnética do entreferro com ranhuras só no estator [m^{-1}]
λ_2	Condutância magnética do entreferro com ranhuras só no rotor [m^{-1}]
λ_{12}	Condutância magnética do entref.com ranhuras no estator e no rotor [m^{-1}]
λ_m	Permeância geométrica específica magnetizante (-)
λ_{1s0}	Permeância geométrica específica da boca da ranhura do estator (-)
λ_{1sb}	Permeância geométrica específica do corpo da ranhura do estator (-)
λ_{1zs}	Permeância geométrica específica zigue-zague do estator (-)
λ_w	Permeância geométrica específica das cabeceiras do estator (-)
λ_{2st}	Permeância geométrica específica da boca da ranhura do rotor (-)
λ_{2sb}	Permeância geométrica específica do corpo da ranhura do rotor (-)
λ_{2zr}	Permeância geométrica específica zigue-zague do rotor (-)
λ_{2ei}	Permeância geométrica específica de um segmento de anel da gaiola (-)
λ_{2rb}	Permeância geométrica específica da ponte da ranhura do rotor (-)
μ, μ_{dif}	Permeab. magnética absoluta / diferencial [H/m]
μ_{rFed}	Permeab. magnética relativa diferencial do ferro [H/m]
μ_{rev}	Permeabilidade magnética reversível [H/m]
$\mu_c, \mu_{r c}$	Permeab. absoluta / relativa do segmento central da ponte [H/m,-]
$\mu(i), \mu_r(i)$	Permeabilidade absoluta / relativa do segmento i da ponte [H/m,-]
ν_z	Ordem mecânica da harmônica de ranhura
ν_n	Ordem mecânica da harmônica de condutância de ordem n
ν_s, ν_r	Ordem mecânica da harmônica ν de ranhura do estator / rotor
θ, θ_e	Ângulo elétrico [rad.]
θ_0	Fase da corrente da fase a [rad]
θ_m	Ângulo mecânico de posição [rad]
θ_2	Ângulo de fase da corrente de rotor [rad]
θ_L	Ângulo de fase da corrente de estator em rotor bloqueado [rad]
θ_{rb2}	Ângulo de fase da tensão E_{rb2} [rad]
$\rho_{Cu}, \rho_{Al}, \rho_{Fe}$	Resistividade do cobre / alumínio / ferro [Ωm]
ρ_{ir}	Massa específica do ferro do núcleo (kg/m^3)
ρ_h	Const. de transformação de barra para fase do estator para harmônica h
$\sigma_{Cu}, \sigma_{Al}, \sigma_{Fe}$	Condutividade do cobre / alumínio / ferro[S/m]
σ_{1d}	Coefficiente de dispersão diferencial do estator
σ_{1sk}	Coefficiente de dispersão de inclinação de ranhura do estator
σ_{2d}	Coefficiente de dispersão de inclinação de ranhura do rotor
σ_{2sk}	Coefficiente de dispersão de inclinação de ranhura do rotor
τ_h	Passo polar para harmônica elétrica h [m]

τ_p, τ_{pv}	Passo polar para harmônica de p e v pares de polos [m]
τ_{pn}	Passo polar para harmônica de condutância de ordem n [m]
τ_{p1}	Passo polar para harmônica de p no meio da ranhura do estator [m]
τ_s, τ_s'	Passo de dente do estator no entreferro / a 1/3 da altura do dente [m]
τ_r, τ_r'	Passo de dente do rotor no entreferro / a 1/3 da altura do dente [m]
τ_{dv}	Coef. de disp. difer. do rotor da harm. v em relação a harm. de ordem p .
τ_{d2v}	Coef. de disp. difer. do rotor da harm. v
τ_{dp}, τ'_{dp}	Coef. de disp. dif. da harm. genérica p plena / amortecida pela saturação
$\tau_{dN_s}, \tau'_{dN_s}$	Coef. de disp. dif. da harm. $p = N_s$ plena / amortecida pela saturação
ζ_v	Coef. de redução da harm. de indução em função da saturação dos dentes
ω_l	Velocidade angular da rede [rad/s]
ω_s	Velocidade angular síncrona de trabalho [rad/s]
ω_m	Velocidade angular mecânica do rotor genérica [rad/s, rpm]
ω_{mNL}	Velocidade angular mecânica do rotor a vazio [rpm]
ω_{sv}	Velocidade síncrona do campo da harmônica v [rpm]
ω_r	Velocidade mecânica do rotor [rad/s]
ω_{pr}	Veloc. ang. das var. de indução no rotor devida aos dentes do estat. [rad/s]
ω_{ps}	Veloc. ang. das var. de indução no estator devida aos dentes do rot. [rad/s]
Ω	Veloc. ang. do feixe de campos devidos a uma harm. v no estator [rad/s]
ξ_v	Rel.entre intens. de campos result. num entref. com e sem ranh. p / harm. v
$\xi_{v(N_s \pm p)0}$	Rel.entre intens. de campos result. num entref. com e sem ranh. a vazio p / harm. ($N_s \pm p$)
$\xi_{v(N_s \pm p)n}$	Rel.entre intens. de campos result. num entref. com e sem ranh. com carga p / harm. ($N_s \pm p$)
ψ_{1p}	Fluxo concatenado por polo [Wb.e]
ψ_{1m}	Fluxo concatenado por fase [Wb.e]
ψ_s	Fluxo concatenado por ranhura [Wb.e]
$\zeta_{h,v}$	Fator de enrolamento do estator para a harmônica h / v

SUMÁRIO

1	Introdução.....	35
	1.1 Histórico.....	35
	1.2 Objetivos e Contribuições.....	37
2	Revisão Bibliográfica.....	39
	2.1 Publicações básicas.....	39
	2.1.1 Publicações de contexto histórico e de visão geral.....	40
	2.1.2 Publicações sobre estudos de topologias.....	41
	2.1.3 Publicações sobre parâmetros e modelagens analíticas.....	47
	2.1.4 Publicações sobre estratégias de controle.....	49
	2.2 Conclusões sobre o estado da arte.....	55
3	Materiais e Métodos.....	57
	3.1 Introdução.....	57
	3.2 Descrição da máquina.....	57
	3.3 Análise das harmônicas de f_{mm} dos enrolamentos.....	59
	3.4 Análise da influência das variações de relutância no entreferro.....	59
	3.5 Fluxo de entreferro, curva de magnetização e indutância de magnetização.....	59
	3.6 Resistências e reatâncias de dispersão.....	59
	3.7 Reatâncias de dispersão em ranhuras fechadas no rotor.....	60
	3.8 Validação do modelo para máquinas com ranhuras fechadas no rotor.....	60
	3.9 Análise de perdas suplementares.....	61
	3.10 Conclusões sobre os modelos.....	61
4	Distribuição espacial de f_{mm} e indução no entreferro.....	62
	4.1 Introdução.....	62
	4.2 Enrolamento elementar com entreferro liso.....	62
	4.3 Enrolamento distribuído com entreferro liso.....	68
	4.4 Enrolamento distribuído com passo encurtado e entreferro liso.....	71
	4.5 F_{mm} de enrolamentos trifásicos no estator.....	75

4.6	<i>F_{mm}</i> de enrolamentos trifásicos com harmônicos espaciais no estator	79
4.7	Análise do enrolamento do rotor em gaiola	83
4.8	Conclusões	85
5	Indução no entreferro na presença de ranhuras	86
5.1	Introdução	86
5.2	Fator de Carter e a correção da espessura do entreferro	86
5.3	Fator de saturação	92
5.4	Curva de indução no entreferro equivalente constante	92
5.5	Condutância magnética do entreferro	93
5.6	Curva de indução no entreferro em função da condutância magnética	103
5.7	Conclusões	105
6	Indutância principal e curva de magnetização a vazio	106
6.1	Introdução	106
6.2	A fundamental da <i>f_{mm}</i> de magnetização e a corrente a vazio	107
6.3	Influência da saturação na distribuição de fluxo (por dados de projeto) ...	109
6.4	Relação entre a forma da onda de indução no entreferro e a <i>f_{em}</i> induzida	114
6.5	Traçado da curva de magnetização por meio de dados de projeto.....	115
6.6	Indutância de magnetização	124
6.7	Conclusões	129
7	Estudo analítico de resistências e reatâncias de dispersão	130
7.1	Resistência do estator	130
7.2	Resistência das barras e anéis do rotor em gaiola	132
7.3	Classificação dos fluxos e indutâncias da máquina	134
7.4	Indutância de ranhura do estator	135
7.5	Indutância zigue-zague (topo de dente)	140
7.6	Indutância de inclinação de ranhuras	141
7.7	Indutância de cabeças de bobinas do estator.....	142

7.8	Indutância harmônica ou diferencial do estator	144
7.9	Indutância de dispersão total do estator	148
7.10	Indutância de ranhura do rotor	148
7.11	Indutância dos anéis do rotor	151
7.12	Indutância zigue-zague do rotor.....	152
7.13	Indutância diferencial (ou harmônica) do rotor	153
7.14	Indutância de inclinação de ranhuras do rotor	155
7.15	Considerações finais sobre as indutâncias de dispersão do rotor.....	155
8	Modelagem para ranhuras fechadas no rotor	156
8.1	Introdução	156
8.2	Origem da saturação da reatância do rotor.....	157
8.3	Substituição de reatância variável no rotor por fonte de tensão fixa	165
8.4	Prova da imperfeição analítica do modelo anterior.....	172
8.5	Equacionamento do modelo proposto para regime senoidal permanente..	175
8.6	Conclusões	177
9	Ensaio clássico com abordagem de ranhuras fechadas no rotor	178
9.1	Introdução	178
9.2	Relação do modelo com ensaios de rotor bloqueado	179
9.3	Ensaio a vazio na frequência nominal.....	184
9.4	Ensaio sob carga como motor e gerador	193
9.5	Fluxograma para simulação em regime permanente.....	194
9.6	Comparações entre resultados de simulações e ensaios.....	196
9.7	Conclusões	199
10	Perdas suplementares	200
10.1	Introdução	200
10.2	Perdas superficiais no rotor.....	204
10.3	Perdas superficiais no estator	207
10.4	Efeitos da saturação na indutância diferencial do rotor em gaiola.....	209

10.5	Perdas por pulsação de fluxo nos dentes do estator e rotor.....	217
10.6	Perdas por pulsação de fluxo na gaiola a vazio.....	224
10.7	Efeitos das harmônicas de degrau e ranhura sobre os campos no entreferro	225
10.8	Fatores de amplificação das perdas suplementares com carga	229
10.8.1	Relações entre campos com e sem ranhuramento	229
10.8.2	Perdas superficiais no rotor.....	230
10.8.3	Perdas por pulsações nos dentes do rotor	233
10.8.4	Perdas adicionais na gaiola do rotor	234
10.8.5	Conclusões sobre as perdas suplementares com carga	238
11	Resultados e discussão	240
11.1	Introdução	240
11.2	Modelo clássico da máquina de indução.....	240
11.3	Modelo proposto com ranhuras fechadas e perdas suplementares.....	241
11.4	Comparação da potência reativa absorvida.....	242
11.5	Comparação da potência ativa absorvida e fornecida	245
11.6	Comparação dos conjugados no eixo	246
11.7	Diferenças dos resultados considerando ou não as perdas suplementares ..	247
11.8	Conclusões finais sobre o modelo proposto.....	248
12	Conclusões e Recomendações	251
12.1	Conclusões	251
12.2	Principais contribuições	252
12.3	Publicações.....	254
12.4	Recomendações para trabalhos futuros	254
	Referências	255
	APÊNDICE A - Harmônicos espaciais de f_{mm} de enrolamentos trifásicos.....	265
	APÊNDICE B - Reflexão das impedâncias do rotor para o estator	271
	APÊNDICE C - Efeito pelicular para barras retangulares	274
	APÊNDICE D - Inclinação das ranhuras.....	277

APÊNDICE E - Inclusão das grandezas dos anéis nas barras do rotor	280
APÊNDICE F - Considerações sobre as perdas no ferro no ensaio a vazio.....	282
APÊNDICE G - Abertura equivalente de ranhura no caminho principal.....	285
APÊNDICE H - coeficientes da série de condutância de entreferro	287
APÊNDICE I - Condutância magnética do entreferro	293
APÊNDICE J - Harmônicas diferenciais do estator e do rotor	299
Anexo A - Curva B x H – Chapa Magnética.....	305
Anexo B - Curvas Características do Motor.....	306
Anexo C - Curva perdas – Chapa magnética.....	307
Anexo D - Dados originais do fabricante	308

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo se dedica à apresentação da centenária máquina de indução, passando rapidamente pelo seu histórico de utilização como motor e se detendo mais no seu uso como gerador. É dada mais ênfase à máquina com escorregamento negativo porque há a hipótese de que ela, trabalhando mais saturada, possa ter deficiência no modelo. O objetivo é apresentar contribuições ao modelo para a máquina trabalhando neste contexto.

1.1 Histórico

A máquina de indução foi inventada na penúltima década do século XIX quase simultaneamente, porém de forma independente, por Galileo Ferraris na Itália e por Nicola Tesla nos Estados Unidos da América. Este motor trabalhava com corrente alternada bifásica num enrolamento produzindo um campo magnético rotativo. O rotor não tinha alimentação por uma fonte elétrica clássica, mas, sim, possuía correntes geradas por indução eletromagnética o que lhe deu o nome de motor de indução. Imediatamente, na Alemanha, Dolivo-Dobrowolski, baseado nestes inventos, produziu o motor de indução trifásico com gaiola melhorando consideravelmente estas ideias (KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2017).

Esta máquina evolui e acabou se tornando a mais utilizada de todas as máquinas elétricas devido à sua simplicidade de construção, baixo custo, robustez e conseqüentemente baixo custo de manutenção.

A velocidade do campo girante, chamada de velocidade síncrona, depende diretamente da frequência da corrente alternada do estator e inversamente do número de polos da máquina. Para induzir as correntes no rotor é necessário que o rotor gire sempre com velocidade diferente da velocidade síncrona para que haja indução das correntes no rotor e produza conjugado. Esta diferença de velocidades é chamada de escorregamento.

Já no início do século XX foi descoberto que se o rotor fosse girado, por uma fonte de potência mecânica, acima da velocidade síncrona, o estator da máquina funcionava como uma fonte de energia, alimentado a rede ligada ao estator com energia ativa. Assim, a máquina de indução também passou a ser operada como gerador e chamada de gerador de indução. No entanto, a operação como gerador ficou infinitamente aquém do uso que tinha como motor por causa de uma série de dificuldades que são analisadas ao longo deste documento.

Com a crescente demanda de energia e as questões ambientais resultantes do uso das fontes de energia clássicas, originadas em combustíveis fósseis e em grandes aproveitamentos hidroelétricos, o uso de fontes alternativas de energia, como eólica, ondas e hidráulica de pequeno porte, passou a dar oportunidade de uso do gerador de indução que é mais adequado quando a fonte de potência mecânica não tem boa uniformidade no tempo.

No caso em foco, o gerador de indução de rotor gaiola, um dos problemas é garantir que o rotor do gerador opere acima da velocidade síncrona sob carga, pois a maioria das fontes de potência mecânica é de baixa velocidade.

Uma solução é fabricar o gerador com grande número de polos, baixando a velocidade síncrona, e com isto aumentando o peso do gerador. Outra solução é usar ampliadores de velocidade com polias e correias nos casos mais simples ou caixas de engrenagens nas máquinas de maior potência. Neste caso o gerador permanece leve, porém surgem o peso, as perdas, ruídos e manutenção do amplificador como elementos indesejáveis. Quando for possível o acoplamento direto este geralmente é preferido.

O gerador de indução, sem uso de eletrônica de potência, pode fornecer energia CA sob frequência constante, mesmo que a máquina primária tenha velocidade variável (desde que esteja conectada a uma rede existente) e isto é um diferencial a favor dos geradores de indução em relação aos clássicos geradores síncronos que exigem rígido controle do conjugado da máquina primária por questões de estabilidade.

A geração distribuída no Brasil está embasada na Resolução 482/2012 da ANEEL modificada pela Resolução 687/2015 que regulamenta a microgeração e a minigeração. Como incentivo ao uso de energias renováveis ela estabelece que o consumidor pode gerar energia de forma sustentável e fornecer o seu excesso à concessionária. Esta resolução, no entanto, limita a microgeração distribuída a uma potência menor ou igual a 75 kW, enquanto a minigeração distribuída a centrais geradoras com potência instalada superior a 75 kW e menor ou igual a 5 MW, em ambos os casos para cogeração qualificada ou fontes renováveis de energia elétrica (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA, 2012).

Neste sentido, abre-se uma grande oportunidade para o uso de geradores de indução na geração distribuída.

1.2 Objetivos e Contribuições

O objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo mais adequado à máquina de indução às condições de saturação desta máquina quando utilizada como gerador para fins de utilizá-lo como fonte de energia e conectá-lo a uma rede de energia existente, integrando-o a um sistema de geração distribuída conforme estabelecem as normas atuais sobre o assunto. Apesar da operação em sistemas isolados não ter sido abordada aqui entende-se que parte dos estudos sejam úteis para os mesmos.

É analisado o uso do motor de indução comercial, sem nenhuma adaptação no seu circuito elétrico e magnético, para gerar energia ativa recebendo apenas circuitos auxiliares como capacitores, chaves e dispositivos de proteção.

Para este objetivo são estudadas as características de projeto e de comportamento em regime permanente destas máquinas para a finalidade de operação como gerador.

Já é conhecido que o gerador trabalha com induções mais altas no entreferro (e nas outras partes) do que o motor, para a mesma frequência e tensão nos terminais. A hipótese que é levantada é se o modelo clássico do motor de indução é suficiente para modelar a máquina nesta condição de operação. Além deste aspecto são estudados outros que possam melhorar o modelo da máquina.

Dentro deste objetivo é necessária uma revisão bibliográfica sobre o assunto de maneira a identificar o estado da arte e os requisitos técnicos de fornecimento de energia aos consumidores.

Também são executadas diversas simulações através de modelos de circuito elétrico de regime permanente equilibrado, simulações pelo Método dos Elementos Finitos e ensaios no laboratório.

De uma maneira geral, num projeto de aproveitamento de energia para uso de geradores de indução, devem ser levados em conta os seguintes aspectos:

- Tipo de máquina primária e seu método de controle (ou não) da velocidade.
- Influência do tipo e da relação da caixa de engrenagens na escolha do número de polos do gerador.
- Forma de conexão à carga/rede (direta ou através de eletrônica de potência) com o respectivo dispositivo de atenuação de transitório de conexão.

- Aspectos construtivos da máquina como número de polos, dimensões do pacote magnético, tipo de gaiola, qualidade dos materiais e enrolamento, potência, tensão e frequência.
- Especificação e avaliação de custo dos acessórios necessários ao funcionamento, proteção e controle do funcionamento.
- Obtenção dos parâmetros do modelo do gerador para as simulações de funcionamento.
- Análise de comportamentos em regime permanente como regulação de tensão e de frequência, no caso de funcionamento isolado.
- Análise de comportamento nos transitórios de autoexcitação, tomada de carga e de rejeição de carga.
- Avaliação das perdas em função da tensão, da carga e da velocidade da máquina primária.
- Cálculo do consumo de reativos e do fator de potência em função da carga e da velocidade da máquina primária.
- Análise da qualidade da energia produzida, sob o ponto de vista de continuidade de serviço, variabilidade de tensão e frequência e conteúdo harmônico da tensão.

Naturalmente neste trabalho não são abordados todos os itens mencionados acima. Optou-se em explorar a modelagem do gerador a partir da modelagem do motor já bem conhecida. Partiu-se da hipótese de que o comportamento da máquina de indução, sob escorregamento negativo, não tem uma modelagem que contemple completamente as particularidades do gerador, especialmente aquelas ligadas às condições mais saturadas em que a máquina opera, principalmente quando a máquina possui ranhuras fechadas na gaiola. A saturação magnética de qualquer parte da máquina acaba dando origem à geração de harmônicos espaciais na indução do entreferro (ou interferindo na mesma) e aumentando o consumo de reativos, ruídos e nas perdas da máquina.

O texto principal vai abordar as harmônicas espaciais de f_{mm} geradas pelo enrolamento assim como pela presença de ranhuras no estator e no rotor. Também são obtidos de forma analítica todos os parâmetros do modelo de regime permanente, incluindo o efeito das ranhuras fechadas por ponte saturável no rotor. Os resultados analíticos (com e sem perdas suplementares) são comparados com resultados experimentais obtidos por ensaios na operação como motor e como gerador.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ponto de partida, como é universal em pesquisa, foi identificar o estado da arte da máquina de indução a respeito do seu uso e das suas formas de modelagens, em especial, com ela operando como gerador de indução. Como o conteúdo é bastante extenso, as bibliografias foram separadas em grupos que, grosseiramente, guardavam certa afinidade.

2.1 Publicações básicas

Com o aumento da demanda e a escassez das fontes clássicas de energia (hidro e térmica) percebeu-se que nenhuma forma de produção de energia, a priori, pode ser desprezada e passou-se a buscar outras fontes que até então não eram tão exploradas por serem até intermitentes.

Entre elas estão a energia solar, dos ventos, das ondas e de pequenos aproveitamentos hidroelétricos. O gerador de indução interligado à rede é uma boa opção quando a fonte de potência mecânica apresenta velocidade variável e se tem frequência fixa sem usar uma eletrônica de potência entre o gerador e a rede. Quando forem usados conversores CA-CC-CA, o gerador pode trabalhar na velocidade em que haja o melhor aproveitamento da energia da fonte primária sem importar a frequência gerada. No caso de uso de conversores CA-CC-CA outros geradores podem ser mais adequados como os síncronos com excitação elétrica ou a ímãs.

No final do século passado surgiram mais intensamente estudos e publicações sobre geradores de indução monofásicos e trifásicos, de rotor bobinado e de gaiola, com controles básicos e sofisticados.

Inicialmente é feita uma revisão dos princípios básicos dos aproveitamentos de geradores de indução em inúmeras situações relatadas na bibliografia ao longo do século passado e no início deste. Encontram-se relatos sobre o uso de geradores de indução em energia eólica, energia maremotriz, energia das ondas, pequenos aproveitamentos hidroelétricos e em muitas outras situações. À parte de outros aspectos, tentou-se grosseiramente organizar as publicações por assuntos e, dentro destes, usar uma ordem cronológica.

2.1.1 Publicações de contexto histórico e de visão geral

A primeira tentativa de uso do motor de indução como gerador ocorreu bem na primeira década do século passado. No caso citado, foi utilizado rotor bobinado para os experimentos. Neste artigo já foram obtidos excelentes conclusões com relação a diversos aspectos de funcionamento como gerador (STANLEY; FACCIOLI, 1905).

Em 1935 foi testado o gerador de indução com excitação por capacitores, não necessitando de um gerador síncrono para fornecer reativos (BASSETT; PORTER, 1935).

Em 1939 Wagner estabeleceu que a frequência do gerador autoexcitado seria muito próxima da frequência síncrona para um dado número de pares de polos e calculou a tensão em que o gerador iria aproximadamente operar (WAGNER, 1939).

Já em 2005 foi apresentada uma revisão geral sobre geradores de indução. Foram comparadas as diversas relações velocidade-frequência, os tipos de autoexcitação, formas de modelagem e inúmeros métodos de controle já publicados (BANSAL, 2005).

Foram abordadas as características dos geradores de gaiola autoexcitados e geradores duplamente alimentados dando uma visão geral sobre os mesmos (OLIVEIRA *et al.*, 2012).

A referência (OLIVEIRA *et al.*, 2012) no início desta década abordou a modelagem e as características dos geradores de gaiola autoexcitados e duplamente excitados para fins de uso em sistemas eólicos.

Um projeto e execução de um aproveitamento hidroelétrico de baixo custo com uma turbina Francis e com o gerador conectado à rede existente foi publicado na última década relatando a dificuldade de lidar com o não-controle de velocidade da turbina (NAIR *et al.*, 2014).

Outro trabalho relatou os transitórios advindos da conexão e desconexão de um gerador de indução à rede energizada através de um estudo teórico e de experimentação no laboratório (WIJAYA *et al.*, 2015).

Uma visão geral do uso de geradores de indução e dos métodos de controle de tensão é apresentada por Ryvkin (RYVKIN; ZIBOROV, 2016). Compara diversos tipos de geradores possíveis de serem usados para um aproveitamento hidroelétrico. Relata formas

de controle da tensão dos geradores de indução com gaiola excitados por capacitores e descreve a eletrônica de potência usada entre o estator do gerador de indução e a rede e apresenta alguma estratégia de controle.

Apesar da possibilidade de uso do gerador de indução, relatada no início do século, houve um grande desenvolvimento, por volta de 1930, de grandes sistemas elétricos de corrente alternada alimentados por geradores síncronos interligados fazendo uso de energia proveniente do petróleo, carvão, aproveitamentos hidroelétricos e nucleares. Devido ao grande crescimento do consumo de energia em todo o mundo, aumentou o receio do esgotamento das fontes de energia e começou a busca por energias renováveis e mais limpas assim como por uso mais eficiente da energia, por meio, por exemplo, de eletrônica de potência. (BOLDEA, 2017).

2.1.2 Publicações sobre estudos de topologias

O segundo grupo de publicações está mais centrado nas topologias possíveis de implementação numa captação de energia com gerador de indução. Devido à extensão do material pesquisado é feita a apresentação das mais importantes ao trabalho.

Pela primeira vez, foi proposta a mudança do número de polos do enrolamento do estator do gerador para controlar a tensão em vez de mudar a capacitância. Apresentou vantagens no acionamento por turbinas eólicas onde a velocidade é muito variável. (AMMASAIGOUNDEN; SUBBIAH; KRISHNAMURTHY, 1986).

No final da década de 1990 pesquisadores indianos apresentam uma rotina de projeto de máquinas de indução e traçam um paralelo entre cinco delas projetadas como gerador. (MURTHY; SINGH; SANDEEP, 1988). Continuando os trabalhos do grupo (MURTHY; JHA; NAGENDRA RAO, 1990) comparam o funcionamento de três máquinas: Uma de 220 kW acionada por uma turbina hidráulica, uma de 55/11 kW e outra de 22 kW, sendo ambas acionadas por turbina eólica. Chegaram à conclusão também que a categoria A NEMA é a mais indicada para uso em geradores.

Nesta mesma época foram comparados métodos de controle de tensão para geradores de indução autoexcitados, monofásico e trifásico, usando elementos passivos tais como capacitor em série com a carga, reator saturável em paralelo com a carga e transformador de

tensão constante, uma vez que componentes eletrônicos, na época, eram mais suscetíveis a problemas. Foi concluído que o uso de capacitores série, naquele contexto, era a melhor solução entre as três.

Um grupo de pesquisadores orientados por Faiz estabelece uma série de orientações sobre projetos de geradores autoexcitados. Foram projetadas três máquinas, de 11, 22 e 55 kW em que foi explorada a saturação magnética da coroa estatórica, foi usada gaiola de baixa resistência e ranhuras rasas com aberturas largas no estator para diminuir a reatância de dispersão e finalmente estabilizar a tensão do gerador. (FAIZ *et al.*, 1995).

No ano seguinte, foi abordado o comportamento de um gerador de indução acionado por uma turbina Wells conectado à rede. O trabalho estabelece a diferença entre levar ou não em conta a dinâmica da turbina no modelo dinâmico do estudo (YEGNA NARAYANAN *et al.*, 1996).

Outro trabalho analisa o impacto do consumo de reativos por um grande grupo de geradores de indução, como numa fazenda eólica, e propõe a redução da tensão na condição de baixa carga. O artigo propõe o uso de TRIACs, porém realiza ensaios com autotransformador, a fim de determinar a mínima tensão possível de manter a conexão (SUBBIAH; GEETHA, 1994).

A referência (QUISPE; ARIAS; QUINTERO, 1997) mostrou o uso de bancos chaveáveis de capacitores para a excitação do gerador de indução de 3,5 kW acionado por motor CC. Neste caso, um capacitor é mantido fixo para obter a tensão nominal a vazio e os outros dois são ligados conforme a exigência da carga. Foram chaveadas cargas importantes como um resistor de 3 kW e um motor trifásico de 2 cv, sendo que a tensão se recuperou dentro de poucos segundos após um transitório.

Nova abordagem é feita para controlar a tensão de um gerador de indução num sistema isolado. Propõe o uso de um único capacitor no lado CC de um inversor de tensão trifásico com corrente controlada por banda de histerese que faz a corrente fornecida pelo inversor ao gerador seguir a referência e manter a tensão constante. Como um dos resultados é mostrada a variação da indutância de magnetização em função da tensão de fase e da frequência (JAYARAMAIAH; FERNANDES, 2004).

Um circuito eletrônico com componentes totalmente analógicos foi usado para controlar o ângulo de disparo de chaves CMOS que ligam os capacitores no gerador.

Consegue manter a regulação de tensão em 5,6 % contra 28% no caso sem nenhum controle (FAIZ, 2005).

O compensador estático de energia reativa (*STATic synchronous COMPensator* – STATCOM - ou STATVAR) foi bastante explorado como forma de manter a tensão dos geradores de indução isolados. Algumas variações deste uso encontram-se em (CHEN; HSU, 2006), (JAIN; GUPTA; AGNIHOTRI, 2011), (PATEL; NAGERA; ROY, 2012), (TRAPP, 2013), (SAWETSAKULANOND; KINNARES, 2015), (VARMA; KUMARI, 2014) e (FLORES; DURON, 2016).

Outro grupo de pesquisadores analisa o comportamento de máquinas de indução semelhantes, um motor convencional e outra especialmente projetada, trabalhando como geradores de indução conectados numa rede de energia. Lineariza a curva de magnetização através de duas retas, uma para uso como motor e outra como gerador. Usa o modelo T de regime permanente dividido pela frequência base para obter o equacionamento e simulações pelo Método dos Elementos Finitos. Estabelece um guia para projeto de geradores de indução baseando-se no projeto de motores, porém visando a otimização como gerador para reduzir perdas no cobre, no ferro e melhorar a regulação de tensão. (SAWETSAKULANOND; HOTHONGKHAM; KINNARES, 2008) .

Novos trabalhos examinam um gerador de indução de gaiola conectado a uma rede que impõe frequência e tensão ao estator. Como o gerador é inerentemente consumidor de potência reativa o seu fator de potência é baixo exigindo correção com o uso de capacitores. (FLORES FILHO; DO NASCIMENTO, 2010), (NASCIMENTO; FLORES FILHO, 2010), (FLORES FILHO; NASCIMENTO, 2011), (NASCIMENTO; FLORES FILHO; NEVES, 2012)

Outro artigo apresenta um sistema baseado em tiristores para atenuar os transientes que ocorrem no momento da conexão entre o gerador de indução acionado por turbina eólica e a rede. Os autores (TUNYASRIRUT; WANGSILABATRA; SUKSRI, 2010) propõem a redução de tensão no gerador no momento da conexão através de *soft-starter* apresentando resultados teóricos e experimentais.

Uma análise de estabilidade de um sistema de conversão de energia com turbina Wells e geradores de indução usou modelo dq da máquina e da rede com sistema de referência girando na velocidade síncrona. Concluiu-se, pelas simulações, que o sistema de

energia por coluna oscilante de água pode ser estável sob diferentes condições de distúrbio (WANG; CHEN, 2010).

Em 2010 foi lançada a segunda edição do livro de projeto de máquinas de indução. (BOLDEA; NASAR, 2010). Ela traz uma extensa abordagem sobre os geradores de indução tais como o processo de autoexcitação, regulação de tensão e de frequência e a análise em regime permanente equilibrado e desequilibrado e análises dinâmicas sob várias condições de carga.

Uma nova abordagem foi relatada sobre a melhoria do CCT (*Critical Clearing Time*) usando métodos não convencionais que evitam simulações no tempo iterativas. Os geradores de indução em fazendas eólicas devem ter capacidade de atravessar uma falta sem perder a estabilidade. No caso é implementado um DVR (restaurador dinâmico de tensão) para manter o sistema alimentado durante a falta sem que o gerador tenha que ser desconectado da rede (AMUTHA; AARTHI; KALYAN KUMAR, 2012).

Outra publicação relata o controle da tensão de um gerador de indução para uma pequena geração hidroelétrica. No caso, quando a carga é reduzida, a tensão e frequência tendem a aumentar podendo danificar as cargas ainda conectadas. Nas pequenas gerações hidroelétricas o controle de vazão é muito caro e inviável economicamente. Neste caso é proposto um sistema simples em que uma resistência pura alimentada através de TRIACs para manter o ponto de operação do gerador fixo. O sistema todo foi construído e testado no laboratório (POKHREL; PARAJULI; ADHIKARY, 2012).

Durante uma falta, o gerador tende a aumentar a sua velocidade e, mesmo após a eliminação dela, o gerador poderá não voltar à condição estável. Para melhorar esta condição foi proposto por (ZAMANI *et al.*, 2012) o uso de uma rápida inversão de sequência de fases para frear o gerador e ele voltar a um escorregamento estável.

É sabido que nas baixas velocidades de ventos o gerador de indução fornece pouca potência ativa à rede, porém continua absorvendo muita energia reativa para sua excitação. O artigo em pauta propõe a redução da tensão sobre o estator e, com isso, a redução da corrente de excitação, das perdas magnéticas e das perdas ôhmicas até o limite em que não afete o fornecimento de energia ativa (BAKSH; ISLAM; AHMAD, 2013).

Uma visão geral do uso de geradores de indução monofásicos foi apresentada por (ION; MARINESCU, 2013). Quando a carga é predominantemente residencial, pode-se usar geradores de indução monofásicos ou trifásicos operando no modo monofásico com um

balanceamento de carga adequado para os enrolamentos. O artigo descreve diversas bibliografias sobre os requerimentos de excitação, aspectos dinâmicos e de regime permanente dos geradores operando no modo monofásico.

O grupo de Polinder fez uma revisão das tendências para sistemas de energia eólicos. Comparou diversos geradores de indução, bobinado e em gaiola, geradores síncronos com excitação a ímãs e com corrente, acionados diretamente ou com multiplicador de velocidade. Também explorou a conexão direta à rede e o uso de eletrônica de potência (POLINDER *et al.*, 2013).

Um novo método de controle de frequência e tensão de geradores de indução pelo controle da carga é proposto. Contrariamente ao método existente, onde há uma resistência dissipadora única junto ao gerador alimentada por um *chopper*, o autor propõe o uso desta energia dentro das residências, de forma distribuída. Assim, com uma fonte de potência mecânica incontrolável, é obtido um controle de tensão e frequência através de um pequeno *chopper* PWM (*Pulse Width Modulation*) em cada resistência onde pode ser usada a energia para aquecimento de água, por exemplo (ROODSARI; NOWICKI; FREERE, 2014).

Em 2014 é defendida uma tese de doutorado sobre as diretrizes analíticas para o projeto de geradores de indução com rotor em gaiola de esquilo (NASCIMENTO, 2014). Versou sobre um projeto completo de um gerador com mais de um tipo de gaiola para fins de validação dos modelos analíticos e resultados obtidos pelo método dos elementos finitos.

A mesma equipe publicou uma abordagem sobre geradores de indução com gaiola de cobre assimétrica obtendo melhorias de rendimento e de fator de potência (NASCIMENTO; FLORES FILHO, 2014).

Outro artigo estuda as características de geradores de indução trifásicos autoexcitados para uso adequado nas remotas regiões do Himalaia, onde é necessária robustez e baixa manutenção para ser usado em microssistemas isolados sem controle da máquina primária, porém com controle de impedância da carga (RATHORE; SINGH, 2014).

Um novo trabalho do laboratório de Singh relata os diversos meios já existentes de controlar a carga, mantendo-a num único ponto de operação a fim de manter constantes a frequência e tensão de um gerador de indução. Propõe o uso de um STATCOM para controlar a tensão, fator de potência e até desequilíbrios de carga e de um inversor trifásico (VFD) com controle vetorial (FOC) que alimenta um motor de indução trifásico (SINGH *et*

al., 2014). Assim o excesso de potência ativa é usado para acionar uma bomba para irrigação ou para elevação de água em residências e não gasto em uma resistência dissipadora.

No artigo a seguir é explorada a saturação magnética do gerador e o uso de capacitores série a fim de melhorar a capacidade de fornecer potência ativa e manter o perfil da tensão. Resultados experimentais e de simulação sugerem que a máquina que opera na região mais próxima da saturação magnética produz mais potência ativa para a carga e permite o uso sem controle de tensão desde que a mesma possa variar entre limites razoavelmente estreitos como em áreas rurais onde o custo de implantação e manutenção são pré-requisitos (IBRAHIM; LEIDHOLD, 2015).

Foi investigado também o regime permanente de um gerador trifásico em configuração TSCAOI (*Two Series-Connected And One Isolated*) onde duas fases ficam ligadas em série para a alimentação da carga e uma das fases é isolada e destinada à excitação (WANG *et al.*, 2015). São apresentadas simulações sob carga para validar o modelo.

Yukhalang em seu trabalho mostra a avaliação de comportamento de um gerador de indução trifásico operando como monofásico alimentando um conjunto de baterias junto com um painel solar. O estator possui uma ponte IGBT bidirecional que possibilita a máquina operar como motor ou como gerador. Outra meia-ponte oferece excitação para o gerador. A simulação mostrou um bom funcionamento para velocidade variável da máquina primária (YUKHALANG, 2015).

Jardan, em recente trabalho, traz uma visão geral das topologias usadas na autoexcitação de geradores de indução desde os primeiros artigos até os dias de hoje e aponta suas vantagens e aplicações (JARDAN *et al.*, 2016).

O artigo a seguir propõe a manutenção da frequência de um gerador de indução de dois enrolamentos por controle eletrônico da carga modificado (MELC). O sistema usa um retificador monofásico de onda completa com um *chopper* alimentando um único resistor de dissipação. Um circuito digital (F/V) lê a frequência e modifica a razão cíclica do *chopper* freando ou liberando o gerador para manter a sua frequência constante (KALLA; SINGH; MURTHY, 2016)

2.1.3 Publicações sobre parâmetros e modelagens analíticas

O terceiro conjunto de artigos se dedica mais aos estudos de parâmetros das máquinas e as formas de modelagem adotadas. Também foram escolhidos os mais significativos entre muitos.

Uma forma de modelar os geradores de indução autoexcitados em regime permanente foi apresentada onde todos os parâmetros do modelo T clássico são divididos pela frequência base. Neste caso, a frequência e a tensão são incógnitas a serem determinadas a partir de uma equação polinomial de quinta ordem e do conhecimento da curva de magnetização a vazio. Foi identificado que a frequência gerada não depende muito da capacitância do capacitor paralelo, mas, sim, da velocidade da máquina primária (OUAZENE; MCPHERSON, 1983).

Um trabalho de (MURTHY *et al.*, 1988) analisa quantitativamente um motor de indução convencional operando como gerador autoexcitado sob velocidade constante e carga resistivo-indutiva variável com alguns fatores de potência escolhidos. Utilizou o modelo T de regime permanente com os parâmetros divididos pela frequência base onde a frequência real e a tensão são incógnitas. Concluiu que a potência ativa fornecida, dentro dos limites térmicos da máquina, poderia em certos casos superar a potência nominal no funcionamento como motor.

Em 1992 é defendida uma tese sobre o modelo matemático da máquina de indução com efeitos de harmônicas espaciais de força magnetomotriz (NASCIMENTO, 1992). Trata do levantamento de parâmetros da máquina usando o Programa de Elementos Finitos EFCAD e formulações tradicionais. Modela a máquina para regime permanente e transitório.

No mesmo ano houve também uma comparação, em funcionamento autoexcitado, entre quatro máquinas de indução, três projetadas como motor e uma projetada como gerador excitado pela linha. Na modelagem, a variação da reatância de magnetização foi modelada por uma reta, linearizando em torno do ponto de operação. Foi usado o modelo T de regime permanente com os parâmetros divididos pela frequência base. Identificou-se que uma redução das resistências dos enrolamentos e das reatâncias de dispersão produz um melhor rendimento, melhor fator de potência e menor regulação de tensão. Foi concluído também que, se certa variação da tensão terminal é permitida, as máquinas de indução com projeto próprio podem operar como gerador autoexcitado sem necessitar de nenhum regulador de

tensão, desde que a carga seja resistiva pura e a velocidade seja mantida constante (SINGH; SINGH; JAIN, 1993).

Uma nova pesquisa foi feita para analisar operação desequilibrada de geradores de 3,7 kW e 55 kW conectados a uma rede de concessionária. Neste caso foi utilizada a teoria das componentes simétricas e dois campos girantes com um circuito T de regime permanente para cada componente. A tensão de entreferro é levemente superior no gerador em relação ao motor, o que eleva o ponto de operação no sentido da saturação magnética. Uma vez que a reatância de magnetização e a resistência de perdas no núcleo variam consideravelmente com a tensão de entreferro (e com o fluxo) os seus corretos valores foram usados conforme o desequilíbrio. Foi descoberto que o desequilíbrio de tensões desequilibra as correntes das fases do estator causando vibrações e oscilações de conjugado especialmente em baixas velocidades da turbina (GHORASHI *et al.*, 1994).

Uma interessante publicação apresenta um novo método analítico generalizado de cálculo da reatância de magnetização e reatância diferencial levando em conta a abertura das ranhuras e a inclinação das ranhuras do rotor de uma máquina de indução. Aborda também um método de obtenção da curva de indução no entreferro levando em conta a não linearidade do ferro dos dentes e coroas. Estes métodos foram comparados com outros e implementados no software SPEED (PC-IMD)[®] (IONEL *et al.*, 1998).

Outro artigo propõe o uso da Análise por Elementos Finitos para o regime dinâmico de um gerador de indução trifásico de gaiola pertencente a um sistema isolado de conversão de energia. Foi feita uma integração entre o software Flux2D e o Simulink para incluir saturação magnética, efeito pelicular, perdas no ferro que não são bem implementáveis num modelo de circuito elétrico. O magnetismo residual foi simulado por uma injeção de uma pequena corrente no entreferro. Os resultados numéricos foram validados por medições experimentais (TUDORACHE; MELCESCU; PATURCA, 2007).

Um estudo experimental foi proposto por (SUBRAMANIAN; RAY; ARAVIND, 2011) para a determinação do capacitor para um motor de indução operar como gerador num sistema eólico. Utiliza o método das admitâncias com frequência em p.u. para modelar o gerador onde a indutância de magnetização é expressa em função da corrente de magnetização.

Um novo artigo apresenta a aplicação do algoritmo de otimização DIRECT para analisar os geradores autoexcitados com a minimização da admitâncias do gerador de

indução sem separar a parte real da imaginária (KHELDOUN; REFOUFI; KHODJA, 2012). A mínima admitância fornece a reatância de magnetização e a frequência. Houve boa concordância entre os resultados previstos e os resultados experimentais.

Uma abordagem interessante sobre a modelagem de máquinas de indução com ranhuras fechadas foi encontrada em (BOGLIETTI *et al.*, 2012) . No caso a impedância saturada do rotor é substituída por uma não saturada e por uma fonte de tensão em série. Este artigo foi especialmente útil, não só no embasamento de parte importante deste trabalho, mas também para apontar uma incorreção analítica no mesmo.

O artigo a seguir apresenta uma comparação de resultados em regime permanente de dois motores comerciais, um convencional e outro de alto rendimento no uso como gerador de indução autoexcitado e como gerador conectado à rede (WANG; CHUANG; PROKHOROV, 2015). Foram usadas as técnicas de elementos finitos e a do modelo de circuito equivalente. Usa transformação dq e considera a variação da indutância com a saturação magnética. Permite calcular a velocidade e a capacitância mínima para possibilitar a autoexcitação.

O grupo do GRUCAD apresentou recentemente um trabalho sobre autoexcitação de geradores de indução que usa o método dos elementos finitos em que foi implementado o método de Jiles-Atherton para caracterizar o laço de histerese. No seu trabalho é usado o MEF-2D acoplado a um circuito externo onde estão os capacitores e a carga. Usa um tensor de relutividade diferencial para acoplar o laço de histerese ao método de elementos finitos (PADILHA *et al.*, 2016).

Um estudo sobre o efeito da inclinação das ranhuras do rotor sobre o comportamento de um gerador de indução conectado à rede é apresentado (SAWETSAKULANOND; V. KINNARES, 2016). Os resultados mostram que a inclinação causa o aumento das reatâncias de dispersão e da resistência do rotor, enquanto que há uma redução da corrente no transiente da conexão do estator à rede.

2.1.4 Publicações sobre estratégias de controle

O quarto conjunto de publicações que vem a seguir é voltado às técnicas de controle adotadas pelos softwares que controlam a eletrônica de potência, bastante presente quando são usados geradores de indução.

Uma importante contribuição foi feita no controle de um gerador autoexcitado por técnicas de controle clássico para manter a tensão nos terminais chaveando capacitores através de semicondutores na passagem da tensão por zero. O gerador era movido por um motor de combustão interna com um cilindro de quatro tempos. (BERNAYS JR, 1982).

Outra publicação relata um gerador de indução autoexcitado conectado a uma rede de energia através de um retificador, uma etapa CC e de um inversor trifásico com comutação pela rede. Já usa técnicas digitais com o uso de transformação de coordenadas dq. (NATARAJAN *et al.*, 1987).

Uma análise de um gerador de indução conectado a uma rede por um controlador de tensão com tiristores em antiparalelo foi relatada por (ABDEL-HALIM; ALMARSHOUD; ALOLAH, 2001). Foi utilizada a técnica de análise dinâmica com sistema de referência abc-dq pseudo-estacionária pois considera o estator trifásico e o rotor bifásico. Não modela a variação dos parâmetros em função da saturação magnética. O método permite controlar a potência ativa e reativa, porém introduz conteúdo harmônico na tensão.

Pesquisadores taiwaneses introduziram a análise dos autovalores e autovetores da máquina concluindo sobre a posição dos polos no funcionamento como motor e como gerador autoexcitado. Na análise todos os parâmetros do gerador são considerados constantes, com exceção da reatância de magnetização, que é obtida por testes e aproximada por uma curva polinomial de terceiro grau. (LI WANG; CHING-CHUNG TSAO, 2001).

Pesquisadores sob a mesma orientação estudaram um gerador de indução, excitado por capacitores que é conectado a uma rede e submetido a distúrbios equilibrados. São analisados o regime permanente e os aspectos dinâmicos tais como degrau de conjugado da máquina primária e desconexão da rede. Foi utilizada a modelagem dinâmica com sistema dq de referências girando na velocidade síncrona. Notou-se que o gerador atua em ponto de operação elevado no sentido da saturação magnética quando o escorregamento é aumentado no sentido negativo. Foi percebido que quanto maior for o banco de capacitores maiores são os transientes e menor o rendimento do gerador (WANG; YA-FENG YANG; SUNG-CHUN KUO, 2002).

Um novo trabalho explora a estabilidade de funcionamento de um gerador de indução conectado a uma rede inspirado na análise transiente de estabilidade usada para sistemas de potência. No caso, são desprezados transientes rápidos do estator e do rotor focando na relação conjugado-escorregamento da máquina, semelhante ao ângulo de carga das máquinas síncronas. A análise, entre outras, centra-se no estudo da desconexão e reconexão do gerador em um tempo tal que o escorregamento não atinja valores impossíveis de recuperar a estabilidade (DIVYA; NAGENDRA RAO, 2004).

Uma nova publicação propõe usar o gerador de indução autoexcitado movido por turbina eólica em que a conexão do estator à rede de energia é feita por meio de dois inversores em configuração *back-to-back* com uma etapa CC. O gerador é modelado por sistema dq com sistema de referência na velocidade síncrona. Foi utilizada a técnica de IFOC (*Indirect Field Oriented Control*) para manter a tensão na etapa CC constante e obter a máxima energia da turbina (ORABI *et al.*, 2004).

Foi apresentado por (KISHORE; PRASAD; KARAN, 2006) um estudo sobre o controle da tensão e da frequência de um gerador isolado, autoexcitado por capacitores, e com um inversor para controlar a excitação. O modelo do gerador usa sistema de referência dq estacionário. O controle da corrente de excitação foi feito por banda de histerese.

A análise e o projeto de um controle eletrônico de carga para geradores de indução trifásicos/monofásicos, excitados por capacitor, a fim de controlar a tensão sob potência de entrada constante a ser usado num pequeno aproveitamento hidroelétrico foi publicado por (SINGH; MURTHY; GUPTA, 2006). Um retificador e um *chopper* são usados para alimentar dissipador resistivo único conforme a tensão crescer. Desta forma o gerador trabalha num ponto fixo de operação sendo necessário apenas um capacitor fixo para se autoexcitar a manter a tensão.

Em 2007 foram comparadas duas propostas de controle de tensão de um gerador de indução excitado por capacitores em operação isolada com velocidade variável. A máquina é modelada por um sistema de referência orientado pelo fluxo magnético do rotor a fim de obter controle independente de fluxo magnético e conjugado. Foram implementadas duas estratégias de controle do fluxo magnético do rotor e comparadas. Um inversor trifásico é comandado de forma a injetar as correntes necessárias no estator e na carga. (IDJDARENE *et al.*, 2007)

Um conversor em matriz permite fluxo bi-direcional de potência com correntes de entrada e saída sinusoidais e fator de potência controlável. Este conversor permite um projeto compacto devido à ausência da etapa CC e do respectivo capacitor. Um algoritmo baseado em vetores de espaço é usado para controlar a matriz regulando o conjugado e a corrente de magnetização do gerador de indução em gaiola. O trabalho propõe o uso do controle vetorial adotando o sistema de referência orientado na direção do fluxo do rotor. A posição do rotor é obtida através de um estimador baseado no Sistema Adaptativo por Modelo de Referência uma vez que não usa *encoder*.

Em 2010 foi proposta uma estratégia de compor painéis fotovoltaicos e geradores de indução movidos por turbinas eólicas sem sensores de posição. Foi usado o pacote Matlab/Simpower para implementar uma técnica de controle baseada na transformação abc-dq0 e usando fasores de espaço, com sistema de referência girando na velocidade síncrona (SIVAKUMAR; ARUTCHELVI, 2010).

(MARGATO *et al.*, 2011) propuseram um sistema de controle para um gerador de indução em gaiola com retificador/inversor num sistema isolado acionado por turbina hidráulica. Foi usada uma técnica baseada no controle vetorial com orientação ao fluxo magnético do rotor levando em conta os efeitos da saturação da máquina, a velocidade e a tensão desejada. Foi usado para excitar o gerador um inversor de tensão com corrente controlada.

Um novo artigo relata um controle indireto da corrente de um inversor duplo de tensão colocado entre o estator do gerador e a carga/rede. O sistema gerencia o fluxo bidirecional de energia com controle dinâmico da tensão através da etapa CC do mesmo. Consegue trabalhar de modo isolado e ligado à rede (VERMA; PANT; SINGH, 2011).

No mesmo ano, foi apresentado um modelo completo do comportamento dinâmico e de regime permanente de um gerador de indução. Nas simulações dinâmicas usa a transformação dq com referência fixa no estator fazendo uso de seis fasores de espaço. As análises passam pelo conhecimento de autovalores e autovetores pelo uso das transformações de similaridade. A simulação fornece curvas 3D para a indutância de magnetização em função da velocidade (escorregamento) e da capacitância de excitação porém não considera as perdas no ferro (VIEIRA; SHARAF; ELGAMMAL, 2011).

Uma nova abordagem usando a teoria pq para compensar a necessidade de potência reativa de um gerador de indução. Esta teoria pq dá uma definição generalizada de potência

reativa instantânea que é válida para correntes sinusoidais ou não, sistema balanceado ou não e para presença ou não de correntes de sequência zero. Esta abordagem foi usada para controlar um STATCOM para um sistema contendo geradores de indução. É um sistema de controle de corrente onde a corrente real segue a referência através de uma banda de histerese (SUMATHY; PRAKASH, 2012).

Também foi apresentado um estudo sobre STATCOM para mitigar flutuações de tensão e melhorar a qualidade de energia em um sistema de energia eólico com geradores de indução. Utilizou placas de aquisição comerciais com comunicação em tempo real com Matlab/Simulink junto com estratégias de controle e transformação dq0 (TIAN; WANG; LIU, 2012).

Outro trabalho relata um novo sistema de controle de um gerador de indução com orientação indireta do sistema de referências ao fluxo do rotor (IRFO) no qual as perdas magnéticas e a saturação magnética são tomadas em conta e calculadas em tempo real. As perdas magnéticas são expressas em função do fluxo magnetizante e da frequência, e o nível de saturação magnética é expresso como função da corrente de magnetização (BAŠIĆ; VUKADINOVIĆ, 2013). Ambas as características são obtidas de ensaios a vazio. A resistência de perdas é incluída na resistência do estator através de um equivalente Thevenin. O gerador usa um retificador e um inversor na saída para a carga / rede.

O uso de compensação através de compensação capacitiva série (SSSC) e sua comparação com compensador estático (STATCOM) foi descrita por (CHAUHAN; JAIN; SINGH, 2013) na alimentação de cargas estáticas e dinâmicas. A técnica usa controlador proporcional integral para gerar a corrente de referência que determina os disparos do inversor de tensão com corrente controlada. Ambos os sistemas de compensação providenciaram comportamento satisfatório.

A referência (MAHATO; SINGH; SHARMA, 2013) analisa o comportamento transiente de um gerador monofásico usando uma máquina trifásica devido ao chaveamento de cargas dinâmicas como motores de indução monofásicos. O modelo dinâmico do gerador e do motor de indução é baseado no sistema dq com referência estacionária incorporando saturação cruzada. A técnica dos autovalores foi também empregada para examinar as condições transientes do sistema gerador de indução–motor de indução.

(RAJENDRAN *et al.*, 2013) relatam um controle de potência reativa de um gerador de indução para sistema eólico usando compensador estático (STATCOM). Neste caso

foram usados fasores espaciais com sistema de referência girando na velocidade síncrona. Foram comparados o controle de corrente do inversor por histerese e por regulador linear quadrático (LQR). As simulações e os resultados experimentais mostraram que a técnica sugerida mantém o fator de potência perto da unidade.

Noutro estudo, o gerador possui dois inversores opostos e uma etapa CC. É feita uma comparação entre métodos de controle de conjugado de geradores de indução tais como o proposto Controle Direto de Conjugado com Histerese Modulada (MHDTC) com Controle Direto de Conjugado tradicional (DTC) e Controle por Orientação de Campo (FOC). O método proposto objetiva manter a frequência de chaveamento e obter baixo THD na corrente fornecida à rede (REKIOUA *et al.*, 2013).

Outro artigo estuda a máxima capacidade de geração de energia ativa num gerador de indução autoexcitado. O problema é tratado como um problema de otimização multivariável utilizando a rotina “*fmincon*” do Matlab. Os resultados da simulação são comparados com valores experimentais (HAQUE, 2014).

Rotinas de Matlab/Simulink foram desenvolvidas para analisar dinamicamente distúrbios da carga alimentada pelo gerador de indução e pela rede. O gerador foi modelado por referência dq fixas no estator para analisar os transientes na entrada e saída de carga no sistema (PAL; SANDHU, 2014a). O mesmo grupo estendeu os estudos para analisar faltas de pequena duração em diferentes pontos da rede (PAL; SANDHU, 2014b).

Outra publicação demonstrou o crescimento da tensão num gerador de indução autoexcitado movido por uma turbina eólica usando *Fuzzy Logic Control* (FLC) associado com Controle Vetorial orientado pelo Fluxo do Rotor. Neste caso há dois inversores opostos entre o gerador e a rede. O controle mantém a tensão constante na etapa CC entre os inversores. Durante o crescimento da tensão, a variação da indutância de magnetização é levada em conta. (MEDDOURI; IDJDARENE; ABERBOUR, 2014).

Noutro artigo é abordado o problema do controle da velocidade de uma turbina eólica de três hélices, com 3 MW, pelo passo delas. Desta maneira é obtida a máxima potência mantendo a tensão constante na etapa CC do inversor proporcionando fator de potência unitário. É usado o método de Liapunov para manter estável o sistema de controle. Os resultados da simulação mostram que a estratégia é efetiva em termos de obtenção da potência máxima e controlar os reativos (OUASSAID; ELYAALOU; CHERKAOU, 2014).

Bouchiba e seu grupo relataram o cálculo da capacitância mínima e a máxima necessária para a autoexcitação e para a manutenção da tensão sob carga resistiva em um sistema isolado. Utilizou vetores de espaço, espaço de estado e indutância de magnetização variável na sua modelagem (BOUCHIBA; SALLEM; KAMMOUN, 2015).

(KUMAR; SUBBIAH; KUMARESAN, 2015). relatam seu trabalho com gerador de indução autoexcitado que alimenta uma microrrede através de um retificador e um inversor PWM com controle de corrente por banda de histerese. A simulação no Matlab/Simulink adota algoritmo genético.

(MASAUD; SEN, 2015) usa a transformada de Park com o simulador Matlab/Simulink para analisar o funcionamento do gerador de indução trifásico autoexcitado em operação isolada incluindo variação da carga e da velocidade da máquina primária. A variação da indutância de magnetização é considerada na modelagem.

O uso da técnica de *Model Predictive Control* (MPC) para controlar a tensão do gerador de indução pelo lado CC de um inversor PWM onde está um capacitor é publicada por (MEDDOURI; DAO; FERRARINI, 2015). O objetivo é manter a tensão constante no capacitor independente da carga e da velocidade da máquina primária. Na modelagem a variação da indutância com a saturação é considerada. É feita uma comparação com um controlador PID com lógica *Fuzzy*.

2.2 Conclusões sobre o estado da arte

Concluindo, diante da bibliografia explorada, nota-se que muito já foi pesquisado sobre o projeto, o comportamento, controle e uso dos geradores de indução. Nesta pesquisa bibliográfica muita publicação foi descartada devido ao direcionamento prévio para geradores com rotor em gaiola. Assim, os geradores de rotor bobinado, apesar de terem sido superficialmente analisados, não foram incluídos aqui por uma opção de direcionamento de estudos, porém, em muitos casos, o estudo do motor de indução foi naturalmente necessário.

A revisão bibliográfica foi então, sem um critério muito forte, dividida então entre grandes grupos dentro do tema gerador de indução. Entre eles se destacam:

a) Aspectos históricos, comparações entre outros tipos de máquinas em função do comportamento, custo e outros indicadores importantes.

b) Estudos de diferentes topologias tais como número de fases, tipos de gaiolas, tipos de conversores para a conexão do gerador à carga/ rede, dispositivos de suavização de conexão etc.

c) Estudos de parâmetros e do comportamento em regime permanente e transitório durante a autoexcitação e mudanças de carga ou velocidade da máquina primária.

d) Estratégias avançadas de disparos dos semicondutores para controle de tensão, frequência e conjugado e otimização do uso do gerador.

Diante dos aspectos apresentados e considerando o perfil e os interesses do laboratório de pesquisa e do estudante o estudo recaiu mais sobre o terceiro tema acima.

Optou-se, então, por aprofundar alguns aspectos de geradores de indução de rotor em gaiola que ainda não foram integralmente abordados neste extenso período. Dentre estes aspectos está a modelagem analítica, numérica e experimental do ramo de excitação como indutância de magnetização e resistência de perdas no ferro, assim como de outras reatâncias e resistências em função do escorregamento. Tendo em vista que a máquina entra mais na zona de saturação magnética do ferro quando ela opera com escorregamentos negativos há a hipótese de que o modelo de regime permanente, já consagrado para o motor, não seja suficientemente preciso para gerador.

Assim o esforço deste trabalho é no sentido de analisar o modelo de regime permanente da máquina de indução e propor possíveis alterações no mesmo para que seja também adequado na operação como gerador.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Este tópico destina-se a mostrar o objeto de estudo, uma máquina de indução trifásica tradicional, em seu funcionamento em regime permanente, como motor e como gerador. Descreve também os estudos teóricos necessários que serão revisados, os equipamentos, os ensaios e os procedimentos que serão utilizados para criar e testar o modelo que está sendo proposto.

3.1 Introdução

O objetivo do trabalho é produzir um modelo para máquinas de indução com rotor em gaiola com capacidade de prever o seu funcionamento mesmo em condições mais saturadas, tal como acontece quando ela trabalha na região de escorregamento negativo. É feito inicialmente uma abordagem analítica sobre os aspectos gerais da máquina como enrolamentos do estator e do rotor e suas *fmm*s. Após este estudo clássico, oriundo da bibliografia, é feita uma análise pelo Método dos Elementos Finitos para mapear as linhas de indução no interior da máquina e identificar pontos críticos. De posse deste conjunto de informações já é esperado ter condições de propor e testar modelos para a máquina. Paralelamente a isto são feitos ensaios a vazio, com rotor bloqueado e ensaios sob carga para validação dos modelos até atingir um nível aceitável de confiabilidade dos modelos.

3.2 Descrição da máquina

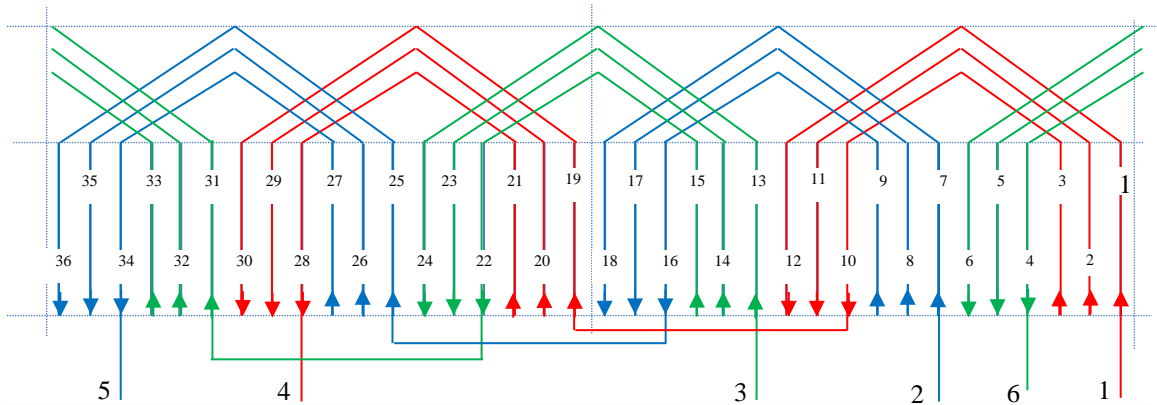
Todo o estudo se dá sobre um motor de indução trifásico de rotor em gaiola comercial. Como características nominais tem-se: Marca Voges, quatro polos, 60 Hz, 1715 rpm, 3 cv (2,2 kW), 220 V/8,1 A(D) / 380V, 4,7 A(Y), TFVE, IP 55, Isolação classe F, categoria N.

O pacote do estator possui 36 ranhuras semiabertas. O seu enrolamento é de camada única, polos consecutivos, com grupos de bobinas concêntricas com passos 7, 9 e 11 ranhuras. Os fios do enrolamento são formados de dois condutores em paralelo com bitolas 21AWG: (0,724 mm/0,4111 mm²) e 22AWG (0,643 mm/0,3247mm²) com 37 espiras em cada bobina formando 111 espiras por grupo e 222 espiras em série por fase conforme mostra a Figura 1.

O diâmetro equivalente, para uma mesma seção, do conjunto de fios é 0,9678 mm.

O núcleo magnético é de chapas de 0,5 mm de aço carbono tratado termicamente sendo que o pacote de chapas tem fator de empilhamento de 0,95. O comprimento do pacote é de 100,0 mm sem espaços axiais de ventilação. As demais medidas estão expressas sobre a vista da chapa conforme a Figura 2.

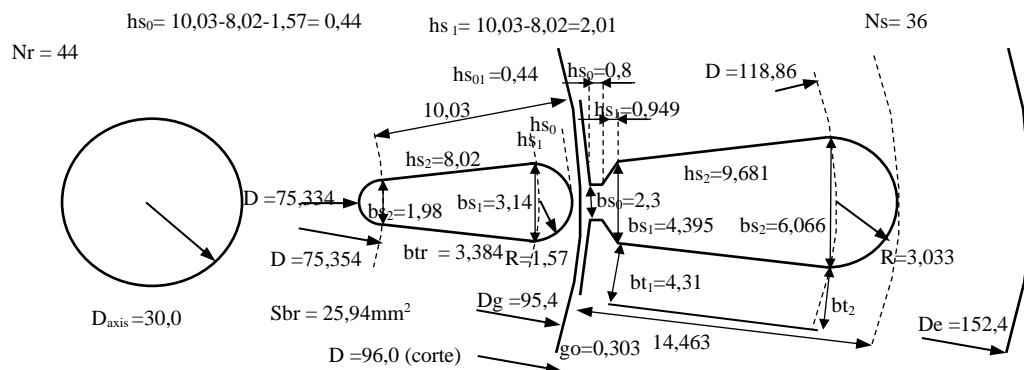
Figura 1 - Diagrama planejado do enrolamento da máquina sob estudo



Fonte: Autor.

O rotor possui 44 ranhuras sem inclinação com gaiola simples, sem inclinação, de alumínio puro injetado. A área das barras é $25,94 \text{ mm}^2$ enquanto a dos anéis é 227 mm^2 . Em especial, o rotor possui ranhuras fechadas o que determina uma abordagem particular para obtenção dos parâmetros do modelo sendo objeto importante deste estudo.

Figura 2 - Dimensões principais do pacote magnético expressas em mm.



Fonte: Autor, adaptado dos dados do fabricante.

3.3 Análise das harmônicas de *fmm* dos enrolamentos

O estudo desta máquina inclui uma abordagem clássica sobre forma de onda da *fmm* de enrolamentos distribuídos e a sua análise sob o ponto de vista de harmônicas espaciais. O ataque destes assuntos é necessário para elucidar conceitos e apreciá-los quantitativamente, de forma a permitir a dedução de equações de indutância de dispersão, indutância diferencial e também as relações envolvidas na determinação analítica das perdas suplementares a ser desenvolvidas nos capítulos finais.

3.4 Análise da influência das variações de relutância no entreferro

É sabido que o entreferro introduz variações na curva de indução além daquelas que o próprio enrolamento, por sua distribuição espacial, já produz. Para tratar deste assunto é necessário fazer uso do conceito de condutância magnética do entreferro. Trata-se de um assunto de relativa profundidade permeado de conceitos relacionados a harmônicas espaciais de origem na distribuição de relutância na periferia do entreferro.

3.5 Fluxo de entreferro, curva de magnetização e indutância de magnetização

A máquina é explorada pelo Método dos Elementos Finitos usando os softwares Ansys Electronics® e Speed®, usando simulações estáticas e dinâmicas, buscando em especial a distribuição de fluxos nas diversas partes da máquina dando uma informação e visual e quantitativa que pode ser explorada para melhor interpretar os parâmetros magnéticos.

A variação da indutância de magnetização com o escorregamento é um ponto importante da análise pois a mudança de operação, desde a condição motor até a condição gerador, modifica a tensão de entreferro e conseqüentemente o fluxo de entreferro. Este aspecto é importante na avaliação de consumo de potência reativa em toda a faixa de operação pois este tipo de máquina é sempre consumidor de reativos.

3.6 Resistências e reatâncias de dispersão

Os parâmetros da máquina como resistências e reatâncias de dispersão também são estudados de forma analítica baseados em farta bibliografia. Este assunto, apesar de já

bastante explorado, não possui uma unanimidade entre seus autores o que leva à necessidade de comparar primeiro os resultados de mais de uma fonte para depois confrontá-los com resultados de testes com a finalidade de validação junto aos resultados de ensaios.

3.7 Reatâncias de dispersão em ranhuras fechadas no rotor

Com relação aos parâmetros do rotor, o fato das ranhuras do rotor serem fechadas exigiu um estudo teórico pormenorizado para levar em conta corretamente o efeito da saturação desta ponte de fechamento da ranhura. Neste caso foram obtidas informações preciosas da bibliografia que alavancaram o desenvolvimento do modelo, necessitando, no entanto, serem corrigidas em certos aspectos que é visto em capítulo próprio.

3.8 Validação do modelo para máquinas com ranhuras fechadas no rotor

Para a validação do modelo proposto é necessário as instalações e equipamentos do Laboratório de Máquinas Elétricas, Acionamentos e Energia (LMEAE) da UFRGS. Para a medição da resistência CC a frio e na temperatura de operação são necessários termômetros a álcool para a medição da temperatura ambiente e a de um poço de medição no pacote magnético do estator para verificar a estabilidade da temperatura e ponte RLC digital para medir a temperatura média dos enrolamentos. Para os ensaios de rotor bloqueado e ensaio a vazio são necessários fontes de tensão de frequência e tensão ajustáveis assim como tacômetro, torquímetro e equipamentos de aquisição de dados. Destes testes são obtidos os parâmetros para serem usados nos modelos de regime permanente.

Estes ensaios permitem a comparação dos valores dos parâmetros obtidos analiticamente com aqueles extraídos dos testes clássicos. Havendo diferenças entre eles deve-se decidir quais parâmetros são usados no modelo para simulação da operação sob carga. Para o ensaio sob carga é necessário, além dos instrumentos já mencionados, também um motor CC com um conversor de quatro quadrantes que permita acionar a máquina de indução abaixo e acima da velocidade síncrona. Assim é possível comparar as simulações com os ensaios.

3.9 Análise de perdas suplementares

Também um estudo analítico sobre perdas suplementares é necessário para complementar esta análise da máquina de indução. Para este fim é necessário buscar, em bibliografias específicas, uma profunda abordagem sobre a influência das harmônicas espaciais de f_{mm} e de condutância magnética sobre as perdas adicionais no ferro e na gaiola.

3.10 Conclusões sobre os modelos

Com estas informações adicionadas no modelo sob estudo da máquina obtêm-se curvas de potência ativa, reativa e de conjugado que são comparados aos resultados do modelo clássico e finalmente aos resultados de ensaios sob carga. Neste ponto pode-se juntar os resultados, compará-los e validá-los no funcionamento em toda a faixa de operação da máquina de indução, especialmente na condição gerador, que foi a motivação inicial de todo o trabalho proposto.

4 DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE *FMM* E INDUÇÃO NO ENTREFERRO

Este tópico será uma revisão da bibliografia a respeito da forma de onda das *fmm*s em função dos tipos de enrolamentos quantificando as suas harmônicas espaciais.

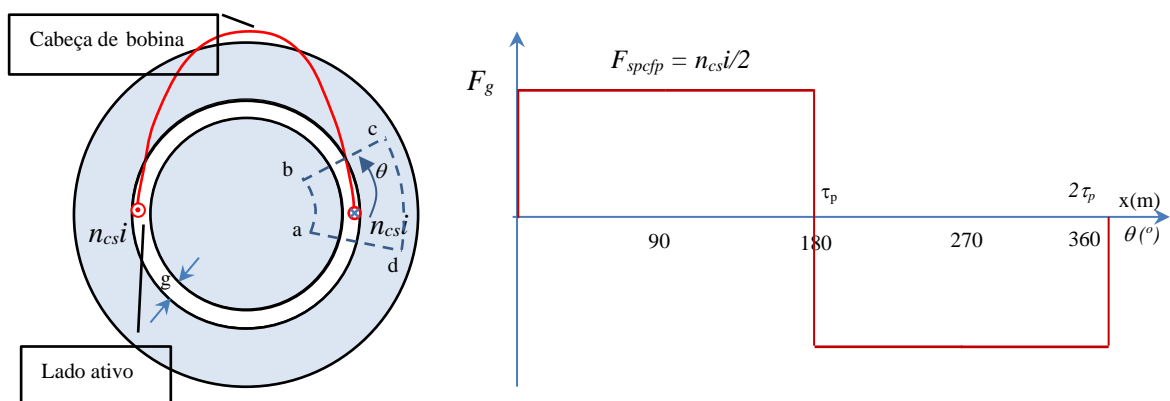
4.1 Introdução

Este capítulo revisa os conceitos de enrolamentos típicos de máquinas de indução polifásicas especialmente na sua sistematização através da abordagem por séries de Fourier a fim de subsidiar o cálculo de grandezas como fatores de enrolamento, reatância diferencial, perdas suplementares etc. Usa como ponto de partida a Lei de Ampère e outros conceitos do eletromagnetismo de baixa frequência.

4.2 Enrolamento elementar com entreferro liso

Inicialmente, é mostrada na Figura 3 uma máquina bipolar teórica em que os condutores do enrolamento do estator estão localizados no entreferro (de espessura g_0) e são supostos ocupando um ângulo espacial infinitamente pequeno. Também se pode imaginar que existem ranhuras infinitamente estreitas no estator, de modo a não alterar a relutância do entreferro.

Figura 3 - Máquina bipolar, sem ranhuras, com enrolamento concentrado



Fonte: Autor.

Utilizando a lei de Ampère ao longo de uma trajetória fechada que passa duas vezes no entreferro tem-se

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{env} \rightarrow \oint H dl \cos(\gamma_{Hl}) = I_{env} = F, \quad (1)$$

onde I_{env} é a corrente total envolvida pela amperiana, também chamada de força magneto motriz (*fmm* ou F) e γ_{Hl} é o ângulo entre o sentido de \vec{H} e de $d\vec{l}$

A integração se completa pelo ferro do rotor, por um trecho de ar, pelo ferro do estator e finalmente por outro trecho de ar. Supondo que a amperiana escolhida tem dois trechos radiais e dois tangenciais, o produto escalar se transforma num produto simples,

$$H_s \cdot l_s + H_{g1} \cdot g_0 + H_r \cdot l_r + H_{g2} \cdot g_0 = F_s + F_{g1} + F_r + F_{g2} = n_{cs} i, \quad (2)$$

onde $H_s, H_r, H_{g1}, H_{g2}, F_s, F_r, F_{g1}, F_{g2}, l_s, l_r, g_0$ são respectivamente as intensidades de campo, *fmm*s e comprimentos dos trechos no estator, rotor e entreferro, n_{cs} é o número de condutores por ranhura do estator (existente ou imaginária), e i é a corrente instantânea em cada condutor.

Nas abordagens clássicas, supõe-se o ferro com permeabilidade infinita de forma que se pode desprezar o produto $H \cdot dl$ nos trechos de ferro e considerar que toda a *fmm* gerada pelos condutores é concentrada só nos dois entreferros.

Desta forma, sobram duas componentes nas passagens radiais da linha amperiana pelo entreferro que são $H_{g1} \cdot g_0$ e $H_{g2} \cdot g_0$. Se uma das passagens for escolhida justamente onde H_g seja nulo, resta apenas a componente $H_g(\alpha)$ correspondente à posição geométrica ou mecânica α (ou x) medida a partir deste ponto. Num enrolamento simétrico, a componente radial da intensidade de campo magnético no entreferro (H_g) é nula bem defronte o centro dos condutores com corrente. Fixando um dos lados da amperiana nesse ponto e abrindo a mesma gradativamente de um ângulo α , a corrente no seu interior I_{env} vai variar conforme a distribuição espacial das correntes, obtendo-se, assim, a curva de *fmm* em função de α como mostrado na Figura 3.

Na Figura 3 observa-se que, quando o ângulo α é nulo, nenhuma corrente existe dentro da linha amperiana e a *fmm* é nula. Como o condutor tem dimensões infinitesimais, qualquer abertura do ângulo α causa a inclusão da metade da corrente daquele conjunto de condutores, ou seja, $n_{cs}i/2$ e a *fmm* passa a ter o valor $n_{cs}i/2$. À medida que o ângulo mecânico α for variado de 0 a 180° a corrente envolvida (ou a *fmm*) mantém o valor. Exatamente em 180° há a inclusão de mais correntes ($-n_{cs}i$), porém com sentido contrário à anterior, e a corrente envolvida (*fmm*) passa a ser $-n_{cs}i/2$ até chegar a 360°. Assim a onda de *fmm* produz

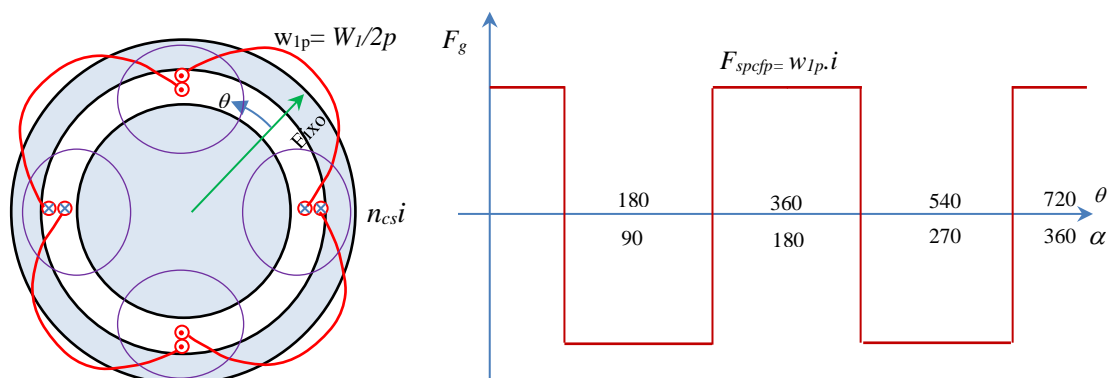
um ciclo completo ao longo da periferia do entreferro tendo seu valor de pico igual a $F_{spcfp} = n_{cs}i/2$.

Esta é a *fmm* obtida com enrolamento monofásico, concentrado e de passo pleno.

A distância (em m) entre o início e o final pode ser chamada de comprimento de onda e se for medida em graus mecânicos pode ser chamada de período mecânico. Observa-se que cada conjunto de condutores com corrente encontrada na periferia causa um degrau na *fmm* igual ao valor da corrente total destes condutores. Neste caso foi escolhido o ângulo α contado a partir do centro dos condutores e a função produzida lembra a função seno, porém, se o ângulo $\alpha = 0$ for escolhido exatamente entre os condutores, ou seja, no eixo magnético da bobina, se obtém uma curva semelhante à função cosseno mantendo a sua forma e o seu valor de pico.

A fim de generalizar, é analisada agora uma máquina multipolar com número de pares de polos igual a 2 ($p = 2$ ou $2p = 4$). Neste caso, para manter a simetria magnética, deve haver $2p$ conjuntos de condutores com correntes opostas ao longo da periferia do entreferro conforme Figura 4.

Figura 4 - Máquina multipolar com enrolamento concentrado e entreferro constante



Fonte: Autor.

Agora foi feita uma modificação comum nas máquinas CA que é distribuir todas as espiras de uma fase (W_1) de forma igual entre os seus polos. Assim, cada grupo de bobinas deve ter $w_{1p} = W_1/2p$ espiras e o número de condutores por polo é $n_{cs} = 2 w_{1p}$.

Buscando acompanhar um bom número de autores, foi deslocado o ponto de medição do ângulo α para o centro da bobina, ou seja, seu eixo magnético. Assim a cada vez que for encontrado um conjunto de condutores com $n_{cs}i$ amperes ocorre um degrau na onda de *fmm*

para cima ou para baixo. Pela observação da Figura 4 percebe-se que o valor de pico da fmm é a metade deste degrau, ou seja, $n_{cs}i/2$. Como $n_{cs}/2$ equivale ao número de espiras por polo w_{1p} tem-se, para enrolamentos simétricos, que o valor de pico da fmm no entreferro é obtido por

$$F_{spcfp} = w_{1p}i = \frac{W_1}{2p}i, \quad (3)$$

onde F_{spcfp} = Amplit. da fmm de enrolamento monofásico concentrado de passo pleno, W_1 é o número de espiras em série por fase do estator e i é a corrente instantânea considerada na fase.

Se houver caminhos em paralelo ($a > 1$) o número de espiras em série é diminuído, porém a corrente da fase i aumenta na mesma proporção de modo que a fmm de pico não é alterada. De qualquer modo, F_{spcfp} é o produto do número de espiras por polo pela corrente que passa nas espiras. Outro fato notável na Figura 4 é que em uma volta completa na periferia do entreferro (360° mecânicos) obtiveram-se dois ciclos completos de fmm (dois comprimentos de onda ou 720° elétricos). Daí parte a generalização

$$\theta_e = \theta = p \alpha, \quad (4)$$

onde $\theta_e = \theta$ é o ângulo espacial em graus elétricos e α em graus mecânicos

As curvas obtidas até agora são de fmm , ou seja, de correntes envolvidas pela amperiana. Pela lei de Ampère, a fmm é igual à soma de produtos $H.l$ ao longo da trajetória fechada. Como só sobrou um produto $F = H.l = H.g_o$ a intensidade de campo pode ser obtida ao longo da periferia do entreferro, na posição α ou θ por:

$$h_g(\alpha) = \frac{f_g(\alpha)}{g_o(\alpha)}, \quad h_g(\theta) = \frac{f_g(\theta)}{g_o(\theta)}. \quad (5)$$

No caso presente, intencionalmente, foi suposto que o entreferro g_o é constante em toda a periferia da máquina. Em estudos mais profundos e específicos como análise de excentricidade do rotor, presença de ranhuras e saturação de cabeça de dentes é estabelecida uma função que mostra a variação do entreferro equivalente (ou de seu inverso) em função do ângulo α .

Tanto α (ângulo mecânico) como θ (ângulo elétrico) são usados no texto, porém aqui é dada mais ênfase ao ângulo elétrico, medido em graus elétricos ($^\circ E$) ou radianos elétricos (radE).

No ar a relação entre B e H é linear e vale

$$b_g(\theta) = \mu_0 h_g(\theta) = \mu_0 \frac{f_g(\theta)}{g_0}, \quad (6)$$

onde a *fmm* $f_g(\theta)$ e a intensidade de campo $h_g(\theta)$ e indução $b_g(\theta)$ são constantes ao longo de um passo polar conforme a Figura 4. O ponto de inversão da *fmm* ocorre a 90°E do centro do polo, ou seja, bem defronte a ranhura onde estão os condutores. A indução no entreferro para enrolamento monofásico, concentrado de passo pleno é constante ao longo do passo polar.

$$B_{spcftp} = \mu_0 \frac{F_{spcftp}}{g_0} = \frac{\mu_0}{g_0} \frac{W_1}{2p} i. \quad (7)$$

O passo polar τ_p , em m, é obtido por:

$$\tau_p = \frac{\pi D_g}{2p} = \frac{2\pi R_g}{2p}, \quad (8)$$

onde D_g e R_g são, respectivamente, o diâmetro e o raio médio do entreferro (m).

A área de um polo S_p , em m², é obtida por

$$S_p = \tau_p l_g, \quad (9)$$

onde $l_g = l_{ax}$ é o comprimento axial da máquina (m).

O fluxo magnético por polo, em weber, para enrolamento monofásico concentrado de passo pleno é calculado por:

$$\phi_{gspcftp} = B_{spcftp} S_p = \mu_0 \frac{F_{spcftp}}{g_0} \tau_p l_g. \quad (10)$$

Uma onda espacial retangular $f(\theta)$ de valor máximo A (de *fmm*, de indução ou outra grandeza periódica) pode ser decomposta por uma série de Fourier em senos ou cossenos como em (11), (12) e (13) (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969), (SPIEGEL; LIPSCHUTZ; LIU, 2009), (BOLDEA; NASAR, 2010).

$$f(\theta) = \begin{cases} A; & 0 < \theta < \pi; \\ -A; & \pi < \theta < 2\pi; \end{cases} \quad f(\theta) = A \frac{4}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \text{sen}(h\theta) \quad (11)$$

$$f(\theta) = \begin{cases} A; & 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, 3\pi/2 < \theta < 2\pi \\ -A; & \pi/2 < \theta < 3\pi/2 \end{cases}; \quad f(\theta) = \frac{4}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \text{sgn}(h) \frac{\cos(h\theta)}{h} \quad (12)$$

$$\text{sgn}(h) = \text{sen}\left(h \frac{\pi}{2}\right) = (-1)^{(h-1)/2} \quad (13)$$

A ordem da harmônica espacial elétrica h é sempre ímpar, uma vez que os semiciclos positivos e negativos possuem simetria de quarto de onda. Assim, a onda retangular de fmm , para série em senos e cossenos, é, respectivamente, representada por:

$$f_g(\theta) = F_{spcfp} \frac{4}{\pi} \left\{ \text{sen}\theta + \frac{1}{3} \text{sen}(3\theta) + \frac{1}{5} \text{sen}(5\theta) + \frac{1}{7} \text{sen}(7\theta) + \frac{1}{9} \text{sen}(9\theta) \dots \right\} \quad (14)$$

$$f_g(\theta) = F_{spcfp} \frac{4}{\pi} \left\{ \cos\theta - \frac{1}{3} \cos(3\theta) + \frac{1}{5} \cos(5\theta) - \frac{1}{7} \cos(7\theta) + \frac{1}{9} \cos(9\theta) \dots \right\} \quad (15)$$

Ficou claro em (3) ($F_{spcfp} = \frac{W_1}{2p} i$) que a fmm de pico no espaço depende do valor instantâneo da corrente na bobina e não importa a sua forma de onda no tempo (se a corrente é contínua, alternada senoidal ou se possui harmônicos temporais).

A máquina sob estudo possui quatro polos ($p = 2$), comprimento axial $l_{ax} = 100,0$ mm, raio na linha média do entreferro $R_g = 47,85$ mm, entreferro constante $g_0 = 0,303$ mm, 222 espiras em série por fase e corrente fundamental por fase eficaz a vazio sob tensão nominal $I_{sNL} = 2,1$ A. Assim, pode-se obter os valores de pico no espaço correspondentes ao valor máximo da corrente no estator no tempo supondo enrolamento monofásico, concentrado em uma única ranhura por polo e passo pleno.

$$F_{spcfp} = \frac{W_1}{2p} i = \frac{222}{4} 2,1\sqrt{2} = 164,8 \text{ Ae/polo}$$

$$B_{spcfp} = \mu_0 \frac{F_p}{g_0} = \mu_0 \frac{164,8}{0,303 \cdot 10^{-3}} = 0,6903 \text{ T}$$

$$B_{spcfp1} = \frac{4}{\pi} B_{spcfp} = \frac{4}{\pi} 0,6903 = 0,8789 \text{ T (} h = 1, \text{ fundamental)}$$

$$B_{spcfp3} = -\frac{4}{\pi} \frac{1}{3} B_{spcfp} = -\frac{4}{\pi} \frac{1}{3} 0,6903 = -0,2929 \text{ T (p/cos); (+0,2929 T p/sen)}$$

$$B_{spcfp5} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{5} B_{spcfp} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{5} 0,6903 = 0,1758 \text{ T}$$

$$\tau_p = \frac{2\pi R_g}{2p} = \frac{2\pi \cdot 47,85 \cdot 10^{-3}}{4} = 75,16 \text{ mm}$$

$$S_p = \tau_p l_g = 75,16 \cdot 10^{-3} \cdot 100,0 \cdot 10^{-3} = 7516 \text{ mm}^2 = 0,007516 \text{ m}^2$$

$$\phi_{gspcfp} = B_{spcfp} S_p = 0,6903 \cdot 0,007516 = 5,188 \cdot 10^{-3} \text{ Wb/polo}$$

4.3 Enrolamento distribuído com entreferro liso

Continuando ainda com os enrolamentos do estator colocados no entreferro constante e agora distribuindo os condutores de uma fase relativos a um polo em mais de um local, obtém-se o enrolamento distribuído. Este conceito fica mais fácil de ser entendido se for pensado em ranhuras uniformemente distribuídas na superfície interna do estator, mesmo que infinitamente pequenas. O estator possui N_s ranhuras onde são colocadas as bobinas de m fases. Cada ranhura possui um ângulo espacial elétrico que vale:

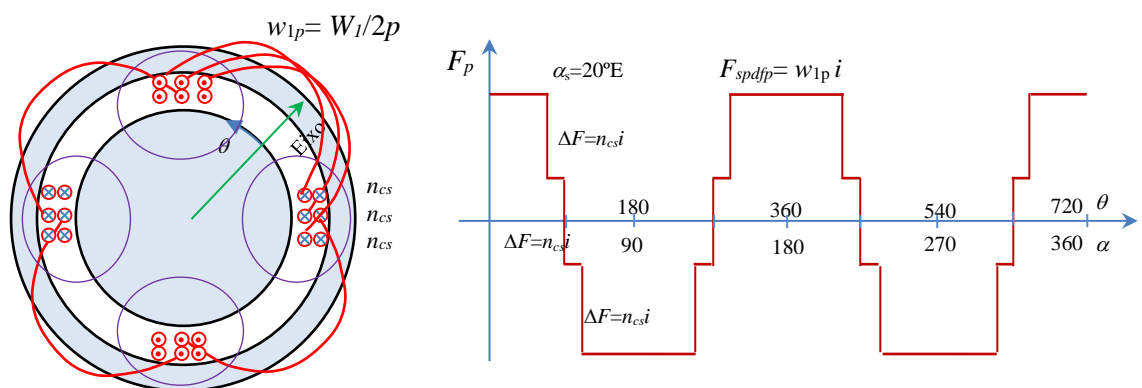
$$\alpha_s = \frac{360^\circ}{N_s} p \quad (^\circ\text{E}), \quad \alpha_s = \frac{2\pi}{N_s} p \quad (\text{radE}). \quad (16)$$

Assim cada fase ocupa N_s/m ranhuras por fase e as distribui uniformemente sob cada polo ficando então com q ranhuras por polo e fase.

$$q = \frac{N_s}{m 2p} \quad (17)$$

Esta grandeza diz muito sobre um enrolamento. Se $q = 1$ tem-se o enrolamento concentrado, se $q > 1$ o enrolamento é distribuído. Na grande maioria dos casos q é inteiro e em alguns casos mais raros q é fracionário e o enrolamento é chamado de fracionário. Este último não é tratado, pois foge ao escopo deste trabalho.

Figura 5 - Máquina multipolar com enrolamento distribuído



Fonte: Autor.

Na Figura 5 é mostrado um enrolamento distribuído com $q = 3$ e $\alpha_s = 20^\circ\text{E}$ ou $\pi/9$ radE. Algumas cabeças de bobinas foram suprimidas para não saturar a figura desnecessariamente.

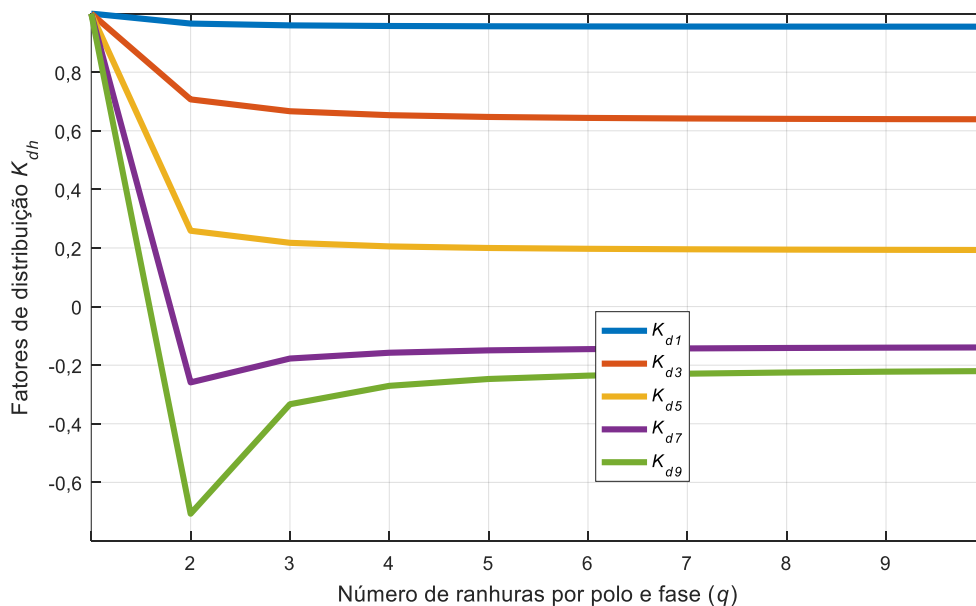
Neste enrolamento a fmm sofre um degrau a cada n_{csi} condutores que são incluídos na amperiana, porém o valor de pico permanece no mesmo valor que teria se fosse concentrado, ou seja, $F_{spdfp} = w_{1p}i$. Esta alteração da posição dos condutores do estator torna a onda de fmm mais próxima da senóide pura, ou seja, atenua fortemente algumas das harmônicas espaciais sem diminuir significativamente a fundamental. O mesmo acontece com as harmônicas temporais da fem induzida no enrolamento. Por estes e outros motivos o enrolamento distribuído é certamente muito mais usado do que o concentrado. A relação entre a amplitude da harmônica espacial de fmm no enrolamento distribuído e a amplitude correspondente no concentrado é chamada de fator de distribuição para esta harmônica.

A dedução dos seus valores é bastante comum na bibliografia da área (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969), (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006), (BOLDEA; NASAR, 2010) e não é mostrada; é dada por:

$$K_{dh} = \frac{\text{sen} \left(hq \frac{\alpha_s}{2} \right)}{q \cdot \text{sen} \left(h \frac{\alpha_s}{2} \right)} = \frac{\text{sen} \left(h \frac{\pi}{2m} \right)}{q \cdot \text{sen} \left(h \frac{\pi}{2mq} \right)}. \quad (18)$$

A Figura 6 mostra os valores dos fatores de distribuição para as harmônicas de baixa ordem quando o número de ranhuras por polo e fase é inteiro.

Figura 6 - Fatores de distribuição para harmônicas espaciais de baixa ordem com q inteiro



Fonte: Autor.

A Figura 6 mostra que o aumento do número de ranhuras por polo e fase não altera quase nada a fundamental, reduz um pouco a 3ª e significativamente a 5ª, a 7ª e a 9ª

harmônica. Em particular, a 17ª e a 19ª (não mostradas na figura) apresentam um fator de distribuição com o mesmo valor que a fundamental e têm um tratamento especial mais adiante.

