

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

AMANDA CAROLINE FAGUNDES CAMPOS

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOBRE *TEXTOS* PRODUZIDOS POR
LICENCIANDOS APÓS VIVÊNCIAS EM UMA DISCIPLINA DE CONTEÚDO
MATEMÁTICO**

PORTO ALEGRE
2020

AMANDA CAROLINE FAGUNDES CAMPOS

MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOBRE *TEXTOS* PRODUZIDOS POR LICENCIANDOS APÓS VIVÊNCIAS EM UMA DISCIPLINA DE CONTEÚDO MATEMÁTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Marilaine de Fraga Sant'Ana

PORTO ALEGRE
2020

AMANDA CAROLINE FAGUNDES CAMPOS

MODELAGEM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOBRE *TEXTOS* PRODUZIDOS POR LICENCIANDOS APÓS VIVÊNCIAS EM UMA DISCIPLINA DE CONTEÚDO MATEMÁTICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Prof.^a. Dr.^a. Marilaine de Fraga Sant'Ana
(Orientadora – Universidade Federal do Rio Grande do Sul)

Prof. Dr. Alvino Alves Sant'Ana
(Universidade Federal do Rio Grande do Sul)

Prof.^a. Dr.^a. Andréia Maria Pereira de Oliveira
(Universidade Federal da Bahia)

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia
(Universidade Federal do Rio Grande do Sul)

PORTO ALEGRE
2020

AGRADECIMENTOS

Professora Marilaine, muito obrigada! Muito obrigada por tudo! Principalmente pelo incentivo constante!

Professores Alvino e Rodrigo, muito obrigada por contribuírem desde os primeiros passos desta pesquisa!

Professora Andréia, muito obrigada pelas sugestões! Sua contribuição foi essencial!

Participantes das aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT em 2018/2, muito obrigada por aceitar terem suas aulas, diálogos e socializações analisadas nesta pesquisa!

A todos os entrevistados, muito obrigada! Mesmo que os *textos* produzidos por alguns não façam parte das análises trazidas aqui, todos vocês foram muito importantes para esta pesquisa!

Avaliadores da XI CNMEM e da Revista Vidya e Professora Luísa, muito obrigada! Suas sugestões também fazem parte desta dissertação!

Amigos desde a graduação e amigos que conheci no mestrado, muito obrigada pelas conversas, almoços, trabalhos em dupla/grupo, por me deixarem assistir suas apresentações, pelo grupo no WhatsApp, pela companhia... Vocês também contribuíram com este trabalho!

Se é verdade a verdade tantas vezes enunciada de que os professores ensinam como foram ensinados e não como foram ensinados a ensinar, então as formas como são ensinados revestem-se de crucial importância.

Ana Maria Morais

RESUMO

Nesta dissertação analisamos como licenciandos em Matemática, especialmente da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, reconhecem especificidades de distintas concepções de Modelagem Matemática e produzem *textos* (escolhas, justificativas e exemplos) a partir delas. Em termos de conceitos de Basil Bernstein, nosso referencial teórico, analisamos qualitativamente como os referidos licenciandos se apropriam de regras (de reconhecimento, de realização passiva e de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação). Para isso, observamos quem teve o poder e/ou controlou (se apenas professor ou se houve compartilhamento com os licenciandos) decisões (sobre seleção, sequência, ritmagem e critérios de avaliação do que foi estudado, assim como, sobre a distribuição de falas, espaços e materiais) em contextos apresentados em teses e dissertações que estudaram Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática e, em aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT (disciplinas obrigatórias do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul) que envolveram Modelagem Matemática. Verificamos que, a maioria dos licenciandos participantes daquelas pesquisas, apropriou-se das referidas regras em contextos nos quais o controle do professor foi diminuindo ao longo das aulas, “projetos” ou “atividades” que envolveram Modelagem Matemática. Já nas duas disciplinas mencionadas, o controle sobre decisões (seleção de temas, perguntas e materiais) e diálogos foi compartilhado entre a professora das disciplinas e os licenciandos. Também, observamos os *textos* produzidos, em uma entrevista, por quatro licenciandos que haviam cursado Combinatória I ou Geometria II – MAT. Identificamos, nos *textos* produzidos pelos entrevistados, em especial nos exemplos, a apresentação de suas vivências no curso de Licenciatura em Matemática. No entanto, consideramos que eles não haviam se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação (analisada por meio dos exemplos produzidos) sobre caracterizações de Modelagem Matemática, quando uniram concepções distintas em um mesmo exemplo ou apresentaram um exemplo que teve como base uma caracterização de Etnomatemática. Já com relação às justificativas, observamos que os entrevistados apresentaram suas próprias compreensões (às vezes equivocadas) de Modelagem Matemática, não se referindo a vivências e leituras, e, diante disso, consideramos que eles não haviam se apropriado de regras de realização passiva (analisadas por meio das justificativas).

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Licenciatura em Matemática; Basil Bernstein.

ABSTRACT

In this dissertation we analyze how future mathematics teachers, especially from the Universidade Federal do Rio Grande do Sul, recognize specificities of different conceptions of Mathematical Modeling and produce *texts* (choices, justifications and examples) from them. In terms of Basil Bernstein's concepts, our theoretical framework, we analyzed qualitatively how the aforementioned future teachers appropriating of rules (recognition, passive realization and active realization at the level of argumentation / exemplification). For this, we observe who had the power and / or controlled (if only a teacher or if there was sharing with future teachers) decisions (about selection, sequence, pacing and evaluation criteria of what was studied, as well as about the distribution of speeches , spaces and materials) in contexts presented in theses and dissertations that studied Mathematical Modeling in Mathematics teacher education and, in Combinatória I and Geometria II - MAT classes (compulsory subjects of the course in Mathematics teacher education at the Universidade Federal do Rio Grande do Sul) that involved Mathematical Modeling. We found that the majority of future teachers participating in those surveys, appropriated the referred rules in contexts in which the teacher control decreased during the classes, "projects" or "activities" that involved Mathematical Modeling. In the two subjects mentioned, the control over decisions (selection of themes, questions and materials) and dialogues were shared between the subject teacher and the future teachers. We also observed the *texts* produced, in an interview, by four future teachers who had attended Combinatória I or Geometria II - MAT. We identified, in the *texts* produced by the interviewees, especially in the examples, the presentation of their experiences in the Mathematics teacher education course. However, we consider that they did not appropriated of rules of active realization at the level of the argumentation/exemplification (analyzed through the examples produced) about characterizations of Mathematical Modeling, when they united different conceptions in the same example or presented an example that was based on an Ethnomathematics characterization. Regarding the justifications, we observed that the interviewees presented your own (sometimes mistaken) understandings of Mathematical Modeling, not referring to experiences and readings. In view of this, we consider that passive realization rules (analyzed through justifications) had not been appropriated.

Key words: Mathematical modeling; Mathematics teacher education; Basil Bernstein.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CONCEITOS DE BASIL BERNSTEIN	22
2.1	CLASSIFICAÇÃO E ENQUADRAMENTO	23
2.2	REGRAS DE RECONHECIMENTO E REALIZAÇÃO (E DISPOSIÇÕES SÓCIO-AFETIVAS).....	30
2.3	CAMPOS DE PRODUÇÃO, RECONTEXTUALIZAÇÃO E REPRODUÇÃO	39
2.4	CONCEITOS DE BASIL BERNSTEIN E MODELAGEM MATEMÁTICA.....	44
3	MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	69
3.1	PRODUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	72
3.1.1	Caracterizações	73
3.1.2	Objetivos	78
3.1.3	Modelos	85
3.1.4	Etapas	89
3.2	RECONTEXTUALIZAÇÃO PEDAGÓGICA E REPRODUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA.....	92
3.2.1	Estado do Conhecimento	94
3.2.2	Nosso contexto de pesquisa.....	109
3.3	RECONTEXTUALIZAÇÃO PEDAGÓGICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA PELOS LICENCIANDOS (PRODUÇÃO DO <i>TEXTO</i> E REGRAS DE RECONHECIMENTO E REALIZAÇÃO)	126
3.3.1	Metodologias de coleta/produção de dados e de análise	127
3.3.2	Entrevistado 1.....	137
3.3.3	Entrevistado 4.....	148
3.3.4	Entrevistado 11.....	159
3.3.5	Entrevistado 00.....	173
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	187
	REFERÊNCIAS	198
	APÊNDICES	208
	APÊNDICE A – SELEÇÃO DE PESQUISAS	208
	APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	212
	APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (ENTREVISTAS)	214
	APÊNDICE D - ESTRUTURA ENTREVISTAS	216

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Síntese do conceito de classificação segundo Bernstein (1998).....	24
Figura 2: Síntese do conceito de enquadramento segundo Bernstein (1998).....	25
Figura 3: Exemplo da relação entre índices e comportamentos-tipo e a escala do enquadramento.....	28
Figura 4: Síntese das regras de reconhecimento e realização segundo os autores referidos.	36
Figura 5: Nosso resumo das regras de reconhecimento e realização.	37
Figura 6: Questões das entrevistas para analisar disposições sócio-afetivas.....	38
Figura 7: Síntese dos campos de produção, recontextualização e reprodução segundo Bernstein (1996).	41
Figura 8: Discursos apresentados por Saldanha e Neves (2007) + campo de produção.	42
Figura 9: Caracterizações de Modelagem Matemática.	78
Figura 10: Relação dos objetivos de Modelagem Matemática com Matemática, Ensino e Sociedade/cotidiano.....	85
Figura 11: Exemplo de cartão da questão 1 da entrevista.	130
Figura 12: Exemplo de cartão da questão 2 da entrevista.	130
Figura 13: Exemplo de cartão da questão 3 da entrevista.	131
Figura 14: Exemplo de cartão em branco da Entrevista.....	132
Figura 15: Escolhas do Entrevistado 1 na pergunta 1.a.....	138
Figura 16: Escolhas/escrita do Entrevistado 1 nas perguntas 2.a e 2.a'.....	144
Figura 17: Escolhas/escrita do Entrevistado 4 nas perguntas 1.a e 1.a'.....	149
Figura 18: Escolhas do Entrevistado 4 na pergunta 2.a.....	155
Figura 19: Escolhas do Entrevistado 11 na pergunta 1.a.....	160
Figura 20: Escolhas (e cartões “não” escolhidos) do Entrevistado 11 na pergunta 2.a.....	166
Figura 21: Escolhas/escrita do Entrevistado 00 nas perguntas 1.a e 1.a'.....	173
Figura 22: Escolhas (e cartões “não” escolhidos) do Entrevistado 00 na pergunta 2.a.....	179

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Artigos que propõem Modelagem Matemática na formação de professores	19
Quadro 2: Síntese dos artigos e do TCC que relacionam conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.	52
Quadro 3: Síntese da tese e das dissertações que relacionam conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.	65
Quadro 4: Objetivos da Modelagem Matemática na concepção de Jonei Cerqueira Barbosa.	80
Quadro 5: Objetivos de Modelagem Matemática na concepção de Rodney Carlos Bassanezi.	82
Quadro 6: Objetivos de Modelagem Matemática na concepção de Dionísio Burak.	84
Quadro 7: Modelos nas diferentes concepções de Modelagem Matemática.	88
Quadro 8: Etapas nas diferentes concepções de Modelagem Matemática.	92
Quadro 9: Objetivos, concepções, teorias e contextos de pesquisas que trataram da Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática.	96
Quadro 10: Momentos analisados por Lorin (2015)	102
Quadro 11: Atividades 3, 4 e 5 apresentadas por Mendes (2018).....	108
Quadro 12: Cronograma das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT.....	114
Quadro 13: Caracterização do contexto regulador das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT	123
Quadro 14: Identificações e datas das entrevistas.	133
Quadro 15: Apropriação de regras de reconhecimento e realização passiva e ativa (ao nível da argumentação/exemplificação) sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática	195

1 INTRODUÇÃO

Iniciamos trazendo minha trajetória na graduação, com relação à Modelagem Matemática e aos conceitos de Basil Bernstein, e no mestrado, com relação ao desenvolvimento da pergunta de pesquisa e do objetivo que embasam esta dissertação. Após apresentá-los, adiantamos brevemente nossa metodologia de coleta/produção e análise dos dados e recorremos a aspectos teóricos para justificar tal pergunta e objetivo. Por fim, expomos a organização dos capítulos, seções e subseções desta dissertação.

Cursei Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (2013 – 2017) e conheci Modelagem Matemática¹ no primeiro semestre do curso, na extinta disciplina de Fundamentos de Matemática I – A, cujos objetivos eram introduzir métodos de argumentação matemática, revisar os números inteiros e racionais e construir números reais e complexos. Não tinha ideia do que era Modelagem Matemática e a explicação do professor, na época, não foi suficiente para que eu entendesse o que deveria fazer. Diante disso, fui à biblioteca do então Instituto de Matemática e peguei alguns artigos impressos de Sant’Ana e Sant’Ana. Esses artigos ajudaram-me no trabalho com Modelagem Matemática nas próximas disciplinas em que a vivenciei como aluna (BARBOSA, 2004): Geometria II – MAT (2013/2) e Combinatória I (2014/2). Essas disciplinas, assim como Fundamentos de Matemática I – A, tinham objetivos ligados ao estudo da matemática e suas abordagens no semestre de 2018/2 serão brevemente discutidas na subseção 3.2.2 desta dissertação.

No referido curso de Licenciatura em Matemática não havia (não há) uma disciplina específica de Modelagem Matemática e as disciplinas que tratam de tendências em Educação Matemática dividem seu tempo/foco para tratar, geralmente, de aspectos teóricos de algumas dessas tendências. Assim, um maior contato dos licenciandos com Modelagem Matemática acontece quando professores os convidam para trabalhá-la em disciplinas específicas/matemáticas.

Em 2015/2 comecei a iniciação científica (PROBIC/FAPERGS) com a orientação da Professora Marilaine. Por indicação dela, estudei Barbosa (2001b), no qual os artigos de Sant’Ana e Sant’Ana eram baseados, Prado, Silva e Santana (2013) e Sant’Ana e Sant’Ana (2015). Nos últimos, chamou minha atenção o conceito de enquadramento de Basil Bernstein e ao estudar Bernstein (1998), as referências a Ana Maria Morais. Ao procurar por trabalhos

¹ Nesta dissertação, com Modelagem Matemática estamos nos referindo à Modelagem Matemática na Educação Matemática.

dela, encontramos o Grupo ESSA (Estudos Sociológicos da Sala de Aula)² e Morais *et al.* (1993)³, cujas pesquisas basearam-nos durante a iniciação científica e o trabalho de conclusão de curso e são referenciadas também nesta dissertação (AFONSO; NEVES; MORAIS; 2005; CALADO, 2007; CASTRO, 2017; FONTINHAS, 1991; MORAIS; NEVES, 2005; SALDANHA; NEVES, 2007; SANTOS, 2010; SARAIVA, 2016; SILVA, M., 2009).

Na iniciação científica caracterizamos, em termos do conceito de enquadramento (que se refere às relações de controle entre, naquele caso, professores e alunos) de Basil Bernstein, aulas da Educação de Jovens e Adultos baseadas na Modelagem Matemática. Nessas aulas, ocorridas em 2015/2, licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul vivenciaram Modelagem Matemática como professores (BARBOSA, 2004), durante a disciplina de Laboratório de Prática Ensino-Aprendizagem em Matemática III.

No trabalho de conclusão de curso (CAMPOS, 2017), discutido na seção 2.4 desta dissertação, interessou-me saber se havia valores (fortes ou fracos) do enquadramento⁴ que potencializassem a aprendizagem dos alunos. Morais e Neves (2009) sugeriram esses valores e foi uma das referências utilizadas para responder à pergunta: *Como são desenvolvidas, em uma turma do Ensino Básico, as atividades propostas no âmbito de uma prática pedagógica planejada de acordo com os valores do enquadramento propostos pelo Grupo ESSA?* Tal prática pedagógica ocorreu em uma turma de primeiro ano do Ensino Médio e foi baseada na caracterização de Modelagem Matemática de Barbosa (2001b). Nessa caracterização, a única que eu conhecia até o ingresso no Mestrado em Ensino de Matemática, “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001b, p. 6) e, ambiente de aprendizagem se refere às condições nas quais os alunos desenvolvem suas atividades/tarefas (BARBOSA, 2001b, p. 6).

No primeiro projeto elaborado para esta dissertação (para o ingresso no mestrado, 2018/1) quis continuar utilizando o conceito de enquadramento de Basil Bernstein, mas dessa vez, abordando assuntos para os quais não demos atenção no trabalho de conclusão de curso, como a aprendizagem dos alunos do Ensino Médio em uma prática que envolvesse as sugestões do Grupo ESSA e a Modelagem Matemática. Com a ajuda da Professora Marilaine,

² O Grupo ESSA é integrado ao Instituto de Educação e ao Centro de Investigação em Educação da Universidade de Lisboa, sendo Ana Maria Morais uma de suas coordenadoras, ele introduz a teoria de Basil Bernstein em investigações sobre Educação.

³ MORAIS, Ana Maria *et al.* **Socialização primária e prática pedagógica**: análise de aprendizagens na família e na escola, v. 2. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1993.

⁴ Quando o valor do enquadramento é forte, na sala de aula, é o professor quem controla, sozinho, as decisões sobre o *que* e *como* estudar. Quando o valor do enquadramento é fraco, o controle sobre as referidas decisões é compartilhado com os alunos.

entendi que o tempo para a realização da pesquisa não seria suficiente para responder sobre a aprendizagem dos alunos. Diante disso, pensamos em outras ideias, chamadas de Ideias 1, 2 e 3. Na Ideia 1, quase idêntica ao primeiro projeto, a aprendizagem foi substituída por posse de regras de reconhecimento e realização⁵. Diferente da 1, a Ideia 2 era mais voltada à graduação, e teve como propostas a observação de aulas e entrevistas com os licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, porém um de seus problemas era: sobre quais conceitos/conteúdos analisar a aquisição⁶ das regras de reconhecimento e realização? A afirmação apresentada por Tambarussi e Klüber (2015, p. 7) nos ajudou a atentar para uma ligação entre essas regras e Modelagem Matemática, segundo eles:

[...] há também aqueles discursos que buscam resumir a Modelagem à uma única perspectiva, como é o caso de um professor que afirma que para trabalhar com ela em sala de aula, basta aplicá-la ao conteúdo. Nesse mesmo sentido, há aqueles professores que citam como principal referência na área da Modelagem o autor Ubiratan D'Ambrósio e, que afirmam que o trabalho com essa tendência exige um período mais longo, dificultando a sua implementação em sala de aula, tendo em vista o currículo escolar.

A partir dessa afirmação notei que, apesar de muitas pesquisas em Educação Matemática serem baseadas na Modelagem Matemática, existem professores que não conhecem distintas concepções e características dessa tendência⁷. Assim, com o intuito de investigar o que licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul entendem por Modelagem Matemática, elaboramos uma primeira versão da Ideia 3. Posteriormente fizemos alterações em sua pergunta e seus objetivos, para que representassem melhor o que pretendíamos na pesquisa, nosso contexto e a relação com o referencial teórico. Diante das alterações, nossa pergunta passou a ser: como licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul assumem regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática? E relacionamos dois significados do verbo assumir, segundo o dicionário Michaelis Online⁸, aos nossos objetivos. “Chegar a ter; alcançar, atingir” foi relacionado a: como os referidos licenciandos “chegam a ter”, “alcançam” Modelagem Matemática, em aulas que envolveram essa tendência em Educação Matemática em duas disciplinas (Combinatória I e Geometria II – MAT) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em 2018/2. Já “apresentar ou revelar algo;

⁵ Na época baseamo-nos na definição de Fontinhas (1991): se o aluno marca as fronteiras entre os contextos e seleciona o contexto adequado, ele possui as regras de reconhecimento; se ele seleciona os significados e produz o texto adequado ao contexto selecionado, ele possui as regras de realização.

⁶ Ao longo da pesquisa a aquisição foi substituída por apropriação.

⁷ Baseamo-nos no entendimento de tendência apresentado por Klüber (2012, p. 33). Ele não a entende “como no senso comum, ou seja, apenas um modismo que vem e passa, pois o fato de a Modelagem ser estudada há mais de trinta anos no Brasil, desde a década de 1970, indica algo muito além de um simples modismo” mas sim “como um movimento efetivo daquilo que tem permanecido enquanto e como alguns modos de se pensar e fazer Educação Matemática em nosso país e também em outras partes do mundo”.

⁸ Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/busca?id=myN8>.

exibir” foi relacionado ao objetivo de analisar: como os referidos licenciandos “apresentavam”, “exibiam” seus conhecimentos sobre Modelagem Matemática, e, nessa análise, utilizaríamos os conceitos de regras de reconhecimento e realização de Basil Bernstein.

Na apresentação da dissertação, a banca sugeriu uma nova alteração da pergunta, para que essa representasse melhor o que tratamos nesta dissertação. Com relação a isso, o verbo assumir foi substituído pelo apropriar (utilizado ao longo da pesquisa) e o conceito de *texto* (que passou a ser importante após o Exame de Qualificação) foi inserido na pergunta. Então, nossa pergunta foi reescrita e passou a ser: *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?* Diante disso, *como se apropriam* está ligado à caracterização de aulas que envolveram Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática, em termos dos conceitos de classificação (relações de poder) e enquadramento (relações de controle), de Basil Bernstein. A apropriação de regras (de reconhecimento e realização), também conceitos de Basil Bernstein, é vista por ele como necessária a produção de um *texto* sobre determinado contexto. Ainda, consideramos *texto* como um conceito de Basil Bernstein. Segundo Bernstein (1996), *texto* é uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material, diante disso, falas e gestos (além de textos escritos) fazem parte de nossas análises. Essas, com relação à produção de *textos* sobre Modelagem Matemática por licenciandos em Matemática, referem-se ao objetivo geral desta dissertação (apresentado a seguir), que foi inspirado na análise de Afonso, Neves e Morais (2005) (no âmbito do Grupo ESSA) sobre a apropriação⁹ das regras de reconhecimento e realização por professoras do ensino português.

No primeiro semestre do mestrado (2018/1) atentei para a existência de distintas concepções/entendimentos de Modelagem Matemática na Educação Matemática, isso se deu após uma conversa com uma colega que não conhecia a concepção de Jonei Cerqueira Barbora, mas sim a de Rodney Carlos Bassanezi¹⁰. Diante disso, a análise de uma prática pedagógica, nos seus múltiplos aspectos, proposta por Afonso, Neves e Morais (2005, p. 11), tornou-se plausível para múltiplas concepções de Modelagem Matemática. Sabemos que existem pelo menos nove concepções distintas, mas nesta dissertação abordamos apenas três,

⁹ Elas utilizaram posse ao invés de apropriação.

¹⁰ Bassanezi (2002, p. 24) caracteriza Modelagem Matemática como “[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. [...] A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

conforme trazemos adiante. As outras tendências escolhidas para serem diferenciadas da Modelagem Matemática foram Etnomatemática (KNIJNIK, 2015) e Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), porque a primeira baseia-se no cotidiano/vivências e a segunda, tem problemas como base.

Antes do Exame de Qualificação, tínhamos dois objetivos gerais: caracterizar, em termos da classificação e do enquadramento, aulas que envolvem Modelagem Matemática em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, e; analisar o reconhecimento, as justificativas e os planejamentos (sobre Modelagem Matemática) que os referidos licenciandos apresentavam em uma entrevista, em termos da apropriação de regras de reconhecimento e realização. Esses objetivos nos basearam durante a coleta/produção de dados e a escrita inicial desta dissertação, sendo apresentados nos APÊNDICES B e C (Termos de Consentimento Livre e Esclarecido). No Exame de Qualificação nos foi sugerido que, nesta dissertação, focássemos no segundo objetivo geral. Dessa forma, nosso foco foi mais voltado a como os licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul produzem *textos* sobre Modelagem Matemática. Sendo assim, nosso objetivo geral é:

Analisar, nos textos produzidos por licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como eles:

- a) reconhecem especificidades da Modelagem Matemática, em algumas de suas concepções, diferenciando-a de outras tendências em Educação Matemática (apropriam-se de regras de reconhecimento);*
- b) justificam as escolhas feitas quanto às especificidades da Modelagem Matemática (apropriam-se de regras de realização passiva);*
- c) exemplificam planejamentos no âmbito da Modelagem Matemática (apropriam-se de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação).*

Para coletar/produzir dados que possibilitassem essa análise e conseqüentemente considerações sobre *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul produzem textos sobre Modelagem Matemática*, entrevistamos treze desses licenciandos. Esses cursaram pelo menos uma das duas disciplinas nas quais algumas aulas envolveram Modelagem Matemática em 2018/2. No entanto, para que possamos aprofundar nossas descrições e análises, discutimos nesta dissertação as respostas dadas nas entrevistas por quatro dos referidos licenciandos. Diante do exposto, e considerando os apontamentos de

Goldenberg (2015)¹¹ e Bicudo (2012)¹², nossa pesquisa é qualitativa. As referidas entrevistas, explicadas na subseção 3.3.1 e no APÊNDICE D desta dissertação, foram baseadas em Saraiva (2016) e ocorreram após a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE C) pelos licenciandos entrevistados.

Analisar como licenciandos em matemática se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática tornou-se um objetivo específico, vinculado também aos conceitos campos de recontextualização pedagógica e reprodução¹³ de Basil Bernstein (sugeridos pela banca no Exame de Qualificação) e a vivências com Modelagem Matemática em outras Instituições de Ensino Superior (seção 3.2 desta dissertação). Ter caracterizado as aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul baseou-nos na escrita de dois artigos (CAMPOS; SANT'ANA, 2019, 2020). Esses nos auxiliam a discutir brevemente, na subseção 3.2.2 desta dissertação, como licenciandos (que participaram das entrevistas utilizadas na análise que se constitui como foco nesta dissertação) vivenciaram a Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004). Já as vivências com Modelagem Matemática em outras Instituições de Ensino Superior foram acessadas por meio de sete pesquisas (ALVES, 2015; BRAGA, 2015; BRAZ, 2017; CORRÊA, 2017; LORIN, 2015; MENDES, 2018; SCHÜTZ, 2015) que investigam a Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática. A observação dos dados de algumas dessas pesquisas possibilitaram que fizéssemos considerações sobre a apresentação de regras de reconhecimento e realização pelos licenciandos participantes delas (subseção 3.2.1 desta dissertação). A apropriação dessas regras, quanto ao nosso contexto de pesquisa (*textos* produzidos por licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul), são detalhadas na seção 3.3 desta dissertação.

Um dos aspectos que contribuíram para tomarmos a sugestão da banca no Exame de Qualificação (focar nas regras e nos licenciandos) foi termos notado, ao analisar pesquisas que relacionam conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática (seção 2.4 desta dissertação), que as regras de reconhecimento e realização são as que menos aparecem

¹¹ Goldenberg (2015, p. 14) aponta como a preocupação do pesquisador na pesquisa qualitativa “o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc”.

¹² Bicudo (2012, p. 117) afirma que na pesquisa qualitativa “privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários, entrevistas com sujeitos, relatos de observações e outros procedimentos que dêem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos etc”.

¹³ O campo de recontextualização pedagógico ocorre, por exemplo, na transformação de uma concepção (de Modelagem Matemática) para o âmbito da sala de aula. Já o campo de reprodução é representados pela aplicação dessa transformação em aulas de matemática. Trazemos mais sobre esses campos na seção 2.3 desta dissertação.

naquelas pesquisas e quando fazem parte delas, as análises relacionadas a esses conceitos são pouco aprofundados.

Outros justificativas que ressaltamos para nossa análise do *texto*, produzido pelos licenciandos, sobre Modelagem Matemática são: a agenda de pesquisa proposta por Oliveira (2016) – na qual ela evidenciou o que pode ser explorado como demandas e lacunas para investigações futuras pela comunidade de pesquisadores em Modelagem Matemática – e, a identificação feita por Braz (2017). Oliveira (2016, p. 39 – 40) sugeriu que sejam analisadas “ações que são propostas nos cursos [de formação inicial e continuada] e suas repercussões na formação e nas práticas pedagógicas” e as “discussões, participações, aprendizagem, resistências, estratégias, etc.” (OLIVEIRA, 2016, p. 40) dos estudantes. Consideramos que, com a análise do *texto* produzido, em termos das regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática apropriadas pelos licenciandos, podemos ter indícios sobre as repercussões, a aprendizagem e as estratégias referidas por Oliveira (2016). Já Braz (2017, p. 16) trouxe

que no âmbito da investigação sobre Modelagem na formação inicial existe uma lacuna no que se refere à busca pela compreensão sobre o que e como os futuros professores têm aprendido sobre Modelagem Matemática. Mais especificamente, sobre como as experiências com Modelagem advindas de disciplinas dos cursos de Licenciatura têm subsidiado a ocorrência de aprendizagens sobre ela e o que os futuros professores têm aprendido sobre tal temática. Essas reflexões são necessárias no sentido de orientar aspectos formativos sobre a Modelagem nesse nível de ensino.

Com esta dissertação buscamos contribuir para o preenchimento da lacuna identificada por Braz (2017), sendo o conceito de regras de reconhecimento e realização, de Basil Bernstein, guia para pensarmos sobre as aprendizagens referidas por ela. Ainda, observamos que os conhecimentos, aprendizagens ou concepções dos (futuros) professores são uma preocupação no âmbito da Modelagem Matemática na formação de professores desde 2001. Sendo que Barbosa (2001a, p. 5) trouxe que “é pertinente considerar a maneira que o professor pensa a Modelagem como um dos fatores que afetam sua prática. [...] sentimo-nos subsidiados a usar dois conceitos para uma possível análise: as concepções dos professores e o contexto escolar” e Barbosa (2002, p. 2) trouxe que a

[...] maneira pela qual o futuro professor concebe Modelagem em suas futuras práticas de ensino, ao tomar contato com esse ambiente. [...] é uma questão fundamental se estamos interessados em tematizar as experiências de formação em Modelagem. Como, nesse caso, o entendimento do professor sobre Modelagem tem ligação com o ambiente de formação em que esteve envolvido, o estudo do primeiro pode trazer materiais empíricos para refletirmos sobre o segundo.

Também sobre Modelagem Matemática na formação de professores, trazemos no Quadro 1 algumas propostas encontradas em artigos que tratam do assunto. A forma como esses artigos foram selecionados é descrita no APÊNDICE A desta dissertação.

Artigo	Como propõe Modelagem Matemática (MM) na formação de professores	Por que propõe Modelagem Matemática (MM) na formação de professores
Bassanezi (1999)	Como um programa de disciplinas para a formação de professores, com foco na MM (p. 14)	Porque defende a relação da matemática e suas aplicações/utilidade, tendo a MM como uma forma de levar isso ao ensino
Barbosa (2001a)	Como questão prioritária (p. 3), como maior desafio para viabilizar a MM na Educação Básica (p. 8)	Porque considera que é o professor quem organiza/decide as propostas a serem levadas para a sala de aula (p. 3)
	(Futuros) professores como se fossem alunos (p. 9), baseada na MM propriamente dita (p. 14)	Porque “o docente, ao ter experiências com Modelagem na posição de aprendiz, pode projetá-las de alguma maneira para seu trabalho,” (p. 10)
	Associada a questões curriculares, didáticas e cognitivas, baseada no conhecimento prático de MM na sala de aula (p. 14)	Para dar segurança aos professores no desenvolvimento de MM nas suas salas de aula (p. 8)
	Distribuída em várias disciplinas da formação inicial (p. 15)	Para que contemple aspectos matemáticos e pedagógicos (p. 15)
Barbosa (2002)	Como forma da MM ser conhecida (p. 1)	Porque a MM é uma proposta corrente na Educação Matemática e os (futuros) professores precisam conhecê-la para decidir sobre usá-la em suas (futuras) práticas docentes (p. 1)
	Como forma de analisar as concepções e vivências dos (futuros) professores e convidá-los a refletir sobre elas (p. 9)	Para que o (futuro) professor ganhe mais segurança para decidir sobre o uso da MM (p. 10)
Barbosa (2004)	(Futuros) professores experimentam a MM como alunos, em diversas atividades, e como professores, discutindo tarefas (p. 7)	Para que (futuros) professores nutram visões sobre a “natureza” da matemática e do seu papel na sociedade, relacionem a MM ao contexto escolar (p. 7) e decidam se querem inseri-la em suas aulas (p. 8).
Leite (2008)	Como disciplina de MM na Licenciatura (p. 118)	Porque ela pode ser uma grande aliada na formação do professor, no exercício da pesquisa e no diálogo entre professor e aluno (p. 118). Também, porque evidencia, nos licenciandos, diferentes perspectivas pedagógicas (p. 119) e formas de ação (p. 133) e porque mostra a MM como alternativa interdisciplinar (p. 132) para contextualizar a matemática e seu caráter utilitário (p. 127-128)
Cargnin-Stieler e Bisognin (2009)	Como alternativa pedagógica (p. 1)	Porque os (futuros) professores tendem a repetir as vivências da formação (p. 1)
	Em disciplinas “pedagógicas” e “específicas”, perpassando todo o curso de licenciatura (p. 14)	Para ampliar o debate sobre MM (p. 14)
Malheiros (2014)	Com espaços para diálogo/discussão das vivências dos (futuros) professores com MM (p. 1820)	Para que seja proporcionada maior interação dentre as vivências com MM, apresentação de novas possibilidades de trabalho e reflexão sobre a utilização da MM na Educação Básica (p. 1820)
	Como vivência em vários contextos da formação (distintas disciplinas, participação em eventos de Educação e Educação Matemática) (p. 1825)	Para que (futuros) professores sintam-se aptos para levar a MM para a sala de aula e mais seguros com relação às possibilidades, desafios e barreiras da MM nas salas de aula (p. 1825-1826)
Honorato e Malheiros	Com incorporação da MM nos cursos de licenciatura (p. 10)	Para que a MM repercuta na Educação básica (p. 10)

(2015)	Com vivências nas perspectivas de aluno e de professor (p. 10-11)	Porque identificou que há carência e desequilíbrio das pesquisas sobre esse assunto se comparadas à MM na formação discente (p. 10-11)
Souza e Luna (2015)	Com tematização de dúvidas, sugestões, vivências, incertezas e cautelas de professores e licenciandos sobre MM (p. 51)	Para que essas dúvidas e etc... sirvam como eixo de orientação para a implementação da MM nas salas de aula dos (futuros) professores (p. 51)
Braz, Oliveira e Kato (2018)	Vivências de variados <i>momentos</i> (eventos científicos, projetos de iniciação e extensão, disciplinas que propiciassem vivências da MM como aluno e como professor, compartilhamento entre futuros professores e professores de matemática) com MM permeando a formação inicial (p. 9-10 e p. 12)	Porque a vivência desses momentos influenciou na condução de atividades de MM (p. 9), parecendo contribuir para o estabelecimento de relações entre teoria e prática da MM e para aprimorar práticas pedagógicas orientadas pela MM (p. 9-10). Também, os momentos com MM deram suporte e segurança aos licenciandos em seu planejamento, prática e reflexão sobre a prática (p. 11)
Lima e Luna (2019)	Com perspectiva de formação investigativa, com olhar para processos educacionais e democráticos (p. 5)	Para que o (futuro) professor tenha repertório para “materializar” a MM em sala de aula (p. 1) e entre em contato com diferentes formas de produção do conhecimento e com a importância de inserir práticas como a MM em sua (futura) sala de aula, intuindo desenvolver espaços democráticos (p. 5)

Quadro 1: Artigos que propõem Modelagem Matemática na formação de professores

Fonte: arquivo pessoal

Observamos, com o auxílio do Quadro 1, que são recorrentes as propostas de Modelagem Matemática na formação de professores por meio de diferentes vivências (como aluno e como professor), em diferentes disciplinas da formação inicial (específicas da formação matemática e da formação pedagógica) e em diferentes contextos/*momentos* (sala de aula e pesquisa). Também, os motivos pelo qual a Modelagem Matemática deve ser proposta na formação de professores convergem para a possibilidade dos formandos levarem-na as suas salas de aula. Somente conhecendo a Modelagem Matemática os (futuros) professores podem pensar sobre ela e decidir se estão seguros ou não para utilizá-la em suas aulas, seja porque ela é uma proposta corrente na Educação Matemática, porque pode propiciar uma relação entre matemática suas aplicações e seu papel na sociedade ou porque pode conduzir um trabalho com diferentes formas de “produção” do conhecimento.

Diante da afirmação de Barbosa (2002, p. 2) e das observações do Quadro 1, pensamos que a análise das entrevistas com os licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, além de nos proporcionar discussões sobre o entendimento deles sobre Modelagem Matemática, pode contribuir para refletirmos sobre o ambiente de formação que eles vivenciaram, ajudando-nos a responder *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?*

No âmbito do Grupo ESSA, que relaciona a teoria de Basil Bernstein à Educação, segundo Morais e Neves (2005, p. 1) “a formação de professores é uma componente crucial de qualquer mudança dos sistemas educacionais”. Retomando o trazido por Tambarussi e Klüber (2015, p. 7), de que há professores que desconhecem algumas concepções e características que o desenvolvimento da Modelagem Matemática pode ter, consideramos que mudanças nos sistemas educacionais precisam ocorrer para que a Modelagem Matemática tenha a possibilidade de perpassar a vida escolar dos estudantes brasileiros. Concordando que a formação de professores é uma componente crucial para essa mudança, utilizamos alguns conceitos de Basil Bernstein para analisá-la na Licenciatura em Matemática.

Afonso, Neves e Morais (2005, p. 4) afirmaram que a teoria de Basil Bernstein possui “uma forte estrutura conceptual e conceitos operativos de grande poder analítico,” e que tal “teoria permite conceptualizar e caracterizar, com rigor e pormenor, a formação de professores”. Castro (2017, p. 15) também disse que a teoria de Basil Benstein possui “um elevado poder explanatório e analítico, o que lhe confere uma forte linguagem de descrição do empírico” e que ela “integra um modelo explicativo da produção e reprodução do discurso pedagógico que explica a geração, a recontextualização e a transmissão desse discurso”. Concordamos com essas autoras, em especial ao estudar trabalhos e pesquisas que relacionaram tal teoria e Modelagem Matemática (seção 2.4 desta dissertação). Diante disso utilizamos os conceitos: de classificação e enquadramento para analisar como a Modelagem Matemática ocorre em programas, cursos e disciplinas da Licenciatura em Matemática; de regras de reconhecimento e realização para analisar, no *texto* produzido pelos licenciandos, as apropriações de características vivenciadas por eles, no âmbito da Modelagem Matemática, e de distintas concepções dessa tendência, e; de campos de produção, recontextualização e reprodução, que nos auxiliaram a organizar esta dissertação e fazem parte de nossas considerações sobre *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática*. Esses conceitos são apresentados no capítulo 2 desta dissertação, respectivamente nas seções 2.1, 2.2 e 2.3. Buscamos apresentá-los trazendo referências em ordem cronológica, para que pudéssemos ver a evolução e a adição de novos aspectos a eles – por exemplo, a divisão das regras de realização (BERNSTEIN, 1998) em passiva e ativa (AFONSO; NEVES; MORAIS, 2005; MORAIS; NEVES, 2005) e da ativa em: ao nível da argumentação/exemplificação e ao nível da implementação (CASTRO, 2017; SARAIVA, 2016). Como já mencionamos, na seção 2.4 desta dissertação trazemos pesquisas que relacionaram os referidos conceitos e a Modelagem Matemática.

Por desejarmos analisar como licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul *reconhecem especificidades da Modelagem Matemática, em algumas de suas concepções*, na seção 3.1 trazemos e comparamos caracterizações (3.1.1), objetivos (3.1.2), considerações sobre modelos (3.1.3) e etapas (3.1.4) das três concepções (BARBOSA, 2001b, 2009a; BASSANEZI, 2002; BURAK 2010, 2017)¹⁴, pertencentes ao campo de produção dos conhecimentos sobre Modelagem Matemática, apresentadas aos licenciandos entrevistados no momento da coleta/produção de dados.

Relacionada a: como licenciandos se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática, a seção 3.2 é dedicada a discutirmos a recontextualização pedagógica e a reprodução da Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática em diferentes Instituições de Ensino Superior (3.2.1) e em duas disciplinas que envolveram Modelagem Matemática na Universidade Federal do Rio Grande do Sul (3.2.2).

A análise do *texto* produzido sobre Modelagem Matemática por licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em termos da apropriação de regras de reconhecimento e realização, objetivo geral desta dissertação, é apresentada na seção 3.3. Iniciamos dissertando sobre a metodologia de coleta/produção de dados e de análise das escolhas, justificativas e exemplos dados por alguns dos referidos licenciandos (3.1.1). Salientamos que nessas análises, além dos conceitos de regras de Basil Bernstein, utilizamos o conceito de recontextualização pedagógica, pois ao dar exemplos de aulas no âmbito da Modelagem Matemática baseadas em suas escolhas, os licenciandos recontextualizam (transformam) características e concepções apresentados a eles. A cada um dos quatro entrevistados cujas respostas são analisadas nesta dissertação, atribuímos uma subseção (3.3.2, 3.3.3, 3.3.4 e 3.3.5). Discussões que comparam essas quatro entrevistas são apresentadas no capítulo 4, no qual trazemos considerações finais sobre *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?*

¹⁴ Para Dionísio Burak “a Modelagem, [...] expressa ser “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões”. (BURAK, 1992, p. 92). O conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito.” (BURAK, 2017, p. 18)

2 CONCEITOS DE BASIL BERNSTEIN

Neste capítulo apresentamos o referencial teórico que embasa os conceitos de Basil Bernstein utilizados nesta dissertação. Na seção 2.1 nosso foco são os conceitos de classificação e enquadramento, que utilizamos para analisar Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática, tanto em distintas Instituições de Ensino Superior (subseção 3.2.1), quanto em duas disciplinas do nosso contexto de pesquisa, a Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (subseção 3.2.2). Na seção 2.2 discutiremos sobre as regras de reconhecimento e realização, utilizadas para analisar o *texto* produzido pelos licenciandos, entrevistados na nossa coleta/produção de dados, sobre algumas características de suas vivências com Modelagem Matemática na formação inicial (3.2.1), e sobre escolhas, justificativas e exemplos em relação à Modelagem Matemática (3.3). Na seção 2.3 falamos sobre os campos de produção, de recontextualização e de reprodução, aos quais recorreremos para organizar o próximo capítulo desta dissertação, para relacionar aulas/projetos/iniciação científica de Licenciaturas em Matemática a concepções de Modelagem Matemática (3.2) e para complementar a análise das escolhas, justificativas e exemplos apresentados pelos licenciandos entrevistados (3.3). Na seção 2.4 trazemos algumas pesquisas (artigos, trabalho de conclusão de curso, dissertações, tese) que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática, a fim de observar quais e como esses conceitos são utilizados em pesquisas sobre Modelagem Matemática e estabelecer um paralelo com esta dissertação.

2.1 CLASSIFICAÇÃO E ENQUADRAMENTO

Bernstein (1998, p. 37, tradução nossa) trouxe que “para mostrar formalmente como se configuram na prática as relações dominantes de poder e de controle nas formas pedagógicas de comunicação, terei que elaborar uma linguagem especial, [...]”. Essa linguagem especial é dada pelos conceitos de classificação (poder) e enquadramento (controle), e deve revelar a interação entre as pessoas envolvidas naquelas formas pedagógicas de comunicação, o potencial para mudança nas suas relações e fornecer os princípios para que as práticas pedagógicas¹⁵ sejam descritas.

Sobre o conceito de classificação, Bernstein (1998) iniciou afirmando que a classificação se refere às relações de poder *entre* categorias e apresentou como exemplos de categorias: as disciplinas escolares (física, geografia, ...) e os cargos de trabalho (técnico, administrativo, direção, ...). A classificação diz respeito à separação *entre* categorias distintas. Se essa separação é forte, a classificação entre as categorias é forte. Se a separação for fraca, se a distinção entre as categorias não for tão evidenciada, a classificação é fraca. Em resumo, Bernstein (1998, p. 43, tradução nossa) trouxe que “quando temos uma classificação forte, a regra é: as coisas devem manter-se separadas. Quando temos uma classificação fraca, a regra será: tem que unir as coisas”.

Ainda, segundo Bernstein (1998), a classificação tem sempre um valor (forte ou fraco) externo, por tratar-se de relações *entre* categorias. Mas ela pode ter um valor interno, esse “se refere às disposições no espaço e aos objetos situados nele” (BERNSTEIN, 1998, p. 46, tradução nossa), sendo também ligado à vestimenta e à postura. Assim, a classificação interna pode ser analisada quando diferentes categorias estão ocupando o mesmo espaço. Como exemplo de classificação externa temos as relações *entre* disciplinas (matemática, química, física, ...), e de classificação interna, a organização das mesas e das cadeiras (dos alunos e do professor) em uma sala de aula e a relação entre conteúdos em uma mesma disciplina (geometria plana e espacial na matemática). Na Figura 1 trazemos uma síntese do que apresentamos sobre classificação:

¹⁵ Para Bernstein (1998, p. 35, tradução nossa) o “conceito de prática pedagógica não se circunscreve às relações que têm lugar nas escolas”. Ele afirma: “a ideia de prática pedagógica que utilizarei considera essa como um contexto social fundamental por meio do qual se realiza a reprodução e a produção cultural.” (BERNSTEIN, 1998, p. 35, tradução nossa). Em vista disso, algumas vezes nos referimos a práticas pedagógicas escolares que, segundo a definição de Silva e Oliveira (2014a, p. 319), são “relações sociais estabelecidas entre professor e estudantes na sala de aula”. Outras vezes falamos apenas em práticas pedagógicas que, nesta dissertação, são analisadas especificamente no âmbito das salas de aulas de Licenciatura em Matemática, das entrevistas e dos exemplos apresentados nessas (pelos entrevistados).

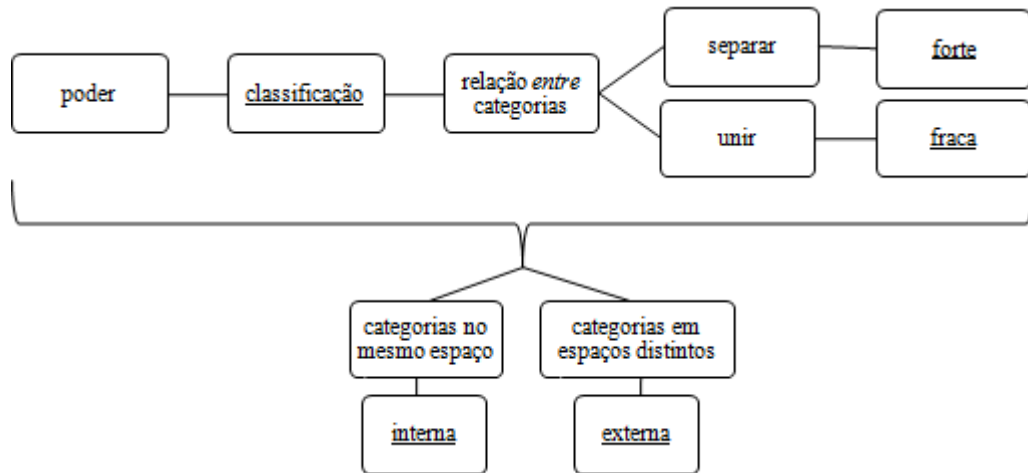


Figura 1: Síntese do conceito de classificação segundo Bernstein (1998).

Fonte: arquivo pessoal.

Já sobre o conceito de enquadramento, Bernstein (1998) disse que esse se refere às relações de controle *dentro* das categorias (família, escola, trabalho, por exemplo), às relações entre pais/responsáveis e filhos, professores e alunos, assistentes sociais e clientes, dentre outros. Ou seja, segundo Bernstein (1998), às relações entre os que “transmitem” e os que “adquirem” o conhecimento. Ainda, ele afirmou que:

o enquadramento tem a ver com quem controla algo. [...]. O enquadramento se refere à natureza do controle que se exerce sobre: à seleção da comunicação; sua sequência (que é o que vai antes e que é o que vai depois); seu ritmo (o tempo previsto de aquisição); os critérios, e o controle da base social que faz possível esta transmissão. (BERNSTEIN, 1998, p. 44, tradução nossa)

Quando quem controla é o pai/professor/chefe... (“transmissor”) o enquadramento é forte, quando o filho/aluno/trabalhador... (“adquirente”) aparentemente tem o controle, há um compartilhamento do controle, o enquadramento é fraco.

Também, Bernstein (1998) trouxe que o enquadramento pode ser regido por duas regras, ou discursos: as regras de ordem social (discurso regulador), que se referem às relações hierárquicas e à conduta, e; as regras de ordem discursiva (discurso de instrução), que se referem à seleção, à sequência, ao ritmo e aos critérios. Quanto aos discursos, o valor (forte ou fraco) do enquadramento pode variar, sendo fraco no discurso regulador e forte no discurso de instrução (seleção, sequência, ritmo e critérios). Porém, Bernstein (1998) alertou que o enquadramento fraco do discurso de instrução, implica em um enquadramento também fraco do discurso regulador. Ainda, segundo ele, o valor do enquadramento pode variar de acordo com os elementos do discurso de instrução. Sobre isso, o autor exemplifica que o enquadramento pode ser fraco quanto ao ritmo e forte em relação aos demais elementos.

O enquadramento também pode ter valor interno e externo. O interno diz respeito ao controle sobre elementos que fazem parte da prática pedagógica, por exemplo: a relação entre

professor e alunos na sala de aula, ou a presença da geometria e da combinatória nas aulas de matemática. Já o externo, “se refere aos controles sobre as comunicações alheias à prática pedagógica que se introduzem nela.” (BERNSTEIN, 1998, p. 44, tradução nossa). Ou seja, em relação à escola, o enquadramento externo refere-se ao contexto familiar dos alunos, a assuntos às vezes trazidos para a sala de aula (como política, meio ambiente, mercado de trabalho), entre outros. Sintetizamos na Figura 2 o que apresentamos sobre enquadramento:

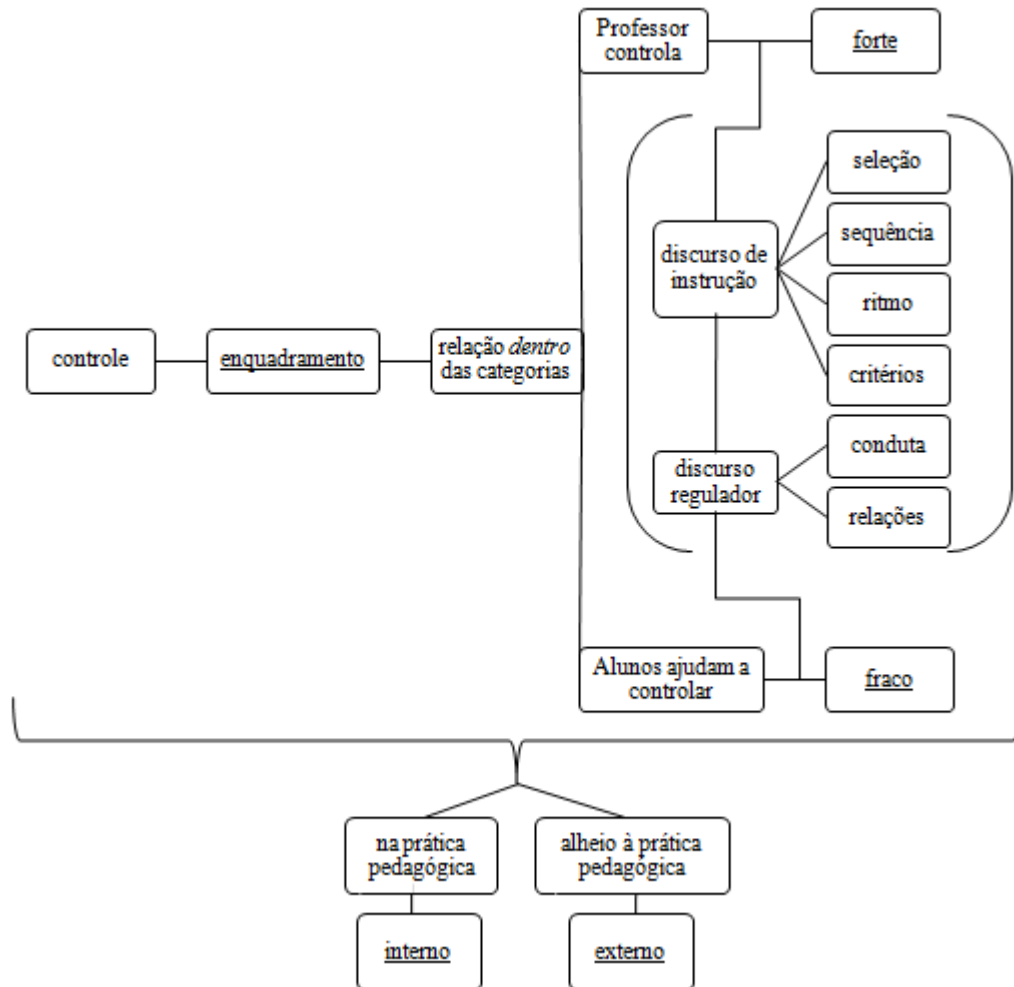


Figura 2: Síntese do conceito de enquadramento segundo Bernstein (1998).

Fonte: arquivo pessoal.

Ainda, segundo Bernstein (1998) a classificação estabelece a voz, *o que é falado*, enquanto o enquadramento estabelece a mensagem, *como algo é falado*. Porém, os conceitos são independentes, por exemplo, o mesmo conteúdo (voz) pode ser apresentado de diferentes maneiras (mensagem). Ainda assim, ele trouxe:

[...] mesmo que o enquadramento seja o suporte da mensagem que se deve reproduzir, sempre se produzem pressões para enfraquecer este enquadramento. É muito raro que não existam pressões para enfraquecer o enquadramento de uma prática pedagógica [...]. Em certo ponto, o enfraquecimento do enquadramento chega a confundir a classificação. (BERNSTEIN, 1998, p. 47, tradução nossa)

As variações nos valores da classificação e do enquadramento geram distintas modalidades de prática pedagógica, de acordo com Bernstein (1998). Também, segundo ele a classificação e o enquadramento, na escola, podem ser analisados por meio “[de] documentos, regras, ritos, assembléias, etc., em relação ao discurso regulador, e [dos] programas curriculares, em relação ao discurso de instrução.” (BERNSTEIN, 1998, p. 131, tradução nossa). Em trabalhos do Grupo ESSA – por exemplo, Antunes e Morais (1993), Fontinhas e Morais (1993), Santos (2010) e Saraiva (2016) – tais análises são feitas por meio da observação e gravação de aulas e de instrumentos feitos pelas pesquisadoras. Nesses instrumentos, valores de classificação e enquadramento são relacionados a índices/indicadores, por meio de comportamentos-tipo/descriptores).

Morais e Neves (1993) apresentaram a introdução de uma pesquisa, que também foi desenvolvida por Antunes e Morais (1993) e Fontinhas e Morais (1993). Segundo as primeiras, em tal pesquisa elas tentam:

concretizar os conceitos extremamente abstractos da teoria de Bernstein, mediante a construção de marcadores empíricos [...] que [as] permitissem estabelecer, com um certo grau de especificidade, as diferenças entre [...] três práticas pedagógicas implementadas na aula de ciências. (MORAIS; NEVES, 1993, p. 21)

Além de apresentar os conceitos de classificação e enquadramento segundo Basil Bernstein, Morais e Neves (1993, p. 21) “construí[ram] escalas que expressam diferentes valores de classificação e de enquadramento e estabelece[ram] índices daquilo que conta como mudança naqueles valores”. A escala mais utilizada durante o estudo delas possui quatro valores de classificação (C^- , C^- , C^+ , C^{++}) e quatro valores do enquadramento (E^- , E^- , E^+ , E^{++}), em que C^- e E^- representam os valores mais fracos de classificação e enquadramento (categorias mais unidas e menor controle do professor) e C^{++} e E^{++} representam os valores mais fortes desses conceitos (categorias mais separadas e maior controle dos professores). Ainda, “as escalas expressam um continuum de valores, cujo número reflecte o número de situações distintas analisadas e em que o grau atribuído a cada valor traduz a sua posição relativamente a um referencial tomado como padrão.” (MORAIS; NEVES, 1993, p. 21).

Continuando a desenvolver o estudo introduzido por Morais e Neves (1993), Fontinhas e Morais (1993) caracterizaram três práticas pedagógicas com relação ao discurso instrucional¹⁶. As últimas iniciaram falando sobre o conceito de enquadramento. Elas disseram que as variações do enquadramento determinam variações nas práticas pedagógicas (referindo-se às salas de aula), já que o enquadramento diz respeito à comunicação entre

¹⁶ Discurso de instrução para Bernstein (1998).

professor e alunos. Tais variações resultam em muitas práticas pedagógicas distintas. Diante disso, Fontinhas e Morais (1993) afirmaram ainda, que cada prática pedagógica é um “mosaico” de comportamentos, construído a partir dos valores do enquadramento em cada elemento do discurso de instrução. Quanto a isso, elas trouxeram que “poder-se-á então pensar que cada professor tem o seu "mosaico", isto é, uma distribuição de comportamentos que caracteriza a sua prática.” (FONTINHAS; MORAIS, 1993, p. 93).

Fontinhas e Morais (1993) alertaram que não há total independência entre os elementos do discurso de instrução. Elas disseram que em alguns casos a seleção e a ritmagem¹⁷ parecem ser dependentes e em outros, independentes entre si. Por exemplo: uma ritmagem com enquadramento fraco pode implicar em seleções feitas pelos alunos (seleção com enquadramento fraco), porém uma seleção com enquadramento forte, não necessariamente implica em uma ritmagem com enquadramento forte.

Sobre o valor externo do enquadramento, Fontinhas e Morais (1993, p. 95) trouxeram as seguintes questões “em que medida o conhecimento externo pode embeber o conhecimento escolar? Em que medida pode enfraquecer o enquadramento externo?”. Também, elas lembraram que quando o conhecimento externo é incluído na escola ele sofre um processo de recontextualização¹⁸, assim como ocorre com o conhecimento científico. Concluindo que “assim como há, segundo Bernstein, "uma ciência imaginária" na sala de aula, também a relação com o mundo real é deformada com os "óculos das explicações legítimas”.” (FONTINHAS; MORAIS, 1993, p. 95). Ainda em relação ao enquadramento externo, segundo Fontinhas e Morais (1993, p. 97), valores fortes dele não permitiriam a inserção de assuntos extra-escolares na sala de aula, trazendo um “discurso sem ligação com a vida corrente mas, na realidade, esse discurso nunca acontece, no estado puro, na sala de aula; ele não será mais do que uma referência”. Isso vai de encontro ao trazido por Bernstein (1998), quando ele disse que sempre há tentativas para se enfraquecer os valores do enquadramento.

Também sobre o enquadramento externo, consideramos importante atentar para a afirmação de Fontinhas e Morais (1993, p. 106-107), porque, em um primeiro momento ela nos lembra algo que às vezes ocorre no âmbito da Modelagem Matemática, e essa constitui uma das bases desta dissertação:

os fenómenos da vida corrente estão continuamente a ser introduzidos pelos professores e alunos mas são explicados pelo conhecimento escolar (admite-se apenas uma explicação legítima). Há portanto, em geral, um enquadramento externo fraco (Ee⁻) na seleção dos fenómenos a estudar mas torna-se forte (Ee⁺) quando se entra no domínio das explicações desses mesmos fenómenos [...].

¹⁷ Ritmo para Bernstein (1998)

¹⁸ Falaremos mais sobre recontextualização na seção 2.3 desta dissertação.

Em relação ao enquadramento interno, as aulas observadas/gravadas por Fontinhas e Morais (1993) foram “marcadas” por índices. Tais índices referem-se a áreas de observação e servem para revelar o controle (sobre a seleção, a ritmagem e os critérios de avaliação) que de fato ocorreu nas aulas. Exemplos desses índices são: “nas exemplificações”, “perante as perguntas dos alunos”, “na apresentação dos trabalhos de grupo”. Fontinhas e Morais (1993) desdobraram os índices em comportamentos-tipo, para relacioná-los a diferentes graus da escala do enquadramento, formando assim um instrumento de caracterização, que elas utilizaram para analisar o valor interno do enquadramento em três práticas pedagógicas. Na Figura 3, trazemos um exemplo desse instrumento, com índices, comportamentos-tipo e a relação deles com a escala do enquadramento.

ÍNDICES DA SELECÇÃO				
ÍNDICES	RELAÇÕES DE CONTROLO			
	E ⁺⁺	E ⁺	E ⁻	E ⁻⁻
No trabalho experimental	Seguem a experiência realizada pela professora.	Executam experiências orientadas por protocolo e com material previamente seleccionado e preparado.	Escolhem entre alguns conjuntos experimentais previamente preparados. A professora permite ensaios paralelos.	Planeiam a experiência e seleccionam os materiais dentro das disponibilidades do laboratório.

Figura 3: Exemplo da relação entre índices e comportamentos-tipo e a escala do enquadramento.

Fonte: Fontinhas e Morais, 1993, p. 116.

Outras pesquisas no âmbito do Grupo ESSA utilizaram instrumentos semelhantes ao apresentado por Fontinhas e Morais (1993). Por exemplo, no instrumento apresentado por Santos (2010) – que utilizamos para caracterizar aulas que envolveram Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (CAMPOS; SANT’ANA, 2019, 2020) e na seção 3.2 desta dissertação – as diferenças são: os índices são chamados de indicadores e os comportamentos-tipo de descritores; o instrumento de Santos (2010) estende-se ao conceito de classificação e ao contexto (discurso) regulador, e; apresenta indicadores e descritores também para a sequência (contexto/discurso instrucional). No entanto, em Santos (2010), a escala de valores do enquadramento e a organização/estrutura em tabelas são as mesmas do instrumento de Fontinhas e Morais (1993).

Antunes e Morais (1993) também dão continuidade ao estudo introduzido por Morais e Neves (1993). O foco das primeiras foi caracterizar o discurso regulador em três práticas pedagógicas, cujo planejamento foi apresentado por Morais e Neves (1993). Antunes e

Morais (1993, p. 121) trouxeram que o discurso regulador “veicula as relações de poder e de controlo vigentes na sociedade, sendo portanto responsável pela transmissão, distribuição e reprodução das relações de ordem, relação e identidade [...]”.

Segundo Antunes e Moraes (1993, p. 125) o discurso regulador é “extenso e complexo”. Elas explicaram que o discurso regulador é o dominante na sala de aula, mas geralmente perde seu espaço e importância para o discurso instrucional. Sobre a caracterização das práticas pedagógicas quanto ao discurso regulador, para Antunes e Moraes (1993, p. 127) tal discurso pode ser traduzido “num texto a ser aprendido pelos alunos - as competências socio-afectivas e a organização espacial da sala de aula - então ele pode ser estudado com maior precisão [...]”¹⁹ e, para elas, isso faz com que a análise seja mais completa.

Outro referencial importante nesta dissertação é Saraiva (2016). Ela utilizou os conceitos de classificação e enquadramento para caracterizar práticas ocorridas em uma turma de formação inicial de professores, em Portugal. Saraiva (2016, p. 134) utilizou a classificação para analisar a “relação entre metaciência e ciência e entre metaciência e o ensino das ciências (relações intradisciplinares)”, sendo que, se há separação entre tais conhecimentos a classificação é forte e se há inter-relação, é fraca. Já o papel do conceito de enquadramento, na investigação dela, foi analisar o quão é explícita a metaciência e as relações intradisciplinares, assim o enquadramento será “forte quando existe uma clara explicitação do texto a ser transmitido/adquirido e fraco quando esse texto fica implícito.” (SARAIVA, 2016, p. 135).

Como Bernstein (1998), Saraiva (2016) trouxe que o enquadramento se refere a dois discursos, porém ela explicou cada elemento do discurso instrucional. Trazemos tal explicação na citação abaixo:

a seleção refere-se a quem seleciona os conhecimentos, capacidades, estratégias e/ou processos de avaliação; a sequência está relacionada com quem estabelece a ordem em que vão surgir os elementos anteriores; a ritmagem diz respeito a quem estabelece a relação entre a quantidade de assuntos a serem transmitidos e o tempo necessário para os adquirir; e os critérios de avaliação podem ser explícitos ou implícitos conforme a ação de quem estabelece o texto a ser apreendido. (SARAIVA, 2016, p. 137)

Lembramos que o valor atribuído ao enquadramento se refere a esse “quem” mencionado por Saraiva (2016). Se “quem” for o professor, o enquadramento é forte e se for o aluno, o enquadramento é fraco. Saraiva (2016) foi importante para nossa análise das regras

¹⁹ Antunes e Moraes (1993, p. 127) dizem que na teoria de Basil Bernstein, *texto* ultrapassa as ideias de escrita ou fala e “corresponde a quaisquer realizações concretizadas no contexto interaccional [...]. Nesta perspectiva, realizações disposicionais, gestuais, espaciais, etc., correspondem a outras tantas produções textuais”.

de reconhecimento e realização, trazidas na próxima seção. No entanto, não utilizamos o instrumento apresentado por ela nas caracterizações feitas nesta pesquisa, porque o consideramos muito resumido.

Finalizando, de acordo com o exposto, admitimos como classificação a relação de poder *entre* categorias. Em se tratando da classificação externa, em nosso trabalho, as categorias dizem respeito à matemática e aos temas escolhidos pelos licenciandos para fazer seus projetos (em aulas vivenciadas na licenciatura) e exemplificar aulas no âmbito da Modelagem Matemática (em uma entrevista). Já a classificação interna está ligada às categorias professor(a) e licenciandos.

Como enquadramento, temos a relação de controle *dentro* das categorias, ou seja, o controle na sala de aula quanto aos discursos instrucional e regulador. Consideramos o enquadramento externo ligado ao âmbito da Modelagem Matemática e o enquadramento interno relacionado às ações dos professores e dos licenciandos durante as aulas/projetos/iniciação científica e nos *textos* produzidos nas entrevistas que utilizamos como coleta/produção de dados.

Bernstein (1998) relacionou, ao conceito de classificação e às relações de poder, as regras de reconhecimento. Já o conceito de enquadramento, o *como*, dentro de um contexto (categoria) determinado, foi relacionado por ele às regras de realização. O conceito de regras de reconhecimento e realização é explicado na próxima seção desta dissertação.

2.2 REGRAS DE RECONHECIMENTO E REALIZAÇÃO (E DISPOSIÇÕES SÓCIO-AFETIVAS)

Segundo Bernstein (1998), as regras de reconhecimento dizem respeito ao reconhecimento, pelo aluno, das características especiais do contexto (ou da categoria) no qual ele se encontra. A apropriação²⁰ dessas regras permite identificar as especificidades ou semelhanças entre contextos (a relação entre categorias). Ainda, de acordo com Bernstein (1998), a comunicação em um contexto determinado não é possível sem a apropriação dessas regras.

No entanto, Bernstein (1998, p. 134, tradução nossa) salientou: “mesmo que as regras de reconhecimento constituam uma condição necessária à produção de uma prática ou texto

²⁰ Bernstein (1998) (assim como as pesquisas do Grupo ESSA referidas nesta seção) usam o termo “posse”,. Nesta dissertação, consideramos mais adequado o termo “apropriação”.

legítimo específico do contexto, essas regras não são suficientes”²¹. As regras de realização são necessárias para aquela produção, elas determinam a união de significados dentro de um contexto e a forma de torná-los públicos.

Segundo Bernstein (1998) a apropriação das regras de reconhecimento e realização permitem construir o *texto* considerado legítimo ao contexto. Para ele “simplesmente, as regras de reconhecimento regulam os significados que se consideram pertinentes e as regras de realização regulam o modo de unir os significados para criar o texto legítimo.” (BERNSTEIN, 1998, p. 49, tradução nossa).

Também, Bernstein (1998) afirmou que variações nos valores (fortes ou fracos) da classificação e do enquadramento interferem na apropriação de regras de reconhecimento e de regras de realização, respectivamente. Ele apresentou algumas pesquisas que “ilustram o uso e a relevância das regras de reconhecimento e de realização em função da classificação e do enquadramento.” (BERNSTEIN, 1998, p. 50, tradução nossa). Na primeira pesquisa referida por Bernstein (1998) foi pedido que alunos agrupassem (regra de reconhecimento), como quisessem, imagens de alimentos e justificassem (produção do *texto*, regra de realização) tais agrupamentos. Na segunda pesquisa que Bernstein (1998) mencionou, foi analisado como alunos de quatro escolas falavam sobre temas transversais (questões econômicas e industriais, cidadania, educação ambiental, saúde, entre outros). A conclusão da segunda pesquisa foi que os alunos das escolas valores graus de classificação e enquadramento eram mais fortes relacionavam tais temas a matérias acadêmicas, apontando que as diferenças entre as escolas implicavam em diferenças na apropriação de regras de reconhecimento e realização sobre temas transversais.

Outra pesquisa apresentada por Bernstein (1998, p. 135, tradução nossa) também “ocupou-se de investigar a suposta relação entre as regras de classificação e de enquadramento e as de reconhecimento e realização. [Tal pesquisa] selecionou quatro escolas cujos valores $\pm C^{ie}/\pm E^{ie}$ ²² eram diferentes”. Nela foi concluído que todos os alunos conseguiam distinguir entre *textos* de artes e ciências (apropriavam-se das regras de reconhecimento), mas somente os alunos de escolas com valores mais fortes de classificação e enquadramento produziam *textos* que podiam ser distinguidos como de artes ou de ciências (apropriavam-se das regras de realização). Por fim, Bernstein (1998) referiu-se ao estudo de

²¹ Bernstein (1998, p. 50, tradução nossa) “entende por um texto tudo aquilo que deve ser avaliado. A definição de um texto exige uma avaliação, avaliação que pode se referir simplesmente a um ligeiro movimento”.

²² \pm refere-se aos valores de classificação e enquadramento, fraco (-) ou forte (+). Já ^{ie} refere-se à classificação ou enquadramento interno (i) ou externo (e).

Morais *et al.* (1993)²³ que, segundo ele, apontou o mesmo resultado do estudo apresentado anteriormente

Afonso, Neves e Morais (2005) não relacionaram as regras de reconhecimento e realização diretamente aos princípios de classificação e enquadramento. Também, diferente de Bernstein (1998), elas definiram tais regras como orientações específicas de codificação e desmembraram as regras de realização em passivas e ativas. Segundo Afonso, Neves e Morais (2005, p. 5), sendo apropriadas, as regras de reconhecimento “[...] permitem distinguir entre contextos adequados e contextos inadequados e entre significados e realizações relevantes e significados e realizações irrelevantes [...]”. Já as regras de realização “[...] permitem seleccionar e produzir o texto adequado ao contexto.” (AFONSO; NEVES; MORAIS, 2005, p. 5), sendo a de realização passiva a que permite a seleção de significados necessários e a de realização ativa a que permite a produção do *texto*. Outro aspecto apontado por Afonso, Neves e Morais (2005) foi as disposições sócio-afetivas, para elas “a aquisição das regras de reconhecimento e de realização podem ser, contudo, limitadas pelas disposições sócio-afectivas, isto é, motivações, interesses e valores favoráveis [...]” (AFONSO; NEVES; MORAIS, 2005, p. 5) ao contexto no qual se está inserido.

