

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
MESTRADO ACADÊMICO

CAMILLA DE MATTOS MONTENEGRO

**PROJETOS DE MODELAGEM E PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL NO
ENSINO FUNDAMENTAL: ALUNOS EM UM SISTEMA DE ATIVIDADE**

Porto Alegre

2020

CAMILLA DE MATTOS MONTENEGRO

**PROJETOS DE MODELAGEM E PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL NO
ENSINO FUNDAMENTAL: ALUNOS EM UM SISTEMA DE ATIVIDADE**

Dissertação de Mestrado como requisito parcial
à obtenção do título de Mestre em Ensino de
Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Matemática da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora
Profa. Dra. Débora da Silva Soares

Porto Alegre

2020

CIP - Catalogação na Publicação

Montenegro, Camilla de Mattos
PROJETOS DE MODELAGEM E PERFORMANCE MATEMÁTICA
DIGITAL NO ENSINO FUNDAMENTAL: ALUNOS EM UM SISTEMA DE
ATIVIDADE / Camilla de Mattos Montenegro. -- 2020.
130 f.
Orientadora: Débora da Silva Soares.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do
Rio Grande do Sul, Instituto de Matemática e
Estatística, Programa de Pós-Graduação em Ensino de
Matemática, Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. Projetos de Modelagem. 2. Performance Matemática
Digital. 3. Teoria da Atividade. 4. Ensino de
Matemática. I. Soares, Débora da Silva, orient. II.
Título.

CAMILLA DE MATTOS MONTENEGRO

**PROJETOS DE MODELAGEM E PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL NO
ENSINO FUNDAMENTAL: ALUNOS EM UM SISTEMA DE ATIVIDADE**

Dissertação de Mestrado como requisito parcial
à obtenção do título de Mestre em Ensino de
Matemática, pelo Programa de Pós-Graduação
em Ensino de Matemática da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul.

Orientadora
Prof.^a Dra. Débora da Silva Soares

BANCA EXAMINADORA:

Prof.^a Dra. Daise Lago Pereira Souto
UNEMAT

Prof. Dr. Maurício Rosa
UFRGS

Prof. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia
UFRGS

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus, por me propiciar chegar até aqui, me dando força e amparo em todos os momentos.

Agradeço aos meus pais queridos, Tânia e Paulo, por acreditarem em mim desde sempre, me incentivando a estudar e a caminhar em direção dos meus sonhos.

Agradeço ao meu marido, Nilo Filho, por encarar comigo esta empreitada, me apoiando incondicionalmente para que eu pudesse me dedicar a este estudo nesses últimos anos. Agradeço aos meus sogros, Leni e Nilo, e a minha família e amigos por toda torcida.

Agradeço aos meus colegas de trabalho nas escolas da Prefeitura, principalmente a Karen e a Cássia, que se tornaram verdadeiras amigas ao longo desses anos. E a todos os meus alunos, por fazerem parte desta caminhada.

Agradeço às minhas colegas do mestrado, Luara, Morgana e Rosana, pelas conversas tão necessárias e por compartilharmos nossas expectativas e nos apoiarmos.

Agradeço aos colegas do grupo de estudos, Ágata, Thalís e Érica, pelas leituras, pelas sugestões e pelas risadas.

Agradeço aos meus professores da escola, principalmente os de Matemática: Sérgio, Carmem, Paulo Waldir e Vanda, no Ensino Fundamental, e Dorval (o famoso Nico) no Ensino Médio, o qual me incentivou a prestar vestibular para Matemática na UFRGS.

Agradeço aos meus professores da graduação, em especial à Cydara, Bete, Flávia e Rita. E aos meus professores no PPG em Ensino de Matemática: Marilaine, Chico, Maurício, Rodrigo, Débora, Marcus e Márcia.

Agradeço aos professores da minha banca examinadora: Daise Lago Pereira Souto, Maurício Rosa e Rodrigo Dalla Vecchia, pelas contribuições valiosas, pelas leituras cuidadosas e pelo carinho e incentivo que sempre mostraram com o meu trabalho.

E, por fim, um agradecimento especial à minha orientadora, Débora da Silva Soares, por toda parceria, ensinamento e aprendizado durante este mestrado.

RESUMO

Neste estudo, apresentamos uma proposta com projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital (PMD) realizada com alunos do nono ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública de Porto Alegre (RS). Trazemos uma concepção de Modelagem por projetos, na qual os alunos escolhem o tema e elaboram um problema para investigação, associada à perspectiva de Performance Matemática Digital, em que as ideias matemáticas são comunicadas por meio das artes performáticas, como uma estratégia pedagógica. Como pergunta diretriz, buscamos respostas para a seguinte indagação: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?** Tendo em vista a natureza da nossa pergunta, adotamos uma abordagem qualitativa. Os dados analisados foram os materiais produzidos pelos alunos, suas falas, posturas e interferências, por meio de anotações em caderno de campo, gravações em vídeo e áudio. Como objetivo de ensino, desejávamos que os alunos trouxessem questões de seu interesse para a sala de aula, em um ambiente no qual as mídias participavam, não apenas como coadjuvantes, mas, também, interferindo na evolução da própria atividade dos alunos. A proposta de trabalho foi dividida em três etapas: a primeira etapa envolvia o desenvolvimento de um projeto de Modelagem pelos alunos organizados em grupos; a segunda era destinada a elaboração de um enredo com as principais ideias trabalhadas no projeto; e a terceira etapa envolvia a produção áudio visual da performance dos grupos. Em nossa análise, nos apoiamos na Teoria da Atividade, na qual a mediação é considerada na relação do homem com o mundo. Para tal, observamos como as ações dos alunos foram realizadas e como se constituíram em um sistema de atividade coletivo composto por sujeito, regras, comunidade, organização do trabalho, artefatos e objeto, sendo o objeto o “espaço problema” ou “matéria-prima” para o qual a atividade se dirige (ENGESTRÖN; SANNINO, 2010). Como conclusão deste estudo, por meio da análise dos dados produzidos por um grupo, identificamos a constituição do sistema de atividade e manifestações discursivas de dilema e conflito que indicaram contradições internas acumuladas ao longo dos encontros. Essas contradições influenciaram diretamente no desenvolvimento do projeto de Modelagem e na PMD produzida pelo grupo. Foi possível observar, também, uma contradição latente entre a prática que era adotada nas aulas anteriores à aplicação deste estudo e a estratégia pedagógica envolvendo projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital.

Palavras-chave: Projetos de Modelagem. Performance Matemática Digital. Teoria da Atividade. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

In this study, we present a proposal with Digital Mathematical Modeling and Performance (PMD) projects carried out with students in the ninth grade of elementary school, in a public school in Porto Alegre (RS). We bring a concept of Modeling by projects, in which students choose the theme and elaborate a problem for investigation, associated with the perspective of Digital Mathematical Performance, in which mathematical ideas are communicated through the performing arts, as a pedagogical strategy. As a guiding question, we seek answers to the following question: How are students' activities constituted when they develop Digital Mathematical Modeling and Performance projects in Elementary School? In view of the nature of our question, we have adopted a qualitative approach. The data transmitted were the materials available to the students, their speeches, postures and interferences, through notes in the field notebook, video and audio recordings. As a teaching objective, we wanted students to bring questions of interest to the classroom, in an environment in which the media participated, not only as assistants, but also interfering in the evolution of the students' own activity. The work proposal was divided into three stages: the first stage involves the development of a Modeling project by students organized in groups; the second was intended to elaborate a plot with the main ideas worked on in the project; and the third stage involved the audiovisual production of the groups' performance. In our analysis, we rely on Activity Theory, in which mediation is considered in the relationship of man with the world. For this, we observe how the students' actions were carried out and how they were constituted in a collective activity system composed by subject, rules, community, work organization, artifacts and object, the object being the "problem space" or "raw material" "To which the activity is directed (ENGESTRÖN; SANNINO, 2010). As a conclusion of this study, through the analysis of the data produced by a group, we identified the constitution of the activity system and discursive manifestations of dilemma and conflict that indicated internal contradictions accumulated during the meetings. These contradictions directly influenced the development of the Modeling project and the PMD produced by the group. It was also possible to observe a latent contradiction between the practice that was adopted in the classes prior to the application of this study and the pedagogical strategy involving Digital Mathematical Modeling and Performance projects.

Keywords: Modeling projects. Digital Mathematical Performance. Activity Theory. Mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo proposto por Vygotsky	39
Figura 2 - Atividade, ação e operação de acordo com Leontiev	40
Figura 3 - Modelo proposto por Engeström	41
Figura 4 – Sistema de atividade de encapsulação da Aprendizagem	48
Figura 5 - Unidade mínima de análise.....	56
Figura 6 - Sistema de atividade das aulas de matemática	58
Figura 7 - Sistema de atividade dos alunos ao iniciar o trabalho	62
Figura 8 - Possível contradição no sistema dos alunos	65
Figura 9 - Sistema de atividade 1	68
Figura 10 - Sistema de atividade 2	71
Figura 11 - Possíveis contradições no sistema de atividade 2.....	74
Figura 12 - Sistema de atividade 3	76
Figura 13 - Possíveis contradições no sistema de atividade 3.....	78
Figura 14 - Sistema de atividade 4	79
Figura 15 - Imagem da mensagem encaminhada por Carlos	80
Figura 16 - Sistema de atividade 5	81
Figura 17 - Imagem do Grupo Aviões no Lab. de Informática	82
Figura 18 - Imagem do aluno Carlos utilizando o smartphone para mostrar como seu primo lhe ensinara a calcular porcentagem.....	84
Figura 19 - Imagem dos alunos calculando o preço das passagens aéreas.....	86
Figura 20 - Sistema de atividade 6	86
Figura 21 - Imagem dos alunos terminando os cálculos	88
Figura 22 - Sistema de atividade 7	90
Figura 23 - Possíveis contradições no sistema de atividade 6 retomado por Eduardo.....	94
Figura 24 - Sistema de atividade 8	95
Figura 25 - Sistema de atividade 9	98
Figura 26 - Sistema de atividade 10	100
Figura 27 - Possível contradição no sistema de atividade 10.....	102
Figura 28 – Sistema de atividade 11.....	105
Figura 29 - Contradições nos componentes dos sistemas de atividade: aula tradicional vs. aula com projeto de Modelagem e PMD.....	117

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Categorias de análise da PMD por meio das lentes artísticas.....	36
Quadro 2 – Expressões comuns em Manifestações Discursivas.....	45
Quadro 3 - Possíveis contradições internas nos sistemas de atividade	114
Quadro 4 – Manifestações discursivas: conflito no sistema de atividade.....	115
Quadro 5 - Manifestações discursivas: dilema matemática implícita vs. matemática explícita	116

SUMÁRIO

1 TRAJETÓRIA PESSOAL, ALGUMAS JUSTIFICATIVAS E UMA PERGUNTA ...	11
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	17
2.1 TEORIA DA ATIVIDADE EM TRABALHOS CORRELATOS.....	17
2.1.1 Teoria da Atividade e Modelagem.....	18
2.2 PERFORMANCE MATEMÁTICA.....	25
3 REFERENCIAL TEÓRICO	28
3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA	28
3.1.2 Projetos de modelagem	32
3.2 PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL.....	33
3.3 CONCEPÇÃO DO USO DAS TECNOLOGIAS	37
3.4 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DA ATIVIDADE	38
3.4.1 Princípios da Teoria da Atividade: contribuições de Yrjö Engeström.....	42
3.4.2 Contradições internas	43
3.4.3 Aprendizagem expansiva	46
3.5 REFERENCIAL PARA RESPONDER A NOSSA PERGUNTA DE PESQUISA.....	49
4 METODOLOGIA DE PESQUISA	51
4.1 ABORDAGEM DA PESQUISA.....	51
4.1.1 Visão de mundo e conhecimento	52
4.2 DADOS.....	55
4.3 CENÁRIO DA PESQUISA.....	53
4.4 ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA DE TRABALHO COM OS ALUNOS	53
4.4.1 Primeira etapa: investigando	54
4.4.2 Segunda etapa: criando o enredo.....	54
4.4.3 Terceira etapa: gravando!.....	54
4.5 MÉTODO DE ANÁLISE.....	55
5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	57
5.1 CARACTERIZAÇÃO DAS AULAS DE MATEMÁTICA	58
5.2 PROPONDO O TRABALHO	60
5.3 O GRUPO AVIÕES	65
5.3.1 Primeiro encontro: à procura do tema	66
5.3.2 Segundo encontro: o problema.....	69
5.3.3 Terceiro encontro: os cálculos.....	82
5.3.4 Quarto encontro: o fim de uma etapa?	87
5.3.5 Quinto encontro: a declaração.....	91

5.3.6 Sexto encontro: a interferência da comunidade	97
5.3.7 Sétimo encontro: gravando!	99
5.3.8 Oitavo encontro: conclusão da PMD	106
5.3.9 Nono encontro: a viagem para Nova York.....	106
5.4 CONTRADIÇÕES INTERNAS NA ATIVIDADE	113
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	119
REFERÊNCIAS	123
APÊNDICE 1 - MODELO TERMO DE CONSENTIMENTO DA ESCOLA.....	127
APÊNDICE 2 - MODELO TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO	128
APÊNDICE 3 - MODELO TERMO DE ASSENTIMENTO.....	129

1 TRAJETÓRIA PESSOAL, ALGUMAS JUSTIFICATIVAS E UMA PERGUNTA

Ao escrever sobre minha trajetória pessoal, não há como deixar de recordar o início do meu interesse pela Matemática, na antiga sexta série¹, com a “descoberta” dos números negativos e o cálculo do valor de x nas equações de primeiro grau. Ou seja, resolver os algoritmos ensinados nas aulas de matemática era sinônimo de diversão. Nos anos seguintes, já no Ensino Médio, meu interesse pela matemática foi aumentando a ponto de prestar o vestibular para o curso de Matemática Licenciatura, oferecido pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). E, em 2002, ingressei no pretendido curso noturno.

Ao iniciar a graduação, descobri uma Matemática totalmente diferente da que estava acostumada no Ensino Fundamental e Médio. Conforme Notare e Basso (2012) colocam, muitas vezes as aulas de matemática na escola “[...] reforçam a simples utilização e reprodução de procedimentos e algoritmos [...]”, em uma forma de desenvolver os conteúdos que “[...] está longe do verdadeiro fazer matemática, que exige habilidades como conjecturar, testar, intuir, deduzir, generalizar [...]” (NOTARE; BASSO, 2012, p. 2). Essas habilidades, referidas pelos autores, foram sendo trabalhadas durante as disciplinas acadêmicas, de forma que pudéssemos desenvolvê-las no período da graduação.

Após muita dedicação e auxílio dos professores, em 2007, me licenci em matemática pela UFRGS. Concomitantemente com o término desse ciclo, fui nomeada em um concurso público para a Companhia Estadual de Energia Elétrica do Rio Grande do Sul-Distribuição (CEEE-D), empresa onde trabalhei por mais de sete anos e tive a oportunidade de realizar diversas tarefas. Certamente, essa experiência, apesar de não ser na área da docência matemática, contribuiu para que eu pudesse amadurecer profissionalmente.

No entanto, apesar de não ter ingressado na área profissional de formação, mantinha contato com professores de diferentes redes de ensino e ouvia as histórias que contavam sobre o fazer docente. No final de 2014, após prestar concurso público para professora de Matemática na Prefeitura de Porto Alegre, fui nomeada para o referido cargo. Nesse momento, um novo desafio se apresentou, pois só havia lecionado nas disciplinas de Laboratório² e nos estágios obrigatórios da graduação. Como aprendiz dessas vivências, eu reconhecia a escola como um cenário pulsante, de múltiplas vozes e que exigia, dos professores, habilidades que vão muito além do domínio de conteúdos curriculares, o que era reforçado pelos relatos de meus

¹ Atual sétimo ano do ensino fundamental

² Disciplinas intituladas Laboratório de Prática de Ensino de Matemática I, II e III, ministradas nos semestres 2004/1, 2004/2 e 2005/1, respectivamente, no curso de Matemática Licenciatura-Noturno.

amigos professores. No entanto, também sabia que apenas a vivência *in loco*, exercendo a função de professora titular em uma instituição de ensino, poderia propiciar a produção de meu conhecimento sobre o exercício da docência, a partir de minhas próprias experiências e interações.

Ao iniciar na docência, em duas escolas da rede pública de Porto Alegre, como professora de Matemática para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, me deparei com diversas demandas, algumas das quais ainda não imaginava. Essas demandas iam desde lidar com diferentes sentimentos e expectativas dos alunos, dos colegas e de mim mesma, até resolver questões burocráticas pertinentes ao trabalho em uma escola, como preenchimento de formulários, abastecimento de informações no sistema, entre outros. Em 2015, com uma carga horária de 40 horas semanais distribuídas em aulas para nove turmas do sexto ano, com novas tarefas e responsabilidades a dividirem espaço com o trabalho pedagógico, na busca por êxito nesse novo cenário profissional, comecei a observar a postura que meus colegas adotavam na tentativa de incorporar práticas que pudessem auxiliar em minha performance como professora e minimizar os desgastes, tanto dentro da sala de aula como fora. Barbosa (2001) nos fala dos saberes docentes para designar as habilidades que os professores utilizam ao lidarem com os desafios da sala de aula, sendo essas habilidades compostas por diferentes fontes, como a cultura pessoal, conhecimentos da disciplina e pedagógicos, experiências profissionais, entre outras.

Após iniciar minha trajetória na docência, com o passar do tempo, confesso que a perspectiva de entrar em uma *zona de conforto*, conforme descrita em Borba e Penteadó (2016), foi por mim desejada. Porém, pude perceber que copiar práticas que não representavam minhas concepções de mundo e conhecimento seria algo insustentável, pois o trabalho se tornava forçado e extremamente cansativo. Somando-se a isso, a forma como os alunos encaravam as aulas de matemática e os conteúdos abordados faziam eu repensar meus planejamentos e práticas diariamente.

Ainda enquanto aluna do curso de Licenciatura em Matemática, durante os estágios realizados nas escolas, já havia observado que a forma como os conteúdos matemáticos eram ensinados parecia não apresentar sentido para a maioria dos alunos. Como professora, pude confirmar essa impressão, ainda que muitos dos alunos realizassem todas as tarefas propostas durante a aula. Mas, pensar em práticas diferentes das estabelecidas era um movimento que exigia esforço e paciência. Borba e Penteadó (2016) afirmam que os professores tendem a ficar

acomodados e caminharem em uma *zona de conforto*, mesmo insatisfeitos com o andamento de suas aulas.

À procura por novas formas de aprender e ensinar matemática, a fim de ampliar minhas competências para estabelecer relações de ensino e aprendizagem com meus alunos, ingressei em uma Pós-Graduação em Mídias na Educação, pelo programa Universidade Aberta do Brasil (UAB), em parceria com a Universidade Federal de Santa Maria, em 2016. Durante esse curso, realizei um projeto com meus alunos no qual incluí as mídias digitais em minhas aulas para trabalharmos a interpretação de gráficos no Ensino Fundamental. Os resultados desse trabalho permitiram que eu reconhecesse na mídia vídeo uma potencialidade na produção de conhecimento com os alunos, além de facilitar a transposição de algumas dificuldades relacionadas ao acesso às tecnologias digitais em uma escola pública, já que os alunos estavam dispostos a utilizarem os recursos de seus *smartphones* na realização das tarefas propostas nas aulas de matemática. E foi justamente esse trabalho que serviu de inspiração para a elaboração de meu projeto de pesquisa para ingresso no Mestrado em Ensino de Matemática na UFRGS, na linha das Tecnologias Digitais, envolvendo a produção de vídeo.

Meu primeiro contato com as tecnologias digitais na Educação deu-se no início da graduação, em 2002, com o uso dos *softwares Cabri*, na disciplina de Geometria I, e *LOGO*, na disciplina de Computador na Matemática Elementar I. Confesso que sentia uma certa estranheza em relação às metodologias dessas disciplinas, pois, àquela época, trabalhar conceitos matemáticos por meio do uso das tecnologias digitais era algo inusitado para mim. Somado a isso, meu acesso ao computador e à internet restringia-se aos laboratórios de informática do Instituto de Matemática e Estatística (IME) da UFRGS.

Conclui as disciplinas sem conseguir identificar as vantagens ao associar o fazer matemática e o fazer matemática com tecnologias digitais. No entanto, no final da Licenciatura, ao realizar as tarefas das disciplinas de Educação Matemática e Tecnologia Informática (Edumatec) e Computador na Educação, consegui visualizar as potencialidades do uso dessas tecnologias na produção do conhecimento matemático. As possibilidades de criatividade e interatividade despertaram o meu interesse para essa linha de pesquisa.

Acredito que essa mudança de postura tenha sido propiciada por conta de meu amadurecimento em relação a conceitos matemáticos, que foi ocorrendo ao longo da graduação, e também pela facilitação do acesso às tecnologias da informação e comunicação. Conforme Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), a propagação da internet rápida no início desse século

permitiu o surgimento de uma nova fase no uso das tecnologias digitais na Educação Matemática.

Kenski (2007, p. 41) se refere às “[...] novas educações, resultantes de mudanças estruturais nas formas de ensinar e aprender possibilitadas pela atualidade tecnológica” como um desafio a ser assumido por todos na sociedade. É fato que as inovações tecnológicas ocorridas nesses últimos anos transformaram a forma como as pessoas se relacionam com o mundo que as cerca. Atualmente, conectadas praticamente em tempo integral com seus *smartphones*, por meio dos quais se relacionam, solicitam serviços, se localizam, ministram aulas, assistem vídeos, enfim, dão andamento a diferentes demandas em seu cotidiano. Considerando o ciberespaço como sendo o universo em que estas comunicações ocorrem, em “[...] um atual realizado pela união da forma e do aparato tecnológico à disposição, atualizando-se e constituindo, ao mesmo tempo de sua atualização”, os alunos, é claro, também fazem parte desse universo (BICUDO; ROSA, 2010, p 46).

Como professora de matemática em duas escolas municipais de Porto Alegre, é fácil observar os alunos gravando e postando vídeos nas redes sociais, acessando canais do *Youtube* por diversão ou para buscarem informações. As transformações que ocorrem em nossa sociedade refletem-se na sala de aula, mesmo que o planejamento do professor não leve em conta essas transformações.

Após ingressar no mestrado, pesquisas envolvendo a produção de vídeo tornaram-se alvo de meu interesse, uma vez que meu projeto de pesquisa previa a utilização dessa mídia. Na leitura desses trabalhos, deparei-me com a concepção de Scucuglia, Borba e Gadanidis (2013) sobre Performance Matemática Digital (PMD), associando a matemática à arte. Algumas das características do trabalho de Scucuglia (2014), como a performance artística e a capacidade de criação, tinham emergido no trabalho que desenvolvi com alunos em 2017, mesmo sem ter sido esse o foco da análise. Logo, pretendia considerá-las no estudo a ser realizado neste mestrado.

Inicialmente, pretendia trabalhar com tarefas investigativas, pois essas tarefas não possuem ponto de partida e chegada definidos, as interações entre os alunos são determinantes no caminho investigativo, além de exigir a participação do aluno na exploração das questões, discussão e argumentação sobre os resultados digitais (PONTE; BROCADO; OLIVEIRA, 2003). Porém, ao cursar a disciplina de Tendências em Educação Matemática³, conheci algumas das perspectivas que a Modelagem Matemática poderia assumir dentro da Educação

³ Disciplina oferecida no curso de Mestrado em Ensino de Matemática, turma de 2018/1

Matemática. Dentre as possibilidades que foram apresentadas, em particular, a dos alunos escolherem o tema a ser investigado, chamou minha atenção. Conforme Araújo (2002), ao deixar os alunos responsáveis pela escolha dos temas e a formulação do problema de modelagem, seus interesses e competências podem ser ressaltados.

Assim sendo, outro ponto que passou a me interessar ao ingressar no Programa de Pós-Graduação foi a possibilidade de trabalhar com situações trazidas pelos alunos, com questões que, na maioria das vezes, não eram respondidas na escola, e que, de alguma forma, poderiam ser respondidas na aula de matemática. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) afirmam que a maioria das pessoas não consegue relacionar a Matemática com o seu cotidiano, atribuindo a essa disciplina uma veracidade e ao mesmo tempo uma inutilidade. Esses autores propõem o rompimento dessa forma de ensino e de aprendizagem com a Modelagem, em uma concepção na qual “[...] o conhecimento não está somente nem no sujeito nem no objeto, mas na sua interação” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p.24).

E, justamente de uma concepção de que o conhecimento tem origem na interação com o meio⁴, que buscamos embasamento na Teoria Histórico-Cultural da Atividade para esta pesquisa, uma teoria que teve origem com os trabalhos realizados por Vygotsky ao estudar a relação do ser humano com o mundo que o cerca, analisando as transformações que ocorrem no desenvolvimento de atividades mediadas (SOUTO, 2013).

Como objetivo de ensino, desejávamos desenvolver Modelagem e Performance Matemática Digital com alunos do Ensino Fundamental, formando um ambiente no qual esses alunos assumissem um protagonismo que não lhes era delegado nas aulas anteriores à aplicação deste estudo, o que possibilitaria que os alunos trouxessem questões de seu interesse ao escolherem o tema para a investigação, tomassem ações que julgassem necessárias de acordo com o desenvolvimento do seu trabalho, bem como assumissem responsabilidades no processo de produção do seu conhecimento. Nesse ambiente, entendemos que as tecnologias digitais desempenhariam um papel importante, pois o fazer diário dos alunos está permeado por essas tecnologias. Vale destacar que se tornam, cada vez mais, inseparáveis o nosso pensar e o nosso fazer de uma interação com as diferentes tecnologias digitais. Considerando o que foi dito, essa proposta foi pensada, desde o início, com a participação das tecnologias mencionadas.

Souto (2013), ancorada na Teoria Histórico-Cultural da Atividade, de acordo com os princípios do pesquisador finlandês Yrjö Engeström, buscou por transformações qualitativas na produção de matemática, ampliando a visão da produção e transformação do conhecimento.

⁴ Nossa concepção de mundo e conhecimento é apresentada no Capítulo de Metodologia

Inspirada nessa autora, vislumbramos a possibilidade de tomar o trabalho realizado com os alunos um sistema coletivo e, além disso, buscamos também por transformações qualitativas no desenvolvimento da Modelagem e da produção de Performance Matemática Digital, de forma que um horizonte mais amplo de possibilidades pudesse se constituir da atividade dos alunos (DANIELS, 2011). Para tal, nossas inquietações com esta pesquisa se resumiram, inicialmente, na seguinte pergunta diretriz: *Quais transformações emergem ao desenvolvermos projetos de Modelagem e produzirmos Performances Matemáticas Digitais com alunos do Ensino Fundamental?*

No entanto, a pesquisa vai se constituindo em um processo de diálogo e colaboração entre os pesquisadores, os professores da banca, os autores de trabalhos correlatos e autores dos referenciais usados no estudo, dessa maneira, nossa pergunta teve desdobramentos que resultaram na seguinte questão: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?** É buscando responder essa indagação que apresentamos este estudo.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no próximo capítulo, apresentamos a nossa revisão de literatura, com trabalhos que acreditamos auxiliar o entendimento do leitor de como esta pesquisa pode contribuir no cenário da Educação Matemática com um estudo que envolve Modelagem, Performance Matemática Digital e a Teoria Histórico-Cultural da Atividade. O terceiro capítulo é destinado ao nosso aporte teórico, nele discorreremos sobre as principais concepções que sustentam este estudo, tanto no que se refere à proposta aplicada em sala de aula e nossos objetivos de ensino, como na análise dos dados produzidos com os alunos a fim de responder nossa pergunta diretriz. No quarto capítulo, descrevemos a nossa metodologia de pesquisa e os procedimentos adotados, assim como a nossa visão de mundo e conhecimento. No quinto capítulo, apresentamos os dados que foram produzidos e, articulando com nosso referencial teórico, buscamos construir uma narrativa que, ao mesmo tempo que descreve também apresenta conclusões que visam responder nossa pergunta de pesquisa. No sexto e último capítulo, apresentamos as considerações finais a respeito do estudo, com conclusões e reflexões diante da análise dos dados produzidos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo está dividido em duas seções, nas quais apresentamos trabalhos correlatos com a nossa pesquisa, ou seja, envolvendo Modelagem Matemática e/ou Performance Matemática Digital. A primeira seção é oriunda de uma pesquisa no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por trabalhos que utilizaram a Teoria da Atividade envolvendo Modelagem Matemática e/ou Performance Matemática Digital e/ou vídeos. A segunda seção apresentamos uma busca, na mesma plataforma, por trabalhos sobre Performance Matemática.

2.1 TEORIA DA ATIVIDADE EM TRABALHOS CORRELATOS

Nesta seção, apresentamos uma revisão de literatura de trabalhos acadêmicos, dissertações e teses que tenham em comum o uso da Teoria Histórico-Cultural da Atividade como referencial teórico em pesquisas envolvendo Modelagem Matemática e/ou a produção de vídeos ou Performance Matemática Digital na Educação Matemática. Para localizar os trabalhos, utilizamos o banco de teses da CAPES, onde digitamos a expressão “teoria da atividade” com um filtro aplicado no campo Área de Concentração da plataforma nos seguintes itens: ciências, tecnologia e educação; educação; educação e sociedade; Educação Matemática; educação em ciências e em matemática; ensino e aprendizagem da matemática e seus fundamentos filosóficos, ensino de ciências e matemática; ensino de matemática; ensino e aprendizagem da matemática e seus fundamentos filosóficos científicos; ensino na educação básica e qualificação de professores de ciências e matemática.

Foram relacionados 112 trabalhos entre dissertações e teses, no período compreendido entre 2013 e 2019. Após essa primeira busca, verificamos quais desses trabalhos acadêmicos desenvolveram pesquisa com Modelagem Matemática, Performance Matemática, Performance Matemática Digital e/ou vídeos, ou seja, estudos que fossem correlatos a esta pesquisa, e encontramos seis trabalhos que relacionam a Teoria da Atividade à Modelagem Matemática. Essas pesquisas foram realizadas em quatro programas de pós-graduação. Pelo Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Minas Gerais localizamos a tese de doutorado de Caldeira (2014), pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Juiz de Fora (MG) encontramos a dissertação de mestrado de Canedo Júnior (2014), pelo Programa de Pós-Graduação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará temos as teses de Furtado (2014) e Braga (2015) e pelo Programa de Pós-

Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP) temos as pesquisas de Posada (2015) e Bustamante (2016). Não foram localizados trabalhos envolvendo Performance Matemática, Performance Matemática Digital e/ou vídeos com a Teoria da Atividade.

A subseção que segue é dedicada à apresentação dos trabalhos acima relacionados, em que buscamos apresentar o objetivo do pesquisador, o cenário da pesquisa, a concepção de Modelagem adotada, a forma como a Teoria Histórico-Cultural da Atividade é utilizada pelo autor e as principais conclusões de sua análise.

2.1.1 Teoria da Atividade e Modelagem

Canedo Júnior (2014) investigou a participação dos alunos em ambientes de Modelagem utilizando-se da Teoria da Atividade, do construto seres-humanos-com-mídias e da revisão de literatura sobre Modelagem na Educação Matemática como aporte teórico. Para tal, as ações dos alunos foram tomadas em um sistema de atividade, formado por um coletivo de atores humanos e não-humanos (mídias). O cenário da pesquisa foi uma escola municipal de Juiz de Fora, no estado de Minas Gerais, com uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental, composta por doze alunos.

Partindo de uma concepção de Modelagem Matemática como uma prática pedagógica na qual os alunos são convidados a investigar matematicamente um tema da realidade, Canedo Júnior (2014, p.46) assumiu a noção de ambiente de Modelagem como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual um coletivo formado por alunos-professor-e-mídias praticam ações dirigidas a um objeto” e o conhecimento é produzido no resultado dessas ações. Para esse autor, a escolha do tema não precisa ser dos alunos, podendo se originar de uma negociação entre eles e o professor, mas é importante que o interesse dos alunos seja levado em conta.

Como resultado de sua análise a respeito da participação dos alunos em um ambiente de Modelagem, Canedo Júnior (2014) concluiu que as práticas de Modelagem emergiram como um grupo de ações e, ao longo do desenvolvimento do trabalho, configuraram-se como uma atividade de um coletivo de seres-humanos-com-mídias. A presença ativa das mídias juntamente com as ações dos alunos e do professor estabeleceram as regras e a divisão do trabalho. O autor destacou o papel desempenhado pela internet, influenciando nas ações dos alunos por motivos relacionados às redes sociais e a jogos on-line. Canedo Júnior (2014)

também ressaltou a influência das regras da aula tradicional sobre as ações praticadas pelos alunos e pelo próprio professor/pesquisador.

Assim como esse autor, o cenário de pesquisa desta dissertação também se constituiu em turmas regulares do Ensino Fundamental, nas quais a pesquisadora era a professora titular de matemática, o que entendemos exercer influência no desenvolvimento do trabalho, nas ações tomadas pela professora e pelos alunos, sendo, portanto, um diferencial em relação à pesquisa de Canedo Júnior (2014).

Furtado (2014) investigou as potencialidades do uso das Tecnologias Digitais para a aprendizagem dos alunos em um ambiente de Modelagem Matemática. Sua pesquisa teve como cenário a disciplina “Modelagem Matemática” oferecida pelo Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (PPGECM) da Universidade Federal do Pará (UFPA), na qual todos os participantes envolvidos na pesquisa eram professores em exercício.

A proposta de Furtado (2014) envolveu tarefas a serem realizadas individualmente e em duplas, em etapas que, resumidamente, foram compostas por estudos de produções científicas sobre Modelagem Matemática, resolução de problemas dado pelo professor, problemas formulados a partir da escolha de um tema livre e, por último, o tratamento de um problema destacando a perspectiva de Modelagem Matemática escolhida pelos alunos. Como teorias, Furtado (2014) se apoia na Teoria da Reorganização do Pensamento de Tikhomirov, na Teoria da Atividade de Leontiev e Engeström e no Coletivo Pensante de Pierre Lévy.

Furtado (2014) considerou a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino de Matemática, associada à avaliação processual, na qual é possível revisões entre suas fases corrigindo possíveis erros, garantindo, assim, segundo o autor, o atingimento dos objetivos de aprendizagem. Com base em autores que apresentam uma perspectiva de Modelagem Matemática dividida em fases ou etapas, esse autor considerou as seguintes fases na configuração e resolução de uma situação-problema: interação, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Para Furtado (2014, p.30) “[...] partindo de problemas da realidade, modelando-os adequadamente, pode-se transformá-los em problemas matemáticos[...]”. Nessa estratégia de ensino, o aluno é o responsável por sua aprendizagem e o professor atuava como um orientador (FURTADO, 2014).

A coletividade proposta por Leontiev e Engeström à Teoria da Atividade foi utilizada para analisar a interação dos alunos no desenvolvimento das tarefas propostas, as discussões entre duplas e inter duplas que o ambiente de Modelagem propiciou. Em sua análise, Furtado (2014) identificou um trabalho colaborativo entre os alunos, com o comprometimento de todos

em sua realização e com evidência de aprendizagem. Conforme o autor, a Modelagem Matemática, tomada como estratégia de ensino, junto à avaliação processual e a um envolvimento dos professores nas escolhas de tecnologias digitais e ao domínio dos alunos dessas tecnologias, potencializa a aprendizagem (FURTADO, 2014).

Furtado (2014), com base em Bassanezi (2009), cita obstáculos que dificultam a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, sendo eles: a) obstáculo para os estudantes, o qual se configura com apatia e não adesão por parte dos estudantes à proposta de Modelagem Matemática, na qual a participação dos alunos é decisiva no processo; b) obstáculos instrucionais referentes ao cumprimento do conteúdo programático e a interdisciplinaridade exigida com a proposta; c) obstáculos para os professores ao saírem de uma zona de conforto, oferecida pela aula tradicional, em direção a uma zona de risco.

Distanciamos-nos da proposta de Furtado (2014), com relação a uma concepção de Modelagem Matemática que utiliza fases e avaliação do processo. Porém, de forma semelhante ao autor, consideramos que as tecnologias digitais podem produzir uma aprendizagem qualitativamente diferente, em um coletivo formado por seres humanos com tecnologias.

Partindo de inquietações oriundas na docência da disciplina de Cálculo no Ensino Superior, na qual definições, exemplificações e exercícios são predominantes, e, muitas vezes, os alunos não estabelecem uma conexão com a realidade, Caldeira (2014) criou um Grupo de Estudos e Pesquisa em Modelagem Matemática (GEPMM) para realizar encontros presenciais, fora da sala de aula, com professores e alunos dos cursos de Engenharia da Universidade Federal de Itajubá, Campus Itabira, no estado de Minas Gerais. Para Caldeira (2014, p. 83), a Modelagem Matemática é entendida como um espaço formativo, no qual:

[...] os sujeitos engajados dirigem suas ações em prol do entendimento e da resolução de questões-problemas não matemáticas, oriundas das mais variadas esferas da sociedade, utilizando, necessariamente, instrumentos matemáticos para auxiliá-los (CALDEIRA, 2014, p. 83).