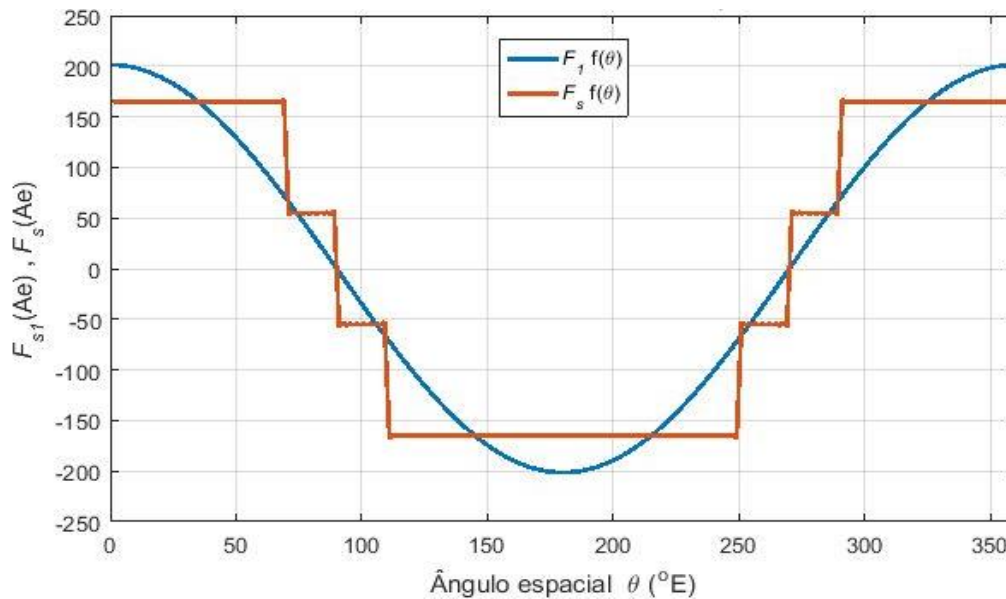
No caso da máquina em análise com $N_s = 36$ ranhuras e $2p = 4$ polos, tem-se, como exemplo, os valores da Tabela 1:

Tabela 1 - Fatores de distribuição do estator da máquina sob estudo.

q	α_s	K_{d1}	K_{d3}	K_{d5}
3	20° E	0,9598	0,6667	0,2176

Usando os valores dos coeficientes da série em cossenos e truncando-a numa ordem de harmônica suficientemente para reproduzir as descontinuidades (no caso, até a ordem 501) e os valores correspondentes dos fatores de distribuição para cada uma tem-se, para a máquina sob estudo, as curvas de fmm mostradas na Figura 7 correspondente à Figura 5.

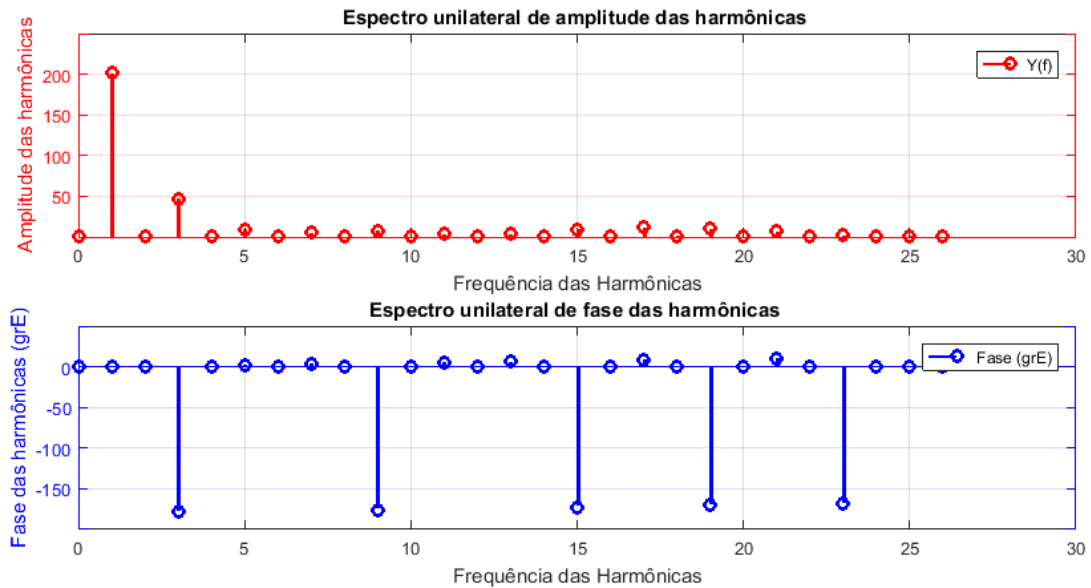
Figura 7 - Ondas de fmm real e fundamental com enrolamento distribuído ($q=3$) e bobina de passo pleno ($\beta_p = 100\%$), $W_l = 222$ e $I_{sNLpk} = 2,1\sqrt{2}$ A



Fonte: Autor.

Observando-se a Figura 7 e Figura 8, percebe-se a predominância da fundamental estando presente uma razoável terceira harmônica (46,73 Ae ou 23,2%) além da 5ª (4,6%) e 7ª (2,6%). Todas as outras harmônicas têm pouca representatividade uma vez que, considerando todas, a THD ficou em 27,0%.

Figura 8 - Espectro harmônico da forma de onda de fmm com enrolamento distribuído



Fonte: Autor.

4.4 Enrolamento distribuído com passo encurtado e entreferro liso

Em todos os casos anteriores cada bobina tinha seus lados ativos sob polos opostos a exatamente 180° um do outro. Este tipo de bobina é chamado de bobina de passo pleno.

No entanto, quando o enrolamento é de dupla camada, pode-se deslocar o final da bobina em direção ao seu início encurtando o seu passo. Define-se o passo de bobina relativo β_y como:

$$\beta_y = \frac{y}{\tau_p} = \frac{Y_b}{Y_p}, \quad ((19))$$

onde y , τ_p = passo de bobina e passo polar (m), Y_b, Y_p = passo de bobina e polar (em ranhuras)

O valor de β_y mais comum fica entre 0,8 e 0,85, mas se pode, em casos especiais, encontrar valores como 0,67 e até mesmo 0,5 (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969). A justificativa mais simplista é facilitar a bobinagem, reduzir o peso de cobre nas cabeças, mas a principal é melhorar a forma da onda de *fmm* no espaço e também a forma da onda temporal da *fem* induzida na fase.

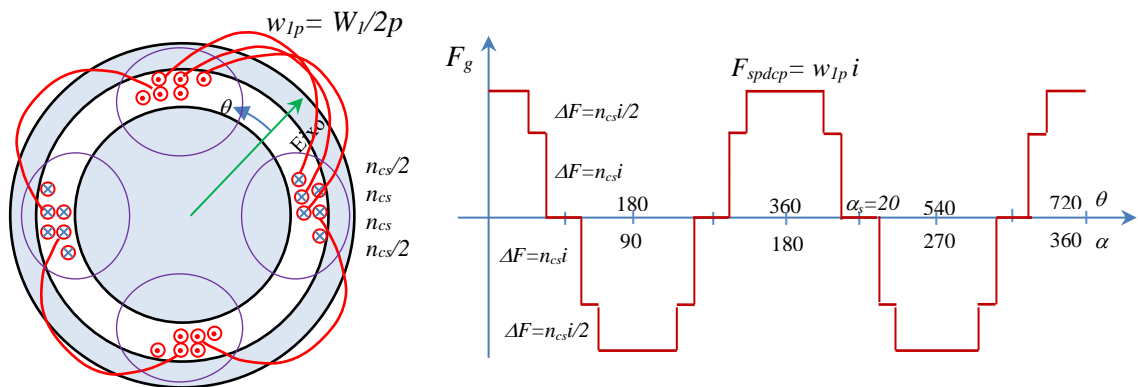
A Figura 9 mostra um enrolamento distribuído ($q=3$) com bobinas de passo encurtado em uma ranhura (α_s) em relação ao passo polar (180°).

Por inspeção da Figura 9 percebe-se que o valor de pico da fmm permanece o mesmo porque o número de condutores com corrente sob um polo permanece o mesmo. Há, no entanto, um pequeno deslocamento do eixo magnético da fase, (correspondente à metade da redução no passo da bobina) e a onda de fmm fica mais estreita no seu topo de um ângulo igual à redução do passo.

Isso causa alguma redução na fundamental da fmm porém reduz bem mais o conteúdo harmônico da onda de fmm (e de fem induzida).

Se os dois lados ativos das bobinas não estão a 180° E ($\beta_y < 1$), a soma das $fems$ induzidas não é mais escalar e sim fasorial e resulta num valor menor. Com relação à fmm do enrolamento ocorre algo semelhante. A relação entre o valor da harmônica de uma grandeza sob passo encurtado e a correspondente de passo pleno é chamada de fator de passo (K_p).

Figura 9 - Máquina multipolar com enrolamento distribuído e passo encurtado



Fonte: Autor.

A equação deste fator é bem conhecida e a sua dedução é facilmente encontrada na bibliografia (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969), (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006), (BOLDEA; NASAR, 2010) de modo que ela é apenas apresentada como:

$$K_{ph} = \text{sen} \left(h\beta_y \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left[h(1 - \beta_y) \frac{\pi}{2} \right]. \quad (20)$$

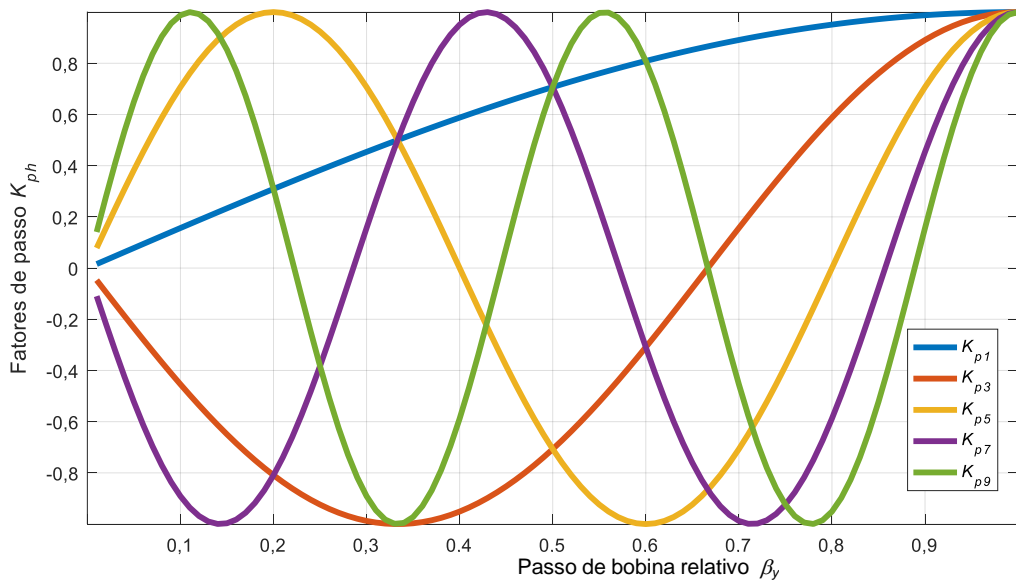
Realizando as operações para várias harmônicas e vários passos de bobina obtém-se a Figura 10. Por inspeção desta nota-se que, para passos relativos próximos de 0,85, atenuam-se duas importantes harmônicas: a 5ª e a 7ª. Para anular a 3ª harmônica seria necessário reduzir o passo a 66,7%, porém aí a fundamental cai a 86,6% do valor de passo

pleno. Existem outros recursos para anular a 3ª harmônica como é visto mais adiante, então este passo é pouco utilizado.

O produto dos fatores de distribuição e de passo é chamado de fator de enrolamento.

$$\zeta_h = K_{wh} = K_{dh}K_{ph} \quad (21)$$

Figura 10 - Fatores de passo em função da ordem da harmônica



Fonte: Autor.

Para construir a forma de onda da *fmm* ou da *fem* a partir da série de Fourier devem-se utilizar os dois fatores conjuntamente, harmônica por harmônica usando (14) ou (15) conforme a série for em seno ou em cosseno.

$$f_g(\theta) = F_{spcfp} \frac{4}{\pi} [K_{w1} \text{sen}(\theta) + \frac{1}{3} K_{w3} \text{sen}(3\theta) + \frac{1}{5} K_{w5} \text{sen}(5\theta) + \frac{1}{7} K_{w7} \text{sen}(7\theta) + \frac{1}{9} K_{w9} \text{sen}(9\theta) \dots] \quad (22)$$

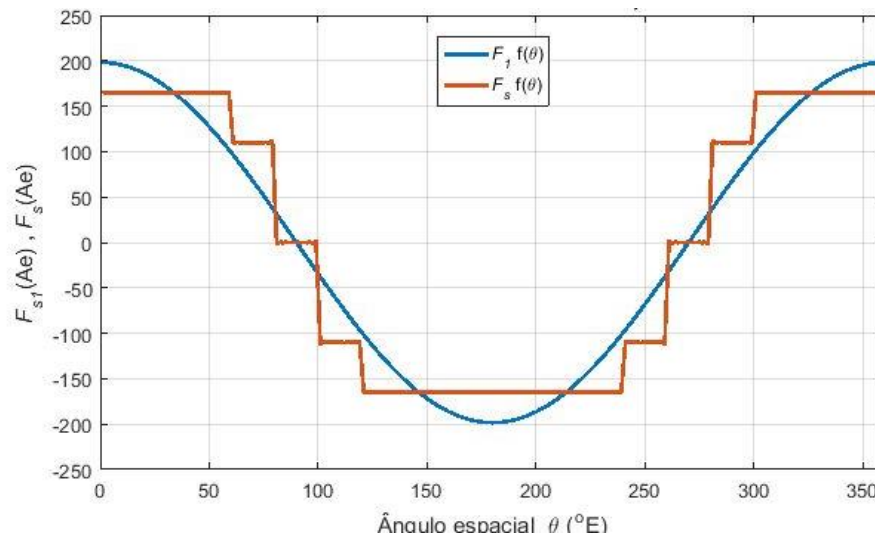
$$f_g(\theta) = F_{spcfp} \frac{4}{\pi} [K_{w1} \text{cos}(\theta) - \frac{1}{3} K_{w3} \text{cos}(3\theta) + \frac{1}{5} K_{w5} \text{cos}(5\theta) - \frac{1}{7} K_{w7} \text{cos}(7\theta) + \frac{1}{9} K_{w9} \text{cos}(9\theta) \dots] \quad (23)$$

Devido à sua importância, usando (3), é destacada a equação amplitude da fundamental (índice 1) da *fmm* instantânea monofásica (índice sp) do estator a vazio (índice o) como sendo:

$$F_{sp01} = \frac{4}{\pi} F_{spcfp} K_{w1} = \frac{4 W_1}{\pi 2p} i K_{w1} = \frac{4 W_1 K_{w1}}{\pi 2p} i. \quad (24)$$

Supondo que a máquina em estudo tivesse dupla camada e passo de bobina ($Y_b = 8$) e truncando a série na 501ª harmônica (suficiente para mostrar as descontinuidades) obtêm-se as ondas da Figura 11 geradas a partir da série de Fourier e dos fatores de enrolamentos.

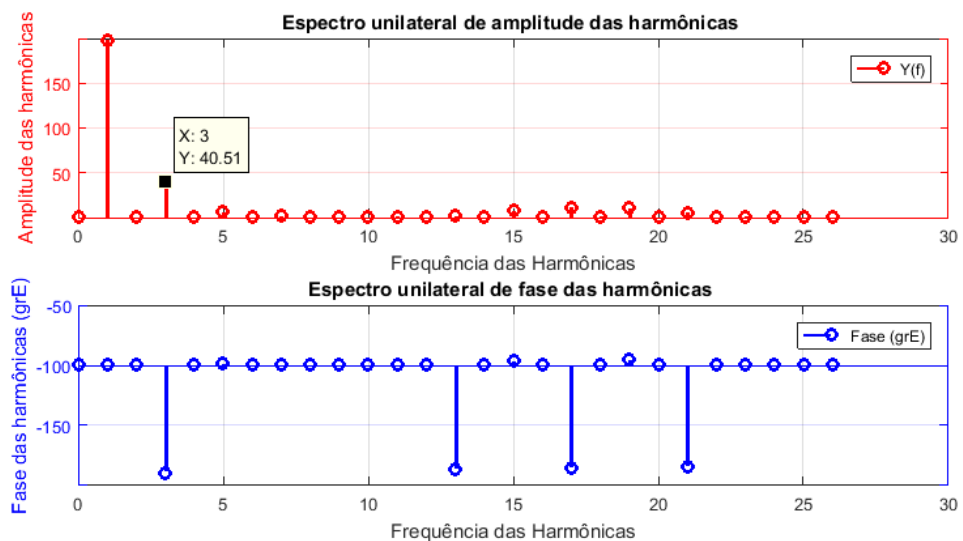
Figura 11 - F_{mm} real e fundamental no entreferro para enrolamento distribuído ($q=3$) e passo encurtado ($\beta_y = 89\%$), $W_1 = 222$ e $I_{sNLpk} = 2,1\sqrt{2}$ A



Fonte: Autor.

Com uma rotina de FFT obtêm-se os espectros de frequência da Figura 12.

Figura 12 - Espectro de harmônicas na f_{mm} no entreferro com enrolamento distribuído e passo encurtado



Fonte: Autor.

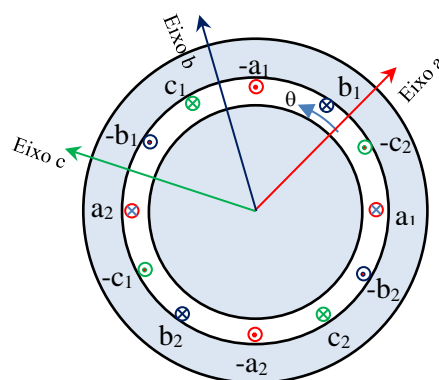
Na Figura 12 se observa a predominância da fundamental e a presença ainda forte da 3ª harmônica espacial com 40,51 Ae (20,4 %) que resulta em uma THD de 23,6 %. Este valor é menor do que o obtido com passo pleno (27,0%) mostrando que se fosse usado um passo encurtado reduziria o conteúdo harmônico nesta proporção. Concluindo, o uso de enrolamento distribuído e passo encurtado diminui o conteúdo harmônico da *fmm* criada pelo enrolamento do estator conforme é fartamente relatado na bibliografia.

4.5 *Fmm* de enrolamentos trifásicos no estator

Nas máquinas polifásicas existem mais enrolamentos iguais no estator deslocados no espaço de um ângulo igual a $360^\circ/p$ divididos pelo número de fases. Neste trabalho são apenas tratadas máquinas trifásicas, logo esta defasagem é 120° E ou $2\pi/3$ radE.

A Figura 13 mostra um enrolamento trifásico tetrapolar ainda muito simples. Cada fase possui quatro conjuntos de condutores com os sentidos de referência de corrente mostrados em $(a_1, -a_1, a_2, -a_2)$ para a fase a, $(b_1, -b_1, b_2, -b_2)$ para a fase b e $(c_1, -c_1, c_2, -c_2)$ para a fase c. Supondo que o eixo da fase a esteja sendo tomado como referência para contagem de distância no sentido antihorário ($x = 0$) ou de ângulo ($\theta = 0$), o eixo da fase b está localizado em $\theta_{bm} = 60^\circ \text{mec}$ ou $\theta_b = \theta_{bmp} = 120^\circ \text{E}$. Da mesma forma o eixo de c está em $\theta_{cm} = 120^\circ \text{mec}$ ou $\theta_c = 240^\circ \text{E}$.

Figura 13 - Máquina com enrolamento trifásico multipolar



Fonte: Autor.

A Figura 1 mostra o diagrama planificado real do enrolamento do estator da máquina de indução em estudo. Este tipo é chamado comumente de enrolamento de polos consequentes, concêntrico, de camada única. No caso ele possui $n_{cs} = 37$ condutores por ranhura, ou seja, 37 espiras por bobina totalizando $W_I = 222$ espiras em série por fase. O

passo polar é $Y_p = N_s/2p = 36/4 = 9$. Os passos de bobina Y_b do enrolamento concêntrico são diferentes e são obtidos por inspeção da Figura 12 onde se observa que $Y_b = \{7, 9, 11\}$. O deslocamento entre as fases é de 120° E (ou $2/3Y_p$) e, no caso, corresponde a 6 ranhuras.

Cada uma das fases individualmente produz fmm no entreferro com o mesmo conteúdo harmônico espacial. Quando as três fases atuam em conjunto há um somatório das harmônicas ao longo da periferia do entreferro causando fenômenos complexos, não só pela interação entre as harmônicas espaciais, mas também pela possível existência de harmônicas temporais das correntes das fases do estator.

Para tornar mais amena a abordagem são consideradas nesta etapa inicial apenas as fundamentais das fmm s como é feito por muitos autores (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969), (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006), (BOLDEA; NASAR, 2010), (BIM, 2018).

Para um funcionamento correto, equilibrado, as correntes no estator devem ser senoidais, iguais e defasadas de 120° E no tempo conforme a seguir.

$$i_{as}(t) = I_{sm} \cos(\omega_1 t + \theta_o), \quad (25)$$

$$i_{bs}(t) = I_{sm} \cos\left(\omega_1 t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right), \quad (26)$$

$$i_{cs}(t) = I_{sm} \cos\left(\omega_1 t + \theta_o - \frac{4\pi}{3}\right) = I_{sm} \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right), \quad (27)$$

onde I_{sm} é o valor máximo da fundamental da corrente do estator, ω_1 é sua velocidade angular, θ_o é o ângulo de avanço da corrente na fase a no instante $t = 0$ em relação à função $\cos \omega_1 t$ ($\theta_o > 0$ para avanço e $\theta_o < 0$ para atraso).

Somando as fundamentais das três fmm s no espaço a cada instante de tempo tem-se:

$$f_{s1}(t, \theta) = F_{sp1} \cos(\omega_1 t + \theta_o) \cos(\theta) + F_{sp1} \cos\left(\omega_1 t + \theta_o - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + F_{sp1} \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), \quad (28)$$

onde f_{s1} é a fundamental da fmm instantânea e local resultante das três fases do estator, F_{sp1} é a amplitude da fmm de pico de uma fase agindo sozinha.

Para esta análise é usada uma conhecida identidade trigonométrica:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]. \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s1}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp1}} &= \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) + \cos(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \\ &+ \cos\left(\omega_1 t + \theta_o - \frac{2\pi}{3} - \theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ &+ \cos\left(\omega_1 t + \theta_o - \frac{2\pi}{3} + \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &+ \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \frac{2\pi}{3} - \theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ &+ \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \frac{2\pi}{3} + \theta + \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s1}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp1}} &= \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) + \cos(\omega_1 t + \theta_o + \theta) + \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) \dots \\ &\dots + \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) \\ &+ \cos\left(\omega_1 t + \theta_o + \theta - \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s1}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp1}} &= 3 \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) + \cos(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \\ &+ \cos(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ &- \sin(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ &+ \cos(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ &+ \sin(\omega_1 t + \theta_o + \theta) \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ &= 3 \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta). \end{aligned} \quad (32)$$

$$F_s(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp1} \cos(\omega_1 t + \theta_o - \theta) \quad (33)$$

Para acompanhar (BOLDEA; NASAR, 2010) foi usada uma propriedade simples dos cossenos e a relação linear angular $\theta = \frac{\pi}{\tau} x$ chegando-se finalmente à equação da onda viajante:

$$f_{s1}(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp1} \cos(\theta - \omega_1 t - \theta_o), \quad (34)$$

$$f_{s1}(t, x) = \frac{3}{2} F_{sp1} \cos\left(\frac{\pi}{\tau} x - \omega_1 t - \theta_o\right). \quad (35)$$

As equações (33) - (35) mostram que a *fmm* resultante da ação conjunta de três correntes defasadas de 120°E é 3/2 do pico da *fmm* pulsante de uma fase agindo sozinha no entreferro. Se for escolhido um ponto fixo do entreferro ($\theta = cte, x = cte$), a *fmm* local varia com a frequência angular ω_1 . Se for fixado um instante de tempo ($t = cte$), a *fmm* apresenta-se com uma distribuição espacial cossenoidal no entreferro. Uma rápida análise mostra que esta *fmm* resultante se move com certa velocidade. Tomando-se um ponto rigidamente preso à curva de *fmm* (por exemplo, seu máximo) isso se reflete num valor constante do argumento do cosseno em θ e t . Para determinar a velocidade deste ponto em torno do entreferro deve-se derivar implicitamente ($\theta - \omega_1 t - \theta_o = K$) em relação a t :

$$\frac{d}{dt}\theta - \frac{d}{dt}\omega_1 t - \frac{d}{dt}\theta_o = \frac{d}{dt}K \rightarrow \frac{d\theta}{dt} - \omega_1 - 0 = 0 \rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \omega_1. \quad (36)$$

Então (36) mostra que a *fmm* resultante gira (espacialmente) numa velocidade angular elétrica $\frac{d\theta}{dt}$ igual à velocidade angular da corrente do estator cuja fundamental possui um valor de pico constante igual a:

$$F_{s1} = \frac{m}{2} F_{sp1} = \frac{m}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1 K_{w1}}{2p} \sqrt{2} I_{s1}, \quad (37)$$

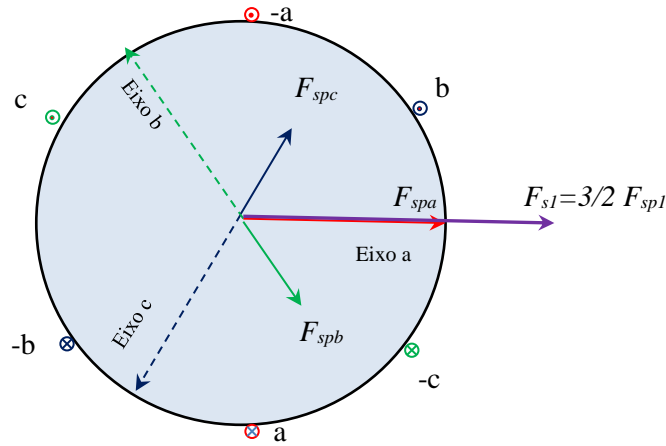
onde F_{s1} = Amplitude da fund. da *fmm* resultante do estator trifásico, F_{sp1} = amplitude da fund. da *fmm* de uma fase do estator (Ae), I_{s1} = corrente eficaz fund. de estator (A).

O ângulo inicial θ_o pode agora ser também interpretado como a posição inicial (para $t = 0$) da *fmm* resultante F_{sp1} em relação ao eixo da fase a (referência usada para medir o ângulo θ).

Como as *fmm*s são distribuídas espacialmente segundo uma senóide elas podem ser representadas como fasores defasados de 120°E um dos outros. Tomando-se os valores das correntes para um dado instante de tempo, por exemplo $t = 0$ ou $\omega t = 0^\circ E$, tem-se $i_{as} = I_{sm}$, $i_{bs} = -0,5 I_{sm}$ e $i_{cs} = -0,5 I_{sm}$ e, colocando num gráfico, obtém-se a Figura 14.

A Figura 14, válida somente para *fmm*s senoidais, mostra graficamente a soma de fasores correspondentes às *fmm*s de cada fase do estator ($F_{spa}, F_{spb}, F_{spc}$) num instante de tempo, confirmando a análise matemática previamente apresentada.

Figura 14 - Soma fasorial das fmm s das fases para obter a fmm resultante.



Fonte: Autor.

Esta fmm ideal (intensidade e velocidade constantes) é produzida quando não há harmônicas espaciais e a corrente não contém harmônicas temporais. A velocidade mecânica do deslocamento da onda de fmm , chamada de velocidade síncrona, é obtida por:

$$\omega_m = \frac{\omega_s}{p} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad \text{ou} \quad n_m = \frac{2\pi f_1}{p} \left(\frac{60}{2\pi} \right) = \frac{120f_1}{2p} \text{ [rpm]}. \quad (38)$$

Se não houver saturação das partes de ferro e o entreferro for constante (efeito de ranhuras desprezíveis, sem excentricidade) a onda de indução no entreferro também tem uma distribuição senoidal, valor de pico e velocidade de deslocamento constantes.

4.6 Fmm de enrolamentos trifásicos com harmônicos espaciais no estator

A fmm dos três enrolamentos agindo em conjunto, alimentados por correntes senoidais, ainda possuem harmônicas espaciais que podem ser obtidos por somas individuais, harmônica por harmônica, como descrito a seguir. A soma das fundamentais, como visto acima, causa uma resultante que gira com a velocidade síncrona no sentido trigonométrico (antihorário) com valor dado por (37).

Com relação à terceira harmônica espacial, supondo $\theta_0 = 0$ e considerando que a frequência angular temporal é ω_1 para todas as harmônicas, tem-se:

$$\begin{aligned}
f_{s3}(t, \theta) &= F_{sp3} \cos(\omega_1 t) \cos 3(\theta) \\
&+ F_{sp3} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left[3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\
&+ F_{sp3} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left[3\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right].
\end{aligned} \tag{39}$$

Fazendo transformações trigonométricas triviais mostradas no Apêndice A tem-se:

$$f_{s3}(t, \theta) = \frac{1}{2} F_{sp3}(0) = 0. \tag{40}$$

Concluindo, a *fmm* produzida por um enrolamento trifásico não possui harmônicas espaciais de 3ª ordem desde que alimentado por três correntes senoidais equilibradas (módulos iguais) e defasadas de 120°E. Pode-se provar, por raciocínio semelhante, que todas as harmônicas espaciais múltiplas de três também não existem (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969).

Com relação à quinta harmônica espacial, fazendo considerações semelhantes às usadas para a terceira, tem-se:

$$\begin{aligned}
f_{s5}(t, \theta) &= F_{sp5} \cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) + F_{sp5} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(5\theta - \frac{10\pi}{3}\right) \\
&+ F_{sp5} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(5\theta + \frac{10\pi}{3}\right).
\end{aligned} \tag{41}$$

Repetindo os passos anteriores conforme Apêndice A obtém-se:

$$f_{s5}(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp5} \cos(5\theta + \omega_1 t), \quad F_{s5} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_{s1} \frac{K_{w5}}{5}. \tag{42}$$

Tomando-se um ponto fixo sobre a curva de *fmm* (por exemplo, o pico), para que ele se mantenha fixo o argumento do cosseno deve ser constante ($5\theta + \omega_1 t = K$).

Derivando-se implicitamente em relação ao tempo leva a ($5 \frac{d\theta}{dt} + \omega_1 = 0$) e a:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega_1}{5}. \tag{43}$$

Concluindo, a *fmm* resultante do estator possui quinta harmônica espacial com amplitude igual a um quinto da fundamental (a menos da diferença do fator de enrolamento) que se move **em sentido contrário** ao do da *fmm* fundamental com um quinto da velocidade síncrona.

Adotando mesmo raciocínio para a sétima harmônica espacial da *fmm* resultante tem-se:

$$\begin{aligned}
f_{s7}(t, \theta) &= F_{sp7} \cos(\omega_1 t) \cos(7\theta) \\
&+ F_{sp7} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(7\theta - \frac{14\pi}{3}\right) \\
&+ F_{sp7} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(7\theta + \frac{14\pi}{3}\right).
\end{aligned} \tag{44}$$

$$f_{s7}(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp7} \cos(7\theta - \omega_1 t), \quad F_{s7} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_{s1} \frac{K_{w7}}{7}. \tag{45}$$

Para obter a velocidade angular $\frac{d\theta}{dt}$ da *fmm* procede-se como antes chegando a:

$$7 \frac{d\theta}{dt} - \omega_1 = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_1}{7}. \tag{46}$$

Então existe a sétima harmônica espacial na *fmm* resultante do estator com amplitude igual a um sétimo da fundamental (a menos da diferença do fator de enrolamento) que se move **no mesmo sentido** da *fmm* fundamental com um sétimo da velocidade síncrona.

Procedendo-se de modo semelhante em relação às outras harmônicas ímpares (11^a, 13^a, 17^a, 19^a ...) chega-se a (BOLDEA; NASAR, 2010, p.277):

$$\begin{aligned}
f_s(t, \theta) &= \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_s \left[\frac{K_{w1}}{1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w5}}{5} \cos(5\theta + \omega_1 t) + \right. \\
&\left. \frac{K_{w7}}{7} \cos(7\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w11}}{11} \cos(11\theta + \omega_1 t) + \frac{K_{w13}}{13} \cos(13\theta - \omega_1 t) \dots \right].
\end{aligned} \tag{47}$$

Generalizando, as harmônicas presentes na *fmm* resultante obedecem à relação

$$h = 6C_l \pm 1, \tag{48}$$

onde C_l é um inteiro positivo. Quando é usado o sinal (+) o sentido de giro é no mesmo sentido da fundamental e quando for (-) é no sentido oposto.

A equação (47) mostra a expressão da *fmm* resultante para as primeiras harmônicas espaciais. A referência (BOLDEA; NASAR, 2010, p.55) apresenta elegantes equações para determinar o sinal da harmônica genérica e o seu ângulo de fase para qualquer ordem. Conclui também que todas as harmônicas espaciais de *fmm*s existentes têm ângulo de fase nulo para a série em cossenos.

Todas as harmônicas espaciais expressa por (48) são chamadas de harmônicas de *fmm* e são geradas pela distribuição espacial dos condutores nas ranhuras do estator. Essas harmônicas possuem um fator de enrolamento que as atenuam em certa escala.

Há, no entanto, um grupo de harmônicas cujo fator de enrolamento é igual ao da fundamental, ou seja, ao tentar atenuá-las há a mesma redução na fundamental. Essas

componentes são chamadas de harmônicas de degrau (*step harmonics*) e têm as suas ordens expressas por:

$$h_d = C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1, \quad (49)$$

onde h_d = ordem da harmônica de degrau, C_1 é um inteiro positivo.

Substituindo na equação do fator de distribuição em (18) tem-se:

$$K_{dh} = \frac{\text{sen} \left(h \frac{\pi}{2m} \right)}{q \text{sen} \left(h \frac{\pi}{2mq} \right)} \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \frac{\text{sen} \left((C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1) \frac{\pi}{2m} \right)}{q \text{sen} \left((C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1) \frac{\pi}{2mq} \right)} = \frac{\text{sen} \left(C_1 \frac{N_s}{p} \frac{\pi}{2m} \pm \frac{\pi}{2m} \right)}{q \text{sen} \left(C_1 \frac{N_s}{p} \frac{\pi}{2mq} \pm \frac{\pi}{2mq} \right)}. \quad (50)$$

$$K_{dh} \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \frac{\text{sen} \left(C_1 \frac{mq2p}{p} \frac{\pi}{2m} \pm \frac{\pi}{2m} \right)}{q \text{sen} \left(C_1 \frac{mq2p}{p} \frac{\pi}{2mq} \pm \frac{\pi}{2mq} \right)} = \frac{\text{sen} \left(C_1 q \pi \pm \frac{\pi}{2m} \right)}{q \text{sen} \left(C_1 \pi \pm \frac{\pi}{2mq} \right)}. \quad (51)$$

$$K_{dh} \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \frac{\text{sen} (C_1 q \pi) \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2m} \right) \pm \cos (C_1 q \pi) \text{sen} \left(\frac{\pi}{2m} \right)}{q \left[\text{sen} (C_1 \pi) \cos \left(\frac{\pi}{2mq} \right) \pm \cos (C_1 \pi) \text{sen} \left(\frac{\pi}{2mq} \right) \right]}. \quad (52)$$

$$K_{dh} \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \frac{\pm \text{sen} \left(\frac{\pi}{2m} \right)}{\pm q \left[\text{sen} \left(\frac{\pi}{2mq} \right) \right]} = \pm K_{d1}. \quad (53)$$

Fazendo o mesmo para o fator de encurtamento em (20) tem-se:

$$K_{ph} = \text{sen} \left(h \beta_y \frac{\pi}{2} \right) \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \text{sen} \left((C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1) \beta_y \frac{\pi}{2} \right) = \text{sen} \left(C_1 \frac{N_s}{p} \beta_y \frac{\pi}{2} \pm \beta_y \frac{\pi}{2} \right). \quad (54)$$

$$K_{ph} = \text{sen} \left(C_1 \frac{N_s}{p} \beta_y \frac{\pi}{2} \right) \cos \beta_y \frac{\pi}{2} \pm \cos \left(C_1 \frac{N_s}{p} \beta_y \frac{\pi}{2} \right) \text{sen} \beta_y \frac{\pi}{2}. \quad (55)$$

$$K_{ph} = \text{sen} (C_1 m q \beta_y \pi) \cos \beta_y \frac{\pi}{2} \pm \cos (C_1 m q \beta_y \pi) \text{sen} \beta_y \frac{\pi}{2}. \quad (56)$$

$$K_{ph} = \text{sen} \left(C_1 m q \beta_y \pi \pm \beta_y \frac{\pi}{2} \right) = \text{sen} \left(\beta_y \left(C_1 m q \pi \pm \frac{\pi}{2} \right) \right). \quad (57)$$

Como C_1 e m são inteiros por definição e supondo q inteiro tem-se $C_1 m q \pi = K \pi$ onde K é um inteiro (par ou ímpar) e sua menor determinação é 0 ou π logo:

$$K_{ph} = \text{sen} \left[\beta_y \left(C_1 m q \pi \pm \frac{\pi}{2} \right) \right] = \text{sen} \left[\beta_y \left(K \pi \pm \frac{\pi}{2} \right) \right] = \text{sen} \left(\beta_y \left(\pm \frac{\pi}{2} \right) \right). \quad (58)$$

$$\text{sen} \left(\pm \beta_y \frac{\pi}{2} \right) = \pm \text{sen} \left(\beta_y \frac{\pi}{2} \right) \quad \rightarrow \quad K_{ph} \Big|_{h=C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1} = \pm K_{p1}. \quad (59)$$

Como foi demonstrado, para as harmônicas de degrau tanto o fator de distribuição quanto o fator de passo resultam iguais (exceto pelo sinal) aos fatores correspondentes para a fundamental. Quando $C_1 = 1$ as harmônicas de degrau são chamadas de harmônicas de degrau de primeira ordem (HELLER; HAMATA, 1977, p.80). No capítulo seguinte são

definidas as harmônicas de ranhura cujas ordens são iguais às ordens das harmônicas de degrau o que causa certa confusão. Neste caso geralmente é mais útil trabalhar com a ordem mecânica da harmônica ν , assim a primeira harmônica de ranhura é

$$\nu_s = ph_s = p \left(C_1 \frac{N_s}{p} \pm 1 \right) = C_1 N_s \pm p, \quad (60)$$

onde h_s é a ordem elétrica e ν_s é a ordem mecânica das harmônicas de ranhura.

Fmms de ordens inferiores às primeiras harmônicas de degrau são chamadas de harmônicas de cinta de fase (*phase belt harmonics*) (BOLDEA; NASAR, 2010, p.274).

Assim, se as primeiras harmônicas elétricas de degrau forem $h = -17$ e 19 , as harmônicas elétricas de cinta de fase são $h = -5, +7, -11$ e $+13$. Se forem usadas harmônicas mecânicas ter-se-ia $\nu = -5p, 7p, -11p$ e $13p$.

4.7 Análise do enrolamento do rotor em gaiola

A gaiola é formada por N_r barras axiais curtocircuitadas pelas extremidades. Por semelhança ao estator o passo polar do rotor Y_{pr} é definido como:

$$Y_{pr} = \frac{N_r}{2p}. \quad (61)$$

Por inspeção da Figura 15 vê-se que as barras adjacentes, antes de serem curtocircuitadas, podem ser entendidas como um circuito fechado formado por bobinas de passo $Y_{br} = 1$, ou seja, bobinas com passo encurtado igual ao passo de ranhura do rotor (HELLER; HAMATA, 1977)

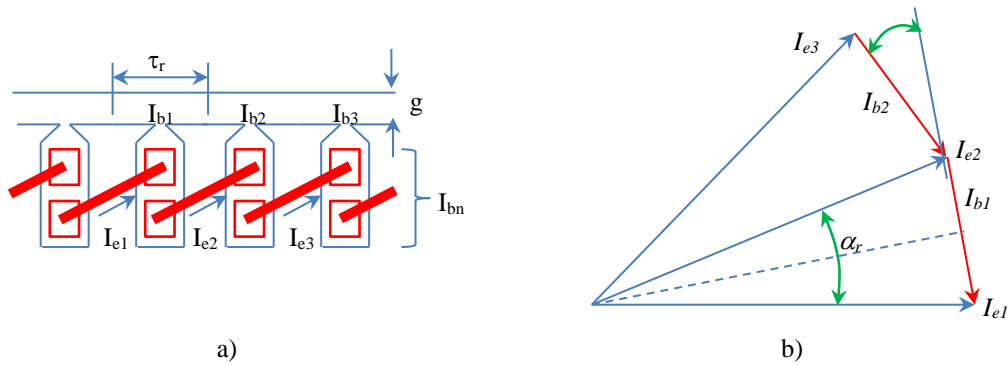
Por simples inspeção percebe-se que a corrente em uma barra é a diferença entre duas correntes de anéis consecutivas. As correntes de anel (e também de barras adjacentes) são defasadas entre si de um ângulo mecânico de ranhura do rotor (α_r) obtido por:

$$\alpha_r = \frac{2\pi}{N_r}. \quad (62)$$

O ângulo elétrico α_{er} correspondente é naturalmente:

$$\alpha_{er} = p\alpha_r = p \frac{2\pi}{N_r}. \quad (63)$$

Figura 15 - a) Enrolamento com bobinas equivalente à gaiola; b) Fasores das correntes



Fonte: (HELLER; HAMATA, 1977, p.27), (RICHTER, 1954, p.94).

A partir de simples observação da Figura 15 obtém-se as relações para as correntes fundamentais de barras e de anéis onde se supõe desprezível o efeito *skin* (HELLER; HAMATA, 1977, p.27), (RICHTER, 1954, p.94).

$$I_b = 2I_e \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha_{er}}{2}\right) = 2I_e \operatorname{sen}\left(p \frac{\alpha_r}{2}\right), \quad (64)$$

onde I_b = corrente eficaz por barra (A), I_e = corrente de anel (A)

Para comparar as harmônicas de corrente do rotor tem-se

$$I_{bh} = 2I_{eh} \operatorname{sen}\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right), \quad (65)$$

$$I_{bv} = 2I_{ev} \operatorname{sen}\left(v \frac{\alpha_r}{2}\right), \quad (66)$$

onde h = ordem da harmônica elétrica e v = ordem da harmônica mecânica

A resistência de um segmento de anel pode ser incorporada na resistência da barra fazendo-se um balanço de potência dissipada no rotor (RICHTER, 1954, p.94), (HELLER; HAMATA, 1977, p.27). Maiores detalhes encontram-se no Apêndice E.

$$N_r R_{bh} (I_{bh})^2 + 2N_r R_{eh} (I_{eh})^2 = N_r R_{ebh} (I_{bh})^2. \quad (67)$$

Reorganizando (66) e substituindo em (67) obtém-se:

$$N_r R_{bh} (I_{bh})^2 + 2N_r R_{eh} \left[\frac{I_{bh}}{2 \operatorname{sen}\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right)} \right]^2 = N_r R_{ebh} (I_{bh})^2. \quad (68)$$

Fazendo a eliminação dos termos comuns chega-se a

$$R_{ebh} = R_{bh} + 2R_{eh} \left[\frac{1}{2\text{sen}\left(h\frac{\alpha_{er}}{2}\right)} \right]^2 = R_{bh} + \frac{R_{eh}}{2\text{sen}^2\left(h\frac{\alpha_{er}}{2}\right)}, \quad (69)$$

onde R_{ebh} = resistência equivalente barra-anel, R_{bh} = Resistência CA da barra, R_{eh} = resistência de um dos segmentos de anel para uma dada harmônica h .

Como cada duas meias barras formam uma bobina, há a possibilidade de considerar cada uma das N_r bobinas como uma fase e assim ter-se-ia um enrolamento m-fásico de dupla camada com N_r fases. No entanto, quando a máquina tem p pares de polos, sendo N_r/p inteiro, há p grupos de *fems* e correntes que se repetem e, geralmente, considera-se o número de fases como:

$$m_2 = \frac{N_r}{p}. \quad (70)$$

Com o argumento acima supõe-se que o rotor possui p circuitos em paralelo e é tratado de modo semelhante ao que é feito no estator. Se este número não for inteiro, o número de fases deve ser igual ao número total de ranhuras do rotor.

Na máquina sob estudo $N_r = 44$, $p = 2$ logo tem-se: $m_2 = \frac{N_r}{p} = \frac{44}{2} = 22$ com defasagem de $\alpha_{er} = p \frac{2\pi}{N_r} = 2 \frac{2\pi}{44} = 0,2856 \text{ radE}$.

4.8 Conclusões

Este capítulo retoma um assunto bem difundido na bibliografia que é a conformação das ondas de *fmm* dos enrolamentos em função da distribuição espacial dos condutores com corrente.

O conhecimento da amplitude, ordem e sentido de giro dos campos das harmônicas espaciais *fmm* de enrolamento do estator e do rotor é muito necessário para a modelagem das máquinas de indução quando se deseja sair da superficialidade senoidal. As harmônicas de *fmm*, combinadas com as harmônicas de condutância do próximo capítulo, são indispensáveis para a dedução das equações usadas nos cálculos das perdas suplementares.

A abordagem do enrolamento do rotor em gaiola, onde existem feixes infinitos de harmônicas para cada harmônica espacial do estator, foi apenas o suficiente para o entendimento de algumas deduções relacionadas às perdas suplementares (LIWSCHITZ-GARIK; WIPPLE, 1981).

5 INDUÇÃO NO ENTREFERRO NA PRESENÇA DE RANHURAS

Este capítulo se destina a interpretar o efeito, sobre a amplitude e a forma da indução no entreferro, das ranhuras do estator e do rotor.

5.1 Introdução

No capítulo anterior, o estator e o rotor eram considerados lisos, ou seja, os condutores estavam colocados no entreferro produzindo uma relutância constante ao longo de toda a sua periferia. Esta forma de construção, apesar de possível para alguma aplicação específica, esbarra no alto consumo de energia reativa para criar o fluxo principal através do entreferro. Foi útil para analisar apenas a influência da distribuição dos condutores no conteúdo harmônico da fmm sem incluir outras variáveis.

Este capítulo leva em conta a abertura real das ranhuras e a saturação no ferro como forma de corrigir a relutância através do aumento hipotético da espessura do entreferro. Isto é útil, por exemplo, para cálculo do fluxo por polo e da reatância de magnetização. Uma abordagem mais profunda, usando o conceito de condutância magnética, é usada para plotar a curva de indução no entreferro ponto a ponto levando em conta a abertura das ranhuras e a fmm aplicada.

5.2 Fator de Carter e a correção da espessura do entreferro

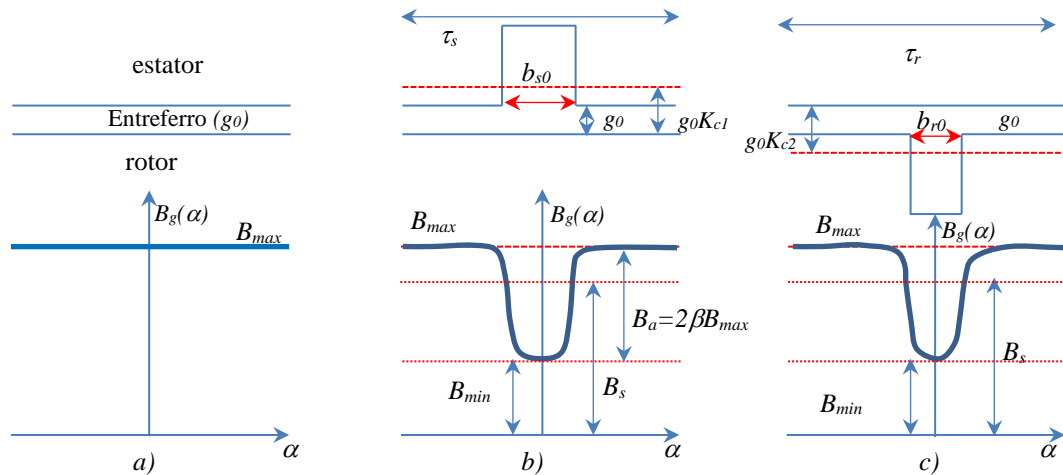
Uma máquina comercial possui seus enrolamentos dentro de ranhuras na fronteira com o entreferro. As ranhuras são abertas e semiabertas (na maioria dos estatores) e semifechadas ou até fechadas (em alguns rotores em gaiola). A abertura das ranhuras e até a saturação das pontas dos dentes altera a relutância do entreferro que passa a ser uma função da posição, expressa pelo ângulo mecânico α .

A Figura 16 mostra as grandezas mais importantes a serem exploradas na análise dos efeitos das ranhuras sobre a relutância do entreferro. Não foi desenhado o caso com ranhuras nos dois lados do entreferro pois haveria necessidade de combinar algumas posições relativas entre o estator e o rotor e a forma de onda da indução em cada caso é difícil de se obter analiticamente.

A presença de ranhuras, seja no rotor seja no estator, aumenta a relutância do entreferro de modo que a indução média em um passo de ranhura é reduzida de seu valor original (sem ranhura) B_{gmax} para um valor médio menor B_{gs} de modo que:

$$K_c = \frac{B_{gmax}}{B_{gs}} > 1,0. \quad (71)$$

Figura 16 - Distribuição da indução no entreferro com ferro ideal e ranhuras profundas a) Entreferro liso, b) com ranhuras no estator, c) com ranhuras no rotor



Fonte: Autor (Baseado em (HELLER; HAMATA, 1977))

Para levar em consideração analiticamente este fato, (CARTER, 1901) introduziu um coeficiente que aumenta a espessura do entreferro na mesma proporção do aumento da relutância causada pela abertura das ranhuras. (HELLER; HAMATA, 1977, p.55), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.88).

Quando o circuito magnético não é fortemente saturado, o fator de Carter pode ser definido como a relação entre o comprimento de um entreferro equivalente liso g_c e o comprimento atual do entreferro g_o (com ranhuras).

$$K_c = \frac{g_c}{g_o} > 1,0. \quad (72)$$

Embora o Método dos Elementos Finitos possa ser usado para interpretar o efeito das ranhuras no momento de projeto, para os casos não saturados é suficiente utilizar o fator de Carter que pode ser calculado de algumas maneiras semelhantes.

O fator de Carter não é simplesmente a relação entre a área de ferro sem ranhuras com a situação com ranhuras pois o espriamento torna a abertura da ranhura $b_{s,r0}$ aparentemente menor de um valor expresso pelo fator κ usado por (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.161):

$$\kappa_{1,2} \approx \frac{b_{s,r0}/g_o}{5 + b_{s,r0}/g_o}, \quad (73)$$

$$K_{C1,2} = \frac{\tau_{s,r}}{\tau_{s,r} - \kappa_{1,2} b_{s,r0}}, \quad (74)$$

onde $\kappa_{1,2}$ = fator de espraçamento para abertura da ranhura; $b_{s,r0}$ é a largura da abertura da ranhura do estator/rotor (m), g_o é espessura do entreferro físico (m) e $\tau_{s,r}$ é o passo de ranhura do estator/rotor (m).

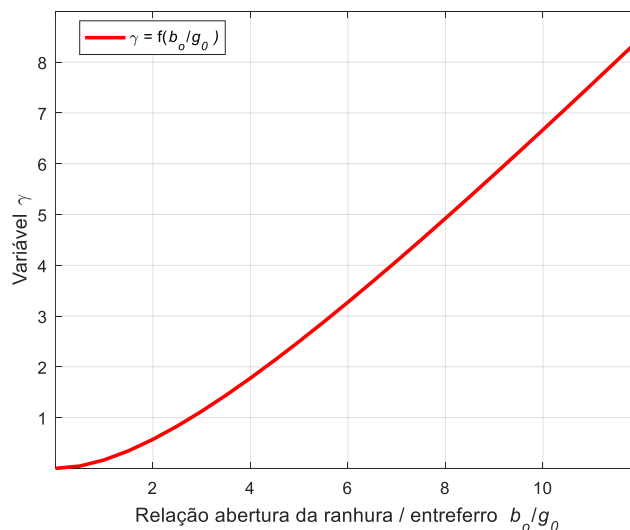
A relação $b_{s,r0}/g_o$ costuma ficar entre 3 e 8 (BOLDEA; NASAR, 2010, p.89).

Outros autores (HELLER; HAMATA, 1977, p.55), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.89) usam o fator γ calculado por:

$$\gamma_{1,2} \approx \frac{\left(\frac{b_{s,r0}}{g_o}\right)^2}{5 + \frac{b_{s,r0}}{g_o}}. \quad (75)$$

Variando o valor de b_o/g_o obtém-se a curva da Figura 17.

Figura 17 - Variável gama em função da abertura da ranhura b_o/g_o



Fonte: Autor (Baseado em (HELLER; HAMATA, 1977)).

Em (HELLER; HAMATA, 1977, p.55) o fator de Carter, para ranhuras no estator ou rotor, é obtido por:

$$K_{C1,2} = \frac{\tau_{s,r}}{\tau_{s,r} - \gamma_{1,2} \cdot g_o} \quad (76)$$

Quando há ranhuras nos dois lados, em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.89) o entreferro é, inicialmente, dividido ao meio e calculado, separadamente, um fator para o estator e outro para o rotor. Neste caso as expressões usadas são

$$\gamma_{1,2} \approx \frac{\left(\frac{b_{s,r0}}{g_o/2}\right)^2}{5 + \frac{b_{s,r0}}{g_o/2}} \quad (77)$$

$$K_{C1,2} = \frac{\tau_{s,r}}{\tau_{s,r} - \gamma_{1,2} \cdot g_o/2} \quad (78)$$

Quando há uma face sem ranhuras $g_o/2$ é substituído por g_o em (77) e (78) e admite-se $K_c=1$ para aquele lado do entreferro. Com uma boa aproximação o fator de Carter, para estator e rotor ranhurados, é obtido por:

$$K_C = K_{C1} \cdot K_{C2} \quad (79)$$

Para fazer os cálculos, os dados dimensionais da máquina estudada e da qualidade elétrica e magnética dos materiais foram obtidos com o fabricante (Voges). O perfil das chapas usadas no núcleo magnético está mostrado na Figura 2.

Observe-se que a ranhura do rotor é fechada e a do estator é semiaberta. Como a ponte da ranhura é muito fina (0,44 mm) ela satura, e a relutância daquela região se comporta como se houvesse uma abertura na ranhura. Usando a sugestão de (AGARWAL; ALGER, 1960) foi atribuído uma abertura equivalente empírica de 0,04 polegadas, ou seja, aproximadamente 1,1 mm. Assim é aplicado o Fator de Carter para cada lado do entreferro e obtido um fator para cada lado. Substituindo os valores reais tem-se:

$$\gamma_1 \approx \frac{\left(\frac{b_{s0}}{g_o/2}\right)^2}{5 + \frac{b_{s0}}{g_o/2}} = \frac{\left(\frac{2.3}{0.303/2}\right)^2}{5 + \frac{2.3}{0.303/2}} = 11,42 \quad , \quad K_{C1} = \frac{\tau_s}{\tau_s - \gamma_1 \cdot g_o/2} = \frac{8,38}{8,38 - 11,42 \cdot 0,303/2} = 1,260,$$

$$\gamma_2 \approx \frac{\left(\frac{b_{r0}}{g_o/2}\right)^2}{5 + \frac{b_{r0}}{g_o/2}} = \frac{\left(\frac{1.1}{0.303/2}\right)^2}{5 + \frac{1.1}{0.303/2}} = 4,30; \quad K_{C2} = \frac{\tau_r}{\tau_r - \gamma_2 \cdot g_o/2} = \frac{6,9}{6,9 - 4,30 \cdot 0,303/2} = 1,104,$$

$$K_C = K_{C1} K_{C2} = 1,260 \cdot 1,104 = 1,393.$$

Os valores do Fator de Carter obtidos por (BOLDEA; NASAR, 2010), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014) e (HELLER; HAMATA, 1977) são iguais, logo o entreferro equivalente é:

$$g_c = g_o K_C = 1,393 \cdot 0,303 = 0,422 \text{ mm}.$$

Uma correção similar à apresentada pelo fator de Carter é a consideração que o núcleo não é de ferro puro e sim formado de chapas isoladas umas das outras e, às vezes, separadas por espaços de ar para ventilação. Assim o comprimento axial efetivo é menor do que o comprimento total do pacote.

$$l_e = (l_{ax} - n_d w_d) \cdot K_{fe}. \quad (80)$$

onde l_{ax} = comprimento axial total, l_e = comprimento axial efetivo, n_d = número de dutos axiais de ventilação, w_d = largura dos dutos de ventilação e K_{fe} = fator de empilhamento.

$$\text{No caso tem-se: } l_e = (l_{ax} - n_d w_d) K_{fe} = 0,100 \cdot 0,95 = 0,095 \text{ m} = 95,0 \text{ mm}.$$

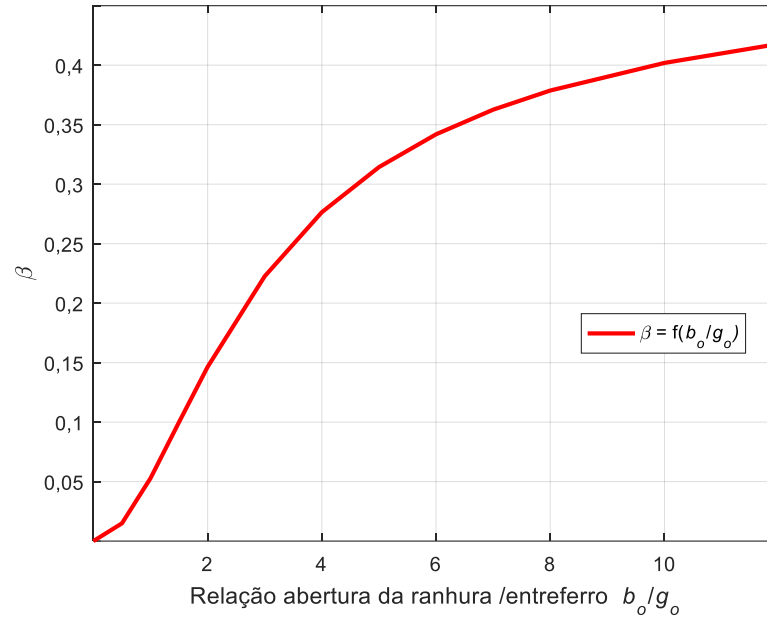
O afundamento da onda de indução no entreferro também pode ser obtido de forma analítica através do uso de (81) e da curva da Figura 18.

$$B_a = 2\beta B_{max}, \quad (81)$$

onde β = afundamento de pico relativo da indução no entreferro, B_a = afundamento da indução no entreferro defronte a ranhura (T), B_{max} = indução máxima no entreferro defronte o dente (T).

Os afundamentos da indução na superfície lisa mudam de posição conforme a posição do rotor em relação ao estator causando variações de induções no tempo e, com isto, perdas adicionais. Para mitigar isto se procura diminuir ao máximo a abertura das ranhuras (quando possível), fechar a ranhura com um material magnético de baixa permeabilidade ou mesmo fechar as ranhuras rotóricas com finas pontes de ferro que trabalhem permanentemente saturadas e, portanto, tendo baixa permeabilidade. Outras soluções são aumentar o entreferro para que estas oscilações de indução não sejam tão importantes ou modificar o formato da ranhura de maneira adequada (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.164). Estes fenômenos são tratados mais tarde, junto com as perdas suplementares.

Figura 18 – Variável β em função da abertura relativa da ranhura $b_{s,r0}/g_o$



Fonte: Autor (baseado em (HELLER; HAMATA, 1977)).

Assumindo como conhecido o afundamento da onda de indução (por β) e a sua largura como $1,6 \alpha_o$ (onde α_o é o ângulo da boca da ranhura) pode-se calcular a indução média em relação à indução máxima e assim pode-se novamente calcular o Fator de Carter.

A metade direita da curva de indução dentro do afundamento ($0 < \alpha < 0,8\alpha_o$) pode ser expressa por (HELLER; HAMATA, 1977, p.60).

$$B(\alpha) = \left[1 - \beta - \beta \cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_o} \alpha\right) \right] B_{max}. \quad (82)$$

E no intervalo $0,8\alpha_o < \alpha < \alpha_s/2$ tem-se:

$$B(\alpha) = B_{max}. \quad (83)$$

A média ao longo de meio passo de ranhura é obtida por:

$$B_s = \frac{1}{\alpha_s/2} \left\{ \int_0^{0,8\alpha_o} \left[1 - \beta - \beta \cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_o} \alpha\right) \right] B_{max} d\alpha + \int_{0,8\alpha_o}^{\alpha_s/2} B_{max} d\alpha \right\}, \quad (84)$$

$$B_s = \frac{B_{max}}{\alpha_s/2} \left\{ \int_0^{0,8\alpha_o} \left[1 - \beta - \beta \cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_o} \alpha\right) \right] d\alpha + \int_{0,8\alpha_o}^{\alpha_s/2} d\alpha \right\}, \quad (85)$$

$$B_s = \frac{B_{max}}{\alpha_s/2} \left\{ \left[(1 - \beta)\alpha \right]_0^{0,8\alpha_o} - \beta \frac{0,8\alpha_o}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_o} \alpha\right) \right]_0^{0,8\alpha_o} + \alpha \Big|_{0,8\alpha_o}^{\alpha_s/2} \right\}, \quad (86)$$

$$B_s = \frac{B_{max}}{\alpha_s/2} \left[(1 - \beta)0,8\alpha_o - \beta \frac{0,8\alpha_o}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_o} 0,8\alpha_o\right) + \frac{\alpha_s}{2} - 0,8\alpha_o \right], \quad (87)$$

$$B_s = \frac{B_{max}}{\alpha_s/2} \left(\frac{\alpha_s}{2} - \beta 0,8\alpha_0 \right) = \frac{B_{max} R}{\alpha_s/2} \left(\frac{\alpha_s}{2} - \beta 0,8\alpha_0 \right) = \frac{B_{max}}{\frac{\tau_s}{2}} \left(\frac{\tau_s}{2} - 0,8\beta b_0 \right), \quad (88)$$

$$B_s = \frac{1}{\tau_s} (\tau_s - 1,6\beta b_0) B_{max}. \quad (89)$$

Usando (89) obtém-se outra forma para o fator de Carter do estator e do rotor:

$$K_{c1} = \frac{B_{max}}{B_s} = \frac{\tau_s}{(\tau_s - 1,6\beta b_{s0})}, \quad (90)$$

$$K_{c2} = \frac{B_{max}}{B_s} = \frac{\tau_r}{(\tau_r - 1,6\beta b_{r0})}. \quad (91)$$

5.3 Fator de saturação

Para fins de análise, os núcleos magnéticos são, muitas vezes, assumidos como tendo permeabilidade infinita e têm as suas relutâncias desprezadas no cálculo do circuito magnético. No entanto, pode-se considerar, de uma forma aproximada, as relutâncias das partes de ferro utilizando o conceito de fator de saturação (K_s) e usá-lo para corrigir a espessura do entreferro de forma que ele passe a ser a única parte da máquina que possui relutância, facilitando a abordagem analítica. O fator de saturação é definido como a relação entre a *fmm* total F_t necessária para produzir o fluxo principal através do circuito magnético inteiro e a queda de *fmm* no entreferro F_g (BOLDEA; NASAR, 2010, p.96). Estes dados são obtidos através da curva de magnetização a vazio na etapa de projeto, na simulação pelo Método dos Elementos Finitos ou no ensaio a vazio.

$$K_s = \frac{F_t}{F_g} = 1 + \frac{F_t - F_g}{F_g} > 1. \quad (92)$$

Finalmente, a espessura do entreferro equivalente fica:

$$g_e = g_o K_c K_s. \quad (93)$$

5.4 Curva de indução no entreferro equivalente constante

Com estas considerações pode-se calcular a intensidade de campo (H_g) supondo que ela só existe no entreferro e que o resto do caminho principal tem permeabilidade infinita.

$$H_g(\theta, t) = \frac{F_s(\theta, t)}{g_e}, \quad (94)$$

onde $F_s(\theta, t)$ é o valor pontual e instantâneo da *fmm* criada pelo estator e g_e o entreferro constante equivalente.

A indução radial no entreferro pode agora ser calculada por:

$$B_g(\theta, t) = \mu_0 H_g(\theta, t) = \mu_0 \frac{F_s(\theta, t)}{g_e}. \quad (95)$$

Desejando-se expressar a indução no entreferro através da série de Fourier e sabendo-se que as harmônicas presentes são apenas as ímpares que obedecem a relação $h = 6C_l \pm 1$ (onde C_l é um inteiro não negativo) tem-se finalmente (BOLDEA; NASAR, 2010, p.266) :

$$B_g(\theta, t) = \frac{\mu_0}{g_c} F_{sp} \left[\frac{K_{w1}}{K_{s1}} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w5}}{5K_{s5}} \cos(5\theta + \omega_1 t) + \frac{K_{w7}}{7K_{s7}} \cos(7\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w11}}{11K_{s11}} \cos(11\theta + \omega_1 t) + \frac{K_{w13}}{13K_{s13}} \cos(13\theta - \omega_1 t) \dots \right], \quad (96)$$

onde $F_{sp} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_s$ é a *fmm* de pico do estator correspondente à corrente de estator eficaz I_s , g_c é o entreferro corrigido pelo fator de Carter, K_{sh} é fator de saturação para a harmônica h , K_{wh} é fator de enrolamento do estator para a harmônica h e os sinais dentro do cosseno significam o sentido de giro da componente: (-) no mesmo sentido de giro da fundamental e (+) em sentido contrário.

O valor do fator de saturação para a fundamental K_{s1} é simples de ser obtido, no entanto é difícil para outras harmônicas. Como o passo polar das harmônicas é, no máximo, um quinto do passo polar da fundamental o caminho para o fluxo delas é mais curto, passando duas vezes o entreferro (como a fundamental) e por um trecho cada vez menor de ferro, à medida que a ordem delas aumenta. Assim, é esperado que o fator de saturação da harmônica diminuísse em relação ao da fundamental à medida que a ordem da harmônica espacial aumentasse (BOLDEA; NASAR, 2010, p.113). Propõe-se que, diante desta dificuldade, se atribua o fator de saturação da seguinte maneira:

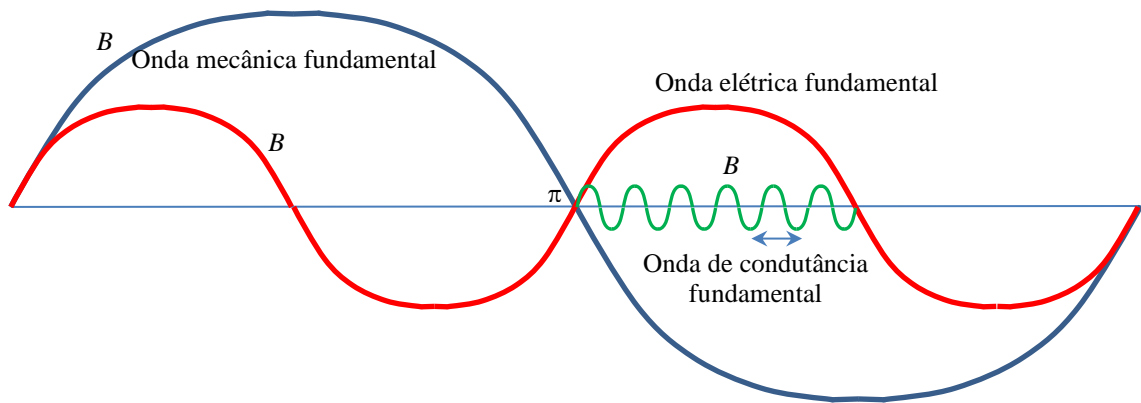
$$K_{sh} = 1 + \frac{K_{s1} - 1}{h}. \quad (97)$$

5.5 Condutância magnética do entreferro

Tendo em vista a não-padronização do uso dos diversos símbolos nas bibliografias mencionadas, antes de prosseguir, é útil descrever alguns termos que são usados ao longo do trabalho relacionados aos nomes dos ângulos e das harmônicas mais comuns na máquina.

Para ajudar foi feita a Figura 19 para uma máquina com, por exemplo, 24 ranhuras no estator ($N_s = 24$) e dois pares de polos no campo girante de trabalho ($p = 2$).

Figura 19 - Comparativo entre as ordens e comprimentos de onda das fundamentais das harmônicas



Fonte: Autor.

A fundamental da onda mecânica tem um ciclo cujo comprimento de onda é igual ao perímetro do entreferro (correspondente a 360° mecânicos ou geométricos). O ângulo é representado pela letra α e a ordem de suas harmônicas pela letra ν . A onda fundamental elétrica (ou magnética) está associada ao ciclo elétrico (ou magnético) contido em certa fração da circunferência do entreferro. No caso há dois ciclos magnéticos onde há um mecânico pois $p = 2$. O ângulo elétrico é representado pela letra θ e a ordem das harmônicas pela letra h . É bem sabido que o ângulo elétrico é obtido por $\theta = p\alpha$ e que a ordem da harmônica mecânica é relacionada com a elétrica por $\nu = ph$.

Finalmente, têm-se as harmônicas associadas às variações relutância do entreferro devido ao denteamento. Neste caso, um comprimento de onda fundamental ($n = 1$) coincide com um passo de ranhura do estator. Assim, a harmônica de ordem $n = 2$ tem comprimento de onda igual a meio passo de ranhura. A ordem da harmônica mecânica para a harmônica de ranhura de ordem n é: $\nu = n N_s$.

Retomando a equação (95), tomando a permeabilidade do núcleo como infinita, um entreferro uniforme (sem ranhuras) e a indução totalmente radial no entreferro pode-se reescrever a equação da indução como:

$$B_g = \mu_0 H_g = \mu_0 \frac{F}{g_0} . \quad (98)$$

Reescrevendo (98) tem-se:

$$B_g = \mu_0 F \frac{1}{g_0} = \mu_0 F \lambda . \quad (99)$$

Para uma máquina sem ranhuras a condutância magnética é um valor constante

$$\lambda = \frac{1}{g_0}, \quad (100)$$

onde λ é condutância magnética do entreferro (m^{-1}).

O Apêndice I fornece mais detalhes sobre definição de condutância magnética.

A condutância magnética do entreferro é definida como a indução obtida no entreferro quando o mesmo for submetido a uma diferença de potencial magnético unitária (HELLER; HAMATA, 1977, p.60). A origem da definição parece estar historicamente ligada ao sistema CGS onde a permeabilidade do vácuo μ_0 é 1. Desta forma a queda de fmm (ou diferença de potencial magnético) é unitária quando $F = 1 \text{ Ae}$ e assim $\mu_0 F = F = 1$.

No sistema SI, para que a definição de condutância magnética mantenha coerência dimensional, deve-se interpretar como “diferença de potencial magnético unitário” o produto $\mu_0 F = 1$. Neste caso a análise dimensional conduz para:

$$\mu_0 \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right] F [\text{Ae}] = \mu_0 \left[\frac{\text{Wb}}{\text{Ae.m}} \right] F [\text{Ae}] = \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right]. \quad (101)$$

Neste caso, então, a força magnetomotriz aplicada ao entreferro (ou diferença de potencial magnético) no sistema SI deve ser $F = 1/\mu_0 = 795775 \text{ Ae}$ e não 1! Para manter a coerência dimensional a unidade de condutância magnética deve ser m^{-1} .

Como consequência, quando se desejar conhecer a indução real num entreferro, deve-se multiplicar a condutância magnética pelo produto $\mu_0 F$ não-unitário, ou seja o valor realmente aplicado ao entreferro conforme (99). A indução resulta em tesla como esperado.

Propõe-se, então, que se redefina como condutância magnética do entreferro o valor da indução quando o mesmo é submetido a uma diferença de potencial escalar magnética de modo que o produto $\mu_0 F$ seja unitário, ($\mu_0 F = 1 \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$) alterando a definição de (HELLER; HAMATA, 1977, p.611).

$$\lambda = B|_{\mu_0 F=1} = \frac{\mu_0 F}{g_0} = \frac{1}{g_0}. \quad (102)$$

Assim, conhecida a condutância magnética, para obter a indução no entreferro deve-se multiplicá-la pelo valor de $\mu_0 F$ correspondente à situação real e não pela unidade.

$$B = \mu_0 F \lambda. \quad (103)$$

Supondo agora que o estator ou o rotor possuam ranhuras, a condutância do entreferro não é mais uma constante, mas sim uma função da posição $\lambda = f(\alpha)$. Supondo,

no primeiro momento, somente o estator ranhurado (e o rotor liso) tem-se a mínima relutância (ou a máxima condutância magnética) no centro do dente do estator e a máxima relutância (ou a mínima condutância) defronte o eixo da ranhura. Assim a condutância é uma função periódica no espaço com comprimento de onda igual ao passo de ranhura do estator.

O entreferro físico é agora substituído por um entreferro fictício $g(\alpha)$ com variações periódicas tendo um valor médio e variações sinusoidais em função da posição em relação aos dentes e ranhuras. A condutância é o inverso desta função.

$$\lambda_1(\alpha) = \frac{1}{g(\alpha)}. \quad (104)$$

Assim, conhecida a condutância magnética do entreferro, obtém-se a indução real multiplicando-a por $\mu_0 F(\alpha)$ atual, não mais pela unidade.

$$B(\alpha) = \mu_0 F(\alpha) \lambda(\alpha), \quad (105)$$

onde α é o ângulo mecânico medido a partir do centro da ranhura escolhida para origem.

Devido às ranhuras no estator, o entreferro num ponto α tem uma variação dada por:

$$\delta_1(\alpha) = g(\alpha) - g_0 = \frac{1}{\lambda_1(\alpha)} - g_0, \quad (106)$$

onde g_0 é o entreferro físico e $\lambda_1(\alpha)$ é a condutância do entreferro naquele ponto.

Se tanto o rotor quanto o estator forem ranhurados, o entreferro fictício fica:

$$g(\alpha) = g_0 + \delta_1(\alpha) + \delta_2(\alpha). \quad (107)$$

Substituindo (106) em (107) obtém-se:

$$g(\alpha) = g_0 + \delta_1(\alpha) + \delta_2(\alpha) = g_0 + \frac{1}{\lambda_1(\alpha)} - g_0 + \frac{1}{\lambda_2(\alpha)} - g_0, \quad (108)$$

$$g(\alpha) = \frac{1}{\lambda_1(\alpha)} + \frac{1}{\lambda_2(\alpha)} - g_0. \quad (109)$$

Esta equação (109) é válida se o centro de uma ranhura do rotor está localizado defronte o centro da ranhura do estator onde $\alpha = 0$. Se a origem do rotor está deslocada de um ângulo α_g em relação à origem do estator a equação deve ser ajustada para (HELLER; HAMATA, 1977, p.62):

$$g(\alpha) = \frac{1}{\lambda_1(\alpha)} + \frac{1}{\lambda_2(\alpha - \alpha_g)} - g_0. \quad (110)$$

Para obter a condutância equivalente incluindo o ranhuramento no estator e no rotor calcula-se o inverso do entreferro equivalente:

$$\lambda_{12}(\alpha) = \frac{1}{g(\alpha)} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_1(\alpha)} + \frac{1}{\lambda_2(\alpha - \alpha_g)} - g_0}. \quad (111)$$

$$\lambda_{12}(\alpha) = \frac{\lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_r)}{\lambda_1(\alpha) + \lambda_2(\alpha - \alpha_g) - g_0\lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_g)}. \quad (112)$$

A função condutância é periódica com período igual ao passo de ranhura do estator ou do rotor. Se a origem está no eixo de uma ranhura e o número de ranhuras for N_s tem-se

$$\lambda_1(\alpha) = a_{0s} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{ns} \cos(nN_s\alpha), \quad (113)$$

onde a_{0s} é o valor médio da condutância num passo de ranhura, α é a posição do ponto em radianos mecânicos e n é a ordem da harmônica de condutância em que a primeira harmônica tem comprimento de onda igual ao passo de ranhura do estator ($\tau_s = 2\pi R/N_s$).

Segundo (HELLER; HAMATA, 1977, p.62) os coeficientes da série de Fourier da condutância são:

$$a_{0s} = N_s \frac{1}{\pi} 2 \int_0^{\alpha_s/2} \lambda_1(\alpha) d\alpha = \frac{1}{g_0 K_{c1}}, \quad (114)$$

onde α_s = passo de uma ranhura do estator (rad.mec.).

De maneira semelhante a (113) obtêm-se os dados para as ranhuras no rotor:

$$\lambda_2(\alpha) = a_{0r} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{nr} \cos(nN_r\alpha), \quad (115)$$

$$a_{0r} = N_r \frac{1}{\pi} 2 \int_0^{\alpha_r/2} \lambda_2(\alpha) d\alpha = \frac{1}{g_0 K_{c2}}, \quad (116)$$

onde α_r = passo de uma ranhura do rotor (rad.mec.).

Os valores negativos das equações (113) e (114) são usados para tornar os coeficientes da série (a_{1s} , a_{2s} , a_{1r} , a_{2r} ...) positivos. Supondo que a origem coincida com o centro da ranhura do estator, tem-se uma série de Fourier em cossenos cujos coeficientes (B_n) são obtidos pela fórmula clássica.

Usando a expressão da indução no entreferro (82) e (83) tem-se (HELLER; HAMATA, 1977, p.60-63):

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(nN_s \alpha) B(\alpha) d\alpha, \quad (117)$$

$$B_n = N_s \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s \alpha) B'(\alpha) d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{\alpha_s/2} \cos(nN_s \alpha) B''(\alpha) d\alpha \right], \quad (118)$$

$$B_n = \frac{N_s 2B_{max}}{\pi} \left\{ \int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s \alpha) \left[1 - \beta - \beta \cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_0} \alpha\right) \right] d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{\alpha_s/2} \cos(nN_s \alpha) 1 d\alpha \right\}. \quad (119)$$

Deduzindo-se a expressão (119) pelo Apêndice H obtém-se uma função auxiliar para o cálculo das harmônicas de indução no entreferro a partir da sua abertura (b_{s0} ou α_0) em relação ao passo de ranhura (τ_s ou α_s).

Para organizar a equação é definida uma função F que depende da relação $\frac{\alpha_0}{\alpha_s}$, plotada na Figura 20, que pode estar numa das seguintes formas, concordando com Heller.

$$F_n \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right) = \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \left[\frac{0,391}{0,781 - 2\left(n\frac{\alpha_0}{\alpha_s}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (120)$$

$$F_n \left(\frac{b_{s0}}{\tau_s} \right) = \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \left[0,5 + \frac{\left(n\frac{b_{s0}}{\tau_s}\right)^2}{0,781 - 2\left(n\frac{b_{s0}}{\tau_s}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{b_{s0}}{\tau_s} \right), \quad (121)$$

onde as relações entre largura de ranhura e passo de ranhura são iguais às relações correspondentes em ângulo.

$$\frac{b_{s0}}{\tau_s} = \frac{\alpha_0}{\alpha_s}. \quad (122)$$

Tomando uma das harmônicas como fixa gera-se uma curva na Figura 20 em função da relação $\frac{b_{s0}}{\tau_s}$ ou $\frac{\alpha_0}{\alpha_s}$. Foram feitas plotagens somente para as três primeiras harmônicas por serem as mais importantes.

Assim são obtidos os coeficientes genéricos a_n da n -ésima harmônica da condutância de entreferro quando somente há ranhuras no estator.

$$a_n = \frac{\beta}{g_0} F_n \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right). \quad (123)$$

Se as ranhuras estiverem no rotor a expressão fica semelhante a menos de que β_r , α_{0r} e α_r devem ser tomados para os valores correspondentes do rotor.

A Figura 20 mostra que as funções possuem pontos de descontinuidade nos pontos em que $0,781 - 2 \left(n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right)^2 = 0$. Na eventualidade de ocorrer esta situação, deve usar as propriedades dos limites da função. Estas informações não foram citadas em (HELLER; HAMATA, 1977). Substituindo os valores reais nas equações obteve-se:

$$b_{s0g} = \frac{b_{s0}}{g_0} = \frac{2,3}{0,303} = 7,591. \quad (124)$$

Entrando com $b_{s0g} = 7,591$ na Figura 18 obtém-se $\beta_s = 0,3721$.

onde β_s = afundamento de pico relativo da indução no entreferro, B_a = afundamento da indução no entreferro defronte a ranhura (T), B_{max} = indução máxima no entreferro defronte o dente (T).

O valor médio da condutância é obtido por (114):

$$a_{0s} = \frac{1}{g_0 K_{c1}} = \frac{1}{0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,260} = 2619 \text{ m}^{-1}. \quad (125)$$

A relação entre a largura da boca da ranhura e o passo de ranhura do estator é:

$$b_{s0t} = \frac{b_{s0}}{\tau_s} = \frac{2,3}{8,4} = 0,2745. \quad (126)$$

Usando (121) ou o gráfico da Figura 20 obtém-se os valores da função $F\left(\frac{b_0}{\tau_s}\right)$ para cada harmônica de condutância: $F_{1s} = 0,7748$; $F_{2s} = 0,5223$; $F_{3s} = 0,2413$; $F_{4s} = 0,0526$

Com a expressão (123) obtém-se as componentes harmônicas da condutância quando as ranhuras estão só no estator as quais são mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 - Coeficientes da série de condutâncias para ranhuras só no estator

$a_{ns} [\text{m}^{-1}]$	a_{1s}	a_{2s}	a_{3s}	a_{4s}
$a_{ns} = \frac{\beta_s}{g_0} F_{ns} \left(\frac{\alpha_{0s}}{\alpha_s} \right)$	951,5	641,5	296,3	64,6

Substituindo os valores reais referentes às ranhuras do rotor usando a mesma sequência de equações obtém-se:

$$b_{r0g} = \frac{b_{r0}}{g_0} = \frac{1,1}{0,303} = 3,630. \quad (127)$$

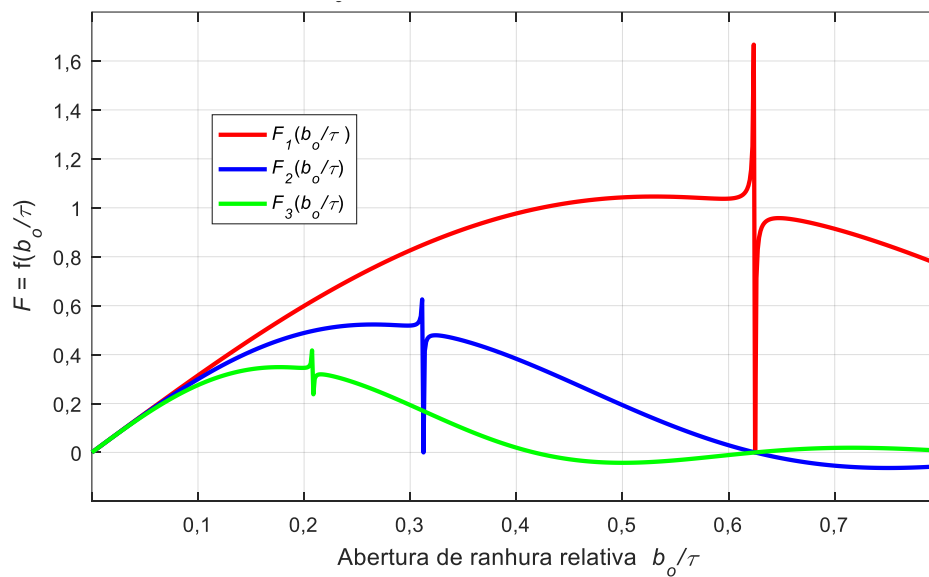
Usando $b_{r0g} = 3,630$ na Figura 18 obtém-se $\beta_r = 0,2565$.

onde β_r = afundamento de pico relativo da indução no entreferro, B_a = afund. da indução no entref. defronte a ranhura (T), B_{max} = indução máxima no entref. defronte o dente (T).

O valor médio da condutância por (114) fica:

$$a_{0r} = \frac{1}{g_0 K_{c2}} = \frac{1}{0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,105} = 2987 \text{ m}^{-1}. \quad (128)$$

Figura 20 - Função auxiliar $F(b_0/\tau)$ para obtenção das harmônicas da condutância de entreferro



Fonte: Autor (adaptado de (HELLER; HAMATA, 1977)).

A relação entre a abertura da ranhura do rotor e o seu passo é:

$$b_{rot} = \frac{b_{r0}}{\tau_s} = \frac{1,1}{6,9} = 0,1605. \quad (129)$$

Calculando por (121) ou lendo no gráfico da Figura 20 obtém-se a função $F(\frac{b_0}{\tau_r})$ para cálculo das harmônicas de condutância devidas às ranhuras do rotor.

$$F_{1r} = 0,4921; F_{2r} = 0,4322; F_{3r} = 0,3455; F_{4r} = 0,2390$$

Com (123) chega-se finalmente nas componentes harmônicas da condutância devido às ranhuras do rotor conforme mostra a Tabela 3.

Tabela 3 - Coeficientes da série de condutâncias para ranhuras só no rotor

$a_{nr} [\text{m}^{-1}]$	a_{1r}	a_{2r}	a_{3r}	a_{4r}
$a_{nr} = \frac{\beta_r}{g_0} F_{nr} \left(\frac{\alpha_{0r}}{\alpha_r} \right)$	416,6	365,9	292,5	202,3

De posse dos coeficientes por (113) e (115) pode-se montar as expressões das séries de Fourier para as condutâncias de entreferro para os casos em que apenas um lado é ranhurado de cada vez.

$$\begin{aligned}\lambda_1(\alpha) &= a_{0s} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{ns} \cos(nN_s\alpha) \\ &= 2619 - 951,5 \cos 36\alpha - 641,5 \cos 72\alpha \\ &\quad - 296,3 \cos 108\alpha - 64,6 \cos 144\alpha \dots,\end{aligned}\tag{130}$$

$$\begin{aligned}\lambda_2(\alpha) &= a_{0r} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{nr} \cos[nN_r(\alpha - \alpha_g)] = 2987 - \\ &\quad 416,6 \cos[44(\alpha - \alpha_g)] - 365,9 \cos[88(\alpha - \alpha_g)] - \\ &\quad 292,5 \cos[132(\alpha - \alpha_g)] - 202,3 \cos[176(\alpha - \alpha_g)] \dots.\end{aligned}\tag{131}$$

Substituindo estas funções periódicas em (111) (repetida aqui) e após adotar as considerações e simplificações de (HELLER; HAMATA, 1977, p.65-67) obtém-se a condutância magnética para ranhuramento nos dois lados.

$$\begin{aligned}\lambda_{12}(\alpha) &= \frac{\lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_g)}{\lambda_1(\alpha) + \lambda_2(\alpha - \alpha_g) - g_0\lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_g)} \\ &\cong g_0 \lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_g).\end{aligned}\tag{132}$$

Truncando as séries apenas nos seus dois primeiros termos (CC e primeira harmônica de condutância) já é suficiente para a modelagem do entreferro para os casos mais práticos e substituindo em (132) tem-se:

$$\begin{aligned}\lambda_{12}(\alpha) &\cong g_0\lambda_1(\alpha)\lambda_2(\alpha - \alpha_g) \\ &= g_0\{a_{0s} - a_{1s} \cos(N_s\alpha)\} \{a_{0r} - a_{1r} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)]\},\end{aligned}\tag{133}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{12}(\alpha) &\cong g_0\{a_{0s}a_{0r} - a_{0s}a_{1r} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] - a_{1s}a_{0r} \cos(N_s\alpha) \dots \\ &\quad \dots + a_{1s}a_{1r} \cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)]\},\end{aligned}\tag{134}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{12}(\alpha) &\cong g_0\{a_{0s}a_{0r} - a_{1s}a_{0r} \cos(N_s\alpha) - a_{0s}a_{1r} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)]\} + \dots \\ &\quad \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{\cos[N_s\alpha + N_r(\alpha - \alpha_g)] + \cos[N_s\alpha - N_r(\alpha - \alpha_g)]\}.\end{aligned}\tag{135}$$

Mantendo a primeira parcela imutável e trabalhando só a segunda se tem:

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ \cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \\
& - \text{sen}(N_s\alpha) \text{sen}[N_r(\alpha - \alpha_g)] \\
& + \cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \\
& + \text{sen}(N_s\alpha) \text{sen}[N_r(\alpha - \alpha_g)] \}, \tag{136}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ \cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] + \cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \} \\
& \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ 2\cos(N_s\alpha) \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \} \\
& \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ \cos[N_s\alpha - N_r(\alpha - \alpha_g)] + \cos[N_s\alpha + N_r(\alpha - \alpha_g)] \}, \tag{137}
\end{aligned}$$

Juntando a primeira parcela novamente tem-se:

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & g_0 \left\{ \frac{1}{g_0^2 K_{c1} K_{c2}} - \frac{a_{1r}}{g_0 K_{c1}} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] - \frac{a_{1s}}{g_0 K_{c2}} \cos(N_s\alpha) \right\} + \dots \\
& \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ \cos[(N_s - N_r)\alpha + N_r\alpha_g] + \cos[(N_s + N_r)\alpha - N_r\alpha_g] \}, \tag{138}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & \left\{ \frac{1}{g_0 K_{c1} K_{c2}} - \frac{a_{1r}}{K_{c1}} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] - \frac{a_{1s}}{K_{c2}} \cos(N_s\alpha) \right\} + \dots \\
& \dots g_0 \frac{a_{1s}a_{1r}}{2} \{ \cos[(N_s - N_r)\alpha + N_r\alpha_g] + \cos[(N_s + N_r)\alpha - N_r\alpha_g] \}. \tag{139}
\end{aligned}$$

Definindo-se novas variáveis a partir de (HELLER; HAMATA, 1977, p.79) e corrigindo-as tem-se:

$$a'_{0s} = \frac{1}{g_0 K_{c1} K_{c2}}, \tag{140}$$

$$a'_{1s} = \frac{a_{1s}}{K_{c2}}, \tag{141}$$

$$a'_{1r} = \frac{a_{1r}}{K_{c1}}, \tag{142}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & \{ a'_{0s} - a'_{1s} \cos(N_s\alpha) - a'_{1r} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \} + \dots \\
& \dots g_0 \frac{a'_{1s}K_{c2} a'_{1r}K_{c1}}{2} \{ \cos[(N_s - N_r)\alpha + N_r\alpha_g] + \cos[(N_s + N_r)\alpha - N_r\alpha_g] \}, \tag{143}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lambda_{12}(\alpha) \cong & \{ a'_{0s} - a'_{1s} \cos(N_s\alpha) - a'_{1r} \cos[N_r(\alpha - \alpha_g)] \} + \dots \\
& \dots \frac{a'_{1s} a'_{1r}}{2 a'_{0s}} \{ \cos[(N_s - N_r)\alpha + N_r\alpha_g] + \cos[(N_s + N_r)\alpha - N_r\alpha_g] \}. \tag{144}
\end{aligned}$$

Substituindo os valores reais tem-se:

$$a'_0 = \frac{1}{g_0 K_{c1} K_{c2}} = \frac{1}{0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,260 \cdot 1,105} = 2370 \text{ m}^{-1}, \quad (145)$$

$$a'_{1s} = \frac{a_{1s}}{K_{c2}} = \frac{951,5}{1,105} = 861,1 \text{ m}^{-1}, \quad a'_{1r} = \frac{a_{1r}}{K_{c1}} = \frac{416,6}{1,260} = 330,6 \text{ m}^{-1}, \quad (146)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{12(\alpha)} \cong & \{2370 - 861,1 \cos(36\alpha) - 330,6 \cos[44(\alpha - \alpha_g)]\} + \dots \\ & \dots \frac{861,1 \cdot 330,6}{2 \cdot 2370} \{ \cos[(36 - 44)\alpha + \\ & 44\alpha_g] + \cos[(36 + 44)\alpha - 44\alpha_g] \}, \end{aligned} \quad (147)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{12(\alpha)} \cong & \{2370 - 861,1 \cos(36\alpha) - 330,6 \cos[44(\alpha - \alpha_g)]\} + \dots \\ & \dots 60 \{ \cos(8\alpha + 44\alpha_g) + \cos(80\alpha - 44\alpha_g) \}. \end{aligned} \quad (148)$$

Aqui se percebe que, além da componente CC, a principal componente da condutância magnética é a referente às ranhuras do estator em virtude de a abertura das suas ranhuras ser maior do que a das ranhuras do rotor. A componente cruzada que envolve a combinação de frequências do estator e rotor é desprezível em relação às outras.

Quando o enrolamento do estator for de camada única ou de camada dupla e passo pleno ou encurtado de um número par de ranhuras, o eixo da sua *fmm* coincide com um dente do estator. Neste caso a referência de ângulo para a condutância (eixo da ranhura) não coincide com a referência para o eixo da *fmm* (eixo do dente). Neste caso deve-se somar meio passo de ranhura do estator ao ângulo das condutâncias para ter a mesma referência. Isto resultará numa mudança de sinal nos termos em cosseno desde (133) até (148) que é expresso pela multiplicação por $(-1)^n$. Se o enrolamento do estator for de passo encurtado de um número ímpar de ranhuras as duas referências de ângulo coincidem e nenhuma correção é necessária (HELLER; HAMATA, 1977, p77).

5.6 Curva de indução no entreferro em função da condutância magnética

No ensaio a vazio, sob tensão nominal (no caso ensaiado 220,1V), a tensão de entreferro, obtida da Figura 60, foi de 214,2 V. Supondo que a indução no entreferro fosse próxima da fundamental a sua amplitude vale (BOLDEA; NASAR, 2010, p.111):

$$B_{g1vz} = \frac{V_{g1vz}}{4,44W_1\left(\frac{2}{\pi}\right)S_g f_1 K_{w1}} = \frac{214,2}{4,44 \cdot 222 \left(\frac{2}{\pi}\right) 0,0075 \cdot 60 \cdot 0,9598} \quad (149)$$

$$= 0,7859 \text{ T},$$

onde B_{g1vz} = Amplitude da fundamental da indução no entreferro no teste a vazio [T].