A pesquisa de Afonso, Neves e Morais (2005) durou dois anos e envolveu quatro professoras do 1º ciclo do ensino básico português. Nela, a apropriação, pelas referidas professoras, de regras de reconhecimento e de realização passiva foi observada por meio de questionários e entrevistas. Já para obtenção de dados sobre a apropriação de regras de realização ativa, foram observadas práticas pedagógicas realizadas pelas quatro professoras. O contexto subjacente à apropriação de tais regras foram as características da prática pedagógica, apontada por estudos anteriores do Grupo ESSA, como a mais favorável à aprendizagem dos alunos²⁴. Dessa forma as questões dos questionários e entrevistas

[...] foram construídas de modo a fornecer informação sobre as características sociológicas que as professoras valorizavam, ao nível dos contextos instrucional e regulador da prática pedagógica, como sendo mais favoráveis à aprendizagem científica de todas as crianças (regras de reconhecimento). As questões permitiam também obter informação sobre as razões que as professoras apresentavam para justificar as práticas que valorizavam (regras de realização passiva). (AFONSO; NEVES; MORAIS, 2005, p. 9)

Quanto às regras de realização ativas, houve a comparação entre as aulas implementadas pelas professoras e o modelo teórico da prática pedagógica considerada

²³ MORAIS, Ana Maria *et al.* **Socialização primária e prática pedagógica**: análise de aprendizagens na família e na escola, v. 2. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1993.

²⁴ As referidas características são, de acordo com Pires, Morais e Neves (2004, p. 20): classificação fraca entre espaços, enquadramento fraco das regras hierárquicas, enquadramento forte dos critérios de avaliação, enquadramento fraco da ritmagem, classificação fraca das relações intradisciplinares entre outras.

favorável (PIRES; MORAIS; NEVES, 2004). Após a coleta de dados, Afonso, Neves e Morais (2005) analisaram se as professoras:

- (a) Reconheciam a especificidade do contexto de uma determinada prática pedagógica, nos seus múltiplos aspectos, demarcando-o de outros possíveis contextos de prática pedagógica (têm regras de reconhecimento);
- (b) Selecionavam os significados/justificações apropriados àquele contexto, isto é, mostravam conhecer os princípios de como actuar/agir naquela prática pedagógica (têm regras de realização passiva);
- (c) Produziam o texto pretendido, isto é, usavam na sala de aula uma prática pedagógica segundo os princípios subjacentes ao perfil teórico delineado (têm regras de realização activa). (AFONSO; NEVES; MORAIS, 2005, p. 11)

Morais e Neves (2005), assim como Afonso, Neves e Morais (2005), também mencionaram a orientação específica de codificação e disposições sócio-afetivas e dividiram as regras de reconhecimento em passivas e ativas. Os artigos possuem muitas semelhanças, pelo fato do segundo ter como objetivo: apresentar o que foi feito em dez anos de investigação sobre a apropriação das regras de reconhecimento e realização por professores e discutir “[...] as potencialidades e limitações dos instrumentos metodológicos que têm sido usados.” (MORAIS; NEVES, 2005, p. 2).

Morais e Neves (2005) também consideraram como contexto a prática pedagógica que, segundo o Grupo ESSA, favorece a aprendizagem dos alunos. Elas relacionaram a apropriação das regras de reconhecimento às ideias dos professores sobre as características daquela prática pedagógica. Por exemplo, segundo Morais e Neves (2005), o professor apropria-se de tais regras em relação à sequência, se prioriza que essa tenha enquadramento forte. As regras de realização passiva foram relacionadas por Morais e Neves (2005) às ideias dos professores sobre como pôr tais características em prática (exemplos) e às justificativas, ou seja, por que priorizaram tais características. E as regras de realização ativa foram relacionadas ao que foi praticado pelos professores (caracterização das suas práticas em termos da classificação e do enquadramento). Segundo Morais e Neves (2005, p. 5) isso permitiu “[...] comparações, teoricamente mais fundamentadas e conceptualmente mais consistentes, entre o que os professores pensam e o que os professores fazem”.

De acordo com Morais e Neves (2005, p. 9) “os dados sobre as regras de reconhecimento e de realização passiva têm sido obtidos a partir de entrevistas semi-estruturadas”. Em tais entrevistas (em Morais e Neves (2005), aplicadas a professores), solicitava-se que eles indicassem as situações que mais valorizam, o que correspondia às regras de reconhecimento, e justificassem suas escolhas, o que dizia respeito às regras de realização passiva. No entanto, segundo Morais e Neves (2005) há dois níveis de ideias sobre regras de realização passiva, o que se refere à formas de atuação (exemplos, indicação do que

pode ser feito na prática) e a que se refere à justificativas ou fundamentos (porque as situações indicadas são valorizadas).

Morais e Neves (2005, p. 14) afirmaram que a forma de análise das regras de reconhecimento e realização deve ser “mais amadurecida”. Quanto às regras de reconhecimento, analisadas em termos da indicação/escolha dos professores, elas consideravam necessário apresentar situações diversificadas, para que não houvesse dicotomias e explicitação da escolha do entrevistador. Em suas conclusões, Moraes e Neves (2005, p. 21) defenderam que “na análise do desempenho profissional dos professores, é preciso não só tornar objectivo o que se pretende analisar, mas também dispor de instrumentos com que proceder à respectiva análise”. Como instrumentos elas utilizaram conceitos de Basil Bernstein, entrevistas (regras de reconhecimento e realização passiva) e caracterização das práticas (classificação e enquadramento). No entanto, em relação à formação de professores, elas “pens[am] que é necessário mais investimento nesta área” (MORAIS; NEVES, 2005. p. 22) para que possa haver mais rigor nos instrumentos de análise.

Nossos objetivos nesta pesquisa se assemelham aos da pesquisa de Saraiva (2016), na qual ela analisou aulas de uma disciplina da Licenciatura em Educação Básica (ensino português) e a apropriação de regras de reconhecimento e realização por alunos daquela disciplina. Sua segunda análise foi realizada utilizando avaliações feitas ao longo da referida disciplina e entrevistas semi-estruturadas.

Saraiva (2016) também dividiu as regras de realização em passivas e ativas, ligadas respectivamente, à justificativa e à produção do *texto*. Além da divisão mencionada, ela ainda apresentou uma distinção entre as regras de realização ativa ao nível da argumentação e ao nível da implementação. Ao nível da argumentação “o professor pode dizer o que vai fazer em sala de aula (por exemplo, numa situação de entrevista)” (SARAIVA, 2016, p. 143). Já, ao nível da implementação, diz respeito ao comportamento do professor em sala de aula.

Para Saraiva (2016) um dos contextos considerados foi a metaciência. Em relação a isso, ela trouxe que “diz-se que um estudante possui as regras de reconhecimento se for capaz de distinguir um contexto em que se explore essa componente [metaciência] e também terá regras de realização passiva se for capaz de justificar corretamente a escolha desse contexto.” (SARAIVA, 2016, p. 143-144). Já “a posse de regras de realização ativa em termos de argumentação significa que o estudante é capaz de exemplificar como incluía a metaciência numa atividade de ensino/aprendizagem das ciências.” (SARAIVA, 2016, p. 144). A posse/apropriação de regras de realização ativa ao nível da implementação não foi analisada por Saraiva (2016).

Ainda, Saraiva (2016, p. 266) trouxe que “[...] alguns estudantes podem ter adquirido as regras [de reconhecimento e realização] e evidenciar um baixo nível de desempenho por ausência de disposições sócio-afetivas (aspirações e valores apropriados) para a produção do texto adequado”. Por isso, na entrevista feita por Saraiva (2016, p. 266), havia questões para analisar as disposições sócio-afetivas, “em termos da autoconfiança e da motivação para promover esse ensino [da metaciência] e do valor que atribuem à exploração da metaciência nesse nível de ensino”.

Sobre as questões das entrevistas, Saraiva (2016) as apresentou como apêndice, juntamente com os respectivos objetivos de cada uma. As primeiras quatro questões diziam respeito à apropriação das regras de reconhecimento e realização sobre a metaciência, tanto sobre as aprendizagens na disciplina analisada, quanto sobre como os alunos explorariam a metaciência no papel de professores. A primeira questão (A.1.) apresentada em Saraiva (2016, p. 577) teve como objetivo averiguar a apropriação de regras de reconhecimento, nela eram apresentadas três opções para que o aluno “selecio[nasse] aquela com que mais se identifica[va]”. O enunciado da segunda questão era: “Por que razão escolheu a opção 1 (ou 2 ou 3, conforme a resposta a A.1.)?” (SARAIVA, 2016, p. 578), e seu objetivo era averiguar a apropriação das regras de realização passiva e confirmar a das regras de reconhecimento. Segundo os estudos realizados durante a disciplina cursada pelos alunos entrevistados, a opção 2 na questão A.1. seria a mais “aceite”. Dessa forma, na terceira questão (apresentada caso o aluno não tivesse escolhido a opção 2 na questão A.1.) a opção 2 era indicada e pedia-se que o entrevistado justificasse porque ela era mais “aceite”, com o objetivo de observar a apropriação das regras de realização passiva.

Ainda sobre as questões das entrevistas realizadas por Saraiva (2016), a quarta e última questão, cujo objetivo era averiguar a apropriação das regras, teve como enunciado “imagine que, ao ensinar ciências no 1º CEB, pretendia explorar com os seus alunos o processo de construção da ciência. Usando como exemplo um dos tópicos que já estudou e que domina bem do ponto de vista científico, como é que faria essa exploração?” (SARAIVA, 2016, p. 578)²⁵. Seu objetivo era inferir sobre a apropriação das regras de realização ativa, ao nível da argumentação.

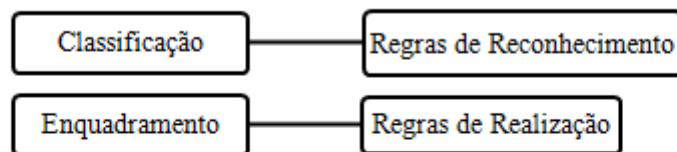
Castro (2017) também analisou a apropriação das regras de reconhecimento e realização. Ela fez isso por meio de um questionário fechado, enviado pela internet para mais

²⁵ 1º CEB refere-se ao primeiro ciclo do Ensino Básico português e compreende os quatro primeiros anos de educação escolar, previstos dos 6 aos 9 anos de idade. Disponível em: <http://euroguidance.gov.pt/index.php?c=int&id=2>. Acesso em: 10 ago. 2020.

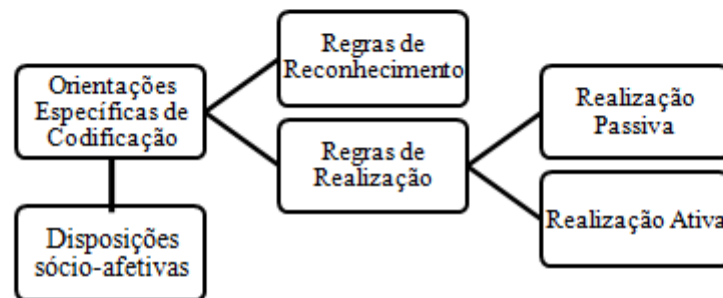
de mil professores (todos que tinham lecionado Biologia e Geologia ao 10.º ano do ensino português entre 2013/2014) e sua análise deu-se de forma quantitativa. Outra diferença entre os estudos de Saraiva (2016) e Castro (2017), foi que a segunda se referiu a regras de realização ativa ao nível da exemplificação, enquanto a primeira utilizou o termo, ao nível da argumentação.

Na Figura 4, apresentamos uma síntese do exposto sobre regras de reconhecimento e realização de acordo com os autores referenciados.

Bernstein (1998)



Afonso; Neves; Morais (2005) e Morais; Neves (2005)



Saraiva (2016) e Castro (2017)

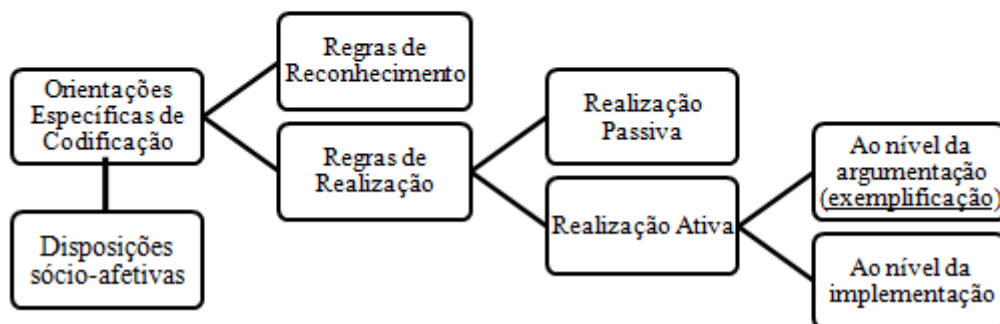


Figura 4: Síntese das regras de reconhecimento e realização segundo os autores referidos.

Fonte: arquivo pessoal.

Todos os trabalhos citados que trataram da apropriação de regras de reconhecimento e realização utilizaram entrevistas ou questionários para observar/analisar tal apropriação. Como as regras de reconhecimento estiveram ligadas, na maioria das vezes, a opções dadas pelo entrevistador e a preferência dos entrevistados por algumas delas, podemos relacioná-las à escolha. Para demonstrar a apropriação (ou não) de regras de reconhecimento o

aluno/professor entrevistado escolhe uma das alternativas que lhe são apresentadas. Já as regras de realização passiva, apesar de Moraes e Neves (2005) apontarem para dois níveis de ideias, na maioria das vezes puderam ser relacionadas à justificativa. A observação da apropriação de tais regras foi feita quando o aluno/professor justifica a escolha que fez na(s) questão(ões) sobre regras de reconhecimento.

O outro nível de regras de reconhecimento passiva, trazido por Moraes e Neves (2005), foi denominado por Saraiva (2016) de regras de realização ativa ao nível da argumentação e, por Castro (2017), de regras de realização ativa ao nível da exemplificação. Preferimos a denominação de Castro (2017) e pensamos que tais regras podem ser analisadas quando o aluno/professor exemplifica o que faria na prática. A apropriação das regras de realização ativa ao nível da implementação foi analisada somente por Afonso, Neves e Moraes (2005). Porém, nas pesquisas referidas nesta dissertação, tais regras estiveram ligadas à prática docente. Então, podemos dizer que a análise de sua apropriação pode ser feita quando o professor põe em prática suas ideias. Na Figura 5, apresentamos uma síntese das relações feitas por nós sobre a apropriação de regras de reconhecimento e realização, baseada nas questões das entrevistas utilizadas para analisá-las.



Figura 5: Nosso resumo das regras de reconhecimento e realização.
Fonte: arquivo pessoal.

Segundo Moraes e Neves (2005, p. 20) as disposições sócio-afetivas são “nos trabalhos realizados até ao momento, [...] uma componente ainda pouco explorada e que merece ser desenvolvida em futuras investigações”. Em seu estudo, Castro (2017) não analisou tais disposições. Já Saraiva (2016) as analisou por meio das entrevistas, também utilizadas para analisar as regras de reconhecimento e realização. As disposições sócio-afetivas dos entrevistados foram averiguadas por Saraiva (2016) em termos da confiança (B.1.), da motivação (B.2.a) ou B.2.b)) e da valorização do ensino da metaciência (B.3.a) ou B.3.b)). As

questões utilizadas nessa averiguação são apresentadas na Figura 6 e esquematizadas de acordo com as respostas dadas pelos entrevistados.

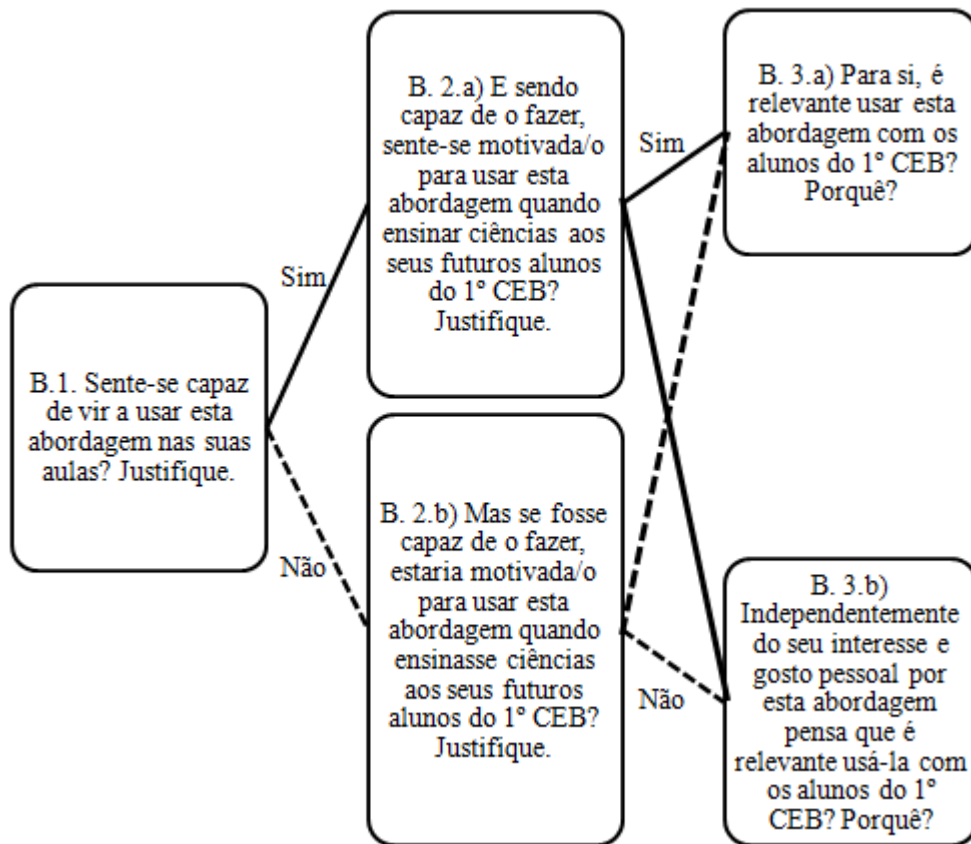


Figura 6: Questões das entrevistas para analisar disposições sócio-afetivas.
Fonte: Saraiva (2016, p. 578-579), adaptado.

Não concordamos com a análise feita por Saraiva (2016) em relação às disposições socioafetivas, porque ela mesma trouxe que “não se pode iludir o facto do contacto que os entrevistados já tinham com a investigadora os levasse a responder o que pensavam ser o expectável ou o mais correto [...] do ponto de vista da investigação” (SARAIVA, 2016, p. 347).

Também acreditamos que as disposições sócio-afetivas não são componentes que possam ser mensuradas. Logo, não buscamos analisar as disposições sócio-afetivas dos licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Nossa análise também não contempla as regras de realização ativa ao nível da implementação, pois teríamos de acompanhar os licenciandos em disciplinas da graduação em que eles atuassem como professores ou em seus trabalhos como docentes e, acreditamos não haver tempo hábil para observar e analisar o que eles põem em prática enquanto professores.

Analisamos, então, o *texto* produzido pelos referidos licenciandos ao escolherem, justificarem e exemplificarem no contexto da Modelagem Matemática. Fizemos isso por meio

de uma entrevista, a exemplo das referidas pesquisas. Na seção 3.3 desta dissertação explicamos como essas entrevistas ocorreram e apresentamos nossas análises. A seção 3.3 é intitulada como Recontextualização Pedagógica da Modelagem Matemática pelos licenciandos (produção do *texto* e regras de reconhecimento e realização). Na próxima seção (2.3) explicamos, dentre outros conceitos, o campo de recontextualização pedagógico, no qual foi baseado o referido título.

2.3 CAMPOS DE PRODUÇÃO, RECONTEXTUALIZAÇÃO E REPRODUÇÃO

Segundo Bernstein (1996, p. 259) “o discurso pedagógico é um princípio para apropriar outros discursos e colocá-los numa relação mútua especial, com vistas à sua transmissão e aquisição seletivas”, dessa forma ele é constituído pela interação de pelo menos três campos: o campo de produção, o campo de recontextualização e o campo de reprodução. No campo de produção são produzidos os outros discursos apropriados pelo discurso pedagógico, no campo de recontextualização esses outros discursos são colocados numa relação mútua especial e no campo de reprodução (no qual ocorrem práticas pedagógicas escolares) busca-se a transmissão e aquisição²⁶ do discurso pedagógico.

No campo de produção são criadas novas ideias e desenvolvidos discursos especializados (como matemática, sociologia, entre outros). Essa criação e desenvolvimento, em geral, surgem em pesquisas de universidades, institutos e escolas politécnicas, ou seja, fora da maior parte do sistema educacional (campo de reprodução). O campo de reprodução pode ser relacionado às salas de aula, principalmente, da Educação Básica. Segundo Bernstein (1996), há uma classificação forte entre o campo de produção e o de reprodução, o que “exige” o desenvolvimento de um campo de recontextualização. Esse transforma o *texto* (forma de relação social tornada visível, palpável, material, por meio da fala, da escrita, de gestos...) criado no campo de produção para adaptá-lo ao campo de reprodução. Assim, no campo de recontextualização o *texto* é deslocado do campo de produção e realocado no campo de reprodução, nesse processo ele é modificado, tendo um novo foco, uma nova relação com outros *textos*, um novo posicionamento ideológico.

Até chegar às salas de aula o *texto* sofre no mínimo dois tipos de transformações. Segundo Bernstein (1996, p. 92) “a primeira é a transformação do texto dentro do campo

²⁶ Acerca dos conceitos de transmissão e aquisição apresentados por Basil Bernstein, Silva, L. (2013, p. 20) trouxe que “embora o autor não desenvolva uma definição clara acerca do processo de transmissão e aquisição, entendemos que o processo de *transmissão* está relacionado à pedagogização do conhecimento, enquanto que o processo de *aquisição* está relacionado à aprendizagem ou a produção textual dos adquirentes”. Compartilhamos do entendimento dela.

recontextualizador e a segunda é a transformação do texto transformado, no processo pedagógico, na medida em que ele se torna ativo no processo de reprodução dos adquirentes”. Essa primeira transformação pode ser relacionada ao campo de recontextualização oficial – que “inclui os departamentos especializados e as subagências do Estado e as autoridades educacionais locais, juntamente com suas pesquisas e sistemas de inspeção” (BERNSTEIN, 1996, p. 270), ou seja, do qual fazem parte o Ministério de Educação e as Secretarias de Educação – e a uma parte do campo recontextualizador pedagógico. Tal parte inclui universidades e escolas politécnicas (mesmo também constituindo o campo de produção), faculdades de educação e suas pesquisas e “meios especializados de educação, jornais semanais, revistas, etc. e as editoras, juntamente com seus avaliadores e consultores” (BERNSTEIN, 1996, p. 270). A segunda transformação está relacionada ao planejamento das aulas e as especificidades de cada escola, pois

[...] aquilo que é reproduzido nas escolas pode, ele próprio, estar sujeito aos princípios recontextualizadores vindos do contexto específico de uma dada escola e à eficácia do controle externo sobre a reprodução do discurso pedagógico oficial. Além disso, o que é reproduzido pode ser afetado pelas relações de poder do campo recontextualizador entre a escola e o contexto cultural primário do adquirente (família/comunidade/relações no grupo de colegas). A escola pode incluir, como parte de sua prática recontextualizadora, discursos da família, da comunidade, das relações no grupo de colegas do [aluno], para propósitos de controle social, a fim de tornar seu próprio discurso regulativo mais eficaz. Inversamente, a família, a comunidade, as relações no grupo de colegas podem exercer sua própria influência sobre o campo recontextualizador da escola e, dessa forma, afetar a prática dessa última. (BERNSTEIN, 1996, p. 279, alteração nossa)

Ainda sobre o campo de recontextualização, Bernstein (1996, p. 271) estabeleceu que “as principais atividades dos campos recontextualizadores são as de criar, manter, mudar e legitimar o discurso, a transmissão e as práticas organizacionais que regulam os ordenamentos internos do discurso pedagógico”. Assim esse campo é responsável por constituir o “que” e o “como” do discurso pedagógico, dessa forma, nele são decididos os valores da classificação e do enquadramento que estarão presentes na sala de aula. Na Figura 7 apresentamos uma síntese do que foi trazido sobre os campos de produção, recontextualização e reprodução, segundo Bernstein (1996).

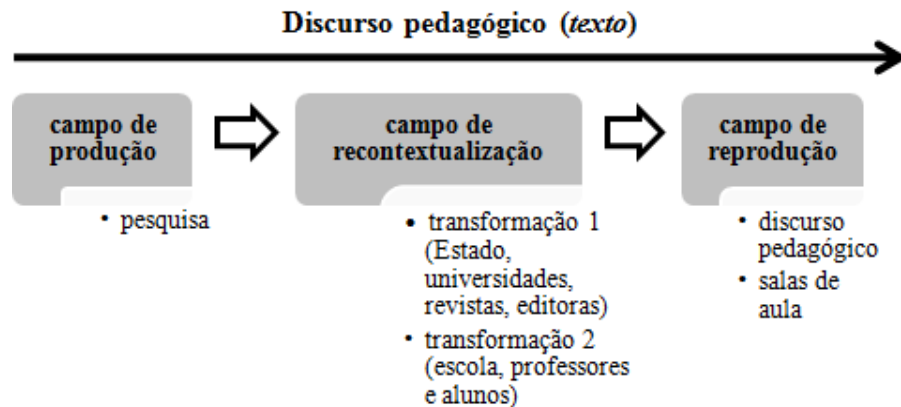


Figura 7: Síntese dos campos de produção, recontextualização e reprodução segundo Bernstein (1996).
Fonte: arquivo pessoal.

Bernstein (1998) também discutiu a recontextualização, ele falou sobre a ideologia que é incorporada aos discursos durante esse processo,

quando o discurso se desloca de sua localização original a nova, enquanto discurso pedagógico, produz-se uma transformação. Essa transformação se realiza porque, cada vez que um discurso muda de uma posição a outra, há um espaço em que pode intervir a ideologia. Nenhum discurso se desloca sem que intervenha a ideologia. (BERNSTEIN, 1998, p. 62, tradução nossa)

Essa ideologia (interesses) é a do Estado, quando se trata do campo recontextualizador oficial, e dos pesquisadores, professores e comunidades escolares no campo recontextualizador pedagógico. Bernstein (1998, p. 63) também associou o discurso pedagógico à recontextualização, segundo ele o discurso pedagógico é um princípio recontextualizador e esse princípio se “apropria, recoloca, recentra e relaciona seletivamente outros discursos para estabelecer sua própria ordem”. Dessa forma, segundo ele, o discurso pedagógico nunca é idêntico a nenhum discurso que tenha recontextualizado. Ainda assim, no processo de recontextualização, são selecionadas e apropriadas partes do discurso do campo de produção para serem recolocadas no campo de reprodução (no qual opera o discurso pedagógico).

Bernstein (1996) associou as faculdades de educação ao campo recontextualizador, já Bernstein (1998, p. 144) trouxe que indivíduos que não estão em campos de produção (em geral, as instituições superiores de educação) podem criar ou criam novo conhecimento (tarefa relacionada ao campo de produção), porém a história, o desenvolvimento e o posicionamento desse conhecimento serão diferentes. Sobre isso ele afirmou que “depois que os indivíduos alheios ao campo de produção criam o conhecimento novo, os princípios do campo [de produção] operarão como se esse conhecimento fosse incorporado ao campo.” (BERNSTEIN, 1998, p. 144, tradução nossa).

Entre pesquisas do Grupo ESSA que utilizam os conceitos de campos, Saldanha e Neves (2007) analisaram em que medida exames nacionais do ensino português

condicionavam a recontextualização entre programas (os programas apresentam opções de, por exemplo, *textos* a serem apropriados, interações pedagógicas e relações entre conhecimentos) e práticas pedagógicas. Elas apresentaram as siglas DRG, DPO e DPR. DRG diz respeito ao discurso regulador geral, “ao discurso oficial do Estado, sendo institucionalizado através de textos legais e administrativos” (SALDANHA; NEVES, 2007, p. 5). No Brasil, um exemplo de DRG é a Constituição da República Federativa do Brasil de 1988, segundo a qual compete ao Estado legislar sobre “educação, cultura, desporto, ciência, tecnologia, pesquisa, desenvolvimento e inovação;” (BRASIL, 1998, p. 17). O DPO é o discurso pedagógico oficial, ou seja, o DRG após passar pelo campo de recontextualização oficial para ser adaptado ao contexto educacional. Um exemplo de DPO, no Brasil, é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que define “aprendizagens essenciais” que todos os alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica. O DPR significa discurso pedagógico de reprodução e representa o DPO após passar por parte do campo recontextualizador pedagógico, um exemplo de DPR são os livros didáticos.

Saldanha e Neves (2007, p. 5), assim como Bernstein (1996), salientaram que, quando levado para a sala de aula, o DPR sofre “ainda novos processos de recontextualização, consequência da relação que se pode estabelecer entre o contexto da escola/sala de aula e o contexto da família/comunidade”. No entanto, as autoras não nomearam essa terceira recontextualização, que foi identificada como segunda transformação por Bernstein (1996). Após passar por ela, o discurso torna-se parte do campo de reprodução, que tem lugar nas escolas e salas de aula.

Saldanha e Neves (2007) não relacionaram o campo de produção aos discursos (DRG, DPO, DPR) que apresentaram. Acreditamos que esse campo é influenciado pelo DRG e que, junto a esse discurso, passa pelo campo recontextualizador oficial. Na Figura 8 apresentamos, com a inclusão do campo de produção, o caminho percorrido – do discurso regular geral à sala de aula – segundo Saldanha e Neves (2007).

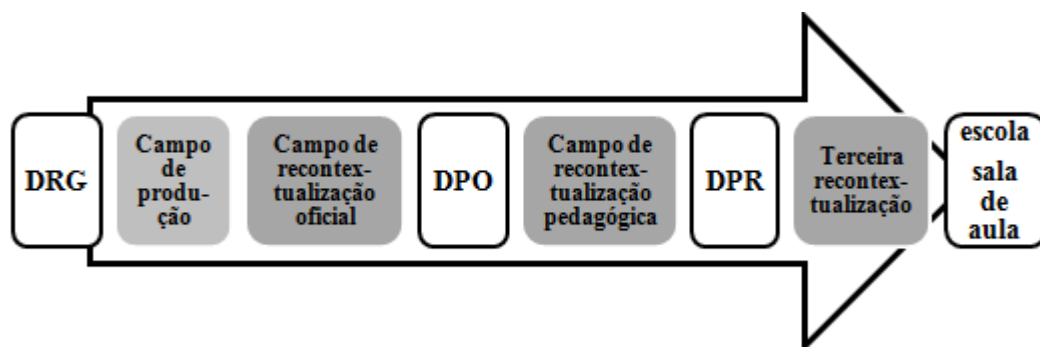


Figura 8: Discursos apresentados por Saldanha e Neves (2007) + campo de produção.
Fonte: arquivo pessoal.

Calado (2007) analisou a recontextualização que ocorria entre documentos curriculares referentes ao ensino de ciências em Portugal (DPO) e manuais escolares²⁷ dessa disciplina (DPR). Um de seus objetivos foi caracterizar o sentido e a extensão da referida recontextualização, para isso ela utilizou instrumentos para caracterizar os documentos e os materiais (em relação a graus de explicitação, complexidade e intradisciplinaridade e valores de classificação e enquadramento) e depois comparou tais caracterizações.

Já Silva, M. (2009) analisou a recontextualização que ocorria entre materiais escolares e a prática pedagógica de dois professores, assim como buscou entender o que levava tais professores a recontextualizar os referidos materiais. Ela também se referiu ao sentido e ao grau de recontextualização e utilizou instrumentos de caracterização em suas análises. Nessas, Silva, M. (2009, p. 322) verificou “que os dois professores recontextualizaram o DPR expresso nos materiais curriculares, embora com sentidos e extensões diferentes” e afirmou que “para tornar mais explícito o processo de recontextualização do DPR, por parte de cada um dos professores, analisaram-se, separadamente, os contextos instrucional e regulador” (SILVA, M., 2009, p. 322).

Silva, M. (2009) observou que um dos professores recontextualizou os materiais curriculares no mesmo sentido desses materiais, por exemplo, no contexto regulador ele enfraqueceu mais o controle da relação professor-alunos do que os materiais indicavam. Assim esse professor recontextualizou os materiais em grau mínimo ou baixo. Já o outro professor recontextualizou os materiais escolares no sentido oposto a eles, ou seja, quando os materiais indicavam o enfraquecimento do controle (enquadramento) ele o fortaleceu, dessa forma, a recontextualização feita por esse professor teve grau elevado.

Sobre as razões que fundamentaram a recontextualização feita pelos dois professores, Silva, M. (2009, p. 390) considerou que:

a proficiência científica dos professores e a valorização atribuída a alguns princípios pedagógicos e ideológicos (ideologias) parecem ter influenciado esta recontextualização; no entanto, o discurso pedagógico oficial, presente nos documentos curriculares oficiais, [...] não se afigurou como potencial factor de recontextualização da mensagem dos materiais curriculares.

O discurso pedagógico oficial (DPO), diferente de Saldanha e Neves (2007) e de Calado (2007) não é nosso foco nesta dissertação. Temos mais semelhanças com a pesquisa de Silva, M. (2009), que observou a recontextualização em práticas pedagógicas e buscou fundamentar as razões dessa recontextualização.

²⁷ Segundo Calado (2007, p. 4) “os manuais escolares são a principal fonte de implementação do currículo e que, por sua vez, aqueles são elaborados com base nas indicações dos documentos curriculares, principalmente, com base nas directrizes curriculares específicas da respectiva disciplina [...]”.

Assumimos que o campo de produção é constituído por pesquisas, pois elas produzem novos discursos e conhecimentos, novas ideias e concepções. Dessa forma, no próximo capítulo o campo de produção está relacionado a três concepções de Modelagem Matemática (seção 3.1).

Assumimos como pertencentes ao campo de recontextualização os contextos de Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática (seção 3.2), pois eles ocorreram a partir da recontextualização de concepções e etapas de Modelagem Matemática e dos planos de ensino (objetivos) das disciplinas/projetos/iniciação científica que fizeram parte. Também, essas aulas pertencem ao campo de reprodução, pois são práticas pedagógicas escolares, que contaram com a segunda transformação apresentada por Bernstein (1996), decorrente das vivências dos professores que as ministraram e do controle que foi compartilhado (ou não) com os licenciandos.

Os *textos* produzidos nas entrevistas, utilizadas para analisar a apropriação de regras de reconhecimento e realização pelos licenciandos (seção 3.3), também fazem parte do campo de recontextualização pedagógica, pois: recontextualizamos a entrevista feita por Saraiva (2016) segundo nosso tema e objetivos, e; consideramos que os *textos* produzidos pelos licenciandos constituem uma recontextualização, tanto das vivências deles nos cursos de licenciatura, quanto das características e caracterizações escolhidas por eles durante a entrevista.

2.4 CONCEITOS DE BASIL BERNSTEIN E MODELAGEM MATEMÁTICA

Dividimos esta seção em duas partes. Começamos falando sobre sete artigos (cuja forma como foram selecionados apresentamos no APÊNDICE A desta dissertação) e um trabalho de conclusão de curso (CAMPOS, 2017) que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática. Posteriormente observamos essa relação em uma tese e três dissertações (cujo processo de seleção também é apresentado no referido apêndice). Dentre os artigos, Prado e Oliveira (2012) tiveram como objetivo analisar o discurso regulativo²⁸ em materiais curriculares educativos sobre modelagem matemática (MCEMM)²⁹. As autoras assumiram Modelagem Matemática segundo a concepção de Jonei Cerqueira Barbosa, ou seja, “como um ambiente de aprendizagem, no qual os alunos são convidados a investigar por meio da matemática situações com referência no dia-a-dia ou em outras

²⁸ Discurso regulador em Bernstein (1998) e Antunes e Morais (1993).

²⁹ Segundo Prado e Oliveira (2012), esses materiais são meios que auxiliam o professor no planejamento, execução e avaliação das aprendizagens, promovendo a aprendizagem dele e dos alunos.

ciências [...]” (PRADO; OLIVEIRA, 2012, p. 7-8) e os MCEMM correspondem ao *Caso 1*³⁰ apresentado por ele, em que o professor seleciona o problema e os dados.

Os MCEMM, de acordo com Prado e Oliveira (2012), são desenvolvidos no campo de recontextualização pedagógica a partir de “discursos provenientes da área da educação matemática, resultados de investigações sobre modelagem matemática e discursos provenientes da prática pedagógica de professores da educação básica [...], assim como da matemática, além de outros” (PRADO; OLIVEIRA, 2012, p. 8). Também, as autoras ressaltaram que, quando os MCEMM são implementados no campo de reprodução, sofrem uma nova recontextualização pois “devem ser considerados o papel do professor, dos alunos e outros agentes desse contexto, tomando decisões em um contexto diferente do qual os materiais foram elaborados” (PRADO; OLIVEIRA, 2012, p. 17).

Prado e Oliveira (2012) analisaram três MCEMM, por meio de instrumentos adaptados de pesquisas de Ana Maria Morais e Isabel Pestana Neves (coordenadoras do Grupo ESSA). Em suas análises Prado e Oliveira (2012) consideraram as relações entre sujeitos e entre espaços, para isso utilizaram os conceitos de enquadramento e classificação, respectivamente. Nessas análises, a relação professor-aluno foi caracterizada por um enquadramento fraco, pois os alunos podiam ter algum controle, escolhendo tipos de gráficos e como exporiam seus resultados. Na relação aluno-aluno o enquadramento foi muito fraco, já que os MCEMM indicam “que as ideias de cada aluno merecem ser ouvidas e discutidas pelos colegas. Além disso, é pressuposto que os alunos discutam a atividade em grupo e com outros grupos” (PRADO; OLIVEIRA, 2012, p. 12). A caracterização dos espaços entre alunos variaram entre classificação muito fraca (quanto à disposição dos alunos em grupos) e forte (por não se supor que alunos de um grupo “visitem” os de outros grupos). A relação entre espaços do professor e dos alunos foi caracterizada tanto com classificação muito fraca, quanto com classificação fraca. A classificação muito fraca deveu-se às sugestões para que o professor circulasse pela sala e para que os alunos apresentassem soluções na lousa. Já a classificação fraca, ocorreu porque nos MCEMM não há distinção entre materiais do professor e dos alunos, porém há informações sobre as atividades que são destinadas somente ao professor.

Em suas considerações finais, Prado e Oliveira (2012) afirmaram que sua análise está de acordo com outras pesquisas, apresentando mais controle dos alunos em atividades de

³⁰ Barbosa (2001b; 2009a) apresentam três *Casos* (1, 2 e 3) que sinalizam como é possível organizar o ambiente de Modelagem Matemática com diferentes divisões de responsabilidades entre professor e alunos. Essas responsabilidades são a seleção e simplificação do problema, a coleta de dados para resolvê-lo e sua resolução.

Modelagem Matemática e, que essa tendência pode ajudar professores “a inserirem outros ambientes em que a classificação e o enquadramento tendem ao enfraquecimento, pois estão claras as normas de conduta na relação pedagógica” (PRADO; OLIVEIRA, 2012, p. 16). Ainda, segundo Prado e Oliveira (2012), tal clareza nas regras do discurso regulativo traz as intenções dos elaboradores e informações para que os professores escolham, modifiquem ou adaptem os MCEMM (para que sejam úteis aos seus contextos pedagógicos) sem diluir seus princípios.

Silva e Oliveira (2014a) também utilizaram o conceito de enquadramento e seu principal instrumento metodológico foi observações de aulas de duas professoras da Educação Básica. Tais observações possibilitaram “analisar a realização a partir das decisões já tomadas pelo professor, no momento em que ele operacionaliza o planejamento do ambiente de modelagem nas aulas de matemática.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014a, p. 319). Silva e Oliveira (2014a, p. 318) também assumiram Modelagem Matemática segundo a concepção de Jonei Cerqueira Barbosa. O ambiente de Modelagem Matemática organizado por uma das professoras cujas aulas foram observadas foi adequado ao *Caso 2* (pois ela selecionou o tema e o problema), já o da outra professora correspondeu ao *Caso 1* (pois ela selecionou o tema, o problema e os dados para resolvê-lo).

Após as observações das aulas, Silva e Oliveira (2014a) realizaram entrevistas, como um procedimento metodológico secundário, “a fim de entender porque as professoras transformaram o texto pedagógico do planejamento de tal forma.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014a, p. 324), já que “os dados e análise [...] indicam que o texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem sofreu algumas mudanças quando foi operacionalizado na sala de aula.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014a, p. 331). Tais mudanças foram identificadas em termos do enquadramento, por exemplo, uma das professoras enfraqueceu o enquadramento da seleção, quando deixou que os alunos escolhessem o tipo de gráfico e não efetuou um sorteio, como havia planejado. Essa mesma professora também “mostrou-se fiel ao proposto na situação-problema, legitimando apenas o texto dos estudantes que convergiam com as suas soluções a priori.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014a, p. 331). Assim, Silva e Oliveira (2014a) afirmam que houve tanto transformações quanto fidelidade ao planejamento por parte dessa professora.

Silva e Oliveira (2014a, p. 334) consideraram que “[...] as formas de controle na comunicação pedagógica e suas variações no enquadramento auxiliaram a análise das transformações e a fidelidade ao texto”. Elas finalizaram trazendo que:

as noções sintetizadas neste artigo, também, lançam novos horizontes as pesquisas futuras e implicações na prática profissional dos professores, no que diz respeito às transformações do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática na prática pedagógica escolar. (SILVA; OLIVEIRA, 2014a, p. 334)

Essas transformações também foram nosso foco em Campos (2017), em que objetivamos “planejar, aplicar e analisar uma prática pedagógica utilizando valores de enquadramento sugeridos pelas investigações do Grupo ESSA para potencializar a aprendizagem dos alunos” (CAMPOS, 2017, p. 10). Utilizamos a concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa e nossa prática pedagógica consistiu em um *Caso* intermediário entre o 1 e o 2 apresentados por ele, pois a professora elaborou o problema e o simplificou, sendo a coleta de dados e a resolução feita junto com os alunos. Os referidos valores do enquadramento que guiaram nosso planejamento foram: enquadramento forte da seleção (E^+), enquadramento forte ou muito forte da sequência e dos critérios de avaliação (E^{++}/E^+), enquadramento fraco ou muito fraco da ritmagem e da relação professor/aluno e aluno/aluno (E^-/E^-).

Assim como Prado e Oliveira (2012), em Campos (2017) utilizamos instrumentos de integrantes do Grupo ESSA em nossas caracterizações em termos do enquadramento. Um desses instrumentos foi o apresentado por Fontinhas e Morais (1993), ele é exemplificado na página 28 desta dissertação. A aplicação da prática pedagógica ocorreu em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola técnica estadual. Também, como Silva e Oliveira (2014a), identificamos mudanças entre o planejamento e a aplicação da prática pedagógica, por exemplo: “alguns valores que ocorreram na prática diferiram dos que foram planejados, como é o caso do relacionado ao índice da ritmagem *Nas perguntas dirigidas a turma*, para o qual se desejava E^- , mas teve-se E^{+++} ” (CAMPOS, 2017, p. 66). Sendo que algumas dessas mudanças/desvios/transformações comprometeram os objetivos e o desenvolvimento da prática pedagógica, dentre elas destacamos (em que os Anexos 2 e 3 referem-se às simplificações do problema apresentado à turma):

a entrega do Anexo 3 a todos os grupos, no início da terceira aula do projeto, [que] resultou na falta de ênfase aos critérios de avaliação do Anexo 2 (ficando a maioria dos grupos preocupada em realizar a nova atividade) e na minha dificuldade em atender todos os grupos, ajudando-os com os diálogos e discussões planejadas para a avaliação em 08 de novembro (em vista das muitas dúvidas apresentadas pelos alunos sobre o desenvolvimento do Anexo 3). (CAMPOS, 2017, p. 67)

Consideramos que isso alterou não só a sequência de nosso planejamento, mas também o enquadramento forte planejado para os critérios de avaliação, enfraquecendo-o, já que a ênfase da aula foi controlada pelos alunos e passou de correções (planejamento) para a realização de uma nova atividade (o que ocorreu).

Silva e Oliveira (2014b) assumiram a mesma concepção de Modelagem Matemática que Silva e Oliveira (2014a). As primeiras enfatizaram uma característica “que demarca o ponto de partida de uma atividade de modelagem: a escolha do tema.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 42). Elas investigaram os “interesses e regras quando três professores da educação básica, que participavam de um espaço de formação continuada, foram convidados a selecionar um tema gerador para a atividade de modelagem na sala de aula.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 42). Para isso utilizaram os conceitos de classificação e enquadramento de Basil Bernstein, pois para elas essa

perspectiva teórica permitirá aprofundar a análise sobre o modo que o processo de escolha do tema é assumido pelo professor em uma atividade de modelagem matemática. De uma maneira mais específica, quais decisões, razões, interesses e regras estão ligados a essa escolha. (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 42)

Segundo Silva e Oliveira (2014b), o tema proveniente do cotidiano pode ser analisado por meio do conceito de classificação: quando a matemática escolar está baseada somente nela mesma, a classificação é forte, mas quando sua base é a relação com problemas de “fora” da escola, a classificação é fraca, pois há relação entre categorias distintas. Nesse sentido, aquelas autoras afirmaram que “a escolha do tema, por si só, proporciona uma classificação fraca, uma vez que lida com situações externas à matemática” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 43). Porém, quem faz a seleção do tema tem maior controle, o que está relacionado ao conceito de enquadramento. Assim, segundo elas, quando o professor faz sozinho a seleção do tema, ele tem o controle sobre a comunicação pedagógica, logo o enquadramento é forte na seleção, “já quando o adquirente interfere nessa seleção, dizemos que o enquadramento é fraco” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 44), pois os estudantes têm algum controle sobre a comunicação pedagógica.

Em sua análise, Silva e Oliveira (2014b) utilizaram observação de práticas, documentos (guia do planejamento) e entrevistas (para “compreender as razões dos professores, bem como identificar outras decisões que não foram visíveis a partir das duas técnicas citadas.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b, p. 46)). Segundo Silva e Oliveira (2014b, p. 54), a entrevista com um dos professores “mostrou que ele abandonou o tema que desejava abordar para optar pelo tema que a formadora sugeriu no curso”, elas caracterizaram tal comportamento com uma classificação forte, estando a formadora em uma categoria acadêmica diferente da desse professor. Também sobre a classificação, Silva e Oliveira (2014b) a analisaram por meio da justificativa dos professores para a escolha do tema e observaram que o valor da classificação variou entre forte e/ou fraco. Foi fraco no caso da professora que justificou a escolha do tema com argumentos sociais e, mais forte, no caso dos

professores que argumentaram e justificaram a escolha dos temas por meio de objetivos matemáticos. Diante disso, Silva e Oliveira (2014b, p. 54) consideraram que “embora a modelagem em si traduza uma classificação fraca, pois relaciona a matemática a temas da realidade, os objetivos pedagógicos indicam variações na classificação, bem como nas tomadas de decisões dos professores”.

Além dos conceitos de classificação e enquadramento, em sua discussão e conclusão, Silva e Oliveira (2014b, p. 53) mencionaram regras de reconhecimento e realização. Segundo elas, quando o tema escolhido era mais próximo da realidade dos estudantes, podia facilitar que eles reconhecessem o que era legítimo/esperado pelos professores e, reconhecendo isso, os estudantes podiam adquirir regras de realização.

Tais regras também foram utilizadas por Santana e Barbosa (2012, p. 994-995) ao analisar “*como as intervenções do professor repercutem nas ações produzidas pelos estudantes no ambiente de modelagem*”. Santana e Barbosa (2012, p. 993) assumiram Modelagem Matemática sob a compreensão proposta pelo segundo autor (Jonei Cerqueira Barbosa). Eles afirmaram que “ao propor um ambiente de modelagem matemática há uma mudança nas regras de reconhecimento e realização” (SANTANA; BARBOSA, 2012, p. 997) e explicaram tal mudança com um exemplo: um grupo de alunas reconheceu que deveria usar dados reais no ambiente de Modelagem Matemática, mas não elaborou um problema para ser resolvido por meio da matemática e sim transportou informações de um texto para sua apresentação. Segundo Santana e Barbosa (2012, p. 997), “isso sugere que o grupo de alunos não dominava, claramente, as regras de reconhecimento e de realização para uma prática pedagógica baseada em modelagem matemática”.

Em sua análise, Santana e Barbosa (2012) consideraram, principalmente, observações de discussões entre um grupo de alunos de uma turma de Ensino Médio do EJA (Educação de Jovens e Adultos) e o professor que desenvolveu o ambiente de Modelagem Matemática nessa turma. Após as observações, os alunos do grupo foram entrevistados, para que Santana e Barbosa (2012) pudessem compreender melhor as discussões feitas na sala de aula. Santana e Barbosa (2012, p. 1014) afirmaram que “a tarefa entregue pelo professor no início da aula e os discursos produzidos por [ele] se constituíram como indicações para o reconhecimento das informações legítimas para aquela prática.” Ainda assim,

quando os alunos não tinham o domínio sobre as regras de reconhecimento [...] para um ambiente de modelagem matemática, eles solicitavam a presença do professor para que lhes oferecesse *pistas* sobre a legitimidade dos discursos produzidos por eles para o desenvolvimento da tarefa. (SANTANA; BARBOSA, 2012, p. 1014-1015)

Também, Santana e Barbosa (2012) trouxeram em sua análise o exemplo de uma aluna que tentou enfraquecer o controle do professor, discutindo aspectos não trazidos por ele e pelos colegas dela e tentando mudar a escolha dos dados propostos pelo professor. Posteriormente, essa aluna acabou reconhecendo o discurso do professor, solicitando sua presença e ficando em silêncio após as intervenções dele. Nesse sentido, os autores afirmam que ela “reconheceu as especificidades do contexto em que estava inserida [...], aproximando-se das regras de reconhecimento e realização [...] feitas mais visíveis pelo professor” (SANTANA; BARBOSA, 2012, p. 1015). Os demais alunos do grupo analisado utilizaram apenas as informações entregues pelo professor, resistindo às propostas da colega deles. Então, Santana e Barbosa (2012, p. 1016) consideram que “desse modo, a partir dos discursos produzidos [pelo professor] nas intervenções no grupo, houve um reconhecimento e realização pelos alunos do discurso esperado pelo professor”.

Vimos que Santana e Barbosa (2012) utilizaram, principalmente, a observação do grupo para fazer suas análises e considerações sobre as regras de reconhecimento e realização, diferente do que foi apresentado nos trabalhos de integrantes do Grupo ESSA e do que nos propomos a fazer. As entrevistas serão a principal fonte para nossa análise sobre a apropriação dessas regras nos *textos* produzidos pelos entrevistados. Além disso, buscamos analisar o reconhecimento, as justificativas e exemplos sobre distintas concepções de Modelagem Matemática.

Finalizamos esta seção trazendo Prado, Silva e Santana (2013) e Sant’Ana e Sant’Ana (2015, 2017) que utilizaram o conceito de enquadramento para categorizar tarefas no âmbito da Modelagem Matemática. Prado, Silva e Santana (2013) compreenderam a Modelagem Matemática segundo a concepção de Jonei Cerqueira Barbosa e *tarefa de modelagem* como um segmento do ambiente de aprendizagem. O objetivo delas foi “pôr lentes sobre as variações em tarefas desenvolvidas em ambientes de modelagem do caso 1 à luz da Teoria dos códigos de Basil Bernstein” (PRADO; SILVA; SANTANA, 2013, p. 2).

Nesse sentido, Prado, Silva e Santana (2013) inferiram “que o caso 1 tende para um enquadramento forte, pois o professor toma todas as decisões na realização de uma tarefa de modelagem. Entretanto, consideram [...] que a natureza da tarefa pode propiciar variações no enquadramento” (PRADO; SILVA; SANTANA, 2013, p. 2). Tal natureza foi discutida em três categorias de tarefas de Modelagem Matemática no *Caso 1: tarefa aberta, tarefa semifechada e tarefa fechada*. A *tarefa aberta* apresenta um enfraquecimento do enquadramento quanto às subcategorias analisadas por Prado, Silva e Santana (2013) (*conteúdo matemático; manipulação dos dados; soluções; estratégias de resolução*). Na

tarefa semifechada o enquadramento varia entre mais forte e mais fraco, nela o professor controla o conteúdo matemático ou a manipulação dos dados. Na tarefa fechada o enquadramento é mais forte e o professor controla os conteúdos utilizados e as estratégias de resolução.

Sant’Ana e Sant’Ana (2015, 2017) também adotaram a referida concepção de Modelagem Matemática e objetivaram “detectar” se um professor que formule perguntas abertas (nas quais a resposta depende das hipóteses feitas, ou seja, em que diferentes estratégias permitem diferentes respostas) planeja, a partir destas perguntas, tarefas também abertas (PRADO; SILVA; SANTANA, 2013). Para isso eles analisam situações em uma disciplina de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática. Nela, os alunos/professores “foram convidados a, em grupos, escolherem temas e elaborarem perguntas sobre este, com vistas ao planejamento de tarefas de Modelagem Matemática a serem realizadas em suas salas de aula, nas escolas em que lecionam” (SANT’ANA; SANT’ANA, 2015, p. 7).

Sant’Ana e Sant’Ana (2015) analisaram um grupo que fez doze perguntas iniciais, nove delas abertas, uma fechada (que implica em uma única resposta) e duas semifechadas (que, por meio de subitens, permitem reformulação de estratégias). Segundo Sant’Ana e Sant’Ana (2015, p. 8) “para a elaboração das tarefas a serem aplicadas em sala de aula” esse grupo optou por privilegiar uma pergunta classificada como semifechada pelos pesquisadores. Esses caracterizaram a tarefa do referido grupo como semifechada, pois:

da primeira etapa até a terceira etapa, houve um crescimento da comunicação dialógica entre professor e alunos, uma mudança no controle das interações comunicativas, que deixaram de ser centradas no professor, o que acarretou no enfraquecimento do enquadramento da tarefa. (SANT’ANA; SANT’ANA, 2015, p. 10)

Já Sant’Ana e Sant’Ana (2017) propuseram categorias para o *Caso 2* da Modelagem Matemática, semelhantes às apresentadas por Prado, Silva e Santana (2013) para o *Caso 1*. Em Sant’Ana e Sant’Ana (2017) as tarefas foram divididas em duas categorias: nas tarefas abertas o enquadramento é fraco e as tarefas semifechadas têm enquadramento variável entre mais forte e mais fraco e são divididas em três subcategorias (sendo mais fraco na terceira).

Na disciplina de um curso de Mestrado em Ensino de Matemática, em que Sant’Ana e Sant’Ana (2017) analisaram situações, “os professores, reunidos em grupos, foram convidados a escolherem temas e planejarem tarefas de Modelagem Matemática a serem realizadas em suas salas de aula nas escolas em que lecionam.” (SANT’ANA; SANT’ANA, 2017, p. 79). Sant’Ana e Sant’Ana (2017) analisaram três grupos. A tarefa do grupo 1 foi caracterizada com enquadramento relativamente fraco pois “não houve indicação de conteúdo e apenas uma fraca indicação de manipulação de dados, o que permitiu certo grau de variação

das estratégias utilizadas e das soluções, o que resultou em um enquadramento relativamente fraco.” (SANT’ANA; SANT’ANA, 2017, p. 88). O grupo 2 teve sua tarefa caracterizada como aberta e com enquadramento fraco “uma vez que os estudantes [das escolas em que os referidos professores lecionavam] não receberam indicação de conteúdos, nem de estratégias de resolução, puderam formular suas perguntas e ainda escolher as que pautariam o ambiente de aprendizagem de acordo com as observações feitas na escola e arredores.” (SANT’ANA; SANT’ANA, 2017, p. 88). Já o grupo 3, segundo Sant’Ana e Sant’Ana (2017, p. 88) “manteve-se coerente com as perguntas prévias formuladas, que variaram entre fechadas e semifechadas, planejando e aplicando uma tarefa com enquadramento forte, uma vez que o controle da comunicação foi centrado no professor”. Sant’Ana e Sant’Ana (2017, p. 88) consideraram, com a análise dos três grupos, que houve “alto grau de coerência entre as perguntas prévias e as tarefas planejadas, [...]”.

Trazemos, no Quadro 2, os objetivos e os conceitos de Basil Bernstein utilizados nos artigos e no TCC que relacionam tais conceitos com Modelagem Matemática.

Pesquisa	Objetivo	Conceitos de Basil Bernstein utilizados
Prado e Oliveira (2012)	Analisar materiais curriculares educativos sobre Modelagem Matemática	campos de produção, recontextualização e reprodução
		classificação e enquadramento
Silva e Oliveira (2014a)	Analisar operacionalização do planejamento	classificação e enquadramento
Campos (2017)	Analisar relação entre planejamento e prática	enquadramento
Silva e Oliveira (2014b)	Investigar a seleção do tema	classificação e enquadramento
		(mencionam) regras de reconhecimento e realização
Santana e Barbosa (2012)	Analisar a repercussão das intervenções do professor nas ações dos estudantes	regras de reconhecimento e realização
Prado, Silva e Santana (2013)	Categorizar tarefas no <i>Caso 1</i>	enquadramento
Sant’Ana e Sant’Ana (2015)	Detectar se perguntas abertas implicam em tarefas abertas	enquadramento
Sant’Ana e Sant’Ana (2017)	Detectar relação entre elaboração de perguntas e planejamento de tarefas, e; Categorizar tarefas no <i>Caso 2</i>	enquadramento

Quadro 2: Síntese dos artigos e do TCC que relacionam conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.

Fonte: arquivo pessoal.

Observamos que o conceito de enquadramento foi o que mais apareceu nos artigos e no trabalho de conclusão de curso que selecionamos como representantes da relação entre conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática. Ele foi alavancado, principalmente, pelos artigos que se propuseram a caracterizar os *Casos* sugeridos por Jonei Cerqueira Barbosa, mas também aparece nas análises: de materiais curriculares educativos, das transformações entre planejamento e prática e entre perguntas e tarefas.

Mesmo que não tenham sido mencionados em Silva e Oliveira (2014a), Sant’Ana e Sant’Ana (2015, 2017) e Campos (2017) os processos de recontextualização (campo de recontextualização e também campo de reprodução) aparecem implicitamente nessas pesquisas, sendo também um conceito recorrente. Em Silva, L. (2013), que trata das transformações discutidas por Silva e Oliveira (2014a), os conceitos de campos e a recontextualização são mencionados. Ao detectar a relação entre perguntas e tarefas, Sant’Ana e Sant’Ana (2015, 2017) observam a recontextualização durante o planejamento de tarefas de Modelagem Matemática. Em Campos (2017) observamos a transformação entre o planejamento e o que ocorreu na prática e, embora não soubéssemos, estávamos tratando do mesmo processo de recontextualização apresentado em Silva, L. (2013), sobre o qual falaremos adiante.

Notamos, também, que as regras de reconhecimento e realização são os conceitos de Basil Bernstein (utilizados nesta dissertação) que menos apareceram nas pesquisas referidas até o momento nesta seção, assim como, nenhuma delas teve licenciandos ou alunos da formação inicial como participantes da coleta/produção de dados. Salientamos que apenas a concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa foi utilizada naquelas pesquisas. Nesse caso, podemos atribuir isso ao processo de seleção das referidas pesquisas (apresentado no APÊNDICE A desta dissertação), em que direcionamos nossas buscas a esse pesquisador e suas orientandas.

A partir daqui observamos a relação entre conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática em uma tese (LUNA, 2012) e em três dissertações (PRADO, 2014; SILVA, L., 2013; TEODORO, 2018) que trataram de Modelagem Matemática na Educação Matemática utilizando os referidos conceitos. Buscamos, de início, apresentar: quais conceitos de Basil Bernstein foram utilizados; porque, para que e como foram utilizados, e; quais considerações presentes nessas pesquisas foram relacionadas a esses conceitos. Posteriormente, discutimos sobre as concepções de Modelagem Matemática assumidas nas referidas pesquisas.

Luna (2012) investigou “os processos de recontextualização dos textos que circularam em um curso de formação continuada em modelagem e como o deslocamento desses textos é operado por três professoras (participantes do curso) para as suas respectivas salas de aula” (LUNA, 2012, p. 28), orientando-se por meio de três questões auxiliares. Ao investigar a primeira delas, “quais e como os textos sobre modelagem são veiculados em um curso de formação continuada sobre modelagem matemática?” (LUNA, 2012, p. 29), Luna (2012) utilizou os conceitos de *texto*, de classificação, de enquadramento, de regras de reconhecimento e realização e de linguagens de descrição. *Texto*, referenciando Basil Bernstein, é visto por Luna (2012) como qualquer ato comunicativo; “quais os textos” está relacionado à classificação, que também é relacionada às regras de reconhecimento e “como os textos” tem relação com o conceito de enquadramento e com as regras de realização. A linguagem de descrição, segundo Luna (2012, p. 56), foi proposta por Basil Bernstein “como aporte metodológico para a análise dos dados”. Tal linguagem é dividida em linguagem interna de descrição – que se refere a uma teoria, a conceitos – e linguagem externa de descrição – que se refere a dados, ao empírico. Durante a análise, essas linguagens (interna e externa) são relacionadas.

Ainda em relação à primeira questão auxiliar, Luna (2012) dividiu sua análise em três categorias: *domínio da experiência com modelagem no espaço de formação*, *domínio da experiência com modelagem de outros professores* e *domínio da experiência com modelagem no contexto escolar do professor em formação*, tendo como base dois domínios apresentados por Barbosa (2004). Ao longo dessa análise, ela apresentou: extratos de transcrições feitas a partir de observações de um curso de formação continuada de professores; o extrato de uma tarefa proposta nesse curso de formação, e; notas diário de campo dela, indicando o que o professor formador escreveu no quadro. Esses dados foram explicados/comentados e posteriormente caracterizados em termos da classificação e do enquadramento e de discursos instrucionais³¹. É importante salientar que Luna (2012) não analisou apenas os *textos* do professor formador, principalmente nas duas últimas categorias (*domínio da experiência com modelagem de outros professores* e *domínio da experiência com modelagem no contexto escolar do professor em formação*), ela apresentou e caracterizou também os *textos* dos professores participantes do curso e aproveitou para inferir sobre o reconhecimento e realização, por esses professores, dos discursos que permearam o curso de formação. Em suas considerações sobre a primeira questão, Luna (2012, p. 78) explicou novamente os conceitos

³¹ Luna (2012) dividiu o conceito de discurso instrucional em três discursos: o *discurso instrucional de modelagem*, o *discurso instrucional pedagógico* e o *discurso instrucional de matemática*.

que utilizou e trouxe que a classificação e o enquadramento forte, no *domínio da experiência com modelagem no espaço de formação*, pode favorecer o reconhecimento do *texto* legítimo do curso por parte dos professores, em um espaço de formação, e, que o valor desses conceitos pode ser fraco no *domínio da experiência com modelagem de outros professores*. Luna (2012) disse que essa forma mista pode favorecer o reconhecimento e a realização do *texto* legítimo pelos professores em formação, o que corrobora com os dois estudos do Grupo ESSA citados por ela³².

A segunda questão auxiliar apresentada por Luna (2012) foi “como podem ser organizadas as práticas pedagógicas no ambiente de modelagem, quanto ao ritmo³³ e ao sequenciamento³⁴?” (LUNA, 2012, p. 29). Em Luna (2012) a prática pedagógica envolveu a relação entre três professoras (que participaram do já referido curso de formação continuada) e seus respectivos alunos, quando elas envolveram, nas aulas delas, um ambiente de Modelagem Matemática, planejado no curso. Ao investigar essa segunda questão, Luna (2012) identificou quatro categorias que corresponderam a momentos da tarefa com Modelagem Matemática, são elas: *formas de apresentação do tema; organização do grupo para o desenvolvimento do problema; acompanhamento da tarefa de modelagem e momentos da socialização*. Em sua análise, Luna (2012) exibiu e explicou extratos transcritos a partir da filmagem das aulas das três professoras, extratos dos materiais entregues pelas professoras aos seus respectivos alunos e fotografias do quadro, com as resoluções dos alunos. Observamos que, durante a apresentação das categorias não, houve uma caracterização desses extratos utilizando conceitos além de ritmo (mais compassado ou mais acelerado) e sequenciamento (explicitando as diferentes formas). No entanto, acreditamos que a segunda categoria, referente aos grupos, da forma como foi apresentada, poderia ter sido caracterizada em termos da classificação interna, em relação aos espaços dos alunos. Por fim, ao discutir os dados, Luna (2012) afirmou (trazendo como exemplos comentários sobre as aulas, sem extratos) que o sequenciamento e o ritmo, nas aulas das três professoras, foram distintos e, que houve uma variação nos valores da classificação e do enquadramento ao longo dessas aulas. Discordamos do exemplo em que ela mostra distinções entre os ritmos, apresentando o tempo que cada

³² NEVES, I.; MORAIS, A.; AFONSO, M. Teacher training contexts. Study of specific sociological characteristics. In: MULLER, J; DAVIES, B; MORAIS, A. (Org.). Reading Bernstein, researching Bernstein. London: Routledge Falmer, 2004. p. 168-186.

MORAIS, A. M.; NEVES, I. P. Teachers as creators of social contexts for scientific learning: New approaches for teacher education. In: MOORE, R. et al (Org.). Knowledge, power and educational reform: Applying the sociology of Basil Bernstein. Londres: Routledge, 2006. cap. 9.

³³ Ritmagem para Fontinhas e Morais (1993), Santos (2010) e Saraiva (2016). Compassamento para Silva e Oliveira (2014a, 2014b)

³⁴ Sequência para Bernstein (1988), Morais e Neves (2005), Santos (2010) e Saraiva (2016).

professora destinou às tarefas de Modelagem Matemática. Pensamos que esse tempo não caracteriza o ritmo, essa caracterização depende do que foi feito durante ele, ou seja, da quantidade de tarefas realizadas naquele tempo, sendo que a professora que dispôs de menos tempo pôde, também, ter proposto menos tarefas.

Para investigar sua terceira questão auxiliar – “como os textos dos discursos instrucionais e regulativos que circularam em um Curso de Formação Continuada em modelagem foram recontextualizados em salas de aula da educação básica?” (LUNA, 2012, p. 29) – Luna (2012) contou com os conceitos de *texto*, de discursos, de princípio recontextualizador entre os campos de recontextualização (curso de formação continuada) e reprodução (aulas das três professoras participantes da pesquisa), de classificação, de enquadramento e de linguagens de descrição. Na pesquisa de Luna (2012), o princípio recontextualizador disse respeito a “como diferentes professores operaram a apropriação dos textos de modelagem que circularam no Curso de Formação e como esses textos foram produzidos na relação pedagógica em sala de aula” (LUNA, 2012, p. 136). Diferente do que fez ao investigar as primeiras perguntas, na terceira, Luna (2012) apresentou extratos, tanto do curso de formação continuada, quanto das aulas das professoras que participaram dele. Ela comparou esses contextos (se houve diferenças ou similaridades) por meio de três categorias (*o controle das relações sociais e dos conteúdos; as relações sociais e a organização do ambiente de modelagem, e; o papel da matemática no ambiente de Modelagem*) e da caracterização deles em termos da classificação e do enquadramento. Luna (2012) afirmou que “a relação entre as professoras e seus respectivos alunos apresentou similaridades com a relação que se estabeleceu entre os formadores e as professoras, mas também houve diferenças” (LUNA, 2012, p. 157) e que a prática pedagógica adotada por cada professora foi “constituída por uma combinação entre os textos referentes ao discurso instrucional e regulativo do curso de extensão e ao discurso pedagógico já constituído no seu contexto escolar, com as especificidades de cada contexto em que as professoras estavam envolvidas” (LUNA, 2012, p. 157). Também, Luna (2012) trouxe a recontextualização com relação a cada discurso instrucional apresentado durante a investigação da primeira questão auxiliar: *de modelagem, de matemática e pedagógico*. Em suas considerações finais, ela retomou os conceitos utilizados ao longo da investigação e afirmou que os estudos de Basil Bernstein “tiveram por base investigações referentes à como os textos educacionais são organizados e construídos, postos em circulação, contextualizados, adquiridos e também como sofrem mudanças” (LUNA, 2012, p. 174), consideramos que esse foi o motivo pelo qual ela os utilizou.

Silva, L. (2013) iniciou localizando a Matemática, a Educação Matemática e a Modelagem Matemática nos campos de produção, recontextualização e reprodução, apresentados por Basil Bernstein. Ela trouxe o conceito de regiões (até então não mencionado nesta dissertação) que, segundo ela, Basil Bernstein utilizou para denominar “as mudanças na orientação do conhecimento entre as disciplinas” (SILVA, L., 2013, p. 20). De acordo com Silva, L. (2013), Basil Bernstein caracterizou a Educação como uma região (pois essa envolve conhecimento e prática), mas posteriormente assumiu que a Educação tinha características tanto de região como de disciplina singular (campo de produção). Dessa forma, Silva, L. (2013, p. 20) trouxe que, sendo a Matemática uma disciplina singular, a Educação Matemática pode ser vista como uma região instituída no campo de recontextualização, pois ela “é resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre outras disciplinas singulares e regiões”. No entanto, segundo Silva, L. (2013), a Educação Matemática tem ganhado espaço próprio e autonomia e, as investigações nessa área fazem parte do campo de produção. Já a Modelagem Matemática pode ser vista: tanto como uma sub-região da Educação Matemática, tendo também características do campo de produção; quanto como pertencente ao campo de recontextualização, em que recontextualiza a Matemática Aplicada (campo de produção) para as salas de aula (campo de reprodução). Diante disso, Silva, L. (2013) afirmou que sua pesquisa está localizada tanto no campo recontextualizador quanto no campo de reprodução.

Para Silva, L. (2013) a questão norteadora foi “como o texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática é constituído e operacionalizado nas práticas pedagógicas?” (SILVA, L., 2013, p. 37), tendo como subjacentes os conceitos de *texto* e prática pedagógica apresentados por Basil Bernstein. Diante disso, Silva, L. (2013, p. 38) explicou que sua investigação tratou

de compreender a constituição do texto, ou seja, como ele é formado, criado, legitimado, produzido, posicionado, transformado e regulado por outros agentes, agências, discursos, práticas ou, até mesmo, outros textos oficiais ou pedagógicos, a partir de um campo de recontextualização pedagógica, bem como entender a operacionalização, isto é, como o texto é inserido, gerenciado, acompanhado, tornado ativo, posicionado, transformado e regulado no campo de reprodução. Além disso, [ela analisa] a relação entre a constituição e a operacionalização, buscando traçar uma análise transversal de ambas.