Em referência à crítica feita por Engeström (2002) com relação a atividade escolar tradicional, na qual o objeto é o livro-texto e não a apropriação do conhecimento, Caldeira (2014) utiliza o termo *encapsulação*, oriunda da concepção sobre *encapsulação da aprendizagem escolar* (ENGESTRÖM, 2002), para se referir “[...] a descontinuidade entre as atividades desenvolvidas na disciplina de Cálculo e as demais atividades institucionais que compõem a formação do engenheiro” (CALDEIRA, 2014, p. 22). Visando o rompimento dessa encapsulação, a autora constituiu o GEPMM como uma intervenção formativa, no qual os conteúdos de Cálculo foram utilizados como instrumentos em um miniciclo de ações

potencialmente expansivas, por alunos e professores, na resolução de um problema sobre o peso corporal ideal.

Ancorada na Teoria Histórico-Cultural da Atividade, a autora buscou identificar as possíveis aprendizagens expansivas em atividades desenvolvidas pelo GEPMM. Ao tomar a definição para o objeto da atividade como espaço problema ou matéria prima para o qual a atividade é dirigida, Caldeira (2014) considerou como necessária a condição de compartilhamento do objeto por professores e alunos para que atividades de ensino-aprendizagem se constituam.

Diz o autor: “Ao moldar, esculpir, construir seu próprio *objeto da atividade*, os estudantes se tornam objeto de sua própria *atividade*” (CALDEIRA, 2014, p. 40, grifo da autora). Ou seja, além do compartilhamento do objeto da atividade de ensino dos professores e da atividade de aprendizagem dos estudantes, colocado no parágrafo anterior, para a autora o próprio aluno faz parte do objeto de sua atividade na medida em que vislumbra possibilidades a partir de sua aprendizagem.

Como resultado de sua análise, a autora verificou a manifestação de aprendizagens expansivas por meio de quatro modalidades: transposição de fronteiras e construção de parcerias docente-discente; movimento na zona de desenvolvimento proximal da atividade docente-discente; transformações qualitativas do objeto da atividade de Modelagem Matemática e ações potencialmente expansivas.

Em nossa pesquisa, pretendemos criar um ambiente em que os alunos possam dar sentido ao conhecimento, trazendo suas questões para as aulas de matemática, o que se assemelham com as intenções de Caldeira (2014), que pretendia romper com uma *encapsulação da aprendizagem* nas aulas de Cálculo para engenheiros.

Com inquietações que se originaram de forma semelhante a Caldeira (2014), Braga (2015) também se questionou a respeito da forma como a disciplina de Cálculo era ministrada aos alunos da Licenciatura, criando um curso de iniciação científica com o tema “*Cálculo e Modelagem Matemática*”, o qual foi desenvolvido no Laboratório Experimental de Modelagem Matemática (LEMM), do Campus Universitário de Castanhal da Universidade Federal do Pará (UFPA), com graduandos do curso de Licenciatura em Matemática, graduados e pós-graduandos. O objetivo dessa pesquisa foi investigar as repercussões das interações que ocorrem no ambiente de Modelagem Matemática na aprendizagem.

Para Braga (2015), “[...] um ambiente de ensino, de aprendizagem e de iniciação científica que motiva sujeitos pela busca de modelos matemáticos, de problemas oriundos da

investigação de temas de interesse, por meio de ações articuladas colaborativamente” é um ambiente coerente para a realização de Modelagem Matemática. Com base na Teoria da Atividade, Braga (2015) considerou a configuração da Modelagem Matemática em sua pesquisa “[...] como um sistema de atividade que contempla um ambiente de experimentação favorável a aprendizagem de sujeitos por meio de interações com o objeto, os artefatos, as regras, a divisão do trabalho e a comunidade do sistema” (BRAGA, 2015, p. 42). Desejando verificar essas interações, os grupos de alunos entregaram relatórios e apresentaram seminários em etapas distintas, que envolveram a formação de grupos aleatórios, a formação de grupos por tema escolhido e, por fim, a escolha de um tema livre.

Para análise das interações entre os elementos do sistema de atividade (sujeito, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade), bem como das repercussões na aprendizagem, essa autora descreveu as ações dos sujeitos, identificando, então, os cinco princípios propostos por Engeström à Teoria da Atividade: sistema de atividade coletivo (unidade mínima); multivocalidade; historicidade; contradição e transformação expansiva, sendo este último considerado como a “[...] reconceitualização do objeto e motivo no sistema de atividade [...] resultado da superação de contradições [...] em um horizonte mais amplo que o anterior” (BRAGA, 2015, p.110-111). Assim como Furtado (2014), Braga (2015) também observou que a Modelagem favoreceu a colaboração e interação entre os alunos. Destacamos a concepção de Modelagem Matemática tomada por essa autora, em consonâncias com os conceitos da Teoria da Atividade.

A pesquisa de Posada (2015) teve como cenário uma disciplina regular de Matemática para alunos dos cursos de Biologia e Ecologia da UNESP, campus de Rio Claro. Posada (2015) desenvolveu uma Proposta Pedagógica de Modelagem (PPM) com os alunos para estudar as práticas matemáticas relacionadas com o conhecimento algébrico nas ações dos alunos e professores. Para Posada (2015, p.125), o termo *prática* se refere “[...] ao conjunto de ações orientadas para produção de algum objeto que permita satisfazer alguma necessidade” e se classificam em práticas pedagógicas, práticas de modelagem e práticas matemáticas. Para análise das práticas matemáticas, as quais o autor considerou como um sistema de práticas, a tarefa de modelagem foi tomada como unidade de análise e o autor se concentrou nas ações que se dirigiram para essa tarefa.

Posada (2015) separou essas ações em três momentos distintos: formação do grupo e escolha de um tema; formulação das situações problemáticas relacionadas ao tema; e produção dos argumentos para resolver a situação formulada pelos alunos.

Desejando formar um espaço de produção e reprodução de conhecimento com o uso das tecnologias, em uma proposta pedagógica de modelagem na qual o aluno é convidado a investigar algum tema de seu interesse, tornando-se ativo e provocando mudanças em suas ações e nas ações dos professores, esse autor vai ao encontro da concepção de Borba e Villarreal (2005). Dessa forma, na pesquisa de Posada (2015), o tema para investigação parte dos alunos.

Para esse autor, a produção e reprodução do conhecimento implica em criar modelos, que não necessariamente são matemáticos. O conhecimento “[...] caracteriza-se por serem *formas de codificação de ações e reflexões constituídas histórica e culturalmente*” (POSADA, 2015, p.60-61, grifo do autor). Conforme Posada (2015), a Modelagem é diferente da Modelagem Matemática. Esse autor ressalta que enquanto modelar “[...] pode ser entendido como uma forma de produzir projetos relacionados com temas diversos [...]”, o que não implica necessariamente no uso de conceitos matemáticos, modelar matematicamente “[...] implica o uso da matemática para abordar problemas não matemáticos” (POSADA, 2015, p.38). Como resultado de sua análise, Posada (2015) classificou as práticas de matemática identificadas nos trabalhos como: ações orientadas para a discriminação de quantidades; ações relativas ao tratamento de medida (razões); ações orientadas para o uso de variações proporcionais; e ações orientadas para o uso de gráficos para a análise de variações e relações entre quantidades.

Na pesquisa de Bustamante (2016), a autora buscou estudar o desenvolvimento de Modelagem Matemática, de acordo com a Teoria da Atividade, em um ambiente on-line que se configurou em um curso para formação de professores de matemática na rede social *Facebook*, em que os encontros ocorreram de forma síncrona e assíncrona. Para Bustamante (2016, p. 18), a Modelagem Matemática é tomada como “[...] uma estratégia pedagógica que promove a relação da matemática com a realidade”. Essa concepção, segundo a autora, está em consonância com o princípio da aprendizagem expansiva proposto por Engeström, pois a Teoria da Atividade considera a relação do sujeito com o mundo, sendo a aprendizagem oriunda dessa relação, na qual o homem, em um coletivo, transforma o meio ao mesmo tempo em que é transformado por ele (BUSTAMANTE, 2016).

Assim como Posada (2015), Bustamante (2016) também pretendia constituir um ambiente de aula interativa, com participação ativa dos alunos na resolução de um problema de modelagem que fossem de interesse dos cursistas. Nessa pesquisa, a autora adota uma concepção de Modelagem “[...] em que o aluno, num coletivo, se envolve em uma situação de seu interesse e, com a ajuda das tecnologias digitais, colegas e o professor, se transforma, dando sentido à matemática que conhece ou aprendendo aquela matemática que não conhece”

(BUSTAMANTE, 2016, p. 62). A autora observa que nem sempre o problema proposto pelos alunos é matemático, promovendo, então, a interdisciplinaridade.

Bustamante (2016) utiliza o construto seres-humanos-com-mídias, para o qual o conhecimento é produzido nas relações entre seres humanos e tecnologias, associado à Teoria da Atividade, ao considerar que os *feedbacks* oferecidos pelas tecnologias oportunizam a resolução de contradições internas emergentes. Diz a autora: “[...] assim, elas poderiam apoiar uma eventual aprendizagem expansiva ou promover transformações no sistema” (BUSTAMANTE, 2016, p.66). Em sua análise, a autora procurou identificar as ações que pudessem manifestar contradições internas e as ações que indicassem aprendizado e desenvolvimento nos sistemas de atividade, constituídos pelos alunos organizados em grupos. Bustamante (2016) identificou contradições que emergiram nas discussões como: dilema, conflito, conflito crítico e beco sem saída. Essas contradições produziram movimentos de expansão e de contração dos sistemas. Com relação às Tecnologias Digitais utilizadas nos trabalhos, a pesquisadora observou um poder de ação (*agency*) desempenhado por essas mídias, influenciando nas decisões dos alunos por meio das informações disponíveis e dos *feedbacks* oferecidos durante o desenvolvimento da modelagem, convergindo com a concepção de reorganização do pensamento do construto seres-humanos-com-mídias proposto por Borba e Villarreal (2005).

Em uma aproximação entre os trabalhos correlatos e a presente pesquisa, destacamos que, assim como Caldeira (2014) e Braga (2015), cujas inquietações para a pesquisa se originaram na docência de Cálculo para o Ensino Superior, disciplina na qual definições, exemplificações e exercícios são dominantes, a proposta deste estudo também se constituiu na busca pela mudança da prática nas aulas da autora desta dissertação. Portanto, entendemos que a escolha do tema pelos alunos, tal como entende Posada (2015), é essencial para o desenvolvimento deste estudo, justificando, também, nossos objetivos para o trabalho com os alunos.

Assim como Braga (2015) e Bustamante (2016), utilizamos a lente da Teoria da Atividade para analisar as interações dos alunos ao longo do desenvolvimento do trabalho, que, nesta dissertação envolve Modelagem e a produção de Performance Matemática Digital. Nossa análise se aproxima do estudo de Bustamante (2016) no que se refere a identificação de manifestações discursivas dos alunos, classificadas de acordo com Engeström e Sannino (2011), e que possam ser indicativos de contradições internas em um sistema de atividade que venha a se constituir.

Acreditamos que, ao apresentar um estudo que analisa a atividade dos alunos no desenvolvimento de projetos de Modelagem e na produção de Performance Matemática Digital por alunos do Ensino Fundamental, em turmas regulares, estamos mostrando algumas possibilidades e desafios de um cenário específico, mas, que ainda assim, pode contribuir em relação a alguns anseios sobre a aplicação de estratégias similares a esta em sala de aula.

2.2 PERFORMANCE MATEMÁTICA

Conforme já mencionamos, ao buscar por pesquisas que utilizassem a Teoria da Atividade e Performance Matemática não localizamos estudos com referência a esses tópicos no banco de teses da CAPES. Sendo assim, esta seção se destina a apresentação de trabalhos envolvendo apenas Performance Matemática, localizados em uma nova busca no banco de teses da CAPES utilizando a expressão “performance matemática”.

Como resultado, localizamos quatro trabalhos, dos quais três nos interessaram, pois pertencem à área de Ensino de Matemática. Duas dessas pesquisas, Lacerda (2015) e Gregorutti (2016), foram realizadas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” e uma, Oliveira (2017), no Programa de Mestrado Profissional em Docência em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará.

Lacerda (2015) investigou a imagem expressa por alunos do Ensino Fundamental a respeito da Matemática e do conteúdo de equações ao desenvolverem **performances matemáticas teatrais**. O conteúdo trabalhado (equações) foi escolhido pelos alunos e o cenário da pesquisa constituiu-se em uma escola da rede pública de Santa Gertrudes, município do Estado de São Paulo, com uma oficina para alunos do oitavo e nono ano do Ensino Fundamental, denominada *Matemática Encena*.

A autora utilizou as noções de PMD de Scucuglia (2012) como uma narrativa multimodal para comunicar ideias matemáticas por meio das artes performáticas, para articular o Teatro e a Educação Matemática. Lacerda (2015), considerando “[...] o Teatro como linguagem artística, importante dentro do ensino das Artes, mas que vai além ao ser traduzido em uma prática pedagógica para ensinar outras disciplinas escolares, como a Matemática”, vislumbrou a possibilidade da Matemática tornar-se visível a partir do Teatro. Nas palavras da autora: “concreta aos olhos” (LACERDA, 2015, p.16). Lacerda considerou a Performance

Matemática Teatral (PMT) “[...] como um processo de comunicação teatral de ideias matemáticas, com narrativas matemáticas teatrais” (2015, p.19).

Na pesquisa de Lacerda (2015), os alunos elaboraram e escreveram peças teatrais que continha uma ideia matemática sobre equações, após, encenaram e participaram da filmagem da peça teatral, a qual foi feita pela autora, assim como a edição e publicação no *YouTube*, constituindo-se, por fim, em PMD teatrais.

Como conclusão de sua pesquisa, Lacerda (2015) observou uma ampliação da visão dos alunos sobre a Matemática e o conteúdo de equações, em alguns casos, despertando o interesse sobre as aulas e relacionando a Matemática com acontecimentos do cotidiano. Com relação à participação dos alunos, a autora destaca uma postura ativa durante todo o processo, com “[...] negociações que culminaram na produção de significados a respeito de equações e da Matemática de maneira mais abrangente” (LACERDA, 2015, p.151).

Gregorutti (2016) investigou o papel das Artes e das tecnologias na construção de imagens sobre a Matemática por futuros professores de Matemática. A pesquisa foi realizada em um curso de extensão para alunos de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” (UNESP), campus São José do Rio Preto, no qual os alunos se engajaram na produção de performances matemáticas digitais, em um ambiente multimodal de aprendizagem, ou seja, um ambiente no qual diferentes modos de produção e comunicação estão disponíveis. As ideias matemáticas trabalhadas nas produções (Harlem Shake⁵, música e videoclipe) dos alunos foram o Teorema das Quatro Cores e a Série Geométrica Convergente, ambas apresentadas pelos organizadores do curso de extensão.

Gregorutti (2016) definiu performance matemática (PM) como o “[...] processos de comunicação de ideias matemáticas por meio das Artes” e a PMD como uma comunicação por meio de textos digitais (GREGORUTTI, 2016, p. 23). O autor buscou por aspectos que pudessem caracterizar a construção da imagem pública da Matemática (IPM) no cenário em que a pesquisa foi realizada. Para análise das produções, Gregorutti (2016) utilizou as mesmas categorias utilizadas por Scucuglia (2012), inspiradas nas lentes cinematográficas: surpresa matemática; sentido matemático, emoções vicárias e sensações viscerais. E para análise da IPM foram criadas duas categorias a partir das observações feitas: a Matemática com características humanas e a Matemática como criatividade. Conforme o autor: “No caso das PMDs que envolvem vídeos cinematográficos, os participantes que se tornam atores, produtores ou

⁵ Produção audiovisual com duração média de 30 segundos, que envolve duas cenas principais e a transição entre elas é feita de modo síncrono à intensidade musical (GREGORUTI, 2016).

diretores podem-se mostrar em uma faceta diferente, que nunca se mostrariam em outra situação” (GREGORUTTI, 2016, p. 24). O autor concluiu que a PMD, quando considerada como uma possibilidade didático-pedagógica, contribui para a construção de uma imagem mais flexível da Matemática, por um coletivo com Artes e tecnologias digitais, admitindo a influência humana e a criatividade.

Oliveira (2017) desenvolveu Performances Matemáticas Musicais Digitais (PMMD) com alunos do nono ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede privada do município de Belém (PA). Com essa pesquisa, o autor pretendia verificar se a produção de Performances Matemáticas Musicais (PMM) pelos alunos poderia contribuir para a fixação de algoritmos utilizados em conteúdos trabalhados nas aulas. A produção das performances foi tomada como uma metodologia alternativa para o ensino de Matemática. Em sua pesquisa, Oliveira (2017, p. 26) apoiou-se na concepção de Performance Matemática Digital, considerada como “[...] processos de comunicação de ideias ou conceitos matemáticos através das artes performáticas como a música, o teatro, o cinema e a poesia” e na Teoria das Inteligências Múltiplas, a qual considera que existem diferentes habilidades (inteligências) e que cada indivíduo apresenta essas habilidades em diferentes níveis (OLIVEIRA, 2017).

O desenvolvimento do trabalho com os alunos deu-se com a escrita e a composição de música sobre os conteúdos de potenciação e equações de primeiro e segundo grau, os quais foram escolhidos pelos alunos, seguido da produção de vídeos para publicação na internet.

Com relação às principais conclusões do autor, destacam-se a autonomia, a tomada de ações e a responsabilidade exercida pelos alunos durante o trabalho, reconhecendo, eles próprios, a importância da construção das PMMs na aprendizagem dos conteúdos de potenciação e equações. De acordo com Oliveira (2017), os alunos não tiveram dificuldades de adaptação ao método proposto e nem de ruptura com os métodos tradicionais.

Lacerda (2015), Gregorutti (2016) e Oliveira (2017) destacam a participação ativa dos alunos em trabalhos envolvendo a produção de Performance Matemática Digital (PMD), nesse sentido, entendemos que, ao associarmos Modelagem e PMD estamos propiciando a criação de um ambiente no qual o aluno possa ter autonomia em suas ações, podendo produzir um aprendizado qualitativamente diferente do oriundo de aulas expositivas, nas quais as tarefas são delegadas pelos professores e o ponto de chegada é conhecido.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Este capítulo está dividido em cinco seções, sendo a primeira delas destinada à apresentação de algumas concepções de Modelagem e da perspectiva por nós adotada nesta pesquisa; a segunda seção traz as concepções de Scucuglia (2012) sobre a produção de Performance Matemática Digital, assim como as categorias de análise utilizadas por esse autor; a terceira seção está destinada à apresentação de nossa concepção a respeito do uso das tecnologias na Educação; a quarta seção, apresenta os principais conceitos da Teoria Histórico-Cultural da Atividade, na qual nos apoiamos para analisar o desenvolvimento do trabalho realizado com os alunos; por último, a quinta seção mostra, é o que se pretende, ao leitor como o referencial teórico desta dissertação nos auxilia na busca por respostas à questão de pesquisa aqui apresentada.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

Muitas são as possibilidades para a Modelagem Matemática, inclusive em diferentes áreas como, por exemplo, na construção de um modelo matemático para resolver um problema na área da Matemática Aplicada; para descrever fenômenos físicos e humanos na sociedade; e como possibilidade de construção de modelos matemáticos que se referem a uma determinada situação, na área da Educação Matemática (BARBOSA, 2001).

Na Educação Matemática, muitas são as perspectivas de Modelagem. Araújo (2002) salienta a importância de o autor esclarecer a concepção adotada em sua pesquisa para que haja uma coerência no desenvolvimento do estudo. Para Barbosa (2001), as perspectivas de Modelagem que se formam estão relacionadas com as concepções do ensino de matemática do professor. E, apesar de existirem diferenças significativas entre essas concepções de Modelagem, existe algo em comum entre todas elas: o trabalho desenvolvido se relaciona com situações da realidade (MALHEIROS, 2004; DALLA VECCHIA, 2012).

A fim de apresentar a nossa perspectiva, iremos, primeiramente, apresentar algumas concepções de Modelagem, tomadas em diferentes cenários, mas todas na área da Educação Matemática e em âmbito nacional. E, na sequência, definiremos a concepção que iremos adotar neste estudo.

3.1.1 Algumas concepções de Modelagem na Educação Matemática

Os trabalhos que serão apresentados nesta seção são aqueles que nos ajudaram a compor esta dissertação no tocante à Modelagem Matemática. Ainda que as concepções de Modelagem trazidas pelos autores sejam diferentes entre si e, não necessariamente, coincidam com a nossa, suas pesquisas nos orientaram na idealização, aplicação, organização e análise dos dados produzidos. O foco é destacar as concepções adotadas pelos autores para que, a partir dessas, possamos definir a perspectiva de Modelagem por nós adotada.

Inicia-se com a perspectiva de um dos precursores da Modelagem Matemática no Brasil, Rodney Bassanezi, o qual considera a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem, em “[...] um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la” (BASSANEZI, 2009, p. 17). Para o autor, a Modelagem Matemática segue uma sequência de etapas e o modelo matemático é “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representem de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2009, p. 20). No entanto, apesar da consideração de um modelo analítico, o autor observa que a obtenção e validação de um modelo para representar uma situação se dá em um processo dinâmico, não sendo a etapa de validação prioridade e, ainda, que nem sempre pode-se obter um modelo adequado para representar uma situação.

Na perspectiva de Barbosa (2001), são apontadas três possibilidades de inserção da Modelagem em uma aula de matemática, as quais ele denomina de casos (caso 1, caso 2 e caso 3). De forma resumida, no caso 1, o professor apresenta o problema e os dados, sendo os alunos responsáveis pela resolução; no caso 2, o professor também traz o problema, porém, os dados são coletados pelos alunos; e, o caso 3, é o desenvolvimento de projetos a partir de um tema, que, segundo o autor, pode ser levado pelo professor, aluno ou negociado entre ambos. Nesse caso, os alunos ficam responsáveis pela definição do problema a ser investigado, pela coleta de dados e pela resolução. Sendo assim, podemos observar que, para o autor, o tema a ser investigado em um trabalho com Modelagem Matemática pode surgir do professor, do aluno, ou de uma negociação entre ambos. Barbosa (2001) orienta que o professor considere o contexto da escola e as possibilidades para a realização de projetos e observa que nem sempre ocorre a construção de um modelo em um ambiente de Modelagem.

Barbosa (2001) define a Modelagem como sendo “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações

com referência na realidade [...]” (2001, p. 21). Ele assume uma corrente sócio-crítica, a qual “[...] enfatiza a matemática como um ‘instrumento’ de questionamento das situações sociais” (BARBOSA, 2001, p. 29-30).

Araújo (2002), também considera a Educação Matemática Crítica ao buscar entender o papel da matemática em questões sociais. Essa autora assume uma concepção de Modelagem Matemática como:

“[...] uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho” (ARAÚJO, 2002, p. 39).

Araújo (2002) também faz referência ao poder atribuído à matemática, como a ciência da “ideologia da certeza”, capaz de refutar ou dar crédito a qualquer argumento em um debate.

Na pesquisa de Malheiros (2008, p. 65), a Modelagem “é uma estratégia pedagógica na qual alunos, partindo de um tema ou problema de interesse deles, utilizam a Matemática para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como orientador durante todo o processo”. Essa autora utilizou o termo projetos de Modelagem para se referir à associação entre a Modelagem Matemática e a Pedagogia de Projetos, destacando como características nessa perspectiva a participação do aluno como “protagonista do processo de ensino e aprendizagem”, interferindo no currículo ao escolher o tema que será trabalhado (MALHEIROS, 2008, p. 67). Outra característica importante é a valorização dos meios da investigação, considerados mais importantes que os modelos finais (MALHEIROS, 2008).

Na pesquisa realizada por Dalla Vecchia (2012), buscou-se por uma perspectiva que pudesse abranger o ambiente do ciberespaço ao associar a Modelagem Matemática à construção de jogos eletrônicos em um curso de extensão para alunos da graduação. O autor concluiu que o mundo cibernético pode ser considerado uma dimensão da realidade, “[...], porém, que se mostra qualitativamente distinto em termos de espacialidade e temporalidade” (DALLA VECCHIA, 2012, p. 103).

Em sua pesquisa, Dalla Vecchia considera a Modelagem Matemática como “[...] um processo dinâmico e pedagógico de construção de modelos sustentados por ideias matemáticas que se referem e visam encaminhar problemas de qualquer dimensão abrangida pela realidade” (DALLA VECCHIA, 2012, p. 125). Adotando um objetivo pedagógico construcionista, seu interesse estava no processo de construção do modelo e não somente no modelo final, sendo considerado como um modelo o “[...] exemplar de uma situação que se mostra por meio de uma linguagem estruturada por ideias matemáticas” (DALLA VECCHIA, 2012, p. 116).

Soares (2012) propôs uma abordagem pedagógica na qual todo o estudo era feito a partir da análise de um modelo matemático de um fenômeno. Essa abordagem foi intitulada pela autora como Análise de Modelos e o modelo matemático analisado pelos estudantes foi o de Ross-Macdonald para a transmissão da malária. Soares (2012) buscou entender o papel desempenhado pelo *software* Modellus na análise dos modelos pelos estudantes. A autora utilizou-se do construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), para considerar o papel exercido pelas mídias como fundamental na construção do conhecimento.

Esse estudo se diferencia dos demais, pois a investigação parte do modelo matemático, e, “[...] a partir das informações fornecidas pelo *software* que os alunos conseguem estudar o comportamento das soluções e também a influência dos parâmetros do modelo neste comportamento” (SOARES, 2012, p. 75).

Como foi possível observar, não há uma única perspectiva de Modelagem em trabalhos na área da Educação Matemática, enquanto para alguns autores a escolha do tema parte dos alunos ou de uma negociação entre alunos e professor (ARAÚJO, 2002; MALHEIROS, 2008), para outros essa não é uma condição essencial, podendo o professor decidir qual a melhor forma para o desenvolvimento do trabalho com Modelagem diante do cenário que para ele se apresenta (BARBOSA, 2001). Enquanto alguns autores observam que o modelo matemático pode não ser construído ou não ser eficiente (BARBOSA, 2001; MALHEIROS, 2008, BASSANEZI, 2009), outros partem do próprio modelo matemático (SOARES, 2012).

Sendo assim, nossa concepção busca se aproximar dos motivos que nos movimentam para realização desta pesquisa com os alunos do Ensino Fundamental, ou seja, uma concepção que possibilite ao aluno trazer seus problemas, suas questões de interesse para a investigação.

Adota-se, aqui, uma perspectiva de Modelagem como estratégia pedagógica, de acordo com a concepção de projetos de Modelagem de Malheiros (2008). Conforme essa autora, o interesse no tema pelos alunos é uma condição essencial para que projetos de Modelagem possam ser desenvolvidos, e, justamente essa condição apontada pela autora, que corrobora nossos objetivos de ensino, buscando dar sentido ao conhecimento a ser produzido com os alunos ao propor a investigação e exploração de temas que sejam de interesse deles, questões que queiram trazer para a aula e não questões dadas pelo professor.

De acordo com Borba e Villarreal (2005):

A Modelagem pode ser entendida como uma abordagem pedagógica que enfatiza a escolha dos estudantes de um problema a ser investigado na sala de aula. Os alunos, portanto, desempenham um papel ativo no desenvolvimento do currículo, ao invés de

serem apenas os destinatários de tarefas projetadas por outros (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 29, tradução nossa⁶).

Essa participação ativa dos alunos também era algo que desejávamos promover em uma proposta envolvendo projetos de Modelagem. Dessa forma, na próxima subseção, apresentamos a concepção de Modelagem adotada nesta pesquisa.

3.1.2 Projetos de Modelagem

De acordo com Malheiros (2008), vários autores consideram as semelhanças na Pedagogia de Projetos e na Modelagem Matemática. Porém, para a autora, algumas condições são essenciais para que ocorra a associação entre Modelagem e Projetos. Conforme já mencionado na seção anterior, para Malheiros (2008) o interesse dos alunos no tema a ser investigado é uma dessas condições. A autora nos coloca que:

[...] quando a escolha do tema parte dos alunos ou quando há negociação entre eles e o professor em busca de um denominador comum, pode-se dizer que há características do trabalho de Projetos, ou seja, que os estudantes estão projetando na Modelagem, pois uma das principais características do método de Projetos é o aluno ser o ator de todo processo e isso ocorre também nesta concepção de Modelagem (MALHEIROS, 2008, p. 67).

Malheiros (2008) também observa que, muitas vezes, na escolha do tema, além do interesse, os alunos “[...] têm um objetivo, uma meta a ser alcançada e, na maioria das vezes, há predições e referências ao futuro” (2008, p. 66). Consequentemente, o aluno também influencia no currículo das aulas de matemática, mas a autora observa que isso não é sinônimo de abrir mão da Matemática, “[...] porém ela poderá ser investigada também em um contexto mais amplo, relacionada a outras áreas do conhecimento” (MALHEIROS, 2008, p.68).

Outro ponto destacado ao se trabalhar com Projetos é a inexistência de certezas, pois o trabalho é desenvolvido de acordo com os interesses dos alunos, seus desejos de descoberta e investigação. Para a autora, o professor atua como um orientador durante o processo, sendo de fundamental importância a sua relação com o aluno e a utilização dos diferentes meios de comunicação disponíveis para ambos.

Malheiros (2008) destaca que a concepção de Modelagem tomada em seu estudo, como uma estratégia pedagógica na qual os alunos investigam um tema de seu interesse, utilizando a Matemática, permite uma convergência com a Pedagogia de Projetos e, ao adotar a expressão

⁶ Modeling can be understood as pedagogical approach that emphasizes students’ choice of a problem to be investigated in the classroom. Students, therefore, play an active role in curriculum development instead of being just the recipients of tasks designed by others.

projetos de Modelagem, utiliza a palavra “projetos” para se referir ao trabalho desenvolvido pelos alunos.

No que se refere ao modelo matemático, a autora explica que nem sempre o modelo construído pelos alunos é um modelo eficiente para descrever matematicamente uma determinada situação, mesmo com a colaboração entre alunos e professor (MALHEIROS, 2008). A autora ainda acrescenta:

E isso não significa que o projeto de Modelagem é ruim, ou que o que os estudantes desenvolveram não é Modelagem, já que um dos objetivos, ao elaborar um projeto de Modelagem, é fazer com que os estudantes percebam relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, presentes em assuntos do cotidiano (MALHEIROS, 2008, p. 68).

Segundo essa autora, isso não prejudica o projeto desenvolvido e “[...] vai ao encontro de uma das características do trabalho com Projetos na educação: a não valorização excessiva dos fins a serem atingidos” (MALHEIROS, 2008, p. 68).

Dessa forma, entendemos que o modelo não é algo essencial no desenvolvimento de projetos de Modelagem, no entanto, como a autora pontua, não estaremos deixando a Matemática de lado, apenas permitindo que ela surja nos projetos a partir da própria investigação do tema escolhido pelos alunos. Assim como Malheiros (2008), também se utiliza, na presente pesquisa, a expressão *projetos de Modelagem* para nos referirmos ao trabalho desenvolvido pelos alunos.

Na seção seguinte, trazemos a concepção de Scucuglia (2012) sobre Performance Matemática Digital e as categorias utilizadas por esse autor em sua pesquisa ao analisar as produções feitas pelos alunos de uma escola primária pública em uma cidade do Canadá.

3.2 PERFORMANCE MATEMÁTICA DIGITAL

O interesse pela Performance Matemática Digital deu-se por meio do contato com trabalhos que associavam o vídeo com a matemática, nos levando à definição de Scucuglia (2014) sobre Performance Matemática Digital (PMD), como uma narrativa multimodal para comunicar ideias matemáticas por meio das artes performáticas. Narrativas multimodais podem ser entendidas como as múltiplas formas de comunicação por meio das diferentes mídias disponíveis (SCUCUGLIA, 2012). De acordo com o autor: “A combinação e o uso de diferentes tipos de textos são aspectos fundamentais na produção de PMD” (SCUCUGLIA, 2012, p.188, tradução nossa⁷).

⁷ The combination and use of different types of texts are fundamental aspects in producing DMPs.

Scucuglia (2012) investigou a forma como os estudantes de uma escola pública fundamental em Ontário, no Canadá, comunicaram ideias matemáticas por meio da produção de PMD para um evento denominado *Math + Science Performance Festival*, no ano de 2008. O autor relacionou educação matemática, tecnologia digital e performance artística com o objetivo de “[...] gerar conhecimento sobre as PMD produzidas por alunos de uma escola fundamental, interpretando, sob o ponto de vista da performance artística, as ideias matemáticas exploradas pelos estudantes nas PMD e como essas ideias são comunicadas com a arte e a tecnologia” (SCUCUGLIA, 2012, p.7, tradução nossa⁸).

Dessa forma, segundo o autor, foi criado um cenário no qual a colaboração, a criatividade e a imaginação dos estudantes foram favorecidas. Para Scucuglia (2012), a noção sobre comunicação de ideias matemáticas é uma forma alternativa à avaliação do desempenho matemático. Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018) entendem que a PMD possui sintonia com a Modelagem na concepção de estratégia pedagógica, na qual o tema é escolhido pelos alunos, justamente por não ter uma estrutura rígida no seu desenvolvimento, entrando em choque com práticas pedagógicas que apresentem um método sistemático.

Para analisar como o conhecimento matemático é produzido e como os estudantes expressaram as ideias matemáticas, Scucuglia (2012) utilizou a perspectiva sociocultural, o construto seres-humanos-com-mídias e a multimodalidade. A perspectiva sociocultural afirma que a comunicação é fundamental e o conhecimento e o significado são produzidos social, cultural e historicamente por meio da linguagem; Scucuglia (2012) considerou o conhecimento matemático como algo construído social e culturalmente, relacionando a noção de mediação, de Vygotsky, ao papel desempenhado pelas mídias no construto seres-humanos-com-mídias.

Ao relacionar a arte, a matemática e as tecnologias digitais, Scucuglia (2012) baseia-se no construto seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) para argumentar que “[...] o tipo de mídia utilizada molda a forma como as PMD são produzidas e representadas, o que molda o significado da matemática produzida na PMD” (SCUCUGLIA, 2012, p. 11, tradução nossa⁹). Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018, p. 133) observam que ao unir artes performáticas e Matemática “[...] pode ser uma forma na qual os estudantes aprendem Matemática ao fazer um vídeo, ao discutir sua elaboração”.

⁸ [...] to produce knowledge about the nature of elementary school students' DMPs through the interpretation, from a performance art point of view, of the mathematical ideas explored by students in DMPs and how these ideas are communicated through the arts and the use of technology.

⁹ [...] the nature of the media shapes the ways DMPs are produced and represented; it shapes the nature of mathematical meaning production in DMPs.

Para Scucuglia, a produção de PMD é um caminho alternativo para expressar ideias matemáticas por meio de narrativas digitais, que integra a multimodalidade, a ludicidade e a criatividade (SCUCUGLIA, 2012). Uma forma de mudar a reconhecida representação textual matemática, o pensamento lógico dedutivo, o “frio, não humano”, por narrativas, histórias para comunicar a matemática (SCUCUGLIA, 2012, p. 6).

O autor também coloca a construção de identidade como algo a ser propiciado com a PMD, pois, segundo o autor, a criação, interpretação e exposição de personagens durante a produção faz com que o aluno reflita em como se apresentar e representar perante o público (SCUCUGLIA, 2012).

Para interpretar as produções de PMD como performance artística com elementos da matemática, Scucuglia (2012) utilizou a lente da performance artística e do currículo em Ontário. Sendo essa última, referente às vertentes e ao processo que compõem o currículo na cidade canadense, como conteúdos matemáticos, as competências a serem desenvolvidas nos alunos, entre outros. Com relação à performance artística, Scucuglia (2012) informa que esse termo, normalmente, se refere a uma arte multimídia, como canção, música eletrônica, dança, filme, escultura, entre outras, e observa que a audiência é fundamental na performance artística.

Baseado nas noções de Boorstin sobre cinema e as categorias que provavam prazer no público, Scucuglia faz uma adaptação dessas categorias e elenca três categorias para análise da PMD dos alunos: surpresa, momentos de emoção e sensações viscerais. Assim, a partir dessas noções do cinema, Scucuglia (2012) realizou uma adaptação para análise das produções dos alunos, nas seguintes categorias: o novo, surpreendente, o maravilhoso; a construção de sentido; emoções vicárias; e sensações viscerais.

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018) esclarecem que a surpresa matemática pode provocar a ruptura de estereótipos, associando a Matemática ao belo e ao maravilhoso. A construção de sentido se refere a um olhar racional, a forma clara e o objetiva de comunicar as ideias matemáticas, ao mesmo tempo, sem desconsiderar as metáforas comuns a linguagem artística (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018). Emoções vicárias estão relacionadas às emoções que o público sente diante da performance dos atores em momentos específicos. Recursos de filmagem que focam no ator podem aumentar a sensação do público de vivenciar os sentimentos expressos (SCUCUGLIA, 2012). Sensações viscerais estão relacionadas às emoções próprias do público, as quais não necessariamente são as mesmas expressas pelos atores. A Trilha sonora é um recurso utilizado para provocar sensações viscerais (SCUCUGLIA, 2012).