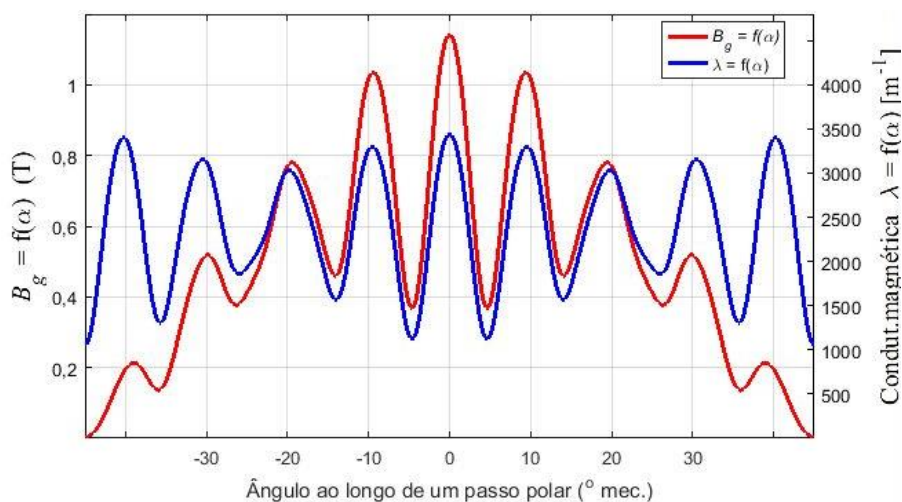
Este valor é tomado como a indução média ao longo do passo de ranhura mais centrado no polo e que dá origem ao fluxo por polo da máquina ao computar todas as ranhuras por polo e, por sua vez, está associado à fundamental da tensão de entreferro. Este valor deve ser multiplicado pelo Fator de Carter para obter a indução defronte aos dentes, que é maior que a média a fim de compensar o vale na curva de indução defronte as ranhuras.

$$B_{gmvz} = B_{g1vz} K_{c1} K_{c2} = 0,7859 \cdot 1,260 \cdot 1,105 = 1,094 \text{ T}. \quad (150)$$

Este valor de indução no entreferro dá origem a fmm de pico defronte o dente central a vazio ($F_{1mvz} = B_{gmvz} g_0 / \mu_0 = 264,1 \text{ Ae}$). Como forma de separar o efeito das harmônicas de fmm do enrolamento do estator em relação às harmônicas de condutância foi usada apenas a fundamental da fmm do estator. Para cobrir um passo polar, foi suposto que defronte os outros dentes a fmm atuante no entreferro tem uma distribuição senoidal. A Figura 21 mostra a indução no entreferro originada pela ação da fmm senoidal sobre a condutância magnética.

No caso foi usada apenas a componente CC e as primeiras harmônicas das condutâncias referentes ao estator e rotor e suas componentes cruzadas conforme (148). Sabe-se que a distribuição real de distribuição espacial real da indução no entreferro depende da posição relativa entre ranhuras e dentes do estator e do rotor. Como exemplo, foi suposto que ângulo de deslocamento do rotor em relação ao estator era nulo ($\alpha_g = 0$). O valor de pico de indução esperado era 1,094 T a partir de (150) no entanto a curva de indução obtida a partir da condutância magnética (Figura 21) apresentou um pico de 1,141 T. Atribui-se esta diferença ao pequeno número de harmônicas utilizadas na construção da curva de indução, no entanto, segundo (HELLER; HAMATA, 1977, p.67), este número de harmônicas já é suficiente no cálculo analítico básico das perdas suplementares.

Figura 21 - Indução e condutância magnética num passo polar, a vazio, sob tensão nominal, supondo fmm senoidal com as ranhuras do estator e rotor coincidentes ($\alpha_g = 0$).



Fonte: Autor.

5.7 Conclusões

Este importante capítulo teve como objetivo secundário retomar o conceito clássico do fator de Carter e fator de saturação como forma de obter um entreferro equivalente, liso e aumentado, de forma a concentrar nele toda a relutância da máquina. A razão principal deste estudo foi, no entanto, explanar o conceito de condutância magnética de entreferro como forma de modelá-lo considerando as suas variações de relutância ao longo da periferia.

Em outras palavras tratou-se de obter o seu valor médio, quantificar as suas harmônicas e fazer a distinção estas e as harmônicas de fmm devidas aos enrolamentos conforme visto no Capítulo 4.

Este conhecimento qualitativo e qualitativo da influência das ranhuras na distribuição de indução no entreferro é fundamental para o cálculo analítico das perdas suplementares, o que é visto no Capítulo 10.

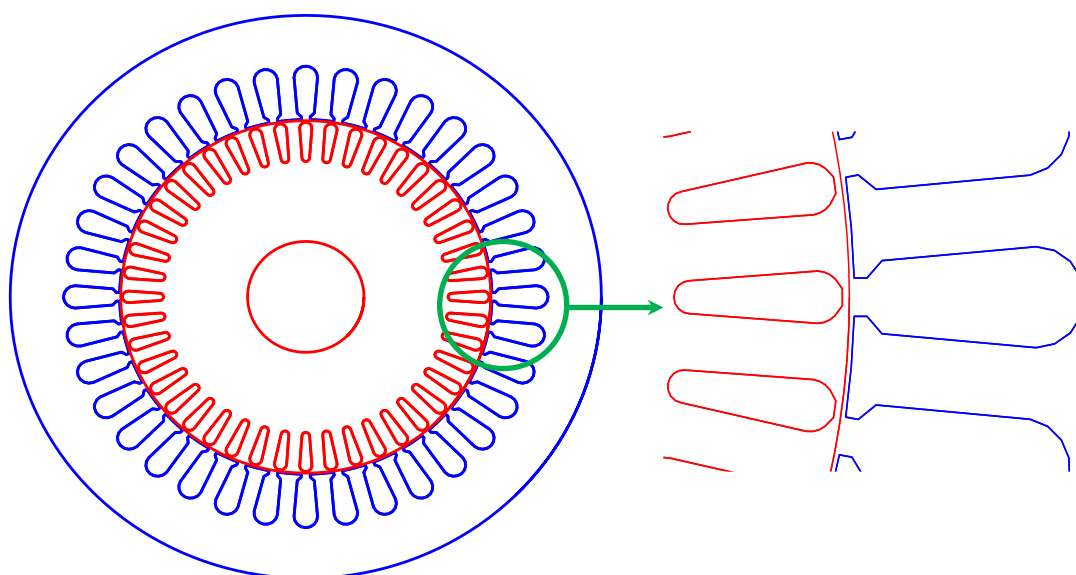
6 INDUTÂNCIA PRINCIPAL E CURVA DE MAGNETIZAÇÃO A VAZIO

Este tópico tem o objetivo de avaliar o consumo de potência reativa no ramo de excitação através da análise da variação da indutância de magnetização em função da variação da tensão de entreferro.

6.1 Introdução

No capítulo 3 foi feito o estudo da fmm e da indução no entreferro supondo a máquina sem ranhuras onde é provado que as harmônicas espaciais são devidas à disposição discreta dos condutores e não em uma distribuição contínua de condutores ao longo da circunferência do entreferro. Com o intuito de relembrar o perfil das chapas da máquina sob estudo é apresentada a Figura 22.

Figura 22 - Perfil do pacote de chapas da máquina: a) completa e b) detalhe



Fonte: Autor.

No capítulo anterior foi estudado o efeito da presença das ranhuras e das suas aberturas aumentando o conteúdo harmônico. A fmm do enrolamento concentrado ou distribuído do estator naturalmente contém uma forte componente fundamental e um conjunto de harmônicas espaciais. A composição das harmônicas de indução no entreferro não é estática, pois as correntes induzidas no rotor e a saturação de partes do circuito magnético vêm a alterar a proporção entre elas. A verdade é que as correntes do estator e do

rotor produzem o fluxo resultante de entreferro e das outras partes do circuito magnético. No entanto, na maioria das máquinas em questão, a fundamental da indução resultante não varia muito entre vazio e plena carga (BOLDEA; NASAR, 2010, p.87).

Inicialmente é suposta uma máquina a vazio (rotor aberto ou girando na velocidade síncrona) com o seu entreferro ranhurado substituído por um entreferro liso equivalente através do uso do Fator de Carter e do fator de saturação. Tem-se então uma onda de *fmm* girando na velocidade síncrona e um conjunto de ondas harmônicas menos intensas que giram em outras velocidades. Apesar de elas não induzirem correntes de frequência de escorregamento no rotor, estas harmônicas causam algumas perdas no ferro e no enrolamento do rotor. Este fato não chega a influenciar significativamente a fundamental da onda viajante, portanto são desprezados estes efeitos neste momento.

O perfil da onda viajante, quando simplificações são feitas, é assunto relativamente pacificado na bibliografia clássica. A forma precisa da onda de indução no entreferro em função do tempo é obtida pelo método dos elementos finitos, porém à custa de um tempo de computação que chega a ser proibitivo em muitos casos.

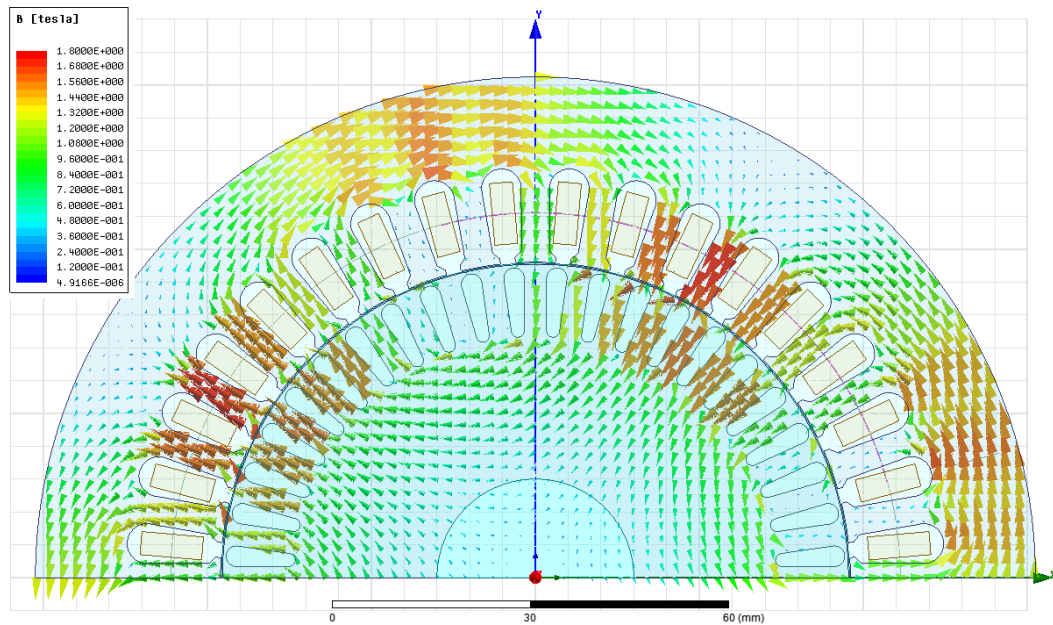
A Figura 23 mostra a distribuição de densidade de fluxo magnético na máquina em estudo utilizando as características B-H do aço laminado do pacote magnético no instante em que corrente da fase a está com o valor máximo e as outras duas com a metade deste valor e no sentido negativo ($I_{aCC} = 2,98A$, $I_{bCC} = I_{cCC} = -1,49A$). Foi usado o *software* Ansys Electromagnetics® (também chamado de Maxwell®) em simulação 2D magnetostática.

A curva da Figura 24 mostra a indução radial nos diversos pontos do entreferro com o estator excitado com valores de corrente CC correspondentes a um ponto típico de seu funcionamento a vazio.

6.2 A fundamental da *fmm* de magnetização e a corrente a vazio

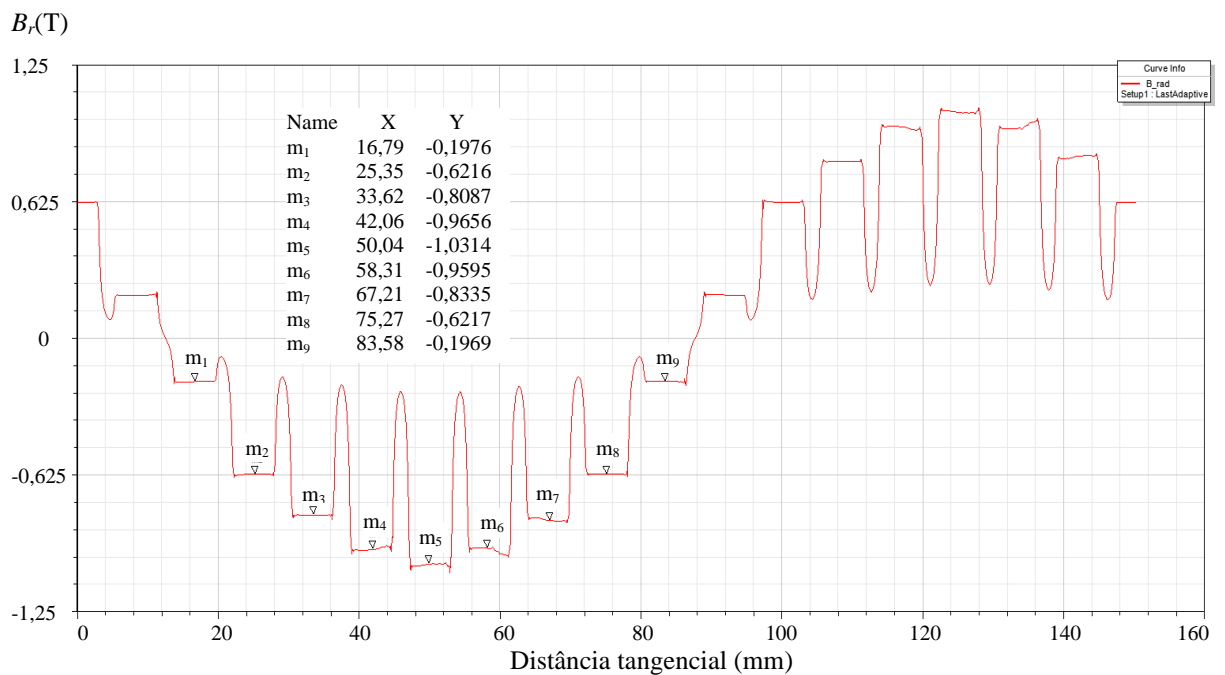
A grande maioria da bibliografia está baseada no uso apenas da fundamental da indução no entreferro como fonte de produção de fluxo magnético mútuo entre estator e rotor e, conseqüentemente, produção de conjugado eletromagnético. Apesar disto há uma linha de pesquisadores que estudam máquinas m-fásicas que exploram a terceira harmônica da indução no entreferro e injetam uma terceira harmônica de corrente no estator para obter ganhos de densidade de conjugado (PEREIRA *et al.*, 2006).

Figura 23 - Mapeamento da indução da máquina em simulação magnetostática com as correntes a vazio



Fonte: Autor (usando o *software* Ansys Electromagnetics).

Figura 24 - Indução radial no entreferro em simulação magnetostática a vazio.



Fonte: Autor (adaptado do *software* Ansys Electromagnetics).

Feitas estas considerações, a indutância de magnetização é definida a partir do fluxo magnético concatenado devido à fundamental da indução no entreferro sendo que as harmônicas espaciais têm, posteriormente, tratamento como indutância de dispersão.

Desprezando o efeito das ranhuras, para níveis leves de saturação, a fundamental da fmm produz uma indução senoidalmente distribuída no entreferro. Um projeto bem balanceado pode manter a indução senoidal mesmo com induções mais elevadas.

Partindo-se de um enrolamento concentrado de passo pleno e levando-se em conta, posteriormente, o fator de enrolamento do estator, a presença das outras duas fases e finalmente decompondo-se em série de Fourier obtém-se a fundamental de fmm do estator (F_{s1}) conforme visto em (37). Esta equação está pacificada entre os diversos autores, apresentando apenas pequenas variações, basicamente no símbolo de cada variável e na sua posição (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.114), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.91), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.183-186). Supondo a máquina vazio a corrente do estator é I_{m1} .

$$F_{m1} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1 K_{w1}}{2p} \sqrt{2} I_{m1}. \quad (151)$$

Se a fundamental da fmm por polo a vazio for conhecida pode-se obter o valor eficaz da fundamental da corrente magnetizante a vazio (I_{m1}) por:

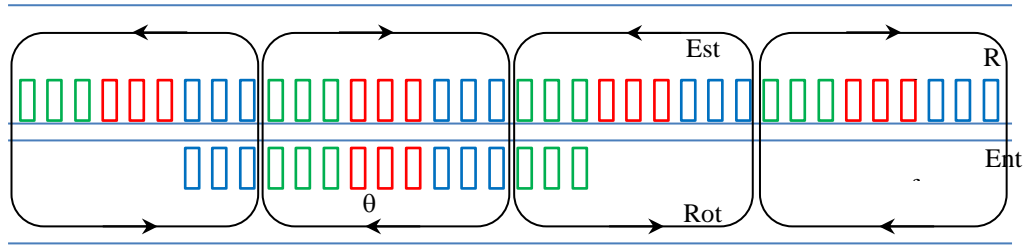
$$I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{3} \frac{\pi}{4} \frac{2p}{W_1 K_{w1}} F_{m1}. \quad (152)$$

Nas máquinas típicas a corrente a vazio (I_0/I_n) fica entre 0,5 e 0,8 para máquinas de potência fracionária e entre 0,2 e 0,3 para altas potências, aumentando um pouco para números de polos maiores. Quanto menor for a indução no entreferro menor é a corrente a vazio (BOLDEA; NASAR, 2010, p.91).

6.3 Influência da saturação na distribuição de fluxo (por dados de projeto)

Para a análise do circuito magnético da máquina de indução é usada, naturalmente, a lei de Ampère para a condição quase-estática já apresentada em (1). Para obter os valores de pico da fmm e de indução no entreferro é traçada uma linha de força passando pelos centros de dois polos adjacentes de uma máquina multipolar. Neste trajeto deve-se considerar as quedas de fmm s em todos os trechos de ferro e de ar e todas as correntes existentes no interior do caminho percorrido pela mesma, conforme a Figura 25.

Figura 25 - Esboço para cálculo da indutância de magnetização



Fonte: Autor.

É então obtida, de forma analítica, a curva de magnetização que mostra a relação ($B_{gm} = f(F_m)$) entre a amplitude da indução no entreferro e a amplitude da fmm por polo com a máquina sem corrente no rotor. Num segundo momento é estabelecida a relação entre a amplitude da fundamental da indução no entreferro e a amplitude da fundamental da fmm por polo a vazio. Esta curva de magnetização analítica costuma apresentar erros para tensões entre 100 e 130% da tensão nominal devido à forte saturação de dentes e culatras (BOLDEA; NASAR, 2010, p.87).

A curva de magnetização a vazio é muito importante no projeto de uma máquina de indução pois tem forte influência na corrente de magnetização.

É assumido inicialmente que a indução no entreferro possui distribuição aproximadamente cossenoidal no espaço (ao longo da periferia do entreferro) e é variante no tempo também cossenoidalmente de modo que

$$b_{g1}(\theta, t) = B_{g1} \cos(\theta - \omega_1 t), \quad (153)$$

onde b_g, B_{g1} = indução no entreferro pontual e instantânea / máxima, α, θ = âng. mecânico/ elétrico (rad); ω_1 = veloc. ang. da corrente do estator (rad/s).

Tomando $t = 0$, obtém-se a distribuição espacial da indução ao longo do entreferro.

$$b_{g1}(\theta, 0) = B_{g1} \cos(\theta) = B_{g1} \cos(p\alpha). \quad (154)$$

Atribuindo-se $\theta = 0$, obtém-se o ponto no entreferro onde encontra-se o eixo magnético da indução no entreferro. Integrando-se a indução ao longo de um passo polar obtém-se o fluxo que atravessa o entreferro por polo.

$$\phi_g = \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} B_{g1} \cos(p\alpha) l_e R_g p d\alpha = \frac{R_g}{p} l_e B_{g1} \text{sen}(p\alpha) \Big|_{-\pi/2p}^{\pi/2p} = \frac{D_g}{2} l_e \frac{2}{p} B_{g1}, \quad (155)$$

onde R_g , D_g são o raio e o diâmetro médio do entreferro, B_{g1} é a amplitude da fundamental da indução no entreferro, l_e é o comprimento efetivo do estator.

Este fluxo se divide em duas partes iguais que passam pela culatra (jugo) do estator e do rotor causando, na parte mais saturada, a seguinte indução, supondo dispersão nula.

$$B_{ymr,s} = \frac{\phi_g}{2} \frac{1}{l_e \cdot h_{ys,r}} = \frac{1}{2} \frac{D_g}{2} l_e \frac{1}{p} B_{g1} 2 \frac{1}{l_e \cdot h_{ys,r}} = \frac{1}{2} \frac{D_g}{p} B_{g1} \frac{1}{h_{ys,r}}, \quad (156)$$

onde $h_{ys,r}$ = altura (espessura) da culatra do estator/rotor (m).

Usando a definição de passo polar tem-se:

$$\tau_p = \frac{\pi D_g}{2p}, \quad (157)$$

onde

$$D_g = \frac{2p\tau_p}{\pi}. \quad (158)$$

Substituindo (157) em (156) chega-se a:

$$B_{ymr,s} = \frac{1}{2} \frac{D_g}{p} B_{g1} \frac{1}{h_{ys,r}} = \frac{1}{2} \frac{2p\tau_p}{\pi p} B_{g1} \frac{1}{h_{ys,r}} = \frac{1}{2} \frac{\tau_p}{h_{ys,r}} \frac{2}{\pi} B_{g1}, \quad (159)$$

Considerando a variação no tempo e no espaço tem-se a amplitude (valor de pico) da fundamental da indução nos jugos do estator/rotor:

$$B_{y1s,r}(\alpha, t) = B_{ymr,s}(\alpha, t) = \frac{1}{2} \frac{\tau_p}{h_{ys,r}} \frac{2}{\pi} B_{g1} \text{sen}(p\alpha - \omega_1 t). \quad (160)$$

Observando-se a Figura 25, para $t = 0$, percebe-se que a máxima indução no entreferro ocorre em $\theta = 0$ (onde a corrente no estator é nula) e a máxima indução no jugo estatórico/rotórico é máxima em 90° E justamente atrás das ranhuras com a máxima corrente e localizadas onde a indução no entreferro é nula.

Devido às distribuições de indução e de fmm serem aproximadamente sinusoidais é suficiente calcular as fmm de pico correspondente às diversas partes do circuito magnético para obter a fmm de pico resultante.

Então, aplicando-se a lei de Ampère ao longo da linha de fluxo que vai de $\theta = 0^\circ$ até 180° E (primeira linha fechada da Figura 25,) chega-se a:

$$2F_{sm} = 2F_g + 2F_{ts} + 2F_{tr} + F_{ys} + F_{yr}. \quad (161)$$

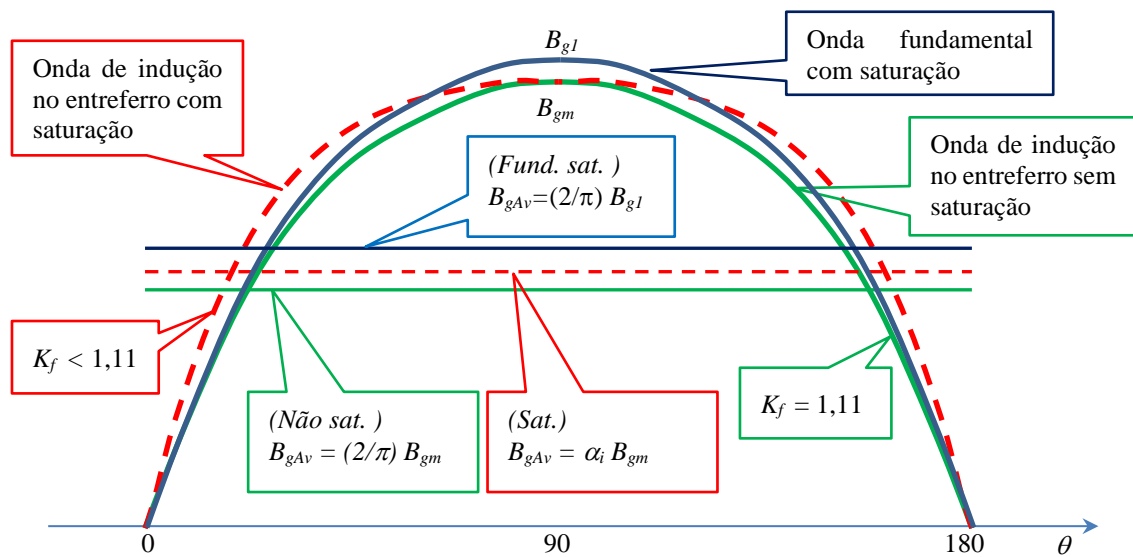
A *fmm* de pico para um polo (F_{sm}) é obtida aplicando a lei de Ampère para a metade do circuito magnético obtendo-se:

$$F_{sm} = F_g + F_{ts} + F_{tr} + F_{ys}/2 + F_{yr}/2. \quad (162)$$

Cada parte deste caminho magnético principal possui um comprimento, uma seção transversal, um dado fluxo magnético, uma indução, uma intensidade de campo e uma *fmm* a serem determinados.

O ponto de partida é o cálculo do fluxo por polo no entreferro. A princípio a indução no entreferro é suposta aproximadamente senoidal, mas, se houver algum achatamento, o fator de forma e o valor médio se alteram conforme mostra a Figura 26.

Figura 26 - Forma de onda senoidal e achatada pela saturação dos dentes



Fonte: Autor.

O fator de saturação dos dentes é definido por:

$$K_{sd} = \frac{F_{ts} + F_{tr} + F_g}{F_g}. \quad (163)$$

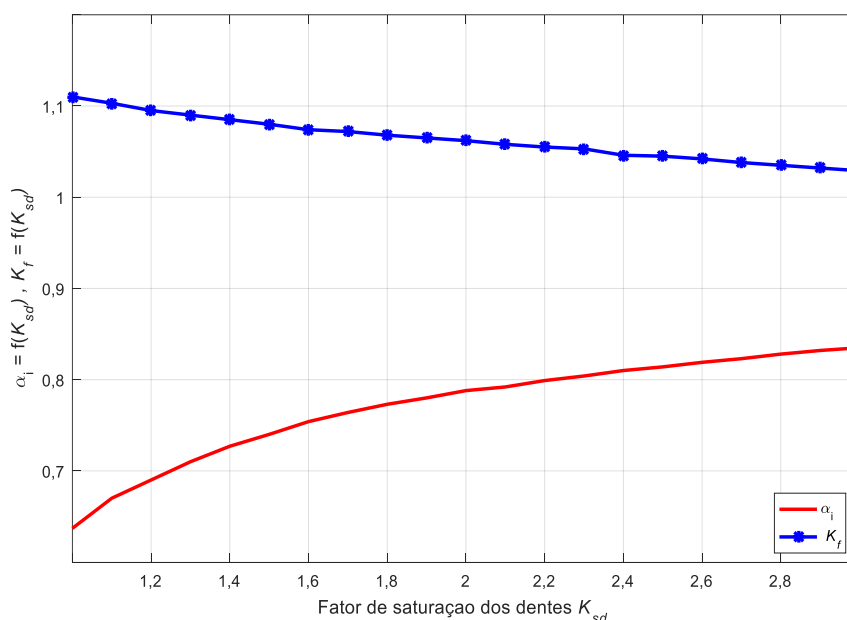
Estes fatores ($K_f = B_{gef}/B_{gAv}$ e $\alpha_i = B_{gAv}/B_{gm}$) dependem do fator de saturação dos dentes (K_{sd}) e podem ser corrigidos pelas curvas mostradas na Figura 27 (BOLDEA; NASAR, 2010, p.436), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.313).

Note-se que, para um dado valor da indução máxima B_{gm} no entreferro, o pico da fundamental da onda saturada (B_{g1} , curva azul da Figura 26) é maior do que o da onda senoidal não-saturada.

Como se pode ver na Figura 27, se o coeficiente de saturação dos dentes (K_{sd}) for unitário (sem saturação) $\alpha_i = 0,637$ e $K_f = 1,11$, típicos de onda senoidal. Se a onda for muito achatada, tendendo a um trapézio quase retangular, tem-se, no limite, $\alpha_i = 1,0$ e $K_f = 1,0$.

Numa etapa inicial de projeto pode-se admitir $K_{sd} = 1,3$ a 1,5 (BOLDEA; NASAR, 2010) sendo, neste caso, iniciado com 1,4. Com este valor é feita uma leitura na Figura 27 e obtém-se $\alpha_i Prj = 0,726$ e $K_f Prj = 1,085$ para a primeira iteração.

Figura 27 - Fatores de forma (K_f) e de média (α_i) em função do fator de saturação dos dentes



Fontes: Adaptado de (BOLDEA; NASAR, 2010), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014)

Estudos teóricos-práticos levaram à seguinte relação entre a amplitude da terceira harmônica de saturação da indução no entreferro e a sua fundamental, supondo-as como as únicas presentes no entreferro da máquina de indução trifásica (SEINSCH, 1992).

$$B_{3,1} = \frac{B_{g3}}{B_{g1}} = \frac{1 - \frac{1}{K_s}}{1 + \frac{3}{K_s}}, \quad (164)$$

onde B_{g1} e B_{g3} são as amplitudes da fundamental e da terceira harmônica de indução no entreferro.

Para ondas de indução contendo harmônicas o valor eficaz da mesma vale:

$$B_{gef} = \sqrt{B_{g1ef}^2 + B_{g3ef}^2} = B_{g1ef} \sqrt{1 + \left(\frac{B_{g3ef}}{B_{g1ef}}\right)^2} = B_{g1ef} \sqrt{1 + \left(\frac{B_{g3}}{B_{g1}}\right)^2},$$

$$B_{gef} = \frac{B_{g1m}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{B_{g3}}{B_{g1}}\right)^2}. \quad (165)$$

Tomando-se as equações de definição dos fatores já relatados tem-se:

$$B_{gAv} = B_{gm} \alpha_i, \quad (166)$$

$$B_{gAv} = B_{gef} / K_f. \quad (167)$$

Substituindo (166) em (167) e reescrevendo tem-se:

$$B_{gef} = B_{gm} \alpha_i K_f. \quad (168)$$

Comparando (168) com (165) e resolvendo para B_{g1m} tem-se finalmente:

$$B_{gm} \alpha_i K_f = \frac{B_{g1}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{B_{g3}}{B_{g1}}\right)^2}, \quad (169)$$

$$B_{g1} = B_{gm} \alpha_i K_f \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{B_{g3}}{B_{g1}}\right)^2}}. \quad (170)$$

Desta maneira obtém-se, de uma forma aproximada, a amplitude da fundamental da indução no entreferro B_{g1} a partir do fator de saturação da máquina (K_s).

6.4 Relação entre a forma da onda de indução no entreferro e a fem induzida

A fem média induzida numa bobina de passo pleno, independentemente da forma da indução do entreferro, com w_{1p} espiras, é dada exatamente por:

$$E_{bAv} = w_{1p} \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = w_{1p} \frac{\phi_g}{\frac{T'}{4}} = w_{1p} \frac{\phi_g}{\frac{\pi/2}{\omega_1}} = w_{1p} \frac{2\phi_g 2\pi f_1}{\pi} = 4w_{1p} \phi_g f_1, \quad (171)$$

onde ϕ_g = fluxo por polo (Wb), T' = período da rede (s);

Assumindo conhecidos K_f e α_i calcula-se a tensão eficaz numa bobina, independentemente da forma da distribuição do fluxo ao longo do passo polar, por:

$$E_{bef} = K_f E_{bAv} = K_f 4 w_{1p} (\alpha_i B_{gm} S_p) f_1. \quad (172)$$

Supondo que a fase inteira tenha W_l espiras em série por fase e que o enrolamento seja concentrado de passo pleno, todas as *fems* estão em fase logo a *fem* eficaz por fase é:

$$E_{gc} = 4K_f W_1 (\alpha_i B_{gm} S_p) f_1. \quad (173)$$

Supondo que o enrolamento seja distribuído, e possivelmente de passo encurtado, deve-se levar isto em conta, porque as *fems* estão levemente defasadas entre si. Supondo que a distribuição de fluxo não se afaste muito da senoidal o fator de enrolamento para a fundamental K_{w1} se aplica com boa precisão para a onda de *fem* quase-senoidal logo:

$$E_{gf} = 4K_f W_1 (\alpha_i B_{gm} S_p) f_1 K_{w1}, \quad (174)$$

onde E_{gf} é a *fem* ou tensão de entreferro eficaz por fase, K_f é o fator de forma da *fem*, B_{gm} é a indução máxima no entreferro, S_p é a área de entreferro por polo.

O fator de forma da *fem* de entreferro foi tomado aproximadamente igual ao da indução no entreferro apesar dos fatores de enrolamentos criarem uma diferença entre as formas de onda das duas grandezas. Isto foi feito porque o valor de K_f foi obtido de maneira aproximada a partir do fator de saturação dos dentes.

Usando (174) pode-se obter o fluxo no entreferro por polo conhecendo-se alguns dados de projeto. Numa etapa inicial de projeto supõe-se que a tensão de entreferro seja aproximadamente senoidal com valor eficaz algo inferior à tensão de fase nominal conforme (BOLDEA; NASAR, 2010, p.436).

$$K_{ePrj} = 0,98 - 0,005p = 0,98 - 0,005 = 0,97. \quad (175)$$

Assim a tensão de entreferro de projeto a vazio é $V_{g0Prj} = 0,97 \cdot 220 = 213,4$ V.

Com os dados obtidos a partir do fator de saturação obtém-se o fluxo por polo

$$\phi_{gPrj} = \frac{V_{g0Prj}}{4 W_1 K_{fPrj} f_1 K_{w1}} = \frac{213,4}{4 \cdot 222 \cdot 1,085 \cdot 60 \cdot 0,9598} = 3,846 \text{ mWb}, \quad (176)$$

$$B_{gmPrj} = \frac{\phi_{gPrj}}{\alpha_i S_p} = \frac{3,846 \cdot 10^{-3}}{0,726 \cdot 7,5398 \cdot 10^{-3}} = 0,7017 \text{ T}. \quad (177)$$

6.5 Traçado da curva de magnetização por meio de dados de projeto

De posse do valor inicial de indução no entreferro obtido de (177), esta foi variada desde zero até aproximadamente 20% acima do valor seu valor nominal. Para cada valor de indução foi calculado o fluxo magnético no entreferro e nas outras partes e obtidas as *fnms*

gastas em cada parte da máquina. Assim foi possível obter o fator de saturação dos dentes, comparar com o valor atribuído inicialmente e realizar algumas iterações até obter uma diferença suficientemente pequena.

Em cada iteração os fluxos são corrigidos por uma dispersão típica.

$$\phi_{tts} = \phi_g \cdot 1,00; \quad \phi_{tns} = \phi_g \cdot 1,02; \quad \phi_{tbs} = \phi_g \cdot 1,05; \quad \phi_{ys} = \phi_g \cdot 1,05/2.$$

onde ϕ_{tts} = fluxo magnético no topo do dente do estator; ϕ_{tns} = fluxo magnético no pescoço do dente do estator; ϕ_{tbs} = fluxo magnético no corpo do dente do estator; ϕ_{ys} = fluxo magnético no jugo do estator.

$$\phi_{ttr} = \phi_g \cdot 1,00; \quad \phi_{tnr} = \phi_g \cdot 0,99; \quad \phi_{tbr} = \phi_g \cdot 0,98; \quad \phi_{yr} = \phi_g \cdot 0,97/2.$$

onde se tem os fluxos magnéticos do rotor correspondentes às mesmas partes do estator.

O comprimento radial do entreferro foi corrigido pelo Fator de Carter supondo que a ranhura do rotor, mesmo fechada por uma ponte saturada, foi considerada como se tivesse uma abertura de 1,1 mm ou 0,04” (AGARWAL; ALGER, 1960).

$$g_c = g_0 K_c = 0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3926 = 0,422 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (178)$$

$$S_p = \frac{2\pi R}{2p} l_{ax} = \frac{2\pi \cdot 48,0 \cdot 10^{-3}}{4} 100 \cdot 10^{-3} = 75,40 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2. \quad (179)$$

As dimensões do estator usadas, por observação da Figura 2, foram:

$$l_{tts} = h_{s0} = 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (180)$$

$$S_{tts} = (\tau_s - b_{s0}) l_e = (8,4 - 2,3) 95,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 5,774 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (181)$$

$$l_{tns} = h_{s1} = 0,949 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (182)$$

$$\begin{aligned} S_{tns} &= \frac{(\tau_s - b_{s0}) + b_{ts}}{2} l_e = \frac{(8,4 - 2,3) + 4,31}{2} \cdot 95,0 \cdot 10^{-6} \\ &= 4,934 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \end{aligned} \quad (183)$$

$$l_{tbs} = 11,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}; \quad S_{tbs} = b_{ts} l_e = 4,31 \cdot 95,0 \cdot 10^{-6} = 4,09 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (184)$$

$$l_{ys} = \frac{2\pi R_{mys}}{2p \cdot 2} = \frac{2\pi \cdot 68,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 2} = 53,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (185)$$

$$S_{ys} = h_{ys} L_e = 15,3 \cdot 95,0 \cdot 10^{-6} = 14,49 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2. \quad (186)$$

onde l_{ts} , S_{ts} = comprimento/área do topo do dente do estator; l_{ms} , S_{ms} = comprimento/área do pescoço do dente do estator; l_{bs} , S_{bs} = comprimento /área do corpo do dente do estator; l_{ys} , S_{ys} = comprimento/área do jugo do estator; R_{mys} = raio médio do jugo do estator.

Para o rotor resultou:

$$l_{ttr} = (h_{r0} + b_{r1}/2)/2 = (0,44 + 3,1/2)/2 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (187)$$

$$S_{ttr} = (\tau_r - b_{r0})L_e = (6,9 - 1,1)95,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 5,467 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (188)$$

$$l_{tnr} = (b_{r1}/2)/2 = 0,785 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (189)$$

$$S_{tnr} = \frac{(\tau_r - b_{r0}) + b_{tr}}{2} l_e = \frac{(6,9 - 1,1) + 3,4}{2} 95,0 \cdot 10^{-6} \quad (190)$$

$$= 4,341 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

$$l_{tbr} = h_{tr} - \frac{1}{2} \cdot h_{r1} - \frac{1}{2} \left(\frac{b_{r2}}{2} \right) = 9,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (191)$$

$$S_{tbr} = b_{tr} l_e = 3,40 \cdot 95,0 \cdot 10^{-6} = 3,215 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (192)$$

$$l_{yr} = \frac{2\pi R_{myr}}{2p \cdot 2} = \frac{2\pi \cdot 26,6 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 2} = 20,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (193)$$

$$S_{yr} = h_{yr} l_e = 23,2 \cdot 95,0 \cdot 10^{-6} = 22,03 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (194)$$

onde l_{tr} , S_{tr} = comprimento/área do topo do dente do rotor; l_{nr} , S_{nr} = comprimento/área do pescoço do dente do rotor; l_{br} , S_{br} = comprimento /área do corpo do dente do rotor; l_{yr} , S_{yr} = comprimento/área do jugo do rotor; R_{myr} = raio médio do jugo do rotor.

Antes de prosseguir ainda são feitas correções na indução dos dentes, tendo em vista que parte do fluxo magnético se estabelece radialmente à ranhura quando fortes f_{mms} atuam ao longo dos dentes. A Figura 28 mostra a redução de fluxo magnético no dente (*defluxing*) devido à existência de fluxo magnético radial por dentro da ranhura paralelo ao fluxo do dente (KUHLMANN, 1950, p.60,76) , (BOLDEA; NASAR, 2010, p.97).

O fluxo magnético que se estabelece num passo de ranhura na periferia do entreferro é o mesmo através de um passo localizado um terço da altura do dente e é expresso por:

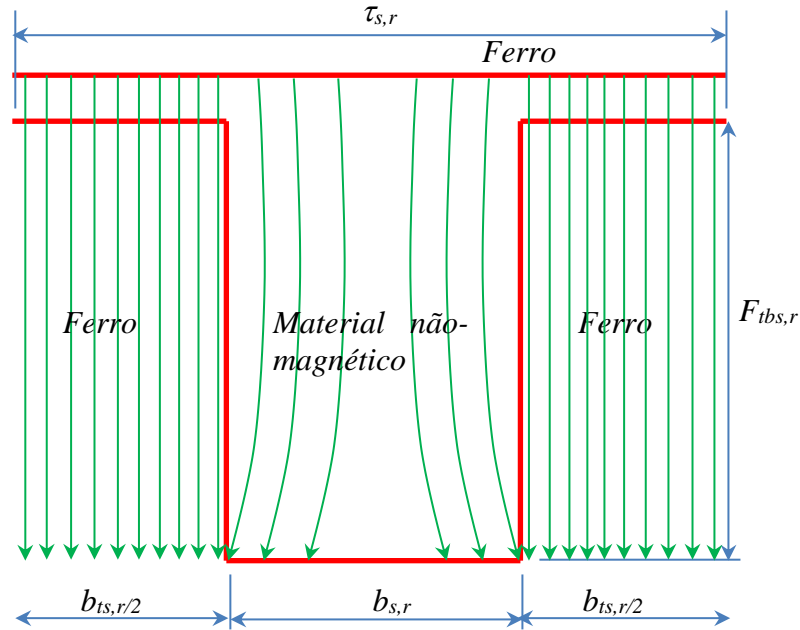
$$\phi_\tau = \phi_{\tau 3} = \phi_{t3} + \phi_{s3}, \quad (195)$$

$$B_{t3h} S_{tf3} = B_{t3} S_{tf3} + B_{a3} S_{ta3}, \quad (196)$$

onde ϕ_τ = fluxo num passo de ranhura no entreferro; $\phi_{\tau 3}$, ϕ_{t3} , ϕ_{s3} fluxos a um terço da altura do dente, respectivamente, num passo de ranhura, no dente, na ranhura; B_{t3} = indução

real no dente a 1/3 da altura; B_{t3h} = indução hipotética no dente que simula a passagem de todo o fluxo por ele; S_{tf3} = seção líquida de ferro do dente neste local, S_{ta3} , B_{a3} = seção e indução no material não-magnético num passo de dente.

Figura 28 - Redução de fluxo no dente devido ao desvio pela ranhura



Fonte: Autor.

As seções de ferro S_{tf3} e do material não-magnético S_{ta3} em um passo de ranhura a 1/3 da altura do dente são respectivamente:

$$S_{tf3} = b_{t3}l_e, \quad (197)$$

$$S_{ta3} = (\tau_{s3} - b_{t3})l_{ax} + b_{t3}(l_{ax} - l_e). \quad (198)$$

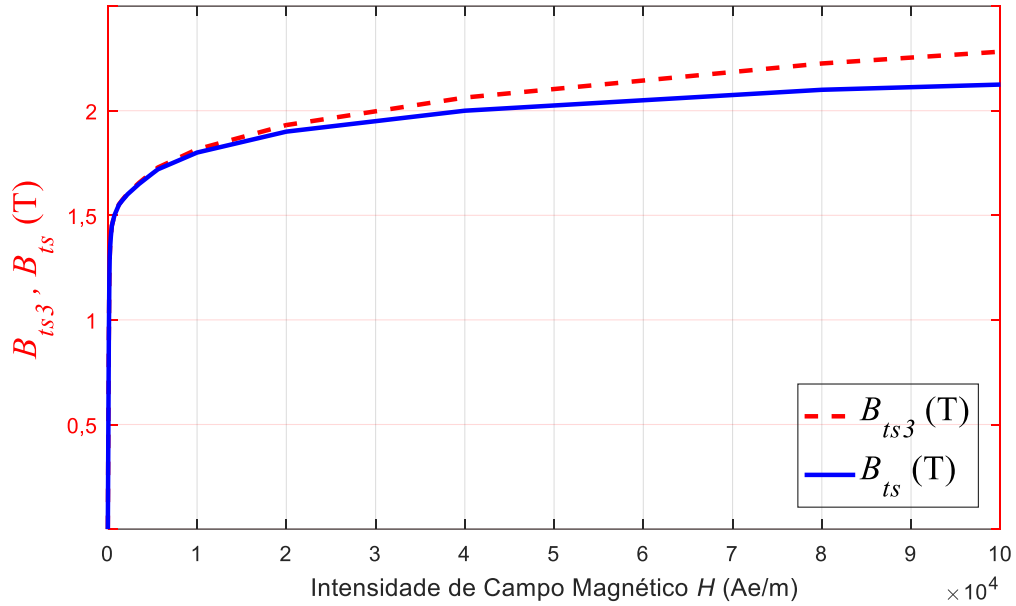
Substituindo (198) em (196) e reescrevendo tem-se:

$$B_{t3h}S_{tf3} = B_{t3}S_{tf3} + \mu_0 H_{t3}S_{ta3}, \quad (199)$$

$$B_{t3h} = B_{t3} + \mu_0 H_{t3}S_{ta3}/S_{tf3}. \quad (200)$$

Atribuindo valores escolhidos à intensidade de campo no dente, interpolando na curva BH do ferro-carbono tratada termicamente (Anexo 2) e substituindo em (200) obtém-se uma segunda curva BH hipotética que é salva junto com a original. É feito o mesmo raciocínio para o estator e para o rotor, porém são originados dois arquivos diferentes para cada máquina em estudo.

Figura 29 - Curvas BH real e adaptada para os dentes do estator



Fonte: Autor, baseado em (KUHLMANN, 1950).

Então, a partir deste momento, pode-se imaginar que todo o fluxo passa pelo dente criando uma indução B_{t3h} e os valores de intensidade de campo para os dentes são obtidos destes arquivos e não mais da curva BH original. Substituindo os valores para o estator tem-se:

$$\tau_{s3} = \frac{2\pi(R + \frac{h_{st}}{3})}{N_s} = \frac{2\pi(48,0 + \frac{14,5}{3})}{36} = 9,2 \text{ mm}, \quad (201)$$

$$b_{t3s} = b_{ts} = 4,3 \text{ mm}; \quad S_{t3fs} = b_{t3s}l_e = 4,3 \cdot 95,0 = 4,085 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (202)$$

$$S_{ta3s} = (9,2 - 4,3)100,0 + 4,3(100,0 - 95,0) = 5,446 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2. \quad (203)$$

A substituição dos valores em (200) permite gerar as curvas da Figura 29 relativas aos dentes do estator. Para o rotor as mesmas considerações dão origem à Figura 30.

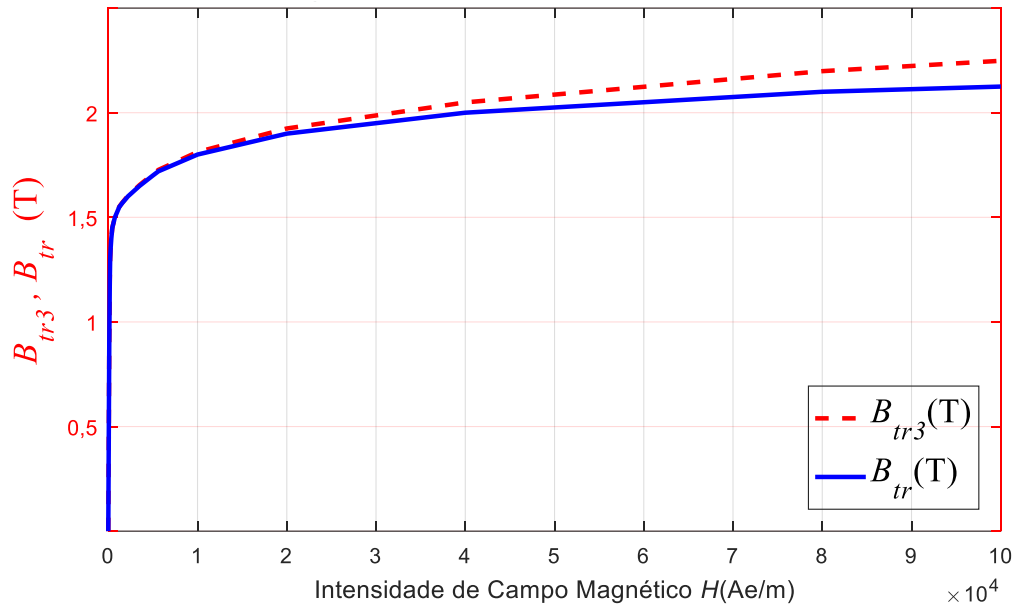
$$\tau_{r3} = \frac{2\pi(R - g_0 - \frac{h_{rt}}{3})}{N_r} = \frac{2\pi(48,0 - 0,303 - \frac{9,3}{3})}{44} = 6,4 \text{ mm}. \quad (204)$$

Assim as seções correspondentes são:

$$b_{t3r} = b_{tr} = 3,4 \text{ mm}, \quad S_{t3fr} = b_{t3r}l_e = 3,4 \cdot 95,0 = 3,215 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \quad (205)$$

$$S_{ta3r} = (6,8 - 3,4)100,0 + 3,4(100,0 - 95,0) = 3,154 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2. \quad (206)$$

Figura 30 - Curvas BH real e adaptada para os dentes do rotor



Fonte: Autor, baseado em (KUHLMANN, 1950).

Ao calcular a queda de fmm nos jugos do estator e do rotor percebe-se que a indução é máxima no intervalo entre os polos, porém diminui próximo aos centros dos mesmos e que não há apenas componentes tangenciais o que torna um método totalmente analítico mais difícil. Deve-se, então, fazer uma correção prática na intensidade de campo como sugerido por (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014) e mostrado na Figura 31.

Desta forma as quedas de fmm nos jugos do estator e do rotor ficam, respectivamente:

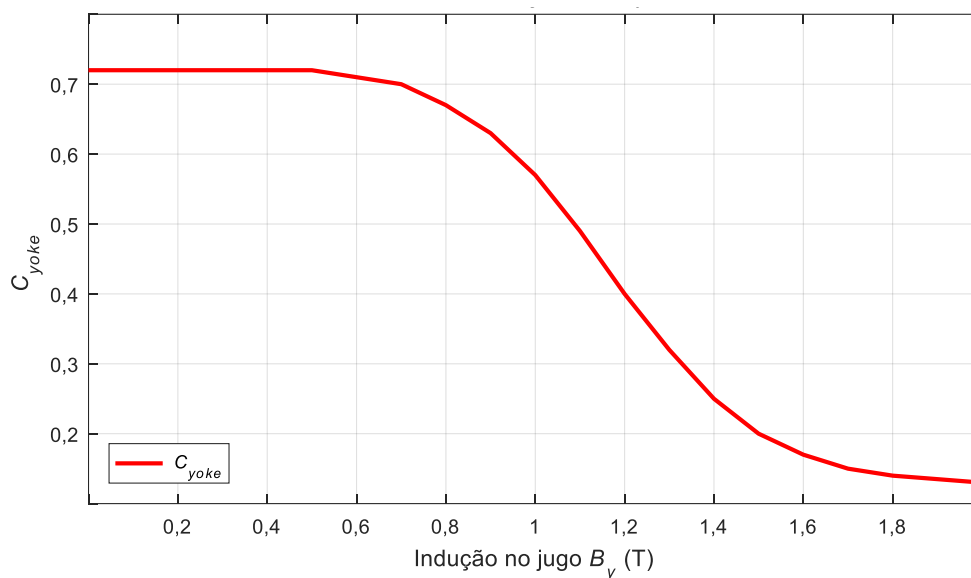
$$F_{ys} = H_{ys} l_{ys} C_{yokes}, \quad (207)$$

$$F_{yr} = H_{yr} l_{yr} C_{yoker}. \quad (208)$$

Feitas estas considerações é realizado um laço variando a indução e calculando (em sequência) o fluxo magnético por polo no entreferro, indução, intensidade de campo e queda de fmm em cada uma das partes já mencionadas. A cada cálculo completo é obtido o novo valor para fator de saturação dos dentes (K_{sd}) a partir do qual são interpolados os novos valores de α_i e K_f para a próxima iteração.

$$K_{sd}(i) = \frac{F_g(i) + F_{ts}(i) + F_{tr}(i)}{F_g(i)}. \quad (209)$$

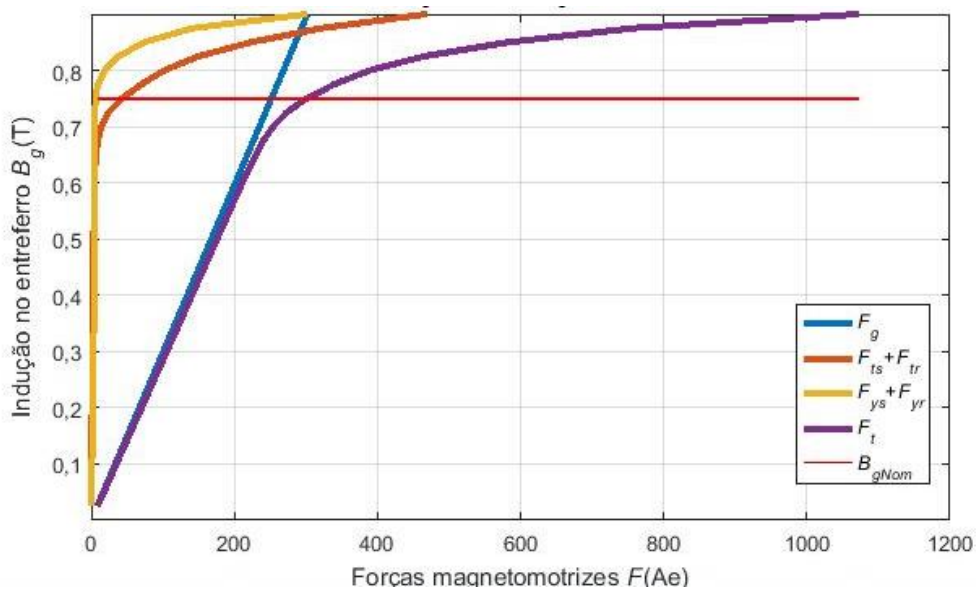
Figura 31 - Coeficiente de correção da intensidade de campo nos jugos



Fonte: (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014)

A Figura 32 mostra os valores das fmm após as convergências em cada valor de indução.

Figura 32 - Curva de magnetização a vazio em função da indução de entreferro (método analítico)



Fonte: Autor.

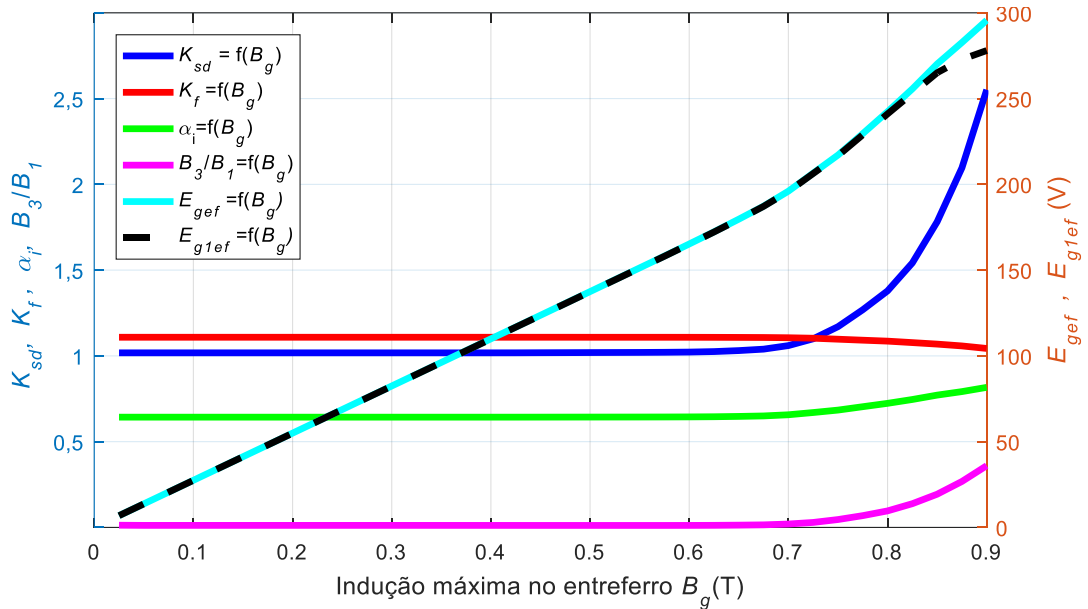
A Figura 32 mostra o comportamento das diversas parcelas de fmm a vazio para cada valor de indução máxima no entreferro. A fmm de entreferro F_g predomina sobre as outras componentes até valores algo acima da indução normal de trabalho a vazio. As fmm s de dentes de estator e rotor (F_{ts} e F_{tr}) são as que mais se destacam logo a seguir. Os menores

valores de fmm ocorrem nos jugos do estator e do rotor (F_{ys} e F_{yr}). A fmm total (F_t) é a soma destas parcelas e representa a curva de magnetização a vazio tendo como variável de referência a indução máxima no entreferro (B_g). Nota-se que, para a indução sob tensão nominal a vazio, já se percebe alguma saturação do circuito magnético.

Ao final de cada iteração (i) se pode obter a correção da espessura do entreferro a fim de supor que toda a relutância está localizada no mesmo e no ferro seja desprezada.

$$g_e(i) = g_c K_s(i) = g_c \frac{F_t(i) + F_g(i)}{F_g(i)} \quad (210)$$

Figura 33 - Influência da saturação dos dentes sobre algumas grandezas escolhidas



Fonte: Autor.

Além da curva de magnetização mostrada na Figura 32, foram obtidos outros resultados de interesse que são mostrados na Figura 33. Estes valores foram obtidos para a condição a vazio sob tensão terminal nominal e são mostrados na Tabela 4.

Tabela 4 - Algumas variáveis sob tensão nominal a vazio

B_{gNom}	ϕ_{gNom}	F_{tNom}	K_{sNom}	K_{sdNom}	K_{fNom}	α_{iNom}	g_{eNom}	B_{g1Nom}	ϕ_{g1Nom}	E_{gef}	E_{g1ef}
T	mWb	Ae	-	-	-		mm	T	mWb	V	V
0,741	3,796	291,0	1,169	1,146	1,099	0,678	0,493	0,783	3,734	213,7	213,4

Note-se K_{sd} próximo de 1, K_f próximo de 1,11 e α_i próximo de $2/\pi$ (0,637). Também os valores eficazes da onda de fem real e de sua fundamental são muito próximos. Daí

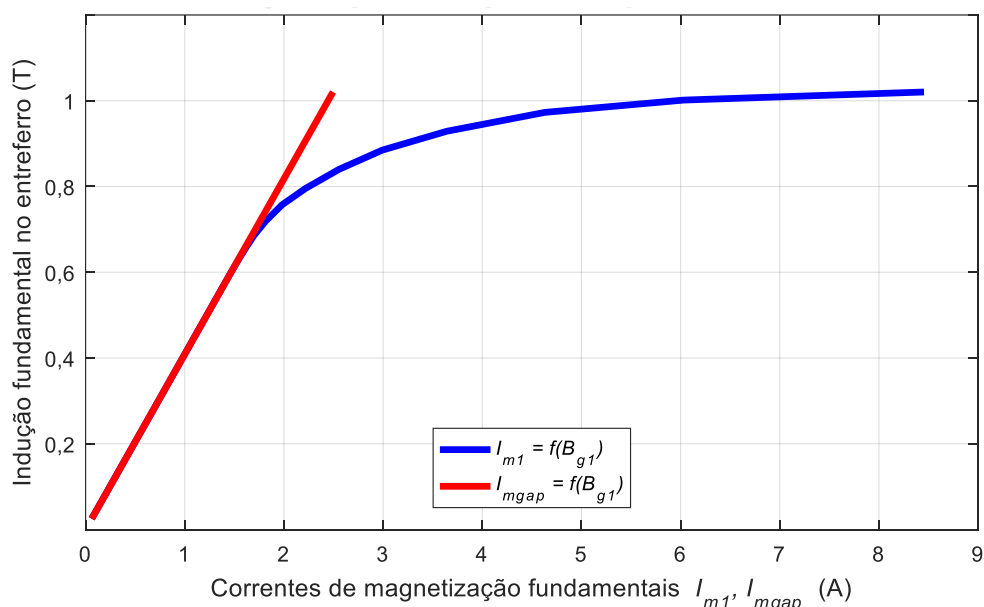
conclui-se que esta máquina a vazio opera numa situação pouco saturada. Observa-se que, acima de 0,85 T de pico no entreferro, os valores eficazes da *fem* de entreferro real (E_{gef}) e da *fem* fundamental (E_{g1ef}) começam a se afastar. Atribui-se este fato à deformação da onda de indução no entreferro que vai se tornando achatada (o que é esperado) e também à perda de precisão das constantes empíricas em função da alta saturação do circuito magnético.

Agora já é possível obter a corrente de magnetização a vazio a partir da *fmm* necessária para magnetizar todo o circuito magnético. A relação entre a *fmm* de pico da fundamental (resultante da ação das três fases), já mostrada em (151), é repetida aqui.

$$I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{m} \frac{\pi}{4} \frac{2p}{W_1 K_{w1}} F_{m1}. \quad (211)$$

Esta equação, deduzida para condições sinusoidais de indução e de corrente, com formas levemente diferentes, é confirmada por diversos autores clássicos de projeto de máquinas (KUHLMANN, 1950, p.329), (RICHTER, 1954, p.116-118), (LEE, 1961) (BOLDEA; NASAR, 2010, p.91), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.183-186). Variando-se a indução no entreferro e aplicando-se (213) obtém-se a curva da corrente de excitação da máquina a vazio como mostra a Figura 34.

Figura 34 - Corrente de magnetização fundamental como função da indução fundamental no entreferro



Fonte: Autor.

Sabendo-se que o pico da indução fundamental no entreferro na condição a vazio, sob tensão nominal, é 0,7832 T, e pela Figura 34 se pode obter a corrente de magnetização

como 2,13A. Tomando-se (6) e pondo a fmm em evidência e depois substituindo em (211) obtém-se a corrente de magnetização em função do entreferro equivalente e da indução fundamental.

$$F_{m1} = \frac{B_{g1}g_e}{\mu_0}, \quad (212)$$

$$I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{2p}{W_1 K_{w1}} \cdot \frac{B_{g1}g_e}{\mu_0}. \quad (213)$$

Substituindo os valores correspondentes à tensão nominal a vazio em (213) tem-se:

$$I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{m} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{4}{222 \cdot 0,9598} \cdot \frac{0,7832 \cdot 0,493 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 2,13 \text{ A}. \quad (214)$$

A menos da queda $I_1 Z_1$, a tensão de entreferro é sempre muito próxima da tensão de fase que geralmente tem pouco conteúdo harmônico. Se a conexão for triângulo ou estrela com neutro, a tensão aplicada ao ramo de excitação (ou fem de entreferro) é então bastante senoidal, logo é natural assumir que o fluxo magnético varia senoidalmente no tempo dentro em cada fase. Para produzir o fluxo magnético senoidal, a corrente de magnetização deve se ajustar em função das características do circuito magnético, podendo possuir fortes harmônicas, se o circuito magnético estiver muito saturado. Se a máquina está em estrela sem neutro, a tensão de linha, mesmo senoidal pura, não garante que a tensão de fase tenha a mesma forma. Neste caso, como as harmônicas de corrente múltiplas de três são eliminadas, há deformação da forma de onda da tensão de entreferro e da tensão de fase.

A corrente de excitação é obtida conforme exposto acima se a distribuição de indução for aproximadamente senoidal no entreferro, no entanto, se houver saturação importante das partes de ferro, é necessário fazer um estudo analítico mais profundo que considere as harmônicas ou usar um programa de elementos finitos.

6.6 Indutância de magnetização

A indutância de magnetização é associada ao fluxo magnético que se concatena com o outro enrolamento quando o primeiro é excitado. Na máquina de indução, a grande maioria dos autores considera apenas o fluxo magnético produzido pela fundamental da indução no entreferro, uma vez que o restante das harmônicas é tratado junto com as indutâncias de dispersão. A abordagem inicial considera, portanto, distribuição senoidal de indução no entreferro.

Mesmo com algum grau de saturação é possível obter uma indução senoidal no entreferro combinando a saturação dos dentes e jugos (BOLDEA; NASAR, 2010. p.91).

O fluxo máximo devido à fundamental da indução ϕ_{m1} que atravessa uma bobina de passo pleno no estator é dado por:

$$\phi_{g1} = \int \bar{B}_{g1} \cdot d\bar{S} = \frac{2}{\pi} B_{g1} l_{ax} \tau_p, \quad (215)$$

onde B_{g1} é o valor máximo da indução no entreferro ou amplitude da fundamental

A partir do fluxo magnético concatenado máximo de uma bobina por polo pode-se deduzir o fluxo magnético concatenado de uma fase como segue.

$$\psi_{1p} = w_{1p} \phi_{g1}, \quad (216)$$

$$\psi_{m1} = w_{1p} 2p K_{w1} \phi_{g1} = W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} B_{g1} l_{ax} \tau_p, \quad (217)$$

onde: ψ_{1p} = fluxo magnético concatenado por polo; ψ_{m1} = fluxo magnético concatenado por fase; w_{1p} = número de espiras por polo; W_1 = número de espiras em série por fase; K_{w1} = fator de enrolamento do estator.

A amplitude da fundamental da fmm de uma fase do enrolamento do estator F_{sp1} cria uma indução de pico B_{g1} no eixo direto do entreferro baseada em (6) dada por:

$$B_{g1} = \frac{\mu_0 F_{sp1}}{g_e}, \quad (218)$$

onde g_e inclui o aumento do entreferro pelo Fator de Carter e a influência do ferro do resto do circuito magnético. Esta influência varia de poucos por cento até dezenas de por cento quando a máquina estiver muito saturada (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.232).

Substituindo (218) em (217) chega-se a:

$$\psi_{m1} = W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} \frac{\mu_0 F_{sp1}}{g_e} l_{ax} \tau_p. \quad (219)$$

A fmm de pico da fundamental de uma única fase é obtida a partir de (24).

$$F_{sp1} = \frac{4}{\pi} \frac{W_1 K_{w1}}{2p} \sqrt{2} I_{m1}, \quad (220)$$

onde $4/\pi$ se refere à primeira harmônica de uma onda retangular e $W_1 K_{w1}$ é o número de espiras equivalente por fase.

Substituindo (220) em (219) produz:

$$\psi_{m1} = W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} \frac{\mu_0}{g_e} \frac{4}{\pi} \frac{W_1 K_{w1}}{2p} \sqrt{2} I_{m1} l_{ax} \tau_p. \quad (221)$$

Por definição, a indutância de magnetização é a razão entre o fluxo magnético concatenado fundamental de uma fase e a fundamental da corrente ($L_{mf} = \psi_{m1}/\sqrt{2}I_{m1}$). Logo, dividindo (221) pela amplitude da fundamental da corrente de uma fase, após pequenas simplificações, obtém-se a indutância de magnetização de uma fase do estator também chamada de indutância principal.

$$L_{mf} = \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} \frac{\tau_p l_{ax}}{g_e} (W_1 K_{w1})^2. \quad (222)$$

A indutância de magnetização L_m , usada no braço de magnetização dos modelos monofásicos de regime permanente para máquinas trifásicas, também chamada de indutância cíclica, é obtida pela multiplicação por $m/2$ (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.232).

$$L_m = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{4}{\pi} \frac{1}{2p} \frac{\tau_p l_{ax}}{g_e} (W_1 K_{w1})^2. \quad (223)$$

Esta expressão já é consagrada por diversos autores tais como (RICHTER, 1954, p.136), (MÜLLER; VOGT; PONICK, 2007, p.258), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.245).

Aplicando-se em (223) os dados da máquina a vazio sob tensão nominal obtém-se:

$$L_{mNom} = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{2}{\pi} \frac{4}{\pi} \frac{1}{4} \frac{0,0754 \cdot 0,100}{0,494 \cdot 10^{-3}} (222 \cdot 0,9598)^2 = 0,2647 \text{ H}, \quad (224)$$

$$X_{mNom} = 2\pi f_1 L_m = 99,79 \Omega. \quad (225)$$

Calculando-se a reatância para vários valores de indução no entreferro e os respectivos valores de fem de entreferro fundamental obtém-se a curva vermelha da Figura 35.

A seguir é levado em conta o achatamento da onda de indução no entreferro devido às harmônicas de saturação. Neste caso é calculada a reatância de magnetização a partir da sua definição e depois obtida a indutância de magnetização:

$$X_m = \frac{E_{g1}}{I_{m1}}. \quad (226)$$

A reatância de magnetização obtida por (226), usando os valores eficazes da fem e da corrente de magnetização, é bem intuitiva, pois os instrumentos de CA (voltímetro/amperímetro) fornecem diretamente o valor eficaz destas grandezas.

A *fem* eficaz de entreferro por fase pode ser obtida pela expressão clássica para máquinas de corrente alternada já deduzida e mostrada em (174) e repetida aqui.

$$E_{gf} = 4K_f W_1 (\alpha_i B_{gm} S_p) f_1 K_{w1}. \quad (227)$$

Assumindo-se que a fundamental da indução no entreferro B_{g1} possa ser obtida a partir da sua forma de onda e do seu valor máximo por (170), pode-se tomar $K_f = \pi/(2\sqrt{2})$ e $\alpha_i = 2/\pi$ e trabalhar pela maneira usual para obter a *fem* fundamental E_{g1} .

$$E_{g1} = 4 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} B_{g1} \tau_p l_{ax} f_1. \quad (228)$$

A corrente eficaz de magnetização pode ser obtida substituindo (218) modificada em (213). Aqui a corrente é tomada como aproximadamente senoidal, logo $I_{ef} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$.

$$I_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{m} \frac{\pi}{4} \frac{2p}{W_1 K_{w1}} F_{m1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{m} \frac{\pi}{4} \frac{2p}{W_1 K_{w1}} \frac{g_e B_{g1}}{\mu_0}. \quad (229)$$

Introduzindo (229) e (228) em (226) obtém-se em sequência:

$$X_m = \frac{E_{g1}}{I_{m1}} = \frac{4 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} B_{g1} \tau_p l_{ax} f_1 [\sqrt{2} m 4 W_1 K_{w1} \mu_0]}{2\pi 2p g_e B_{g1}}, \quad (230)$$

$$X_m = \frac{4 \frac{\pi}{2\sqrt{2}} W_1 K_{w1} \frac{2}{\pi} \tau_p l_{ax} f_1 [\sqrt{2} m W_1 K_{w1} \mu_0]}{\pi p g_e}, \quad (231)$$

$$X_m = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{8 \tau_p l_{ax} f_1}{p \pi g_e} (W_1 K_{w1})^2. \quad (232)$$

Dividindo pela velocidade angular da rede ($\omega_l = 2\pi f_l$) e reescrevendo chega-se a:

$$L_m = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{4}{p \pi^2} \frac{\tau_p l_{ax}}{g_e} (W_1 K_{w1})^2. \quad (233)$$

Substituindo os valores associados à tensão nominal a vazio obteve-se:

$$L_{mNom} = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{4}{p \pi^2} \frac{\tau_p l_{ax}}{g_{eNom}} (W_1 K_{w1})^2 = 264,7 \text{ mH}, \quad (234)$$

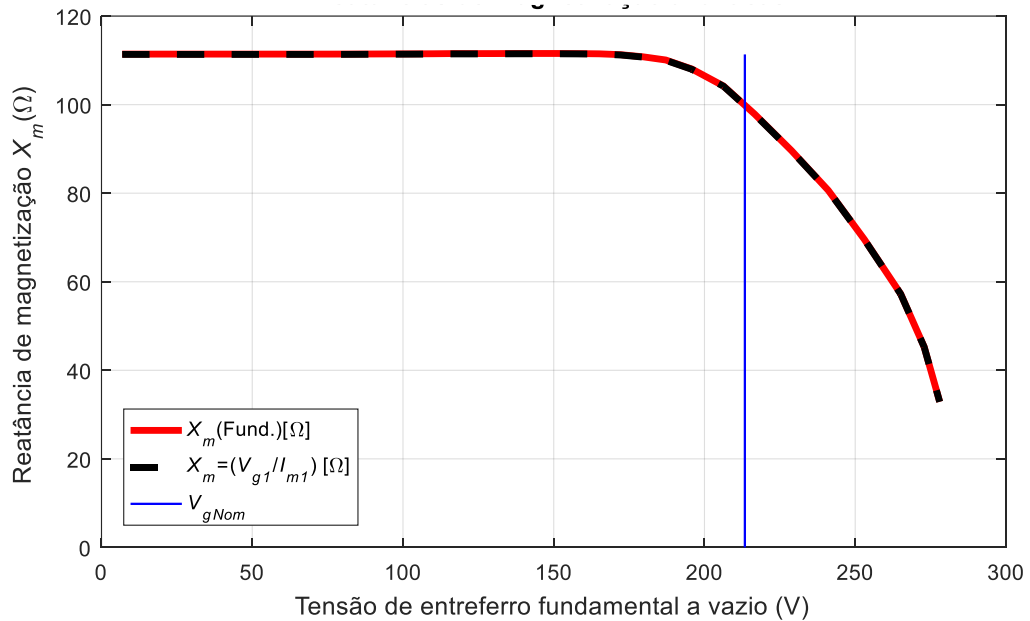
$$X_{mNom} = 2\pi f_1 L_{mNom} = 377 \cdot 264,7 \cdot 10^{-3} = 99,79 \Omega. \quad (235)$$

Na Figura 35 a curva preta representa o conjunto de indutâncias obtido por esta última forma. Nota-se grande concordância entre elas porque a indução B_{g1} (que depende da saturação) influi tanto em E_{g1} quanto em I_{m1} . Como consequência deste trabalho analítico é deduzida a expressão da permeância específica de magnetização a fim traçar um paralelo

com as correspondentes nos cálculos das reatâncias de dispersão. Tomando-se (233), reescrevendo-a e incluindo a variável q tem-se inicialmente o que segue.

$$L_m = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{4}{p \pi^2} \frac{\tau_p l_{ax}}{g_e} (W_1 K_{w1})^2 = \left(2 \mu_0 l_{ax} W_1^2 \frac{1}{pq} \right) \left(qm \frac{\tau_p K_{w1}^2}{\pi^2 g_e} \right). \quad (236)$$

Figura 35 - Reatâncias de magnetização a vazio (método analítico)



Fonte: Autor.

Desdobrando em dois termos tem-se:

$$L_u = 2 \mu_0 l_{ax} W_1^2 \frac{1}{pq}, \quad (237)$$

$$\lambda_m = qm \frac{\tau_p K_{w1}^2}{\pi^2 g_e}. \quad (238)$$

O primeiro termo (237) é chamado de constante de multiplicação de indutância, porque é comum às equações de indutância de dispersão no capítulo seguinte e o segundo (238) é definido como permeância específica de magnetização também para fazer referência às permeâncias específicas de dispersão mencionadas em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.124) e, de forma equivalente em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.250).

Assim a indutância de magnetização pode ser obtida por:

$$L_m = L_u \lambda_m. \quad (239)$$

Estes resultados foram obtidos quase que de forma totalmente analítica. Na verdade, foram incluídos alguns aspectos práticos vindos da experiência já relatados na bibliografia.

A constância da indutância de magnetização até próximo da tensão nominal foi gerada pela falta de informação da primeira parte da curva BH do aço uma vez que o fabricante do motor não forneceu estes dados então, de uma maneira simplificada, esta parte foi substituída por uma reta entre a origem e o primeiro ponto fornecido conforme se pode ver no Anexo A. Outro aspecto vindo da prática foi a consideração de que a ponte saturada da ranhura do rotor age como se a ranhura fosse semi-aberta com uma abertura proposta por (AGARWAL; ALGER, 1960). Esta consideração tem apenas utilidade para o cálculo da relutância do caminho do fluxo magnético principal uma vez que, para considerar o caminho do fluxo magnético disperso da ranhura do rotor, é adotado o conceito de ranhura fechada em capítulo específico. Também foram adotados fatores de correção empíricos em função do fator de saturação dos dentes para obter valores médio e eficaz em função do valor máximo de indução no entreferro. No momento em que forem relatados os resultados de testes é feita, então, a comparação com estes apresentados aqui.

6.7 Conclusões

O estudo da curva de magnetização é fundamental para a análise do consumo de corrente a vazio da máquina bem como do consumo de potência reativa em qualquer ponto de operação. O trajeto do fluxo mútuo através do entreferro e das partes de ferro é determinante para a obtenção da relutância do circuito magnético. Como o fluxo mútuo é linear com a tensão de entreferro, variações na tensão causam mudanças no estado de saturação das partes ferromagnéticas.

A reatância (ou indutância) de magnetização é então sensível à mudança de tensão e, por consequência, da saturação destas partes magnéticas. Foi então descrito todo o processo de obtenção analítica da indutância de magnetização levando em conta fatores empíricos ligados à saturação. Este estudo promoveu uma abordagem profunda dos elementos que interferem na indutância de magnetização para fins qualitativos e quantitativos. Os valores obtidos expressos por curvas em função da tensão para depois comparar com os resultados do ensaio a vazio.

7 ESTUDO ANALÍTICO DE RESISTÊNCIAS E REATÂNCIAS DE DISPERSÃO

Este estudo analítico objetiva a identificação das origens das resistências e reatâncias de dispersão e as suas quantificações analíticas para fins de validação através dos valores obtidos pelos ensaios.

7.1 Resistência do estator

A resistência CC de uma fase do estator (R_{1cc}) depende da resistividade elétrica do material do condutor (ρ_{Cu}), da sua seção transversal (S_c), do seu comprimento (l_{c1}), do número de circuitos em paralelo (a) por fase e da temperatura.

$$R_{1cc} = \frac{\rho_{Cu} l_{c1}}{aS_c}. \quad (240)$$

A resistividade do cobre apresenta algumas variações até para o mesmo autor:

$\rho_{Cu\ 20} = (1,65 - 1,8) \times 10^{-8} \Omega m$ (BOLDEA; NASAR, 2010, p.41); $\rho_{Cu\ 25} = 1,8 \times 10^{-8} \Omega m$ (BOLDEA; NASAR, 2010, p.133); $\rho_{Cu\ 25} = 1,78 \times 10^{-8} \Omega m$ (BOLDEA; NASAR, 2010, p.463); $\sigma_{Cu20Puro} = 58 \times 10^6 S/m$; $\sigma_{Cu20Com} = 57 \times 10^6 S/m$; $\alpha = 3,81 \times 10^{-3}/K$ (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.265); $\rho_{Cu20Puro} = 1,72 \times 10^{-8} \Omega m$; $\rho_{Cu20Com} = 1,75 \times 10^{-8} \Omega m$; (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.536).

Foi assumido neste trabalho $\sigma_{Cu20Com} = 57 \times 10^6 S/m$ e $\rho_{Cu20Com} = 1,754 \times 10^{-8} \Omega m$.

O comprimento médio (l_{em}) de uma espira depende do comprimento axial (l_{ax}), do passo médio das bobinas (Y_{bm}) e da forma de acomodação das cabeças de bobina (F_{cb}). Apesar de aparentemente simples, numa etapa analítica de projeto, o resultado não é tão preciso como se poderia supor a princípio.

O passo polar é calculado no diâmetro correspondente ao meio da ranhura.

$$\tau_{p1} = \frac{2\pi \left(R + \frac{h_{st}}{2} \right)}{2p}. \quad (241)$$

Substituindo os valores reais tem-se:

$$\tau_{p1} = \frac{2\pi \left(R + \frac{h_{st}}{2} \right)}{2p} = 86,8 \cdot 10^{-3} m. \quad (242)$$

Em (KUHLMANN, 1950) a espira média é obtido por (243) e pela Tabela 5.

$$l_{em} = 2 \left(l_{ax} + \tau_{p1} \frac{Y_{bm}}{Y_p} F_{cb} \right) = 0,460 \text{ m.} \quad (243)$$

O fator de acomodação das cabeceiras (F_{cb}) é um valor empírico obtido da Tabela 5.

Tabela 5 - Fator de acomodação das cabeças de bobina

2p	2	4	6	8	10	12	14	16	>16
F _{cb}	1,45	1,50	1,60	1,98	2,02	2,20	2,25	2,30	2+0,03.2p

Fonte: (KUHLMANN, 1950)

No entanto (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.266) propõe a seguinte expressão:

$$l_{em} = 2 \left(l_{ax} + \tau_{p1} \frac{Y_{bm}}{Y_p} 1,2 \right) + 0,1, \quad (244)$$

$$l_{em} = 2 \left(0,100 + 0,0868 \frac{9}{9} 1,2 \right) + 0,1 = 0,508 \text{ m.}$$

No entanto, uma medição aproximada do tamanho das cabeças de bobina levou aos seguintes valores: 160, 132 e 108 mm cuja média vale $l_{cab} = 0,133$ m. Logo:

$$l_{em} = 2(l_{ax} + l_{cab}), \quad (245)$$

$$l_{em} = 2(0,100 + 0,133) = 0,467 \text{ m.}$$

É adotada a média dos valores $l_{em}' = 0,478$ m.

A resistência de um grupo depende do número de espiras por grupo (W_{1g}), logo:

$$R_{sg} = \rho_{Cu75} \frac{W_{1g} l_{em}' + 0,4}{S_c}, \quad (246)$$

$$R_{sg} = 2,122 \cdot 10^{-8} \frac{111 \cdot 0,478 + 0,4}{0,9301 \cdot 10^{-6}} = 1,543 \Omega,$$

Finalmente a resistência de uma fase (R_s) considera o número de grupos e o número de circuitos em paralelo (a).

$$R_s = \left(\frac{R_{sg} \cdot N_{gf}}{a^2} \right), \quad (247)$$

$$R_s = \left(\frac{1,543 \cdot 2}{1^2} \right) = 3,086 \Omega.$$

A resistência de fase do estator medida com ponte LCR, já corrigida para a temperatura de operação de 75° C foi de 2,93 Ω o que representa um desvio importante.

Atribui-se a diferença à dificuldade de medir as cabeceiras na máquina já bobinada e aos tamanhos dos terminais aumentados para facilitar as medições.

Em condutores de grande seção transversal, que não é o caso, também se deve observar o efeito pelicular que depende da frequência e das dimensões dos condutores, porém não é abordado aqui mas pode ser encontrado no Apêndice C e em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014), (BOLDEA; NASAR, 2010) e noutros autores.

7.2 Resistência das barras e anéis do rotor em gaiola

A resistência CC de cada barra do rotor é calculada da forma clássica, onde as maiores fontes de incerteza são a composição da liga de alumínio e a temperatura de operação. É suposta a temperatura de operação de 75° C, semelhante à do estator.

A condutividade da liga de alumínio utilizada não foi informada pelo fabricante, porém na bibliografia encontram-se os seguintes dados a respeito deste material:

$\sigma_{Al25} = 30 \times 10^6$ S/m (BOLDEA; NASAR, 2010, p.133); alumínio fundido: $\rho_{Al20} = 3,1 \times 10^{-8}$ Ω m, $\rho_{Al} = (2,7 - 3,0) \times 10^{-8}$ Ω m (BOLDEA; NASAR, 2010, p.463); $\sigma_{Al20} = 37 \times 10^6$ S/m (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.265); $\sigma_{Al20Puro} = 2,7 \times 10^8$ Ω m; $\sigma_{Al20Com} = 2,8 \times 10^8$ Ω m (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.536).

Foram assumidos neste trabalho condutividade do alumínio $\sigma_{Al20} = 37 \times 10^6$ S/m, resistividade do alumínio $\rho_{Al20} = 27,0 \times 10^{-9}$ Ω , coeficiente de variação de resistência $\alpha_{Al} = 3,7 \times 10^{-3}$ /K e temperatura de resistência nula para variação linear $T_{0Al} = -225$ ° C.

A correção de temperatura para 75°C é obtida por:

$$\rho_{Al75} = \rho_{Al20} [1 + \alpha_{Al}(T_{op} - T_a)], \quad (248)$$

$$\rho_{Al75} = 27,0 \cdot 10^{-9} [1 + 3,7 \cdot 10^{-3}(75 - 20)].$$

Isto resulta em $\rho_{Al75} = 32,53 \cdot 10^{-9}$ Ω .m e $\sigma_{Al75} = 30,74 \cdot 10^6$ S/m.

Foi assumido que o comprimento da barra a ser considerado avança até a metade dos anéis de curto-circuito.

$$l_{br} = l_{ax} + 2 \left(\frac{W_{er}}{2} \right) = 116,6 \cdot 10^{-3} \text{m}. \quad (249)$$

A resistência CC de cada barra da gaiola L_{br} fica então:

$$R_{brCC} = \frac{\rho_{Al75} \cdot l_{br}}{S_{br}} = \frac{l_{br}}{\sigma_{Al75} \cdot S_{br}}, \quad (250)$$

$$R_{brCC} = \frac{l_{br}}{\sigma_{Al75} \cdot S_{br}} = \frac{116,6 \cdot 10^{-3}}{37 \cdot 10^6 \cdot 25,94 \cdot 10^{-6}} = 146,21 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

A resistência CA da barra é obtida ao considerar o fator de correção da resistência devido ao efeito de barras profundas, considerando, entre outros, a profundidade da mesma e a frequência de operação. No caso a rotina de cálculo, incluída no Apêndice C, forneceu $K_{rf} = 1,0001$. Em pequenas máquinas, este efeito sobre os anéis pode ser desprezado (BOLDEA; NASAR, 2010, p.229).

$$R_{brCA} = R_{brCC} K_{rf}, \quad (251)$$

$$R_{brCA} = R_{brCC} K_{rf} = 146,21 \cdot 10^{-6} \cdot 1,0001 = 146,23 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

A resistência de um segmento de anel compreendido entre duas ranhuras do rotor R_{erCC} é obtida por (253) para depois ser agregada à resistência da barra (BOLDEA; NASAR, 2010, p.134). O diâmetro médio do anel foi obtido como $D_{er} = 80,8 \times 10^{-3}$ m logo:

$$l_{ier} = \frac{\pi D_{er}}{N_r}, \quad (252)$$

$$l_{ier} = \frac{\pi D_{er}}{N_r} = \frac{\pi \cdot 80,8 \cdot 10^{-3}}{44} = 5,77 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$R_{erCC} = \frac{\rho_{Al75} \cdot l_{ier}}{S_{er}}, \quad (253)$$

$$R_{erCC} = \frac{\rho_{Al75} \cdot l_{ier}}{S_{er}} = \frac{3,253 \cdot 10^{-8} \cdot 5,77 \cdot 10^{-3}}{227,42 \cdot 10^{-6}} = 825,3 \cdot 10^{-9} \Omega.$$

A resistência dos dois anéis pode ser somada à resistência de cada barra por (255).

Conforme Apêndice E pode-se definir

$$K_{erb} = \frac{1}{2 \left[\text{sen} \left(\frac{\alpha_{er}}{2} \right) \right]^2}, \quad (254)$$

$$K_{erb} = \frac{1}{2 \left[\text{sen} \left(\frac{\alpha_{er}}{2} \right) \right]^2} = \frac{1}{2 \left[\text{sen} \left(\frac{0,2856}{2} \right) \right]^2} = 24,687,$$

$$R_{be} = R_{brCA} + K_{erb} R_{erCC}, \quad (255)$$

$$R_{be} = R_{brCA} + K_{erb} R_{erCC} = 146,23 \cdot 10^{-6} + 24,687 \cdot 825,3 \cdot 10^{-9} = 166,6 \cdot 10^{-6} \Omega.$$

Cada impedância do rotor deve ser refletida para o estator segundo o Apêndice B.

$$\rho_1 = \frac{4 m (W_1 K_{w1})^2}{N_r (K_{sk1})^2}, \quad (256)$$

$$\rho_1 = \frac{4 m (W_1 K_{w1})^2}{N_r (K_{sk1})^2} = \frac{12 (222 \cdot 0,9598)^2}{44 (1)^2} = 12382.$$

Assim cada fase do estator vê a resistência do rotor como:

$$R_{bes} = R_{be} \rho_1, \quad (257)$$

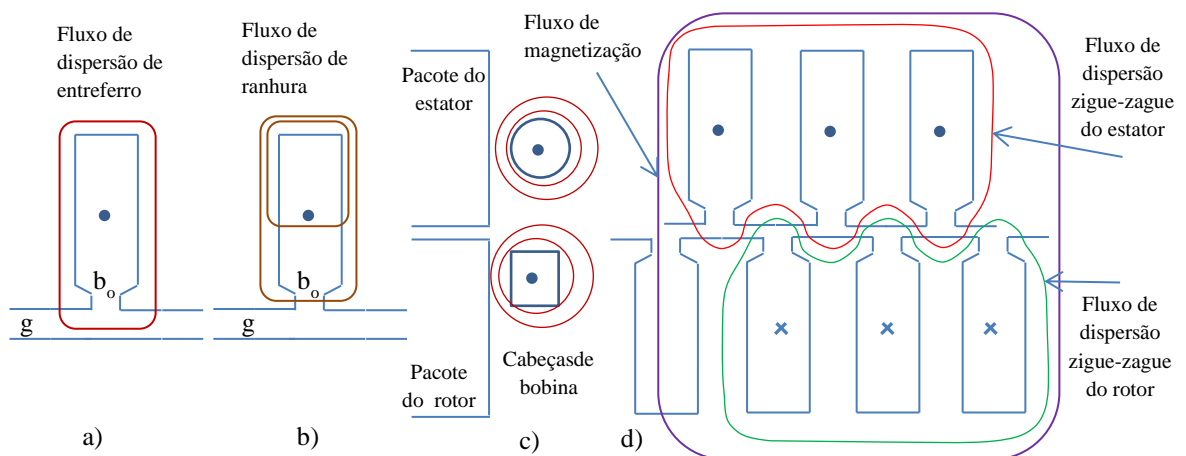
$$R_{bes} = R_{be} \rho_1 = 166,6 \cdot 10^{-6} \cdot 12382 = 2,063 \Omega.$$

Este valor, obtido por método analítico, é comparado à resistência do rotor obtida por ensaios em capítulo posterior.

7.3 Classificação dos fluxos e indutâncias da máquina

Além do fluxo magnético principal (ou de magnetização), que enlaça os condutores do estator e do rotor, existem ainda os fluxos magnéticos que se fecham em torno dos condutores que os criaram sem enlaçar outros circuitos elétricos. Estes são então chamados de fluxos magnéticos dispersos e estão presentes tanto no estator quanto no rotor. Os fluxos magnéticos dispersos, apesar de serem mais difíceis de serem definidos e quantificados, são muito importantes nas características de desempenho das máquinas em geral. Eles são considerados nos circuitos elétricos como indutâncias de dispersão do rotor e do estator. A Figura 36 mostra, em forma de esboço, os diversos fluxos magnéticos dispersos a serem considerados.

Figura 36 - Caminhos dos fluxos: a) de entreferro; b) de ranhura; c) de cabeceiras, d) de magnetização e zigue-zague



Fonte: (BOLDEA; NASAR, 2010, p.119), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.233).

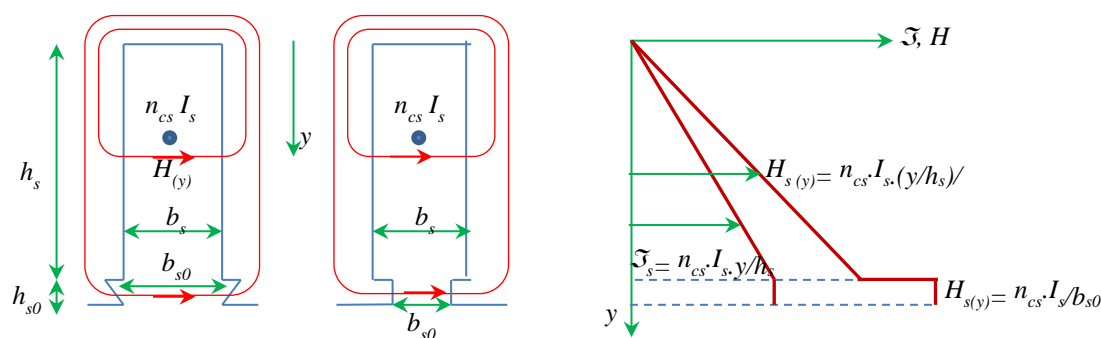
Não há unanimidade nestas definições entre os diversos autores. Daqui em diante, todas as indutâncias são de dispersão logo, por comodidade, é evitada a repetição desta classificação. Para não saturar a figura, não foi mostrada a indutância diferencial a qual é vista mais adiante no texto.

7.4 Indutância de ranhura do estator

A indutância de dispersão das ranhuras é uma das poucas que permite uma dedução analítica sem muita inclusão de termos empíricos e por isso é a primeira a ser analisada.

Estas indutâncias são obtidas através do cálculo das permeâncias existentes nos caminhos dos fluxos magnéticos dispersos. Inicialmente, por ser mais fácil de ser obtida analiticamente, é estudada para a ranhura retangular, aberta ou semi-aberta, em enrolamentos com uma camada. As indutâncias são obtidas inicialmente pelo uso da lei de Ampère aplicadas aos caminhos das linhas de indução através da ranhura, da sua boca e do ferro circunvizinho. As correntes envolvidas pelos caminhos (ou *fmm*s) são variáveis com a posição y dentro da ranhura (BOLDEA; NASAR, 2010, p.123).

Figura 37 - *Fmm* e intensidade de campo pelos caminhos do fluxo disperso na ranhura retangular



Fonte: Autor, baseado em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.123).

Analisando inicialmente a boca da ranhura, percebe-se que a linha de indução em qualquer posição ($y \geq h_s$) envolve sempre toda a corrente da ranhura. Logo tem-se

$$\mathfrak{F}_{s(y)} = n_{cs} I_c \quad (y \geq h_s) \quad [\text{A}], \quad (258)$$

onde \mathfrak{F}_s é a *fmm* da ranhura, I_c é a corrente em cada condutor (A) e n_{cs} é o número de espiras por ranhura, h_s é a profundidade do corpo da ranhura e y a distância do fundo.

Na primeira abordagem é suposto que a permeabilidade do ferro seja infinita no entorno da ranhura, desprezando-se, portanto, o valor da intensidade de campo H no ferro e

qualquer efeito de saturação do mesmo. Supondo não haver espraiamento, ou seja, que as linhas de indução fiquem paralelas entre si de lábio a lábio da ranhura a intensidade de campo na boca da ranhura é obtida por

$$H_s(y) = \frac{n_{cs}I_c}{b_{s0}} \quad (y \geq h_s) \quad [\text{A/m}], \quad (259)$$

onde b_{s0} é a abertura da boca da ranhura do estator.