Com relação à constituição e à operacionalização das práticas pedagógicas, as análises de Silva, L.(2013) também permeiam aqueles dois campos: o campo de recontextualização pedagógica, representado por um curso de formação continuada em Modelagem Matemática, inspirado em Luna (2012), e; o campo de reprodução, representado pelas aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, ministradas por três participantes do curso, em suas respectivas turmas da Educação Básica. No primeiro campo, o objetivo específico foi “analisar como o

texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem é constituído a partir de um curso de formação continuada” (SILVA, L., 2013, p. 39). Já no campo de reprodução ela buscou “analisar como o texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem é operacionalizado em aulas de matemática” (SILVA, L., 2013, p. 39). Em relação à constituição do planejamento, Silva, L.(2013) relacionou o conceito de *texto* à Modelagem Matemática – trazendo que “as características da modelagem podem ser entendidas como textos que expressam uma representação pedagógica do ambiente de modelagem, os quais comunicam a implementação de uma atividade de modelagem e o fazer pedagógico” (SILVA, L., 2013, p. 58) – e ao planejamento – pois, segundo ela, “podemos entender que o planejamento do ambiente de modelagem configura-se como um texto que traduz uma representação pedagógica expressa pela visualização, pela oralidade ou pela escrita” (SILVA, L., 2013, p. 59)

Ainda dissertando sobre o primeiro objetivo específico, Silva, L. (2013, p. 60) justificou a utilização da teoria de Basil Bernstein afirmando que “ela fornece subsídios para construir uma sociologia da formação de professores”. Também, Silva, L.(2013) mencionou pesquisas do Grupo ESSA como exemplos da relação (no cenário internacional) entre tal teoria e a formação de professores. Relacionando os conceitos de regras de reconhecimento e realização a sua pesquisa, Silva, L.(2013) trouxe que o reconhecimento aconteceu durante o curso de formação, a realização passiva quando os professores planejaram suas aulas no âmbito da Modelagem Matemática e a realização ativa quando concretizaram, na sala de aula, as características planejadas. Ainda, ela considerou esses professores como agentes recontextualizadores, pois compreendeu “que o texto produzido pelo professor, no contexto pedagógico da formação, é similar ao texto recontextualizado no contexto pedagógico escolar, uma vez que o texto vai sendo transformado do deslocamento até a operacionalização no contexto pedagógico escolar” (SILVA, L., 2013, p. 65). Como metodologia, assim como Luna (2012), Silva, L.(2013) utilizou o conceito de linguagem de descrição de Basil Bernstein e localizou quatro categorias que se referiram a tomadas de decisões pelos professores e suas possíveis razões, ou seja, ao planejamento de aulas no âmbito da Modelagem Matemática e às ações dos professores. Tais categorias estão divididas em: escolha do tema/conteúdo, formas de organização da atividade e elaboração da situação-problema, organização dos momentos da aula e do tempo e, avaliação da atividade. Em sua análise da constituição do planejamento Silva, L. (2013) apresentou extratos: das transcrições de entrevistas feitas com os professores participantes (em que eles justificam as decisões que tomaram durante o planejamento) e dos guias do planejamento desses professores. Ela explicou/comentou esses extratos e,

posteriormente, retomou-os e os caracterizou em termos da classificação (interna e externa) e do enquadramento.

Em relação ao seu segundo objetivo específico, referente à operacionalização do planejamento, Silva, L. (2013) analisou a “*transformação do texto*, considerando que tal transformação acontece sempre quando o texto se torna ativo na prática pedagógica escolar” (SILVA, L., 2013, p. 112). Para esse objetivo, ela também utilizou os conceitos de linguagem de descrição, de classificação e de enquadramento, mas apresentou algo além do que foi elaborado por Basil Bernstein: a *fidelidade* e a *resistência a transformação*. A partir delas, Silva, L. (2013) construiu duas categorias para apresentar e analisar seus dados: *a transformação e a fidelidade ao texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem* e *a fidelidade e a resistência à transformação do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem*. Em sua análise do segundo objetivo, Silva, L. (2013) apresentou extratos das observações das aulas operacionalizadas no âmbito da Modelagem Matemática por três professores que participaram do curso de formação continuada e das entrevistas feitas com eles, nas quais esses professores explicaram/esclareceram suas ações ao longo das referidas aulas. Silva, L. (2013, p. 126) afirmou que “na operacionalização do texto, por um lado, os professores transformaram o texto, mas, por outro lado, mostraram-se fiéis ao texto elaborado” e que “a fidelidade e a transformação do texto são derivadas das variações (ou não) na classificação e/ou no enquadramento” (SILVA, L., 2013, p. 127), sendo que ela optou por identificar essas variações em termos do enquadramento. Consideramos que a *fidelidade* e a *resistência a transformação* estavam muito relacionadas, e tivemos dificuldade em diferenciá-las, sendo que (às vezes, a nosso ver) pareceram tratar da mesma categoria.

Como considerações, Silva, L. (2013, p. 147-148) justificou a utilização de conceitos de Basil Bernstein trazendo que a teoria dele “fornece conceitos teóricos explicativos e analíticos do sistema educacional e tem sido muito utilizada em investigações da área da Educação Matemática, tanto no âmbito internacional [...] quanto no âmbito nacional [...]”. Silva, L. (2013) também salientou que há duas transformações de um *texto*, conforme Basil Bernstein, uma no campo de recontextualização e outra no campo de reprodução. Segundo ela, “tanto o estudo de Silva (2009) quanto o de Luna (2012) focalizam a recontextualização, dando pouca atenção as transformações textuais” (SILVA, L., 2013, p. 149)³⁵. Assim, segundo Silva, L. (2013), Silva, M. (2009) e Luna (2012) analisaram a primeira

³⁵ Silva, M. (2009).

transformação. Já Silva, L. (2013) esteve interessada “em gerar uma compreensão teórica de um texto recontextualizado do campo de recontextualização pedagógica para o campo de reprodução e as suas transformações no interior desses campos” (SILVA, L., 2013, p. 150) a qual ela chamou de *hibridização textual*. Salientamos que os artigos de Silva e Oliveira (2014a, 2014b) estão relacionados com a pesquisa de Silva L. (2013), referindo-se aos mesmos contextos e com objetivos muito semelhantes. Portanto, trouxemos sobre a dissertação, características que não foram apresentadas nos artigos.

Prado e Oliveira (2012) apresentaram parte da pesquisa de Prado (2014). Sobre o artigo, nossos comentários trouxeram aspectos das caracterizações. Enquanto que, sobre a dissertação, focamos nos conceitos de Basil Bernstein e na metodologia utilizada. Diferente dos conceitos de Basil Bernstein que apresentamos até agora, Prado (2014) trouxe dois princípios de comunicação: o interacional, que “regula a seleção, a organização (sequência) e a ritmagem da comunicação, seja ela oral, escrita ou visual, bem como a posição, a postura e os comportamentos dos comunicantes” (PRADO, 2014, p. 23), e o localizacional que “regula a localização física e a forma da sua realização, isto é, a variedade de objetos e seus atributos, a sua relação mútua com o espaço no qual eles são constituídos” (PRADO, 2014, p. 23). Ao utilizar esses princípios, Prado (2014) referenciou uma pesquisa do Grupo ESSA³⁶, que os complementou, relacionando-os à dimensão interacional (que diz respeito às relações de controle entre sujeitos, sendo analisada pelo conceito de enquadramento) e à dimensão estrutural (que se refere às relações de poder entre espaços, discursos e sujeitos, e é analisada por meio do conceito de classificação). Quanto à justificativa para a utilização de conceitos de Basil Bernstein, Prado (2014, p. 24) afirmou que “deveu-se às potencialidades disponibilizadas por esta teoria em permitir estabelecer, utilizando os mesmos conceitos, relações entre textos e contextos pedagógicos de análise”.

O objetivo geral de Prado (2014) foi “analisar como a prática pedagógica no ambiente de modelagem matemática é representada nos textos de materiais curriculares educativos” (PRADO, 2014, p. 24), já que, segundo ela, esses materiais “podem carregar representações da prática pedagógica, ou seja, da relação entre professores e estudantes” (PRADO, 2014, p. 24). Para a referida análise ela apresentou dois objetivos específicos, analisou cinco Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática (MCEMM) e utilizou o conceito de linguagem de descrição de Basil Bernstein. Também, inspirada no conceito de *texto* desse

³⁶ MORAIS, A. M.; NEVES, I. Processos de intervenção e análise em contextos pedagógicos. Educação, Sociedade e Culturas, v. 19, p. 49-87. 2003.

pesquisador, Prado (2014, p. 39) definiu *imagem da prática pedagógica* nos *textos* dos materiais curriculares educativos como

o resultado de um conjunto de representações pedagógicas escritas e visuais que evidenciam as relações entre os sujeitos envolvidos nessa prática, a distribuição/compartilhamento dos espaços utilizados pelos sujeitos, as relações entre os discursos utilizados, assim como as relações posicionais entre os participantes dessa prática.

Diante disso, para o primeiro objetivo específico, “analisar como a dimensão interacional da prática pedagógica no ambiente de modelagem matemática é representada em materiais curriculares educativos” (PRADO, 2014, p. 25), Prado (2014, p. 46) apresentou a questão: “que imagens da dimensão interacional da prática pedagógica no ambiente de modelagem matemática são representadas em materiais curriculares educativos?”. Ela também dividiu sua análise em categorias, que estão relacionadas ao princípio interacional apresentado por Basil Bernstein. Essas categorias foram denominadas como: *o controle sobre a seleção dos temas e conteúdos da prática pedagógica; o controle sobre o sequenciamento da prática pedagógica; o controle sobre o compassamento/ritmo da prática pedagógica; o controle sobre as regras criteriosais, e; o controle sobre os comportamentos e condutas*. Ao longo de sua análise, Prado (2014) apresentou trechos escritos dos MCEMM e os caracterizou em termos do enquadramento. Ela considerou que as relações entre sujeitos apresentados nos MCEMM têm grande variação nos valores do enquadramento, por isso denominou “*a imagem da dimensão interacional* nos materiais curriculares educativos sobre modelagem matemática como uma *imagem de deslocamentos*” (PRADO, 2014, p. 62). Também, Prado (2014) definiu o oposto dessas variações como *imagem de acumulação*, nela o enquadramento permanece forte (ou fraco) durante toda a prática pedagógica,.

Ao seu segundo objetivo específico, “analisar como a dimensão estrutural da prática pedagógica no ambiente modelagem matemática é representada em materiais curriculares educativos”. (PRADO, 2014, p. 25), Prado (2014, p. 79) relacionou a seguinte questão: “que imagens da dimensão estrutural da prática pedagógica no ambiente de modelagem matemática são representadas em materiais curriculares educativos?”. Ela também trouxe que, na análise da dimensão estrutural, é possível considerar vários tipos de relações:

(a) quanto aos sujeitos (professor-estudante e estudante-estudante); (b) quanto aos espaços (espaço do professor-espaço dos estudantes e espaço dos diferentes estudantes) e (c) quanto aos discursos (relação intradisciplinar e relação interdisciplinar e as relações entre discursos acadêmicos e não acadêmicos). (PRADO, 2014, p. 24, p. 77)

No entanto, os MCEMM não possibilitam a análise quanto aos sujeitos. Então, Prado (2014) analisou a relação entre espaços e discursos, por meio do conceito de classificação, apresentando sua análise em cinco categorias: *as fronteiras e as aproximações entre os*

discursos intradisciplinares; as fronteiras e as aproximações entre os discursos interdisciplinares; as fronteiras e as aproximações entre os discursos acadêmicos e não-acadêmicos; o esbate das fronteiras entre os espaços dos professores e dos estudantes, e; o esbate das fronteiras entre os espaços dos vários estudantes. Chamou nossa atenção, a apresentação dos dados na análise de Prado (2014), que não se limitou a trechos/extratos escritos. Na análise das duas primeiras categorias ela apresentou um quadro, que sintetizou a relação entre as tarefas e os conteúdos sugeridos pelos MCEMM. Para a análise da terceira categoria, ela trouxe uma figura, apresentando a resolução dos estudantes. Já para as duas últimas categorias (que se referem aos espaços), Prado (2014) exibiu figuras “geradas a partir dos vídeos das aulas que estão disponíveis nos materiais curriculares educativos e por meio [das quais] é possível inferir diferentes representações em relação aos espaços entre os estudantes” (PRADO, 2014, p. 88).

Em suas considerações sobre o segundo objetivo, Prado (2014, p. 94) apresentou um quadro sobre as imagens da dimensão estrutural da prática pedagógica. Esse quadro não trouxe apenas valores da classificação, ele é semelhante aos instrumentos apresentados por pesquisas do Grupo ESSA (FONTINHAS; MORAIS, 1993; SANTOS, 2010), nos quais aparecem comportamentos-tipo ou indicadores. Mas, diferente desses instrumentos, o quadro trazido por Prado (2014) expôs as caracterizações, dos MCEMM, feitas por ela. (e não possibilidades relacionadas a escalas de classificação e enquadramento). Por fim, Prado (2014) considerou que os “MCEMM comportam uma *imagem flexibilizadora* da dimensão estrutural da prática pedagógica em modelagem matemática” (PRADO, 2014, p. 95), em que “há uma tendência a não especialização dos espaços” (PRADO, 2014, p. 95). O oposto da *imagem flexibilizadora* é a *imagem disciplinadora*, que Prado (2014, p. 96) definiu como “aquela que cria e condiciona as possibilidades para a conservação dos limites/partições entre os discursos e espaços e geração/manutenção das hierarquias e especializações entre sujeitos”.

Teodoro (2018), ao investigar “como professores dos anos iniciais recontextualizam na prática pedagógica a Modelagem Matemática vivenciada em um curso de formação continuada?” (TEODORO, 2018, p. 18), disse que utilizou a teoria de Basil Bernstein, pois essa poderia “fornecer subsídios para [compreender] o fenômeno investigado” (TEODORO, 2018, p. 18). Com relação a isso, Teodoro (2018, p. 58) afirmou que: “ao nos reportamos a teoria de Bernstein [...], buscamos fundamentar e compreender as ações dos professores em meio aos seus discursos, utilizando-se de princípios de comunicação para codificar e analisar as relações sociais em aulas de Modelagem”. Uma diferença entre essa pesquisa e as apresentadas anteriormente nesta seção, foi que Teodoro (2018, p. 64) explicitou mais a

coleta/produção dos seus dados, indicando onde os gravadores de voz e a filmadora foram posicionados durante as observações no curso de formação continuada e nas aulas de três professoras (que participaram do curso de formação e levaram Modelagem Matemática para suas salas de aula dos anos iniciais). Consideramos que isso pode contribuir com as coletas/produções de dados em outras pesquisas. Além das gravações e filmagens, Teodoro (2018) utilizou um diário de campo durante as observações e fez uma entrevista semi-estruturada com as três referidas professoras, para esclarecer aspectos das aulas delas.

Entre as semelhanças dessa pesquisa com as demais (LUNA, 2012; PRADO, 2014; SILVA, L., 2013) está o uso de categorias. Teodoro (2018) as determinou com base em encaminhamentos da Modelagem Matemática e, as categorias utilizadas foram: *escolha do tema, problematização do tema, matematização e socialização*. Ela também fundamentou sua análise no conceito de linguagem de descrição de Basil Bernstein e apresentou dois objetivos específicos: “analisar os textos veiculados por professores e formadores em um curso de formação continuada sobre Modelagem Matemática” e “investigar os textos dos professores dos anos iniciais na prática de Modelagem Matemática em sala de aula” (TEODORO, 2018, p. 64). No entanto, diferente de Prado (2014) e Silva, L. (2013), Teodoro (2018) não separou a análise/investigação desses objetivos, ela partiu das aulas das três professoras dos anos iniciais, apresentando trechos transcritos das observações e das entrevistas e caracterizando essas aulas principalmente em termos do enquadramento (ela também trouxe, algumas vezes, a caracterização em termos da classificação e fez relações entre observações e regras de reconhecimento e realização). O curso de formação continuada apareceu entre as análises dessas aulas, quando elas foram comparadas a ele, por termos como transformação, diferenças, similaridades e semelhanças. Em suas considerações Teodoro (2018, p. 152) trouxe que

a recontextualização manifestada nas práticas de Modelagem, [...], esteve condicionada à três aspectos recontextualizadores.

i) *Experiência com a formação em Modelagem;*

ii) *Vivência da própria prática;*

iii) *Especificidade dos anos iniciais.*

Sobre os aspectos, Teodoro (2018) afirmou que não buscou compreensões isoladas sobre eles e que eles foram imbricados na prática pedagógica das professoras por meio de diferentes combinações. O aspecto *experiência com a formação em Modelagem* foi relacionado à similaridade buscada pelas professoras com o curso de formação continuada. Já *vivência da própria prática*, Teodoro (2018) relacionou aos conteúdos matemáticos que permearam o trabalho com Modelagem Matemática e, *especificidade dos anos iniciais* foi

relacionado, por exemplo, à apresentação de cartazes e à utilização de material dourado no referido trabalho.

No Quadro 3 apresentamos uma síntese da tese e das dissertações que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.

Pesquisa		Luna (2012)	Silva, L. (2013)	Teodoro (2018)	Prado (2014)	
Conceitos		<i>texto</i> (T)				
		prática pedagógica (PP)				
		linguagem de descrição (LD)				
		Classificação (C)				
		Enquadramento (E)				
	Quais utilizou		regras de reconhecimento e realização (RRR)		princípios de comunicação interacional e localizacional (IL)	
			campo de recontextualização pedagógica e campo de reprodução (CRR)			
			-	campo de produção (CP)	-	
Por que utilizou		porque tiveram como base investigações sobre <i>textos</i> educacionais, sobre sua constituição, circulação, transformação, aprendizagem.	porque fornecem subsídios para uma análise explicativa da formação de professores e do sistema educacional, sendo utilizados em investigações nacionais e internacionais sobre Educação Matemática.	porque podiam fornecer subsídios para compreender e fundamentar as ações dos professores (formadores e dos anos iniciais), permitindo codificar e analisar as relações sociais.	porque têm potencialidades para estabelecer relações entre <i>textos</i> e contextos pedagógicos.	
		para investigar “os processos de recontextualização dos textos que circularam em um curso de formação continuada em modelagem e como o deslocamento desses textos é operado por três professoras (participantes do curso) para as suas respectivas salas de aula” (p. 28).	para investigar “como o texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática é constituído e operacionalizado nas práticas pedagógicas” (p. 37).	para investigar “como professores dos anos iniciais recontextualizam na prática pedagógica a Modelagem Matemática vivenciada em um curso de formação continuada” (p. 18).	para “analisar como a prática pedagógica no ambiente de modelagem matemática é representada nos textos de materiais curriculares educativos” (p. 24).	
Como utilizou	T	como qualquer ato comunicativo, analisou <i>textos</i> sobre Modelagem Matemática	como características da Modelagem Matemática e como planejamento	como ações dos professores (formadores e dos anos iniciais)	como conteúdos dos MCEMM	
	PP	como relações sociais que ocorreram em um curso de formação continuada de professores em Modelagem Matemática e em aulas que envolveram um ambiente de Modelagem Matemática, planejado nesse curso.			como representações da relação entre professores e	

				estudantes, apresentada nos MCEMM
	LD	como metodologia de análise dos dados		
	C	como base (linguagem interna) para caracterização das práticas pedagógicas (linguagem		
	E	externa)		
	RRR	como relação com classificação e enquadramento.	reconhecimento: relacionadas ao curso de formação; realização passiva: relacionadas ao planejamento; realização ativa: relacionadas à concretização, na sala de aula, das características planejadas.	como relação com classificação e enquadramento.
		como pequena parte das análises.		
	IL	-		como base para traçar os objetivos específicos.
	CRR	campo de recontextualização pedagógica: como cursos de formação continuada; campo de reprodução: como salas de aula de alguns participantes do referido curso.		-
	CP	-	como Educação Matemática e Modelagem Matemática.	-
	Considerações relacionadas aos conceitos	<i>discursos intrucionais de modelagem, de matemática e pedagógicos; defesa de uma prática pedagógica mista, e; similaridades e diferenças entre curso de formação continuada e aulas das professoras que participaram dele e, entre essas aulas.</i>	transformações do <i>texto</i> nos campos (de recontextualização e reprodução) levam à <i>hibridização textual</i> ; similaridades e diferenças entre o planejamento e a operacionalização do planejamento.	recontextualização condicionada a três aspectos recontextualizadores: <i>experiência com a formação em Modelagem, vivência da própria prática e especificidade dos anos iniciais</i> ; similaridades e diferenças entre curso de formação continuada e aulas das professoras que participaram dele e, entre essas aulas.
				imagem da dimensão interacional nos MCEMM = <i>imagem de deslocamentos</i> (oposto = <i>imagem de acumulação</i>); imagem da dimensão estrutural nos MCEMM = <i>imagem flexibilizadora</i> (oposto = <i>imagem disciplinadora</i>).

Quadro 3: Síntese da tese e das dissertações que relacionam conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.

Fonte: arquivo pessoal.

Em relação aos conceitos de Basil Bernstein, observamos (como semelhanças entre as quatro últimas pesquisas que trouxemos): a caracterização em termos da classificação e enquadramento, o pouco aprofundamento das regras de reconhecimento e realização durante as análises e a menção aos conceitos de *texto*, de prática pedagógica, de campos de produção,

recontextualização e reprodução (presentes implicitamente nas análises). Também destacamos como comum à tese e às dissertações discutidas: a elaboração de categorias, baseadas em conceitos de Basil Bernstein ou na Modelagem Matemática segundo a concepção de Jonei Cerqueira Barbosa e, a elaboração de conceitos como a divisão do discurso instrucional em três (*de matemática, de modelagem, pedagógico*) por Luna (2012) e as *imagens* definidas por Prado (2014).

O conceito de linguagem de descrição havia passado despercebido em nosso estudo da teoria de Basil Bernstein, pois havíamos decidido basear nossa metodologia de coleta/produção e de análise dos dados, principalmente, em Saraiva (2016). Após a recorrência do referido conceito nas pesquisas de Luna (2012), Silva, L. (2013), Prado (2014) e Teodoro (2018), observamos que Saraiva (2016, p. 155) também utilizou a linguagem de descrição como aporte metodológico. Dessa forma, essa linguagem está embutida nesta dissertação, sendo as regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática (linguagem interna) relacionadas, com base em Saraiva (2016), às repostas dos licenciandos em uma entrevista semi-estruturada (linguagem externa).

Também, nesta dissertação consideramos como *textos*: a recontextualização pedagógica e a reprodução da Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática e as falas da entrevistadora e dos licenciandos durante a entrevista, assim como, os cartões manipulados e escolhidos pelos licenciandos. Como práticas pedagógicas, consideramos as relações entre professores formadores e licenciandos e, as relações entre entrevistadora e entrevistados (licenciandos).

Notamos ainda que apenas Silva, L. (2013) discutiu sobre o campo de recontextualização oficial (mesmo esse não sendo seu objetivo principal), o que diferencia as pesquisas que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática, das pesquisas do Grupo ESSA (CALADO, 2007; SALDANHA; NEVES, 2007; SILVA, M., 2009). Também não focamos nesse campo e, assim como as pesquisas brasileiras, esta dissertação está voltada para o campo de recontextualização pedagógico.

Outro aspecto recorrente em Luna (2012), Silva, L. (2013) e Teodoro (2018) foi a observação de contextos de formação e as entrevistas semi-estruturadas, na coleta/produção de dados, o que também fizemos. Porém, diferente delas, as nossas entrevistas não têm como objetivo justificar aspectos de uma prática pedagógica já operacionalizada, mas sim pensar em práticas para possivelmente serem aplicadas.

Além de Campos (2017), Teodoro (2018) foi a única (dentre as pesquisas discutidas nesta dissertação por relacionarem conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática)

não vinculada à Universidade Federal da Bahia e à Universidade Estadual de Feira de Santana. Ainda, foi exclusividade de Teodoro (2018) adotar concepções de Modelagem Matemática além da de Jonei Cerqueira Barbosa. Teodoro (2018, p. 22) afirmou compreender que “os encaminhamentos e orientações que respaldaram o trabalho com a Modelagem no curso de extensão [formação continuada], se aproximaram dos preceitos de Barbosa (2001a)^[37], Burak (2004, 2010), e Almeida, Silva e Vertuan (2012)^[38]”. Ela esclareceu que não intencionou agrupar essas concepções, mas sim apresentar os entrelaces estabelecidos, e que subsidiaram, sua proposta de formação (TEODORO, 2018, p. 22). Diante disso, Teodoro (2018) relacionou a concepção de Dionísio Burak a temas de interesse dos alunos.

Sobre a escolha dos temas, Burak (2004, p. 3) afirmou que “o trabalho com a Modelagem Matemática parte de temas, propostos pelo grupo, ou por grupos constituídos por 3 ou 4 participantes” e Burak (2010, p. 19) trouxe que “a escolha de um tema para ser desenvolvido em Modelagem Matemática, na perspectiva assumida, parte do interesse do grupo ou dos grupos de estudantes envolvidos”. Ele ainda salientou que “esses temas são inicialmente colocados pelos estudantes, segundo o interesse que manifestam, pela curiosidade ou mesmo para a resolução de uma situação-problema” (BURAK, 2010, p. 19). Porém, na maioria dos encontros do curso referido por Teodoro (2018), foram os formadores que escolheram os temas e, no encontro em que a escolha foi feita pelos professores participantes, Teodoro (2018) relacionou isso ao *Caso 3* de Jonei Cerqueira Barbosa e, posteriormente, à Burak (2004). Ainda, durante as aulas das três professoras participantes do curso, uma delas propôs o tema aos seus alunos e as outras duas influenciaram as escolhas feitas por eles, modificando-as. Assim, entendemos que, nos contextos apresentados por Teodoro (2018), a característica da concepção de Modelagem Matemática de Dionísio Burak, que baseou a presença dessa concepção naquela pesquisa, esteve pouco presente.

No próximo capítulo desta dissertação, discutimos três concepções de Modelagem Matemática, dentre elas a de Dionísio Burak. Também no próximo capítulo, dissertamos sobre a recontextualização pedagógica e a reprodução da Modelagem Matemática em disciplinas/projetos/iniciação científica de distintos cursos de Licenciatura em Matemática. Dessa forma, nosso contexto de análise é a formação inicial, diferente de Luna (2012), Silva, L. (2013) e Teodoro (2018), que analisaram contextos de formação continuada. Ainda,

³⁷ Barbosa (2001b) nesta dissertação.

³⁸ ALMEIDA, L.W., SILVA, K. P., VERTUAN, R.E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

analisamos os *textos* produzidos por licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (durante as entrevistas utilizadas como nossa coleta/produção de dados) a partir das características e concepções escolhidas por eles para representar Modelagem Matemática.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Neste capítulo analisamos *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?* Segundo Bernstein (1998), as regras de reconhecimento dizem respeito ao reconhecimento (pelo aluno) de características especiais do contexto no qual ele se encontra. Quando se apropria das regras de reconhecimento, o aluno identifica especificidades ou semelhanças entre contextos. A apropriação de regras de reconhecimento é necessária para que o aluno produza (e torne público) um *texto* específico sobre determinado contexto, mas não é suficiente. Faz-se necessária, também, a apropriação de regras de realização, que (nesta dissertação) dizem respeito (especialmente) à produção de justificativas, exemplos (planejamentos) e práticas, a partir do reconhecimento do contexto. Consideramos *texto* como um conceito de Basil Bernstein, diante disso, analisamos como licenciandos produzem *textos* sobre Modelagem Matemática, observando a apropriação de regras de reconhecimento e realização e as recontextualizações apresentadas por eles.

Iniciamos trazendo três concepções de Modelagem Matemática, que fizeram parte de nossa coleta/produção de dados. Dissertamos sobre essas concepções com relação a distintas caracterizações, diferentes objetivos destacados e considerações sobre o papel de modelos e etapas que foram apresentadas por elas. Em seguida, analisamos como ocorreu a apropriação de regras de reconhecimento e realização (e, em alguns casos, a produção de *textos* por licenciandos), observando aulas, programas e cursos de Licenciaturas em Matemática – em especial de duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul – que envolveram Modelagem Matemática e relacionando-os aos conceitos de Basil Bernstein que foram explicados no capítulo anterior. Por fim, analisamos *textos* produzidos por licenciandos entrevistados, sobre especificidades de Modelagem Matemática e diferenças entre essa e outras tendências.

Em termos de conceitos de Basil Bernstein, o sistema educacional foi dividido em três campos: o campo de produção, no qual novos conhecimentos são desenvolvidos; o campo de recontextualização, em que os conhecimentos são “adaptados” aos discursos pedagógicos, e; o campo de reprodução, que representa as salas de aula. Bernstein (1996; 1998) buscaram “localizar” Educação nesses campos: Bernstein (1996) a associou ao campo de recontextualização e Bernstein (1998) trouxe que as instituições superiores de educação desenvolvem novos conhecimentos. Já Silva, L. (2013) estendeu essa “localização” à

Educação Matemática e à Modelagem Matemática. Segundo ela, a Educação Matemática tem ganhado espaço próprio e autonomia e as investigações nessa área fazem parte do campo de produção. Já a Modelagem Matemática, de acordo com Silva, L. (2013), tem características tanto do campo de produção, quanto do campo de recontextualização.

Mesmo não “localizando” a Modelagem Matemática na produção, recontextualização e reprodução de conhecimentos, consideramos que “dentro” dela estão constituídos os três campos apresentados por Basil Bernstein. Diante disso, a nosso ver, no campo de produção da Modelagem Matemática são criadas e discutidas distintas concepções dessa tendência. Esse campo é representado, em geral, por pesquisas em universidades (BASSANEZI, 2002, 2012), mais especificamente, por teses (DALLA VECCHIA, 2012; KLÜBER, 2012) e artigos – elaborados a partir de pesquisas de doutorado em Educação ou Educação Matemática (BARBOSA, 2001b, 2008, 2009a, 2009b; BURAK, 2004, 2010, 2016, 2017). Diante disso, trazemos na seção 3.1 desta dissertação, uma pequena parte, relacionada a nossa pesquisa, do campo de produção da Modelagem Matemática.

No campo de recontextualização da Modelagem Matemática as concepções dela, criadas no campo de produção, são transformadas (adaptadas) ao campo de reprodução (representado pelas salas de aula e no qual está presente o discurso pedagógico). Segundo Bernstein (1998, p. 63, tradução nossa) “nunca pode o discurso pedagógico ser idêntico a nenhum dos discursos que tenha recontextualizado”. Assim, as referidas concepções e suas características são recontextualizadas: tanto quando a Modelagem Matemática é levada para aulas, cursos ou programas da Licenciatura em Matemática, o que discutimos na seção 3.2 desta dissertação; quanto na ocasião em que essa tendência aparece em *textos* produzidos por licenciandos em matemática durante uma entrevista, o que analisamos na seção 3.3.

Salientamos que, neste capítulo, as seções foram nomeadas de acordo com o campo da Modelagem Matemática na Educação Matemática que representam. Diante disso, a seção 3.1 se refere à produção da Modelagem Matemática na Educação Matemática e a 3.3, à recontextualização pedagógica da Modelagem Matemática pelos licenciandos. Referimos-nos à recontextualização pedagógica, pois Bernstein (1996) dividiu o campo de recontextualização em dois: oficial e pedagógico. O campo de recontextualização oficial, pouco discutido nesta dissertação, “inclui os departamentos especializados e as subagências do Estado e as autoridades educacionais locais, juntamente com suas pesquisas e sistemas de inspeção” (BERNSTEIN, 1996, p. 270). Já o campo de recontextualização pedagógico atua em universidades (cursos de licenciatura), faculdades de educação, escolas, cursos/programas e salas de aula.

A seção 3.2 refere-se à recontextualização pedagógica e à reprodução da Modelagem Matemática na licenciatura em Matemática, pois nessa seção analisamos como aulas, “atividades” ou “projetos” ocorreram em salas de aula (ou laboratórios), ou seja, no campo de reprodução, após concepções de Modelagem Matemática (campo de produção) serem recontextualizadas.

3.1 PRODUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Como está entre nossos objetivos analisar como licenciandos reconhecem especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência, optamos por utilizar, em nossa coleta/produção de dados, mais de uma concepção. Porém, sabemos que há pelo menos nove concepções distintas de Modelagem Matemática na Educação Matemática, que fazem parte das pesquisas sobre essa tendência. Uma delas foi apresentada por Dalla Vecchia (2012), que também discutiu outras três, apontando o que há de comum e as divergências entre elas. Já Klüber (2012), além de explicitar e analisar as três concepções evidenciadas por Dalla Vecchia (2012), trouxe outras cinco. Essas oito concepções, segundo Klüber (2012, p. 79), estão entre as “mais significativas de Modelagem Matemática na Educação Matemática, que circulam e se mantêm”.

Não podemos considerar nove concepções de Modelagem Matemática nesta dissertação, principalmente em relação à coleta/produção de dados. Então, optamos por escolher algumas. Nossa escolha foi baseada nas concepções referidas ou enunciadas nos sete artigos que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática (seção 2.4, Quadro 2, desta dissertação). A concepção de Barbosa (2009a) foi assumida por três dos referidos artigos (PRADO; SILVA; SANTANA, 2013; SILVA; OLIVEIRA, 2014a; SILVA; OLIVEIRA, 2014b); já a de Bassanezi (2002) foi listada, em dois dos artigos, como concepção de Modelagem Matemática (PRADO; OLIVEIRA, 2012; SANT’ANA; SANT’ANA, 2015), e; a de Burak (1992 apud 2017), foi enumerada como concepção de Modelagem Matemática em dois artigos (PRADO; OLIVEIRA, 2012; SANT’ANA; SANT’ANA, 2015)³⁹. Dessa forma, abordamos aqui três concepções de Modelagem Matemática, sendo essas as apresentadas por Jonei Cerqueira Barbosa, por Rodney Carlos Bassanezi e por Dionísio Burak.

Inspiradas em Klüber e Burak (2008), Klüber (2012) e Weingarten e Dalla Vecchia (2017), desenvolvemos as discussões sobre o campo de produção da Modelagem Matemática baseando-nos em quatro itens que consideramos importantes para apresentar e comparar as distintas concepções de Modelagem Matemática que fazem parte desta dissertação. Klüber e

³⁹ A concepção de Jacobini (2004) (Jacobini (2004) (JACOBINI, O. R. **A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004) também foi citada em dois dos sete artigos (PRADO; OLIVEIRA, 2012; SILVA; OLIVEIRA, 2014b). Porém não encontramos estudos atuais, sobre Modelagem Matemática, publicados apenas por ele. Assim como, sua concepção não constava em nossas leituras anteriores (DALLA VECCHIA, 2012; KLÜBER; BURAK, 2008). Então, a concepção de Modelagem Matemática de Jacobini (2004) não fará parte desta dissertação.

Burak (2008, p. 31-32) compararam três concepções de Modelagem Matemática a partir dos itens: concepção de Modelagem (1); embasamento teórico em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática (2); relação entre (1) e (2); encaminhamentos do trabalho prático com a modelagem; abordagem dos conteúdos matemáticos, e; opção por níveis de ensino. Klüber (2012, p. 381) afirmou que:

três parecem se constituir em momentos inseparáveis da Modelagem Matemática, ou seja, aqueles procedimentos relativos aos modelos (matemática), à investigação e ao tema. Eles se ressaltam como características da Modelagem mesma, desde os seus modos de proceder.

Já Weingarten e Dalla Vecchia (2017, p. 221) apresentaram objetivo pedagógico, modelos/linguagem, problema e realidade como principais aspectos que influenciam a Modelagem Matemática. Diante disso, nossos itens são: caracterizações, objetivos, modelos e etapas⁴⁰. Para que pudéssemos dissertar sobre eles, nas concepções de Jonei Cerqueira Barbosa, de Rodney Carlos Bassanezi e de Dionísio Burak, referenciamos: Barbosa (2001b, 2008, 2009a, 2009b), Bassanezi (2002, 2012) e Burak (2004, 2010, 2016, 2017). As próximas quatro subseções representam, cada uma, um dos referidos itens. Nelas dissertamos sobre e comparamos as três concepções de Modelagem Matemática utilizadas nesta dissertação, com o auxílio das discussões apresentadas por Dalla Vecchia (2012) e Klüber (2012).

3.1.1 Caracterizações

Barbosa (2001b, p. 6) assumiu Modelagem Matemática como “*um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade*” e explicou cada termo dessa caracterização. Assim, com *ambiente de aprendizagem* ele referiu-se às condições nas quais os alunos desenvolvem atividades. O *convite* foi relacionado ao interesse e ao envolvimento dos alunos, sendo que no ambiente de Modelagem Matemática o professor pode apenas convidá-los. Sobre o convite mencionado por Barbosa (2001b), Klüber (2012, p. 185) trouxe que:

compreendo que convidar é um procedimento que visa alcançar um espaço comum para o estabelecimento do diálogo entre os sujeitos envolvidos, quando estes permitem.[...]. Indo além, o convite retrata uma tentativa de identificar uma intersecção entre os interesses do professor ao propor a atividade e os interesses dos estudantes.

Indagação, para Barbosa (2001b), permeia a formulação e a resolução de problemas, integrando reflexão e conhecimentos de matemática e de Modelagem Matemática. Segundo

⁴⁰ Caracterizações e objetivos também fazem parte da nossa coleta/produção de dados, sendo apresentados nas entrevistas. Porém, nessas utilizamos o termo concepções para nos referirmos ao que aqui chamamos de caracterizações. Nesta seção, consideramos que os quatro itens (caracterizações, objetivos, modelos e etapas) constituem as três concepções abordadas.

ele, investigação “é a busca, seleção, organização e manipulação de informações.” (BARBOSA, 2001b, p. 7), sendo indissociável da indagação. Já “*situações oriundas de outras áreas da realidade*” dizem respeito a situações de outras disciplinas ou do dia-dia. E Barbosa (2001b) referiu-se a elas dessa forma, pois, para ele, a Matemática faz parte realidade. Ainda, Barbosa (2001b, p. 7) afirmou que “o entendimento de Modelagem que estamos apresentando privilegia situações com circunstâncias que as sustente”, o que está de acordo com o *uso da Matemática como um meio*.

Barbosa (2008, p. 48) afirmou que “o debate no campo da Educação Matemática requer uma definição que apreenda as especificidades [da Modelagem Matemática] no contexto da sala de aula”. Ele trouxe uma caracterização de Modelagem Matemática que difere da de Barbosa (2001b), principalmente em relação à compreensão de realidade. Para Barbosa (2008, p. 48), inspirado em outro artigo⁴¹, “[...] os alunos são convidados a questionar ou investigar situações com referência na realidade por meio da Matemática [...]”. Barbosa (2008) não explicou cada termo dessa “nova” caracterização. Porém, apontou como características necessárias para caracterizar uma atividade como Modelagem Matemática: tal atividade ser um problema para os alunos e ter referência na realidade. Segundo Barbosa (2001b, p. 48), a segunda característica é análoga a ser “extraída do dia-a-dia ou de outras ciências”.

Barbosa (2009a, p. 3) apresentou a mesma caracterização de Barbosa (2008) e, imediatamente antes dessa, disse que: “delimitamos melhor o que pode ser um ambiente de Modelagem: ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e ser um problema para os alunos”. Sobre realidade na concepção de Jonei Cerqueira Barbosa, Klüber (2012, p. 197-198) apontou que:

em linhas gerais destacam-se, ao longo dos textos, diferentes perspectivas de realidade. Elas [...] podem indicar mudanças não explícitas, pois o solo em que nossas compreensões se assentam é mais amplo do que aquilo que podemos explicitar e retomar em termos de escrita. Diante disso, o problema da concepção da realidade em Modelagem Matemática na Educação se reabre e solicita mais esclarecimentos.

Para não nos determos nesse problema, referimos como caracterização de Barbosa (2009a, p. 3) para Modelagem Matemática: “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações [...]” que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e [são] um problema para

⁴¹ BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C., CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. de L. (orgs.). Modelagem matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007b. Cap. 10, p.161-174. (Biblioteca do Educador Matemático, v.3).

os alunos”. Assumimos essa caracterização para representar a concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa em nossa coleta/produção de dados.

Bassanezi (2002, p. 24) caracterizou Modelagem Matemática como:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

Para ele há “um dicionário que interpreta, sem ambiguidades, os símbolos e operações de uma teoria matemática em termos da linguagem utilizada na descrição do problema estudado, e vice-versa” (BASSANEZI, 2002, p. 25) e isso possibilita a obtenção dos referidos modelos. Ainda relacionando Modelagem Matemática aos modelos, Bassanezi (2002, p. 26) trouxe que o:

processo de intermediação entre o problema original e o modelo matemático é uma atividade que poderíamos classificar como típica da Matemática Aplicada, exigindo uma avaliação competente da questão sob os dois pontos de vista. Talvez seja esta a atitude mais importante quando se trabalha com modelagem, pois nos fornece a *validade* ou não do modelo.

Sobre realidade, Bassanezi (2002) não apresentou uma discussão, mas afirmou que “a modelagem pressupõe multidisciplinaridade” (BASSANEZI, 2002, p. 16). Ao longo de seu texto, ele relacionou o uso da Modelagem Matemática à Física, à Química, à Biomatemática, à Engenharia, às Ciências da Computação e Sociais, à Economia, entre outras.

Bassanezi (2012) também se referiu à Modelagem Matemática como processo de criação, formalização ou busca de modelos matemáticos. Porém, como exemplos de “realidade”, ele trouxe temas escolhidos por professores em cursos de Especialização, alguns desses temas foram: agricultura, animais, saúde, lazer, industrialização e transporte.

Diferente de Barbosa (2001b), Bassanezi (2002) não explicou alguns termos de sua caracterização de Modelagem Matemática. No entanto, Klüber (2012) trouxe considerações sobre o significado dos termos processo e arte. Sobre o primeiro, ele afirmou que o processo de obtenção de modelos “*é o processo usado por excelência entre os Matemáticos Aplicados*” (KLÜBER, 2012, p. 211) e que, nas pesquisas de Rodney Carlos Bassanezi que ele analisou, “*há um apelo para que se valorize o processo e não simplesmente o produto*” (KLÜBER, 2012, p. 211). Segundo Klüber (2012, p. 211), na caracterização de Bassanezi (2002), “*a Modelagem Matemática é nomeada a partir do que ela realiza, isto é, como processo de obtenção de Modelos*”. Como tal caracterização está ligada à Matemática Aplicada, Klüber (2012, p. 211) apresentou as seguintes perguntas: “*como fica a sua caracterização no âmbito da Educação Matemática? Mantém as mesmas características com pequenas adequações? Qual é o processo na Educação Matemática?*”. Em relação à arte, segundo Klüber (2012), há

duas possibilidades: a da arte como técnica, ligada à utilidade apontada para Modelagem Matemática, e; a de arte como “*rompimento com procedimentos pré-estabelecidos e com mera reprodução*” (KLÜBER, 2012, p. 211).

Como representante da concepção de Modelagem Matemática de Rodney Carlos Bassanezi, assumimos a caracterização trazida na página anterior (BASSANEZI, 2002, p. 24), pois não encontramos uma caracterização mais voltada à Educação Matemática. Mesmo que Bassanezi (2002, p. 38) tenha afirmado que a “modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem”, acreditamos que essa afirmação está relacionada aos objetivos da Modelagem Matemática e não a sua caracterização.

Burak (2004, 2010, 2016, 2017) caracterizaram a Modelagem Matemática como uma “alternativa metodológica para o Ensino de Matemática”. Mas Burak (2010, p. 18) também trouxe que:

para Burak (1992, p.62), “A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões” e, ainda parte de duas premissas: 1) o interesse do grupo de pessoas envolvidas; 2) os dados são coletados onde se dá o interesse do grupo de pessoas envolvidas.^[42]

Burak (2010) relacionou a primeira premissa à Psicologia e a etapas, procedimentos e encaminhamentos de sua concepção de Modelagem Matemática. Ele justificou que “muitas das nossas ações são motivadas pelo interesse sobre o assunto” (BURAK, 2010, p. 18). A segunda premissa foi relacionada à “observação participante” e Burak (2010, p. 18-19) afirmou que sua concepção é “constituída principalmente por uma visão construtivista, sócio-interacionista e de aprendizagem significativa que consideram o estudante como um agente da construção do próprio conhecimento”.

Burak (2016) apresentou a evolução da concepção de Modelagem Matemática do autor. Tal evolução foi composta por três fases: do mestrado, do doutorado e após o doutorado. No mestrado “o trabalho inicial foi construído com base mais na proposição de atividades [...]. Prevaleceu uma visão mais prescritiva, o mérito do trabalho consistiu em partir de um tema real” (BURAK, 2016, p. 21), sendo que esse tema foi escolhido pelo pesquisador. No doutorado, a influência e interlocução com a Psicologia Educacional “favoreceu reflexões para a mudança de perspectiva em relação à Modelagem” (BURAK, 2016, p. 22), nessa fase surgiram os dois princípios referidos anteriormente. Após o doutorado, as mudanças aconteceram quanto às etapas e os princípios da Modelagem

⁴² BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. Campinas – SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

Matemática. No entanto, Burak (2016, 2017) ainda trouxeram a caracterização de Burak (1992, p. 62)⁴³. Como Burak (2017, p. 18) explicou o que considera como conjunto de procedimentos e fenômenos, citamos ele na caracterização de Modelagem Matemática que assumimos para a concepção de Dionísio Burak:

a Modelagem, [...] expressa ser “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. (BURAK, 1992, p. 92). O conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito.

Klüber (2012) também buscou explicar os termos utilizados na caracterização de Modelagem Matemática de Burak (2010, p. 18). Sobre conjunto de procedimentos, ele trouxe que eram referentes à Matemática Aplicada, mas foram substituídos por um sentido pedagógico e educacional. Os objetivos de tomar decisões e fazer previsões também provêm daquela e são adaptados a compreensões educacionais. Sobre como saber o que é do interesse dos alunos, Klüber (2012, p. 292-293) afirmou que:

partir do interesse é um procedimento que, [...], pode ocorrer por meio de conversas e do diálogo entre professor e estudante, bem como entre estudante e estudante. Em termos práticos ele se operacionaliza como um encontro de expectativas e mesmo como objeto de desejo compartilhado em um grupo.

Sobre a relação entre tal interesse e matemática, apresentada por Burak (2010), Klüber (2012, p. 308) trouxe que:

o interesse nos textos estudados é considerado como aquele que cria a necessidade de ferramentas para uma satisfação e para a resolução dos problemas que a ele estão associados. [...] diz-se que a duração da Modelagem Matemática enquanto método de ensino e aprendizagem é relativa à permanência ou persistência do interesse. Desde esse ponto, pode-se interpretar que enquanto o interesse suscita a necessidade de ferramentas matemáticas, para ser satisfeito, o interesse pela matemática ocorre por extensão, por abarcamento.

Nas explicações sobre os termos usados nas caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009a), Bassanezi (2002) e Burak (1992 apud 2017), observamos que a caracterização apresentada pelo segundo foi a que esteve mais ligada à Modelagem Matemática na Matemática Aplicada, pois priorizou a obtenção e validação de modelos e, a previsão de tendências. Ponderamos que isso se deve ao fato de Rodney Carlos Bassanezi ter sido um dos pioneiros da Modelagem Matemática no Brasil (ALVES, 2015; BRAGA, 2015; BRAZ, 2017; LEITE, 2008; SCHÜTZ, 2015). Segundo Braga (2015), ele adveio da Matemática Aplicada, já Braz (2017) afirmou que a formação de Rodney Carlos Bassanezi se deu essencialmente na Matemática Pura. No entanto, elas concordaram que, de início, a Modelagem Matemática foi “pensada a partir dos moldes dos matemáticos aplicados” (BRAGA, 2015, p. 28) e que “as primeiras experiências com Modelagem, no Brasil, tenham

⁴³ Idem à nota de rodapé 45.

se dado sob influência tanto da sua prática, de acordo com os encaminhamentos da Matemática Aplicada, onde está sua origem, quanto do movimento das ideias pedagógicas emergentes [na década de 1980]” (BRAZ, 2017, p. 47).

Também sobre as distintas caracterizações de Modelagem Matemática, notamos que Burak (1992 apud 2017) buscou adaptar a caracterização apresentada por ele à Educação Básica, ainda utilizando termos da Matemática Aplicada, mas substituindo os modelos por um explicar matematicamente e somando à caracterização o interesse do grupo. Já Barbosa (2009a), focou-se mais no cotidiano do que nos procedimentos e na matemática. Apresentamos, na Figura 9, uma ilustração de nossa observação, em uma síntese das referidas caracterizações.

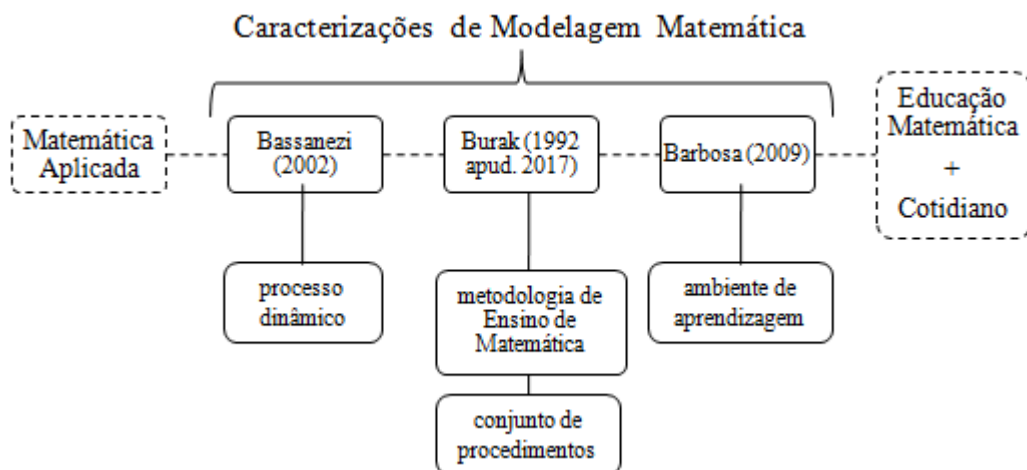


Figura 9: Caracterizações de Modelagem Matemática.
Fonte: arquivo pessoal.

3.1.2 Objetivos

Segundo Barbosa (2008, p. 48), a “Modelagem na escola pode ter diferentes características, de acordo os objetivos emprestados a ela” e para Bassanezi (2015, p. 13), “para aqueles que se dispõem a trabalhar com modelagem matemática, é importante ter claro seus objetivos e estabelecer alguns critérios de qualidade adequados a esses objetivos”. Diante disso, observamos que os objetivos constituem um importante pressuposto para analisarmos as distintas concepções de Modelagem Matemática que trazemos nesta dissertação sendo, assim, um dos itens que nos baseia.

Como objetivos, consideramos o que Barbosa (2001b, 2008, 2009a, 2009b), Bassanezi (2002, 2012, 2015) e Burak (2004, 2010, 2016, 2017) afirmaram que a Modelagem Matemática busca e pretende. Também o que eles disseram que ela: oportuniza, potencializa, gera, possibilita, favorece, produz, facilita, motiva, permite, desenvolve, propicia, faz decorrer, contribui, enseja, valoriza, entre outras, porque acreditamos que essas ações podem

ou não ocorrer, sendo assim, elas constituem-se em objetivos desses autores no trabalho com Modelagem Matemática.

Barbosa (2001b, p. 4) trouxe que “as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea”. Para ele, matemática e Modelagem Matemática “são “meios” para questionar a realidade vivida” (BARBOSA, 2001b, p. 4), sendo que a segunda pode gerar algum nível de crítica e o conhecimento reflexivo, se houver a responsabilidade do professor para tal. Ainda segundo ele, tais atividades, “devem potencializar a reflexão sobre a matemática, a própria Modelagem e seu significado social” (BARBOSA, 2001b, p. 5). Também, para Barbosa (2001b), os alunos podem transitar entre Matemática Pura e Aplicada, e a Educação Matemática deve envolver todo o conhecimento matemático, inclusive a Modelagem Matemática.

Barbosa (2008, p. 48) apresentou Modelagem Matemática “como uma oportunidade para os alunos discutirem o papel da Matemática na sociedade e a natureza dos modelos matemáticos”. Também, ele considerou a matemática como um meio para gerar discussões, acrescentado que essas se referem “ao papel que os modelos matemáticos podem ter na sociedade” (BARBOSA, 2008, p. 48) e, para que tais discussões ocorram, recomendou que:

[...] os alunos “leiam” os modelos matemáticos criticamente, analisando como os resultados matemáticos dependem do lugar de onde eles são produzidos e como estes últimos são usados (Por quem são produzidos? Que resultados geram na sociedade? A quem beneficia? A quem prejudica? Etc.). (BARBOSA, 2008, p. 49)

O diferencial de Barbosa (2008) está nas noções de discussões matemáticas (ligadas à Matemática Pura), discussões técnicas (transformação de um fenômeno para termos matemáticos) e discussões reflexivas (discussões sobre modelos matemáticos) no ambiente de Modelagem Matemática e, na tradução dos objetivos dessa tendência de acordo com tais discussões. Assim, com a Modelagem Matemática, segundo Barbosa (2008, p. 51), “busca-se que os alunos não se restrinjam às discussões matemáticas e técnicas, mas desenvolvam as reflexivas, porque elas constituem uma oportunidade para refletir sobre a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade”. Ainda, considerando que algumas discussões podem não se encaixar nas noções apresentadas por ele, Barbosa (2008, p. 55) afirmou que “se eles [alunos] estão numa aula de matemática, falar sobre matemática é relevante, mesmo que não contribua claramente na construção do modelo matemático”.

Sobre os objetivos da Modelagem Matemática, Barbosa (2009a, p. 1) iniciou afirmando que vislumbrou “nela a possibilidade de motivar os alunos e favorecer a aprendizagem deles na disciplina” e que mais tarde pode “perceber que Modelagem possui

potencialidades para além disso”. Uma dessas potencialidades está ligada à “necessidade de os alunos perceberem a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que eles podem ter na sociedade e nas ciências” (BARBOSA, 2009a, p. 2) tendo a matemática como um “meio” para isso. Ainda, segundo Barbosa (2009a, p. 2), com a Modelagem Matemática “a ideia é atravessar a fronteira entre a escola e o contexto extraescolar, apreender uma situação e trazê-la para análise”.

Também podemos identificar como objetivos da Modelagem Matemática segundo Barbosa (2009a): a conexão entre situação-problema e objetos matemáticos; a busca pela plausibilidade do modelo; a discussão e a comparação dos resultados encontrados; a observação de que diferentes critérios levam a diferentes modelos matemáticos, e; a revisão, a ampliação e/ou a introdução de conceitos matemáticos (dependendo das resoluções feitas pelos alunos). Por fim, Barbosa (2009a, p. 9) afirmou que a Modelagem Matemática traz:

uma oportunidade ímpar para que os alunos reflitam sobre as formas como a Matemática é utilizada na sociedade. Não de um ponto de vista que assegure sua neutralidade, mas de um que produza reflexões sobre sua natureza enviesada. Parece-me que essa é uma contribuição fundamental que nós, professores de Matemática, podemos prover no desenvolvimento da cidadania de nossos alunos.

Em síntese, assumimos como objetivos de Jonei Cerqueira Barbosa para o ambiente de Modelagem Matemática, os apresentados no Quadro 4. Esses são os objetivos utilizados em nossa coleta/produção para representar a concepção de Modelagem Matemática atribuída ao referido pesquisador.

Analisar e questionar contextos extraescolares (situações com referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências), com a possibilidade de diversos encaminhamentos e algum nível de crítica, utilizando o conteúdo matemático como um “meio” para isso. Também, explorar os papéis da matemática na sociedade contemporânea, analisando modelos matemáticos (quanto ao seu papel e sua subjetividade), produzindo discussões reflexivas, sobre os critérios utilizados na sua construção e seus resultados.

Quadro 4: Objetivos da Modelagem Matemática na concepção de Jonei Cerqueira Barbosa.

Fonte: Adaptado de Barbosa (2001b, 2009a).

Bassanezi (2002, p. 16) trouxe como objetivos da Modelagem Matemática, “no setor educacional”, facilitar “a combinação dos aspectos lúdicos da matemática com seu potencial de aplicações”. Segundo ele, os professores de matemática têm a obrigação de mostrar aos alunos, tanto a matemática aplicada, quanto a criação da matemática e, a Modelagem Matemática possibilita isso. Também, ele afirmou que nessa tendência “a Matemática pode ser encarada como um jogo maior em que os perdedores são aqueles que não conseguem se divertir jogando” (BASSANEZI, 2002, p. 16).

Para Bassanezi (2002, p. 25), a Modelagem Matemática pode ser vista como um método e ser aplicada “em várias situações de ensino-aprendizagem, com a intenção de

estimular alunos e professores de matemática a desenvolverem suas próprias habilidades como modeladores”. Ainda, segundo ele, a Modelagem Matemática pode ser “adaptada a qualquer situação da realidade” (BASSANEZI, 2002, p. 25), desde que “o conteúdo e a linguagem matemática utilizados [sejam] equilibrados e circunscritos tanto ao tipo de problema como ao objetivo que se propõe alcançar” (BASSANEZI, 2002, p. 25).

Relacionando Modelagem Matemática e Educação Matemática, Bassanezi (2002, p. 36-37) trouxe argumentos e obstáculos. Vinculamos tais argumentos aos seguintes objetivos: desenvolver capacidades e atitudes dos alunos; preparar cidadãos atuantes na sociedade; utilizar a matemática como ferramenta, assim como, entendê-la e interpretá-la; facilitar o entendimento, a memorização e a valorização da matemática, e; adequar-se às diversas realidades sócio-culturais. Sobre os obstáculos, Bassanezi (2002, p. 38) afirmou que “podem ser minorad[os] quando modificamos o processo clássico de modelagem, levando-se em conta o momento de sistematização do conteúdo e utilizando uma analogia constante com outras situações problemas”.

Entendemos que outro objetivo da Modelagem Matemática relacionada ao ensino é, segundo Bassanezi (2002, p. 38), ser “uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido mas, caminhar seguindo etapas onde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado”. A referida relação foi chamada, por Bassanezi (2002, p. 38), de Modelação Matemática, e nela

a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante do que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. As discussões sobre o tema escolhido favorecem a preparação do estudante como elemento participativo da sociedade em que vive [...].

Para Bassanezi (2012, p. 11), “o ensino-aprendizagem com modelagem matemática é um dos frutos mais ricos e promissores” da busca por “caminhos para a renovação pedagógica criando ambientes de ensino e aprendizagem favoráveis à capacitação de pessoas com perfil adequado aos novos tempos”. Também, como objetivos apresentados pelo autor, pudemos identificar: o exercício da criatividade (principalmente na formulação de problemas), o desenvolvimento de habilidades de matemático aplicado (o saber usar a Modelagem Matemática), o desenvolvimento do pensar e do agir (por meio da situação-problema) e, a promoção do conhecimento matemático.

No Quadro 5, apresentamos uma síntese dos objetivos de Modelagem Matemática na concepção de Rodney Carlos Bassanezi, são eles que assumimos nesta dissertação.

Propiciar a criatividade na formulação de problemas. Ser uma “estratégia de aprendizagem” na qual se segue etapas em que o conteúdo matemático é sistematizado e aplicado na obtenção de um modelo (que transforma situações da realidade em problemas matemáticos) e na qual há a análise e a inserção de tal modelo no contexto sócio-cultural. E possibilitar um “processo de ensino-aprendizagem” cujo resultado vem da interação entre aluno e realidade, em que a realidade modelada motiva o aluno a aprender matemática e as discussões sobre ela favorecem o aluno a participar da sociedade.

Quadro 5: Objetivos de Modelagem Matemática na concepção de Rodney Carlos Bassanezi.

Fonte: Adaptado de Bassanezi (2002).

Burak (2004) trouxe muitas potencialidades da Modelagem Matemática, como uma certeza de que iriam ocorrer, não as argumentando, nem explicando como algumas delas podem ser postas em prática. Assim, consideramos que o apresentado pelo autor consistia nos objetivos (pretensões, fins, metas) de sua concepção de Modelagem Matemática. Segundo Burak (2004, p. 2):

na Modelagem Matemática, o processo é compartilhado com o grupo de alunos, pois sua motivação advém do interesse pelo assunto. Daí decorrem aspectos importantes a serem destacados:

1. Maior interesse do(s) grupo(s). [...]
2. Interação maior no processo de ensino e de aprendizagem. [...]
3. Demonstração de uma forma diferenciada de conceber a educação e, em consequência, a adoção de uma nova postura do professor. [...]

Para o Burak (2004), a Modelagem Matemática torna o ensino de Matemática mais dinâmico, vivo e significativo, assim como, contribui para uma construção do conhecimento mais intensa, eficiente e eficaz, comparada ao que Burak (2004, p. 3) chamou de “educação usual”, em que “o processo de ensino [é] deflagrado pelo professor”. Na concepção de Modelagem Matemática apresentada por Dionísio Burak, o papel do professor é ser mediador entre o conhecimento matemático e o conhecimento dos alunos ou grupos. Isso implica em novas preocupações para os professores pois, segundo Burak (2004, p. 4), a Modelagem Matemática faz parte de uma “mudança na concepção de educação, de ensino e de aprendizagem”. Tal mudança, para Burak (2004), veio da possível repetição de conteúdos matemáticos e da associação entre ensino e pesquisa durante o trabalho com Modelagem Matemática. Sobre a pesquisa dos dados, Burak (2004, p. 5) afirmou que ajuda “a formar um comportamento mais atento, mais sensível e mais crítico, tornando os alunos capazes de realizar uma leitura mais atenta da realidade, atributos importantes na formação de um pesquisador”, acreditamos que esse seja um objetivo do referido autor.

Também segundo Burak (2004, p. 5), a Modelagem Matemática possibilita “a discussão e o estabelecimento de relações que contribuem para o desenvolvimento de um pensar lógico e coerente”. Burak (2004, p. 6) ainda afirmou que o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos ocorre a partir do tema escolhido pelos grupos e que “a construção dos

modelos matemáticos que, embora simples, se constituem em momentos privilegiados e ricos para a formação do pensar matemático”. Por fim, Burak (2004, p. 10) trouxe que:

quando o aluno vê sentido naquilo que estuda, em função da satisfação das suas necessidades e de seus interesses, da realização dos seus objetivos, não haverá desinteresse, pois trabalha com entusiasmo e perseverança. Esse interesse é importante, pois dá início à formação de atitudes positivas em relação à Matemática.

A nosso ver, as últimas afirmações são pretensões de Burak (2004), já que não há garantia de que ocorram. Podemos relacioná-las ao “convite”, apresentado por Barbosa (2001b), assim o professor pode desejar que ocorram, mas o convite pode não ser aceito pelos alunos.

Burak (2010, 2017) trouxeram o que consideramos como seus objetivos para a Modelagem Matemática distribuídos nas etapas que sugeriram para essa tendência. Podemos relacionar à primeira etapa (escolha do tema) a afirmação de que “partir de um tema possibilita estudar o fenômeno em várias dimensões” (BURAK, 2017, p. 19). Os objetivos ligados à segunda etapa (pesquisa exploratória) foram o conhecimento do tema, a formulação de questões e a reflexão sobre onde e como coletar informações. A terceira etapa (levantamento de problemas) foi relacionada à tradução ou transformação de situações do cotidiano em situações matemáticas. Enquanto na quarta (resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos relacionados ao tema), Burak (2017, p. 20) listou que se:

1) elabora os problemas a partir dos dados coletados em campo; 2) prioriza a ação do estudante na elaboração; 3) parte de uma situação contextualizada; 4) favorece a criatividade na medida em que incentiva o estudante a criar distintas estratégias de pensamento, na solução; 5) confere maior significado ao conteúdo matemático usado na resolução; 6) favorece a tomada de decisão e 7) mais abrangentes, os problemas geram vários subproblemas.

Segundo Burak (2010, p. 25) a quinta e última etapa (análise crítica da(s) solução (ões)), que “constitui o ponto forte [da] prática educativa, mediada pela Modelagem”, tem como objetivo:

[...] discutir as ações decorrentes de uma constatação matemática ou não que resultou em um problema ou uma situação-problema, as consequências das decisões tomadas, as relações as repercussões em vários níveis dentre eles: o individual, familiar, comunitário, as relações possíveis sob diversos enfoques, (BURAK, 2010, p. 25)

Como síntese dos objetivos apresentados por Burak (2010, 2017) trazemos, no Quadro 6, o que assumimos como os objetivos da Modelagem Matemática na concepção de Dionísio Burak:

Estudar um fenômeno real de interesse do grupo, procurando esclarecimentos, formulando questões e refletindo como e onde coletar informações. Utilizar conhecimentos para transformar situações do cotidiano em problemas matemáticos, que envolvam ciências humanas e sociais, e apresentar soluções matemáticas, de atitudes e de comportamento para tais problemas. Nas soluções, criar distintas estratégias de pensamento e tomar decisões. E discutir a matemática utilizada, as decisões tomadas e as suas repercussões.

Quadro 6: Objetivos de Modelagem Matemática na concepção de Dionísio Burak.

Fonte: Adaptado de Burak (2010, 2017).

Sobre os objetivos da concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa, Dalla Vecchia (2012, p. 54) observou “que existe um conjunto de decisões e atitudes que procura convergir para que o objetivo de analisar o papel da matemática e dos modelos matemáticos na sociedade seja atingido” e Klüber (2012, p. 196) disse que a ênfase dessa concepção

[...] está nos processos sociais e de que maneira os modelos matemáticos influenciam nas decisões e mesmo na formatação de situações políticas e econômicas. Com isso tem-se uma Modelagem Matemática assentada em uma Educação Matemática predominantemente sociológica.

Já o foco dos objetivos da concepção de Rodney Carlos Bassanezi⁴⁴, segundo Dalla Vecchia (2012, p. 32), é o desenvolvimento de conteúdos matemáticos. O que também pôde ser observado quando Klüber (2012, p. 229), sobre a referida concepção, afirmou que: “o programa da disciplina e pré-requisitos são postos como orientadores das decisões tomadas para prosseguir com a Modelagem Matemática enquanto método de ensino”. Ainda, para Klüber (2012, p. 216), o objetivo da concepção de Modelagem Matemática de Rodney Carlos Bassanezi “*parece ser [...]: transformar um método consagrado em método de ensino enquanto uma alternativa ao que já está posto em âmbito escolar, principalmente por sua [utilizada]*”. Também segundo Klüber (2012, p. 219), na concepção de Bassanezi, “*revela-se a busca de ensinar Modelagem Matemática*”.

Em relação aos objetivos da concepção de Modelagem Matemática de Dionísio Burak, segundo Klüber (2012, p. 282) há “*a busca de estabelecer a Modelagem Matemática como método de ensino e de aprendizagem*”. Nesse sentido, Burak (2016, p. 38) afirmou que um dos objetivos da Modelagem Matemática é satisfazer “as necessidades de um ensino da Matemática mais dinâmico, revestido de significado nas ações desenvolvidas, tornando o estudante mais atento, crítico e independente”.

Novamente podemos observar diferentes relações com a matemática, seu ensino e a sociedade/cotidiano dentre as distintas concepções de Modelagem Matemática apresentadas. Indicamos tais relações na Figura 10. Nela podemos identificar, por exemplo, que os objetivos

⁴⁴ Dalla Vecchia (2012) referencia: BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. 2.ed. São Paulo: Contexto, 2004.

elencados por Bassanezi (2002) tiveram maior relação com a matemática, depois com o ensino, e por último com a sociedade/cotidiano. Enquanto os apresentados por Barbosa (2001b, 2009a) estiveram mais ligados à sociedade/cotidiano e os trazidos por Burak (2010, 2017), ao ensino.

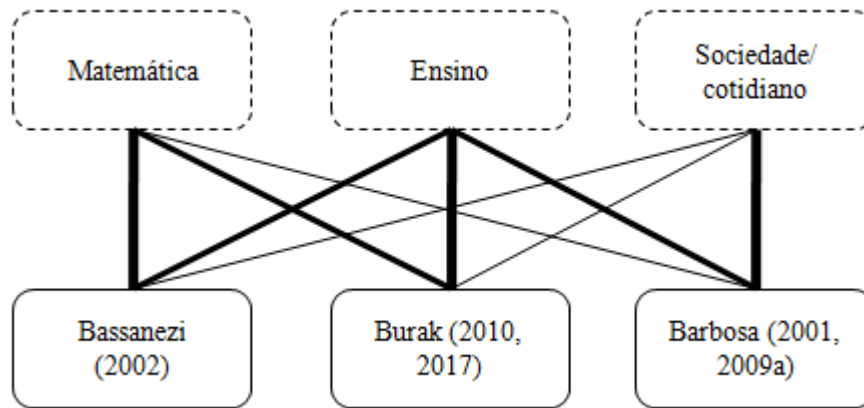


Figura 10: Relação dos objetivos de Modelagem Matemática com Matemática, Ensino e Sociedade/cotidiano.
Fonte: arquivo pessoal.

3.1.3 Modelos

Barbosa (2001b, p. 2), citando outro autor⁴⁵, trouxe a seguinte definição para modelo matemático: “*é quase sempre um sistema de equações ou inequações algébricas, diferenciais, integrais, etc., obtido através de relações estabelecidas entre as variáveis consideradas essenciais ao fenômeno sobre análise*”. Porém, ele criticou a Modelagem Matemática na Educação Matemática como construção desses modelos, dizendo que isso leva a algumas incoerências, já que, segundo ele, “os propósitos, a dinâmica do trabalho e a natureza das discussões matemáticas” (BARBOSA, 2001b, p. 2) diferem entre o contexto escolar e o trabalho dos Matemáticos Aplicados. Após tais considerações, Barbosa (2001b, p. 5-6) afirmou que, em sua concepção de Modelagem Matemática, não há garantia da

presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos. Somente a análise dos caminhos seguidos na resolução pode nos falar sobre sua ocorrência; eles podem desenvolver encaminhamentos que não passem pela construção de um modelo matemático.

Já Barbosa (2008, p. 48) apresentou uma definição de modelo mais coerente com a concepção de Modelagem Matemática do autor. Sobre modelos feitos pelos alunos, ele afirmou que:

toda representação matemática da situação, por escrito, é chamada de modelo matemático. Esta noção é propositalmente ampla e inclusiva, agendando a intenção

⁴⁵ BASSANEZI, R. Modeling as a teaching-learning strategy. For the learning of mathematics, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, 1994.

de capturar as diferentes formas que os alunos representam uma determinada situação, independente de sua capacidade de descrição, generalização e prescrição.

Ainda sobre o modelo na sala de aula, Barbosa (2008, p. 48) adicionou que “podemos também reconhecer como modelo matemático qualquer outro tipo registro matemático escrito que se refira à situação-problema, como as operações matemáticas básicas”. Em relação ao uso de modelos pela sociedade, o referido autor afirmou que eles atuam como instrumentos de poder e propôs que os alunos analisem criticamente tais modelos.

O objetivo de Barbosa (2009b) foi analisar o papel dos modelos matemáticos na educação científica. Ele afirmou que se interessa pelo modelo como representação (ou simbolização) de algo e, mais especificamente, pelos modelos matemáticos. Segundo Barbosa (2009b, p. 70-71) os modelos matemáticos são “aqueles que empregam símbolos matemáticos, sejam tabelas, gráficos, equações, inequações, etc., ou, em outras palavras, empregam conceitos, notações e/ou procedimentos matemáticos”. Também, ele apresentou uma classificação dos modelos matemáticos (baseada na finalidade do uso desses) que, segundo ele, não esgota as possibilidades. Nela, os modelos foram divididos em: *modelo matemático como justificativa*, “utilizado para sustentar a introdução de um conceito novo” (BARBOSA, 2009b, p. 80); *modelo matemático como definição*, visto como um conceito a ser dominado, e; *modelo matemático como estruturante*, que tem como fim ordenar informações e fazer previsões.

No entanto, para Barbosa (2009b, p. 82), a educação científica (da qual faz parte a Matemática e, por conseguinte, a Modelagem Matemática) “deve abordar os modelos matemáticos de uma maneira mais problemática, expondo seus viesamentos. Não se trata apenas de mostrar aos alunos o papel da matemática nos constructos científicos, mas também o de fazer a crítica sobre tal processo”.