As categorias utilizadas por Scucuglia (2012) na análise das produções feitas pelos alunos estão, resumidamente, descritas no quadro abaixo:

Quadro 1 - Categorias de análise da PMD por meio das lentes artísticas

Novo / Maravilhoso / Surpreendente	Sentimentos de surpresa são fundamentais para chamar a atenção do público e oferece o prazer de experimentar algo novo.
Construção de sentido	Os sentidos racionais e lógicos também são significativos. As surpresas precisam fazer sentido para serem eficazes.
Emoções vicárias	Momentos de emoção acontecem quando o público sente o que os atores estão sentindo. Os close-ups da expressão facial dos atores são usados em filmes para intensificar as experiências vicárias, assim como as trilhas sonoras.
Sensações viscerais	Momentos em que o público sente as suas próprias emoções. O prazer do ajuste matemático, da beleza matemática oferecem experiências viscerais ao público. Alguns sons específicos são frequentemente usados para melhorar/amplificar as sensações viscerais.

Fonte: Quadro adaptado de Scucuglia, 2012, p. 73

Conforme Scucuglia (2012), o processo performático com a criação e exposição de personagens, gestos, expressão corporal, favorece a construção de identidades, além de estimular a criatividade e a colaboração entre os alunos. Dessa forma, pretendemos adaptar as categorias de análise de Scucuglia (2012) para a análise da produção dos alunos.

Scucuglia, Gadanidis e Borba (2011) consideram que a PMD tem um potencial transformador no processo de ensino e aprendizagem de Matemática:

Sugerimos que a performance matemática oferece caminhos para transformar o ensino e a aprendizagem da matemática. Os alunos puderam interagir com a chamada nova "linguagem", isto é, usando os vários modos de comunicação que emergem do mundo digital no qual vídeos, fotos, desenhos, músicas e animações são vinculados ao texto impresso (SCUCUGLIA; GADANIDIS; BORBA, 2011, p. 1764, tradução nossa)¹⁰.

É nesse sentido que associamos a PMD com projetos de Modelagem, buscando criar um ambiente no qual a atividade constituída pelos alunos possa gerar transformações nas aulas de

¹⁰ We suggest mathematical performance offers ways for transformative teaching and learning mathematics. Students interacted with could be called a new 'language', that is, by using multiple modes of communication that emerge from the digital world in which videos, pictures, drawings, songs and animations are linked to usual printed-based text.

matemática¹¹, possibilitando que os alunos se tornem autores e atores em um ambiente de produção de conhecimento, no qual seja permitida transformações na relação de ensino e de aprendizagem, quiçá de forma expansiva.

3.3 CONCEPÇÃO DO USO DAS TECNOLOGIAS

De acordo com Souto (2014, p. 8), as diferentes formas de comunicar ideias matemáticas, decorrentes do uso das tecnologias, tem um potencial para transformar a produção do conhecimento, pois “[...] a comunicação é um dos aspectos que faz parte do processo de ensinar e aprender”. Nosso embasamento teórico, no que se refere ao uso das tecnologias digitais na produção do conhecimento matemático, está ancorado no construto **seres-humanos-com-mídias** (BORBA; PENTEADO, 2016; BORBA; VILLARREAL, 2005). Esse construto foi desenvolvido com base nas concepções de Tikhomirov, psicólogo russo, sobre os efeitos do uso dos computadores na cognição humana, e nas noções de Lévy, filósofo francês, sobre as tecnologias da inteligência e inteligência coletiva (BORBA; PENTEADO, 2016; BORBA; VILLARREAL, 2005).

De acordo com Borba e Villarreal (2005), Tikhomirov (1981) critica as teorias de substituição e suplementação dos homens pelos computadores e, baseado nas noções de Vygotsky que considera a linguagem como mediadora da atividade humana, compara o papel do computador ao da linguagem e defende que os computadores reorganizam o pensamento humano na busca pelo conhecimento (TIKHOMIROV, 1981 apud BORBA; VILLARREAL, 2005).

Lévy (1993), de acordo com os autores, critica a dicotomia existente entre homem e tecnologia, defendendo que as mídias fazem parte da história da humanidade e que o conhecimento é produzido por humanos e não-humanos, em um pensamento coletivo. Utiliza a noção de tecnologias da inteligência associadas à memória e ao conhecimento, sendo essas tecnologias da inteligência a oralidade, a escrita e as tecnologias da informação (LÉVY, 1993 apud BORBA; VILLARREAL, 2005).

A partir dessas concepções, Borba e Villarreal (2005) desenvolveram o construto **seres-humanos-com-mídias** como uma unidade básica que produz conhecimento:

[...] nós acreditamos que o conhecimento é produzido junto com a mídia ou tecnologias da inteligência. Essa é a razão porque nós adotamos a perspectiva teórica que suporta a noção que o conhecimento é produzido por um coletivo composto de humanos-com-mídias, ou humanos-com-tecnologias, e não, como outras teorias

¹¹ No caso, nas aulas ministradas pela autora desta dissertação.

sugerem, com humanos sozinhos ou coletivos compostos apenas por humanos. (BORBA, VILLARREAL, 2005, p. 23, tradução nossa¹²).

Entre as principais ideias dessa concepção sobre a produção do conhecimento, destaca-se a noção de **moldagem recíproca**, a qual considera a simbiose entre o pensamento matemático e uso das tecnologias (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018). Nessa perspectiva, ao mesmo tempo em que transformamos as tecnologias, também somos transformados por elas (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Para Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), as inovações tecnológicas permitem que surjam novos cenários para a educação, incluindo o ensino e a aprendizagem de Matemática. Para os autores, as tecnologias não são neutras ao pensamento e a mídia utilizada condiciona a produção do conhecimento.

Conforme foi exposto no capítulo introdutório, entendemos, aqui, que as tecnologias, por nós utilizadas, alteram a forma como nos relacionamos com o mundo que nos cerca e, consequentemente, com base nas noções trazidas com o construto seres-humanos-com-mídias, moldam o conhecimento produzido por meio dessa relação. De acordo com essa visão sobre a produção de conhecimento, interpretamos o uso das tecnologias digitais nesta pesquisa como ativas durante o desenvolvimento do trabalho.

E, buscando entender como a atividade dos alunos se constituiu durante esse trabalho envolvendo projetos de Modelagem e produção de PMD, nos apoiamos na Teoria da Atividade, sobre a qual discorremos na próxima seção.

3.4 TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL DA ATIVIDADE

A Teoria Histórico-Cultural da Atividade tem início com os estudos de Vygotsky em uma oposição à dicotomia existente na psicologia, a saber as correntes filosóficas idealistas e as correntes mecanicistas (ambas não consideravam a mediação na atividade humana).

A esse respeito, Vygotsky entendia ser importante uma corrente que considerasse a presença de mediadores na relação do homem com o mundo que o cerca (PICCOLO, 2012). Conforme Engeström (1999a), essa ideia de mediação na atividade humana foi revolucionária, uma vez que o “[...] indivíduo não podia mais ser compreendido sem seus meios culturais; e a

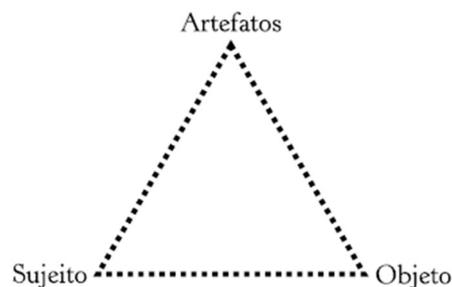
¹²[...] we believe that knowledge is produced together with a given medium or technology of intelligence. It is for this a reason that we adopt a theoretical perspective that supports the notion that knowledge is produced by a collective composed of humans-with-media, or humans-with-technologies, and not, as other theories suggest, by individual humans alone, or collectives composed only of humans.

sociedade não podia mais ser compreendida sem a ação dos indivíduos, os quais usam e produzem artefatos [...]” (ENGESTRÖM, 1999a, p. 1514). Assim, o objeto de análise da teoria da atividade não é o sujeito ou o meio considerados isoladamente, mas o processo dialético de transformação entre sujeito e o meio.

Neste estudo, trazemos a definição de atividade de Souto (2014) como uma unidade básica do desenvolvimento do homem, sendo importante a compreensão do objeto como o principal componente para o qual a atividade é dirigida, e dos artefatos como mediadores culturais com os quais os seres humanos agem na estrutura social, cultural e psicológica. Engeström e Sannino (2010) consideram o objeto como o espaço-problema ou matéria prima para o qual a atividade é dirigida.

Como modelo proposto por Vygotsky para mediação entre o sujeito e objeto, por artefatos, temos a representação triangular, conforme figura abaixo:

Figura 1 - Modelo proposto por Vygotsky



Fonte: SOUTO (2014, p. 17)

De acordo com o entendimento de Engeström (2001), a Teoria Histórico-Cultural da Atividade se desenvolveu ao longo de três gerações, porém, atualmente, já existem estudos que indicam o surgimento de uma quarta geração. A primeira geração é oriunda dos estudos de Vygotsky sobre mediação, do qual falamos acima. A segunda geração se originou com Leontiev, que deu continuidade aos estudos de Vygotsky e passou a considerar a coletividade nas relações, estabelecendo uma diferença entre *ação-individual* e *atividade-coletiva*. Para Leontiev, a atividade é coletiva e dirigida para o objeto, enquanto a ação é individual e subordinada a metas individuais, podendo ser realizada por um indivíduo ou por um grupo que realize a mesma ação (SOUTO, 2014). Ao passo que as operações são realizadas de forma automática, mediante as condições disponíveis (DANIELS, 2011). Logo abaixo, trazemos uma representação dessa diferenciação de acordo com Leontiev:

Figura 2 - Atividade, ação e operação de acordo com Leontiev



Fonte: Daniel (2011, p. 167)

Engeström (2001) observa que, apesar das ações serem dirigidas para metas, enquanto as operações são automáticas, ambas são subordinadas ao sistema de atividade, sendo, muitas vezes, compreendidas quando analisadas no contexto da atividade, que é dirigida para o objeto. Embora o sistema de atividade seja realizado por meio de ações e as produza, não é redutível a elas (DANIELLS, 2011). Piccolo (2012) corrobora essa ideia, ao afirmar que:

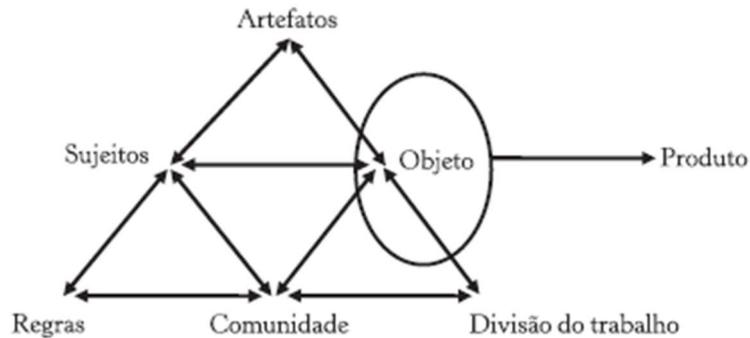
Em síntese, a ação deve ser entendida no contexto da teoria da atividade como um processo subordinado a um objetivo anteriormente estabelecido e consciente, enfim, um processo orientado mediatamente pelo motivo da atividade, na medida em que apenas existe como integrante de um conjunto maior que é o da atividade (PICCOLO, 2012, p. 287)

Apesar dos trabalhos de Leontiev, nos quais esse autor apresenta uma distinção entre atividade, ação e operação, ainda não temos uma mudança no modelo triangular original proposto por Vygotsky. É apenas na terceira geração, com as contribuições de Engeström, que temos a expansão do modelo da atividade (ENGESTRÖM, 2001; 2016; SOUTO, 2013).

Buscando atender a diversidade cultural em diálogos, tradições, múltiplas vozes e perspectivas que a internacionalização da Teoria da Atividade, como é comumente conhecida a Teoria Histórico-Cultural da Atividade, trazia, Engeström (2016) ampliou a estrutura inicialmente proposta por Vygotsky, incluindo outros componentes ao modelo, passando a chamá-lo como sistema de atividade, no que o autor considera como uma “*transição qualitativa* de uma cadeia de ações mentais e individuais para um novo sistema de atividade coletivo e material” (ENGESTRÖM, 2016, p. 277, grifo do autor).

Segue, abaixo, figura com o modelo triangular de Engeström:

Figura 3 - Modelo proposto por Engeström



Fonte: SOUTO, 2014, p. 22

Conforme Engeström (2001):

O sub-triângulo superior [...] pode ser visto como a "ponta do iceberg" representando ações individuais e de grupo incorporadas a um sistema de atividades coletivas. O objeto é representado com a ajuda de um oval, indicando que as ações orientadas a objetos são sempre, explícita ou implicitamente, caracterizadas por ambiguidade, surpresa, interpretação, sentido e potencial de mudança. (ENGESTRÖM, 2001, p. 134, tradução nossa¹³)

Nesse modelo, as regras, a comunidade e a divisão do trabalho passam a ser considerados como componentes em um sistema de atividade coletivo, na qual Engeström entende que o estudo da mediação deva ser realizado por meio da interação desses componentes (DANIELLS, 2011). As regras referem-se aos padrões e normas que regulam a atividade. A comunidade refere-se aos que compartilham o mesmo objeto (ENGESTRÖM, 2002), que fazem a mediação entre o sujeito e o objeto da atividade (SOUTO; BORBA, 2016). A divisão do trabalho refere-se à divisão das tarefas e funções (ENGESTRÖM, 2002).

Com essa representação, a relação entre sujeito e objeto também é mediada pela comunidade, a relação entre o sujeito e a comunidade é mediada pelas regras e a relação entre a comunidade e o objeto é mediada pela divisão do trabalho (SOUTO, 2014). As contribuições de Engeström vão além da expansão do modelo triangular de representação da atividade, mas também a inclusão de princípios que, segundo esse autor, sintetizam a Teoria da Atividade em uma terceira geração (ENGESTRÖM, 2001).

¹³ The uppermost sub-triangle [...] may be seen as the 'tip of the iceberg' representing individual and group actions embedded in a collective activity system. The object is depicted with the help of an oval indicating that object-oriented actions are always, explicitly or implicitly, characterized by ambiguity, surprise, interpretation, sense making, and potential for change.

No que se refere ao surgimento de uma quarta geração, temos a corrente que considera o poder de *agency* das mídias, não se limitando a artefatos e podendo estar presentes em vários componentes do sistema de atividade (SOUTO; BORBA, 2016). Essa proposição de Souto e Borba (2016) tem como pano de fundo o resultado de pesquisas como a de Souto (2013), Bustamante (2016), entre outros, que sustentam a visão epistemológica do construto seres-humanos-com-mídias em conjunto com a ideias da Teoria da Atividade. Outra corrente é apresentada por Sannino e Engeström (2020)¹⁴, na qual esses autores utilizam a Teoria da Atividade para analisar problemas que têm dimensão global.

3.4.1 Princípios da Teoria da Atividade: contribuições de Yrjö Engeström

Os cinco princípios que Engeström (2001) atribui à Teoria da Atividade são: unidade mínima de análise, multivocalidade, historicidade, contradições internas e transformações expansivas. Para esse autor, um “sistema de atividade coletivo, orientado para o objeto e mediado por artefatos, é a **unidade de análise** mais adequada nos estudos histórico-culturais do comportamento humano” (ENGESTRÖM, 1999, p.15, grifo nosso). Nesse sistema, a **multivocalidade** se refere às múltiplas vozes, interesses e tradições existentes em um sistema coletivo (ENGESTRÖM, 2001; SOUTO, 2013).

Segundo Engeström (2001), para que se entenda as transformações em um sistema de atividade ao longo dos anos, é necessário um estudo da história que envolve esse sistema, o que justifica o princípio da **historicidade**. As **contradições internas** são consideradas como tensões acumuladas no sistema de atividade com potencial para movimentar, desenvolver, para gerar transformações nesse sistema (ENGESTRÖM, 1999b; SOUTO, 2013). Essas transformações são consideradas **transformações expansivas** “[...] quando o objeto e o motivo da atividade são reconceitualizados para abraçar um horizonte radicalmente mais amplo de possibilidades do que no modo anterior da atividade” (ENGESTRÖM, 2001, p. 137, tradução nossa¹⁵).

Diz o autor:

As contradições internas de um determinado sistema de atividades em uma determinada fase do mesmo podem ser mais ou menos adequadamente identificadas, e qualquer modelo para o futuro que não atenda e elimine essas contradições acabará se revelando não expansivo. Um sistema de atividades é, por definição, uma formação

¹⁴ From mediated actions to heterogenous coalitions: four generations of activity-theoretical studies of work and learning

¹⁵An expansive transformation is accomplished when the object and motive of the activity are reconceptualized to embrace a radically wider horizon of possibilities than in the previous mode of the activity

multivariada. Um ciclo expansivo é uma reorganização dessas vozes, dos diferentes pontos de vista e abordagens dos vários participantes. A historicidade nessa perspectiva significa identificar os ciclos passados do sistema de atividades. A reorganização das múltiplas vozes é drasticamente facilitada quando as diferentes vozes são vistas no contexto histórico como camadas em um conjunto de competências complementares dentro do sistema de atividades (ENGESTROM,1999b, p. 34-35, tradução nossa¹⁶)

Engeström (1999b) destaca a importância de não eliminarmos as contradições internas em um sistema de atividade para que se possa verificar a expansão desse sistema, de acordo com os princípios por ele trazidos à Teoria da Atividade.

3.4.2 Contradições internas

Com relação ao princípio da contradição interna, Engeström (2001) ressalta que essas contradições devem ser entendidas como tensões historicamente acumuladas em um sistema de atividade.

Uma teoria tão multivariada não considera contradição e debates internos como sinais de fraqueza; pelo contrário, são uma característica essencial da teoria. No entanto, isso requer pelo menos uma compreensão compartilhada do caráter da célula inicial e a tentativa coletiva contínua de elucidar essa célula, bem como várias etapas mediadoras desta célula para conceitos específicos (ENGESTROM,1999b, p. 20, tradução nossa¹⁷)

Para Engeström (2001), as contradições não devem ser interpretadas como divergências oriundas de incompatibilidade ou oposição, mas, sim, entendidas como “[...] fontes de mudanças e desenvolvimento da atividade humana” (ENGESTRÖM, 2001, p. 137, tradução nossa¹⁸). Engeström (2016, p. 109, grifo do autor) destaca que, em qualquer sistema de atividade, a contradição “[...] é renovada com o conflito entre *ações individuais e o sistema de atividade total*”.

Engeström e Sannino (2011, p.371, tradução nossa¹⁹) esclarecem que “[...] contradições não falam por si mesmas, elas se tornam reconhecidas quando os praticantes articulam e

¹⁶ The internal contradictions of the given activity system in a given phase of its can be more or less adequately identified, and any model for the future that does not address and eliminate those contractions will eventually turn out to be nonexpansive. An activity system is by definition a multivoiced formation. An expansive cycle is a reorchestration of those voices, of the different viewpoints and approaches of the various participants. Historicity in this perspective means identifying the past cycles of the activity system. The reorchestration of the multiple voices is dramatically facilitated when the different voices are seen against their historical background as layers in a pool of complementary competencies within the activity system

¹⁷ Such a multivoiced theory not regard internal contraction and debates as signs of weakness; rather, they are an essential feature of the theory. However, this requires at least a shared understanding of the character of the initial cell and the continuous collective attempt to elucidate that cell, as well as multiple mediating steps from the cell to specific concepts.

¹⁸ [...]role of contradictions as sources of change and development.

¹⁹ [...]contradictions do not speak for themselves, they become recognized when practitioners articulate and construct them in words and actions.

constroem-nas em palavras e ações”, ou, ainda, que as “[...] contradições internas não podem ser observadas diretamente, elas podem ser identificadas apenas por meio de suas manifestações” (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011, p. 369, tradução nossa²⁰).

Dessa forma, esses autores apresentam uma metodologia para a análise das contradições em sistemas de atividade e salientam a necessidade de uma análise do histórico do sistema no qual a contradição se acumula. E, para tal, os autores classificam quatro diferentes tipos de manifestações discursivas de contradições, sendo esses: dilema, conflito, conflito crítico e duplo vínculo. No entanto, não descartam a existência de outras classificações para as manifestações discursivas, como, por exemplo, ironia, a serem ainda exploradas.

Para os autores, os dilemas estão relacionados com o compartilhamento social, com as crenças do indivíduo.

Um dilema é uma expressão ou troca de avaliações incompatíveis, seja entre pessoas ou dentro do discurso de uma única pessoa. É comumente expresso na forma de barreiras e hesitações, como "por um lado [...] por outro lado" e "sim, mas". Em um discurso em desenvolvimento, um dilema é tipicamente reproduzido em vez de resolvido, muitas vezes com a ajuda de negação ou reformulação (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 373, tradução nossa²¹).

No caso dos conflitos, eles se referem à resistência, ao desacordo, à discussão e à crítica. Também podem ser considerados quando uma pessoa interfere no comportamento de outra pessoa, de modo a tornar esse menos eficaz. É possível determinar um conflito como submissão, intervenção dominante de terceiros, compromisso e impasse e retirada. “A solução de um conflito geralmente ocorre por meio de um compromisso ou pela submissão a uma autoridade ou para a maioria” (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 374, tradução nossa²²).

Os conflitos críticos:

“[...] são situações em que as pessoas enfrentam dúvidas internas que as paralisam diante de motivos contraditórios insolúveis apenas pelo sujeito [...]. A resolução de conflitos críticos se torna a encontrar um novo sentido pessoal e negociar um novo significado para a situação inicial” (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 374, tradução nossa²³).

²⁰ A crucial point is that contradictions cannot be observed directly; they can only be identified through their manifestations.

²¹ A dilemma is an expression or exchange of incompatible evaluations, either between people or within the discourse of a single person. It is commonly expressed in the form of hedges and hesitations, such as “on the one hand[...] on the other hand” and “yes, but”. In ongoing discourse, a dilemma is typically reproduced rather than resolved, often with the help of denial or reformulation.

²² The resolution of conflicts typically happens by means of finding a compromise or submitting to authority or majority.

²³ “Critical conflicts” are situations in which people face inner doubts that paralyze them in front of contradictory motives unsolvable by the subject alone. [...]The resolution of critical conflicts takes the form of finding new personal sense and negotiating a new meaning for the initial situation (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 374)

Duplo vínculo são processos repetitivos de pressão e, aparentemente, sem saída dentro do sistema de atividade. É possível chegar a crises explosivas com o agravamento desses processos. A expressão de duplo vínculo ocorre por meio de questões retóricas como: “ O que podemos fazer?” que indicam uma situação sem saída, “[...] uma necessidade premente de fazer algo e, ao mesmo tempo, uma impossibilidade percebida de ação” (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 374, tradução nossa²⁴). A resolução de um duplo vínculo ocorre apenas por uma ação coletiva que promove uma transformação da prática.

Engeström e Sannino (2011) estabelecem algumas expressões comuns em manifestações discursivas que servem como pistas para possíveis contradições internas, conforme quadro a seguir:

Quadro 2 – Expressões comuns em Manifestações Discursivas

Manifestações	Expressões comuns
Dilema	"por um lado [...] por outro lado"; "sim, mas" "Eu não quis dizer isso", "eu realmente quis dizer"
Conflito	"Não", "eu discordo", "isso não é verdade" "Sim", "isso eu posso aceitar"
Conflito Crítico	Relatos pessoais, emocionais e morais estrutura narrativa, metáforas vívidas “Agora percebo que [...]”
Duplo Vínculo	"Nós", "nos", "devemos", "precisamos" pressionando perguntas retóricas, expressões de desamparo "Vamos fazer isso", "vamos conseguir"

Fonte: Quadro adaptado de Engeström e Sannino (2011, p. 375)

Porém, esses autores observam que essa linguagem não deve ser atribuída mecanicamente às contradições, existindo outras possibilidades de linguagem para exemplificarem as contradições. Os autores salientam a importância dos dados a serem analisados para que as manifestações discursivas de contradições possam ser identificadas.

Com relação ao surgimento das contradições internas em um sistema de atividade, Engeström (2001) exemplifica:

²⁴ [...] a pressing need to do something and, at the same time, a perceived impossibility of action (ENGESTROM; SANNINO, 2011, p. 374).

Atividades são sistemas abertos. Quando um sistema de atividade adota um novo elemento externo (por exemplo, uma nova tecnologia ou um novo objeto), muitas vezes leva a uma contradição [...], onde algum antigo elemento (por exemplo, as regras ou a divisão do trabalho) colide com o novo. Tais contradições geram distúrbios e conflitos, mas também tentativas inovadoras para mudar a atividade (ENGESTRÖM 2001, p.137, tradução nossa²⁵)

Nesse sentido, Souto (2013), ao buscar por transformações expansivas nos sistemas de atividade analisados em sua pesquisa, considera as contradições internas (tensões) como “molas propulsoras potenciais, as quais fazem com que novos estágios qualitativos e formas de atividades possam emergir como soluções” (SOUTO, 2013, p.59).

3.4.3 Aprendizagem expansiva

Partindo da Teoria da Atividade, utilizando dados fornecidos em teorias sociológicas clássicas, Engeström (2016) elabora uma pesquisa de construção de categorias, cujo objeto é “[...]o desenvolvimento histórico da aprendizagem e da expansão humanas” e desenvolve a noção de Aprendizagem Expansiva como um princípio da Teoria da Atividade (ENGESTROM, 2016, p. 38).

Nessa concepção de aprendizagem, o autor coloca como objeto da atividade de aprendizagem **o desenvolvimento de uma nova atividade**, impulsionada por **contradições internas**, em um ciclo de expansão que também pode ser visto como um deslocamento na zona de desenvolvimento proximal.

A essência da atividade de aprendizagem é a produção objetiva e socialmente, de novas estruturas de atividade (incluindo novos objetos, instrumentos, etc.) a partir de ações que manifestam as contradições internas de formas precedentes da atividade em questão. A atividade de aprendizagem é um *domínio da expansão das ações para uma nova atividade*. Enquanto o tradicional ir-à-escola é essencialmente uma atividade de produção-de-sujeito e a ciência tradicional é essencialmente uma atividade de produção-de-instrumentos, a atividade de aprendizagem é uma *atividade de produção-de-atividade* (ENGESTRÖM, 2016, p. 150, grifo do autor).

O conceito de zona de desenvolvimento proximal foi introduzido por Vygotsky como sendo a distância entre a resolução do problema com orientação/colaboração e a resolução independente do problema (ENGESTRÖM, 2016). Engeström (2016, p. 199) interpreta esse conceito, tomando-o como “[...] a distância entre as ações cotidianas dos indivíduos e as formas historicamente novas da atividade social que podem ser geradas coletivamente como uma

²⁵ Activities are open systems. When an activity system adopts a new element from the outside (for example, a new technology or a new object), it often leads to an aggravated secondary contradiction where some old element (for example, the rules or the division of labor) collides with the new one. Such contradictions generate disturbances and conflicts, but also innovative attempts to change the activity.

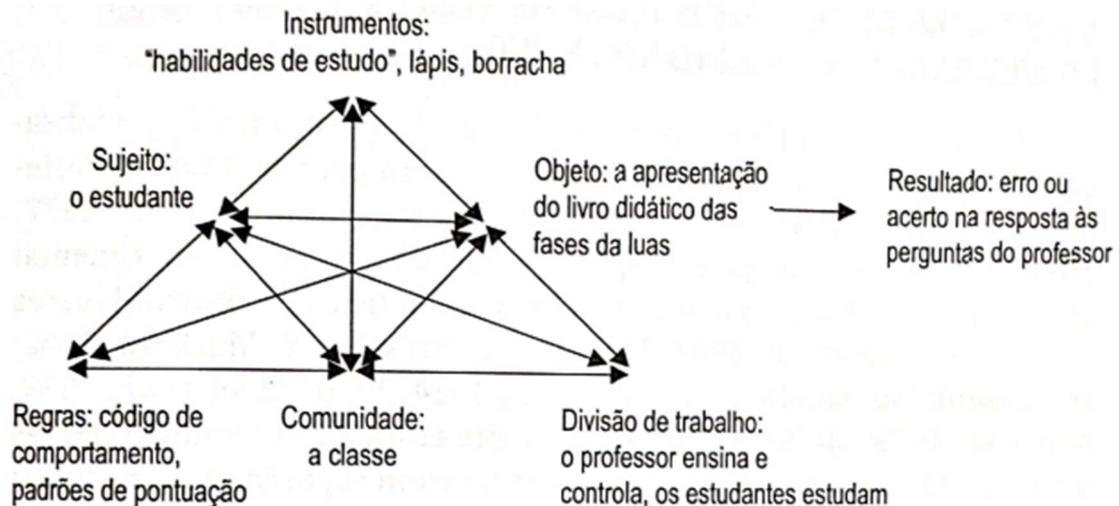
solução para o duplo vínculo potencialmente incorporado nas ações cotidianas”. Para esse autor, a expansão de um objeto em seu sistema de atividade rompe com as limitações da atividade existente, promovendo uma viagem pela zona de desenvolvimento proximal (ENGESTRÖM, 2016).

Em uma análise da evolução cultural da aprendizagem humana, Engeström (2016), ao considerar o sistema de atividade ir-à-escola, pontua que, apesar da aprendizagem ser o objetivo da instituição escolar, o autor não verifica “um avanço qualitativo dentro da *atividade de aprendizagem*” nesse sistema (ENGESTRÖM, 2016, p. 126, grifo do autor). O autor critica a inversão entre o objeto e o instrumento no sistema do ir-à-escola, sendo o texto, reprodução escrita ou oral, tomado como objeto do sistema.

Na atividade de ir-à-escola, certas ações de aprendizagem são desenvolvidas sistematicamente. Em sentido amplo, ir-à-escola está a uma grande distância de uma atividade de aprendizagem. Os alunos permanecem como sujeitos de ações de aprendizagem separadas, e não em um sistema completo de atividade de aprendizagem. [...] Meu argumento é que o objeto de uma atividade de aprendizagem não pode ser reduzido a um texto (ENGESTRÖM, 2016, p. 129).

Engeström (2002) faz uma crítica à aula tradicional, com o uso apenas de livros didáticos na ilustração de fenômenos naturais. Como exemplo, o autor traz uma análise em livros didáticos, aprovados para o uso em escolas públicas, referente a forma como esses livros apresentam as fases da lua e os eclipses lunares e solares. O autor constata o uso de diagramas simples para a representação dos fenômenos e diferenciações mínimas entre os materiais analisados. Segundo Engeström (2002), essa abordagem não problematiza e nem estabelece conexões, sendo os textos objeto da atividade ao invés de serem instrumentos utilizados para entender o mundo. Para Engeström (2002), uma atividade de aprendizagem escolar na qual o texto pronto é o objeto e o conhecimento perde o sentido é um exemplo de encapsulação *da aprendizagem escolar*. Segue, abaixo, sistema de atividade de encapsulação de aprendizagem apresentado por Engeström (2002):

Figura 4 – Sistema de atividade de encapsulação da Aprendizagem



Fonte: Engeström (2002), p. 183

Uma das propostas trazidas por esse autor para romper com essa encapsulação é a aprendizagem por expansão:

[...] na aprendizagem expansiva, o próprio contexto da aprendizagem é alterado. A aprendizagem escolar se reorganiza reflexivamente como um sistema de atividade [...] Em suma, a aprendizagem expansiva propõe romper a encapsulação da aprendizagem escolar expandindo o objeto da aprendizagem para incluir as relações entre o texto escolar tradicional, o contexto de descoberta e o contexto de aplicação prática, assim *transformando a própria atividade de aprendizagem escolar desde dentro*. (ENGESTRÖM, 2002, p.195-196, grifo do autor)

Engeström e Sannino (2010) configuram como formas de aprendizagem expansiva a transformação do objeto da atividade; o movimento do sistema na zona de desenvolvimento proximal; a aprendizagem expansiva como ciclos de ações de aprendizagem; a aprendizagem expansiva como o rompimento de limites e criação de uma rede de comunicação; e como o movimento distribuído e descontinuado e intervenções formativas.

Inspirado em Bateson, que estabeleceu hierarquias de aprendizagem, Engeström (2001; 2016; 2018) classifica a aprendizagem em níveis um, dois e três, conforme especificação abaixo:

Aprendizagem I - caracterizada, basicamente, como um condicionamento.

Aprendizagem II- caracterizada como uma mudança da Aprendizagem I, oriunda de experiências no próprio ambiente, nas quais não existe um currículo explícito, mas existem regras e possibilidades que são testadas.

Aprendizagem III- caracterizada como uma aprendizagem expansiva, oriunda de contradições internas no sistema de atividade, na qual o contexto passa a ser questionado e um contexto mais amplo é construído coletivamente. “[...] aprendizagem III, ou aprendizagem

expansiva, é muito mais do que aprender algo que está dado, mas você constrói uma nova atividade²⁶” (ENGESTROM, 2018).

Para Engeström (2016), o objeto da atividade de aprendizagem é “a prática social produtiva, ou a vida-mundo social, em sua total diversidade e complexidade” (ENGESTROM, 2016, p. 151). Engeström (2016, p. 32), ao colocar que a “alternativa para as formas reativas de aprendizagem é a expansão que transcende o contexto dado”, defende a análise e moldagem de atividades expansivas, e acrescenta ainda que “a expansão pode conduzir ao autoconhecimento e a uma consciência verdadeiramente ampliada” (ENGESTROM, 2016, p. 33).

3.5 REFERENCIAL PARA RESPONDER A NOSSA PERGUNTA DE PESQUISA

Ao buscar responder à pergunta **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?**, esperou-se encontrar indícios nas ações dos alunos da constituição de um sistema de atividade coletivo, conforme unidade mínima de análise proposto por Engeström (2001). Por meio da análise dos discursos, tentaremos identificar manifestações que indiquem a ocorrência de contradições internas que possibilitem transformações, especialmente as que ampliem esse sistema, ou seja, em uma atividade de produção de conhecimento com maior sentido para os alunos.

O embasamento teórico utilizado, na presente pesquisa, para análise dos dados produzidos em um ambiente de desenvolvimento de projetos de Modelagem e produção de PMD, apoia-se na Teoria da Atividade, por entender que existe uma estreita relação entre as concepções que adotamos neste estudo com os fundamentos dessa teoria. Em primeiro lugar, porque, ao adotarmos uma concepção de Modelagem por projetos, na qual o interesse dos alunos é trazido para a aula por meio da escolha dos temas para a investigação, buscamos provocar um movimento que ofereça uma ruptura na encapsulação da aprendizagem escolar com essa estratégia pedagógica.

Ainda nessa perspectiva, procuramos oportunizar um ambiente para os alunos no qual o objeto da atividade não é o texto pronto com respostas conhecidas, mas sim, algo a ser determinado ao longo do projeto de Modelagem e da produção da PMD. Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 27) salientam a importância de passarmos dos “problemas com respostas

²⁶ Tradução nossa. Vídeo do YouTube <https://www.youtube.com/watch?v=4uuwDcZpv04> 8m46s à 8m57s.

definidas para situações sem ‘perguntas matemáticas’” ao desenvolvermos Modelagem Matemática.

Segundo, porque entendemos que o uso das tecnologias interfere no conhecimento produzido (BORBA; VILLARREAL, 2005; SOUTO, 2013; 2014) Para Souto (2013), o conhecimento não é transmitido e nem descoberto, mas produzido. E o processo de produção de conhecimento “é permeado por interações coletivas, em que as mídias são parte constitutiva, na medida em que contribuem para a reorganização do pensamento” (SOUTO, 2013, p. 87). De acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), o uso dos *smartphones* dos alunos, conectados na internet rápida, é um cenário em sinergia com a PMD, que possibilita ao diálogo matemático extrapolar as paredes da sala de aula.

Ao utilizar o construto seres-humanos-com-mídias e a Teoria da Atividade, Souto (2013, 2014) mostrou que existem convergências entre esses dois referenciais teóricos. Como já falamos, a noção de moldagem recíproca é uma das ideias do construto, segundo a qual ao mesmo tempo em que moldamos as mídias também somos moldados por essas tecnologias. De forma análoga, a Teoria da Atividade nos fala sobre as trocas recíprocas, mútuas, que ocorrem ao nos relacionarmos com o mundo; ao mesmo tempo em que influenciamos o ambiente, também somos influenciados por ele.

Outro ponto relevante é que, ao desenvolver o construto seres-humanos-com-mídias e considerar que todos desempenham um papel central na produção do conhecimento, Borba vai ao encontro com as proposições de Leontiev (1978), que tornou a atividade coletiva e atribuiu um papel significativo aos artefatos (SOUTO, 2013, 2014). Outra relação feita por Souto (2014) é que o construto seres-humanos-com-mídias baseia-se na Reorganização do Pensamento de Tikhomirov, a qual considera que as mídias informáticas não substituem ou suplementam o pensamento, mas o reorganizam, sendo a Teoria da Atividade um dos alicerces para Tikhomirov conferir ao computador o papel de mediador da atividade humana.