Assume-se um tubo de fluxo magnético de altura dy e profundidade l_{ax} por onde se estabelece o fluxo magnético disperso cujo valor é dado por:

$$d\phi_{s(y)} = \mu_o \frac{n_{cs}I_c}{b_{s0}} l_{ax} dy \quad (y \geq h_s) \quad [\text{Wb}]. \quad (260)$$

Cada tubo de fluxo através dos lábios da ranhura dos condutores enlaça todas as espiras ($n_y = n_{cs}$) logo o diferencial de fluxo concatenado é obtido facilmente por:

$$d\psi_s(y) = n_y d\phi_s(y) = n_{cs} \mu_o \frac{n_{cs}I_c}{b_{s0}} l_{ax} dy, \quad (261)$$

onde n_y = número de condutores até a altura genérica y .

Integrando e dividindo pela corrente tem-se a indutância de dispersão correspondente à boca de uma ranhura do estator.

$$L_{1s0u} = \frac{\psi_s}{I_c} = \mu_o n_{cs}^2 l_{ax} \frac{h_{s0}}{b_{s0}}. \quad (262)$$

O quociente h_{s0}/b_{s0} é chamado de permeância de dispersão geométrica específica (para a boca da ranhura) e é um termo que é bastante usado em cálculos de indutâncias de dispersão porque somente depende da geometria da parte analisada.

$$\lambda_{1s0} = \frac{h_{s0}}{b_{s0}} = \frac{0,8}{2,3} = 0,3478. \quad (263)$$

As permeâncias específicas de ranhuras são números puros que dependem diretamente da largura do caminho (h_{s0}) e inversamente do seu comprimento através da ranhura (b_{s0}), não dependendo quase nada dos dentes e do jugo do núcleo.

Assim a indutância da boca de ranhura para uma ranhura fica:

$$L_{1s0u} = \mu_o n_{cs}^2 l_{ax} \lambda_{1s0} \quad [\text{H}]. \quad (264)$$

Antes de deduzir expressões para outras partes da máquina é obtida a reatância de dispersão por fase correspondente à boca da ranhura. Supondo que o número de ranhuras do

estator seja N_s , que o número de fases seja m , que p seja o número de pares de polos e que q seja o número de ranhuras por polo e por fase tem-se:

$$L_{1s0} = \frac{N_s}{m} L_{1s0u} = \frac{2pqm}{m} \mu_o l_{ax} n_{cs}^2 [\lambda_{1s0}] \quad [\text{H}]. \quad (265)$$

Seja W_I o número de espiras em série por fase logo $W_I = n_{cs} q 2p/2$ e $n_{cs} = W_I/(qp)$ que substituindo em (265) produz (266) que é da mesma forma que (237).

$$L_{1s0} = \frac{2p q m}{m} \mu_o l_{ax} \frac{W_1^2}{p^2 q^2} [\lambda_{1s0}] = 2 \mu_o l_{ax} W_1^2 \frac{1}{pq} [\lambda_{1s0}]. \quad (266)$$

Finalmente pode-se adotar a seguinte forma:

$$L_{1s0} = L_u \lambda_{1s0}, \quad (267)$$

$$L_{1s0} = L_u \lambda_{1s0} = 0,7181 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

onde

$$L_u = 2 \mu_o l_{ax} W_1^2 \frac{1}{pq}, \quad (268)$$

$$L_u = 2 \mu_o l_{ax} W_1^2 \frac{1}{pq} = 2 \mu_o 0,100 \cdot 222^2 \frac{1}{2 \cdot 3} = 2,064 \cdot 10^{-3} \text{ H}.$$

Com relação ao corpo da ranhura, cada linha de indução enlaça apenas a parte da corrente total da ranhura que fica entre o fundo da mesma e a ordenada y de modo que:

$$\mathfrak{F}_{s(y)} = \frac{n_{cs} I_c}{h_s} y \quad (0 < y < h_s), \quad (269)$$

$$H_{s(y)} = \frac{n_{cs} I_c}{h_s} y \frac{1}{b_s} \quad (0 < y < h_s). \quad (270)$$

O diferencial de fluxo magnético dentro de um tubo pode ser obtido pela indução e pelo diferencial de área:

$$d\phi_{s(y)} = \mu_o \frac{n_{cs} I_c}{h_s} y \frac{1}{b_s} l_{ax} dy \quad (0 < y < h_s). \quad (271)$$

Cada tubo de fluxo dentro da ranhura enlaça apenas uma fração das espiras ($n_y < n_{cs}$) logo o diferencial de fluxo magnético concatenado fica:

$$d\psi_{s(y)} = n_y d\phi_{s(y)} = (n_{cs} \frac{y}{h_s}) \mu_o \frac{n_{cs} I_c}{h_s} y \frac{1}{b_s} l_{ax} dy \quad (0 < y < h_s) \quad [\text{Wb}]. \quad (272)$$

Aplicando-se a definição de indutância ($L = \Psi/I$) tem-se

$$L_{1sb} = \frac{\psi_s}{I_c} = \frac{1}{I_c} \int_0^{h_s} n_{cs} \frac{y}{h_s} \mu_o \frac{n_{cs} I_c}{h_s} y \frac{1}{b_s} l_{ax} dy, \quad (273)$$

$$L_{1sb} = \mu_o l_{ax} \frac{n_{cs}^2}{b_s h_s^2} \int_0^{h_s} y^2 dy = \mu_o l_{ax} \frac{n_{cs}^2}{b_s h_s^2} \frac{h_s^3}{3}, \quad (274)$$

$$L_{1sb} = \mu_o l_{ax} \frac{n_{cs}^2 h_s}{b_s} = \mu_o l_{ax} n_{cs}^2 \left[\frac{h_s}{3b_s} \right] = \mu_o l_{ax} n_{cs}^2 [\lambda_{1sb}] \quad [H], \quad (275)$$

onde $\lambda_{1sb} = \left[\frac{h_s}{3b_s} \right]$ é chamada de permeância geométrica específica do corpo da ranhura do estator.

Em geral a relação h/b de uma ranhura fica, no máximo, entre 5 e 6 para limitar a reatância de ranhura (BOLDEA; NASAR, 2010, p.124).

A distribuição das correntes dentro da ranhura também influencia na indutância. Isso é importante para o rotor em gaiola, porém para o estator é geralmente desprezado, a não ser quando o enrolamento é de passo encurtado.

A indutância do corpo da ranhura por fase segundo (266) fica:

$$L_{1sb} = 2\mu_o l_{ax} W_1^2 \frac{1}{p.q} [\lambda_{1sb}] = L_u \lambda_{1sb} \quad [H]. \quad (276)$$

Até aqui foram feitas as deduções das indutâncias de dispersão para os casos mais simples. São agora estudadas as ranhuras trapezoidais semiabertas com fundos chatos e arredondados, previstas para enrolamento de fios redondos, típicas para estatores de pequenas máquinas (podendo ser usadas em alguns rotores também) conforme a Figura 38.

Nestes casos, as integrais analíticas são muito difíceis e são apenas apresentadas as expressões finais. Para ranhuras do tipo c ou d (pescoço trapezoidal), camada única, tem-se (BOLDEA; NASAR, 2010, p.126):

$$\lambda_{1sb} = \frac{2h_{s2}}{3(b_1 + b_2)} k_1 + \left[\frac{h_{wc}}{b_1} + \frac{3h_{s1}}{b_1 + 2b_{s0}} \right] k_2, \quad (277)$$

onde $k_2 = (1+3\beta_y)/4$ para $2/3 \leq (\beta_y = Y_b/Y_p) \leq 1$ e $k_1 = 1/4 + 3k_2/4$.

$$\lambda_{1sb} = \frac{2 \cdot 10,2}{3(4,4 + 6,1)} 1,0 + \left[\frac{0,1}{4,4} + \frac{3 \cdot 0,949}{4,4 + 2 \cdot 2,3} \right] 1,0 = 0,9562.$$

Uma alternativa desta expressão para ranhura tipo b (pescoço trapezoidal), camada única, pode ser obtida em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.252).

$$\lambda_{1sb} = \frac{h_{sp}}{3b_{s1}} + \frac{h_{wc}}{b_{s1}} + \frac{h_{s1}}{b_{s1} - b_{s0}} \ln \frac{b_{s1}}{b_{s0}}, \quad (278)$$

$$\lambda_{1sb} = \frac{10,2}{3 \cdot 4,4} + \frac{0,1}{4,4} + \frac{0,949}{4,4 - 2,3} \ln \frac{4,4}{2,3} = 1,089,$$

onde $h_{sp} = h_{s2} + 0,1 b_{s2} - h_{wc}$.

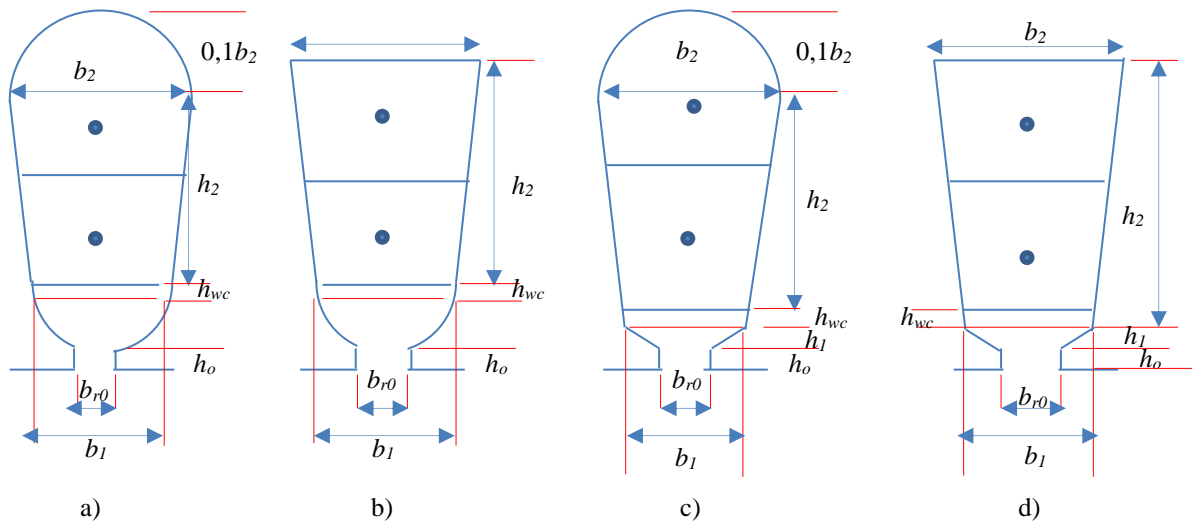
Nestes cálculos as medidas (em mm) foram: $b_{s1} = 4,395$; $b_{s2} = 6,066$; $b_{s0} = 2,3$; $h_{s0} = 0,8$; $h_{wc} = 0,1$; $h_{s1} = 0,949$; $h_{sp} \cong (9,681 + 0,1 \cdot 6,066) - 0,1 = 10,2$.

Fazendo uma média dos dois autores tem-se $\lambda_{1sb} = 1,023$.

A espessura h_{s0} varia de 1 a 3 mm, enquanto a permeância específica fica entre 0,5 e 2,5. (BOLDEA; NASAR, 2010, p.124). A indutância do corpo da ranhura vale:

$$L_{1sb} = 2\mu_o l_{ax} \frac{W_1^2}{p \cdot q} [\lambda_{1sb}] = L_u \lambda_{1sb} = 2,111 \text{ mH}. \quad (279)$$

Figura 38 - Ranhuras trapezoidais típicas de máquinas pequenas para uso de fio circular: a), b) pescoço arredondado, c), d) pescoço trapezoidal



Fonte: Autor, baseado em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.127).

$$X_{1sb} = 2\pi f_1 L_{1sb}, \quad (280)$$

$$X_{1sb} = 2\pi f_1 L_{1sb} = 0,7958 \Omega.$$

Esta é a parte da reatância de dispersão devida ao fluxo magnético interno das ranhuras do estator enquanto a parcela da boca vale $X_{1s0} = 2\pi f_1 L_{1s0} = 0,2707 \Omega$.

Somando-se as duas obtém-se a indutância da ranhura completa:

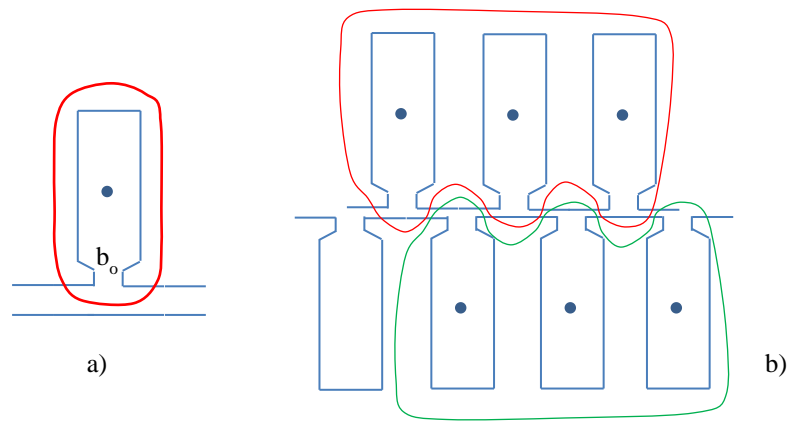
$$X_{1s} = X_{1s0} + X_{1sb} = 1,067 \Omega. \quad (281)$$

7.5 Indutância zigue-zague (topo de dente)

O fluxo magnético disperso de entreferro (Figura 39a) não alcança o ferro da outra estrutura, se estabelece tangencialmente à periferia do rotor enquanto que o fluxo zigue-zague (Figura 39 b) serpenteia entre as faces dos dentes do estator e do rotor.

Em geral, as duas dispersões podem ser tratadas juntas obtendo-se, por transformação conforme, a permeância específica. Segundo (BOLDEA; NASAR, 2010), esta indutância é chamada de zigue-zague, no entanto (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014) a chama de indutância de Ponta de Dente (*Tooth Tip*), porém as duas têm o mesmo valor.

Figura 39 - Caminhos do fluxo magnético disperso: a) de entreferro, b) zigue-zague



Fonte: Autor, baseado em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.129).

Inicialmente são definidas algumas variáveis:

$$\varepsilon_{sp} = Y_p - Y_b = 0, \quad (282)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{sp} / Y_p = 0, \quad (283)$$

$$\beta_y = \frac{Y_b}{Y_p} \text{ (passo encurtado)}, \quad \beta_y = 1 \text{ (gaiola)}, \quad (284)$$

$$k_2 = 1 - 3/4 \cdot \varepsilon, \quad (285)$$

$$k_2 = 1 - 3/4 \cdot \varepsilon = (1+3\beta_y) / 4 = 1,$$

Usando a expressão de (BOLDEA; NASAR, 2010, p.129) tem-se:

$$\lambda_{zs} = \frac{5g_o K_c / b_{s0}}{5 + 4g_o K_c / b_{s0}} \cdot k_2, \quad (286)$$

$$\lambda_{zs} = \frac{5g_o K_c / b_{s0}}{5 + 4g_o K_c / b_{s0}} \cdot k_2 = \frac{5 \cdot 0,303 \cdot 1,3926 / 2,3}{5 + 4 \cdot 0,303 \cdot 1,3926 / 2,3} \cdot 1 = 0,1600.$$

Por (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.259) tem-se:

$$\lambda_{zs} = \frac{5g_o/b_{s0}}{5 + 4g_o/b_{s0}} \cdot k_2, \quad (287)$$

$$\lambda_{zs} = \frac{5g_o/b_{s0}}{5 + 4g_o/b_{s0}} \cdot k_2 = \frac{5 \cdot 0,303/2,3}{5 + 4 \cdot 0,303/2,3} \cdot 1 = 0,1192.$$

Tomando-se a média tem-se: $\lambda_{zs} = 0,1396,$

$$L_{zs} \approx 2\mu_o \frac{W_1^2 l_{ax}}{p \cdot q} \lambda_{zs}, \quad (288)$$

$$L_{zs} \approx 2\mu_o \frac{W_1^2 l_{ax}}{p \cdot q} \lambda_{zs} = 2\mu_o \frac{222^2 \cdot 0,100}{2 \cdot 3} 0,1396 = 0,282 \text{ mH},$$

$$X_{1z} = 2\pi f_1 L_{zs} = 0,1086 \Omega. \quad (289)$$

7.6 Indutância de inclinação de ranhuras

Quando um enrolamento é colocado em ranhuras inclinadas em relação ao outro, o acoplamento magnético entre eles resulta enfraquecido. Neste caso uma parte do fluxo magnético criado por um dos enrolamentos, apesar de atravessar o entreferro, não se concatena integralmente como o outro enrolamento caracterizando a indutância de inclinação (*skewing*). A dedução de (290) é longa e encontra-se em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.242). Como a máquina em questão tem ranhuras retas, logo a reatância de dispersão por inclinação é nula.

$$\sigma_{1sk} = \frac{1 - K_{sk}^2}{K_{sk}^2} = \frac{1 - 1^2}{1^2} = 0, \quad (290)$$

$$L_{1sk} = \sigma_{sk} L_m = 0 \text{ H}, \quad (291)$$

$$X_{1sk} = 2\pi f_1 L_{sk} = 0 \Omega. \quad (292)$$

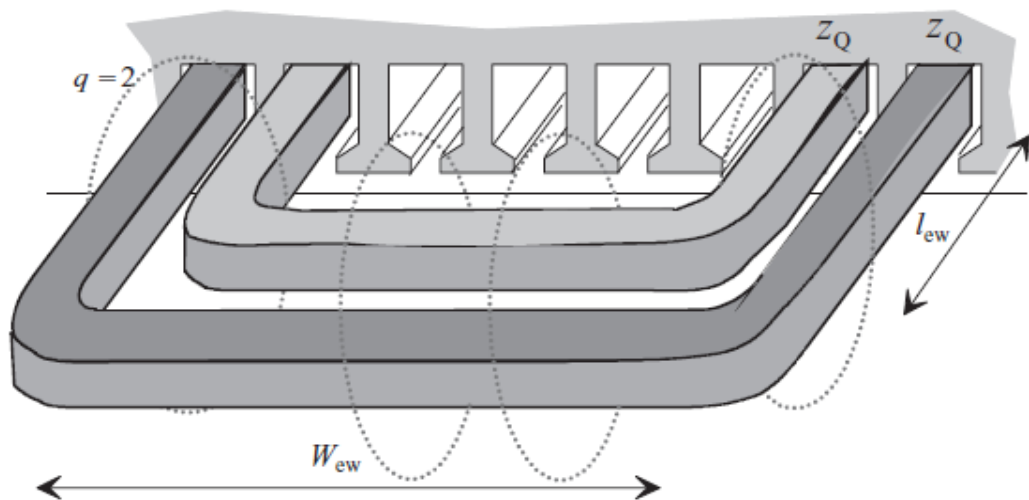
A inclinação das ranhuras do rotor causa uma variação da saturação ao longo do comprimento axial da máquina, no entanto isto só é importante para grandes escorregamentos (maiores do que o escorregamento de conjugado crítico). No caso de funcionamento como gerador, os escorregamentos são muito mais baixos, tornando o efeito desprezível (BOLDEA; NASAR, 2010, p.220).

7.7 Indutância de cabeças de bobinas do estator

As cabeças de bobinas produzem fluxo magnético principalmente no ar que não se concatenam, de maneira importante, com nenhum outro enrolamento. Tendo em vista a característica tridimensional da geometria, o cálculo analítico é uma tarefa complexa e permeada de considerações práticas que variam entre os autores. Semelhantemente aos procedimentos anteriores, inicialmente é obtida a permeância geométrica específica (λ) para depois calcular a indutância e a reatância correspondente.

Para cada tipo de cabeceira há uma equação diferente (BOLDEA; NASAR, 2010, p.131), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.262). Em todas as equações, é necessário conhecer o comprimento médio das cabeças que são supostas, por simplicidade, como retangular conforme a Figura 40. Inicialmente é calculado o passo polar no meio da ranhura do estator como já foi feito em (241).

Figura 40 - Cabeças do enrolamento do estator e seu fluxo disperso



Fonte: (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.261)

$$\tau_{p1} = \frac{2\pi(R + h_{st}/2)}{2p}, \quad (293)$$

$$\tau_{p1} = \frac{2\pi(0,0480 + 0,0145/2)}{4} = 86,8 \cdot 10^{-3} \text{ m},$$

$$W_{ew} = \tau_{p1}\beta_y = 86,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}, \quad (294)$$

$$l_w = 2l_{ew} + W_{ew} = 0,1333 \text{ m}, \quad (295)$$

onde τ_{p1} = passo polar na altura do meio da ranhura, W_{ew} = arco de cabeceira e l_{ew} comprimento axial da cabeceira (num dos lados do pacote).

Além das dimensões básicas da cabeça de bobina, é necessário conhecer a sua geometria espacial conforme (BOLDEA; NASAR, 2010, p.131). No caso de enrolamento de camada única com dois planos nas cabeças tem-se:

$$\lambda_w = 0,67 \frac{q}{l_{ax}} (l_w - 0,64\tau_{p1}). \quad (296)$$

Se o enrolamento de camada única possui três planos nas cabeças tem-se:

$$\lambda_w = 0,47 \frac{q}{l_{ax}} (l_w - 0,64\tau_{p1}). \quad (297)$$

Para enrolamentos concêntricos de camada única ou dupla, que é o caso da máquina em estudo, tem-se (298).

$$\lambda_w = 0,34 \frac{q}{l_{ax}} (l_w - 0,64 \beta_y \tau_{p1}) = 0,8678, \quad (298)$$

onde l_w = comprimento da espira média da cabeceira de um lado do estator.

$$L_{1es} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{pq} l_{ax} \lambda_w = 1,795 \text{ mH}, \quad (299)$$

onde L_{1es} = indutância de dispersão de cabeças de bobinas do estator [H].

Outro autor (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.264) subdivide as cabeceiras em parte axial e parte tangencial dando pesos diferentes a cada parte. A Tabela 6 mostra os fatores de permeância para cada parte em função dos tipos dos enrolamentos do estator e para rotor em gaiola.

$$L_w \lambda_w = 2l_{ew} \lambda_{lew} + W_{ew} \lambda_{wew}, \quad (300)$$

$$L_w \lambda_w = 2 \cdot 0,0233 \cdot 0,50 + 0,0868 \cdot 0,20 = 0,0406,$$

A indutância calculada pelo último método inclui a reatância do rotor já refletida ao estator sendo que a componente do estator tem de 60% a 80% deste valor total. Foi adotado 60% na falta de maior informação.

$$L_{1es} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{p} L_w \lambda_w \cdot 0,60, \quad (301)$$

$$L_{1es} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{p} L_w \lambda_w \cdot 0,60 = 2\mu_o \frac{222^2}{2} 0,0406 \cdot 0,60 = 1,510 \text{ mH}.$$

Tomando-se a média dos dois autores tem-se: $L_{1es} = 1,651 \text{ mH}$.

$$X_{1es} = 2\pi f_1 L_{1es} = 0,6223 \Omega, \quad (302)$$

onde X_{1es} = reatância de dispersão de cabeças de bobinas do estator [Ω]

Tabela 6 - Fatores de permeância de dispersão para cabeceiras de enrolamentos

Tipo de enrolamento do estator	Tipo de enrolamento do rotor	λ_{lew}	λ_{wev}
Trifásico – três planos	Gaiola	0,34	0,24
Trifásico – dois planos	Gaiola	0,50	0,20
Trifásico – enrolamento imbricado	Gaiola	0,50	0,20

Fonte: (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014)

7.8 Indutância harmônica ou diferencial do estator

Devido à disposição dos condutores em ranhuras, e não em uma fina lâmina de corrente, há variações de fmm tratadas como harmônicas espaciais. Se o entreferro é constante e o ferro tiver permeabilidade infinita, a forma da indução no entreferro é a mesma da fmm do estator. Todas as harmônicas de indução e de fluxo variam na frequência da corrente do estator. Isto se deve ao fato de que todas as harmônicas espaciais de fmm se anulam no mesmo instante de tempo (quando a corrente é nula) e alcançam os seus máximos simultaneamente (quando a corrente é máxima). (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.117). A variação de todas as harmônicas espaciais de fluxo magnético vai induzir no enrolamento do estator tensões na frequência **fundamental**. A parte da tensão devida à fundamental da indução é considerada agindo sobre a indutância de magnetização. O restante das harmônicas espaciais de fluxo magnético se estabelece através da bobina, mas não se estabelece em todo o caminho principal (do fluxo magnético mútuo) e, sim, se fecham através do entreferro e dos dentes dentro de um passo polar. A tensão induzida na fase do estator devida a estas harmônicas, como tem a mesma frequência da rede, são consideradas com agindo sobre uma indutância de dispersão, chamada de indutância de entreferro (RICHTER, 1954, p.136), indutância harmônica (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.243) e por indutância diferencial (BOLDEA; NASAR, 2010, p.120) e (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.138) .

O passo polar de uma harmônica espacial, por inspeção da Figura 41, é obtido por:

$$\tau_h = \frac{\pi D}{2ph} \quad (303)$$

O fluxo magnético máximo através do entreferro devido a cada harmônica vem de:

$$\Phi_{gh} = \frac{2}{\pi} B_{gh} \tau_h l_{ax}. \quad (304)$$

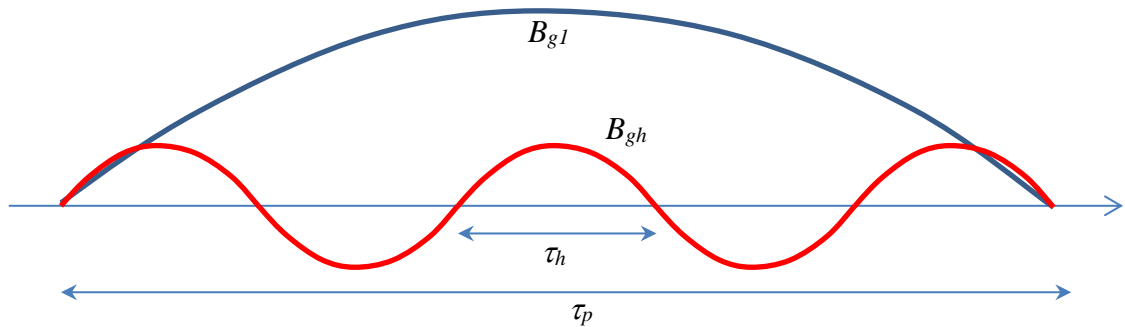
A lei de Faraday para variações sinusoidais leva ao valor eficaz da *fem* harmônica:

$$E_h = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 W_1 K_{wh} \Phi_{gh}. \quad (305)$$

Substituindo (304) e (303) em (305) chega-se a:

$$\begin{aligned} E_h &= \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 W_1 K_{wh} \frac{2}{\pi} B_{gh} \tau_h l_{ax} = \frac{1}{\sqrt{2}} \omega_1 W_1 K_{wh} \frac{2}{\pi} B_{gh} l_{ax} \frac{\pi D}{2ph} \\ &= \frac{\omega_1 K_{wh} W_1}{\sqrt{2}} \frac{D l_{ax}}{h p} B_{gh}. \end{aligned} \quad (306)$$

Figura 41 - Indução e fluxo magnético devido às harmônicas espaciais de indução



Fonte: Autor.

A indução de pico no entreferro é obtida, numa máquina m-fásica por (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.244):

$$B_{gh} = \mu_o \frac{F_{gh}}{g_e} = \frac{\mu_o m}{g_e} \frac{4}{2\pi} \frac{W_1 K_{wh}}{2ph} \sqrt{2} I_{m1}. \quad (307)$$

Substituindo (307) em (306), obtém-se:

$$\begin{aligned} E_h &= \frac{\omega_1 K_{wh} W_1}{\sqrt{2}} \frac{D l_{ax}}{h p} \frac{\mu_o m}{g_e} \frac{4}{2\pi} \frac{W_1 K_{wh}}{2ph} \sqrt{2} I_{m1} \\ &= \frac{\mu_o}{\pi} \omega_1 \frac{m}{g_e} D l_{ax} \left(\frac{W_1}{p} \right)^2 \left(\frac{K_{wh}}{h} \right)^2 I_{m1} \end{aligned} \quad (308)$$

A soma de todas as harmônicas, incluindo a fundamental é dada por:

$$E_g = \sum_{h=-\infty}^{\infty} E_h. \quad (309)$$

Dividindo-se o valor de pico da *fem* (E_g) resultante por $\omega_1 I_{m1}$ obtém-se a soma da indutância de magnetização com a indutância de dispersão diferencial.

$$\frac{E_g}{\omega_1 I_{m1}} = L_m + L_d = \frac{\mu_o m}{\pi g_e} D l_{ax} \left(\frac{W_1}{p}\right)^2 \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left(\frac{K_{wh}}{h}\right)^2. \quad (310)$$

Tomando-se $h = 1$ obtém-se a indutância de magnetização já obtida por (195)

$$L_m = \frac{\mu_o m}{\pi g_e} D l_{ax} \left(\frac{W_1 K_{w1}}{p}\right)^2. \quad (311)$$

O restante da equação (310) representa a indutância de dispersão diferencial ou indutância de dispersão harmônica (L_{1d}).

$$L_{1d} = \frac{\mu_o m}{\pi g_e} D l_{ax} \left(\frac{W_1}{p}\right)^2 \sum_{h=-\infty, h \neq 1}^{\infty} \left(\frac{K_{wh}}{h}\right)^2. \quad (312)$$

O fator de dispersão diferencial do estator é definido como:

$$\sigma_{1d} = \frac{L_{1d}}{L_m} = \sum_{h=-\infty, h \neq 1}^{\infty} \left(\frac{K_{wh}}{h K_{w1}}\right)^2. \quad (313)$$

Neste caso, só as harmônicas de enrolamento são somadas, ou seja, as harmônicas de ordem dada por $h = 1 \pm 2mc$, $c = 0,1,2,3\dots$ (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.86). Como este somatório não é simples, é adotada a solução de (BAFFREY, 1926), (RICHTER, 1954, p.143), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.245) e (BOLDEA; NASAR, 2010, p.121) que fornece este fator de dispersão para máquinas trifásicas de passo encurtado, ainda sem considerar o amortecimento do mesmo.

$$\begin{aligned} \sigma_{1d} &= \frac{2\pi^2}{9K_{w1}^2} \frac{5q^2 + 1 + \frac{\varepsilon_{sp}^3}{4q} - \frac{3\varepsilon_{sp}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{sp}}{4q}}{12q^2} - 1, \\ \sigma_{1d} &= \frac{2\pi^2}{9K_{w1}^2} \frac{5q^2 + 1 + \frac{\varepsilon_{sp}^3}{4q} - \frac{3\varepsilon_{sp}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{sp}}{4q}}{12q^2} - 1 \\ &= \frac{2\pi^2}{9 \cdot 0,9598^2} \frac{5 \cdot 3^2 + 1 + \frac{0^3}{4 \cdot 3} - \frac{3 \cdot 0^2}{2} - \frac{0}{4 \cdot 3}}{12 \cdot 3^2} - 1 = 0,014, \end{aligned} \quad (314)$$

onde:

$$\varepsilon_{sp} = Y_p - Y_b = m q - Y_b = 0 \text{ (em passos de ranhura)}, \quad (315)$$

A gaiola, como um circuito fechado, amortece as harmônicas, tornando-as menos significativas. A referência (RICHTER, 1954, p.155) fornece o fator de amortecimento (Δ_2) a ser multiplicado pela indutância de dispersão diferencial do estator.

$$\Delta_2 = 1 - \frac{1}{\sigma_{1d}} \sum_{h \neq 1}^{2mq+1} \left[\frac{K_{wh}}{h K_{w1}} K_{skh} \frac{\text{sen}(hp\pi/N_r)}{(hp\pi/N_r)} \right]^2, \tag{316}$$

onde K_{skh} é o fator de *skewing* para a h -ésima harmônica e N_r é o número de barras do rotor.

Basta calcular até a primeira harmônica de ranhura ($2mq+1$) e dá algo em torno de 0,8. Utilizando o equacionamento acima tem-se a Tabela 7.

O fator de amortecimento da indutância diferencial do estator fica então:

$$\Delta_2 = 1 - \frac{1}{\sigma_{1d}} \sum_{h \neq 1}^{2mq+1} \left[\frac{K_{wh}}{h K_{w1}} K_{skh} \frac{\text{sen}\left(\frac{hp\pi}{N_r}\right)}{\left(\frac{hp\pi}{N_r}\right)} \right]^2 = 1 - \frac{1}{0,0141} \cdot 27,349 \cdot 10^{-4} = 0,8055.$$

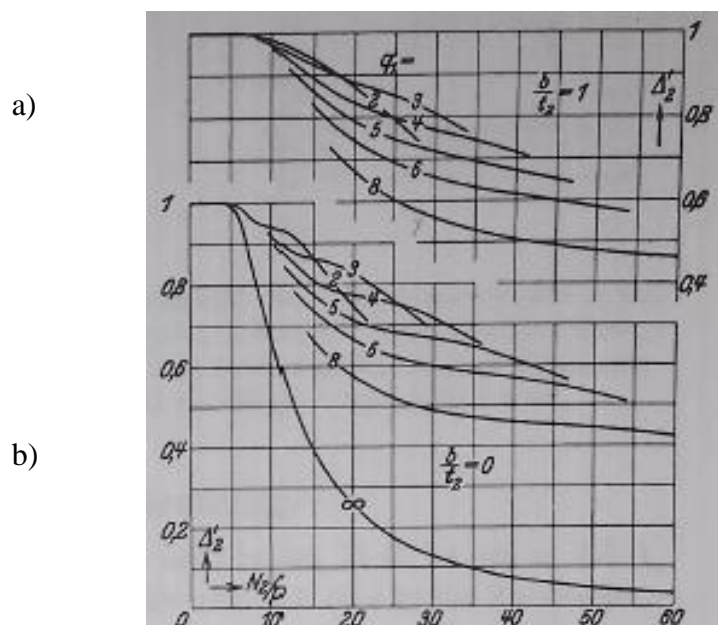
Este amortecimento foi obtido pelas curvas da Figura 42 resultando em 0,8.

Tabela 7 - Organização do cálculo do amortecimento

h	1	-5	7	-11	13	-17	19
K_{wh}	0,9598	0,2176	0,1774	0,1774	0,2176	0,9598	-0,9598
$\left(\frac{K_{wh}}{h K_{w1}} K_{skh} \frac{\text{sen}(hp\pi/N_r)}{(hp\pi/N_r)}\right)^2$		17,290 $\times 10^{-4}$	4,936 $\times 10^{-4}$	1,144 $\times 10^{-4}$	0,239 $\times 10^{-4}$	2,518 $\times 10^{-4}$	0,649 $\times 10^{-4}$
						Soma	27,349 $\times 10^{-4}$

Fonte: (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.248)

Figura 42 - Fatores de amortecimento do coeficiente de dispersão diferencial do estator: a) Ranhuras do rotor retas; b) Ranhuras inclinadas de um passo de ranhura do rotor



Fonte: (RICHTER, 1954, p.155), (HELLER; HAMATA, 1977, p.48), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.122)

A média destes valores ficou em 0,8014. Assim, obtém-se:

$$L_{1d} = \Delta_2 \cdot \sigma_{1d} \cdot L_{mNom} = 0,8014 \cdot 0,01405 \cdot 0,2649 \text{ H} = 3,033 \text{ mH}, \quad (317)$$

$$X_{1d} = 2\pi f_1 L_{1d} = 2\pi 60 \cdot 3,033 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 1,123 \Omega. \quad (318)$$

7.9 Indutância de dispersão total do estator

Finalmente, a reatância total do estator é obtida de maneira analítica pelas somas das reatâncias parciais:

$$X_1 = X_{1d} + X_{1sk} + X_{1sb} + X_{1st} + X_{1z} + X_{1es} = 2,9202 \Omega. \quad (319)$$

Dentre os valores de reatância de dispersão obtidos analiticamente para o estator, este é o único valor que pode ser comparado com o obtido nos ensaios clássicos (Capítulo 9).

7.10 Indutância de ranhura do rotor

A Figura 43 mostra duas configurações comuns em rotores em curto com gaiola simples. Há muitos outros tipos mostrados nas bibliografias já mencionadas, porém não há interesse neste estudo em particular.

A metodologia para cálculo da permeância geométrica específica das ranhuras do rotor permanece mais ou menos a mesma já usada para o estator quando as ranhuras forem abertas ou semiabertas. No entanto, quando as ranhuras forem fechadas, muito comuns em rotores com gaiola de alumínio, a metodologia se mantém para o corpo da ranhura, porém sofre alterações profundas na região da boca da ranhura.

Para ranhuras trapezoidais semiabertas arredondadas, para gaiolas, (Figura 43 a) a permeância geométrica específica de dispersão de ranhura é dada por (BOLDEA; NASAR, 2010, p.128).

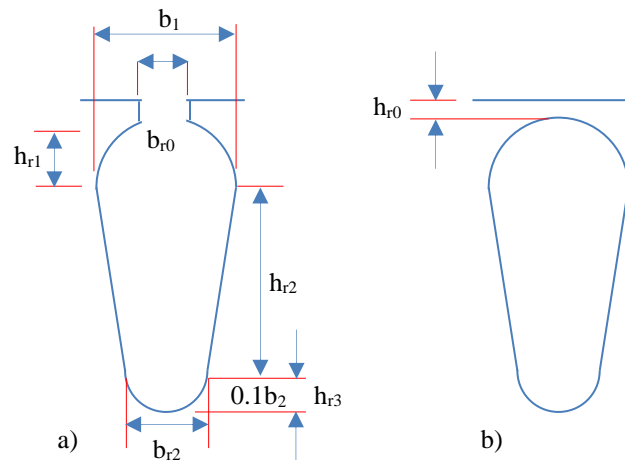
$$\lambda_{2sb} = \frac{h_{r2}}{3b_{r1}} \left(1 - \frac{\pi b_{r1}^2}{8S_{br}} \right)^2 + 0,66 - \frac{h_{r0}}{2b_{r1}}, \quad (320)$$

onde S_{br} é a seção transversal da barra (em m²)

A permeância da boca da ranhura permanece igual à do estator.

$$\lambda_{2st} = \frac{h_{r0}}{b_{r0}}. \quad (321)$$

Figura 43 - Ranhuras típicas da gaiola de esquilo: a) semiaberta, b) fechada



Fonte: Autor, baseado em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.128).

Se a ranhura for fechada por uma estreita ponte magnética ($b_{r0} = 0$, $h_{r0} \neq 0$) o termo h_{r0}/b_{r0} pode ser substituído por outro que é dependente da corrente de barra (I_{bsat}) capaz de saturar a ponte. Este valor que pode ser admitido, numa etapa de projeto como

$$I_{bsat} > 5b_{r1}10^3, \quad (322)$$

$$\lambda_{2st} \approx 0,3 + 1,12h_{r0} \frac{10^3}{I_{bsat}^2}, \quad (323)$$

onde b_{r1} é a largura maior da ranhura (em m) e h_{r0} é espessura da ponte (em m).

Isto é somente uma aproximação empírica para tentar considerar os efeitos de saturação em ranhuras fechadas, potencialmente útil para propósitos preliminares de projeto (BOLDEA; NASAR, 2010, p.128). A referência (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.253) não atribui nenhuma solução analítica para este caso e propõe solução numérica. Este assunto tem uma abordagem mais adequada no capítulo seguinte.

Para o caso do motor em questão, utilizando (320) e o Apêndice A tem-se:

$$\lambda_{2sb} = \frac{8,02}{3 \cdot 3,14} \left(1 - \frac{\pi \cdot 3,14^2}{8 \cdot 25,94} \right)^2 + 0,66 - \frac{0,44}{2 \cdot 3,14} = 1,422.$$

Para a ponte saturada da ranhura usa-se (322) e (323) e o Apêndice A

$$I_{bsat} > 5b_{r1}10^3 > 5 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 > 15,7 \text{ A},$$

$$\lambda_{2st} \approx 0,3 + 1,12 \cdot 0,44 \cdot 10^{-3} \frac{10^3}{15,7A^2} \approx 0,302.$$

Para o corpo da ranhura (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.252) propõe uma equação alternativa:

$$\lambda_{2sb} = \frac{h_{r2}}{3b_{r1}} + 0,66, \quad (324)$$

$$\lambda_{2sb} = \frac{h_{r2}}{3b_{r1}} + 0,66 = \frac{8,02}{3 \cdot 3,14} + 0,66 = 1,511,$$

Para esta parte da ranhura (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969) propõe:

$$\lambda_{2sb} = \frac{h_{r2}}{3b_{r1}} + 0,623, \quad (325)$$

$$\lambda_{2sb} = \frac{h_{r2}}{3b_{r1}} + 0,623 = \frac{8,02}{3 \cdot 3,14} + 0,623 = 1,474.$$

Tomando-se a média destas referências obtém-se $\lambda_{2sb} = 1,4694$.

Agora pode-se obter a indutância por ranhura do corpo da ranhura do rotor referida ao próprio rotor.

$$L_{2sb} = \mu_0 n_{cr}^2 l_{ax} \lambda_{2sb}, \quad (326)$$

$$L_{2sb} = \mu_0 n_{cr}^2 l_{ax} \lambda_{2sb} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1^2 \cdot 0,100 \cdot 1,4694 = 0,1887 \cdot 10^{-6} \text{ H.}$$

Com relação à permeância específica do topo da ranhura (da ponte de fechamento) só foi obtido um valor e a indutância correspondente vale:

$$L_{2st} = \mu_0 n_{cr}^2 l_{ax} \lambda_{2st}, \quad (327)$$

$$L_{2st} = \mu_0 n_{cr}^2 l_{ax} \lambda_{2st} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1^2 \cdot 0,100 \cdot 0,302 = 0,03795 \cdot 10^{-6} \text{ H.}$$

As impedâncias de barra são referidas para o estator usando $\rho_l = 12382$ de (256).

$$L'_{2sb} = L_{2sb} \rho_1, \quad (328)$$

$$L'_{2sb} = L_{2sb} \rho_1 = 0,1887 \cdot 10^{-6} \text{ H} \cdot 12382 = 2,337 \text{ mH},$$

$$X_{2sb} = 2\pi f_1 L'_{2sb} = 2\pi \cdot 60 \cdot 2,337 \text{ mH} = 0,8807 \Omega, \quad (329)$$

$$L'_{2st} = L_{2st} \rho_1, \quad (330)$$

$$L'_{2st} = L_{2st} \rho_1 = 0,03795 \cdot 10^{-6} \cdot 12382 = 0,4699 \text{ mH},$$

$$X_{2st} = 2\pi f_1 L'_{2st} = 2\pi \cdot 60 \cdot 0,4699 \text{ mH} = 0,1771 \Omega. \quad (331)$$

7.11 Indutância dos anéis do rotor

O cálculo do fluxo magnético de dispersão dos anéis do rotor não é uma tarefa fácil, pois se trata de um problema predominantemente tridimensional com muitas variáveis sendo geralmente obtido por métodos analítico-empíricos. A permeância de dispersão de um segmento do anel, encostado no rotor, vem de (BOLDEA; NASAR, 2010, p.131):

$$\lambda_{2ei} = \frac{2,3 D_{er}}{4N_r l_e \sin^2\left(\frac{\alpha_{er}}{2}\right)} \log_{10}\left(4,7 \frac{D_{er}}{w_{er} + 2h_{er}}\right), \quad (332)$$

onde w_{er} e h_{er} são as dimensões axial e radial do anel e D_{er} é o seu diâmetro médio.

No caso do motor em estudo, já referido à barra do rotor, tem-se

$$\lambda_{2ei} = \frac{2,3 \cdot 80,8}{4 \cdot 44 \cdot 95 \cdot \sin^2(0,1428)} \cdot \log_{10}\left(4,7 \frac{80,8}{16,35 + 2 \cdot 13,85}\right) = 0,5138,$$

onde λ_{2ei} é a permeância de dispersão de um segmento de anel de cada lado do rotor já referido à barra do rotor.

$$L_{2ei} = \mu_0 n_{cr}^2 l_e [\lambda_{2ei}], \quad (333)$$

$$L_{2ei} = \mu_0 n_{cr}^2 l_e [\lambda_{2ei}] = 61,34 \cdot 10^{-9} \text{ H},$$

onde L_{2ei} é a indutância de anel já referida à barra do rotor.

Referindo-se ao estator tem-se:

$$L_{2er} = \rho_1 L_{2ei}, \quad (334)$$

$$L_{2er} = \rho_1 L_{2ei} = 12382 \cdot 61,34 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 0,7595 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

$$X_{2er} = 2\pi f_1 L_{2er}, \quad (335)$$

$$X_{2er} = 2\pi f_1 L_{2er} = 2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 0,7595 \cdot 10^{-3} = 0,2863 \Omega.$$

A referência (LIWSCHITZ-GARIK; WIPPLE, 1981, p.258) propõe a equação

$$L_{2ei} = \mu_0 \frac{N_r}{2mp} \left[\frac{2}{3} (l_b - l_{ax}) + K_{er} \frac{\pi D_{er}}{2p} \right], \quad (336)$$

onde l_b é o comprimento da barra, l_{ax} é o comprimento do pacote de chapas e $K_{er} = 0,36$ para $p = 1$ e $0,18$ para $p > 1$. Substituindo os valores obtém-se:

$$L_{2ei} = \mu_0 \frac{44}{2 \cdot 3 \cdot 2} \left[\frac{2}{3} (0,1166 - 0,100) + 0,18 \frac{\pi \cdot 80,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 2} \right] = 103,63 \cdot 10^{-9} \text{ H},$$

$$L_{2er} = \rho_1 L_{2ei} = 12382 \cdot 103,63 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 1,283 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

$$X_{er} = 2\pi f_1 L_{2er} = 0,4838 \Omega. \quad (337)$$

Por outro lado, se for adotada a formulação de (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.263), a indutância de um segmento do anel de curto junto com a possível extensão das barras é obtida por:

$$L_{2ei} = \mu_o \frac{N_r}{2mp^2} \left[\frac{2}{3} (l_b - l_{ax}) + K_{er} \frac{\pi D_{er}}{2p} \right], \quad (338)$$

$$L_{2ei} = \mu_o \frac{44}{2 \cdot 3 \cdot 2^2} \left[\frac{2}{3} (0,1166 - 0,100) + 0,18 \frac{\pi \cdot 80,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 2} \right] = 51,82 \cdot 10^{-9} \text{ H},$$

$$L_{2er} = \rho_1 L_{2ei} = 12382 \cdot 51,82 \cdot 10^{-9} \text{ H} = 0,6416 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

$$X_{er} = 2\pi f_1 L_{2er} = 0,2419 \Omega. \quad (339)$$

A mesma referência apresenta uma equação alternativa para a indutância dos anéis já referida ao estator (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.262) calculada junto com a indutância de cabeça de bobina do estator já mostrada em (301).

$$L_{2er} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{p} L_w \lambda_w (0,40 \dots 0,20). \quad (340)$$

Adotando-se 0,40 em (301) obtém-se:

$$L_{2er} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{p} L_w \lambda_w (0,40), \quad (341)$$

$$L_{2er} = 2\mu_o \frac{W_1^2}{p} L_w \lambda_w (0,40) = 1,007 \text{ mH},$$

$$X_{er} = 2\pi f_1 L_{2er} = 0,3795 \Omega. \quad (342)$$

Devido à variação de valores e não haver um critério objetivo para descartar algum deles, optou-se em assumir a média dos quatro valores:

$$X_{erAv} = 0,3479 \Omega.$$

7.12 Indutância zigue-zague do rotor

Para o rotor, com ranhuras semiabertas, aplicam-se as mesmas equações usadas para o estator (BOLDEA; NASAR, 2010, p.129). No caso, com ranhuras fechadas por uma ponte de ferro saturada, é admitida uma abertura hipotética de aproximadamente 0,04" (1,1 mm) conforme (AGARWAL; ALGER, 1960). O valor já está referido ao estator.

$$\lambda_{2zr} = \frac{5g_o K_c / b_{r0}}{5 + 4g_o K_c / b_{r0}} \cdot k_2, \quad (343)$$

onde: $k_2 = \frac{3\beta_y+1}{4}$ e $\beta_y = 1$; $k_2 = 1$ (gaiola).

No caso do rotor em gaiola ($\beta_{Yr} = 1$) e $k_2 = 1$ tem-se:

$$\lambda_{2zr} = \frac{5 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3926/1,1 \cdot 10^{-3}}{5 + 4 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 1,3926/1,1 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{3 \cdot 1 + 1}{4} = 0,2935,$$

$$L_{2zr} = 2\mu_o \frac{W_1^2 l_{ax}}{p \cdot q} \lambda_{2zr}, \quad (344)$$

$$L_{2zr} = 2\mu_o \frac{222^2 \cdot 0,100}{2 \cdot 3} 0,2935 = 0,6060 \cdot 10^{-3} \text{ H.}$$

A referência (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.259) sugere esta equação para a permeância zigue-zague (ponta de dente) para ranhuras semiabertas:

$$\lambda_{2zr} = \frac{5g_o/b_{r0}}{5 + 4g_o/b_{r0}} k_2, \quad (345)$$

onde: $k_2 = 1 - \frac{3}{4} \varepsilon$ e $\varepsilon = 0$; $k_2 = 1$ (gaiola).

Para ranhuras fechadas por uma ponte saturada deve-se supor uma abertura de 1,1 mm conforme acima:

$$\lambda_{2zr} = \frac{5 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3}/1,1 \cdot 10^{-3}}{5 + 4 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3}/1,1 \cdot 10^{-3}} \cdot 1,0 = 0,2257,$$

$$L_{2zr} \approx 2\mu_o \frac{W_1^2 l_{ax}}{p \cdot q} \lambda_{2zr}, \quad (346)$$

$$L_{2zr} \approx 2\mu_o \frac{W_1^2 l_{ax}}{p \cdot q} \lambda_{2zr} = 2\mu_o \frac{222^2 \cdot 0,100}{2 \cdot 3} 0,2257 = 0,4660 \cdot 10^{-3} \text{ H.}$$

Assim os dois autores produzem resultados que, apesar de diferentes, são coerentes e é feita a média entre eles.

$$L_{2zr} = (0,6060 + 0,4660) \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,536 \cdot 10^{-3} \text{ H},$$

$$X_{2zr} = 2\pi f_1 L_{2zr} = 2\pi \cdot 60 \cdot 0,536 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,2021 \Omega, \quad (347)$$

Este valor da reatância de zigue-zague do rotor já está referido ao estator.

7.13 Indutância diferencial (ou harmônica) do rotor

Esta indutância de dispersão é significativa apenas em máquinas com pequenos entreferros tais como as máquinas de indução. A indutância de dispersão diferencial para rotor de gaiola com *skewing* é fornecida, já referida ao estator, de maneira praticamente igual

pelas seguintes referências: (RICHTER, 1954, p.145), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.121) e (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.247).

$$\sigma_{2d} = \frac{1}{K_{sk}^2 \eta^2} - 1, \quad (348)$$

$$K_{sk} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_{er}}{2} \frac{c}{\tau_r}\right)}{\frac{\alpha_{er}}{2} \frac{c}{\tau_r}}, \quad \eta = \frac{\sin(\alpha_{er}/2)}{\alpha_{er}/2}, \quad \alpha_{er} = p \frac{2\pi}{N_r}, \quad (349)$$

onde σ_{2d} = indutância de dispersão diferencial do rotor; c = inclinação da ranhura do rotor(m); K_{sk} = fator de inclinação de ranhura; η = é o fator de acoplamento do rotor para a fundamental do campo excitante do estator.

A indutância de dispersão diferencial do rotor já fica referida ao estator se for usada a indutância de magnetização do estator. Para o caso em questão tem-se:

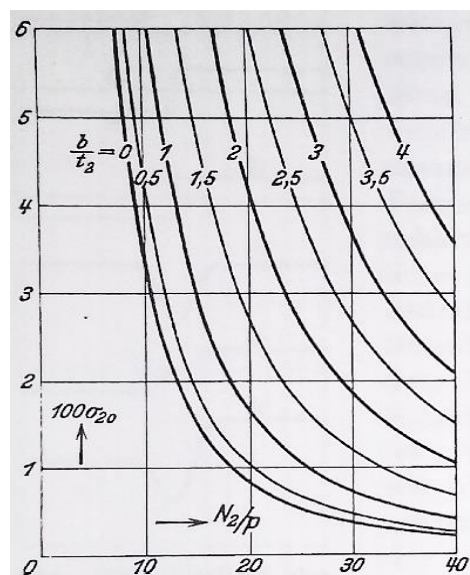
$$\alpha_{er} = \frac{2\pi}{N_r} p = \frac{2\pi}{44} 2 = 0,2856 \text{ rad}_E, \quad \eta = \frac{\sin(\alpha_{er}/2)}{\alpha_{er}/2} = \frac{\sin(0,2856/2)}{0,2856/2} = 0,9966.$$

$$\text{Com rotor reto tem-se } c = 0 \text{ e } K_{sk} = \frac{\sin\left(\frac{\alpha_{er}}{2} \frac{c}{\tau_r}\right)}{\frac{\alpha_{er}}{2} \frac{c}{\tau_r}} = 1,$$

$$\sigma_{2d} = \frac{1}{K_{sk}^2 \eta^2} - 1 = \frac{1}{1^2 \cdot 0,9966^2} - 1 = 6,835 \cdot 10^{-3},$$

Pela Figura 44, com $c/\tau_r = b/t_2 = 0$ e $N_2/p = N_r/p = 22$, obtém por inspeção $0,6 \cdot 10^{-2}$.

Figura 44 - Coeficientes de dispersão diferencial para rotor em gaiola de esquilo simples como função de N_r/p para diferentes inclinações de ranhura do rotor



Fonte: (RICHTER, 1954, p.146)

$$L_{2d} = \sigma_{2d} L_{mNom}, \quad (350)$$

$$L_{2d} = \sigma_{2d} L_{mNom} = 6,835 \cdot 10^{-3} \cdot 0,2649 \text{ H} = 1,842 \text{ mH},$$

$$X_{2d} = 2\pi f_1 L_{2d}, \quad (351)$$

$$X_{2d} = 2\pi f_1 L_{2d} = 2\pi \cdot 60 \cdot 1,842 \cdot 10^{-3} \text{ H} = 0,6945 \Omega.$$

7.14 Indutância de inclinação de ranhuras do rotor

Como a máquina em questão tem ranhuras retas, a reatância de dispersão por inclinação é nula (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.242).

$$\sigma_{2sk} = \frac{1 - K_{sk}^2}{K_{sk}^2} = \frac{1 - 1^2}{1^2} = 0, \quad (352)$$

$$L_{2sk} = \sigma_{sk} L_m = 0 \text{ H}, \quad (353)$$

$$X_{2sk} = 2\pi f_1 L_{sk} = 0 \Omega. \quad (354)$$

7.15 Considerações finais sobre as indutâncias de dispersão do rotor

Somando as diversas componentes obtém-se a reatância do rotor vista pelo estator.

$$X_2 = X_{2sb} + X_{2st} + X_{2er} + X_{2z} + X_{2d} + X_{2sk}, \quad (355)$$

$$X_2 = 0,8807 + 0,1771 + 0,3479 + 0,2021 + 0,6849 + 0,00 = 2,2927 \Omega.$$

Os resultados desta etapa são, dentro do que é possível, comparados com os obtidos pelos ensaios clássicos no Capítulo 9. Nesta ocasião se pode comentar mais sobre as diferenças que existem entre eles.

Concluindo esta etapa salienta-se que, no cálculo analítico puro, percebe-se que a abordagem de algumas referências, mesmo consagradas, são diferentes entre si causando uma certa insegurança quanto às incertezas de cada método.

8 MODELAGEM PARA RANHURAS FECHADAS NO ROTOR

Este capítulo trata da teoria das ranhuras fechadas no rotor, condição que causa a variação da reatância de ranhura e impõe a necessidade de mudança de modelo para o rotor.

8.1 Introdução

No capítulo anterior, as ranhuras do estator e do rotor eram tomadas como semifechadas ou abertas. A máquina em estudo possui ranhuras fechadas no rotor o que produz variação na reatância de dispersão do rotor. A constatação da não-linearidade da tensão em relação à corrente no ensaio de rotor bloqueado já havia sido observada, entre outros, por (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.532) mas não apresentou relações com aspectos de projeto e não sugeriu alterações de modelo para levá-la em conta.

A consideração das ranhuras fechadas no rotor já foi encontrada no modelo T do motor em (LAGONOTTE; MIAH; POLOUJADOFF, 1999), porém não foram devidamente explicadas as suas relações com as dimensões físicas e com os dados de ensaio. A referência (VEINOTT, 1959, p.354) não considera ranhuras fechadas, no entanto despreza a resistência de perdas no ferro no ensaio a vazio para obter a reatância de magnetização, despreza esta reatância no ensaio em curto, mas a considera em paralelo com a impedância do rotor em regime permanente e considera as reatâncias de dispersão do estator e do rotor iguais.

Trabalho mais recente (BOGLIETTI *et al.*, 2012) aborda o efeito das ranhuras fechadas a partir dos dados obtidos nos ensaios de rotor bloqueado e ensaio a vazio e compara com dados de projeto. Apesar de apresentar resultados de ensaios coerentes em motores de alta velocidade, não contempla integralmente as relações entre os dados de ensaio e os parâmetros do modelo e apresenta uma imperfeição analítica na construção do modelo.

Menção à não-linearidade é encontrada também em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.685), porém não é traduzida no modelo do motor.

Este assunto está bem apresentado em (MILLER, 2014, p.3.37), inclusive com diagramas fasoriais detalhados incluindo tensões e correntes no estator e rotor. Os dados do modelo são provavelmente oriundos do processo analítico próprio ou das simulações por Método dos Elementos Finitos no *software* SPEED. Infelizmente, não há nenhuma informação que relacione com os dados obtidos nos ensaios clássicos dos motores de indução.

Este capítulo propõe apresentar uma abordagem mais clara sobre as relações entre os aspectos físicos relacionados à ranhura fechada no rotor, sua modelagem através do circuito clássico de regime permanente e os resultados obtidos através dos ensaios de rotor bloqueado, a vazio e sob carga num protótipo comercial.

8.2 Origem da saturação da reatância do rotor

As reatâncias de dispersão têm diversas origens conforme discutido no capítulo anterior. Entre elas estão a reatância de cabeceira, ziguezague, diferencial, de ranhura etc. As permeâncias específicas do corpo das ranhuras do rotor são tomadas, a princípio, como não saturadas e, portanto, não se considera a queda de fmm no ferro ao redor das mesmas na dedução das suas equações conforme encontra-se em (MILLER, 2014, p.3.37), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.151). Cada seção da ranhura, desde o seu fundo, possui uma forma geométrica e, por consequência, uma equação própria e é responsável por uma parcela da permeância que é considerada não-saturada. Estas equações são bem convergentes entre os diversos autores desta área.

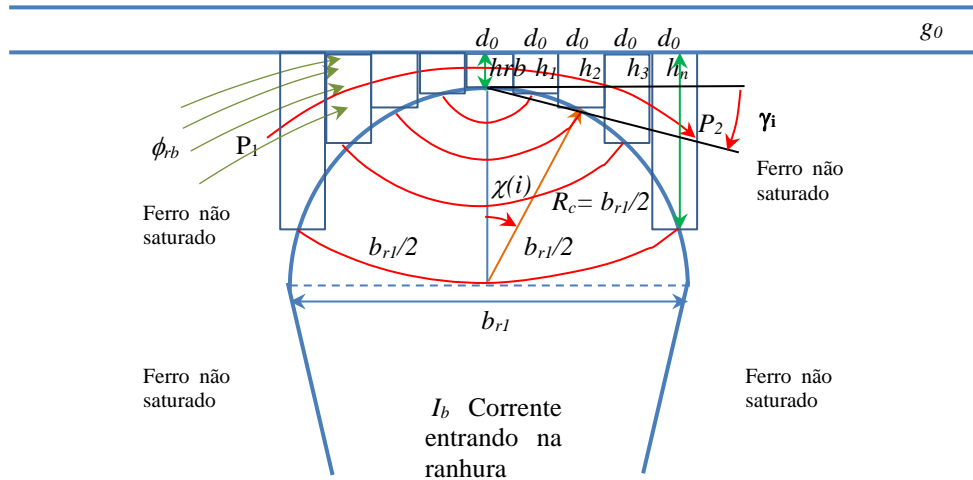
A consideração da saturação das reatâncias de dispersão de ranhura encontra alguma quantificação empírica em (MILLER, 2014, p.3.37).

Existe, no entanto, uma reatância de dispersão marcadamente dependente da saturação e, portanto, variável e de trabalhosa abordagem analítica: é a reatância de topo de ranhura do rotor quando ela é fechada por uma fina ponte de ferro. Este fechamento visa à redução de perdas por pulsação de fluxo magnético nos dentes do estator, redução de ruídos, vibração e aumento da reatância do rotor na partida reduzindo a corrente de arranque. No entanto, a alta reatância do rotor causa a redução do conjugado de partida do motor, do conjugado máximo e do fator de potência em regime permanente (BOLDEA; NASAR, 2010, p.253).

A seguir é estudada especificamente a parte da permeância correspondente à ponte de ferro que fecha a ranhura. Inicialmente, divide-se a ponte em partes iguais (b_o) e com alturas diferentes ($h(i)$) conforme Figura 45. As alturas são calculadas de modo diferente conforme a ranhura tiver formato arredondado, triangular ou reto (BOLDEA; NASAR, 2010, p.253), (MILLER, 2014, p.3.37-p.3.38). Na primeira abordagem, por uma questão de simplicidade, é desprezado o fluxo magnético paralelo à ponte, gerado pela fmm atuando no material não-magnético adjacente à mesma, acompanhando (BOLDEA; NASAR, 2010, p.253) e discordando de (MILLER, 2014, p.3.37-p.3.38). Assim é suposto que o fluxo é

canalizado apenas pela parte de ferro da ponte, de forma a se ter o mesmo fluxo (ϕ_{rb}) passando em todos os trechos e gerando em cada uma induções $B(i)$ e intensidades de campo $H(i)$ diferentes.

Figura 45 - Fracionamento da ponte para cálculo da fmm para um dado fluxo magnético imposto



Fonte: Autor, baseado em (MILLER, 2014), (BOLDEA; NASAR, 2010).

Tomando-se um número n razoável de divisões de meia-ranhura entre 4 e 6, por exemplo 5, a largura finita de um segmento de ponte d_0 pode ser obtida por:

$$d_0 = \frac{b_{r1}}{2n + 1} = \frac{3,14 \text{ mm}}{2 \cdot 5 + 1} = 0,285 \text{ mm}, \quad (356)$$

onde b_{r1} = largura máxima da ranhura no rotor (m).

Supondo a superfície do rotor plana, já que o passo de ranhura é pequeno, tem-se:

$$\chi(i) = \arcsin\left(\frac{i d_0}{R_c}\right), \quad (357)$$

$$h(i) = R_c + h_{rb} - R_c \cos(\chi(i)). \quad (358)$$

onde R_c = raio da curvatura da ranhura; $\chi(i)$ = ângulo do centro de cada segmento em relação ao centro da ranhura; h_{rb} = altura do segmento central, $h(i)$ = altura do segmento i .

Admite-se que o modelo da máquina já tenha fornecido, para um dado escorregamento, um valor inicial das correntes no estator (I_s) e no rotor (I_r) e magnetizante (I_m). A corrente em cada barra do rotor é descoberta pelo balanço da fmm da corrente do rotor referida ao estator e da fmm da barra do rotor. Assim, por (BOLDEA; NASAR, 2010, p.245), tem-se:

$$I_b N_r = I_r' n_{cs} N_s K_{ws1}, \quad (359)$$

$$n_{br} = \frac{I_b}{I_r'} = n_{cs} K_{ws1} N_s / N_r, \quad (360)$$

onde n_{br} = relação entre a corrente de barra e a corrente de rotor referida ao estator.

$$\text{Substituindo os valores reais tem-se: } n_{br} = 37 \cdot 0,9598 \cdot \frac{36}{44} = 29,06.$$

Finalmente obtém-se a fmm de pico AT_2 que atua no entorno da ranhura do rotor, que é a própria corrente da barra I_b , por:

$$AT_2 = I_b = n_{br} I_r' \sqrt{2}. \quad (361)$$

Para a condição nominal como motor usou-se $I_s = 4,7$ A e $I_{m0} = 2,1$ A (suposta atrasada de 90° da tensão de entreferro) obtendo-se aproximadamente a corrente nominal de rotor referida ao estator (suposta em fase com a tensão de entreferro).

$$I_{r'Nom} = \sqrt{I_s^2 - I_{m0}^2} = \sqrt{4,7^2 - 2,1^2} = 4,205 \text{ A}. \quad (362)$$

E a corrente nominal numa barra do rotor fica aproximadamente:

$$AT_{2Nom} = I_{bNom} = 29,06 \cdot 4,205 \sqrt{2} = 172,8 \text{ A}. \quad (363)$$

A lei de Ampère estabelece que:

$$\int_{P1}^{P2} H(x) dx = \Delta \mathfrak{S}_{12} + \Delta \mathfrak{S}_{RestoPercurso} = \Delta \mathfrak{S}_{12} + 0 = I_b. \quad (364)$$

É admitido que apenas a ponte tem permeabilidade baixa enquanto o resto do circuito magnético em torno da ranhura tem permeabilidade infinita. Para facilitar, em vez da integração de (364), é feito um somatório:

$$H_c d_0 + 2 \sum_{i=1}^n H(i) d_0 = I_b = AT_2'. \quad (365)$$

Desprezando o fluxo magnético paralelo ao ferro, o fluxo magnético tangencial em cada uma destas seções da ponte $\phi_{tb}(i)$ é constante e igual ao fluxo que entra na ponte ϕ_{rb} .

$$\phi_{tb}(i) = \int B_t dA = B_t(i) h(i) l_e = \phi_{rb}, \quad (366)$$

onde i = índice do segmento da ponte; $B_t(i)$ = indução tangencial no segmento i , dA = infinitésimo de área tangencial da ponte; h_{rb} = espessura radial no centro da ponte, l_e = comprimento axial efetivo do rotor.

É admitida inicialmente uma indução na parte mais central da ponte e calculado o fluxo através desta e de todas as outras parcelas de modo que:

$$\phi_{rb} = B_{t0} h_{rb} l_e, \quad (367)$$

onde B_{t0} = indução tangencial no centro da ponte;

A partir daí obtém-se as induções nas outras partes da ponte e, por interpolações na curva BH do ferro (Anexo A), são obtidas as intensidades de campo $H(i)$ correspondentes.

$$B_t(i) = \frac{\phi_{rb}}{h(i)l_e}, \quad (368)$$

$$H(i) = f(B_t(i)). \quad (369)$$

Utilizando (376) é calculada a *fmm* AT_2' (ou I_b) e comparada com a informada inicialmente. Então é alterada a indução até que o processo iterativo convirja para um valor final de $AT_2 = AT_2'$.

Com os dados de cada trecho da curva podem-se somar as relutâncias de cada um e obter a relutância total da ponte.

$$\mathcal{R}(i) = \frac{d_0}{\mu(i) h(i) l_e}, \quad \mu(i) = \frac{B_t(i)}{H(i)}, \quad (370)$$

$$\mathcal{R}_{2rb} = \frac{d_0}{\mu_c h_{rb} l_e} + 2 \left[\frac{d_0}{\mu(1) h(1) l_e} + \dots + \frac{d_0}{\mu(n) h(n) l_e} \right], \quad (371)$$

onde μ_c = permeabilidade absoluta do segmento central da ponte; $\mu(i)$ = permeabilidade absoluta do segmento i .

Assim se pode obter a permeância total da ponte como o inverso da relutância:

$$\wp_{2rb} = \frac{1}{\frac{d_0}{\mu_{rc} h_{rb} l_e} + 2 \left[\frac{d_0}{\mu_r(1) h(1) l_e} + \dots + \frac{d_0}{\mu_r(n) h(1) l_e} \right]}, \quad (372)$$

$$\wp_{2rb} = \mu_0 l_e \frac{1}{\frac{d_0}{\mu_{rc} h_{rb}} + 2 \left[\frac{d_0}{\mu_r(1) h(1)} + \dots + \frac{d_0}{\mu_r(n) h(1)} \right]}. \quad (373)$$

Então a permeância geométrica específica é obtida para esta condição saturada como:

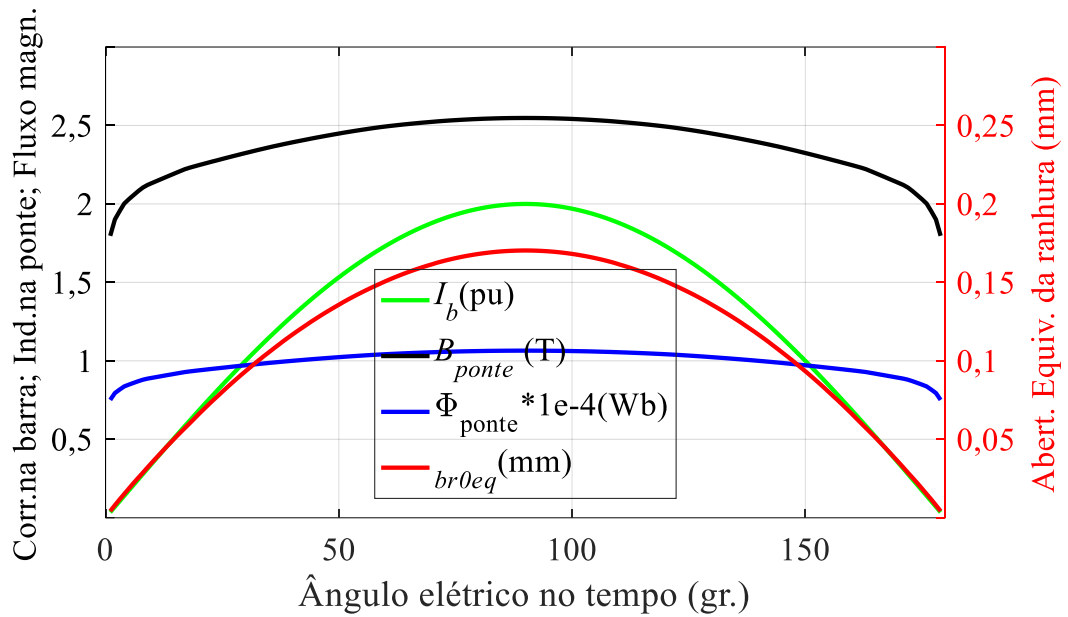
$$\lambda_{2rb} = \frac{1}{\frac{d_0}{\mu_{rc} h_{rb}} + 2 \left[\frac{d_0}{\mu_r(1) h(1)} + \dots + \frac{d_0}{\mu_r(n) h(1)} \right]}, \quad (374)$$

onde μ_{rc} , $\mu_r(i)$ = permeabilidade relativa no centro da ponte / do trecho i .

Esta expressão encontra-se em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.253), onde, infelizmente, percebem-se erros na posição das permeabilidades relativas das parcelas da ponte.

Foi rodada a rotina iterativa, que inclui desde a equação (356) até a (375), variando-se a corrente nas barras do rotor e obteve-se a indução, fluxo e outros dados associados que são mostrados na Figura 46 e Figura 47. Na Figura 46 a abscissa representa o tempo mas está mostrada em graus elétricos de forma que $180^\circ E$ corresponde a meio período da corrente do rotor (I_b).

Figura 46 - Variação temporal do fluxo magnético na ponte da ranhura do rotor e abertura equivalente



Fonte: Autor.

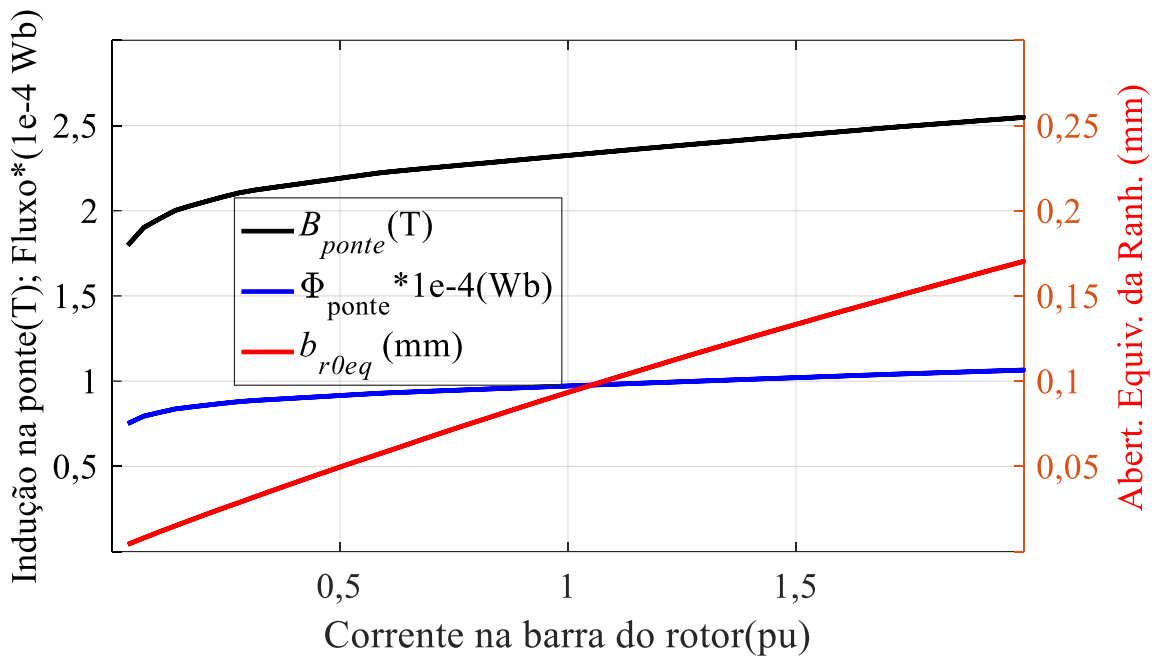
Supondo que a corrente na barra do rotor (I_b) varia senoidalmente no tempo, percebe-se que, quando a corrente cresce de 0,10 a 1,0 pu, a indução tangencial na ponte da ranhura (B_t) fica limitada entre 2,0 e 2,3 T devido a saturação, limitando também a sua variação do seu fluxo (ϕ_{rb}). Esta rápida saturação ocorre devido à pequena espessura da ponte, que no caso em questão é de 0,44 mm.

Se for desejado substituir a ranhura fechada por uma semifechada (com lábios não saturado) a fmm existente nas duas situações deve ser igual, logo a abertura equivalente é:

$$AT_2 = \frac{B_{sat}}{\mu_0} b_{r0eq} \rightarrow b_{r0eq} = \frac{\mu_0 AT_2}{B_{sat}} \quad (375)$$

No entanto, este valor é variável de acordo com a corrente na barra do rotor conforme se pode ver na Figura 46 e Figura 47, valendo aproximadamente 93,4 μm para a corrente nominal e 170,3 μm para o dobro da corrente nominal. A altura da abertura na ponte deve ser igual à original, ou seja, $h_{rb} = 0,44$ mm para o caso. Na Figura 47 a abscissa é a corrente na barra do rotor I_b em pu. Ali se percebe facilmente que desde 0,1 pu a 1,0 pu de corrente a indução e o fluxo na ponte ficam quase constante. A constância do fluxo na ponte é determinante na análise de rotores com ranhura fechada.

Figura 47 - Fluxo magnético e indução na ponte da ranhura fechada em função da corrente na barra. Abertura equivalente da ranhura do rotor em função da saturação da ponte



Fonte: Autor.

Uma segunda abordagem vai agora levar em conta o fluxo magnético através do interior da ranhura motivado pelas *fms* que existem ao longo da ponte saturada concordando com (MILLER, 2014, p.3.37). Na parte externa da ponte, junto ao entreferro, este fluxo magnético não é considerado aqui, pois este é contemplado pela reatância zig-zague ou de ponta de dente.

É suposto o arco interno da ranhura dividido pelo mesmo número de partes já mencionados acima (Figura 45), havendo n tubos de fluxo magnético cujas extremidades são aproximadamente perpendiculares às faces de ferro. Esta afirmação seria perfeita, se a permeabilidade do ferro fosse infinita. A seção transversal de cada tubo ($S_a(i)$) é dada pelo produto do comprimento de cada arco ($l_a(i)$) pelo comprimento axial da ranhura (l_{ax}).

$$S_a(i) = l_a(i)l_{ax} = \frac{d_0}{\cos(\alpha(i))} l_{ax}. \quad (376)$$

Já o comprimento dos n tubos de fluxo magnético foram aproximados a arcos de circunferência centrados no meio da ponte e limitados às faces internas da ranhura conforme a Figura 45, resultando

$$l_{tf}(i) = \pi d_0 i (\pi - 2\gamma(i))/\pi, \quad (377)$$

onde $l_{tf}(i)$ = comprimento de cada tubo de fluxo(m); $\gamma(i)$ é o ângulo entre uma reta que passa pelo centro da ponte e pelo ponto central da base do retângulo i que divide o arco da ranhura e uma horizontal que passa no fundo da ranhura (Figura 45) obtido por

$$\gamma(i) = \text{atan} [(h(i) - h_{rb}) / (i d_0)]. \quad (378)$$

A permeância de cada tubo de fluxo ($\wp_{tf}(i)$) pode ser obtida por:

$$\wp_{tf}(i) = \frac{\mu_0 S_a(i)}{l_{tf}(i)} = \mu_0 l_{ax} l_a(i) / l_{tf}(i). \quad (379)$$

É admitida inicialmente uma indução B_{i0} na fração central da ponte saturada e calculado o fluxo magnético, a intensidade de campo H_0 (pela curva BH) e a fmm neste trecho com índice 0. Por simplicidade, neste pequeno pedaço não foi considerado nenhum fluxo magnético paralelo ainda. No segundo trecho à direita e à esquerda do central foi considerado o mesmo fluxo magnético do trecho central e calculada a indução, a intensidade de campo e a fmm em cada um.

A fmm $F(1)$ que vai atuar no primeiro tubo de fluxo magnético é a soma da fmm no trecho 0 com a obtida nas duas metades do trecho à esquerda e à direita do mesmo.

$$F(1) = H_0 d_0 + H(1) \frac{d_0}{2} + H(1) \frac{d_0}{2} = H_0 d_0 + H(1) d_0. \quad (380)$$

onde $H_0, H(1)$ = intensidade de campo no trecho central e no trecho 1 da ponte (A/m).

Fazendo o mesmo raciocínio com os trechos seguintes tem-se:

$$F(i) = F(i - 1) + \frac{H(1) d_0}{2} + \frac{H(1) d_0}{2} = F(i - 1) + H(1) d_0, \quad (381)$$

onde $F(i) = Fmm$ no trecho genérico i (A).

Assim, se pode calcular o fluxo magnético adicional $\phi_{ad}(i)$ (em paralelo) em cada tubo de fluxo magnético por:

$$\phi_{ad}(i) = F(i) \wp(i). \quad (382)$$

De agora em diante o fluxo magnético de cada trecho $\phi_{tb}(i)$ é o fluxo magnético no trecho de ponte anterior $\phi_{tb}(i - 1)$ somado ao fluxo magnético adicional através da ranhura $\phi_{ad}(i - 1)$.

$$\phi_{tb}(i) = \phi_{tb}(i - 1) + \phi_{ad}(i - 1). \quad (383)$$

Com o fluxo magnético no trecho da ponte em questão calcula-se a indução, a intensidade de campo, a fmm e o fluxo magnético adicional. Ao chegar ao último trecho tem-se o fluxo magnético que entra na ponte ϕ_{rb} e a fmm total aplicada à mesma (AT_2'). Comparando-se esta à inicial e altera-se a indução B_{t0} até que haja convergência. Esta iteração é feita a cada novo escorregamento.

Com os dados finais e com a assunção de que o resto do ferro no entorno da ranhura tem permeabilidade infinita, pode-se calcular a permeância total da ponte \wp_{rb} por:

$$\wp_{rb} = \frac{\phi_{rb}}{At2'} \quad (384)$$

Esta ponte, sob o ponto de vista de dispersão, pode ser substituída por um trecho de permeabilidade infinita junto com uma abertura de ar equivalente (b_{r0eq}) com a mesma permeância.

$$\wp_{rb} = \mu_0 \frac{(h_{rb}l_{ax})}{b_{r0eq}}, \quad (385)$$

$$b_{r0eq} = \mu_0(h_{r0}l_{ax})/\wp_{rb}. \quad (386)$$

Para estabelecer uma comparação com a primeira abordagem foi rodado a rotina, que começa na equação (376) até (386), com os valores para uma e duas vezes a corrente nominal de rotor ($AT_{2nom} = 172,8$ A) e os resultados foram colocados na Tabela 8.

Observando-se a Tabela 8, Figura 46 e a Figura 47 percebe-se realmente que a indução e o fluxo magnético na ponte saturada variam muito pouco ao variar a corrente na ranhura do rotor. Isto dá origem a uma forte não-linearidade na reatância de dispersão correspondente a esta parte da ranhura do rotor.

Tabela 8 - Comparação de grandezas na ponte da ranhura do rotor para dois valores típicos de corrente na ranhura

	$I_b = 1,0$ pu (172,8 A)			$I_b = 2,0$ pu (345,6 A)		
	B_{rb} (T)	ϕ_{rb} (μ Wb)	b_{r0eq} (μ m)	B_{rb} (T)	ϕ_{rb} (μ Wb)	b_{r0eq} (μ m)
s/espraiamento	2,324	97,2	93,4	2,548	106,5	170,3
c/espraiamento	2,312	115,6	77,9	2,488	141,6	128,2

Se for tentado substituir a ponte saturada por uma não-saturada (com ferro de permeabilidade infinita) com uma abertura equivalente (b_{r0eq}) percebe-se que esta abertura seria extremamente pequena (menor do que 1 décimo de milímetro) e fortemente dependente do valor da corrente.

Se for levado em conta o espraiamento ao redor da ponte (pelo seu interior) conforme sugerido por (MILLER, 2014, p.3.37) obtém-se, para uma dada corrente de rotor, fluxos magnéticos entre 20 e 30% maiores na região que foi chamada de ponte e induções levemente menores no centro da mesma porque parte do fluxo magnético agora se estabelece paralelamente à mesma. Neste caso a abertura equivalente da ranhura fica menor para justificar o aumento de fluxo magnético pela ponte.

Tomando-se o ponto de operação entre 0,1 e 1,0 pu da corrente nominal de rotor, as induções obtidas na ponte tem grande aproximação com 2,1 T sugerido por (MILLER, 2014, p.3.37). Este valor típico é adotado como indução de saturação da ponte daqui por diante.

Usando em (367) os dados da máquina, tem-se o fluxo magnético numa das pontes:

$$\phi_{rb} = B_{sat} h_{rb} l_e = 2,1\text{T} \cdot 0,44 \cdot 10^{-3}\text{m} \cdot 100,0 \cdot 10^{-3}\text{m} \cdot 0,95 = 87,78 \mu\text{Wb}. \quad (387)$$

onde l_e considera o empilhamento e a largura dos dutos axiais de ventilação.

Visto que a saturação da ponte fechada não é bem modelada por substituição da ranhura fechada por uma semifechada com uma abertura equivalente, é agora proposta outra forma de modelagem.

8.3 Substituição de reatância variável no rotor por fonte de tensão fixa

Como se pode ver na Figura 48, o rotor foi considerado bobinado, com três fases, para simplificar a dedução das tensões induzidas. Cada fase do rotor possui W_2 espiras por fase, logo cada polo possui $w_{2p} = W_2/2p$ espiras. É mostrado um rotor com enrolamento concentrado por facilidade de desenho, mas é suposto que ele é senoidalmente distribuído, sendo que a fase a tem eixo magnético em $\theta = 0^\circ$. As outras fases foram desenhadas em tom mais claro por serem de pouco interesse neste momento.

Percebe-se que a indução tangencial máxima ocorre junto ao condutor que conduz a maior corrente. É nesta ponte que ocorre primeiro a saturação para uma pequena corrente na ranhura e é obtido o fluxo saturado da ponte do rotor (ϕ_{rb}). Nas outras pontes incluídas dentro de um passo polar do rotor a indução tangencial (e o fluxo magnético) vai diminuindo até ser nula na ranhura central do polo do rotor (em $\theta = 0^\circ$). Assim, pode-se assumir, grosseiramente, uma distribuição senoidal de fluxo magnético nas pontes, sendo que seus máximos ocorrem nas ranhuras onde há a máxima corrente de rotor de uma dada fase, ou seja, a 90° E do eixo magnético do rotor (em $\theta = 90^\circ$ E).

A saturação desta parte do circuito magnético poderia levar a picos de corrente nas barras de uma gaiola se a permeância da boca da ranhura (no caso da ponte da ranhura) fosse a única fonte de reatância no rotor e a resistência fosse muito baixa. Isto poderia causar estresses magnéticos no rotor e perdas joule maiores. No entanto, numa abordagem menos profunda, isto não será considerado pois cada barra não é possuidora de uma fonte de tensão independente e outras parcelas de impedância não-saturáveis limitam a corrente. Uma abordagem mais detalhada, incluído harmônicas de rotor, é mostrada no Apêndice J.

Descontados o fluxo magnético principal e outros fluxos magnéticos dispersos (não mostrados na Figura 48), cada fase do rotor enlaça o dobro do fluxo magnético das pontes.

A indução radial devida a este fluxo magnético $B_r(\theta)$, analisada em um passo polar do rotor, é tomada como tendo forma cossenoidal, sendo o seu máximo em $\theta = 0^\circ$ e valor nulo a 90° deste ponto. O fluxo que passa nas duas pontes pode ser calculado pela indução radial ao longo de um passo polar por:

$$2\phi_{rb} = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} B_r(\theta_m) l_e R_r d\theta_m = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_r(\theta) l_e R_r \frac{1}{p} d\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} B_{rp} \cos(\theta) l_e R_r \frac{1}{p} d\theta$$

$$\phi_{rb} = \frac{1}{2} B_{rp} l_e R_r \frac{1}{p} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(\theta) d\theta = \frac{1}{2} B_{rp} l_e R_r \frac{1}{p} 2, \quad (388)$$

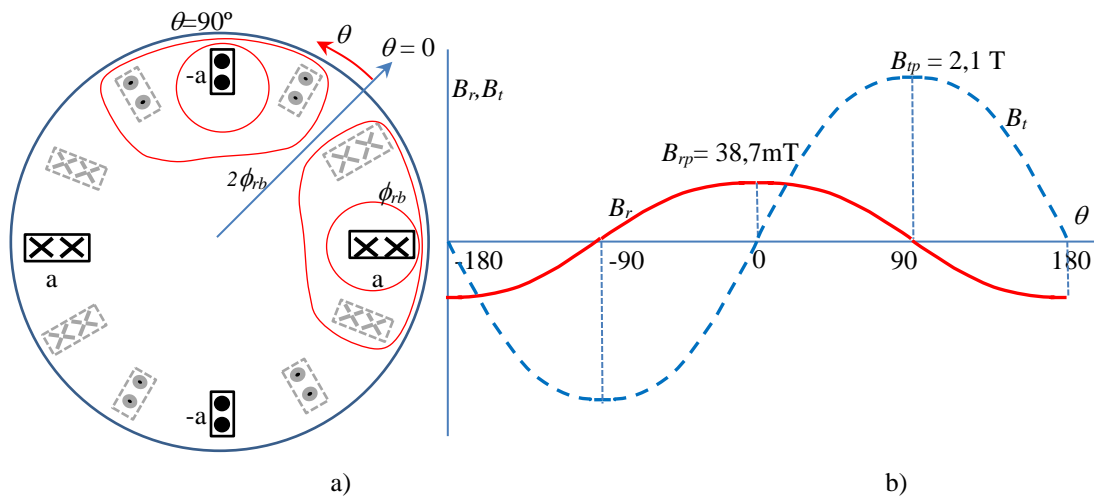
onde: θ = ângulo espacial elétrico ao longo do entreferro; R_r = raio externo do rotor (m), p = número de pares de polos.

Igualando-se (367) com (388) obtém-se a indução radial de pico B_{rp} que ocorre no eixo da fase.

$$\phi_{rb} = \frac{1}{2} B_{rp} l_e R_r \frac{1}{p} 2 = B_{sat} \cdot h_{rb} \cdot l_e \rightarrow B_{rp} = p \frac{B_{sat} \cdot h_{rb}}{R_r}. \quad (389)$$

Estes fluxos magnéticos de dispersão geralmente são considerados através de reatâncias incluídas na reatância total do rotor X_{2sat} conforme a Figura 49. Quando a ranhura do rotor é fechada esta reatância total é muito variável com a corrente do rotor, sendo modelada por uma hipérbole somada a uma constante (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.535), (MILLER, 2014, p.3.37).

Figura 48 - a) Mapeamento aproximado das induções devido ao fluxo disperso pela ponte fechada; b) Componentes de indução devidas ao fluxo da ponte

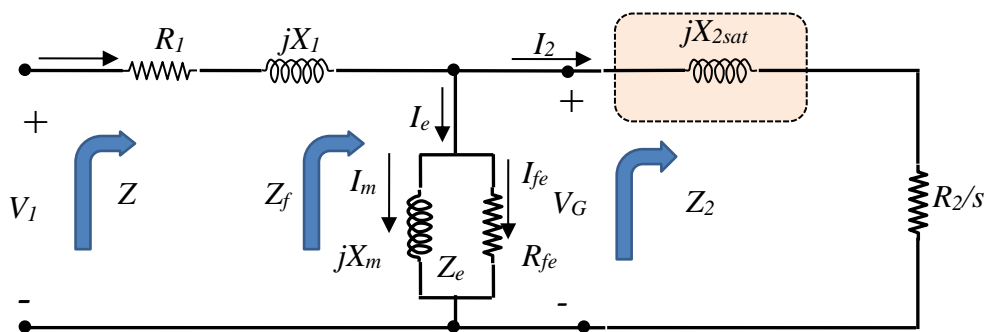


Fonte: Autor.

Uma reatância variável não é desejada por nenhum engenheiro pois exige o uso de curvas e de métodos iterativos nas análises da máquina.

As reatâncias, no regime senoidal permanente, causam quedas de tensão avançadas de 90° das correntes de rotor sendo proporcionais a estas. No caso da ponte saturada, com o fluxo magnético é considerado constante (independente da corrente de rotor), ele é modelado através de uma fonte de tensão em série com o circuito do rotor no circuito equivalente T.

Figura 49 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente com a reatância total do rotor variável hiperbolicamente com a corrente do rotor



Fonte: Autor.

A indução de uma fase, suposta senoidal no espaço, combinada com a das outras fases, movimenta-se em relação aos condutores do rotor na velocidade de escorregamento

($s\omega_l$) gerando nas mesmas tensões senoidais E_{rb2} com frequência sf_l classicamente calculadas por:

$$E_{rb2} = 4,44 \cdot W_2 \cdot (2\phi_{rb}) \cdot s \cdot f_1 \cdot K_{w2}, \quad (390)$$

onde W_2K_{w2} é o número de espiras efetivo por fase do rotor trifásico

O valor da tensão E_{rb2} varia com a frequência, não varia com a corrente e não influencia no balanço da potência ativa, pois ela está avançada da corrente de 90° E. Esta fonte de tensão no rotor deve ser considerada como fonte de tensão dependente de corrente, não pelo seu módulo, mas só pelo fato do ângulo de fase de E_{rb2} ser igual ao ângulo da corrente de rotor acrescido de 90° E (BOGLIETTI *et al.*, 2012), (MILLER, 2014, p.3.37).

$$\theta_{rb2} = \theta_2 + \frac{\pi}{2}. \quad (391)$$

Esta *fem* fundamental referida ao estator produz um valor proporcional à relação de espiras equivalentes (W_1K_{w1}/W_2K_{w2}) e à relação de velocidades entre o campo e os condutores que é proporcional a (f_l/sf_l).

$$E_{rb} = 4,44 \cdot W_1 \cdot (2\phi_{rb}) \cdot f_1 \cdot \frac{K_{w1}}{K_{w2}}. \quad (392)$$

O fator de distribuição para a fundamental K_{d2} no rotor, pelo fato do número de ranhuras por polo e fase não serem muito diferentes entre si, foi tomado aproximadamente igual ao fator de distribuição do estator K_{d1} . Assim, a conversão para o estator leva em conta principalmente os fatores de passo (K_{p1} , K_{p2}) e fator de inclinação (K_{sk}).

Substituindo os valores do motor em estudo, com rotor em gaiola, sem inclinação, com $\frac{K_{w1}}{K_{w2}} \cong 1$ tem-se:

$$E_{rb} = 4,44 \cdot 222 \cdot 2 \cdot 87,78 \cdot 10^{-6} \text{Wb} \cdot 60 \text{Hz} = 10,38 \text{ V}. \quad (393)$$

Esta máquina foi simulada num *software* baseado em elementos finitos (SPEED[®]) e obteve-se $E_{rb} = 9,97 \text{V}$ que é um valor bastante próximo ao obtido analiticamente em (433) considerando-se todas as incertezas deste tipo de cálculo.