Barbosa (2009a) afirmou que, por meio dos modelos matemáticos, a matemática tem um papel importante na sociedade. Segundo o autor, tais modelos “subsidiem a tomada de decisões em diversas situações.” (BARBOSA, 2009a, p. 2). Como nos dois artigos anteriores (BARBOSA, 2008, 2009b), Barbosa (2009a, p. 2) sublinhou que “a produção de modelos matemáticos não é um processo neutro”, que “conforme a escolha que fizermos, teremos um modelo diferente para o fenômeno” e, “que o interesse de quem está construindo o modelo pode jogar um papel crucial na escolha das variáveis e no estabelecimento das hipóteses na abordagem da situação”. Em relação a isso, interessou ao autor que os alunos observassem a natureza e o papel dos modelos matemáticos e tivessem discussões reflexivas, ou seja, que relacionassem “os critérios utilizados na construção de um modelo matemático e seus resultados.” (BARBOSA, 2009a, p. 9)

Bassanezi (2002, p. 19) considerou modelo como a representação de um sistema e afirmou que os modelos são utilizados “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela”. Ele definiu modelo matemático como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado.” (BASSANEZI, 2002, p. 20). E, diferente de Barbosa (2008, 2009a, 2009b), Bassanezi (2002, p. 20, grifo nosso) afirmou que:

a importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa nossas idéias de maneira clara e sem ambiguidades, além de proporcionar um arsenal enorme de resultados (teoremas) que propiciam o uso de métodos computacionais para calcular suas soluções numéricas.

Outra diferença que observamos com relação às considerações sobre modelos matemáticos, apresentadas pelos dois pesquisadores, consiste na classificação desses modelos, sendo que a de Bassanezi (2002) foi motivada pelo tipo de matemática utilizada. Para Bassanezi (2002, p. 20-22), o modelo matemático pode ser: *linear* ou *não linear*, em vista das equações que o compõe; *estático* ou *dinâmico*, por representar a forma de um objeto ou uma variação, respectivamente; *educacional* ou *aplicativo*, sendo que o primeiro visa servir de base para construção do segundo, e; *estocástico* ou *determinístico*, respectivamente, um supõe prever precisamente e o outro utiliza probabilidades.

Segundo Bassanezi (2002), a construção de um modelo adequado a situação que se pretende estudar pode necessitar do desenvolvimento de um novo ramo da matemática ou de diferentes formas de abordá-la. Ainda assim, Bassanezi (2002, p. 31) afirmou que “*nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre pode ser melhorado*, e agora poderíamos dizer que *um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos*”. Ele também afirmou que “um modelo parcial pode atender às necessidades imediatas de um pesquisador mesmo que não comporte todas as variáveis que influenciam na dinâmica do fenômeno estudado” (BASSANEZI, 2002, p. 31). Relacionamos tais afirmações à proximidade do autor com a Matemática Aplicada e com o afirmado por Klüber (2012, p. 233-234):

assumir a Ciência como um processo cumulativo e natural solicita uma compreensão como essa; de que o estudo evolutivo, que mostra que cada novo modelo é melhor que o anterior, é a principal característica de um processo de modelagem matemática não importando se isso se faz no âmbito da pesquisa ou do ensino e da aprendizagem.

Para Burak (2010, p. 23), “modelo pode ser entendido como uma representação, e dessa forma contempla e engloba além dos modelos matemáticos e outros como uma lista de supermercado, a planta de uma casa entre outros”. Em relação à utilidade dos modelos, de acordo com Burak (2010, p. 23, grifo nosso), eles “podem ser construídos para expressar uma

situação que enseja novos elementos ou alguma situação para a qual não se tem, ou não se conhece um modelo”.

Na concepção de Modelagem Matemática apresentada por Burak (2010, p. 23) “o trabalho com os modelos matemáticos, [...] não constitui prioridade”. Sendo que, na Educação Básica, “a maioria dos conteúdos trabalhados, [...], vale-se de modelos já prontos: funções, equações lineares ou quadráticas, fórmulas das áreas de figuras planas e espaciais”. Também sobre a relação dos modelos com os níveis de escolaridade, Burak (2017, p. 20, grifo nosso) afirmou que:

[...] a construção de um modelo matemático [...] não é prioridade quando as práticas ocorrem na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois neste período da formação das crianças há que ensiná-las a construir conceitos mais do que se apropriar de fórmulas e realizar matematizações que pelo nível de abstração exigido, não lhes são significativas.

Nessa afirmação pudemos notar que o autor rejeita os modelos quando os relaciona a fórmulas, matematizações e abstrações. Com relação a isso ele traz, formalmente, na sequência do artigo, as mesmas definições de modelo que Burak (2010) e esclarece que se pode

[...] construir modelos simples quando, em dada situação, houver necessidade de trazer novos elementos para a o contexto em estudo. Há que considerar o ferramental matemático construído pelo estudante nessa fase da escolarização [Educação Básica]. Um modelo simples, que reproduza as características do fenômeno estudado, mesmo com uma matemática elementar, é suficiente para esclarecer melhor uma determinada situação. (BURAK, 2017, p. 21)

Quanto aos modelos, mesmo que os três autores os tenham definido como representação, também observamos diferenças entre as concepções de Modelagem Matemática apresentadas nesta dissertação. Elas ocorrem em relação à obrigatoriedade e à finalidade do uso dos modelos e estão sintetizadas no Quadro 7. As ideias de Jonei Cerqueira Barbosa e Dionísio Burak parecem estar mais próximas, pois eles não priorizam a construção de um modelo matemático e aceitam o uso ou análise de modelos já prontos. Já na concepção de Rodney Carlos Bassanezi, o foco é o processo de construção dos modelos.

Na Modelagem Matemática	Modelos		
	Definição	Representação	
Construção	Sim	Não garantida ou não é prioridade	
Focos (quando presentes)	Nos seus processos de construção	Na sua relação com níveis/fases de escolaridade	Nas análises críticas de suas construções e resultados
Concepções	Bassanezi (2002)	Burak (2010, 2017)	Barbosa (2001b, 2009a, 2009b)

Quadro 7: Modelos nas diferentes concepções de Modelagem Matemática.

Fonte: arquivo pessoal.

3.1.4 Etapas

Em relação às considerações sobre etapas nas três concepções de Modelagem Matemática discutidas nesta dissertação, iniciamos trazendo a afirmação de Barbosa (2001b, p. 5), na qual a Modelagem Matemática é vista como “uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento”. Nesse sentido, segundo ele, “os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade” (BARBOSA, 2001b, p. 5). Quanto a isso, Klüber (2012, p. 178) trouxe uma contradição, afirmando que, na caracterização de Modelagem Matemática de Barbosa (2001b),

emerge um componente que pode ser considerado como procedimental – o convite. Assumir que os estudantes são convidados, é valer-se de um procedimento, mesmo não havendo a intenção de se valer de procedimentos a priori por parte do autor, a necessidade de procedimentos está presente.

Também consideramos que, na concepção de Modelagem Matemática apresentada por Barbosa (2001b), alguns procedimentos são elencados (não como uma sequência a ser rigidamente seguida) e podem ser associados a etapas. Tais procedimentos foram trazidos por Barbosa (2001b, p. 8-9), quando ele classificou *Casos* na Modelagem Matemática, e constituíram-se na: elaboração da situação problema, sua simplificação, coleta de dados e informações e, resolução. Barbosa (2009a, p. 6) também apresentou essas “etapas”, porém excluiu delas a simplificação e explicou sua posição em relação a etapas e procedimentos, trazendo que:

os alunos não devem ser guiados sobre como fazer, mas podem tentar produzir os próprios caminhos. Podem levantar hipóteses, coletar dados, organizá-los, estruturá-los etc., mas sem serem conduzidos por esquemas prévios ou pelo professor. Em outras palavras, a situação-problema deve ser um problema para os alunos. (BARBOSA, 2009a, p. 2)

Barbosa (2008) trouxe outras características que relacionamos a etapas, ele as chamou de rotas de modelagem, que são “a progressão de discursos produzida pelos alunos e o professor com o intuito de produzir um modelo matemático” (BARBOSA, 2008, p. 50). Fazem parte das rotas de modelagem: as discussões matemáticas, as discussões técnicas, as discussões reflexivas e as discussões paralelas. Segundo o referido autor, essas rotas não possuem fronteiras claras, nem exaurem as possibilidades de discussões, mas têm potencialidades para a descrição dos ambientes de Modelagem Matemática. Também, observamos que não há uma sequência em que essas discussões devem ocorrer, mas acreditamos que elas são parte dos ambientes de Modelagem Matemática propostos pela concepção de Jonei Cerqueira Barbosa.

Dalla Vecchia (2012, p. 32) considerou que desenvolver a Modelagem Matemática por meio de etapas é uma das principais características da concepção de Rodney Carlos Bassanezi. Segundo Bassanezi (2002, p. 26, grifo nosso), “a modelagem matemática de uma situação ou problema real deve seguir uma sequência de etapas”. Ele descreveu cinco etapas, sendo elas: *experimentação*, na qual ocorre a coleta de dados; *abstração*, na qual são estabelecidas a seleção das variáveis, a problematização ou formulação dos problemas teóricos (numa linguagem própria da área em que se está trabalhando), a formulação de hipóteses e a simplificação; *resolução*, na qual o modelo matemático é obtido; *validação*, na qual ocorre o teste dos modelos, com o objetivo de averiguar se de fato representam a situação modelada, e; *modificação*, que ocorre quando o modelo é rejeitado ou quando há um aprofundamento da teoria (BASSANEZI, 2002, p. 26-31).

Bassanezi (2012, p. 12) afirmou que:

[...] o aprendizado de modelagem não se restringe à compreensão e o uso de técnicas padronizadas ou procedimentos sequenciais que seguem um protocolo. Na verdade, da mesma forma que só se pode aprender a jogar futebol jogando, só se aprende modelagem modelando!

Porém, introduziu “alguns *recursos* básicos para a iniciação à modelagem,” (BASSANEZI, 2012, p. 14). Os “recursos” ou etapas apresentados pelo autor são: *escolha de temas* (que segundo ele é importante que seja feita pelos alunos, porém a “escolha final” depende da orientação do professor), *coleta de dados* (segundo Bassanezi (2012, p. 18), “os dados coletados devem ser organizados em tabelas”), *análise de dados e formulação de modelos* (ligada à variação das variáveis) e, *validação* (na qual se aceita ou rejeita o modelo formulado). Diante disso, observamos que Bassanezi (2012) tentou se desvincular das prescrições feitas em Bassanezi (2002). No entanto, ao descrever as etapas que apresentou, ele evidenciou o poder do professor e disse o que e como deve ser feito no trabalho com Modelagem Matemática, de acordo com a sua concepção dessa tendência.

Segundo Burak (2016), Dionísio Burak também buscou alterar o tratamento das etapas em sua concepção de Modelagem Matemática, partindo de etapas ligadas à Matemática Aplicada (fase de mestrado e doutorado) para sugerir etapas “com características que emergiram do contexto trabalhado” (BURAK, 2016, p. 37) (após o doutorado). Segundo Burak (2010, p. 19), as etapas consideradas após o doutorado “[...] constituem a experiência vivida nos vários cursos com os professores, principalmente os professores da Educação Básica, no entanto são igualmente válidos para outros níveis de ensino”. Segundo Burak (2017, p. 18) tais etapas não são rígidas e utilizadas “para fins de encaminhamento das atividades de Modelagem Matemática em sala de aula [...]”. As etapas sugeridas por Burak

(2004, 2010, 2017) foram: “1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento do (s) problema(s); 4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos relacionados ao tema e 5) análise crítica da solução ou soluções” (BURAK, 2017, p. 18).

Na concepção de Modelagem Matemática apresentada por Dionísio Burak, escolha do tema é feita pelo(s) grupo(s), partindo de seu interesse e, inicialmente, o tema pode ter nada de matemática. A pesquisa exploratória, segundo Burak (2010, p. 21), acontece de forma natural (pois os alunos estão interessados, têm curiosidade de conhecer o tema), é uma das premissas de sua concepção de Modelagem Matemática e, “a natureza dos dados que são de modo geral qualitativos e quantitativos, permite tratar os temas sob enfoques distintos além do enfoque matemático”. A etapa de levantamento do(s) problema(s) é, segundo Burak (2017, p. 20), “a ocasião em que surgem várias questões como resultado da coleta dos dados na pesquisa exploratória”. O autor ressaltou a ação do professor como mediador nesta etapa, tendo como objetivo que os alunos revejam seus dados de forma crítica e construam problemas “a partir da discussão dos dados coletados” (BURAK, 2017, p. 20). Ainda, para Burak (2017) isso “favorece o aprimoramento da autonomia [e] a formação de um espírito crítico do estudante [...]” (BURAK, 2017, p. 20). Na etapa denominada resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento dos conteúdos relacionados ao tema ocorre o uso da Matemática. Segundo Burak (2010, p. 22), nessa etapa “os conteúdos matemáticos ganham importância e significado” e conteúdos ainda não trabalhados podem ser desenvolvidos para a resolução dos problemas, tendo o professor como mediador, que orienta os alunos a fazer buscas. A última etapa, análise crítica da(s) solução(ões), de acordo com Burak (2017, p. 21), acontece concomitantemente à etapa anterior. Na análise crítica, pode-se “discutir as hipóteses consideradas quando do levantamento do (s) problema (s), seus alcances e implicações e as soluções encontradas” (BURAK, 2017, p. 21). Para Burak (2010, p. 24), nessa última etapa aprofundam-se os aspectos matemáticos e os aspectos do tema escolhido, também “mostra-se a importância de alguma formalização, de justificativa de procedimentos, enfim é um momento de interação entre os grupos, de trocas de ideias e de reflexões”.

No item etapas, assim como nos demais anteriormente apresentados nesta dissertação, observamos que a concepção de Modelagem Matemática de Bassanezi (2002) esteve mais ligada à Matemática (com a valorização do seguir etapas, formular e validar um modelo). Bassanezi (2012) buscou distanciar-se dela, porém valorizou mais as etapas do que os temas e expressou características prescritivas. Burak (2010, 2017) também tentaram se aproximar da Modelagem Matemática na Educação Matemática, justificando e explicando as etapas que

sugeriram com relação ao contexto escolar. Barbosa (2001b, 2008, 2009a) não valorizaram o seguir etapas de acordo com uma sequência, mas pudemos relacionar a etapas algumas características do ambiente de Modelagem Matemática apresentado nesses artigos. No Quadro 8, trazemos uma síntese do que foi exposto no último item utilizado para apresentar e comparar as distintas concepções de Modelagem Matemática que fazem parte desta dissertação.

Na Modelagem Matemática	Etapas		
	Presença	Deve haver	Sugere
Utilizadas para	Modelar situações-problema	Encaminhar a Modelagem Matemática	Descrever <i>Casos</i> e discussões
Concepções	Bassanezi (2002, 2012)	Burak (2010, 2017)	Barbosa (2001b, 2008, 2009a)

Quadro 8: Etapas nas diferentes concepções de Modelagem Matemática.
Fonte: arquivo pessoal.

3.2 RECONTEXTUALIZAÇÃO PEDAGÓGICA E REPRODUÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Nossa pergunta de pesquisa, *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?* Nessa seção é analisada em vista de como licenciandos – também de outras Instituições de Ensino Superior, nas quais disciplinas, projetos ou iniciações científicas de seus cursos de Licenciatura em Matemática envolveram Modelagem Matemática – apropriam-se de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática. Fizemos a ampliação para outras Instituições de Ensino Superior relacionando o que Alves (2015), Braga (2015), Braz (2017), Corrêa (2017), Lorin (2015), Mendes (2018) e Schütz (2015) trouxeram (na explicitação inicial de seus contextos) a conceitos de Basil Bernstein (em especial: classificação, enquadramento e recontextualização). Adiantamos que, nas pesquisas de Lorin (2015) e Mendes (2018), pudemos analisar, também, a produção (pelos licenciandos) de *textos* sobre Modelagem Matemática. Diante disso trouxemos considerações com relação à apropriação de regras de reconhecimento e realização, pelos licenciandos participantes, sobre o envolvimento de Modelagem Matemática nos contextos apresentados por aqueles dois autores. A referida relação, entre Modelagem Matemática nas Instituições de Ensino Superior e conceitos de Basil Bernstein, é apresentada na subseção 3.2.1, sob o título *Estado do Conhecimento*.

Ferreira (2002, p. 258) não fez diferenciação entre “estado da arte” e “estado do conhecimento”. Segundo ela, ambos mapeiam e discutem

uma certa produção acadêmica em diferentes campos do conhecimento, tentando responder que aspectos e dimensões vêm sendo destacados e privilegiados em diferentes épocas e lugares, de que formas e em que condições têm sido produzidas certas dissertações de mestrado, teses de doutorado, publicações em periódicos e comunicações em anais de congressos e de seminários.

Também nesse sentido, Morosini (2015, p. 102) trouxe que, em seu entendimento, “estado de conhecimento é identificação, registro, categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica”. Já Romanowski e Ens (2006, p. 39) diferenciaram esses “estados”, trazendo que estudos são denominados como “estado da arte” “quando abrangem toda uma área do conhecimento, nos diferentes aspectos que geraram produções”. Diante disso, em um “estado da arte”, “não basta apenas estudar os resumos de dissertações e teses, são necessários estudos sobre as produções em congressos na área, estudos sobre as publicações em periódicos da área” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 39). Enquanto que, “o estudo que aborda apenas um setor das publicações sobre o tema estudado vem sendo denominado de “estado do conhecimento”” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 40).

Considerando a diferenciação de Romanowski e Ens (2006), intitulamos a próxima subseção desta dissertação como *Estado do Conhecimento*, já que nosso “setor de publicações” foi constituído apenas por dissertações e teses. Observamos dissertações e teses, publicadas entre 2014 e 2019 no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES⁴⁶, que tivessem analisado vivências com Modelagem Matemática em cursos de Licenciatura em Matemática. Nelas atentamos para: objetivos, concepção de Modelagem Matemática, teoria utilizada para análise, contexto de coleta/produção de dados e, fizemos considerações sobre como licenciandos em matemática se apropriaram de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática.

Ainda sobre “estado do conhecimento”, Ferreira (2002), Morosini (2015) e Romanowski e Ens (2006) ressaltaram, respectivamente, o mapeamento, a constituição do *corpus* de análise ou a seleção dos estudos que o compõem. Optamos por trazer esse procedimento no APÊNDICE A desta dissertação. Sobre o porquê do “estado do conhecimento”, Morosini (2015, p. 102-103) trouxe que ele é importante “para fundamentar o que será produzido numa tese ou dissertação” e que “se constitui numa importante fonte para

⁴⁶Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

a produção, não só por acompanhar todo o processo monográfico, mas prioritariamente, por contribuir para a ruptura com os pré-conceitos [...] que o pesquisador porta ao iniciar o seu estudo”.

Considerando o que expusemos sobre “estado do conhecimento”, observamos que o Quadro 1 e sua discussão, na Introdução desta dissertação, podem ser considerados “estados do conhecimento”. Neles, tal conhecimento foi Modelagem Matemática na formação de professores de matemática no Brasil, entre 1999 e 2019, e o “setor de publicações” foi artigos que propusessem isso. Enquanto que, na seção 2.4 desta dissertação, tal “estado” está mais próximo ao “estado da arte” (ROMANOWSKI; ENS, 2006), pois estudamos dissertações, uma tese e produções em congressos e periódicos, que haviam relacionado conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática.

Ainda nesta seção (na subseção 3.2.2), nosso contexto (o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul) é representado por duas disciplinas obrigatórias que envolveram Modelagem Matemática em suas aulas: Combinatória I e Geometria II – MAT. Ao analisar essas aulas – por meio da caracterização em termos dos conceitos de classificação e enquadramento e da observação da recontextualização da concepção de Modelagem Matemática apresentada por Barbosa (2001b) – tivemos indícios de como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriaram de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática.

3.2.1 Estado do Conhecimento

Nesta subseção apresentamos a recontextualização pedagógica e a reprodução da Modelagem Matemática em duas teses (BRAGA, 2015; BRAZ, 2017) e cinco dissertações (ALVES, 2015; CORRÊA, 2017; LORIN, 2015; MENDES, 2018; SCHÜTZ, 2015) selecionadas conforme a descrição do APÊNDICE A. Alguns aspectos guiaram nossas observações iniciais, são eles: objetivos, concepção(ões) de Modelagem Matemática, teoria utilizada para análise e contexto de coleta/produção de dados. Esses aspectos são apresentados no Quadro 9. Em seguida, trazemos comentários sobre tal Quadro e relações entre os contextos dessas teses e dissertações e os conceitos de Basil Bernstein.

Aspectos Pesquisas	Objetivos	Concepção de Modelagem Matemática	Teoria utilizada para análise	Contexto de coleta/produção de dados
Alves (2015)	“investigar saberes docentes para o desenvolvimento da Modelagem Matemática na Educação Básica mediante a vivência de atividades envolvendo o conteúdo matemático de Função Afim” (p. 21)	Barbosa (2001 ⁴⁷ , 2004 ⁴⁸), mas adotou etapas propostas por Biembengut e Hein (2013) ⁴⁹ (interação, matematização e modelo matemático)	Tardif (2002) ⁵⁰ , saberes necessários para um professor atuar na docência.	Licenciandos/ licenciados que participaram do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) entre 2010 e 2015.
Braga (2015)	“compreender repercussões na aprendizagem pelas interações evidenciadas no ambiente de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström” (p. 23)	Bassanezi (2012)	Teoria da Atividade de Engeström	Curso de Iniciação Científica, com licenciandos/ licenciados em Matemática
Lorin (2015)	“Quais competências são requeridas ou são desenvolvidas pelos alunos com o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?” (p. 23)	Almeida e Brito (2005) ⁵¹ , relacionada à Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica.	Teoria Fundamentada nos Dados (Grounded Theory) e Competências de Modelagem Matemática, Maaß (2006) ⁵²	Disciplina de Modelagem Matemática, com alunos do quarto semestre da Licenciatura em Matemática
Schütz (2015)	“identificar contribuições que o desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática com o apoio de recursos tecnológicos possibilitam no ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Métodos Matemáticos, do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM” (p. 16)	Bassanezi (2010) ⁵³	Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs)	Disciplina de Métodos Matemáticos, da Licenciatura em Matemática
Braz (2017)	“identificar e analisar nos processos de negociação de significados mantidos em uma	Barbosa (2004, 2003 ⁵⁴), Klüber e Burak (2008),	Teoria Social da Aprendizagem	Disciplina de Modelagem Matemática

⁴⁷ BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

⁴⁸ BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

⁴⁹ BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: contexto, 2013.

⁵⁰ TARDIF, M. Saberes docentes e formação profissional. Petrópolis: Vozes, 2002.

⁵¹ ALMEIDA, L. W. BRITO, D. S. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? Ciência & Educação, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

⁵² MAAß, K. What are modelling competences? ZDM, vol. 38 (2), 2006.

⁵³ BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2010.

⁵⁴ BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática na sala de aula. Perspectiva, Erechim (RS), v. 27, n.98, p. 65-74, junho, 2003.

	Comunidade de Prática constituída em uma disciplina de Modelagem Matemática de um curso de Licenciatura em Matemática aprendizagens sobre Modelagem e as experiências que permitiram suas ocorrências.” (p. 19)	Caldeira e Soares (2008) ⁵⁵	m	(desenvolvida na perspectiva da Educação Matemática) da Licenciatura em Matemática
Corrêa (2017)	“investigar se e como os acadêmicos do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM mobilizam registros de representação semiótica ao explorarem o conceito de volume de combustível em um cilindro por meio de atividades que seguem os princípios da modelagem matemática.” (p. 13)	Biembengut e Hein (2003) ⁵⁶ , relacionada à Modelagem Matemática como o processo envolvido na obtenção de um modelo	Registros de Representação o Semiótica, Raymond Duval	Disciplina de Educação Matemática II da Licenciatura em Matemática
Mendes (2018)	“o que os signos interpretantes produzidos ou utilizados em atividades de modelagem matemática nos permitem inferir com relação ao conhecimento matemático dos estudantes” (p. 16)	Almeida e Brito (2005) ⁵⁷ e Lesh et al. (2003) ⁵⁸ , relacionada à sequência de atividades e Årlebäck e Doerr (2015) ⁵⁹ , relacionada à atividades de aplicação e exploração de modelos	Semiótica peirceana	Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I da Licenciatura em Matemática

Quadro 9: Objetivos, concepções, teorias e contextos de pesquisas que trataram da Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática

Fonte: arquivo pessoal.

Observamos que os objetivos das referidas teses e dissertações: recontextualizaram, referindo-se a termos, as teorias utilizadas em suas análises. Por exemplo, em seu objetivo Alves (2015) refere-se a saberes docentes; Lorin (2015), a competências; Braz (2017), a Comunidades de Prática, e; Mendes (2018), a signos interpretantes. Todas as pesquisas utilizaram o termo Modelagem Matemática em seus objetivos, mas não remeteram a concepção que as baseou. Diante disso, as pesquisas não iniciaram, em seus objetivos, a

⁵⁵ CALDEIRA, A. D.; SOARES, M. T. C. Modelagem Matemática de fenômeno ambiental e as práticas escolares de professores das séries iniciais do litoral do Paraná. Periódico do Programa de Pós graduação em Educação da UCDB. n. 26, jul/dez. 2008.

⁵⁶ BIEMBENGUT, M. S. HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2003.

⁵⁷ Idem à Nota de Rodapé 56.

⁵⁸ LESH, Richard; CRAMER, Kathleen; DOERR, Helen; POST, Thomas; ZAWOJEWSKI, Judith. Model Development Sequences. In: Richard Lesh & Helen Doerr, (Eds.), Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. Mahwah: Erlbaum, 2003.

⁵⁹ ÅRLEBÄCK, Jonas; DOERR, Helen. Moving beyond a single modelling activity. In: Mathematical Modelling in Education Research and Practice. Springer International Publishing, p. 293-303, 2015.

recontextualização pedagógica dessas concepções, que foram elaboradas no campo de produção da Educação Matemática.

Em relação às concepções de Modelagem Matemática assumidas pelas referidas pesquisas, destacamos a recorrência de estudos mais recentes (em relação a 2002) de Rodney Carlos Bassanezi. Também, Alves (2015) e Corrêa (2017) adotaram as etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2003, 2013), sendo essas: *Interação, Matematização e Modelo Matemático*. Apesar de não discutidos nesta dissertação, Biembengut e Hein (2003, 2013) trazem uma concepção de Modelagem Matemática semelhante à de Rodney Carlos Bassanezi, ou seja, referem-se a essa tendência como processo de obtenção de modelos. Ainda, notamos que Alves (2015) e Mendes (2018) complementaram suas considerações sobre Modelagem Matemática com etapas definidas em estudos distintos dos que os basearam quanto às concepções. Como Jonei Cerqueira Barbosa defende que não se utilize procedimentos e esquemas prévios durante a resolução de problemas na Modelagem Matemática, consideramos que Alves (2015) recontextualizou essa concepção em sentido oposto a ela (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), transformando o *texto* de Jonei Cerqueira Barbosa durante as atividades que contaram com a participação de licenciandos/licenciados em Matemática.

Alves (2015), Braga (2015), Lorin (2015), Schütz (2015), Braz (2017), Corrêa (2017) e Mendes (2018) utilizaram distintas teorias em suas análises sobre Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática, mas nenhuma delas relacionada à Basil Bernstein. Alves (2015) e Braga (2015) foram as únicas pesquisas que não tiveram como contexto disciplinas da Licenciatura em Matemática. Dentre as demais, duas (MENDES, 2018; SCHÜTZ, 2015) tiveram, como contexto de coleta/produção de dados, disciplinas específicas, com objetivos ligados à matemática. Duas pesquisas (BRAZ, 2017; LORIN, 2015) tiveram como contexto a disciplina de Modelagem Matemática e Corrêa (2017) também coletou/produziu seus dados em uma disciplina cujos objetivos estão ligados ao ensino, à didática e à pedagogia.

A partir daqui, vinculamos contextos das teses e dissertações referidas no Quadro 9 a conceitos de Basil Bernstein. Buscamos considerar a explicitação inicial dos “projetos” ou “atividades” (no âmbito da Modelagem Matemática) apresentada nessas pesquisas, com a intenção de que, nessas explicitações, pudéssemos observar as relações entre professor formador (e/ou pesquisador) e licenciandos participantes, sem as resoluções dos licenciandos e as análises apresentadas nas referidas pesquisas. No entanto, Lorin (2015) e Mendes (2018) trouxeram explicitação inicial e resoluções concomitantemente, diante disso, aproveitamos

para observar a apropriação de regras de reconhecimento e realização nos *textos* produzidos pelos participantes dessas pesquisas.

Alves (2015) contou com a participação de seis licenciandos/licenciados em matemática, que tinham sido ou eram bolsistas do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) à época da coleta/produção de dados daquela dissertação. Esses licenciandos/licenciados responderam a um “questionário diagnóstico”. Alves (2015, p. 64) afirmou que, durante a aplicação desse questionário, “alguns questionamentos sobre o conceito de modelagem matemática e suas etapas no ensino vieram à tona, pois os pibidianos não apresentavam profundidade sobre o assunto. Mesmo assim, tratamos de não comentar qualquer questionamento e interferir nas respostas”. Diante disso, com relação aos conceitos de Basil Bernstein, consideramos que o valor da classificação na relação pesquisador participantes foi muito forte, pois houve uma separação entre a posição do pesquisador e a dos participantes, quando o primeiro não respondeu/comentou os questionamentos dos demais. Também, observamos um enquadramento muito forte da sequência, pois o pesquisador, ao não “interferir nas respostas”, não alterou a sequência do que havia planejado, mesmo que tenha havido uma intervenção dos licenciandos/licenciados, assim, o pesquisador controlou a prática pedagógica e, apresentou resistência à transformação do *texto* pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem (SILVA, L., 2013). Em contra partida, na aplicação do questionário, ponderamos que o enquadramento dos critérios de avaliação foi muito fraco, pois, ao não “interferir nas respostas” dos participantes, o pesquisador não teve o controle sobre o *texto* que seria produzido.

Alves (2015) apresentou, também, duas “atividades” aos licenciandos/licenciados participantes. A primeira “atividade”, segundo Alves (2015), foi configurada conforme o *Caso 1* (nota de rodapé 53), ou seja, o pesquisador apresentou a situação-problema e os dados para sua resolução). Dessa forma, ele teve maior controle sobre a seleção, o que, em termos de conceitos de Basil Bernstein, é caracterizado por enquadramento forte. Ao descrever a referida “atividade”, Alves (2015) utilizou as etapas propostas por Biembengut e Hein (2013) (nota de rodapé 54), ao invés dos termos situação-problema, escolha dos dados e resolução dos problemas trazidos por Jonei Cerqueira Barbosa. Assim, nessa descrição observamos que o pesquisador recontextualizou (BERNSTEIN, 1996), transformou, o *texto* que o guiou inicialmente, com a inserção de outro *texto*. Durante a “Atividade 1”, Alves (2015, p. 82) afirmou que o envolvimento do pesquisador “aconteceu de maneira mediadora em todos os momentos e provocadora em alguns períodos onde os pibidianos não conseguiam avançar nas ideias relativas ao desenvolvimento da modelagem”. Com base na teoria de Basil Bernstein,

isso pressupõe classificações e enquadramentos fracos, com uma relação próxima entre pesquisador e licenciandos/licenciados. No entanto, Alves (2015, p. 84) trouxe que, por meio dessas intervenções, os participantes construíram modelos matemáticos que representavam a situação proposta. Diante disso, consideramos que pode ter havido um maior controle do pesquisador em relação à construção desses modelos, ou seja, um enquadramento forte dos critérios de avaliação.

A “Atividade 2” ocorreu de forma semelhante à “Atividade 1”, a diferença foi que Alves (2015) caracterizou a segunda “atividade” como *Caso 2* (BARBOSA, 2004) (nota de rodapé 53), já que os participantes levaram “de suas casas informações necessárias envolvendo as potências dos aparelhos e equipamentos elétricos a fim de mensurar a consumo energético” (ALVES, 2015, p. 100). Dessa forma, os licenciandos/licenciados participaram da coleta de dados (conforme sugerido por Jonei Cerqueira Barbosa para o referido *Caso*). Diante disso, eles tiveram certo controle sobre a seleção na “Atividade 2”, ou seja, com relação aos conceitos de Basil Bernstein, o enquadramento foi enfraquecido.

O contexto de Braga (2015), um curso de iniciação científica cujo tema foi Cálculo e Modelagem Matemática, teve a participação de vinte e três licenciandos/licenciados (dez no grupo da manhã e treze no grupo da tarde). Esse curso ocorreu no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), criado e operacionalizado pela pesquisadora e, que, segundo ela,

difere do ensino tradicional, bem como da dinâmica de sala de aula normal, pois não existe um currículo prévio a ser cumprido. Além disso os alunos participam das atividades por opção, ou seja, os alunos não são “forçados” a agir e nem buscam pontuação em alguma disciplina (BRAGA, 2015, p. 58-59)

Diante disso, e dos conceitos de Basil Bernstein, consideramos que no LEMM o enquadramento da seleção e da sequência seria, pois a pesquisadora poderia ter como foco apenas a recontextualização pedagógica, propiciando mais controle aos participantes, já que o discurso pedagógico oficial (DPO), dado pelo currículo prévio, não seria um regulamento. Ainda, a relação entre pesquisadora e participantes, no LEMM, poderia ser dada por classificações e enquadramentos fracos, em vista da participação ser opcional e de não haver pontuações em disciplinas (consideramos que essas pontuações são um instrumento de poder professor).

Dentro dos grupos manhã e tarde, os participantes formaram subgrupos. Segundo Braga (2015), o curso, planejado igualmente para os dois grupos, teve três etapas. Na primeira, a pesquisadora entregou aos participantes uma receita de bolo de caneca e, cada subgrupo fez um bolo. A partir disso, os licenciandos participantes elaboraram problemas e

buscaram respostas. Segundo Braga (2015, p. 62), “a segunda etapa do curso consistiu em apresentar diversas temáticas que poderiam ser utilizadas para fazer Modelagem Matemática e a partir do interesse dos alunos pelos temas propostos, os grupos seriam formados”. Já na terceira etapa, os participantes, nos subgrupos já formados, escolheram temas livres para “fazer Modelagem Matemática”.

Na primeira etapa apresentada por Braga (2015), a pesquisadora forneceu aos licenciandos/licenciados o tema, os ingredientes para o bolo e materiais (como termômetros), assim o enquadramento foi forte na seleção. Na segunda etapa, a pesquisadora ofereceu a todos os participantes uma lista de temas, “considerando o fato de que seus desmembramentos estivessem relacionados com o espaço de aprendizagem LEMM, bem como alguns estivessem relacionados com questões atuais da sociedade” (BRAGA, 2015, p. 73), para que eles escolhessem um. Assim, consideramos que o controle da pesquisadora diminuiu em relação à primeira etapa. E, em termos bernstenianos, houve um enfraquecimento do enquadramento, mas esse continuou forte, já que os licenciandos/licenciados deveriam escolher um item da lista que foi elaborada pela pesquisadora.

Na terceira etapa, segundo Braga (2015), os participantes escolheram um tema livre. Diante disso, ponderamos que o enquadramento da seleção foi mais enfraquecido em relação às demais etapas, sendo que os participantes tiveram o controle sobre a seleção. Braga (2015, p. 74) trouxe que “a escolha do tema livre foi bastante trabalhosa, pois os alunos não tinham um referencial, um ponto de partida e por isso trocavam de temas diversas vezes por motivos variados”. Com relação a essa escolha, observamos que o enfraquecimento do enquadramento trouxe inseguranças, não só para os professores/pesquisadores, mas também para os alunos/participantes, que podiam estar acostumados com o controle por parte do professor.

Braga (2015, p. 67) afirmou que “ao final de cada etapa do curso, [...], os alunos produziam relatórios do processo de Modelagem Matemática por eles desenvolvido. Bem como apresentavam suas problematizações e decisões no formato de seminário para os outros alunos participantes do curso”. Diante disso, consideramos que houve controle da pesquisadora sobre a sequência (enquadramento forte), já que ela programou para o fim de cada etapa a produção de relatórios e a apresentação. No entanto, observamos uma união entre as categorias pesquisadora e participantes, classificação fraca com relação aos conceitos de Basil Bernstein, quando os licenciados tomaram o papel de “transmissores”, apresentando suas problematizações e decisões aos colegas.

Lorin (2015) desenvolveu sua coleta/produção de dados na disciplina de Modelagem Matemática da Licenciatura em Matemática de uma universidade federal do Paraná, contando

com a participação de doze licenciandos. Ela analisou quatorze encontros, nos quais foram desenvolvidas seis “atividades” de Modelagem Matemática, “introduzidas gradativamente, de acordo com os três momentos de familiarização, com o intuito de promover a familiarização dos alunos com esse tipo de atividade” (LORIN, 2015, p. 40). Sobre familiarização, Lorin (2015) teve como referência Almeida, Silva e Vertuan (2012)⁶⁰, que trouxeram três momentos nos quais observamos que o controle do professor vai diminuindo e as decisões (sobre situação-problema, coleta e análise de dados, escolha de variáveis e de conceitos matemáticos, obtenção e validação do modelo, análise da situação e comunicação da investigação) vão sendo compartilhadas com os alunos, ou seja, em cada um desses momentos há um enfraquecimento do enquadramento com relação ao momento anterior.

No primeiro momento, três “atividades” foram desenvolvidas pela professora da disciplina, sendo observadas pela pesquisadora. Nessas “atividades”, a professora escolheu os temas e, ela e os licenciandos “definiram conjuntamente as variáveis e hipóteses, fizeram as simplificações necessárias, realizaram obtenção e validação dos modelos matemáticos correspondentes aos problemas propostos, bem como as análises de cada um dos modelos” (LORIN, 2015, p. 41). No segundo momento, a professora desenvolveu duas atividades e a pesquisadora uma. Nessas “atividades”, os temas foram propostos por elas, e os licenciandos tomaram as demais decisões. No terceiro momento, os licenciandos, divididos em grupos, escolheram o tema e desenvolveram “atividades” de Modelagem Matemática. Ponderamos que, entre os três momentos apresentados por Lorin (2015), ocorreu um enfraquecimento do enquadramento, principalmente diante da escolha dos temas. No Quadro 10 trazemos “atividades” apresentadas por Lorin (2015) e a seguir as relacionamos aos conceitos de regras de reconhecimento e realização de Basil Bernstein.

⁶⁰ ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

Tema: Pipoca

As embalagens de milho de pipoca para serem estouradas no forno micro-ondas apresentam, em geral, a seguinte informação: "o tempo ideal para retirar a pipoca do forno micro-ondas varia entre 2 e 5 minutos, dependendo da potência do forno de micro-ondas. Mas em geral, o instante ideal para tirar o pacote do micro-ondas é quando o tempo entre um estouro e outro for superior a 2 segundos". Os fornos de micro-ondas geralmente possuem um botão para programar o tempo de preparo das pipocas. Com a finalidade de observar a adequação, desse tempo, considerando que o fabricante deve ter feito um trabalho empírico para implementar esse tempo nos fornos de micro-ondas fabricados, foram estourados quatro pacotes de 100g de milho de pipoca de mesma marca em um forno de micro-ondas cujo tempo programado da pipoca é de 2 minutos e 50 segundos, ou seja, 170 segundos. Utilizando uma balança digital mediu-se a massa de 100 grãos de milho de pipoca. Obtendo a medida aproximada de 14gramas. Então um pacote de pipoca de 100gramas contém 715 grãos de milho de pipoca, aproximadamente. Os dados coletados constam na tabela.

Tabela: Dados obtidos com o preparo de quatro pacotes de pipoca

Pacote de pipoca	Quantidade inicial de milho (grãos)	Instante do primeiro estouro	Instante em que o pacote foi retirado do micro-ondas (em segundos)	Grãos que não estouraram
Pacote 1	715	96	170	52
Pacote 2	715	97	170	75
Pacote 3	715	92	170	63
Pacote 4	715	98	170	40

Primeiro Momento, apresentado pela professora da disciplina
 Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 83 apud LORIN, 2015, p. 48)

Índice de Motorização no Estado do Paraná

Segundo dados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), o estado do Paraná encontra-se na 2ª posição com relação aos domicílios brasileiros com pelo menos um veículo particular (automóvel ou motocicletas), conforme aparece na figura. Em 2009, 61,7% dos municípios paranaenses já contavam com pelo menos um veículo particular.

A exemplo do que ocorre no Brasil, todo o crescimento do setor automobilístico tem tido o padrão de mobilidade urbana. No âmbito nacional, o IPEA apontou que quase metade dos municípios brasileiros (47%), em 2009, já possuía automóvel ou motocicletas para o deslocamento de seus moradores. De 2008 para 2009, por exemplo, o percentual de domicílios com automóvel ou motocicletas subiu de 45,2% para 47%. No entanto, isso não inviabiliza a utilização de transporte coletivo. Segundo dados do IBGE, a população de quase metade dos domicílios do país ainda é muito dependente dos sistemas de transporte público.

Posse de automóvel ou motocicleta por UF



parágrafos de texto escrito – contendo informações sobre o tema – e, uma ou duas tabelas com dados numéricos. Um dos grupos (representado na primeira coluna do Quadro 10) apresentou o tema que escolheu para o terceiro momento exatamente como a professora. Consideramos que nesse grupo os licenciandos reconheceram a apresentação do tema feita pela professora e realizaram a apresentação do seu tema conforme esse reconhecimento. Dessa forma, em relação aos conceitos de Basil Bernstein, dizemos que eles haviam se apropriado, no contexto das aulas com Modelagem Matemática que participaram, de regras de reconhecimento e realização para a apresentação do tema. Já o outro grupo (segunda coluna do Quadro 10), recontextualizou a apresentação dos dados numéricos feita pela professora, ao invés de duas tabelas, o grupo utilizou dois gráficos. Assim, consideramos que os alunos, quando têm determinado controle sobre a prática pedagógica (no caso de Lorin (2015) sobre a escolha e apresentação do tema) podem, assim como o professor, recontextualizar pedagogicamente algumas formas de apresentação, sem que possamos afirmar que eles não haviam se apropriado de regras de reconhecimento e realização.

A coleta/produção de dados de Schütz (2015) ocorreu na disciplina de Métodos Matemáticos da Licenciatura em Matemática de uma universidade federal do Rio Grande do Sul. Essa disciplina foi criada por meio de uma reformulação das disciplinas de Cálculo Numérico A e Equações Diferenciais Ordinárias A, daquela universidade. O envolvimento com a Modelagem Matemática, pelos oito licenciandos participantes, deu-se por meio do “projeto” final da disciplina. O tema desse projeto foi escolhido pelos licenciandos, então pressupomos que eles tivessem certo controle em relação aos seus projetos, enfraquecendo o enquadramento. No entanto, Schütz (2015) salientou que os projetos propostos pelos licenciandos teriam que contemplar o máximo possível de conteúdos da disciplina (Métodos Matemáticos). Em relação a isso, observamos um fortalecimento do enquadramento quanto à seleção dos conceitos de matemática utilizados nos projetos de Modelagem Matemática. Sobre a contemplação dos conteúdos, Schütz (2015, p. 45) afirmou que os licenciandos ficaram apreensivos e, diante disso, “foi esclarecido que inicialmente fossem pensando em temas (assuntos) que gostariam de investigar e não propriamente nos conteúdos envolvidos para a sua resolução, pois a professora os auxiliaria quanto a possibilidade ou não de explorá-los”. No trecho referenciado, observamos (de início) um enfraquecimento da classificação, com relação à preocupação da professora da disciplina sobre a apreensão dos licenciandos e com a oferta de auxílio. No entanto, “quanto a possibilidade ou não de explorá-los”, vinda sob orientação da professora, ponderamos que a classificação foi forte, pois pareceu ser da

professora (por sua posição) a escolha final do tema, o que fortaleceu também o enquadramento da seleção.

Schütz (2015, p. 45) trouxe que, para que os licenciandos compreendessem a Modelagem Matemática e escolhessem seus temas, foram indicadas referências bibliográficas, não discutidas nas aulas. Isso nos dá indícios em relação ao controle dos licenciandos sobre quais das referências estudar, em qual ordem e ritmo, e que aspectos considerar mais importantes. Diante disso, no estudo sobre Modelagem Matemática indicado em Schütz (2015), consideramos que o enquadramento foi fraco. Quanto aos prazos, que definiram o ritmo do desenvolvimento dos projetos, Schütz (2015, p. 45) trouxe que “como os alunos estavam demorando para se definir quanto ao tema, a professora estipulou um prazo para que entregassem as propostas de temas para serem analisadas e discutidas entre o grupo, a professora e a pesquisadora”, consideramos que isso indica um enquadramento fraco do ritmo, com prazos definidos a partir da ação (ou falta dela) dos licenciandos. Sobre o prazo de entrega dos projetos, Schütz (2015) o justificou pelo período de fechamento das notas das disciplinas, segundo o calendário acadêmico da universidade. Diante disso, tendemos a acreditar que esse prazo foi prorrogado ao máximo, para disponibilizar mais tempo aos licenciandos, o que também caracterizamos com enquadramento fraco.

Braz (2017) fez a maior parte de sua coleta/produção de dados na disciplina de Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática de uma universidade estadual do Paraná, contando, nessa parte de sua pesquisa, com a participação de nove licenciandos. Braz (2017, p. 97), seguindo seu referencial teórico para Comunidade de Prática, afirmou que

ainda que tivéssemos ciência sobre os tipos de experiências pelas quais a turma deveria passar não foram definidas datas, quantidade de tarefas a serem propostas e que tarefas (seleção de textos, situações de Modelagem) seriam sugeridas, pois fatores como o tempo didático, as características da turma e o ensino em cultivar uma CoP fizeram com que os encaminhamentos não pudessem ser previstos ou planejados a priori. As atividades ocorridas na disciplina foram delineadas de acordo com as demandas da turma e do professor, buscando formas mais democráticas de direcionamento no desenvolvimento de ações necessárias à formação inicial no âmbito da Modelagem.

Nesse trecho podemos observar, com relação aos conceitos de Basil Bernstein, que o professor da disciplina e a pesquisadora buscaram um enquadramento fraco, principalmente da sequência (“encaminhamentos não planejados a priori”) e do ritmo (“quantidade de tarefas durante a disciplina”). As “formas mais democráticas de direcionamento” também estão ligadas a valores fracos da classificação (união entre as categorias professor/pesquisadora e licenciandos) e do enquadramento (controle compartilhado com os licenciandos).

Segundo Braz (2017), durante as aulas foram discutidos cinco artigos, os licenciandos leram esses artigos previamente, fizeram apresentações em forma de seminário e tiveram discussões sobre eles. A escolha dos dois primeiros artigos abordados foi feita pelo professor da disciplina, os outros três textos foram escolhidos, dentre uma lista apresentada pelo professor, pelo grupo que o apresentou (havia três grupos, cada um apresentou um artigo para o restante da turma). Diante disso, observamos um enfraquecimento do enquadramento quanto à seleção, quando a escolha deixou de ser apenas do professor e passou a ser dos licenciandos (mediados pelo professor). Comparando os estudos sobre Modelagem Matemática trazidos em Schütz (2015) e Braz (2017), em termos do conceito de enquadramento, na primeira pesquisa o enquadramento foi mais fraco que na segunda, já que, segundo Schütz (2015), o estudo das referências bibliográficas ficaram a critério (sob o controle) dos licenciandos e, no contexto analisado por Braz (2017), esse estudo ocorreu na sala de aula, contando assim com mais controle do professor.

O professor da disciplina analisada em Braz (2017) orientou quatro “atividades” configuradas de acordo com os *Casos* 1, 2 e 3 (BARBOSA, 2004) (nota de rodapé 53). Dessas, três foram acompanhadas pela pesquisadora e mencionadas em Braz (2017). As duas primeiras “atividades” assemelharam-se ao *Caso* 1 (BARBOSA, 2004) (nota de rodapé 53), com relação a isso, Braz (2017, p. 128) afirmou que “nessas duas atividades, os processos de formulação do problema, a simplificação e a coleta de dados foram conduzidos pelo professor por meio de discussões com a turma, e o processo de solução por professor e alunos”. De acordo com os conceitos de Basil Bernstein, nessa condução o professor da disciplina teve maior controle, assim o enquadramento foi forte. A terceira “atividade” foi desenvolvida conforme o *Caso* 3 (BARBOSA, 2004), o que pressupõe maior controle dos licenciandos, ou seja, enquadramento mais fraco.

Ainda, segundo Braz (2017), cada grupo elaborou e propôs ao restante da turma uma “atividade” de Modelagem Matemática. Nessa “atividade”, o professor permitiu que o grupo de licenciandos tivesse o poder e o controle sobre a aula (“transmissão”) referente a sua “atividade”. Diante disso, os valores da classificação e do enquadramento foram muito fracos na relação entre professor e licenciandos. Não discutimos a relação entre licenciandos do grupo responsável pela “atividade” (atuando como professores) e licenciandos dos demais grupos (atuando como alunos), pois ela está imbricada nas análises de Braz (2017).

Corrêa (2017) teve como participantes quatorze licenciandos que cursaram a disciplina Educação Matemática II, de uma universidade federal no Rio Grande do Sul, durante sua coleta/produção de dados. Esses licenciandos participaram de três “atividades” que seguiram

princípios da Modelagem Matemática. Essas “atividades” abordaram volume do cilindro e foram desenvolvidas conforme as etapas sugeridas por Biembengut e Hein (2003) (nota de rodapé 61). Observamos que o encaminhamento das três “atividades” trazidas em Corrêa (2017) foi semelhante ao das sete propostas apresentadas por Biembengut e Hein (2003, 2018), porque essas “atividades” foram divididas em diversas questões (de mais simples a mais complexas, com relação aos conceitos de matemática aplicados para respondê-las), que auxiliaram no desenvolvimento de modelos. Em termos bernstenianos, dizemos que os encaminhamentos analisados em Corrêa (2017) foram uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), das propostas de Biembengut e Hein (2003, 2018) que envolveram temas como embalagens, ornamentos e abelhas. No entanto, observamos que também houve uma recontextualização, em sentido oposto, entre os referidos encaminhamentos e propostas, pois, diferente de Biembengut e Hein (2003, 2018) – que ao fim das propostas indicaram apenas o que consideraram como modelo matemático) – Corrêa (2017) associou cada uma de suas três “atividades” diretamente a uma (ou duas) etapa(s) sugerida(s) por Biembengut e Hein (2003, 2018), ou seja, a *Interação*, a *Matematização* e/ou a *Modelos Matemáticos*. Assim, a “Atividade 1”, baseada em uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio, foi relacionada à *Interação*, pois, segundo Corrêa (2017, p. 57), nessa atividade “o participante começa a explorar e ter acesso às primeiras informações sobre o objeto matemático estudado”. Na “Atividade 2”, cuja situação-problema foi levantada em um contexto real (CORRÊA, 2017, p. 60), ficaram mais evidentes as etapas de *Interação* e *Matematização*. A “Atividade 3” foi relacionada à etapa *Modelo Matemático*, nela “se faz necessário voltar às etapas anteriores com a finalidade de verificar os procedimentos abordados, compreender e avaliar a validade do modelo construído” (CORRÊA, 2017, p. 56).

As “atividades” apresentadas por Corrêa (2017) indicaram tema, situação-problema, dados e conteúdos/estratégias a serem mobilizados. Ainda, Corrêa (2017, p. 68) trouxe que “finalizando as atividades, é esperado que se iniciasse uma explanação e discussão dos resultados e dos registros emergentes dessa atividade, bem como os processos de tratamentos e conversões, entre licenciandos e ao grande grupo”. Diante disso, consideramos que Corrêa (2017) foi a pesquisa que apresentou maior controle sobre o desenvolvimento da Modelagem Matemática, dentre as pesquisas apresentadas até aqui. Logo, dizemos que o enquadramento foi forte, tanto nas atividades propostas, em que os licenciandos já recebem temas, informações e encaminhamentos decididos, quanto nas apresentações feitas por esses participantes, nas quais Corrêa (2017) esperou (teve como critério de avaliação) que os

licenciandos tratassem dos registros, tratamentos e conversões (Registros de Representação Semiótica).

Mendes (2018) teve como contexto de coleta/produção dos dados a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I, da Licenciatura em Matemática de uma universidade estadual do Paraná, e contou com a participação de doze licenciandos. Mendes (2018) investigou uma “sequência de atividades” composta por cinco “atividades”, nas quais o objetivo “foi trabalhar os usos da derivada de uma função” (MENDES, 2018, p. 51). Na Atividade 1, a professora da referida disciplina propôs o tema e um conjunto de informações referentes a ele, posteriormente ela apresentou duas situações-problema. Dessa forma ela controlou as seleções e o enquadramento foi forte. No entanto,

após a conclusão da atividade, foi realizada com os estudantes uma discussão a respeito do desenvolvimento das mesmas com o intuito de sintetizar os conceitos matemáticos explorados, as principais dificuldades, os padrões encontrados, os procedimentos matemáticos adotados, dentre outros aspectos. (MENDES, 2018, p. 66)

Consideramos que, nessa discussão, o enquadramento foi enfraquecido, já que, além dos conceitos matemáticos utilizados, os licenciandos puderam falar sobre suas dificuldades e, acreditamos que os “outros aspectos” ficaram sob o controle deles. A Atividade 2, quanto à seleção, seguiu da mesma forma que a 1. As Atividades 3, 4 e 5 foram elaboradas (desde a escolha do tema, cada uma por um grupo de licenciandos participantes da disciplina), houve, assim, um enfraquecimento do enquadramento. Diferente de Braz (2017), a “atividade” de um grupo não foi desenvolvida com os demais colegas, em Mendes (2018), ela foi “solicitada no início do semestre letivo e os grupos deveriam apresentar o relatório da atividade no final do semestre como requisito parcial para aprovação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I” (MENDES, 2018, p. 77), assim, cada grupo que elaborou, resolveu sua própria atividade. Em relação ao desenvolvimento das Atividades 3, 4 e 5 trazemos, no Quadro 11, trechos da descrição de Mendes (2018).

Sobre os encaminhamentos adotados pelo grupo para o desenvolvimento da atividade *Perda de água na distribuição em Uraí-PR*, fica evidenciada a aplicação de um modelo desenvolvido pelo mesmo grupo em atividades anteriores (atividade 1, mais especificamente) em uma situação diferente. Ao fazerem tal aplicação, os estudantes são levados a estabelecerem novas adaptações ao modelo aprofundando, assim, seus conhecimentos.

Neste momento, houve a interferência da professora regente da turma solicitando que os mesmos aplicassem os conhecimentos de derivadas na atividade. Para isso, o grupo definiu um segundo problema a ser solucionado: *considerando o modelo matemático definido, em qual ano haverá a menor perda de água na distribuição?*

Atividade 3, Mendes (2018, p.84)

Determinado o modelo $f(x) = -0,00103x^2 + 0,25335x - 2,89164$ em que f que representa a quantidade de sementes germinadas e x representa o tempo (em horas) de germinação, o grupo respondeu que, considerando um total de 15 sementes, 11 delas serão germinadas em 92 horas, ou seja, determinado um signo de lei para a situação explorada, um entendimento geral sobre o fenômeno foi produzido pelos intérpretes.

Nesta etapa, houve interferência da professora regente da disciplina no sentido de solicitar que o grupo utilizasse conhecimentos de derivada em sua atividade. Sendo assim, o grupo definiu uma segunda situação-

problema para ser respondida com o modelo obtido anteriormente: <i>Em qual tempo ocorre o máximo de germinação de sementes através da concentração de 60% de extrato?</i> Atividade 4, Mendes (2018, p. 89)	
A partir do diálogo transcrito acima é possível inferir que a primeira intenção dos estudantes do Grupo G3 foi ajustar uma função polinomial de grau dois, aproximando a atividade [desenvolvida] por eles, da atividade 2, desenvolvida pelo grupo em aulas anteriores, ou seja, aqui a mesma expande seu modelo anterior aplicando-o em uma nova situação. Atividade 5, Mendes (2018, p. 91)	Ao serem solicitados a aplicarem seus conhecimentos de derivadas na atividade, a resposta do grupo foi de que utilizar derivada nesta atividade possibilitaria responder perguntas como: <i>Quão rápido cresce o número de matrículas</i> ou <i>qual a velocidade de crescimento das matrículas na modalidade EAD.</i> Atividade 5, Mendes (2018, p. 94)

Quadro 11: Atividades 3, 4 e 5 apresentadas por Mendes (2018)
Fonte: Adaptado de Mendes (2018)

Observamos que os três grupos de licenciandos participantes da investigação apresentada por Mendes (2018) buscaram utilizar modelos já obtidos nas Atividades 1 ou 2 (função polinomial de grau 2), das quais participaram. Consideramos que eles reconheceram esses modelos como legítimos no trabalho com Modelagem Matemática, assim buscaram realizar suas atividades utilizando-os. Em termos dos conceitos de Basil Bernstein, os licenciandos apropriaram-se de regras de reconhecimento e realização sobre o desenvolvimento de Modelagem Matemática ao qual tiveram acesso. No entanto, o objetivo da professora nas Atividades 3, 4 e 5 foi a inserção formal de teoremas da derivada, diante disso, ela controlou as situações-problema dos três grupos, para que abordassem tal conteúdo. Com relação a esse controle, dizemos que o enquadramento foi forte.

Ao observar a explicitação inicial dos projetos ou “atividades” (que ocorreram no âmbito da Modelagem Matemática) nas duas teses e nas cinco dissertações discutidas nesta subseção, tivemos indícios sobre como licenciandos em matemática se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática. Quanto ao contexto no qual eles se apropriaram dessas regras, foi recorrente o enfraquecimento do enquadramento ao longo dos projetos/“atividades” propostos, iniciando com maior controle do professor e tendendo ao compartilhamento de tal controle com os licenciandos participantes das pesquisas (ALVES, 2015; BRAGA, 2015; BRAZ, 2017; LORIN, 2015; MENDES, 2018)..

Ainda, ressaltamos que os licenciandos se apropriaram de regras de reconhecimento durante o trabalho com Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004) (nota de rodapé 53), controlado pelo professor. Já a apropriação de regras de realização, se deu quando os licenciandos tiveram parte do controle e produziram *textos* (apresentação dos dados, modelos, ainda como alunos) semelhantes aos que já haviam observado (LORIN, 2015; MENDES, 2018). No entanto, a generalização, baseada nessas apropriações, não os ajudou a elaborar modelos seguindo outros objetivos (MENDES, 2018) e, o enfraquecimento do controle causou apreensões/inseguranças nos licenciandos participantes dessas pesquisas

(BRAGA, 2015; SCHÜTZ, 2015). Relacionamos esses aspectos ao controle, por parte do professor, habitualmente encontrado nas salas de aula e, à associação da matemática com generalizações e neutralidade. Consideramos que essas características podem ser transformadas no trabalho com Modelagem Matemática.

Adiantamos que o envolvimento da Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, analisado na próxima subseção, tem maior relação com Schütz (2015), já que não foram discutidos aspectos teóricos da Modelagem Matemática durante as aulas, as disciplinas estão relacionadas a objetivos matemáticos e esse envolvimento consistiu em um projeto final, com escolhas (do tema, da situação-problema e dos dados para resolvê-la) feitas pelos licenciandos. Porém, no contexto desta dissertação, os projetos não tiveram como pressuposto contemplar o máximo possível de conteúdos trabalhados nas disciplinas, mas sim, ter alguma relação com esses conteúdos, como discutimos na próxima subseção.

3.2.2 Nosso contexto de pesquisa

Nesta subseção analisamos, em nosso contexto de pesquisa, como licenciandos em matemática se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática. Nosso contexto, o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em relação à recontextualização pedagógica e à produção da Modelagem Matemática, é representado por duas disciplinas obrigatórias, que envolveram essa tendência em suas aulas: Geometria II - MAT (MAT01345) e Combinatória I (MAT01066).

Selecionamos essas duas disciplinas porque: elas foram ofertadas em 2018/2, o que coincidiu com nosso cronograma de coleta de dados/produção; contamos com a ajuda da professora responsável por elas, o que facilitou o acesso aos seus cronogramas e objetivos, à observação e gravação das aulas e à digitalização dos materiais entregues pelos grupos de licenciandos; nelas as tarefas de Modelagem Matemática ocorreram aproximadamente por dois meses (de 03 de outubro de 2018 à 05 de dezembro de 2018 em Geometria II – MAT e de 04 de outubro de 2018 à 06 de dezembro de 2018 em Combinatória I), e; o envolvimento dos licenciandos deu-se no domínio da experiência de Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004).

Também escolhemos Combinatória I e Geometria II - MAT pois, ao analisarmos o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do

Sul⁶¹ e os planos de ensino para 2018/2⁶² das disciplinas obrigatórias presentes nele, observamos que não havia uma disciplina específica de Modelagem Matemática. Ainda, vimos que, das quarenta e uma disciplinas obrigatórias que apresentavam turmas naquele semestre, seis⁶³ delas mencionavam explicitamente a Modelagem Matemática em seus planos de ensino. Cinco dessas disciplinas não foram analisadas quanto à recontextualização pedagógica e à reprodução da Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, pois tratavam de aspectos teóricos da referida tendência, tinham o envolvimento com Modelagem Matemática como uma opção de atividade autônoma (podendo ocorrer ou não) ou apresentavam outros focos (podendo o envolvimento com Modelagem Matemática ser resumido).

A disciplina de Combinatória I (MAT01066), cujo objetivo consistia no estudo dos princípios básicos de contagem e das probabilidades discretas, também teve a Modelagem Matemática mencionada explicitamente em seu plano de ensino referente à 2018/2 e, como já trouxemos, fez parte de nosso contexto de pesquisa. Na metodologia do plano de ensino de Combinatória I para 2018/2 foi apresentado um projeto de Modelagem Matemática, como atividade autônoma, da décima a décima oitava semana de aula. Sobre atividades autônomas a Resolução nº 11/2013 do Conselho de Ensino, Pesquisa e Extensão (CEPE) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul⁶⁴ trazia que:

Art. 36 - A carga horária de uma Atividade de Ensino será integralizada por até três dos seguintes componentes: [...] III - atividade autônoma: a quantidade de horas dedicadas pelo discente, sem contato direto com o professor, ao desenvolvimento de tarefas necessárias para a compreensão dos conteúdos abordados e o cumprimento dos objetivos da Atividade de Ensino. (p. 16)

Também a Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul⁶⁵ orientava que:

a atividade autônoma deve, necessariamente, resultar em um objeto de avaliação e deve corresponder ao desenvolvimento de uma ou mais habilidades previstas nos

⁶¹Disponível em:

<https://www1.ufrgs.br/PortalEnsino/GraduacaoCurriculos/ajax/relatorioCurricular/impressaoRelatorioCurricular.php?codCurso=335&codHabilitacao=110&codCurriculo=306&periodoLetivo=2018022&nrEtapasFDC=0>.

Acesso em: 16 out. 2018.

⁶²Com acesso restrito.

⁶³Educação Matemática e Docência I (MAT01211); Introdução às Funções Transcendentes (MAT01209); Combinatória I (MAT01066); Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem em Matemática III (MAT01072); Aplicações da Matemática – A (MAT01073), e; Educação Matemática e Tecnologia (MAT01074).

⁶⁴UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. Resolução nº 11, de 24 de abril de 2013. Estabelecer normas básicas da graduação na Universidade Federal do Rio Grande do Sul, bem como sobre o controle e o registro de suas atividades acadêmicas. Processo nº 23078.018823/12-91, nos termos do Parecer nº 01/2013 da Comissão de Diretrizes do Ensino, Pesquisa e Extensão. Porto Alegre, 2013. Disponível em: http://www.ufrgs.br/cepe/legislacao/resolucoesnormativas/copy_of_Res11NORMASBsicadasGraduaoALTERA DAparapagina4.pdf. Acesso em: 07 mai. 2019.

⁶⁵Disponível em: <http://www.ufrgs.br/prograd/comgrad/kit-comgrad/plano-de-ensino-carga-horaria>. Acesso em: 03 mai. 2019.

objetivos da atividade de ensino. É necessário que o objeto, o roteiro a ser seguido e os critérios de avaliação da atividade autônoma estejam explícitos no Plano de Ensino.

O plano de ensino, para 2018/2, da disciplina Geometria II – MAT (MAT01345) – a qual teve como objetivos a compreensão (construção, análise, uso, leitura crítica) de conceitos e propriedades fundamentais da geometria espacial – apesar de não fazer menção à Modelagem Matemática, apresentava um projeto a ser desenvolvido e apresentado em pequenos grupos, como atividade autônoma. Tal projeto consistia em aplicações da geometria espacial, especialmente com foco em seu ensino na Educação Básica. Diante disso, consideramos que o envolvimento da Modelagem Matemática, nas aulas de Geometria II – MAT, esteve de acordo com o referido projeto.

Ressaltamos que, em 2018/2, Combinatória I e Geometria II - MAT foram lecionadas pela mesma professora. Ela pesquisa Modelagem Matemática no Ensino Superior desde 2006 e costuma convidar seus alunos (licenciandos e mestrands) a trabalhar com essa tendência, em disciplinas cujos conteúdos e objetivos estão relacionados prioritariamente à matemática. Dessa forma, a professora que foi responsável por Combinatória I e Geometria II - MAT contribui com a distribuição da Modelagem Matemática em várias disciplinas da formação, não a restringindo às disciplinas pedagógicas, conforme propõem Barbosa (2001a), Cargnin-Stieler e Bisognin (2009), Malheiros (2014) e Braz, Oliveira e Kato (2018).

Destacamos também, que a disciplina de Geometria II – MAT foi, em 2018/2, sugerida para o segundo semestre do curso de Licenciatura em Matemática, concomitantemente à disciplina de Educação Matemática e Docência I, na qual um dos objetivos era que os licenciandos discutissem aspectos teóricos da Modelagem Matemática. A disciplina de Combinatória I foi, também em 2018/2, proposta para o quarto semestre, no qual se esperava que os licenciandos já tivessem cursado Educação Matemática e Docência I. Apesar de não os analisarmos nesta dissertação, consideramos que os aspectos teóricos da Modelagem Matemática, discutidos em Educação Matemática e Docência I, tiveram influências sobre os licenciandos que cursaram Combinatória I e Geometria II – MAT, tanto em relação à vivência (experiência) da Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004), quanto em relação à apropriação de regras de reconhecimento e realização e à produção de *textos* sobre essa tendência.

Observamos, gravamos e transcrevemos as aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT que envolveram Modelagem Matemática, assim como, digitalizamos os materiais entregues pelos licenciandos. Isso foi feito de acordo com o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE B), que foi assinado pelos licenciandos que cursaram essas

disciplinas em 2018/2. Esse termo continha informações como: nossos dados, objetivos (naquele momento), benefícios da pesquisa e forma de participação do licenciando – que se dá com sigilo de sua identidade e com o uso de suas informações apenas em situações acadêmicas, sem incentivo financeiro e com a possibilidade de desistência da participação. Uma cópia do termo preenchido e assinado pelo licenciando e por nós foi entregue a ele, para que pudesse fazer consultas posteriores sobre sua participação na pesquisa. Ao todo, cinquenta e cinco licenciandos aceitaram participar da pesquisa que compõe esta dissertação, entregando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido preenchido e assinado. Vinte e três desses participantes cursaram Combinatória I e, trinta e dois cursaram, Geometria II – MAT, em 2018/2.

O envolvimento de Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT em 2018/2 deu-se a partir de uma recontextualização da concepção de Jonei Cerqueira Barbosa (CAMPOS; SANT’ANA, 2019, 2020). Houve tanto uma recontextualização dos planos de ensino dessas disciplinas, quanto uma recontextualização da caracterização e dos objetivos de Modelagem Matemática apresentados por Barbosa (2001b).

A recontextualização dos planos de ensino ocorreu principalmente em Geometria II – MAT, com relação ao projeto que previa aplicações da geometria espacial voltadas à Educação Básica. Esse projeto foi recontextualizado para o âmbito da Modelagem Matemática, conforme a relação feita por Barbosa (2001b, p. 9), na qual o *Caso 3*, apresentado na concepção de Modelagem Matemática dele, “é via do trabalho de projetos”. Nesse *Caso*, os alunos formulam e resolvem problemas, também sendo responsáveis pela coleta de informações e simplificação do problema.

Já a recontextualização da caracterização e dos objetivos deu-se em termos do convite aos licenciandos⁶⁶ para o desenvolvimento do referido projeto. Os licenciandos poderiam não aceitar tal convite, já que a atividade autônoma consistia em apenas um quinto de sua nota. Também observamos essa recontextualização nas partes do projeto. Essas assemelharam-se às etapas usadas por Barbosa (2001b, p. 9) para caracterizar três *Casos* de Modelagem Matemática (elaboração da situação problema, simplificação, dados qualitativos e quantitativos, e resolução). Notamos, ainda como recontextualização da caracterização referente à Barbosa (2001b), o pedido da professora das disciplinas para que os licenciandos

⁶⁶ Segundo Barbosa (2001b, p. 6), “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados [...]”.

pensassem primeiro nas perguntas e depois nas respostas⁶⁷. Por fim, com relação aos objetivos, consideramos que os apresentados pela professora de Combinatória I e Geometria II - MAT – usar a matemática para pensar sobre “outras coisas” e “formar professores que fazem conexões entre Matemática e mundo afora” – consistem em recontextualizações, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA M., 2009), do que foi apresentado por Barbosa (2001b, p. 4): “as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea”.

Na maioria das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT, somente os minutos finais foram destinados à Modelagem Matemática. Nesses, a professora orientou os licenciandos sobre as etapas do projeto de Modelagem Matemática que iriam desenvolver e pediu que eles se organizassem em grupos, para discutir ideias e perguntar dúvidas a ela. No Quadro 12, exibimos o cronograma das referidas aulas, em relação às orientações da professora para as turmas, trazendo a etapa (BARBOSA, 2001b) a qual se referiam. Salientamos que, após as orientações para as turmas, nas aulas de 10 de outubro de 2018 a 22 de novembro de 2018, a professora das disciplinas foi até os grupos formados para o desenvolvimento do projeto de Modelagem Matemática, para orientá-los particularmente. Essas orientações não são indicadas no Quadro 12, mas fazem parte da análise de como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática.

Datas das aulas de Combinatória I	Datas das aulas de Geometria II - MAT	Orientações da professora	Relação com etapas
04 de outubro de 2018	03 de outubro de 2018	Convite para formar grupos, para (nos grupos) escolher um tema que fosse de fora da matemática e para justificar essa escolha. Agendamento de uma data para entrega, escrita, dessas escolhas e da justificativa.	<u>Elaboração da situação problema (BARBOSA, 2001b), sob responsabilidade dos licenciandos (Caso 3).</u>
11 de outubro de 2018	10 de outubro de 2018	Convite para elaboração, pelos grupos formados na aula anterior, de no mínimo cinco perguntas sobre o tema que haviam escolhido. Agendamento de uma data para que os grupos entregassem tais perguntas.	
01 de	31 de outubro	Convite para os grupos responderem	<u>Simplificação,</u>

⁶⁷ Segundo Barbosa (2001b, p. 6), “[...] os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

novembro de 2018	de 2018	pelo menos parte ou simplificações de perguntas que elaboraram, utilizando geometria ou combinatória (conforme a disciplina que cursavam) e dados comprovadamente reais.	<u>dados qualitativos e quantitativos, e resolução (BARBOSA, 2001b), sob responsabilidade dos licenciandos (Caso 3).</u>
13 de novembro e 22 de novembro de 2018	14 de novembro e 21 de novembro de 2018	Explicação sobre o texto final a ser entregue por cada grupo e sobre o roteiro que os guiaria em como redigi-lo. No texto final os licenciandos deviam apresentar todo o desenvolvimento de seu projeto de Modelagem Matemática (desde a escolha e justificativa do tema, até a resolução da(s) pergunta(s) por meio da matemática), também deviam indicar como e onde coletaram os dados que utilizaram durante o desenvolvimento de tal projeto. Agendamento de datas e orientações para as socializações dos referidos projetos.	<u>Resolução (BARBOSA, 2001b), sob responsabilidade dos licenciandos (Caso 3).</u>
06 de dezembro de 2018	05 de dezembro de 2018	Socialização dos projetos de Modelagem Matemática. Na socialização, os licenciandos deviam contar aos colegas dos outros grupos sobre o desenvolvimento de seu projeto.	