E, em terceiro lugar, porque esperamos que esse conhecimento produzido seja comunicado por meio de uma Performance Matemática Digital, buscando uma proposta em que o aluno é ativo na produção de seu conhecimento (ao decidir o tema, ao formular o problema no projeto de Modelagem) e também na comunicação desse conhecimento (ao elaborar um enredo pensando em como comunicar as principais ideias trabalhadas).

Finalmente, consideramos que a Teoria da Atividade é uma lente teórica que nos permitirá desvendar o desenvolvimento dos projetos pelos alunos, iluminando suas compreensões e também suas dificuldades.

4 METODOLOGIA DE PESQUISA

Este capítulo está dividido em cinco seções. Na primeira seção, apresentamos a abordagem utilizada nesta pesquisa, a justificativa para a sua escolha, e nossa visão de mundo e conhecimento. Na segunda seção, apresentamos o cenário em que desenvolvemos esta pesquisa. E a terceira seção é formada pelas etapas do trabalho proposto aos alunos. A quarta seção, colocamos como os dados deste estudo foram produzidos. E na quinta, e última seção, apresentamos nosso método para produção e análise dos dados.

4.1 ABORDAGEM DA PESQUISA

Na presente pesquisa, desejando entender como a atividade dos alunos se constitui durante o desenvolvimento do projeto de Modelagem e da produção da PMD, buscamos respostas para a seguinte questão: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?** Diante dessa indagação, considerando nosso referencial teórico, observamos as interações e manifestações dos alunos em um possível sistema de atividade. Nesse sentido, entende-se que é necessária uma abordagem de pesquisa que nos permita uma análise aprofundada dos dados produzidos.

Goldenberg (1997, p. 55), em uma comparação entre abordagem quantitativa e qualitativa, destaca que, na abordagem qualitativa, a intensidade substitui a quantidade por meio de uma “imersão profunda” para compreensão dos dados. Conforme Bicudo (2012, p. 117), na pesquisa qualitativa “[...] privilegiam-se descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas de observações e outros procedimentos que deem conta de dados sensíveis, de concepções, de estados mentais, de acontecimentos, etc”.

Borba, Almeida e Gracias (2018), observam que a pesquisa qualitativa envolve procedimentos como: observação em campo, entrevistas, filmagens, anotações em caderno de campo, entre outros, os quais, em conjunto com a visão de conhecimento do pesquisador, compõem a metodologia de pesquisa. Borba (2004, p. 3) afirma que a pesquisa qualitativa é uma forma de “conhecer o mundo que se materializa fundamentalmente através dos procedimentos conhecidos como qualitativos”.

Considerando a natureza de nossa pesquisa e as colocações dos autores acima citados, entendemos que a metodologia de pesquisa qualitativa é a abordagem que melhor oferece elementos com os quais possamos responder a nossa questão diretriz.

4.1.1 Visão de mundo e conhecimento

Borba, Almeida e Gracias (2018) observam que a escolha da metodologia de ensino está intimamente ligada à visão de conhecimento do pesquisador.

[...] de maneira bem resumida, podemos dizer que a metodologia de ensino se concretiza pela aplicação dos métodos de Ensino em seus pressupostos teóricos e que a metodologia utilizada pelo professor está relacionada a sua visão de mundo e de conhecimento. Essa metodologia é passível de mudanças quando ao professor é possibilitada uma reflexão sistemática sobre sua prática profissional [...] (BORBA; ALMEIDA; GRACIAS, 2018, p. 40)

Conforme afirmam os autores, a metodologia de ensino é passível de mudanças. E é preciso lembrar que este estudo é fruto de uma busca por mudanças, oriundo de uma reflexão constante sobre o ensinar e o aprender em sala de aula, sobre as práticas pedagógicas e práticas de vida, e sobre como relacioná-las de forma a produzir conhecimento com sentido para os alunos, de acordo com suas experiências.

Com relação à nossa visão de mundo, consideramos o mundo constituído pelas interações do homem no tempo-espaço, de acordo com suas necessidades e interesses, em uma relação de transformação recíproca, em que o homem e o meio se desenvolvem. Quanto ao conhecimento, entendemos, aqui, como tudo aquilo que favorece o desenvolvimento dessas interações ao longo/decorrer dessa dimensão. Em outras palavras, o conhecimento possibilita as interações do homem com o meio, mas, ao mesmo tempo, dessas interações se produz o conhecimento.

Nessa perspectiva, nossa visão de mundo e conhecimento está estritamente associada ao nosso referencial teórico, à ideia de moldagem recíproca presente no construto seres-humanos-com-mídias (BORBA, VILLARREAL, 2005), na qual, à medida em que os seres humanos moldam as mídias, também são moldados na sua utilização; e, além disso, a noção de mediação apresentada pela Teoria da Atividade, uma teoria que rompe com as correntes da psicologia subjetivista, como também da psicologia objetivista, buscando o entendimento sobre os processos decorrentes da relação do homem com o meio que o cerca, mediado por artefatos estão em harmonia com nossa visão de mundo e conhecimento (PICCOLO, 2012).

Neste estudo, ao desejarmos observar como a atividade dos alunos se constituiu ao desenvolverem projetos de Modelagem e produzirem PMD, buscamos estudar suas ações, suas interações com e no ambiente que foi formado, com as mídias que foram utilizadas durante a aplicação da pesquisa, considerando a mediação em um sistema de atividade coletivo e dirigido para o objeto.

4.2 CENÁRIO DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada com alunos de duas turmas de nono ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública de Porto Alegre, RS. Nessa escola, os alunos são atendidos do jardim de infância até o término do ensino fundamental. No turno da manhã, funcionam as turmas do primeiro ao quarto ano do ensino fundamental; e, no turno da tarde, estão concentradas as turmas referentes aos anos finais do ensino fundamental. Também existem, no turno da noite, turmas voltadas para a Educação de Jovens e Adultos. Considerando-se todas as turmas, são aproximadamente mil e duzentos alunos matriculados e cerca de cem professores distribuídos nos três turnos de funcionamento da escola.

Com relação à infraestrutura, a escola possui 26 salas de aulas distribuídas em dois prédios, além do prédio contendo a direção, secretaria, biblioteca, sala dos professores, coordenação de turno e supervisão, três quadras poliesportivas, laboratório de informática, sala com recursos multimeios (televisão, projetor, DVD, CPU) e refeitório. As tarefas realizadas pelos alunos durante a aplicação desse projeto utilizaram alguns desses espaços, conforme iremos relatar no capítulo destinado à aplicação e análise dos dados.

Todos os encontros relatados na presente pesquisa ocorreram durante o horário regular das aulas de matemática, no turno da tarde. A maioria dos encontros corresponderam a uma aula composta por dois períodos de matemática, com duração de quarenta e cinco minutos cada.

A turma A era formada por vinte e quatro alunos e a turma B era composta por vinte e cinco, todos regularmente matriculados, com idades entre 14 e 15 anos, em sua maioria.

Para o desenvolvimento dos projetos de Modelagem e das PMD, foram realizados dez encontros com a turma A e nove encontros com a turma B. Quase todos esses encontros ocorreram de forma sequencial, para que os alunos pudessem dar continuidade ao trabalho. O último encontro, destinado à apresentação das produções feitas pelos alunos, foi realizado no último dia do ano letivo de 2018, contando com a participação das duas turmas em conjunto.

4.3 ORGANIZAÇÃO DA PROPOSTA DE TRABALHO COM OS ALUNOS

Considerando nossa proposta de desenvolver projetos de Modelagem e PMD como uma estratégia pedagógica, na qual os alunos são convidados a trazerem suas questões e problemas para investigação e exploração nas aulas de matemática, e, então, comunicando-os em uma produção. O trabalho com os alunos foi organizado em três etapas, as quais serão descritas nas

subseções seguintes.

4.3.1 Primeira etapa: investigando

A primeira etapa consistiu em convidar os alunos para participarem da pesquisa de mestrado, explicando a proposta para as aulas de matemática e em organizá-los em grupos, de quatro a cinco integrantes, para escolherem um tema para investigação. Após a definição do tema, os alunos foram convidados a explorá-lo por meio de um problema, de uma questão, algo que desejassem conhecer a respeito do tema de interesse, para tal, fizeram pesquisas, coletaram informações, produziram textos.

Com essa etapa, pretendíamos desenvolver projetos de Modelagem visando adotar uma estratégia que permitisse uma maior participação dos alunos no desenvolvimento dos trabalhos, ao mesmo tempo que favorecesse produção de conhecimentos, matemáticos ou não, com sentido para os alunos.

4.3.2 Segunda etapa: criando o enredo

Nessa etapa, os alunos foram convidados a produzir uma Performance Matemática Digital (PMD), ou seja, a comunicar as ideias matemáticas que emergiram durante a primeira etapa, de diferentes modos e com as diferentes mídias disponíveis, considerando a performance artística. Para a realização da atividade proposta, os alunos foram orientados a pensarem em um enredo, a partir do tema escolhido e do problema de investigação por eles formulado, contendo os conhecimentos que foram produzidos, os conceitos trabalhados. Os elementos característicos do cinema, como por exemplo emoção e surpresa, deveriam ser considerados na elaboração do enredo e na dramatização.

4.3.3 Terceira etapa: gravando!

Nessa etapa, os grupos deveriam realizar a gravação em áudio e vídeo de suas produções. Essas gravações foram editadas e passadas para a professora via *WhatsApp*, e-mail e por *pen drive*. A apresentação das PMD dos alunos, em um encontro com as duas turmas reunidas marcou a conclusão da última etapa do trabalho.

4.4 DADOS

Os dados que constam na presente pesquisa foram produzidos na aplicação da proposta do estudo com alunos de duas turmas regulares de nono ano do Ensino Fundamental, turmas nas quais a autora desta dissertação era professora titular de matemática. Sendo assim, como forma de minimizar a interferência nos dados produzidos, foram utilizadas diferentes formas para que pudéssemos descrevê-los em nossa análise.

Conforme Goldenberg (1997, p. 69) apregoa, utilizar diferentes formas de obtenção de dados permite “[...] a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo[...]”, em um processo denominado de triangulação dos dados, no qual, existe uma tentativa de conter o viés do pesquisador, admitindo que não existe neutralidade na pesquisa, independentemente de sua abordagem.

Todos os dados produzidos nesta pesquisa foram obtidos por meio de gravação em áudio, vídeo e anotações no caderno de campo e material produzido pelos alunos. Os equipamentos utilizados na produção foram uma câmera digital, tripé e *smartphone*. Os dados gravados nos telefones dos alunos foram disponibilizados via *WhatsApp* ou por e-mail. No caderno de campo foram registradas informações do andamento do trabalho e algumas manifestações dos alunos. Para as anotações no caderno de campo durante a aula, foram registrados, na forma de palavras-chave, as observações dos alunos no desenvolvimento do trabalho e algumas colocações; para as gravações em áudio e vídeo dos diálogos dos alunos, conforme orientação, os mesmos utilizassem seus celulares, de maneira que um dos integrantes do grupo pudesse disponibilizar o aparelho para a gravação durante toda a aula; para as gravações em vídeo dos encontros, utilizei minha câmera digital e um tripé.

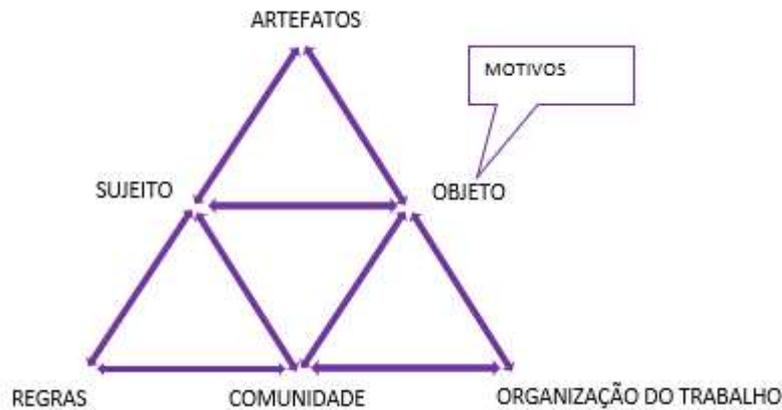
Os dados produzidos por meio das mídias dos alunos foram passados para a professora via *Bluetooth*, *WhatsApp* e por cabo USB para o *notebook*.

4.5 MÉTODO DE ANÁLISE

Para análise dos dados produzidos durante os encontros, a serem apresentados no próximo capítulo, a pesquisa apoiou-se no referencial teórico da Teoria da Atividade, buscando respostas à questão diretriz: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?**

Na pesquisa, ao analisar as manifestações discursivas dos alunos, suas ações e interações, pretende-se entender como a atividade dos alunos se constitui durante o desenvolvimento dos projetos de Modelagem e da produção da PMD, tomando como unidade mínima de análise, inspiradas no modelo proposto por Souto (2014), como um sistema coletivo constituído pelo sujeito, artefatos, comunidade, regras, organização do trabalho e objeto, conforme demonstra figura 5 abaixo:

Figura 5 - Unidade mínima de análise



Fonte: Elaborado pela autora

Além dos componentes propostos por Engeström (2011), também colocamos os motivos em um balão ligado ao objeto, pois são os motivos que levam o sujeito ao objeto da atividade. Considerando o método utilizado por Daniels (2011), que inclui questionamentos aos participantes de uma pesquisa na qual a Teoria da Atividade é aplicada, mostrando-se úteis na identificação de contradições sistêmicas e na observação do desenvolvimento do objeto ao longo do tempo (DANIELS, 2011), utilizaremos as questões propostas por Souto (2014) (“o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?”) como uma das formas de buscar aproximações para os motivos e o objeto da atividade dos alunos, que venha a se constituir durante a aplicação da proposta com Projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital. Salienta-se, no entanto, que tal método não é definitivo na identificação dos motivos e objeto da atividade. Observar negociações de objetivos nas ações dos sujeitos e pistas de moldagem recíproca são também indicativos de mudança nos motivos e objeto.

5 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

No presente capítulo, dedicamo-nos à apresentação e análise dos dados produzidos ao longo da aplicação do estudo por um grupo de alunos formados em uma das turmas nas quais realizamos a prática. Com relação à escolha do grupo para análise dos dados, ressalta-se que essa se deu em função dos seguintes critérios: todos os alunos do grupo entregaram os Termos de Consentimento e Assentimento devidamente assinados; os alunos ficaram envolvidos no trabalho proposto durante todas as aulas destinadas a sua realização; o repasse dos áudios gravados durante as aulas, pelos próprios alunos, foi maior do que os dados repassados pelos demais grupos, o que, de acordo com a pergunta que pretendemos responder com esta pesquisa: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?** à luz da Teoria da Atividade, permite que observemos as nuances de cada movimento que ocorreu no sistema da atividade do grupo em questão.

O capítulo está dividido em quatro seções, sendo a primeira seção destinada a caracterização das aulas de matemática antes da aplicação da presente pesquisa²⁷, pois, entendemos que, além do cenário da pesquisa, esse ponto, do qual partimos, justifica muitos dos movimentos que são tomados dentro do sistema de atividade do grupo analisado ao longo das etapas previstas no Capítulo de Metodologia. A segunda seção é destinada ao relato e à análise da apresentação do trabalho aos alunos da turma A e B. Na terceira seção, apresentamos o grupo e os dados por ele produzidos e nossa análise. A seção está dividida em nove subseções, de acordo com os encontros realizados com a turma a qual os alunos faziam parte. Quanto à quarta e última seção, são apresentadas conclusões sobre as contradições internas por nós identificadas.

Com essa organização, buscamos oferecer ao leitor uma compreensão de como eram as aulas de matemática anteriores a aplicação deste estudo e como esta proposta de trabalho foi desenvolvida por um grupo de alunos, ao longo dos encontros com as turmas, em um pretenso atendimento ao princípio da historicidade proposto por Engeström (2001) à Teoria da Atividade.

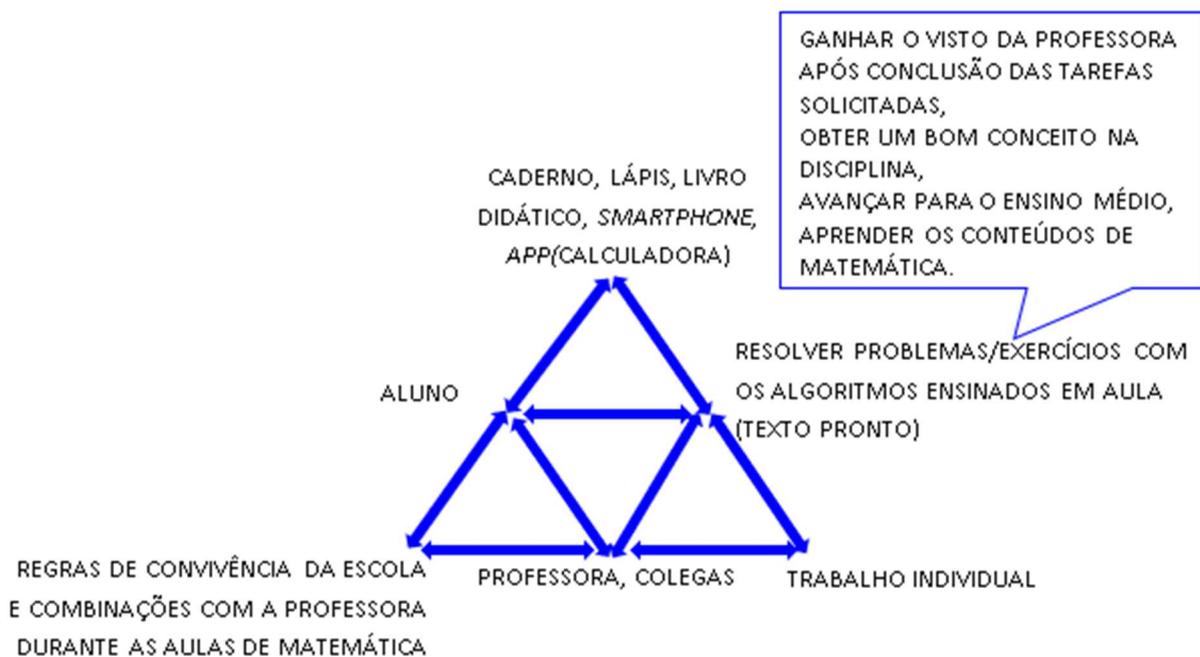
²⁷ A descrição constante na seção 5.1 é baseada na vivência da autora desta dissertação sobre suas aulas antes da aplicação deste estudo.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DAS AULAS DE MATEMÁTICA

As aulas de matemática para as turmas A e B eram, em sua maioria, compostas por aulas expositivas, contendo exercícios e problemas matemáticos cujas respostas eram conhecidas. No que se refere às tecnologias que eram utilizadas, a maior parte estava concentrada no quadro, em material impresso (como o livro didático) e em material para anotação dos alunos (caderno). Quanto à utilização de tecnologias digitais, os *smartphones* dos alunos estavam presentes a todo momento, porém, salvo algumas exceções, não eram utilizados para pensar em como resolver os problemas matemáticos. Os alunos utilizavam o aplicativo calculadora em algumas ocasiões, como, por exemplo, para resolver operações básicas ou verificar resultados já calculados.

Nessa dinâmica, as regras para atingir um conceito satisfatório na disciplina de matemática, considerando o que era avaliado e a forma de avaliação, eram colocadas no início do ano letivo pela professora. Fazer todas as tarefas propostas e manter um caderno com as anotações, os exercícios e os cálculos feitos em aula faziam parte dos itens avaliados. Inspiradas no sistema de atividade apresentado por Engeström (2002), no qual o autor coloca como um exemplo de *encapsulação da aprendizagem escolar*, conforme consta em no capítulo de Referencial Teórico (figura 4) desta dissertação, apresenta-se, a seguir, um modelo do sistema de atividade das aulas de matemática antes da realização desta pesquisa, na figura 6 abaixo:

Figura 6 - Sistema de atividade das aulas de matemática



Fonte: Construído pelas autoras com base em Engeström (2002)

Nesse sistema, o componente sujeito era formado pelo aluno (e podem ser considerado qualquer um dos alunos das turmas). Fazia parte dos artefatos, com os quais os alunos se dirigiam ao objeto da atividade, o caderno (utilizado nas aulas para anotações e realização das tarefas), o livro didático e aplicativos no *smartphone*, em especial a calculadora, utilizada algumas vezes para fazer cálculos e/ou conferir resultados. A câmera fotográfica também era utilizada em alguns momentos para capturar registros no quadro. Naquele ano letivo de 2018, os alunos tinham sido orientados a baixarem o aplicativo GeoGebra em seus aparelhos, para verificarem o comportamento gráfico das equações de segundo grau dadas em exercícios.

Como regras, ou seja, as normas que regulam a atividade, identificamos as regras de convivência na escola, que são discutidas e negociadas entre direção, grupo de professores e pais (como comportamento adequado na escola, respeito para com os colegas, funcionários e professores, cumprimento dos horários de aula, entre outros). Essas regras eram acrescidas das combinações com a professora da disciplina de matemática, uma vez que cada professor possui autonomia para realizar acordos com seus alunos, conforme suas práticas de ensino, de forma que essas combinações sejam tomadas como regras durante uma determinada aula. No caso das aulas de matemática, as regras eram colocadas no início do ano letivo, assim como as formas de avaliação ao longo do trimestre para que os alunos atingissem um conceito satisfatório na disciplina, e a dinâmica padrão das aulas.

Como comunidade, que compartilha o objeto com o sujeito, estão a professora e os colegas da turma. Como o trabalho era realizado individualmente, embora os alunos estivessem sentados em duplas e trocassem informações com seus colegas, o componente organização do trabalho está identificado como trabalho individual, pois, em sua maioria, as tarefas eram organizadas de forma que cada aluno deveria realizá-las em seu caderno, apresentando as respostas individualmente para correção pela professora.

Orientando-nos pelas perguntas “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?”, conforme Souto (2014), a fim de identificar aproximações para o motivo e o objeto da atividade nas aulas de matemática antes da aplicação deste estudo, encontra-se, como possíveis motivos, de acordo com a observação participante da autora, ganhar o visto da professora após conclusão das tarefas solicitadas, obter um bom conceito na disciplina, avançar para o Ensino Médio e aprender os conteúdos matemáticos. E, partindo desses motivos, associando a pergunta “o que os alunos estão trabalhando?”, identifica-se como objeto: resolver os problemas matemáticos e exercícios apresentados pela professora, utilizando os algoritmos

ensinados em aula. Esses “problemas” tinham respostas determinadas e soluções conhecidas, ou seja, faziam parte de um texto pronto.

5.2 PROPONDO O TRABALHO

Ao convidar os alunos para participarem da pesquisa de mestrado, foram apresentados, a eles de forma resumida, as três etapas planejadas para desenvolvimento do trabalho, com destaque para a escolha de um tema de interesse, algo que desejassem investigar ou que representasse um problema, alguma questão para a qual desejassem resposta. Considerando a forma como as aulas eram ministradas, com textos prontos e questões/problemas cujas respostas eram conhecidas, a proposta representada pela pesquisa era algo diferente do que eles estavam habituados nas aulas de matemática. Engeström (2016), ao analisar a aprendizagem no sistema de atividade ir-à-escola, critica a maneira como o texto se torna o objeto desse sistema de atividade, pontuando:

A peculiaridade essencial do ir-à-escola como atividade dos educandos é a estranha ‘reversão’ do objeto e instrumento. Nas práticas sociais, o texto (incluindo o texto de algoritmos aritméticos) aparecem como um instrumento secundário geral. No ir-à-escola, os textos assumem o papel do objeto [...] No caso dos educandos, eles receberam de seu professor um conjunto pronto de noções e habilidades sem se perguntarem a respeito das premissas universais de seu surgimento e função. Além disso, eles dominam essas noções por meio de exercícios contínuos, se adaptando a modelos prontos [...] (ENGESTROM, 2016, p. 127-128)

De acordo com esse autor, ao tornar o texto um objeto no sistema de atividade ir-à-escola, ocorre um distanciamento entre uma atividade de aprendizagem e uma atividade de ir-à-escola, pois, enquanto na atividade de aprendizagem o objeto é uma nova atividade, na atividade de ir-à-escola o objeto se resume ao texto. Buscando romper com uma prática que valorizava o texto pronto, foram apresentados aos alunos a proposta de trabalho para as aulas seguintes.

Os alunos também foram informados sobre a possibilidade de utilização das diferentes mídias disponíveis na realização do trabalho, como também sobre o fato de os trabalhos desenvolvidos não serem alvo de atribuição de conceito na disciplina de matemática, dessa forma, entende-se que se deixaram os alunos livres pensarem em suas questões, sem a preocupação com a avaliação para a disciplina.

Para começar o trabalho, foi solicitado aos educandos que se organizassem em grupos de quatro integrantes. Nesse momento, verificou-se a formação dos grupos de acordo com suas amizades, o que, de certa forma, já era esperado. Araújo (2002), ao propor o trabalho para os

estudantes do Ensino Superior, em uma disciplina de Cálculo, também observou que os grupos foram formados de acordo com suas afinidades. Diante da solicitação dos alunos, alguns grupos foram formados com cinco integrantes.

Na sequência, eles foram convidados a pensar em um tema que gostariam de investigar, algo que lhes instigasse o interesse em conhecer e saber mais informações, deixando claro que não existia necessidade de se preocuparem com a relação existente entre o tema a ser escolhido e a matemática, pois, caso algum tema tivesse uma relação com a matemática, poderíamos verificar isso durante a investigação. No entanto, havia uma preocupação inicial, por parte dos grupos, em conseguir relacionar a matemática ao tema a ser escolhido.

Em um grupo da turma A, uma das alunas respondeu, em tom de dúvida, ao ser questionada pela professora sobre o tema escolhido pelo grupo:

Gisele: A gente não sabe o que pesquisar... (registro no caderno de campo em 07/11/2018).

E um aluno de outro grupo, da mesma turma, colocou:

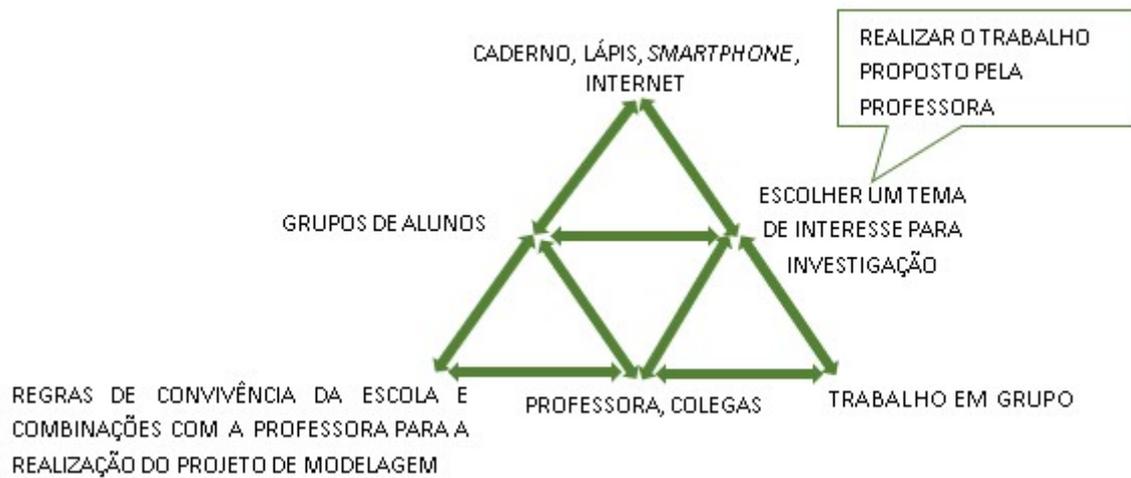
Emílio: Eu peguei porcentagem porque eu não entendi direito (gravação em vídeo do dia 07/11/2018).

Essa preocupação em encaixar a matemática no problema a ser explorado foi claramente manifestada em uma questão, levantada por mais de um grupo, e que foi registrada no caderno de campo da seguinte forma: “*O que eu posso querer investigar de matemática?*”.

Malheiros (2008), em sua pesquisa, relata a preocupação e dificuldade que os alunos-professores apresentaram para eleger um tema com os quais pudessem desenvolver projetos de Modelagem. Com relação ao interesse dos alunos para desenvolver trabalhos com Modelagem Matemática, Barbosa (2001) explica que esse interesse pode ocorrer de forma não imediata à apresentação da proposta de trabalho pelo professor e que as práticas tradicionais podem inibir as práticas de Modelagem. Malheiros (2004, p.43) salienta a importância da forma como o professor convida os alunos para participarem desse ambiente investigativo, sendo necessário que “estudantes e professor possuam um diálogo aberto” para que o convite seja aceito. Analisando a colocação dos autores, observamos que, ao mesmo tempo em que os alunos aceitaram participar do trabalho proposto, não sabiam o que gostariam de investigar, tentando relacionar, de alguma forma, esse tema com a matemática, disciplina lecionada pela autora.

Elaboramos um modelo para representar a atividade dos alunos nesse momento inicial da aplicação deste estudo com as turmas A e B, conforme figura abaixo:

Figura 7 - Sistema de atividade dos alunos ao iniciar o trabalho



Fonte: Construído pela autora

Como sujeito do sistema, estão os grupos dos alunos. Como artefatos, mediando a relação dos grupos com o objeto, identificamos: caderno, lápis, os *smartphones* dos alunos e a internet, pois, alguns grupos já tinham escolhido o tema para o projeto e estavam realizando pesquisas na internet. E mesmo alguns grupos que não tinham escolhido, estavam pensando sobre um tema com os seus *smartphones*. As regras do sistema são as mesmas de convivência na escola e as combinações feitas com a professora para a realização do projeto de Modelagem. A comunidade, nesse momento, era composta pelos colegas da turma e a professora, pois esses compartilhavam o objeto da atividade já que todos os alunos das duas turmas participaram da proposta apresentada pela professora. A organização do trabalho, com essa proposta, passa a ser em grupo.

Utilizando as perguntas “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?” para nos aproximarmos dos motivos e do objeto dos grupos, identificamos como um motivo inicial: realizar o trabalho proposto pela professora e, diante desse motivo e considerando a necessidade de escolha de um tema para realizar o projeto, identificamos como possibilidade para o objeto: escolher um tema de interesse para investigação.

Em sua pesquisa, Araújo (2002) observou que alunos do curso de Engenharia Química manifestaram dúvidas com relação ao que o professor desejava quando participaram de um trabalho envolvendo projetos de Modelagem Matemática, que representava uma proposta “aberta”, com a qual eles não estavam acostumados. A autora faz uma distinção em seu estudo, de acordo com suas observações das aulas e entrevistas com os alunos, entre o que “o professor disse” e “o que os alunos escutaram”, verificando que muitas dúvidas sobre o que deveria ser feito foram apresentadas pelos alunos (ARAÚJO, 2002, p. 88).

De forma análoga, os alunos das turmas A e B, ao pensarem a respeito de um tema, pareciam não terem entendido a orientação passada de que o tema a ser escolhido não precisaria ser de matemática. O que “eu disse” para os alunos foi para não se preocuparem com a matemática, pois ela poderia surgir posteriormente, na investigação do tema, mas os “alunos escutaram” que precisavam achar um tema de interesse, na matemática, manifestado com perguntas como: “*O que eu posso querer investigar de matemática?*”.

Hermínio (2009), ao investigar “*O processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática*”, observa que as práticas didáticas adotadas ao longo da vida escolar dos alunos, em sua maioria com “[...] atividades fechadas, com perguntas e respostas, com direcionamento claro do que eles devem fazer e o que o professor espera que esses alunos façam”, faz com que os alunos se sintam inseguros quando a eles é delegada a escolha do tema no desenvolvimento de Projetos de Modelagem (HERMÍNIO, 2009, p.81). Conforme a autora:

No momento em que os alunos são conduzidos a essa atividade diferente, na qual são “atores principais” e o professor é um auxiliador no processo, existe um sentimento de insegurança e inconscientemente, os alunos buscam descobrir o que o professor espera que eles façam, tentando descobrir se há algum contrato didático implícito na fala do professor (HERMÍNIO, 2009, p. 84).

Observamos que os alunos das turmas A e B demonstraram insegurança no momento em que foram convidados a participar deste estudo e passaram a assumir um protagonismo que antes não lhes era delegado, sendo responsáveis pela tomada de decisões, inclusive quanto ao que iriam estudar. Além disso, houve uma tentativa de incluir a matemática no tema a ser escolhido, imaginando, talvez, que essa seria uma condição esperada pela professora. De acordo com o estudo feito por Hermínio (2009), a “palavra do professor” é uma das dimensões que influenciam na escolha do tema pelos alunos:

A ideia de relacionar o tema a ser escolhido com algo que o professor tenha mencionado, parece trazer os alunos mais próximos de algo que lhes é familiar, ou seja, eles buscam “responder” a algo que lhes é pedido, mesmo que este fato não seja consciente do aluno e mesmo que o professor não tenha dito nada com essa intenção (HERMÍNIO, 2009, p. 84).

Essa dimensão apresentada pela autora vai ao encontro da preocupação que observamos nos grupos em relacionar a matemática com o tema a ser escolhido, mas tem seu ápice quando dois grupos escolhem conteúdos matemáticos como tema do trabalho, a saber os temas porcentagem e equações de segundo grau, sendo que o conteúdo de equações do segundo grau havia sido trabalhado por mim antes de dar início a aplicação deste estudo; e o conteúdo de porcentagem, conforme os alunos, ainda não havia sido estudado.

Os alunos conheciam o funcionamento das aulas de matemática anteriores à proposta deste trabalho. Agora, possivelmente, tentavam descobrir como seria a dinâmica das aulas em função da proposta deste estudo. Dessa forma, podemos dizer que os alunos das turmas A e B manifestaram, além da insegurança na escolha do tema, uma preocupação em garantir que a matemática estivesse presente no trabalho, muito por conta da forma como as aulas de matemática eram ministradas, em uma influência do sistema antigo.

Considerando a insegurança no desenvolvimento de projetos de Modelagem, tal qual abordada por Hermínio (2009), é preciso dizer que também a observamos ao apresentar aos alunos uma proposta que se diferenciava das práticas adotadas, delegando responsabilidades que antes eram exclusivas da professora. Assim, identificamos, nas dúvidas trazidas pelos grupos e por nós registradas como a pergunta “*O que eu posso querer investigar de matemática?*” como uma manifestação de duplo vínculo.

De acordo com Engeström e Sannino (2011):

No discurso, os duplos vínculos são tipicamente expressos primeiramente por meio de perguntas retóricas indicando um beco sem saída, uma necessidade premente de fazer algo e, ao mesmo tempo, uma percepção de impossibilidade de ação. Essa impossibilidade é comumente expressa com a ajuda de perguntas retóricas desesperadas do tipo ‘O que podemos fazer?’ Um duplo vínculo é tipicamente uma situação que não pode ser resolvida por um indivíduo sozinho (ENGESTRÖM, SANNINO, 2011, p.374²⁸, tradução nossa).

Entende-se que a questão manifestada pelos alunos se tratava de um duplo vínculo, porque era uma questão retórica, que indicava uma impossibilidade de ação (encontrar um tema de interesse na matemática), um beco sem saída, diante de uma proposta pedagógica totalmente diferente das praticadas nas aulas de matemática. Representamos o duplo vínculo como uma possível contradição do sujeito em relação ao novo objeto da atividade dos alunos, a saber a proposta com projetos de Modelagem trazida pela professora, na qual os alunos deveriam escolher um tema de interesse para investigação. Segue, abaixo, figura 8 com a representação do modelo:

²⁸ In discourse, double binds are typically expressed first by means of rhetorical questions indicating a cul-de-sac, a pressing need to do something and, at the same time, a perceived impossibility of action. This impossibility is commonly expressed with the help of desperate rhetorical questions of the type “What can we do?” A double bind is typically a situation which cannot be resolved by an individual alone.

Figura 8 - Possível contradição no sistema dos alunos



Fonte: Construído pela autora com base em Engeström (2001), Engeström e Sannino (2011)

Conforme Engeström e Sannino (2011), é crucial o fato das contradições não serem observadas diretamente, mas apenas por meio de suas manifestações. Sendo assim, em nossa análise, consideramos os dilemas, conflitos, conflitos críticos e duplos vínculos, identificados no discurso dos alunos, como possíveis manifestações de contradições internas no sistema de atividade. Sendo essas representadas, inspiradas em Engeström (2001) e Engeström e Sannino (2011), por flechas duplas.

Como essas contradições são possibilidades que pretendemos verificar ao longo da análise, de acordo como desenvolvimento do projeto de Modelagem e da produção da PMD pelos alunos, essas flechas estão pontilhadas, como um indicativo de possibilidade.