Por inspeção da Figura 50 tem-se a seguinte relação para o circuito do rotor:

$$j\bar{X}_{2sat}\bar{I}_2 = \bar{E}_{rb} + jX_{2ns}\bar{I}_2, \quad (394)$$

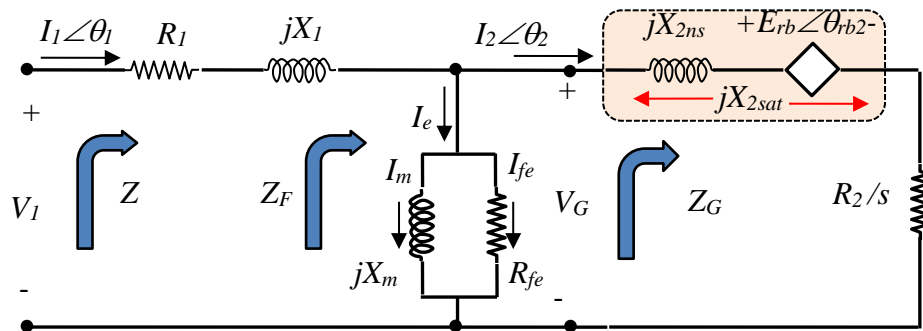
$$X_{2ns} = \frac{jX_{2sat}\bar{I}_2 - \bar{E}_{rb}}{j\bar{I}_2}. \quad (395)$$

Como os três termos de tensão estão em fase, pode-se abstrair da notação fasorial e trabalhar só com os módulos,

$$X_{2ns} = \frac{|X_{2sat}I_2| - |E_{rb}|}{|I_2|}, \quad (396)$$

onde X_{2sat} é o valor saturado (e muito variável) da reatância de dispersão do rotor obtida pelos ensaios clássicos e X_{2ns} é a parte não saturável da reatância, associada ao interior das ranhuras e aos anéis de curto etc. Quando o ensaio de rotor bloqueado é feito para vários percentuais da corrente nominal X_{2sat} apresenta valores muito diferentes entre si.

Figura 50 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente para ranhuras fechadas no rotor (reatância fixa + fonte de tensão)



Fonte: Autor, baseado em (BOGLIETTI *et al.*, 2012) (MILLER, 2014).

Então, usando a metodologia de (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004), (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006) a impedância obtida pela divisão da tensão pela corrente de entrada é chamada de impedância aparente de entrada em rotor bloqueado Z_{La} com suas respectivas componentes:

$$Z_{La} = \frac{V_L}{I_{Lnom}}, \quad (397)$$

$$R_{La} = Z_{La} \cos(\phi_L), \quad (398)$$

$$X_{La} = Z_{La} \sin(\phi_L). \quad (399)$$

A impedância de entrada em rotor bloqueado usando apenas a corrente nominal e a tensão correspondente, como indicado por (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004), é correta para rotor com ranhuras abertas, sendo que $V_L = f(I_L)$ é uma linha reta que passa na origem como a linha tracejada da Figura 51.

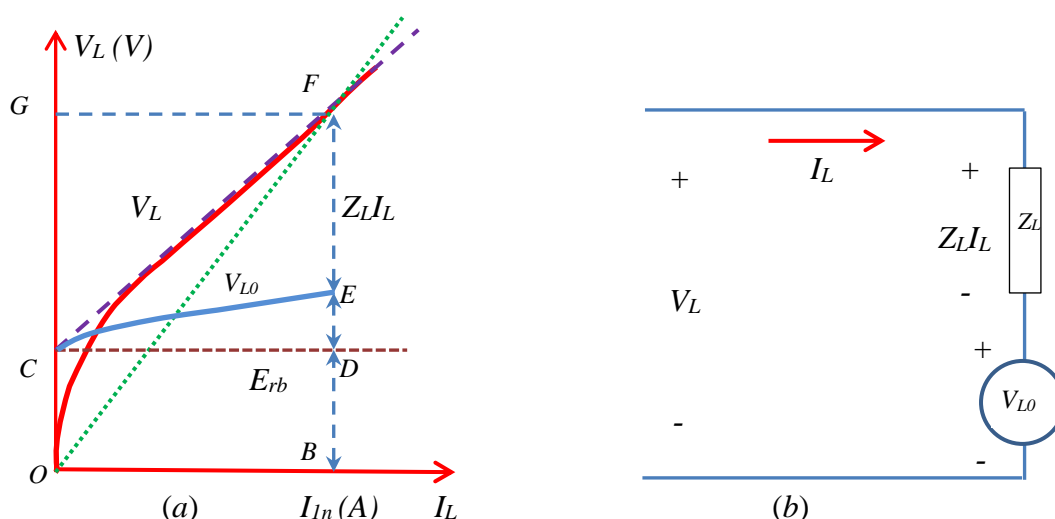
Para ranhuras fechadas, verifica-se que a relação entre a corrente de rotor bloqueado I_L e tensão aplicada V_L possui uma não-linearidade motivada pela saturação da ponte da

ranhura do rotor. Na Figura 51 o que primeiro se percebe é que a impedância de rotor bloqueado aparente Z_{La} aumenta com a redução da corrente. Isto se deve ao fato de que a impedância aparente é a declividade da reta que passa pela origem e por um ponto da curva $V_L \times I_L$ (linha pontilhada azul clara). Quanto menor a tensão de ensaio de rotor bloqueado maior é a sua inclinação. A saturação da ponte da ranhura do rotor já ocorre com correntes bem baixas. Esta variação de impedância é totalmente incômoda para fazer posteriores simulações. Assim a impedância aparente Z_{La} tem pouco interesse no caso de ranhuras fechadas no rotor.

É útil então fazer um novo modelo para a máquina durante o ensaio sob rotor bloqueado. Neste caso a impedância do estator Z_I fica em série com o circuito equivalente do rotor junto com o ramo de excitação Z_{FL} , formando uma impedância equivalente não-saturada Z_L . Este circuito de impedâncias fixas fica em série com uma fonte de tensão V_{L0} com valor a ser determinado.

Na Figura 51, fazendo-se uma regressão da parte linear da curva de V_L real até a corrente nula encontra-se a tensão V_{Li} que é útil para o cálculo da tensão E_{rb} já definida. Se a corrente de estator (e de rotor) for nula tem-se queda nula na impedância Z_L e obtém-se V_{Li} , ou seja, o prolongamento da curva de tensão V_L até $I_L = 0$ fornece V_{Li} .

Figura 51 - Interpretação da impedância de entrada para ranhuras fechadas no rotor para uma dada frequência de ensaio: a) Curvas do ensaio de rotor bloqueado; b) circuito visto pela fonte durante o ensaio.



Fonte: Autor, adaptado de (BOGLIETTI *et al.*, 2012).

Por inspeção da Figura 51 (a), a tensão V_{L0} (em módulo), somada à queda de tensão $I_L Z_L$ (em módulo) é igual ao valor da tensão da fonte V_L (em módulo). Como consequência

estes três fasores devem estar em fase entre si. Sabe-se que V_{L0} é dependente diretamente da tensão E_{rb} , porém esta última está adiantada da corrente rotórica de 90° . Com esta lógica é construída a Figura 52 (a) e (b) referente ao ensaio de rotor bloqueado.

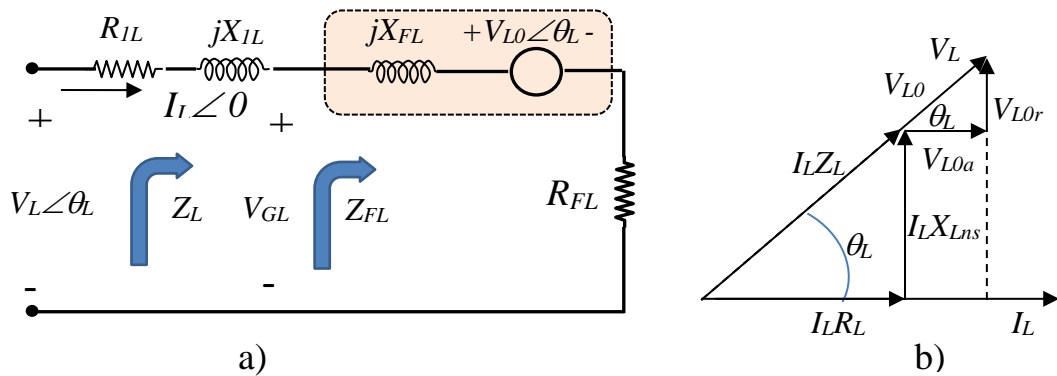
A impedância Z_{FL} inclui o circuito do rotor e o ramo de excitação, logo a potência ativa P_{FL} que entra na mesma (perda no ferro + perda joule no rotor) está distribuída, parte na resistência R_{FL} e parte na componente ativa (V_{L0a}) da tensão V_{L0} . Assim da Figura 52b tem-se as seguintes relações:

$$R_L = R_{IL} + R_{FL}, \quad (400)$$

$$X_{Lns} = X_{IL} + X_{FL}. \quad (401)$$

Na Figura 51 a curva real do ensaio de rotor bloqueado é a curva vermelha $V_L = f(I_L)$ enquanto que a reta OF representa a curva $V_L = f(I_L)$ para o caso em que a impedância de rotor bloqueado fosse constante e igual a Z_{L0} . A curva V_{L0} representa o valor da fonte de tensão a ser inserida no modelo para considerar a saturação da ponte da ranhura do rotor. A reta E_{rb} é assumida como constante (independente da corrente de ensaio de rotor bloqueado).

Figura 52 - a) Modelo para inclusão da tensão representativa do fluxo saturado através da ponte da ranhura fechada do rotor. b) Diagrama fasorial visto do estator durante o ensaio de rotor bloqueado



Fonte: Autor.

onde R_{IL} é a resistência do estator, X_{IL} é a reatância de dispersão do estator, R_{FL} é a resistência equivalente vista depois da impedância do estator e X_{FL} é reatância equivalente após a mesma.

Por inspeção da Figura 52 (b) tem-se facilmente:

$$(V_L - V_{L0})^2 = (I_L R_L)^2 + (I_L X_{Lns})^2, \quad (402)$$

$$R_L = (V_L - V_{L0}) \cos \theta_L / I_L, \quad (403)$$

$$X_{Lns} = (V_L - V_{L0}) \sen \theta_L / I_L. \quad (404)$$

Os valores da fonte de tensão E_{rb} e da reatância não saturada X_{2ns} do rotor podem ser obtidos pelo ensaio de rotor bloqueado porém isto não ficou claro nem por (BOGLIETTI *et al.*, 2012) nem por (MILLER, 2014).

Quando se deseja considerar o ramo de excitação durante o ensaio de rotor bloqueado, uma relação como a apresentada em (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) para ranhuras abertas é difícil de ser deduzida analiticamente, por isso é então comum desprezar o ramo de excitação em algumas deduções. Isto geralmente não introduz nenhum erro exceto se a frequência de ensaio for muito baixa (BOLDEA; NASAR, 2010).

Se o ramo de excitação for desprezado no ensaio de rotor bloqueado, a corrente do estator e a do rotor são iguais. Como E_{rb} é adiantada de 90° da corrente do rotor ela coincide com a componente reativa de V_{L0} , ou seja, $E_{rb} = V_{L0r}$. Desta forma tem-se a seguinte relação:

$$|V_{L0}| = \left| \frac{V_{L0r}}{\sin \theta_L} \right| = \left| \frac{E_{rb}}{\sin \theta_L} \right|, \quad (405)$$

onde o ângulo (θ_L) é obtido do ensaio de rotor bloqueado (Tabela 9) para cada corrente por:

$$\theta_L = \text{acos}(fp_L). \quad (406)$$

Desta forma pode-se facilmente obter a curva azul contínua (curva CE) da Figura 51. Por outro lado, tem-se também que:

$$E_{rb} = V_{Li}. \quad (407)$$

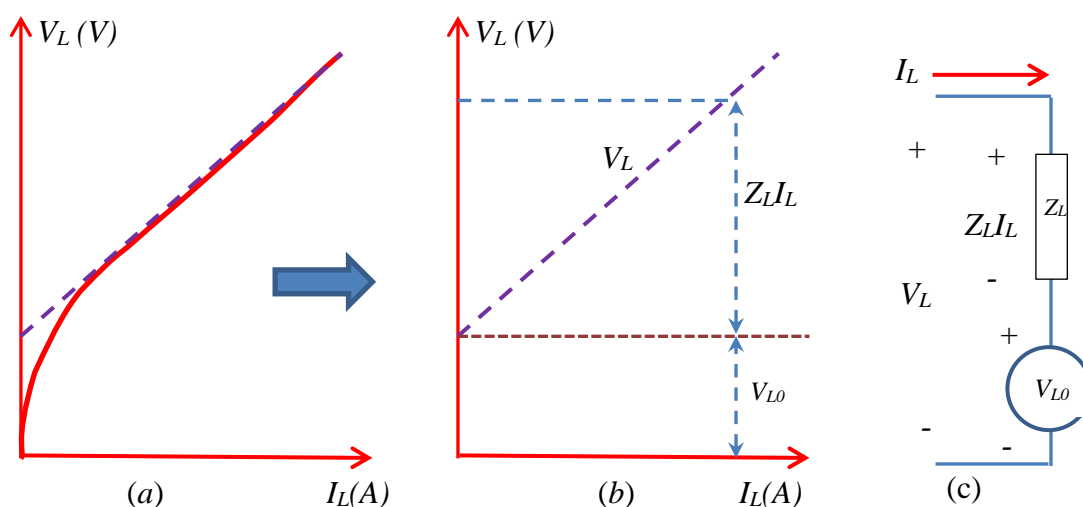
No caso da máquina sob estudo, por dados de projeto, obteve-se por (392) $E_{rb} = 10,38$ V e o valor obtido em simulação pelo Método dos Elementos Finitos, usando o *software* SPEED[®], foi $E_{rb} = 9,97$ V. Estes dados são ainda comparados com os dados pelo ensaio de rotor bloqueado no capítulo seguinte.

8.4 Prova da imperfeição analítica do modelo anterior

Complementando a seção anterior é agora feita a prova de que o modelo apresentado por (BOGLIETTI *et al.*, 2012) tem uma imperfeição analítica na sua dedução.

Para começar são analisadas a Figura 53 e Figura 54 copiadas da referência citada.

Figura 53 - Modelagem do ensaio de rotor bloqueado para ranhuras fechadas no rotor; a) Dados originais; b) Linearização do ensaio; c) Circuito equivalente visto pela fonte.



Fonte: Adaptado de (BOGLIETTI *et al.*, 2012).

Na Figura 53 tem-se: V_L = tensão nos terminais durante o ensaio, I_L = corrente de estator e Z_L = impedância da máquina vista pela fonte no modelo linearizado e V_{L0} = fonte de tensão interna no modelo linearizado.

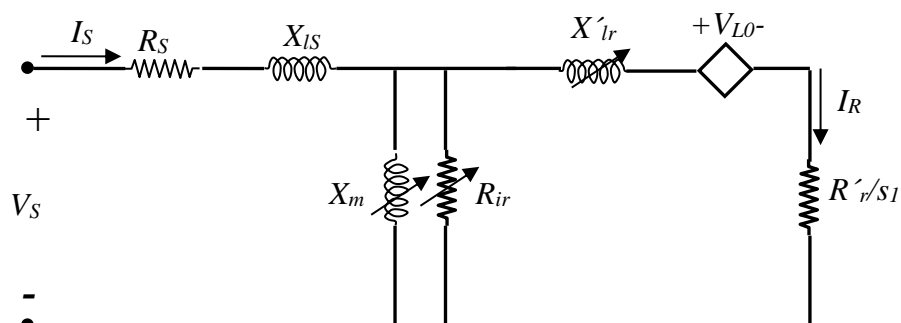
Pela Figura 53 fica definido que a soma escalar (em módulo) entre a tensão V_{L0} e a queda na impedância de entrada $I_L Z_L$ deve ser igual à tensão da fonte V_L naquele ponto do ensaio.

Conforme já foi explicado, baseada nas referências citadas, a *fem* induzida no rotor E_{rb2} está adiantada da corrente do rotor I_2 de 90° E. Quando referida ao estator passa a ser E_{rb} e modifica o seu valor pela relação de espiras porém o seu ângulo permanece 90° E em relação à corrente de rotor referida ao estator I_2' .

A Figura 54 mostra o modelo da máquina de indução em regime permanente para ranhuras fechadas no rotor com a inclusão de uma fonte de tensão controlada por corrente no rotor.

Na Figura 54, também adaptada de (BOGLIETTI *et al.*, 2012), tem-se no modelo monofásico: I_s = corrente de estator, V_s = tensão de estator, R_s = resistência do estator, X_{ls} = reatância de dispersão do estator, X_m = reatância de magnetização, R_{ir} = resistência de perdas no ferro, X'_{lr} = reatância de dispersão não-saturada do rotor, R'_r = resistência do rotor e V_{L0} = tensão induzida no rotor pela saturação da ponte da ranhura do rotor.

Figura 54 - Modelo modificado para rotor com ranhuras fechadas, incluindo fonte no rotor



Fonte: (BOGLIETTI *et al.*, 2012)

Observando o símbolo usado para caracterizar a fonte V_{L0} e a equação da *fem* induzida devido ao fluxo magnético constante da ponte da ranhura V_{L0} , entende-se que o autor quer informar que as duas são a mesma grandeza ou, pelo menos, tem o mesmo valor.

Por inspeção das figuras em pauta surge dúvidas se a fonte de tensão V_{L0} está em fase com V_L e $I_L Z_L$ (Figura 53) ou se está adiantada da corrente rotórica I_2' de 90° (Figura 54).

Sabendo-se que a corrente de excitação (magnetização e perdas no núcleo) é muito pequena em relação à corrente de rotor referida ao estator I_2' , pode-se desprezá-la por um momento para facilitar a compreensão. Por este entendimento, durante o ensaio de rotor bloqueado, a corrente de estator (I_L) se torna igual à corrente de rotor referida ao estator I_2' .

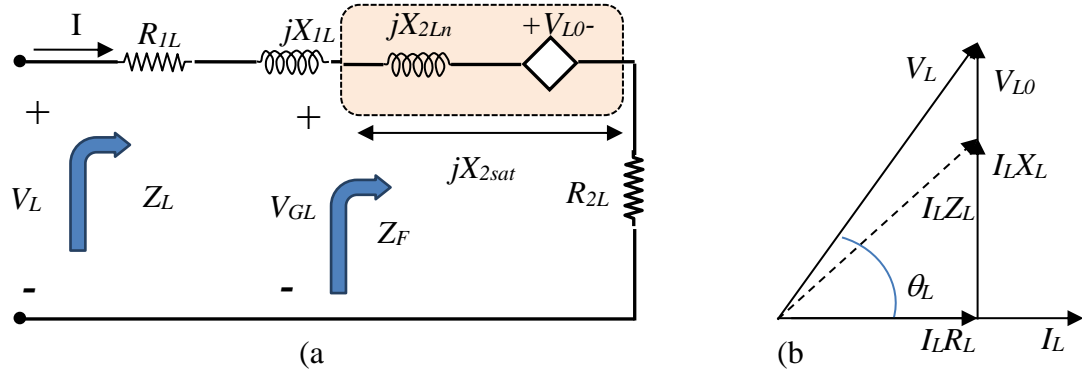
A Figura 55 foi construída para mostrar as incoerências entre as afirmações da Figura 53 e da Figura 54. Como V_{L0} , pela Figura 54, deve estar adiantada da corrente do rotor de 90° , logo a tensão V_{L0} não é a mesma da Figura 53 onde o modelo da máquina sob rotor bloqueado exige que V_{L0} deva estar em fase com V_L e com $I_L Z_L$. A Figura 55(b) mostra o fasor V_{L0} e sua posição relativa aos outros fasores para melhor compreensão da afirmação.

Note-se que o modelo de regime permanente da Figura 50 não está sendo contestado. O que está sendo proposto é que seja usado o modelo da máquina no ensaio de rotor bloqueado mostrado na Figura 52, em vez do modelo mostrado na Figura 55, encontrado em (BOGLIETTI *et al.*, 2012), para obter os parâmetros a serem usados no modelo de regime permanente da máquina.

Desta forma deve-se diferenciar a tensão induzida no rotor (chamada de E_{rb}) em relação à tensão V_{L0} utilizada no modelo para a máquina sob rotor bloqueado. Assim, é correta a relação já mostrada em (405) [$V_{L0} = E_{rb}/\sin(\theta_L)$] e não [$V_{L0} = E_{rb}$] como usado por (BOGLIETTI *et al.*, 2012). Olhando para a Figura 51, conclui-se que (BOGLIETTI *et al.*,

2012) usou a curva CD (E_{rb}) de altura constante, enquanto que o trabalho proposto defende a utilização da curva CE (V_{L0}).

Figura 55 - a) Modelo questionado para máquina com ranhuras fechadas no rotor, b) Diagrama fasorial



Fonte: Autor, baseado em (BOGLIETTI *et al.*, 2012).

Conclui-se também que os valores obtidos por (BOGLIETTI *et al.*, 2012) converge para aqueles obtidos pelo modelo proposto quando a defasagem entre a tensão e a corrente no ensaio de rotor bloqueado for próxima de 90° , o que ocorre em ensaios com altas frequências onde as reatâncias predominam sobre as resistências, tal como é relatado em motores de alta velocidade (BOGLIETTI *et al.*, 2012).

8.5 Equacionamento do modelo proposto para regime senoidal permanente

De posse dos parâmetros obtidos por dados de projeto ou por ensaios e feitas as suas correções, pode-se desenvolver as equações para o modelo modificado para considerar ranhuras fechadas no rotor. Aplicando-se a Lei de Kirchhoff das Tensões ao circuito do estator e do rotor na Figura 50, obtém-se:

$$\begin{cases} -\bar{V}_1 + \bar{I}_1 \bar{Z}_1 + (\bar{I}_1 - \bar{I}_2) \bar{Z}_e = 0 \\ \bar{E}_{rb} + \bar{I}_2 \bar{Z}_2 + (\bar{I}_2 - \bar{I}_1) \bar{Z}_e = 0 \end{cases} \quad (408)$$

onde: \bar{Z}_e = impedância do ramo de excitação.

Alterando (408) tem-se:

$$\begin{cases} -\bar{V}_1 + \bar{I}_1 \bar{Z}_1 + \bar{I}_1 \bar{Z}_e - \bar{I}_2 \bar{Z}_e = 0 \\ \bar{E}_{rb} + \bar{I}_2 \bar{Z}_2 + \bar{I}_2 \bar{Z}_e - \bar{I}_1 \bar{Z}_e = 0 \end{cases} \quad (409)$$

Reorganizando os termos de (409) se produz:

$$\begin{cases} -\bar{V}_1 + \bar{I}_1 (\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e) - \bar{I}_2 \bar{Z}_e = 0 \\ \bar{E}_{rb} + \bar{I}_2 (\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{I}_1 \bar{Z}_e = 0 \end{cases} \quad (410)$$

Pondo-se em evidência I_2 em na primeira linha de (410) tem-se:

$$\bar{I}_2 = \frac{-\bar{V}_1 + \bar{I}_1(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e}. \quad (411)$$

Substituindo (411) na segunda linha de (410) obtém-se:

$$\bar{E}_{rb} + \frac{-\bar{V}_1 + \bar{I}_1(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e}(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{I}_1\bar{Z}_e = 0, \quad (412)$$

$$\bar{E}_{rb} - \bar{V}_1 \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e} + \frac{\bar{I}_1(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e} - \bar{I}_1\bar{Z}_e = 0, \quad (413)$$

$$\bar{I}_1 \frac{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e^2}{\bar{Z}_e} = \bar{V}_1 \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e} - \bar{E}_{rb}, \quad (414)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 \frac{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e} - \bar{E}_{rb}}{\frac{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e^2}{\bar{Z}_e}} = \frac{\bar{V}_1(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{E}_{rb}\bar{Z}_e}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e^2}, \quad (415)$$

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{E}_{rb} \frac{\bar{Z}_e}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e \frac{\bar{Z}_e}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}}, \quad (416)$$

onde:

$$\bar{V}_1 = V_1 \angle 0^\circ, \quad (417)$$

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle \theta_1, \quad (418)$$

$$\bar{E}_{rb} = E_{rb} \angle (\theta_2 + 90^\circ) = E_{rb} \cos(\theta_2 + 90^\circ) + j E_{rb} \sin(\theta_2 + 90^\circ). \quad (419)$$

Tomando-se a relação de impedâncias em (416) como um número complexo adimensional definido por

$$\bar{K}_{2z} = \frac{\bar{Z}_e}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}, \quad (420)$$

pode-se simplificar (416) obtendo-se:

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{E}_{rb}\bar{K}_{2z}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e\bar{K}_{2z}}. \quad (421)$$

Substituindo (421) em (411) fornece a corrente do rotor.

$$\bar{I}_2 = I_2 \angle \theta_2 = \frac{-\bar{V}_1 + \bar{I}_1(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e}. \quad (422)$$

Como a corrente de estator \bar{I}_1 necessita do ângulo de \bar{E}_{rb} e \bar{I}_2 depende de \bar{I}_1 , há um cálculo iterativo para cada escorregamento até que a diferença entre o ângulo θ_2 inicial e o atual fique menor que 0,1% do valor anterior.

Com os valores de corrente no estator e no rotor pode-se calcular as perdas no cobre do estator, perdas no ferro e a potência transmitida através do entreferro pelo equacionamento clássico de regime senoidal permanente (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006), (FARRET; SIMÕES, 2008).

Note-se que E_{rb} não influi na potência ativa pois está defasada de 90° da corrente do rotor como já mencionado. Parte da potência reativa do rotor está associada à tensão E_{rb} e parte à reatância de dispersão X_{2ns} .

$$P_g = m \frac{|I_2|^2 R_2}{s}. \quad (423)$$

O conjugado eletromagnético e o conjugado disponível no eixo também são obtidos pela forma clássica.

$$T_{em} = \frac{(1-s)P_g}{(1-s)\omega_s} = \frac{P_g}{\omega_s}, \quad (424)$$

$$T_{sh} = \frac{P_g - P_{rot} - P_{sup}}{\omega_m}. \quad (425)$$

O uso deste equacionamento e a comparação dos seus resultados com os obtidos por ensaios são objeto do próximo capítulo.

8.6 Conclusões

Este capítulo parte da modelagem da máquina de indução pelo método tradicional onde os parâmetros do modelo são basicamente fixos, oriundos diretamente dos ensaios a vazio e de rotor bloqueado conforme (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004). Foi feita uma adequação no modelo do rotor baseada na abordagem das ranhuras fechadas do rotor motivada pelo trabalhos de (BOGLIETTI *et al.*, 2012) e de (MILLER, 2014). Apesar das importantes informações obtidas destes artigos, observou-se uma incorreção analítica no primeiro trabalho no uso do ensaio de rotor bloqueado para obtenção dos parâmetros do rotor. Foi então feita a proposta do novo modelo em que foi corrigido o equívoco relatado e montado todo o conjunto de equações para uso na simulação sob escorregamentos positivos e negativos como é visto no próximo capítulo.

9 ENSAIOS CLÁSSICOS COM ABORDAGEM DE RANHURAS FECHADAS NO ROTOR

Este capítulo relata o uso dos ensaios de rotor bloqueado, do ensaio a vazio e ensaio sob carga como forma de comparar os resultados obtidos no modelo proposto e no clássico.

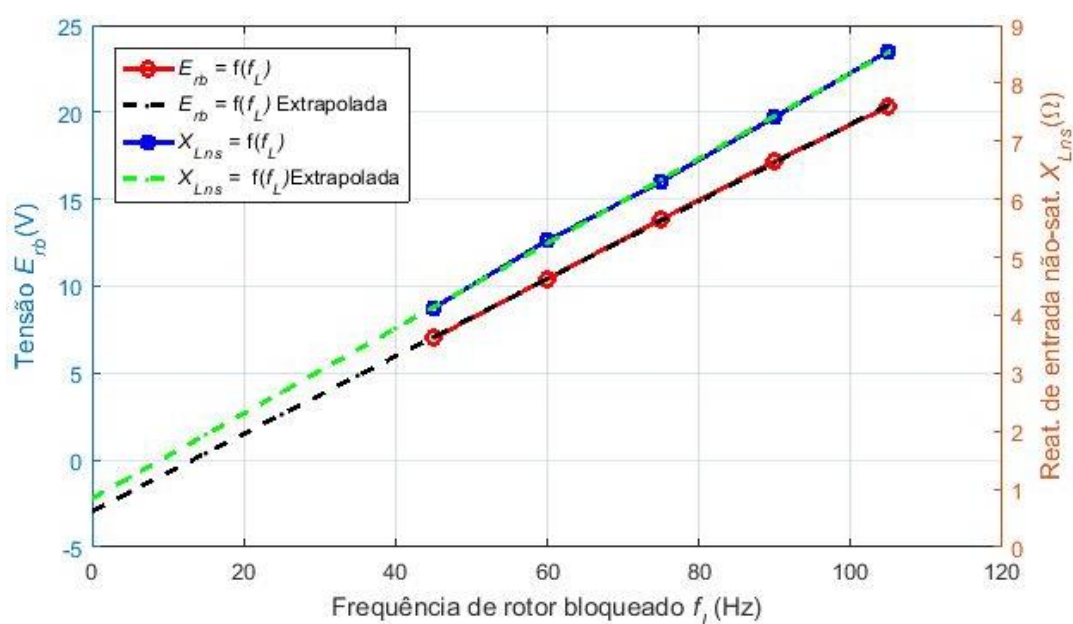
9.1 Introdução

O capítulo anterior apresentou a teoria que envolve o uso de ranhuras fechadas no rotor. Neste capítulo são feitos ensaios de rotor bloqueado, a vazio e com carga para fazer a validação do modelo analítico. O ensaio de rotor bloqueado pode ser feito com frequência nominal ou reduzida, porém as resistências e reatâncias devem ser corrigidas, no mínimo, pela diferença de temperatura entre o ensaio e a de operação e considerar a diferença de frequência entre as duas situações.

As várias tentativas de obter fontes de alta corrente senoidal de baixa frequência por meio de geradores síncronos e de inversores PWM foram insuficientes devido à dificuldade de filtragem de alta potência. Seus resultados foram salvos, mas não relatados aqui.

Com vistas a testar a aplicabilidade desta abordagem foram feitos ensaios de rotor bloqueado, em várias frequências próximas e acima da nominal, com a fonte HP 6834B[®] e usando o analisador de energia Tektronics PA4000[®] (ver Figura 56).

Figura 56 - Tendências da tensão de ranhura fechada E_{rb} e da reatância de entrada não saturada X_{Lns} em função da frequência de ensaio de rotor bloqueado para a máquina sob estudo



Fonte: Autor, baseado em (BOGLIETTI *et al.*, 2012).

O ensaio de rotor bloqueado pode ser repetido usando várias frequências como meio de verificar a tendência dos valores em função da frequência (BOGLIETTI *et al.*, 2012) tais como de E_{rb} e de X_{Lns} . No caso, foram feitos ensaios de rotor bloqueado a 45, 60, 75, 90 e 105 Hz. A Figura 56 mostra uma boa linearidade entre os valores de tensão de ranhura fechada E_{rb} e da reatância de entrada não saturada X_{Lns} com relação à frequência de ensaio de rotor bloqueado. Esta linearidade é útil para converter estes dados obtidos sob frequência reduzida de ensaio f_L para a frequência de operação f_i . Como os valores obtidos para E_{rb} e X_{Lns} resultavam muito semelhantes, após a conversão para 60 Hz, optou-se em tomar diretamente os dados do ensaio em 60 Hz.

O motor estava conectado em triângulo e foi ensaiado na sua temperatura de 83,55°C próxima da de operação nominal. Esta temperatura foi obtida pelo método da variação da resistência onde foi considerada a média das resistências das fases na temperatura ambiente antes do ensaio e depois do mesmo. A resistência CC do enrolamento do estator, medida com ponte RLC, foi de 3,015 Ω , como valor médio das três fases. O valor analítico obtido no Capítulo 6 foi de $R_l = 3,086 \Omega$ para 75°C. Novas referências à temperatura são feitas são feitas também nos outros ensaios posteriores.

9.2 Relação do modelo com ensaios de rotor bloqueado

Os valores dos ensaios de rotor bloqueado, em 60 Hz, com corrente variando entre 6% e 130% do valor nominal estão colocados na Tabela 9.

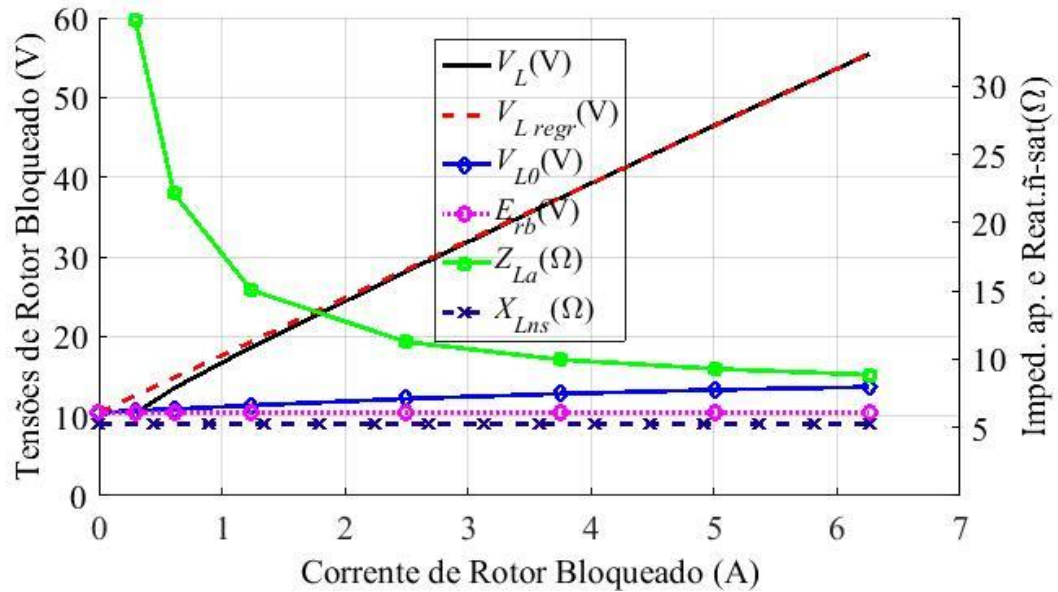
Tabela 9 - Resultados básicos dos ensaios de rotor bloqueado em 60 Hz a 83,55° C

Ensaio	I	II	III	IV	V	VI	VII
$I_L(A)$	0,30	0,61	1,24	2,49	3,75	5,01	6,26
$V_L(V)$	10,33	13,50	18,65	28,12	37,35	46,54	55,49
$P_L(W)$	2,05	7,06	27,29	108,52	243,55	433,44	673,34
$Q_L(VAr)$	8,99	23,68	63,65	180,20	341,91	548,27	795,98
fp_L	0,223	0,286	0,394	0,516	0,580	0,620	0,646

onde I_L = corrente medida de fase (A); V_L = tensão média por fase (V); P_L = potência ativa média por fase (W); Q_L = potência reativa média por fase (VAr); fp_L = fator de potência médio; f_L = frequência de ensaio (Hz).

A Tabela 9 transcrita em forma de curva, está mostrada na Figura 57 e é essencial para o entendimento de todo o cálculo.

Figura 57 - Tensão, corrente e impedância de entrada no ensaio de rotor bloqueado a 60 Hz



Fonte: Autor.

Conforme já visto no capítulo anterior, a divisão da tensão pela corrente de entrada é chamada de impedância aparente de entrada em rotor bloqueado Z_{La} (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004), (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006).

$$Z_{La} = \frac{V_L}{I_{Lnom}}, \quad (426)$$

$$R_{La} = Z_{La} \cos \theta_L, \quad (427)$$

$$X_{La} = Z_{La} \sin \theta_L. \quad (428)$$

Tomando-se dois ensaios como exemplo e usando (427) e (428), tem-se:

$$\text{Ensaio VI: } Z_{La} = \frac{46,537V}{5,007A} = 9,294 \Omega,$$

$$R_{La} = 9,294 \cdot 0,6201 = 5,763 \Omega, \quad X_{La} = 9,294 \cdot 0,7845 = 7,291 \Omega,$$

$$\text{Ensaio I: } Z_{La} = \frac{10,332V}{0,297A} = 34,79 \Omega,$$

$$R_{La} = 34,79 \cdot 0,2227 = 7,745 \Omega, \quad X_{La} = 34,79 \cdot 0,9749 = 33,92 \Omega.$$

Como se percebe, com a redução da corrente, a impedância de rotor bloqueado aparente Z_{La} aumenta de $9,294 \Omega$ para $34,79 \Omega$ devido à saturação da ponte da ranhura do rotor. Como se pode ver na Figura 57, este fenômeno já ocorre com correntes em torno de

2 A por fase no estator. Esta variação de impedância é não é boa para fazer posteriores simulações pois necessita de uma curva ou uma equação para descrevê-la. Assim, a impedância aparente, sendo variável, tem pouco interesse no caso de ranhuras fechadas no rotor.

A impedância de entrada em rotor bloqueado usando apenas a corrente nominal e a tensão correspondente, como indicado por (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004), é correta para rotor com ranhuras abertas ou semi-abertas sendo que $V_L = f(I_L)$ é uma linha reta que passa na origem e no ponto considerado, não mostrada na Figura 57.

Para evitar esta impedância variável no rotor é usado o modelo proposto no capítulo anterior para modelar a máquina sob rotor bloqueado.

Na Figura 57 fazendo-se uma regressão da parte linear da curva de V_L real até a corrente nula obtém-se E_{rb} . Se a corrente de estator (e de rotor) for nula, tem-se queda nula na impedância Z_L e obtém-se V_{Li} . No caso encontrou-se a tensão $V_{Li} = 10,41$ V que é muito próxima daquela obtida por dados de projeto (10,38 V) e da obtida por simulação numérica através do SPEED® (9,97 V).

O valor de E_{rb} , após determinado para uma dada frequência de operação, fica constante, porém, nas simulações, deve-se estar atento que o seu ângulo é 90° E avançado em relação à corrente de rotor I_2' . Isto causa um processo iterativo nos cálculos relativos ao rotor para cada escorregamento. No entanto o valor da fonte de tensão, para corrente igual à nominal, a ser usada no modelo proposto não é E_{rb} e sim o valor V_{L0} (curva azul da Figura 57) que é obtido por (405).

Neste modelo a impedância do estator Z_l fica em série com o circuito equivalente do rotor junto com o ramo de excitação Z_{FL} , formando uma impedância equivalente não-saturada Z_L . Este circuito de impedâncias fixas fica em série com uma fonte de tensão V_{L0} .

Por inspeção da Figura 52 a tensão V_{L0} (em módulo), somada à queda de tensão $I_L Z_L$ (em módulo) é igual ao valor da tensão da fonte V_L (em módulo). Por definição, coerente com a Figura 51 e a Figura 53, estes três fasores (V_L , V_{L0} e $I_L Z_L$) estão em fase entre si. A tensão V_{L0} é obtida a partir de E_{rb} , sendo que esta última está adiantada da corrente rotórica de 90° .

Usando (405) e dados do ensaio de rotor bloqueado para a condição de corrente nominal (Ensaio VI: $\cos(\theta_L) = 0,6201$, $\sin(\theta_L) = 0,7845$), tem-se:

$$|V_{L0}| = \left| \frac{E_{rb}}{\sin(\theta_L)} \right| = \left| \frac{10,41}{0,7845} \right| = 13,27 \text{ V} . \quad (429)$$

A resistência R_L , vista pela fonte, pode então ser obtida por (403):

$$R_L = \frac{(V_L - V_{L0}) \cos(\theta_L)}{I_L} = \frac{(46,54 - 13,27)0,6201}{5,007} = 4,120 \Omega . \quad (430)$$

A reatância fixa (não-saturada), vista pela fonte, é calculada por (404):

$$X_{Lns} = \frac{(V_L - V_{L0}) \sin(\theta_L)}{I_L} = \frac{(46,54 - 13,27)0,7845}{5,007} = 5,213 \Omega . \quad (431)$$

Assim, a impedância de entrada é $Z_L = 4,120 + j5,213 = 6,645 \Omega \angle 51,68^\circ$ e a fonte de tensão fica $V_{L0} = 13,27 \text{ V} \angle 51,68^\circ$ (se for adotado ângulo de fase nulo para a corrente de estator no ensaio de rotor bloqueado). A impedância de entrada ainda só pode ser conhecida nas suas componentes R_L e X_{Lns} , mas não em todas as suas parcelas menores.

A resistência CC do enrolamento do estator, medida com ponte LCR, foi de $3,015 \Omega$ na temperatura de ensaio de $83,55^\circ \text{ C}$, muito próxima da de operação nominal. Desprezando o efeito pelicular nos condutores finos do estator pode-se assumir que a resistência CA do mesmo seja igual à resistência CC ($R_{1L} = 3,015 \Omega$). Por (400) tem-se:

$$R_{FL} = R_L - R_{1L} = 4,120 - 3,015 = 1,105 \Omega .$$

A impedância Z_{FL} inclui o circuito do rotor e o ramo de excitação, logo a potência ativa P_{FL} que entra nesta impedância durante o ensaio de rotor bloqueado (perda no ferro + perda Joule no rotor) está distribuída parte na resistência R_{FL} e parte na componente ativa da tensão V_{L0} , ou seja, em V_{L0a} .

Todos estes valores estão na temperatura e na frequência do ensaio de rotor bloqueado f_L e já contém o efeito *skin* nas grandezas do rotor.

Infelizmente ainda não é possível obter o valor de X_{FL} porque o valor de X_{1L} não foi calculado ainda.

Na ausência de dados de projeto, a divisão das duas reatâncias de dispersão cuja soma é $X_{1L} + X_{FL}$ pode ser feita usando a mesma proporção entre X_1 e X_2 ($R_X = X_1/X_2$) aconselhada por (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) em função da categoria de projeto do motor conforme NEMA (cat A / D: $R_X = 1,0$; cat B: $R_X = 0,6$; cat C: $R_X = 0,43$). No caso de motor construído segundo a norma NBR ou IEC, procura-se a equivalência.

Observe-se que esta relação é bem aceita para motores com ranhuras abertas, porém para ranhuras fechadas ela é usada apenas para a parte não saturada da reatância da ranhura (X_{LF}) não incluindo o efeito de ranhuras fechadas que é tratado através de E_{rb} .

$$X_{FL} = X_L / (1 + R_x) = (X_{1L} + X_{FL}) / (1 + R_x). \quad (432)$$

Assim tem-se:

$$X_{1L} = R_x X_{FL}. \quad (433)$$

Na visão de (MILLER, 2014), a divisão de reatâncias de dispersão não tem unicidade, ou seja, mais de um valor de reatâncias de dispersão pode representar a máquina de indução com boa precisão. Assim, numa falta de informações de dados de projeto, pode-se inclusive supô-las iguais. Adotando-se a relação $R_x = X_{1L}/X_{FL} = X_1/X_2 = 1$ pode-se dividir as reatâncias de dispersão.

$$X_{FL} = X_{Lns} / (1 + R_x) = 5,213 \Omega / (1 + 1) = 2,607 \Omega, \quad (434)$$

$$X_{1L} = X_{Lns} - X_{FL} = 2,606 \Omega. \quad (435)$$

A reatância X_{FL} é, grosseiramente, o paralelo entre a reatância do rotor X_{2ns} (muito baixa) com a reatância de magnetização X_m (muito alta) de modo que:

$$X_{2ns} = X_{FL} = 2,606 \Omega. \quad (436)$$

A potência reativa Q_{FL} (potência reativa de magnetização + potência reativa na reatância de dispersão do rotor + potência reativa em E_{rb}) se distribui parte em X_{2Lns} e parte na componente reativa de V_{L0} , ou seja, V_{L0r} . Daí conclui-se que X_{FL} não pode ser confundido com X_{2L} e nem V_{L0} com E_{rb} .

Com esta divisão de reatâncias fica definido o valor da tensão de entreferro para um dado valor de corrente de estator que pode ser obtido através da Figura 58 por:

$$\bar{V}_{GL} = |V_{L0}| + I_L (R_{FL} \cos \theta_L - X_{FL} \sin \theta_L) + j I_L (R_{FL} \sin \theta_L + X_{FL} \cos \theta_L). \quad (437)$$

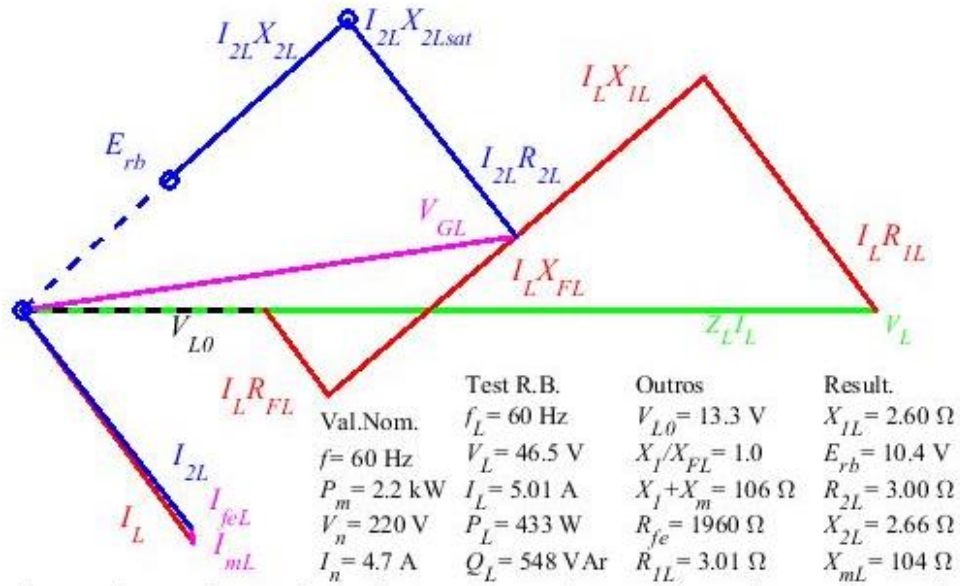
Com estas informações pode-se obter a tensão de entreferro V_{GL} usando (437):

$$\begin{aligned} \bar{V}_{GL} &= 13,27 + 5,007(1,105 \cdot 0,6201 - 2,607 \cdot (-0,7845)) \\ &\quad + j5,007(1,105 \cdot (-0,7845) + 2,606 \cdot 0,6201) \\ &= 26,94 + j 3,7507 = 27,20 \angle 7,926^\circ, \end{aligned}$$

onde θ_L = ângulo de defasagem da corrente em relação à tensão no ensaio de rotor bloqueado, tomado como negativo levando $\sin(\theta_L)$ a ser negativo.

Com estes dados é possível construir parcialmente o diagrama de fasores referentes ao estator mostrado na Figura 58 ficando faltando ainda as linhas azuis associadas ao rotor.

Figura 58 - Diagrama fasorial das tensões e correntes no estator e no rotor do motor



Fonte: Autor.

Além do conhecimento da tensão de entreferro V_{GL} e da reatância de dispersão do estator X_{IL} é também necessário trabalhar com os dados do ensaio a vazio para dar continuidade à análise da máquina.

9.3 Ensaio a vazio na frequência nominal

A Tabela 10 mostra os resultados do ensaio a vazio feito em 60 Hz usando uma fonte eletrônica trifásica HP6834B® com mínimo conteúdo harmônico na tensão. Foram feitos vários ensaios para cada tensão, adquiridos os valores por cada fase e a partir daí foram realizadas as médias entre as fases para então serem mostrados na Tabela 10. Os dados individuais de cada fase foram salvos sem serem notados significativos desequilíbrios entre eles. Imediatamente após o ensaio a vazio foi feita a medição da resistência das três fases por ponte LCR resultando 2,93 Ω na média, que comparada com a resistência base (a 25°C) e resultou na temperatura de 74,58°C.

Os dados da Tabela 10 foram colocados nas Figura 59, Figura 60 e Figura 61. A primeira se refere basicamente às curvas de magnetização a vazio.

Tabela 10 - Dados do ensaio a vazio expressos por fase a 74,58° C.

Índice	$V_{INL}(V)$	$I_{INL}(A)$	$P_{INL}(W)$	$Q_{INL}(VAr)$	$I_{thNL}(\%)$	$\omega_{mNL}(rpm)$
1	32,8	0,30	2,51	9,42	1,83	1783
2	44,0	0,38	3,09	16,39	0,86	1793
3	55,2	0,47	3,81	25,53	0,82	1796
4	66,2	0,56	4,64	36,562	0,86	1797
5	76,8	0,65	5,58	49,28	0,85	1799
6	89,7	0,75	6,90	67,22	0,80	1799
7	109,6	0,93	9,41	101,13	0,87	1799
8	132,2	1,13	12,96	148,81	0,88	1799
9	154,0	1,33	17,25	204,73	1,11	1799
10	176,2	1,56	22,76	273,86	1,74	1799
11	197,8	1,79	29,31	353,66	3,55	1799
12	220,1	2,09	38,11	459,33	8,37	1799
13	247,6	2,69	55,96	663,57	19,10	1799
14	274,9	3,73	92,49	1020,34	28,00	1799

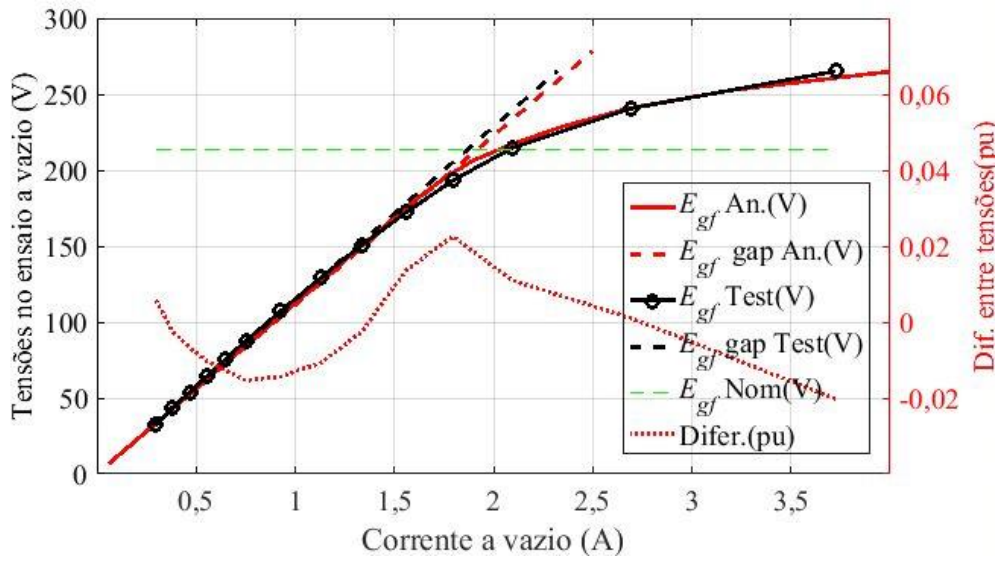
Observando-se a Figura 59 percebe-se que a curva de magnetização e a linha de entreferro, obtidas por métodos analíticos do capítulo 5, são muito coerentes entre si alcançando um desvio máximo de 0,02 pu (na curva de magnetização a vazio). O Apêndice G faz mais considerações sobre a influência da ponte saturada sobre a relutância do entreferro no caminho principal.

A Figura 59 e a Figura 60 mostram alguns resultados analíticos e experimentais (corrente e indutância de magnetização) em função da tensão de entreferro ou da tensão terminal.

A reatância de dispersão do estator X_{1L} obtida no ensaio de rotor bloqueado foi usada no ensaio a vazio. A reatância a vazio X_{1NL} é considerada aproximadamente igual à de rotor bloqueado corrigida apenas pela diferença de frequências (se houver) apesar das condições de saturação do núcleo não serem exatamente as mesmas.

Na situação a vazio, sob tensões altas, o fluxo magnético principal é grande e o caminho dele está mais saturado. Sob baixa tensão o fluxo magnético principal é proporcionalmente menor e o caminho fica menos saturado.

Figura 59 - Curvas de magnetização a vazio, analíticas e experimentais

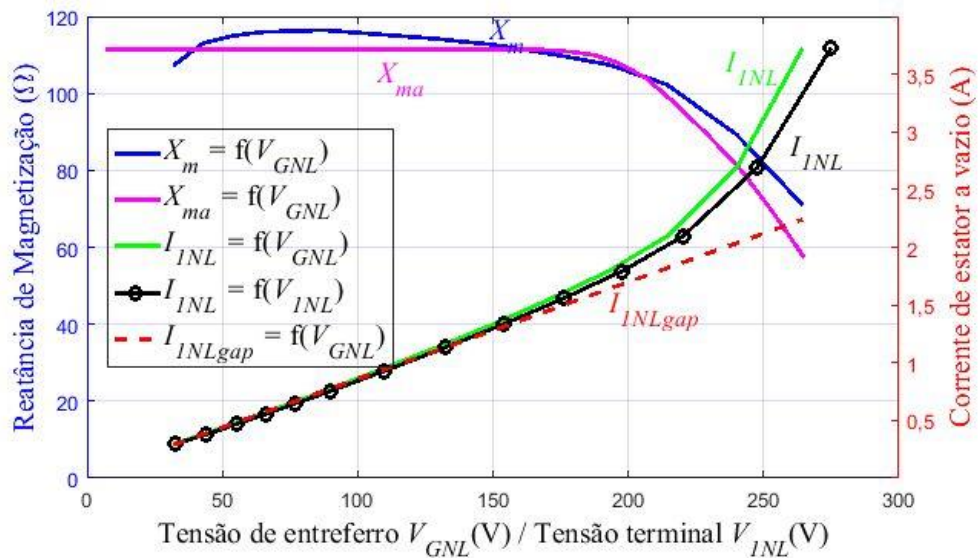


Fonte: Autor.

Na Figura 60 a abscissa é a tensão terminal somente para a curva original do ensaio a vazio ($I_{INL} = f(V_{INL})$) sendo que para as outras curvas a abcissa é a tensão de entreferro.

No ensaio de rotor bloqueado, com tensão reduzida, o fluxo magnético principal (mútuo) é baixo, logo o caminho do fluxo magnético principal não está saturado, porém o caminho do fluxo magnético disperso está razoavelmente saturado porque está circulando a corrente nominal tanto no estator quanto no rotor.

Figura 60 - Alguns resultados gráficos do ensaio a vazio



Fonte: Autor.

Aprofundamentos no estudo da saturação das reatâncias de dispersão podem ser encontrados em alguns autores clássicos (MILLER, 2014), (BOLDEA; NASAR, 2010) onde são apresentados métodos empíricos para este fim.

Considerando que parte do caminho principal coincide com o do fluxo magnético disperso, as diferenças de saturação são desprezadas e a reatância de dispersão do estator é tomada como aproximadamente constante entre o ensaio a vazio e o ensaio de rotor bloqueado quando realizados na mesma frequência. Se as frequências foram diferentes tem-se:

$$X_{1NL} = X_{1L} \frac{f_1}{f_L}. \quad (438)$$

Usando os dados dos ensaios para a máquina sob estudo obtém-se:

$$X_{1NL} = X_{1L} \frac{f_1}{f_L} = 2,606 \frac{60}{60} = 2,606 \Omega.$$

Como forma de comparação, o resultado analítico para a reatância de dispersão dos estator, obtida no capítulo 6, foi $X_l = 2,920 \Omega$.

Também na curva de magnetização, obtida por processos analíticos observam-se, desvios. Uma das causas é o fato que a curva BH fornecida pelo fabricante começa a partir do valor de 0,9 T e vai até 1,72 T. Os pontos baixos foram obtidos unindo a origem até o primeiro ponto através de uma reta e os superiores foram obtidos por extrapolação do último trecho. Devido às diferenças entre resultados analíticos e os experimentais, optou-se por usar estes últimos na continuidade das simulações deste capítulo.

Com o valor da reatância X_{1NL} e com o valor da tensão de ensaio a vazio V_{1NL} pode-se entrar na curva de corrente ($I_{1NL} = f(V_{1NL})$) e de fator de potência ($f_{pNL} = f(V_{1NL})$) obtida no ensaio a vazio sob frequência nominal e obter uma nova curva onde a tensão de entreferro é posta em função da tensão nos terminais usando a expressão exata:

$$V_{GNL}(i) = \{ [V_{1NL}(i) - I_{1NL}(i)(R_{1NL} \cos \theta_{NL}(i) - X_{1NL} \sin \theta_{NL}(i))]^2 + \dots \\ \dots [I_{1NL}(i)(R_{1NL} \sin \theta_{NL}(i) + X_{1NL} \cos \theta_{NL}(i))]^2 \}^{\frac{1}{2}}. \quad (439)$$

Em virtude do ângulo θ_{NL} ser grande, próximo de 90° (conforme se pode inferir da Tabela 10), pode-se desprezar a influência da queda na resistência no estator R_{1NL} em relação à queda na reatância X_{1NL} e obter uma expressão bem aproximada:

$$V_{GNL}(i) = |V_{1NL}(i)| - |I_{1NL}(i)| X_{1NL}. \quad (440)$$

Pelo mesmo motivo foi suposto que a corrente lida no ensaio I_{1NL} é aproximadamente igual à corrente de magnetização I_{MNL} e obtendo-se:

$$X_m(i) = |V_{GNL}(i)| / |I_{1NL}(i)|. \quad (441)$$

Com os dados de $V_{GNL} = f(I_{1NL})$ pode-se criar a curva de reatância de magnetização $X_m = f(I_{1NL})$ e $X_m = f(V_{GNL})$ e criar arquivos com elas. Estas curvas são mostradas na Figura 60.

De posse da tensão de entreferro (V_G) obtém-se a reatância de magnetização X_m através da curva $X_m = f(V_G)$ para qualquer condição de operação. No caso de rotor bloqueado obtém-se a reatância de magnetização (X_{mL}) entrando nesta curva com o valor da tensão de entreferro de rotor bloqueado V_{GL} obtida por (439) ou (440) e fazendo a correção para a frequência de ensaio de rotor bloqueado. Assim:

$$V_{GL}' = V_{GL}(f/f_L), \quad (442)$$

$$V_{GL}' = 27,20 \text{ V} (60/60) = 27,20 \text{ V}.$$

Tendo-se $V_{GL}' = 27,20 \text{ V}$ (frequência nominal) obtém-se pela curva $X_{mL}' = 103,6 \Omega$. A reatância obtida corresponde à frequência nominal, logo para rotor bloqueado tem-se:

$$X_{mL} = X_{mL}'(f_L/f_1), \quad (443)$$

$$X_{mL} = 103,6 \frac{60}{60} = 103,6 \Omega.$$

Usando dados do ensaio a vazio e (443) e (441) obtém-se a corrente de magnetização em rotor bloqueado:

$$I_{mL} = \frac{V_{GL}}{X_{mL}} = \frac{27,20 \text{ V}}{103,6 \Omega} = 0,262 \text{ A}. \quad (444)$$

Outras informações importantes são tiradas do ensaio a vazio. As perdas Joule ou perdas no cobre no estator a vazio correspondente à tensão nominal valem:

$$P_{J1NL} = mI_{1NL}^2 R_{1NL} = 3(2,094)^2 2,93 = 38,55 \text{ W}, \quad (445)$$

onde $R_{1NL} = 2,93 \Omega$ para $74,58^\circ \text{ C}$ (temperatura do ensaio a vazio).

Descontando-se as perdas no cobre da potência de entrada no estator no ensaio a vazio sobram as perdas rotacionais, ou seja, a soma das perdas no ferro com as perdas mecânicas (atrito e ventilação). Parte destas perdas no ferro é desmembrada e atribuída às perdas suplementares no próximo capítulo.

$$P_{rot} = P_{1NL} - P_{j1NL} = 3 \cdot 38,11 - 38,55 = 75,79 \text{ W.} \quad (446)$$

Tomando os valores correspondentes a cada ensaio gera-se a curva de perdas rotacionais e perdas no ferro em função da tensão de entreferro V_{GNL} conforme Figura 61.

Como as perdas no ferro estão associadas apenas ao fluxo magnético principal no núcleo segundo (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004), é costume colocar uma resistência que as emule em paralelo com a reatância de magnetização, ou seja, onde é medida a tensão de entreferro. Como alguns dos fluxos dispersos incluem partes de ferro no seu caminho, o ramo de perdas no núcleo pode incluir a reatância de dispersão do estator, ou seja, pode ser ligado logo após a resistência do estator (IEC – 60034-2, item 8.2.2.3.3). Como foi adotada a interpretação mais aceita (IEEE-std 112), é coerente colocar as perdas no ferro em função da tensão de entreferro (ou do seu quadrado) e não em função da tensão nos terminais ou da tensão atrás da resistência do estator.

Fazendo-se a regressão da curva de perdas rotacionais em função da tensão de entreferro ao quadrado até interceptar o eixo vertical (tensão nula) obtém-se a perdas por atrito e ventilação, que no caso, foi de $P_{fw} = 5,57 \text{ W}$, na velocidade de 1799 rpm.

Assim, as perdas totais no ferro sob tensão nominal são obtidas por:

$$P_{fe} = P_{rot} - P_{fw} = 75,79 \text{ W} - 5,57 \text{ W} = 70,22 \text{ W.} \quad (447)$$

A resistência de perdas no núcleo é obtida do ensaio a vazio para tensão nominal onde as perdas conjuntamente são tomadas como proporcionais ao quadrado da tensão.

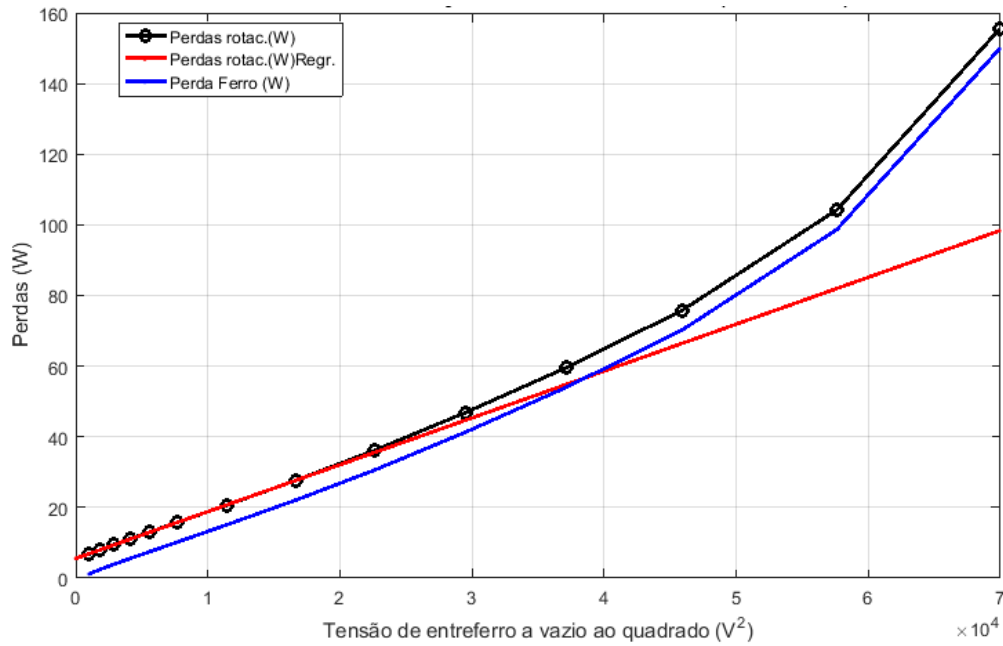
$$R_{fe} = m \frac{V_{GNL}^2}{P_{fe}} = 3 \frac{214,2 \text{ V}^2}{70,22 \text{ W}} = 1960,6 \Omega. \quad (448)$$

Desta forma pode-se calcular a corrente de perdas no ferro durante o ensaio de rotor bloqueado por

$$I_{feL} = \frac{V_{GL}}{R_{fe}} = \frac{27,20 \text{ V}}{1960,6 \Omega} = 0,0139 \text{ A,} \quad (449)$$

onde a corrente de excitação I_{mL} está atrasada de 90° da tensão de entreferro V_{GL} enquanto a corrente de perdas no ferro I_{feL} está em fase com a mesma.

Figura 61 - Perdas rotacionais e no núcleo a vazio na frequência nominal.



Fonte: Autor

Com estas informações obtém-se a corrente de rotor referida ao estator durante o ensaio de rotor bloqueado I_{2L} , onde todas as grandezas são fasores.

$$\bar{I}_{2L} = \bar{I}_{1L} - \bar{I}_{mL} - \bar{I}_{feL} = 4,7751A \angle -50,23^\circ. \quad (450)$$

O restante do diagrama fasorial da Figura 58 pode ser montado graficamente traçando retas paralelas e perpendiculares à corrente do rotor de tal modo que elas coincidam com o início e o final da tensão de entreferro V_{gL} . O cateto paralelo à corrente I_{2L} corresponde à queda de tensão na resistência do rotor e o cateto perpendicular é a soma da queda na reatância não-saturada X_{2Lns} com a tensão de ranhura fechada E_{rb} .

Agora pode-se obter a resistência do rotor R_{2L} comparando a potência ativa que é transmitida através do entreferro P_{GL} durante o ensaio de rotor bloqueado usando o modelo clássico.

$$P_{GL} = P_{FL} - P_{feL} \quad P_{GL} = P_L - mI_{1L}^2 R_{1L} - \frac{mV_{GL}^2}{R_{feL}}. \quad (451)$$

Este valor também pode ser obtido pelo modelo equivalente visto do estator.

$$P_{GL} = mV_{L0} \cos \theta_L I_{1L} + mI_{1L}^2 R_{FL} - \frac{mV_{GL}^2}{R_{feL}} = 205,6 \text{ W}. \quad (452)$$

Como a única causa de dissipação de calor no rotor durante o ensaio é a resistência do rotor R_{2L} , pode-se obter a seguinte relação:

$$R_{2L} = \frac{P_{GL}}{m I_{2L}^2} = \frac{205,6 \text{ W}}{3 \cdot 4,775^2} = 3,005 \Omega. \quad (453)$$

Um raciocínio semelhante ao usado em (451) permite obter X_{2L} . A potência reativa que atravessa o entreferro pode ser obtida por:

$$Q_{GL} = m I_{2L}^2 X_{2Lsat}. \quad (454)$$

Esta potência também pode ser obtida por (455):

$$Q_{GL} = Q_L - m I_{1L}^2 X_{1L} - m \frac{V_{GL}^2}{X_{mL}} = 330,8 \text{ VAR}. \quad (455)$$

A potência reativa do rotor também pode ser obtida através de grandezas do rotor:

$$Q_{GL} = m I_{2L}^2 X_{2L} + m E_{rb} I_{2L}. \quad (456)$$

Logo, a reatância do rotor não-saturada X_{2L} é finalmente encontrada por:

$$X_{2L} = \frac{Q_{GL} - m E_{rb} I_{2L}}{m I_{2L}^2} = 2,658 \Omega. \quad (457)$$

Estes valores foram obtidos a rotor bloqueado e a $83,55^\circ \text{ C}$. Esta resistência e esta reatância já contêm em si o efeito *skin*, logo, para obter os valores de regime permanente, deve-se dividi-las pelos coeficientes de efeito *skin* correspondentes à frequência de ensaio e multiplicá-las pelos correspondentes à frequência de escorregamento (sf_l) em que a máquina vai operar. No caso das resistências deve-se usar a temperatura de operação ($74,58^\circ \text{ C}$), logo:

$$R_2 = \frac{(T_{op} + T_{0Al})}{(T_{rb} + T_{0Al})} R_{2L} \frac{K_{rsf}}{K_{rfL}} = \frac{(74,58 + 225,0)}{(83,55 + 225,0)} 3,005 \frac{1,0001}{1,0502} = 2,778 \Omega. \quad (458)$$

As reatâncias obtidas estão referidas à frequência do ensaio f_L e devem ser corrigidas para a frequência de regime permanente f_l para obtenção dos parâmetros do modelo final e corrigi-las pelos coeficientes de efeito *skin*. Isto é feito por uma rotina específica baseada em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.221).

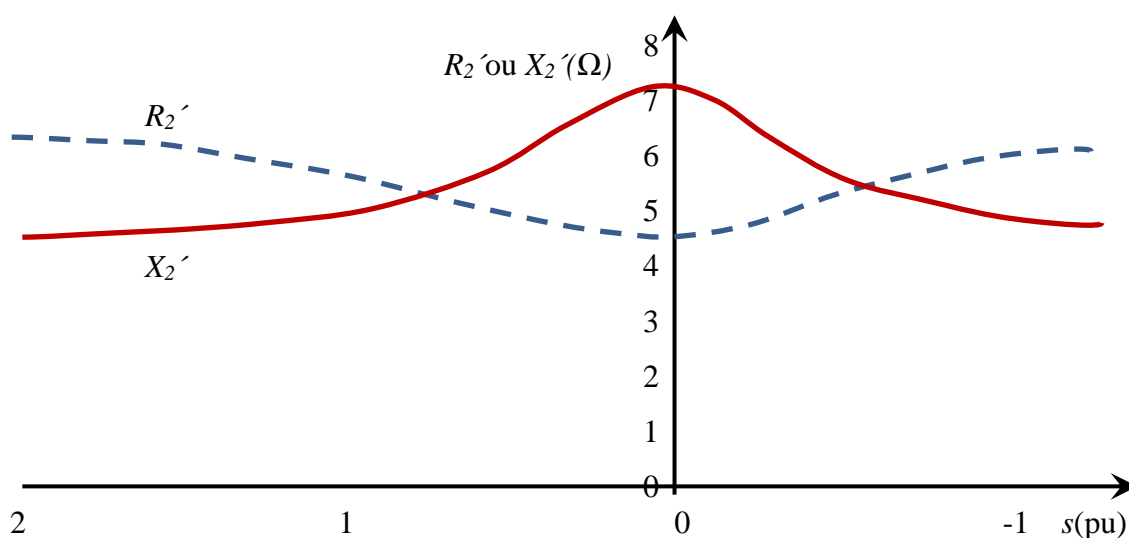
$$X_2 = X_{2L} \frac{f_l}{f_L} \frac{K_{xsf}}{K_{xfL}} = 2,658 \frac{60}{60} \frac{1,000}{0,9857} = 2,697 \Omega. \quad (459)$$

Como foi mostrado em (DORRELL; MILLER; RASSMUSSEN, 2001, p.733), a resistência e reatância do rotor são ainda influenciadas pelas correntes interbarras. Estas influências são dependentes do escorregamento. Assim a resistência do rotor diminui para escorregamentos próximos de zero e a reatância do rotor aumenta. Estes fenômenos se

superpõem e se confundem com os que acontecem devido ao efeito *skin* nas barras e são mascarados por estes. A Figura 62 mostra este comportamento em função do escorregamento como relatado pela referência citada. A Tabela 11 mostra numericamente as comparações de resistência e reatância de rotor considerando ou não a resistência interbarras em complemento à Figura 62.

É bem conhecido que este fenômeno é muito dependente de cada processo de fabricação, porém, na ausência de informações melhores, foram adotados os mesmos coeficientes encontrados na Tabela 11 para levar em conta este fenômeno neste trabalho.

Figura 62 - Variação de R_2 e X_2 com o escorregamento. Resistência interbarras específica = $0,04 \Omega/\text{mm}^2$



Fonte: Adaptado de (DORRELL; MILLER; RASSMUSSEN, 2001, p.733)

Tabela 11 - Comparação de resistências e reatâncias de rotor bloqueado para rotores com ranhuras inclinadas e retas obtidas por medição, simulação e cálculo clássico. Resistência específica interbarras = $0,04 \Omega/\text{mm}^2$

Tipo de rotor	Medidas (ohm)		Calculadas com correntes interbarras		Calculadas com método clássico	
	R_2'	X_2'	R_2'	X_2'	R_2'	X_2'
Não-inclinado	5,0	4,0	4,8	4,23	4,8	4,23
Inclinado	5,8	4,7	5,97	4,67	4,8	7,58

Fonte: Adaptado de (DORRELL; MILLER; RASSMUSSEN, 2001, p.733)

No caso, para ranhuras retas, tem-se:

$$K_{rib} = 4,8/5,0 = 0,96, \quad (460)$$

$$K_{xib} = 4,23/4,0 = 1,0575. \quad (461)$$

Corrigindo ao final a resistência e a reatância através da consideração das correntes interbarras chega-se aos valores a serem usados na simulação em regime permanente.

$$R_{2ib} = R_2 K_{rib} = 2,778 \cdot 0,96 = 2,667 \, \Omega, \quad (462)$$

$$X_{2ib} = X_2 K_{xib} = 2,697 \cdot 1,0575 = 2,852 \, \Omega. \quad (463)$$

Os valores analíticos em $R_2 = 2,063 \, \Omega$ e $X_2 = 2,274 \, \Omega$ mostram certa fragilidade na abordagem analítica, mesmo usando mais de um autor consagrado.

O ensaio a vazio, além dos dados já mencionados, fornece informações importantes para a simulação, como o comportamento das perdas no ferro e mecânicas. Tem-se também o conjugado de atrito no acoplamento entre a máquina e torquímetro $T_{coup} = 0,0335 \, \text{Nm}$.

9.4 Ensaio sob carga como motor e gerador

Após os testes a vazio e de rotor bloqueado, a máquina de indução, ligada em triângulo, foi acoplada a um motor CC alimentado através de um conversor CA/CC de quatro quadrantes que permitiu operar a máquina de indução abaixo e acima da velocidade síncrona. O ensaio só era começado quando a temperatura na carcaça estabilizava em torno do ponto de operação previamente determinado num ensaio a plena carga como motor.

A temperatura de operação do enrolamento do estator foi de $74,58^\circ\text{C}$, obtida pelo método da variação da resistência imediatamente após o ensaio. Durante a variação do escorregamento a tensão da rede do laboratório variou e seus valores tiveram que ser levados em consideração durante a simulação. Os resultados foram agrupados na Tabela 12. O equipamento de aquisição de dados foi o mesmo usado nos outros ensaios.

Tabela 12 - Valores do ensaio sob carga por fase a $74,58^\circ\text{C}$

ω_m (rpm)	V_s (V)	I_s (A)	P_s (W)	Q_s (VAr)	I_{thd} (%)
1711	$120,00\sqrt{3}$	$7,35/\sqrt{3}$	751,20	462,11	3,26
1727	$119,93\sqrt{3}$	$6,39/\sqrt{3}$	627,97	439,87	2,95
1747	$120,13\sqrt{3}$	$5,12/\sqrt{3}$	453,04	415,49	2,26
1764	$120,31\sqrt{3}$	$4,30/\sqrt{3}$	325,27	402,14	1,73
1781	$120,41\sqrt{3}$	$3,55/\sqrt{3}$	170,79	391,48	1,75
1800	$121,62\sqrt{3}$	$3,28/\sqrt{3}$	3,30	399,16	1,50
1818	$121,62\sqrt{3}$	$3,81/\sqrt{3}$	-166,72	431,66	1,94
1836	$121,95\sqrt{3}$	$4,79/\sqrt{3}$	-337,71	476,55	2,27
1854	$121,75\sqrt{3}$	$5,91/\sqrt{3}$	-494,85	520,95	2,89
1872	$121,86\sqrt{3}$	$7,04/\sqrt{3}$	-641,20	570,05	2,83
1890	$121,74\sqrt{3}$	$8,55/\sqrt{3}$	-820,76	638,80	3,05

O uso de $\sqrt{3}$ na Tabela 12 se deveu ao fato de os instrumentos estarem instalados fora do triângulo.

9.5 Fluxograma para simulação em regime permanente

Obtidos os parâmetros do modelo proposto e do modelo clássico (IEEE-std112) por meio dos ensaios já descritos acima, é montada uma rotina de cálculos conforme Figura 63. Para o caso especial de ranhuras fechadas no rotor, são retomadas aqui as principais equações deduzidas na seção 7.4. Tem-se, então, resumidamente:

$$\bar{V}_1 = V_1 \angle 0^\circ, \quad (464)$$

$$\bar{Z}_e = \frac{1}{G_{fe} - jB_m}, \quad (465)$$

$$G_{fe} = \frac{1}{R_{fe}}, \quad (466)$$

$$B_m = \frac{1}{X_m}, \quad (467)$$

$$\bar{I}_2 = I_2 \angle \theta_2 = \frac{-\bar{V}_1 + \bar{I}_1(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e)}{\bar{Z}_e}, \quad (468)$$

$$\bar{I}_1 = I_1 \angle \theta_1 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{E}_{rb} \bar{K}_{2z}}{(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_e) - \bar{Z}_e \bar{K}_{2z}}, \quad (469)$$

$$\bar{K}_{2z} = \frac{\bar{Z}_e}{(\bar{Z}_2 + \bar{Z}_e)}, \quad (470)$$

$$\bar{E}_{rb} = E_{rb} \angle (\theta_2 + 90^\circ) = E_{rb} \cos(\theta_2 + 90^\circ) + j E_{rb} \sin(\theta_2 + 90^\circ). \quad (471)$$

Estes cálculos ocorrem dentro de um processo iterativo para cada escorregamento, porque o cálculo da corrente de estator \bar{I}_1 necessita do ângulo de \bar{E}_{rb} que depende da corrente \bar{I}_2 e \bar{I}_2 depende de \bar{I}_1 .

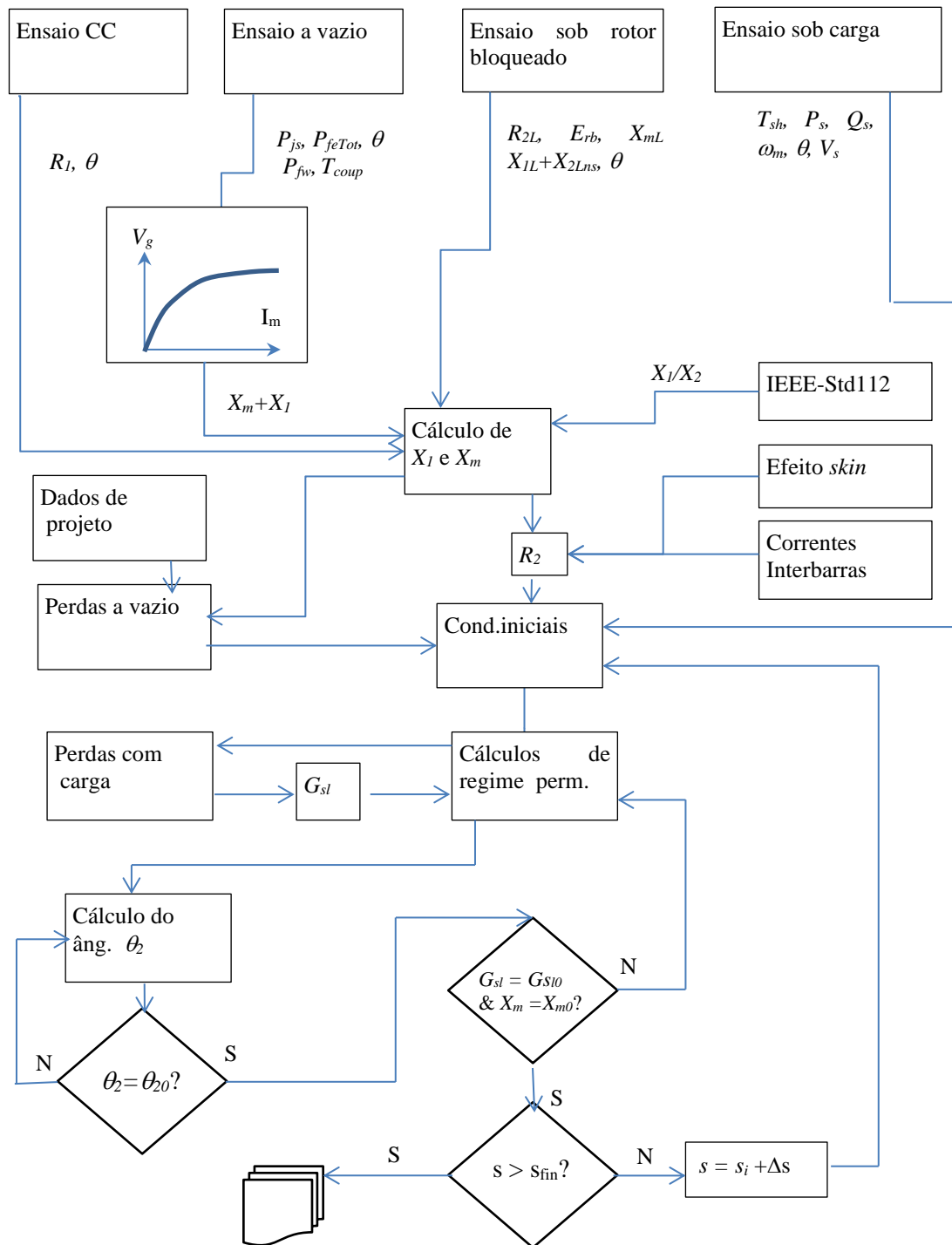
Para cada novo escorregamento atribuído, com os valores acima e outros, pode-se calcular as perdas, potência através do entreferro e torque no eixo pelo equacionamento abaixo, já deduzidos na seção 7.4.

$$P_g = m I_2^2 R_2 / s, \quad (472)$$

$$T_{em} = \frac{(1-s)P_g}{(1-s)\omega_s} = \frac{P_g}{\omega_s}, \quad (473)$$

$$T_{sh} = \frac{P_g - P_{rot} - P_{sup} - P_{coup}}{\omega_m}. \quad (474)$$

Figura 63 - Fluxograma de simulação para a rotina das ranhuras fechadas no rotor



Fonte: Autor.

Estas simulações foram feitas de dois modos. No primeiro deles eram desprezadas as perdas suplementares e as perdas no ferro totais foram supostas proporcionais ao quadrado da tensão de entreferro.

No outro modo (capítulo 10) as perdas suplementares a vazio são descontadas das perdas no ferro a vazio e, a partir daí, as perdas no ferro na frequência fundamental e as perdas suplementares sob carga são tratadas de forma separada. Esta primeira abordagem não contempla as perdas suplementares.

9.6 Comparações entre resultados de simulações e ensaios

Esta seção se dedica basicamente à comparação das simulações pelo método proposto e pelo método IEEE–std112 com os resultados obtidos por ensaio com carga como motor, na velocidade síncrona e como gerador. O método proposto é rodado pelo fluxograma da Figura 63 que se baseia na Figura 50 cujos parâmetros são obtidos pelo ensaio de rotor bloqueado descritos pela Figura 52 e pelo ensaio a vazio cujos resultados estão nas Figura 59, Figura 60 e Figura 61. O modelo de perdas inclui as perdas Joule no estator e no rotor, as perdas no ferro (tomadas como proporcionais ao quadrado da tensão de entreferro), as perdas por atrito e ventilação e as perdas de acoplamento. As perdas suplementares ainda não são computadas neste momento.

Antes das simulações foi realizado o ensaio com carga para obter a temperatura de operação (74,58°C) assim como as tensões da rede para cada escorregamento, uma vez que elas não se mantinham fixas. Foi considerada desnecessária a correção da resistência de 74,58° C para 75° C e a simulação pelos dois métodos foi feita para 75°C.

Para cada grandeza são feitas as comparações de cada simulação com os valores ensaiados, sendo apresentados os desvios em p.u., onde os valores base são os valores nominais da máquina.

A simulação baseada na IEEE-std 112 utiliza reatância de magnetização e resistência de perdas no ferro fixas no valor obtido para tensão e frequência nominais. As impedâncias de dispersão são obtidas no ensaio de rotor bloqueado sob corrente nominal, supondo então ranhuras abertas no rotor, conforme método I e II da Std-112, levando em conta o efeito de barras profundas. Considera a temperatura de operação uniforme em toda a máquina, mas não contempla perdas suplementares e as correntes interbarras na gaiola.

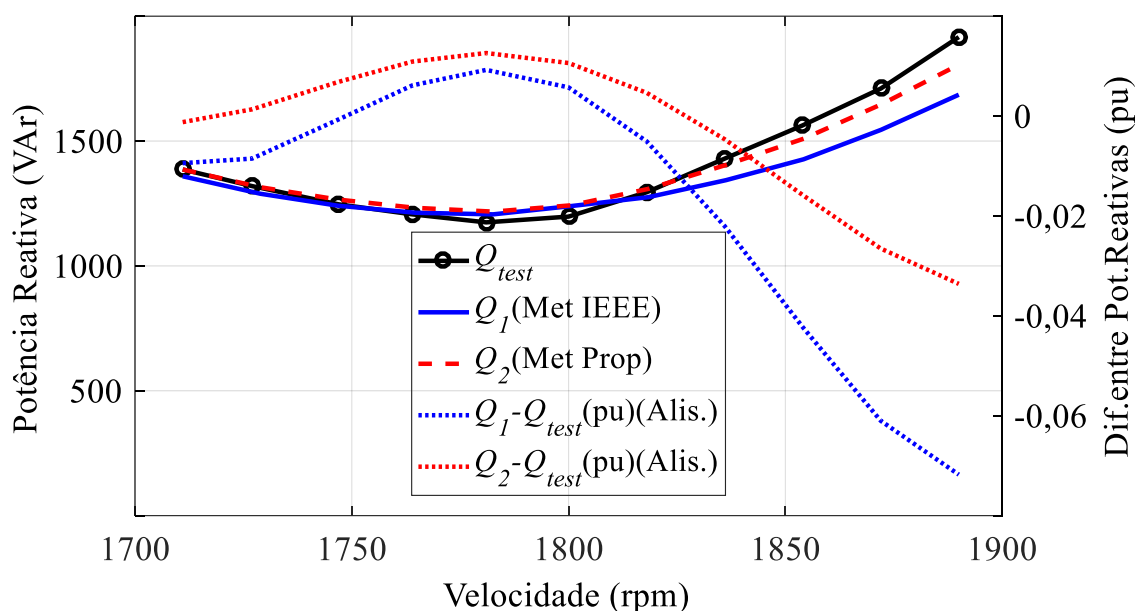
O método proposto considera a temperatura de operação uniforme em toda a máquina, reatância de magnetização variável conforme a tensão de entreferro, impedâncias de dispersão obtidas de ensaio usando a abordagem das ranhuras fechadas no rotor. Também considera o efeito de barras profundas e o das correntes interbarras na gaiola. Os cálculos

analíticos dos parâmetros nos capítulos anteriores foram usados para entender as suas origens e para compará-los com aqueles obtidos pelos ensaios. Como houve algumas diferenças entre eles assumiu-se que os parâmetros obtidos por ensaios fossem mais fidedignos e estes foram usados na simulação com carga.

Colocando-se os parâmetros nas rotinas de simulação implementadas no Matlab® (que contempla todos os aspectos acima) e depois comparando com os resultados de operação em carga, na condição de motor e de gerador, chegou-se aos resultados que seguem.

A Figura 64 se refere à potência reativa absorvida com o modelo clássico, modelo proposto e o resultado experimental. Ainda é percebida uma diferença de 0,12% e -3,36 % entre o modelo proposto (linha tracejada) e os resultados experimentais respectivamente para a região motor e a região gerador. Por sua vez, o método tradicional apresenta desvios de 0,94% e -7,18% para as mesmas condições. Os dois modelos apresentam resultados muito bons na região motor, porém o modelo proposto produz menores desvios na região gerador apesar de ainda haver algumas diferenças em relação ao teste. As diferenças foram suavizadas por um método de regressão para melhor compreensão.

Figura 64 - Potência reativa sob carga, simulada e experimental



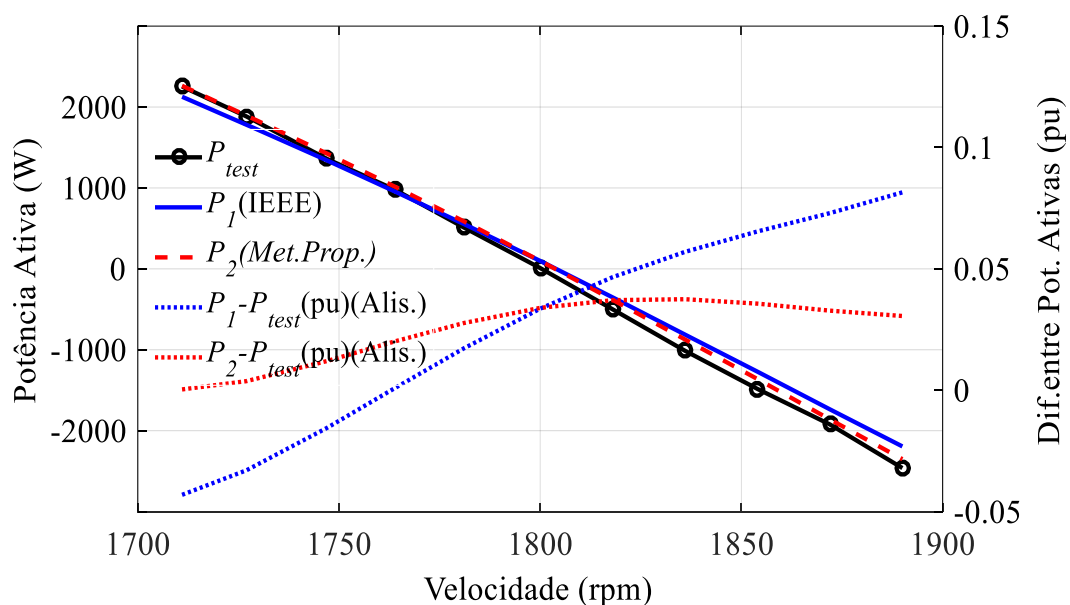
Fonte: Autor.

A Figura 65 contempla as potências ativas recebidas ou fornecidas pelo estator. Neste caso, o modelo proposto reflete melhor o desempenho da máquina não só como motor, mas

também como gerador, se comparado com o modelo clássico. Neste caso as diferenças ficam entre 0,03 e 3,06% no modelo proposto e no modelo IEEE-std 112 os desvios ficaram entre - 4,31% a 8,15%.

A Figura 66 compara os valores de conjugado simulados e experimentais. Neste caso houve forte concordância entre os valores obtidos pela simulação pelo modelo proposto em relação aos valores medidos com o torquímetro colocado no acoplamento (HBM –T22). Com o método proposto, na região motor, o desvio máximo foi de 0,88%, enquanto na região gerador foi de, no máximo, -6,85%. O modelo clássico apresentou diferença de, no máximo, -6,04% como motor e menores que 14,75% como gerador. Também aqui houve melhores resultados usando o modelo proposto do que com o tradicional.

Figura 65 - Potência ativa, simulada e experimental.

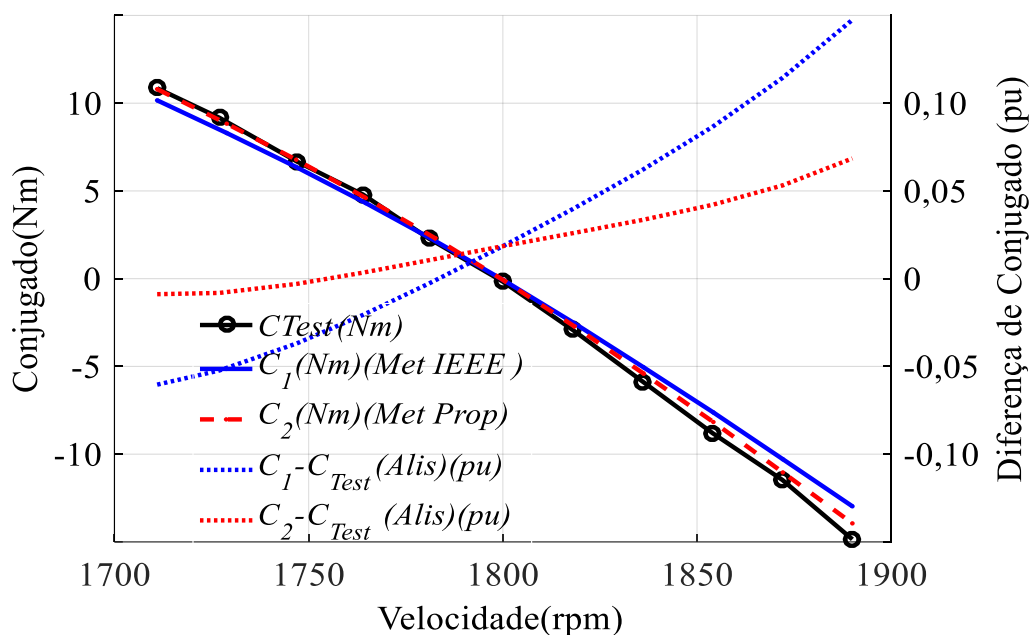


Fonte: Autor.

Deve ser enfatizado que os resultados mostrados na Figura 64, Figura 65 e Figura 66 não incluíram as perdas suplementares calculadas separadamente.

Parte das perdas suplementares está incluída nas perdas no ferro como obtidas no ensaio a vazio. Esta perda combinada é considerada como sendo gerada pela frequência fundamental e varia com a carga através da variação da tensão de entreferro.

Figura 66 - Conjugado no eixo, simulado e experimental



Fonte: Autor.

9.7 Conclusões

O modelo de máquina de indução para regime senoidal permanente, considerando as ranhuras do rotor fechadas, conforme a abordagem proposta, representa com ótima fidelidade o comportamento da máquina na região de funcionamento como motor (escorregamento positivo), porém, na região gerador (escorregamento negativo), apesar dos bons resultados apresentados, mostra desvios um pouco maiores do que a anterior em função da maior saturação a que a máquina fica submetida. Em todos os casos houve ganhos em fidelidade em relação ao modelo clássico.

No capítulo 10 são incluídas as perdas suplementares calculadas uma a uma de maneira separada e refeita toda a simulação.

10 PERDAS SUPLEMENTARES

Este capítulo se dedica ao cálculo analítico das perdas suplementares, ou seja, aquelas geradas basicamente por harmônicas espaciais de indução no entreferro.

10.1 Introdução

As perdas clássicas no cobre e no ferro são supostas como sendo produzidas pelas fundamentais da corrente e da indução no entreferro e não podem ser avaliadas apenas pelos ensaios de rotor bloqueado e pelo ensaio a vazio. As perdas suplementares são geradas no pacote de ferro e na gaiola em função de harmônicas espaciais de indução no entreferro. O método clássico propõe avaliar as perdas suplementares como um percentual da potência nominal e considerá-las proporcionais ao quadrado da corrente de rotor (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004). Aqui é apresentado um roteiro de cálculo analítico destas perdas obtido basicamente em (HELLER; HAMATA, 1977).

(HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977)Estas perdas são as perdas superficiais no rotor e no estator, perdas por pulsação de fluxo nos dentes do estator e no rotor e perdas adicionais na gaiola.