Quadro 12: Cronograma das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT.

Fonte: arquivo pessoal.

Como mencionamos, a escolha do tema foi de responsabilidade dos licenciandos. Os que cursaram Combinatória I desenvolveram seus projetos de Modelagem Matemática a partir dos temas: álbum de figurinhas da Copa do Mundo 2018, desperdício de alimentos e restaurantes universitários, deslocamento para Campi da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, mobilidade urbana em Porto Alegre/RS, moda sustentável e tetrís. Por sua vez, cada grupo formado pelos licenciandos que cursaram Geometria II – MAT em 2018/2 desenvolveu seu projeto de Modelagem Matemática a partir de um dos seguintes temas: aerodinâmica, analfabetismo no Brasil, arquitetura de Porto Alegre/RS, astronomia, sequência de Fibonacci na natureza, fotografia, geometria molecular e sistema solar.

Para analisar como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem

Matemática, caracterizamos as aulas referidas no Quadro 12, em termos dos conceitos de classificação e enquadramento. Diferente da subseção anterior, dividimos tal caracterização em duas partes: contexto instrucional e contexto regulador. Também, a análise do *texto* produzido pelos licenciandos, a partir da apropriação de regras de reconhecimento e realização, é discutida na próxima seção desta dissertação (3.3). A caracterização das aulas, que envolveram Modelagem Matemática, nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT com relação ao contexto instrucional nos baseou na escrita de dois artigos (CAMPOS; SANT'ANA, 2019, 2020), cujas considerações comentamos a seguir.

Em Campos e Sant'Ana (2020), caracterizamos as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT, com foco nos indicadores: “conhecimentos/assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 315-318), com relação a seleção, sequência, ritmagem e critérios de avaliação; “exploração/discussão dos assuntos em estudo” (SANTOS, 2010, p. 319) para as relações intradisciplinares, e; “trabalhos/[atividades] a realizar” (SANTOS, 2010, p. 320-322)⁶⁸ para a relação entre a matemática e os temas escolhidos pelos grupos para o desenvolvimento de seus projetos de Modelagem Matemática (relações interdisciplinares, entre conhecimento acadêmico e não acadêmico e entre conhecimento acadêmico e vivências dos licenciandos). Os indicadores apresentados por Santos (2010) anunciam relações (entre conhecimentos/assuntos, entre professor e alunos, e entre alunos) a serem observadas, analisadas e caracterizadas em termos da classificação ou do enquadramento. Enquanto que, os descritores apresentados por ela relacionam cada indicador a um valor da escala de classificação/enquadramento (C^{++}/E^{++} , C^+/E^+ , C^-/E^- e C^{--}/E^{--}), por meio da descrição de relações de poder e controle entre professor e alunos e entre conhecimentos e vivências.

No referido artigo, observamos valores da classificação e do enquadramento (em geral) fracos, pois a Modelagem Matemática propiciou que as categorias matemática e temas dos projetos (trabalhos/atividades a realizar) estivessem unidas, assim como, os licenciandos puderam controlar a exploração ou a discussão de diferentes assuntos que fizessem parte de combinatória ou geometria (assuntos em estudo). Também, a professora das disciplinas partilhou com os licenciandos o controle (as decisões) sobre a seleção, sobre parte da sequência e da ritmagem dos conhecimentos/assuntos em estudo, já que: os licenciandos selecionaram os temas de seus projetos e o assunto pertencente à combinatória/geometria (princípios de contagem, princípio da casa dos pombos, geometria plana, geometria espacial,

⁶⁸ Colocamos entre colchetes as palavras traduzidas do português escrito em Portugal para o português escrito no Brasil, como *actividade* para atividade, *selecção* para seleção e *académico* para acadêmico.

...) que utilizariam para desenvolvê-lo; a sequência dos grupos nas socializações não foi controlada pela professora (houve um sorteio para definir a ordem em que os grupos apresentariam), e; a ritmagem do projeto de Modelagem Matemática foi controlada pelos licenciandos, principalmente quando puderam selecionar, para responder, parte ou simplificações das (cinco) perguntas que elaboraram.

Valores mais fortes do enquadramento foram observados quando a professora de Combinatória I e Geometria II – MAT pediu que os licenciandos fizessem as perguntas e, somente depois, pensassem em respondê-las por meio de combinatória ou de geometria. Assim, ela controlou a sequência dos conhecimentos/assuntos em estudo. Também, o enquadramento foi forte em relação aos critérios de avaliação, pois a professora explicou, com pormenor e ilustrações, os conhecimentos/assuntos em estudo. Nessas explicações, ela deu exemplos de como os licenciandos poderiam incorporar combinatória ou geometria em seus projetos e de como redigiriam o texto final contendo todo o desenvolvimento dos referidos projetos.

Em Campos e Sant’Ana (2019), fizemos caracterizações mais gerais. Focando no envolvimento de Modelagem Matemática em aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT com respeito à seleção, à sequência, à ritmagem, aos critérios de avaliação, às relações interdisciplinares, às relações entre conhecimento acadêmico e vivências dos alunos e, às relações entre conhecimentos acadêmicos e não acadêmicos; ao invés de focarmos em indicadores específicos. No entanto, também analisamos o contexto instrucional e nos baseamos no instrumento de caracterização de práticas pedagógicas, em termos da classificação e do enquadramento, apresentado por Santos (2010, p. 315-322).

Também na generalização que apresentamos em Campos e Sant’Ana (2019), as referidas aulas foram caracterizadas com valores (em sua maioria) fracos da classificação e do enquadramento, sendo que a professora das disciplinas partilhou, com os licenciandos, o controle do que seria estudado, do tempo que teriam para estudar e da ordenação dos assuntos. Além disso, observamos que o projeto de Modelagem Matemática ter sido desenvolvido como atividade autônoma contribuiu para valores fracos do enquadramento da ritmagem e da sequência, pois os licenciandos tiveram controle sobre a quantidade e a organização do tempo (extra aula) que necessitavam dedicar à elaboração das entregas parciais (tema e perguntas) e do texto final.

Ainda em Campos e Sant’Ana (2019), consideramos que a caracterização do contexto instrucional, das aulas que envolveram Modelagem Matemática em Combinatória I e Geometria II – MAT, apresentou valores da classificação e do enquadramento semelhantes

aos sugeridos por pesquisas do Grupo ESSA, em especial por Moraes e Neves (2009), para potencializar a aprendizagem dos alunos. Tanto na caracterização, quanto nos valores sugeridos, destacaram-se o enquadramento fraco da ritmagem e forte dos critérios de avaliação (pois a professora das disciplinas explicou e exemplificou como deviam ser feitas as entregas dos temas, perguntas e texto final, ou seja, controlou a produção dos licenciandos), dando-se importância à relação entre conhecimento e vivências, dos licenciandos, e conhecimentos matemáticos. No entanto, essa relação ficou limitada ao desenvolvimento dos temas e das perguntas que os licenciandos escolheram para seus projetos de Modelagem Matemática e aos assuntos de combinatória ou geometria utilizados em suas resoluções. Diante disso, a classificação das relações entre conhecimentos e vivências não teve o valor mais fraco possível, dentre os apresentados pela escala de Santos (2010). Quanto à relação entre conhecimento externo e escola, Fontinhas e Moraes (1993) já haviam adiantado que o primeiro é recontextualizado “pelos óculos das explicações legítimas”. Também, segundo elas, se pensarmos no enquadramento externo, esse é fraco na seleção dos assuntos a estudar (foi muito fraco nas aulas que envolveram Modelagem Matemática, já que a professora pediu que a vivência dos licenciandos permeasse a escolha do tema com o qual os projetos seriam desenvolvidos), e forte em relação às explicações sobre esses assuntos (ligadas aos critérios de avaliação e à combinatória e à geometria, já que o envolvimento da Modelagem Matemática deu-se como atividade autônoma em disciplinas obrigatórias e específicas regidas por resoluções, orientações e planos de ensino).

Para caracterizar o contexto regulador das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT em 2018/2, também utilizamos o instrumento apresentado por Santos (2010, p. 325-328). Dentre os indicadores apresentados por Santos (2010), o que mais relacionamos às referidas aulas foi o “diálogo com os alunos” (SANTOS, 2010, p. 325), que faz parte da análise da relação professor–aluno. Caracterizamos esse indicador com enquadramento forte (E^+) e muito fraco (E^-), respectivamente, porque a professora das disciplinas, às vezes, recorreu a justificativas com base em regras estabelecidas (teve maior controle nos diálogos) e, outras vezes, fundamentou seus argumentos, “apelando aos seus atributos pessoais e aos dos alunos” (SANTOS, 2010, p. 325) (dividiu o controle dos diálogos com os licenciandos), respectivamente. No entanto, observamos que os argumentos e convites feitos por professora de Combinatória I e Geometria II - MAT foram, em geral, justificados e argumentados nas duas disciplinas. Dessa forma, nas aulas que envolveram Modelagem Matemática, não encontramos evidências de

valores muito fortes do enquadramento (E^{++}) em relação ao “diálogo com os alunos” (SANTOS, 2010, p. 325).

Em se tratando do indicador mencionado, trazemos o trecho 1 (TCR1), como exemplo de nossa caracterização do contexto regulador. Esse trecho faz parte da transcrição da aula de 03 de outubro de 2018 da disciplina de Geometria II – MAT.

Professora: Tá, eu quero convidar vocês pra gente fazer projetos que envolvam Modelagem Matemática. [...] Primeira coisa, hum, é: Modelagem Matemática nunca é feita só como matemática... tá? Então essa é a primeira coisa, ela envolve situações de fora da matemática. Situações, o quanto, o quanto, professora? O quanto tu quiser, depende do que que tu te interessa. [...] Certo, então isso aí é o compromisso número um. Compromisso número dois, psiu... Compromisso número dois, e importantíssimo: dados reais. Não existe Modelagem Matemática em realidade inventada, certo? Tem que ser... O que é um dado real, professora? É aquilo que eu meço, aquilo que eu ponho na mão, mas também pode ser aquilo que outra pessoa mediu, certo?

Em TCR1 o enquadramento no “diálogo com os alunos” (SANTOS, 2010, p. 325) foi forte (E^+) quando a professora das disciplinas justificou o uso de situações de fora da matemática e de dados reais como características da Modelagem Matemática. Nessa justificativa, ela se baseou em “regras” estabelecidas pelas concepções da referida tendência, tendo maior controle sobre o diálogo. Já, ao fazer perguntas sobre essas situações e dados e dizer que dependia do interesse dos licenciandos e do que poderia ser medido (dando como exemplo que eles poderiam medir), a professora fundamentou seus argumentos, aludindo a atributos pessoais dos licenciandos, ou seja, partilhando o controle do diálogo com eles. Com relação a essa fundamentação, caracterizamos o enquadramento como muito fraco (E^-).

Em TCR2 (a seguir), também encontramos indícios de enquadramento muito fraco no “diálogo com os alunos” (SANTOS, 2010, p. 325), assim como, partes do trecho que contribuem para a caracterização (em termos do enquadramento) de outros indicadores apresentados por Santos (2010). Esse trecho fez parte da aula de Combinatória I de 01 de novembro de 2018 e o nome do licenciando mencionado pela professora foi substituído por L, a fim de não identificá-lo.

Professora: Depois, quando a gente for, é... Fazer (mais) uma socialização, a socialização vai ser meio por sorteio. É muito possível que não dê, não dê pra todo mundo apresentar, né? Eu sorteio todos os grupos, mas seja quem for que tiver a oportunidade de apresentar, também não vai ser o grupo inteiro, vai ser a pessoa sorteada. Então se eu puxei lá: L. O grupo da L vai ficar por conta da L, que vai (explicar), certo? Isso significa que todos têm que estar muito comprometidos com o grupo. Não vale aquela coisa de botar o nome do coleguinha, esse coleguinha pode ser sorteado (e é a tua nota), tá? É todo mundo comprometido de trabalhar.

A professora das disciplinas justificou o sorteio dos grupos, na socialização, utilizando, como argumento pessoal, a possibilidade de que não desse (por questão de tempo)

⁶⁹ As palavras entre parênteses indicam uma hipótese do que foi falado, pois (no vídeo que foi transcrito) elas ficaram pouco compreensíveis.

para todos os grupos apresentarem. Ela também justificou que todos os licenciandos deveriam estar comprometidos com os trabalhos de seus grupos, argumentando que apenas um licenciando de cada grupo o representaria na apresentação/socialização e, que a nota (atributo pessoal) dos licenciandos poderia ser prejudicada se um integrante do grupo não se comprometesse com o desenvolvimento do projeto de Modelagem Matemática. Diante disso, caracterizamos o enquadramento, no “diálogo com os alunos” (SANTOS, 2010, p. 325), como muito fraco (E^-), porque a professora recorreu a atributos pessoais dos licenciandos (oportunidade de apresentar e nota da atividade autônoma) e, dessa forma, partilhou o controle do diálogo com eles.

Ainda, os argumentos da professora, para o comprometimento de todos os integrantes dos grupos, trouxeram indícios de que ela decidiu (controlou), em conjunto com os licenciandos, o modo de funcionamento do trabalho de grupo. Assim, caracterizamos o enquadramento do indicador “funcionamento dos grupos de trabalho” (SANTOS, 2010, p. 325), que diz respeito à análise da relação professor–aluno, como fraco (E^-). Em relação à caracterização de Modelagem Matemática apresentada por Barbosa (2001b), consideramos que os argumentos da professora para o comprometimento dos licenciandos não divergiram do convite feito a eles, pois consideramos que: quando o grupo chegou à apresentação/socialização de seu projeto de Modelagem Matemática, todos os seus integrantes haviam aceitado o convite e, a partir desse aceite, deviam indagar/investigar o tema escolhido por seu grupo, por meio da combinatória ou da geometria.

Em seu instrumento de caracterização das práticas, Santos (2010, p. 326) também apresentou indicadores e descritores para a relação aluno–aluno. Em TCR2, quanto a essa relação, observamos que o sorteio dos grupos e dos apresentadores, proposto pela professora, objetivou implicar em “uma relação de comunicação igualitária e equilibrada entre todos os alunos da turma” (SANTOS, 2010, p. 326), ou seja, no controle compartilhado entre eles. Assim, caracterizamos a “relação de comunicação (ao nível da turma)” com enquadramento muito fraco (E^-). Mesmo que nem todos os grupos e licenciandos tivessem oportunidade de apresentar, a escolha de quem apresentaria não foi feita pela professora, nem por eles, e, dessa forma, todos tiveram a mesma chance para comunicar.

Ainda quanto à relação aluno–aluno e ao sorteio, em TCR2 observamos que o projeto de Modelagem Matemática não foi apresentado por todos os integrantes do grupo, diferente do descritor relacionado por Santos (2010, p. 326) ao enquadramento muito fraco (E^-): “os trabalhos de grupo são apresentados por todos os elementos, dispondo para tal de iguais períodos de tempo”. Porém, consideramos que a caracterização do enquadramento da

“apresentação/discussão dos trabalhos de grupo” (SANTOS, 2010, p. 326) como muito fraco é a que mais se assemelha ao que ocorreu nas aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT. O enquadramento muito fraco foi considerado, porque os apresentadores foram sorteados, e não escolhidos por seu “estatuto”, sendo que o "estatuto" foi um fator decisivo nos descritores apresentados por Santos (2010, p. 326) para os demais valores do enquadramento.

Como a maior parte dos projetos de Modelagem Matemática foi desenvolvida como atividade autônoma – ou seja, sem contato direto dos licenciandos com o professor – e gravamos em áudio e vídeo apenas as aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT, temos poucos indícios do que, de fato, ocorreu na relação entre os licenciandos, durante o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática. No entanto, a professora das disciplinas, durante as aulas, apresentou algumas sugestões para essa relação. Utilizamos essas sugestões para caracterizar a relação aluno–aluno, trazida por Santos (2010), em se tratando do indicador “realização do trabalho de grupo” (SANTOS, 2010, p. 326). Ou seja, a relação entre os licenciandos foi analisada de acordo com o que a professora sugeriu ou teve como objetivo. Diante disso, observamos (em TCR2) que a professora das disciplinas objetivou o comprometimento, de todos os integrantes do grupo, com o projeto de Modelagem Matemática. Com sua fala, a professora buscou que todos os integrantes do grupo participassem igualmente na realização do projeto de Modelagem Matemática e, que o texto final e a socialização fossem resultado das ideias de todos. Isso implicou na caracterização da “realização do trabalho de grupo” (SANTOS, 2010, p. 326) com enquadramento muito fraco (E⁻).

No Quadro 13, trazemos uma caracterização em termos dos conceitos de classificação e enquadramento, do contexto regulador das aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT que envolveram Modelagem Matemática. Esse Quadro foi inspirado em Prado (2014, p. 61, 94) e no instrumento apresentado por Santos (2010, p. 325-328). Sobre a relação professora e licenciandos, analisamos cinco indicadores. Esses foram apresentados por Santos (2010, p. 325) e conseguimos relacioná-los às referidas aulas, são eles: “relação de comunicação”, “perguntas dos alunos”, “opinião dos alunos”, “funcionamento dos grupos de trabalho” e “diálogo com os alunos” (já mencionado). Quanto à relação entre os licenciandos, nossa análise recaiu sobre os quatro indicadores apresentados por Santos (2010, p. 326): “relação de comunicação (ao nível da turma)”, “realização do trabalho de grupo”, “opinião dos alunos” e “apresentação/discussão dos trabalhos de grupo”. Na relação entre espaços e materiais, da professora e dos licenciandos, analisamos três indicadores apresentados no instrumento de

Santos (2010, p. 327): “utilização dos espaços durante a realização das [atividades]”, “utilização dos materiais durante a realização das [atividades]” e “apresentação/discussão dos trabalhos dos alunos”. Já na relação dos espaços e materiais entre os licenciandos, pudemos analisar, com a observação de aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT, dois indicadores: “organização dos espaços” e “organização dos materiais”. Os indicadores mencionados nesse parágrafo não são escritos no Quadro 13, que é organizado por meio das escalas de classificação e enquadramento e das relações professora–licenciandos e licenciando–licenciando, mas estão implícitos nos descritores apresentados por Santos (2010, p. 325-328), que são apresentados, no Quadro 13, com adaptações para o nosso contexto de pesquisa.

Relação entre sujeitos				
Escala do enquadramento	E ⁺⁺	E ⁺	E ⁻	E ⁻⁻
Relações				
Professora – licenciandos	_____	<p>Nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II - MAT, durante as orientações para a turma (03/10 a 22/11/2018), a professora privilegiou uma relação vertical e unidirecional, mas permitiu interações pontuais entre ela e os licenciandos. Principalmente nas dúvidas sobre as socializações, a professora respondeu diretamente às perguntas dos licenciandos. Nas duas disciplinas, a professora recorreu a justificativas com base em regras estabelecidas (TCR1).</p>	<p>Nas duas disciplinas, durante as orientações particulares aos grupos (10/10 a 22/11/2018) e as socializações (05 e 06/12/2018), a professora promoveu interação com os licenciandos. A professora decidiu, em conjunto com os licenciandos, o modo de funcionamento do grupo de trabalho (TCR2).</p>	<p><u>Controle partilhado nas relações professora – licenciandos:</u> Nas dúvidas sobre o desenvolvimento do projeto de Modelagem Matemática (elaboração das cinco perguntas, uso dos dados, respostas), a professora respondeu às perguntas dos licenciandos promovendo discussão entre eles. Nas duas disciplinas, a professora permitiu que os licenciandos dessem sua opinião e tomou-a em consideração. Também nas duas disciplinas, a professora fundamentou seus argumentos, recorrendo a atributos pessoais dela e dos licenciandos (TCR1 e TCR2).</p>
Licenciando – licenciando	_____	_____	_____	<p><u>Controle partilhado nas relações licenciando – licenciando:</u> Nas duas disciplinas, houve uma relação de comunicação igualitária entre todos os licenciandos (TCR2). Nas duas disciplinas, o objetivo da professora era que todos os integrantes do grupo participassem igualmente no desenvolvimento do projeto de Modelagem Matemática e, que o texto final e a socialização fossem resultado das ideias de todos (TCR2). As opiniões dos licenciandos foram igualmente consideradas. Os trabalhos de grupo foram apresentados por licenciandos sorteados e os grupos dispuseram de iguais períodos de tempo nas socializações (05 e 06/12/2018) (TCR2).</p>

Relação entre espaços				
Escala da classificação	C ⁺⁺	C ⁺	C ⁻	C ⁻
Relações				
Professora – licenciandos	<p><u>Espaços e materiais da professora separados dos espaços e materiais dos licenciandos:</u> Nas duas disciplinas, professora e licenciandos utilizaram apenas seus respectivos materiais durante as orientações dela para a turma (03/10 a 22/11/2018).</p>	<p>Professora e licenciandos ocuparam seus respectivos espaços. No entanto, se seu apoio fosse necessário, a professora deslocava-se até o espaço dos licenciandos.</p>	<p>Os licenciandos ocuparam preferencialmente seu espaço durante a realização do projeto, mas podiam, se considerassem necessário, utilizar o espaço da professora. Durante a socialização dos projetos de Modelagem Matemática na disciplina de Geometria II – MAT (05/12/2018), os licenciandos estavam preferencialmente nos seus espaços, mas um deles apresentou o projeto de seu grupo na frente da sala (espaço da professora).</p>	<p><u>Espaços e materiais da professora unidos aos dos licenciandos:</u> Nas duas disciplinas, quando a professora foi até os grupos, para orientá-los particularmente (10/10 a 22/11/2018), ela e os licenciandos compartilharam espaços na sala de aula. Assim que a professora conversava com determinado grupo, seus integrantes podiam movimentar-se livremente na sala. Principalmente na aula de Combinatória I, em 13/11/2018, professora e licenciandos compartilharam seus materiais durante o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática. Na socialização da disciplina de Combinatória I (06/12/2018) todo o espaço da sala de aula foi compartilhado, entre professora e licenciandos, indiferentemente.</p>
Licenciando – licenciando	<p><u>Espaços e materiais dos licenciandos separados:</u> Nas duas disciplinas, durante as orientações da professora para a turma (03/10 a 22/11/2018), as mesas dos licenciandos estavam dispostas individualmente, em fila. Isso também ocorreu na socialização de Geometria II – MAT (05/12/2018). Nas duas disciplinas, cada grupo teve seus materiais (folhas e arquivos com o desenvolvimento de seu projeto) próprios, no seu respectivo espaço.</p>	_____	<p>Na socialização de Combinatória I (06/12/2018), as mesas dos licenciandos estavam dispostas em “círculo”.</p>	<p><u>Espaços e materiais dos licenciandos unidos:</u> Nas duas disciplinas, após as orientações da professora para a turma (03/10 a 22/11/2018), os licenciandos organizavam suas mesas em grupo. Nas duas disciplinas, dentro dos grupos, os materiais foram compartilhados e ocuparam, indiferentemente, os espaços de todos os alunos.</p>

Quadro 13: Caracterização do contexto regulador das aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT

Fonte: arquivo pessoal

Destacamos que a diferença na organização dos espaços, nas socializações – em fila na de Geometria II – MAT e em “círculo” na de Combinatória I – deveu-se a quantidade de licenciandos que cursavam cada disciplina. A turma de Geometria II – MAT tinha, aproximadamente, dez alunos a mais que a outra, porém, as salas de aula das duas disciplinas tinham quase o mesmo tamanho. Além disso, esclarecemos que a classificação forte (C^+) foi atribuída, à relação entre espaços da professora e dos licenciandos, quando consideramos as aulas de 31 de outubro de 2018 (Geometria II – MAT) e 13 de novembro de 2018 (Combinatória I). Nessas aulas, a professora disse aos licenciandos que poderiam chamá-la se tivessem perguntas a fazer e foi até os grupos que a chamaram. Também, exemplos da classificação fraca entre esses espaços foram observados na aula de 13 de novembro de 2018 (Combinatória I), quando um licenciando foi até a frente da sala conversar com a professora, e, ao fim das aulas, quando alguns licenciandos iam até a mesa da professora para perguntar dúvidas. Outro exemplo da aula de 13 de novembro de 2018 (Combinatória I) foi utilizado para caracterizarmos a classificação como muito fraca (C^-). Nesse, professora e licenciandos compartilharam seus materiais durante o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática, pois um licenciando utilizou o quadro para mostrar a produção de seu grupo e a professora utilizou o celular de um licenciando para ler o questionário que o grupo dele havia elaborado.

Com o Quadro 13, pudemos observar que as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT, em relação ao contexto regulador, tiveram duas partes. Na primeira, em que a professora dessas disciplinas deu orientações às turmas, classificação e enquadramento foram caracterizados com valores mais fortes, porque a relação entre professora e licenciandos foi controlada por ela, professora e licenciandos utilizaram seus respectivos materiais e os licenciandos estiveram dispostos individualmente na sala de aula. Na segunda parte das referidas aulas, na qual a professora orientou os grupos particularmente, os valores da classificação e do enquadramento enfraqueceram, já que o controle das relações, espaços e materiais foi compartilhado entre professora e licenciandos.

Em Campos e Sant’Ana (2019, 2020) observamos que licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriaram de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática em um ambiente de aprendizagem com valores (na maioria das vezes) fracos do enquadramento no contexto instrucional (E^- e/ou E^{--}). Segundo Bernstein (1998), o enquadramento fraco do discurso de instrução (contexto instrucional), implica em um enquadramento também fraco do discurso regulador (contexto regulador).

Diante disso, esperávamos valores também fracos do enquadramento na caracterização do contexto regulador das aulas de Combinatória I e Geometria II - MAT que envolveram Modelagem Matemática em 2018/2. Isso de fato aconteceu ao observarmos a relação licenciando–licenciando (E^-), considerando os objetivos da professora. No entanto, na relação entre professora–licenciandos caracterizamos três indicadores (“relação de comunicação”, “perguntas dos alunos” e “diálogo com os alunos”) com enquadramento forte (E^+). Ainda, com relação à afirmação de Bernstein (1998), salientamos que não observamos indícios de enquadramento muito forte (E^{++}) nas referidas aulas.

Também, com o Quadro 13, pudemos observar que (diferente da caracterização do enquadramento, que tendeu a valores mais fracos), nossa caracterização da classificação, com relação ao contexto regulador, permeou diferentes valores. Isso se deveu às diferenças: entre as partes das aulas que envolveram Modelagem Matemática (parte das orientações às turmas e partes das orientações particulares), e; entre as socializações de Combinatória I e Geometria II – MAT. Com relação aos conceitos apresentados por Prado (2014), licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul apropriaram-se de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática, por meio de uma *imagem de acumulação*, se consideramos a dimensão interacional (caracterizada por meio do conceito de enquadramento), pois os valores do enquadramento que caracterizaram as aulas que observamos foram, em sua maioria, fracos. Já em relação à dimensão estrutural (caracterizada por meio do conceito de classificação), as aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT comportaram uma *imagem flexibilizadora* (PRADO, 2014, p. 94), em relação aos discursos (relações entre conhecimentos e vivências), e, *imagens*, tanto *flexibilizadoras*, quanto *disciplinadoras* (PRADO, 2014, p. 96), em relação aos espaços e materiais.

Com relação às pesquisas discutidas na subseção anterior, os licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul também se apropriaram de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática por meio do enfraquecimento da classificação e do enquadramento, ao longo do projeto de Modelagem Matemática, se considerarmos o contexto regulador. Se considerarmos o contexto instrucional, em nosso contexto a maioria dos valores da classificação e do enquadramento foram fracos, desde as primeiras aulas. Implicações disso são analisadas na próxima seção desta dissertação, na qual discutimos *como licenciandos em Matemática produzem textos sobre Modelagem Matemática*.

3.3 RECONTEXTUALIZAÇÃO PEDAGÓGICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA PELOS LICENCIANDOS (PRODUÇÃO DO *TEXTO* E REGRAS DE RECONHECIMENTO E REALIZAÇÃO)

Nossa pergunta de pesquisa, *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?* Nesta seção é analisada com relação à produção do *texto*, vista como uma recontextualização pedagógica de especificidades da Modelagem Matemática. Segundo Bernstein (1996), *texto* é uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material, por meio da fala, da escrita, de gestos, entre outros. Assim, de acordo com Antunes e Morais (1993), o conceito de *texto* (apresentado por Basil Bernstein) ultrapassa as ideias de escrita ou fala. Em nossa pesquisa, os *textos* produzidos pelos licenciandos, além das falas desses, dizem respeito às escolhas de cartões, que continham especificidades (características e caracterizações) de Modelagem Matemática, apresentados durante uma entrevista, conforme explicamos na próxima subseção e trazemos no APÊNDICE D.

Fizemos a análise dos *textos* produzidos pelos licenciandos em matemática com base em Saraiva (2016) e no conceito de linguagem de descrição de Basil Bernstein. Saraiva (2016, p. 155) trouxe que tal conceito “é um instrumento de tradução em que uma linguagem é transformada noutra, correspondendo a linguagem interna de descrição às teorias e conceitos e a linguagem externa de descrição à fronteira que permite o diálogo entre os dados empíricos e a linguagem interna de descrição”. Em nossa pesquisa, a linguagem interna corresponde aos conceitos de classificação, enquadramento, recontextualização e, principalmente, regras de reconhecimento e realização, apresentados por Bernstein (1996, 1998) e pesquisas do Grupo ESSA (dentre os quais estão Calado (2007), Fontinhas e Morais (1993), Morais e Neves (2005), Saraiva (2016) e Silva, M. (2009)). Enquanto que, a linguagem externa diz respeito à relação entre os *textos* produzidos pelos licenciandos que entrevistamos e os indícios, presentes neles, de: valores, fortes ou fracos, da classificação e do enquadramento; recontextualizações, no mesmo sentido e em sentido oposto, de aulas vivenciadas pelos entrevistados, no âmbito da Modelagem Matemática, e; apropriação de regras de reconhecimento e realização (passiva e ativa ao nível da argumentação/exemplificação) sobre especificidades de Modelagem Matemática.

Sendo as regras o principal conceito da análise apresentada nesta seção, diante da linguagem de descrição, um *texto* que se referiu a especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência, diferenciando-a de outras tendências em Educação

Matemática foi “transformado”, dito em nossa análise, como um *texto* no qual há indícios de apropriação de regras de reconhecimento sobre especificidades de Modelagem Matemática. Já os *textos*, produzidos pelos entrevistados para justificar as especificidades escolhidas por eles como representantes de Modelagem Matemática (dados empíricos de nossa pesquisa), foram dialogados com as regras de realização passiva (linguagem interna de descrição). Por fim, os *textos* relativos aos exemplos (de aulas ou de práticas pedagógicas escolares, no âmbito da Modelagem Matemática), produzidos pelos entrevistados, foram “traduzidos” em termos da apropriação de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação, sobre especificidades de Modelagem Matemática. Os demais conceitos, mencionados no parágrafo anterior, contribuíram para o diálogo entre os dados empíricos (*textos* produzidos pelos entrevistados e aulas de Geometria II – MAT e Combinatória I que envolveram Modelagem Matemática em 2018/2) e o referencial teórico utilizado nesta dissertação.

Na subseção 3.3.1, explicamos a coleta/produção dos dados empíricos, apresentando: a estrutura da entrevista, o contato inicial com os entrevistados, como as entrevistas ocorreram e como foram analisadas. As quatro demais subseções (3.3.2, 3.3.3, 3.3.4 e 3.3.5) correspondem, cada uma, a análise do *texto* produzido por um entrevistado (Entrevistados, 1, 4, 11 e 00, respectivamente), quanto à linguagem interna de descrição, com foco na apropriação de regras de reconhecimento e realização. Assim, dedicamos a seção 3.3 ao objetivo geral desta dissertação, ou seja, a:

Analisar, nos textos produzidos por licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como eles:

- a) reconhecem especificidades da Modelagem Matemática, em algumas de suas concepções, diferenciando-a de outras tendências em Educação Matemática (apropriam-se de regras de reconhecimento);*
- b) justificam as escolhas feitas quanto às especificidades da Modelagem Matemática (apropriam-se de regras de realização passiva);*
- c) exemplificam planejamentos no âmbito da Modelagem Matemática (apropriam-se de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação).*

3.3.1 Metodologias de coleta/produção de dados e de análise

Utilizamos entrevistas, como procedimento de coleta/produção de dados, para analisar *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul produzem textos sobre Modelagem Matemática*, porque “a entrevista, além de permitir uma obtenção mais direta e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo, complementando outras

técnicas, de coleta de dados [...]” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 120). A estrutura de nossa entrevista⁷⁰ teve como base as entrevistas realizadas por Saraiva (2016), no entanto, não temos uma questão semelhante à questão 3 daquela autora. Pedimos, aos nossos entrevistados, que justificassem e exemplificassem apenas as escolhas feitas por eles, pois, se as respostas “esperadas” fossem indicadas pela entrevistadora, poderiam ser transmitidas aos futuros entrevistados. Ainda, nossa pretensão foi dialogar com os entrevistados, observando e buscando esclarecer pontos ressaltados por eles quando justificaram e exemplificaram suas escolhas. Diante disso, consideramos que nossas entrevistas foram semi-estruturadas. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 121), em entrevistas desse tipo

o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, podendo, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, alterar a ordem dos mesmos e, inclusive, formular questões não previstas inicialmente.

Nossa entrevista foi composta por três questões, cada uma delas subdividida em quatro perguntas. A primeira questão, *Características de Modelagem Matemática na Educação Matemática*, teve como objetivo analisar o *texto* produzido pelos entrevistados quanto à apropriação de regras de reconhecimento e realização sobre características da Modelagem Matemática e características do projeto de Modelagem Matemática, vivenciado nas aulas que envolveram Modelagem Matemática nas disciplinas de Geometria II – MAT e Combinatória I (salientemos que todos os entrevistados cursaram pelo menos uma das referidas disciplinas no semestre de 2018/2). A segunda questão da entrevista, *Caracterizações⁷¹ de Modelagem Matemática na Educação Matemática*, teve como objetivo analisar a apropriação (nos *textos* produzidos pelos entrevistados) de regras de reconhecimento e realização sobre distintas caracterizações de Modelagem Matemática e sobre diferenças entre essas caracterizações e caracterizações de outras tendências em Educação Matemática (Resolução de Problemas e Etnomatemática). Com a terceira questão de nossa entrevista, *Objetivos de Modelagem Matemática na Educação Matemática*, buscamos analisar a apropriação das referidas regras sobre objetivos relacionados a distintas concepções de Modelagem Matemática e, sobre a diferenciação entre esses objetivos e os relacionados a concepções de outras tendências (Resolução de Problemas e Etnomatemática).

Nas perguntas 1.a, 1.a’, 2.a, 2.a’, 3.a e 3.a’, buscamos analisar a apropriação de regras de reconhecimento, por meio das escolhas dos entrevistados. Na pergunta 1.a, eles escolheram dentre oito características (*Situações de fora da matemática, Temas, Perguntas, Dados reais,*

⁷⁰ Apresentada no APÊNDICE D.

⁷¹ Durante as entrevistas, denominamos a questão 2 como *Concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Alteramos concepções para caracterizações, em acordo com a seção 3.1 desta dissertação.

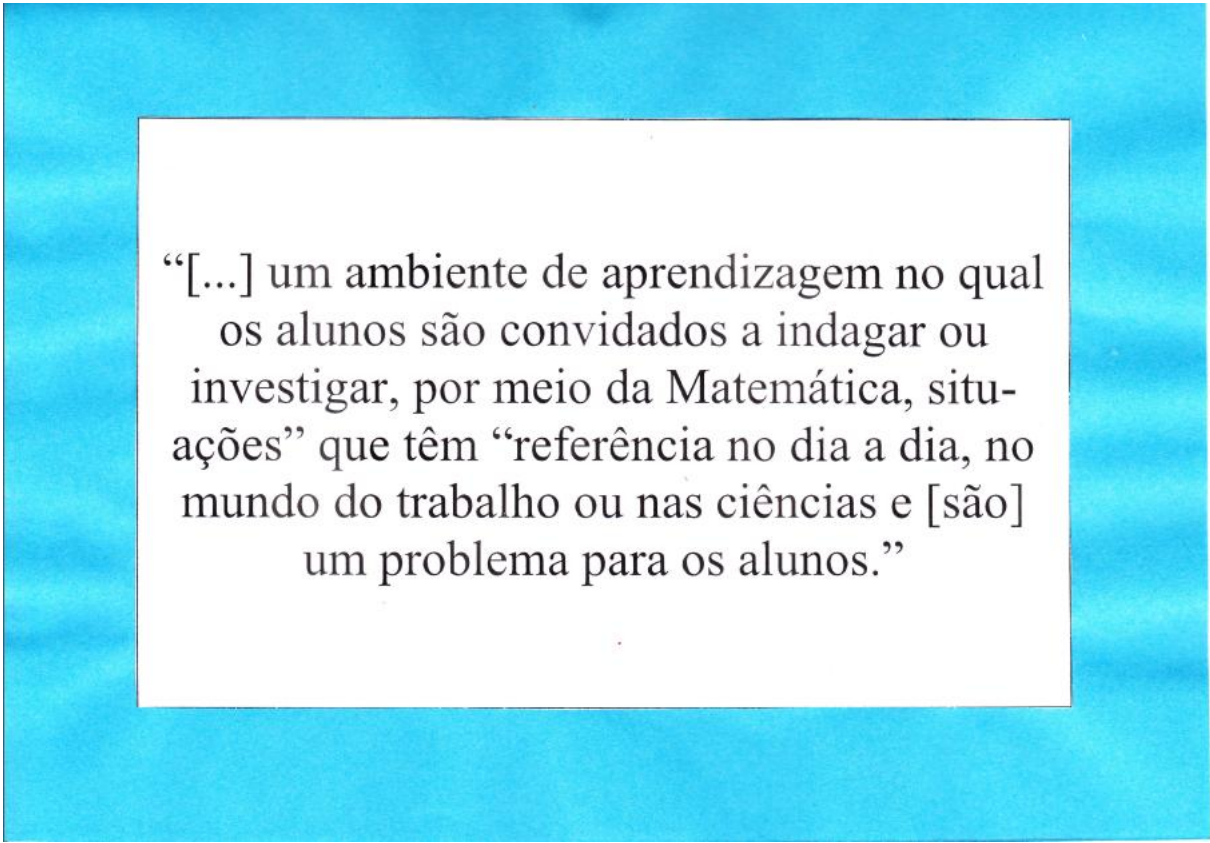
Grupos, Hipóteses simplificadoras, Justificativas e Socializações), a(s) que para eles caracterizava(m) Modelagem Matemática. Na pergunta 2.a, as escolhas foram feitas dentre três caracterizações de Modelagem Matemática (Barbosa (2009a), Bassanezi (2002) e Burak (1992 apud 2017), subseção 3.1.1 desta dissertação), uma caracterização de Resolução de Problemas (Onuchic e Allevato (2011), APÊNDICE D) e uma caracterização de Etnomatemática (Knijnik (2015), APÊNDICE D). Nessa pergunta, os entrevistados deviam escolher qual(ais) caracterização(ões), para eles, era(m) de Modelagem Matemática. Na pergunta 3.a, dentre os objetivos apresentados, os entrevistados escolheram o(s) que, para eles, estava(m) relacionado(s) à Modelagem Matemática. Na questão 3, apresentamos, como objetivos de Modelagem Matemática, os trazidos por Barbosa (2001b, 2009a), Bassanezi (2002) e Burak (2017) (Quadros 4, 5 e 6 desta dissertação, respectivamente) e, como objetivos das outras tendências, os explicitados por Onuchic e Allevato (2011) (Resolução de Problemas, Figura 13, a seguir) e Knijnik (2015) (Etnomatemática, APÊNDICE D).

Para que os entrevistados pudessem fazer suas escolhas, baseamo-nos em Santos (2010, p. 84), que “como procedimento optou [...] por fornecer partes da entrevista aos alunos futuros professores em papel para que estes as pudessem ler, nomeadamente, as opções para determinação da apropriação de regras de reconhecimento [...]” e, em Fontinhas (1991, p. 137), cujo “instrumento” da entrevista foi “apresentado em texto dactilografado, ampliado e colado em cartões coloridos (todas as tarefas respeitantes a cada questão foram apresentadas pela mesma cor)”. Assim, as referidas características (questão 1), caracterizações (questão 2) e objetivos (questão 3) foram apresentados em cartões coloridos, laranjas, azuis e amarelos, respectivamente. Esses cartões fizeram parte do desenvolvimento das questões, pois os cartões escolhidos pelos entrevistados ficaram sobre a mesa (localizada entre entrevistado e entrevistadora) e puderam ser consultados (tanto pelo entrevistado, quanto pela entrevistadora) durante as respostas a todas as perguntas de cada questão. Também, com os textos digitados nos cartões, os entrevistados podiam lê-los e relê-los da forma que quisessem, sem intervenções da entrevistadora (que pudessem enviar as escolhas deles). Além disso, tais cartões contribuíram com a análise das escolhas dos entrevistados, já que os cartões escolhidos foram fotografados pela entrevistadora. Nessas fotografias, as cores diferentes para cada questão facilitaram a identificação das escolhas correspondentes a cada uma delas. Nas Figuras 11, 12 e 13 (a seguir), apresentamos exemplos dos cartões utilizados nas entrevistas.



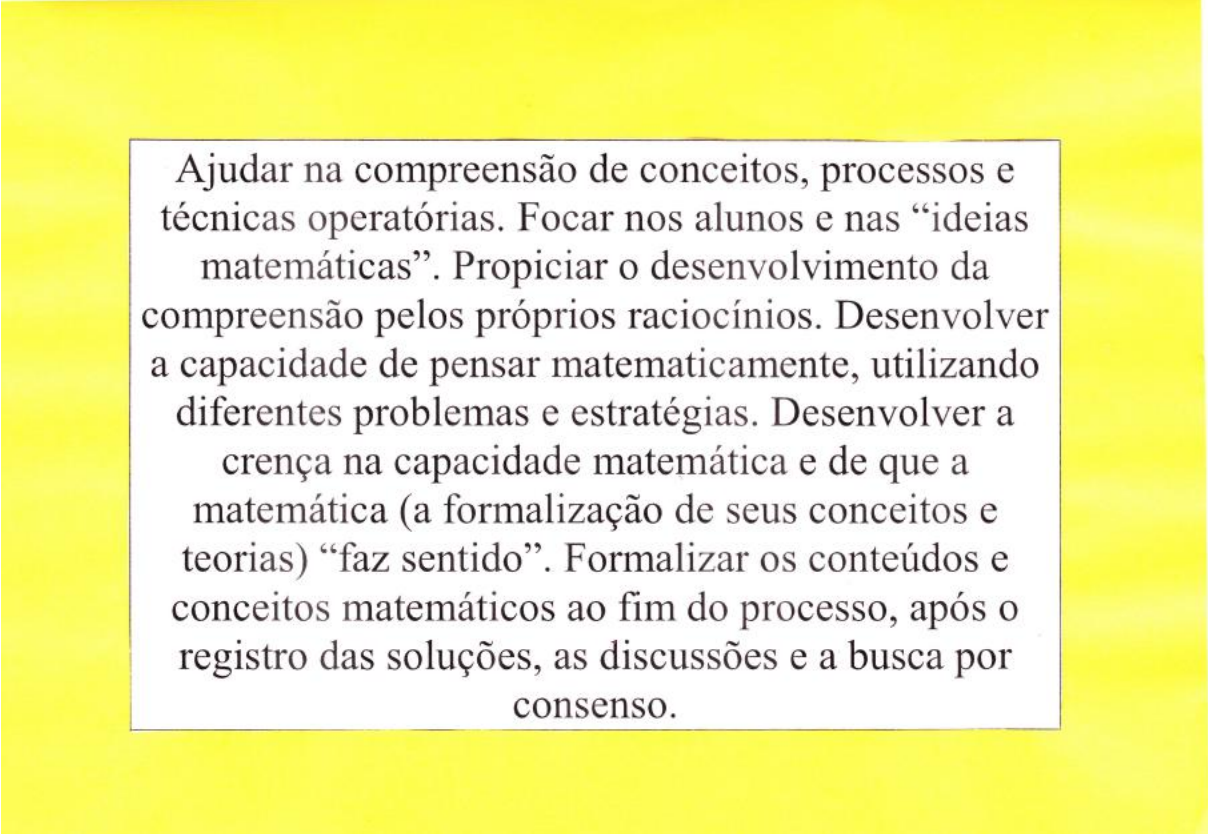
Situações de fora da matemática

Figura 11: Exemplo de cartão da questão 1 da entrevista.
Fonte: arquivo pessoal.



“[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações” que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e [são] um problema para os alunos.”

Figura 12: Exemplo de cartão da questão 2 da entrevista.
Fonte: Adaptado de Barbosa (2009a, p. 3)



Ajudar na compreensão de conceitos, processos e técnicas operatórias. Focar nos alunos e nas “ideias matemáticas”. Propiciar o desenvolvimento da compreensão pelos próprios raciocínios. Desenvolver a capacidade de pensar matematicamente, utilizando diferentes problemas e estratégias. Desenvolver a crença na capacidade matemática e de que a matemática (a formalização de seus conceitos e teorias) “faz sentido”. Formalizar os conteúdos e conceitos matemáticos ao fim do processo, após o registro das soluções, as discussões e a busca por consenso.

Figura 13: Exemplo de cartão da questão 3 da entrevista.

Fonte: Adaptado de Onuchic e Allevato (2011)

As perguntas 1.a', 2.a' e 3.a' consistiam, respectivamente, em indagar se os entrevistados: consideravam como importante, na Modelagem Matemática, alguma característica que não foi apresentada nos cartões laranjas; tinham uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões azuis, e/ou; acreditavam que a Modelagem Matemática permite alcançar objetivo(s) que não foi(ram) apresentado(s) nos cartões amarelos. Se as respostas fossem positivas, o entrevistado era convidado a escrever – em um cartão em branco, com as margens na cor da respectiva questão – a característica, compreensão ou objetivo considerado por ele. A Figura 14 apresenta um exemplo de cartão em branco utilizado para a pergunta 2.a'.

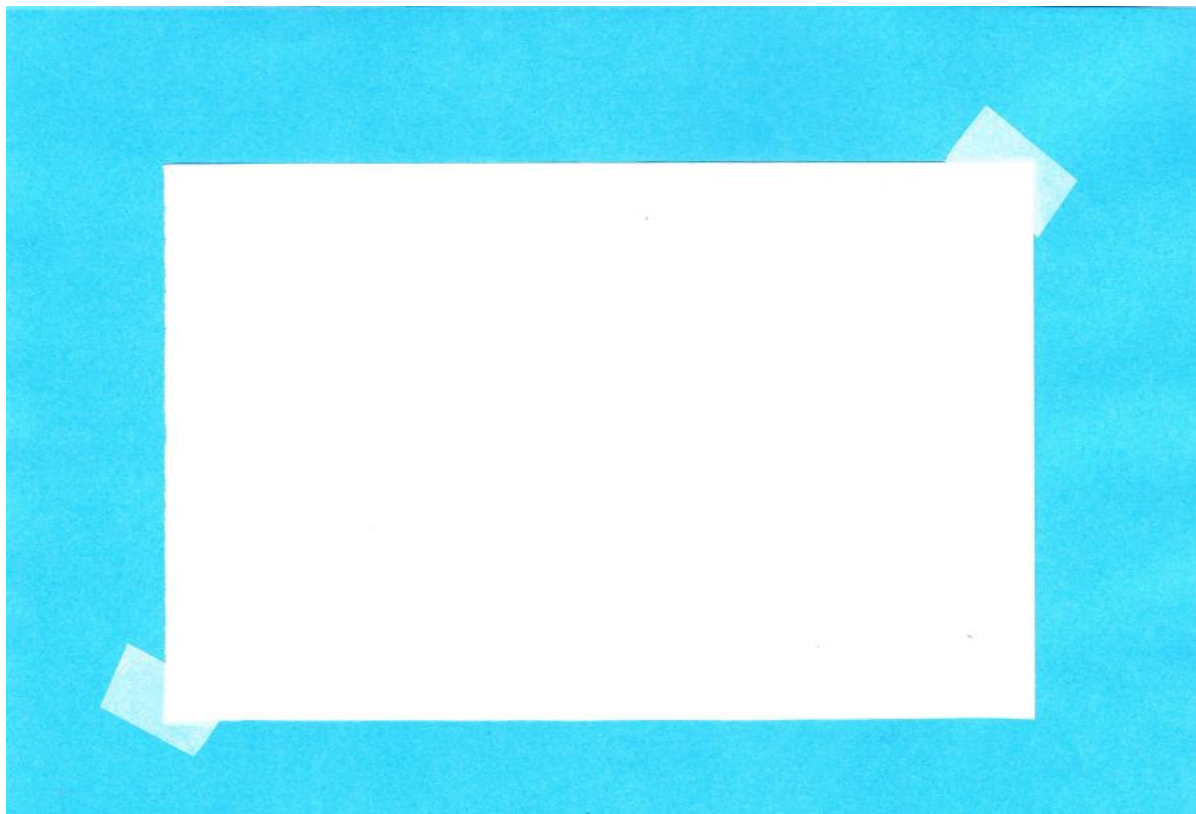


Figura 14: Exemplo de cartão em branco da Entrevista.
Fonte: arquivo pessoal.

Com as perguntas 1.b, 2.b e 3.b, nosso objetivo foi analisar a apropriação, nos *textos* (justificativas) produzidos pelos entrevistados, de regras de realização passiva. Diante disso, pedimos que, na pergunta 1.b, eles justificassem a(s) escolha(s) feita(s) na pergunta 1.a (e a escrita feita na 1.a', caso a tivessem respondido). Na 2.b, pedimos que os entrevistados justificassem a(s) escolha(s) da 2.a (e a escrita da 2.a'). E na 3.b, pedimos a justificativa da(s) escolha(s) feita(s) em 3.a (e da escrita feita em 3.a'). Incentivamos os entrevistados a justificar cada uma das características, caracterizações e objetivos escolhidos por eles.

Com as perguntas 1.c, 2.c e 3.c, queríamos ter indícios sobre a apropriação de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação, nos *textos* (exemplos) produzidos na entrevista. Assim perguntamos aos entrevistados em 1.c: Como tu darias aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, tendo todas essas características⁷²? Em 2.c, pedimos a eles para dar um exemplo de prática pedagógica escolar relacionada a cada caracterização de Modelagem Matemática que tivesse escolhido. E em 3.c, que dessem um exemplo de prática pedagógica escolar baseada nos objetivos de cada cartão escolhido em 3.a (e escrito em 3.a'). Como prática pedagógica escolar, utilizamos a definição de Silva e Oliveira (2014a, p. 319),

⁷² Escolhidas pelo entrevistado em 1.a e escrita em 1.a'.

“relações sociais estabelecidas entre professor e estudantes na sala de aula”, e explicamos tal definição aos entrevistados.

O contato inicial com os licenciandos que cursaram Combinatória I e Geometria II – MAT em 2018/2, para que participassem das entrevistas, foi feito por e-mail, enviado pela professora dessas disciplinas. No e-mail, o número de meu contato foi indicado, para que os licenciandos pudessem esclarecer dúvidas e, para que os interessados agendassem quando seriam entrevistados. Alguns licenciandos enviaram mensagens pelo aplicativo WhatsApp, outros conversaram comigo em um campus da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e me passaram seus contatos. Assim, a data, o horário e o local das entrevistas foram combinados por mensagens. Também, alguns licenciandos que cursaram as referidas disciplinas foram alunos da mesma professora no semestre em que as entrevistas ocorreram (2019/1), ela liberou os interessados, durante uma aula, para que fossem entrevistados.

A partir desses contatos e interesses, ocorreram treze entrevistas, entre 03 de abril de 2019 e 16 de abril de 2019, em salas do Campus do Vale ou da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Essas salas foram reservadas ou disponibilizadas pela professora orientadora desta dissertação. Dentre os entrevistados, seis haviam cursado Geometria II – MAT e sete haviam cursado Combinatória I, em 2018/2. No Quadro 14, apresentamos a identificação dos entrevistados nesta dissertação, a disciplina que cursaram em 2018/2 e a data que a entrevista ocorreu. Sugerimos aos entrevistados que, como identificação na pesquisa, escolhessem a palavra entrevistado e um número (que corresponderia à ordem que as entrevistas ocorreram). Porém, o quinto entrevistado acrescentou dois números a sua identificação, sendo identificado como Entrevistado 05 e, o décimo terceiro entrevistado pediu para ser identificado como Entrevistado 00.

Identificação na pesquisa	Disciplina que cursou em 2018/2	Data da entrevista
Entrevistado 1	Combinatória I	03 de abril de 2019
Entrevistado 2	Combinatória I	03 de abril de 2019
Entrevistado 3	Combinatória I	04 de abril de 2019
Entrevistado 4	Geometria II - MAT	05 de abril de 2019
Entrevistado 05	Geometria II - MAT	05 de abril de 2019
Entrevistado 6	Geometria II - MAT	05 de abril de 2019
Entrevistado 7	Combinatória I	09 de abril de 2019
Entrevistado 8	Combinatória I	09 de abril de 2019
Entrevistado 9	Geometria II - MAT	09 de abril de 2019
Entrevistado 10	Combinatória I	09 de abril de 2019
Entrevistado 11	Combinatória I	09 de abril de 2019
Entrevistado 12	Geometria II - MAT	09 de abril de 2019
Entrevistado 00	Geometria II - MAT	16 de abril de 2019

Quadro 14: Identificações e datas das entrevistas.

Fonte: arquivo pessoal.

Iniciamos cada entrevista com a entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, redigido especialmente para as entrevistas e apresentado no APÊNDICE C. Pedíamos que o entrevistado fizesse a leitura dele e, se concordasse em participar da pesquisa, o preenchesse e assinasse. Nesse termo havia: nossos dados, os objetivos⁷³ e os possíveis benefícios da pesquisa, assim como, a forma de participação dos entrevistados e um espaço a ser preenchido com a data, o horário e o local nos quais cada entrevista ocorreu. Esclarecemos, no termo: que a forma de participação na pesquisa seria a entrevista gravada, com a identidade do entrevistado mantida em sigilo; que as informações seriam utilizadas em situações acadêmicas, não envolvendo forma alguma de incentivo financeiro, e; que o entrevistado poderia deixar de participar da pesquisa quando (e se) desejasse. Como forma de garantir o sigilo da identidade do entrevistado e possibilitar que ele pudesse observar sua participação na pesquisa, inserimos no termo um espaço para que ele indicasse como gostaria de ser identificado (essas identificações foram apresentadas no Quadro 14). A digitalização/cópia do termo, preenchido e assinado pelo entrevistado e por nós, foi enviada/entregue ao entrevistado, para que ele pudesse fazer posteriores consultas sobre sua participação nesta pesquisa.

Após o preenchimento e assinatura do referido termo, pelo entrevistado, iniciávamos a gravação do vídeo e explicávamos que, durante a entrevista, com Modelagem Matemática estávamos nos referindo à Modelagem Matemática na Educação Matemática. Entregávamos os cartões referentes à questão 1 e líamos suas respectivas perguntas, esperando a resposta do entrevistado a uma pergunta para iniciar a leitura da próxima. Após o entrevistado responder todas as perguntas da questão 1, pedíamos que ele identificasse o cartão pergunta 1.a', caso o tivesse escrito, conforme sua identificação na pesquisa. Fotografávamos a(s) escolha(s) feita(s) pelo entrevistado em 1.a (e, se houvesse, a escrita feita em 1.a'), sendo que os cartões escolhidos pelo entrevistado ficavam sobre a mesa, de acordo nossa orientação. Após a foto, recolhíamos os cartões da questão 1 e entregávamos os cartões referentes a questão 2. A referida sequência de procedimentos também ocorreu nas questões 2 e 3 das entrevistas. Havíamos planejado permitir aos entrevistados a alteração de suas escolhas (perguntas 1.a, 2.a e 3.a) ao justificá-las (perguntas 1.b, 2.b e 3.b) ou exemplificá-las (perguntas 1.c, 2.c e 3.c), porém nenhum entrevistado solicitou alterar suas escolhas iniciais.

Os vídeos foram gravados com o celular da entrevistadora, posicionado para que a imagem gravada fosse a da mesa localizada entre entrevistado e entrevistadora. Dessa forma,

⁷³ Anteriores ao Exame de Qualificação.

capturamos as escolhas, os movimentos e as indicações dos cartões enquanto o entrevistado falava. As fotografias das escolhas foram feitas com uma câmera digital, para que a gravação do vídeo não fosse interrompida. A média de duração de cada entrevista (gravação em vídeo, sem contabilizar a leitura, preenchimento e assinatura do termo) foi de, aproximadamente, vinte e cinco minutos.

Por conta da extensão das análises, nesta dissertação observamos o *texto* produzido por quatro entrevistados. Diante disso, selecionamos os *textos* do primeiro e o do último entrevistados (de acordo com a ordem na qual ocorreram as entrevistas) que haviam cursado Combinatória I em 2018/2 (Entrevistado 1 e Entrevistado 11) e, os do primeiro e do último entrevistados que haviam cursado Geometria II – MAT naquele semestre (Entrevistado 4 e Entrevistado 00). Transcrevemos essas quatro entrevistas no mês de maio de 2019. Nessas transcrições, utilizamos as seguintes normas: palavras entre parênteses representam uma hipótese do que se ouviu durante as observações e transcrições; palavras entre dois parênteses ((por exemplo)) representam nossos comentários, indicando ações do entrevistado e da entrevistadora durante a gravação dos vídeos; [...] representa omissão de parte da fala, por não ser considerada importante em nossa análise, e; () representa incompreensão de palavras que foram ditas. Os trechos das entrevistas, nas próximas subseções desta dissertação, são identificados por TxEy, em que x representa a ordem na qual o trecho aparece e $y \in \{1, 4, 11, 00\}$, representa a identificação do entrevistado. Dessa forma, T1E1 refere-se ao primeiro trecho, apresentado nesta dissertação, da transcrição do *texto* produzido pelo Entrevistado 1.

Também, pela extensão das análises e, pelas respostas à questão 3 confirmarem (serem semelhantes) escolhas, justificativas e exemplos dados nas duas primeiras questões da entrevista, nesta dissertação não analisamos as respostas dos quatro entrevistados com relação aos objetivos de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Apresentamos, assim, a análise das entrevistas conforme os *textos* produzidos com relação às questões 1 e 2, referentes a características e caracterizações da Modelagem Matemática na Educação Matemática. Iniciamos a análise de cada questão observando o *texto* produzido e a apropriação de regras de reconhecimento, por meio das fotografias feitas durante as entrevistas. Para nossa organização, essas fotografias foram salvas com a identificação do entrevistado e, entre parênteses, a questão a qual se referiam, por exemplo: entrevistado_1(2).

Em relação à questão 1, as características apresentadas aos licenciandos foram apontadas pela professora e subsidiaram o desenvolvimento dos projetos de Modelagem Matemática durante aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT. Dentre as referidas

características, consideramos que *Situações de fora da matemática, Temas, Perguntas, Dados reais, Hipóteses Simplificadoras e Socialização* caracterizam Modelagem Matemática e, que sua escolha, pelos licenciandos entrevistados, dá indícios de que eles reconheceram, no *texto* produzido durante a entrevista, especificidades dessa tendência.

Quanto a *Grupos e Justificativas...* A formação de *Grupos*, mesmo que seja evidenciada nas pesquisas trazidas nas seções 2.4 e 3.2 desta dissertação e na concepção de Modelagem Matemática apresentada por Dionísio Burak, não tem destaque nas demais concepções de Modelagem Matemática discutidas nesta dissertação. Sendo assim, consideramos que a *Formação de grupos* é uma característica dos campos de recontextualização e reprodução da Modelagem Matemática, aparecendo pouco no campo de produção. Diante disso, não a consideramos como caracterizadora da Modelagem Matemática. As *Justificativas* não estão presentes quando o trabalho com Modelagem Matemática ocorre em ambientes com classificações e enquadramentos muito fortes. E, em práticas pedagógicas com essas características, o professor não justifica suas decisões aos alunos e esses não podem tomar decisões, ainda assim, quando eles as tomam, as justificativas para isso não são consideradas. Observamos que, *Justificativas*, para o trabalho com Modelagem Matemática, podem ser elaboradas durante o planejamento do professor para suas aulas. No entanto, consideramos que essas estão mais ligadas ao trabalho docente do que a caracterizações de Modelagem Matemática.

Em relação à questão 2, caracterizações de Resolução de Problemas e de Etnomatemática foram apresentadas aos entrevistados para analisarmos se eles diferenciavam Modelagem Matemática de outras tendências em Educação Matemática, ou seja, se apresentavam, nos *textos* que produziram, indícios de que haviam se apropriado de regras de reconhecimento e realização sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Resolução de Problemas e Etnomatemática foram selecionadas: porque problemas aparecem tanto na Modelagem Matemática, quanto na Resolução de Problemas, no entanto, segundo Barbosa (2009a, p. 3), “o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências” na Modelagem Matemática, as diferencia, e; porque, segundo Knijnik (2015, p. 17), entre Modelagem Matemática e Etnomatemática, circula um mesmo discurso: “é importante trazer a ‘realidade’ para as aulas de matemática”. Acreditamos que uma diferença entre as caracterizações de Modelagem Matemática e Etnomatemática está na análise de “jogos de linguagem matemáticos de distintas formas de vida” (KNIJNIK, 2015, p. 12), evidenciada pela segunda.

A partir da transcrição das entrevistas, analisamos a apropriação de regras de realização, para cada questão. Em relação à apropriação de regras de realização passiva, consideramos as justificativas produzidas pelos entrevistados nas perguntas 1.b e 2.b e utilizamos como base uma tabela apresentada por Saraiva (2016, p. 273). Nessa tabela, ela ligou, a justificativa (da(s) escolha(s) feita(s) pelos entrevistados) às teorias relacionadas ao assunto da entrevista. Também, as exemplificações foram relacionadas, por Saraiva (2016), com a quantidade de escolhas exemplificadas pelos entrevistados. Dessa forma, consideramos que o entrevistado havia se apropriado de regras de realização passiva (sobre uma questão) se tivesse justificado todas as escolhas (feitas nela) dizendo estar baseando-se em leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente.

Ainda, analisamos a apropriação de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação, no *texto* produzido com relação às questões 1 e 2 da entrevista, por meio das exemplificações apresentadas pelos entrevistados nas respostas das perguntas 1.c e 2.c. Para nós, com base em Saraiva (2016), tal apropriação foi evidenciada quando o entrevistado exemplificou suas escolhas levando em consideração todas as características, ou todos os aspectos apresentados, nas concepções/caracterizações de Modelagem Matemática que ele escolheu. Também, observamos se ele fez tal exemplificação pensando, nele mesmo, como professor que aplicará a prática pedagógica escolar.

Cada uma das próximas quatro subseções é destinada a apresentação e análise do *texto* produzido por um entrevistado. Essa análise se dá, especialmente, em termos da apropriação de regras de reconhecimento e realização (passiva e ao nível da argumentação/exemplificação). Ainda assim, nessas subseções, relacionamos as respostas dos entrevistados (*texto* produzido por eles) ao que ocorreu nas aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT e às pesquisas referenciadas nesta dissertação, buscando convergências, divergências e fundamentações.

3.3.2 Entrevistado 1

Nesta subseção, analisamos o *texto* produzido pelo Entrevistado 1, por meio da apropriação de regras de reconhecimento, de regras de realização passiva e de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação, sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática. Como *texto* produzido, consideramos os cartões escolhidos e/ou escritos pelo entrevistado, assim como as justificativas e exemplos exibidos oralmente. Diante disso, as escolhas não feitas não fazem parte de nossa análise. Também não faz parte de nossa análise, o *texto* produzido pelo Entrevistado 1 quanto a objetivos de

Modelagem Matemática, já que esse *texto* traz informações e indícios muito semelhantes ao das características e caracterizações dessa tendência.

Com base em Saraiva (2016), a escolha/escrita das características e caracterizações (apresentadas ao entrevistado em cartões) diz respeito às regras de reconhecimento; as justificativas (porque escolheu/escreveu determinados cartões), às regras de realização passiva, e; os exemplos de prática pedagógica escolar (SILVA; OLIVEIRA, 2014a), relacionados às características e caracterizações que o Entrevistado 1 escolheu/escreveu, são utilizados para analisar a apropriação das regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação.

Na Figura 15, trazemos as escolhas feitas pelo Entrevistado 1 na pergunta 1.a – na qual pedi que ele escolhesse, dentre os oito cartões que lhe entreguei, os que apresentavam características que, para ele, caracterizavam Modelagem Matemática. O Entrevistado 1, com relação à pergunta 1.a’ da entrevista, disse não haver característica(s), além das apresentadas nos oito cartões, que ele considerava importante(s) para caracterizar Modelagem Matemática.

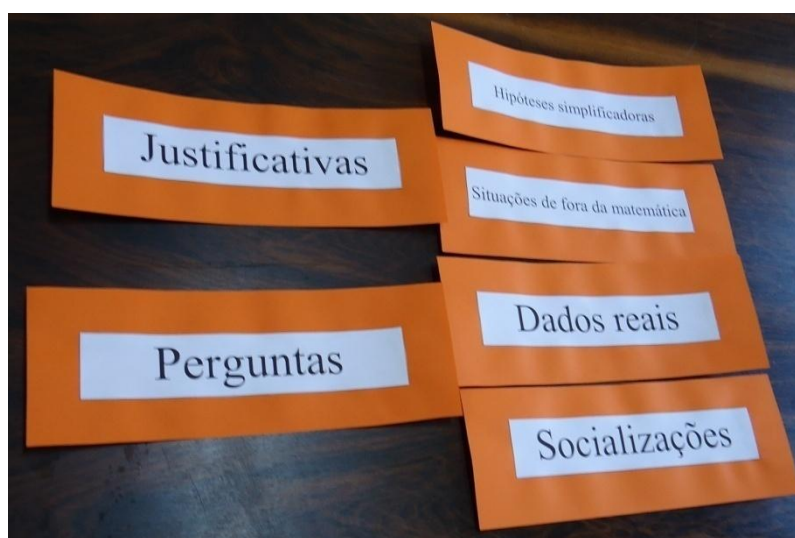


Figura 15: Escolhas do Entrevistado 1 na pergunta 1.a
Fonte: arquivo pessoal

Observamos, na Figura 15, que o Entrevistado 1 escolheu seis características que, para ele, caracterizavam Modelagem Matemática: *Justificativas*, *Perguntas*, *Hipóteses simplificadoras*, *Situações de fora da matemática*, *Dados reais* e *Socializações*. Também consideramos que *Perguntas* é uma das características que caracterizam Modelagem Matemática, pois ela pode ser ligada ao indagar, questionar e investigar, das caracterizações de Barbosa (2001b; 2008; 2009a); à transformação de situações da realidade em problemas matemáticos (BASSANEZI, 2002); ao conjunto de procedimentos (BURAK, 1992 apud 2017), e; à investigação, apontada por Klüber (2012, p. 381) como um dos três

encaminhamentos que se constituem “em momentos inseparáveis da Modelagem Matemática”. Em se tratando de *Hipóteses simplificadoras*, essas podem não fazer parte do trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula, quando esse é baseado em questões fechadas (SANT’ANA; SANT’ANA, 2015), que implicam uma única resposta. No entanto, ao elaborar essas questões, o professor utiliza-se dessas *Hipóteses*, e elas podem ser relacionadas ao “processo dinâmico”, da caracterização de Bassanezi (2002), e ao “conjunto de procedimentos” mencionado por Burak (1992 apud 2017). Diante disso, também consideramos que *Hipóteses simplificadoras* caracterizam Modelagem Matemática.

Situações de fora da matemática e *Dados reais*, a nosso ver, assim como no do Entrevistado 1, são características consideradas para caracterizar Modelagem Matemática, já que essas foram recontextualizações de “situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001b, p. 6) e situações que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências” (BARBOSA, 2009a, p. 3). *Situações de fora da matemática* e *Dados reais* podem, ainda, ser relacionadas: às “situações da realidade”, presentes na caracterização de Modelagem Matemática de Bassanezi (2002); aos “fenômenos presentes no cotidiano do ser humano”, presente na de Burak (1992 apud 2017), e; ao tema, inseparável da Modelagem Matemática, segundo Klüber (2012).

Já *Socializações* foi a característica, mencionada nas aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT, que utilizamos, nas entrevistas, para representar “por meio da matemática” (BARBOSA, 2001b) e “explicar, matematicamente” (BURAK, 1992 apud 2017). Ainda, ela é a característica que mais se aproxima dos modelos matemáticos (BASSANEZI, 2002; KLÜBER, 2012). Diante disso, assim como o Entrevistado 1, consideramos que *Socializações* caracterizam Modelagem Matemática.

Conforme dissertamos na subseção anterior, *Justificativas* não caracterizam um trabalho com Modelagem Matemática que ocorre em práticas pedagógicas escolares em que o professor detem poder e controle (segundo Bernstein (1998), em práticas com valores fortes de classificação e enquadramento) e há apenas perguntas fechadas (que implicam em uma única resposta, segundo Sant’ana e Sant’ana (2015)). Diante disso, consideramos que o Entrevistado 1 havia (até a entrevista) se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre características de Modelagem Matemática, já que, com a escolha de *Justificativas*, ele restringiu caracterizações de Modelagem Matemática a práticas em que poder, controle e resoluções são partilhadas com os estudantes, assim como vivenciou ao cursar a disciplina de Combinatória I em 2018/2. Ainda, com as escolhas feitas pelo Entrevistado 1, na pergunta 1.a, observamos uma recontextualização de caracterizações de

Modelagem Matemática para enquadramentos fracos, pois as *Justificativas* pressupõem que os estudantes podem fazer seleções e tomar decisões e que essas importam ao professor. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 1, em suas escolhas, recontextualizou sua vivência com Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004) no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M. 2009) dessa vivência.

Com relação àquelas escolhas (Figura 15), trazemos o trecho T1E1, transcrito do *texto* produzido pelo Entrevistado 1 em resposta a pergunta 1.b, na qual perguntamos porque ele escolheu as referidas características.

Entrevistado 1: Ahm, hipóteses simplificadoras, porque apesar de trabalhar com dados reais. Ahm, acho que é, por exemplo, numa atividade. Não sei se posso (dizer) assim?

Entrevistadora: Pode.

Entrevistado 1: Num, numa atividade de estimar uma área de um determinado local, uma lagoa. Então é difícil chegar lá, no valor, né? Então, sempre, alguma coisa a gente vai ter que simplificar. Porque, (nossa), são tantas variáveis no mundo real que alguma coisa sempre (vai ser), acaba simplificando.

T1E1

Entrevistadora: Uhum.

Entrevistado 1: Socialização, porque ge, o que eu sei sobre Modelagem é que, ahm... Há mais de uma, geralmente há mais de uma maneira de resolver, né? Então, quando a gente trabalha com Modelagem, possa tomar mais de um caminho. Então essa socialização, acho que é importante pra, debater, conversar sobre as estratégias. Perguntas, porque eu acho que a gente tem que ter um... um norte né? Porque que eu to fazendo essa Modelagem. E a justificativa, que é a resposta, do porque que eu to fazendo isso.