5.3 O GRUPO AVIÕES

A justificativa para a escolha do referido grupo já foi colocada, mas gostaríamos de acrescentar que, ao se optar por um grupo apenas, entendemos que foi possível apresentar, com maiores detalhes, a evolução da atividade na realização das tarefas propostas para cada etapa do trabalho. Entendemos que, muito embora outras situações poderiam ser observadas na análise de outros grupos das turmas A e/ou B, ao escolhermos a análise detalhada de um grupo pretendíamos mostrar o desenvolvimento do trabalho considerando os princípios de Engeström (2001): unidade mínima de análise, historicidade, multivocalidade, contradições internas e transformações expansivas.

O grupo analisado era formado pelos alunos Carlos, Eduardo, Everton, José e Marcus²⁹, todos alunos da turma B, com idades entre 14 e 15 anos. Esses alunos tinham uma proximidade, pois quatro deles estudavam na mesma turma desde o sexto ano: Carlos, Eduardo, Everton e Marcus. O aluno José estudava na escola, mas passou a ser colega dos demais no sétimo ano do Ensino Fundamental. Todos os cinco alunos já tinham tido aula comigo durante o sexto ano.

Durante as aulas, os alunos Carlos e José sentavam em dupla na primeira fila, seguidos da dupla formada pelos alunos Everton e Marcus, e, na sequência, pelo aluno Eduardo, que sentava individualmente. Por vezes, o aluno José me pedia para que deixasse o aluno Eduardo ficar sentado junto com os alunos Everton e Marcus, de forma que pudessem resolver os exercícios da aula de matemática em grupo. Fora da sala de aula, no recreio ou em passeios organizados pela escola, esses alunos, normalmente, ficavam reunidos. Então, quando propus o trabalho a ser realizado em grupo, rapidamente esses alunos se organizaram, formando o grupo que denominamos como Grupo Aviões, e que, na sequência, iremos justificar a escolha pelo nome.

Para apresentarmos os dados produzidos pelos alunos do Grupo Aviões, a presente seção está dividida em nove subseções, sendo que cada subseção está destinada a apresentação e análise dos dados produzidos em cada um dos encontros para realização da pesquisa com os alunos da turma B. Dessa maneira, esperamos facilitar ao leitor o entendimento do desenvolvimento do trabalho pelos alunos, quando tomado em um sistema de atividade.

5.3.1 Primeiro encontro: à procura do tema

No primeiro dia de aplicação do projeto com a turma B, após explicações sobre a pesquisa e qual era a proposta para as aulas de matemática, os alunos se organizaram em grupos para que escolhessem um tema de seu interesse para desenvolver o trabalho. Essa investigação poderia ser realizada de acordo com a preferência dos alunos, em diversas mídias, no entanto, visto que muitos alunos levavam seus *smartphones* para a aula, imaginávamos que a pesquisa na internet seria a mais utilizada.

Os alunos do Grupo Aviões, assim como os demais grupos, ficaram inseguros nesse primeiro encontro com relação à escolha de um tema de interesse, que desejassem investigar, conhecer ou obter respostas. Alguns dos integrantes desse grupo cogitaram a possibilidade de pesquisarem sobre ventiladores, já que os alunos estavam sentados próximo a parede em que o

²⁹ Nomes fictícios para preservar a identidade dos participantes da pesquisa.

ventilador estava instalado e, na ocasião desse primeiro encontro, após o recreio, a temperatura dentro da sala de aula estava elevada. O aluno José brincou que iriam calcular o movimento das hélices do ventilador e, apesar de terem sido incentivados a realizarem uma pesquisa envolvendo esse utensílio, o aluno Carlos achou essa sugestão engraçada, mas não quis dar continuidade a essa ideia, demonstrando um certo desagrado em relação a esse tema, conforme colocação abaixo:

Carlos: A é... não... vamos pensar em outra coisa³⁰.

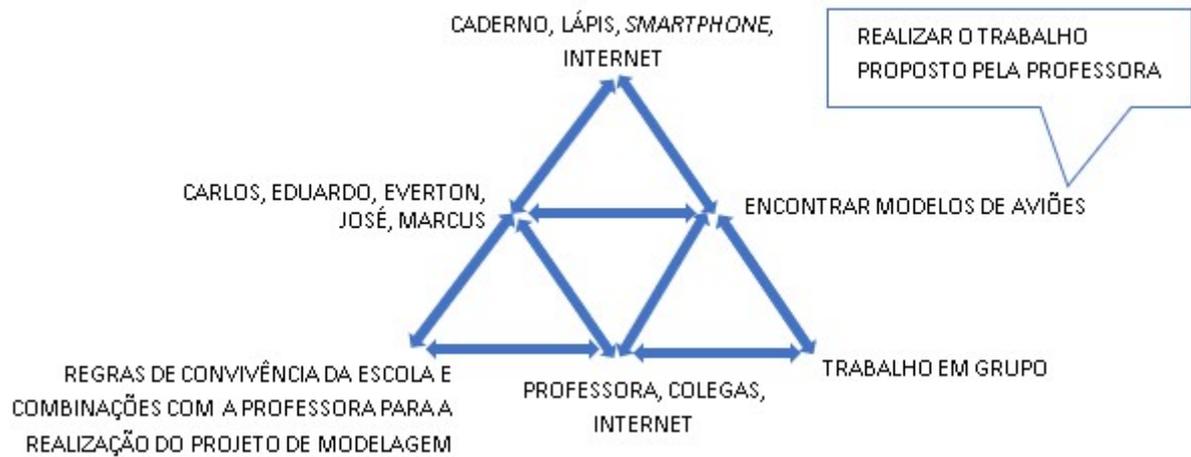
Após pensarem por algum tempo, os alunos decidiram pesquisar sobre modelos de aviões, um assunto que parecia interessar os integrantes do grupo. E é justamente a escolha desse tema que deu origem ao nome que colocamos nesse grupo como Grupo Aviões.

Escolhido o tema, os alunos precisavam iniciar sua pesquisa e, nesse caso, a melhor forma parecia ser com a internet, pois eles desejavam obter informações sobre modelos de aeronaves. Como os integrantes do grupo não tinham acesso à internet em seus *smartphones*, além de nem todos estarem com seus aparelhos, emprestei meu celular para que eles realizassem a pesquisa na internet nesse primeiro encontro. Os alunos começaram a escolher modelos de aviões que se interessavam, de forma que cada integrante do grupo ficasse responsável por coletar informações sobre um modelo diferente. Nesse momento, os alunos Carlos, José e Eduardo desejavam conhecer melhor alguns aviões dos quais já sabiam o nome do modelo. Os alunos estavam pesquisando na internet quando o aluno Carlos pediu que seus colegas anotassem as informações encontradas, demonstrando uma preocupação com o registro, ou seja, uma preocupação com o texto, mesmo sem a professora ter solicitado esse texto. Logo após, esse encontro com a turma B encerrou com o término da aula.

Considerando as ações do Grupo Aviões em um sistema de atividade, elaboramos um modelo para representar esse sistema, o qual denominamos como sistema de atividade 1, conforme figura 9, a seguir:

³⁰ Registro no caderno de campo da professora.

Figura 9 - Sistema de atividade 1



Fonte: Construído pela autora

Esse sistema foi elaborado considerando, unicamente, os dados analisados no primeiro encontro do Grupo dos Aviões para a realização do trabalho proposto para a turma B. Os integrantes do grupo, Carlos, Eduardo, Everton, José e Marcus, representam o sujeito dessa unidade, os quais estarão sempre nesse componente, salvo se algum aluno não participar da aula e não forem identificadas influências nas ações tomadas pelo grupo. O *smartphone* e a internet atuam como artefatos mediadores, assim como os cadernos e lápis (canetas) utilizados para as anotações.

Como comunidade no sistema de atividade do Grupo Aviões, que compartilha o objeto com o sujeito e, ao mesmo tempo, faz a mediação entre o sujeito e o objeto para o qual a atividade se dirige, além da professora e dos colegas, temos também a internet como parte desse componente, uma vez que foi nessa rede que os alunos buscaram informações sobre os modelos de aviões. Borba e Souto (2016) destacam o duplo papel desempenhado pela internet enquanto artefato e comunidade em um sistema de atividade, influenciando nos movimentos desse sistema e moldando a forma de produção de conhecimento matemático.

Quanto ao componente organização do trabalho, o mesmo foi organizado em grupo, de forma que cada integrante escolhesse um modelo de avião para pesquisar. No entanto, observamos alguns indícios de uma hierarquia no grupo, pois, apenas os alunos Carlos e José pesquisaram no *smartphone*; Carlos solicitou que os demais integrantes do grupo (Eduardo, Everton e Marcus) anotassem as informações que eram encontradas, além de vetar um tema relacionado a ventiladores, sugestão apresentada por José, conforme sua colocação “A é...não... vamos pensar em outra coisa”.

Como regras do sistema de atividade, tomamos as regras de convivência na escola e as combinações com a professora para realizar o projeto de Modelagem. Nesse primeiro encontro com a turma B, podemos considerar que a quantidade de alunos por grupo, a escolha de um tema de interesse para investigação, a utilização dos *smartphones* dos alunos e da professora para acesso da internet, são exemplos de algumas das combinações feitas para a aula.

Como motivo e objeto para a atividade dos alunos, ao responder as perguntas: "o que se está trabalhando?" e "o porquê se está trabalhando?" identificamos como um possível motivo inicial do grupo: realizar o trabalho proposto pela professora, pois, diante da proposta do trabalho os alunos escolheram um tema que queriam investigar, a saber, buscar informações sobre modelos de algumas aeronaves. E como objeto para o qual a atividade se dirige: encontrar modelos de aviões.

5.3.2 Segundo encontro: o problema

Para o segundo encontro com a turma B o laboratório de informática da escola estava reservado, de forma que os grupos pudessem dar continuidade às investigações dos temas usando os computadores com acesso à internet. Nesse dia, ao iniciar a aula, os grupos se dirigiram ao laboratório de informática, que é localizado em outro prédio da escola, e que, ao chegarem na sala, se organizassem, de forma que os integrantes de cada grupo ficassem reunidos em torno de um ou dois computadores, para que pudessem gravar o áudio de seus diálogos por meio do *smartphone* de algum integrante do grupo.

Os alunos do Grupo Aviões se organizaram em torno de um computador da seguinte maneira: os alunos Carlos e José ficaram na frente do computador. Everton colocou-se à esquerda de José e Marcus ao lado direito de Carlos, seguido do aluno Eduardo. Os alunos começaram a buscar, na internet, pelos nomes dos modelos de aviões que haviam escolhido, conforme extrato do diálogo abaixo, gravado pelo aluno Eduardo e passado para a professora via *Bluetooth*:

[00:00:24:12] Carlos: O avião comercial, daí tem o... o Hércules, aquele de caça... tá, a gente já fez já.
[...]
[00:01:02:15] José: Qual, é o Boeing 77?
[00:01:04:24] Marcus: Aham, avião de carga.
[00:01:06:24] José: É avião de comércio.
[...]
[00:01:11:21] Marcus: [...] o meu é o avião de carga, o meu é avião de carga.
[00:01:11:27] Carlos: Aqui que é o meu oh...Esse aqui é o avião comercial.
[...]
[00:03:53:00] Carlos: O de caça é de quem mesmo?

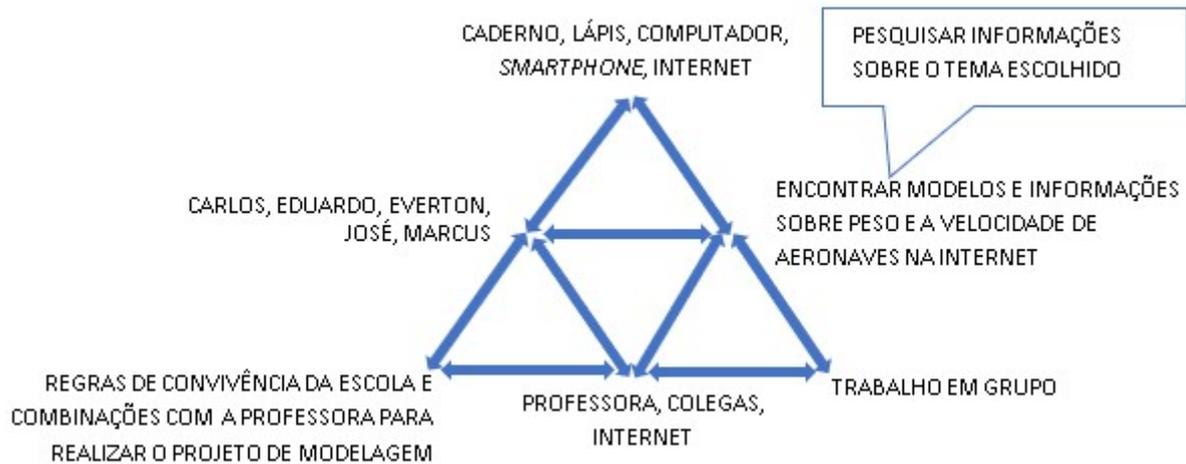
[00:03:53:00] José: É do Eduardo. O do Eduardo é o particular.
 [...]
 [00:04:21.12] Everton: Pode ser o rápido.
 [00:04:23.05] Carlos: O rápido?
 [00:04:24.11] Everton: É, o rápido.
 [00:04:26.24] José: Eu só vou botar avião de caça rápido
 [...]
 [00:04:29.07] Carlos: Não, bota o nome dele, F22, avião de caça rápido, e a velocidade dele é dois mil, quatrocentos e dez.
 [...]
 [00:05:16:16] José: Tá, o Boeing 77 já tá aqui já [...]ah, é o avião comercial
 [...]
 [00:05:32:10] José: Vê lá, sobe um pouquinho.
 [00:05:33:09] Carlos: Airbus.
 [00:05:35:11] José: Airbus tem esses dois aqui oh...vê qual é o ... 380.
 [...]
 [00:07:31:12] Eduardo: A tá...jatinho tem que ter... (gravação em áudio do dia 23/11/2018)

Além dos nomes dos modelos dos aviões, os alunos também estavam buscando informações referentes ao peso e a velocidade das aeronaves, conforme podemos observar nos extratos que seguem:

[00:00:29:14] José: Tá, a gente já fez, daí a gente tem que ver o peso.
 [00:00:30:06] Marcus: A gente já fez a velocidade.
 [00:00:32:04] Eduardo: O peso! O que que tem o peso?
 [00:00:33:18] José: O peso do avião, a tonelada.
 [...]
 [00:03:15:25] Carlos: Velocidade máxima aqui, oh.
 [00:03:16:24] José: A tá, foi mal, eu vi errado.
 [...]
 [00:03:35:02] José: Bota de novo lá: avião...velocidade do avião de caça.
 [00:03:38:22] Carlos: Não, eu coloco aqui avião de caça só.
 [...]
 [00:04:34:11] José: E o peso?
 [00:04:35:04] Carlos: O peso... é trinta e oito quilo... trinta e oito mil quilos (gravação em áudio do dia 23/11/2018).

Essas ações, nos sugerem uma mudança no motivo inicial da atividade, ou seja, nesse momento os alunos desejavam pesquisar informações sobre o tema escolhido, aviões. Elaboramos um modelo para representar a atividade do Grupo Aviões nesse início da aula, que iremos denominar como sistema de atividade 2, conforme figura 10 abaixo:

Figura 10 - Sistema de atividade 2



Fonte: Construído pelas autoras

Nesse sistema, identificamos como artefatos o *smartphone*, a internet e o computador, com os quais os alunos realizaram a pesquisa. Como comunidade do sistema, a professora, os colegas e a internet, pois a resposta à investigação dos alunos era fornecida por essa mídia, ou seja, houve uma mediação entre o sujeito e o objeto por meio da internet enquanto comunidade do sistema (SOUTO; BORBA, 2016). A organização do trabalho permanece em grupo.

Quanto às regras, identificamos as de convivência na escola e as combinações com a professora para realizar o projeto de Modelagem. Respondendo às perguntas "o que se está trabalhando?" e "o porquê se está trabalhando?", em busca dos motivos e objeto da atividade do Grupo Aviões, entendemos como motivo: pesquisar informações sobre o tema escolhido. E, como uma aproximação objeto, encontrar modelos e informações sobre peso e a velocidade de aeronaves na internet.

As informações referentes à velocidade e ao peso estavam sendo registradas pelo grupo no caderno, quando se iniciou uma tensão em relação ao modelo escolhido pelo aluno Eduardo e a não localização das informações referentes a esse modelo de aeronave por Carlos, de acordo com a forma de digitar no campo de busca na internet, conforme excertos abaixo:

[00:08:31:06] Eduardo: Qual o avião que vocês tão procurando?

[00:08:32:17] Carlos: O teu.

[00:08:32:15] José: O teu.

[00:08:33:07] Eduardo: O meu?

[00:08:34:09] José: É

[00:08:35:27] Eduardo: É jatinho, é só escrever jatinho cara...

[00:08:38:24] Carlos: Não aparece Eduardo, eu já escrevi já.

[00:08:42:11] José: É. Tem que mudar o nome.

[00:08:43:18] Eduardo: Aquele dia a gente viu tudo normal pelo celular.

[...]

[00:08:45:27] José: Tá, a gente descobriu a velocidade, mas agora o peso? o peso não acha.

[00:08:48:28] Eduardo: Ah, então põe lá, põe lá que aparece o peso.
 [00:08:52:20] José: Acho que não aparece não.
 [00:08:53:22] Eduardo: Vê lá, tenta vê Carlos.
 [00:08:55:20] Carlos: Já tá aqui, oh. O peso não aparece, pelo amor de Deus, qual foi a parte que tu não entendeu?
 [00:09:01:14] Eduardo: Põe assim oh: jatinho peso.
 [00:09:04:20] Marcus: Não aparece.
 [00:09:05:13] Carlos: É a mesma coisa Eduardo, olha ali, oh.
 [00:09:07:24] Carlos: Avião particular peso, jatinho particular, é a mesma coisa.
 [00:09:10:15] Eduardo: Mas não aparece.
 [00:09:12:13] José: Quer dizer que não tá buscando.
 [00:09:14:29] Eduardo: Aquele dia a gente achou...só que a gente achou...
 [...]
 [00:09:25:18] Eduardo: Pega o celular da sora e tenta vê Carlos.
 [00:09:30:03] Eduardo: A gente achou sobre o jatinho, olha aí.
 [00:09:34:28] Eduardo: Não, o Carlos tá sempre viajando.
 [00:09:36:04] José: Tá, peraí. Bota jatinho particular, acho que não é assim que a gente escreveu no celular da sora.
 [00:09:40:10] Eduardo: O Carlos botou só... avião particular.
 [00:09:42:23] Carlos: Aqui tá o peso oh, aqui tá oh...não é o peso, é a velocidade.
 [00:09:44:12] José: A velocidade.
 [00:09:45:15] Carlos: Tem que achar o peso, o peso não achei... eu pesquisei no celular da sora o... a velocidade e o peso. Tem que botar outro avião.
 [00:09:57:07] José: Outro avião Eduardo. Bota aviões. Bota avião. Escreve aviões.
 [...]
 [00:11:04:10] Eduardo: Oh, Carlos, jatinho oh...jatinho, não tem peso?
 [00:11:05:20] Carlos: Mas não fala o peso.
 [00:11:07:05] José: Só fala o número das pessoas que transposta.
 [...]
 [00:11:09:18] Eduardo: Aqui oh! pesquisa esse nome então oh: Eliardt 35. Aí tu vê o peso.
 [...]
 [00:11:16:00] Eduardo: Viu? Falei pra ti.
 [00:11:17:13] Marcus: Ali, peso vazio, quatro mil, quinhentos e noventa.
 [00:11:20:11] José: Tá, mas aí a velocidade?
 [00:11:21:26] Marcus: A velocidade máxima é oitocentos e cinquenta e três... Oitocentos e cinquenta e três.
 [...]
 [00:12:00:01] Eduardo: O negócio era procurar um nome de jatinho, aí a gente achou já (gravação em áudio do dia 23/11/2018).

Nesse extrato, identificamos uma manifestação discursiva de conflito em relação a utilização das mídias computador, *smartphone* e internet (artefatos) pelo grupo ao realizar a pesquisa sobre os modelos dos aviões. De acordo com Engeström e Sannino (2011, p. 373, tradução nossa³¹), “‘conflitos’ tomam a forma de resistência, discordância, discussão e crítica”, normalmente, com expressões de negação, como “não”, e sua resolução “[...] tipicamente acontece por meio de encontrar um compromisso ou submeter-se à autoridade ou a maioria” (ENGESTROM; SANNINO, p.374, tradução nossa³²).

³¹ “Conflicts” take the form of resistance, disagreement, argument and criticism.

³² [...]typically happens by means of finding a compromise or submitting to authority or majority.

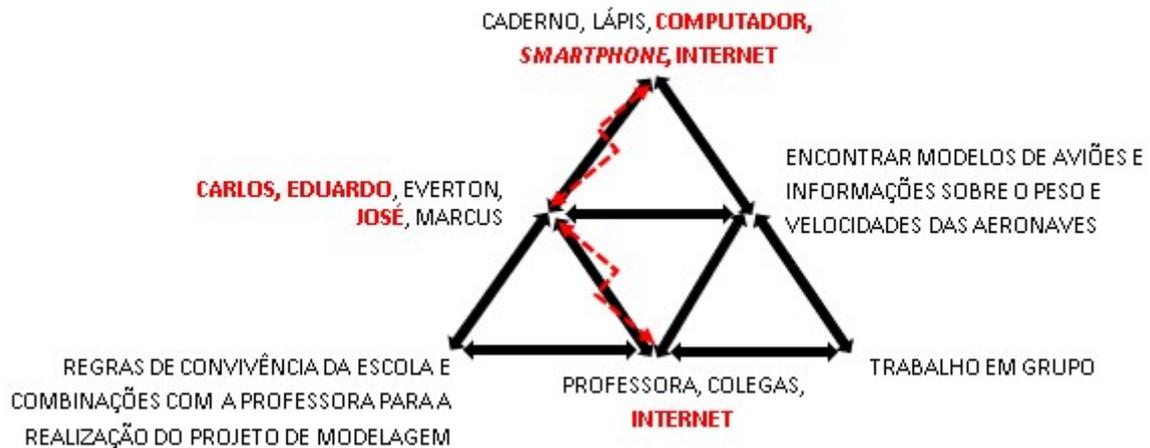
Colocações como *“Põe assim oh: jatinho peso”, “Avião particular peso, jatinho particular, é a mesma coisa”, “[...] acho que não é assim que a gente escreveu no celular da sora”, “O Carlos botou só... avião particular”, “ Bota jatinho particular, acho que não é assim que a gente escreveu no celular da sora”, “O negócio era procurar um nome de jatinho, aí a gente achou já”* manifestam discordância em relação à forma de pesquisar as informações desejadas na internet (palavras a serem digitadas no campo de busca do navegador). Ou seja, de acordo com os termos que os alunos utilizavam no campo de busca, a internet oferecia uma determinada resposta, e, como essa resposta não era a que os alunos desejavam, especialmente Eduardo, os mesmos passavam a elaborar novos termos para a busca.

Já as colocações *“Mas não aparece!”*, *“Aquele dia a gente achou...só que a gente achou...”*, *“Aquele dia a gente viu tudo normal pelo celular”*, *“A gente achou sobre o jatinho”*, *“Pega o celular da sora e tenta ver Carlos”*, do aluno Eduardo, dão a entender que mídias diferentes estavam apresentando resultados diferentes. Dessa forma, entendemos que as mídias digitais interferiram diretamente no movimento do sistema de atividade do Grupo Aviões nesse momento.

Na concepção de conhecimento trazida por Borba e Villarreal (2005), o conhecimento é produzido por um coletivo de seres-humanos-com-mídias, em uma perspectiva que afirma que, ao mesmo tempo em que moldamos essas mídias, também somos moldados por elas. Souto e Borba (2016) observaram que na utilização da internet para buscar informações, por um grupo de alunos, deu origem a um processo de moldagem recíproca que provou tensões no sistema de atividade do referido grupo e transformou o motivo da atividade.

No caso específico do Grupo Aviões, dependendo do que era digitado pelos alunos no navegador, obtinha-se uma resposta na internet, enquanto comunidade, e essa resposta influenciou nas ações tomadas pelos alunos, gerando um conflito que, por sua vez, também influenciou a forma como os alunos utilizavam as mídias. Segue, abaixo, modelo que representa essas possíveis contradições identificadas no sistema de atividade 2 do Grupo Aviões:

Figura 11 - Possíveis contradições no sistema de atividade 2



Fonte: Construído pelas autoras com base em Engeström (2001), Engeström e Sannino (2011).

Essas possíveis contradições internas estão representadas por meio de duplas flechas pontilhadas entre os componentes sujeito (Carlos, Eduardo e José) e comunidade (internet) e entre o componente o sujeito (Carlos, Eduardo e José) e o componente artefatos (computador, *smartphone* e internet). Destacam-se, nos artefatos, o computador, o *smartphone* e a internet, e no componente comunidade, a internet, tendo em vista a interação com essas mídias e influência dessas na contradição observada.

Após encontrarem as informações sobre os modelos dos aviões escolhidos, os integrantes do Grupo Aviões, diante da orientação passada para escolherem um tema de seu interesse, algo que remetesse a uma questão ou problema que desejassem investigar, esses alunos começaram a pensar em um problema que pudessem relacionar com o tema aviões, conforme extrato que segue:

[00:11:32:10] Carlos: Tá, deu. E agora? O que que a gente vai fazer?
 [00:11:43:16] José: Agora tem que criar um problema. O sora! Vem cá!
 [...]
 [00:12:42:29] Carlos: Tá, mas que problema que a gente vai fazer?
 [00:12:46:00] José: O Sora?
 [00:12:49:11] José: Bota aí: problemas de matemática de aviões
 [00:12:54:02] Carlos: Ah?
 [00:12:55:07] José: Problemas de matemática...
 [00:13:06:19] Carlos: Olha só, eu pensei num negócio aqui oh.
 [00:13:11:06] José: Problemas. Não, Wikipédia (gravação em áudio do dia 21/11/2018)

Posada (2015, p. 106) elenca como um dos momentos da modelagem a formulação, pelos alunos, a partir de um tema por eles escolhido, de “[...] alguma situação problemática que os leve à necessidade de criar argumentos para responder ou resolver a situação problemática formulada”. Porém, de acordo com os diálogos dos alunos, especialmente com a colocação de

José, “*Tá, mas que problema que a gente vai fazer?*”, observa-se a inexistência de um problema envolvendo o tema escolhido para o trabalho. No momento em que os alunos passaram a buscar um problema pronto, junto à comunidade (internet), que envolva aviões e Matemática, conforme a colocação de José: “*bota aí: problemas de matemática de aviões*”, verificamos não se tratar de uma questão ou situação decorrente da investigação, da exploração do tema pelos alunos.

Dalla Vecchia (2012) traz questões a respeito da compreensão de problema em Modelagem Matemática e, por meio da representação gráfica do campo direcional associado a uma equação diferencial, mostra seu entendimento sobre a formulação do problema em Modelagem Matemática como sendo algo com infinitas possibilidades. Para esse autor, no processo de determinação do problema “[...] há uma busca intencional pela compreensão da situação que vai se mostrando” (DALLA VECCHIA, 2012, p. 94). No caso dos alunos do Grupo Aviões, podemos dizer que a busca não se deu no sentido de compreensão da situação envolvendo as aeronaves e os dados que eles tinham acabado de pesquisar na internet, mas, provavelmente, na própria compreensão das etapas do trabalho.

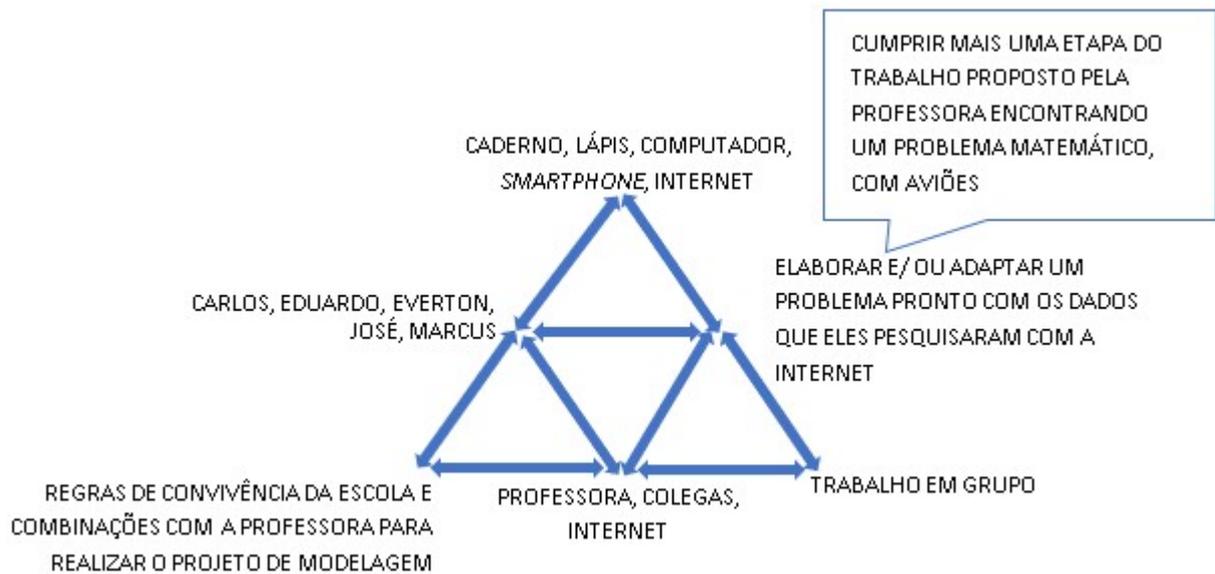
Segundo Posada (2015, p.33), ao pedirmos para os alunos que escolham um tema de seu interesse para pesquisa e que este “[...] dê conta de pelo menos uma pergunta ou situação problemática no contexto do tema escolhido, constitui-se de fato um problema, um real desafio para o pensamento dos alunos”. Esse autor ainda acrescenta:

Mesmo as pessoas tendo interesses, inquietações, questionamentos, somente a interação com o mundo é que as leva a querer aprofundar em algum tema em particular. Nem sempre estão cientes desses interesses e menos ainda criam a necessidade de investigar ou aprofundar em alguma problemática dentro desse tema (POSADA, 2015, p.33).

O que parece ter ocorrido com os alunos do Grupo Aviões, a saber, o problema de **encontrar um problema matemático, com aviões, para investigar e realizar o trabalho proposto pela professora.**

Nesse sentido, identificamos uma mudança no direcionamento da atividade, passando a ter como motivo para a atividade desse grupo: cumprir mais uma etapa do trabalho proposto pela professora encontrando um problema matemático, com aviões. E, buscando uma aproximação para o objeto dessa atividade, elaborar e/ou adaptar um problema pronto com os dados que eles pesquisaram com a internet, conforme modelo elaborado na figura 12, abaixo:

Figura 12 - Sistema de atividade 3



Fonte: Construído pela autora

Nesse modelo, no qual representamos o sistema de atividade 3 do Grupo Aviões, os demais componentes, regras, comunidade, organização do trabalho, sujeito e artefatos, de acordo com as ações dos alunos, permaneceram os mesmos já identificados no sistema de atividade 2, conforme figura 10.

Diante da dificuldade do grupo em pensar em um problema relacionado ao tema por eles escolhido, eu sugeri uma possível investigação relacionada à comparação do desempenho dos aviões, às vantagens e desvantagens entre os modelos, qual seria o mais indicado para realizar um determinado trajeto ou serviço? No entanto, essa sugestão foi rapidamente descartada, conforme colocação do aluno Carlos:

Carlos: Mas aí é um problema sem matemática (em tom de insatisfação)³³.

Com essa colocação do aluno, observamos que para Carlos garantir a presença da matemática, de forma explícita no problema, mostrava-se algo imprescindível. Mesmo eu já tendo orientado os alunos sobre a possibilidade de a matemática aparecer no trabalho em momento posterior, durante a investigação do tema ou para a resolução do problema por eles formulado, ou, até mesmo, não aparecer. Entendemos a manifestação de Carlos como a manifestação de um possível dilema vivenciado pelo aluno, a saber, desenvolver o projeto proposto por meio de um problema matemático (matemática explícita) vs. problema sem matemática (matemática implícita).

³³ Registro feito no caderno de campo da primeira autora desta dissertação.

De acordo com Engeström e Sannino (2011, p. 373, tradução nossa³⁴), dilema é manifestado por meio de troca de avaliações incompatíveis, “[...] comumente expresso na forma de barreiras e hesitações [...]”. Apesar de buscar pelas informações sobre o peso e a velocidade das aeronaves, Carlos não sabia em como utilizá-las no projeto, pois, desejava trabalhar com um problema com matemática explícita.

Malheiros (2008), em sua pesquisa, ao analisar as dissonâncias na elaboração dos Projetos de Modelagem, observa que:

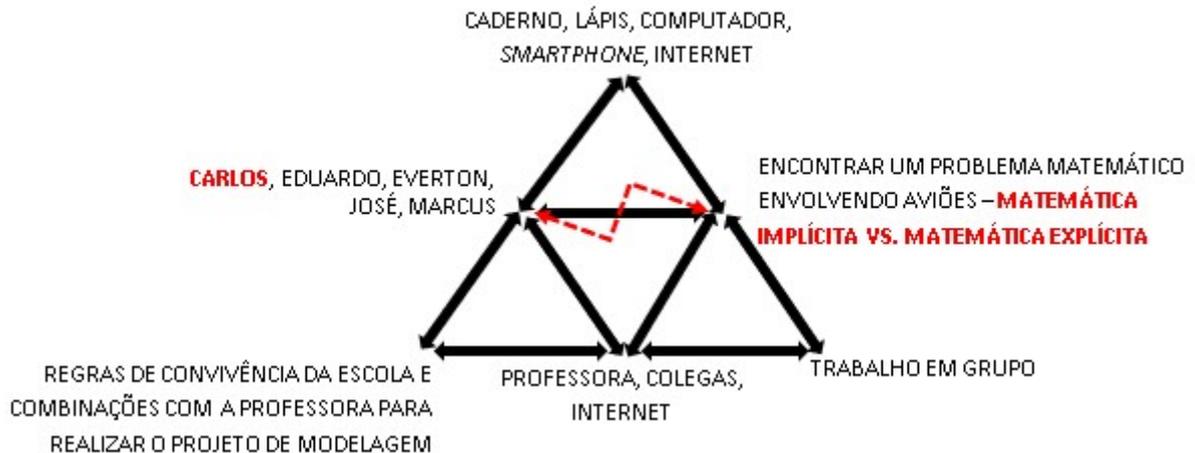
A excessiva preocupação com a presença da Matemática nos projetos de Modelagem, por algumas duplas, também contribuiu para que uma certa desarmonia ocorresse ao longo do processo de elaboração dos mesmos. O grande obstáculo era que os alunos-professores compreendessem que inicialmente era preciso escolher um tema, delimitar o foco, buscar informações para posteriormente relacioná-las com conteúdos matemáticos, os quais serviriam para elucidar, prever, etc. a temática em questão (MALHEIROS, 2008, p.137).

Na presente pesquisa, no caso do Grupo Aviões, essa preocupação é claramente manifestada por Carlos com a colocação “*Mas aí é um problema sem matemática*”, diante das ideias apresentadas por mim. Malheiros (2008, p.80) destacou que sua postura “era de não apresentar respostas aos alunos-professores e sim sugerir, questionar, dialogar e apresentar possibilidades para que eles decidissem qual o melhor caminho a ser percorrido, considerando os objetivos e metas que possuíam”. De forma análoga, após sugerir uma possibilidade para investigação, opção que não foi aceita, deixei que os alunos pensassem em como iriam relacionar os dados pesquisados, peso e velocidade, referentes aos modelos de aeronaves, apesar de visualizar a possibilidade da matemática surgir no desenvolvimento de um trabalho que envolvesse a comparação entre as aeronaves escolhidas pelos alunos.

Elaboramos, abaixo, modelo para representar o possível dilema que identificamos no discurso de Carlos, no sistema de atividade 3 do Grupo Aviões, conforme segue:

³⁴ [...] It is commonly expressed in the form of hedges and hesitations [...]