No capítulo 4 foi analisado o efeito das ranhuras sob o ponto de vista da condutância magnética como fonte de harmônicas espaciais. A variação da indução devido à passagem dos dentes e ranhuras próximas a uma superfície condutora causa indução de *fems* e correntes nessa massa metálica. O caso mais comum é o estator ter ranhuras abertas ou semi-abertas e o rotor ter ranhuras fechadas ou semifechadas. Supondo então o primeiro caso em que as ranhuras estão no estator e o rotor é liso ter-se-ão perdas superficiais no rotor devido ao afundamento da indução na superfície do rotor devido à passagem por uma ranhura do estator. As amplitudes das harmônicas da variação da indução são obtidas por

$$B_g = \mu_0 F a_0 = \mu_0 F \frac{1}{g_0 K_c}, \quad (475)$$

$$B_{0n} = \mu_0 F a_n = g_0 K_c B_g a_n = g_0 K_c B_g \frac{\beta F_n \left(\frac{b_0}{\tau_s}\right)}{g_0} = K_c \beta F_n \left(\frac{b_0}{\tau_s}\right) B_g, \quad (476)$$

onde a_0 é a componente CC da condutância magnética do entreferro, a_n é a harmônica de ordem n desta condutância (caso em que a fundamental tem comprimento de onda igual a

um passo de ranhura), B_g é a indução média em um passo de ranhura, K_c é o fator de Carter, β é uma constante obtida da Figura 18 em função da relação b_o/g_o e F_n é uma função da relação b_o/τ_s encontrada na Figura 20 (HELLER; HAMATA, 1977, p.60).

Para fins de facilidade de acompanhamento foram copiados os valores mais importantes calculados no capítulo 4 para serem usados a seguir.

$$k_{c1} = 1,260; \quad k_{c2} = 1,105; \quad k_c = 1,393;$$

$$\text{Estator: } F_{1s} = 0,7748; \quad F_{2s} = 0,5223; \quad a_{0s} = 2619; \quad a_{1s} = 951,5; \quad a_{2s} = 641,5.$$

$$\text{Rotor: } F_{1r} = 0,4921; \quad F_{2r} = 0,4322; \quad a_{0r} = 2985; \quad a_{1r} = 416,6; \quad a_{2r} = 365,9.$$

A indução de pico no entreferro a ser usada é relativa à tensão terminal no ensaio sob carga (210,7 V) (Tabela 12, na velocidade síncrona) e a *fem* de entreferro correspondente (205,1 V) sendo consideradas sinusoidais.

Assim, usando (148) tem-se

$$B_{g1} = \frac{V_{g1}}{4,44W_1\left(\frac{2}{\pi}\right)S_g f_1 K_{w1}} = \frac{205,1}{4,44 \cdot 222 \left(\frac{2}{\pi}\right) 0,0075 \cdot 60 \cdot 0,9598} \quad (477)$$

$$= 0,7529 \text{ T.}$$

A primeira e segunda harmônica da variação da indução do entreferro devido às ranhuras semiabertas do estator são obtidas por (H.10) modificada (Apêndice H).

$$B_{vs1} = B_{g1} \frac{a_{1s}}{a_{0s}} = 0,7529 \cdot \frac{951,5}{2619} = 0,2736 \text{ T,} \quad (478)$$

$$B_{vs2} = B_{g1} \frac{a_{2s}}{a_{0s}} = 0,7529 \cdot \frac{641,5}{2619} = 0,1844 \text{ T.} \quad (479)$$

Da mesma forma, as variações de indução devido às ranhuras do rotor são:

$$B_{vr1} = B_{g1} \frac{a_{1r}}{a_{0r}} = 0,7529 \cdot \frac{416,6}{2985} = 0,1051 \text{ T,} \quad (480)$$

$$B_{vr2} = B_{g1} \frac{a_{2r}}{a_{0r}} = 0,7529 \cdot \frac{365,9}{2985} = 0,0923 \text{ T.} \quad (481)$$

Um par de polos da fundamental da condutância de entreferro está contido num passo de ranhura, logo o número de pares de polos (p_n) de uma harmônica mecânica de condutância de ordem v_n é igual à ordem da harmônica de condutância (n) vezes o número de ranhuras do estator.

$$v_n = p_n = nN_s. \quad (482)$$

No caso em questão, com $N_s = 36$, a primeira harmônica da condutância tem ordem $n = 1$ e amplitude a_l . Em termos de harmônicas mecânicas tem-se $v_1 = p_1 = 1 \cdot 36 = 36$, $v_2 = p_2 = 2 \cdot 36 = 72$ e assim sucessivamente.

O passo polar de cada harmônica de condutância n é

$$\tau_{pn} = \frac{1}{n} \frac{\tau_s}{2}, \quad (483)$$

onde τ_s é o passo de ranhura do estator.

Supondo uma onda de *fmm* girante, senoidalmente distribuída no espaço, atuando sobre um entreferro com ranhuras num lado e superfície lisa do outro, tem-se, além da fundamental, ondas pulsantes estacionárias em relação ao estator que podem ser desdobradas em duas ondas viajantes contrárias com meia-amplitude (HELLER; HAMATA, 1977, p.241).

A fundamental da indução de trabalho no entreferro, com p pares de polos, vem de:

$$B_p(\alpha, t) = B_{g1} \sin(\omega_1 t - p\alpha). \quad (484)$$

As ondas viajantes podem ser expressas em função da condutância magnética do entreferro conforme Figura 67.

$$B_{z1F}(t, \alpha) = B_{g1} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \sin[\omega_1 t - (N_s + p)\alpha], \quad (485)$$

$$B_{z1B}(t, \alpha) = B_{g1} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \sin[\omega_1 t + (N_s - p)\alpha], \quad (486)$$

onde B_{z1F} e B_{z1B} são, respectivamente, os valores da onda de indução devido às ranhuras do estator que giram no mesmo sentido e em sentido contrário ao campo principal.

As induções devidas às harmônicas de ranhura giram em sentidos opostos e se superpõem produzindo uma indução pulsante em cada dente do estator que é somado à indução do entreferro de p pares de polos. No caso a curva vermelha representa a onda que gira no sentido da fundamental e a azul em sentido contrário. A curva verde mostra a indução no entreferro já modulada pelas harmônicas de ranhura.

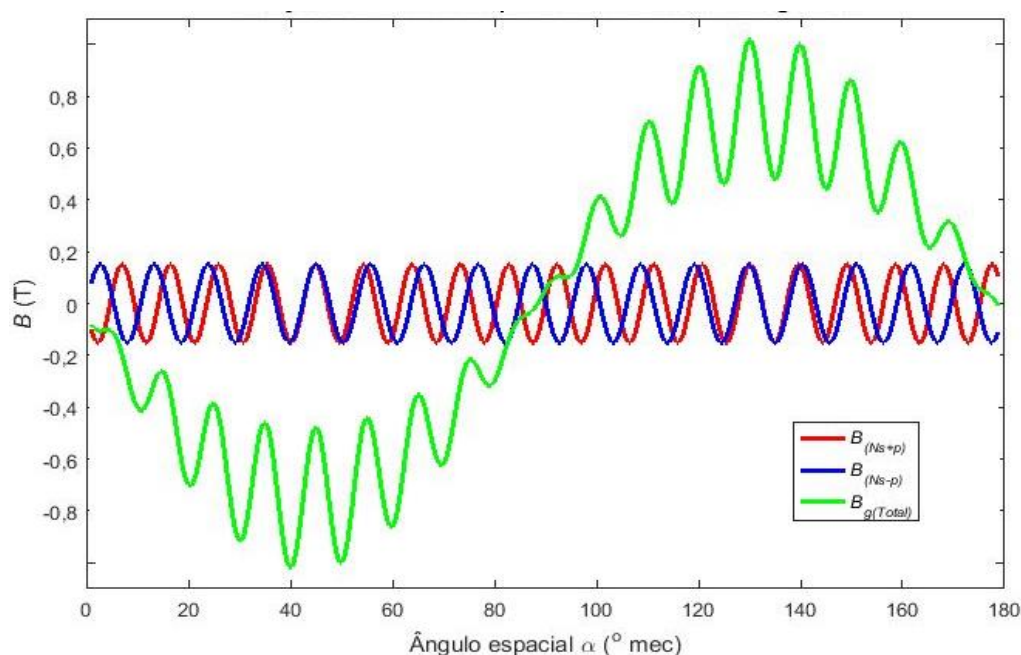
O rotor gira na velocidade ω_r e o campo girante de uma harmônica ν gira a ω_l/ν ambas em relação ao estator. O escorregamento do rotor em relação ao campo da harmônica ν é:

$$s_v = \frac{\omega_{sv} - \omega_r}{\omega_{sv}} = \frac{\frac{\omega_1}{v} - \omega_r}{\frac{\omega_1}{v}} = \frac{v}{\omega_1} (\omega_1 - \omega_r) = 1 - v \frac{\omega_r}{\omega_1} \quad (487)$$

$$= 1 - v \frac{(1-s)\omega_s}{p \omega_s},$$

$$s_v = 1 - \frac{v}{p} (1-s). \quad (488)$$

Figura 67 - Ondas de indução magnética no entreferro incluindo as harmônicas espaciais de ranhura



Fonte: Autor.

Supondo que a máquina esteja a vazio, girando próximo de sua velocidade síncrona de trabalho ($\omega_r \cong \omega_s$ ou $s \cong 0$), tem-se (HELLER; HAMATA, 1977, p.228), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.301).

$$s_v = 1 - \frac{v}{p}. \quad (489)$$

No caso em questão, para a fundamental das harmônicas de ranhura tem-se:

$$s_v = 1 - \frac{v}{p} = 1 - \frac{36}{2} = -17; \quad |s_v| \cong \frac{v}{p} \cong \frac{N_s}{p} \cong 18. \quad (490)$$

A frequência angular das variações de indução no rotor (ω_{pr}) é igual à frequência de escorregamento, ou seja, o escorregamento da harmônica v multiplicado pela frequência angular das correntes do estator (HELLER; HAMATA, 1977, p.228).

$$\omega_{pr} = s_v \omega_1 = \frac{N_s}{p} \omega_1 = \frac{N_s}{p} p \omega_s = N_s \omega_s, \quad (491)$$

$$f_{pr} = \frac{\omega_{pr}}{2\pi} = \frac{N_s}{p} \omega_1 \frac{1}{2\pi} = \frac{N_s}{p} f_1. \quad (492)$$

10.2 Perdas superficiais no rotor

O rotor a vazio vê, então, um campo excitante com N_s pares de polos girando com uma velocidade síncrona inversamente proporcional a este número de pares de polos. Este campo girante se traduz em variações de indução na superfície condutora aquecendo-a através de correntes parasitas de alta frequência dando origem às chamadas perdas superficiais no rotor que fazem parte das perdas suplementares.

A frequência angular das variações de indução no rotor (ω_{pr}), por (491) e (492) é:

$$\omega_{pr} = N_s \frac{n_s 2\pi}{60} = 36 \frac{1800 \cdot 2\pi}{60} = 6785,8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad f_{pr} = 1080 \text{ Hz.} \quad (493)$$

Considerando o rotor de aço laminado conforme (HELLER; HAMATA, 1977, p.230) e tomando-se a perda superficial unitária P'_{0v} (em W/m^2) devido a uma harmônica de condutância de cada vez.

$$P'_{0v} = \frac{\sigma_{fe}}{24} B_v^2 (s_v \omega_1)^2 d_B^2 \frac{R}{v}, \quad (494)$$

onde d_B = espessura das chapas (m), R = raio externo do entreferro (m), σ_{fe} = condutividade do ferro (S/m).

Sabendo-se que $a_{0s} = \frac{1}{g_0 K_c}$, $a_{vs} = \frac{\beta}{g_0} F_v \left(\frac{b_{s0}}{\tau_s} \right)$ e $F_v \left(\frac{b_{s0}}{\tau_s} \right)$ é obtido da Figura 20 ou da equação (121) e que $v = N_s$ e que $s_v = \frac{N_s}{p}$ pode-se substituir em (494) e obter:

$$P'_{0v} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{vs}}{a_{0s}} B_{g1} \right)^2 (s_v \omega_1)^2 d_B^2 \frac{R}{v}. \quad (495)$$

Tomando-se agora o efeito da primeira harmônica de condutância magnética ($n = 1$, $v = N_s$) e da segunda harmônica ($n = 2$, $v = 2N_s$) separadas tem-se respectivamente:

$$P'_{01} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{1s}}{a_{0s}} B_{g1} \right)^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1 \right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s}, \quad (496)$$

$$P'_{02} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{2s}}{a_{0s}} B_{g1} \right)^2 \left(\frac{2N_s}{p} \omega_1 \right)^2 d_B^2 \frac{R}{2N_s}. \quad (497)$$

Comparando-se os dois efeitos tem-se a relação:

$$\frac{P'_{02}}{P'_{01}} = \frac{\frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{2s}}{a_{0s}} B_{g1}\right)^2 \left(\frac{2N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{2N_s}}{\frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{1s}}{a_{0s}} B_{g1}\right)^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s}} = \frac{\left(\frac{a_{2s}}{a_{0s}}\right)^2 (2)^2 \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{a_{1s}}{a_{0s}}\right)^2 (1)^2 \left(\frac{1}{1}\right)} = \frac{(a_{2s})^2}{(a_{1s})^2} 2. \quad (498)$$

Logo, se tem:

$$P'_{02} = 2P'_{01} \frac{(a_{2s})^2}{(a_{1s})^2}, \quad (499)$$

ou

$$P'_{02} = 2P'_{01} \frac{\left(F_{2s}\left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}{\left(F_{1s}\left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}. \quad (500)$$

Somando as contribuições das duas primeiras harmônicas de condutância tem-se:

$$P'_{012} = P'_{01} + P'_{02} = P'_{01} + 2P'_{01} \frac{(a_{2s})^2}{(a_{1s})^2} = P'_{01} \left[1 + 2 \frac{(a_{2s})^2}{(a_{1s})^2}\right], \quad (501)$$

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{a_{1s}}{a_{0s}} B_{g1}\right)^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[1 + 2 \frac{(a_{2s})^2}{(a_{1s})^2}\right], \quad (502)$$

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} (B_{g1})^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[\frac{(a_{1s})^2}{(a_{0s})^2} + 2 \frac{(a_{1s})^2 (a_{2s})^2}{(a_{0s})^2 (a_{1s})^2}\right], \quad (503)$$

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} (B_{g1})^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[\frac{(a_{1s})^2 + 2(a_{2s})^2}{(a_{0s})^2}\right]. \quad (504)$$

Expressão semelhante aparece em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.303), porém lá está multiplicada por $2p$ o que não é coerente com a dedução apresentada em (504) e em (HELLER; HAMATA, 1977, p.231). A condutividade do aço silício foi tomada como $\sigma_{fe} = 3,6 \times 10^6$ S/m acompanhando (HELLER; HAMATA, 1977).

Substituindo os valores reais tem-se:

$$\begin{aligned} P'_{012} &= \frac{3,6 \cdot 10^6}{24} (0,7529)^2 \left(\frac{36}{2} 377\right)^2 (0,5 \cdot 10^{-3})^2 \frac{0,048}{36} \left(\frac{(951,5)^2 + 2(641,5)^2}{(2619)^2}\right) \\ &= 329,0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \end{aligned}$$

Rescrevendo-se, para aparecer a função $F_{vs}(b_{os}/\tau_s)$, chega-se a:

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} (B_{g1})^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[\frac{\left(\frac{\beta_s}{g_0} F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2 + 2 \left(\frac{\beta_s}{g_0} F_{2s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}{\left(\frac{1}{g_0 K_c}\right)^2} \right] \quad (505)$$

Simplificando g_0 e colocando $[\beta_s K_c F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)]^2$ em evidência, tem-se:

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} (B_{g1})^2 \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[\beta_s K_c F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right) \right]^2 \left[1 + 2 \frac{\left(F_{2s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}{\left(F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2} \right], \quad (506)$$

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} \left[\beta_s K_c F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right) B_{g1} \right]^2 \left[1 + 2 \frac{\left(F_{2s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}{\left(F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2} \right], \quad (507)$$

$$P'_{012} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{N_s}{p} \omega_1\right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_s} B_{vs1}^2 \left[1 + 2 \frac{\left(F_{2s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2}{\left(F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)\right)^2} \right], \quad (508)$$

que é uma adaptação das equações (446b/447a) de (HELLER; HAMATA, 1977).

Substituindo os valores reais tem-se:

$$\begin{aligned} P'_{012} &= \frac{3,6 \cdot 10^6}{24} \left(\frac{36}{2} 377\right)^2 (0,5 \cdot 10^{-3})^2 \frac{0,048}{36} (0,2736)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{0,5223}{0,7748}\right)^2 \right] \\ &= 329,0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \end{aligned}$$

Se fosse adotada a mesma forma de (HELLER; HAMATA, 1977, p.231), adaptando-a para considerar as duas primeiras harmônicas de condutância ter-se-ia:

$$P'_{012} = \frac{k_{os}}{2} (n_s N_s)^{1,5} (B_{vs1} \tau_s)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{F_{2s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)}{F_{1s} \left(\frac{b_{os}}{\tau_s}\right)} \right)^2 \right]. \quad (509)$$

Tomando $k_{os} = 4$ (RICHTER, 1954), (SCHUISKY, 1957), (HELLER; HAMATA, 1977) e substituindo os valores tem-se:

$$\begin{aligned} P'_{012} &= \frac{4}{2} (1800 \cdot 36)^{1,5} (0,2736 \cdot 0,0084)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{0,5223}{0,7748}\right)^2 \right] \\ &= 330,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}. \end{aligned} \quad (510)$$

Que é praticamente o mesmo valor anterior. A média (329,9) é usada nos próximos cálculos. Tendo-se a área externa do rotor obtêm-se as perdas superficiais totais.

$$P_{stro} = P'_{012}(\pi D_g l_e) = 329,9 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 0,0287 \text{m}^2 = 9,45 \text{ W}. \quad (511)$$

Como é visto ao longo desta seção, a saturação altera o coeficiente de dispersão do rotor e tem consequências nesta perda, sendo necessário corrigi-la.

Comparando-se (504) e (508) e reagrupando os termos chega-se a seguinte generalização:

$$B_{vs1}^2 \left[1 + 2 \left(\frac{F_{2s}(\frac{b_{os}}{\tau_s})}{F_{1s}(\frac{b_{os}}{\tau_s})} \right)^2 \right] = B_{g1}^2 \left[\frac{(a_{1s})^2 + 2(a_{2s})^2}{(a_{0s})^2} \right]. \quad (512)$$

Esta igualdade permite o cálculo de perdas superficiais causadas pelas duas primeiras harmônicas de condutância de duas formas: ou se usa a primeira harmônica da indução B_{vs1} e as funções já definidas $F_{1s}(\frac{b_{os}}{\tau_s})$ e $F_{2s}(\frac{b_{os}}{\tau_s})$, ou se usa a indução fundamental de entreferro B_{g1} e as harmônicas de condutâncias magnéticas a_{0s} , a_{1s} e a_{2s} conforme o que for mais adequado no momento.

10.3 Perdas superficiais no estator

As perdas superficiais no estator a vazio são bem menores que as do rotor uma vez que o rotor, tendo ranhuras fechadas, causa pouca oscilação de indução na superfície interna do estator. No caso do rotor como fonte das perdas tem-se agora $a_{0r} = \frac{1}{g_0 K_c}$ e $a_{vr} = \frac{\beta_r}{g_0} F_{vr}(\frac{b_{or}}{\tau_r})$ onde $F_{vr}(\frac{b_{or}}{\tau_r})$ é obtido da Figura 20 ou de (121).

Neste caso, a ordem da harmônica vale $\nu_r = N_r$, o escorregamento em relação à harmônica ν_r vale $s_{vr} = \frac{N_r}{p}$ e a frequência das oscilações de indução vale $f_{ps} = s_{vr} f_1$ (BOLDEA; NASAR, 2010, p.304).

Substituindo em (494) para obter as perdas superficiais unitárias (W/m^2) devido à primeira harmônica de condutância magnética devida ao ranhuramento do rotor e depois, aplicando a correção para considerar a segunda harmônica, obtêm-se equações semelhantes àsquelas usadas para as perdas superficiais do rotor (504) e (508) trocando-se todos os índices entre si ficando (HELLER; HAMATA, 1977, p.230), (SCHUISKY, 1957, p.405).

$$P'_{012s} = \frac{\sigma_{fe}}{24} (B_{g1})^2 \left(\frac{N_r}{p} \omega_1 \right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_r} \left[\frac{(a_{1r})^2 + 2(a_{2r})^2}{(a_{0r})^2} \right]. \quad (513)$$

Usando-se (512) em (513) tem-se uma forma alternativa:

$$P'_{012s} = \frac{\sigma_{fe}}{24} \left(\frac{N_r}{p} \omega_1 \right)^2 d_B^2 \frac{R}{N_r} B_{vr1}^2 \left[1 + 2 \left(\frac{F_{2r} \left(\frac{b_{or}}{\tau_r} \right)}{F_{1r} \left(\frac{b_{or}}{\tau_r} \right)} \right)^2 \right]. \quad (514)$$

Tomando $\sigma_{fe} = 3,6 \times 10^6 \text{ S/m}$ e substituindo os valores reais em (513) e (514) produz: $P'_{012s} = 79,03 \text{ W/m}^2$.

Se for adotada a forma de proposta por (RICHTER, 1954) e (HELLER; HAMATA, 1977) tem-se para o estator:

$$P'_{012s} = \frac{k_{0s}}{2} (n_s N_r)^{1.5} (B_{vr1} \tau_r)^2 \left[1 + 2 \left(\frac{F_{2r} \left(\frac{b_{or}}{\tau_r} \right)}{F_{1r} \left(\frac{b_{or}}{\tau_r} \right)} \right)^2 \right], \quad (515)$$

ou a equivalente:

$$P'_{012s} = \frac{k_{0s}}{2} (n_s N_r)^{1.5} (B_{g1} \tau_r)^2 \left[\frac{(a_{1r})^2 + 2(a_{2r})^2}{(a_{0r})^2} \right]. \quad (516)$$

Substituindo os valores, tem-se para os dois casos $P'_{s2} = 58,82 \text{ W/m}^2$

Como os dois resultados apresentam diferenças importantes entre si, devido a pressupostos analíticos e empíricos diferentes, foi adotada a média deles.

$$P'_{012s} = \frac{79,03 + 58,82}{2} = 68,92 \text{ W/m}^2. \quad (517)$$

Assim as perdas totais na superfície interna do estator (P_{sts0}) valem:

$$P_{sts0} = P'_{012s} S_{gt} = 68,92 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,0287 \text{ m}^2 = 1,97 \text{ W}. \quad (518)$$

Realmente as perdas superficiais no estator são bem menores em relação àquelas do rotor tendo em vista que o rotor apresenta uma superfície lisa. A condutância magnética varia apenas devido à saturação da ponte da ranhura do rotor.

Outras abordagens com resultados discrepantes destes são encontrados ainda em (BOLDEA; NASAR, 2010), (HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977)(HELLER; HAMATA, 1977) (HELLER; HAMATA, 1977) e (SCHUISKY, 1957) não sendo apresentadas aqui para simplificar, uma vez que os valores são quase desprezíveis.

10.4 Efeitos da saturação na indutância diferencial do rotor em gaiola

A seguir são estudados campos de alta frequência com ν pares de polos criados pelo estator, que se fecham pelo entreferro e pelos dentes do estator previamente magnetizados pelo campo principal com p pares de polos (HELLER; HAMATA, 1977).

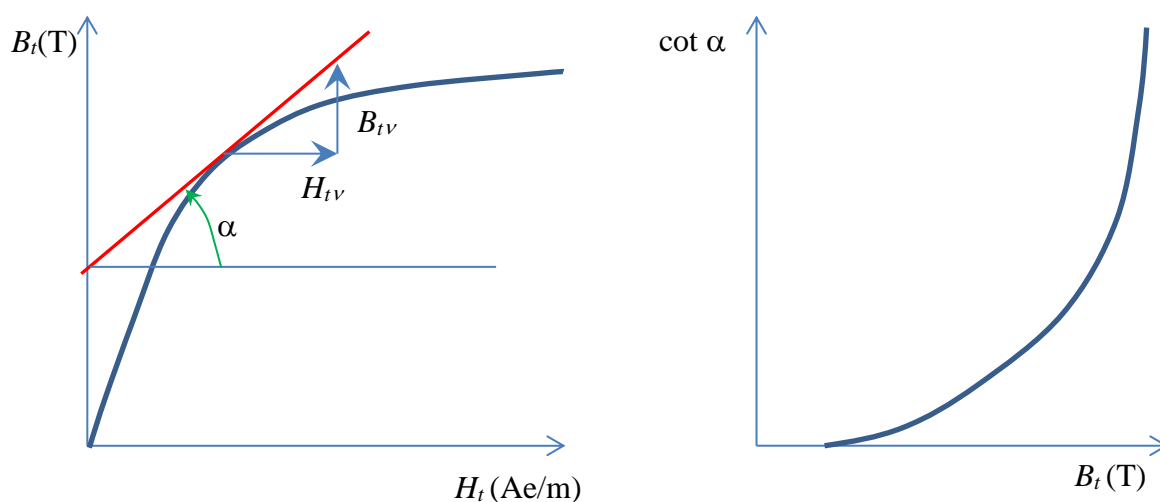
Como o comprimento de onda das harmônicas espaciais de ν pares de polos é bem menor do que o da onda de p pares de polos (dois passos polares), a maior parte do caminho do fluxo disperso diferencial do estator ocorre principalmente nos dentes do estator e no entreferro. No caso a fmm de pico da harmônica pode ser aproximada por

$$F_{\nu} = \frac{B_{g\nu}}{\mu_0} g_0 + H_{t_{s\nu}} l_{t_s}, \quad (519)$$

onde $B_{g\nu}$ é a indução [T] no entreferro da harmônica de ν pares de polos, l_{t_s} é o comprimento do dente do estator [m], $H_{t_{s\nu}}$ é a intensidade de campo [A/m] associada à indução $B_{t_{s\nu}}$ no dente.

Variando-se a indução em torno do ponto previamente magnetizado pelo campo principal de p pares de polos obtêm-se pares de valores $B_{t_{s\nu}}$ e $H_{t_{s\nu}}$ e os respectivos valores de permeabilidade reversível μ_{rev} , ou seja, a tangente trigonométrica do ângulo α entre a tangente geométrica à curva BH no ponto considerado e uma linha horizontal.

Figura 68 - a) Curva B-H típica e a definição de permeabilidade incremental e reversível; b) cotangente de $\alpha = f(B_t)$ típica.



Fonte: Adaptado de (HELLER; HAMATA, 1977).

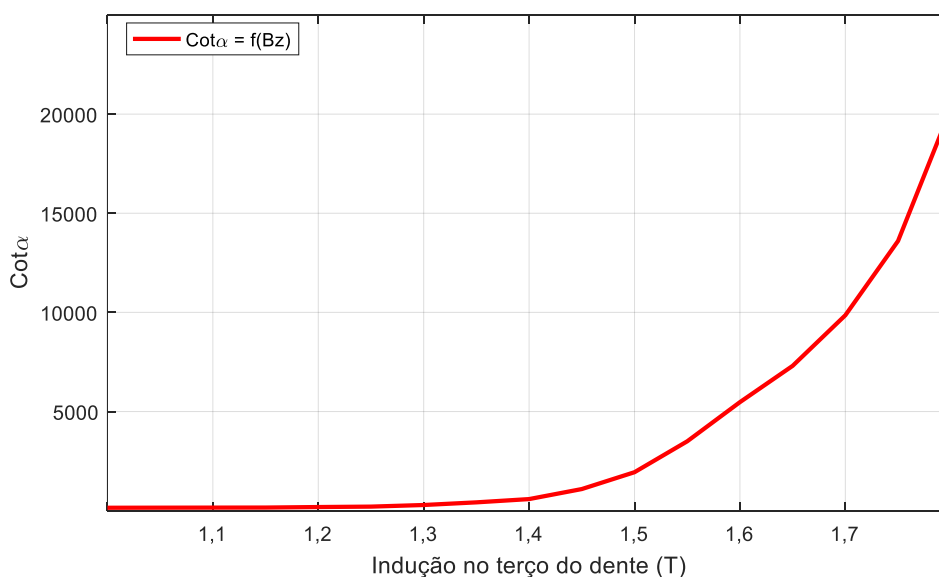
Para a construção da Figura 69 foi variada a indução máxima (no dente central) de 1,0 a 1,8 T e suposta a distribuição espacial de indução nos dentes aproximadamente senoidal. Para cada valor de indução máxima B_1 foram gerados 90 outros obedecendo a uma distribuição senoidal. Para cada um destes valores era gerado outro B_2 com um acréscimo de 50 mT e, para cada um deles, foram buscados na curva BH real os dois valores de intensidade de campo H_1 e H_2 . Para cada valor de B_1 foi calculada a permeabilidade reversível ($\tan \alpha$) e feita a média das mesmas. Por facilidade foi plotado um gráfico de cotangente de α em função da indução máxima no dente central B_1 e mostrada na Figura 69.

Para entrar na curva deve-se usar a indução da onda fundamental no terço do dente mais próximo do entreferro, especialmente se o dente for trapezoidal e a ranhura de faces paralelas.

Define-se permeabilidade reversível como o limite da permeabilidade incremental (ou diferencial) quando a variação de indução tende a zero. Para pequenas variações elas são praticamente iguais.

$$\mu_{difv} = \tan \alpha = \frac{B_{tv}}{H_{tv}}. \quad (520)$$

Figura 69 - Cotangente média do ângulo alpha $\alpha = f(B_z)$ para a máquina sob estudo



Fonte: Autor, baseado em (HELLER; HAMATA, 1977).

Substituindo estas relações em (494) obtém-se:

$$F_v = \frac{B_v}{\mu_0} g_0 + \frac{B_{tv}}{\tan \alpha_1} l_{ts}. \quad (521)$$

Uma vez que cada dente tem uma saturação diferente (produzida pelo campo de p pares de polos) a tangente de α deve ser a média ao longo de um passo polar, já considerada na Figura 69.

A indução no dente central, a um terço da altura (B_{tv}), é obtida por

$$B_{tv} = B_{gv'} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'}) K_{fe}}, \quad (522)$$

onde B_{tv} é indução a um terço da altura do dente central do estator, $B_{gv'}$ é a indução média no entreferro sobre um passo de ranhura do estator, τ_s é o passo de ranhura do estator no entreferro, $\tau_{s'}$ é o passo de ranhura do estator a um terço da altura do dente, $b_{s'}$ é a largura da ranhura no mesmo raio e K_{fe} é o fator de empilhamento.

Para cada harmônica ν deve-se calcular o valor médio da indução $B_{gv'}$ num passo de ranhura no entreferro e nos dentes do estator a um terço da altura B_{tv} .

Assim, supondo $\alpha = 0$ no centro do dente do estator, tem-se para um passo de ranhura no entreferro a seguinte média:

$$B_{gv'} = \frac{1}{\alpha_s} \int_{-\alpha_s/2}^{\alpha_s/2} B_{gv} \cos(\nu\alpha) d\alpha = B_{gv} \frac{\text{sen}(\frac{\nu\alpha_s}{2})}{\frac{\nu\alpha_s}{2}} = B_{gv} \frac{\text{sen}(\frac{\nu\pi}{N_s})}{\frac{\nu\pi}{N_s}}, \quad (523)$$

onde ν é a ordem da harmônica mecânica espacial de indução e α_s é o ângulo de ranhura no estator e vale $\alpha_s = \frac{2\pi}{N_s}$ [rad].

No caso do estator com 36 ranhuras tem-se: $\alpha_s = \frac{2\pi}{N_s} = \frac{2\pi}{36} = 0,1745 \text{ rad}$

Calculando a média para a harmônica fundamental de $p = 2$ pares de polos, tem-se:

$$B_{g2'} = B_{gp} \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{N_s})}{\frac{\pi}{N_s}} = B_{gp} \frac{\text{sen}(2\frac{\pi}{36})}{2\frac{\pi}{36}} = 0,9951 B_{gp}. \quad (524)$$

E se for considerada a harmônica $\nu = N_s = 36$, chega-se a:

$$B_{N_s'} = B_{N_s} \frac{\text{sen}(N_s \frac{\pi}{N_s})}{N_s \frac{\pi}{N_s}} = 0. \quad (525)$$

Concluindo, a harmônica $\nu = N_s$ da indução no entreferro (e seus múltiplos inteiros) tem média nula num passo de ranhura do estator. Outras harmônicas de ordem mais baixa como $3p, 5p, 7p$, etc têm valores a serem calculados caso a caso.

Levando estas informações até o terço do dente do estator obtém-se a indução no mesmo para cada harmônica ν :

$$B_{tv} = B_{gv} \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{N_s}\right)}{\frac{\nu\pi}{N_s}} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'})K_{fe}}. \quad (526)$$

Substituindo-se (495) em (521) tem-se:

$$F_v = \frac{B_{gv}}{\mu_0} g_0 + B_{gv} \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{N_s}\right)}{\frac{\nu\pi}{N_s}} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'})K_{fe}} \frac{1}{\tan\alpha_1} l_{ts}. \quad (527)$$

Reorganizando para pôr em evidência B_{gv} tem-se:

$$F_v = \frac{B_{gv}}{\mu_0} g_0 \left[1 + \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{N_s}\right)}{\frac{\nu\pi}{N_s}} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'})K_{fe}} \frac{1}{\tan\alpha_1} \frac{\mu_0 l_{ts}}{g_0} \right]. \quad (528)$$

Esta equação mostra que a fmm para os dentes do estator em cada harmônica pode ser substituída por um acréscimo na dimensão do entreferro de forma semelhante ao fator de saturação já definido anteriormente. A relação fica então:

$$\left[1 + \frac{\sin\left(\frac{\nu\pi}{N_s}\right)}{\frac{\nu\pi}{N_s}} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'})K_{fe}} \frac{1}{\tan\alpha_1} \frac{\mu_0 l_{ts}}{g_0} \right] : 1 = K_{sv} : 1. \quad (529)$$

Desta forma, o entreferro visto por uma dada harmônica ν fica aumentado:

$$g_{sv} = g_0 K_{sv}. \quad (530)$$

Com este entreferro ampliado, o fator de Carter é modificado para cada harmônica:

$$K_{cv} = \frac{1}{1 - \beta \left(\frac{b_{s0}}{g_{sv}}\right) 1,6 \frac{b_{s0}}{\tau_s}}. \quad (531)$$

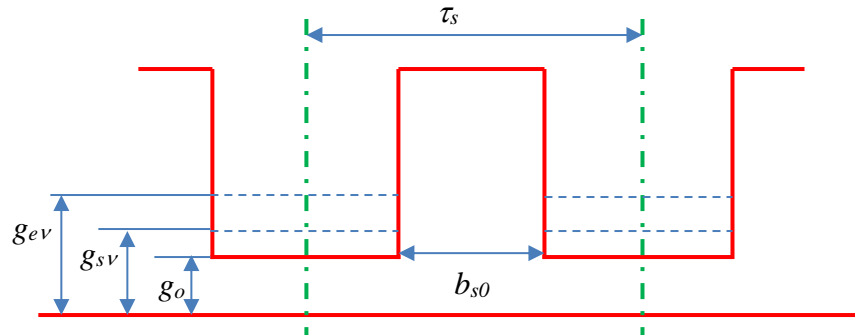
Assim o entreferro equivalente final por harmônica é encontrado por:

$$g_{ev} = K_{cv} g_{sv} = K_{cv} K_{sv} g_0. \quad (532)$$

Desejando-se obter a harmônica de indução no entreferro a partir da fmm usa-se:

$$B_{gv} = \mu_0 \frac{F_v}{K_{cv} K_{sv} g_0}. \quad (533)$$

Figura 70 - Definições dos entreferrós equivalentes por harmônica



Fonte: Adaptado de (HELLER; HAMATA, 1977).

Conclui-se de (533) que a saturação dos dentes reduz a indução no entreferro de maneira diferenciada por cada harmônica segundo a relação ζ_v : 1 onde:

$$\zeta_v = \frac{B_{gv(sat)}}{B_{gv(nsat)}} = \frac{K_c}{K_{cv} K_{sv}}. \quad (534)$$

Explorando-se (523) percebe-se que, para harmônicas de ordens altas, tais que $v\pi/N_s > \pi/2$, a saturação dos dentes não tem mais influência nestas harmônicas. O interesse ocorre para harmônicas de baixa ordem ou sub-harmônicas com grande comprimento de onda (HELLER; HAMATA, 1977, p.234).

Também se percebe que, para induções nos dentes inferiores a 1,4 T, o fator K_{sv} é aproximadamente unitário para todas as harmônicas (HELLER; HAMATA, 1977).

Fazendo para os dentes do rotor as mesmas considerações que foram aplicadas aos do estator o fator K_{sv} pode ser estendido e passa também a considerar a saturação dos dentes do rotor conforme a expressão a seguir.

$$K_{sv} = 1 + \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{v\pi}{N_s}\right)}{\frac{v\pi}{N_s}} \frac{\tau_s}{(\tau_{s'} - b_{s'})} \frac{l_{ts}}{\tan \alpha_1} + \frac{\text{sen}\left(\frac{v\pi}{N_r}\right)}{\frac{v\pi}{N_r}} \frac{\tau_r}{(\tau_{r'} - b_{r'})} \frac{l_{tr}}{\tan \alpha_2} \right] \frac{\mu_0}{g_0 K_{fe}} \quad (535)$$

Antes de prosseguir é abordada a definição de dispersão diferencial do rotor.

O coeficiente de dispersão diferencial do rotor é a razão entre a indutância de dispersão de certa harmônica e a indutância de magnetização fundamental (com $v = p$) (HELLER; HAMATA, 1977, p.40).

$$\tau_{dv} = \frac{L_v}{L_p}. \quad (536)$$

Segundo (HELLER; HAMATA, 1977, p.44) o coeficiente de dispersão diferencial de uma harmônica do rotor, referido ao campo magnético indutor de ν pares de polos é:

$$\tau_{dv} = \left[\frac{\nu \frac{\alpha_r}{2}}{\text{sen} \left(\nu \frac{\alpha_r}{2} \right)} \right]^2 - 1 = \left[\frac{\nu \frac{\pi}{N_r}}{\text{sen} \left(\nu \frac{\pi}{N_r} \right)} \right]^2 - 1. \quad (537)$$

Se o campo de ν pares de polos está incluído na reação da gaiola a um campo indutor de ρ pares de polos (onde $\nu = c N_r \pm \rho$), a parte $\Delta \tau_{d\rho}^v$ do campo de ν pares de polos na reatância diferencial do rotor $\tau_{d\rho}$ é expressa por (HELLER; HAMATA, 1977, p.235):

$$\Delta \tau_{d\rho}^v = \frac{B_v^2}{B_\rho^2}. \quad (538)$$

Usando (534) em (538) obtém-se:

$$\Delta \tau_{d\rho}^v = \frac{F_v^2}{F_\rho^2} \varsigma_v^2. \quad (539)$$

Assim, a saturação dos dentes provoca a redução da parte da reatância diferencial da gaiola correspondente ao campo de ν pares de polos em:

$$\frac{F_v^2}{F_\rho^2} - \frac{F_v^2}{F_\rho^2} \varsigma_v^2 = \frac{F_v^2}{F_\rho^2} (1 - \varsigma_v^2). \quad (540)$$

Então, para o coeficiente de dispersão diferencial, referente à saturação, fica:

$$\tau'_{d\rho} = \tau_{d\rho} - \sum_{(v)} \frac{F_v^2}{F_\rho^2} (1 - \varsigma_v^2). \quad (541)$$

Para uma gaiola de esquilo tem-se (HELLER; HAMATA, 1977):

$$\frac{F_v}{F_\rho} = \frac{\rho}{\nu} = \frac{\rho}{c N_r \pm \rho}, \quad c = 1, 2, \dots \quad (542)$$

Substituindo-se (542) em (541), chega-se a:

$$\tau'_{d\rho} = \tau_{d\rho} - \sum_{c=1}^{\infty} \left(\frac{\rho}{c N_r \pm \rho} \right)^2 (1 - \varsigma_v^2). \quad (543)$$

Se um campo das ranhuras do estator com N_s pares de polos age indutivamente numa gaiola de N_r barras então, com $\rho = N_s$, o coeficiente de dispersão diferencial com referência ao ranhuramento fica:

$$\tau'_{dN_s} = \tau_{dN_s} - \sum_{c=1}^{\infty} \left(\frac{N_s}{cN_r \pm N_s} \right)^2 (1 - \zeta_{cN_r \pm N_s}^2). \quad (544)$$

Como já foi visto antes, a saturação tem maior influência nos campos de grande comprimento de onda. O maior comprimento de onda do campo do rotor é a sub-harmônica de $N_r - N_s$ pares de polos. Geralmente é suficiente levar em consideração a redução da dispersão diferencial devido a somente esta harmônica. Então se tem:

$$\tau'_{dN_s} = \tau_{dN_s} - \left(\frac{N_s}{N_r - N_s} \right)^2 (1 - \zeta_{N_r - N_s}^2). \quad (545)$$

Substituindo esta harmônica em particular em (535) tem-se o fator K_{sv} procurado.

$$K_{S(N_r - N_s)} = 1 + \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{N_r - N_s}{N_s} \pi\right)}{\frac{N_r - N_s}{N_s} \pi} \frac{\tau_s}{(\tau_{s,l} - b_{s,l})} \frac{l_{ts}}{\tan \alpha_1} + \frac{\text{sen}\left(\frac{N_r - N_s}{N_r} \pi\right)}{\frac{N_r - N_s}{N_r} \pi} \frac{\tau_r}{(\tau_{r,l} - b_{r,l})} \frac{l_{tr}}{\tan \alpha_2} \right] \frac{\mu_0}{g_0 K_{fe}}. \quad (546)$$

As induções fundamentais nos terços dos dentes, como eles são de faces paralelas, foram calculados como se fossem constantes ao longo deles.

$$B_{t3s} = \frac{B_{g0} \tau_s}{b_{ts} K_{fe}} = \frac{0,7529 \cdot 0,084}{0,043 \cdot 0,95} = 1,541 \text{ T}, \quad (547)$$

$$B_{t3r} = \frac{B_{g0} \tau_r}{b_{tr} K_{fe}} = \frac{0,7529 \cdot 0,069}{0,034 \cdot 0,95} = 1,605 \text{ T}. \quad (548)$$

Entrando na curva $\text{Cot } \alpha = f(B_t)$ da Figura 69 obteve-se respectivamente para o estator e para o rotor: $\text{Cot } \alpha_1 = 3203$ e $\text{Cot } \alpha_2 = 5668$

Tomando-se a subharmônica na reação do rotor com maior comprimento de onda com $\nu = N_r - N_s = 12$ pares de polos calcula-se o fator de saturação usando (546).

$$K_{S(N_r - N_s)} = 1 + \left[\frac{\text{sen}\left(\frac{44 - 36}{36} \pi\right)}{\frac{44 - 36}{36} \pi} \frac{0,084}{0,043} 0,0112 \cdot 3203 + \frac{\text{sen}\left(\frac{44 - 36}{44} \pi\right)}{\frac{44 - 36}{44} \pi} \frac{0,069}{0,034} 0,093 \cdot 5668 \right] \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 0,95} = 1,721$$

Então o entreferro aumentado pela saturação para esta harmônica vale:

$$g_{S(N_r - N_s)} = K_{S(N_r - N_s)} g_0, \quad (549)$$

$$g_{S(N_r - N_s)} = 1,721 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3} = 0,522 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Com o entreferro alterado o fator de Carter deve ser atualizado para esta harmônica.

$$K_{c(N_r-N_s)} = \frac{1}{1 - \beta_s \left(\frac{b_{s0}}{g_{s(N_r-N_s)}} \right) 1,6 \frac{b_{s0}}{\tau_s}} \quad (550)$$

A nova relação $\frac{b_{s0}}{g_{s(N_r-N_s)}} = 7,591$ dá origem a $\beta_s = 0,2919$ através da Figura 18.

onde β_s = afundamento de pico relativo da indução no entreferro, B_a = afundamento da indução no entreferro defronte a ranhura (T), B_{max} = indução máxima no entreferro defronte o dente (T).

O valor do fator de Carter para a harmônica de 12 pares de polos é obtido de (550).

$$K_{c(N_r-N_s)} = \frac{1}{1 - 0,2919 \cdot 1,6 \frac{0,0023}{0,0084}} = 1,1471.$$

E, finalmente, o fator de atenuação ζ pode ser encontrado para esta subharmônica.

$$\zeta_{(N_r-N_s)} = \frac{K_c}{K_{c(N_r-N_s)} K_{s(N_r-N_s)}} \quad (551)$$

$$\zeta_{(N_r-N_s)} = \frac{1,3926}{1,1471 \cdot 1,721} = 0,7053.$$

No caso o campo indutor das ranhuras do estator tem $\nu = N_s = 36$ pares de polos. O coeficiente de dispersão diferencial da gaiola de 44 barras referido ao campo indutor de 36 pares de polos é obtido substituindo-se os valores reais em (537).

$$\tau_{dN_s} = \left[\frac{36 \frac{\pi}{44}}{\sin\left(36 \frac{\pi}{44}\right)} \right]^2 - 1 = 21,60. \quad (552)$$

Levando em conta a redução da dispersão diferencial por (545) se tem:

$$\tau'_{dN_s} = 21,60 - \left(\frac{36}{44 - 36} \right)^2 (1 - 0,7053^2) = 11,43. \quad (553)$$

Percebe-se que a saturação causa uma redução do coeficiente de dispersão diferencial do rotor τ_{dN_s} de $(21,60-11,43)/21,60 \cdot 100\% = 47,1\%$.

Esta redução do coeficiente de dispersão deve ser usada para corrigir as perdas superficiais no rotor a vazio.

$$P_{stroCorr} = P_{stro} \left(\frac{\tau'_{dN_s}}{\tau'_{dN_s} + 1} \right)^2, \quad (554)$$

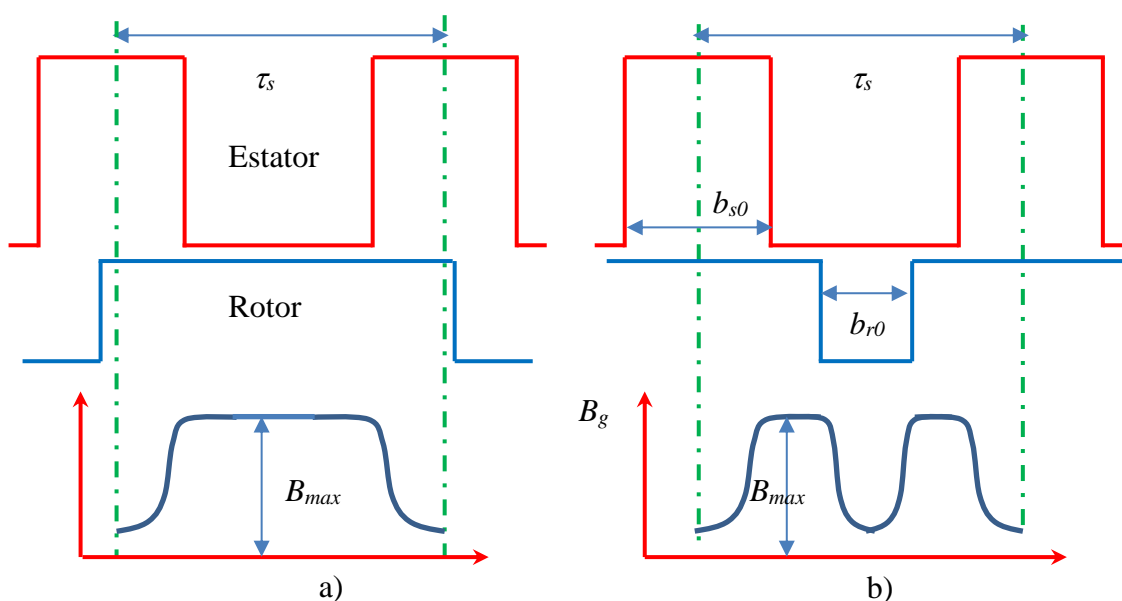
$$P_{stroCorr} = 9,42 \left(\frac{11,43}{11,43 + 1} \right)^2 = 7,99 \text{ W.}$$

Isto também é útil no cálculo nas perdas adicionais na gaiola a seguir.

10.5 Perdas por pulsação de fluxo nos dentes do estator e rotor

Devido ao ranhuramento do estator e do rotor a condutância magnética na região do entreferro aumenta e diminui conforme a posição relativa entre os dentes do estator e do rotor. Isto causa variações de fluxo nos dentes do estator e do rotor conforme mostrado na Figura 71. As correntes parasitas de alta frequência e a histerese magnética causam perdas adicionais nestes dentes as quais são chamadas de perdas por pulsação de fluxo conforme é analisado a seguir.

Figura 71 - Pulsação de fluxo nos dentes por variação da posição relativa entre os dentes do estator e do rotor: a) Dentes confrontantes, b) Dentes não-confrontantes



Fonte: Adaptado de (HELLER; HAMATA, 1977).

O fluxo magnético num passo de dente varia entre o valor máximo e o mínimo conforme a integral da indução ao longo do mesmo (HELLER; HAMATA, 1977).

$$\phi_1 = \int_{-0,5\tau_s}^{0,5\tau_s} B(x)dx \Big|_{\text{posição a}}, \quad \phi_2 = \int_{-0,5\tau_s}^{0,5\tau_s} B(x)dx \Big|_{\text{posição b}}. \quad (555)$$

O fluxo médio em um passo de dente do estator ϕ_{0s} é definido por:

$$\phi_{0s} = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}. \quad (556)$$

Define-se também a amplitude da variação do fluxo ϕ_{Ps} como:

$$\phi_{Ps} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} = K_{\phi s} \phi_{0s}, \quad (557)$$

onde $K_{\phi s}$ =fator de variação de fluxo nos dentes do estator em relação à média;

A partir daí é definida a pulsação temporal da indução no dente B_{Ps} correspondente:

$$B_{Ps} = K_{\phi s} B_{0ts}, \quad (558)$$

onde B_{0ts} é a indução magnética a um terço da altura do dente a partir da parte mais estreita.

O coeficiente de variação pode também ser obtido por (BOLDEA; NASAR, 2010,p304):

$$K_{\phi s} = \frac{\gamma_2 g_0}{2\tau_s}, \quad (559)$$

onde γ_2 é obtida por (75) ($\gamma_2 = \frac{(\frac{b_{r0}}{g_0})^2}{5 + \frac{b_{r0}}{g_0}}$) ou determinada pela Figura 17.

Tomando os valores reais chega-se a diversos resultados:

$$\gamma_2 = \frac{(\frac{b_{r0}}{g_0})^2}{5 + \frac{b_{r0}}{g_0}} = \frac{(\frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{0,303 \cdot 10^{-3}})^2}{5 + \frac{1,1 \cdot 10^{-3}}{0,303 \cdot 10^{-3}}} = 1,5271, \quad (560)$$

$$K_{\phi s} = \frac{\gamma_2 g_0}{2\tau_s} = \frac{1,5271 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,0084} = 0,0276, \quad (561)$$

$$B_{0ts} = \frac{B_{g0} \tau_s}{b_{ts} K_{fe}} = \frac{0,7529 \cdot 0,0084}{0,0043 \cdot 0,95} = 1,5405 \text{ T}, \quad (562)$$

$$B_{Ps} = K_{\phi s} B_{0ts} = 0,0276 \cdot 1,5405 \text{ T} = 0,0425 \text{ T}. \quad (563)$$

A frequência das pulsações num dente de um lado do entreferro pode ser obtida por consideração de que o outro lado é uma fonte de fluxo magnético em que um passo de ranhura contém um par de polos. Como exemplo, supõe-se que um dente é um polo N e a ranhura um polo S. Assim, a cada volta completa de um em relação ao outro é gerado um número de ciclos (ou pulsos) de indução no lado induzido igual ao número de pares de polos do lado indutor.

A frequência de pulsos é então obtida pela multiplicação do valor obtido acima pela velocidade relativa entre eles em rotações por segundo.

Assim a frequência de pulsos nos dentes do rotor f_{pr} , com o rotor na velocidade síncrona, é (HELLER; HAMATA, 1977, p242), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.304), (RICHTER, 1954, p.508).

$$f_{pr} = N_s n_{s'} = N_s \frac{f_1}{p} = \frac{N_s}{p} f_1. \quad (564)$$

Da mesma forma a frequência de pulsos nos dentes do estator f_{ps} é:

$$f_{ps} = N_r n'_s = N_r \frac{f_1}{p} = \frac{N_r}{p} f_1. \quad (565)$$

onde f_{ps} , f_{pr} são frequências (em Hz) e n_s' é a velocidade síncrona (em rps).

Os valores encontrados para as frequências são respectivamente:

$$f_{pr} = \frac{N_s}{p} f_1 = \frac{36}{2} 60 = 1080 \text{ Hz},$$

$$f_{ps} = \frac{N_r}{p} f_1 = \frac{44}{2} 60 = 1320 \text{ Hz},$$

Consultando a curva de perdas no ferro obtém-se as perdas para a condição de ensaio (1,0 T / 60Hz) o valor $C_e = 2,4 \text{ W/kg}$. Como a frequência é muito alta, este valor se eleva um pouco (10 a 20%) devido à prevalência das correntes parasitas sobre as perdas histeréticas. Admitindo-se $K_{lo} = 1,15$ tem-se (BOLDEA; NASAR, 2010, p.305):

$$C_{ep} = C_e K_{lo} = 1,15 \cdot 2,4 \text{ W/kg} = 2,76 \text{ W/kg}. \quad (566)$$

Fazendo as correções de indução e frequência obtém-se a perda por pulsação no estator unitária a vazio:

$$P_{p0su} = C_{ep} \left(\frac{f_{ps} B_{ps}}{f_{ens} B_{ens}} \right)^2. \quad (567)$$

O peso dos dentes do estator (em kg) é obtido por

$$G_{ts} = b_{ts} l_{ax} l_{ts} N_s \rho_{ir}, \quad (568)$$

onde b_{ts} é largura do dente (m); l_{ax} é comprimento axial (m); l_{ts} comprimento radial do dente (m), ρ_{ir} massa específica do ferro laminado (kg/m^3).

$$P_{p0s} = P_{p0su} G_{ts}, \quad (569)$$

Substituindo os valores obtém-se a seguir:

$$P_{p0su} = C_{ep} \left(\frac{f_{ps} B_{ps}}{f_{ens} B_{ens}} \right)^2 = 2,76 \left(\frac{1320}{60} \frac{0,0425}{1,0} \right)^2 = 2,4178 \frac{W}{kg} \quad (570)$$

$$G_{ts} = b_{ts} l_{ax} l_{ts} N_s \rho_{ir} = 0,0043 \cdot 0,100 \cdot 0,0112 \cdot 36 \cdot 7874 = 1,368 \text{ kg}, \quad (571)$$

$$P_{p0s} = P_{p0su} G_{ts} = 2,4178 \cdot 1,368 = 3,308 \text{ W}. \quad (572)$$

Agora são calculadas as perdas por pulsações de fluxo nos dentes do rotor.

São reaproveitadas várias equações já usadas para os cálculos relativos ao estator apenas trocando o índice de suas grandezas (HELLER; HAMATA, 1977), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.305).

$$\gamma_1 = \frac{\left(\frac{b_{s0}}{g_0}\right)^2}{5 + \frac{b_{s0}}{g_0}} \quad (573)$$

Tomando os valores reais chega-se a:

$$\gamma_1 = \frac{\left(\frac{b_{s0}}{g_0}\right)^2}{5 + \frac{b_{s0}}{g_0}} = \frac{\left(\frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{0,303 \cdot 10^{-3}}\right)^2}{5 + \frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{0,303 \cdot 10^{-3}}} = 4,5763.$$

O coeficiente de variação do fluxo nos dentes do rotor é obtido por (BOLDEA; NASAR, 2010,p305):

$$K_{\phi r} = \frac{\gamma_1 g_0}{2\tau_r} \quad (574)$$

$$K_{\phi r} = \frac{\gamma_1 g_0}{2\tau_r} = \frac{4,5763 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0,0069} = 0,1011$$

A indução no dente do rotor B_{otr} causada pelo campo fundamental é obtida por:

$$B_{otr} = \frac{B_{g0} \tau_r}{b_{tr} K_{fe}}, \quad (575)$$

$$B_{otr} = \frac{0,7529 \cdot 0,0069}{0,0034 \cdot 0,95} = 1,6053 \text{ T}.$$

A amplitude dos pulsos nos dentes do rotor é:

$$B_{pr} = K_{\phi r} B_{otr}, \quad (576)$$

$$B_{pr} = 0,1011 \cdot 1,6053 = 0,1624 \text{ T}.$$

Para identificar a frequência dos pulsos é suficiente levar em conta apenas a primeira harmônica de ranhura do estator com ordem $K = N_s/p = 18$.

A presença da gaiola junto aos dentes do rotor atenua fortemente as pulsações de fluxo nos mesmos como se pode ver a seguir (BOLDEA; NASAR, 2010, p.306). Para esta finalidade são necessárias algumas relações de indutâncias conforme relatado em (BOLDEA; NASAR, 2010, p.306), (CHRISTOFIDES, 1965).

$$K_{tk} = 1 - \frac{L_{mk} + L_{2dk}}{L_{mk} + L_{2dk} + L_{2sb} + L_{mk} \left(\frac{1}{K_{sk}^2} - 1 \right)}, \quad (577)$$

onde L_{mk} é a indutância de magnetização para a harmônica K , L_{2dk} é a indutância de dispersão diferencial para a harmônica K , K_{sk} é o fator de inclinação para a harmônica K , L_{2sb} é a indutância do corpo das ranhuras do rotor.

Para o cálculo desta constante é necessário mais alguns cálculos adicionais obtidos de (BOLDEA; NASAR, 2010, p.306), (CHRISTOFIDES, 1965).

$$L_{mk} \cong \frac{L_m}{K^2}, \quad (578)$$

$$L_{2dk} \cong K_{alk} \tau_{2dk} L_{mk}, \quad (579)$$

$$K_{alk} = \frac{\tanh\left(\frac{d_B}{2\delta_{Fe}}\right)}{\frac{d_B}{2\delta_{Fe}}}, \quad (580)$$

$$\delta_{Fe} = \sqrt{\frac{2}{\mu_{FeDif} S_k \omega_1 \sigma_{Fe}}}, \quad (581)$$

onde d_B é a espessura da laminação (m); δ_{Fe} é a profundidade de penetração no ferro do rotor (m) para a harmônica K , μ_{FeDif} é a permeabilidade diferencial para a saturação causada pela indução fundamental, $S_k \omega_1 = 2\pi f_k = 2\pi (N/p) f_1$.

Ainda faltam os seguintes cálculos (BOLDEA; NASAR, 2010, p.110), (CHRISTOFIDES, 1965) e (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.239):

$$K_{sk} = \frac{\text{sen}\left(K \frac{cp}{2R}\right)}{K \frac{cp}{2R}} = \frac{\text{sen}\left(K \frac{\alpha_{sk}}{2}\right)}{K \frac{\alpha_{sk}}{2}}, \quad (582)$$

onde K_{sk} = coeficiente de inclinação de ranhura para harmônica K ; c = medida tangencial da inclinação da ranhura do rotor (m), R é o raio interno do estator (m) e α_{sk} é a inclinação radial (rad. elét).

O coeficiente de indutância de dispersão diferencial do rotor para a harmônica K (τ_{2dk}) é obtida por (CHRISTOFIDES, 1965).

$$\tau_{2dk} = \left[\frac{Kp \frac{\pi}{N_r}}{\text{sen} \left(Kp \frac{\pi}{N_r} \right)} \right]^2 - 1 = \left[\frac{Kp \frac{\alpha_r}{2}}{\text{sen} \left(Kp \frac{\alpha_r}{2} \right)} \right]^2 - 1. \quad (583)$$

Substituindo-se os valores em (577) a (583) produz:

$$L_{mk} \cong \frac{L_m}{K^2} = \frac{L_{mn}}{K^2} = \frac{0,2706}{18^2} = 0,846 \cdot 10^{-3} \text{H}, \quad (584)$$

$$\tau_{2dk} = \left[\frac{Kp \frac{\alpha_r}{2}}{\text{sen} \left(Kp \frac{\alpha_r}{2} \right)} \right]^2 - 1 = \left[\frac{18 \cdot 2 \frac{0,1428}{2}}{\text{sen} \left(18 \cdot 2 \frac{0,1428}{2} \right)} \right]^2 - 1 = 21,60. \quad (585)$$

A permeabilidade diferencial do ferro do dente é obtida pela curva de magnetização entrando com dois valores de indução muito próximos entre si e próximos à indução no dente do rotor ($B_{0tr} = 1,6053 \text{ T}$) e obtendo os respectivos valores de intensidade de campo.

$$\mu_{rFed} = \frac{B_2 - B_1}{(H_2 - H_1)\mu_0} = 28,15, \quad (586)$$

$$S_k \omega_1 = 2\pi f_{pr} = 2\pi \cdot 1080 \text{ Hz} = 6786 \text{ rad/s}, \quad (587)$$

$$\delta_{Fe} = \sqrt{\frac{2}{\mu_{FeDif} \mu_0 S_k \omega_1 \sigma_{Fe}}} = \sqrt{\frac{2}{28,15 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6786 \cdot 3,6 \cdot 10^6}} \quad (588)$$

$$= 1,5 \text{ mm}$$

$$K_{dlk} = \frac{\tanh \left(\frac{d_B}{2\delta_{Fe}} \right)}{\frac{d_{Fe}}{2\delta_{Fe}}} = \frac{\tanh \left(\frac{0,5}{2 \cdot 1,5} \right)}{\frac{0,5}{2 \cdot 1,5}} = 0,9911, \quad (589)$$

$$L_{2dk} \cong K_{dlk} \tau_{2dk} L_{mk} = 0,9911 \cdot 21,60 \cdot 0,846 \cdot 10^{-3} \text{H} = 0,0181 \text{ H}, \quad (590)$$

$$K_{sk} = \lim_{\alpha_{sk} \rightarrow 0} \frac{\text{sen} \left(K \frac{\alpha_{sk}}{2} \right)}{K \frac{\alpha_{sk}}{2}} = 1. \quad (591)$$

Tomado o valor de indutância de dispersão das barras do rotor (L_{2sb}) a partir dos dados de projeto tem-se:

$$L_{2sb} = \frac{X_{2sb}}{\omega_1} = \frac{0,8824}{377} = 0,0023 \text{ H}. \quad (592)$$

Substituindo os valores em (577) tem-se:

$$K_{tk} = 1 - \frac{0,846 \cdot 10^{-3} + 0,0181}{0,846 \cdot 10^{-3} + 0,0181 + 0,0023 + 0,846 \cdot 10^{-3}(0)} \quad (593)$$

$$= 0,1076.$$

Segundo (CHRISTOFIDES, 1965) é necessário ainda calcular as variáveis auxiliares:

$$\beta_k = K \frac{\pi t_r}{2 \tau_p}. \quad (594)$$

Substituindo para a máquina em estudo tem-se:

$$\beta_k = K \frac{\pi t_r}{2 \tau_p} = 18 \frac{\pi 0,0058}{2 0,0754} = 2,158.$$

Agora pode-se obter o fator de atenuação das pulsações do fluxo do dente do rotor por (CHRISTOFIDES, 1965):

$$K_{dk} = K_{tk} \frac{t_r \operatorname{sen}(\beta_k)}{b_{tr} \beta_k}. \quad (595)$$

Resolvendo para o caso da máquina em questão fica;

$$K_{dk} = 0,1076 \frac{0,0058 \operatorname{sen}(2,158)}{0,0034 \cdot 2,158} = 0,0706.$$

Então a pulsação de indução nos dentes, já amortecida pela gaiola, resulta:

$$B_{prD} = B_{pr} K_{dk}. \quad (596)$$

Ao substituir valores é encontrada a amplitude das oscilações amortecida.

$$B_{prD} = 0,1624 \cdot 0,0706 = 0,0115 \text{ T.}$$

Conhecendo-se a amplitude das pulsações, a frequência e a qualidade do ferro podem-se obter as perdas correspondentes por unidade de massa e total nos dentes do rotor.

$$P_{p0ruD} = C_{ep} \left(\frac{B_{prD}}{B_{ens}} \right)^2 \left(\frac{f_{pr}}{f_{ens}} \right)^2, \quad (597)$$

$$P_{por} = P_{p0ruD} G_{tr}. \quad (598)$$

A substituição dos valores traz:

$$P_{p0ruD} = 2,76 \left(\frac{0,0115}{1,0} \right)^2 \left(\frac{1080}{60} \right)^2 = 0,1225 \text{ W/kg.}$$

Por comparação aos dentes do estator, a massa dos dentes do rotor é:

$$G_{tr} = b_{tr} L_{ax} l_{tr} N_r \rho_{ir} = 0,0034 \cdot 0,100 \cdot 0,0093 \cdot 44 \cdot 7874 = 1,036 \text{ kg}, \quad (599)$$

$$P_{por} = P_{poruD} G_{tr} = 0,1225 \frac{\text{W}}{\text{kg}} 1,036 \text{ kg} = 0,1268 \text{ W}. \quad (600)$$

Percebe-se, então, que as perdas por pulsação nos dentes do rotor são desprezíveis e em pouco afetam o rendimento da máquina. No entanto as correntes induzidas na gaiola, necessárias para esta atenuação, causam perdas Joule na mesma que são consideráveis como é visto a seguir. Se o rotor fosse bobinado as pulsações de fluxo nos dentes existiriam integralmente, porém não haveria perdas adicionais no enrolamento do rotor a vazio.

10.6 Perdas por pulsação de fluxo na gaiola a vazio

Com rotor em gaiola a vazio existem perdas superficiais, pouca perda por pulsação de fluxo magnético nos dentes do rotor e perdas por reação da gaiola às variações de fluxo magnético nos dentes conforme demonstrado por (HELLER; HAMATA, 1977), (BOLDEA; NASAR, 2010). A corrente induzida em cada barra do rotor devida ao campo girante das harmônicas de ranhura com N_s pares de polos vale (HELLER; HAMATA, 1977, p245):

$$I_{bk} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\pi}{\sqrt{2}} K_{c1} g_0 B_{g0} \frac{a_{1s} N_s}{a_{0s} N_r} \frac{1}{(1 + \tau'_{dNs})}. \quad (601)$$

Esta corrente harmônica na gaiola tem uma frequência $f_k = N_s/p f_l$ que causa um aumento da resistência devido ao efeito de profundidade representado pela constante $K_{rk} = 3,4225$ obtido pelos métodos tradicionais já usados neste trabalho.

A potência dissipada na gaiola para esta harmônica vale então:

$$P_{cg0} = I_{bk}^2 R_b K_{rk} N_r. \quad (602)$$

Usando (545) já foi obtido anteriormente $\tau'_{dNs} = 11,43$ e substituindo em (601) obtém-se a corrente numa barra do rotor .

$$I_{bk} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} \frac{\pi}{\sqrt{2}} 1,2603 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3} \cdot 0,7529 \frac{951,536}{261944} \frac{1}{(1 + 11,43)} = 12,16 \text{ A}.$$

$$P_{cg0} = I_{bk}^2 R_b K_{rk} N_r = 12,16^2 \cdot 0,1254 \cdot 10^{-3} \cdot 3,378 \cdot 44 = 5,513 \text{ W}.$$

Finalmente, as perdas suplementares a vazio (P_{suplok}) são a soma das perdas superficiais no rotor, perdas superficiais no estator, perdas por pulsação nos dentes do estator, perdas por pulsação nos dentes do rotor e perdas adicionais na gaiola

$$P_{supl0k} = P_{s0rCorr} + P_{sts0} + P_{p0s} + P_{p0r} + P_{cg0}. \quad (603)$$

Com os valores da máquina em questão tem-se então:

$$P_{supl0k} = 7,992 + 1,972 + 3,308 + 0,122 + 5,513 = 18,91 \text{ W.}$$

Estas perdas a vazio correspondem a 0,86 % da potência nominal da máquina. As perdas, já existentes a vazio são descontadas das perdas no ferro e são amplificadas, uma a uma, para a condição de carga como é visto a seguir.

10.7 Efeitos das harmônicas de degrau e ranhura sobre os campos no entreferro

Sob carga as perdas adicionais ou suplementares são causadas pela ação conjunta das harmônicas de ranhura e das harmônicas de enrolamento (HELLER; HAMATA, 1977, p.247).

As harmônicas de enrolamento (ou de degrau) independem se o entreferro é liso ou não. Elas são produzidas pelos degraus de fmm em função das correntes no estator estarem concentradas em alguns pontos específicos do entreferro. A ordem destas harmônicas mecânicas de fmm do estator é obtida pela relação

$$v = (6C_1 \pm 1)p, \quad (604)$$

onde C_1 é um inteiro positivo (1,2,3...) e p é o número de pares de polos do campo de trabalho.

Para a máquina com $N_s = 36$ têm-se as harmônicas mecânicas $5p, 7p, 11p, 13p, 17p, 19p, 23p, 25p, 29p, 31p, 35p, 37p...$ que correspondem às harmônicas elétricas $h = 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29, 31, 35, 37 \dots$

As harmônicas de ranhura são causadas pela mudança de condutância magnética devido à existência das aberturas das ranhuras. Suas ordens (ou número de pares de polos) são dadas por:

$$v_z = C_1 N_s \pm p. \quad (605)$$

Resultando, para máquina de $N_s = 36$ e $p = 2$, em harmônicas mecânicas 34, 38, 70,74... que correspondem às harmônicas elétricas $h = 17, 19, 35, 37...$

As amplitudes das harmônicas de *fmm* do enrolamento do estator F_v possuem a seguinte relação com a *fmm* principal de p pares de polos (HELLER; HAMATA, 1977, p.247).

$$F_v = F_p \frac{\zeta_v p}{\zeta_p v}, \quad (606)$$

onde ζ_p e ζ_v são, respectivamente, os fatores de enrolamento para a harmônica de trabalho (com p pares de polos) e da harmônica v em análise.

Em geral os fatores de enrolamento são decrescentes conforme a ordem da harmônica cresce. Um caso particular ocorre com as harmônicas de *fmm* de ordem $v = N_s \pm p$ (chamadas de harmônicas de degrau de primeira ordem) em que o seu fator de enrolamento é igual ao da harmônica de trabalho ($\zeta_p = \zeta_v$) (HELLER; HAMATA, 1977). Se o enrolamento for de dupla camada com passo encurtado o fator de enrolamento das outras harmônicas (5, 7, 11, 13...) resultam muito baixos em comparação com a anunciada acima e podem ser desprezadas completamente. Se o enrolamento for de passo pleno a influência da 5ª e 7ª harmônicas deveria ser considerada nas perdas suplementares, no entanto, é suficiente analisar as harmônicas de degrau de primeira ordem $v = N_s \pm p$, pois elas são ondas que tem a mesma velocidade e mesmo sentido de rotação no entreferro que as harmônicas de ranhura de primeira ordem.

Assim, é considerado o efeito combinado das duas ondas que tem $N_s \pm p$ pares de polos e que giram no entreferro com uma velocidade angular em relação ao estator expressa por $\omega_v = \pm \omega_1 / (N_s \pm p)$ (em radianos mecânicos por segundo).

Conforme foi provado por (HELLER; HAMATA, 1977, p.81) as harmônicas de degrau e de ranhura com $N_s - p$ pares de polos se somam enquanto que as de ordem $N_s + p$ se subtraem.

Substituindo-se em (606) a ordem das primeiras harmônicas de degrau e sabendo-se que $\zeta_p = \zeta_v$ pode-se obter a amplitude da indução harmônica de degrau considerando a presença de ranhuras na condutância CC do entreferro (HELLER; HAMATA, 1977, p.81):

$$F_v = F_p \frac{\zeta_v p}{\zeta_p v}, \rightarrow F_{N_s \pm p} = F_p \frac{p}{N_s \pm p}, \rightarrow B_{N_s \pm p} = \mu_0 F_p \frac{p}{N_s \pm p} a'_{0s}. \quad (607)$$

sendo $a'_{0s} = 1/(g_0 K_{c1} K_{c2}) = a_{0s} / K_{c2}$ conforme (140).

Agora é usado o conceito de condutância magnética para obter a indução no entreferro de uma máquina sem ranhuras a vazio (HELLER; HAMATA, 1977, p.81):

$$B_{(N_s \pm p)0} = \frac{\mu_0}{g_0} F_{N_s \pm p} = \mu_0 a'_{0s} K_{c1} K_{c2} F_{N_s \pm p}, \quad (608)$$

$$B_{(N_s \pm p)0} = \mu_0 a'_{0s} F_p \frac{p}{N_s \pm p} K_{c1} K_{c2}. \quad (609)$$

A presença de ranhuras no estator altera a condutância magnética de entreferro o que é levada em conta através das componentes da série. Nesta abordagem considera-se apenas a componente CC e a primeira harmônica da condutância magnética de entreferro. Esta última dá origem a duas ondas de indução que giram em sentidos opostos com a velocidade dada por $\omega_{slot} = \pm \omega_1 / (N_s \pm p)$. Suas amplitudes valem (HELLER; HAMATA, 1977):

$$B_{N_s \pm p} = \mu_0 F_p \frac{a'_{1s}}{2}, \quad (610)$$

onde $a'_{1s} = a_{1s} / K_{c2}$ conforme (141).

É definida a relação entre a indução no entreferro com estator ranhurado e aquela que teria se ele não tivesse ranhuras (HELLER; HAMATA, 1977, p.81). Inicialmente é analisado o caso da harmônica ($N_s + p$) e depois a sua companheira.

$$\xi_{(N_s+p)0} = \frac{B_{N_s+p}}{B_{(N_s+p)0}} = \frac{\mu_0 F_p a'_{0s} \left(\frac{a'_{1s}}{2a'_{0s}} - \frac{p}{N_s + p} \right)}{\mu_0 a'_{0s} F_p \frac{p}{N_s + p} K_{c1} K_{c2}} = \left[\frac{a'_{1s}}{2a'_{0s}} \frac{N_s + p}{p} - 1 \right] \frac{1}{K_c}. \quad (611)$$

No caso da harmônica companheira com ($N_s - p$) pares de polos a sua amplitude, assim como a sua velocidade, tem sinal oposto a de ($N_s + p$) pares, no entanto há uma soma dos efeitos da harmônica de ranhura e de degrau, logo por (HELLER; HAMATA, 1977, p.81) tem-se:

$$\xi_{(N_s-p)0} = \frac{B_{N_s-p}}{B_{(N_s-p)0}} = \frac{-\mu_0 F_p a'_{0s} \left(\frac{a'_{1s}}{2a'_{0s}} + \frac{p}{N_s - p} \right)}{-\mu_0 a'_{0s} F_p \frac{p}{N_s - p} K_{c1} K_{c2}} \quad (612)$$

$$= \left(\frac{a'_{1s}}{2a'_{0s}} \frac{N_s - p}{p} + 1 \right) \frac{1}{K_c}$$

Tendo-se em conta que $a'_{0s} = a_{0s} / K_{c2}$ e que $a'_{1s} = a_{1s} / K_{c2}$ percebe-se que $a'_{1s} / 2a'_{0s} = a_{1s} / 2a_{0s}$. Substituindo-se em (611) e em (612) pode-se obter finalmente:

$$\xi_{(N_s+p)0} = \left(\frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \frac{N_s + p}{p} - 1 \right) \frac{1}{K_{c1}K_{c2}}; \quad (613)$$

$$\xi_{(N_s-p)0} = \left(\frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \frac{N_s - p}{p} + 1 \right) \frac{1}{K_{c1}K_{c2}}. \quad (614)$$

Supondo-se agora que o estator é liso e que o rotor é ranhurado, e que gira com velocidade ω_r em relação ao estator, tem-se a equação da condutância do entreferro por:

$$\lambda_2(\alpha, t) = a_{0r} - \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{nr} \cos[nN_r(\alpha - \alpha_g)], \quad (615)$$

$$\lambda_2(\alpha, t) = a_{0r} - \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{nr} \cos[nN_r(\alpha - \omega_r t)], \quad (616)$$

onde α_g é o ângulo do centro da ranhura do rotor em relação ao ponto em que $\alpha = 0$ [rad. mec.] e ω_r é a velocidade angular do rotor [rad. mec./ s].

A indução gerada no entreferro pela *fmm* do estator com ν pares de polos é expressa por (HELLER; HAMATA, 1977, p.78):

$$B_{gv}(\alpha, t) = \mu_0 F_v a_{0r} \text{sen}(\omega_1 t \mp \nu \alpha) - \frac{\mu_0 F_v}{2} \sum_{n=1}^{n=\infty} a_{nr} \dots \quad (617)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{sen}[(\omega_1 - nN_r \omega_r)t + (nN_r \mp \nu)\alpha] + \\ \text{sen}[(\omega_1 + nN_r \omega_r)t - (nN_r \pm \nu)\alpha] \end{array} \right\}.$$

Como se pode ver, uma única *fmm* girante do estator com ν pares de polos dá origem a um grupo de campos rotativos com $nN_r \mp \nu$ pares de polos com velocidades dadas por (HELLER; HAMATA, 1977):

$$\Omega = \pm \frac{\omega_1 \pm nN_r \omega_r}{nN_r \mp \nu}. \quad (618)$$

Observando (617), pode-se ver que em cada ponto fixo caracterizado por α constante (ex, $\alpha = 0$) a frequência angular das pulsações é dada por $\Omega = \omega_1 \pm nN_r \omega_r$, logo há uma linearidade das pulsações com a velocidade do rotor. Assim, para rotor parado, tem-se $\Omega = \omega_1$, ou seja, as pulsações neste ponto ocorrem com a frequência da rede.

Para o caso mais geral, em que há ranhuras no estator e no rotor, a indução no entreferro é modelada pelo produto da *fmm* do estator pelo termo CC da condutância, pelo termo devido à primeira harmônica de condutância devido ao ranhuramento do estator e pelo

termo devido à primeira harmônica de condutância devido às ranhuras do rotor (HELLER; HAMATA, 1977, p.78).

$$B_{gv}(\alpha, t) = \mu_0 F_v a'_{0s} \text{sen}(\omega_1 t \mp v\alpha) \dots$$

$$- \frac{\mu_0 F_v}{2} a'_{1s} \{ \text{sen}[\omega_1 t + (N_s \mp v)\alpha] + \text{sen}[\omega_1 t - (N_s \pm v)\alpha] \} - \frac{\mu_0 F_v}{2} a'_{1r} \dots$$

$$\{ \text{sen}[(\omega_1 - N_r \omega_r)t + (N_r \mp v)\alpha] + \text{sen}[(\omega_1 + N_r \omega_r)t - (N_r \pm v)\alpha] \}, \quad (619)$$

onde as amplitudes das harmônicas de condutância, já parcialmente definidas antes por (140), (141), (142), são lembradas aqui

$$a'_{0s} = \frac{1}{g_0 K_{c1} K_{c2}}, \quad (620)$$

$$a'_{1s} = \frac{a_{1s}}{K_{c2}}, \quad (621)$$

$$a'_{1r} = \frac{a_{1r}}{K_{c1}}. \quad (622)$$

10.8 Fatores de amplificação das perdas suplementares com carga

10.8.1 Relações entre campos com e sem ranhuramento

Feitas estas considerações iniciais e suprimindo-se alguns passos encontrados em (HELLER; HAMATA, 1977) pode-se finalmente abordar os fatores de ampliação das perdas suplementares com carga em relação com as que já existem a vazio.

Da seção anterior concluiu-se que o ranhuramento, mesmo a vazio, causa uma soma entre a harmônica de degrau e de ranhura de ordem $\nu = N_s - p$ na proporção de $\xi_{(N_s-p)0} : 1$ em relação à situação de rotor liso onde (HELLER; HAMATA, 1977, p.82):

$$\xi_{(N_s-p)0} = \left(1 + \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \frac{N_s - p}{p} \right) \frac{1}{K_{c1} K_{c2}}. \quad (623)$$

De maneira análoga foi provado que há uma redução do campo resultante para $\nu = N_s + p$ na proporção de $\xi_{(N_s+p)0} : 1$ onde (HELLER; HAMATA, 1977, p.81):

$$\xi_{(N_s+p)0} = \left(1 - \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \frac{N_s + p}{p} \right) \frac{1}{K_{c1} K_{c2}}. \quad (624)$$

Quando a máquina está sob carga estas razões entre campos com ranhura e sem ranhura devem ser substituídas por (HELLER; HAMATA, 1977, p.249):

$$\xi_{(N_s-p)n} = \frac{B_{(N_s-p)n}}{B_{(N_s-p)0}} \quad (625)$$

$$= \frac{1}{K_c} \left[1 + 2\text{sen}\varphi \frac{I_0}{I_n} \frac{N_s - p}{p} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} + \left(\frac{I_0}{I_n} \frac{N_s - p}{p} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \right)^2 \right]^{1/2},$$

$$\xi_{(N_s+p)n} = \frac{B_{(N_s+p)n}}{B_{(N_s+p)0}} \quad (626)$$

$$= \frac{1}{K_c} \left[1 - 2\text{sen}\varphi \frac{I_0}{I_n} \frac{N_s + p}{p} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} + \left(\frac{I_0}{I_n} \frac{N_s + p}{p} \frac{a_{1s}}{2a_{0s}} \right)^2 \right]^{1/2},$$

onde I_0/I_n representa a corrente a vazio em relação à corrente com carga e φ o ângulo da corrente em relação à tensão sob carga.

Cada perda suplementar tem uma ampliação diferente com a carga de acordo com seu tipo, conforme é visto a seguir.

10.8.2 Perdas superficiais no rotor

Enrolamento do estator com dupla camada e passo encurtado a 80% do passo polar

Neste caso as harmônicas de indução de menor ordem ($5p$, $7p$, $11p$...) são desprezíveis e basta considerar apenas as harmônicas de $(N_s \pm p)$ pares de polos. Para a condição a vazio, passo encurtado, tem-se a seguinte proporcionalidade (HELLER; HAMATA, 1977, p.249):

$$P_{sr0CP} \propto F_{p0}^2 \left[\left(\frac{p}{N_s - p} \right)^2 \xi_{(N_s-p)0}^2 + \left(\frac{p}{N_s + p} \right)^2 \xi_{(N_s+p)0}^2 \right], \quad (627)$$

onde F_{p0} é a força magnetomotriz do estator que é proporcional à corrente a vazio.

Para a condição com carga as perdas superficiais são modificadas para (HELLER; HAMATA, 1977, p.249):

$$P_{srnCP} \propto F_{pn}^2 \left[\left(\frac{p}{N_s - p} \right)^2 \xi_{(N_s-p)n}^2 + \left(\frac{p}{N_s + p} \right)^2 \xi_{(N_s+p)n}^2 \right]. \quad (628)$$

Guardando estas proporcionalidades e sabendo que $\frac{F_{pn}}{F_{p0}} = \frac{I_n}{I_0}$ pode-se afirmar que a relação entre as perdas sob carga e entre as perdas a vazio no caso de passo encurtado é obtida por (HELLER; HAMATA, 1977, p.250), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.310):

$$C_{sCP}(i) = \frac{P_{srnCP}(i)}{P_{sr0CP}} \quad (629)$$

$$= \left(\frac{I_n(i)}{I_0} \right)^2 \frac{\left(\frac{p}{N_s - p} \right)^2 \xi_{(N_s - p)n}^2 + \left(\frac{p}{N_s + p} \right)^2 \xi_{(N_s + p)n}^2}{\left(\frac{p}{N_s - p} \right)^2 \xi_{(N_s - p)0}^2 + \left(\frac{p}{N_s + p} \right)^2 \xi_{(N_s + p)0}^2},$$

onde C_{sCP} = constante de amplificação de superficiais com carga para passo encurtado, P_{sr0CP} = perdas superficiais no rotor a vazio com passo encurtado; P_{srnCP} = perdas superficiais no rotor com carga com passo encurtado;

Para o caso de passo encurtado, com harmônicas $5p$ e $7p$ desprezíveis, basta multiplicar as perdas superficiais a vazio pelo fator de ampliação com carga.

$$P_{srnCP}(i) = C_{sCP}(i) P_{sr0CP}. \quad (630)$$

Enrolamento do estator com passo pleno

Quando o enrolamento é de passo pleno, especialmente quando o número de ranhuras por polo e fase é pequeno, as harmônicas mais baixas não podem ser negligenciadas no cálculo das perdas superficiais no rotor. Para levá-las em conta necessita-se conhecer a amplitude e a frequência de cada uma delas. Sabendo-se que o escorregamento do rotor (com este próximo da velocidade síncrona) em relação ao campo girante de uma das harmônicas vale $s_v = 1 - \frac{v}{p}$ pode-se obter $f_v = s_v f_1$.

As perdas superficiais, como já foi visto em (494) e (495), ferro são proporcionais ao quadrado da indução e da frequência e inversamente proporcionais à ordem da harmônica logo, para uma dada harmônica v , tem-se (HELLER; HAMATA, 1977, p.230):

$$P_{sv} \propto \frac{B_v^2}{v} f_v^2 \propto \frac{B_v^2}{v} (s_v f_1)^2. \quad (631)$$

As frequências das correntes induzidas no rotor pela harmônica $-5p$ e $7p$ são $s_{5p} = 1 - \frac{-5p}{p} = 6$ e $s_{7p} = |1 - \frac{7p}{p}| = 6$ e as frequências $f_{5p} = 6f_1$ e $f_{7p} = 6f_1$.

As perdas superficiais devidas a cada uma delas têm a seguinte proporção:

$$P_{s5p} \propto \frac{B_5^2 (6f_1)^2}{5p}, \quad (632)$$

$$P_{s7p} \propto \frac{B_7^2 (6f_1)^2}{7p}. \quad (633)$$

A harmônica de indução no entreferro pode ser obtida pela indução do campo de trabalho a vazio B_{g1} por (HELLER; HAMATA, 1977, p.251):

$$B_v = B_{g1} \frac{p \zeta_v I_n}{v \zeta_1 I_0}. \quad (634)$$

Assim as perdas causadas pelas harmônicas de fmm 5p e 7p são proporcionais a (HELLER; HAMATA, 1977, p.251):

$$(P_{s5p} + P_{s7p}) \propto (6f)^2 \frac{B_{g1}^2}{p} \left(\frac{I_n}{I_0} \right)^2 \left[\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1} \right)^2 \frac{1}{5^3} + \left(\frac{\zeta_7}{\zeta_1} \right)^2 \frac{1}{7^3} \right]. \quad (635)$$

De maneira análoga as perdas superficiais criadas pelas harmônicas de degrau de $(N_s \pm p)$ pares de polos são proporcionais a (HELLER; HAMATA, 1977, p.251):

$$(P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n}) \propto \left(\frac{N_s}{p} f \right)^2 \frac{B_{g1}^2}{p} \left(\frac{I_n}{I_0} \right)^2 \left[\frac{1}{\left(\frac{N_s-p}{p} \right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{N_s+p}{p} \right)^3} \right], \quad (636)$$

onde $\frac{I_n}{I_0}$ é a relação entre a corrente de estator com carga (para um dado escorregamento (i)) e a corrente de estator a vazio.

Usando as proporções acima se chega de imediato à expressão para as perdas superficiais com enrolamento de passo pleno (HELLER; HAMATA, 1977, p.251):

$$P_{srnFP}(i) = (P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n})(i) + (P_{s5n} + P_{s7n})(i), \quad (637)$$

$$P_{srnFP}(i) = (P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n})(i) \left[1 + \frac{(P_{s5n} + P_{s7n})(i)}{(P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n})(i)} \right], \quad (638)$$

$$P_{srnFP}(i) = (P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n})(i) \cdot$$

$$\left[1 + \frac{6^2 \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1} \right)^2 \frac{1}{5^3} + \left(\frac{\zeta_7}{\zeta_1} \right)^2 \frac{1}{7^3}}{\left(\frac{N_s}{p} \right)^2 \left(\frac{p}{N_s-p} \right)^3 + \left(\frac{p}{N_s+p} \right)^3} \right], \quad (639)$$

$$P_{srnFP}(i) = (P_{s(N_s-p)n} + P_{s(N_s+p)n})(i) C_{h57}. \quad (640)$$

Assim as perdas superficiais totais no rotor com carga, com passo pleno, podem ser finalmente calculadas por:

$$P_{SrnFP}(i) = P_{SrnCP}(i)C_{h57} = P_{Sr0CP} C_{SCP}(i)C_{h57}. \quad (641)$$

onde $P_{S5n} + P_{S7n}$ são perdas superficiais adicionais com carga devidas às harmônicas com $5p$ e $7p$ pares de polos, $P_{S(N_s-p)n} + P_{S(N_s+p)n}$ são as perdas superficiais no rotor com carga desprezando as harmônicas de fmm de enrolamento $5p$ e $7p$ obtidas usando (628) e C_{h57} é a constante de inclusão dos efeitos das harmônicas $5p$ e $7p$.

Sabendo-se que os fatores de enrolamento são $\zeta_1 = 0,9598$, $\zeta_5 = 0,2176$ e $\zeta_7 = -0,1774$ e substituindo em (631) tem-se:

$$C_{h57} = \left[1 + \frac{6^2}{\left(\frac{N_s}{p}\right)^2} \frac{\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \frac{1}{5^3} + \left(\frac{\zeta_7}{\zeta_1}\right)^2 \frac{1}{7^3}}{\frac{1}{\left(\frac{N_s-p}{p}\right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{N_s+p}{p}\right)^3}} \right] \quad (642)$$

$$C_{h57} = \left[1 + \frac{36}{(18)^2} \frac{\left(\frac{0,2176}{0,9598}\right)^2 \frac{1}{5^3} + \left(\frac{0,1774}{0,9598}\right)^2 \frac{1}{7^3}}{\frac{1}{\left(\frac{36-2}{2}\right)^3} + \frac{1}{\left(\frac{36+2}{2}\right)^3}} \right] = 1,1624.$$

Então as perdas superficiais, considerando as harmônicas $5p$ e $7p$ da fmm do estator sob estudo ficam, para cada escorregamento, apenas 16,24% maiores do que as que teriam se o enrolamento fosse de dupla camada com passo encurtado.

$$P_{SrnFP}(i) = P_{SrnCP}(i) C_{h57} = P_{SrnCP}(i) 1,1624. \quad (643)$$

As curvas referentes às perdas são mostradas de forma conjunta na Figura 72.

10.8.3 Perdas por pulsações nos dentes do rotor

Segundo (HELLER; HAMATA, 1977) cabem as mesmas considerações entre as perdas por pulsações nos dentes do rotor entre vazio e com carga como as que foram vistas para as perdas superficiais no rotor. Assim, tem-se para cada escorregamento:

$$P_{prnCP}(i) = P_{por} C_{SCP}(i), \quad (644)$$

$$P_{prnFP}(i) = P_{prnCP}(i)C_{h57}. \quad (645)$$

Da mesma forma os valores são postos em função do escorregamento na Figura 72.

10.8.4 Perdas adicionais na gaiola do rotor

Há novamente dois casos a considerar com relação ao tipo de enrolamento do estator: Dupla camada com passo encurtado ou passo pleno

a) Enrolamento de dupla camada com passo encurtado a 80%

Neste caso basta usar o mesmo fator de ampliação já usado anteriormente para as perdas superficiais e por pulsação nos dentes do rotor adequados para esta situação.

$$P_{cgnCP}(i) = P_{cgo} \cdot C_{SCP}(i), \quad (646)$$

onde P_{cgo} são as perdas por harmônicas na gaiola a vazio e P_{cgnCP} são estas perdas sob carga com passo encurtado.

b) Enrolamento de camada dupla e passo pleno ou camada única

Se uma harmônica de fmm do estator com ν pares de polos e com amplitude F_ν age num rotor a corrente induzida $I_{2\nu}$ é proporcional a (HELLER; HAMATA, 1977, p.252):

$$I_{2\nu} \propto \frac{\nu F_\nu}{1 + \tau_{2\nu}}, \quad (647)$$

onde $\tau_{2\nu}$ é o coeficiente de dispersão do rotor para esta harmônica.

O acréscimo de potência dissipada no rotor devido a esta harmônica de corrente é proporcional a:

$$P_{cgv} \propto (I_{2\nu})^2 K_{R\nu}, \quad (648)$$

onde $K_{R\nu}$ é o coeficiente de variação da resistência com a frequência correspondente ao escorregamento $S_\nu = 1 \pm \nu/p$.