Em T1E1, o Entrevistado 1 iniciou perguntando se poderia justificar a escolha da característica *Hipóteses simplificadoras* por meio do exemplo de uma “atividade”, o que foi permitido por mim. Diante disso, o entrevistado associou essas hipóteses à dificuldade de se trabalhar com variáveis em situações de fora da matemática. Já a escolha das características *Socializações*, *Perguntas* e *Justificativas* foram justificadas pelo Entrevistado 1 pelas diferentes maneiras de resolver e os diferentes caminhos a tomar em um trabalho com Modelagem Matemática. Nessas últimas justificativas, em T1E1, ele também destacou, como importantes, o debate e a conversa sobre diferentes estratégias. Dessa forma, com o *texto* produzido pelo Entrevistado 1, para justificar as escolhas das características *Socializações*, *Perguntas* e *Justificativas*, pudemos confirmar sua recontextualização de caracterizações de Modelagem Matemática para enquadramentos fracos (dos contextos intrucional, ligado às resoluções, e regulador, ligado a debates e conversas). Ainda, ao falar sobre *Justificativas*, o Entrevistado 1 disse: “a justificativa, que é a resposta, do porque que eu to fazendo isso”, o que relacionamos à justificativa da escolha do tema nas aulas de Combinatória I. Nessas, a professora pediu aos licenciandos que justificassem porque escolheram determinado tema para o desenvolvimento de seus projetos de Modelagem Matemática.

Em T2E1, apresentamos as justificativas dadas pelo Entrevistado 1 para a escolha das características *Dados reais* e *Situações de fora da matemática*. Esse trecho também faz parte da transcrição do *texto* produzido pelo entrevistado com relação à pergunta 1.b.

T2E1 **Entrevistado 1:** Tá. Ahm, dados reais porque... porque... não sei. Tudo que eu estudei de Modelagem falava sobre trabalhar com dados reais. E também com situações de fora da matemática. Mas esse aqui ((referindo-se ao cartão de *Situações de fora da matemática*)) eu fiquei um pouco em dúvida, que eu acho que não necessariamente precisa ser de fora da matemática. Acho que poderia ser alguma coisa de fora da matemática, também. Mas acho que de tudo assim que eu vi sobre, sempre se trabalha com situações de fora.

Em T2E1, observamos uma dúvida do Entrevistado 1 sobre uma característica primordial na caracterização de Modelagem Matemática. As *Situações de fora da matemática* são apontadas por Barbosa (2002; 2004) e trazidas por Oliveira (2016) como um termo geral para tratar de Modelagem Matemática, apesar dos distintos entendimentos sobre essa tendência. Apesar de achar que “não necessariamente precisa ser de fora da matemática”, o Entrevistado 1 fez sua escolha baseando-se no que “viu” sobre Modelagem Matemática e diante disso, com relação ao *texto* trazido em T2E1, consideramos que ele havia se apropriado das regras de realização passiva, já que justificou a escolha de *Dados reais* e *Situações de fora da matemática* dizendo estar baseando-se no que estudou e viu, ou seja, em leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente.

Voltando a T1E1, observamos que as justificativas para a escolha de *Hipóteses simplificadoras* e *Socializações* seguem o mesmo modo das apresentadas em T2E1, porque o Entrevistado 1 as baseou numa atividade ou no que sabia sobre Modelagem Matemática. No entanto, ao falar sobre *Perguntas* e *Justificativas*, ele usou o termo “eu acho”. Diante disso (e com base em Saraiva (2016, p. 273), que associou a apropriação da realização passiva à menção de estudos anteriores), consideramos que, ao justificar as características que escolheu para caracterizar Modelagem Matemática, o Entrevistado 1 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva.

Em T3E1, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 1 quando perguntei como ele daria aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, com todas as características escolhidas por ele na pergunta 1.a. Esse *texto* diz respeito a pergunta 1.c da entrevista e sublinhamos as características elencadas pelo entrevistado ao longo de seu exemplo, para melhor identificá-las.

T3E1 **Entrevistado 1:** Um exemplo é estimativa que eu acabei de dar. Estimativa de uma área de uma lagoa, por exemplo. De uma lagoa, sei lá, uma lagoa aqui do Rio Grande do Sul, alguma. Que trabalha com tudo isso, né? Tem que ter uma pergunta, uma justificativa, do porque que a gente tá fazendo isso. Algumas coisas a gente vai ter que simplificar. Pode, essa atividade ela pode ser realizada no computador, com o uso de algum *software*. Por exemplo, o *GeoGebra*. Ahm, é uma situação que é de fora da matemática, né? Não é comum em aula a gente fazer

essa tarefa. Usa dados reais. E eu acho que a proposta ideal seria no final, né, de uma aula assim socializar, ahm... Com a turma, né, o que cada um fez, o que que cada um pensou, estratégias, (afins).

Observamos, em T3E1, que todas as características escolhidas fizeram parte do exemplo de aulas dado pelo Entrevistado 1. Também, observamos que ele mencionou “a gente tá fazendo”, “a gente vai ter que” e “a gente fazer”, como perguntamos de que modo ele daria aulas, consideramos que essas falas dão indícios do trabalho conjunto entre professor (Entrevistado 1) e estudantes, no âmbito da Modelagem Matemática. Diante disso, com base em Saraiva (2016), dizemos que o Entrevistado 1 havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre características de Modelagem Matemática, exemplificando todas as que escolheu para caracterizar essa tendência.

Nas primeiras frases de T3E1, observamos que o controle, nas aulas exemplificadas, foi do professor (Entrevistado 1), ao selecionar o tema, enquanto que, nas últimas frases desse trecho, observamos um compartilhamento do controle com a turma, pois o Entrevistado 1 considerou que os estudantes participantes de suas aulas poderiam fazer, pensar e ter estratégias diferentes para socializar. No entanto, o Entrevistado 1 indicou uma forma de fazer as referidas estimativas, com o uso de algum *software*, que poderia ser o *GeoGebra*. Dessa forma, fortaleceu seu controle (como professor que daria as aulas) sobre os materiais a utilizar. Assim, no exemplo de aulas dado pelo Entrevistado 1, o enquadramento foi forte na seleção do tema e dos materiais a utilizar, e fraco em relação às estimativas (resoluções) da área de uma lagoa do Rio Grande do Sul. Ainda, consideramos que a sugestão de uso do *software GeoGebra* pode ter sido baseada nas vivências do Entrevistado 1 na Licenciatura em Matemática, pois, ao analisarmos os planos de ensino das disciplinas obrigatórias desse curso, notamos que o uso do *GeoGebra* foi mencionado em três disciplinas (sugeridas para serem cursadas nos primeiros quatro semestres)⁷⁴, seja para exploração de geometria plana e espacial, seja para investigação de funções transcendentais.

Outra frase do Entrevistado 1, que chamou nossa atenção, foi: “não é comum em aula a gente fazer essa tarefa”, logo após falar das *Situações de fora da matemática*. Consideramos que a “tarefa” mencionada pelo Entrevistado 1 refere-se ao trabalho com Modelagem Matemática. No entanto, durante a entrevista, nas quais meu objetivo era observar unicamente

⁷⁴Três disciplinas obrigatórias da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul na qual o *GeoGebra* foi mencionado nos planos de ensino: Geometria I – MAT (MAT01341), Geometria II – MAT (MAT01345) e Introdução as funções transcendentais (MAT01209). Consideramos as sugestões de disciplinas para os primeiros quatro semestres, pois o Entrevistado 1 cursou Combinatória I em 2018/2, sendo essa uma das disciplinas sugeridas para o quarto semestre do referido curso.

a apropriação de regras de reconhecimento e realização, alguns questionamentos (em qual aula? Da graduação? Da Educação Básica?) foram deixados de lado. Ainda assim, atentamos que a Modelagem Matemática não é “comum” em ambos os contextos, tanto na graduação cursada pelo Entrevistado 1 (na qual os planos de ensino de, apenas, seis disciplinas mencionavam a Modelagem Matemática, sendo que algumas delas tinham essa tendência como uma opção), quanto na Educação Básica (segundo Almeida, Silva e Ramos (2018, p. 1), “mundo afora, a inclusão da modelagem nas aulas de matemática ainda é incipiente”, já Malheiros (2014, p. 1817), indicou resultados que evidenciaram que a Modelagem Matemática ainda não chegou, de fato, às salas de aula de matemática brasileiras).

Começamos agora a análise dos *textos* produzidos pelo Entrevistado 1 com relação à questão 2 (*Caracterizações de Modelagem Matemática*) da entrevista. Com essa questão, nosso objetivo foi analisar a apropriação, no *texto* produzido pelo entrevistado, de regras de reconhecimento e realização (passiva e ativa ao nível argumentação/exemplificação) sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Para isso, na pergunta 2.a, apresentamos, ao Entrevistado 1, cinco cartões que continham caracterizações de Modelagem Matemática (BARBOSA, 2009a; BASSANEZI, 2002; BURAK, 1992 apud 2017), de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015), para que ele escolhesse qual(is) era(m) de Modelagem Matemática. Nosso objetivo foi observar se o entrevistado reconhecia especificidades da Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência, diferenciando-a de outras tendências em Educação Matemática. Na entrevista, também fiz a pergunta 2.a’ que, assim como a 1.a’, consistia em perguntar se o entrevistado tinha alguma compreensão distinta das apresentadas nos cartões e se ele gostaria de escrevê-la. Na Figura 16, trazemos as escolhas e a escrita do Entrevistado 1 com relação às perguntas 2.a e 2.a’.

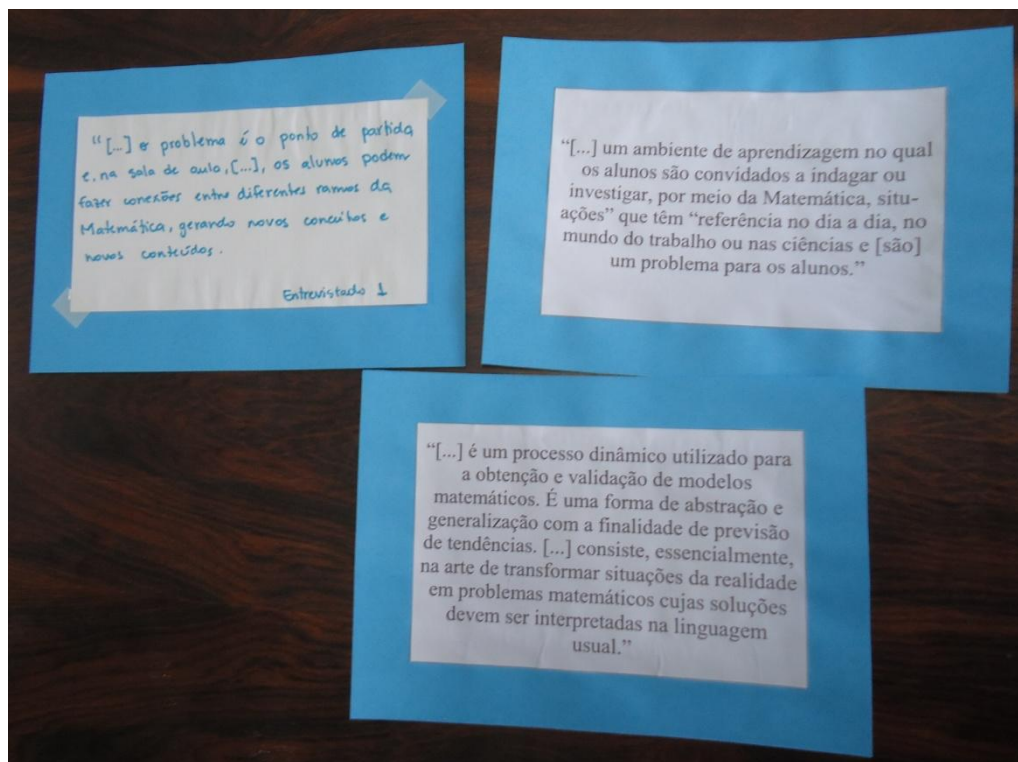


Figura 16: Escolhas/escrita do Entrevistado 1 nas perguntas 2.a e 2.a'
Fonte: arquivo pessoal

Embora não tenham referências, para que os entrevistados não pudessem associar as tendências ao nome dos pesquisadores (mas sim às caracterizações apresentadas por eles), os cartões digitados (que aparecem na Figura 16) referem-se às caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009a) (em cima) e Bassanezi (2002) (abaixo), com pequenas adaptações. O cartão escrito pelo Entrevistado 1, é referido em T4E1:

Entrevistado 1: Tá. Essa aqui que eu escrevi é bem parecida com essa que tava escrita no... ((procura nos cartões “descartados”)).

Entrevistadora: Uhum.

T4E1 **Entrevistado 1:** Aqui ((referindo-se ao cartão que trazia a caracterização de Resolução de Problemas)), porque diz que os alunos devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática. E eu acho que eles PODEM fazer essas conexões, dentre os diferentes ramos, ou não. Então... por isso que eu quis trocar o devem para o podem.

Como podemos observar na Figura 16 e em T4E1, o Entrevistado 1 recontextualizou a caracterização apresentada por Onuchic e Allevato (2011), trocando devem, por podem. Dessa fora, ele enfraqueceu o enquadramento dos assuntos a serem trabalhados, amenizando o controle presente na caracterização de Resolução de Problemas a qual teve acesso durante a entrevista.

Com a recontextualização da caracterização de Resolução de Problemas, ligada a uma diminuição do controle (e não à relação com situações alheias à matemática), o Entrevistado 1 retornou sua dúvida sobre a necessidade de *Situações de fora da matemática* e *Dados reais* no trabalho com Modelagem Matemática. Acreditamos que essa dúvida baseou a escrita feita

pelo entrevistado, já que *Situações de fora da matemática* é uma característica que distingue Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Diante disso, consideramos que as escolhas e a escrita, o *texto* produzido pelo Entrevistado 1, dão indícios de que ele havia se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Em T4E1, trouxemos a justificativa apresentada pelo Entrevistado 1 para a escrita do cartão. Diante disso, esse trecho faz parte do *texto* produzido pelo entrevistado ele com relação à pergunta 2.b. Nessa pergunta, tivemos como objetivo analisar as justificativas produzidas pelo Entrevistado 1 – para suas escolhas/escrita quanto às caracterizações de Modelagem Matemática – para termos indícios da apropriação, no *texto* dele, de regras de realização passiva. Em T5E1, trazemos as referidas justificativas, com relação às escolhas das caracterizações de Barbosa (2009a) e Bassanezi (2002).

Entrevistado 1: Esse aqui ((referindo-se ao cartão que continha a caracterização apresentada por Barbosa (2009a))), que diz que ahm... são convidados a indagar e investigar e eu acho que essa é a ideia e de ser, de ter uma referência do dia a dia. Então de ser, de novo, aquela história, aquela ideia de... de dados reais, né, de ter alguma conexão, de mostrar (algo) abstrato. E esse aqui ((referindo-se ao cartão que continha a caracterização apresentada por Bassanezi (2002))), que diz que é um processo dinâmico... e... e... consiste em transformar situações em problemas e... e ter, a partir de então ter soluções interpretadas na linguagem usual.

T5E1

Em T5E1, observamos, de início, a valorização do convite, da investigação e da indagação. Isso continua trazendo indícios do compartilhamento do controle (entre professor e estudantes) que o Entrevistado 1 associou (na questão 1 da entrevista) à Modelagem Matemática. Mas, diferente de sua escrita e do *texto* de T4E1, em T5E1 o Entrevistado 1 ressaltou “aquela história”, ao falar da referência no dia a dia e os dados reais, como justificativa por ter escolhido a caracterização elaborada por Barbosa (2009a). Para justificar a escolha da caracterização referente à Bassanezi (2002), o Entrevistado 1 também ressaltou/valorizou algumas ideias dessa. No entanto, não exibiu sua opinião, nem fundamentação teórica para o destaque das referidas ideias. Retomamos que, em T4E1, o Entrevistado 1 utilizou “eu acho” na justificativa de sua escrita. Já em T5E1, além de utilizar esse termo, ele referiu-se a “aquela história”, ou seja, à discussão sobre *Situações de fora da matemática* (nas perguntas 1.a e 1.b), na qual ele deu importância ao que “viu” sobre Modelagem Matemática. Diante disso, e de Saraiva (2016, p. 273), consideramos que o Entrevistado 1 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Em T6E1, trazemos o diálogo entre entrevistadora e Entrevistado 1, referente à pergunta 2.c. Tal pergunta diz respeito a um exemplo de prática pedagógica escolar, no

âmbito da Modelagem Matemática, para cada caracterização escolhida pelo entrevistado, e, possibilita analisarmos a apropriação, com relação ao *texto* (exemplo) produzido, de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

- Entrevistado 1:** Tá. Tem que ser uma pra cada? Ou pode ser uma... se eu conseguir englobar tudo.
- Entrevistadora:** Tá, se tu quiser tentar englobar todas...
- Entrevistado 1:** Tá, aquela atividade que eu falei antes.
- Entrevistadora:** Uhum.
- Entrevistado 1:** Né? Ahm, pode ser feita de várias formas, né?
- Entrevistadora:** Uhum.
- Entrevistado 1:** Daí, ahm... Estimar a área, por exemplo, com o uso do GeoGebra. Pode ser feito de diversas maneiras, né? Pode ser aproximação por polígono, ahm... ou por círculos. E aí, a partir de então, a gente pode ver onde eu erro menos, onde eu erro mais, qual aproximação é melhor. Então acho que aqui é adequada pra essa ((referindo-se à compreensão que escreveu)).
- Entrevistadora:** Tá.
- Entrevistado 1:** E eu também acho que é um processo dinâmico... que, transforma uma situação real e pode ser interpretada de várias formas. Nossa, eu acho que essa... ((referindo-se à caracterização de Barbosa (2009a))) Engloba tudo. Eu acho que, é... apesar de não ser uma referência do dia a dia, assim, que né? Não é todo dia que a gente estima uma área de uma lagoa, por exemplo, né? Mas é algo real, e... é algum problema da ciência, né? Algum dia, alguém teve que fazer esse cálculo, né? Então acho que tá ok.

T6E1

No início de T6E1, observamos o desejo do Entrevistado 1 em utilizar apenas um exemplo para englobar as caracterizações escrita e escolhidas por ele, diferente do que havíamos planejado. Como objetivávamos uma entrevista semi-estruturada, em que pudessemos fazer alterações, de acordo com o desenvolvimento da entrevista, optei por deixar o Entrevistado 1 exemplificar da forma que ele propôs. Diante disso, ele utilizou a mesma “atividade” que mencionou na pergunta 1.c (referente a características de Modelagem Matemática), relacionando a ela algumas partes das caracterizações que tinha sobre a mesa ao responder a pergunta 2.c.

Ao relacionar a estimativa da área à caracterização que havia escrito, o Entrevistado 1 destacou a conexão “entre diferentes ramos da matemática”, sendo esses ramos a aproximação da área de uma lagoa por meio de meio de polígonos e de círculos e a comparação dessas aproximações. Já com relação à caracterização elaborada por Bassanezi (2002) e escolhida pelo Entrevistado 1 na pergunta 2.a, o destaque na exemplificação (pergunta 2.c) foi para o “processo dinâmico”, para as “situações reais” (a lagoa) e para a interpretação. Bassanezi (2002) associou a interpretação à “linguagem usual”, já o Entrevistado 1 a recontextualizou para “várias formas”. Quanto a caracterização de Barbosa (2009a), o Entrevistado 1 atentou para as referências, afirmando que a estimativa da área de uma lagoa não tinha referência no dia a dia, mas sim na ciência, e dizendo que “algum dia, alguém teve que fazer esse cálculo”.

O *texto* produzido pelo Entrevistado 1, com relação a essa última justificativa, nos remeteu ao trabalho de matemáticos aplicados.

Consideramos que, ao exemplificar todas as caracterizações com uma única atividade, destacando apenas alguns aspectos do que foi apresentado nos cartões, o Entrevistado 1 não havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Isso também nos deu indícios sobre o não reconhecimento de especificidades da Modelagem Matemática em algumas das concepções dessa tendência. Salientamos que esse não reconhecimento pode ter sido causado por termos apresentado, na questão 2 da entrevista, apenas o que chamamos de caracterizações nas concepções de Modelagem Matemática. No entanto, mesmo que essas tragam características importantes das referidas concepções, são insuficientes para distinguir suas especificidades. Essa insuficiência nas distinções pode ter implicado na tentativa do Entrevistado 1 em englobar as concepções de Jonei Cerqueira Barbosa e Rodney Carlos Bassanezi na mesma “atividade”. De fato, nas características apresentadas, não destacamos a perspectiva sócio-crítica que baseia a concepção apresentada por Jonei Cerqueira Barbosa, nem a importância de etapas e modelos, subjacente à concepção apresentada por Rodney Carlos Bassanezi.

Outra possível causa para o Entrevistado 1 não ter reconhecido especificidades da Modelagem Matemática em algumas concepções dessa tendência, é a abordagem da teoria da Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Dentre as disciplinas obrigatórias do curso, essa abordagem esteve programada no plano de ensino de 2018/2 da disciplina de Educação Matemática e Docência I, segundo o qual, em seis semanas devia ocorrer:

Introdução às tendências atuais na Educação Matemática

Conteúdo: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Projetos, Etnomatemática, História da Matemática, Jogos, Tecnologias digitais.

Introdução a exercícios de docência e estímulo a novas formas de expressão em Educação Matemática.

Diante disso, pensamos que a discussão sobre as especificidades de diferentes concepções de Modelagem Matemática pode não ser abordada no referido curso, em vista da quantidade de tendências a serem “introduzidas” em pouco tempo, ou seja, da ritmagem com valores fortes do enquadramento, imposta (pelo discurso regulador oficial) às práticas pedagógicas da referida disciplina.

Em geral, observamos que o Entrevistado 1 havia se apropriado mais de características de Modelagem Matemática do que de suas caracterizações e da diferenciação entre ela e outras tendências. No *texto* produzido por ele com relação à questão 1, pudemos identificar mais relações com as vivências no curso de Licenciatura em Matemática e mais apropriações

das regras de reconhecimento e realização (passiva e ativa ao nível da argumentação/exemplificação). Observamos que a dúvida sobre a necessidade de *Situações de fora da matemática* e de *Dados reais* permeou o *texto* produzido pelo Entrevistado 1 nas duas questões. No entanto, afetou mais sua apropriação das regras na questão 2, em decorrência da escrita de uma caracterização recontextualizada de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e do englobar das caracterizações apresentadas por Barbosa (2009a) e por Bassanezzi (2002) na mesma “atividade”. Também, a variação nos valores do enquadramento fez parte das respostas do Entrevistado 1 a essas questões. Esses valores foram fortes na seleção do tema e dos materiais e fracos nas justificativas, nas estimativas (resoluções) e na socialização. Com relação à vivência de Modelagem Matemática nas aulas de Combinatória I, observamos que essas variações no enquadramento implicaram, também, em variações no sentido da recontextualização, já que, nessas aulas, os valores do enquadramento foram, em geral, fracos.

3.3.3 Entrevistado 4

Nesta subseção analisamos, no *texto* produzido pelo Entrevistado 4 sobre especificidades de Modelagem Matemática, a apropriação de regras de reconhecimento, de regras de realização passiva e de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação. Para coletar/produzir dados para essa análise, utilizamos a mesma estrutura da entrevista feita com o Entrevistado 1.

Na Figura 17, apresentamos o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 a partir das perguntas 1.a e 1.a’. Essas diziam respeito à questão 1, na qual analisamos, diante das escolhas, justificativas e exemplos produzidos pelo Entrevistado 4, a apropriação de regras de reconhecimento e realização sobre características de Modelagem Matemática.

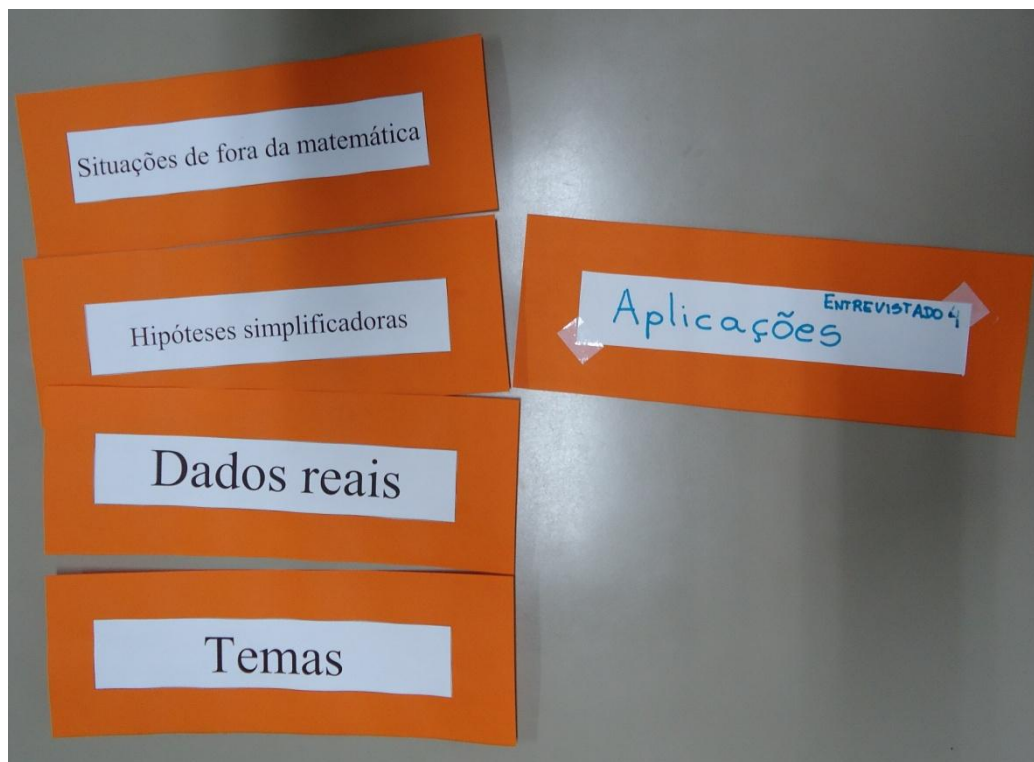


Figura 17: Escolhas/escrita do Entrevistado 4 nas perguntas 1.a e 1.a'
 Fonte: arquivo pessoal.

Como podemos observar na Figura 17, dentre as oito características que apresentei a ele, na pergunta 1.a da entrevista, o Entrevistado 4 escolheu quatro: *Situações de fora da matemática*, *Hipóteses simplificadoras*, *Dados reais* e *Temas*. Quando fiz a pergunta 1.a', ele atribuiu, à Modelagem Matemática, a característica *Aplicações*.

Assim como na análise do *texto* produzido pelo Entrevistado 1, optamos por observar as escolhas/escrita feitas pelo Entrevistado 4, sem considerar o que ele não escolheu/escreveu. Também como trouxemos na subseção anterior, consideramos que *Situações de fora da matemática*, *Hipóteses simplificadoras* e *Dados reais* são características que caracterizam Modelagem Matemática. *Hipóteses simplificadoras* caracterizam Modelagem Matemática estando relacionadas a “processo dinâmico” (BASSANEZI, 2002) e “conjunto de procedimentos” (BURAK, 1992 apud 2017). Já *Situações de fora da matemática* e *Dados reais* estão ligadas a “situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001b), situações que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências” (BARBOSA, 2009a), “situações da realidade” (BASSANEZI, 2002) e “fenômenos presentes no cotidiano do ser humano” (BURAK, 1992 apud 2017). A característica *Temas*, escolhida pelo Entrevistado 4, consideramos que está relacionada a *Situações de fora da matemática* e a *Dados reais*. Também, segundo Klüber (2012), tema é um encaminhamento inseparável da

Modelagem Matemática. Diante disso, assim como o Entrevistado 4, consideramos que *Temas* caracteriza Modelagem Matemática.

Além de suas escolhas, o Entrevistado 4 escreveu *Aplicações* como uma característica que, para ele, caracteriza Modelagem Matemática. Em T1E4, apresentamos, dentre outras, a justificativa para a referida escrita (sublinhada).

T1E4 **Entrevistado 4:** Acho que tanto pelo trabalho que a gente fez de Geometria, como a gente teve também Educação Matemática e Docência () um, no mesmo semestre. A gente viu um pouco sobre a Modelagem. E assim, o que eu entendi é que tu trabalha com situações externas à Matemática, né? Por isso que eu escolhi ali. Ahm... E tenta aplicar, nessa situação, algum conceito de matema... [...]. Algum conceito matemático. Ahm, se baseando sempre no... que nem a ((fala o nome da professora de Geometria II – MAT)) até frisou isso, usar dados reais, não criar coisas, né? Tu tem que usar o que realmente tá ali. Só que às vezes a situação (retamente) real não vai te... tu não vai conseguir trabalhar (o que é) matemático com ela. Então tu usa hipóteses simplificadoras pra... tipo... conseguir modelar o problema. Ahm... e temas eu acho que é meio, e um, é uma palavra bem ampla. Então, tipo... uma pesquisa em Modelagem Matemática vai sempre se (direcionar) a um certo tema, então. Diria que é mais ou menos isso.

Observamos, em T1E4, que *Aplicações* foi relacionada pelo Entrevistado 4 a aplicação de algum conceito de matemática, ou matemático, a situações externas a matemática. Diante disso, consideramos que as *Aplicações* referidas por ele estão de acordo com “indagar ou investigar, por meio da Matemática”, da caracterização apresentada por Barbosa (2009a, p. 3); com a transformação de “situações da realidade em problemas matemáticos”, apontada na caracterização escrita por Bassanezi (2002, p. 24); com o “tentar explicar, matematicamente”, trazido na caracterização referente à Burak (1992, p. 92 apud 2017, p. 18), e; com modelos e investigação, os quais, segundo Klüber (2012, p. 381), são encaminhamentos/procedimentos inseparáveis da Modelagem Matemática. Logo, pensamos que *Aplicações* também caracteriza Modelagem Matemática. Dessa forma, em decorrência de suas escolhas e de sua escrita, ponderamos que o Entrevistado 4 havia (quando participou da entrevista) se apropriado de regras de reconhecimento sobre características de Modelagem Matemática.

Salientamos que as características apresentadas ao Entrevistado 4, em 1.a, foram mencionadas pela professora da disciplina de Geometria II – MAT em 2018/2, nas aulas que envolveram Modelagem Matemática, as quais o entrevistado vivenciou. Em T1E4, trouxemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 com relação à pergunta 1.b. Nessa, pedimos que ele justificasse suas escolhas e escrita e, observamos que o Entrevistado 4 fez isso com base em sua vivência de Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004), sendo que referenciou as disciplinas de Geometria II – MAT e Educação Matemática e Docência, no início do trecho. Segundo o Entrevistado 4, nessas disciplinas, ele e seus colegas viram “um pouco sobre Modelagem”, isso o levou a entender que nela se trabalha com “situações

externas à Matemática”, em que são aplicados conceitos de matemática. O Entrevistado 4, também lembrou que a professora de Geometria II – MAT “frisou” o uso de *Dados reais*, sendo essa a justificativa para a escolha de tal característica. Já a justificativa para a escolha de *Hipóteses simplificadoras* foi ligada, pelo Entrevistado 4, a “modelar o problema” e, a justificativa para *Temas*, a um direcionamento da Modelagem Matemática. Assim, observamos que o Entrevistado 4 justificou todas suas escolhas e sua escrita, sendo que, algumas justificativas foram baseadas em discussões ou práticas realizadas anteriormente, em disciplinas da Licenciatura em Matemática. No entanto, as últimas características mencionadas nesse parágrafo não tiveram o referido embasamento. Ainda assim, em T1E4, o Entrevistado 4 não utilizou termos como “eu acho”, fazendo com que as justificativas finais fossem implicações das iniciais (embasadas). Diante disso, consideramos que o Entrevistado 4 havia se apropriado de regras de realização passiva sobre características de Modelagem Matemática.

Ao observarmos T1E4, sob o foco dos conceitos de classificação e enquadramento, vimos indícios de valores: ora fracos, quando o Entrevistado 4 mencionou o trabalho com “situações externas à matemática” e o uso de *Dados reais*, e; ora fortes, quando as *Hipóteses simplificadoras* foram inseridas no *texto*, como base para trabalhar o que é matemático e modelar o problema. Os valores fracos da classificação foram dados pela união entre as categorias “situações externas à Matemática” e “matemática” e, os valores fracos do enquadramento externo, porque essas situações podem vir da vivência dos estudantes, assim eles teriam certo controle sobre o que é levado à sala de aula. Já os valores fortes vêm do poder da categoria “matemática” no trabalho com os “problemas”, do uso de hipóteses para que esse seja possível e do controle (do professor), indicando que se deve trabalhar com matemática. Desse modo, observamos uma relação (que pode ser vista como uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M. 2009) entre o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 e o que Fontinhas e Morais (1993, p. 106-107) trouxeram:

os fenómenos da vida corrente estão continuamente a ser introduzidos pelos professores e alunos mas são explicados pelo conhecimento escolar (admite-se apenas uma explicação legítima). Há portanto, em geral, um enquadramento externo fraco (Ee⁻) na seleção dos fenómenos a estudar mas torna-se forte (Ee⁺) quando se entra no domínio das explicações desses mesmos fenómenos [...].

No caso do Entrevistado 4, identificamos: “os fenómenos da vida corrente”, com as “situações externas à matemática”; a introdução desses fenômenos, com a Modelagem Matemática, e; as explicações, com o trabalho no “que é matemático” e o “modelar o problema”. Outra recontextualização que observamos, em T1E4, é das aulas de Geometria II – MAT, cursadas pelo Entrevistado 4 em 2018/2. Na aula de 03 de outubro de 2018, a

professora dessa disciplina ressaltou duas “coisas”/“compromissos” no trabalho como Modelagem Matemática: a primeira, “Modelagem Matemática nunca é feita só como matemática... tá? Então essa é a primeira coisa, ela envolve situações de fora da matemática”, e; a segunda, “DA-DOS RE-AIS. Não existe Modelagem Matemática em realidade inventada, certo? Tem que ser... O que é um dado real, Professora? É aquilo que eu meço, a-aquilo que eu ponho na mão, mas também pode ser aquilo que outra pessoa mediu, certo?” Diante disso, consideramos que, no *texto* relativo a pergunta 1.b (T1E4), o Entrevistado 4 recontextualizou as falas da professora de Geometria II – MAT, no mesmo sentido delas (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), ao falar de “situações externas à Matemática” e de não criar coisas, “usar o que realmente tá ali”, referindo-se aos dados reais.

Também, a fala do Entrevistado 4 sobre *Situações de fora da matemática* – “só que às vezes a situação (retamente) real não vai te... tu não vai conseguir trabalhar (o que é) matemático com ela. Então tu usa hipóteses simplificadoras pra... tipo... conseguir modelar o problema” – se assemelha à fala da professora de Geometria II – MAT, na aula de 31 de outubro de 2018:

A ideia é que vocês, agora, tentem respondê-las ((perguntas elaboradas)) de alguma maneira. NÃO... todas. Não exatamente a essas perguntas, mas aquilo que vocês dêem conta usando matemática. O quão profundo vocês quiserem. Vocês podem se aprofundar bastante, não tem problema, tá? Podem, é... fazer hipóteses simplificadoras, né?

Assim, observamos que a relação das hipóteses simplificadoras com a matemática foi uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), das vivências de Modelagem Matemática do Entrevistado 4 como aluno (BARBOSA, 2004). Ainda, o Entrevistado 4 falou sobre o tema como um direcionamento, o que vemos como uma recontextualização, também no mesmo sentido, da fala da professora de Geometria II – MAT, na aula de 03 de outubro de 2018. Nessa fala, ela disse que a delimitação do trabalho com Modelagem Matemática (quanto aos conceitos de geometria utilizados) iria depender do tema escolhido pelos licenciandos.

Em seguida, trazemos T2E4. Nele consta o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 em relação a pergunta 1.c, na qual perguntei: como tu darias aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, tendo todas essas características (escolhidas e escrita)? Sublinhamos, no trecho, as características mencionadas pelo Entrevistado 4, assim como, destacamos (com negrito) uma parte do *texto* que será discutida posteriormente.

T2E4

Entrevistado 4: Eu gosto muito de uma ideia que a gente já teve, na verdade. Que foi também na, na aula de EduMaDoc ((abreviação utilizada por licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, refere-se às disciplinas de Educação Matemática e Docência)). Que eu usei uma coisa que minha professora fez comigo **quando eu fui aprender semelhança de triângulos**. E daí

a gente usou aquela ideia da... ahm... do, a situação, no caso de fora da Matemática seria o problema de, fazer medidas de coisas inalcançáveis. Tipo... alguma coisa muito alta que tu não consiga alcançar, pra medir. Daí a gente usou a sombra das figuras e daí a gente trabalhou com semelhança de triângulos a partir de tipo, comparação. A, a sombra de um objeto alto com a sombra de uma coisa que a gente conseguia medir a altura. Então eu acho que seria a aplicação de um conceito, de um conceito matemático. Que seria então essa semelhança de triângulos. A partir de... de uma situação externa, usando os dados reais e também hipóteses, hipóteses simplificadoras. Porque, claro, né, tipo, não tem como tu encontrar exatamente a altura do, de nenhum objeto dessa maneira. Por causa do problema do sol e tal, da incidência solar, da angulação. Acho que é isso.

Observamos que a única característica não mencionada pelo Entrevistado 4, em seu exemplo de aulas, foi *Temas*. No entanto, ficou evidente que ele selecionou como tema: medir alturas de coisas que não se consegue alcançar. Diante disso, o Entrevistado 4 considerou todas as características que escolheu/escreveu. Logo, entendemos que ele havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre características de Modelagem Matemática. Ainda assim, chamou nossa atenção que o Entrevistado 4, ao produzir seu *texto* (trazido em T2E4), tenha utilizado duas vivências como aluno, uma da Licenciatura em Matemática e outra que acreditamos ter ocorrido na Educação Básica. Apesar de, no início de sua fala, ele ter dito que gostava muito da ideia, tivemos dificuldade em identificar se o Entrevistado 4 fez a exemplificação pedida em 1.c pensando nele mesmo como professor que aplicará as aulas, ou se contou suas vivências (como elas ocorreram) na entrevista, sem trazer modificações ou ideias dele, no papel de professor.

Também, ao considerar as aulas de Geometria II – MAT em 2018/2, observamos que no exemplo apresentado em T2E4, houve recontextualizações em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M. 2009) ao das aulas vivenciadas pelo Entrevistado 4 naquela disciplina. Por exemplo, a seleção do tema, em Geometria II – MAT, foi feita pelos licenciandos mas, no exemplo trazido pelo Entrevistado 4, observamos que a seleção do tema não foi deixada aos estudantes, as aulas (no âmbito da Modelagem Matemática) exemplificadas pelo Entrevistado 4 tiveram o tema definido pelo professor: medir alturas inalcançáveis. Outro exemplo de recontextualização, no sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009) às aulas de Geometria II – MAT teve relação com os conceitos de matemática a serem utilizados. Enquanto a professora da referida disciplina, na aula de 03 de outubro de 2018, disse que:

É claro que, todos, durante todo o processo, a ideia é que vocês trabalhem depois aplicando ou usando, é... elementos da nossa disciplina, da Geometria. Mas quando eu falo a nossa disciplina Geometria, é toda a Geometria, certo? Não precisa ser só aquilo que a gente viu aqui, tá valendo toda a Geometria do semestre passado também, outras Geometrias que vocês não estudaram ainda, mas têm curiosidade, beleza? Pode usar também, certo? Ahn, digamos assim, o conteúdo que nós vamos estudar, vocês vão usar, ele está de uma certa forma delimitado no mundo da Geometria, certo?

O Entrevistado 4 selecionou, em seu exemplo, o assunto/conceito a ser estudado: semelhança de triângulos. Nesse caso, o controle sobre a seleção, tanto do tema, quanto do conceito a ser “aplicado”, foi dado pelo professor (Entrevistado 4, a exemplo de sua professora da Educação Básica). Diante disso, os valores do enquadramento foram fortes, diferente das aulas de Geometria II – MAT, em que foram fracos, pois os estudantes tiveram controle sobre as referidas seleções.

Na parte destacada em T2E4, observamos que a escolha do tema partiu do conceito da matemática a ser “aprendido” pelo Entrevistado 4 e seus colegas. Dessa forma, em seu *texto*, o Entrevistado 4 conectou a seleção do tema a um objetivo pedagógico, o que também foi apontado por Silva e Oliveira (2014b). Na discussão que apresentaram, elas concluíram que a escolha do tema, provinda do professor, “esteve dependente dos objetivos pedagógicos que eles pretendiam alcançar com a atividade de modelagem nas aulas.” (SILVA; OLIVEIRA, 2014b). Ainda observamos que, os contextos apresentados nas pesquisas de Braga (2015) e Corrêa (2017) também basearam a seleção do tema em objetivos pedagógicos. Essas duas pesquisas foram discutidas na subseção 3.2.1 desta dissertação, por estudarem Modelagem Matemática em cursos de Licenciatura em Matemática. Na primeira etapa de seu contexto, Braga (2015, p. 72) teve, como tema, “Receita de bolo de caneca”. Esse foi relacionado a seu objetivo pedagógico de discutir: “Todos procuram por receitas. E vocês?”. Já Corrêa (2017) baseou todas as “atividades” que apresentou em cálculos de volume de cilindro.

Na Figura 18, trazemos as escolhas do Entrevistado 4 na pergunta 2.a, na qual apresentei a ele cinco cartões – três com caracterizações de Modelagem Matemática (BARBOSA, 2009a; BASSANEZI, 2002; BURAK, 1992 apud 2017),, um com uma caracterização de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e outro com uma caracterização de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015) – e pedi que escolhesse quais eram de Modelagem Matemática. O Entrevistado 4, com relação à pergunta 2.a’ da entrevista, disse não ter uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões que recebeu. Segundo esse entrevistado, as três caracterizações que escolheu representavam o que ele entendia sobre Modelagem Matemática (quando ocorreu a entrevista).

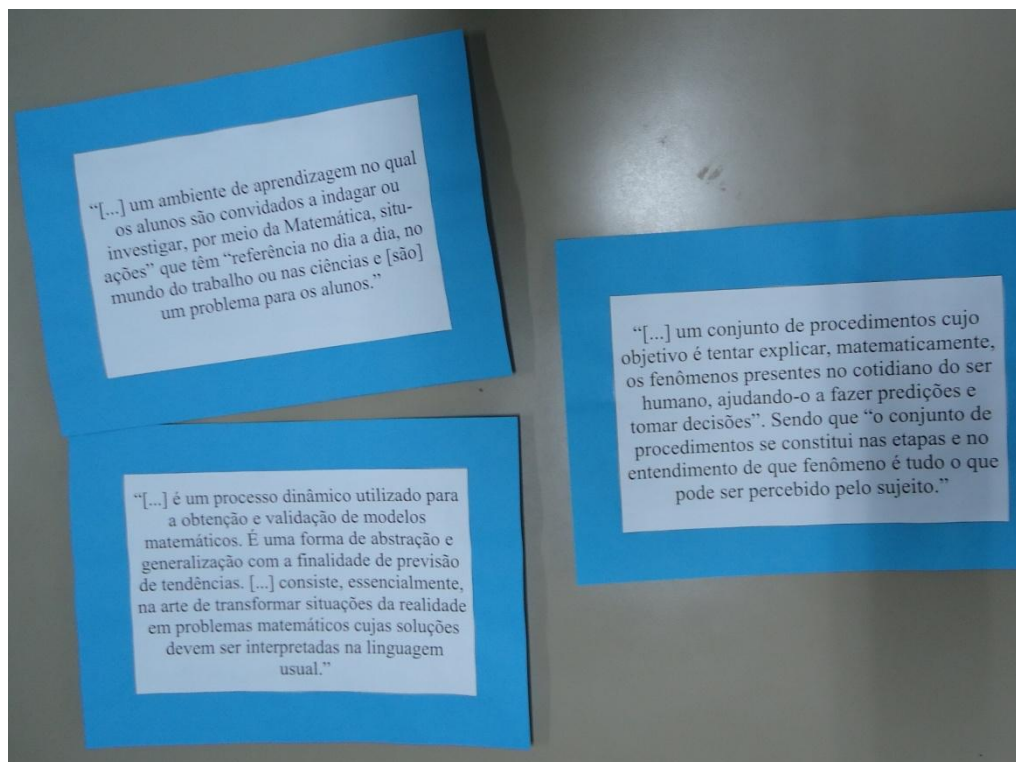


Figura 18: Escolhas do Entrevistado 4 na pergunta 2.a
Fonte: arquivo pessoal.

Na referida Figura, observamos que o Entrevistado 4 escolheu três cartões. Embora eles não apresentem referências (para que os entrevistados não relacionassem o nome dos pesquisadores às tendências), conforme a subseção 3.1.1 desta dissertação, o cartão que aparece mais a cima (na esquerda da figura) diz respeito à caracterização de Barbosa (2009a), o cartão mais abaixo (também na esquerda da figura) refere-se à caracterização de Bassanezi (2002) e o cartão da direita (na figura), à caracterização de Burak (1992 apud 2017) para Modelagem Matemática. Assim, por ter escolhido os três cartões referentes à Modelagem Matemática, e não ter escolhido cartões que traziam caracterizações de outras tendências, consideramos que o Entrevistado 4 reconheceu especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dela e, diferenciou-a de outras tendências em Educação Matemática. Então, dizemos que ele havia se apropriado de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Em T3E4, apresentamos o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 para justificar as escolhas que fez na pergunta 2.a. Esse *texto* constitui a resposta dada pelo entrevistado para a pergunta 2.b da entrevista, cujo objetivo foi ter indícios da apropriação de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

T3E4

Entrevistado 4: Eu acho que os três assim, por mais que eles abordem de uma maneira diferente, assim. Os três eles consistem acho que na... no entendimento que eu tenho de Modelagem. Que seria nessa situação de tu pegar uma situação cotidiana, uma situação real e tentar colocar ela dentro do problema matemático.

Pra ser mais fácil de trabalhar com ela. Acho que seria isso.

Ao justificar a escolha dos três cartões, o Entrevistado 4 mencionou “acho” e “no entendimento que eu tenho de Modelagem”. De imediato, poderíamos dizer que o entrevistado não havia se apropriado de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática, já que não disse estar baseando sua justificativa em leituras, discussões e/ou práticas realizadas anteriormente. No entanto, voltando ao T1E4, observamos que o referido “entendimento” veio das disciplinas cursadas na Licenciatura em Matemática (“Geometria” e “Educação Matemática e Docência”), sobra as quais o Entrevistado 4 disse que: “a gente viu um pouco sobre a Modelagem. E assim, o que eu entendi é que tu trabalha com situações externas à Matemática, né?”. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 4 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática, pois não trouxe suas vivências no *texto* produzido para a pergunta 2.b, mas pudemos identificá-las na resposta dada por ele para a pergunta 1.b.

Também em T3E4, consideramos que a frase do Entrevistado 4 – “que seria nessa situação de tu pegar uma situação cotidiana, uma situação real e tentar colocar ela dentro do problema matemático” – pode ser vista como uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), da fala da professora de Geometria II – MAT, na aula de 31 de outubro de 2018:

É, vocês... entregaram, já, as perguntas ((mínimo cinco perguntas relacionadas com o tema selecionado pelo grupo)), né? É, como que a gente vai prosseguir (com o projeto? As perguntas (foram livres), né? As perguntas que vocês tinham curiosidade. A ideia é que vocês, agora, tentem respondê-las de alguma maneira. NÃO... todas. Não exatamente a essas perguntas, mas aquilo que vocês dêem conta usando matemática.

O dar “conta usando matemática” foi recontextualizado, pelo Entrevistado 4, para “tentar colocar [uma situação] dentro do problema matemático”. Observamos, também, uma diferença entre o *texto* apresentado pelo Entrevistado 4 para a pergunta 1.c (T2E4) e o *texto* para a pergunta 2.b (T3E4). No primeiro, houve indícios de que o conceito matemático foi selecionado antes da situação “cotidiana/real”. Já no segundo *texto*, o Entrevistado 4 mencionou primeiro a situação e depois o “tentar colocá-la em um problema matemático”. Diante disso, vimos uma recontextualização pedagógica feita, pelo Entrevistado 4, entre teoria (caracterizações, T3E4, campo de produção) e prática (aulas, T2E4, campo de reprodução) de Modelagem Matemática.

Entendemos que a frase, “pra ser mais fácil de trabalhar com ela”, pode ser considerada o objetivo do Entrevistado 4 para o desenvolvimento de Modelagem Matemática. Observamos que, em relação aos objetivos desse entrevistado, houve uma recontextualização, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), dos *textos* produzidos pela

professora na disciplina de Geometria II – MAT, já que (na aula de 31 de outubro de 2018) ela justificou o trabalho com Modelagem Matemática pela importância de fazer conexões entre matemática e “mundo afora” e, entre matemática e outras disciplinas, como química, física e língua portuguesa.

Ainda, pensamos que “pra ser mais fácil de trabalhar com ela” está ligada à ideologia da certeza, apresentada em Borba e Skovsmose (2008). Nessa ideologia, “a matemática pode ser aplicada em todo lugar e que seus resultados são necessariamente melhores que aqueles obtidos sem a matemática.” (BORBA; SKOVSMOSE, 2008, p. 131). Com relação à frase do Entrevistado 4, “melhores” estão ligados à “facilidade”, para ele, propiciada pelo trabalho com uma “situação cotidiana ou real” dentro da matemática. Segundo Borba e Skovsmose (2008, p. 132), a ideologia da certeza é difundida nas escolas quando “a maioria dos problemas com os quais os alunos lidam lá são criados de maneira a ter a matemática sutilmente encaixada neles”. Isso faz com que os alunos criem uma crença “perigosa”, na qual “questões e dificuldades em aplicações “reais” da matemática são “similares” às questões e dificuldades que encontram quando tratam de problemas apresentados na escola. Essa crença elimina uma série de problemas relacionados a aplicações da matemática fora da escola.” (BORBA; SKOVSMOSE, 2008, p. 132) Consideramos que o Entrevistado 4, ao dizer que “pegar uma situação cotidiana, uma situação real e tentar colocar ela dentro do problema matemático” facilita o trabalho com ela, esteve baseado nessa crença. No entanto, o que Borba e Skovsmose (2008) trouxeram como “questões e dificuldades”, o Entrevistado 4 viu como “ser mais fácil”. Observamos que essa facilidade pode estar ligada à relação do entrevistado com matemática, por cursar licenciatura nessa disciplina.

Em relação à pergunta 2.c da entrevista trazemos, em T4E4, um diálogo entre entrevistadora e Entrevistado 4.

Entrevistadora: Aí, agora, um exemplo de uma prática pedagógica escolar, pode ser um tema que tu passaria pros alunos, um trabalho em grupo, um trabalho individual, o que tu quisesse, assim... mas que usasse uma, essas concepções, uma de cada vez, assim, um exemplo pra cada uma.

Entrevistado 4: Uhum. Um exemplo pra cada?

Entrevistadora: Uhum.

T4E4 ((silêncio de aproximadamente dois minutos))

Entrevistadora: Se tu quiser escolher uma ((indicando as caracterizações escolhidas pelo Entrevistado 4)), assim, que tu tenha mais facilidade pra pensar, pode exemplificar de uma só. Ou podemos passar pra próxima também, (como você) quiser.

Entrevistado 4: É, é difícil a gente pensar nisso. ((sorri)). Acho que não vou ter nenhuma, nenhuma ideia agora.

T4E4 iniciou com minha explicação sobre a pergunta 2.c, com exemplos do que poderia ser considerado uma prática pedagógica escolar e, como planejado, com o pedido de

um exemplo para cada caracterização (quando a entrevista ocorreu caracterização era indicada como concepção). Em seguida, o Entrevistado 4 confirmou a necessidade de três exemplos e, ficou em silêncio, observando os cartões. Diante disso, intervim apresentando duas sugestões para ele: escolher uma caracterização para exemplificar ou passar para a próxima questão. Sucedendo minhas sugestões, ele justificou ser difícil pensar nos exemplos e optamos por iniciar a questão 3.

Observamos agora, em decorrência dos diálogos com os Entrevistados 1 (que pediu para, em um exemplo, englobar todas as caracterizações que escolheu/escreveu) e 4, que a pergunta 2.c de nossa entrevista causou dificuldades aos entrevistados. Consideramos que deveríamos ter pedido, desde o início, que exemplificassem com base em um dos cartões escolhidos em 2.a. Ainda assim, como nenhum exemplo foi dado pelo Entrevistado 4, com relação a pergunta 2.c, supomos que ele não havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Ainda, ao observarmos o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, vimos que, segundo as sugestões de disciplinas a serem cursadas pelos licenciandos, o Entrevistado 4 estaria no terceiro semestre do referido curso quando a entrevista ocorreu. Nesse semestre (em se tratando das sugestões mencionadas), iniciam as disciplinas obrigatórias em que há ações pedagógicas planejadas e implementadas pelos licenciandos. Consideramos que isso, além da estrutura da entrevista, pode ter contribuído para a dificuldade (apontada pelo Entrevistado 4) para dar exemplos nos quais ele “passaria pros alunos” (T4E4).

Nos *textos* produzidos pelo Entrevistado 4 para as duas questões analisadas nesta subseção (características e caracterizações de Modelagem Matemática), observamos que ele destacou a relação entre Modelagem Matemática e situações (de fora da matemática, externas à matemática, do cotidiano, reais) e dados reais (no sentido que foram mencionadas nas aulas de Geometria II – MAT em 2018/2). Com relação a isso, mesmo não analisando com pormenor o *texto* produzido pelo Entrevistado 4 a partir da questão 3 da entrevista (objetivos de Modelagem Matemática), trazemos T5E4, no qual o entrevistado justificou porque escolheu os objetivos relacionados à Barbosa (2001b, 2009a), Bassanezi (2002) e Burak (2017), na pergunta 3.a da entrevista.

T5E4

Entrevistado 4: Ahm... (tipo) eu acho que os três objetivos eles falam sobre essa situação de tu usar situações reais pra, ahm... conceituar matemática e também, eu até me confundi um pouco, às vezes eu acho, não sei. Ahm, que me lembra um pouco a Etnomatemática, que fala sobre, ahm, usar situações reais do cotidiano do aluno, pra que tu consiga trabalhar com diferentes tipos de, de... culturas.

Diferente do Entrevistado 1 – que teve dúvidas com relação a *Situações de fora da Matemática e Dados reais*, as quais implicaram na recontextualização da caracterização de Resolução de Problemas para representar Modelagem Matemática – o Entrevistado 4 não teve essas dúvidas e, consideramos que isso o fez lembrar Etnomatemática, ao justificar sua escolha dos objetivos, na questão 3. Observamos que ele associou Etnomatemática ao “trabalho com diferentes tipos de culturas”, talvez isso possa ter implicado nele não ter escolhido caracterizações e objetivos dessa tendência, diferenciando-a de Modelagem Matemática. No entanto, ressaltamos que, ter perguntado (no decorrer da entrevista) por que o Entrevistado 4 não escolheu os outros dois cartões (nas questões 2 e 3) poderia ter ajudado a analisar a diferenciação (entre Modelagem Matemática e outras tendências) feita por ele.

Ainda sobre os *textos* produzidos pelo Entrevistado 4, destacamos a apropriação de regras de reconhecimento e a dificuldade ao responder as perguntas relacionadas a regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação. Também, observamos variações: nos valores da classificação e do enquadramento (fortes e fracos) – com maior evidência de enquadramentos fortes na seleção do tema e dos assuntos/conceitos a estudar, em 1.c – e, no sentido da recontextualização (mesmo sentido e sentido oposto) em relação a aulas de Geometria II – MAT, vivenciadas pelo Entrevistado 4, em 2018/2. Por fim, salientamos a recontextualização pedagógica feita por esse entrevistado com relação à teoria (campo de produção da Modelagem Matemática) – sobre a qual ele mencionou situações de fora da matemática, e, depois uma aplicação dessa – e, à prática (campo de reprodução da Modelagem Matemática) – com relação a qual o Entrevistado 4 selecionou primeiro um conceito de matemática, um objetivo pedagógico, depois uma situação de fora da matemática.

3.3.4 Entrevistado 11

Nesta subseção, analisamos o *texto*⁷⁵ produzido pelo Entrevistado 11 na entrevista que utilizamos como coleta/produção de dados. Nessa análise, assim como na dos Entrevistados 1 e 4, focamos na apropriação, pelo Entrevistado 11, de regras de reconhecimento, de realização passiva e de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática (questões 1 e 2 da entrevista). Também, fazemos

⁷⁵ Antunes e Morais (1993, p. 127) disseram que, na teoria de Basil Bernstein, *texto* ultrapassa as ideias de escrita ou fala e “corresponde a quaisquer realizações concretizadas no contexto interaccional [...]. Nesta perspectiva, realizações disposicionais, gestuais, espaciais, etc., correspondem a outras tantas produções textuais”. Segundo Bernstein (1996), *texto* é uma forma de relação social tornada visível, palpável e/ou material, por meio da fala, da escrita, de gestos, entre outros.

relações entre o *texto* produzido pelo Entrevistado 11 e os conceitos de classificação, enquadramento e recontextualização, de Basil Bernstein.

Na Figura 19, trazemos as escolhas feitas pelo Entrevistado 11 na pergunta 1.a. Nessa pergunta, apresentei (ao entrevistado) oito características – mencionadas pela professora da disciplina de Combinatória I em 2018/2, ao explicar o projeto de Modelagem Matemática a ser desenvolvido pelos licenciandos (incluindo o Entrevistado 11) – e, pedi que ele escolhesse quais caracterizavam Modelagem Matemática. Quando perguntei se havia característica(s) que ele considerava importante(s) na Modelagem Matemática, mas que não tinha(m) sido apresentada(s) nos cartões (pergunta 1.a’ da entrevista), o Entrevistado 11, de início, respondeu negativamente. Em seguida, ele disse que poderia citar “argumentação”, mas ponderou que essa característica “faz parte das justificativas”. Por fim, ele confirmou que não iria considerar características diferentes das apresentadas nos cartões.

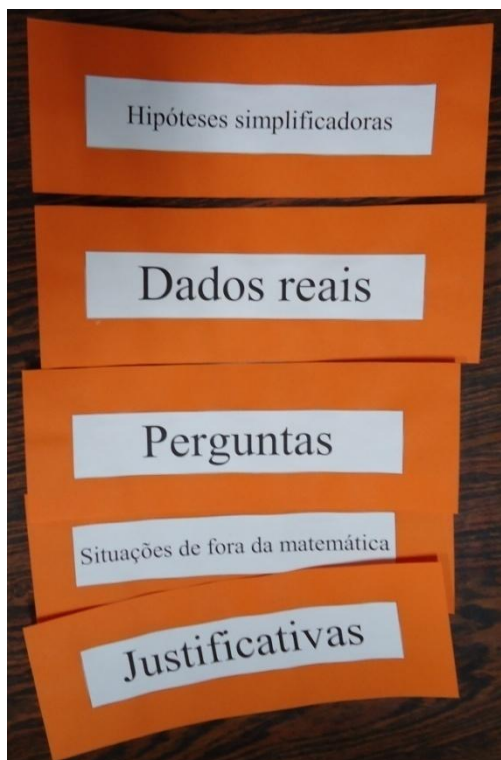


Figura 19: Escolhas do Entrevistado 11 na pergunta 1.a
Fonte: arquivo pessoal

Observamos, na Figura 19, que o Entrevistado 11 escolheu cinco características: *Hipóteses simplificadoras*, *Dados reais*, *Perguntas*, *Situações de fora da matemática* e *Justificativas*. Essas características também foram escolhidas pelo Entrevistado 1 e, como trouxemos na subseção 3.3.2 desta dissertação: *Hipóteses simplificadoras* podem ser relacionadas a “processo dinâmico” (BASSANEZI, 2002) e “conjunto de procedimentos” (BURAK, 1992 apud 2017); *Dados reais* e *Situações de fora da matemática*, a “situações

oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001b), situações que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências” (BARBOSA, 2009a), “situações da realidade” (BASSANEZI, 2002), “fenômenos presentes no cotidiano do ser humano” (BURAK, 1992 apud 2017) e tema (KLÜBER, 2012), e; *Perguntas* podem ser ligadas a indagar, questionar e investigar (BARBOSA, 2001b, 2008, 2009a), à transformação de situações da realidade em problemas matemáticos (BASSANEZI, 2002), ao conjunto de procedimentos (BURAK, 1992 apud 2017) e à investigação (KLÜBER, 2012). Logo, consideramos que as quatro primeiras características escolhidas pelo Entrevistado 11, na pergunta 1.a, caracterizam Modelagem Matemática. Mas, ao escolher *Justificativas* para caracterizar a referida tendência, o Entrevistado 11 excluiu trabalhos com Modelagem Matemática que ocorrem em práticas pedagógicas escolares (SILVA; OLIVEIRA, 2014a) com valores fortes de classificação e enquadramento e, nos quais há apenas perguntas que implicam em uma única resposta, perguntas fechadas (SANT’ANA; SANT’ANA, 2015). Diante disso, consideramos que o Entrevistado 11, quando ocorreu a entrevista, havia se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre características de Modelagem Matemática.

Também, a escolha de *Justificativas*, para caracterizar Modelagem Matemática, implicou em um enfraquecimento do enquadramento, ou seja, essa escolha pressupõe que o Entrevistado 1 considerou o compartilhamento do controle no trabalho com a mencionada tendência. Nesse compartilhamento, o professor pode apresentar justificativas de suas decisões aos estudantes (contexto regulador) ou permitir que eles tomem decisões e as justifiquem (contexto instrucional). Ainda, com relação às aulas de Combinatória I, nas quais o Entrevistado 1 vivenciou Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004), consideramos que ele recontextualizou tais aulas, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009) que elas ocorreram. Nas referidas aulas, o enquadramento da seleção do tema e de “hipóteses simplificadoras” foi fraco, pois os licenciandos os selecionaram e foram convidados a justificar tais seleções, como podemos observar nas falas da professora da referida disciplina, nas aulas de 04 de outubro e 01 de novembro de 2018, respectivamente: “que que eu quero pra próxima semana? [...] Quero grupo, tema e por quê... esse tema [...]. Vocês precisam é... pensar por que eu me interesse por isso, por que eu acho isso legal pra mim, por que eu tenho curiosidade por esse tema, certo?” e “vocês podem simplificar a coisa e aí vocês dizerem assim: olha, to levando em consideração apenas isso e isso, tá? [...] Vocês, mas vocês tem que deixar isso bem claro, no trabalho, né? E da onde vocês tão tirando todos os dados.”.

Em T1E11, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 11 em relação à pergunta 1.b, na qual pedi que ele justificasse as escolhas feitas em 1.a (Figura 19).

T1E11 **Entrevistado 11:** Ahm... Por que eu escolhi? Porque pra mim, ahm, dentre tudo, são as coisas mais essenciais. Tipo, tem outras situações que podem ser ahm, implementadas na Modelagem. Mas basicamente essas cinco, pra mim, contemplam tudo que tu precisa pra que a Modelagem se torne uma Modelagem. Óbvio que tu pode adicionar, o, tu pode adicionar os três que eu deixei de fora, que eram grupos, socialização e mais alguma outra coisa... socialização e temas. Óbvio que tu pode adicionar, tu pode colocar um tema que aproxime mais. Mas eu acho que, não é Modelagem sem essas coisas ((características escolhidas)), sabe? Basicamente.

Observamos, em T1E11, que o Entrevistado 11 entendeu nossa ideia na pergunta 1.a, de que os entrevistados escolhessem características que considerassem “essenciais” à Modelagem Matemática e descartassem aquelas características “extras”, que poderiam fazer parte (e geralmente fazem) do trabalho com Modelagem Matemática, mas não estão presentes em algumas caracterizações dessa tendência (por exemplo, das apresentadas por Barbosa (2009a) e por Bassanezi (2002)). Porém, o Entrevistado 11 não acrescentou porque considerava *Hipóteses simplificadoras, Dados reais, Perguntas, Situações de fora da matemática e Justificativas* “as coisas mais essenciais”, as que “contemplam tudo que tu precisa” ou, as que “não é Modelagem sem essas coisas”. Também, ele baseou sua justificativa, para a escolha das cinco características mencionadas, em sua própria opinião, utilizando termos como “pra mim” e “eu acho que”. Assim, conforme Saraiva (2016, p. 273), que relacionou à apropriação de regras de realização passiva a apresentação, pelo entrevistado, de “uma justificação em consonância com o quadro teórico”, consideramos que o Entrevistado 11 não havia se apropriado de regras de realização passiva sobre características de Modelagem Matemática.

Em T2E11, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 11 com relação à pergunta 1.c, referente a exemplos de aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, que contemplassem as características escolhidas pelo entrevistado em 1.a. Essas características aparecem sublinhadas no trecho.

T2E11 **Entrevistado 11:** Uhum... Um exemplo, usando essas cinco características?
Entrevistadora: Pode ser também um exemplo de alguma prática que tu teve como aluno, que tu gostou, que tu aplicaria...
Entrevistado 11: Tá.
Entrevistadora: Que tu lembrou.
Entrevistado 11: Tá. Deixa eu pensar num exemplo. Sei lá, ahm, eu posso ter... ahm... Ah, uma, a questão de Modelagem a gente teve agora, até no Laboratório ((refere-se a Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III, disciplina da qual ele foi liberado, por alguns minutos, para participar da entrevista)). Que era um galinheiro, que a gente tinha tipo, quanto que a, que, depois, era um, noventa e um dias. Eram em semanas, tá, eram treze semanas. Ahm, das, de como elas viviam e quanto... e enfim fazia várias questões com essa Modelagem. Que era tipo, ah, ahm, qual seria? Quanto que ela ganhava por mês, de peso? Qual era o mês que ela ganhava mais? Qual era o mês que ela

ganhava menos? Então, tipo, é basicamente tu pega vários dados reais, tá? Tu tem os, tipo, tinha também pra ajudar, pra facilitar a questão do, já tinha todos os, os dados, de... ahm... tanto do total, quanto do mensal que elas ganhavam. Então tu tinha as hipóteses pra simplificar, tu tinha as perguntas que tu tinha que resolver. Era uma situação de fora da matemática, porque, até onde eu me lembro, isso era um artigo, publicado por alguém da geologia, ou alguém da biologia. Que a gente até observou um erro que tinha de cálculo e a ((fala o nome da professora da disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III em 2019/1)) explicou pra gente, que ah, é uma questão que às vezes eles não fazem as contas, alguém faz e não foi... não foi... ahm, como é que eu posso dizer? Não foi conferido. E... usando a parte de justificativa, eu acho que tá mais na resolução, do porquê que tu tá resolvendo dessa forma. Tu vai sempre ter que usar a justificativa. Ao meu ver, assim.

T2E11 iniciou com um diálogo entre entrevistado e entrevistadora, no qual ele confirmou a pergunta 1.c. Com base nas respostas dos outros dez licenciandos que já haviam sido entrevistados, acrescentei (no diálogo) que o Entrevistado 11 poderia se referir a alguma prática que “teve como aluno”, alguma vivência, que ele pudesse aplicar em seu (futuro) trabalho como professor. Diante disso, ele contou sua vivência de Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004), na disciplina de Laboratório de Prática Ensino-Aprendizagem em Matemática III, que ele estava cursando em 2019/1, quando foi entrevistado. Essa disciplina foi ministrada pela mesma professora das disciplinas de Geometria II – MAT e Combinatória I (em 2018/2) e, Laboratório de Prática Ensino-Aprendizagem em Matemática III teve, como um de seus objetivos: “investigar metodologias de ensino, especialmente resolução de problemas e Modelagem Matemática” (conforme o plano de ensino de 2018/2).

Observamos, em T2E11, que o Entrevistado 11 se referiu as cinco características que escolheu para caracterizar Modelagem Matemática. Dessa forma, dizemos que ele havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre características de Modelagem Matemática. Porém, notamos que o Entrevistado 11 não fez a exemplificação pedida em 1.c pensando nele mesmo como professor que, aplicaria as aulas, ele trouxe a si mesmo e seus colegas como estudantes. Consideramos que isso esteve de acordo com minha sugestão, de que poderia “ser também um exemplo de alguma prática que tu teve como aluno”.

No exemplo dado pelo Entrevistado 11, trazido em T2E11, observamos indícios de valores fortes do enquadramento na relação entre professor e estudantes. Por exemplo, o professor (que de acordo com a estrutura da entrevista, APÊNDICE D, deveria ser o Entrevistado 11) teve o controle sobre a seleção da situação de fora da matemática (“era um galinheiro”), dos dados a serem utilizados (“já tinha todos os, os dados”) e das perguntas (“tu tinha as perguntas que tu tinha que resolver”). Também, consideramos que o valor do

enquadramento foi enfraquecido, no exemplo do Entrevistado 11, com relação às *Hipóteses simplificadoras*, já que ele disse: “tu tinha as hipóteses pra simplificar”. Nessa fala, observamos que os estudantes fariam essa simplificação. Com relação às *Justificativas*, o valor do enquadramento também foi enfraquecido, pois, sobre essa característica, o Entrevistado 11 trouxe que: “eu acho que tá mais na resolução, do porquê que tu tá resolvendo dessa forma. Tu vai sempre ter que usar a justificativa”. Diante desse *texto*, pressupomos que os estudantes teriam certo controle na resolução (durante as aulas exemplificadas pelo Entrevistado 11), podendo resolver as perguntas de diferentes formas, ainda, ao elaborar as justificativas, os estudantes dariam sua opinião, o que continua trazendo indícios de enfraquecimento dos valores do enquadramento. Com relação às aulas de Combinatória I, nas quais o Entrevistado 11 também vivenciou Modelagem Matemática como aluno (BARBOSA, 2004), consideramos que houve uma recontextualização, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), entre essas aulas e o exemplo baseado em Laboratório de Prática Ensino-Aprendizagem em Matemática III, justamente com relação aos valores fortes do enquadramento da seleção.

Em vistas do conceito de classificação, observamos que, no exemplo trazido em T2E11, houve uma interdisciplinaridade entre geologia ou biologia (artigo) e, matemática (aulas da Licenciatura em Matemática), ou seja, uma união entre essas categorias (disciplinas), implicando em um valor fraco da classificação. No entanto, segundo o *texto* produzido pelo Entrevistado 11, os licenciandos observaram um erro de cálculo, e ao falarem à professora das disciplinas, ela explicou que as contas (do artigo) poderiam não ter sido conferidas. Diante disso, observamos uma separação entre as preocupações dos pesquisadores que escreveram o artigo (criação e ganho de peso das galinhas) e a dos licenciandos em matemática (exatidão dos cálculos), o que fortalece o valor da classificação. Consideramos, assim, que houve duas recontextualizações e, as relacionamos ao que foi trazido por Fontinhas e Morais (1993, p. 95):

mas, neste processo de inclusão [da vida corrente], como acontece com o conhecimento científico, o conhecimento comum sofre igualmente um processo de recontextualização. Assim como há, segundo Bernstein, "uma ciência imaginária" na sala de aula, também a relação com o mundo real é deformada com os "óculos das explicações legítimas".

Essas duas recontextualizações estão ligadas, de acordo com os conceitos apresentados por Saldanha e Neves (2007): ao campo de recontextualização pedagógico, no caso do artigo mencionado pelo Entrevistado 11 – no qual vida corrente (conhecimento comum) foi recontextualizada para incluir-se no conhecimento científico, gerando um discurso pedagógico de reprodução (DPR) para as aulas de Laboratório de Prática de Ensino-

Aprendizagem em Matemática III – e; à terceira recontextualização, quanto ao trabalho sobre o artigo nas aulas exemplificadas pelo Entrevistado 11 – nessa recontextualização, o DPR pode sofrer transformações (ser “deformado com os “óculos das explicações legítimas””) de acordo com o contexto da sala de aula, que (no exemplo) foi formado por licenciandos em Matemática.