Figura 13 - Possíveis contradições no sistema de atividade 3



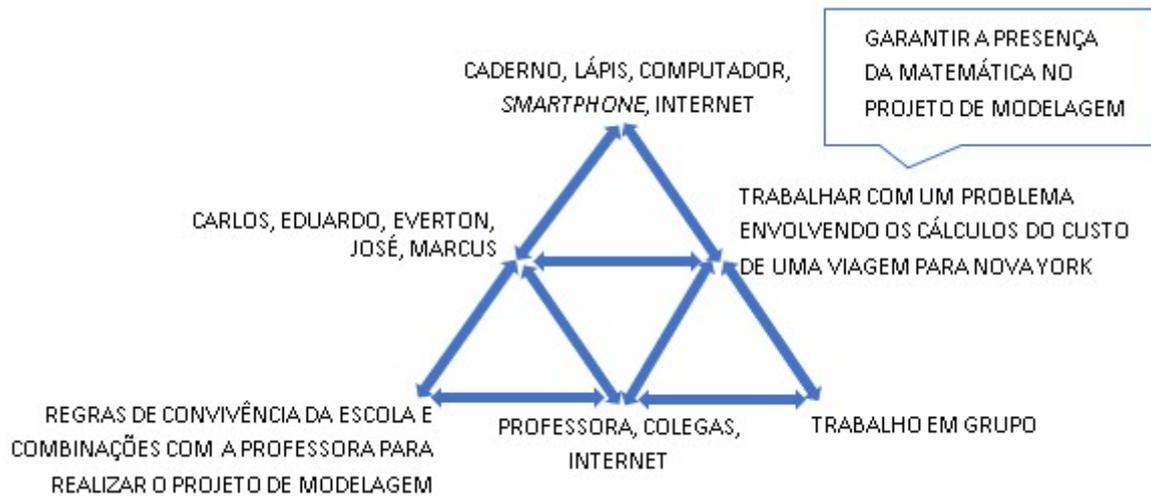
Fonte: Construído pelas autoras com base em Engeström (2001), Engeström e Sannino (2011)

Na figura 13, representamos o dilema - matemática implícita no problema vs. matemática explícita no problema - por meio de uma flecha dupla pontilhada, como uma possível contradição interna do componente sujeito (Carlos) em relação ao objeto da atividade do Grupo Aviões, a saber, encontrar um problema matemático envolvendo aviões.

Na continuidade da aula, os alunos do Grupo Aviões pensaram em uma situação relacionada aos custos de uma viagem para o exterior e começaram a especular os preços das passagens aéreas. Vendo o direcionamento que o grupo tomava, mostrei para eles a possibilidade de pesquisar os valores das passagens em um site de uma companhia aérea, escolhendo o trajeto, o período e a quantidade de passageiros. Os alunos, então, passam a pesquisar os preços das passagens aéreas para uma viagem à Nova York, o que foi feito até o encerramento da aula, concluindo, dessa forma, o segundo encontro com a turma B.

Considerando que tivemos um direcionamento do grupo para pesquisar os custos com passagens aéreas para uma viagem à Nova York, no final da aula, e que as informações que os alunos tinham pesquisado na internet um pouco antes, como peso e velocidade de diferentes modelos de aeronaves, não estavam mais, aparentemente, influenciando o movimento do grupo, elaboramos um novo modelo para representar o sistema de atividade desse grupo, a partir desse momento, conforme figura do sistema de atividade 4, abaixo:

Figura 14 - Sistema de atividade 4

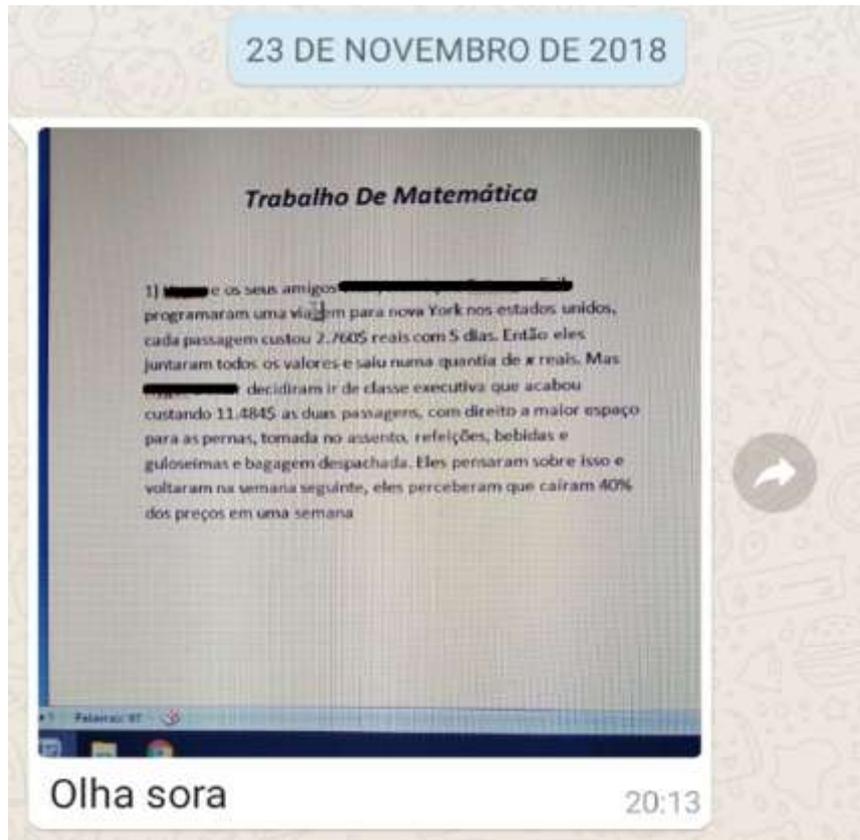


Fonte: Construído pelas autoras

Nesse modelo, respondendo às perguntas propostas por Souto (2014), “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?” na aproximação do objeto e motivo da atividade, identificamos, como motivo: garantir a presença da matemática no projeto de Modelagem, pois, com a procura por um problema no qual a matemática estivesse explícita, os alunos buscavam por grandezas, como por exemplo, o valor monetário das passagens aéreas e isso, de certa forma, já vinha ocorrendo quando os alunos buscavam a velocidade e o peso dos aviões pela internet, informações essas consideradas importantes para a definição dos modelos a serem escolhidos pelos integrantes do grupo, conforme excertos do segundo encontro. Considerando esse motivo e as ações dos alunos, identificamos como objeto: trabalhar com um problema envolvendo os custos de uma viagem para Nova York.

Ainda no mesmo dia desse encontro, algumas horas depois do término da aula, recebi uma mensagem via *WhatsApp* do aluno Carlos, com um problema envolvendo os custos das passagens para uma viagem à Nova York. Nesse problema, Carlos incluiu cálculos de porcentagem e uma incógnita (“*x reais*”), deixando explícito a matemática no problema. Segue figura 15, abaixo, com a imagem da mensagem encaminhada pelo aluno:

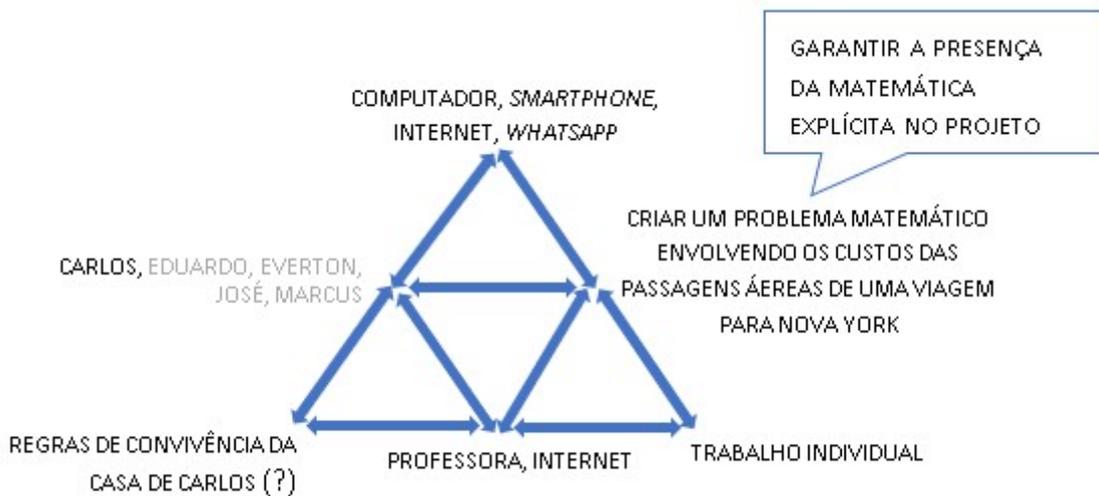
Figura 15 - Imagem da mensagem encaminhada por Carlos



Fonte: Captura da tela do *smartphone* da professora

Conforme podemos observar na figura 15, a mensagem foi-me enviada às 20h13min, quase três horas após o término da aula, às 17h30min; ou seja, o envolvimento do aluno extrapola o tempo da aula de matemática, e, além do tempo, também extrapola o espaço da aula, pois o aluno utilizou o computador de sua residência para digitar a estória por ele criada. Malheiros (2004) coloca como característica da Modelagem Matemática na Educação o estímulo ao envolvimento dos alunos na realização das tarefas, possibilitando maior autonomia e responsabilidade, o que, de certa forma, podemos observar no comportamento de Carlos na realização dessa tarefa. A decisão tomada pelo aluno de inventar um problema envolvendo os custos das passagens aéreas para Nova York, algo que já estava sendo pensado em aula, digitar o texto em seu computador e encaminhá-lo para a professora, sem ter recebido nenhuma orientação nesse sentido, indicam um envolvimento do aluno, além de uma autonomia no gerenciamento do tempo e do espaço na realização do trabalho. Para representar esse movimento no sistema de atividade do Grupo Aviação, o qual foi dado apenas por ações individuais tomadas pelo aluno Carlos, elaboramos um modelo para o sistema, conforme figura abaixo, o qual denominamos como sistema de atividade 5:

Figura 16 - Sistema de atividade 5



Fonte: Elaborado pelas autoras

Nesse sistema, apesar das ações serem do aluno Carlos, a ideia envolvendo passagens aéreas e a pesquisa dos valores dessas passagens em um site de uma companhia aérea foi iniciada no laboratório da escola, logo, identificamos como sujeito os integrantes do Grupo Aviões, com destaque para as ações de Carlos, em uma organização do trabalho individual nesse momento, tendo em vista que o aluno elaborou o texto do problema sozinho e o encaminha para a professora por sua iniciativa.

Como artefatos, com os quais os alunos se dirigem ao objeto da atividade (SOUTO; BORBA, 2016), identificamos o computador, tanto o da escola como o da casa de Carlos; o *smartphone* dos alunos e da professora; a internet, utilizada na pesquisa e para comunicação com a professora; e o aplicativo *WhatsApp*, meio com o qual o aluno informa a professora sobre suas ações no trabalho.

As regras do sistema não são mais as de convivência na escola e nem as estabelecidas com a professora, no momento em que o aluno Carlos está em sua casa, as regras passam a ser as estabelecidas em sua residência. Não temos como determinar quais eram as regras que vigoravam no momento em que Carlos executava essas ações, como, por exemplo, se existiam regras para utilização do computador e internet, então, esse componente está acrescido de um ponto de interrogação (?).

Como comunidade, conforme Engeström (2001), fazendo a mediação entre o sujeito e o objeto da atividade, identificamos a professora e a internet, pois entendemos que a professora contribui para o movimento do sistema ao mostrar a possibilidade de pesquisa das passagens na internet, ao passo que a internet forneceu as informações sobre os voos para Nova York.

Respondendo às questões “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?” na tentativa de identificarmos o objeto e o motivo da atividade, observamos que Carlos desejava garantir a matemática explícita no projeto a ser desenvolvido pelo grupo, sendo esse, por nós, entendido como o motivo da atividade. Dessa forma, Carlos também resolveria o dilema da matemática explícita vs. matemática implícita no projeto. Como objeto, identificamos: criar um problema matemático envolvendo os custos das passagens aéreas de uma viagem para Nova York.

5.3.3 Terceiro encontro: os cálculos

No terceiro encontro com a turma B, a fim de melhorar a acomodação dos grupos para o desenvolvimento do trabalho, fiz a seguinte organização: os alunos que desejavam utilizar as mídias computador e internet se encaminharam para o laboratório de informática da escola, ficando os demais grupos na sala de aula. Nesse dia, os alunos do Grupo Aviões, juntamente com os integrantes de outros três grupos, dirigiram-se para o laboratório de informática. Nesse espaço, o aluno Carlos sentou-se na frente do computador, à sua direita, sentou o aluno José e, à sua esquerda, os alunos Marcus, Eduardo e Everton. Na imagem abaixo, podemos ver essa disposição do grupo:

Figura 17 - Imagem do Grupo Aviões no Lab. de Informática



Fonte: imagem do vídeo gravado pela pesquisadora no dia 28/11/2018

Para iniciar a conversa com os alunos do grupo, retomei o problema que o aluno Carlos havia elaborado em sua casa, conforme extrato abaixo:

[00:00:00:27] Professora: A questão que vocês fizeram e me mandaram, achei muito boa.

[00:00:04:19] Carlos: Oh (mostrando o material impresso dentro de um saco plástico)
 [00:00:05:24] Professora: Ah...que legal!
 [00:00:07:05] Carlos: Eu imprimi sora (gravação em vídeo do dia 28/11/2018).

Nesse momento, Carlos mostra o material que havia impresso contendo o problema matemático por ele criado, sendo algo semelhante ao que havia me enviado pelo *WhatsApp*, porém, com mais itens envolvendo o cálculo de descontos e acréscimos percentuais nos valores das passagens aéreas. Segue, abaixo, excerto com a estória criada:

[00:00:03:16] Carlos: oh, eu vou ler: “Carlos” e seus amigos José, Marcus, Everton e Eduardo programaram uma viagem para Nova York, nos Estados Unidos. Cada passagem custou dois mil, setecentos e sessenta reais, com cinco dias. Então, eles resolveram juntar todos os valores e saiu uma quantia de x reais. Mas tinha um, porém, Everton era menor de idade, então o preço da passagem dele era menor. Então ele passou a pagar duzentos e vinte e seis reais a menos que o resto dos amigos. Mas Carlos e José decidiram ir de classe executiva que era mais luxuosa, então, acabou custando onze mil, quatrocentos e oitenta e quatro reais as duas passagens, com direito a tomada no assento, refeição, maior espaço para as pernas, bagagens des... despachada, entretenimento. Carlos pagou quatro por cento a mais, pois ele queria adicionar a internet no pacote. Marcus estimulou que não estava contente com o preço e pediu um desconto de nove por cento e o Eduardo pediu que estivesse tomada no assento, isso lhe custou um aumento de cinco por cento, a proposta foi aceita. Eles pensaram sobre isso e voltaram na semana seguinte e perceberam que caíram vinte por cento dos preços em uma semana. Com essas informações responda a... essas questões abaixo (gravação em áudio do dia 28/11/2018).

Diante desse problema matemático envolvendo porcentagem, questionei como os alunos iriam realizar os cálculos:

[00:00:17:24] Professora: Como é que se calcula porcentagem?
 [00:00:22:03] Carlos: De vezes.
 [00:00:23:28] Professora: O que?
 [00:00:24:17] Carlos: Conta de vezes, não é?
 [00:00:26:15] Professora: É... mas assim oh... o que que é porcentagem?
 [00:00:34:26] Carlos: É que meu primo já me ensinou de uma forma, sora.
 [00:00:36:12] Professora: Ah, te ensinou. E como é que ele te ensinou?
 [00:00:38:10] Carlos: Ele me ensinou assim, oh...aqui...(gravação em vídeo do dia 28/11/2018)

Nesse momento, o aluno mostra o material com os cálculos que já havia feito com a ajuda de seu primo.

[00:01:15:10] - Carlos: Eu fiz as questões aqui, oh (virando a página do material)
 [00:01:19:28] - Professora: E como é que tu chegou...ele te ensinou como é que faz ou não?
 [00:01:21:19] Carlos: Ah?
 [00:01:22:17] Professora: Ele te ensinou como é que calcula ou só botou os resultados? (gravação em vídeo do dia 28/11/2018).

Para responder essa pergunta, Carlos pegou seu *smartphone* e mostrou como seu primo o havia ensinado a fazer os cálculos de porcentagem, conforme imagem e extrato que segue:

Figura 18 - Imagem do aluno Carlos utilizando o *smartphone* para mostrar como seu primo lhe ensinara a calcular porcentagem



Fonte: Imagem do vídeo gravado em 28/11/2018

[00:01:38:01] Carlos: Olha aqui, oh...
 [00:01:49:28] Carlos: Que era de vezes...
 [00:01:53:08] Carlos: Eu fui fazendo conforme ele me ensinou.
 [00:02:11:15] Carlos: E agora sora, o que que a gente vai fazer?
 [00:02:13:26] Professora: Agora? Responder às questões.
 [...]
 [00:01:23:16] José: Daí tem que responder.
 [00:01:34:06] José: Tá...ah, qual o valor que...que o Everton e o Eduardo pagava?
 [00:01:36:26] Carlos: A gente vai precisar do caderno
 [00:01:38:08] José: Ah? Pra que?
 [00:01:39:13] Carlos: Pra fazer a conta
 [...]
 [00:01:49:24] Carlos: Pra fazer a conta! (em tom incisivo)
 [...]
 [00:01:54:21] Carlos: Mas tem que fazer a conta (gravação em vídeo do dia 28/11/2018).

Com base nos extratos acima, observamos que Carlos não só criou o problema a ser respondido, como também já havia aprendido, com a ajuda de seu primo, a forma de resolver os cálculos envolvendo porcentagem para responder às questões por ele próprio elaboradas, demonstrando, novamente, um envolvimento com o trabalho. A forma como o primo de Carlos lhe ensinara era multiplicando o valor em questão (das passagens) pela representação decimal do percentual desejado. Na fala “*É que meu primo já me ensinou de uma forma, sora*”, quando questionei como se calcula porcentagem, deixa implícito que, para esse aluno, essa etapa do trabalho já havia sido superada, o que é reforçado com a pergunta “*E agora sora, o que que a gente vai fazer?*”, desejando, então, saber qual seria a próxima etapa.

Araújo (2002), ao analisar trabalhos envolvendo Modelagem Matemática no Ensino Superior, verificou a *presença invisível do professor* nos grupos participantes da pesquisa; essa *presença* significa a representação do professor por algum aluno perante o grupo, assumindo

uma postura que, normalmente, é exercida pelo professor. Nos diálogos acima, identificamos nas falas de Carlos essa *presença invisível do professor*, pois, além de assumir responsabilidades sobre o trabalho, criando sozinho um problema matemático para ser resolvido e decidindo em quais etapas o Grupo Aviões estava, as colocações “*A gente vai precisar do caderno*”, “*Pra fazer a conta!*”, “*Mas tem que fazer a conta*”, indicam uma preocupação do aluno com o registro dos cálculos pelo grupo após uma confirmação minha sobre a necessidade de fazer os cálculos no material.

O problema criado por Carlos era composto por uma narrativa seguida de várias questões para serem respondidas, e era, justamente, para responder essas questões que Carlos pretendia fazer os cálculos, da forma como seu primo lhe ensinara. Na pesquisa de Bustamante (2016), a autora também observou a tendência de um aluno em formular um problema fechado, no estilo de um exercício composto por perguntas quantitativas, para desenvolver a Modelagem em um curso de formação continuada para professores de matemática. Araújo(2002) constatou, em seu estudo, que um grupo de alunos seguiu o mesmo modelo das aulas de matemática para desenvolver o projeto de Modelagem, conforme essa autora “[...] o procedimento das alunas foi coerente com a experiência que elas traziam de sua escolarização anterior e com as práticas das aulas de Cálculo” (ARAÚJO, 2002, p. 133). Nesse sentido, concluímos que Carlos criou um problema que estava de acordo com as situações trabalhadas nas aulas de matemática.

Os alunos do Grupo Aviões começaram, então, a calcular quanto iria custar, de acordo com os dados colocados no problema, o valor de cada passagem aérea, conforme extratos que seguem:

[00:02:12:23] Marcus: Não é melhor fazer no caderno?

[00:02:15:15] José: Menos vinte por cento

[00:02:16:23] Carlos: Vezes, né? É zero vírgula zero um?

[00:20:20:11] Professora: Nesse caso tu quer quanto por cento?

[00:02:32:16] Carlos: Vinte.

[00:02:23:12] Professora: Então é zero vírgula dois.

[...]

[00:03:52:29] Professora: Então vinte por cento de dois mil reais... de dois mil setecentos e sessenta é quinhentos e cinquenta e dois, foi o que vocês acharam?

[00:04:01:01] Carlos: Foi sora.

[00:04:03:26] Carlos: Tá certo! Vamos calcular o do Everton primeiro, que ele pediu desconto de nove por cento.

[...]

[00:08:17:21] José: Agora tem que descobrir o do Eduardo

[00:08:19:20] Professora: O que que o Eduardo pediu? O Eduardo quer...

[00:08:21:14] Carlos: Não sora, mas tinha o nove por cento.

[00:08:23:05] José: Que tivesse tomada

[00:08:25:09] Carlos: um desconto de 9%.

[...]

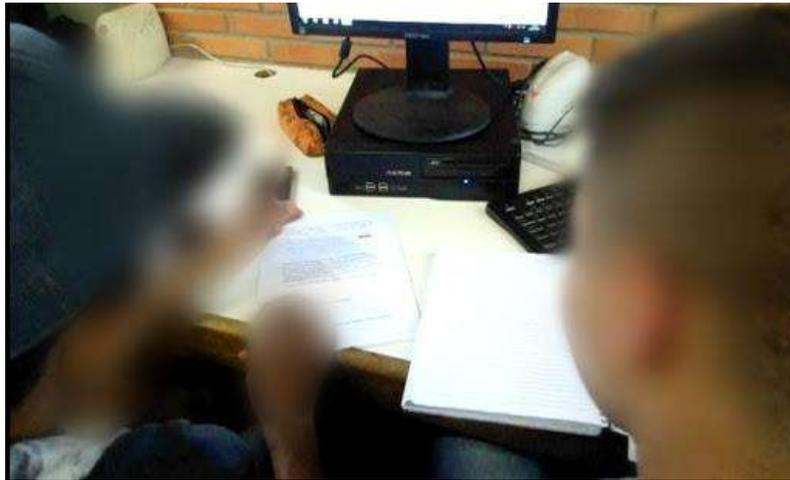
[00:08:33:01] Carlos: É, então é dois mil duzentos e oito vezes zero, vírgula, zero nove

[...]

[00:09:05.13] Carlos: Mas eu pensei em fazer assim oh sora: calcular o, a parte do Marcus primeiro, depois o Eduardo, depois o Everton, depois eu juntar todos os valores e... (gravação em áudio do dia 28/11/2018).

Na figura 19 abaixo, temos os alunos Carlos e José fazendo os cálculos das passagens:

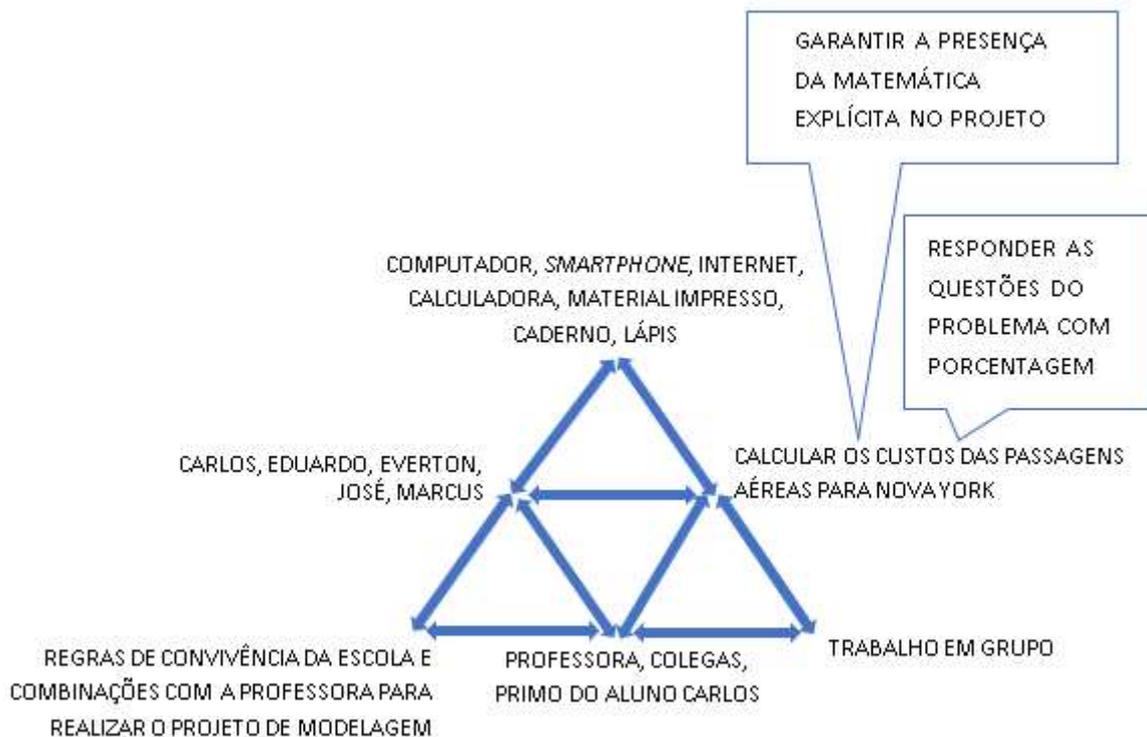
Figura 19 - Imagem dos alunos calculando o preço das passagens aéreas



Fonte: Imagem do vídeo gravado em 28/11/2018.

Para representar o sistema de atividade do Grupo Aviões, nesse momento do terceiro encontro, elaboramos um modelo do sistema de atividade 6, conforme figura 20 abaixo:

Figura 20 - Sistema de atividade 6



Fonte: Construído pela autora

Conforme podemos observar nesse modelo, os integrantes do Grupo Avião compõem o sujeito do sistema de atividade. As mídias com as quais os alunos resolveram o problema matemático do cálculo das passagens, a saber, o computador, os *smartphones* dos alunos, o aplicativo calculadora, o material impresso por Carlos, caderno e lápis compõe os artefatos. Como regras, identificamos as mesmas identificadas durante a realização desta proposta durante a aula de matemática, ou seja, regras de convivência da escola e combinações com a professora durante as aulas de matemática. Quanto ao componente comunidade, além da professora e dos colegas, também o primo de Carlos participa na mediação do sujeito ao objeto da atividade, já que foi ele que ensinou o aluno a calcular porcentagem. No que se refere ao componente organização do trabalho, o mesmo se mantém em grupo, conforme orientação para a realização do projeto. Novamente, respondendo às questões propostas por Souto (2004), “O que se está trabalhando? E o porquê se está trabalhando?”, na tentativa de identificarmos o objeto e o motivo da atividade, identificamos como motivos: garantir a presença da matemática explícita no projeto e responder as questões do problema com porcentagem. E como objeto: calcular os custos das passagens aéreas para Nova York.

Até o final desse encontro, os alunos ficaram realizando os cálculos com o computador e a calculadora, para responder as questões do problema elaborado por Carlos.

5.3.4 Quarto encontro: o fim de uma etapa?

No quarto encontro com a turma B, a dinâmica inicial da aula foi a mesma do encontro anterior, deslocando-se para o laboratório de informática apenas os grupos que ainda estavam em fase de investigação sobre o tema ou desejavam usar algum programa no computador. Os alunos do Grupo Avião preferiram ficar na sala de aula, terminando de fazer os cálculos das passagens aéreas com seus *smartphones*. Segue, abaixo, extrato com diálogos desse encontro:

[00:01:47.20] Professora: Como é que está as contas aí?

[00:01:48.28] Carlos: Tá saindo.

[...]

[00:01:55.23] Carlos: Aqui nessa C dá pra fazer...como que eu posso fazer?

[...]

[00:02:11.23] Professora: Sem os vinte por cento e com os quatro por cento a mais, né?

[00:02:14.06] Carlos: Aham.

[...]

[00:02:29.30] José: Quatro mil, quinhentos e noventa e quatro.

[00:02:31.10] Professora: Quatro mil quinhentos e noventa e quatro.

[00:02:33.29] Carlos: Mas essa é a minha sora.

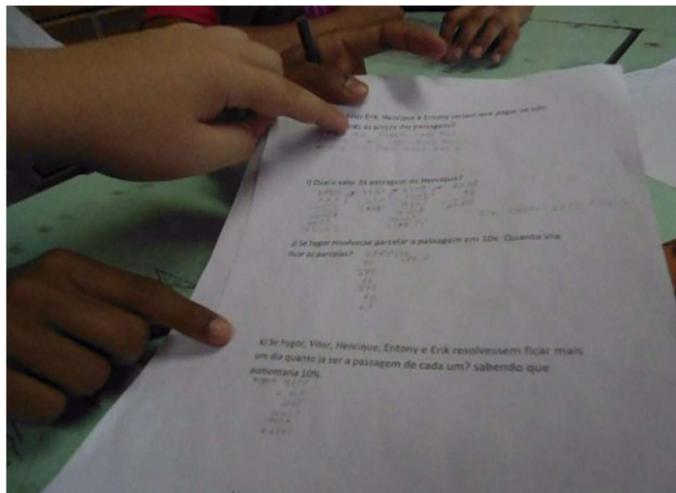
[00:02:35.10] Professora: Sim...

[00:02:36.10] José: Não, mas daí sem os vinte por cento Carlos.
 [00:02:37.20] Professora: Sem os quatro por cento dá a do José.
 [00:02:39.10] Carlos: Ah...
 [00:02:40.24] José: Então chegou nesse valor aqui a do José e o teu deu quatro mil setecentos e setenta e dois (gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

[00:00:12.09] Carlos: Como que eu posso fazer sora?
 [00:00:13.23] Professora: ...caído os preços das passagens? Ah, se não tivesse aquele desconto de vinte por cento?
 [00:00:18.18] José: Isso.
 [00:00:19.01] Professora: Tu vai ter que pegar aqueles valores sem o desconto do vinte por cento. Aqui oh.
 [00:00:23.02] José: Tá nessas conta aqui, só.
 [00:00:25.10] Professora: Tá nessas conta aqui.
 [00:00:26.26] José: Então, foi o que a gente fez (gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

Inicialmente, o aluno Carlos estava condicionado a resolver isoladamente cada um dos onze itens do problema por ele criado. Colocações como “*Aqui nessa C dá pra fazer... Como que eu posso fazer?*”, “*Não sora, a do José não tem os quatro por cento, só os vinte por cento*”, “*Mas essa é a minha sora*”, mostram essa forma de resolver o problema, na qual o aluno considerava ser necessário realizar todos os cálculos para cada um dos diferentes itens. No entanto, algumas das respostas solicitadas já tinham sido calculadas em itens anteriores, o que lhe foi explicado pela professora, com a ajuda do aluno José.

Figura 21 - Imagem dos alunos terminando os cálculos



Fonte: Imagem do vídeo gravado pela pesquisadora em 30/11/2018

Na sequência, os alunos terminam os cálculos, conforme colocação que segue:

[00:09:23.01] Carlos: Deu. O sora, acabamos (gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

Com essa colocação do aluno Carlos, após a conclusão dos cálculos e respostas em todos os itens do problema, observamos o término da primeira etapa do trabalho pelo Grupo Avião.

Na sequência dessa aula, o grupo foi orientado a respeito da segunda etapa do trabalho, que envolvia a produção da Performance Matemática Digital:

[00:13:05.22] Professora: É um vídeo que remeta ao cinema. Quando a gente vai ver um filme no cinema, a gente percebe que a gente tem emoção, tem surpresa, a gente tem que fazer um vídeo que tenha isso...e tenha essas ideias matemáticas, esses cálculos, essas noções que vocês trabalharam, não precisa ter todos os cálculos, mas tem que ter essas ideias matemáticas que vocês trabalharam, que foi a porcentagem que vocês trabalharam ali. Isso tem que estar no enredo do filme de vocês [...]
[00:13:45.01] José: Não (gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

As orientações passadas aos alunos tiveram como inspiração algumas das categorias analisadas por Scucuglia (2012), oriundas das lentes artísticas do cinema, como surpresa, emoções e sensações viscerais. Esse autor cita, como algumas das justificativas para análise das produções por meio dessas lentes, que “[...] filmes, além de serem entretenimento, têm um papel importante como história em termos de experiência educacional e criação de sentido [...]” e mais “[...]o sentido da história é importante no desenvolvimento do pensamento matemático e, conseqüentemente, no desenvolvimento do engajamento e entendimento dos alunos [...]” (SCUCUGLIA, 2012, p.22, tradução nossa³⁵).

Durante as explicações sobre a produção aos alunos, observamos um certo desconforto do aluno José diante dessa etapa. Sua colocação “*Não*”, seguida do extrato abaixo, mostram uma preocupação do aluno em relação à PMD:

[00:15:07.23] José: Vou falar: Ah, eu tinha uma tendência de ir para Nova York (trecho ininteligível) Decidimos ir para Nova York, então...nós decidimos consultar os preços...que gambiarra.
[...]
[00:00:00.25] José: É quantos minuto de filme? É quatro minuto?
[...]
[00:00:07.02] Professora: Vamos fazer um pouquinho mais. Vamos tentar fazer um pouquinho mais? Uns cinco minutinhos?
[00:00:09.16] José: Ah...a gente não estória pra conta, né?
[00:00:11.11] Professora: Tem sim, uma baita estória.
[00:00:12.09] José: Tá loco!
[...]
[00:00:15.06] José: Tá, quem é que vai fazer o roteiro? Quem vai ser o cara pra editar?
[00:00:18.40] Carlos: Que roteiro?
[...]
[00:01:04.25] José: A tá, então cria um roteiro do texto.
[00:01:07.07] Carlos: Mas o roteiro é sobre isso [...] (trecho ininteligível)
(gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

³⁵ [...]movies, besides being entertainment, have an important role as a story in terms of education experience and sensemaking[...]

[...] the sense of story is important in developing mathematical thinking and, consequently, in developing the engagement and understanding of students [...]

Como os outros grupos estavam em diferentes etapas do processo, os educandos acharam melhor buscar uma sala vazia para que pudessem ensaiar. Já nessa sala, o grupo continuou pensando a respeito da produção.

[00:00:05.27] José: Dá pra ler sora?

[00:00:06.28] Professora: Não, lê não.

[00:00:08.07] Carlos: Tem que criar...

[...]

[00:00:37.12] Professora: Pensem no cinema, pensem como se vocês fossem fazer um filme, que pudessem ganhar um prêmio.

[00:00:49.07] Carlos: Eu vô pegar um giz

[00:00:50.21] Professora: Pode, mas vocês vão...vão escrever no quadro?

[00:00:53.13] Carlos: Sim, pra fazer o roteiro.

[00:00:55.04] Professora: Ah, pra ti escrever o roteiro no quadro. Tem que ser lá na minha sala (gravação em vídeo do dia 30/11/2018).

Após a conclusão dos cálculos, e com base nos excertos acima, identificamos uma transformação no objeto do sistema do Grupo Aviões, pois o sistema de atividade desse grupo passou a se movimentar para a realização da segunda etapa proposta no trabalho. Dessa forma, elaboramos o modelo do sistema de atividade 7 para representar esse movimento no grupo, conforme figura abaixo:

Figura 22 - Sistema de atividade 7



Fonte: Construído pela autora

Conforme a figura 22, o sujeito do Sistema de atividade 7 é composto pelos alunos Carlos, Eduardo, Everton, José e Marcus. Os artefatos, que medeiam a relação do Grupo Aviões com o objeto, passam a ser: *smartphone*, câmera, material impresso e o quadro da sala. As regras que orientam a atividade passam a ser as regras de convivência na escola acrescidas das combinações com a professora para produzir uma PMD. No componente comunidade, não se tem mais a participação do primo de Carlos, voltando a ser composto pela professora e pelos os colegas da turma B. O componente organização do trabalho permanece em grupo. Ao responder

às questões “O que se está trabalhando? E “o porquê se está trabalhando?”, identificamos como motivo para essa atividade: realizar a segunda da etapa do trabalho proposto pela professora. E como objeto para o qual a atividade se dirige: produzir a PMD.

Ainda com relação a esse encontro, verificamos, nas colocações do aluno José, “*Não*”, “[...] *que gambiarra*”, “*Ah...a gente não estória pra conta, né?*”, “*Tá loco*”, uma provável hesitação em relação a essa etapa do trabalho, que envolvia uma produção audiovisual. E, na sequência, o aluno se mostra preocupado com a organização da tarefa, fazendo perguntas como: “*É quantos minuto de filme?*”, “*Tá, quem é que vai fazer o roteiro? Quem vai ser o cara pra editar?*”. Enquanto os alunos do Grupo Aviões trabalhavam na segunda etapa proposta neste estudo, a aula referente ao quarto encontro com a turma B encerrou. Os educandos foram orientados sobre a continuidade do trabalho na aula seguinte.

5.3.5 Quinto encontro: a declaração

No quinto encontro com a turma B, os grupos se organizaram na sala de aula e a professora passou em cada grupo para conversar com os alunos e saber como estava o andamento dos trabalhos. Nesse dia, no Grupo Aviões estavam presentes apenas os alunos Eduardo, Everton, José e Marcus. Como esse grupo já estava na etapa de produção da PMD, os alunos foram indagados se gostariam de retornar para a sala onde estavam pensando sobre o enredo da produção. Mas, o aluno José argumentou que não estavam com o material impresso, pois o mesmo estava com o aluno Carlos e, como esse aluno não estava presente, não poderiam dar continuidade à PMD. Sendo assim, foram feitos alguns questionamentos com relação ao desenvolvimento do trabalho aos integrantes do grupo que estavam presentes.