Fazendo a substituição de (647) em (648) e considerando que, para as harmônicas de fmm do estator com $5p$ e $7p$ pares de polos, é possível substituir o coeficiente de dispersão do rotor pelo coeficiente de dispersão diferencial referido ao campo indutor de ν pares de polos, tem-se (HELLER; HAMATA, 1977, p.252).

$$P_{cgv} \propto \left(\frac{vF_v}{1 + \tau_{2dv}} \right)^2 K_{Rv} \propto \frac{(\zeta_v)^2}{(1 + \tau_{2dv})^2} K_{Rv}, \quad (649)$$

onde o coeficiente de dispersão diferencial do rotor com N_r barras referidos ao campo indutor é obtido por (HELLER; HAMATA, 1977, p.253).

$$\tau_{2dv} = \frac{\left(v \frac{\pi}{N_r} \right)^2}{\left(\text{sen} \left(v \frac{\pi}{N_r} \right) \right)^2} - 1 = \frac{\left(v \frac{\alpha_r}{2} \right)^2}{\left(\text{sen} \left(v \frac{\alpha_r}{2} \right) \right)^2} - 1. \quad (650)$$

Substituindo em (650) a harmônica genérica pelos valores de interesse e depois em (649) obtém-se as seguintes proporcionalidades:

$$P_{cg5} \propto \frac{(\zeta_5)^2}{(1 + \tau_{2d5})^2} K_{R5}, \quad (651)$$

$$P_{cg7} \propto \frac{(\zeta_7)^2}{(1 + \tau_{2d7})^2} K_{R7}, \quad (652)$$

$$P_{cg(N_s-p)} \propto \frac{(\zeta_1)^2 K_{R(N_s-p)}}{(1 + \tau_{2d(N_s-p)})^2}, \quad (653)$$

$$P_{cg(N_s+p)} \propto \frac{(\zeta_1)^2 K_{R(N_s+p)}}{(1 + \tau_{2d(N_s+p)})^2}. \quad (654)$$

Finalmente as perdas adicionais totais na gaiola, considerando os dois conjuntos de harmônicas, são calculadas por aquelas obtidas sem as harmônicas $5p$ e $7p$ multiplicadas pelo coeficiente a ser visto a seguir (HELLER; HAMATA, 1977, p253):

$$P_{cgnFP} = (P_{cg(N_s-p)} + P_{cg(N_s+p)}) + (P_{cg5} + P_{cg7}), \quad (655)$$

$$P_{cgnFP} = (P_{cg(N_s-p)} + P_{cg(N_s+p)}) \cdot$$

$$\left[1 + \frac{\frac{(\zeta_5)^2 K_{R5}}{(1 + \tau_{2d5})^2} + \frac{(\zeta_7)^2 K_{R7}}{(1 + \tau_{2d7})^2}}{\frac{(\zeta_1)^2 K_{R(N_s-p)}}{(1 + \tau_{2d(N_s-p)})^2} + \frac{(\zeta_1)^2 K_{R(N_s+p)}}{(1 + \tau_{2d(N_s+p)})^2}} \right], \quad (656)$$

Adotando umas simplificações onde $\tau_{2d(N_s-p)} \cong \tau_{2d(N_s+p)} \cong \tau_{2dN_s}$, $K_{R5} \cong K_{R7} \cong K_{R6}$, $\tau_{d5} \cong \tau_{d7} \cong \tau_{d6}$ e $\zeta_7 \cong \zeta_5$ obtém-se:

$$C_{cg57} = 1 + \frac{\frac{(\zeta_5)^2 K_{R6}}{(1 + \tau_{2d6})^2} + \frac{(\zeta_5)^2 K_{R6}}{(1 + \tau_{2d6})^2}}{\frac{(\zeta_1)^2 K_{RN_s}}{(1 + \tau_{2dN_s})^2} + \frac{(\zeta_1)^2 K_{RN_s}}{(1 + \tau_{2dN_s})^2}} = 1 + \frac{(\zeta_5)^2 k_{R6} (1 + \tau_{2dN_s})^2}{(\zeta_1)^2 k_{RN_s} (1 + \tau_{2d6})^2}. \quad (657)$$

Sabendo-se que a relação entre os coeficientes de variação da resistência são proporcionais à raiz da razão das frequências ($K_{R6} / K_{RN_s} = \sqrt{(6p/N_s)}$) obtém-se finalmente o fator de inclusão da 5ª e 7ª harmônicas de *fmm* nas perdas adicionais na gaiola a vazio (HELLER; HAMATA, 1977, p.253).

$$C_{cg57} = 1 + \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{N_s} \left(\frac{1 + \tau_{2dN_s}}{1 + \tau_{2d6}}\right)^2}, \quad (658)$$

onde

$$\tau_{2d6} = \frac{\left(6p \frac{\pi}{N_r}\right)^2}{\left(\text{sen}\left(6p \frac{\pi}{N_r}\right)\right)^2} - 1, \quad (659)$$

$$\tau_{2dN_s} = \frac{\left(N_s \frac{\pi}{N_r}\right)^2}{\left(\text{sen}\left(N_s \frac{\pi}{N_r}\right)\right)^2} - 1, \quad (660)$$

onde $C_{cg57} = \text{const. de mult. das perdas adicionais na gaiola considerando apenas a influência da 5ª e 7ª harmônica de } fmm \text{ do estator.}$

Então as perdas adicionais na gaiola devido às harmônicas de indução ficam:

$$P_{cgnFP} = (P_{cg(N_s-p)} + P_{cg(N_s+p)})C_{cg57} = P_{cgnCP}C_{cg57}, \quad (661)$$

onde P_{cgnFP} = Perdas adicionais na gaiola com carga considerando apenas a influência da 5ª e 7ª harmônica de *fmm* do estator.

Se for desejado calcular diretamente em função das perdas na gaiola a vazio a expressão é modificada para (HELLER; HAMATA, 1977,p.254), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.311).

$$P_{cgnFP}(i) = P_{cg0}C_{sCP}(i) \left[1 + \frac{\left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{N_s} \left(\frac{1 + \tau_{2dN_s}}{1 + \tau_{2d6}}\right)^2}}{\frac{\xi_{(N_s-p)n}^2 + \xi_{(N_s+p)n}^2}{2}} \right]. \quad (662)$$

Na dedução de (662) não foi considerado que as harmônicas de $5p$ e $7p$ pares de polos fecham seus caminhos através do jugo do estator e dos dentes do rotor os quais já trabalham saturados pela ação da fundamental. Em tal caso a permeabilidade naquele ponto da curva BH a ser considerada nos cálculos destas harmônicas deve ser a reversível e não a

absoluta. Como a permeabilidade reversível é bem menor do que a absoluta isto causa um aparente acréscimo do comprimento do entreferro para estas harmônicas de, pelo menos, a metade. Também, no cálculo do coeficiente de dispersão diferencial τ_{2dN_s} , deve-se levar em conta a saturação resultando em um valor de 30 a 50% menor (HELLER; HAMATA, 1977, p.254). Para introduzir estas correções o denominador 1/2 ao passar para o numerador é multiplicado por um fator de saturação em torno de $K_{sat} \cong 0,2$ ficando finalmente (HELLER; HAMATA, 1977, p.254), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.311):

$$P_{cgnFP}(i) = P_{cg0} C_{SCP}(i) \left[1 + \frac{2K_{sat} \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{N_s}} \left(\frac{1 + \tau_{2dN_s}}{1 + \tau_{2d6}}\right)^2}{\left[\xi_{(N_s-p)n}^2 + \xi_{(N_s+p)n}^2\right](i)} \right], \quad (663)$$

$$P_{cgnFP}(i) = P_{cg0} C_{SCP}(i) C_{cg57a}, \quad (664)$$

onde P_{cg0} = perdas adicionais na gaiola a vazio; C_{SCP} = constante de amplificação de perdas superficiais com carga para passo encurtado; C_{cg57a} = Constante de correção das perdas na gaiola considerando a 5ª e a 7ª harmônica de f_{mm} do estator e o efeito da saturação no coeficiente de dispersão diferencial τ_{2dN_s} .

Para o caso em questão tem-se:

$$\tau_{2d6} = \frac{\left(6p \frac{\pi}{N_r}\right)^2}{\left[\text{sen}\left(6 \cdot p \frac{\pi}{N_r}\right)\right]^2} - 1 = \frac{\left(6 \cdot 2 \frac{\pi}{44}\right)^2}{\left[\text{sen}\left(6 \cdot 2 \frac{\pi}{44}\right)\right]^2} - 1 = 1,2853 - 1 = 0,2853,$$

$$\tau_{2dN_s} = \frac{\left(N_s \frac{\pi}{N_r}\right)^2}{\left[\text{sen}\left(N_s \frac{\pi}{N_r}\right)\right]^2} - 1 = \frac{\left(36 \frac{\pi}{44}\right)^2}{\left[\text{sen}\left(36 \frac{\pi}{44}\right)\right]^2} - 1 = 21,60,$$

$$C_{cg57a}(i) = 1 + \frac{2K_{sat} \left(\frac{\zeta_5}{\zeta_1}\right)^2 \sqrt{\frac{6p}{N_s}} \left(\frac{1 + \tau_{2dN_s}}{1 + \tau_{2d6}}\right)^2}{\left[\xi_{(N_s-p)n}^2 + \xi_{(N_s+p)n}^2\right](i)}, \quad (665)$$

$$C_{cg57a}(i) = 1 + \frac{0,4 \left(\frac{0,2176}{0,9598}\right)^2 \sqrt{\frac{6 \cdot 2}{36}} \left(\frac{1 + 21,60}{1 + 0,2853}\right)^2}{\left[\xi_{(N_s-p)n}^2 + \xi_{(N_s+p)n}^2\right](i)},$$

$$C_{cg57a}(i) = 1 + \frac{3,668}{\left[\xi_{(N_s-p)n}^2 + \xi_{(N_s+p)n}^2\right](i)}, \quad (666)$$

onde i é o índice que determina o escorregamento e o valor da corrente de estator.

As perdas superficiais e por pulsos nos dentes do estator sob carga são menos importantes porque o rotor, sendo liso, causa pouca variação de indução nestas partes. A metodologia adotada foi semelhante à usada para enrolamento de passo encurtado no estator, onde somente foram consideradas as harmônicas de degrau e de ranhura. Neste caso foram reutilizadas as equações (623), (624), (625) e (626) fazendo somente as seguintes substituições: N_r por N_s , a_{0r} por a_{0s} , a_{1r} por a_{1s} . (BOLDEA; NASAR, 2010, p.310).

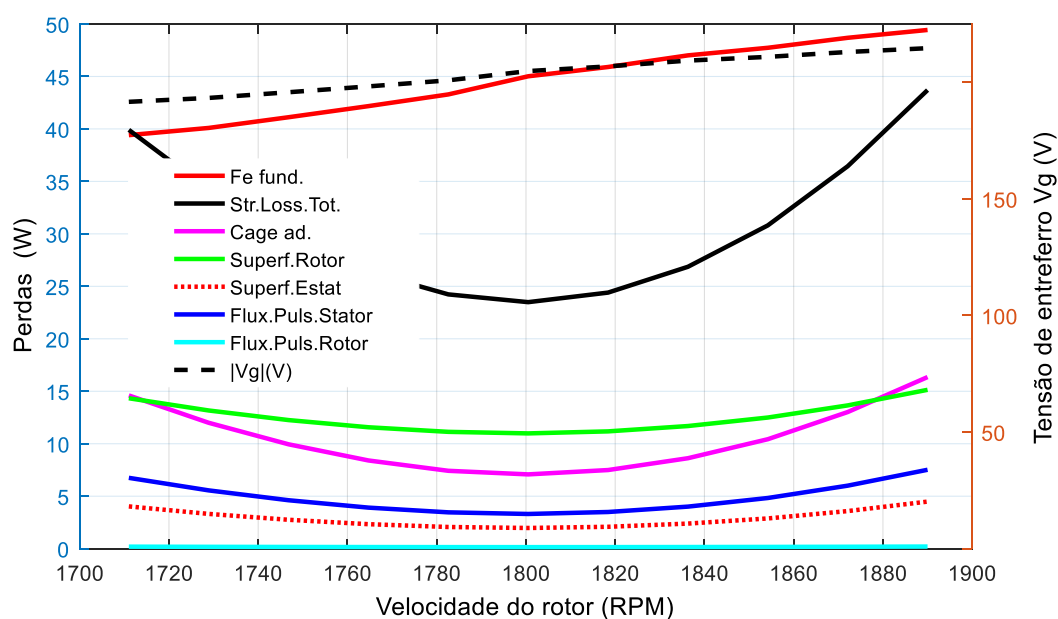
As curvas das perdas suplementares na gaiola juntamente com as anteriores, e com as perdas no ferro na frequência fundamental, estão apresentadas na Figura 72.

10.8.5 Conclusões sobre as perdas suplementares com carga

A Figura 72 mostra inicialmente o crescimento da tensão de entreferro com o crescimento da velocidade e o consequente crescimento quadrático das perdas no ferro na frequência fundamental. Nesta máquina as perdas no ferro se mantêm sempre superiores às perdas suplementares o que é natural porque ocorrem em todo o pacote magnético enquanto as perdas suplementares ocorrem mais nas partes próximas ao entreferro.

A figura também mostra que as perdas suplementares mais importantes são as perdas superficiais no rotor e as perdas adicionais na gaiola. As perdas por pulsação de fluxo nos dentes do rotor são desprezíveis uma vez que as correntes induzidas no circuito fechado da gaiola, pela Lei de Lenz, tendem a impedir a variação do fluxo nos dentes.

Figura 72 - Perdas no ferro e suplementares em função da velocidade



Fonte: Autor.

As perdas superficiais no estator e por pulsação nos seus dentes, apesar do rotor ser liso, foram geradas pela variação de condutância magnética na superfície do rotor devido às diferenças de permeabilidade dos dentes e das pontes das ranhuras fechadas. Isto é natural, porque uma das razões do uso de ranhuras fechadas no rotor é justamente reduzir as perdas superficiais no estator.

Concluindo, as perdas suplementares ficaram aproximadamente proporcional ao quadrado do escorregamento devido ao aumento das correntes em todos os circuitos.

Na situação a vazio elas eram bem inferiores às perdas no ferro na frequência fundamental, porém à plena carga, como motor, assumiram valores bem próximos. Como gerador as perdas no ferro se destacaram devido ao crescimento do fluxo fundamental de entreferro.

11 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, além das considerações já vistas com relação às reatâncias de magnetização e de dispersão e às resistências série, são incluídos os estudos analíticos sobre as perdas suplementares.

11.1 Introdução

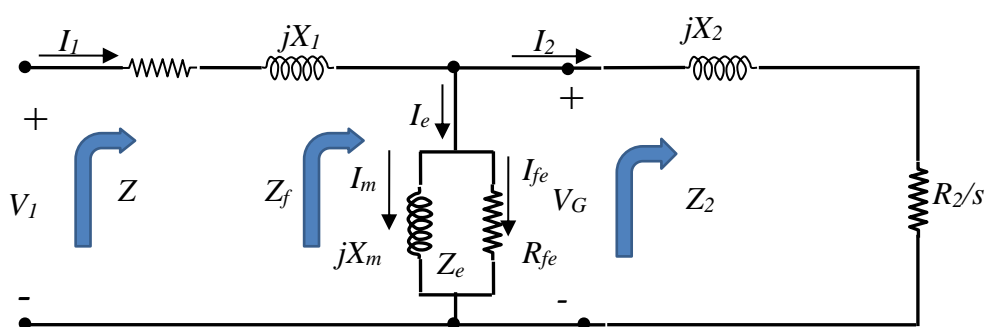
Os resultados das simulações obtidas pelo modelo clássico e pelo modelo proposto, agora incluindo as perdas suplementares detalhadas no capítulo 10, são analisados e discutidos e finalmente são comparados com os resultados experimentais.

11.2 Modelo clássico da máquina de indução

A máquina de indução, pelo método clássico, é modelada para regime permanente senoidal conforme a Figura 73. Em particular se pode dizer que os parâmetros são levantados pelos ensaio de rotor bloqueado e ensaio a vazio (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004). Nos casos de haver diferenças entre temperatura e frequência entre os estes ensaios e a situação sob carga são feitas as correções dos valores incluindo também o efeito de barras profundas.

A resistência de perdas no núcleo e a reatância de magnetização são tomadas como constantes e iguais aos valores obtidos no ensaio a vazio sob tensão e frequência nominais.

Figura 73 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente com as reatâncias de magnetização e de dispersão constantes.



Fonte: Autor.

É importante salientar que não está prevista nestes procedimentos a consideração de ranhuras fechadas no rotor uma vez que a reatância do rotor é assumida como um valor constante. As perdas suplementares à plena carga foram assumidas como 1,8% da potência

nominal (para esta faixa de potência) e os outros valores considerados proporcionais ao quadrado da corrente do rotor conforme seção 5.7.4 de (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004). Estas perdas suplementares neste modelo são consideradas conjuntamente com as perdas mecânicas para obter a potência no eixo.

11.3 Modelo proposto com ranhuras fechadas e perdas suplementares

No modelo proposto a reatância de magnetização é considerada variável com a tensão de entreferro e é obtida pelo ensaio a vazio. As resistências são corrigidas pela temperatura de operação assim como o efeito de profundidade é levado em conta na impedância do rotor. Também é levado em conta o efeito das correntes interbarras sobre a resistência e reatância da gaiola.

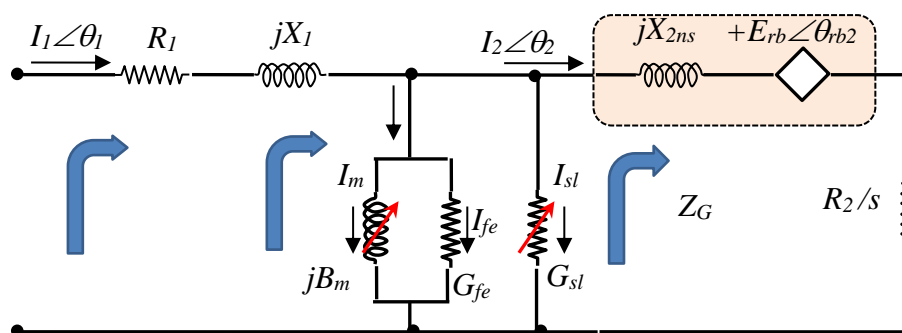
A reatância de dispersão do estator é tomada como fixa e a reatância do rotor, profundamente variável com a saturação da ponte da ranhura do rotor, é desdobrada numa reatância não-saturável em série com uma fonte de tensão dependente de corrente conforme capítulos 7 e 8. O valor extremamente variável da reatância do rotor é indesejado por quem deseja modelar a máquina pois inseriria uma curva (ou uma equação) para descrevê-la e exigiria mais um processo iterativo a cada instante de tempo para descobrir o seu valor. Na verdade, já existia um laço iterativo para obter a reatância de magnetização porém este é de rápida convergência pois a faixa de valores não é muito larga. A Figura 76 é, então, uma adaptação do modelo da Figura 75 para incluir estas considerações do rotor e a condutância de perdas suplementares ligada em paralelo com o ramo de excitação.

A condutância de perdas suplementares também é variável com o escorregamento, porém de uma maneira indireta que não pode ser explicitada por uma simples equação.

As perdas são calculadas analiticamente em cada escorregamento e é atribuído um valor para a condutância de forma a modelar estas perdas adicionais.

No ensaio a vazio, a maior parte das perdas atribuídas ao ferro (perdas por correntes de Foucault e perdas por histerese magnética) é considerada como gerada na frequência fundamental. No entanto, a vazio ou mesmo na velocidade síncrona, já existem as chamadas perdas suplementares a vazio criadas pelas harmônicas espaciais conforme visto no capítulo 10.

Figura 74 - Modelo monofásico da máquina de indução trifásica para regime senoidal permanente para ranhuras fechadas no rotor com perdas suplementares



Fonte: Autor.

Nesta presente abordagem, as perdas suplementares a vazio (*no-load stray losses*) são descontadas das perdas no ferro totais obtidas no ensaio a vazio. Assim as perdas no ramo paralelo ficam associadas às perdas no ferro na frequência fundamental (representadas por G_{fe}) e às perdas em frequências superiores (representadas no modelo pela condutância variável G_{sl}).

As perdas no ferro na frequência fundamental seguem a lei da proporcionalidade ao quadrado da tensão de entreferro, enquanto as perdas suplementares dependem dos cálculos executados pelo método analítico do capítulo 9. Estas perdas suplementares sob carga (*on-load stray losses*) são bastante dependentes do quadrado da corrente do estator.

Por este motivo foi testado um modelo com uma pequena resistência adicional em série com o estator (por ser mais lógica), porém não se tornou operacional na simulação, pois introduzia, mesmo em simulações bem simples, uma variável de difícil obtenção criando dificuldades de cálculo. Por esta razão foi mantida uma condutância variável em paralelo com a condutância de perdas no ferro por facilidade de simulação.

A cada escorregamento é calculado um novo valor para a condutância de perdas suplementares e as perdas correspondentes são associadas ao ramo paralelo e não são descontadas na potência de saída no eixo, como ocorre no modelo clássico.

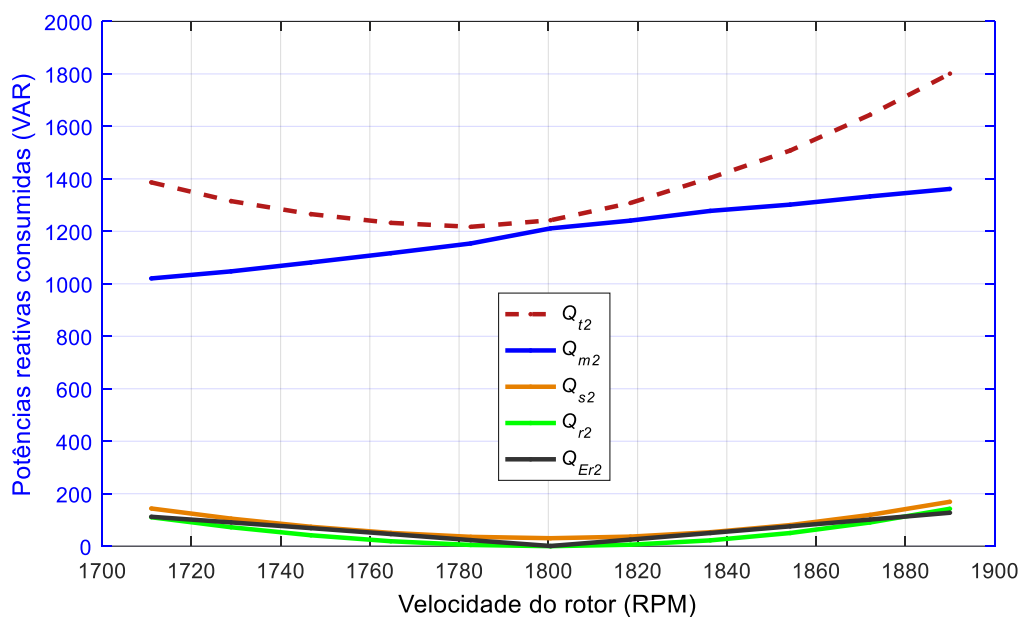
11.4 Comparação da potência reativa absorvida

Antes de realizar as comparações finais são vistas as parcelas que compõe as potências reativas conforme a Figura 75. Uma rápida análise mostra que o maior consumo de energia reativa ocorre no ramo de magnetização. Este consumo vai aumentando desde a

condição de motor à plena carga ($s = 5\%$, 1021 VAR), passando pela velocidade síncrona ($s = 0\%$, 1211 VAR) até a condição de gerador à plena carga ($s = -5\%$, 1362 VAR) totalizando um aumento de 33,4% em relação à condição motor.

Este aumento de consumo de energia reativa no ramo de excitação se deve, em parte, ao aumento da tensão de entreferro (já mostrado na Figura 72).

Figura 75 - Parcelas de potência reativa consumidas no modelo proposto



Fonte: Autor.

Nesta figura tem-se o desdobramento da potência reativa total no método proposto Q_{t2} nas suas parcelas Q_{m2} = potência no ramo de magnetização, Q_{s2} = potência na reatância de dispersão do estator, Q_{r2} = potência na reatância de dispersão não-saturada do rotor e Q_{Er2} = potência na fonte de tensão do rotor E_{rb} .

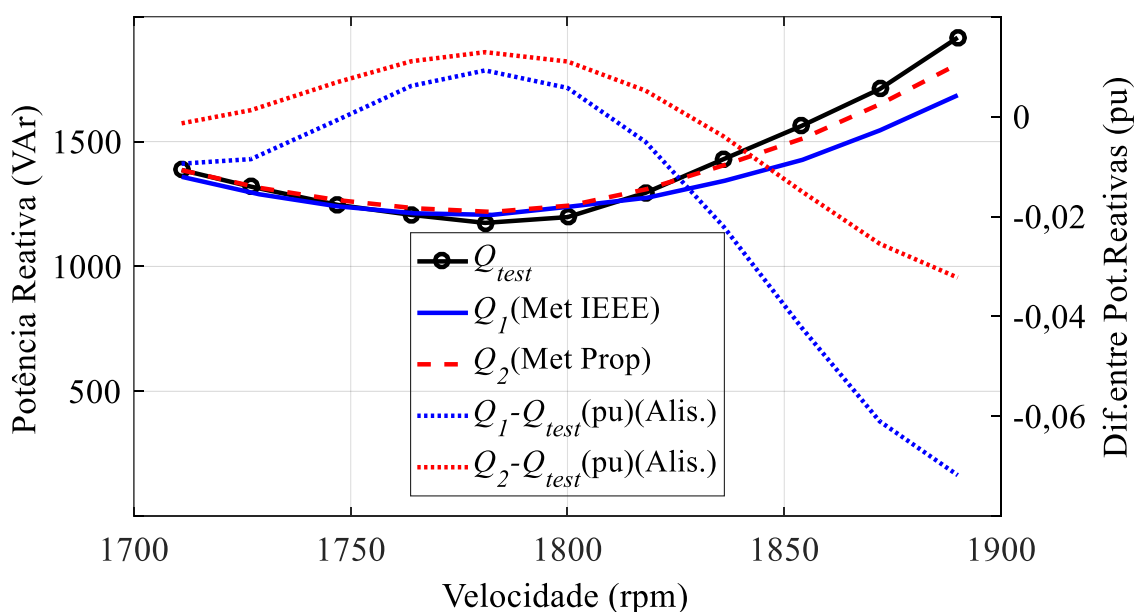
Como a reatância de magnetização diminui com o aumento da velocidade, conforme mostra a Figura 60, isto se constitui numa segunda causa do aumento desta potência. Assim sendo, a potência reativa cresce mais do que quadraticamente em relação à tensão de entreferro. As parcelas relativas às reatâncias de dispersão se mostraram bem menores e são quadráticas em relação às correntes de estator e rotor.

A potência reativa consumida pela fonte de tensão do rotor devida à saturação da ponte da ranhura (E_{rb}) é linear com a corrente de rotor e praticamente linear com o módulo do escorregamento. O valor à plena carga se assemelha aos encontrados nas reatâncias de

dispersão do estator e do rotor. Todas estas parcelas associadas à dispersão do rotor se anulam a vazio e a relativa ao estator fica quase desprezível.

A Figura 76 mostra, de modo comparado entre os métodos analíticos e experimental, os resultados do consumo de potência reativa pelo estator da máquina no funcionamento na região motor, na velocidade síncrona e na região gerador.

Figura 76 - Potências reativas absorvidas entre os dois limites térmicos considerando as perdas suplementares.



Fonte: Autor.

As simulações pelos dois métodos contemplaram as perdas suplementares, cada uma do seu jeito conforme exposto acima.

A curva Q_{test} se refere aos valores experimentais enquanto Q_1 representa os valores obtidos por simulação clássica enquanto Q_2 é a curva gerada pelo método proposto. A curva Q_{test} é tomada com referência para obter os desvios dos resultados simulados. As outras duas curvas são as diferenças (desvios) entre os resultados simulados e os resultados experimentais e são expressas em pu como base nos valores nominais.

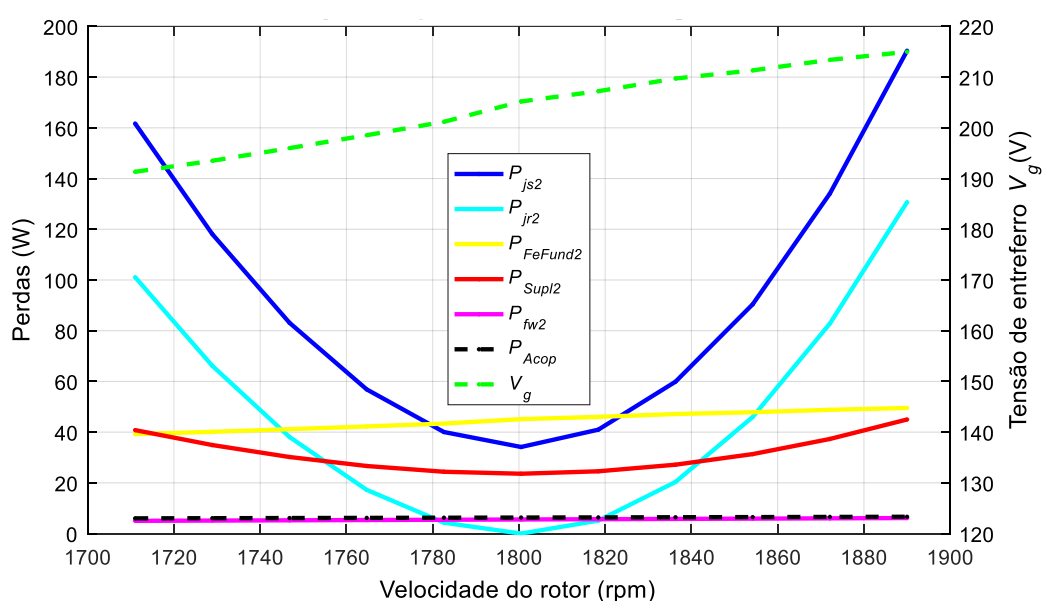
A primeira impressão visual mostra uma boa concordância entre os resultados das duas simulações na região motor, porém ambos apresentam maiores diferenças na região gerador. No escorregamento positivo nominal (5%) o método proposto mostrou um desvio de apenas 0,10% enquanto o clássico registrou -0,94%. Com escorregamento negativo

nominal (-5%) o método proposto teve -3,51% de desvio enquanto o clássico alcançou -7,18% de diferença em relação ao resultado experimental.

11.5 Comparação da potência ativa absorvida e fornecida

A Figura 77 mostra o comportamento da tensão de entreferro e de todas as perdas em função do escorregamento na região motor, na velocidade síncrona e na região gerador.

Figura 77 - Variação das perdas com o escorregamento



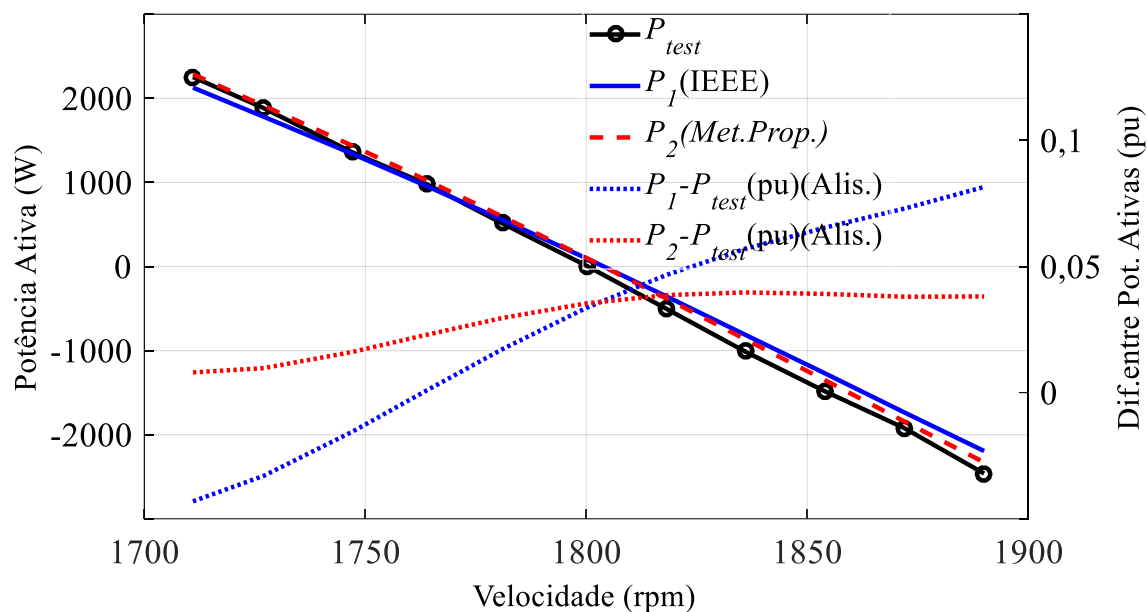
Fonte: Autor.

Como se pode ver, nas regiões de carga mais forte, as perdas no cobre (P_{js2} , P_{jr2}) superam em muito as perdas no ferro (P_{feFund}), as suplementares (P_{Supl2}), as de atrito e ventilação (P_{fw2}) e as perdas no acoplamento (P_{Acop}).

A Figura 78 mostra os resultados do consumo de potência ativa pelo estator da máquina simuladas pelo modelo tradicional, proposto e pelo experimental. Nas duas simulações foram consideradas as perdas suplementares conforme descrição anterior. Numa inspeção visual das curvas de potência ativa percebe-se que os valores obtidos nas duas simulações são muito próximos dos valores lidos no ensaio sob carga.

Atentando para os desvios, observa-se que na região motor à plena carga o desvio foi de 0,80% para o método proposto e -4,31% para o método clássico. Na região de escorregamento negativo (-5%), para o método proposto foi de 3,81% enquanto o clássico apresentou um desvio de 8,15%.

Figura 78 - Potências ativas absorvidas e fornecidas entre os dois limites nominais considerando as perdas suplementares

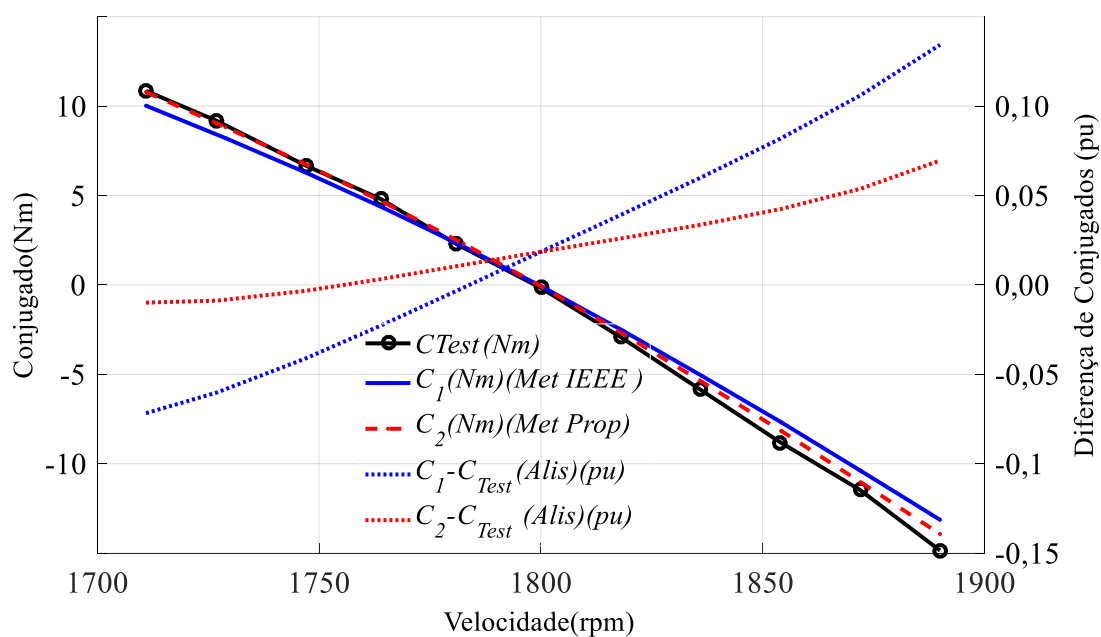


Fonte: Autor.

11.6 Comparação dos conjugados no eixo

Levando-se em conta as perdas suplementares no cálculo do conjugado, obtêm-se as curvas da Figura 79.

Figura 79 - Conjugados experimentais e simulados considerando as perdas suplementares



Fonte: Autor.

Observando-se as curvas de conjugado percebe-se que, de um modo geral, são muito concordantes. Observando-se os desvios em relação ao valor experimental tem-se, na condição motor, - 0,99% para o método proposto e -7,17% para o método clássico enquanto na condição gerador, à plena carga, observa-se um desvio de 6,95% para o método proposto e 13,43% para o método clássico.

11.7 Diferenças dos resultados considerando ou não as perdas suplementares

Ao observar as figuras do capítulo 8 e do capítulo 10 percebe-se que são muito semelhantes sendo que as diferenças se devem à consideração ou não das perdas suplementares. Na Tabela 13 são apresentados os valores destas perdas para cada um dos escorregamentos simulados e ensaiados.

A primeira linha se refere ao cálculo pelo método da (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) enquanto que a segunda linha foi obtida pelo método de (HELLER; HAMATA, 1977) conforme descrito no capítulo 10.

Tabela 13 - Comparação de perdas suplementares (em watts)

<i>s (%)</i>	5,0	4,0	3,0	2,0	1,0	0	-1	-2,0	-3,0	-4,0	-5,0
<i>IEEE</i>	39,7	26,0	14,9	6,7	1,7	0,0	2,0	7,9	17,9	32,2	50,7
<i>Heller</i>	40,8	34,9	30,2	26,6	24,4	23,6	24,6	27,2	31,3	37,3	45,0

Olhando para a Tabela 14 percebe-se claramente que o método do IEEE considera as perdas suplementares nulas a vazio enquanto que o método Heller afirma que há perdas suplementares a vazio conforme foi visto no capítulo 10.

Como os valores dessas perdas suplementares são baixos, os efeitos sobre a potência ativa, reativa e no conjugado foram muito pequenos conforme se pode ver ao comparar os desvios em relação aos valores experimentais antes e depois de inclui-las. A comparação está na Tabela 14 onde a primeira linha se refere a “sem consideração” e a segunda “com consideração” das perdas suplementares nas simulações. Cada duas colunas se referem respectivamente aos desvios de potência reativa, potência ativa e conjugado. Para cada caso têm-se os desvios para escorregamento nominal como motor e escorregamento nominal como gerador.

Tabela 14 - Influências das perdas suplementares nos desvios percentuais em cada método

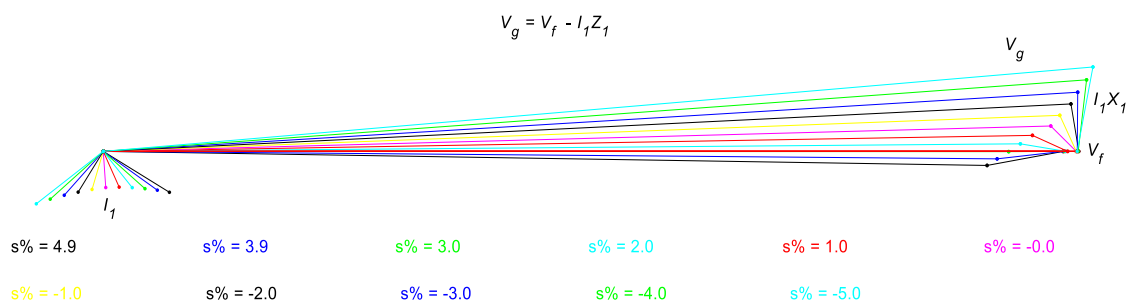
		ΔQ (%)		ΔP (%)		ΔC (%)	
s (%)		5,0	-5,0	5,0	-5,0	5,0	-5,0
Clássico	Sem	-0,94	-7,18	-4,31	-8,15	-6,04	-14,75
	Com	-0,94	-7,18	-4,31	-8,15	-7,83	-12,67
Proposto	Sem	-0,12	-3,36	0,03	-3,06	-0,88	-6,85
	Com	-0,10	-3,51	0,80	-3,81	-0,99	-6,96

Observando a Tabela 14 e comparando os resultados, com a inclusão das perdas suplementares e sem a inclusão, chega-se à conclusão que, para esta máquina, as perdas suplementares têm uma influência quase desprezível no comportamento da máquina como motor ou como gerador. Isto se deve em parte às ranhuras do rotor serem fechadas por uma ponte magnética saturável que suaviza as variações de fluxo na superfície do estator e as pulsações de fluxo nos dentes do estator.

11.8 Conclusões finais sobre o modelo proposto

A motivação principal do estudo da modelagem do gerador de indução foi a percepção de que a máquina de indução, trabalhando como gerador (isto é, com escorregamento negativo) trabalha com fluxos magnéticos e induções maiores do que teria como motor. Veja-se inicialmente a Figura 80 que ilustra o diagrama fasorial das tensões de entreferro e as correntes quando a máquina de indução é levada da região motor para a região gerador.

Figura 80- Diagrama fasorial aproximado da tensão de entreferro e das correntes de estator



Fonte: Autor.

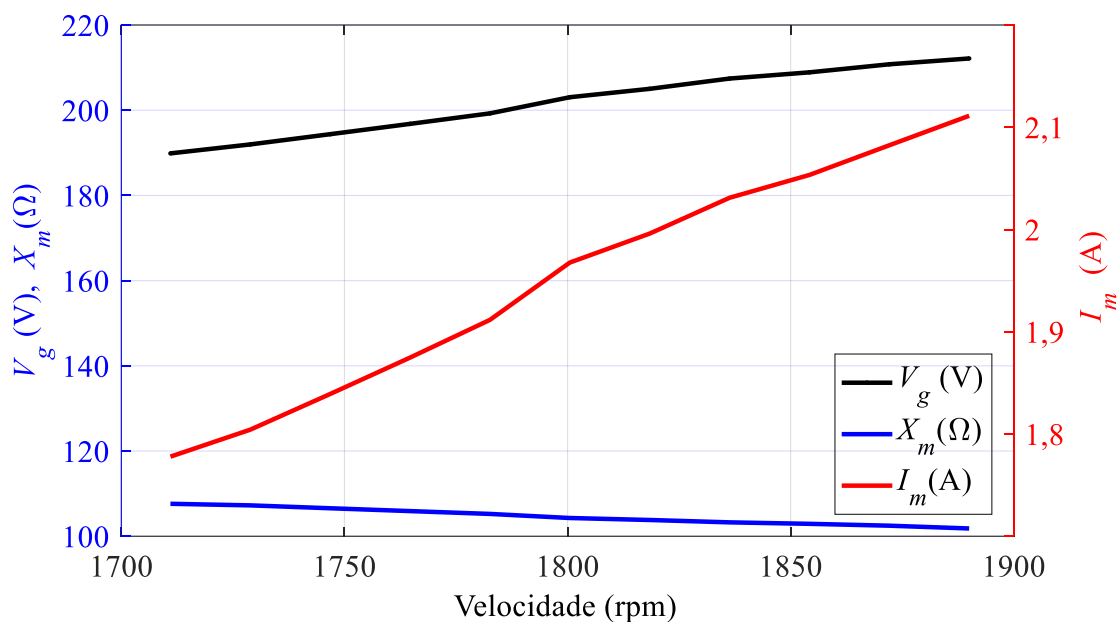
Enquanto a velocidade cresce de 1710 a 1890 rpm os fasores corrente vão da direita para a esquerda e o fasor tensão de entreferro se desloca de baixo para cima alcançando valores superiores à tensão terminal no maior escorregamento negativo. Com o aumento da

tensão de entreferro há um natural crescimento do fluxo de entreferro e dos outros fluxos da máquina aumentando as induções. Se a máquina foi projetada como um motor típico, é natural que as partes importantes (dentes e coroas) operem no limite antes de saturar. Assim há maior propensão destas partes entrarem na região de saturação magnética quando está operando como gerador do que ela operando como motor nas mesmas condições de frequência e tensão de linha. Este fato, dependendo de cada aplicação, pode levar à necessidade de um projeto específico para gerador (SINGH; SINGH; JAIN, 1993) ou ao uso de um motor comercial combinado com um transformador onde as derivações são ajustadas de modo a adequar a tensão nos terminais.

Passados todos os estudos sobre os parâmetros que entram no modelo, percebeu-se inicialmente que a reatância de magnetização não deve ser tomada com uma constante, pois ela diminui quanto mais saturada a máquina estiver conforme mostra a Figura 81.

Assim, além da tensão de entreferro aumentar com escorregamentos negativos há um aumento mais do que proporcional da corrente de magnetização o que causa um consumo de reativos bem mais acentuado como gerador do que como motor. As curvas da Figura 81 chamam a atenção por possuírem certa perturbação próxima ao seu centro.

Figura 81 - Tensão de entreferro, reatância e corrente de magnetização como função da velocidade



Fonte: Autor.

Isto foi causado porque, durante os ensaios sob carga, mesmo com a frequência fixa, a tensão da linha teve leve variação conforme a velocidade era ajustada (e a corrente de estator era variada). Na Figura 76, se percebe que o modelo proposto tem menos desvio em relação ao experimental e isto, em parte, deve-se ao fato de considerar a variação da indutância de magnetização a cada escorregamento como relatado acima.

A contribuição mais importante no modelo proposto é o tratamento diferenciado da reatância de dispersão do rotor com ranhuras fechadas. Ao analisar o trabalho de (BOGLIETTI *et al.*, 2012) e (MILLER, 2014) foi constatado uma falta de clareza no uso dados do ensaio de rotor bloqueado o que motivou o estudo mais aprofundado deste assunto. A implementação da abordagem das ranhuras fechadas no rotor levou a resultados muito melhores do que supor a ranhura aberta com reatância de dispersão constante.

Observando-se os resultados obtidos nas simulações pelo método clássico e pelo método proposto e as comparações com resultados experimentais chegou-se à conclusão que o modelo tradicionalmente usado para simular o funcionamento de motor em regime permanente pode ser usado para simular geradores de indução desde que sejam feitas algumas considerações relativas a indutâncias de magnetização e de dispersão como o que foi feito no modelo ora apresentado.

12 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este capítulo final é usado para sintetizar o trabalho realizado, mostrar as principais conclusões do mesmo como um todo, apresentar as contribuições e recomendar trabalhos futuros.

12.1 Conclusões

Todo o trabalho foi inspirado na hipótese de que um modelo de máquina de indução para regime permanente senoidal não é suficientemente preciso para simular esta máquina operando como gerador, uma vez que seu pacote magnético foi projetado para uma condição típica do motor, porém o gerador trabalha com fluxos magnéticos de entreferro maiores do que aqueles que o motor tem, conectado à mesma rede.

Neste contexto se deseja um modelo que seja adequado para representar o motor e o gerador de indução, uma vez que o modelo clássico não considera, por exemplo, a variação da reatância de magnetização e a saturação da reatância do rotor quando as ranhuras são fechadas. Quando a máquina trabalha com escorregamento negativo, há um aumento geral de fluxos na máquina podendo saturar algumas de suas partes, o que não ocorreria trabalhando apenas como motor. Como parte importante do trabalho, foram então realizados os ensaios segundo (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) incluindo ensaios de rotor bloqueado, ensaio a vazio e sob carga. Como fonte de frequência variável, foi usada uma fonte eletrônica de potência suficiente, porém com frequências entre 45 e 105 Hz.

Em complementação ao citado acima, foram então encontradas duas referências que abordavam o efeito das ranhuras fechadas no rotor (BOGLIETTI *et al.*, 2012) e (MILLER, 2014). No caso de ranhura fechada a reatância de dispersão do rotor é muito variável com a corrente, o que dificulta o seu uso no modelo. Então as referências citadas propuseram a substituição da reatância variável por uma fixa em série com uma fonte de tensão no rotor. Mesmo tendo alguma lacuna analítica nas referências, elas serviram de impulso para um grande aprofundamento de estudos e a sua devida implementação em rotinas no Matlab®. A comparação dos resultados simulados com os resultados obtidos em ensaios sob carga mostraram que era esta abordagem que deveria ter sido usada desde o início das simulações.

Paralelamente a esta forma de modelagem, também foi levada em consideração a variação da impedância de magnetização com a variação da tensão de entreferro que, por

sua vez, se altera com o escorregamento. Esta consideração foi importante, pois o consumo de energia reativa é bem mais elevado na condição gerador do que na condição motor.

A consideração do efeito de profundidade nas barras da gaiola, do efeito das correntes interbarras e das perdas suplementares foram as últimas modelagens a serem implementadas para obter os resultados finais já mostrados no documento. Assim, o modelo proposto com estas considerações mostrou-se eficiente para modelar a máquina de indução trifásica como motor e como gerador. No entanto, a obtenção analítica das reatâncias de dispersão, mesmo usando bibliografias consagradas, apresentou diferenças entre as mesmas e em relação aos resultados de ensaios que mostram alguma incerteza nos métodos. Até onde vai o conhecimento do autor, não existe um método razoavelmente simples de comparar, uma por uma, as reatâncias calculadas analiticamente com aquelas obtidas por ensaio da máquina. A referência (MILLER, 2014) mostra que não há unicidade com relação à divisão das reatâncias de dispersão, ou seja, mais de uma combinação de valores pode representar a máquina de indução com boa precisão.

Como destaque final, se o fabricante de máquinas visa comercializá-las para fins de força motriz e de geração, ele deve repassar o cálculo do circuito magnético na região de escorregamento negativo a fim de identificar possíveis pontos de estresse magnético que facilmente ocorrerão na condição de gerador.

12.2 Principais contribuições

Foi apresentado um roteiro completo de cálculo analítico para simulação de uma máquina de indução operando em toda a faixa de velocidades típicas de regime permanente, como motor e como gerador interligado à rede, e os resultados foram comparados com resultados obtidos de operação em carga com excelente concordância.

A Figura 74 mostra o modelo desenvolvido pelo autor que demonstrou ser eficaz para modelar a máquina de indução tanto em escorregamento positivo quanto negativo. Provou-se, pela Figura 80 e outras abordagens, que a tensão de entreferro cresce com a velocidade em toda a faixa estudada. Isto leva, como imediata consequência, ao crescimento do fluxo magnético de entreferro e pode produzir saturação magnética, aumento de perdas magnéticas e o aparecimento de harmônicas de indução ímpares de mais alto valor.

Destaca-se na Figura 60 que a reatância de magnetização diminui com o aumento da tensão de enteferro. Isso produz um crescimento da corrente de magnetização maior do que o crescimento da tensão de enteferro principalmente para escorregamentos negativos de módulo elevado. Esta é a principal razão do aumento do consumo de potência reativa na condição gerador em comparação com a condição a vazio e como motor, conforme mostra a Figura 75.

Também foi importante a constatação de que as perdas a vazio já continham também perdas criadas por frequências superiores à nominal. Assim, foram implementadas rotinas analíticas para identificação das perdas suplementares a vazio e a sua amplificação com a carga. Este cálculo analítico foi baseado no conceito de condutância magnética de enteferro (HELLER; HAMATA, 1977) levando em conta as proporções entre as harmônicas espaciais de f_{mm} e de ranhura.

Com estas informações, percebe-se que o aumento das induções em toda a máquina é devido ao crescimento da tensão de enteferro, aumentando as perdas no ferro na frequência fundamental e também as perdas suplementares de forma aproximadamente quadrática com as induções como se pode ver na Figura 77.

Outra contribuição relevante do trabalho foi a consideração dos efeitos das ranhuras fechadas no rotor. Este estudo foi baseado em dois artigos básicos (BOGLIETTI *et al.*, 2012) e (MILLER, 2014). Eles foram alvos de uma profunda análise e foi encontrada uma falha na dedução analítica no primeiro deles. A dedução foi corrigida, esclarecida e justificada conforme mostrado nos Capítulos 8 e 9. Estas considerações foram fundamentais para a obtenção correta dos parâmetros do rotor a partir dos ensaios de rotor bloqueado em ampla faixa de corrente. Os dados assim obtidos foram determinantes para o sucesso das simulações pelo modelo proposto.

O relato pormenorizado da realização prática de uma atividade de ensaios incluindo diversos problemas como dificuldades de adequação de fontes, problemas mecânicos como alinhamentos de eixos, ruídos no torquímetro, controle de temperatura também é uma contribuição às atividades internas do laboratório.

12.3 Publicações

Artigo apresentado em Congresso: Induction machines closed-slot reactances: A novel approach.

Congresso: 19th International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering, Nancy, França.

Artigo submetido a revista: Steady-state Analysis of Induction Generators with Closed Slots Rotor.

Revista: IEEE Latin America Transactions

12.4 Recomendações para trabalhos futuros

Diante do universo de assuntos abordados e que não foram devidamente analisados, os que têm potencial para contribuições futuras são os sugeridos abaixo:

- Análise dinâmica da máquina de indução como gerador quando ela possui ranhuras fechadas no rotor.
- Complementação do modelo elétrico de regime permanente de um gerador com ranhuras fechadas no rotor através de modelo térmico simples do gerador de indução;
- Refinamento das equações analíticas para cálculo de reatâncias usando métodos numéricos de elementos finitos.
- Equacionamento da saturação do caminho principal usando o conceito de condutância magnética do entreferro.

REFERÊNCIAS

ABDEL-HALIM, M. A.; ALMARSHOUD, A. F.; ALOLAH, A. I. Control of grid connected induction generator using naturally commutated ac voltage controller. **Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering**, [s. l.], v. 2, p. 839–844, 2001.

AGARWAL, P.; D.; ALGER, P. L. Saturation factors for leakage reactance of induction motors. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, [s. l.], v. 79, n. February, p. 1037–1042, 1960.

AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA. **Aneel Ren 482**. Estabelece as condições gerais para o acesso de microgeração e minigeração distribuída aos sistemas de distribuição de energia elétrica, o sistema de compensação de energia elétrica, e dá outras providências. Brasília, 2012. p. 4.

AMMASAIGOUNDEN, N.; SUBBIAH, M.; KRISHNAMURTHY, M. R. Wind-driven self-excited pole-changing induction generators. **IEE Proceedings B Electric Power Applications**, [s.l.], v. 133, n. 5, p. 315, 1986.

AMUTHA, N.; AARTHI, S.; KALYAN KUMAR, B. Improving critical clearing time of grid connected squirrel cage induction generator based wind generation system using DVR. *In: 11TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING*, 11, 2012, Venice. **Proceedings [...]** Venice: IEEE, 2012, p. 519–524.

BAFFREY, R. Über den Einfluß der Schrittverkürzung auf die Überlastungsfähigkeit von Drehstrommotoren. **Archiv für Elektrotechnik**, [s. l.], v. 16, n. 2, p. 97–113, 1926.

BAKSH, F. I.; ISLAM, S.; AHMAD, S. Simulation for performance analysis of grid-connected induction generators with input voltage control. *In: THIRD INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCED COMPUTING AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES (ACCT)*, 2013, Rohtak. **Proceedings [...]** Rohtak: IEEE, 2013, p.312-315.

BANSAL, R. C. Three-phase self-excited induction generators: an overview. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 20, n. 2, p. 292–299, 2005.

BAŠIĆ, M.; VUKADINOVIĆ, D. Vector control system of a self-excited induction generator including iron losses and magnetic saturation. **Control Engineering Practice**, [s. l.], v. 21, n. 4, p. 395–406, 2013.

BASSETT, E. D.; PORTER, F. M. Capacitive excitation for induction generators. **Electrical Engineering**, [s. l.], v. 54, n. 10, p. 1106–1107, 1935.

BERNAYS, D. J. A low-cost, single phase induction generator. *In: IEEE POWER ELECTRONICS SPECIALISTS CONFERENCE*, 1982, **Proceedings [...]** : IEEE, p.185-196 1982.

BIM, E. **Máquinas elétricas e acionamento**. 4. ed. [s.l.] : Grupo GEN, 2018.

BOGLIETTI, A. *et al.* Analysis and modeling of rotor slot enclosure effects in high-speed induction motors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [s. l.], v. 48, n. 4,

p. 1279–1287, 2012.

BOLDEA, I. Electric generators and motors: an overview. **CES Transactions on Electrical Machines and Systems**, [s. l.], v. 1, n. 1, p. 12, 2017.

BOLDEA, I.; NASAR, S. A. **The induction machine design handbook**. 2. ed. [s.l.: s.n.].

BOUCHIBA, N.; SALLEM, S.; KAMMOUN, M. B. A. Three-phase self-excited induction generator analysis in stand-alone mode. *In: IREC2015 THE SIXTH INTERNATIONAL RENEWABLE ENERGY CONGRESS*, 6, 2015, Sousse. **Proceedings [...]** Sousse: IEEE, 2015.p.1-6.

CARTER, F. W. Air-gap induction. **Electrical world and Engineer**, [s. l.], v. 38, n. 22, p. 884–888, 1901.

CHAUHAN, Y. K.; JAIN, S. K.; SINGH, B. Operating performance of static series compensated three-phase self-excited induction generator. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, [s. l.], v. 49, n. 1, p. 137–148, 2013.

CHEN, W. L.; HSU, Y. Y. Controller design for an induction generator driven by a variable-speed wind turbine. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 21, n. 3, p. 625–635, 2006.

CHRISTOFIDES, N. Origins of load losses in induction motors with aluminium rotors. **IEE Proceedings**, [s. l.], v. 112, n. 12, p. 2317–2352, 1965.

DIVYA, K. C.; NAGENDRA RAO, P. S. Study of dynamic behavior of grid connected induction generators. *In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING*, 2004, Denver. **Proceedings [...]** Denver: IEEE, 2004.p. 2201-2206.

DORRELL, D. G.; MILLER, T. J. E.; RASSMUSSEN, C. B. Inter-bar currents in induction machines. *In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE ANNUAL MEETING*, 2001, Chicago. **Proceedings [...]** Chicago: IEEE, 2001.p. 729-736.

FAIZ, J. *et al.* Design of a three-phase self-excited induction generator. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 10, n. 3, p. 516–523, 1995.

FAIZ, J. Design and implementation of a solid-state controller for regulation of output voltage of a wind-driven self-excited three-phase squirrel-cage induction generator. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS*, 2005, Nanjing. **Proceedings [...]**. Nanjing: IEEE, 2005.p. 2384-2388.

FARRET, F.A.; SIMÕES, M.G. **Alternative energy systems: design and analysis with induction generators**. 2nd. ed. Boca Raton: CRC Press, 2008. *E-book*.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR, C.; UMANS, S. D. **Electric machinery**. 6. ed. New York: McGraw Hill, 2006.

FLORES FILHO, A. F.; NASCIMENTO, C.S.C. Analysis of a grid-connected induction generator. *In: PROCEEDINGS OF INTERMAG*, 2011, Taipei. **Proceedings [...]** Taipei: IEEE.2011.p.1-6.

FLORES FILHO, A.F; NASCIMENTO, C.S.C. A method to determine the

capacitance required by the operation of a grid-connected induction generator. *In: THE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 19., 2010, Rome. Proceedings [...]* Rome: IEEE, 2010.p.1-4

FLORES, O. A.; DURON, U. E. Voltage and frequency regulation of a self-excited triple stator induction generator in a micro hydropower plant. *In: IEEE CENTRAL AMERICAN AND PANAMA CONVENTION, 35., 2015, Panamá. Proceedings [...]* Panamá: IEEE, 2015.p.1-4.

GHORASHI, A. H. *et al.* Analysis of wind driven grid connected induction generator under unbalanced grid conditions. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 9, n. 2, p. 217–223, 1994.

GIERAS, J. F.; WANG, C.; LAI, J. C. **Noise of polyphase electric motors**. Boca Raton: Taylor & Francis, 2006.

HAQUE, M. H. Maximum power delivery capability of a three-phase self-excited induction generator. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, 2014, Dhaka. Proceedings [...]* Dhaka: IEEE, 2014.p. 465-468.

HELLER, B.; HAMATA, V. **Harmonic field effects in induction machines**. Prague: Academia, 1977.

IBRAHIM, K.; LEIDHOLD, R. Active power delivery capability improvement of self-excited induction generator for remote and rural area applications. *In: AFRICON, 2015, Addis Ababa. Proceedings [...]* Addis Ababa: IEEE, 2015.p.1-5.

IDJDARENE, K. *et al.* Control strategies for an autonomous induction generator taking the saturation effect into account. *In: EUROPEAN CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND APPLICATIONS, 2007, Aalborg. Proceedings [...]* Aalborg: IEEE, 2007.p. 1-10.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. **IEEE Std 112**. Standard test procedure for polyphase induction motors and generators. New York, 2004. p. 79.

ION, C. P.; MARINESCU, C. Three-phase induction generators for single-phase power generation: an overview. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, [s. l.], v. 22, n. June, p. 73–80, 2013.

IONEL, D. M. *et al.* A new analytical method for the computation of air-gap reactances in 3-phase induction motors. *In: CONFERENCE RECORD OF 1998 IEEE INDUSTRY APPLICATIONS CONFERENCE. THIRTY-THIRD IAS ANNUAL MEETING, 33., 1998. Proceedings [...]*: IEEE, 1998.p. 65-72.

JAIN, M.; GUPTA, S.; AGNIHOTRI, G. Design of voltage controller for parallel operated self excited induction generator - micro grid. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENERGY, AUTOMATION AND SIGNAL, 2011, Bhubaneswar. Proceedings [...]* Bhubaneswar: IEEE, 2011.p. 294-299.

JARDAN, R. K. *et al.* Novel solutions for high-speed self-excited induction generators. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, [s. l.], v. 63, n. 4, p. 2124–2132, 2016.

JAYARAMAIAH, G. V.; FERNANDES, B. G. Analysis of voltage and frequency controller for grid connected 3-phase self-excited induction generator using current controlled voltage source inverter. *In: IEEE REGION 10 CONFERENCE TENCON*. 2004, Chiang Mai. **Proceedings [...]** Chiang Mai: IEEE, 2004.p.468-471.

KALLA, U. K.; SINGH, B.; MURTHY, S. S. Modified electronic load controller for constant frequency operation with voltage regulation of small hydro-driven single-phase SEIG. **IEEE Transactions on Industry Applications**, [s. l.], v. 52, n. 4, p. 2789–2800, 2016.

KARLSRUHE INSTITUTE OF TECHNOLOGY. **The invention of the electric motor**. 2017. Disponível em: <www.eti.kit.edu/english>. Acesso em: 29 nov. 2017.

KHELDOUN, Aissa; REFOUFI, Larbi; KHODJA, Djalal Eddine. Analysis of the self-excited induction generator steady state performance using a new efficient algorithm. **Electric Power Systems Research**, [s. l.], v. 86, p. 61–67, 2012.

KISHORE, A.; PRASAD, R. C.; KARAN, B. M. Design of field oriented controller to improve dynamic characteristics of three phase self excited induction generator. *In: IEEE CONFERENCE ON INDUSTRIAL ELECTRONICS AND APPLICATIONS*, 1., 2006, Singapore. **Proceedings [...]** Singapore: IEEE, 2006.p. 1-6.

KOSTENKO, M.; PIOTROVSKI, L. **Electrical machines**. 2nd. ed. Moscou: Mir Publishers, 1969.

KUHLMANN, J.H. **Design of electric apparatus**. 3rd. ed. New York: John Wiley, 1950.

KUMAR, S. S.; SUBBIAH, M.; KUMARESAN, N. Analysis and control of capacitor-excited induction generators connected to a micro-grid through power electronic converters. **IET Generation, Transmission & Distribution**, [s. l.], v. 9, n. 10, p. 911–920, 2015.

LAGONOTTE, P. T.; MIAH, H.; POLOUJADOFF, M. Modelling and identification of parameters of saturated induction machine operating under motor and generator conditions. **Electric Machines and Power Systems**, [s. l.], v. 27, n. 2, p. 107–121, 1999.

LEE, C. H. Saturation harmonics of polyphase induction machines. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems**, [s. l.], v. 80, n. 3, p. 597–603, 1961.

LIWSCHITZ-GARIK, M.; WIPPLE, C. **Máquinas de corriente alterna**. Mexico: CECSA, 1981.

LIWSCHITZ, M. M. Differential leakage with respect to the fundamental wave and to the harmonics. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, [s. l.], v. 63, n. 12, p. 1139–1150, 1944.

MAHATO, S. N.; SINGH, S. P.; SHARMA, M. P. Dynamic behavior of a single-phase self-excited induction generator using a three-phase machine feeding single-phase dynamic load. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, [s. l.], v. 47, n. 1, p. 1–12, 2013.

MARGATO, E. *et al.* A new control strategy with saturation effect compensation for

an autonomous induction generator driven by wide speed range turbines. **Energy Conversion and Management**, [s. l.], v. 52, n. 5, p. 2142–2152, 2011.

MASAUD, T. M.; SEN, P. K. Modeling and analysis of self-excited induction generator for wind energy conversion. *In: IEEE POWER & ENERGY SOCIETY INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES CONFERENCE, 2015, Washington DC. Proceedings [...]* : IEEE, 2015.p.1-5.

MEDDOURI, S.; DAO, L. A.; FERRARINI, L. A predictive control scheme for an autonomous induction generator with saturation effect. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLEAN ELECTRICAL POWER (ICCEP), 2015, Taormina. Proceedings [...]* Taormina: IEEE, 2015.p. 389-394.

MEDDOURI, S.; IDJDARENE, K.; ABERBOUR, A. Fuzzy vector control of isolated induction generator taking the saturation effect into account. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES IN MAGHREB, 2014, Tunis, Proceedings [...]* : IEEE, 2014.p. 1-7.

MILLER, T. J. E. **Speed's electric machines**. [s.l.] : Siemens, 2014.

MÜLLER, G.; VOGT, K.; PONICK, B. **Berechnung elektrischer Maschinen**. 6. ed. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 2007.

MURTHY, S. S. *et al.* Studies of the use of conventional induction motors as self-excited induction generators. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 3, n. 4, p. 842–848, 1988.

MURTHY, S. S.; JHA, C. S.; RAO, P. S. N. Analysis of grid connected induction generators driven by hydro/wind turbines under realistic system constraints. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 5, n. 1, p. 1–7, 1990.

MURTHY, S. S.; SINGH, B.; SANDEEP, V. Design-based computational procedure for performance prediction and analysis of single-phase self-excited induction generator. **IET Electric Power Applications**, [s. l.], v. 7, n. 6, p. 477–486, 1988.

NAIR, B. V. *et al.* Design of micro-hydro power plant using an induction motor as a generator. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GREEN COMPUTING COMMUNICATION AND ELECTRICAL ENGINEERING, 2014, Coimbatore. Proceedings [...]* Coimbatore: IEEE, 2014.p.1-5.

NASCIMENTO, C. S. C. **Diretrizes analíticas para projeto de geradores de indução de rotor tipo gaiola de esquilo**. 2014. 197 f. Tese (Doutorado)-Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Porto Alegre, 2014.

NASCIMENTO, C.S.C.; FLORES FILHO, A. F. Analysis of steady state operation of an induction generator. *In: JOINT MMM/INTERMAG CONFERENCE, 11., 2010, Washington. Proceedings [...]* Washington: IEEE, 2010, p.1-6.

NASCIMENTO, C. S. C.; FLORES FILHO, A. F. Design of an induction generator with copper squirrel cage rotor and asymmetric slots. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON RENEWABLE ENERGY RESEARCH AND APPLICATIONS, 3., 2014, Milwaukee. Proceedings [...]* Milwaukee: IEEE, 2014.p. 544-549.

NASCIMENTO, C. S.; FLORES FILHO, A. F.; NEVES, C. G. C. Study of a high power factor squirrel cage induction generator. *In: INTERNATIONAL MAGNETICS CONFERENCE, 2012, Vancouver. Proceedings [...]* Vancouver: IEEE, 2012.p.FV-08.

NASCIMENTO, J. L. **Modelo matemático da máquina de indução com efeitos de harmônicas espaciais de força magnetomotriz.** 1992. 263 f. Tese(doutorado)-Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Florianópolis, 1992.

NATARAJAN, K. *et al.* Modeling and control design for wind energy power conversion scheme using self-excited induction generator. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. EC-2, n. 3, p. 506–512, 1987.

OLIVEIRA, M. O. *et al.* Geração com máquinas de indução : uma contribuição ao estudo de geradores de indução. *In: ISIT2012, 2012, Cambridge. Proceedings [...]* Cambridge: ISIT, 2012. p.1-8.

ORABI, M. *et al.* High-performance induction generator-wind turbine connected to utility grid. **INTELEC, International Telecommunications Energy Conference (Proceedings)**, [s. l.], p. 697–704, 2004.

OUASSAID, M.; ELYAALOU, K.; CHERKAOU, M. Nonlinear control for a grid-connected wind turbine with induction generator. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL SCIENCES AND TECHNOLOGIES IN MAGHREB, 2014, Tunis. Proceedings [...]* Tunis: IEEE, 2014.p.1-8.

OUAZENE, L.; MCPHERSON, G. Analysis of the isolated induction generator. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, [s. l.], v. PAS-102, n. 12, p. c1-40- b, 1983.

PADILHA, Juliano B. *et al.* Vector hysteresis model associated with FEM in a self-excited induction generator modeling. **IEEE Transactions on Magnetics**, [s. l.], v. 52, n. 3, p. 1–4, 2016.

PAL, M.; SANDHU, K. S. Behavior of grid connected induction generator due to load disturbances across power network. *In: STUDENTS CONFERENCE ON ENGINEERING AND SYSTEMS, 2014a, Allahabad. Proceedings [...]* Allahabad: IEEE, 2014.p.1-4.

PAL, M.; SANDHU, K. S. Effects of grid faults on the performance of grid connected induction generator. *In: STUDENTS CONFERENCE ON ENGINEERING AND SYSTEMS, 2014b, Allahabad. Proceedings [...]* Allahabad: IEEE, 2014. p.1-5.

PATEL, D. M.; NAGER, A. R.; ROY, K. C. Application of static compensator to improve the power quality of grid connected induction generator based wind farm. *In: IEEE-INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN ENGINEERING, SCIENCE AND MANAGEMENT, 2012, Nagapattinam. Proceedings [...]* Nagapattinam: IEEE, 2012.p.1-4.

PEREIRA, L. A. *et al.* General model of a five-phase induction machine allowing for harmonics in the air gap field. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 21, n. 4, p. 891–899, 2006.

POKHREL, S.; PARAJULI, P.; ADHIKARY, B. Design and performance of lab

fabricated induction generator controller. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE DEVELOPMENTS IN RENEWABLE ENERGY TECHNOLOGY, 2., 2012, Dhaka. Proceedings [...]* Dhaka: IEEE, 2012.p.1-3.

POLINDER, H. *et al.* Trends in wind turbine generator systems. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, [s. l.], v. 1, n. 3, p. 174–185, 2013.

PYRHÖNEN, J.; JOKINEN, T.; HRABOVCOVÁ, V. **Design of rotating electrical machines**. 2nd. ed. Chinchester: Wiley, 2014.

QUISPE, E. C.; ARIAS, R. D.; QUINTERO, J. E. A new voltage regulator for self-excited induction generator-design, simulation, and experimental results. *In: IEEE INTERNATIONAL ELECTRIC MACHINES AND DRIVES CONFERENCE RECORD, 1997, Milwaukee. Proceedings [...]. [s. l.]: IEEE, 1997. p. 1–3,*

RAJENDRAN, S. *et al.* Shunt reactive VAR compensator for grid-connected induction generator in wind energy conversion systems. **IET Power Electronics**, [s. l.], v. 6, n. 9, p. 1872–1883, 2013.

RATHORE, U. C.; SINGH, S. Performance evaluation of isolated 3-phase self-excited induction generator for remote mountainous region of Himalayas. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL, INSTRUMENTATION, ENERGY AND COMMUNICATION, 2014, Calcutta. Proceedings [...]* Calcutta: IEEE, 2014.p. 421-425.

REKIOUA, D. *et al.* Modeling and control of an induction generator wind turbine connected to the grid. *In: EUROPEAN CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND APPLICATIONS, 5., 2013, Lille. Proceedings[...]* Lille: IEEE, 2013.p.1-6.

RICHTER, Rudolf. **Elektrische Maschinen-4 band, Die Induktionsmaschinen**. 2. ed. Basel/Stuttgart: Verlag Birkhauser, 1954.

ROODSARI, B. N.; NOWICKI, E. P.; FREERE, P. The distributed electronic load controller: a new concept for voltage regulation in microhydro systems with transfer of excess power to households. **Energy Procedia**, [s. l.], v. 57, p. 1465–1474, 2014.

RYVKIN, S.; ZIBOROV, G. Approaches to control design for micro hydropower plant with induction generator. *In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ELECTRICAL APPARATUS AND TECHNOLOGIES, 19., 2016, Burgas. Proceedings [...]* Burgas: IEEE, 2016.p.1-4.

SAWETSAKULANOND, B.; HOTHONGKHAM, P.; KINNARES, V. Design and construction of a three phase self-excited induction generator. *In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON SUSTAINABLE ENERGY TECHNOLOGIES, 2008, Singapore. Proceedings[...]*, Singapore. IEEE, 2008. p.1227–1232.

SAWETSAKULANOND, B.; KINNARES, V. Investigation of harmonic current of power system using static var compensator for grid-connected induction generators under condition of low wind speed. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS, 17., 2014, Hangzhou. Proceedings [...]* Hangzhou: IEEE, 2014. p.1406-1409.

SAWETSAKULANOND, B.; KINNARES, V. Investigation of skew effect on the behavior and performance of grid connected induction generators. *In: INTERNATIONAL*

CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS), 19., 2016, Chiba. **Proceedings** [...] Chiba: IEEE, 2016. p.848-853.

SCHUISKY, W. **Induktionsmaschinen**. Viena: Spring-Verlag, 1957.

SEINSCH, H. O. **Surface phenomena in induction machines**: Fundamentals of analytical and numerical calculation (Oberfelderscheinungen in Drehfeldmaschinen. Grundlagen zur analytischen und numerischen Berechnung). Stuttgart: Teubner-Verlag, 1992.

SINGH, B. *et al.* Static synchronous compensator-variable frequency drive for voltage and frequency control of small-hydro driven self-excited induction generators system. **Generation, Transmission Distribution, IET**, [s. l.], v. 8, n. 9, p. 1528–1538, 2014.

SINGH, B.; MURTHY, S. S.; GUPTA, S. Analysis and design of electronic load controller for self-excited induction generators. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 21, n. 1, p. 285–293, 2006.

SINGH, S. P.; SINGH, B.; JAIN, M. P. Comparative study on the performance of a commercially designed induction generator with induction motors operating as self excited induction generators. **IEE Proceedings-C Generation, Transmission and Distribution**, [s. l.], v. 140, n. 5, p. 374, 1993.

SIVAKUMAR, P.; ARUTCHELVI, M. Sensorless control strategy for grid connected PV array and wind-driven induction generators. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER SYSTEM TECHNOLOGY, 2010, Zhejiang. **Proceedings** [...] Zhejiang: IEEE, 2010.p.1-8.

SPIEGEL, M. R.; LIPSCHUTZ, S.; LIU, J. **Mathematical handbook of formulas and tables**. New York: McGraw-Hill, 2009.

STANLEY, W. M.; FACCIOLI, G. Alternate current machinery-induction alternators. *In*: ANNUAL CONVENTION OF THE AMERICAN INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS, 22., 1905, New York. **Proceedings** [...] New York: AIEE, 1905.p. 627-648.

SUBBIAH, V.; GEETHA, K. Certain investigations on a grid connected induction generator with voltage control. *In*: PROCEEDINGS OF INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS, DRIVES AND ENERGY SYSTEMS FOR INDUSTRIAL GROWTH, 1996, New Delhi. **Proceedings** [...] New Delhi: IEEE, 1996. p.439-444.

SUBRAMANIAN, K.; RAY, K. K.; ARAVIND, S. Experimental based capacitance calculation of induction motor: as wind power generator. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SUSTAINABLE ENERGY AND INTELLIGENT SYSTEMS, 2011, Chennai. **Proceedings** [...] Chennai: IET, 2011.p. 143-148

SUMATHY, N.; PRAKASH, S. L. A STATCOM based control scheme for grid connected wind driven induction generator. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTING, COMMUNICATION AND NETWORKING TECHNOLOGIES, 3., 2012, Gueongju. **Proceedings** [...] Gueongju: IEEE, 2012.p. 1-6.

TIAN, G.; WANG, S.; LIU, G. Design and realization of STATCOM for power quality improvement of wind turbine with squirrel-cage induction generator. *In*: IEEE

INTERNATIONAL POWER ELECTRONICS AND MOTION CONTROL CONFERENCE - ECCE ASIA, 7., 2012, Harbin. **Proceedings [...]** Harbin: IEEE, 2012.p. 1985-1989.

TRAPP, J. G. **Gerador de indução com excitação estática, filtro ativo e armazenamento de energia para sistemas eólicos isolados**. 2013.196 f. Tese (Doutorado)-Universidade Federal de Santa Maria, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Santa Maria, 2013.

TUDORACHE, T.; MELCESCU, L.; PATURCA, S. V. Finite element analysis of self-excited induction generator for isolated small power wind turbines. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CLEAN ELECTRICAL POWER*, 2007, Capri. **Proceedings [...]** Capri: IEEE, 2007.p. 656-661.

TUNYASRIRUT, S.; WANGSILABATRA, B.; SUKSRI, T. Phase control thyristor based soft-starter for a grid connected induction generator for wind turbine system. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL AUTOMATION AND SYSTEMS (ICCAS)*, 2010, Goyang. **Proceedings [...]**, Gyeonggi-do: IEEE, 2010.p. 529-534.

VARMA, D. K.; KUMARI, A. R. Voltage oriented controller based statcom in grid connected wind energy system under unbalanced and distorted conditions. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SMART STRUCTURES AND SYSTEMS (ICSSS)*, 2014, Chennai. **Proceedings [...]** Chennai: IEEE, 2014.p. 55-58.

VEINOTT, C. G. **Theory and design of small induction motors**. New York: McGraw-Hill Book Company, 1959.

VERMA, V.; PANT, P.; SINGH, B. Indirect current control of BTB-VSC with cage-rotor induction generator operating in grid connected and isolated mode. *In: IEEE PES INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES-INDIA*, 2011, Kollam. **Proceedings [...]** Kollam: 2011.p.294-300

VIEIRA, R. J.; SHARAF, A. M.; ELGAMMAL, A. Design of self-excited induction generators for wind applications. *In: CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING*, 2011, Ontario. **Proceedings [...]** Ontario: IEEE, 2011.p.195-200.

WAGNER, C. F. Self-excitation of induction motors. **IEEE Journals & Magazines**, [s. l.], v. 58, p. 47–51, 1939.

WANG, L.; CHEN, Z. J. Stability analysis of a wave-energy conversion system containing a grid-connected induction generator driven by a wells turbine. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 25, n. 2, p. 555–563, 2010.

WANG, L.; CHUANG, E. L.; PROKHOROV, A. V. A comparative study of conventional and high-efficiency induction machines using finite-element analysis and equivalent-circuit analysis. *In: IEEE INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY ANNUAL MEETING*, 2015, Dallas. **Proceedings [...]** Dallas: IEEE, 2015.p.1-8.

WANG, L.; TSAO, C. C. Performance analysis of a three-phase induction generator connected to a utility grid. *In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING. CONFERENCE PROCEEDINGS*, 2001, Columbus. **Proceedings [...]** Columbus: IEEE, 2001. p.1398-1402.

WANG, L.; YANG, Y. F.; KUO, S. C. Analysis of grid-connected induction generators under three-phase balanced conditions. *In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING. CONFERENCE PROCEEDINGS*, 2002, New York. **Proceedings[...]**. v.1, [s.l.], IEEE, 2002. p. 413-417.

WANG, Z. *et al.* Steady-state characteristics of 3-phase cage induction generators in TSCAOI configuration. *In: IEEE INTERNATIONAL FUTURE ENERGY ELECTRONICS CONFERENCE*, 2., 2015, Taipei. **Proceedings [...]** Taipei: IEEE, 2015.p. 1-6.

WIJAYA, F. D. *et al.* Grid connected-induction generator start-up sequence observation using laboratory simulator. *In: IEEE INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES - ASIA*, 2015, Bangkok. **Proceedings [...]** Bangkok: IEEE, 2015. p.2-6.

YEGNA NARAYANAN, S. S. *et al.* Dynamic analysis of a grid-connected induction generator driven by a wave-energy turbine. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS, DRIVES AND ENERGY SYSTEMS FOR INDUSTRIAL GROWTH*, 1996, New Delhi. **Proceedings[...]**. New Delhi: IEEE, 1996. p.433-438.

YUKHALANG, S. Performance evaluation as grid connected induction generator system of DC-Link using battery and photovoltaic panel. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND SYSTEMS (ICEMS)*, 18., 2015, Pattaya. **Proceedings [...]** Pattaya: IEEE, 2015. p.1564-1568.

ZAMANI, M. H. *et al.* Improving transient stability of grid-connected squirrel-cage induction generators by plugging mode operation. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, [s. l.], v. 27, n

APÊNDICE A - HARMÔNICOS ESPACIAIS DE FMM DE ENROLAMENTOS TRIFÁSICOS

Neste apêndice são deduzidas as equações das *fmm*s das harmônicas espaciais do enrolamento do estator trifásico. Com relação à terceira harmônica espacial, supondo $\theta_0 = 0$ e considerando que a frequência angular temporal é ω_1 para todas as harmônicas, tem-se:

$$\begin{aligned} f_{s3}(t, \theta) &= F_{sp3} \cos(\omega_1 t) \cos 3(\theta) \\ &+ F_{sp3} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left[3\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ &+ F_{sp3} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left[3\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)\right]. \end{aligned} \quad (A.1)$$

Adotando relações trigonométricas simples tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t, \theta)}{F_{sp3}} &= \frac{1}{2}[\cos(\omega_1 t - 3\theta) + \cos(\omega_1 t + 3\theta)] + \frac{1}{2} \left[\cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - 3\theta + \frac{6\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} + 3\theta - \frac{6\pi}{3}\right) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[\cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - 3\theta - \frac{6\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} + 3\theta + \frac{6\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (A.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} &= \cos(\omega_1 t - 3\theta) + \cos(\omega_1 t + 3\theta) + \cos\left(\omega_1 t - 3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \\ &\cos\left(\omega_1 t + 3\theta - \frac{8\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t - 3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + 3\theta + \frac{8\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (A.3)$$

Usando a relação do cosseno da soma de dois ângulos tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} &= \cos \omega_1 t \cos 3\theta + \sin \omega_1 t \sin 3\theta + \cos \omega_1 t \cos 3\theta - \sin \omega_1 t \sin 3\theta + \\ &\cos(\omega_1 t) \cos\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin \omega_1 t \sin\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(3\theta - \frac{8\pi}{3}\right) - \\ &\sin \omega_1 t \sin\left(3\theta - \frac{8\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\omega_1 t) \sin\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \\ &\cos(\omega_1 t) \cos\left(3\theta + \frac{8\pi}{3}\right) - \sin(\omega_1 t) \sin\left(3\theta + \frac{8\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (A.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t, \theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} &= 2 \cos(\omega_1 t) \cos 3\theta + \cos(\omega_1 t) \cos\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) - \sin(\omega_1 t) \sin\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ &+ \cos(\omega_1 t) \cos\left(3\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(\omega_1 t) \sin\left(3\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - \\ &\sin(\omega_1 t) \sin\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(3\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \sin(\omega_1 t) \sin\left(3\theta + \frac{2\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (A.5)$$

Colocando todos os termos que contém $\omega_1 t$ em evidência tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} = & \cos(\omega_1 t) \left[2\cos(3\theta) + \cos\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(3\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \cos\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(3\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right] - \sin(\omega_1 t) \left[\sin\left(-3\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left(3\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \sin\left(-3\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left(3\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \end{aligned} \quad (A6)$$

Usando a propriedade do cosseno da soma de dois ângulos tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} = & \cos(\omega_1 t) \left[2\cos(3\theta) + \cos(-3\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \sin(-3\theta) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \right. \\ & \cos(3\theta) \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \sin(3\theta) \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(-3\theta) \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) - \\ & \left. \sin(-3\theta) \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(3\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \sin(3\theta) \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] - \\ & \sin(\omega_1 t) \left[\sin(-3\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(-3\theta) \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \sin(3\theta) \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ & \cos(3\theta) \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \sin(-3\theta) \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(-3\theta) \sin\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \\ & \left. \sin(3\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(3\theta) \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right]. \end{aligned} \quad (A.7)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} = & \cos(\omega_1 t) \left[2\cos(3\theta) + 2\cos(3\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 2\cos(3\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] - \\ & \sin(\omega_1 t) \left[2\sin(-3\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 2\sin(3\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (A.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s3}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp3}} = & \cos \omega_1 t \left[2\cos(3\theta) + 2\cos(3\theta) (-0,5) + 2\cos(3\theta) (-0,5) \right] - \\ & \sin \omega_1 t \left[2\sin(-3\theta) (-0,5) + 2\sin(3\theta) (-0,5) \right] = 0, \end{aligned} \quad (A.9)$$

$$f_{s3}(t, \theta) = \frac{1}{2} F_{sp3}(0) = 0. \quad (A.10)$$

Então a *fmm* gerada por enrolamento trifásico não possui harmônicas espaciais de 3ª ordem desde que alimentado por três correntes senoidais equilibradas. Prova-se que nenhuma harmônicas espaciais múltipla de três existe (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969).

Para a quinta harmônica espacial, com as mesmas considerações da terceira, tem-se:

$$\begin{aligned} f_{s5}(t, \theta) = & F_{sp5} \cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) + F_{sp5} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(5\theta - \right. \\ & \left. \frac{10\pi}{3}\right) + F_{sp5} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(5\theta + \frac{10\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (A.11)$$

Usando uma identidade trigonométrica simples tem-se:

$$f_{s5}(t, \theta) = \frac{1}{2} F_{sp5} \left\{ \cos(\omega_1 t - 5\theta) + \cos(\omega_1 t + 5\theta) + \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - 5\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} + 5\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - 5\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} + 5\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right\}, \quad (\text{A.12})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t, \theta)}{\frac{1}{2} F_{sp5}} &= \left\{ \cos(\omega_1 t - 5\theta) + \cos(\omega_1 t + 5\theta) + \cos\left(\omega_1 t - 5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\omega_1 t + 5\theta) + \cos\left(\omega_1 t - 5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t + 5\theta) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t, \theta)}{\frac{1}{2} F_{sp5}} &= \left\{ \cos(\omega_1 t) \cos(-5\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(-5\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) - \right. \\ &\quad \left. \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(5\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. \cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(5\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \right. \\ &\quad \left. \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(5\theta) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Pondo em evidência os termos que contém $\omega_1 t$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t, \theta)}{\frac{1}{2} F_{sp5}} &= \cos(\omega_1 t) \left[\cos(-5\theta) + \cos(5\theta) + \cos\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(5\theta) + \right. \\ &\quad \left. \cos\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos(5\theta) \right] - \text{sen}(\omega_1 t) \left[\text{sen}(-5\theta) + \text{sen}(5\theta) + \text{sen}\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. \text{sen}(5\theta) + \text{sen}\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \text{sen}(5\theta) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t, \theta)}{\frac{1}{2} F_{sp5}} &= \cos(\omega_1 t) \left[4 \cos(5\theta) + \cos\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] - \\ &\quad \text{sen}(\omega_1 t) \left[2 \text{sen}(5\theta) + \text{sen}\left(-5\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \text{sen}\left(-5\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t, \theta)}{\frac{1}{2} F_{sp5}} &= \cos(\omega_1 t) \left[4 \cos(5\theta) + \cos(-5\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - \text{sen}(-5\theta) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. \cos(-5\theta) \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - \text{sen}(-5\theta) \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right] - \text{sen}(\omega_1 t) \left[2 \text{sen}(5\theta) + \right. \\ &\quad \left. \text{sen}(-5\theta) \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos(-5\theta) \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \text{sen}(-5\theta) \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\quad \left. \cos(-5\theta) \text{sen}\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s5}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp5}} &= \cos(\omega_1 t) [4 \cos(5\theta) + \cos(-5\theta) (-0,5) - \text{sen}(-5\theta)(0,866) + \\ &\cos(-5\theta)(-0,5) - \text{sen}(-5\theta)(-0,866)] - \text{sen}(\omega_1 t) [2 \text{sen}(5\theta) + \text{sen}(-5\theta)(-0,5) + \\ &\cos(-5\theta) (0,866) + \text{sen}(-5\theta)(-0,5) + \cos(-5\theta)(-0,866)], \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{f_{s5}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp5}} = \cos(\omega_1 t) [3 \cos(5\theta)] - \text{sen}(\omega_1 t) [3 \text{sen}(5\theta)], \quad (\text{A.19})$$

$$f_{s5}(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp5} [\cos(\omega_1 t) \cos(5\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(5\theta)] = \frac{3}{2} F_{sp5} \cos(5\theta + \omega_1 t), \quad (\text{A.20})$$

$$f_{s5}(t, \theta) = \frac{3}{2} F_{sp5} \cos(5\theta + \omega_1 t), \quad F_{sp5} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_{s1} \frac{K_{w5}}{5}, \quad (\text{A.21})$$

Tomando-se um ponto fixo sobre a curva de *fmm* (por exemplo, o pico), para que ele se mantenha fixo o argumento do cosseno deve ser constante ($5\theta + \omega_1 t = K$).

Derivando-se implicitamente em relação ao tempo leva a ($5 \frac{d\theta}{dt} + \omega_1 = 0$) e a:

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\omega_1}{5}. \quad (\text{A.22})$$

Então a *fmm* resultante do estator possui quinta harmônica espacial com amplitude igual a um quinto da fundamental (a menos da diferença do fator de enrolamento) se move **em sentido contrário** à *fmm* fundamental com um quinto da velocidade síncrona.

Usando o mesmo raciocínio para a sétima harmônica espacial da *fmm* resultante tem-se:

$$\begin{aligned} f_{s7}(t, \theta) &= F_{sp7} \cos(\omega_1 t) \cos(7\theta) + F_{sp7} \cos\left(\omega_1 t - \right. \\ &\left. \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(7\theta - \frac{14\pi}{3}\right) + F_{sp7} \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(7\theta + \frac{14\pi}{3}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Usando uma identidade trigonométrica simples tem-se:

$$\begin{aligned} f_{s7}(t, \theta) &= \frac{1}{2} F_{sp7} \left\{ \cos(\omega_1 t - 7\theta) + \cos(\omega_1 t + 7\theta) + \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} - 7\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \right. \\ &\left. \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} + 7\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} - 7\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega_1 t + \frac{2\pi}{3} + 7\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} &= \left\{ \cos(\omega_1 t - 7\theta) + \cos(\omega_1 t + 7\theta) + \cos(\omega_1 t - 7\theta) + \cos\left(\omega_1 t + \right. \right. \\ &\left. \left. 7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t - 7\theta) + \cos\left(\omega_1 t + 7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = & \left\{ \cos(\omega_1 t) \cos(-7\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(-7\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos(7\theta) - \right. \\ & \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(7\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos(-7\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(-7\theta) + \cos(\omega_1 t) \cos\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \\ & \left. - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos(\omega_1 t) \cos(-7\theta) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(-7\theta) + \right. \\ & \left. \cos(\omega_1 t) \cos\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) - \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

Pondo em evidência os termos que contém $\omega_1 t$ tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = & \cos(\omega_1 t) \left[\cos(-7\theta) + \cos(7\theta) + \cos(-7\theta) + \cos\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \cos(-7\theta) + \cos\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right] - \text{sen}(\omega_1 t) \left[\text{sen}(-7\theta) + \text{sen}(7\theta) + \text{sen}(-7\theta) + \right. \\ & \left. \text{sen}\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}(-7\theta) + \text{sen}\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = & \cos(\omega_1 t) \left[4 \cos(7\theta) + \cos\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right] - \\ & \text{sen}(\omega_1 t) \left[2 \text{sen}(-7\theta) + \text{sen}\left(7\theta - \frac{4\pi}{3}\right) + \text{sen}\left(7\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = & \cos(\omega_1 t) \left[4 \cos(7\theta) + \cos(7\theta) \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) - \text{sen}(7\theta) \text{sen}\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \cos(7\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) - \text{sen}(7\theta) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right] \dots \\ & - \text{sen}(\omega_1 t) \left[2 \text{sen}(-7\theta) + \text{sen}(7\theta) \cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(7\theta) \text{sen}\left(-\frac{4\pi}{3}\right) + \right. \\ & \left. \text{sen}(7\theta) \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + \cos(7\theta) \text{sen}\left(\frac{4\pi}{3}\right) \right], \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned} \frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = & \cos(\omega_1 t) [4 \cos(7\theta) + \cos(7\theta)(-0,5) - \text{sen}(7\theta)(0,866) + \cos(7\theta)(-0,5) \\ & - \text{sen}(7\theta)(-0,866)] \dots \\ & - \text{sen}(\omega_1 t) [2 \text{sen}(-7\theta) + \text{sen}(7\theta)(-0,5) + \cos(7\theta)(0,866) + \text{sen}(7\theta)(-0,5) + \\ & \cos(7\theta)(-0,866)] \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{f_{s7}(t,\theta)}{\frac{1}{2}F_{sp7}} = \cos(\omega_1 t) [3 \cos(7\theta)] - \text{sen}(\omega_1 t) [-3 \text{sen}(7\theta)], \quad (\text{A.31})$$

$$\begin{aligned} f_{s7}(t,\theta) &= \frac{3}{2} F_{sp7} [\cos(\omega_1 t) \cos(7\theta) + \text{sen}(\omega_1 t) \text{sen}(7\theta)] \\ &= \frac{3}{2} F_{sp7} \cos(\omega_1 t - 7\theta), \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

$$f_{s7}(t,\theta) = \frac{3}{2} F_{sp7} \cos(7\theta - \omega_1 t), \quad F_{s7} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_{s1} \frac{K_{w7}}{7}. \quad (\text{A.33})$$

Para obter a velocidade angular $\frac{d\theta}{dt}$ da *fmm* deve-se tomar o argumento do cosseno como constante ($7\theta - \omega_1 t = K$) derivá-lo em relação ao tempo como já foi feito.

$$7 \frac{d\theta}{dt} - \omega_1 = 0 \quad \text{e} \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{\omega_1}{7}. \quad (\text{A.34})$$

A sétima harmônica espacial na *fmm* resultante do estator com valor igual a um sétimo da fundamental (a menos da diferença do fator de enrolamento) se move **no mesmo sentido** da fundamental com um sétimo da velocidade síncrona. Com relação às outras harmônicas ímpares (11^a, 13^a, 17^a, 19^a ...) tem-se (BOLDEA; NASAR, 2010, p.277):

$$f_s(t, \theta) = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{W_1}{2p} \sqrt{2} I_{s1} \left[\frac{K_{w1}}{1} \cos(\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w5}}{5} \cos(5\theta + \omega_1 t) + \right. \\ \left. \frac{K_{w7}}{7} \cos(7\theta - \omega_1 t) + \frac{K_{w11}}{11} \cos(11\theta + \omega_1 t) + \frac{K_{w13}}{13} \cos(13\theta - \omega_1 t) \dots \right]. \quad (\text{A.35})$$

Logo todas as harmônicas da *fmm* resultante seguem:

$$h = 6C_1 \pm 1, \quad (\text{A.36})$$

onde C_1 é um inteiro positivo. Quando é usado o sinal (+) o sentido de giro é no mesmo sentido da fundamental e quando for (-) é no sentido oposto.