Em T3E11, trazemos um diálogo entre entrevistado e entrevistadora sobre a pergunta 2.a da entrevista. Nessa pergunta, apresentei cinco cartões ao Entrevistado 11 e pedi a ele: “Dentre essas concepções, coloca sobre a mesa a(s) que pra ti é(são) de Modelagem Matemática” (após as entrevistas o termo concepções foi alterado para caracterizações).

- T3E11 **Entrevistado 11:** Eu coloco ((sobre a mesa)) os que eu... os que pra mim são? Ou os que tipo, têm alguns pra mim que podem ser, mas não necessariamente são. Esses eu incluo, ou... excluo?
- Entrevistadora:** Depende. Pode deixar eles e justificar.
- Entrevistado 11:** Ah, tá.
- Entrevistadora:** Ou, tu pode retirar e... só deixar fora.
- Entrevistado 11:** Tá, eu vou deixar pra justificar, então.

O trecho T3E11 iniciou com a dúvida do Entrevistado 11 sobre o que fazer com os cartões que, para ele, “podem ser, mas não necessariamente são” de Modelagem Matemática. Como a questão 2 seguia com perguntas semelhantes à questão 1, já respondida pelo Entrevistado 11, sugeri que ele poderia deixar sobre a mesa os cartões que mencionou, e justificar, nesse caso, porque considerava que eles podiam representar, mas não necessariamente representavam caracterizações de Modelagem Matemática. Isso poderia trazer indícios que faltaram, por exemplo, na análise do *texto* produzido pelo Entrevistado 4 (subseção anterior). No entanto, também sugeri ao Entrevistado 11 o que havíamos planejado para a entrevista, o “descarte” dos cartões que, para ele, não tratavam de Modelagem Matemática. Ele optou pela primeira sugestão. Dessa forma, na Figura 20, trazemos um *texto* diferente dos produzidos, com relação à pergunta 2.a, pelos Entrevistados 1 e 4. Diante do diálogo (T3E11) e das justificativas apresentadas por ele (T4E11 e T5E11, a seguir), esqueci de fazer a pergunta 2.a’ ao Entrevistado 11 durante a entrevista. Assim, esse entrevistado não foi consultado sobre uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões.

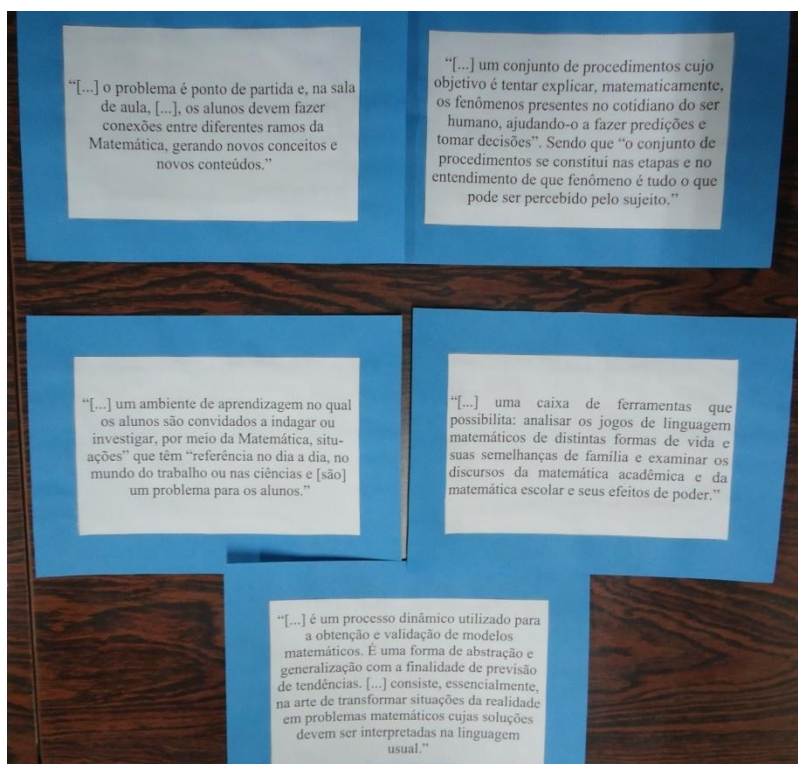


Figura 20: Escolhas (e cartões “não” escolhidos) do Entrevistado 11 na pergunta 2.a
Fonte: arquivo pessoal

Com T4E11, a seguir, observamos que os cartões que estão na parte de cima da Figura 20 representam as caracterizações que, para o Entrevistado 11, “não necessariamente são” de Modelagem Matemática. Embora não referenciados, conforme trazemos no APÊNDICE D, o cartão da esquerda refere-se à caracterização de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e, conforme a subseção 3.1.1 desta dissertação, o da direita diz respeito à caracterização de Modelagem Matemática apresentada em Burak (1992 apud 2017). Já as escolhas do Entrevistado 11, com relação à pergunta 2.a da entrevista, estão na parte de baixo da Figura 20. Assim como os demais, esses cartões não contem referências, mas, a partir do apêndice e da subseção mencionados, afirmamos que eles dizem respeito às caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009a) (cartão da esquerda) e por Bassanezi (2002) (cartão mais abaixo) e a uma caracterização de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015). Diante dessas escolhas, consideramos que o Entrevistado 11 havia se apropriado parcialmente de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Isso se deu, principalmente, pela escolha do cartão que representava uma caracterização de Etnomatemática, sendo que “analisar os jogos de linguagem matemáticos de distintas formas de vida” não é uma especificidade de Modelagem Matemática, pois essa tendência é mais ligada à linguagem matemática universal.

Em T4E11, trazemos a primeira parte do *texto* produzido pelo Entrevistado 11 quanto à pergunta 2.b, essa pergunta consistia no porquê das escolhas feitas. No entanto, como pretendíamos uma entrevista semiestruturada, em diálogo com o Entrevistado 11, combinamos que ele justificaria também suas “não escolhas”. É essa a justificativa apresentada em T4E11.

Entrevistado 11: Esse aqui ((Burak (1992 apud 2017))) eu vou deixar pra justificar também, eu ia deixar de fora, mas não. Ahm, esses ((Barbosa (2009a), Knijnik (2015) e Bassanezi (2002))) pra mim, com certeza são Modelagem. Tá? Esse daqui ((Burak (1992 apud 2017))), ahm... Eu acredito sim que a, tudo que tá até aqui ((“[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”)) é Modelagem.

Entrevistadora: Uhum.

T4E11

Entrevistado 11: Tá? ((lê o cartão que traz a caracterização de Burak (1992 apud 2017))) [...] O problema da Modelagem é que tu tem muitas coisas que tu pode perceber que não auxiliam e às vezes até atrapalham na Modelagem. Um exemplo inclusive no negócio das galinhas, é que a gente via que, entre as coisas que a gente percebia não, não valia a pena tu, pelos intuitos da questão, tu continuar com as galinhas. Tu não sabia o quanto elas procriavam, *et cetera*, que são coisas que eram importantes para questão em geral, do jeito que ela foi pedida. Só que eram coisas que a gente, se a gente usasse, a gente só ia se distanciar mais do problema. Então eu discordo da parte que é tudo que pode ser percebido, justamente por isso. Mas, até o primeiro ponto, até aqui, pra mim é Modelagem cem por cento.

Entrevistadora: Uhum.

Entrevistado 11: Ahm, e aqui ((Onuchic e Allevato (2011))) não é que não seja Modelagem. É que aqui, pra mim, é basicamente qualquer coisa. Qualquer, uma equação, poderia ser um problema, que é um ponto de partida na sala de aula. Que eles devem fazer conexões (entre) diferentes ramos da matemática. Sei lá, se tu pega uma equação polinomial, por exemplo. Uma função polinomial, são vários ramos que tu pega pra resolver. Pode ser Modelagem, com certeza, mas, não necessariamente é. Tá? E dos outros eu não tenho dúvidas.

Observamos, em T4E11, que a caracterização referente à Burak (1992 apud 2017) não esteve entre as escolhas do Entrevistado 11 pela explicação do que o pesquisador considerou como fenômeno, adicionada no artigo de 2017. Diante disso, como evidenciado em sua primeira fala (em T4E11), o Entrevistado 11 reconheceu a caracterização apresentada em Burak (1992)⁷⁶ como de Modelagem Matemática. Os termos que causaram discordância foram “tudo o que pode ser percebido pelo sujeito” e o entrevistado justificou essa discordância utilizando o mesmo exemplo que trouxe na pergunta 1.c, no qual considerar mais “coisas” (como quanto as galinhas procriavam) poderia atrapalhar e distanciar os licenciandos do problema com o qual estavam trabalhando. Já a caracterização de Resolução de Problemas (ONUCCHIC; ALLEVATO, 2011), não foi escolhida pelo Entrevistado 11 por ser, segundo o *texto* dele, muito abrangente. Ainda sobre essa caracterização, a frase “pode ser Modelagem,

⁷⁶ BURAK, D. Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem. Campinas – SP, 1992. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

com certeza, mas, não necessariamente é”, apresentada ao fim de T4E11, deveria ter sido mais discutida com o Entrevistado 11 durante a entrevista. Porém, consideramos que, com “pode ser Modelagem”, o Entrevistado 11 teve em conta, que em Modelagem Matemática, o problema pode ser ponto de partida e que pode haver conexões entre diferentes ramos da matemática, com geração de novos conceitos e conteúdos. Já com “mas, não necessariamente é”, pensamos que, segundo o Entrevistado 11, um trabalho com Modelagem Matemática pode não ter essas características.

Em termos de conceitos de Basil Bernstein, enquanto a justificativa relacionada à caracterização referente à Burak (1992 apud 2017), na qual o Entrevistado 11 utilizou um exemplo, trouxe indícios de apropriação de regras de realização passiva; a justificativa relacionada à Resolução de Problemas, na qual o entrevistado utilizou o termo “pra mim”, indicou não apropriação das referidas regras. Com relação aos referidos conceitos, continuamos nossa análise a partir de T5E11, em que apresentamos o *texto* produzido pelo Entrevistado 11 para justificar a escolha (feita por ele) dos cartões que continham as caracterizações referentes à Barbosa (2009a), Knijnik (2015) e Bassanezi (2002).

Entrevistadora: Uhum. Esses aqui ((Barbosa (2009a), Knijnik (2015) e Bassanezi (2002))) pra ti são os de Modelagem?

Entrevistado 11: São, é.

Entrevistadora: E tu poderia explicar por que, de cada um?

Entrevistado 11: Ahm... posso... Não tem problema. ((lê em voz alta o cartão que traz a caracterização de Bassanezi (2002))) Basicamente, ahm, é, ele tá colocando assim, é... pra mim é uma definição que eu usaria tipo, ah, o que é Modelagem? É um processo dinâmico e continuaria cem por cento. Tá, ahm... Pra mim isso aqui é mais uma questão de definição, assim de Modelagem.

Entrevistadora: Uhum.

Entrevistado 11: Ahm, ((lê em voz alta o cartão que traz a caracterização de Barbosa (2009a))). Mesma coisa... pra mim ele continua sendo um conceito de Modelagem, que ele pode ser utilizado até em sala de aula, O que é Mo, um aluno te pergunta o que que é Modelagem?

Entrevistadora: Uhum.

Entrevistado 11: É um conceito que eu poderia usar sem problema nenhum.

Entrevistadora: Tá.

Entrevistado 11: Ahm, e ((lê em voz alta o cartão que traz a caracterização de Knijnik (2015) para Etnomatemática)). Isso daqui, eu acho, tipo, diferente das outras que foram conceitos que eu daria, da Modelagem. Ahm, tá, tu até pode, o começo ele é, ainda continua respondendo à pergunta: o que é Modelagem? Mas tipo, ah, depois ele responde uma pergunta do pra que serve Modelagem. Ahm, que, ele de fato, possibilita analisar jogos de linguagem, entendeu? É, aqui ele não é, ele responde uma pergunta que não é o que é Modelagem, e sim pra que ela serve. Então tipo, eu acho que é um conceito que também define, só que tem uma outra pergunta diferente. Mas tem tudo a ver com Modelagem.

T5E11

Em T5E11, observamos que o Entrevistado 11 recontextualizou a escolha e a justificativa de caracterizações de Modelagem Matemática, pedidas nas perguntas 2.a e 2.b, elaborando a pergunta “o que é Modelagem?” e buscando, nos cartões, “uma definição” para essa tendência. Também, em sua primeira fala, o Entrevistado 11 mostrou preocupação em

responder a alunos o que é Modelagem Matemática. Isso nos lembrou a primeira aula de Combinatória I (em 2018/2) que envolveu Modelagem Matemática. Nessa aula, ocorrida em 04 de outubro de 2018, a professora da disciplina iniciou dizendo que: “a ideia [para a atividade autônoma] é que a gente consiga se valer de princípios da Modelagem Matemática... O que é isso? Vocês ouviram alguma coisa?”. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 11 recontextualizou, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), a referida aula.

Com relação à escolha do cartão referente à caracterização de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015), o Entrevistado 11 apontou uma diferença entre os demais. No entanto, essa diferença não disse respeito à diferenciação entre as tendências. Segundo o Entrevistado 11, o cartão mencionado, além de responder “o que é Modelagem?”, respondeu (também) outra pergunta elaborada por ele: “pra que serve Modelagem?”. Assim, segundo o Entrevistado 11, “analisar jogos de linguagem” é um objetivo de Modelagem Matemática, trazido no último cartão justificado por ele. Se considerarmos que esses “jogos de linguagem” podem se referir aos modelos matemáticos discutidos em Barbosa (2009a, p. 2), temos uma convergência entre o objetivo (pra que serve) apontado pelo Entrevistado 11 e a concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa. Essa convergência (ou recontextualização no mesmo sentido) se deu quando consideramos que a análise dos referidos modelos é a base para o que Barbosa (2009a, p.2) sublinhou – “a produção de modelos matemáticos não é um processo neutro. [...] Notemos que o interesse de quem está construindo o modelo pode jogar um papel crucial na escolha das variáveis e no estabelecimento das hipóteses na abordagem da situação” – e trouxe como um argumento para a Modelagem Matemática – “a necessidade de os alunos perceberem a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que eles podem ter na sociedade e nas ciências”. No entanto, Knijnik (2015) complementou a análise “de jogos de linguagem matemáticos” em sua caracterização (escolhida pelo Entrevistado 11), com “de distintas formas de vida”, enquanto os referidos modelos estão relacionados a matemáticas universal e escolar (BASSANEZI, 2002) e a cotidianos urbanos com transporte público (BARBOSA, 2009a) e supermercados (BURAK, 2010).

Ainda com relação ao *texto* produzido pelo Entrevistado 11 para a pergunta 2.b, observamos (em T5E11) que ele utilizou os termos “pra mim” ou “eu acho” nas justificativas dos três cartões escolhidos. Dessa forma, o Entrevistado 11 não apresentou indícios de que baseou suas escolhas/justificativas em leituras, discussões e/ou práticas realizadas anteriormente. Diante disso, consideramos que ele não havia se apropriado de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

T6E11, a seguir, contem a resposta do Entrevistado 11 para a pergunta 2.c. Segundo a estrutura da entrevista (APÊNDICE C), essa pergunta consistia em dar “um exemplo de prática pedagógica escolar relacionada a cada concepção [posteriormente alterada para caracterização] de Modelagem Matemática que tu escolheste”. No entanto, tal pergunta foi recontextualizada conforme as entrevistas ocorreram.

Entrevistadora: Ahm, agora seria a parte de dar um exemplo...

Entrevistado 11: Tá.

Entrevistadora: ...de uma prática pedagógica escolar, que seria qualquer relação tua com os alunos. Pode ser pedir pra eles fazerem um tema e apresentar...

Entrevistado 11: Uhum.

Entrevistadora: Ou escrever, em dupla, em grupo, individual, como tu quiser...

Entrevistado 11: Sim, alguma coisa que eu já tenha feito. Eu lembro...

Entrevistadora: Ou que tu pretenda fazer no futuro.

T6E11

Entrevistado 11: [...] O... a gente, em Laboratório I ((Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I)), principalmente, a gente teve muitos exercícios de Modelagem. Ahm, porque era basicamente a melhor forma que a gente encontrava de (união). É que era uma turma bem diferente, [...]. ((fala sobre algumas facilidades/dificuldades de alguns alunos da turma)). Então, tipo, foi uma turma bem mista. Então, a maneira que a gente encontrou, de fazer exercícios aonde coubessem todas essas diferenças, foi usando, foi partindo do uso da Modelagem. E teve uma atividade, que ela foi muito... válida, que foi muito boa, que a gente fez, a meu ver. Que foi justamente a questão de coordenadas, eles, a gente queria ensinar coordenadas pra eles. Só que, bom, se a gente vai fazer um processo todo matemático pra estudar coordenadas, o menino que tirou a medalha de ouro vai tirar de letra e o menino que se acha burro vai desistir da aula. Então, o que que a gente fez? A gente pegou... invés de fazer um exercício de Modelagem no quadro, ou coisa do gênero, não. A gente saiu, da sala de aula, a gente usou como base um conhecimento que eles já tinham, que era o do *Super Logo*. (De) como ele funcionava, que era uma tartaruga, que ela andava uma quantidade de... uma unidade que tu botava lá, aí ela virava um ângulo, também era uma outra unidade. O que que a gente fez? A gente colocou vendado, em grupo, a gente dividiu eles em grupos, vendados, eles tinham que traçar um caminho que a gente, ahm, partindo da quadra do ((fala o nome do colégio no qual os alunos estudavam)) até a porta de entrada. Só que venda, eles tinha que, primeiro, antes de tudo, fazer anotação, quantos passos vão ser dados. Que era o pf ((comando utilizado no *Super Logo*, indica “para frente” e é seguido pelo número de passos a serem dados)) tanto, quanto que tu vai virar o ângulo depois de tanto e quanto que tu vai andar depois de novo. E pode parecer uma coisa meio abstrata, mas foi justamente esse conceito de coordenada que ajudou eles posteriormente, sabe? E pra mim, esse é o melhor exemplo de Modelagem que eu tenho pra, de coisas que eu já fiz, assim, porque conseguiu unir todo mundo. Foi uma atividade que todo mundo gostou, numa turma muito diferente, individualmente falando dos alunos. E que todo mundo conseguiu aproveitar e entender cem por cento do, do conceito da aula.

Entrevistadora: E essa concepção, esse exemplo, ele se encaixaria melhor em alguma dessas concepções?

Entrevistado 11: Humm, olha, é, se encaixaria perfeitamente aqui ((Knijnik (2015))). Porque eles conseguiram, ahm, porque possibilitou eles pra viver o que eles tavam fazendo.

Entrevistadora: Uhum.

Entrevistado 11: Tá? Ahm, e eu acho que, mais nesse do que em qualquer outro. Porque volta aquilo que eu tinha dito. Desse daqui ser o pra que que a Modelagem serve, eu acho que como foi um exemplo da onde a gente precisava, entre aspas, aplicar a Modelagem pra que abrangesse toda a turma. Entra no porquê, a gente estuda Modelagem, porque que a gente, pra que que a gente vai usar ela. E não no que ela é. Por isso que pra mim, esse encaixa mais nesse do

que nos outros. Tá?

Observamos, no início do diálogo, em T6E11, que o Entrevistado 11 viu a sugestão feita por mim na pergunta 1.c, de que poderia “ser também um exemplo de alguma prática que tu teve como aluno, que tu gostou, que tu aplicaria...”, como uma “regra” para os exemplos. Assim, mesmo que pudesse exemplificar algo que pretendesse fazer (no futuro), o Entrevistado 11 optou por contar uma vivência com Modelagem Matemática que teve no papel de professor (BARBOSA, 2004), sendo que a disciplina de Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I previa, na metodologia de seu plano de ensino para 2018/2: “preparação, execução e avaliação de práticas de ensino dos números por grupos de dois ou três alunos [licenciandos em Matemática], junto a alunos do Ensino Fundamental, modalidade Educação de Jovens e Adultos, ou em Curso de Extensão vinculado à oferta da disciplina”.

No início do exemplo que trouxe para a pergunta 2.c, o Entrevistado 11 buscou justificar o “uso da Modelagem”, como uma forma de unir seus alunos e de ensinar coordenadas a eles. Também, ao fim de sua primeira fala, o Entrevistado 11 disse que: “esse é o melhor exemplo de Modelagem que eu tenho pra, de coisas que eu já fiz, assim, porque conseguiu unir todo mundo. Foi uma atividade que todo mundo gostou, [...]. E que todo mundo conseguiu aproveitar e entender cem por cento do, do conceito da aula”. Diante disso, consideramos que, na compreensão do Entrevistado 11, Modelagem Matemática tem dois objetivos principais, nas palavras dele, essa tendência “serve pra”: unir os alunos e ensinar conceitos de matemática.

Ainda, no *texto* produzido com relação à pergunta 2.c (T6E11), observamos que o Entrevistado 11 mencionou o *Super Logo*. Esse *software* permeou o plano de ensino da disciplina de Computador na Matemática Elementar I, sugerida para o primeiro semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Diante disso, além de seus alunos, consideramos que o Entrevistado 11 também tinha “conhecimentos” sobre o *Super Logo*, pelo menos, em suas vivências na graduação.

Como o Entrevistado 11 apresentou apenas um exemplo, durante a entrevista perguntei: “esse exemplo, ele se encaixaria melhor em alguma dessas concepções?” (T6E11), referindo-me as caracterizações escolhidas por ele (BARBOSA, 2009a; BASSANEZI, 2002; KNIJNIK, 2015). Diante disso, ele relacionou seu exemplo ao cartão que continha a caracterização de Etnomatemática apresentada por Knijnik (2015). Na primeira justificativa para essa relação, dada pelo Entrevistado 11 (T6E11), consideramos que ele recontextualizou “distintas formas de vida” (KNIJNIK, 2015), dizendo “viver o que eles tavam fazendo”. A

outra justificativa trazida pelo Entrevistado 11 para a referida relação (T6E11), teve ligação, segundo ele, com o porquê de usar Modelagem Matemática, com o “pra que serve”, já exposto por ele em T5E11.

Observamos que, na prática pedagógica escolar apresentada pelo Entrevistado 11 com relação à pergunta 2.c, houve uma análise dos “jogos de linguagem matemáticos” da linguagem de programação LOGO (*Super Logo*) e de suas semelhanças com o caminhar vendido pelo colégio e, um exame dos efeitos de poder das matemáticas acadêmica e escolar, relacionado ao *texto*: “[...] se a gente vai fazer um processo todo matemático pra estudar coordenadas, o menino que tirou a medalha de ouro vai tirar de letra e o menino que se acha burro vai desistir da aula”. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 11 havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre uma caracterização de Etnomatemática. No entanto, essa apropriação não foi verificada sobre as caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas na entrevista.

Também, no *texto* produzido pelo Entrevistado 11 com relação à pergunta 2.c, observamos valores fortes do enquadramento, pois, segundo o referido *texto*, o professor (Entrevistado 11) controlou: a seleção do tema (traçar um caminho da quadra à porta de entrada do colégio), do conhecimento/assunto de matemática a ser trabalhado (coordenadas e *Super Logo*) e dos materiais a utilizar (venda e anotações).

Em geral, os *textos* produzidos pelo Entrevistado 11 para as perguntas 1.c e 2.c foram detalhados e trouxeram indícios de valores fortes do enquadramento da seleção (principalmente na escolha do tema/situação de fora da matemática) e, por isso, indícios de recontextualizações, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), das aulas de Combinatória I em 2018/2. Ainda, os exemplos dados pelo Entrevistado 11 nessas perguntas foram baseados em vivências dele e indicaram que ele havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação, mesmo que uma dessas apropriações não tenha sido sobre as caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas na entrevista.

Assim como o Entrevistado 4, o Entrevistado 11 teve dúvidas quanto à diferenciação entre Modelagem Matemática e Etnomatemática. No entanto, esse último escolheu a caracterização referente à Etnomatemática e apresentou justificativas para suas “não escolhas” na questão 2. Por fim, destacamos as perguntas elaboradas pelo Entrevistado 11 (“o que é?” e “pra que serve?” Modelagem Matemática) no *texto* que produziu para as perguntas 2.b e 2.c da entrevista e as duas recontextualizações associadas ao exemplo que ele apresentou para a pergunta 1.c.

3.3.5 Entrevistado 00

Nesta subseção, analisamos o *texto* produzido pelo Entrevistado 00, Para isso: coletamos/produzimos dados por meio de uma entrevista, cuja estrutura foi a mesma apresentada nas subseções anteriores; buscamos ter indícios da apropriação, pelo entrevistado, de regras de reconhecimento e realização sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática, e; utilizamos (além das regras) outros conceitos de Basil Bernstein, assim como, pesquisas já discutidas nesta dissertação.

Na Figura 21, trazemos as escolhas e a escrita do Entrevistado 00 com relação, respectivamente, às perguntas 1.a e 1.a' da referida entrevista. Na pergunta 1.a, assim como os demais entrevistados, o Entrevistado 00 recebeu oito cartões – com características vivenciadas nas aulas de Geometria II – MAT que envolveram Modelagem Matemática em 2018/2 – para que escolhesse os que caracterizavam a mencionada tendência. Na pergunta 1.a', o Entrevistado 00 foi indagado sobre alguma característica, não apresentada nos cartões que recebeu, que considerasse importante para caracterizar Modelagem Matemática.

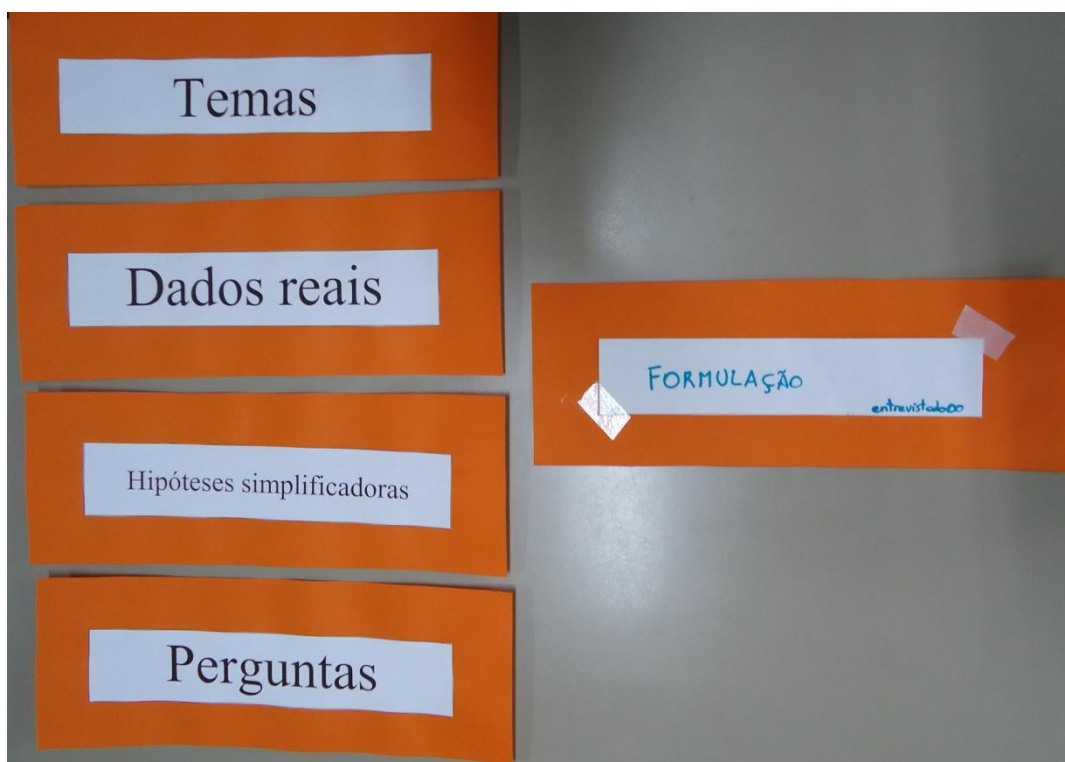


Figura 21: Escolhas/escrita do Entrevistado 00 nas perguntas 1.a e 1.a'

Fonte: arquivo pessoal

As quatro escolhas feitas pelo Entrevistado 00 já haviam sido escolhidas por outros entrevistados referidos nesta dissertação. Portanto, nas subseções anteriores, já havíamos relacionado as características *Temas*, *Dados reais*, *Hipóteses simplificadoras* e *Perguntas* às caracterizações de Modelagem Matemática (apresentadas por Barbosa (2009a), por Bassanezi

(2002) e por Burak (1992 apud 2017)) e ao que Klüber (2012) apontou como encaminhamentos inseparáveis da Modelagem Matemática. Diante disso, concordamos com o Entrevistado 00, considerando que as quatro características escolhidas por ele caracterizam Modelagem Matemática. Outras características (*Situações de fora da matemática e Socializações*) também fazem parte das caracterizações dessa tendência. No entanto, nos propomos a analisar o *texto* (escolhas/escritas/falas/gestos) produzido pelos entrevistados, desconsiderando, nessa análise o que eles deixaram de escolher, escrever, falar ou indicar durante as entrevistas. Quanto a *Formulações*, característica escrita pelo Entrevistado 00 em resposta à pergunta 1.a’, trazemos o trecho T1E00, a seguir.

T1E00 **Entrevistado 00:** Acho que formulação, porque... o jeito como tu vai... dá o problema, pode ter diferentes, interpretações. Então, se tu der um... um, alguma coisa que... seja bem focada naquilo que tu espera, ele é bem, ele já vai te gerar um resultado melhor.

O Entrevistado 00 associou “formulação” a diferentes interpretações e no foco naquilo que se espera. Como *Hipóteses simplificadoras*, consideramos o que a professora de Geometria II – MAT (disciplina cursada pelo Entrevistado 00 em 2018/2) explicou na aula de 31 de outubro de 2018: “outra coisa são as hipóteses que vocês vão simplificar, tá? Que que é isso? É quando vocês vêem que vocês não dão conta (de) alguma coisa... E aí vocês vão ver, olha eu vou desconsiderar tal fator. Isso é uma hipótese simplificadora”. Também relacionamos essas *Hipóteses* a “processo dinâmico” e “conjunto de procedimentos”, apresentados, respectivamente, nas caracterizações de Modelagem Matemática referentes à Bassanezi (2002) e à Burak (1992 apud 2017). O “processo dinâmico” foi dividido, por Bassanezi (2002), em cinco etapas, sendo que uma dessas é a “abstração” que, por sua vez, foi dividida em quatro etapas. Dentre essas, a “simplificação” foi a que mais se assemelhou às *Hipóteses simplificadoras* referidas nas aulas de geometria. A “simplificação” foi justificada, por Bassanezi (2002, p. 29), pois “os fenômenos que se apresentam para o estudo matemático são, em geral, excessivamente complexos se os considerarmos em todos os seus detalhes”, assim a “simplificação” gera “um problema matemático tratável” (BASSANEZI, 2002, p. 29). Com relação ao “conjunto de procedimentos”, Burak (2010) trouxe cinco etapas, a terceira refere-se ao “levantamento do(s) problema(s)”. Nela, há a construção de hipóteses para “traduzir e transformar situações do cotidiano em situações matemáticas.” (BURAK, 2010, p. 22). Diante disso, ainda que a característica *Hipóteses simplificadoras* tenha feito parte das escolhas do Entrevistado 00, relacionamos *Formulações* a *Hipóteses simplificadoras*. Logo, consideramos que *Formulações* caracterizam Modelagem Matemática. Assim, a partir de suas escolhas/escrita, o Entrevistado 00 havia (quando ocorreu a entrevista) se apropriado de

regras de reconhecimento sobre características da Modelagem Matemática, mesmo tendo ressaltado uma característica duplamente.

Observamos, em T1E00, que a escrita de *Formulações*, como justificada pelo Entrevistado 00, indicou certo controle sobre o trabalho com Modelagem Matemática. Associamos “se tu der [...] alguma coisa que... seja bem focada naquilo que tu espera” a um valor forte do enquadramento da seleção do problema, porque “dar” remeteu a um controle (no caso da sala de aula) do professor e daquilo que ele espera. Também, relacionamos “ele já vai te gerar um resultado melhor” a um valor forte do enquadramento dos critérios de avaliação, pois esse “resultado melhor” está de acordo com o que quem tem o controle (professor). Por exemplo, o professor seleciona um problema, focado naquilo que ele espera (podendo ser o estudo de algum conceito), dá o problema aos estudantes, esperando que eles foquem naquele conceito (resultado melhor) e não em outros.

Em T2E00, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 00 com relação à pergunta 1.b, na qual ele justificou a escolha/escrita dos cartões (apresentada na Figura 21 desta dissertação).

Entrevistado 00: Temas... eu acho que é o básico, de Modelagem. Tu tem ach... Tu tem, quando tu quer fazer alguma, algum trabalho em cima tu vai procurar um tema de... De, não é de pesqui... Não seria de pesquisa, mas um tema de... Pra tu (). Tu tratar o assunto, em si, né. Perguntas... Todo trabalho de Modelagem tu vai ter que fazer perguntas, pra, que tu vai querer solucionar. Dados reais, podem ser úteis, em problemas... Que surgem. Ou que tu pode, através dos temas, utilizar. Ou como uma exemplificação, de algum tema que tu tenha trabalho... Como é que a gente pode dizer? Empírico? Né? E tu queira dar um exemplo pra se tornar mais, de fácil entendimento. E hipóteses simplificadoras, porque... O problema que tu vai ter, tu vai... Ele pode se tornar muito... Amplo. E quanto, quanto mais tu, simplificar, mais ao ponto tu quer chegar, que ponto tu quer chegar, é melhor, pra definir os, o que tu vai querer.

T2E00

Observamos uma relação entre a resposta do Entrevistado 00 (T2E00) e aulas de Geometria II – MAT de 2018/2, quando ele falou de dados reais “como uma exemplificação”. Na aula da referida disciplina, em 31 de outubro de 2018, a professora explicou:

o que vão ser os dados coletados... reais... eles têm que ser reais, vocês não podem inventar coisas, tá? Certo? Vocês não podem dizer assim, ah... é... sei lá, vamos pegar um aqui, [...] sobre padrões de construção... [...], aí eu invento uma construção... NÃO. Não podem inventar uma construção... né? Tu vai falar de padrão de construção, digamos assim, tá? Acho que não é de nenhum de vocês, mas assim, tá falando de... ahn... prédios históricos, tá? Aí eu invento um prédio histórico, não. Eu vou lá no prédio histórico, tá cheio deles em Porto Alegre, né? E... pego os dados, né? Até porque nem precisa ser de Porto Alegre (porque) essas coisas, em geral, estão muito documentadas, né? [...] É cheio de dados dele lá no site, né?

Nesse exemplo, a professora utilizou um tema (padrões de construção) para explicar com pormenor e exemplos o que estava considerando como dados reais no trabalho com Modelagem Matemática a ser desenvolvido pelos licenciandos em matemática que cursavam

a disciplina. Relacionamos essa explicação à: “pra se tornar mais, de fácil entendimento”, trazido pelo Entrevistado 00. Dessa forma, consideramos que houve uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), entre a aula mencionada e o *texto* produzido pelo Entrevistado 00. Além disso, a justificativa, apresentada pelo Entrevistado 00, para a escolha de *Hipóteses simplificadoras*, pelo Entrevistado 00 (T2E00), aproximou ainda mais essa característica de *Formulações*, cuja justificativa para escrita foi trazida em T1E00. De acordo com a referida aproximação, destacamos que, ao justificar *Hipóteses simplificadoras*, o Entrevistado 00 relacionou essa característica à simplificação de um problema de acordo com “que ponto tu quer chegar” (T2E00) e, que a justificativa de *Formulações* também foi relacionada, por ele, à amplitude dos problemas e ao foco “naquilo que tu espera” (T1E00). Apesar das relações discutidas, o Entrevistado 00 iniciou sua justificativa (com relação à pergunta 1.b da entrevista) dizendo “eu acho” e, ao longo do *texto* que produziu, não apresentou referências a leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente. Então, consideramos (com base em Saraiva (2016)) que o Entrevistado 00 não havia se apropriado de regras de realização passiva sobre características de Modelagem Matemática.

Em T3E00, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 00 com relação à pergunta 1.c da entrevista, na qual pedi que ele apresentasse um exemplo de aulas que ele daria, no âmbito da Modelagem Matemática, tendo todas as cinco características escolhidas/escrita por ele.

T3E00

Entrevistado 00: Daria pra pensar já que o, é uma coisa que eu to sempre em cima, né? Pensar algum, ahm. Por que que a gente pode dizer que tem uma formulação exata pra, pra fazer uma receita... né? Por que que, por exemplo, se pergun... Daí já vem uma pergunta: Por que que a, a fórmula, a, a, os ingredientes, a pesagem dos ingredientes específica pra um determinado tamanho de forma de bolo é, aquela? Por que que aquele é o melhor? Poderia ser esse. Isso vem muito com o, tema também. Que é o, confeitaria. Dados reais tá, já tá incluído tudo. As hipóteses... uhm.. as hipóteses não me vem nada agora. E a formulação também não. Vamos ver, então tema seria confeitaria. Dados reais... os ingredientes, a pesagem dos ingredientes. Tá, as hipóteses simplificadoras poderia ser então... [...] De que forma eu vou proceder, talvez. Isso, mas também seria perguntas. E taria junto com a formulação. Perguntas vão surgir ao longo do caminho, né? Então não tem tanto... não seria dizer importância, mas são coisas que vão a... e não é nem acumulando, mas são coisas que vão se, vão somando ao nosso trabalho. Né? Hipóteses também eu acho, ah, por que que não seria, por exemplo, receita num, numa forma quadrada, ou retangular, né? Se eu pego uma forma hexagonal, os volumes... né? Alguma coisa que (simplifique) mais. [...] E eu, e principalmente simplificadoras. Não tem, por exemplo, pegar uma receita, ah, não vou pegar uma receita que tenha muitos ingredientes, porque isso também vai exigir uma, um controle muito maior, sobre os meus ingredientes, né?

Entrevistadora: Aí tu faria a escolha da receita, ou tu deixaria pros alunos escolherem? E ia orientando, ah, pega () uma com poucos ingredientes?

Entrevistado 00: É, isso eu, isso seria um problema. Mas, poderia, poderia dizer como uma hipótese. Ah, utilizem... como base essa receita. Né? Três ingredientes,

quatro, no máximo. Ah, como é que seria o melhor jeito de, de, fazer o bolo? Tá? E por último formulação, né? Como é que poderemos dizer?... Como é que eu poderia estruturar, esse meu, trabalho, de forma que ele siga, não um passo a passo, mas eu poderia dizer, eu posso pegar vários elementos que podem estar relacionados, ou não relacionados e que no fim, eu consiga chegar no meu resultado... A princípio é isso que eu, consegui, extrair.

No exemplo dado pelo Entrevistado 00, que trouxemos em T3E00, observamos (de início) a seleção do tema, baseada em vivências do entrevistado (“uma coisa que eu to sempre em cima”). Também, vimos que o *texto* produzido foi guiado pelas características escolhidas/escrita pelo Entrevistado 00 e que, primeiramente, ele não conseguiu associar *Hipóteses simplificadores* e *Formulação* ao exemplo que estava elaborando. Essa associação apareceu pouco depois e nela, o Entrevistado 00, mencionou uma relação entre três características: *Hipóteses simplificadoras*, *Perguntas* e *Formulação*: (“tá, as hipóteses simplificadoras poderia ser então... [...] De que forma eu vou proceder, talvez. Isso, mas também seria perguntas. E taria junto com a formulação”). Também, a relação entre as referidas características e o exemplo dado pelo Entrevistado 00 (em T3E00, antes da intervenção da entrevistadora) apareceu com indícios de valores fracos do enquadramento. Considerando esses valores, o Entrevistado 00 não estabeleceu um controle sobre as referidas características quando disse que as “perguntas vão surgir ao longo do caminho”, que “vão somando ao nosso trabalho” e, quando relacionou hipóteses ao formato de formas (não definido no exemplo) e simplificação a uma receita que não tivesse muitos ingredientes (também não definida na primeira parte de T3E00).

Buscando mais indícios da relação professor/estudantes, no exemplo de aulas que estava sendo produzido pelo Entrevistado 00, perguntei-lhe sobre a escolha/seleção da receita, aproveitando que ele falava sobre a quantidade de ingredientes. Na resposta dele a essa pergunta, os indícios foram de enquadramentos com valores mais fortes, pois seria o professor (nesse caso, o Entrevistado 00) quem selecionaria a receita, como observamos em: “ah, utilizem... como base essa receita”. Também, por meio de “como é que eu poderia estruturar, esse meu, trabalho”, observamos valores fortes do enquadramento em relação à característica *Formulação* (termo utilizado pelo Entrevistado 00), ou, ao indicador “Trabalhos/Actividades a realizar” (SANTOS, 2010, p. 315), que é caracterizado com enquadramento muito forte (E^{++}) quando “os trabalhos/actividades são seleccionados, estruturados e orientados pelo professor” (SANTOS, 2010, p. 315).

Além disso, observamos uma semelhança entre o exemplo do Entrevistado 00 e a primeira “atividade” do curso de iniciação científica “Cálculo e Modelagem Matemática”, descrito e analisado por Braga (2015). Ela também apresentou uma receita para que os

participantes do referido curso preparassem. No entanto, nessa receita continham mais de três ou quatro ingredientes e os estudantes não discutiram formatos de formas, mas a variação da temperatura do bolo de caneca que prepararam, após ele sair do micro-ondas. Ainda, consideramos que as perguntas “por que que aquele é o melhor?” e “Ah, como é que seria o melhor jeito de, de, fazer o bolo?”, apresentadas pelo Entrevistado 00 em T3E00, têm relação com a validação de modelos, mencionada na caracterização de Modelagem Matemática referente à Bassanezi (2002). Essa caracterização, por sua vez, está ligada à Matemática Aplicada, diante , a validação é uma etapa sobre a qual Bassanezi (2002, p. 30) trouxe que: “um bom modelo matemático é aquele que o usuário, especialista na área onde se executou a modelagem, o considera como tal, tendo as qualidades de ser razoavelmente simples e representar razoavelmente a situação analisada”. Assim, “um bom modelo” estaria relacionado à pesagem dos ingredientes para determinado tamanho de forma e ao melhor jeito de fazer um bolo, no exemplo do Entrevistado 00. Com relação ao trazido por Bassanezi (2002), essa pesagem e esse “jeito”, só poderiam ser selecionados com a ajuda de um confeitoiro, que levaria em conta o sabor do bolo e as configurações de venda, a depender de tamanho e formato.

Com relação às aulas de Geometria II – MAT em 2018/2, observamos que houve uma recontextualização, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), entre elas e o exemplo dado pelo Entrevistado 00. Nas aulas, os estudantes (licenciandos) selecionaram o tema, as perguntas que responderiam e os dados, já no exemplo trazido em T3E00, o professor (Entrevistado 00) selecionou o tema (confeitaria), a pergunta (“Por que que a, a fórmula, a, a, os ingredientes, a pesagem dos ingredientes específica pra um determinado tamanho de forma de bolo é, aquela?”) e os dados (receita).

Com relação ao conceito de regras de reconhecimento e realização – como o Entrevistado 00 inseriu todas as características que escolheu/escreveu (Figura 21) em seu exemplo (T3E00) e respondeu sobre a relação entre professor e alunos (que vivenciariam a(s) aula(s) exemplificadas) – consideramos que ele havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre características de Modelagem Matemática.

Assim como o Entrevistado 11, o Entrevistado 00 optou por deixar sobre a mesa (localizada entre entrevistado e entrevistadora) os cartões que não escolheu na pergunta 2.a da entrevista. Conforme observamos em T4E00, a seguir, ele os deixou para as próximas etapas/perguntas, pois: “pode ser que mais adiante venha, mais alguma coisa”. Ainda em T4E00, notamos que os cartões escolhidos pelo Entrevistado 00 são os que aparecem na parte

de cima da Figura 22. Esses cartões refere-se às caracterizações de Modelagem Matemática apresentadas por Barbosa (2009a) e por Burak (1992 apud 2017). Também em T4E00, que contem o *texto* produzido pelo Entrevistado 00 durante a escolha dos cartões, ele mencionou sua “concepção de Modelagem”. Diante disso, recontextualizei a pergunta 2.a’ da entrevista, perguntando ao Entrevistado 00 se ele gostaria de escrever a concepção a qual havia se referido, ele respondeu que preferia não escrevê-la.

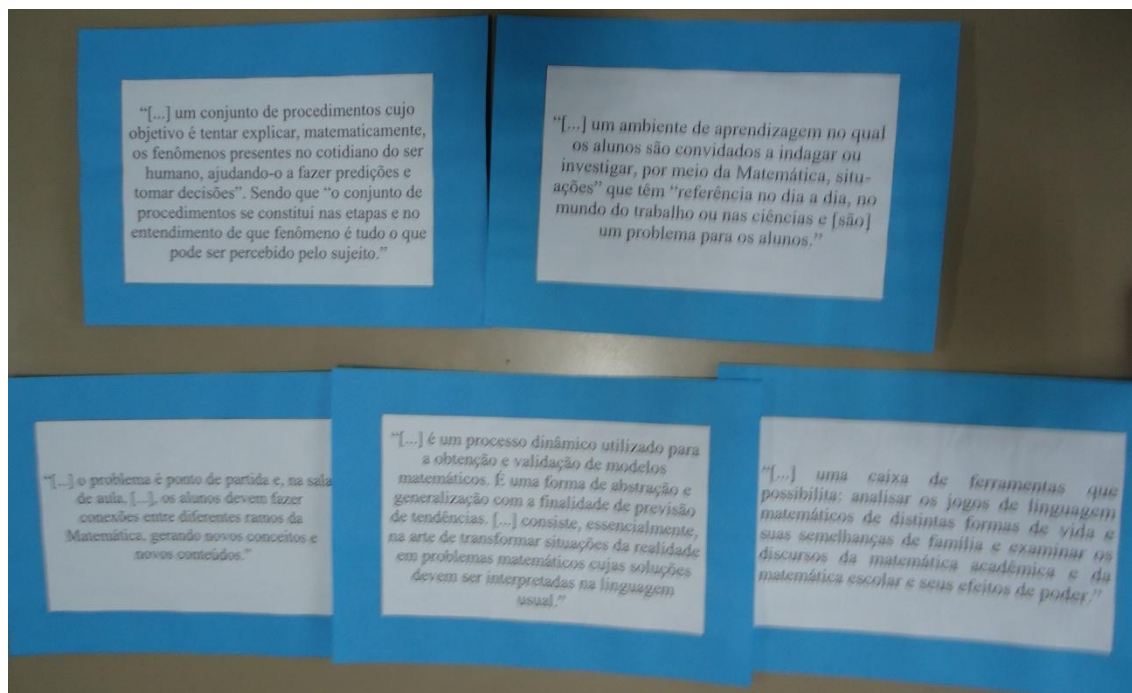


Figura 22: Escolhas (e cartões “não” escolhidos) do Entrevistado 00 na pergunta 2.a
Fonte: arquivo pessoal

Como pretendemos analisar o *texto* produzido pelos entrevistados, e o Entrevistado 00 escolheu duas caracterizações que são, de fato, de Modelagem Matemática, consideramos que ele havia se apropriado de regras de reconhecimento sobre caracterizações de Modelagem Matemática, mesmo não tendo escolhido a caracterização apresentada por Bassanezi (2002). Em T4E00, trazemos um *texto* em que o Entrevistado 00 justificou suas escolhas e “não” escolhas.

T4E00

Entrevistado 00: Essa aqui ((referindo-se ao cartão que traz a caracterização apresentada em Burak (1992 apud 2017))) eu consideraria de Modelagem, juntando bastante, assim, com projeto. Lembra bastante, lendo assim, interpretando, lembra bastante projetos. Tá, então esse aqui ((Burak (1992 apud 2017))) já foi. Esse aqui ((Bassanezi (2002))) eu não, não sei. Tá meio confuso a forma como é... expresso, na frase. (Esses)... A formulação da frase, ela se torna, parece, assim, ahm... Parece que quer falar de Modelagem, mas acaba falando de outra coisa. Tá, então essa aqui não. Deixamos ali. ((separado do cartão referente à Burak (1992 apud 2017))). Esse aqui ((Barbosa (2009a))) também daria pra falar que é de Modelagem. Mas ainda assim parece meio... parece que é uma coisa muito específica, aqui fala muito especificamente, tá? Talvez, na minha concepção de Modelagem não, não seria só pra tratar de problemas relacionados ao dia a dia, né? A gente pode, um conceito,

pra mim o conceito de Modelagem Matemática pode se tornar algo mais amplo. Essa aqui ((Knijnik (2015))) também tá bem confusa... bem confusa. Vou deixar ela de lado aqui ((junto com o cartão referente a caracterização escrita por Bassanezi (2002))). Vamos ver esse aqui. Essa ((Onuchic e Allevato (2011))) também, tá meio estranha assim... Porque o problema é o ponto de partida, não sei o que, também o que vem antes, né, mas. A gente precisa ter um problema, como ponto de partida, também? A gente pode ter algumas, alguma situação que gere o problema, né? E o problema... se torne alguma... poderia se dizer uma aplicação daquilo, que a gente está estudando. Então, ao meu ver esses dois aqui ((Burak (1992 apud 2017) e Barbosa (2009a))) são os que mais se encaixam. Ainda que esse ((Barbosa (2009a))) com alguma... ressalva.

Entrevistadora: E os outros? Se encaixam ou tu quer tirar.

Entrevistado 00: Os outros, que nem eu falei, esse aqui ((Bassanezi (2002))), ele é bem confuso. Esse aqui ((Onuchic e Allevato (2011))), o meu... a minha... indagação é essa primeira frase. O problema é o ponto de partida. Tá? Não considero que o problema (seja) o ponto de partida. E esse aqui ((Knijnik (2015)))... não sei se... a gente poderia dizer... ((lê o cartão)) uma caixa de ferramentas que possibilita... Eu acho que a colocação das palavra tá mal. Então, eu fico com esses dois ((Burak (1992 apud 2017) e Barbosa (2009a))).

Entrevistadora: Tu quer escrever tua compreensão? Que tu tinha falado antes.

Entrevistado 00: Uhm... Prefiro, não.

[...]

Entrevistadora: Esses dois ficam ((Burak (1992 apud 2017) e Barbosa (2009a))). Esses aqui ((Bassanezi (2002), Onuchic e Allevato (2011) e Knijnik (2015))) tu quer deixar pras próximas etapas, ou tu quer tirar eles?

Entrevistado 00: Eu po, vamos deixar pras próximas etapas, pode ser que mais adiante venha, mais alguma coisa.

Entrevistadora: Um pouco tu já explicou, acho que mais desses que não (), dos que mais ou menos, do que os do que sim.

Entrevistado 00: Uhum.

Entrevistadora: Mas se tu puder é, justificar assim, por que esse principalmente que tu, foi o primeiro que tu escolheu.

Entrevistado 00: Uhum.

Entrevistadora: E por que esse aqui, mesmo discordando de uma parte, tu escolheu ele.

Entrevistado 00: Tá. Uhm... Esse aqui ((Barbosa (2009a))) eu escolhi porque é um ambiente de aprendizagem, eu acho, essa é a palavra, essa, esse é o ponto chave. “É um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar”... Isso aqui eu acho mais importante. “Por meio da matemática”... Mas... é que nem eu falei. Ele tem uma ressalva que é referências do dia a dia, (ou do) trabalho e ciências. É... Eu acho que ali fica o, uma coisa, meio perdida, tá? E esse primeiro aqui ((Burak (1992 apud 2017))). “Um conjunto de procedimentos”... Esse aqui vai bem ao que eu tinha falado antes, se constitui em etapas e em entendimento de fenômenos, né? Tu pode, tu não precisa ser uma coisa uma atrás da outra, pode pegar vários... ahm... vários tópicos diferentes que no fim, eles se complementam ou se fundem e tu tem alguma resposta, né? E principalmente, aqui é bem impactante essa frase: “fazer predições e tomar decisões”. Isso tu faz com que o aluno, interaja. Faz com que o aluno se torne protagonista do, do que ele quer, ou do que é proposto a ele.

Observamos, em T4E00, que a primeira fala do Entrevistado 00 tem diferenças com relação aos demais entrevistados analisados nesta dissertação. Isso se deve ao Entrevistado 00 ter apresentado justificativas ao ler os cartões, enquanto os escolhia, em resposta à pergunta 2.a. Consideramos que a posição do celular que gravou as entrevistas em áudio e vídeo, sendo que imagem gravada foi a da mesa em que os cartões foram colocados, contribuiu para a identificação dos cartões aos quais o Entrevistado 00 se referiu em T4E00. Ainda que o

Entrevistado 00 tivesse apresentado justificativas – principalmente para as caracterizações que, segundo ele, não eram de Modelagem Matemática – ao responder a pergunta 2.a, para ter mais indícios sobre a resposta da pergunta 2.b, pedi que ele complementasse suas justificativas, focando nos cartões escolhidos.

T4E00 iniciou com o Entrevistado 00 dizendo que “essa aqui ((referindo-se ao cartão que traz a caracterização apresentada por Burak (1992 apud 2017))) eu consideraria de Modelagem, juntando bastante assim com projeto”. Barbosa (2001b, p. 1) também falou sobre a relação entre Modelagem Matemática e projetos, segundo ele, “no Brasil, Modelagem está ligada a noção de *trabalho de projeto*. Trata-se em dividir os alunos em grupos, os quais devem eleger temas de interesse para serem investigados por meio da matemática, contando com o acompanhamento do professor [...]”. No entanto, na caracterização de Burak (1992 apud 2017), contida nos cartões, não há menção a grupos, nem à eleição de temas, feita por esses grupos. Mas, a concepção de Modelagem Matemática apresentada por Dionísio Burak valoriza essas características, conforme trouxemos na página 67 desta dissertação. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 00 havia tido outras vivências com a referida concepção, antes da entrevista que utilizamos como coleta/produção de dados. Quanto a projetos, salientamos que é uma das tendências em Educação Matemática a ser introduzida em Educação Matemática e Docência I, segundo o plano de ensino dessa disciplina para 2018/2. Educação Matemática e Docência I é sugerida para o segundo semestre da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e foi cursada pelo Entrevistado 00 concomitantemente à Geometria II – MAT.

As últimas frases do Entrevistado 00, em T4E00, trouxeram mais indícios de que ele conhecia a concepção de Modelagem Matemática de Dionísio Burak. Segundo o entrevistado, “e principalmente, aqui é bem impactante essa frase: fazer previsões e tomar decisões. Isso tu faz com que o aluno, interaja. Faz com que o aluno se torne protagonista do, do que ele quer, ou do que é proposto a ele”. Já, segundo Burak (2004), decorre da Modelagem Matemática uma “**interação** maior no processo de ensino e de aprendizagem” (BURAK, 2004, p. 2, grifo nosso) e essa tendência “procura favorecer a **interação** [dos estudantes] com seu meio” (BURAK, 2004, p. 10, grifo nosso). Com relação ao aluno “protagonista”, identificamos em Burak (2010, p. 21, grifo nosso) que “o papel de **professor na qualidade de mediador** é de importância fundamental no trabalho com Modelagem, pois esse é o momento em que se pode contribuir de forma significativa com o **estudante no desenvolvimento de sua autonomia**, na formação de um espírito crítico”.

Ainda com relação às últimas frases trazidas em T4E00, observamos que elas revelaram um enfraquecimento no valor do enquadramento, quando o Entrevistado 00 falou do aluno se tornar protagonista. Esse protagonismo refere-se a um maior controle do(s) estudante(s) na prática pedagógica, principalmente quando nela é considerado o que “ele quer”, mas também quando ele pode protagonizar, no sentido de contribuir nas decisões “do que é proposto a ele”. Quanto às justificativas das escolhas feitas pelo Entrevistado 00, na última fala trazida em T4E00, observamos que ele utilizou “eu acho” algumas vezes e disse que “esse aqui vai bem ao que eu tinha falado antes”, referindo-se ao exemplo que ele deu na pergunta 1.c, na qual ele falou que perguntas e hipóteses “vão surgir ao longo do caminho” e “vão somando ao nosso trabalho”.

Ainda, salientamos que não houve explicações sobre as etapas trazidas no cartão referente à caracterização de Burak (1992 apud 2017). Com relação a essas etapas, não dissemos, no cartão, nem durante a entrevista, se “a modelagem matemática de uma situação ou problema real **deve** seguir uma sequência de etapas” (BASSANEZI, 2002, p. 26, grifo nosso) ou se “para fins de encaminhamentos de Modelagem Matemática em sala de aula” essas etapas são **sugeridas** e “**não rígidas**” (BURAK, 2017, p. 18, grifo nosso). Consideramos que a fala do Entrevistado 00 esteve mais próxima da ideia de etapas de Dionísio Burak, da qual faz parte a caracterização que o entrevistado escolheu. Diante disso, mesmo que o entrevistado não tenha mencionado, em sua justificativa, leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente, pelas relações encontradas entre a justificativa dele e as referências utilizadas nesta dissertação (BURAK, 2004, 2010, 2017), consideramos que o Entrevistado 00 havia se apropriado parcialmente de regras de realização passiva sobre caracterizações de Modelagem Matemática.

Por fim, com relação a T4E00, observamos, na justificativa do Entrevistado 00 para não escolha do cartão referente à caracterização de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), uma recontextualização, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA. M., 2009), das aulas de Geometria II – MAT vivenciadas pelo entrevistado em 2018/2. Nessas aulas, os licenciandos foram convidados a escolher um tema, depois elaborar perguntas e, dentre as perguntas elaboradas, escolher uma para responder utilizando geometria. Assim, os licenciandos puderam, com relação ao *texto* produzido pelo Entrevistado 00, “ter algumas, alguma situação que gere o problema [tema], né? E o problema... se torne[ou] alguma... poderia se dizer uma aplicação daquilo, que a gente está estudando [resposta da pergunta]”.

Em T5E00, trazemos o *texto* produzido pelo Entrevistado 00 para responder a pergunta 2.c, que tratava de exemplo(s) de prática(s) pedagógica(s) escolar(es), relacionado(s) às caracterizações escolhidas pelo entrevistado.

T5E00

Entrevistadora: Agora, um exemplo de prática pedagógica escolar, qualquer coisa que... da tua relação com os alunos. Pode ser um tema de casa ou um trabalho em grupo, um trabalho individual, que dure uma aula, ou um mês, o que tu quiser. Que tenha, assim, dentro dessas concepções, assim, se tu considera elas diferentes, pode ser um pra essa e um pra essa ((Burak (1992 apud 2017) e Barbosa (2009a))). Porque esses ficaram... ou se tu tiver uma ideia sobre... que se encaixa naqueles ali ((Bassanezi (2002), Onuchic e Allevato (2011) e Knijnik (2015))), pode...

Entrevistado 00: Sim. Essa aqui ((Barbosa (2009a))) o que me vem na cabeça é, por exemplo, propor um... um plano de aula que leve os alunos a investigar, por exemplo, ahm, jogos de azar como... loteria. Né? Ah... estuda por exemplo a Mega Sena. Ah, a Mega Sena tem, tu pode escolher entre sessenta números... acho que são sessenta. E... pode propor um... algum... com o auxílio da tecnologia, por exemplo, tu pode propor aos alunos que eles, como é que eu posso dizer? Pode propor aos alunos que eles procurem alguma... algum modelo de... ahm... um gerador de números com mais, com maior probabilidade. Aí envolve combinatória, envolve probabilidade, isso que me vem, assim, de cara. E esse aqui ((Burak (1992 apud 2017))), também, a mesma coisa? Mas se fosse fazer um... alguma prática pedagógica diferente... Poderia fazer alguma coisa interdisciplinar, como, por exemplo, vamos tentar modelar, fazer um... pode ser que eu tenha chutado longe, né? Mas... vamos tentar fazer um modelo de programa, que, gere, (ou) que (faça)... Tipo uma mini estação meteorológica, tá? (Então) supor assim, daí, tá, daí junta geografia, com nuvens, coisa assim, vai juntar também, ahm... Famílias de funções pra falar sobre a... como a gente vê na, na TV, na previsão do tempo que vem as linhas de... vento, da onde vai a chuva, pra onde elas vão, que a gente chama aqui campo de vetores, né? Ahm... Pode utilizar também... na construção do modo, do nosso modelo, do nosso modelo. Ah, qual que é o melhor ahm... a melhor forma espa.. o melhor sólido espacial que, de geome... ah... como é que eu posso falar? Qual é o melhor... elemento que eu posso res, ah eu posso utilizar um paralelepípedo como base, como suporte, eu posso, posso utilizar um cilindro, que é melhor pra sustentação, como é que eu posso montar... esse... essa mini estação? Né? Eu vou fazer cálculos em cima disso, eu vou utilizar frações, vou utilizar a geometria espacial, vou utilizar até mesmo linguagem de programação, por que não? Né? Isso eu achei um pouquinho mais elaborado.

Com base nas indagações e respostas dadas pelos entrevistados anteriores, recontextualizei a pergunta 2.c durante a entrevista com o Entrevistado 00, dizendo que ele poderia apresentar exemplos diferentes para cada caracterização (concepção na entrevista) que escolheu, se as considerasse distintas. Também, facultei a produção de exemplos para os cartões não escolhidos, que ainda permaneciam sobre a mesa.

A caracterização referente à Barbosa (2009a) foi relacionada, pelo Entrevistado 00, à investigação de “jogos de azar”, em particular a Mega Sena. Em seu exemplo, o entrevistado propôs o uso da tecnologia e a procura de um modelo (“gerador de números [...] com maior probabilidade”), envolvendo combinatória e probabilidade. Uma relação mais direta entre o exemplo e a caracterização escolhida foi observada por nós, no *texto* do Entrevistado 00, no uso do termo “investigar”. Consideramos, ainda, que o envolvimento de combinatória e probabilidade está ligado à “por meio da matemática” (BARBOSA, 2009a) e, que os jogos de

azar podem fazer parte do cotidiano. Lembramos que, segundo Barbosa (2001b, p. 5), a natureza “aberta” que ele sustenta para Modelagem Matemática “impossibilita [...] garantir a presença de um modelo matemático propriamente dito na abordagem dos alunos”. Assim, o exemplo apresentado pelo Entrevistado 00, que trouxemos em T5E00, desviou-se dessa característica da concepção de Modelagem Matemática apresentada por Jonei Cerqueira Barbosa, já que o professor (Entrevistado 00) propôs a procura de um modelo. Diante disso, observamos (como na subseção 3.3.2 desta dissertação) que as caracterizações apresentadas durante as entrevistas trazem diferenças entre distintas concepções de Modelagem Matemática, mas são insuficientes na abordagem de suas especificidades.

Em se tratando de valores do enquadramento, o exemplo que o Entrevistado 00 relacionou à caracterização de Barbosa (2009a) indicou valores fortes, pois: o professor (Entrevistado 00) selecionou o tema (jogos de azar, Mega Sena), a situação-problema (procurar um modelo que gere números com maior probabilidade) e os conceitos/conteúdos a estudar (combinatória e probabilidade) e, também sugeriu os materiais a utilizar (tecnologia). Com o foco sobre o conceito de recontextualização, observamos que o exemplo recontextualizou, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), os valores fracos do enquadramento identificados nas aulas de Geometria II – MAT que envolveram Modelagem Matemática em 2018/2, nas quais o controle sobre as seleções referidas nesse parágrafo foi compartilhado com os licenciandos.

Consideramos que o exemplo relacionado pelo Entrevistado 00 à caracterização apresentada por Burak (1992 apud 2017), trazido em T5E00, teve como base “fazer previsões”, porque o entrevistado propôs uma “mini estação meteorológica”. Já “os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano” são representados, no exemplo, por nuvens, vento e chuva. Porém, o maior destaque trazido nesse *texto* (produzido pelo Entrevistado 00) foi para o “explicar, matematicamente” já que, ao exemplificar a caracterização de Burak (1992 apud 2017), o Entrevistado 00 também considerou fazer um modelo e sugeriu alguns conceitos/conteúdos a serem utilizados (funções, campo de vetores, frações, geometria espacial, frações e linguagem de programação). Esses conceitos/conteúdos sugerem uma união de “categorias” da matemática, uma intradisciplinaridade e, em termos de conceitos de Basil Bernstein, um valor fraco da classificação entre assuntos de uma mesma disciplina. A interdisciplinaridade também foi mencionada pelo Entrevistado 00, quando ele exemplificou uma junção de sua prática pedagógica escolar com geografia, diante disso, ocorreria uma união entre essa disciplina e a matemática, implicando um valor fraco da classificação entre as referidas disciplinas. Já os valores do enquadramento, nesse segundo

exemplo apresentado em T5E00, foram fortes e, a recontextualização ocorreu em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009) às aulas de Geometria II – MAT de 2018/2, pelos mesmos motivos trazidos para o exemplo relacionado à caracterização de Barbosa (2009a).

Observamos que o Entrevistado 00 exemplificou (conforme T5E00) suas escolhas levando em consideração todos os aspectos apresentados sobre as caracterizações de Modelagem Matemática que ele escolheu, ao menos da elaboração de modelos – que não é uma característica marcante das concepções de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa e Dionísio Burak. Diante disso, consideramos que o Entrevistado 00 havia se apropriado de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Ainda, observamos que a exemplificação apresentada pelo Entrevistado 00 sugeriu que ele estava pensando nele mesmo como professor que aplicaria a prática pedagógica escolar (SILVA; OLIVEIRA, 2014a), pois, no primeiro exemplo de T5E00 (Mega Sena), ele mencionou “propor aos alunos” e, no segundo exemplo (mini estação meteorológica), ele referiu-se ao futuro (trabalho como professor), dizendo: “vamos tentar” e “vou utilizar”.

Em geral, observamos uma apropriação de regras de reconhecimento e realização, no *texto* produzido pelo Entrevistado 00, sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática. No entanto, vimos que, com relação a regras de realização passiva – analisadas por meio das perguntas 1.b e 2.b da entrevista, nas quais o Entrevistado 00 justificou suas escolhas – não houve indícios de apropriação, ou essa foi parcial. Isso se deu, pois as referidas justificativas não contaram com menções a leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente pelo Entrevistado 00. Mas, chamaram nossa atenção (no *texto* produzido por esse entrevistado para a pergunta 2.b), as relações com características da concepção de Modelagem Matemática apresentada por Dionísio Burak, que não estavam contidas no cartão confeccionado para a entrevista.

Também, destacamos os valores fortes do enquadramento presentes nos *textos* produzidos pelo Entrevistado 00 – principalmente com relação à característica *Formulações* (escrita por ele), à 1.c (após a intervenção da entrevistadora) e aos dois exemplos apresentados quanto à 2.c – e, a implicação desses valores, nas recontextualizações em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009) às aulas de Geometria II – MAT, cursadas pelo entrevistado em 2018/2. Outro destaque foi a justificativa para a seleção do tema no exemplo 1.c, relacionada a vivências do Entrevistado 00, mas não ligada a vivências

com Modelagem Matemática como aluno (vista nos *textos* dos Entrevistados 4 e 11) ou professor (observada no exemplo dado pelo Entrevistado 11).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde o primeiro projeto para esta dissertação, a ideia foi relacionar aprendizagem, Modelagem Matemática e conceitos de Basil Bernstein, sendo os dois últimos estudados durante a graduação. Ao longo da pesquisa outras ideias foram elencadas, a aprendizagem foi substituída pelo conceito de regras de reconhecimento e realização de Basil Bernstein, o contexto passou do Ensino Médio (primeiro projeto) para o curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, que cursei, assim como os participantes da coleta/produção de dados desta pesquisa. Diante disso, analisamos qualitativamente: *como licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul se apropriam de regras (de reconhecimento e realização) e produzem textos sobre Modelagem Matemática?*

Discutimos os conceitos de Basil Bernstein utilizados nesta dissertação no capítulo 2. Ele foi elaborado com o intuito de trazer o desenvolvimento de tais conceitos, ao longo de anos e pesquisas, e as contribuições do Grupo ESSA (Estudos Sociológicos da Sala de Aula) ao analisá-los na escola. Como exemplo, trouxemos (no segundo capítulo) que Bernstein (1998) apresentou as regras de reconhecimento e as de realização. Segundo ele as regras de reconhecimento dizem respeito ao reconhecimento (pelo estudante) de características especiais do contexto no qual ele se encontra (no caso desta dissertação, Modelagem Matemática). Quando se apropria dessas regras, o estudante identifica especificidades ou semelhanças entre contextos (por exemplo, entre Modelagem Matemática e outras tendências em Educação Matemática). Enquanto que, a apropriação de regras de realização é necessária para que o estudante produza (e torne público) um *texto* específico sobre determinado contexto. Esse *texto* pode ser: a escolha (ou escrita) de características específicas, a escrita (ou fala) de justificativas e/ou planejamentos de práticas pedagógicas ligadas às características especiais e à identificação de especialidades de um contexto, ou; a escrita, fala, gestos, dentre outras, na implementação de práticas pedagógicas (em específico, na sala de aula) com as características e especificidades reconhecidas. Em relação ao desenvolvimento do conceito de regras de reconhecimento e realização, também trouxemos no capítulo 2 que Afonso, Neves e Morais (2005) e Morais e Neves (2005) dividiram as regras de realização em passiva (ligada à justificativa ou ao planejamento) e ativa (ligada à implementação). Finalizamos a seção 2.2 trazendo a proposta de Saraiva (2016) e Castro (2017) para outra divisão: sendo as regras de realização passiva relacionadas às justificativas para o reconhecimento de determinadas características e especificidades de um contexto, e; as regras de realização ativa, divididas em

ao nível da argumentação/exemplificação (relacionado ao planejamento) e, em ao nível da implementação.

Optamos por não analisar a apropriação de regras de realização ativa ao nível da implementação, pois ponderamos que, para essa análise, precisaríamos observar os licenciandos participantes da pesquisa atuando como professores, em aulas no âmbito da Modelagem Matemática, e, essa observação e análise, juntamente com as que foram feitas, dependeria mais tempo do que dispusemos no mestrado. A análise da apropriação de regras de realização ativa ao nível da implementação, por licenciandos, é feita a partir da observação em disciplinas como estágios, já que, segundo Saraiva (2016), se dá sobre a produção do *texto*, pelo (futuro) professor, ao atuar em sala de aula, transformando a teoria e suas vivências em práticas pedagógicas. Dessa forma, apontamos a análise da apropriação de regras de realização ativa ao nível da implementação, sobre especificidades de Modelagem Matemática, em *textos* (nesse caso, práticas pedagógicas escolares) produzidos por licenciandos em matemática, como um objetivo para futuras pesquisas. Ressaltamos, ainda, a importância de acompanhar (anteriormente) a apropriação de regras de reconhecimento e realização passiva e ativa ao nível da argumentação/exemplificação e as vivências dos (futuros) professores no curso de licenciatura em matemática, para que se possa observar o desenvolvimento dos licenciandos e quais vivências e teorias contribuíram para o *texto* que eles produziram ao trabalhar com Modelagem Matemática. A partir dessas observações, pode-se pensar em sugestões e planejamentos para melhorias nos cursos de licenciatura em matemática, com relação à Modelagem Matemática.

Ainda assim, consideramos que a análise da apropriação de regras de reconhecimento e realização passiva e ativa (ao nível da argumentação/exemplificação) – assim como os conceitos de enquadramento, classificação e recontextualização, também apresentados por Basil Bernstein e relacionados a salas de aula pelo Grupo ESSA – nos ajudou a analisar ações que são propostas em cursos de formação inicial e suas repercussões na formação e nas práticas pedagógicas, conforme sugeriu Oliveira (2016) como agenda de pesquisa, e, a buscar compreender o que e como futuros professores têm “aprendido” sobre Modelagem Matemática, compreensão que, segundo Braz (2017), é uma lacuna no âmbito da investigação sobre Modelagem Matemática na formação inicial. Também, consideramos que o uso dos referidos conceitos de Basil Bernstein contribuiu para uma caracterização pormenorizada da relação entre licenciandos (futuros professores que podem decidir por levar Modelagem Matemática à Educação Básica) e tendências em Educação Matemática, em especial Modelagem Matemática.