[00:00:21.27] Professora: Olha só, guris, quero ver com vocês, como é que tá o trabalho de vocês? Eu vi que vocês...é, já...

[00:00:31.06] José: Já tinha terminado as contas

[00:00:33.13] Professora: Já terminaram o problema, fizeram as contas de porcentagem e agora só falta a parte da filmagem [...]

[...]

[00:01:18.15] Professora: [...] eu queria perguntar para vocês: o que que vocês aprenderam com aquele, com essa pesquisa que vocês fizeram?

[00:01:29.14] Professora: de matemática.

[00:01:34.23] José: De matemática?

[00:01:37.10] Eduardo: Não muito, porque o Carlos pegava as coisas e fazia sozinho (gravação em vídeo do dia 05/12/2018).

Com esses extratos, observamos que as ações de Carlos na resolução do problema, muito por conta da participação de seu primo na comunidade, ao mostrar para Carlos o algoritmo do cálculo de porcentagem, ou seja, mediando a relação com o objeto e compartilhando esse objeto

em um determinado momento, fez com que os demais integrantes do grupo estagnassem nessa etapa do projeto. Na continuidade do diálogo, temos os excertos abaixo:

[00:01:40.04] José: É, praticamente a metade das contas quem fez foi o Carlos, eu só ajudava.
 [00:01:43.29] Eduardo: Ele pegava e não deixava nem ajudar ele.
 [00:01:48.10] José: É, metade das contas quem fez foi ele sora... mas eu ajudava também ele a fazer os problemas.
 [00:01:58.17] Professora: Everton e Marcus?
 [00:02:03.11] Marcus: O que sora?
 [00:02:06.10] Professora: O que que vocês aprenderam de matemática com...com essa atividade?
 [00:02:10.18] Professora: Não aprenderam...
 [00:02:11.14] Marcus: Porcentagem.
 [...]
 [00:02:36.14] Professora: Foi das passagens, foi calculando...
 [00:02:37.28] Marcus: Porcentagem
 [...]
 [00:02:48.05] Professora: Mas, se eu pedir pra vocês calcularem 10% de alguma coisa, vocês sabem fazer essa conta?
 [00:02:56.02] José: Acho que não.
 [00:02:57.10] Professora: Não, pois é, mas pelo que o Carlos me explicou dava para entender que ele conseguia fazer, tanto que ele fez, então eu acho que o que tá faltando...
 [00:03:04.10] José: Porque o primo, é tio dele, tinha ajudado ele (gravação em vídeo do dia 05/12/2018).

Novamente, a participação do primo de Carlos é mencionada como um dos impeditivos de evolução nas ações dos demais alunos do grupo.

[00:03:09.05] Professora: Antes de começar a filmar a gente tem que compartilhar esse conhecimento e depois a gente tem que fazer o filme. E nesse filme tem que ter aquelas contas, tem que ter aquelas ideias matemáticas. Essas contas de porcentagem, de alguma forma, têm que aparecer no enredo, não que vocês precisam resolver a conta, mas aquela ideia matemática tem que constar no enredo.
 [00:03:28.21] José: No filme?
 [00:03:29.23] Professora: No filme que vocês forem fazer. E, vamos ter que conversar então, pra gente compartilhar essa... esse conhecimento de porcentagem
 [00:03:41.14] Professora: Vê como a gente pode, é...trabalhar esse conhecimento de porcentagem...tá? É...
 [00:03:48.17] Eduardo: O Carlos é muito fechado sora.
 [00:03:49.29] Professora: Que?
 [00:03:50.13] Eduardo: O Carlos é muito fechado. Não adianta. Tu viu que ele é fechado, né? Ele fez tudo ali (gravação em vídeo do dia 05/12/2018).

Conforme os excertos acima, observamos, nas colocações do aluno Eduardo, que houve uma impossibilidade de realizar ações dentro do sistema de atividade, no que se refere a resolução do problema, devido às ações tomadas por Carlos. De acordo com Engeström e Sannino (2011):

As manifestações discursivas de conflitos críticos envolvem relatos pessoais, emocionais e moralmente carregadas que têm estrutura narrativa e frequentemente empregam metáforas fortes. A resolução de conflitos críticos toma a forma de encontrar novo sentido pessoal e negociar um novo significado para a situação inicial.

Tal resolução muitas vezes toma a forma de libertação pessoal ou emancipação. (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011, p. 374, tradução nossa³⁶)

Conforme Engeström e Sannino (2011), um conflito crítico evoca sentimentos que remetem a situações de desrespeito, de ultraje, de culpa, e que, muitas vezes, acabam sendo silenciados. Para os autores, a resolução de um conflito crítico envolve emancipação e libertação pessoal. Esses autores também pontuam que, muitas vezes, um conflito inicial evolui para um conflito crítico (ENGESTRÖM; SANNINO, 2011).

Manifestações no discurso de Eduardo como: *“Não muito, porque o Carlos pegava as coisas e fazia sozinho”*, *“Ele pegava e não deixava nem ajudar ele”*, *“Ele fez tudo ali”*, indicam um sentimento de impotência do aluno diante das ações tomadas por Carlos, o que é reforçado pelas metáforas expressas pelo aluno, *“O Carlos é muito fechado sora”*, *“O Carlos é muito fechado. Não adianta. Tu viu que ele é fechado, né?”*, nos levando a concluir que Eduardo estava vivenciando um conflito crítico em relação a organização do trabalho no sistema de atividade do Grupo Aviões, a saber a hierarquia e liderança assumidas por Carlos em conjunto com fato desse aluno ser “fechado” em suas ações. Como esse conflito crítico impediu as ações de Eduardo dentro do sistema de atividade 6 (figura 20), constituído no terceiro encontro, cujo os motivos eram: garantir a presença da matemática explícita no projeto e responder as questões do problema com porcentagem; e o objeto: calcular os custos das passagens aéreas para Nova York, também entendemos a existência de uma tensão em relação ao objeto deste sistema, que, neste momento, foi retomado por Eduardo .

Representamos o conflito crítico que identificamos como uma possível contradição interna no sistema de atividade 6 do Grupo Aviões, referente a etapa de desenvolvimento do projeto de Modelagem, cujo objeto da atividade era calcular os custos das passagens aéreas para Nova York, conforme modelo na figura abaixo:

³⁶ The discursive working out of critical conflicts involves personal, emotionally and morally charged accounts that have narrative structure and frequently employ strong metaphors. The resolution of critical conflicts takes the form of finding new personal sense and negotiating a new meaning for the initial situation. Such a resolution often takes the shape of personal liberation or emancipation.

Figura 23 - Possíveis contradições no sistema de atividade 6 retomado por Eduardo



Fonte: Construído pela autora com base em Engeström (2001) e ENGESTRÖM; SANNINO (2011)

O conflito crítico por nós identificado está representado por meio de duas setas duplas, uma entre o sujeito (Eduardo) e o objeto do sistema de atividade e a outra entre o sujeito (Eduardo) e o componente organização do trabalho.

Na sequência do diálogo, temos o excerto que segue:

- [00:04:28.28] José: Mas o sora, naquele trabalho não foi difícil fazer sora, porque se você, se tivesse feito só... o Carlos fez as três primeira, depois a...o resto das pergun...o resto das questões era só copiar da...da primeira.
- [00:04:42.00] Professora: Sim, porque acabava caindo...
- [00:04:44.00] José: Na mesma coisa. Depois só tirava o desconto de cinco por cento, vinte.
- [00:04:49.21] Professora: Isso aí...tinha essa lógica ali também.
- [00:04:52.26] José: Que eu acho que eu olhava nas três primeiras contas e já respondia (gravação em vídeo do dia 05/12/2018).

Nesse momento, observamos que José identifica uma lógica na resolução do problema, não sendo necessário calcular cada passagem separadamente, pois havia uma relação entre as perguntas do problema criado por Carlos, já que, de acordo com a estória, a mudança dos valores das passagens ocorria de acordo com as solicitação de cada “passageiro”. Após as colocações dos alunos e suas negativas sobre terem aprendido a fazer os cálculos com porcentagem, propus a eles que resolvessem uma questão envolvendo porcentagem.

- [00:05:15.07] Professora: O que que vocês acham de vocês bolarem um problema, não precisa pensar naquele problema do avião, vocês podem pensar...aquele problema foi o problema que vocês vão trabalhar, que vocês calcularam, mas pensar em um problema agora pra gente, pra mim ajudar vocês a... gente entender como é que funciona porcentagem? Assim como o Carlos fez lá com o primo, com o tio dele, o que vocês acham? Mas aí vocês que criam o problema e eu ajudo vocês. Daí quando a gente tiver na próxima aula vocês conversam com o Carlos, veem as contas que ele fez, tentam entender, mas vocês já vão ter uma noção porque vocês já vão ter criado

um problema na aula de hoje e eu já vou ter ajudado vocês e vocês já vão ter aprendido a resolver porcentagem, o que que vocês acham?

[...]

[00:06:08.14] José: Cada um cria o seu?

[00:06:10.09] Professora: Eu acho...ou ...vocês que sabem, ou cada um cria um ou vocês criam um

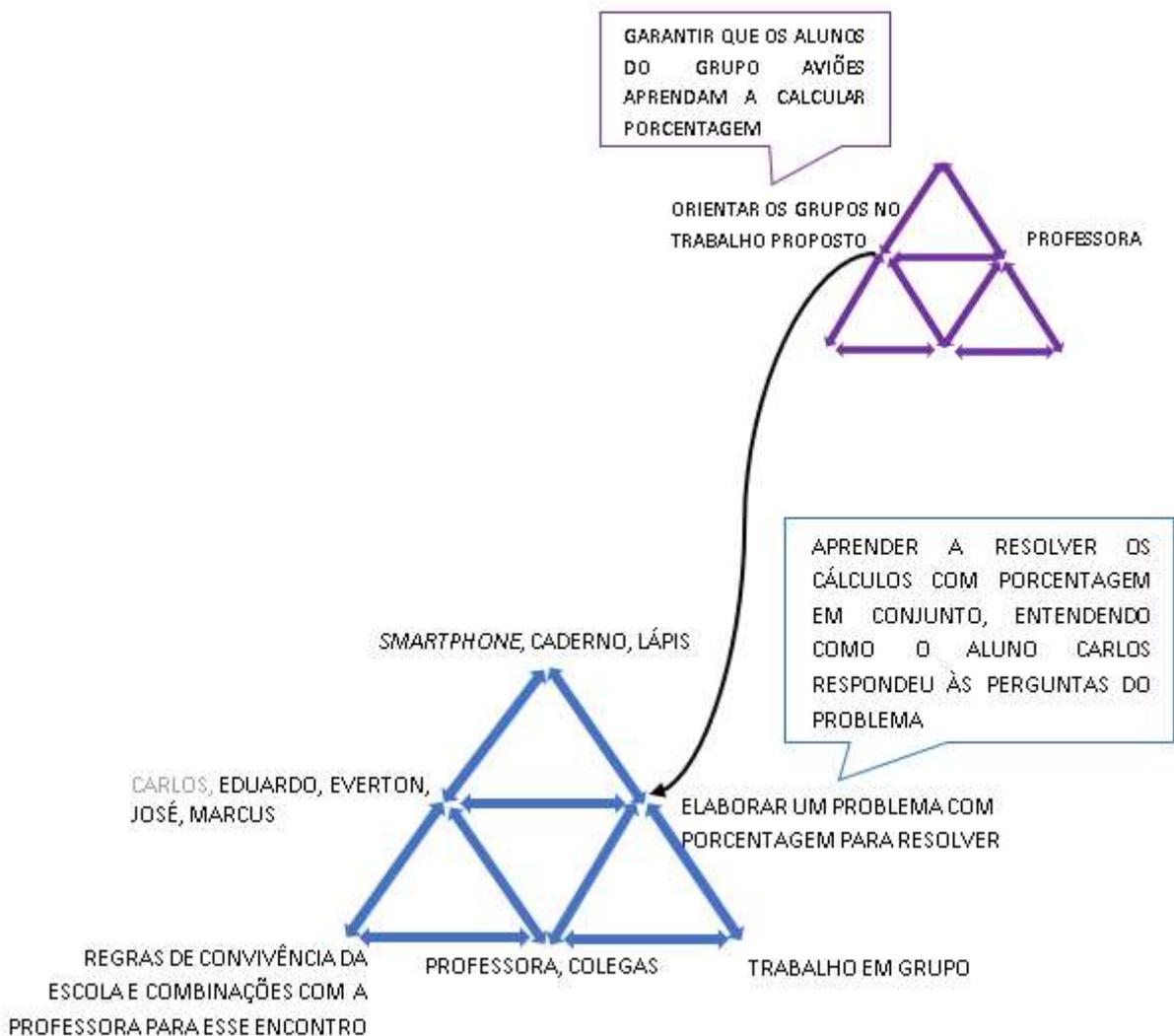
[00:06:13.29] José: E todo mundo resolve

[00:06:15.04] Eduardo: É, todo mundo resolve.

[00:06:17.24] Professora: Como vocês acharem melhor, tá? Vou ir no outro grupo, depois eu volto aqui (gravação em vídeo do dia 05/12/2018).

Conforme o excerto acima, podemos observar uma ação externa ao grupo, a saber a interferência da professora para que os alunos resolvessem um outro problema com porcentagem, provocando o movimento no sistema de atividade. As colocações dos alunos José, “*E todo mundo resolve*”, e do aluno Eduardo, “*É, todo mundo resolve*”, indicam uma mudança no motivo da atividade nesse momento. Dessa forma, elaboramos um modelo na figura abaixo:

Figura 24 - Sistema de atividade 8



Fonte: Construído pela autora com base em Bustamante (2016)

Bustamante (2016), ao identificar as contradições no processo de Modelagem em um curso de extensão *online*, representa a interferência do “Sistema Professores-Organizadores”, ou seja, o sistema de atividade dos pesquisadores e organizadores do referido curso, nos sistemas de atividade formados pelos cursistas. Com base em Bustamante (2016), elaboramos o modelo representado na figura 24, referente a atividade no sistema do Grupo Aviões nesse encontro, o qual denominamos como sistema de atividade 8. Nesse sistema de atividade, o sujeito é composto pelos alunos Eduardo, Everton, José e Marcus. O aluno Carlos, apesar de não estar presente nessa aula, tem seu nome mantido no componente sujeito (com menor destaque) porque suas ações interferem diretamente no direcionamento do sistema do grupo. Como artefatos, identificamos o *smartphone* dos alunos, caderno e lápis. Como regras, mantiveram-se as de convivência da escola, mas, nesse momento, acrescidas das combinações com a professora para esse encontro, que, no caso do Grupo Aviões, foi retomar uma situação do ainda da primeira etapa da proposta.

A comunidade e a organização do trabalho se mantiveram as mesmas do sistema de atividade 7. Ao buscarmos responder às questões “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?” identificamos como possível motivo para a atividade do Grupo Aviões: aprender a resolver os cálculos com porcentagem em conjunto, entendendo como o aluno Carlos respondeu às perguntas do problema. E, considerando esse motivo e as ações dos alunos após a interferência da professora, identificamos como objeto para o qual a atividade se dirige: elaborar um problema com porcentagem para resolver.

Com relação ao sistema de atividade da professora, identificamos como motivo para a interferência no Grupo Aviões: garantir que os alunos do Grupo Aviões aprendam a calcular porcentagem. E como objeto desse sistema: orientar os grupos no trabalho proposto.

Após passar nos demais grupos para conversar e verificar o andamento do trabalho, ao retornar para o Grupo Aviões os alunos explicaram como faziam os cálculos de porcentagem, utilizando seus *smartphones*, de maneira análoga a ensinada pelo primo de Carlos. É provável que a observação desses alunos, vendo Carlos responder aos itens do problema, sempre ao lado de José, tenha lhes ajudado a entender a forma de calcular. Os alunos foram orientados a contarem para Carlos o que tinham feito durante esse encontro. Na sequência, a aula com a turma B encerrou.

5.3.6 Sexto encontro: a interferência da comunidade

Nesse dia, a escola estava oferecendo uma apresentação referente a um projeto que envolvia todas as turmas do terceiro ciclo (turmas de sétimo, oitavo e nono ano) ao longo de meses. A participação da turma B não era compulsória, mas, considerando a importância do projeto para escola e seus educandos, a turma B dirigiu-se à sala de aula, e, no horário combinado, deslocamo-nos para o espaço reservado à apresentação.

Inicialmente, orientei os alunos que poderiam dar continuidade nos trabalhos até o início da apresentação. Comentei com o aluno Carlos que seus colegas de grupo tinham criado um problema de porcentagem e o resolveram. O aluno respondeu, em tom de surpresa:

Carlos: A é? (anotação do caderno de campo)

Aparentemente, os alunos ainda não tinham contado para Carlos sobre a tarefa realizada na aula anterior e o grupo estava interessado em retomar o trabalho na fase de produção da PMD, conforme extrato abaixo:

[00:00:45.13] Professora: Guris...é, qual ideia que vocês aprenderam no trabalho?

[00:00:51.21] Carlos: Quê?

[00:00:52.26] Professora: Qual ideia matemática que constou no trabalho?

[00:00:55.16] Carlos: A porcentagem

[00:00:56.27] Professora: A porcentagem, né? E o foco da pesquisa era avião, né?

[00:01:00.01] José: É... só que daí a gente mudou pras passagens.

[00:01:03.12] Professora: Mudou pras passagens...

[00:01:04.20] José: É.

[00:01:04.25] Professora: O cálculo das passagens entrou na porcentagem.

[00:01:09.05] Professora: Vocês já sabiam, já tinham estudado porcentagem antes?

[00:01:15.17] Carlos: Não sora, eu tinha aprendido a...a resolver conta com porcentagem com o meu primo, né? Que eu te falei.

[00:01:22.21] Professora: E foi por causa do trabalho?

[00:01:24.12] Carlos: Uhum

[00:01:26.11] Professora: E os guris? Conseguiram?

[00:01:28.09] José: A gente aprendeu na última aula.

[00:01:33.21] Professora: É...a prof. quer perguntar uma coisa: e como é que, então, vocês estão pensando em colocar isso num filme?

[00:01:40.00] Eduardo: É isso que tá difícil sora.

[00:01:43.18] Carlos: Complicado né...de desenvolver o filme.

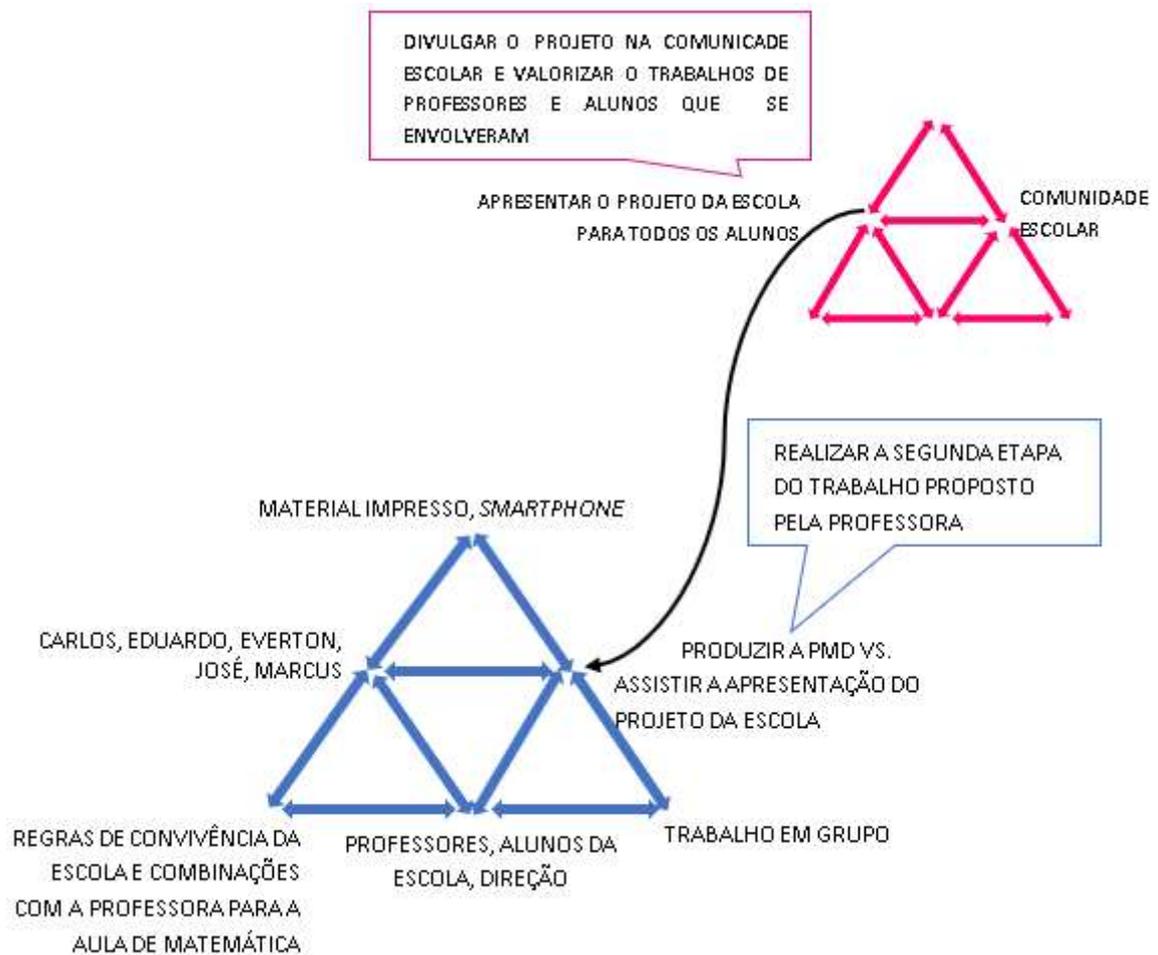
[00:01:48.21] Professora: Nesse filme, a ideia matemática da porcentagem tem que estar...vocês podem pensar num enredo como vocês quiserem .Vocês podem...vocês podem usar a própria estória que vocês criaram no problema, também seria interessante...enfim, vocês que tem que pensar na estória, tá? Como vocês vão filmar. Mas não pode esquecer que tem que falar da porcentagem, que é a principal ideia que tá ali.

[00:02:20.26] Carlos: Aham (gravação em vídeo do dia 07/12/2018).

Nesse extrato, a necessidade da porcentagem estar presente na produção dos alunos foi ressaltada, tendo em vista que a ideia matemática presente no projeto de Modelagem dos alunos era relacionada à porcentagem. Quando os integrantes do Grupo Aviões estavam em uma sala vazia, ensaiando sua produção, iniciou a apresentação na escola e aos alunos do grupo foram solicitados a se dirigirem, junto à turma B, para o espaço que estava reservado. Os integrantes do grupo pediram para permanecerem ensaiando, mas foram orientados a terminarem a PMD na próxima aula.

De acordo com esses acontecimentos, elaboramos um modelo para o sistema de atividade do Grupo Aviões nesse encontro, o sistema de atividade 9, conforme figura 25 abaixo:

Figura 25 - Sistema de atividade 9



Fonte: Construído pela autora com base em BUSTAMANTE (2016)

Nesse sistema, o sujeito é composto pelos alunos do Grupo Aviões. Como artefatos, identificamos o material impresso e o *smartphone* dos alunos, pois são as mídias com as quais os alunos estavam ensaiando a PMD. Como regras do sistema, mantivemos as regras de

convivência da escola acrescidas das combinações com a professora para a aula de matemática, especificamente para esse encontro, que envolveu uma dinâmica diferente. A comunidade, é composta pela professora, pelos alunos da escola e pela direção, pois compartilham o objeto dessa atividade. A organização do trabalho é em grupo.

Ao buscar responder às questões “o que se está trabalhando?” e “o porquê se está trabalhando?”, identificamos como possível motivo para essa atividade do Grupo Aviões: realizar a segunda etapa do trabalho proposto pela professora. Com relação ao objeto, apesar dos alunos terem manifestado interesse de que a atividade do grupo se dirigisse para a produção da PMD, a interferência do sistema de atividade da comunidade escolar (direção, professores e também alunos) foi decisiva, fazendo com que o grupo assistisse a apresentação do projeto da escola, sendo, então, identificado por nós como: produzir a PMD vs. assistir a apresentação do projeto da escola. A aula de matemática terminou durante a apresentação.

5.3.7 Sétimo encontro: gravando!

Nesse encontro, os alunos do Grupo Aviões iniciaram a aula de matemática dirigindo-se para uma outra sala, desocupada no momento, para darem continuidade à produção de sua PMD, conforme havíamos combinado no encontro anterior. Segue, abaixo, extrato do diálogo dos alunos:

[00:00:01.20] Carlos: Gravou.

[00:00:15.16] Carlos: Em que posso ajudar vocês?

[...]

[00:01:04.50] Carlos: Tá, assim oh, primeiro vocês têm que discutir entre vocês qual classe vocês querem ir. Tem a classe executiva, tem a classe moderada e classe econômica, qual delas vocês querem optar? A classe executiva é mais cara que tem, que vem com tomada no assento, refeição, maior espaço para as pernas, bagagem despachada, entretenimento, internet, entendeu? E a classe econômica é mais simplesinha, não tem nada disso daqui que eu falei.

[...]

00:02:01.56] Carlos: Tá. Então, o Everton vai pagar duzentos e vinte e seis reais a menos por ele ser menor de idade. Só deixa eu explicar pra vocês aqui. Oh, o José...vai pagar dois mil setecentos e sessenta reais. O Eduardo...tu vai querer adicionar classe executiva ou tu vai de classe moderada?

[00:02:31.25] Eduardo: Só a... a classe executiva tem a tomada?

[00:02:37.23] Carlos: De classe executiva vai ficar três mil cento e vinte e sete. E o Marcus? Vai de qual classe? Executiva? Moderada? Simples?

[00:02:58.17] Marcus: Executiva

[00:02:59.13] Carlos: Executiva confirmada... tá, e o Carlos e o Everton não puderam comparecer.

[00:03:12.06] Eduardo: O Carlos é de executiva e o Everton é de, é normal.

[00:03:16.03] Carlos: Executiva...

[00:03:17.06] José: O Carlos pagaria mais caro.

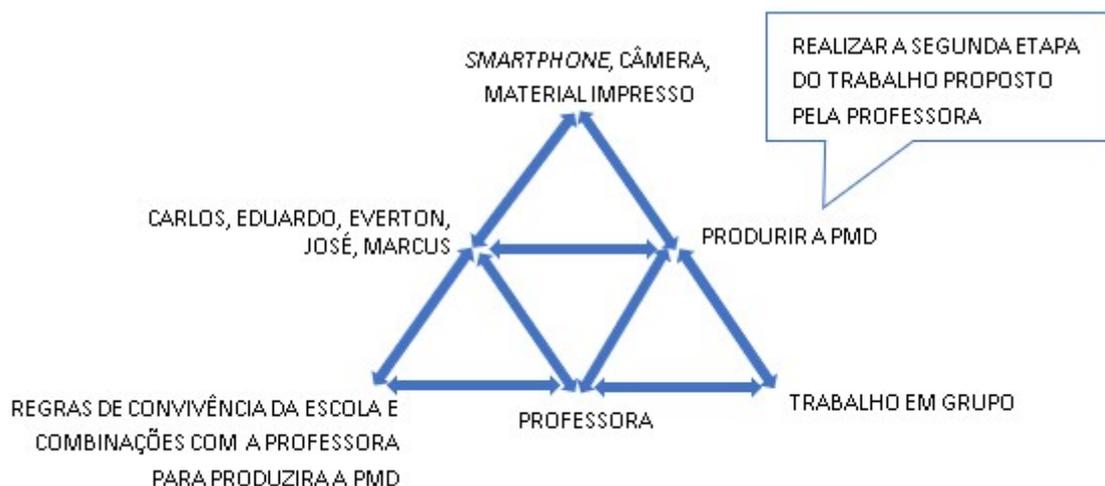
[00:03:18.20] Carlos: Pagaria mais caro por quê?

[00:03:21.14] Eduardo: Ele ia pegar mais internet, essas coisas assim

[00:03:24.10] Carlos: A tá (gravação em áudios do dia 12/12/2018).

De acordo com os diálogos dos educandos, conforme extratos acima, representamos o sistema de atividade 10 do Grupo Aviões abaixo:

Figura 26 - Sistema de atividade 10



Fonte: Construído pela autora

Conforme a figura 26, o sujeito do sistema de atividade do Grupo Aviões permanece como sendo todos os integrantes do Grupo Aviões. Os artefatos com os quais os alunos se dirigem ao objeto da atividade são seus *smartphones*, a câmera (aplicativo do *smartphone*) e o material impresso por Carlos. Como regras, são retomadas as mesmas do sistema de atividade 7: regras de convivência da escola e combinações com a professora para produzir a PMD. Na comunidade do sistema está presente a professora, pois, nesse encontro, os alunos se dirigiram para uma outra sala no início da aula e lá permanecem até o final do encontro. A organização do trabalho mantém-se em grupo.

Como motivo e objeto da atividade do Grupo Aviões, de acordo com os extratos de seus diálogos nesse encontro, observamos que os alunos estavam gravando a PMD, logo, entendemos que o motivo e objeto da atividade se mantêm os mesmos do sistema de atividade 7.

Na continuidade do diálogo, os alunos começam a falar sobre os custos das passagens, citando os valores calculados na primeira etapa.

[00:03:57.28] Carlos: Tá bom, esse vai ser os preços de vocês. O José vai pagar dois mil, setecentos e sessenta, que a classe dele é a normal, é a mais simples. O Eduardo vai pagar três mil, cento e vinte sete, porque é a classe executiva, o Marcus também. O Everton vai pagar isso aqui. O Carlos vai pagar um pouquinho mais caro por causa do...

[00:04:30.46] José: Da internet

[00:04:31.04] Carlos: Por causa da internet, que aí tem um aumento de quatro por cento. E o Everton, por ser mais novo vai pagar...

[00:04:38.06] José: Vai pagar duzentos e vinte e seis a menos

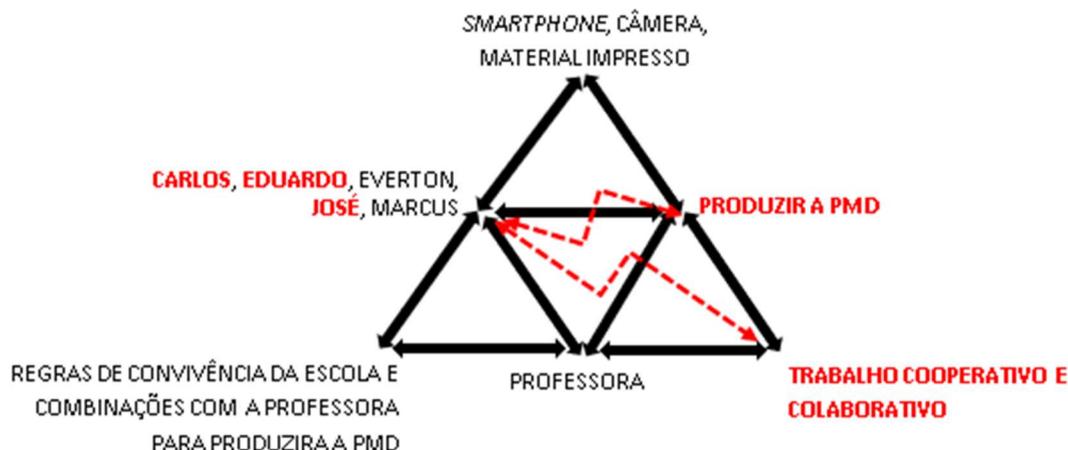
[00:04:39.41] Carlos: Duzentos e vinte e seis a menos. Todo esse orçamento vai dar, por cinco dias, o hotel, bem na frente da Time Square, né? De vista. E também, vocês vão ter direito a refeição, meio-dia, café da manhã e café da tarde e janta (gravação em áudio do dia 12/12/2018).

Nesse momento, a produção dos alunos foi interrompida pela professora, e eles iniciam uma conversa sobre a produção da PMD, em como colocarem suas falas na produção:

[00:05:18.10] José: É só cortar.
 [00:05:19.02] Carlos: Que eu me, me confundi todo
 [00:05:20.05] José: Não, não [...] não precisa apagar tudo
 [...]
 [00:05:37.01] José: Olha na folha, tipo...tipo olha na folha quanto que vai dá o...
 [00:05:40.09] Carlos: Tá, só vai...
 [00:05:41.01] José: Como tu tivesse feito o orçamento, entendeu?
 [00:05:42.23] Carlos: Uhum.
 [00:05:43.22] Everton: Vamos de novo?
 [00:05:45.04] Eduardo: Ah?
 [00:05:45.20] Everton: Vamos de novo?
 [00:05:47.02] José: Aí tu fala assim: pelo que eu olhei no orçamento de vocês, hein?
 [...]
 [00:06:24.05] Marcus: Tá, aí í tu fala assim, oh: então...
 [00:06:24.23] Carlos: Vamos da parte que tu tava, que o Eduardo tava me apresentando o trabalho.
 [00:06:27.19] Eduardo: Não, então, tá gravando já? Eu vou dizer assim, oh. Péra. O Everton, não tá gravando, né?
 [00:06:30.01] Everton: Não
 [00:06:31.20] Carlos: Vai falar o que?!
 [00:06:32.06] Eduardo: Vou dizer assim oh: ah...eu vou falar pra ti: o meu amigo Carlos ele ia quer a internet no plano dele e ele ia dizer que tinha...
 [00:06:40.03] Carlos: Não, apresenta todo o trabalho, só apresenta, só apresenta.
 [00:06:42.22] Eduardo: Tá...pode sê. Tá
 [00:06:43.07] Carlos: Tá, vai (gravação em áudio do dia 12/12/2018)

Ainda referente aos extratos à cima, quando o aluno Eduardo tenta colaborar com uma sugestão para a sua própria representação, conforme a fala: “*Vou dizer assim oh: ah...eu vou falar pra ti: o meu amigo Carlos ele ia quer a internet no plano dele e ele ia dizer que tinha...*”, essa sugestão é rapidamente rejeitada por Carlos, que pede para que o aluno: “[...] *só apresenta, só apresenta*”. Com esse diálogo, observamos a retomado do conflito existente entre Carlos e Eduardo. Representamos esse conflito identificado pelas manifestações de Carlos e Eduardo como possíveis contradições internas no sistema de atividade 10 do Grupo Aviões, conforme figura 27 abaixo:

Figura 27 - Possível contradição no sistema de atividade 10



Fonte: Produzido pela autora com base em Engeström (2001) e Engeström e Sannino (2011)

No modelo da figura 27, essa possível contradição interna está representada no sistema de atividade do grupo como duas flechas dupla pontilhadas, uma entre o componente sujeito (Carlos e Eduardo) e o componente objeto (produzir a PMD) e a outra entre o componente sujeito e o componente organização do trabalho.

Para Engeström e Sannino (2011) uma das possibilidades de resolução de um conflito é por meio da submissão a uma autoridade, o que, aconteceu com o aluno Eduardo, conforme sua colocação: “*Tá...pode sê. Tá*”. Carlos, apesar de colega, ocupava uma posição de liderança no grupo, assumindo, por diversas vezes, *o papel invisível do professor* no Grupo Aviões, tomando decisões ao longo do desenvolvimento do trabalho

Dando continuidade à produção, os alunos continuaram com a gravação de sua performance, pensando e dialogando sobre a melhor forma de colocar as informações da estória nas falas das personagens.

- [00:07:55.12] Carlos: Calma, peraí, aqui no texto tá falando que o único que foi da executiva foi eu e o José.
 00:08:01.10] José: A tá, tá errada a estória. Muda, muda, muda.
 00:08:03.19] Marcus: Ah, tava trocado
 [...]
 [00:08:04.29] Eduardo: Tá, e eu? E eu?
 [00:08:05.06] Carlos: Tu foi normal.
 [00:08:05.17] Marcus: Eu, o Eduardo e o Everton vamos de...como é que é?
 [00:08:07.15] José: Tu só pediu a tomada no assento.
 [00:08:08.17] Carlos: É.
 [00:08:09.26] José: Para, para aí, o Eduardo?
 [00:08:10.18] Marcus: Eu, o Eduardo e o Everton fomos de...como é mesmo o nome?
 [00:08:12.22] José: Mas daí tu fala...
 [00:08:13.03] Marcus: Econômica, só que o Eduardo só quis tomada no assento.
 [00:08:15.15] Carlos: Fala assim oh: o Carlos, o Carlos e o José...
 [...]

[00:08:24.18] Carlos: É. O Carlos e o José querem ir de classe executiva e o restante...não, o restante não, fala...
 [00:08:31.21] Eduardo: Só que o Carlos, ele quer classe executiva e quer adicionar o ponto wifi.
 [00:08:34.23] Carlos: Não, primeiro tu só fala que o Carlos e o José vão, querem ir de classe executiva e vocês normal. Vai.
 [00:08:41.14] Eduardo: E eu vou... quero a tomada...
 [00:08:42.25] Carlos: Tá, só fala que tu quer ir normal primeiro.
 [00:08:45.27] Marcus: Começa um novo. É um novo?
 [00:08:47.11] Carlos: Só fala que tu quer normal, não fala esse negócio de tomada aí.
 [00:08:49.33] Everton: Pera. Pode ir (gravação em áudio do dia 12/12/2018)

Os alunos iniciam a filmagem.