APÊNDICE B - REFLEXÃO DAS IMPEDÂNCIAS DO ROTOR PARA O ESTATOR

Algumas das impedâncias obtidas já estão referidas ao estator porém outras são calculadas para o rotor sendo necessário referi-las ao estator para usá-las no circuito equivalente.

A reflexão das grandezas de impedância do rotor para o estator está baseada na relação entre a quantidade de espiras efetivas totais do estator e do rotor e no número de fases dos enrolamentos (BOLDEA; NASAR, 2010, p.137), (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.352) e (KOSTENKO; PIOTROVSKI, 1969, p.435).

O fluxo mútuo (principal ou de magnetização) passa através do entreferro e é comum ao estator e ao rotor e gera *fems* nos mesmos conforme o número de espiras e sua taxa de variação em cada um.

$$E_1 = \pi\sqrt{2} W_1 K_{ds1} K_{ps1} f_1 \phi_{g1}, \quad (\text{B.1})$$

$$E_2 = \pi\sqrt{2} W_2 K_{dr1} K_{pr1} K_{sk1} s f_1 \phi_{g1}, \quad (\text{B.2})$$

$$\phi_{g1} = \frac{2}{\pi} B_{g1} \tau_p l_{ax}, \quad (\text{B.3})$$

onde E_1 e E_2 são os valores eficazes das *fems* tomadas como sinusoidais puras, K_{dx} e K_{px} são os fatores de distribuição e de passo dos enrolamentos e K_{sk} o fator de inclinação das barras do rotor. ϕ_{g1} é o fluxo fundamental máximo que atravessa as espiras de um polo de cada fase, ou seja, é o fluxo de um polo do campo girante. B_{g1} é o valor de pico da indução fundamental no entreferro.

Reunindo-se os diversos fatores nos fatores de enrolamento (K_w) tem-se:

$$E_1 = \pi\sqrt{2} \cdot W_1 K_{ws1} f_1 \phi_{g1}, \quad (\text{B.4})$$

$$E_2 = \pi\sqrt{2} \cdot W_2 K_{wr1} s f_1 \phi_{g1}. \quad (\text{B.5})$$

Desprezando-se a corrente de excitação, as *fnms* dos dois enrolamentos são as mesmas porém a frequência do estator é f_1 e a do rotor $s f_1$. Supondo por um instante o rotor parado ($s=1$) tem-se uma situação idêntica à do transformador trifásico onde se pode estabelecer a “relação de espiras” aqui chamada de relação de tensões e de correntes.

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\pi\sqrt{2} \cdot W_1 K_{ws1} f_1 \phi_{g1}}{\pi\sqrt{2} \cdot W_2 K_{wr1} s f_1 \phi_{g1}} = \frac{W_1 K_{ws1}}{W_2 K_{wr1}} = K_e = \frac{V_r'}{V_r}. \quad (\text{B.6})$$

As amplitudes das *fnms* do rotor real (m_2 fases) e a do rotor referido ao estator (m fases) devem ser idênticas conforme (BOLDEA; NASAR, 2010, p.55, p.137, p.138).

$$\frac{m\sqrt{2} W_1 K_{ws1} I_{r'}}{\pi p} = \frac{m_2\sqrt{2} W_2 K_{wr1} I_r}{\pi p}. \quad (\text{B.7})$$

Definindo-se a relação de correntes K_i obtém-se:

$$K_i = \frac{I_{r'}}{I_r} = \frac{m_2 W_2 K_{wr1}}{m W_1 K_{ws1}}. \quad (\text{B.8})$$

Para manter a equivalência entre a resistência e a indutância de dispersão do rotor real e o rotor equivalente deve-se preservar as perdas ôhmicas e a energia armazenada nos fluxos dispersos respectivamente.

$$m R_{r'} I_{r'}^2 = m_2 R_r I_r^2, \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{m L_{rl'} I_{r'}^2}{2} = \frac{m_2 L_{rl} I_r^2}{2}. \quad (\text{B.10})$$

Rearranjando (B.9) e (B.10) usando (B.8) chega-se a:

$$R_{r'} = R_r \frac{m_2 I_r^2}{m I_{r'}^2} = R_r \frac{m_2}{m K_i^2}, \quad (\text{B.11})$$

$$L_{rl'} = L_{rl} \frac{m_2 I_r^2}{m I_{r'}^2} = L_{rl} \frac{m_2}{m K_i^2}. \quad (\text{B.12})$$

Apesar de se poder pensar diferente, considera-se aqui que a gaiola de esquilo seja polifásica onde cada barra é uma fase ($m_2 = N_r$) e que o número de **condutores** em série por fase seja 1, logo o **número de espiras** em série por fase é $W_2 = 1/2$ (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.351).

Na gaiola tem-se também $K_{dr1} = 1$, $K_{pr1} = 1$ e finalmente $K_{wr1} = K_{sk}$.

Tomando-se R_{be} e L_{be} como a resistência e indutância de dispersão de cada barra do rotor e da fração correspondente do anel tem-se:

$$R_{r'} = R_{be} \frac{m_2}{m K_i^2} = R_{be} \frac{m_2}{m} \frac{1}{\left(\frac{m_2 W_2 K_{wr1}}{m W_1 K_{ws1}}\right)^2} = R_{be} \frac{m}{m_2} \frac{(W_1 K_{ws1})^2}{(1/2 \cdot K_{sk})^2} = R_{be} \frac{4 m}{N_r} \frac{(W_1 K_{ws1})^2}{(K_{sk})^2}, \quad (\text{B.13})$$

$$L_{be'} = L_{be} \frac{m_2}{m K_i^2} = L_{be} \frac{m_2}{m} \frac{1}{\left(\frac{m_2 W_2 K_{wr1}}{m W_1 K_{ws1}}\right)^2} = L_{be} \frac{m}{m_2} \frac{(W_1 K_{ws1})^2}{(1/2 \cdot K_{sk})^2} = L_{be} \frac{4 m}{N_r} \frac{(W_1 K_{ws1})^2}{(K_{sk})^2}, \quad (\text{B.14})$$

Generalizando, para rotor em gaiola, pode-se obter a relação de reflexão para todas as harmônicas através de uma expressão bem simples (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.352), (BOLDEA; NASAR, 2010, p.138), NKO,1969, p.436).

$$\rho_h = \frac{4 m (W_1 K_{wsh})^2}{N_r (K_{skh})^2}. \quad (\text{B.15})$$

Deve-se ser observado que somente a resistência e indutância de dispersão da barra e da fração de anel é que devem ser referidas ao estator porque as outras, em geral, são obtidas já referidas ao estator desde o início.

APÊNDICE C - EFEITO PELICULAR PARA BARRAS RETANGULARES

Já é conhecido que o efeito pelicular altera a distribuição das correntes nos interiores de condutores de grande seção transversal (BOLDEA; NASAR, 2010, p.211).

Define-se profundidade de penetração a distância a partir de uma superfície onde uma grandeza tem valor pleno (100%) até a profundidade onde esta grandeza reduz-se a 1/e (36,8%) do valor pleno e não a zero.

O cálculo para condutor retangular é fácil e pode ser estendido a outras formas onde o condutor é cortado em algumas fatias no sentido radial.

É suposto apenas gaiola simples, que se aproxime de barras retangulares, uma vez que o gerador de indução não necessita de gaiola especial. Para barras retangulares o seu valor é dado por:

$$\delta_{Al} = \sqrt{\frac{2}{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}} \frac{b_s}{b_c}}. \quad (C.1)$$

No caso de rotor em gaiola de alumínio fundido tem-se $b_s / b_c \cong 1$ onde b_c = profundidade do condutor e b_s = profundidade da ranhura.

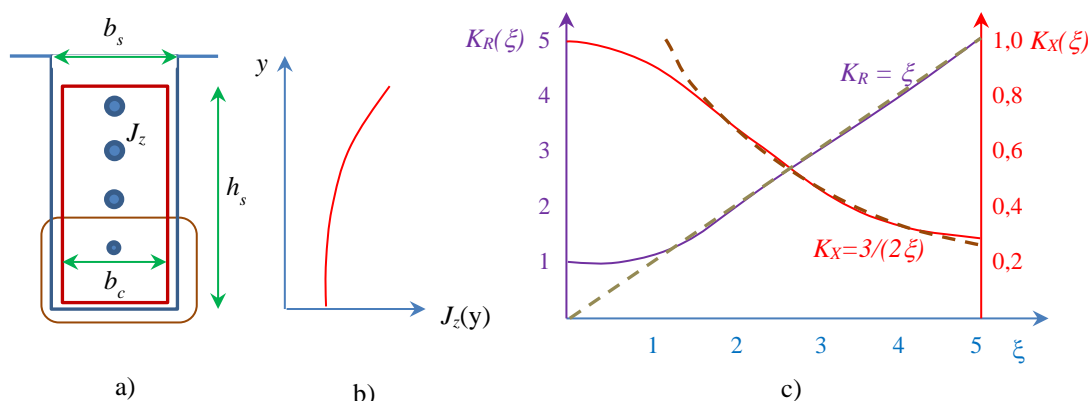
Usando dados do alumínio ($\rho_{Al} = 2,63158 \times 10^{-8} \Omega \cdot m$, $\sigma_{Al} = 38,0 \times 10^6 \text{ S/m}$), chega-se na profundidade de penetração para $s=1$ e $s = 0,05$ que correspondem à partida e ao regime permanente do motor.

$$\begin{aligned} f = 60 \text{ Hz}, s = 1 \rightarrow \delta_{Al} &= \sqrt{\frac{2}{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}} \frac{b_s}{b_c}} = \sqrt{\frac{2}{1 \cdot 377 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 38 \cdot 10^6} \frac{1}{1}} \\ &= 1,054 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f = 30 \text{ Hz}, s = 0,5 \rightarrow \delta_{Al} &= \sqrt{\frac{2}{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}} \frac{b_s}{b_c}} = \sqrt{\frac{2}{0,5 \cdot 377 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 38 \cdot 10^6} \frac{1}{1}} \\ &= 1,491 \text{ mm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f = 3 \text{ Hz}, s = 0,05 \rightarrow \delta_{Al} &= \sqrt{\frac{2}{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}} \frac{b_s}{b_c}} = \sqrt{\frac{2}{0,05 \cdot 377 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 38 \cdot 10^6} \frac{1}{1}} \\ &= 47,14 \text{ mm} \end{aligned}$$

Figura C.1 a) Condutor retangular típico; b) Distribuição da corrente; c) Fatores de correção das impedâncias



Fonte: Autor, baseado em (BOLDEA; NASAR, 2010).

Define-se como ξ a relação entre a altura da ranhura e a profundidade de penetração:

$$\xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}}. \quad (C.2)$$

No caso em questão, onde a altura da ranhura do rotor é de $h_r = 11,02$ mm (obtida de dados de projeto) ou avaliada aproximadamente pela dimensão radial do anel ($d_{er} = 13,85$ mm) pode-se obter a relação acima .

$$f = 60 \text{ Hz} \rightarrow \xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}} = \frac{11,02}{10,54} = 1,054, s = 30 \text{ Hz} \rightarrow \xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}} = \frac{11,02}{14,91} = 0,739,$$

$$s = 3 \text{ Hz} \rightarrow \xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}} = \frac{11,02}{47,14} = 0,234.$$

Os fatores de correção da resistência e das indutâncias de dispersão são dados por:

$$K_R = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} = \frac{R_{CA}}{R_{CC}}, \quad (C.3)$$

$$K_X = \frac{3}{2\xi} \frac{\sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} = \frac{L_{CA}}{L_{CC}}. \quad (C.4)$$

As expressões acima (C.3) e (C.4) mostram através da Figura C.1 que a resistência do rotor aumenta com o escorregamento e a reatância de dispersão diminui. Isto tem especial interesse para a análise da máquina funcionando como motor na partida onde o escorregamento é alto.

No ensaio de rotor bloqueado a frequência do rotor é a mesma usada no ensaio. No caso os alguns fatores de correção são:

$$f = 60 \text{ Hz: } \xi = 1,054; K_R = 1,103; K_X = 0,971;$$

$$f = 30 \text{ Hz: } \xi = 0,739; K_R = 1,027; K_X = 0,992;$$

$$f = 3 \text{ Hz: } \xi = 0,234; K_R = 1,000; K_X = 1,000;$$

No funcionamento sob condições nominais ou próximo destas, como motor e como gerador, não há maior interesse, pois a frequência do rotor é muito baixa. Para 60 Hz ou menos $\xi < 1,054$ e os coeficientes K_r e K_x estão entre 1,1 e 1 e 0,9 a 1 respectivamente.

Nota-se que, para $\xi > 2$ o valor de K_r se aproxima de uma reta com valor $K_r \cong \xi$ e que K_x se aproxima da hipérbole $K_x \cong 3/(2\xi)$ o que permite outra compreensão. Como $\xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}}$ e $\delta_{Al} = \sqrt{\frac{2}{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}} \frac{b_s}{b_c}}$ quanto mais alta a frequência menor é a profundidade de penetração na barra e maior é proporção ξ , ou seja ξ fica proporcional à raiz quadrada da frequência $\xi = \frac{h_s}{\delta_{Al}} = h_s \sqrt{\frac{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}}{2} \frac{b_c}{b_s}} = \sqrt{s\omega_1} \left[h_s \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_{Al}}{2} \frac{b_c}{b_s}} \right]$ onde a parte entre colchetes só depende da parte construtiva. Assim para $\xi > 2$ pode-se assumir que:

$$K_r \cong \xi \cong \sqrt{s\omega_1} \left[h_s \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_{Al}}{2} \frac{b_c}{b_s}} \right]. \quad (\text{C.5})$$

Tomando-se a parte entre colchetes como constante para uma máquina existente então

$$K_r \cong \sqrt{s\omega_1} \cdot \text{cte} . \quad (\text{C.6})$$

Concluindo o coeficiente variação da resistência depende da raiz quadrada da frequência.

De forma semelhante, para $\xi > 2$, $K_x \cong 3/(2\xi)$ logo tem-se:

$$K_x \cong \frac{3}{2\xi} \cong \frac{3}{2h_s \sqrt{\frac{s\omega_1\mu_0\sigma_{Al}}{2} \frac{b_c}{b_s}}} \cong \frac{1}{\sqrt{s\omega_1}} \frac{3}{2h_s \sqrt{\frac{\mu_0\sigma_{Al}}{2} \frac{b_c}{b_s}}} \cong \frac{1}{\sqrt{s\omega_1}} \cdot \text{cte}. \quad (\text{C.7})$$

Assim, para $\xi > 2$, K_x é inversamente proporcional à raiz quadrada da frequência.

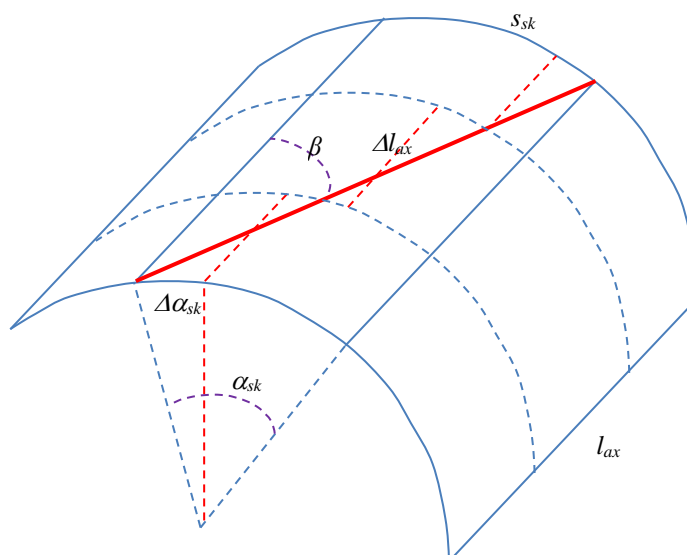
Esse aumento da resistência do rotor na partida, acompanhado pela diminuição da indutância (reatância) de dispersão de ranhura, leva a uma corrente de partida mais baixa e um torque de partida mais alto. O rotor de gaiola dupla é um aproveitamento deste fenômeno e foi introduzido na virada do século 20 por Dolivo–Dobrovolski e mais tarde por Boucherot.

APÊNDICE D - INCLINAÇÃO DAS RANHURAS

Para reduzir as harmônicas de ranhura é usado inclinar as ranhuras do estator ou do rotor em um passo de ranhura aproximadamente (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.239). Isto causa uma redução da indutância mútua entre os enrolamentos que é expressa pelo fator de inclinação (*skewing factor*).

O efeito da inclinação da ranhura equivale a usar um enrolamento distribuído com certo número de defasagens entre *fems* e um correspondente fator de distribuição conforme Figura D.1.

Figura D.1- Inclinação de ranhuras do pacote de chapas como forma de reduzir torque de relutância e harmônicas de ranhura



Fonte: Autor, baseado em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.239).

O fator de inclinação é deduzido a partir do fator de distribuição onde o ângulo é redefinido conforme segue:

$$K_{dh} = \frac{\text{sen}(h \cdot q \cdot \alpha_u / 2)}{q \cdot \text{sen}(h \cdot \alpha_u / 2)} \quad (\text{D.1})$$

onde α_u é o ângulo de defasagem das *fems* correspondente ao ângulo de uma ranhura. Uma barra inclinada pode ser considerada como um grande conjunto de barras retas deslocadas de um ângulo $\Delta\alpha_{sk}$ umas das outras. O número destas barras parciais é obtido por:

$$z_1 = \frac{l_{ax}}{\Delta l} = \frac{\alpha_{sk}}{\Delta\alpha_{sk}} \quad (\text{D.2})$$

Então z_1 corresponde a q e $\Delta\alpha_{sk}$ a α_u em (D.1). Substituindo em (D.1) têm-se:

$$K_{dh} = \frac{\text{sen}(h.z_1.\Delta\alpha_{sk}/2)}{z_1 \text{sen}(h.\Delta\alpha_{sk}/2)} = \frac{\text{sen}(h.\frac{\alpha_{sk}}{\Delta\alpha_{sk}}.\Delta\alpha_{sk}/2)}{\frac{\alpha_{sk}}{\Delta\alpha_{sk}} \text{sen}(h.\Delta\alpha_{sk}/2)}. \quad (\text{D.3})$$

Tomando-se um número de barras que tende a infinito o ângulo $\Delta\alpha_{sk}$ tende a zero logo, no limite, tem-se:

$$\lim_{\Delta\alpha_{sk} \rightarrow 0} \text{sen}\left(h \frac{\Delta\alpha_{sk}}{2}\right) = h \frac{\Delta\alpha_{sk}}{2}. \quad (\text{D.4})$$

Substituindo-se em (D.3) e fazendo pequenos ajustes obtém-se:

$$K_{skh} = \frac{\text{sen}(h.z_1.\Delta\alpha_{sk}/2)}{z_1.\text{sen}(h.\Delta\alpha_{sk}/2)} = \frac{\text{sen}(h.\frac{\alpha_{sk}}{2})}{\frac{\alpha_{sk}}{\Delta\alpha_{sk}}.h.\frac{\Delta\alpha_{sk}}{2}} = \frac{\text{sen}(h.\frac{\alpha_{sk}}{2})}{h.\frac{\alpha_{sk}}{2}}, \quad (\text{D.5})$$

onde α_{sk} é o ângulo radial de inclinação e deve estar em radianos elétricos.

Tomando-se o arco s_{sk} , medido em metros, correspondente à inclinação da ranhura tem-se:

$$s_{sk} = \alpha_{sk} \frac{D}{2} \frac{1}{p}. \quad (\text{D.6})$$

O uso do conceito de passo polar é útil à dedução do fator de inclinação:

$$\tau_p = \frac{\pi D}{2p}, \quad (\text{D.7})$$

donde se obtém:

$$\frac{D}{2} = \frac{p.\tau_p}{\pi}. \quad (\text{D.8})$$

Substituindo (D.8) em (D.5) e rearranjando chega-se a:

$$s_{sk} = \alpha_{sk} \frac{p \tau_p}{\pi} \frac{1}{p}, \quad (\text{D.9})$$

$$\alpha_{sk} = \frac{s_{sk} \pi}{\tau_p}. \quad (\text{D.10})$$

Porém o passo polar (em metros) pode ser obtido pelo passo polar em ranhuras e pelo passo de ranhuras por:

$$\tau_p = Y_p \tau_r = m q \tau_r. \quad (\text{D.11})$$

Substituindo (D.11) em (D.10) obtém-se:

$$\alpha_{sk} = \frac{s_{sk} \pi}{m q \tau_r}, \quad (\text{D.12})$$

onde se define

$$S_{sp} = \frac{S_{sk}}{\tau_r}, \quad (\text{D.13})$$

onde S_{sp} é a inclinação expressa em múltiplo (ou fração) do passo de ranhuras.

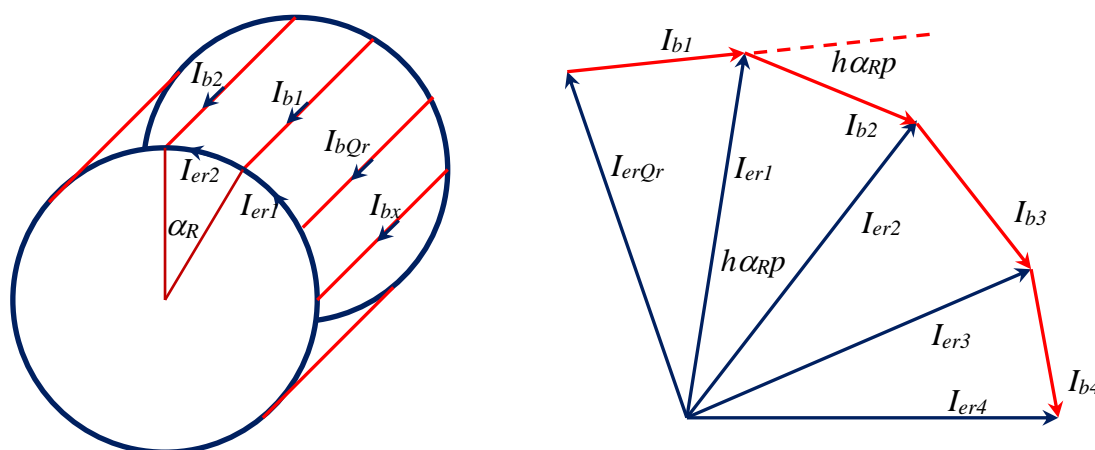
De (D.12) agora tem-se $\alpha_{sk} = \frac{S_{sp} \cdot \pi}{m \cdot q}$ de modo que, usando (D.6) o fator de inclinação k_{skh} finalmente é

$$K_{skh} = \frac{\text{sen} \left(h \frac{S_{sp} \pi}{mq} \right)}{h \frac{S_{sp} \pi}{mq}}. \quad (\text{D.14})$$

APÊNDICE E - INCLUSÃO DAS GRANDEZAS DOS ANÉIS NAS BARRAS DO ROTOR

As grandezas dos anéis de curto do rotor são mais bem trabalhadas se elas forem incluídas nas barras do rotor. A dedução deste recurso já está bastante sedimentado na literatura (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.350),(BOLDEA; NASAR, 2010, p.134). Neste caso vários autores consideram o rotor polifásico sendo que o número de fases (m_2) é igual ao número de barras dele (N_r). A defasagem entre elas corresponde ao ângulo elétrico entre as barras ($h\alpha_{Rp}$). O número de espiras em série por fase é considerado $\frac{1}{2}$ ($W_2 = 1/2$) uma vez que uma espira possui dois lados ativos.

Figura E1 - Relações entre grandezas dos anéis e das barras do rotor



Fonte: Autor, baseado em (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014).

O diagrama de fasores aborda as correntes nas barras e anéis de um dos lados da gaiola. O ângulo α_R é o ângulo mecânico entre barras do rotor e é obtido por:

$$\alpha_R = \frac{2\pi}{N_r}. \quad (\text{E.1})$$

O ângulo entre os fasores para cada harmônica de corrente fica então $h\alpha_{Rp}$.

Por inspeção observa-se que a corrente num trecho de anel é igual a corrente no trecho anterior mais a corrente da barra que ali está conectada. Generalizando:

$$I_{erx} = I_{erx-1} + I_{bx}. \quad (\text{E.2})$$

Uma simples aplicação de trigonometria permite obter a corrente eficaz numa seção do anel (I_{er}) em função das correntes eficazes nas barra (I_b).

$$I_{erh} = \frac{I_{bh}}{2 \operatorname{sen} \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)}. \quad (\text{E.3})$$

Desta maneira pode-se obter um aumento da resistência das barras do rotor de forma a representar as perdas joule nos anéis.

$$P_{Jrh} = N_R (R_{bh} I_{bh}^2 + 2R_{erh} I_{erh}^2) = N_R \left[R_{bh} I_{bh}^2 + 2R_{erh} \left(\frac{I_{bh}}{2 \operatorname{sen} \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)} \right)^2 \right], \quad (\text{E.4})$$

$$P_{Jrh} = N_R \left(R_{bh} I_{bh}^2 + R_{erh} \frac{I_{bh}^2}{2 \operatorname{sen}^2 \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)} \right) = N_R I_{bh}^2 \left(R_{bh} + \frac{R_{erh}}{2 \operatorname{sen}^2 \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)} \right). \quad (\text{E.5})$$

Desta forma a resistência de uma fase do rotor, incluindo a barra e duas seções de anel, pode ser expressa por (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.350).

$$R_{beh} = R_{bh} + \frac{R_{erh}}{2 \operatorname{sen}^2 \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)} = R_{bh} + R_{erh} \cdot K_{erbh}, \quad K_{erbh} = \frac{1}{2 \operatorname{sen}^2 \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)}. \quad (\text{E.6})$$

Utilizando o mesmo princípio, porém comparando energia magnética armazenada, obtém-se a indutância equivalente ao anel a ser somada à da barra.

$$L_{beh} = L_{bh} + \frac{L_{erh}}{2 \operatorname{sen}^2 \left(h p \frac{\alpha_R}{2} \right)} = L_{bh} + L_{er} K_{erbh}. \quad (\text{E.7})$$

Conhecendo a frequência no rotor, em função do escorregamento, obtêm-se as componentes harmônicas da impedância de uma fase do rotor, vista ainda pelo rotor.

$$Z_{beh} = R_{bh} + j s_h \omega_1 L_{beh}. \quad (\text{E.8})$$

onde $s_h \omega_1$ é a frequência angular das correntes do rotor para uma dada harmônica h .

APÊNDICE F – CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PERDAS NO FERRO NO ENSAIO A VAZIO

O ensaio a vazio foi realizado partindo de uma temperatura inicial aproximada daquela que ocorre na operação nominal a fim de não exigir fortes correções de resistência em função da temperatura.

O ensaio foi feito de cima para baixo, iniciando de 125% na tensão nominal e reduzindo a tensão até que a corrente de estator deixasse de diminuir entrando numa instabilidade de funcionamento, ou seja, perda acentuada da velocidade a vazio (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004). O ensaio foi feito rapidamente para que o motor não esfriasse muito até o final do ensaio.

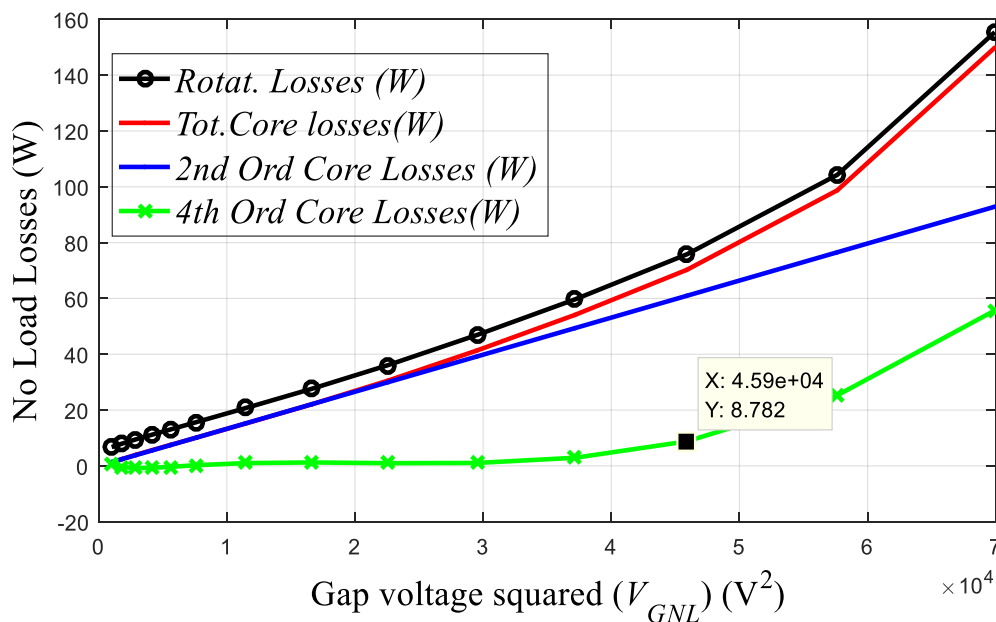
A análise da curva de perdas no ferro (em função do quadrado da tensão de entreferro) mostra uma região quase reta que se estende até próximo da tensão nominal onde começa a apresentar uma curvatura para cima, indicando um crescimento mais do que proporcional ao quadrado da tensão. Neste caso foram feitas várias tentativas a fim de modelar estas perdas através de uma condutância fixa de perdas acrescida de uma condutância variável em paralelo ou uma resistência série no estator conforme sugerido por (BOLDEA; NASAR, 2010).

Esta abordagem deu origem à reta azul (obtida por regressão usando os pontos até a metade da tensão nominal (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) e a curva correspondente à diferença entre a original e a reta.

Esta última foi alisada por um polinômio de segunda ordem em relação à tensão de entreferro ao quadrado (ou quarta ordem em relação à tensão de entreferro) ficando conforme a curva verde da Figura F.1.

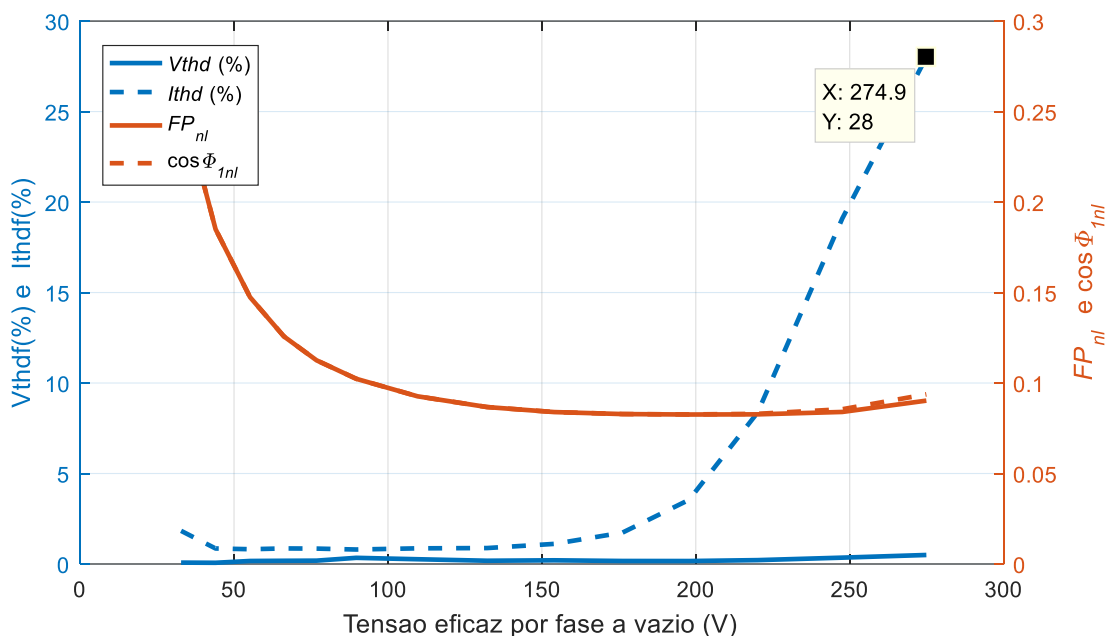
Analisando a Figura F.2 conclui-se que provavelmente este aumento de perdas esteja associado à deformação da corrente (aumento de THD a 8%) a vazio na proximidade da tensão nominal devido ao achatamento da onda de indução no entreferro (gerando harmônicas espaciais de indução devido à saturação) o que causa mais perdas no ferro (devido às pulsações em frequências mais altas) e também a indução de correntes na gaiola (mesmo para escorregamento nulo) causando perdas joule na gaiola.

Figura F.1 - Análise das perdas no ferro no ensaio a vazio para cálculo das resistências de perdas no núcleo



Fonte: Autor.

Figura F-2 Distorção harmônica da corrente e fator de potência no ensaio a vazio



Fonte: Autor.

Apesar de a curva de perdas ter sido feita para tensões que vão bem acima da tensão nominal, na operação em regime permanente a tensão de entreferro V_g excursiona apenas

entre $\pm 6\%$ no entorno do valor a vazio. Admitindo-se algum desvio, foi assumido que as perdas no ferro são causadas por uma resistência de perdas no ferro que é calculada para a tensão de entreferro sob tensão nominal a vazio e considerada constante para pequenos afastamentos deste ponto.

$$\text{Na máquina em estudo vale: } R_{fe} = 3 \frac{V_g^2}{P_{feTot}} = 3 \frac{214,23 V^2}{70,24 W} = 1960,2 \Omega. \quad (\text{F.1})$$

Em ensaios posteriores obtiveram-se as tensões de entreferro nos casos de operação como motor e gerador sob plena carga e na velocidade síncrona. As perdas foram calculadas em função da resistência fixa R_{fe} conforme acima e os resultados foram colocados na Tabela F-1.

Tabela F-1 Comparação de perdas no ferro lidas no ensaio a vazio com aquelas calculadas assumindo-se a resistência de perdas no ferro constante

s (%)	$V_g(V)$	$V_g^2(V^2)$	$P_{feTot} (W)$	$3 V_g^2/R_{fe} (W)$	Dif(%)
5,0	191,6	36711	53,30	56,18	5,4 %
0,0	204,9	41984	63,01	64,25	1,62 %
-5,0	214,7	46096	70,73	70,55	0,26 %

Fonte: Autor.

Como as diferenças mostradas serem pequenas em toda a faixa de operação motor-gerador justifica-se usar uma resistência de perdas no ferro constante.

Assim, em função da simplicidade do cálculo clássico (INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, 2004) e dos pequenos desvios mostrados na Tabela F.1, foi abandonada a ideia de modelar a curvatura da curva de perdas como uma das parcelas das perdas suplementares.

O estudo específico de perdas suplementares vai quantificar as parcelas das mesmas que já estão presentes no ensaio a vazio e são amplificadas com a carga. Neste estudo vai ser verificado que as perdas suplementares são, em parte, proporcional ao quadrado da corrente e, em parte proporcional à tensão do entreferro ao quadrado.

APÊNDICE G - ABERTURA EQUIVALENTE DE RANHURA NO CAMINHO PRINCIPAL

A linha de entreferro do ensaio a vazio foi obtida por regressão linear usando os pontos da parte inferior da curva de magnetização obtida do ensaio (Figura 59).

Fazendo uma interpolação linear na linha de entreferro foi obtida a corrente de magnetização correspondente à tensão de entreferro nominal ($V_{g0} = 213,4 \text{ V}$) resultando em $I_{mg} = 1,867 \text{ A}$.

A reatância de magnetização na linha de entreferro é obtida por:

$$X_{mg} = \frac{V_{g0}}{I_{mg}} = \frac{213,4 \text{ V}}{1,867 \text{ A}} = 114,3 \Omega. \quad (\text{G.1})$$

Em consequência tem-se a indutância de magnetização na linha de entreferro.

$$L_{mg} = \frac{X_{mg}}{2\pi f_1} = \frac{114,3 \Omega}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz}} = 0,3032 \text{ H} \quad (\text{G.2})$$

Usando (223) e pondo em evidência o entreferro equivalente, corrigido pelo fator de Carter, chega-se a:

$$g_c = \frac{m}{2} \mu_0 \frac{4}{p \pi^2} \frac{\tau_p l_{ax}}{L_m} (W_1 K_{w1})^2. \quad (\text{G.3})$$

$$g_c = \frac{3}{2} \mu_0 \frac{4}{2 \pi^2} \frac{0,0754 \cdot 0,100}{0,3032} (222 \cdot 0,9598)^2 = 0,431 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (\text{G.4})$$

De posse do entreferro equivalente e do entreferro físico obtém-se o fator de Carter relativo às ranhuras do estator e do rotor.

$$K_c = \frac{g_c}{g_0} = \frac{0,431 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{0,303 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1,4235 \quad (\text{G.5})$$

Agora pode-se obter o fator de Carter relativo às ranhuras do rotor por:

$$K_{c2} = \frac{K_c}{K_{c1}} = \frac{1,4235}{1,2603} = 1,1295 \quad (\text{G.5})$$

A variável γ é obtida por (78), contextualizada aqui com (G.6):

$$K_{c2} = \frac{\tau_r}{\tau_r - \gamma_2 \cdot g_0/2}, \quad (\text{G.6})$$

$$\gamma_2 = \frac{(K_{c2} - 1)\tau_r}{K_{c2} \cdot g_0/2} = \frac{(1,1295 - 1)6,9 \cdot 10^{-3}}{1,1295 \cdot 0,303 \cdot 10^{-3}/2} = 5,19. \quad (\text{G.7})$$

Reescrevendo (77) e reorganizando tem-se:

$$\gamma_2 = \frac{\left(\frac{b_{r0}}{g_o/2}\right)^2}{5 + \frac{b_{r0}}{g_o/2}}, \quad \gamma_2 \left(5 + \frac{b_{r0}}{g_o/2}\right) = \left(\frac{b_{r0}}{g_o/2}\right)^2. \quad (\text{G.8})$$

Tomando $x = b_{r0}/(g_o/2)$ e formando uma equação de segundo grau encontra-se:

$$\left(\frac{b_{r0}}{g_o/2}\right)^2 - \gamma_2 \left(\frac{b_{r0}}{g_o/2}\right) - 5\gamma_2 = 0 \quad \text{ou} \quad (x)^2 - \gamma_2(x) - 5\gamma_2 = 0, \quad (\text{G.9})$$

$$(x)^2 - 5,19(x) - 5 \cdot 5,19 = 0. \quad (\text{G.10})$$

Resolvendo esta equação pelo método clássico tem-se $b_{r0h} = 1,256 \cdot 10^{-3}\text{m}$ que é a abertura hipotética da ranhura do rotor para fins de consideração da relutância adicional do caminho principal em virtude da ponte da ranhura do rotor estar saturada.

Este cálculo foi feito para conferir o valor sugerido por (AGARWAL; ALGER, 1960) que propunha um valor de 0,04 polegadas, ou seja, 1,016 mm.

Concluindo, o valor da abertura hipotética ($b_{r0} = 1,1$ mm) usada nos cálculos relativos ao fator de Carter e à relutância do entreferro no caminho principal é bem coerente com o valor empírico proposto na bibliografia mencionada e com o cálculo reverso descrito acima.

Este valor não tem utilidade no cálculo do fluxo disperso pela boca da ranhura do rotor, cuja abordagem tem técnica específica conforme demonstrado nos capítulos 8 e 9.

APÊNDICE H - COEFICIENTES DA SÉRIE DE CONDUTÂNCIA DE ENTREFERRO

Este apêndice tem o objetivo de deduzir os coeficientes da série de Fourier para a função condutância magnética de entreferro.

A função condutância é periódica com comprimento de onda igual ao passo de ranhura do estator ou do rotor. Se a origem está no eixo de uma ranhura e o número de ranhuras for N_s tem-se

$$\lambda_1(\alpha) = a_{0s} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{ns} \cos(nN_s\alpha), \quad (\text{H.1})$$

onde a_{0s} é o valor médio da condutância num passo de ranhura, α é a posição do ponto em radianos mecânicos e n é a ordem da harmônica de condutância em que a primeira harmônica tem comprimento de onda igual ao passo de ranhura do estator ($\tau_s = 2\pi R/N_s$).

Segundo (HELLER; HAMATA, 1977, p.62) os coeficientes da série de Fourier da condutância são:

$$a_{0s} = N_s \frac{1}{\pi} 2 \int_0^{\alpha_s/2} \lambda_1(\alpha) d\alpha = \frac{1}{g_0 K_{c1}}, \quad (\text{H.2})$$

onde α_s = passo de uma ranhura do estator (rad.mec.).

A dedução é feita para entreferro só com ranhuras no estator mas pode ser usado para o caso de rotor ranhurado pela comparação dos termos correspondentes, tais como:

$$\lambda_2(\alpha) = a_{0r} - \sum_{n=1}^{\infty} a_{nr} \cos(nN_r\alpha), \quad (\text{H.3})$$

$$a_{0r} = N_r \frac{1}{\pi} 2 \int_0^{\alpha_r/2} \lambda_2(\alpha) d\alpha = \frac{1}{g_0 K_{c2}}, \quad (\text{H.4})$$

onde α_r = passo de uma ranhura do rotor (rad.mec.).

Os valores negativos das equações (113) e (114) são usados para tornar os coeficientes da série (a_{1s} , a_{2s} , a_{1r} , a_{2r} ...) positivos.

Supondo que a origem coincida com o centro da ranhura do estator, tem-se uma série de Fourier em cossenos cujos coeficientes (B_n) são obtidos pela fórmula clássica.

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos(nN_s\alpha) B(\alpha) d\alpha. \quad (\text{H.5})$$

Usando a expressão da indução no entreferro (82) e (83) (no texto principal) tem-se (HELLER; HAMATA, 1977, p.60-63):

$$B_n = N_s \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s\alpha) B'(\alpha) d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{\alpha_s/2} \cos(nN_s\alpha) B''(\alpha) d\alpha \right], \quad (\text{H.6})$$

$$B_n = \frac{N_s 2 B_{max}}{\pi} \left\{ \int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s\alpha) [1 - \beta - \beta \cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_0} \alpha\right)] d\alpha + \int_{0,8\alpha_0}^{\alpha_s/2} \cos(nN_s\alpha) 1 d\alpha \right\}. \quad (\text{H.7})$$

Na região longe da ranhura tem-se

$$B_{max} = \mu_0 F \lambda_{max} = \mu_0 F \frac{1}{g_0}. \quad (\text{H.8})$$

Na região defronte a ranhura observa-se que:

$$B(\alpha) = \mu_0 F \lambda(\alpha) = \mu_0 F \frac{1}{g(\alpha)}. \quad (\text{H.9})$$

Fazendo a proporção obtém-se:

$$\frac{\lambda(\alpha)}{\lambda_{max}} = \frac{B(\alpha)}{B_{max}}, \quad \rightarrow \quad \lambda(\alpha) = \frac{B(\alpha)}{B_{max}} \frac{1}{g_0}. \quad (\text{H.10})$$

Esta mesma proporção ocorre entre as componentes harmônicas e os valores máximos das funções, seja de indução seja de condutância magnética. Assim:

$$a_n = \lambda_n = \frac{B_n}{B_{max}} \frac{1}{g_0}. \quad (\text{H.11})$$

Tomando a expressão (119) e dividindo-a por B_{max} e por g_0 obtém-se a expressão para as componentes harmônicas da condutância magnética.

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{N_s 2}{\pi} \left[\int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s\alpha) [1 - \beta] d\alpha - \beta \int_0^{0,8\alpha_0} \cos(nN_s\alpha) \left[\cos\left(\frac{\pi}{0,8\alpha_0} \alpha\right) \right] d\alpha + \frac{1}{N_s} \text{sen}(nN_s\alpha) \Big|_{0,8\alpha_0}^{\alpha_s/2} \right] \quad (\text{H.12})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{\frac{2\pi}{N_s}}.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{[1-\beta]}{nN_s} \text{sen}(nN_s\alpha) \Big|_0^{0,8\alpha_0} - \beta \int_0^{0,8\alpha_0} \frac{1}{2} \left[\cos(nN_s\alpha - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}\alpha) + \cos(nN_s\alpha + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}\alpha) \right] d\alpha \\ & + \frac{1}{N_s} \left[\text{sen}\left(nN_s \frac{\alpha_s}{2}\right) - \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{H.13})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{2\pi} \frac{1}{N_s}$$

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{[1-\beta]}{N_s} (\text{sen } N_s 0,8\alpha_0) \\ -\beta \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}\left[\left(nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}\right)0,8\alpha_0\right] + \frac{1}{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}\left[\left(nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}\right)0,8\alpha_0\right] \right\} \\ & + \frac{1}{nN_s} \left[\text{sen}\left(nN_s \frac{\alpha_s}{2}\right) - \text{sen}(N_s 0,8\alpha_0) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{H.14})$$

$$= \frac{1}{g_0} \frac{4}{\alpha_s} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{nN_s} (\text{sen } nN_s 0,8\alpha_0) - \frac{\beta}{nN_s} (\text{sen } nN_s 0,8\alpha_0) \\ -\frac{\beta}{2} \left\{ \frac{1}{nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0 - \pi) + \frac{1}{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}(n 0,8\alpha_0 + \pi) \right\} \\ & + \frac{1}{nN_s} \left[\text{sen}\left(nN_s \frac{\alpha_s}{2}\right) - \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{H.15})$$

$$= \frac{1}{g_0} \frac{4}{\alpha_s} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\beta}{nN_s} (\text{sen } nN_s 0,8\alpha_0) \\ -\frac{\beta}{2} \left\{ \frac{1}{nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}(-nN_s 0,8\alpha_0) + \frac{1}{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \text{sen}(-nN_s 0,8\alpha_0) \right\} \\ & + \frac{1}{nN_s} \left[\text{sen}\left(nN_s \frac{\alpha_s}{2}\right) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{H.16})$$

$$= \frac{1}{g_0} \frac{N_s 4}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\beta}{nN_s} (\text{sen } nN_s 0,8\alpha_0) + \\ \frac{\beta}{2} \left\{ \left[\frac{1}{nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} + \frac{1}{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \right] \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0) \right\} + \frac{1}{nN_s} \text{sen}(\pi), \end{aligned} \right\} \quad (\text{H.17})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{N_s 4}{2\pi} \left\{ -\frac{\beta}{nN_s} \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0) + \frac{\beta}{2} \left[\frac{1}{nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} + \frac{1}{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0}} \right] \text{sen}(nN_s 0,8\alpha_0) \right\}, \quad (\text{H.18})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{N_s 4}{2\pi} \left\{ -\frac{\beta}{nN_s} + \frac{\beta}{2} \left[\frac{nN_s + \frac{\pi}{0,8\alpha_0} + nN_s - \frac{\pi}{0,8\alpha_0}}{(nN_s)^2 - \left(\frac{\pi}{0,8\alpha_0}\right)^2} \right] \right\} \text{sen} \left(\frac{2\pi}{\alpha_s} 0,8n\alpha_0 \right), \quad (\text{H.19})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{N_s 4}{2\pi} \left[-\frac{\beta}{nN_s} + \frac{\beta}{2} \frac{2nN_s}{(nN_s)^2 - (nN_s)^2 \left(\frac{\pi}{N_s 0,8n\alpha_0}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.20})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left[-1 + \frac{1}{1 - \left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.21})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left[\frac{-1 + \left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2 + 1}{1 - \left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.22})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left[\frac{\left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.23})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left[\frac{(1,6n\alpha_0)^2 \left(\frac{\alpha_s}{1,6n\alpha_0}\right)^2}{(1,6n\alpha_0)^2 - (\alpha_s)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.24})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left[\frac{(\alpha_s)^2}{(1,6n\alpha_0)^2 - (\alpha_s)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.25})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n2\pi} \beta \left\{ \frac{1}{\left[1,6\left(\frac{n\alpha_0}{\alpha_s}\right)\right]^2 - 1} \right\} \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.27})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n\pi} \beta \left[\frac{1}{2 \cdot 2,56 \left(\frac{n\alpha_0}{\alpha_s}\right)^2 - 1} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.28})$$

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n\pi} \beta \left[\frac{1}{5,12 \left(\frac{n\alpha_0}{\alpha_s}\right)^2 - 2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right). \quad (\text{H.29})$$

Dividindo numerador e denominador por (-2,56) tem-se:

$$a_n = \frac{1}{g_0} \frac{4}{n\pi} \beta \left[\frac{-0,391}{0,781 - 2 \left(\frac{n\alpha_0}{\alpha_{d1}} \right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right). \quad (\text{H.30})$$

Para dar coeficientes positivos e concordar com (113) deve-se trocar o sinal:

$$a_n = \frac{\beta}{g_0} \frac{4}{n\pi} \left[\frac{0,391}{0,781 - 2 \left(n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right). \quad (\text{H.31})$$

O conteúdo entre colchetes, usando expansão em frações parciais, pode ser reescrito para ficar igual à forma apresentada por (HELLER; HAMATA, 1977).

$$a_n = \frac{\beta}{g_0} \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \left[0,5 + \frac{\left(n \frac{b_0}{\tau_{d1}} \right)^2}{0,781 - 2 \left(n \frac{b_0}{\tau_{d1}} \right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{b_0}{\tau_s} \right). \quad (\text{H.32})$$

Para organizar a equação é definida uma função F que depende da relação $\frac{\alpha_0}{\alpha_s}$, que pode estar numa das seguintes formas, concordando com (HELLER; HAMATA, 1977).

$$F_n \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right) = \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \left[\frac{0,391}{0,781 - 2 \left(n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right), \quad (\text{H.33})$$

$$F_n \left(\frac{b_0}{\tau_s} \right) = \frac{1}{n} \frac{4}{\pi} \left[0,5 + \frac{\left(n \frac{b_0}{\tau_s} \right)^2}{0,781 - 2 \left(n \frac{b_0}{\tau_s} \right)^2} \right] \text{sen} \left(\pi 1,6n \frac{b_0}{\tau_s} \right), \quad (\text{H.34})$$

onde as relações entre largura de ranhura e passo de ranhura são iguais às relações correspondentes em ângulo.

$$\frac{b_0}{\tau_s} = \frac{\alpha_0}{\alpha_s}. \quad (\text{H.35})$$

Tomando uma das harmônicas como fixa gera-se uma curva na Figura 20 (no texto principal) em função da relação $\frac{b_0}{\tau_s}$ ou $\frac{\alpha_0}{\alpha_s}$. Foram feitas plotagens somente para as três primeiras harmônicas por serem as mais importantes.

Assim são obtidos os coeficientes genéricos a_n da n -ésima harmônica da condutância de entreferro quando somente há ranhuras no estator.

$$a_n = \frac{\beta}{g_0} F_n \left(\frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right). \quad (\text{H.36})$$

Se as ranhuras estiverem no rotor a expressão fica semelhante a menos de que β , α_0 e α_d devem ser tomados para os valores correspondentes do rotor (β_r , α_{0r} e α_r).

A Figura 20 (no texto principal) mostra que as funções possuem pontos de descontinuidade nos pontos em que $0,781 - 2 \left(n \frac{\alpha_0}{\alpha_s} \right)^2 = 0$. Na eventualidade de ocorrer esta situação, deve usar as propriedades dos limites da função. Estas informações não foram citadas em (HELLER; HAMATA, 1977).

APÊNDICE I – CONDUTÂNCIA MAGNÉTICA DO ENTREFERRO

Este apêndice visa consolidar a visão sobre condutância magnética do entreferro a partir de (HELLER; HAMATA, 1977). Veja-se inicialmente a Figura I-1 para a interpretação da condutância magnética do entreferro.

Tomando-se a permeabilidade do núcleo como infinita, um entreferro uniforme (sem ranhuras) e a indução totalmente radial no entreferro pode-se escrever a equação da indução como:

$$B_g = \mu_0 H_g = \mu_0 \frac{F}{g_0} \quad (\text{I.1})$$

Reescrevendo (98) tem-se:

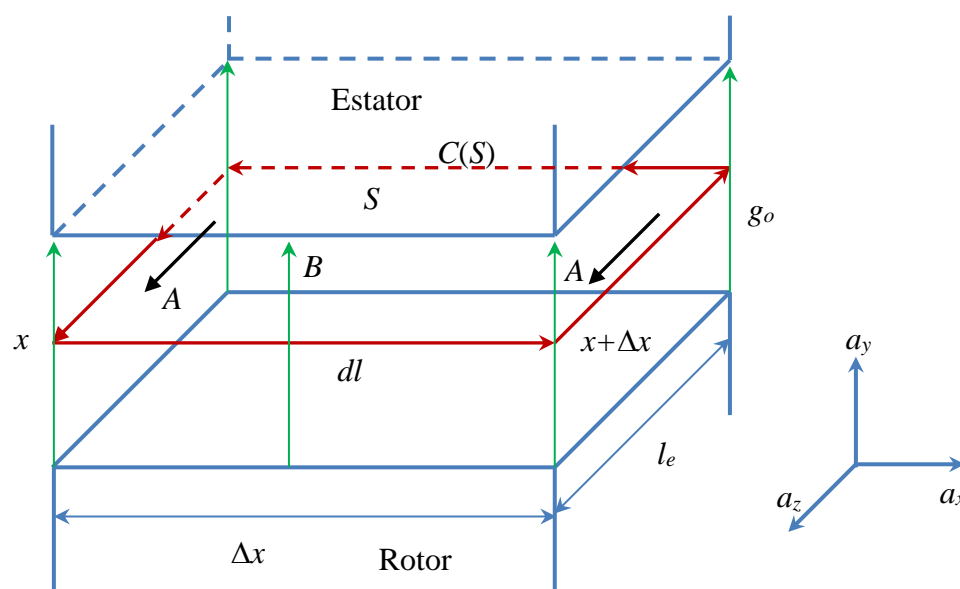
$$B_g = \mu_0 F \frac{1}{g_0} = \mu_0 F \lambda \quad (\text{I.2})$$

Para uma máquina sem ranhuras a condutância magnética é um valor constante

$$\lambda = \frac{1}{g_0}, \quad (\text{I.3})$$

onde λ é condutância magnética do entreferro (m^{-1}).

Figura I-1 - Cálculo de fluxo pela indução e pelo potencial vetor magnético



Fonte: Autor.

A condutância magnética do entreferro é definida como a indução obtida no entreferro quando o mesmo for submetido a uma diferença de potencial magnético unitária

(HELLER; HAMATA, 1977, p.60). A origem da definição parece estar historicamente ligada ao sistema CGS onde a permeabilidade do vácuo μ_0 é 1.

Desta forma a queda de fmm (ou diferença de potencial magnético) é unitária quando $F = 1 \text{ Ae}$ e assim $\mu_0 F = F = 1$.

No sistema SI, para que a definição de condutância magnética mantenha coerência dimensional, deve-se interpretar como “diferença de potencial magnético unitário” o produto $\mu_0 F = 1$. Neste caso a análise dimensional conduz para:

$$\mu_0 \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right] F [\text{Ae}] = \mu_0 \left[\frac{\text{Wb}}{\text{Ae.m}} \right] F [\text{Ae}] = \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right], \quad (\text{I.4})$$

Neste caso, então, a força magnetomotriz aplicada ao entreferro (ou diferença de potencial magnético) no sistema SI deve ser $F = 1/\mu_0 = 795775 \text{ Ae}$ e não 1! Para manter a coerência dimensional a unidade de condutância magnética deve ser m^{-1} .

Como consequência, quando se desejar conhecer a indução real num entreferro, deve-se multiplicar a condutância magnética pelo produto $\mu_0 F$ não-unitário, ou seja o valor realmente aplicado ao entreferro conforme (99). A indução resulta em tesla como esperado.

O fluxo magnético $\Delta\phi$ entre dois pontos da periferia do entreferro, separados por uma distância $\Delta x = R \Delta\alpha$, supondo uma profundidade l_e , é obtido por:

$$\Delta\phi = B\Delta xl_e = \frac{\mu_0 F \Delta x l_e}{g_0}. \quad (\text{I.5})$$

Veja-se agora este mesmo cálculo usando a grandeza potencial vetor magnético (\vec{A}). Sabendo-se que, por definição, $\vec{B} = \nabla x \vec{A}$, usando a integral de superfície de \vec{B} e o Teorema de Stokes encontra-se o fluxo magnético como descrito a seguir.

$$\Delta\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S \nabla x \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint_{C(S)} \vec{A} \cdot d\vec{l}, \quad (\text{I.6})$$

onde S é a área onde se deseja calcular o fluxo e C é a curva que delimita esta área. Expandindo o rotacional em coordenadas cartesianas tem-se:

$$\vec{B} = \nabla x \vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \vec{a}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{a}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \vec{a}_z. \quad (\text{I.7})$$

Considerando que \vec{B} só tem componente vertical (\vec{a}_y) e é constante ao longo da área limitada por $l_e \Delta x$ tem-se:

$$\vec{B} = \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{a}_y. \quad (\text{I.8})$$

Lembrando que num problema 2D o Potencial Vektor Magnético \vec{A} não varia com z logo conclui-se que $\frac{\partial A_x}{\partial z} = 0$. Assim:

$$\vec{B} = \left(-\frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \vec{a}_y \rightarrow B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x}. \quad (667)$$

Como A_z só depende de x pode-se simplificar para:

$$B_y = -\frac{dA_z}{dx}. \quad (\text{I.10})$$

Tomando B_y invariável ao longo de Δx o potencial vetor \vec{A} para este caso fica então:

$$A_z = -\int B_y dx = k - B_y x. \quad (\text{I.11})$$

A diferença de potencial vetor magnético $\Delta \vec{A}$ entre os pontos x (ou α) e $x+\Delta x$ (ou $\alpha+\Delta\alpha$) fica então:

$$\Delta A = A_{(x+\Delta x)} - A_{(x)} = k - B_y(x+\Delta x) - (k - B_y x) = -B_y(x+\Delta x) + B_y x = -B_y \Delta x. \quad (\text{I.12})$$

Levando em conta que $\Delta \vec{A}$ representa (em 2D) o fluxo magnético entre as abscissas x e $x + \Delta x$ por metro de profundidade e usando (I.5) tem-se:

$$\Delta A = \frac{\Delta \phi}{l_e} = \frac{\frac{\mu_0 F \Delta x l_e}{g_0}}{l_e} = \frac{\mu_0 F \Delta x}{g_0}. \quad [\text{Wb/m}] \quad (\text{I.13})$$

A indução no entreferro B_g fica então:

$$B = \frac{\Delta \phi}{S} = \frac{\Delta \phi}{l_e \Delta x} = \frac{\Delta A}{\Delta x} = \frac{\mu_0 F}{g_0}. \quad (\text{I.14})$$

Fazendo uma análise dimensional de (I.14) tem-se:

$$B = \frac{\Delta \phi}{l_e \Delta x} = \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m.m}} \right] = [\text{T}], \quad (\text{I.15})$$

$$B = \frac{\Delta A}{\Delta x} = \left[\frac{\text{Wb/m}}{\text{m}} \right] = [\text{T}], \quad (\text{I.16})$$

$$B = \frac{\mu_0 F}{g_0} = \frac{\left[\frac{\text{Wb}}{\text{Ae} \cdot \text{m}} \right] [\text{Ae}]}{[\text{m}]} = \left[\frac{\text{Wb}}{\text{m}} \right] = [\text{T}]. \quad (\text{I.17})$$

Verifica-se que $\mu_0 F$ é dimensionalmente equivalente à diferença de potencial vetor magnético ΔA . A seguir é feito um exemplo numérico com valores normais de uma máquina para comparar estas duas grandezas quantitativamente.

Tome-se na Figura I.1 os seguintes valores: $l_e = 1,0 \text{ m}$, $g_0 = 0,5 \text{ mm}$, $\Delta x = 10 \text{ mm}$, $\Delta\phi = 0,008 \text{ Wb}$. A indução, tomada como constante, vale:

$$B = \frac{\Delta\phi}{l_e \Delta x} = \frac{0,008 \text{ Wb}}{1,0 \text{ m} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,8 \text{ T}. \quad (\text{I.18})$$

De (I.17) tem-se: $B = \frac{\mu_0 F}{g_0}$ logo

$$\mu_0 F = g_0 B = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot 0,8 \text{ T} = 0,4 \cdot \frac{10^{-3} \text{ Wb}}{\text{m}}. \quad (\text{I.19})$$

Portanto a fmm (ou diferença de potencial escalar magnético) aplicada é:

$$F = \frac{\mu_0 F}{\mu_0} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Wb/m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}} = 318,31 \text{ Ae}. \quad (\text{I.20})$$

Assumindo uma condição de contorno no lado direito da Figura I.1 ($x = 0,010 \text{ m}$) como $A = 0$ tem-se um crescimento de A para a esquerda de modo que, em $x = 0$, a equipotencial valha $A = 0,008 \text{ Wb/m}$ para que o fluxo entre as duas equipotenciais seja $0,008 \text{ Wb}$. Pela definição de A em 2D, a diferença de potencial vetor magnético é $\Delta A = \Delta\phi/1 \text{ m}$ de profundidade. Assim $\Delta A = 0,008 \text{ Wb/m}$.

Usando (I.16) tem-se a indução usando o conceito de potencial vetor magnético:

$$B = \frac{\Delta A}{\Delta x} = \frac{0,008 \text{ Wb/m}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 0,8 \text{ T}. \quad (\text{I.21})$$

Apesar da coerência dos valores encontrados nos cálculos acima o produto $\mu_0 F = 0,4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$, usado na definição da condutância, não é igual a $\Delta A = 0,008 \frac{\text{Wb}}{\text{m}}$.

Concluindo, a expressão “unitária” usada na definição de (HELLER; HAMATA, 1977, p.60) não se refere a potencial vetor magnético e nem a potencial escalar magnético.

Propõe-se, então, que se redefina como condutância magnética do entreferro o valor da indução quando o mesmo é submetido a uma diferença de potencial escalar magnética de

modo que o produto $\mu_0 F$ seja unitário, ($\mu_0 F = 1 \frac{Wb}{m}$) alterando a definição de (HELLER; HAMATA, 1977, p.611).

$$\lambda = B|_{\mu_0 F=1} = \frac{\mu_0 F}{g_0} = \frac{1}{g_0}. \quad (I.22)$$

Supondo então que o estator ou o rotor possuam ranhuras, a condutância do entreferro não é mais uma constante, mas sim uma função da posição $\lambda = f(\alpha)$. O entreferro físico é agora substituído por um entreferro fictício $g(\alpha)$ com variações periódicas, tendo um valor médio e variações senoidais em função da posição em relação aos dentes e ranhuras. A condutância é o inverso desta função.

$$\lambda(\alpha) = \frac{1}{g(\alpha)}. \quad (I.23)$$

Assim, conhecida a condutância magnética do entreferro, obtém-se a indução real no entreferro multiplicando-a por $\mu_0 F(\alpha)$ atual, não mais pela unidade.

$$B(\alpha) = \mu_0 F(\alpha) \lambda(\alpha), \quad (I.24)$$

onde α é o ângulo mecânico medido até o centro da ranhura escolhida como origem.

Supondo, por um momento, somente o estator ranhurado (e o rotor liso), tem-se a mínima relutância (ou a máxima condutância magnética) no centro do dente do estator e a máxima relutância (ou a mínima condutância) defronte o eixo da ranhura. Assim a condutância é uma função periódica no espaço com comprimento de onda igual ao passo de ranhura do estator.

Outros autores como (GIERAS; WANG; LAI, 2006, p.29) apresentam uma definição diferente para a "facilidade magnética" do entreferro e para o "campo excitante".

Para (HELLER; HAMATA, 1977) a indução no entreferro B é calculada ao multiplicar $\mu_0 F$ pela condutância magnética ($1/g$) expressa em m^{-1} . Por definição, o valor da condutância magnética é numericamente igual à indução quando a "diferença de potencial magnético" aplicada ($\mu_0 F$) for unitária. Assim tem-se $B = \mu_0 F/g = \mu_0 F(1/g)$. Toda a abordagem subsequente de Heller é baseada nesta definição. Em (GIERAS; WANG; LAI, 2006) é adotada a permeância específica [H/m^2]. Neste caso $B = F(\mu_0/g) = F \lambda_1$ então a permeância específica é $\lambda_1 = (\mu_0/g)$ enquanto que o "campo excitante" é a fmm pura F aplicada no entreferro. Em (HELLER; HAMATA, 1977) a condutância é $\lambda_1 = 1/g$ e o "campo excitante" é $\mu_0 F$, então a diferença entre os conceitos está na posição da

permeabilidade μ_0 . Numa referência está no “campo excitante” e noutra está na "facilidade magnética". Parece mais correto usar a permeância magnética específica, porém, para manter a coerência com a bibliografia mais explorada, é usada a condutância magnética pois a maioria da formulação é baseada em (HELLER; HAMATA, 1977).

APÊNDICE J - HARMÔNICAS DIFERENCIAIS DO ESTATOR E DO ROTOR

Harmônicas espaciais do estator

Tomando inicialmente os enrolamentos do estator (ou de um rotor bobinado). Uma corrente sinusoidal pura aplicada num enrolamento disposto em ranhuras discretas produz uma distribuição de fmm e de indução que não é sinusoidal no espaço, ou seja, possui uma fundamental e uma série de harmônicas de alta ordem no espaço (Chalmers, Dodson, 1969) (Liwschitz, 1981). O estator trifásico equilibrado, por exemplo, produz uma série de harmônicas espaciais cujas ordens elétricas e mecânicas são respectivamente:

$$h = 1 \pm 6C_1; \quad v = (1 \pm 6C_1)p \quad (\text{J.1})$$

Estas harmônicas do estator têm as ordens elétricas $h = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19$ que correspondem às ordens mecânicas $v = p, -5p, 7p, -11p, 13p, -17p, 19p...$

Harmônicas induzidas na gaiola

O rotor em gaiola não tem um número de polos definido, depende do número de polos do campo excitante. Cada uma das harmônicas espaciais do estator v gera na gaiola uma série de harmônicas espaciais de ordem mecânica μ expressas por, (RICHTER, 1954, p.137), (LIWSCHITZ, 1944), (LIWSCHITZ-GARIK; WIPPLE, 1981, p669):

$$\mu' = h \pm K_2 \frac{N_r}{p}, \quad \mu = v \pm K_2 N_r, \quad (\text{J.2})$$

onde $K_2 = 0, 1, 2, 3, \dots$, $\mu'/\mu =$ ordem elétrica / mecânica da harmônica espacial do rotor

Assim, por exemplo, supondo $p = 2$ e $N_r = 44$, a fundamental da fmm do estator ($h = 1$ ou $v = p$) produz as harmônicas espaciais no rotor mostradas na Tabela J.1.

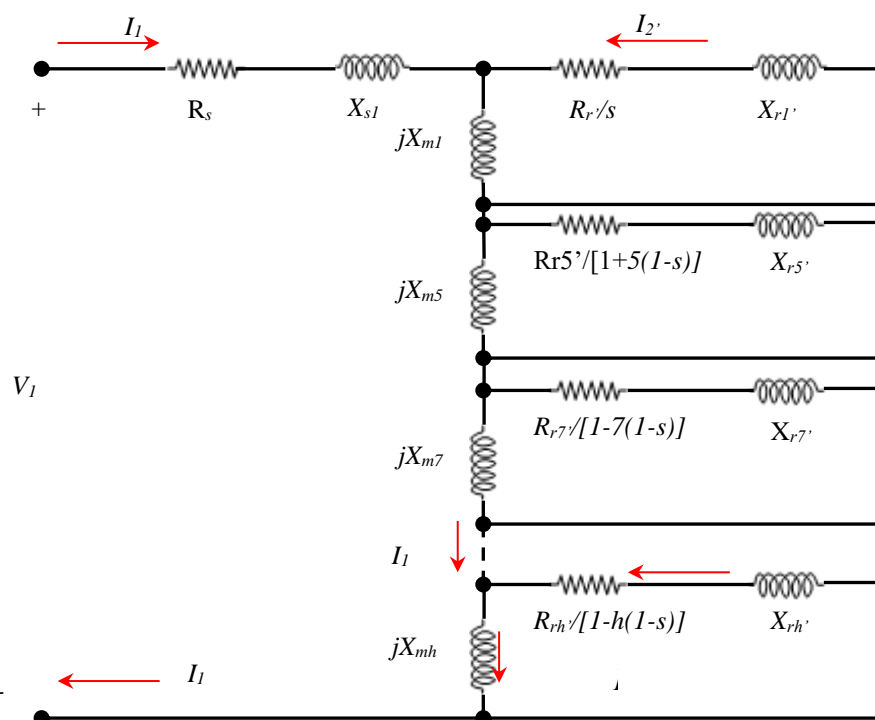
Cada linha horizontal da Tabela J.1 está associada a uma harmônica espacial v do estator. A primeira coluna da tabela (obtida com $K_2 = 0$) tem a mesma ordem da harmônica do estator e é responsável pela geração do torque de trabalho ($\mu = v = p$) e dos torques assíncronos ($\mu = v, v \neq p$) que ocorrem a uma fração da velocidade síncrona de trabalho.

Tabela J.1- Harmônicas no rotor (μ) em função das do campo excitante (ν) para $p = 2$, $N_s = 36$ e $N_r = 44$

C_1	$\nu = (1 \pm 6C_1)p$		$\mu = \nu$		$\mu = \nu + K_2 \cdot N_r$		
	ν	K_2	0	-1	1	-2	2
0	2		2	-42	46	-86	90
-1	-10		-10	-54	34	-98	78
1	14		14	-30	58	-74	102
-2	-22		-22	-66	22	-110	66
2	26		26	-18	70	-62	114
-3	-34		-34	-78	10	-122	54
3	38		38	-6	82	-50	126

Para sair do modelo clássico e considerar estas harmônicas espaciais o circuito de regime permanente deve ter uma reatância de magnetização, uma reatância de dispersão e uma resistência do rotor para cada harmônica espacial h conforme Figura J.1.

Figura J.1 - Circuito equivalente monofásico de uma máquina de indução trifásica em regime permanente senoidal considerando as harmônicas espaciais de fmm com ranhuras abertas no rotor



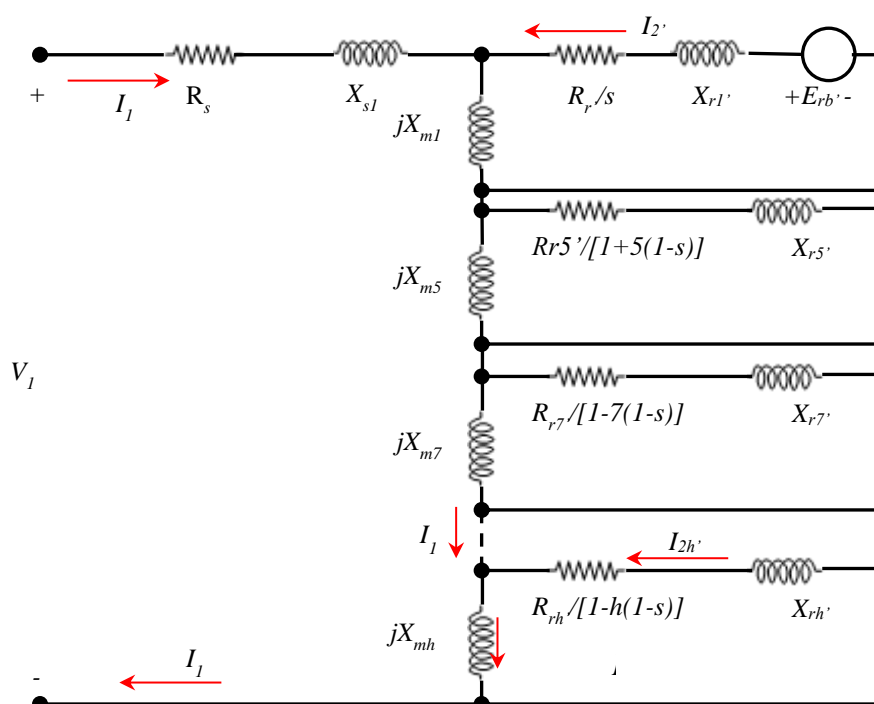
Fonte: Adaptado de (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.364)

Cada um destes circuitos representa um motor independente em série com os outros e com seus eixos também em série de modo que os torques são somados. A harmônica fundamental ($h=1$, $v=p$) cria o torque de trabalho e as outras criam os torques parasitas.

A reatância de dispersão do rotor tem como componentes a reatância do corpo da ranhura, a reatância da boca da ranhura (ou da ponte, no caso de ranhuras fechadas), a reatância de dispersão dos anéis, a reatância zigzague e a reatância de inclinação de ranhuras. Neste modelo a reatância diferencial do estator não é considerada de dispersão, mas sim de magnetização para uma dada ordem de harmônica espacial (para uma dada linha da Tabela J.1).

A harmônica fundamental do estator de p pares de polos pré-satura as partes do circuito magnético em diversos níveis conforme a sua posição em relação ao fluxo magnético. Especificamente, a ponte da ranhura do rotor fica saturada mesmo com pequenas correntes na gaiola ficando com indução em torno de 2,1 T conforme visto nos capítulos 8 e 9. A saturação dá origem a uma reatância variável para esta parte da máquina e o modelo é mudado para o da Figura J.2.

Figura J.2 - Circuito equivalente monofásico de uma máquina de indução trifásica em regime permanente senoidal considerando as harmônicas espaciais de fmm com ranhuras fechadas no rotor



Fonte: Autor

Para evitar isto, este fluxo constante nas pontes é modelado através da introdução de uma fonte de tensão em série com uma reatância de dispersão não-saturada conforme capítulos 8 e 9 e (BOGLIETTI *et al.*, 2012), (MILLER, 2014). Ao considerar os efeitos de harmônicas no rotor deve-se levar em conta que uma harmônica de fmm faz a indução excursionar em torno de um ponto da curva BH já previamente estabelecido (saturado) pela fundamental. A permeância do corpo das ranhuras é pouco alterada pois no seu interior o material é não magnético e tem permeabilidade fixa. O mesmo se dá aproximadamente para as outras reatâncias devido à predominância de ar no caminho do fluxo disperso.

Para o caso específico da ponte saturada deve-se considerar a permeabilidade reversível, cujo valor relativo é próximo da unidade pois a curva BH passa a ser quase horizontal. Desta forma a contribuição desta reatância será pequena em relação à reatância do corpo da ranhura, como se a ranhura fosse aberta. Assim a reatância de dispersão da boca da ranhura pode ser desprezada em relação à reatância do corpo da ranhura e pode-se considerar a reatância do rotor igual à reatância não-saturada já usada no cálculo da reatância para a fundamental.

Cada harmônica é analisada ao tomar linha por linha da Tabela J.1. No primeiro caso a harmônica ($h = 1$ ou $v = p$) é considerada como a fundamental para o rotor e as outras da mesma linha são suas harmônicas que dão origem à **reatância de dispersão diferencial do rotor com respeito à fundamental**. Ela faz parte da reatância de dispersão do rotor na frequência fundamental X_{r1} , que inclui ainda a reatância de ranhura do rotor, a reatância dos anéis etc (LIWSCHITZ, 1944), (RICHTER, 1954, p.149).

A harmônica fundamental do estator ($h = 1$ ou $v = p$) cria o campo girante de trabalho com velocidade n_p obtida por:

$$n_p = \frac{60f_1}{p} = \frac{60 \cdot 60\text{Hz}}{2} = 1800 \text{ rpm}; \omega_p = \frac{N_p}{60} 2\pi = 188,5 \text{ rad/s} \quad (\text{J.3})$$

Supondo que o escorregamento de trabalho seja $s = 0,05$, a velocidade do rotor será:

$$n_r = n_p(1 - s) = 1800 \cdot 0,95 = 1710 \text{ rpm}; \omega_r = \frac{N_r}{60} 2\pi = 179,1 \text{ rad/s} \quad (\text{J.4})$$

A corrente fundamental da gaiola tem uma frequência de $sf_1 = 3,0$ Hz. O campo da gaiola gira a uma velocidade, em relação a ela mesma, de:

$$n_{p,r} = \frac{60f_2}{p} = \frac{60sf_1}{p} = \frac{60 \cdot 0,05 \cdot 60}{2} = 90 \text{ rpm (sent. positivo)} \quad (\text{J.5})$$

A velocidade do campo do rotor em relação ao estator é a soma da velocidade do campo do rotor em relação ao rotor com a velocidade do rotor em relação ao estator.

$$n_{p,s} = n_{p,r} + n_r = 90 + 1710 = 1800 \text{ rpm} \quad (\text{J.6})$$

Então o campo induzido do rotor com p pares de polos gira na mesma velocidade do campo do estator com mesmo número de pares ($p = 2$), produzindo no estator *fems* de 60 Hz. Isto acontece em qualquer velocidade do rotor. As duas ondas de indução são, em parte, de sentidos opostos, causando desmagnetização do entreferro e, em parte, defasadas de 90° o que é necessário à produção do **torque de trabalho**.

Refazendo os cálculos para as outras harmônicas obtém-se uma linha horizontal de harmônicas do rotor para cada harmônica do estator sendo que a coluna $K_2=0$ determina a existência de uma harmônica μ no rotor igual à do estator ν . Estes pares de harmônicas iguais (para $K_2=0$ e $\mu=\nu \neq p$) são responsáveis por atenuação da respectiva harmônica do estator e por geração de torque parasita assíncrono. Tomando agora, como exemplo, a harmônica espacial do estator $h = 7$ ($\nu = 14$) ela cria no rotor as seguintes harmônicas dadas por (J.2):

$$\mu = \nu \pm K_2 N_r = 14; -30; 58; -74; 102 \dots \quad (\text{J.7})$$

Ela criará um campo girante cuja velocidade síncrona vale:

$$\omega_\nu = \frac{\omega_1}{\nu}; \quad \omega_{14} = \frac{377}{14} = 26,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \text{ (sent. positivo)} \quad (\text{J.8})$$

Supondo a máquina sob escorregamento de 5% ($s = 0,05$) o escorregamento do rotor em relação ao campo da harmônica $\nu = 7p$ será:

$$s_\nu = 1 - \frac{\nu}{p}(1 - s); \quad s_{14} = 1 - \frac{14}{2}(1 - 0,05) = -5,65 \quad (\text{J.9})$$

As correntes induzidas no rotor têm frequência proporcional ao escorregamento para esta harmônica:

$$f_{r,\nu} = s_\nu f_1 = s_{14} f_1 = -5,65 \cdot 60 = -339 \text{ Hz} \quad (\text{J.10})$$

O campo destas correntes gira em relação às barras do rotor com a velocidade de:

$$n_{\nu,r} = \frac{60 s_\nu f_1}{\nu} = \frac{60 f_{r,14}}{14} = \frac{60(-339)}{14} = -1453 \text{ rpm}; \quad \omega_{14,r} = -152,2 \text{ rad/s} \quad (\text{J.11})$$

A velocidade deste campo em relação ao estator é a soma da velocidade do mesmo em relação ao rotor com a velocidade do rotor.

$$\begin{aligned}\omega_{14,s} &= \omega_r + \omega_{14,rs} = \frac{\omega_1}{p}(1-s) + \omega_{14,r} = 179,1 + (-152,2) \\ &= 26,9 \text{ rad/s}\end{aligned}\quad (\text{J.12})$$

Percebe-se que as correntes do rotor criam um campo que gira na mesma velocidade e para o mesmo lado do campo girante da harmônica do estator correspondente. Este campo tem, em parte, sentido oposto ao do estator, causando atenuação desta harmônica e, em parte, defasagem de 90°E, produzindo um torque parasita a 257 rpm (BOLDEA; NASAR, 2010, p.286). O estator percebe um campo girante de 14 pares de polos girando a uma velocidade de 26,9 rad/s (257 rpm). A frequência gerada num condutor parado no estator será:

$$f_{1,14} = \frac{pn_{v,r}}{60} = \frac{14 (257,2 \text{ rpm})}{60} = 60,0 \text{ Hz} \quad (\text{J.13})$$

Então as correntes da gaiola devido à harmônica 7p tem frequência de -339 Hz cujo efeito magnético, combinado com a velocidade do rotor, é vista pelo estator como 60 Hz. É semelhante ao que acontece com o campo criado pela corrente fundamental como já visto.

As harmônicas restantes da mesma linha da fundamental $\nu = 14$ que são $\mu = -30, 58, -74, 102...$ vão produzir fluxos que dão origem à **reatância de dispersão diferencial com respeito à harmônica** $\nu = 14$ (LIWSCHITZ-GARIK; WIPPLE, 1981, p.669). Ela faz parte da reatância de dispersão X_{r7} que inclui outras reatâncias como a de ranhura e de anel.

Observando a Figura J.1 ou Figura J.2 percebe-se que a corrente I_l é a mesma para a produção da fmm fundamental e de todas as fmm s harmônicas. Tal corrente é dependente das características do circuito magnético e, em especial, do torque no eixo. Assim pode-se afirmar que a principal impedância do circuito está no circuito da fundamental ($h = 1$) (em geral entre 98 e 99% do total (PYRHÖNEN; JOKINEN; HRABOVCOVÁ, 2014, p.364)) e as impedâncias correspondentes às outras harmônicas h tem valor muito menor. Assim, quando o circuito do rotor, para uma dada harmônica, tiver uma impedância muito baixa em relação à sua reatância magnetizante há uma redução da corrente magnetizante em L_{mh} atenuando a indução no entreferro devida a esta harmônica. (LIWSCHITZ-GARIK; WIPPLE, 1981, p.665).

ANEXO A - CURVA B X H – CHAPA MAGNÉTICA

BR 116, Km 145 - São Ciro - CEP: 95059-520

FONE: (54) 3026 3400 FAX: (054) 3026 3401 Caxias do Sul – RS

GRUPO
VOGES

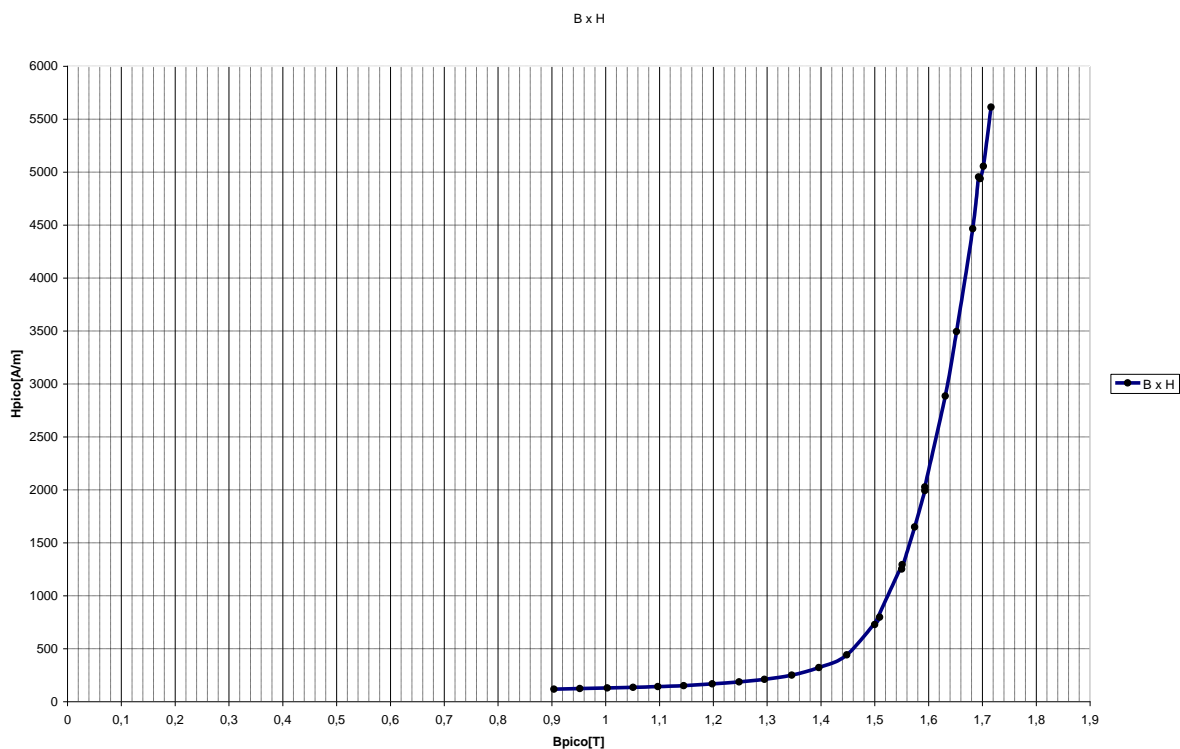


Tabela A.I – Curva B-H da chapa de ferro Voges 0,5 mm, tratada termicamente

H_p (A/m)	0	110	120	130	140	150	160	170	190	210
B (T)	0	0,9	0,95	1,0	1,05	1,1	1,15	1,2	1,25	1,3
MuR	6511	6511	6300	6121	5968	5836	5720	5617	5235	4926
H_p (A/m)	260	340	450	740	1240	1660	2200	3500	5000	5620
B (T)	1,35	1,40	1,45	1,5	1,55	1,575	1,60	1,65	1,7	1,72
MuR	4132	3277	2564	1613	995	755	579	375	271	244

Fonte: Voges.

ANEXO B - CURVAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR

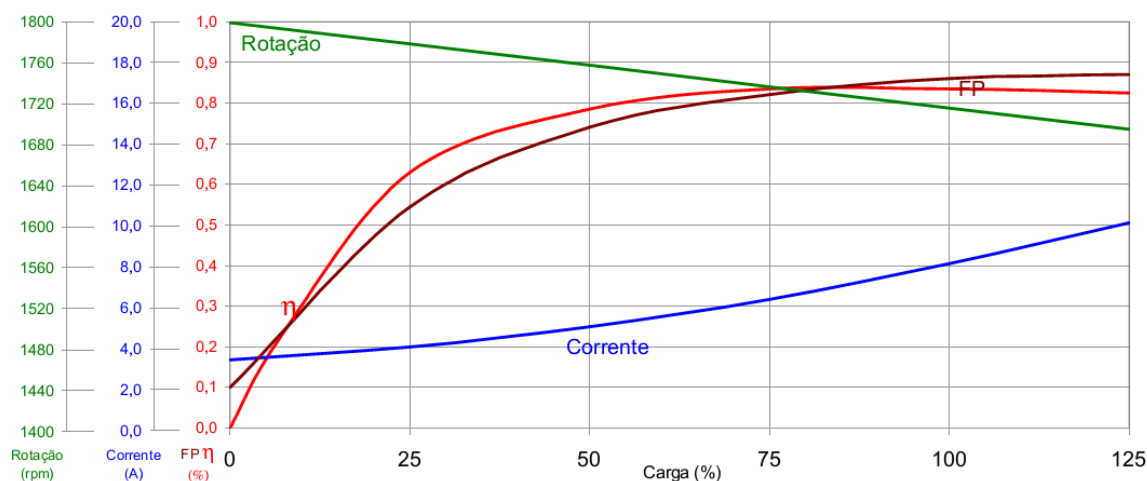
BR 116, Km 145 - São Ciro - CEP: 95059-520
 FONE: (54) 3026 3400 FAX: (54) 3026 3401 Caxias do Sul-RS

GRUPO
VOGES

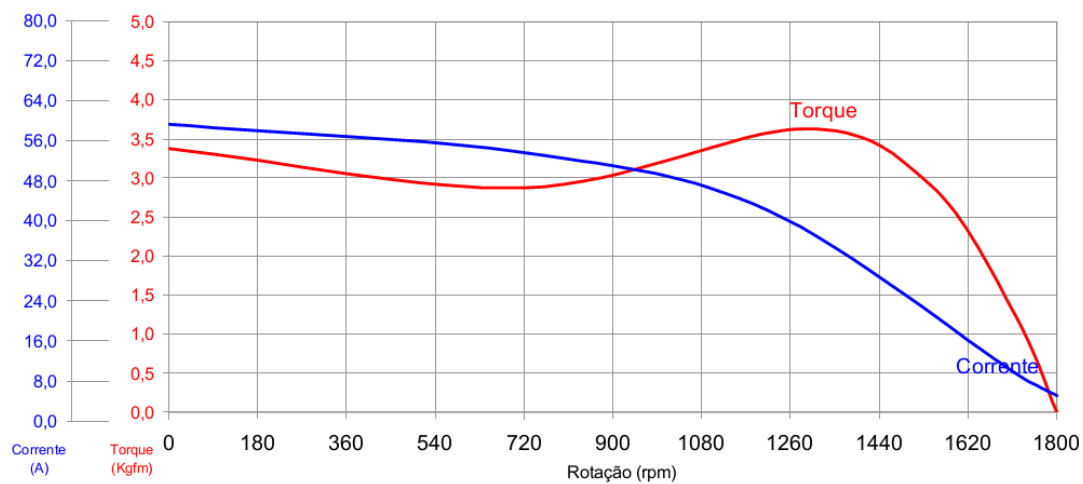
MOTOR: V 90 L4 - E4699 - 3,0 CV - 220/380 V - 60 Hz DATA: 16/04/2013 CLIENTE: PROF ÁLY - UFRGS

CURVAS PARA 220

Característica de Desempenho



Característica Torque/Corrente x Velocidade

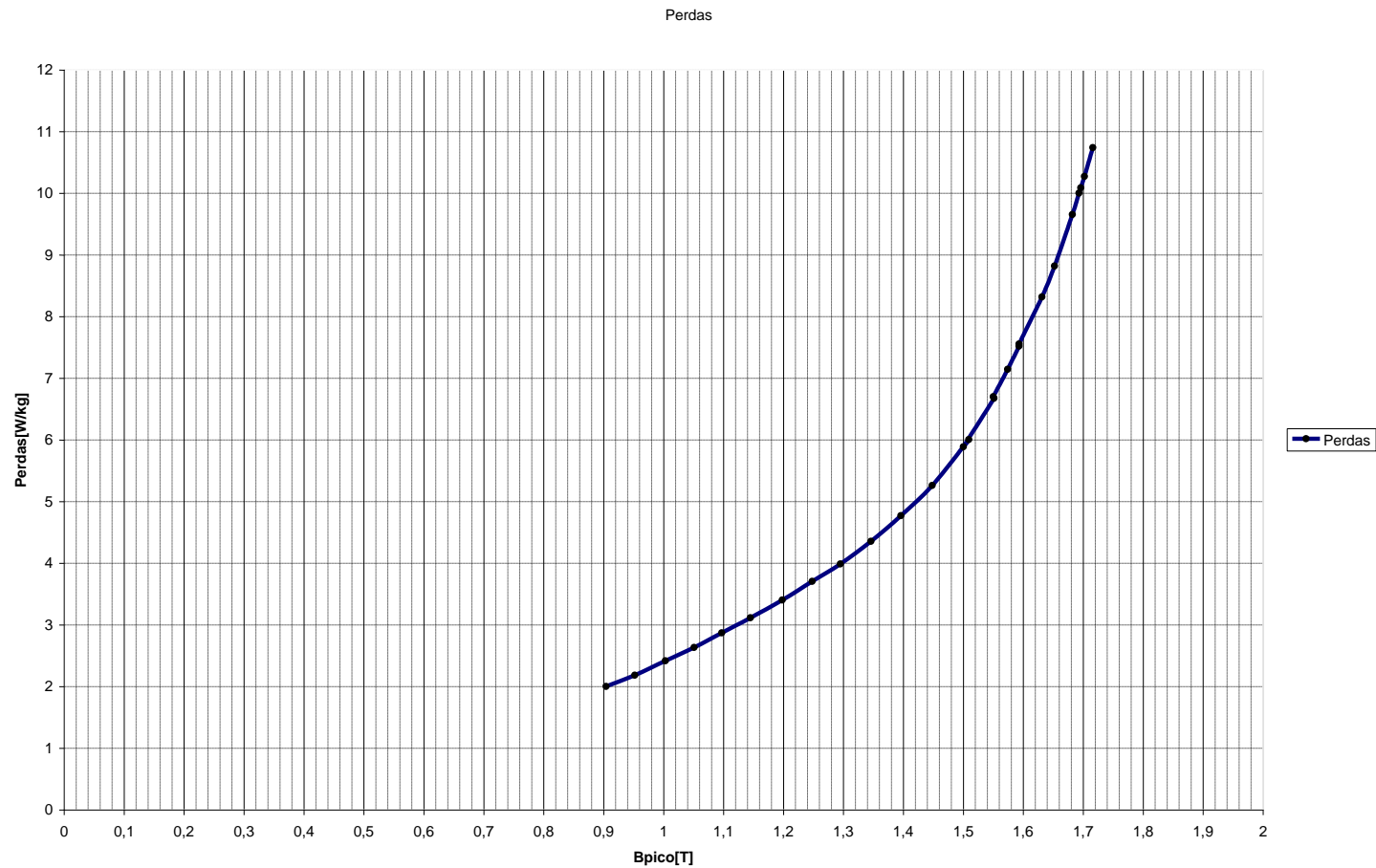


ANEXO C - CURVA PERDAS – CHAPA MAGNÉTICA

BR 116, Km 145 - São Ciro - CEP: 95059-520

FONE: (54) 3026 3400 FAX: (054) 3026 3401 Caxias do Sul – RS

GRUPO
VOGES



ANEXO D - DADOS ORIGINAIS DO FABRICANTE

Bem vamos aos dados:

MOTOR V 90 L4 – E 4699 – 3,0 cv – 220/380 V – 60 Hz

DADOS DE BOBINAGEM:

- ESPIRAS POR BOBINA = 37
- FIO = 1 x 21 + 1 x 22 AWG
- ESQUEMA DE BOBINAGEM = 4D0043-21 (ANEXO) – TIPO CANAL CHEIO – LIGAÇÃO INTERNA EM SERIE – 6 TERMINAIS
- PASSO = 1:8:10:12
- COMPRIMENTO DO PACOTE = 100 mm
- ISOLAÇÃO = F
- CABO = 18 AWG

Observações:

- DISCO ESTATOR ANEXO;
- DISCO ROTOR = ANEXO;
- ANEL DE CURTO CIRCUITO C/ AREA DE 250 mm²;
- INCLINAÇÃO DAS RANHURAS DO ROTOR DE 1,25 RANHURAS;

Observação: O rotor usado foi com ranhuras retas.

- GAIOLA DO ROTOR EM ALUMINIO PURO;
- LAMINAÇÃO COM ESPESSURA DE 0,5 mm;
- FOLHA DE DADOS E CURVAS CARACTERISTICAS COM RESULTADOS REAIS DE LABORATORIO = ANEXO