Além disso, observamos que são recorrentes as propostas de Modelagem Matemática na formação de professores por meio de diferentes vivências (como aluno e como professor), em diferentes disciplinas da formação inicial (específicas da formação matemática e da formação pedagógica) e em diferentes contextos/*momentos* (sala de aula e pesquisa) (BARBOSA, 2001a, 2002, 2004; BASSANEZI, 1999; BRAZ; OLIVEIRA; KATO, 2018; CARGNIN-STIELER; BISOGNIN, 2009; HONORATO; MALHEIROS, 2015; LEITE 2008; LIMA; LUNA, 2019; MALHEIROS, 2014; SOUZA; LUNA, 2015). Diante disso analisamos, na subseção 3.2.1, como licenciandos em matemática se apropriaram de regras de reconhecimento e realização sobre Modelagem Matemática, nos contextos apresentados por duas teses (BRAGA, 2015; BRAZ, 2017) e cinco dissertações (ALVES, 2015; CORRÊA, 2017; LORIN, 2015; MENDES, 2018; SCHÜTZ, 2015). Em termos de conceitos de Basil Bernstein, o contexto no qual os licenciandos se apropriaram dessas regras indicou, em geral, o enfraquecimento dos valores do enquadramento ao longo dos projetos/atividades propostos, iniciando com maior controle do professor sobre as seleções/decisões e tendendo a compartilhar tal controle com os licenciandos participantes das pesquisas.

Já o contexto vivenciado pelos licenciandos em matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (no âmbito da Modelagem Matemática) e analisado nesta dissertação, foi aulas que envolveram a referida tendência nas disciplinas de Combinatória I e Geometria II – MAT, discutidas na subseção 3.2.2. Desde as primeiras aulas, essas aulas apresentaram, geralmente, valores fracos da classificação e do enquadramento. Ou seja, nas referidas aulas a professora das disciplinas partilhou o controle de alguns aspectos – seleção do tema, dos materiais a utilizar, da ritmagem e da sequência (no desenvolvimento fora da sala de aula), do diálogo e do “funcionamento” dos grupos – com os licenciandos e uniu categorias – incentivando a relação entre conceitos/conteúdos da matemática (intradisciplinaridade), com outras disciplinas (interdisciplinaridade) e vivências dos estudantes e (algumas vezes) a relação entre materiais e espaço dela e dos licenciandos. Destacamos que Combinatória I e Geometria II – MAT são disciplinas cujos objetivos são estudar, desenvolver e compreender conceitos matemáticos, o que pressupõe classificações fortes (principalmente com relação à interdisciplinaridade). Ainda assim, o trabalho com Modelagem Matemática possibilitou: a vivência, pelos licenciandos, de Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004); que o controle fosse compartilhado entre professora e licenciandos, sendo esses responsáveis por fazer seleções e justificá-las (enfraquecimento do enquadramento); que houvesse a possibilidade de pensar sobre assuntos de cunho social, por meio dos temas escolhidos pelos licenciandos, da matemática e das socializações (enfraquecimento da classificação), e; uma

contrapartida ao preconceito (observado nas Licenciaturas em Matemática) de que tendências em Educação Matemática devem ser estudadas somente em disciplinas “pedagógicas” e, que as disciplinas “matemáticas” comportam apenas listas de exercícios e avaliações semelhantes às listas (enfraquecimento da classificação e do enquadramento). Diante disso, consideramos – assim como Barbosa (2001a), Cargnin-Stieler e Bisognin (2009), Malheiros (2014) e Braz, Oliveira e Kato (2018) – que a Modelagem Matemática deve permear disciplinas da Licenciatura em Matemática cujos objetivos estão atrelados ao estudo da matemática, pois isso possibilitaria uma forma de romper preconceitos e relações de poder entre disciplinas (assuntos) e incentivaria (futuros) professores a trabalhar com essa tendência na Educação Básica, mesmo que eles tenham que seguir discursos pedagógicos oficiais e de reprodução.

Também, outras pesquisas relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática na Educação Matemática e, ao discuti-las na seção 2.4, vimos que o conceito de enquadramento foi o que mais apareceu e que o de regras de reconhecimento foi o menos aprofundado. Destacamos ainda, a elaboração, nessas pesquisas, de conceitos baseados na teoria de Basil Bernstein: como as categorizações de tarefas, apresentadas por Prado, Silva e Santana (2013) (*tarefa aberta, tarefa semifechada e tarefa fechada*, com relação ao Caso 1 de Barbosa(2009a)) e por Sant’Ana e Sant’Ana (2017) (*tarefa semifechada e tarefa aberta*, com relação ao Caso 2 de Barbosa (2001b)); a divisão do discurso instrucional em três (*de matemática, de modelagem e pedagógico*), por Luna (2012), e; as *imagens* definidas por Prado (2014). Além disso, conceitos de Basil Bernstein que não fizeram parte das primeiras seções do segundo capítulo desta dissertação foram incorporados a ela, após serem discutidos nas pesquisas que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática na Educação Matemática. Esses conceitos foram o de linguagem de descrição e o de *texto*, utilizados por Luna (2012), Silva, L. (2013), Prado (2014) e Teodoro (2018). Também, com relação às referidas pesquisas, apontamos como diferencial, nesta dissertação, o desenvolvimento do capítulo 3 conforme os campos (de produção, de recontextualização e de reprodução) constituídos “dentro” da Modelagem Matemática.

Observamos que todas as pesquisas trazidas em 2.4 tiveram relação com a concepção de Modelagem Matemática de Jonei Cerqueira Barbosa. Mas, um de nossos objetivos foi analisar como licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul reconheciam especificidades da Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência. Diante disso, em nossa coleta/produção de dados, apresentamos aos licenciandos participantes (entrevistados) caracterizações e objetivos de três concepções (distintas) de Modelagem Matemática. Para justificar essa distinção, na seção 3.1, comparamos as

concepções de Modelagem Matemática apresentadas por Jonei Cerqueira Barbosa, por Rodney Carlos Bassanezi e por Dionísio Burak, quanto a caracterizações (subseção 3.1.1), objetivos (3.1.2) e considerações sobre modelos (3.1.3) e etapas (3.1.4). Essa comparação implicou em relacionarmos: a concepção de Barbosa à sociedade e ao cotidiano, a análises críticas e à descrição de *Casos* e discussões; a de Bassanezi à Matemática Aplicada, ao processo de construção de modelos e a uma sequência de etapas, e; a de Burak a um conjunto de procedimentos, com etapas sugeridas para o ensino de matemática.

Nossos outros objetivos para esta dissertação consistiram em analisar: como licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul diferenciavam Modelagem Matemática de outras tendências em Educação Matemática; como eles justificavam escolhas feitas quanto a especificidades de Modelagem Matemática, e; como exemplificam planejamentos no âmbito dela. Com relação aos conceitos de Basil Bernstein, em especial com base em Afonso, Neves e Morais (2005), essa análise esteve ligada, respectivamente, a indícios de apropriação de regras de reconhecimento, de realização passiva e de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação. Para a produção/coleta de dados empíricos elaboramos uma entrevista (descrita na subseção 3.3.1 e no APÊNDICE D). Em abril de 2019, treze licenciandos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul foram entrevistados. Todos eles haviam cursado Combinatória I ou Geometria II – MAT em 2018/2 (disciplinas nas quais algumas aulas envolveram Modelagem Matemática) e se dispuseram a ser entrevistados, combinando conosco horários e locais para isso e, assinando o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE C).

Na entrevista, os licenciandos receberam cartões com características, caracterizações e objetivos, para que escolhessem os que, para eles, tratavam de Modelagem Matemática. Posteriormente eles puderam escrever características, caracterizações e objetivos que consideravam importantes para Modelagem Matemática, mas que não foram apresentadas nos cartões. Por fim, os entrevistados justificaram suas escolhas/escritas e exemplificaram aulas ou práticas pedagógicas escolares (SILVA; OLIVEIRA, 2014a), no âmbito da Modelagem Matemática, que contivessem ou estivessem relacionadas às escolhas/escritas que fizeram. Cada licenciando foi entrevistado individualmente e analisamos os *textos* (escolhas, escritas, gestos que indicavam os cartões e falas) produzidos por eles, com base na linguagem de descrição de Basil Bernstein. Nela, os dados empíricos, denominados de linguagem externa, são relacionados à teoria, chamada de linguagem interna. Diante disso, em nossa análise, os *textos* produzidos pelos entrevistados foram relacionados: a valores (fortes ou fracos) de classificação e enquadramento, respectivamente, conforme a separação ou união entre

categorias (disciplinas, assuntos, professor/aluno) e a relação de controle entre professor (entrevistado) e estudantes (que participariam das aulas ou práticas exemplificadas); a recontextualizações – no mesmo sentido e em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009) – das aulas de Combinatória I ou Geometria II – MAT (nas quais vivenciaram Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004)), das especificidades de Modelagem Matemática e, das escolhas que fizeram, e; a apropriação, apropriação parcial e não apropriação de regras de reconhecimento e realização passiva e ativa (ao nível da argumentação/exemplificação). Observamos, nas pesquisas que relacionaram conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática, que entrevistas, como a que constituiu em nossa coleta/produção de dados, não haviam sido utilizadas. Consideramos que a apresentação de cartões auxiliou os licenciandos entrevistados a produzirem *textos* que tratassem de especificidades de Modelagem Matemática, assim como contribuiu para nossa análise da apropriação de regras de reconhecimento e realização, por meio desses *textos*.

Salientamos que – para que pudéssemos aprofundar nossa análise sobre como licenciandos em Matemática escolhiam, justificavam e exemplificavam com relação à Modelagem Matemática, associando os *textos* produzidos por eles à linguagem interna de descrição, as suas vivências na graduação e a concepções de Modelagem Matemática – nesta dissertação analisamos as entrevistas feitas com quatro licenciandos (identificados como Entrevistado 1, Entrevistado 4, Entrevistado 11 e Entrevistado 00) e não consideramos a questão 3. Essa questão se referia a objetivos de Modelagem Matemática e as respostas e ela foram semelhantes ao *texto* produzido pelos licenciandos com relação às questões 1 e 2, referentes, respectivamente, a características mencionadas nas aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT que envolveram Modelagem Matemática em 2018/2 e a caracterizações de Modelagem Matemática (BARBOSA, 2009a; BASSANEZI; 2002; BURAK, 1992 apud 2017), de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e de Etnomatemática (KNIJNIK, 2015). Dentre os treze, os quatro referidos entrevistados foram selecionados por serem, de acordo com a sequência das entrevistas, o primeiro (Entrevistado 1) e o último (Entrevistado 11) entrevistados que haviam cursado Combinatória I e, o primeiro (Entrevistado 4) e o último (Entrevistado 00) que haviam cursado Geometria II – MAT no semestre anterior à entrevista.

O *texto* produzido por cada um dos quatro referidos entrevistados foi discutido/analísado em uma subseção: a subseção 3.3.2 desta dissertação foi dedicada ao *texto* do Entrevistado 1; a 3.3.3, ao do Entrevistado 4; a 3.3.4, ao do Entrevistado 11, e; a 3.3.5, ao do Entrevistado 00. A seguir trazemos uma síntese de nossa análise, dividida com relação aos

conceitos de Basil Bernstein. Em se tratando do conceito de enquadramento, utilizamo-lo ao observar indícios da relação de controle entre professor e estudantes nas escolhas, escritas e falas dos entrevistados. Nos exemplos dados pelos entrevistados, de aulas ou práticas pedagógicas escolares no âmbito da Modelagem Matemática que contivessem características ou caracterizações que haviam escolhido/escrito (perguntas 1.c e 2.c da entrevista), observamos valores fortes do enquadramento, principalmente, pois todos os entrevistados (que deveriam, na entrevista, pensar-se no papel de professores) selecionaram os temas e problemas para o trabalho com Modelagem Matemática. Esses temas/problemas foram: estimar a área de uma lagoa (Entrevistado 1); medir alturas inalcançáveis (Entrevistado 4); analisar o ganho de peso de galinhas e caminhar pelo colégio utilizando a linguagem do *Super Logo* (Entrevistado 11), e; relacionar receitas a formatos e tamanhos de formas de bolo, estudar a Mega Sena e modelar uma mini estação meteorológica (Entrevistado 00). Ainda com relação a valores fortes do enquadramento, observamos que, em alguns exemplos, os entrevistados controlaram também: os materiais a serem utilizados nas aulas exemplificadas – o Entrevistado 1 indicou o uso do *software GeoGebra*, o Entrevistado 11 indicou o uso de venda, anotações e da linguagem do *Super Logo* e o Entrevistado 00 indicou a receita a ser utilizada e o auxílio da tecnologia – e; um assunto ou conceito da matemática a ser trabalhado – semelhança de triângulos (Entrevistado 4), coordenadas (Entrevistado 11), combinatória e probabilidade (Entrevistado 00).

Com relação a essas seleções, feitas pelos entrevistados, observamos que eles recontextualizaram, em sentido oposto (CALADO, 2007; SILVA, M., 2009), as aulas de Combinatória I e Geometria II – MAT, nas quais vivenciaram Modelagem Matemática como alunos (BARBOSA, 2004), já que, nessas aulas, o controle sobre a seleção (de temas, problemas, conceitos de matemática e materiais a utilizar) foi compartilhado com os estudantes. Consideramos que o controle indicado pelos entrevistados pode ter sido uma tentativa de detalhar seus exemplos, tornando-os mais “completos” na análise da entrevistadora. Ainda assim, com relação ao sentido da recontextualização e a epígrafe desta dissertação, observamos que os licenciandos não “ensinariam como foram ensinados”, pelo menos com vistas a suas vivências de Modelagem Matemática nas referidas disciplinas. Já em relação às demais disciplinas da Licenciatura em Matemática, os pormenores e os detalhes, são incentivados, seja nas demonstrações feitas nas disciplinas ligadas à matemática, seja nos planejamentos e relatórios das disciplinas nas quais os licenciandos implementam práticas pedagógicas com estudantes da Educação Básica.

Com relação aos temas selecionados pelos entrevistados, observamos que a entrevista ficou presa a sua estrutura prévia (APÊNDICE D), sendo perdida a oportunidade de entender o que baseou tais escolhas, assim ficaram as perguntas: por que estimar áreas de lagoas? Por que analisar o ganho de peso de galinhas e caminhar pelo colégio utilizando a linguagem do *Super Logo*? Por que analisar a Mega Sena e fazer uma mini estação meteorológica? A escolha de medir grandes alturas foi justificada por iniciativa do Entrevistado 4, ele escolheu esse tema para que o conceito de semelhança de triângulos fosse abordado. O Entrevistado 00 também justificou o tema de seu primeiro exemplo, associando a confeitaria a algo de seu interesse. Sobre a escolha de temas a serem levados para práticas pedagógicas, consideramos importante que, durante a formação, os futuros professores tenham uma “experiência de Modelagem como professor” (BARBOSA, 2004, p. 7) e que nela, discutam “tarefas do professor”. Dentre essas: qual o objetivo ao escolher determinado tema? Por que esse, e não outro tema?

Nos *textos* produzidos pelos quatro entrevistados analisados nesta dissertação também observamos indícios, pontuais, de valores fracos de enquadramento, ou seja, do compartilhamento do controle entre professor (entrevistados) e estudantes. Associamos a um valor fraco do enquadramento a escolha, pelos Entrevistados 1 e 11, da característica *Justificativas* na pergunta 1.a da entrevista, na qual apresentamos características para que eles escolhessem as que caracterizavam Modelagem Matemática. Também nos *textos* desses entrevistados, os valores do enquadramento (nas aulas exemplificadas) foram enfraquecidos com relação à resolução de perguntas/problemas, quando: o Entrevistado 1 ressaltou que diferentes estratégias de resolução poderiam ser utilizadas e socializadas pelos estudantes que participariam das aulas de seu exemplo, e; quando o Entrevistado 11, em seu exemplo, atribuiu aos estudantes o controle sobre as *Hipóteses simplificadoras*. O *texto* do Entrevistado 00 também trouxe indícios de valores fracos do enquadramento. Esses aparecem no início (antes da intervenção da entrevistadora) do exemplo sobre confeitaria – quando o entrevistado se referiu a perguntas que surgiriam durante o trabalho e não definiu um formato de forma, nem uma receita – e, no exemplo sobre meteorologia, quando o Entrevistado 00 referiu-se ao estudante como “protagonista”. Os referidos valores fracos do enquadramento aproximam as escolhas e exemplos dos entrevistados com as aulas que envolveram Modelagem Matemática, vivenciadas por eles, e observadas e analisadas na subseção 3.2.2 desta dissertação. Dessa forma, eles indicam recontextualizações, no mesmo sentido (CALADO, 2007; SILVA, M. 2009), dessas aulas.

O conceito de classificação, referente à relação de poder entre categorias, foi pouco utilizado em nossa análise dos *textos* produzidos pelos licenciandos. Esse conceito apareceu principalmente quando as categorias consideradas foram disciplinas e conceitos da matemática, sendo destacado nos *textos* do Entrevistado 00 – com relação aos vários conteúdos de matemática que ele elencou (classificação fraca da intradisciplinaridade) e, à menção de uma junção entre matemática e geografia, no trabalho com a mini-estação meteorológica de seu exemplo (classificação forte da interdisciplinaridade) – e; nos *textos* do Entrevistado 11, com relação a um artigo, de outra disciplina, trabalhado no âmbito da Modelagem Matemática, de modo a indicar valores fracos e fortes da classificação.

Para discutimos as apropriações, nos *textos* produzidos pelos entrevistados, de regras de reconhecimento e realização, trazemos o Quadro 15. Nele, as células coloridas indicam apropriação; as com padrão quadriculado, apropriação parcial, e; as brancas, não apropriação das referidas regras sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática.

Entrevistado (seção)		Entrevistado 1 (3.3.2)	Entrevistado 4 (3.3.3)	Entrevistado 11 (3.3.4)	Entrevistado 00 (3.3.5)
Regras de reconhecimento	características				
	caracterizações				
Regras de realização passiva	características				
	caracterizações				
Regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação	características				
	caracterizações				

Quadro 15: Apropriação de regras de reconhecimento e realização passiva e ativa (ao nível da argumentação/exemplificação) sobre características e caracterizações de Modelagem Matemática
Fonte: arquivo pessoal

Com o auxílio do Quadro 15, observamos diferenças na apropriação de regras de realização passiva. Nossa análise sobre essa apropriação deu-se por meio dos *textos* produzidos com relação às perguntas 1.b e 2.b da entrevista, nas quais pedimos que os entrevistados justificassem as escolhas/escritas que haviam feito nas perguntas 1.a, 1.a' (sobre características), 2.a e 2.a' (sobre caracterizações). Consideramos que os entrevistados haviam (até a entrevista) se apropriado de regras de realização passiva sobre características ou caracterizações de Modelagem Matemática se tivessem justificado (no *texto* que produziram), todas as suas escolhas/escritas, dizendo estar baseando-se em leituras, discussões ou práticas realizadas anteriormente. Fizemos essa consideração baseadas em Saraiva (2016, p. 273). Segundo ela, o estudante apresenta regras de realização passiva se sua justificativa é

consoante com o “quadro teórico” da entrevista e, não apresenta essas regras: se não fundamenta sua escolha ou, se sua justificativa não é coerente com o “quadro teórico”. Diante das apropriações parciais e não apropriações de regras de realização passiva (Quadro 15), observamos que os licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, entrevistados e cujos *textos* foram analisados, desenvolveram sua própria compreensão de Modelagem Matemática e basearam suas escolhas/escritas e justificativas nessa compreensão. No entanto, essa compreensão pode ter sido equivocada e uma base em leituras, discussões e práticas vivenciadas anteriormente poderia ajudar os entrevistados: com relação à importância de *Situações de fora da matemática* e *Dados reais* na Modelagem Matemática e, com a observação de que o trabalho com essa tendência, em sala de aula, pode não envolver *Justificativas* e ser baseado principalmente na matemática “acadêmica”, em detrimento de linguagens matemáticas de distintas formas de vida. Com relação a isso, Saraiva (2016) trouxe que a análise de regras de realização passiva também possibilitava confirmar a apropriação de regras de reconhecimento.

Também, o Quadro 15 nos auxiliou a observar a não apropriação de regras de realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação sobre caracterizações de Modelagem Matemática. Consideramos que isso pode ter ocorrido por uma limitação das primeiras entrevistas, nas quais, na pergunta 2.c, pedi que os entrevistados dessem um exemplo para cada uma das caracterizações que tivesse escolhido/escrito. Diante dessa pergunta, os entrevistados confirmaram o que estava sendo pedido; o Entrevistado 1 propôs dar um exemplo que englobasse as caracterizações de Modelagem Matemática referentes à Barbosa (2009a) e à Bassanezi (2002) e a caracterização (recontextualizada por ele) de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), sem diferenciá-las; já o Entrevistado 4 não respondeu a essa questão. Ponderamos que a apresentação das caracterizações consistiu em outra limitação da entrevista, pois, mesmo que elas trouxessem algumas características das concepções de Modelagem Matemática as quais se referiam, foram insuficientes em ressaltar diferenças importantes entre essas, como objetivos e considerações sobre modelos e etapas, dificultando, assim, o reconhecimento de especificidades de Modelagem Matemática, em algumas concepções dessa tendência. Mas também, ao analisar o currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, observamos que o estudo de diferentes concepções de uma mesma tendência não foi agendado nos planos de ensino das disciplinas para 2018/2, o que também pode ter contribuído com os *textos* produzidos pelos entrevistados, principalmente com o do Entrevistado 1. Consideramos que discussões sobre diferentes concepções de

Modelagem Matemática são importantes, pois contribuem para que futuros professores não resumam Modelagem Matemática a uma única perspectiva e não citem Ubiratan D'Ambrósio como principal referência dela, esse resumo e citação foram observados por Tambarussi e Klüber (2015, p. 7). Também, consideramos que conhecendo distintas concepções, licenciandos em matemática podem desassociar Modelagem Matemática da noção/modalidade de “projetos” (associação que, segundo Barbosa (2001b), era (é) feita no Brasil) e, associar ou afastar suas compreensões e práticas, de ideias defendidas por pesquisadores (do campo de produção) de Modelagem Matemática, adotando ou identificando-se com apenas uma ou distintas perspectivas, como relatado em Dalla Vecchia (2012).

Ainda, com relação aos exemplos produzidos pelos entrevistados e o curso de Licenciatura em Matemática, observamos que os referidos planos de ensino, quando tratam de tendências em Educação Matemática, trazem como objetivo estudar algumas delas. Por exemplo, em Educação Matemática e Docência I foi programada (em 2018/2) uma introdução às tendências atuais na Educação Matemática, sendo essas: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Projetos, Etnomatemática, História da Matemática, Jogos, Tecnologias digitais; já Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III objetivou (também em 2018/2) investigar metodologias de ensino, especialmente Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Dessa forma, diferenciar Modelagem Matemática de outras tendências em Educação Matemática seria mais esperado dos licenciandos, do que diferenciar concepções de uma mesma tendência. Ainda assim, os Entrevistados 1 e 11 confundiram, na entrevista, Modelagem Matemática com Resolução de Problemas e Etnomatemática, respectivamente. Atribuímos isso à estrutura da entrevista e às caracterizações apresentadas terem diferenciado tais tendências de forma sutil, baseando tal diferenciação em uma única característica, representada por uma ou duas palavras. Salientamos, diante disso, que entrevistas “piloto” e sua análise teriam sido importantes.

Mesmo não objetivando apresentar generalizações e observando limitações em nossa pesquisa, esperamos que esta dissertação tenha contribuído com as reflexões sobre Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática: tanto sobre como futuros professores foram “ensinados”, com relação à análise de aulas, “atividades” ou “projetos” que ocorreram nos referidos cursos de graduação, envolvendo a mencionada tendência; quanto sobre como pretendem “ensinar”, com base na análise de *textos* produzidos por licenciandos em uma entrevista cujo foco era características, caracterizações e objetivos de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

AFONSO, Margarida; NEVES, Isabel Pestana; MORAIS, Ana Maria. Processos de formação e sua relação com o desenvolvimento profissional dos professores. **Revista de Educação**, Lisboa, v. 13, n. 1, p. 5-37, 2005. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/artigos/revistas_com_revisao_cientifica/2005_processosdeformacaoesuaarelacao.pdf. Acesso em: 05 fev. 2018.

ALVES, Carlos Alex. **Os Saberes Mobilizados por Futuros Professores em Atividades de Modelagem Matemática envolvendo a Função Afim**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=3584440#. Acesso em: 23 abr. 2019.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; RAMOS, Daiany Cristiny. Sobre Ensinar e Aprender ‘O Fazer’ Modelagem Matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2018. p. 1-12.

ANTUNES, Helena; MORAIS, Ana Maria. Caracterização da Prática Pedagógica no Contexto Regulador da Sala de Aula. *In*: MORAIS, Ana Maria *et al.* **Socialização primária e prática pedagógica: análise de aprendizagens na família e na escola**, v. 2. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1993. p. 121-156.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. **Bolema**, Rio Claro, n. 15, p. 5-23, 2001a. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_VI/pdf/Mod-Mat-formacao-professores.pdf. Acesso em: 07 jul. 2019.

_____. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001b, Rio de Janeiro. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: ANPED, 2001b. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em: 16 nov. 2016.

_____. Modelagem matemática e os futuros professores. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: ANPED, 2002. Disponível em: <http://25reuniao.anped.org.br/excedentes25/joneicerqueirabarbosat19.rtf>. Acesso em: 07 jul. 2019.

_____. As Relações dos Professores com a Modelagem Matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2004. Disponível em: <https://docplayer.com.br/5074038-As-relacoes-dos-professores-com-a-modelagem-matematica-1.html>. Acesso em: 10 jul. 2019.

_____. As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 10, n. 1, p. 47-58, 2008. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/77/69>. Acesso em: 06 jun. 2019.

_____. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 26, p. 17-25, 2009a. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/5/5>. Acesso em: 07 dez. 2018.

_____. Modelagem e Modelos Matemáticos na Educação Científica. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n.2, p. 69-85, 2009b. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37949/28977>. Acesso em: 06 jun. 2019.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Modelagem matemática - Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. **Biomatemática**, São Paulo, v. 9, p. 9-22, 1999.

_____. Modelagem Matemática – Um método científico de pesquisa ou uma estratégia de ensino e aprendizagem? *In*: BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2002. p. 15-42. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica. Acesso em: 15 ago. 2018.

_____. **Temas & Modelos**. Campinas: UFABC, 2012 (edição do autor). Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/256298033_Modelagem-_Modelos_Temas/download. Acesso em: 31 mai. 2019.

_____. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BERNSTEIN, Basil. **A Estruturação do Discurso Pedagógico: classe, códigos e controle**. Petrópolis: Vozes, 1996.

_____. **Pedagogía, control simbólico e identidad: teoria, investigación y crítica**. Madrid: Morata, 1998.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. ver. ampl., Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. p. 111-124.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2018.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SKOVSMOSE, Ole. A ideologia da certeza em Educação Matemática. *In*: SKOVSMOSE, Ole. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. 4. ed. Campinas: Papyrus, 2008. p. 127-148.

BRAGA, Roberta Modesto. **Aprendizagem em Modelagem Matemática pelas Interações dos Elementos de um Sistema de Atividade na Perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström**. 2015. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=3581060#. Acesso em: 23 abr. 2019.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017.

BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidência da República, [2016]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/ConstituicaoCompilado.htm. Acesso em: 24 abr. 2019.

BRAZ, Bárbara Cândido. **Aprendizagens sobre Modelagem Matemática em uma Comunidade de Prática de Futuros Professores de Matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=5811760#. Acesso em: 23 abr. 2019.

BRAZ, Bárbara Candido; OLIVEIRA, Wellington Piveta; KATO, Lilian Akemi. Práticas de Ensino com Modelagem Matemática: influências de momentos vivenciados na formação inicial. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7., 2018, Foz do Iguaçu. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2018. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/571/543. Acesso em: 07 jul. 2019.

BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. *In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 1., 2004, Londrina. **Anais [...]**. Londrina: UEL, 2004. Disponível em: https://docs.wixstatic.com/ugd/2d4976_668d89c733b44d6fb20489ecd86e1c30.pdf. Acesso em: 20 mar. 2019

_____. Modelagem Matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. **Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 10-27, 2010. Disponível em: <http://proxy.furb.br/ojs/index.php/modelagem/article/view/2012/1360>. Acesso em: 20 mar. 2019.

_____. Uma perspectiva de Modelagem Matemática para o ensino e a aprendizagem da Matemática. *In: BRANDT, Celia Finck. BURAK, Dionísio. KLÜBER, Tiago Emanuel. (orgs.) Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações [online]*, 2. ed. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 17-40. Disponível em: <http://books.scielo.org/id/b4zpq/pdf/brandt-9788577982325-02.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2019.

_____. Modelagem na Perspectiva da Educação Matemática: um olhar sobre seus fundamentos. **Unión - Revistas Iberoamericana de Educación Matemática, Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM)**, n. 51, p. 09-26, 2017. Disponível em: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2017/51/51_Firma2.pdf. Acesso em: 20 mar. 2019.

CALADO, Sílvia dos Santos. **Currículo e Manuais Escolares: processos de recontextualização no discurso pedagógico de Ciências Naturais do 3º Ciclo do Ensino**

Básico. 2007. Dissertação (Mestrado em Educação, especialidade de Didática das Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2007. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/tese_reservadas/tesemest_scalado.zip. Acesso em: 10 out. 2019.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes. **O enquadramento em sala de aula**. 2017. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/179468>. Acesso em: 21 mar. 2019.

CAMPOS, Amanda Caroline Fagundes; SANT’ANA, Marilaine de Fraga. Modelagem Matemática em duas disciplinas da Licenciatura em Matemática da UFRGS: uma análise por meio dos conceitos de classificação e enquadramento. *In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais [...]**. Belo Horizonte: UFMG, 2019. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/189/896>. Acesso em: 15 jan. 2020.

_____. Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática: análise de assuntos em estudo e trabalhos a realizar por meio dos conceitos de classificação e enquadramento. **Vidya**, Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 63-80, 2020. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/3085/2524>. Acesso em: 08 ago. 2020.

CARGNIN-STIELER, Marinez; BISOGNIN, Vanilde. Contribuições da metodologia da modelagem matemática para os cursos de formação de professores. **Revista Iberoamericana de Educación, Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)**, n. 49/3, 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/profile/Vanilde_Bisognin/publication/28291745_Contribuicoes_da_metodologia_da_modelagem_matematica_para_os_cursos_de_formacao_de_profesores/inks/0912f50747f13f0ffe000000/Contribuicoes-da-metodologia-da-modelagem-matematica-para-os-cursos-de-formacao-de-profesores.pdf. Acesso em: 07 jul. 2019.

CASTRO, Sílvia Maria Henriques Tavares de. **A Construção da Ciência na Educação Científica do Ensino Secundário**: estudo do discurso pedagógico do programa e de manuais escolares de Biologia e Geologia do 10.º ano e das concepções dos professores. 2017. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática das Ciências) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2017. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/tese_reservadas/2017_Tese_Doutoramento_Silvia_Castro.pdf. Acesso em: 19 fev. 2019.

CORREIA, Janaína da Silva. **Registros de Representação Semiótica mobilizados na obtenção do volume de um cilindro**: uma atividade orientada pelos princípios da Modelagem Matemática. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=5305689#. Acesso em: 23 abr. 2019.

DALLA VECCHIA, Rodrigo. **A Modelagem Matemática e a Realidade do Mundo Cibernético**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2012.

FERREIRA, Norma Sandra de Almeida. As Pesquisas Denominadas “Estado da Arte”. **Educação & Sociedade**, Campinas, v. 23, n. 79, p. 257-272, 2002. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2019.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FONTINHAS, Fernanda; MORAIS, Ana Maria. Caracterização da Prática Pedagógica no Contexto Instrucional da Sala de Aula. In: MORAIS, Ana Maria *et al.* **Socialização primária e prática pedagógica: análise de aprendizagens na família e na escola**, v.2. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1993. p. 87-118.

FONTINHAS, Maria Fernanda Pereira Borges. **O Contexto Instrucional em Diferentes Modalidades de Prática Pedagógica: aquisição diferencial do reconhecimento e da realização do código pedagógico por alunos de diferentes grupos Sociais**. 1991. Tese (Mestrado em Educação) – Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, Lisboa, 1991.

GOLDENBERG, Mirian. **A Arte de Pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 14 ed. Rio de Janeiro: Record, 2015.

HONORATO, Alex Henrique Alves; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem na Formação Inicial de Professores de Matemática: um olhar para os trabalhos das VII e VIII CNMEMs. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2015, São Carlos. **Anais [...]**. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2015. Disponível em: http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/honorato_malheiros/honorato_malheiros.pdf. Acesso em: 14 dez. 2018.

KLÜBER, Tiago Emanuel; BURAK, Dionísio. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/1642/1058>. Acesso em: 19 abr. 2018.

KLÜBER, Tiago Emanuel. **Uma Metacompreensão da Modelagem Matemática na Educação Matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/96465/303855.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 04 set. 2018

KNIJNIK, Gelsa. Fazer perguntas... ter a cabeça cheia de pontos de interrogação: uma discussão sobre etnomatemática e modelagem matemática escolar. **Unión - Revistas Iberoamericana de Educación Matemática, Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática (FISEM)**, n. 44, p. 10-23, 2015. Disponível em:

[http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/44/Firma%20Invitada_ARTIGO%20GELSA%20KNIJNIK%20PARA%20UNI%C3%93N\(1\).pdf](http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/44/Firma%20Invitada_ARTIGO%20GELSA%20KNIJNIK%20PARA%20UNI%C3%93N(1).pdf). Acesso em: 20 mar. 2019.

LEITE, Maria Beatriz Ferreira. Reflexões sobre a disciplina de modelagem matemática na formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 115-135, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/1646/1062>. Acesso em: 07 jul. 2019.

LIMA, Larissa Borges de Souza; LUNA, Ana Virginia de Almeida. Os Textos referentes às concepções de Modelagem Matemática que circulam em um curso de formação inicial. *In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 11., 2019, Belo Horizonte. **Anais [...]**. Belo Horizonte: UFMG, 2019. Disponível em: <http://eventos.sbem.com.br/index.php/cnmem/2019/paper/viewFile/862/983>. Acesso em: 27 mar. 2020.

LORIN, Ana Paula Zanim. **Competências dos Alunos em Atividades de Modelagem Matemática**. 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3244758. Acesso em: 23 abr. 2019.

LUNA, Ana Virginia de Almeida. **A Modelagem Matemática na Formação Continuada e a Recontextualização Pedagógica desse ambiente em salas de aula**. 2012. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2012.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. A Modelagem Matemática na Formação Inicial de Professores: a mudança de postura de Alexandre. *In: CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2., CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES*, 12., 2014. São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: UNESP, 2014, p. 1816 – 1828. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/141682/ISSN2357-7819-2014_1816-1828.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 07 jul. 2019.

MENDES, Thiago Fernando. **A derivada de uma Função em atividades de Modelagem Matemática: uma análise Semiótica**. 2018. Mestrado (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2018. Disponível em: http://www.uel.br/pos/mecem/arquivos_pdf/13DThiago20-02-2018.pdf. Acesso em: 23 abr. 2019.

MORAIS, Ana Maria; NEVES, Isabel Pestana. Poder e Controlo na Sala de Aula – Definição Teórica de Modalidades Diferenciais de Prática Pedagógica. *In: MORAIS, Ana Maria et al. Socialização primária e prática pedagógica: análise de aprendizagens na família e na escola*, v.2. Lisboa: Fundação Gulbenkian, 1993. p. 13-85.

_____. Os professores como criadores de contextos sociais para a aprendizagem científica. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 18, n. 2, p. 153-183, 2005. Disponível em:

http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/artigos/revistas_com_revisao_cientifica/2005_osprofessores_comocriadores.pdf. Acesso em: 05 fev. 2018.

_____. Textos e contextos educativos que promovem aprendizagem. **Revista Portuguesa de Educação**, v. 22, n. 1, p. 5-28, 2009. Disponível em:

http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4213/1/Morais%20A%20M%20%26%20Neves%20I%20P_Textos%20e%20contextos%20educativos.pdf. Acesso em: 01 mar. 2017.

MOROSINI, Marília Costa. Estado de conhecimento e questões do campo científico.

Educação, Santa Maria, v. 40, n. 1, p. 101-116, 2015. Disponível em:

<https://periodicos.ufsm.br/reeducacao/article/view/15822/pdf>. Acesso em: 14 abr. 2020.

OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. Uma agenda de pesquisa para a Modelagem Matemática brasileira. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., Londrina. **Anais [...]**. Londrina: UEL, UTFPR, 2016.

Disponível em: [https://doc-08-a0-apps-viewer.googleusercontent.com/viewer/secure/pdf/3nb9bdfcv3e2h2k1cmql0ee9cvc5l0le/jrmjrcmqh8mi1927dpdha2312egndasg/1574944950000/drive/*/ACFrOgBvG4JD1N0ONA9zDvziP63FL-](https://doc-08-a0-apps-viewer.googleusercontent.com/viewer/secure/pdf/3nb9bdfcv3e2h2k1cmql0ee9cvc5l0le/jrmjrcmqh8mi1927dpdha2312egndasg/1574944950000/drive/*/ACFrOgBvG4JD1N0ONA9zDvziP63FL-hKxfsT58H4tdXhVqfmJq167gA99Mk4tWSKSngJHU0fVsaAH1iK_IZZxmyT9yEbSndvQsdV96R5LvZj0XfcyvXEKHj7si59gIU=?print=true&nonce=emmj7ml0lifcs&user=*&hash=iiui khs7b1rbsjp4ruj2g5nqmp3t119)

[hKxfsT58H4tdXhVqfmJq167gA99Mk4tWSKSngJHU0fVsaAH1iK_IZZxmyT9yEbSndvQsdV96R5LvZj0XfcyvXEKHj7si59gIU=?print=true&nonce=emmj7ml0lifcs&user=*&hash=iiui](https://doc-08-a0-apps-viewer.googleusercontent.com/viewer/secure/pdf/3nb9bdfcv3e2h2k1cmql0ee9cvc5l0le/jrmjrcmqh8mi1927dpdha2312egndasg/1574944950000/drive/*/ACFrOgBvG4JD1N0ONA9zDvziP63FL-hKxfsT58H4tdXhVqfmJq167gA99Mk4tWSKSngJHU0fVsaAH1iK_IZZxmyT9yEbSndvQsdV96R5LvZj0XfcyvXEKHj7si59gIU=?print=true&nonce=emmj7ml0lifcs&user=*&hash=iiui khs7b1rbsjp4ruj2g5nqmp3t119)

[khs7b1rbsjp4ruj2g5nqmp3t119](https://doc-08-a0-apps-viewer.googleusercontent.com/viewer/secure/pdf/3nb9bdfcv3e2h2k1cmql0ee9cvc5l0le/jrmjrcmqh8mi1927dpdha2312egndasg/1574944950000/drive/*/ACFrOgBvG4JD1N0ONA9zDvziP63FL-hKxfsT58H4tdXhVqfmJq167gA99Mk4tWSKSngJHU0fVsaAH1iK_IZZxmyT9yEbSndvQsdV96R5LvZj0XfcyvXEKHj7si59gIU=?print=true&nonce=emmj7ml0lifcs&user=*&hash=iiui khs7b1rbsjp4ruj2g5nqmp3t119). Acesso em: 28 nov. 2019.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p.

73-98, 2011. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>. Acesso em: 20 mar. 2019.

PIRES, Delmina; MORAIS, Ana Maria; NEVES, Isabel Pestana. Desenvolvimento científico nos primeiros anos de escolaridade: estudo de características sociológicas específicas da prática pedagógica. **Revista de Educação**, v. 12, n. 2, p. 119-132. 2004. Disponível em:

http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/artigos/revistas_com_revisao_cientifica/2004_desenvolvimentocientificonosprimeiros.pdf. Acesso em: 21 fev. 2017.

PRADO, Airam da Silva. **As Imagens da Prática Pedagógica nos textos dos Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2014. Disponível em:

https://ppgefhc.ufba.br/sites/ppgefhc.ufba.br/files/airam_da_silva_prado._as_imagens_da_pratica_pedagogica_nos_textos_dos_materiais_curriculares_educativos_sobre_modelagem_matematica.pdf. Acesso em: 23 abr. 2019.

PRADO, Airam da Silva; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. O Discurso Regulativo nos Materiais Curriculares Educativos sobre Modelagem Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2012. Disponível em:

http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/PDFs/GT10/CC03372205570_A.pdf. Acesso em: 08 mar. 2019.

PRADO, Airam da Silva; SILVA, Lilian Aragão; SANTANA, Thaine Souza. Uma análise Bernsteiniana de Tarefas de Modelagem Matemática no Caso 1. *In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 8., 2013, Santa Maria. **Anais [...]**. Santa Maria: Centro Universitário Franciscano, 2013. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/313023522_UMA_ANALISE_BERNSTEINIANA_DE_TAREFAS_DE_MODELAGEM_MATEMATICA_NO_CASO_1. Acesso em: 10 jan. 2018.

ROMANOWSKI, Joana Paulin; ENS, Romilda Teodora. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 6, n.19, p. 37-50, 2006. Disponível em: <https://periodicos.pucpr.br/index.php/dialogoeducacional/article/view/24176/22872>. Acesso em: 14 abr. 2020.

SALDANHA, Ana; NEVES, Isabel Pestana. Influência dos exames na recontextualização dos programas: um estudo centrado na biologia do ensino secundário. **Revista de Educação**, v. 14, n. 1, p. 47-66, 2007. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/artigos/revistas_com_revisao_cientifica/2007_influenciadosexames.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

SANTANA, Thaine Souza; BARBOSA, Jonei Cerqueira. A Intervenção do Professor em um Ambiente de Modelagem Matemática e a Regulação da Produção Discursiva dos Alunos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 991-1020, 2012. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v26n43/11.pdf>. Acesso em: 08 mar. 2019.

SANT’ANA, Marilaine de Fraga; SANT’ANA, Alvinho Alves. Modelagem Matemática: Relação entre Formulação de Perguntas e Elaboração de Tarefas. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 7., 2015, Pirenópolis. **Anais [...]** Brasília: SBEM, 2015. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story_content/external_files/MODELAGEM%20MATEM%C3%81TICA_REL%C3%87%C3%83O%20ENTRE%20FORMULA%C3%87%C3%83O%20DE%20PERGUNTAS%20E%20ELABORA%C3%87%C3%83O%20DE%20TAREFAS.pdf. Acesso em: 09 jan. 2018.

_____. Planejamento de Tarefas de Modelagem Matemática a partir de Perguntas. **Vidya**, Santa Maria, v. 37, n. 1, p. 75-89, 2017. Disponível em: <https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/view/1995/1913>. Acesso em: 09 jan. 2018.

SANTOS, Ana Sofia Queirós Friaças da Silva. **Formação Inicial de Professores de Ciências**: estudo de práticas pedagógicas e de aprendizagens. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação, especialidade em Didática das Ciências) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/tese_reservadas/tesemest_asantos.zip. Acesso em: 26 fev. 2019.

SARAIVA, Maria Leonor da Graça. **Ensino das Ciências na Formação Inicial de Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico**: contributos para uma mudança nas concepções sobre ciência e ensino das ciências. 2016. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática das Ciências) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.

Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/tese_reservadas/Tesedout_LSaraiva.zip. Acesso em: 10 abr. 2018.

SCHÜTZ, Caroline. **Modelagem Matemática e Recursos Tecnológicos: uma experiência em um curso de formação inicial de professores**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=3395578#. Acesso em: 23 abr. 2019.

SILVA, Lilian Aragão da; OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. A transformação do texto pedagógico do planejamento do ambiente de modelagem matemática na prática pedagógica escolar. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso do Sul, v. 7, n. 1, p. 317-337, 2014a. Disponível em: <http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/download/887/566>. Acesso em: 08 mar. 2019.

_____. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, n.1, p. 40-56, 2014b. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/download/1028/1100>. Acesso em: 08 mar. 2019.

SILVA, Lilian Aragão da. **Uma análise do texto pedagógico do planejamento do ambiente de Modelagem Matemática com a lente teórica de Basil Bernstein**. 2013. Dissertação (Mestrado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2013.

SILVA, Maria Preciosa Gonçalves da. **Materiais Curriculares e Práticas Pedagógicas no 1º Ciclo do Ensino Básico: estudo de processos de recontextualização e suas implicações na aprendizagem científica**. 2009. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática das Ciências) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2009. Disponível em: http://essa.ie.ulisboa.pt/ficheiros/tese_reservadas/tesedout_psilva.zip. Acesso em: 10 out. 2019.

SOUZA, Elizabeth Gomes; LUNA, Ana Virginia de Almeida. Questionamentos de Professores em Serviço Sobre o Fazer Modelagem Matemática: o que respondem os futuros professores? **Educação Matemática em Revista**, v. 20, n. 46, p. 44-52, 2015. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/502/pdf>. Acesso em: 07 jul. 2019.

TAMBARUSSI, Carla Melli; KLÜBER, Tiago Emanuel. Formação de Professores em Modelagem Matemática: Contribuições a Partir do Programa de Desenvolvimento Educacional do Paraná, PDE. *In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais [...]**. Brasília: SBEM, 2015. p. 1-11.

TEODORO, Flavia Pollyany. **A Recontextualização da Modelagem Matemática na Prática Pedagógica nos Anos Iniciais**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2018. Disponível em:

https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?%20popup=true&id_trabalho=5590542#. Acesso em: 23 abr. 2019.

WEINGARTEN, Tiago; DALLA VECCHIA, Rodrigo. Problema, sentido e significado: a multiplicidade em Modelagem Matemática. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 23, n. 1, p. 219-235, 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n1/1516-7313-ciedu-23-01-0219.pdf>. Acesso em: 31 mai. 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A – SELEÇÃO DE PESQUISAS

A.1 Do capítulo 1 ‘Introdução’ (Quadro 1)

Procuramos por artigos cujos títulos apresentassem, além de Modelagem Matemática, formação de professores e/ou Licenciatura em Matemática. Essa busca iniciou com a observação dos Currículos Lattes de Jonei Cerqueira Barbosa e Rodney Carlos Bassanezi⁷⁷ e do site de Dionísio Burak⁷⁸. Depois observamos a revista⁷⁹ mencionada por Schütz (2015) e os anais das X e XI CNMEMs (Conferências Nacionais sobre Modelagem na Educação Matemática)⁸⁰ e dos quatro últimos SIPEMs (Seminários Internacionais de Pesquisa em Educação Matemática)⁸¹. Também pesquisamos no Google Acadêmico os termos ‘modelagem matemática formação de professores’ e no Currículo Lattes de Ana Paula dos Santos Malheiros⁸², pois conhecíamos (de pesquisas anteriores) um artigo de autoria dela relacionando Modelagem Matemática e formação inicial de professores de matemática.

Considerando apenas seus títulos selecionamos inicialmente trinta e três artigos. Não encontramos o artigo de Dionísio Burak (mencionado no Currículo Lattes) intitulado *Modelagem Matemática: Formação e Prática Docente*, nem anais de CNMEMs anteriores a 2017. Entre os artigos que pudemos acessar, a partir de seus resumos, excluímos aqueles que: falavam apenas de formação continuada, não propunham Modelagem Matemática na formação de professores ou cujo foco era a disciplina de Estágio dos cursos de Licenciatura em Matemática. Assim, selecionamos onze artigos (Quadro 1) que são comentados na introdução desta dissertação.

A.2 Da seção 2.4 ‘Conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática’

⁷⁷ Disponível em: <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4787073A6>. Acesso em: 07 jul. 2019.

⁷⁸ Disponível em: <https://www.dionisioburak.com.br/artigos-eventos> & <https://www.dionisioburak.com.br/artigosperiodicos>. Acesso em: 07 jul. 2019.

⁷⁹ Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/issue/view/57/showToc>. Acesso em: 07 jul. 2019.

⁸⁰ Disponível em: <http://www.eventos.uem.br/index.php/cnmem/xcnmem2017/schedConf/presentations>. Acesso em: 07 jul. 2019.

⁸¹ VII SIPEM: Disponível em:

http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/schedConf/presentations. Acesso em: 07 jul. 2019.

VI SIPEM: Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story.html>. Acesso em: 07 jul. 2019.

V SIPEM: Disponível em:

http://www.sbembrasil.org.br/files/v_sipem/?page=publications&subpage=gts&language=br. Acesso em: 07 jul. 2019.

IV SIPEM: Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/sipemIV.pdf>. Acesso em: 07 jul. 2019.

⁸² Disponível em: <http://buscatextual.cnpq.br/buscatextual/visualizacv.do?id=K4769402Y3>. Acesso em: 07 jul. 2019.

- Artigos e TCC sintetizados no Quadro 2 desta dissertação

Encontramos os artigos Prado e Oliveira (2012), Santana e Barbosa (2012), Silva e Oliveira (2014a) e Silva e Oliveira (2014b) ao observar o Currículo Lattes de Jonei Cerqueira Barbosa⁸³ e Andréia Maria Pereira de Oliveira⁸⁴. Optamos por acessar tais currículos pois sabíamos que esses pesquisadores já haviam estudado a Modelagem Matemática, relacionando-a aos conceitos de classificação e enquadramento. Encontramos também, em Santana e Barbosa (2012), menção às regras de reconhecimento e realização. Meu Trabalho de Conclusão de Curso (CAMPOS, 2017) e os outros três artigos (que foram trazidos nele, Prado, Silva e Santana (2013) e Sant'Ana e Sant'Ana (2015, 2017) também são referidos, por relacionarem a Modelagem Matemática aos conceitos de Basil Bernstein.

- Dissertações e tese sintetizadas no Quadro 3 desta dissertação

A dissertação Silva, L. (2013) foi sugerida pela Prof. Dra. Andréia Maria Pereira de Oliveira durante o Exame de Qualificação desta dissertação, ocorrido em 30 de agosto de 2019. Selecionamos a tese Luna (2012) para compor a relação entre conceitos de Basil Bernstein e Modelagem Matemática porque ela é citada por Silva, L. (2013). A seguir, detalhamos o processo de seleção que nos levou até Prado (2014) e Teodoro (2018).

Fizemos buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)⁸⁵ entre 18 e 19 de abril de 2019. As primeiras buscas não trouxeram o que esperávamos. Pesquisamos por termos como 'modelagem+educação+bernstein' obtendo 87870 resultados e após muitos refinamentos (ano, grande área, área de conhecimento, área de avaliação, área de concentração e nome do programa) chegamos a 2490 resultados. Dentre esses, lemos o título de 1245 e acessamos os detalhes de alguns. Assim encontramos resultados que não estavam relacionados nem à Modelagem Matemática, nem à Educação, nem a Basil Bernstein. Decidimos, então, buscar por termos mais simples, para observar a quantidade de resultados. Escolhemos 'bernstein'.

Buscando pelo termo 'bernstein' e refinando os resultados para os últimos cinco anos obtivemos 136 resultados. Lendo os títulos e alguns resumos e palavras-chave, separamos quarenta e cinco pesquisas que tratavam de educação/ensino e tinham Basil Bernstein como principal (ou dentre os principais) referencial teórico. Analisamos seus resumos, e:

⁸³ Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/4435435120326646>.

⁸⁴ Disponível em: <http://lattes.cnpq.br/6664329706421891>.

⁸⁵ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

- selecionamos aquelas que apresentavam os termos matemática, enquadramento, classificação, Grupo Essa e/ou regras de reconhecimento e realização. Totalizando vinte e duas pesquisas;
- dessas vinte e duas, excluimos aquelas que tratavam de direito, enfermagem, letramento, educação musical, artes, e aquelas que cujo foco são currículos/livros/leis e não referiam-se à matemática. Ainda ficamos com quinze pesquisas;
- dessas quinze, excluimos de nossa análise aquelas que tinham focos semelhantes e apresentavam, em seus resumos, assuntos que não são abordados nesta dissertação, como comparação entre contextos sociais (escola pública X privada) e práticas pedagógicas em diferentes disciplinas; pesquisa em escola com melhor desempenho, e; investigação de uma comunidade. Assim obtemos nove pesquisas, cinco dissertações e quatro teses, que queríamos apresentar e comentar. Algumas dessas pesquisas não tinham como foco a matemática, tratavam de língua portuguesa, química, biodiversidade, por exemplo;
- após o Exame de Qualificação, decidimos que não iríamos apresentar os conceitos de Basil Bernstein relacionados a essas outras disciplinas e dedicarmos mais à relação entre tais conceitos e a Matemática, assim das nove pesquisas, ficamos com quatro;
- dessas quatro, duas não tratavam de Modelagem Matemática, como já tínhamos as de Luna (2012) e Silva, L. (2013) decidimos ter como foco a relação dos conceitos de Basil Bernstein com a Modelagem Matemática. Assim, após esse processo, selecionamos apenas as dissertações Prado (2014) e Teodoro (2018).

A.3 Da subseção 3.2.1 ‘Estado do Conhecimento’

Buscamos no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior)⁸⁶, entre 18 e 19 de abril de 2019, pelo termo

⁸⁶Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>.

‘modelagem’ e aplicando alguns refinamentos⁸⁷ obtivemos 154 resultados. Fizemos a leitura dos títulos e de alguns detalhes (resumo e palavras-chave) e selecionamos apenas as pesquisas que tratassem de Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática, sendo essas, dezessete. Analisamos os objetivos (apresentados nos resumos) dessas dezessete teses e dissertações e escolhemos aquelas que se propunham a analisar/investigar/compreender competências, conhecimento matemático, aprendizagem, ensino e aprendizagem, saberes docentes e mobilização de registros de representação semiótica. Dessa forma, ficamos com sete pesquisas, cinco dissertações (ALVES, 2015; CORRÊA, 2017; LORIN, 2015; MENDES, 2018; SCHÜTZ, 2015) e duas teses (BRAGA, 2015; BRAZ, 2017), para serem apresentadas e comentadas na subseção 3.1.5.

⁸⁷**Ano:** 2018, 2017, 2016, 2015, 2014. **Grande Área de Conhecimento:** Multidisciplinar. **Área de conhecimento:** Ensino de Ciências e Matemática. **Área de Avaliação:** Ensino. **Área de concentração (10):** EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA; EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE; ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA; ENSINO DE MATEMÁTICA; ENSINO E APRENDIZAGEM DE CIÊNCIAS NATURAIS E MATEMÁTICA; ENSINO, HISTÓRIA E FILOSOFIA DAS CIÊNCIAS E MATEMÁTICA; Educação em Ciências e em Matemática; FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA. **Nome do Programa (16):** EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA; EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - UFMT - UFPA - UEA; EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICAS; EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA E A MATEMÁTICA; ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA; ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA ; ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS; ENSINO DE MATEMÁTICA; Educação Matemática; Educação Matemática e Ensino de Física; Educação em Ciências e em Matemática; Educação para Ciências e Matemática; Ensino de Ciências Naturais e Matemática; Ensino de Ciências e Matemática; Ensino e História das Ciências e da Matemática.

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, R.G. _____, aluno(a) da turma U de XXXXXX X (MATXXXXX - Departamento de Matemática Pura e Aplicada, Universidade Federal do Rio Grande do Sul), declaro, por meio deste termo, que concordo com minha participação na pesquisa intitulada *Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática da UFRGS analisada sob os conceitos de Basil Bernstein*, desenvolvida pela pesquisadora Amanda Caroline Fagundes Campos.

Fui informado(a), que a pesquisa é orientada pela Prof. Dr^a. Marilaine de Fraga Sant’Ana, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (XX) XXXXXXXX ou do e-mail XXXXXX@XXXXXX.

Tenho ciência de que minha participação não envolve forma alguma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) que a pesquisa é qualitativa e que tem como objetivos estritamente acadêmicos:

1. Caracterizar, em termos da classificação e do enquadramento, aulas que envolvem Modelagem Matemática no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

2. Analisar se os licenciandos:

- 2.1 Reconhecem as especificidades da Modelagem Matemática, nos seus múltiplos aspectos/concepções, diferenciando-a de outras Tendências em Educação Matemática (têm Regras de Reconhecimento);

- 2.2 Selecionam os significados/justificações apropriados à Modelagem Matemática, isto é, mostram conhecer os princípios de como atuar/agir no seu planejamento e prática (têm Regras de Realização passiva).

Como benefícios da pesquisa, é esperado que ela produza informações importantes sobre Regras de Reconhecimento e Realização sobre Modelagem Matemática na graduação, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional, tanto para os licenciandos quanto para seus futuros alunos.

Também estou ciente que minha colaboração para a mencionada pesquisa se fará por meio da participação em aula, em que serei observado (havendo também gravações em áudio/vídeo feitas pela pesquisadora), e minha produção será digitalizada e analisada. Fui informado(a), ainda, que minha participação iniciará apenas a partir da entrega desse documento (do qual receberei uma via), por mim assinado.

Fui também esclarecido(a) de que o uso das informações por mim oferecidas será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.) e que minha identidade será mantida em sigilo. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a minha participação, autorizo que sejam utilizadas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc), sem identificação. Essas informações, fotos ou filmagens ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, a fim de amenizar qualquer desconforto será mantido o anonimato dos graduandos. Além disso, é assegurado que eu posso deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não me sinta confortável com alguma situação, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável no telefone (XX) XXXXXXXXXX / e-mail XXXXXX@XXXXXX.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Porto Alegre, __ de outubro de 2018.

Assinatura do participante: _____

Assinatura da pesquisadora: _____

Assinatura da orientadora da pesquisa: _____

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(ENTREVISTAS)

Prezado(a) _____,
R.G. _____ (graduando(a) em Licenciatura em Matemática na
Universidade Federal do Rio Grande do Sul).

Eu, Amanda Caroline Fagundes Campos (Mestranda em Ensino de Matemática na UFRGS), e minha orientadora, Prof. Dr^a. Marilaine de Fraga Sant’Ana o(a) convidamos, por meio deste, a participar da pesquisa intitulada *Modelagem Matemática na Licenciatura em Matemática da UFRGS analisada sob conceitos de Basil Bernstein*.

Tal pesquisa é qualitativa e tem como objetivos estritamente acadêmicos:

1. Caracterizar, em termos da classificação e do enquadramento, aulas que envolvem Modelagem Matemática em duas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

2. Analisar se os licenciandos:

1.1 Reconhecem as especificidades da Modelagem Matemática, nas suas múltiplas concepções, diferenciando-a de outras Tendências em Educação Matemática (têm Regras de Reconhecimento);

1.2 Justificam as escolhas feitas quanto às especificidades da Modelagem Matemática (têm Regras de Realização passiva) e mostram conhecer princípios do planejamento no âmbito da Modelagem Matemática (têm Regras de Realização ativa ao nível da argumentação/exemplificação).

Sua participação não envolve forma alguma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade dessa, a contribuição para o sucesso da pesquisa. Sua participação far-se-á por meio de uma **entrevista**, que será gravada em áudio/vídeo, mas sendo sua identidade mantida em sigilo. Assim, sua identificação nas pesquisas será: _____.

O uso das informações oferecidas por você dar-se-á apenas em situações acadêmicas (dissertação, artigos científicos, palestras, seminários etc.). No caso de fotos, filmagens ou digitalizações, obtidas durante a sua participação, elas também serão utilizadas apenas em situações acadêmicas (dissertação, artigos científicos, palestras, seminários etc), sem identificação. Tais informações, fotos, filmagens ou digitalizações ficarão armazenadas por pelo menos cinco anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que sua participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, a fim de amenizar qualquer desconforto será mantido seu anonimato. Além

disso, é assegurado que você possa deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Como benefícios da pesquisa, é esperado que ela produza informações importantes sobre Regras de Reconhecimento e Realização sobre Modelagem Matemática na graduação, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional, tanto para os licenciandos quanto para seus futuros alunos.

Você poderá contatar a pesquisadora, Amanda Caroline Fagundes Campos, a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (XX) XXXXXXXXXX ou do e-mail XXXXXX@XXXXXX. Assim como, a orientadora da pesquisa, Prof. Dr^a. Marilaine de Fraga Sant'Ana, por meio do telefone (XX) XXXXXXXXXX ou do e-mail XXXXXX@XXXXXX.

A aceitação desse convite, ou seja, sua participação na pesquisa sob o explicitado na primeira página, dar-se-á apenas a partir da entrega desse documento assinado por você (do qual você receberá uma via).

Porto Alegre, __ de _____ de 2019.

Assinatura do(a) participante/entrevistado(a): _____

Assinatura da pesquisadora/entrevistadora: _____

Assinatura da orientadora da pesquisa: _____

A entrevista ocorreu no dia __ de _____ de 2019, das __h__min às __h__min, na sala ____ do Prédio _____ no Campus _____ da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Rubrica do(a) entrevistado(a): _____

Rubrica da entrevistadora: _____

APÊNDICE D - ESTRUTURA ENTREVISTAS

Questões	Instruções para entrevistadora	Perguntas ao(à) entrevistado(a)	Objetivo
1 Características da Modelagem Matemática na Educação Matemática	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Explicar aos entrevistados que com Modelagem Matemática a entrevistadora está se referindo à Modelagem Matemática na Educação Matemática, e não à Matemática Aplicada. ▪ Entregar cartões com as características: <ul style="list-style-type: none"> → Situações de fora da matemática; → Temas; → Perguntas; → Dados reais; → Grupos; → Hipóteses simplificadoras; → Justificativas; → Socializações. ▪ Oferecer papel e caneta para 1a'. 	<p>1a. Dentre essas opções, coloca sobre a mesa as que pra ti são características que definem⁸⁸ a Modelagem Matemática?</p> <p>1a'. Há uma característica que tu consideras importante na Modelagem Matemática que não foi apresentada nos cartões? Tu podes escrevê-la e colocar sobre a mesa?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de reconhecimento sobre Modelagem Matemática quanto às aulas de Geometria II – Mat e Combinatória I; ▪ Analisar se as escolhas dos entrevistados estão de acordo com as características apresentadas pela professora ao explicar o trabalho com Modelagem Matemática e com concepções de Modelagem Matemática consideradas (a serem apresentadas na questão 2).
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Com os cartões escolhidos pelo entrevistado sobre a mesa; ▪ Incentivar o entrevistado a justificar a escolha de cada característica; ▪ Se o entrevistado quiser alterar suas escolhas, permitir, desde 	<p>1b. Porque tu escolheste essas opções?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de realização passiva sobre Modelagem Matemática quanto às aulas de Geometria II – Mat e Combinatória I; ▪ Analisar as justificativas dos entrevistados para as opções escolhidas.

⁸⁸ Decidimos não manter o uso desse termo ao longo da dissertação, porém ele foi utilizado durante as entrevistas.

	<p>que ele justifique o porquê das alterações.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Após o entrevistado justificar suas escolhas. 	1c. Como tu darias aulas, no âmbito da Modelagem Matemática, tendo todas essas características?	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de realização ativa, ao nível da argumentação/exemplificação sobre Modelagem Matemática quanto às aulas de Geometria II – Mat e Combinatória I; ▪ Analisar os exemplos apresentados pelos dos entrevistados.
2 Concepções ⁸⁹ de Modelagem Matemática na Educação Matemática	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Entregar cartões com as concepções: <ul style="list-style-type: none"> → Barbosa (2009a); → Bassanezi (2002); → Burak (1992 apud 2017); → Onuchic e Allevato (2011) (Resolução de Problemas); → Knijnik (2015) (Etnomatemática). ▪ Oferecer papel e caneta em 2a'. 	<p>2a. Dentre essas concepções, coloca sobre a mesa a(s) que pra ti é(são) de Modelagem Matemática?</p> <p>2a'. Tu tens uma compreensão de Modelagem Matemática diferente das apresentadas nos cartões? Tu podes escrevê-la e colocar sobre a mesa?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de reconhecimento sobre distintas concepções de Modelagem Matemática; ▪ Analisar se os entrevistados escolhem mais de uma concepção como sendo de Modelagem Matemática, ou seja, se reconhecem que existem distintas concepções dessa; ▪ Analisar quais concepções são escolhidas.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Com os cartões escolhidos pelo entrevistado sobre a mesa; ▪ Incentivar o entrevistado a justificar a escolha de cada concepção; ▪ Se o entrevistado quiser alterar suas escolhas, permitir, desde que ele justifique o porquê das 	2b. Porque tu escolheste essa(s) concepção(ões)?	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de realização passiva sobre distintas concepções de Modelagem Matemática; ▪ Analisar as justificativas dos entrevistados para as concepções escolhidas; ▪ Analisar porque o entrevistado escolheu somente uma ou porque

⁸⁹ Caracterizações ao longo desta dissertação.

	<p>alterações.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Após o entrevistado justificar suas escolhas; ▪ Explicar o que são práticas pedagógicas escolares. 	2c. Dá um exemplo de prática pedagógica escolar relacionada a cada concepção de Modelagem Matemática que tu escolheste.	<p>escolheu mais de uma concepção.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Verificar a posse das regras de realização ativa, ao nível da argumentação/exemplificação sobre concepções de Modelagem Matemática; ▪ Analisar os exemplos apresentados pelos dos entrevistados; ▪ Analisar como os entrevistados entendem as concepções.
<p>3 Objetivos da Modelagem Matemática na Educação Matemática</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Entregar cartões com os objetivos apresentados por: <ul style="list-style-type: none"> → Barbosa (2001b, 2009a); → Bassanezi (2002); → Burak (2017); → Onuchic e Allevato (2011) (Resolução de Problemas); → Knijnik (2015) (Etnomatemática). ▪ Oferecer papel e caneta para 3a'. 	<p>3a. Dentre esses objetivos, coloca sobre a mesa o(s) que pra ti é(são) de Modelagem Matemática?</p> <p>3a'. Há objetivos que, na tua opinião, a Modelagem Matemática permite alcançar, mas não foram apresentados nos cartões? Tu podes escrevê-los e colocar sobre a mesa?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuar verificando a posse das regras de reconhecimento sobre distintas concepções de Modelagem Matemática por meio dos objetivos relacionados a elas; ▪ Analisar se os entrevistados escolhem mais de um objetivo como sendo de Modelagem Matemática, ou seja, se reconhecem que existem distintas pretensões relacionadas às concepções dessa; ▪ Analisar quais objetivos são escolhidos.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Com os cartões escolhidos pelo entrevistado sobre a mesa; ▪ Incentivar o entrevistado a justificar a escolha de cada objetivo; ▪ Se o entrevistado quiser alterar suas escolhas, permitir, desde que ele justifique o porquê das 	3b. Porque tu escolheste esse(s) objetivos?	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuar verificando a posse das regras de realização passiva sobre concepções de Modelagem Matemática por meio dos objetivos dessa; ▪ Analisar as justificativas dos entrevistados para os objetivos escolhidos; ▪ Analisar porque o entrevistado

	alterações.		escolheu só um ou porque escolheu mais de um objetivo.
	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Após o entrevistado justificar suas escolhas. 	3c. Dá um exemplo de prática pedagógica escolar baseada nos objetivos de cada cartão que tu escolheste.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Continuar verificando a posse das regras de realização ativa, ao nível da argumentação/exemplificação sobre concepções de Modelagem Matemática por meio dos objetivos relacionados a cada concepção; ▪ Analisar os exemplos apresentados pelos dos entrevistados; ▪ Analisar como os entrevistados se baseiam nos objetivos da Modelagem Matemática.

Questão 2 – Caracterizações apresentadas aos entrevistados

Modelagem Matemática:

- “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações” que têm “referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e [são] um problema para os alunos.” (BARBOSA, 2009a, p. 3);
- “[...] é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. [...] consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.” (BASSANEZI, 2002, p. 24), e;
- “[...] um conjunto de procedimentos cujo objetivo é tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e tomar decisões”. (BURAK, 1992, p. 92 apud BURAK, 2017, p. 18) Sendo que “o conjunto de procedimentos se constitui nas etapas e no entendimento de que fenômeno é tudo o que pode ser percebido pelo sujeito.” (BURAK, 2017, p. 18).

Resolução de Problemas:

- “[...] o problema é ponto de partida e, na sala de aula, [...], os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81), e;

Etnomatemática:

- “[...] uma caixa de ferramentas que possibilita: analisar os jogos de linguagem matemáticos de distintas formas de vida e suas semelhanças de família e examinar os discursos da matemática acadêmica e da matemática escolar e seus efeitos de poder.” (KNIJNIK, 2015, p. 12-13).

Questão 3 – Objetivos apresentados aos entrevistados

Modelagem Matemática:

- Analisar e questionar contextos extraescolares (situações com referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências), com a possibilidade de diversos encaminhamentos e algum nível de crítica, utilizando o conteúdo matemático como um “meio” para isso. Também, explorar os papéis da matemática na sociedade contemporânea, analisando modelos matemáticos (quanto ao seu papel e sua subjetividade), produzindo discussões reflexivas, sobre os critérios utilizados na sua construção e seus resultados. Barbosa (2001b, 2009a)
- Propiciar a criatividade na formulação de problemas. Ser uma “estratégia de aprendizagem” na qual se segue etapas em que o conteúdo matemático é sistematizado e aplicado na obtenção de um modelo (que transforma situações da realidade em problemas matemáticos) e na qual há a análise e a inserção de tal modelo no contexto sócio-cultural. E possibilitar um “processo de ensino-aprendizagem” cujo resultado vem da interação entre aluno e realidade, em que a realidade modelada motiva o aluno a aprender matemática e as discussões sobre ela favorecem o aluno a participar da sociedade. Bassanezi (2002)
- Estudar um fenômeno real de interesse do grupo, procurando esclarecimentos, formulando questões e refletindo como e onde coletar informações. Utilizar conhecimentos para transformar situações do cotidiano em problemas matemáticos, que envolvam ciências humanas e sociais, e apresentar soluções matemáticas, de atitudes e de comportamento para tais problemas. Nas soluções, criar distintas estratégias de pensamento e tomar decisões. E discutir a matemática utilizada, as decisões tomadas e as suas repercussões. Burak (2017)

Resolução de Problemas:

- Ajudar na compreensão de conceitos, processos e técnicas operatórias. Focar nos alunos e nas “ideias matemáticas”. Propiciar o desenvolvimento da compreensão pelos próprios raciocínios. Desenvolver a capacidade de pensar matematicamente, utilizando diferentes problemas e estratégias. Desenvolver a crença na capacidade matemática e de que a matemática (a formalização de seus conceitos e teorias) “faz sentido”. Formalizar os conteúdos e conceitos matemáticos ao fim do processo, após o registro das soluções, as discussões e a busca por consenso. Onuchic e Allevato (2011)

Etnomatemática:

- Identificar e analisar práticas matemáticas presentes na “realidade”, ou seja, as diferentes matemáticas (a matemática acadêmica, a matemática escolar, as matemáticas camponesas, as matemáticas indígenas, ou, as matemáticas geradas por grupos culturais específicos que têm critérios de racionalidade específicos). Suspeitar da noção de uma linguagem matemática universal, a qual pode ser “desdobrada” e “aplicada” em diversos grupos culturais. Ampliar a linguagem matemática dos alunos, incluindo linguagens praticadas em formas de vida não escolares. Knijnik (2015)

Nos cartões das questões 2 e 3 não foram indicadas as referências das concepções e objetivos, para que a resposta dos entrevistados não fosse influenciada pela relação entre o nome dos pesquisadores e as tendências em Educação Matemática que investigam.