[00:09:33.06] Carlos: Tá, assim oh, então quem vai de classe executiva vai ser o Carlos e o José, certo?
 [00:09:37.13] José: Isso.
 [00:09:37.27] Carlos: E o restante vai, vão ir de classe econômica.
 [00:09:40.37] José: Isso. Só que o Eduardo pediu tomada no assento.
 [00:09:43.16] Eduardo: Quero uma tomada no assento (gravação em áudio do dia 12/12/2018).

Nesse momento, observamos que apesar de Carlos ter pedido para que não fosse falado sobre a inclusão de tomada no assento de Eduardo durante a filmagem da PMD, conforme extratos acima, verificamos que José contrariou essa solicitação e, na sequência, Eduardo também, com a colocação: “*Quero uma tomada no assento*”.

[00:09:44.14] Carlos: Ah...quer uma tomada no assento. Então...vai custar um aumento de cinco por cento. Deixa eu anotar aqui, cinco por cento. Cinco por cento Eduardo, pela tomada no assento que tu quer pedir. E pra ti, tu que pedir alguma coisa adicional, entretenimento?
 [00:09:59.26] José: Não
 [00:10:02.11] Carlos: Então só isso.[...]
 [...]
 [00:10:22.04] Carlos: Tá, como o Everton é de menor, tem dezesseis anos, ele vai pagar duzentos e vinte e seis reais a menos que o resto da passagem e o Carlos, como ele é mais velho, ele vai ter o controle das passagens, né? E o controle do cronograma de vocês. Eu preciso saber se o Carlos e o Everton querem adicionar alguma coisa mais no pacote deles?

No extrato acima, podemos identificar a forma como Carlos retratava ele próprio e os colegas em uma narrativa que seria apresentada para a turma. Conforme Scucuglia (2012, p. 16, tradução nossa³⁷), “a criação de uma narrativa envolve o processo de pensar sobre o eu e o outro e sobre como retratar uma imagem do eu para uma audiência”. Em sua descrição, Carlos se coloca como o mais velho do grupo e o responsável pela viagem, com o controle das

³⁷ The creation of a narrative involves the process of thinking about the self and the other, and about how to portray an image of the self to an audience.

passagens e do cronograma. Podemos considerar que, com essa narrativa, o seu *papel invisível de professor* foi exposto.

[00:11:02.23] Carlos: Daí os preços vão ficar assim oh: preço do Eduardo, vai ficar dois mil oitocentos e vinte... vai ficar errado, a sora vai xingar nós.
 [00:11:18.09] José: Peraí, sabe o que que tu faz?
 [00:11:19.05] Carlos: É que o Eduardo, o Eduardo, que tu falou do negócio da, que quer tomada no assento, se no texto não tá nada aqui, oh?!
 [00:11:25.29] Eduardo: Tá sim
 [00:11:26.03] José: Tá sim. É no outro aqui, oh.
 [00:11:28.09] Marcus: Peraí, peraí.
 [00:11:31.23] Eduardo: Que que tu queria?
 [00:11:31.29] José: Que o Eduardo pediu ali, que tivesse tomada no assento e lhe custou cinco por cento de...sabe o que tu faz Carlos, tu folheia, tipo assim pra ti olhar o preço, ah, aí tu olha aqui, o Marcus...
 [00:11:43.15] Carlos: Tá! Vai
 [00:11:44.05] José: O Marcus deu , ah... dois mil e dez a passagem.
 [00:11:46.14] Carlos: Grava de novo!
 [...]
 [00:11:51.19] José: Hein? Olha os dois lá quanto é que deu, certinho, se não a sora vai xingar. Tá, vai rápido que a gente tem pouco...vai, vai Eduardo, agora é tu

Conforme se pode observar nos extratos acima, Carlos notou que estava falando errado os valores das passagens durante a filmagem e se mostrou preocupado, inclusive com relação a reação da professora. Conforme Borba, Scucuglia e Gadanidis (2018), os estudantes podem aprender Matemática ao pensarem na elaboração do vídeo, em como comunicar as ideias. O processo de produção do vídeo fez com que os alunos pensassem sobre em como comunicar as ideias matemáticas, no caso do Grupo Aviões, os percentuais de acréscimo e desconto e valores calculados. Diante do erro verificado por Carlos, José, novamente, lhe orienta a olhar os valores corretos das passagens no material impresso.

A aula com a turma B encerrou enquanto os alunos do Grupo Aviões filmando PMD em outra sala, dessa forma, os alunos foram avisados para terminarem a produção na próxima aula, conforme excerto abaixo:

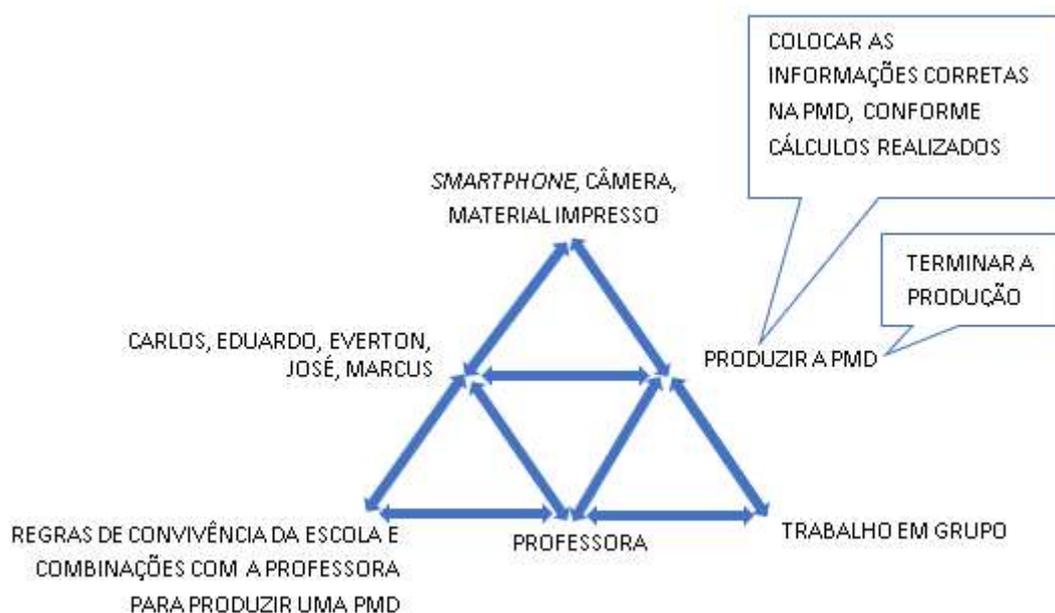
[00:13:06.26] José: Ah pai, ah sério? Ah sora.
 [00:13:10.29] Eduardo: Ah sora. Tá no final já, o que houve?
 [00:13:12.20] José: Não pode terminar?
 [00:13:12.24] Professora: Sério? Ah...bateu, não ouviram? Guris, vocês terminam na sexta.
 [00:13:18.26] José: Tá
 [00:13:19.01] Professora: Vamos tentar usar essa sala aqui...eu não sei se vai dar...acho que não.
 [00:13:23.04] José: Não, mas a gente já descobriu bastante corte já sora. Já descobriu bastante...como fazer (gravação em áudio do dia 12/12/2018).

Com relação a esse encontro, observamos que, apesar dos conflitos entre Carlos, Eduardo e José, em idas e vindas no discurso, temos um avanço na atividade desse grupo no que se refere à produção da PMD, com discussões sobre as interpretações, o enredo, as falas

das personagens, em um movimento em direção ao objeto do sistema de atividade, a saber, produzir a PMD.

A colocação do aluno José no final da aula: “*Não, mas a gente já descobriu bastante corte já sora. Já descobriu bastante...como fazer*”, corrobora com essa análise. Também verificamos um interesse dos alunos Eduardo e José em continuar com o trabalho, “*Ah sora! Tá no final já, o que houve?*” e “*Não pode terminar? mesmo já tendo terminado a aula de matemática e sendo o horário de os alunos se dirigirem para a casa.*” Lacerda (2015), ao analisar a imagem da Matemática, enquanto disciplina escolar, observou que o desenvolvimento de Performances Matemáticas Teatrais fez com que os alunos se envolvessem em situações cotidianas com Matemática, aumentando o interesse nas aulas. De forma semelhante, podemos observar um envolvimento dos alunos na produção da PMD do grupo, nem percebendo o tempo da aula passar. Sendo assim, identificamos uma mudança no motivo da atividade do grupo, em relação a essa etapa do trabalho, conforme figura 28 abaixo:

Figura 28 – Sistema de atividade 11



Fonte: Construído pela autora

Nesse sistema de atividade 11, os demais componentes se mantêm em relação ao sistema de atividade 10. Porém, como motivos, identificamos: colocar as informações corretas na PMD, conforme os cálculos realizados e terminar a produção.

5.3.8 Oitavo encontro: conclusão da PMD

Nesse encontro, os educandos do Grupo Aviões continuaram a produção em uma sala de aula, conforme informação dos próprios integrantes do grupo. No entanto, o áudio desse encontro não foi disponibilizado. Ao serem questionados, os alunos informaram que não haviam realizado a gravação em áudio nesse dia. Sendo assim, não apresentamos um modelo para atividade dos alunos para essa aula.

5.3.9 Nono encontro: a viagem para Nova York

O nono encontro foi destinado a apresentação das PMD produzidas pelos alunos das turmas A e B. Nesse dia, os alunos das duas turmas foram reunidos na sala Multimeios³⁸ da escola, onde se deu a apresentação das produções que os grupos dos alunos, que foram disponibilizadas por e-mail ou via *pen drive*.

Segue, abaixo, a narrativa da produção do Grupo Aviões:



Personagens: Funcionário da agência de turismo, os amigos José, Marcus, Everton, Carlos e Eduardo.

(Batida na porta)
 Funcionário: Já vai
 Funcionário: Boa tarde
 José: Boa tarde
 Funcionário: Boa tarde

Marcus: Boa tarde
 Funcionário: Em que posso ajudar vocês?
 José: A... a gente fez um... orçamento sobre uma possível viagem para Nova York, nos Estados Unidos.
 Funcionário: Posso dá uma olhadinha?
 José: Pode!
 Funcionário: Então é uma viagem para Nova York, nos Estados Unidos, certo?
 José: Isso!
 Funcionário: Eu preciso do nome de vocês. Qual o teu nome?
 José: José
 Funcionário: José
 Marcus: Marcus
 Funcionário: Marcus
 Everton: Everton
 Funcionário: Everton... e os que não vieram?
 José: É Eduardo
 Funcionário: Eduardo e?
 José: Carlos.

³⁸ Sala Multimeios é uma sala que possui computador, projetor, televisão, equipamento para DVD e pen drive. Sua utilização, normalmente é feita mediante reserva pelo(a) professor(a).

Funcionário: Qual a idade?
 José: Meu...de quem é que tá perguntando?
 Funcionário: A tua idade
 José: Dezenove anos
 Funcionário: Dezenove
 Marcus: Dezoito
 Funcionário: Dezoito
 Everton: Dezesesseis
 Funcionário: Dezesesseis. No caso, dos que não puderam vir.
 José: O Carlos é vinte
 Funcionário: Vinte
 José: E o Eduardo é dezoito
 Funcionário: É dezoito, tá...Então é cinco passagens, certo? (os amigos José e Marcus balançam a cabeça positivamente)
 Eu vi aqui que quem ...quem vai de classe executiva é o José...
 José: E o Carlos
 Funcionário: Eu tinha feita uma simulação e eu vi que as passagens iam sair dois mil setecentos e sessenta reais pra cada um, mas como o Carlos e o José vão ir de classe executiva, então é outro custo. A passagem do Marcus vai ficar dois mil setecentos e sessenta.
 Marcus: Esse preço não é acessível pra mim.
 Funcionário: Não?
 Marcus: Não.
 Funcionário: Tá, deixa eu ver o que que eu posso fazer por ti (o funcionário pega um livro, abre e olha)
 Funcionário: Tá, eu posso fazer por ti um desconto de nove...de nove por cento. Daí em vez de ficar dois mil, setecentos e sessenta, vai ficar... dois mil... quinhentos e doze reais.
 Marcus: Pode sê!
 Funcionário: Pode sê?

 Marcus: Pode sê.
 Funcionário: É que eu tenho que continuar fazendo...o Everton, como ele menor de idade. Ele vai, ele vai pagar duzentos e vinte e seis reais a menos porque faz parte do nosso protocolo.
 José: Tá!
 Funcionário: Então ele vai pagar dois mil, quinhentos e trinta e quatro reais...que mais...o Eduardo.
 José: Ele vai querer tomada no assento.
 Funcionário: Vai querer adicionar tomada no assento?
 José: Isso!
 Funcionário: Tá, então, a passagem dele vai ter um aumento de cinco por cento. Deixa eu ver aqui (o aluno pegar o material impresso). Isso, vai ter um aumento de cinco por cento, daí a passagem dele vai ficar dois mil, oitocentos e noventa e oito reais.
 José: Tá, pode ser então!
 Funcionário: E as passagens do Carlos e do José que são de classe executiva...vai querer adicionar alguma coisa?
 José: Não. Mas o Carlos, ele vai querer internet no pacote.
 Funcionário: Ah, vai quer internet?
 José: É.
 Funcionário: Tá, então a tua passagem, como tu não vai adicionar nada, vai ficar cinco mil, setecentos e quarenta e dois reais.
 José: Tá.
 Funcionário: E a do Carlos, como ele querer adicionar a internet, vai ter um aumento de quatro por cento.



José: Pode sê.

Funcionário: Pode sê.

José: Tá.

Funcionário: E a passagem dele vai fica cinco mil, novecentos e setenta e um reais.

José: Se a gente pagar a vista, tem alguma promoção? Desconto?

Funcionário: Não, não, infelizmente nesse pacote não tem como a... não tem promoção.

José: Tá

Funcionário: Infelizmente. Mas caso aconteça alguma coisa...é que os preços...eles vão caindo né, diariamente, nesse caso se o preço de vocês, do pacote, cair eu ligo pra vocês

José: Tá

Funcionário: Pra avisar...Então vai ficar assim oh: Eduardo, dois mil novecentos e noventa e oito reais. Marcus, dois mil, quinhentos e doze reais. Everton, dois mil quinhentos e trinta e quatro reais. Carlos, cinco mil, novecentos e setenta e um reais e o José, cinco mil, setecentos e quarenta e dois reais. É isso?

José: Tá. pode ser.

Funcionário: Deixa-me mostrar pra vocês os produtos que vem na executiva (aluno pega novamente um livro didático e começa a olhar como se fosse um catálogo). Na classe executiva vem entretenimento, tem a refeição também. Dependendo da hora que vocês forem vai ter café, se vocês forem de tarde é café. Tem também a bagagem despachada (aluno folheando o livro). Tem maior espaço para as pernas, tem a tomada no assento. A única coisa que não tem lá é o wi-fi.

José: Tá, mas aí só o Carlos que vai querer o wi-fi...no caso.

Funcionário: Só o Carlos? Tá! As companhias aéreas...eu tenho três companhias aéreas no momento disponíveis pra vocês.

José: Qual?

Funcionário: Qual que vocês querem? Tem empresa X, tem a empresa Y e tem a empresa Z³⁹.

José: Vamos de Avianca, eu acho ela uma excelente empresa.

Funcionário: De Avianca?

José: É

Funcionário: Os horários. Tem horário da noite, da tarde e da manhã. Qual que vocês querem?

José: Vamos no primeiro horário da noite, que a gente quer chegar de dia lá pra curtir bem.

Funcionário: Primeiro horário da noite eu tenho nove horas, pode ser?

José: Pode.

Funcionário: Tá, daí vocês vão sair nove horas daqui do aeroporto de Porto Alegre, vão chegar lá em São Paulo, no aeroporto de Congonhas às onze e meia, daí meia noite vocês saem do aeroporto de São Paulo e vão em direção para Nova York.

José: Tá

Funcionário: Chegando lá às dez horas da manhã. Pode ser?

José: Pode ser

Funcionário: Daí lá, quando vocês chegarem vão fazer o check in, vão passar pela imigração e vão pra van de vocês. Vai ter uma van esperando vocês do lado de fora do aeroporto pra levar pro hotel.

José: Caso alguém não passe na imigração, vocês devolvem o dinheiro?

Funcionário: Sim, sim...com certeza...O horário pra volta. O horário, olha só, na volta vocês não vão vir com a Avianca, vocês vão vir com a Gol.

José: Tá

Funcionário: Faz parte do nosso pacote. Fazer a mesma coisa. Qual o horário que vocês vão vir, na volta?

(os clientes José, Marcus e Everton se olham)

Everton: Onze horas.

José: Onze horas da manhã.

Funcionário: Aham...tá, daí vocês vão sair onze horas da manhã de lá do aeroporto, vão chegar aqui, no caso, às onze horas da noite. Daí vocês vão pegar o voo de São

³⁹ Os alunos usaram nomes de empresas aéreas na produção, os quais alteramos para empresa X, Y e Z.

Paulo para Porto Alegre onze e meia da noite, para dá tempo de vocês fazerem o check in

José: Tá

Funcionário: E pegar as mala. E vocês vão chegar lá uma hora, em Porto Alegre. Pode ser?

José: Pode.

Funcionário: Tá bom...Preciso que vocês assinem o nome e assinem na assinatura do Carlos e do Eduardo que não puderam comparecer. (O funcionário passa um caderno e uma caneta para assinarem. José assina primeiro, depois Marcus e, na sequência, Everton. Enquanto os cliente estão assinando, o funcionário pega seu celular e atende)
F: Alô? sim, sim, tem horário marcado, agora às três horas da tarde, vocês vão comparecer?

Tá bom, eu te espero então...Tá, tchau. (funcionário guarda o celular e os clientes terminam de assinar)

Funcionário: Qual dia que vocês querem ir? Eu só tenho disponível no mês de janeiro.

José: Tá, pode ser então, janeiro

Funcionário: Janeiro, qual dia?

José: dia dezessete.

Funcionário: Dia dezessete. Tá, e daí no caso vocês vão voltar dia vinte e dois.

José: Tá...Seria um quarta-feira?

Funcionário: É, seria uma quarta-feira.

José: Tá.

Funcionário: Vão voltar quarta-feira

José: Então a gente vai marcar teu (trecho inteligível) na quarta (olhando para Marcus).

Marcus: Uhum

Funcionário: Daí dois dias antes, dia quinze, vocês vêm aqui pegar as passagens. Pode ser?

José: Pode

F: Tá bom. Deixa eu assinar aqui. Negócio fechado. caso aconteça alguma coisa eu ligo pra vocês, se tiver alguma alteração.

José: Tá, vou deixar meu número aqui então (José pega o caderno)

Funcionário: Tá, deixa o teu número então. Deixa eu anotar aqui (pegando o seu celular)

José: Tá aqui meu número. Meu nome é José. Tá aqui meu número (José guarda o material impresso em um saco plástico. Ele, Marcus e Everton se levantam).

F: Tá ok. Certo? (Carlos também se levanta). Qualquer coisa eu ligo para vocês, tá? (José, Marcus e Everton saem da sala).

2 dias antes da viagem

(Som de batida na porta, o funcionário da agência de viagens se levanta para abrir a porta)

F: Já vai! Bom dia.

José: Bom dia

Marcus: Bom dia

Funcionário: Vieram buscar as passagens?

(os amigos e o funcionário se dirigem para a sua funcionários)

Funcionário: Tivemos um pequeno probleminha,

porque o dólar caiu e as passagens, que a gente já tinha feito a conta, caíram vinte por cento. Mesmo assim, vocês vão querer ir?

José: Sim!

Funcionário: Daí no caso, a passagem do Everton vai ficar dois mil e vinte oito. A passagem do Eduardo, dois mil, trezentos e dezoito, a passagem do Marcus, dois mil e dez, a passagem do Carlos, que é classe executiva, quatro mil, setecentos e setenta e sete. E a do José, que também é classe executiva, quatro mil, quinhentos e noventa e quatro.

José: Tá.

Funcionário: Pode ser?

José: Pode sim.

Funcionário: Daí vocês assinam aqui, por favor (os amigos começam a assinar, José, Marcus e Everton).

Funcionário: Deixa

eu pegar as passagens pra vocês. Assinaram a do Eduardo?

José: Já assinei a do Eduardo e do Carlos, porque, novamente, eles não puderam vir. (O funcionário começa a entregar as passagens)

José: De quem que é essa daqui?

Funcionário: Essa daí é do Eduardo. Essa daqui é do José. Essa daqui é do Marcus

José: Tá

Funcionário: Do Everton

José: Tá

Funcionário: E a do Carlos

José: Certo!

Funcionário: Daí vocês entregam essas passagens...

José: Tem que vir com o passaporte?

Funcionário: Sim, tem que vir com o passaporte com o visto, no caso. Daí na hora do check in, se eles perguntarem: da onde tu veio? Da onde tu é? Daí tu fala: eu vim do Brasil e fiz um pacote com a CCC⁴⁰ (enquanto fala aluno faz uma anotação no livro).

José: Tá.

Funcionário: Tchau.



Assistindo à PMD do Grupo Aviões, verificamos que o aluno Eduardo, que vinha participando da produção interpretando um dos amigos que se dirigia até a agência de turismo para orçar as passagens, conforme áudio do sétimo encontro, não participa como personagem na produção final. Ele ficou responsável pela gravação da PMD, função que estava sendo exercida pelo aluno Everton, conforme observamos no sétimo encontro. Como não tivemos acesso aos diálogos do oitavo encontro, não sabemos em que circunstâncias ocorreu essa troca de personagens e nem de quem teria partido a ideia, se do aluno Eduardo ou de outro integrante do grupo. No entanto, com base na PMD do grupo, sabemos que a produção iniciada no sétimo encontro foi descartada e uma nova filmagem foi realizada no oitavo encontro.

Essa mudança na produção, permite interpretar que o conflito que identificamos entre Eduardo e Carlos, ao longo do desenvolvimento do trabalho se acumulou e culminou na retirada do aluno Eduardo de “cena”, que é uma das formas de resolução de um conflito, a saber que são cinco as formas de terminar um conflito: submissão, intervenção dominante de terceiros, compromisso, impasse e retirada (VUCHINICH, 1990 apud ENGESNTRÖN ;SANNINO, 2011).

⁴⁰ Trocamos nome utilizado pelo grupo por um nome fictício para a empresa de turismo.

Analisando a PMD dos alunos do Grupo Aviões com base nas categorias utilizadas por Scucuglia (2012), como categorias *a priori*: sentido, surpresa, emoções vicárias e sensações viscerais, entendemos que a forma como os alunos desenvolveram o enredo da estória para apresentar os valores das passagens, seus descontos e acréscimos percentuais ofereceram sentido matemático à produção. É possível perceber uma preocupação dos alunos com as justificativas para que os cálculos percentuais estejam no enredo em falas como: “*Esse preço não é acessível pra mim*” para justificar os nove por cento de desconto na passagem de Marcus e “[...]o dólar caiu e as passagens, que a gente já tinha feito a conta, caíram[...]”, utilizadas para justificar um desconto de vinte por cento no valor da proposta inicial no preço das passagens. A queda do dólar era algo que estava ocorrendo no cenário econômico no período em que a produção foi feita (novembro de 2018), não nos percentuais de vinte por cento, mas, possivelmente, tenha influenciado no enredo da estória.

A utilização de nomes de empresas aéreas que existem, assim como o nome de uma conhecida agência de turismo, a obrigatoriedade de apresentação de passaporte com visto, o setor de imigração por onde os passageiros passam, são todas exemplos utilizados nas falas das personagens que reforçam o sentido no contexto da estória, não necessariamente matemático, mas Scucuglia (2012), de acordo com as concepção de Boorstin para o cinema, observa a importância do senso de realidade para que o público aceite a trama, para que faça sentido para os espectadores (SCUCUGLIA, 2012; BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2018).

Com relação à categoria de surpresa matemática na PMD do Grupo Avião, existe uma passagem temporal na trama, que foi indicada por meio da frase “*2 dias antes da viagem*”, antecedendo a cena em que os amigos buscam suas passagens e são informados da alteração nos preços, o que pode gerar surpresa no público que assiste a produção. No entanto, essa alteração se refere a um desconto de vinte por cento do valor inicial, o que não justificaria uma possível desistência da viagem pelos compradores, já que os preços ficaram mais baratos, ou seja, a surpresa não atende o requisito do sentido na PMD.

No que se refere a emoções vicárias, na qual o público sente as mesmas emoções dos atores e para tal alguns recursos podem ser utilizados, como por exemplo algumas músicas e close-up na face dos atores, podemos dizer que a PMD do Grupo Aviões não utiliza esses recursos para gerar emoções nos espectadores. Apesar da produção ter uma música na apresentação de seu título, com uma duração em torno de cinco segundos, no decorrer da PMD não se tem mais música, nem efeitos de filmagem, que possam reforçar no público as mesmas emoções que as personagens procuram passar.

No entanto, não podemos deixar de considerar que o enredo dessa produção trata de uma viagem para Nova York, em que os alunos do grupo interpretam amigos que vão em uma conhecida agência de turismo para verificar o orçamento e acabam comprando as passagens, o que pode provocar no público uma identificação com relação ao desejo de realizar uma viagem nesses moldes. A justificativa apresentada para o desconto de nove por cento no valor da passagem da personagem Marcus, com sua fala “*Esse preço não é acessível pra mim*” também pode provocar emoção no público que assiste a produção.

Com relação à categoria de sensações viscerais, que se refere às emoções provocadas nos espectadores, no qual alguns sons específicos podem ser utilizados como recurso, mas que não são as mesmas emoções das personagens. A noção de sensações viscerais é relacionada à PMD por meio da noção de ajuste matemático (SCUCUGLIA, 2012).

Nessa PMD, no que se refere ao senso de ajuste matemático, a estória e as narrativas dos educandos apresentam justificativas para os acréscimos e descontos percentuais nos preços das passagens, a saber desconto de nove por cento para a viagem se tornar acessível para Marcus, acréscimo de cinco por cento devido a tomada no assento de Eduardo, aumento em quatro por cento devido à internet na passagem de Carlos e, no final, um desconto de vinte por cento devido a queda do dólar, ou seja, existe uma preocupação dos alunos em colocar todos os percentuais de desconto e acréscimo na fala das personagens, de acordo com o problema criado, gerando uma conexão entre o conteúdo matemático de porcentagem e a estória da viagem dos amigos para Nova York. “Experiências diretas e vínculos entre ideias matemáticas e contextos cotidianos oferecem ao público sensações viscerais” (SCUCUGLIA, 2012, p.175, tradução nossa⁴¹). Porém, em nenhum momento os alunos mostram ou falam no vídeo como fizeram os cálculos dos valores apresentados, algo que poderia constar no filme, por se tratar de uma PMD na qual era pretendido comunicar a ideia matemática da porcentagem.

Scucuglia (2012) observa que a PMD, geralmente, é uma gravação curta de vídeo, para a produção do Grupo Aviões foi, por mim, sugerido um tempo de cinco minutos. No entanto, a PMD dos alunos teve uma duração de doze minutos e trinta e cinco segundos, um tempo longo que pode gerar impaciência no espectador, considerando as características das cenas, com as personagens sentadas e conversando em sua quase totalidade.

Concluindo a análise da PMD do Grupo Aviões, verificamos um cuidado com a edição, pois a mesma apresenta cortes no vídeo, a inclusão de título e música, explicação sobre a passagem do tempo, e os alunos também tiveram uma preocupação em não deixar as cenas sem

⁴¹ Direct experiences and links between mathematical ideas and everyday contexts offer to the audience

ação, a exemplo do momento do filme em que o funcionário da agência, interpretado por Carlos, recebeu a ligação de um outro cliente para marcar uma visita enquanto os amigos José, Marcus e Everton assinavam a documentação para a viagem.

Em seu estudo envolvendo a produção de PMD, Scucuglia (2012) verificou que a natureza multimodal da PMD foi um dos atributos pedagógicos mais significativos. A performance artística associada às mídias digitais para comunicar as ideias matemáticas, propiciadas com multimodalidade, garantiram a surpresa matemática nas produções analisadas por esse autor. No entanto, o autor observou que isso não garantiu argumentos claros sobre os conceitos matemáticos trabalhados.

A matemática é tradicionalmente comunicada através de textos impressos através do uso da escrita, tabelas, diagramas e gráficos. Os recursos de mídia digital oferecem maneiras de representar matemática ideias através de vários modos, que adicionam camadas não usuais de sinais na comunicação matemática (por exemplo, áudio, gestos, espaço). Contudo, a multimodalidade não garante a natureza conceitual da ideia explorada nas PMDs. (SCUCUGLIA, 2012 p. 215, tradução nossa⁴²).

De forma análoga, podemos observar, na produção do Grupo Aviões, que os alunos não trabalharam os conceitos de porcentagem e, apesar desse conteúdo matemático fazer parte do enredo e ser mencionado nas falas do funcionário da agência de turismo, a produção se desenvolve mais em função da viagem para Nova York do que em relação à porcentagem.

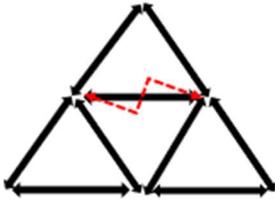
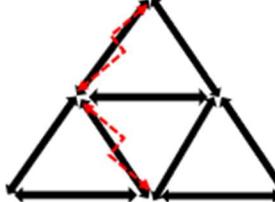
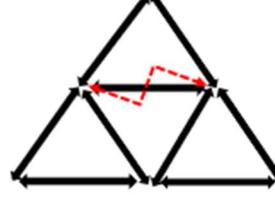
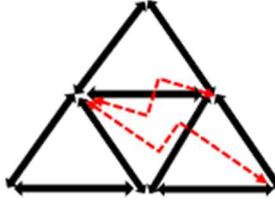
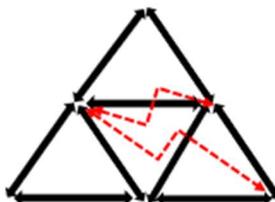
Scucuglia (2012) constatou que na maioria das produções, apesar dos alunos descrevem emoções em suas PMD, e, conforme o autor, emoções matemáticas não são comuns, a produção conceitual matemática foi algo raro e, além disso, as ideias matemáticas trabalhadas não estavam intimamente relacionadas com situações ou problemas cotidianos. No que se refere a produção do Grupo Aviões, apesar dessa não ser uma situação do cotidiano dos alunos, o enredo é algo que, provavelmente partiu de um desejo dos alunos (Carlos) em realizar uma viagem para Nova York, por meio de uma reconhecida agência de turismo reconhecida, a saber anúncios e propagandas em sites e em lojas físicas em shopping centers.

5.4 CONTRADIÇÕES INTERNAS NA ATIVIDADE

⁴² The multimodal nature of DMPs is one of its most significant pedagogic attributes. Mathematics is traditionally communicated through print-based texts through the use of writing, charts, diagrams, and graphs. Digital media affordances offer ways to represent mathematical ideas through multiple modes, which adds non-usual layers of signs in communicating mathematics (e.g. audio, gestures, space). However, multimodality does not guarantee the conceptual nature of the idea explored in the DMPs.

Para melhor visualização dessas possíveis contradições, segue, abaixo, um quadro que elaboramos com as possíveis contradições internas por nós identificadas na atividade do Grupo Aviação ao longo dos encontros:

Quadro 3 - Possíveis contradições internas nos sistemas de atividade

Classificação das manifestações discursivas	Encontro	Modelo	Possíveis contradições internas- Resultado no sistema de atividade
Duplo vínculo (beco sem saída) em relação à proposta com projetos de Modelagem	1º		Atividade evoluiu após seguidas orientações para os alunos não se preocuparem com o conteúdo matemático, mas buscassem por algum tema de interesse.
Conflito – Carlos, José, Eduardo Em relação a forma de utilização, as mídias utilizadas (smartphone vs. computador) e as respostas dadas pela comunidade (internet)	2º		Conflito com aparente resolução, mediante submissão de Eduardo, mas que é retomado pelo aluno nesse encontro.
Dilema - Carlos Dilema Matemática Implícita vs. Matemática Explícita no problema	2º		Dilema transformou o objeto da atividade de investigação sobre modelos de aviões (peso e velocidade) para investigação sobre custos de passagens aéreas para Nova York.
Conflito crítico - Eduardo Dilema - José	5º		Conflito entre Carlos e Eduardo se tornou um conflito crítico, com a exposição do aluno Eduardo de sua vivência no trabalho. Provocou a retomada do objeto da atividade anterior.
Conflito - Carlos e José Conflito - Carlos e Eduardo em relação ao objeto da atividade e à organização do trabalho	7º		Conflito entre Carlos e Eduardo resolvido com aparente submissão, no entanto foi retomado no mesmo encontro. A atividade evoluiu, com os alunos estudando as formas de produção da PMD.

Fonte: Construído pela autora

De acordo com esse quadro, podemos perceber que o conflito entre Carlos e Eduardo foi algo recorrente durante os encontros, sendo resolvido e retomado em diferentes momentos no desenvolvimento do trabalho. Apresentamos, abaixo, um quadro com algumas das principais manifestações discursivas dos educandos, que demonstram o acúmulo desse conflito:

Quadro 4 – Manifestações discursivas: conflito no sistema de atividade

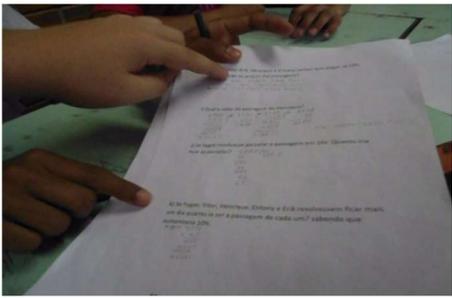
Algumas manifestações discursivas dos alunos	Encontros
Eduardo: É jatinho, é só escrever jatinho cara... Carlos: Não aparece Eduardo, eu já escrevi já. Eduardo: Aquele dia a gente viu tudo normal pelo celular. [...] Eduardo: Vê lá, tenta vê Carlos. Carlos: Já tá aqui, oh. O peso não aparece, pelo amor de Deus, qual foi a parte que tu não entendeu?	2º encontro (primeiras manifestações identificadas como conflito)
Eduardo: Não muito, porque o Carlos pegava as coisas e fazia sozinho. [...] Eduardo: Ele pegava e não deixava nem ajudar ele. Eduardo: O Carlos é muito fechado sora. [...] Eduardo: O Carlos é muito fechado. Não adianta. Tu viu que ele é fechado, né? Ele fez tudo ali.	5º encontro (manifestações indicam evolução do conflito para um conflito crítico)
Eduardo: Não, então, tá gravando já? Eu vou dizer assim, oh. Péra. O Everton, não tá gravando, né? Carlos: Vai falar o que?! Eduardo: Vou dizer assim oh: Ah...eu vou falar pra ti: o meu amigo Carlos ele ia quer a internet no plano dele e ele ia dizer que tinha... Carlos: Não, apresenta todo o trabalho, só apresenta, só apresenta. Eduardo: Tá...pode sê. Tá	7º encontro (manifestações retomam o conflito)

Fonte: Construído pela autora

Com base no quadro acima, observou-se que o conflito entre Carlos e Eduardo foi se acumulando ao longo dos encontros, manifestando-se em relação aos artefatos e à comunidade no segundo encontro, em relação ao objeto e à organização do trabalho, no quinto e sétimo encontros, e resolvido no nono encontro, com a retirada da personagem Eduardo. Dessa forma, entendemos que essas manifestações de conflito se configuram como uma contradição interna no sistema de atividade do Grupo Aviões.

O dilema que observamos no discurso de Carlos com relação à presença da matemática explícita *versus* a matemática implícita no projeto também se acumulou no sistema de atividade do grupo. Segue, abaixo, quadro com algumas das manifestações discursivas que indicam esse acúmulo no sistema:

Quadro 5 - Manifestações discursivas: dilema matemática implícita vs. matemática explícita

Algumas manifestações discursivas	Encontros
Carlos: Mas aí é um problema sem matemática (em tom de insatisfação)	2º encontro Problema com comparações dos modelos foi rejeitado por não ter matemática explícita
Carlos: Oh, eu vou ler: [...] cada passagem custou dois mil, setecentos e sessenta[...]. Então, eles resolveram juntar todos os valores e saiu uma quantia de x reais. [...] Então ele passou a pagar duzentos e vinte e seis reais a menos que o resto dos amigos. [...]então, acabou custando onze mil, quatrocentos e oitenta e quatro reais as duas passagens[...] Carlos pagou quatro por cento a mais, pois ele queria adicionar a internet no pacote. Marcus [...] pediu um desconto de nove por cento e o Eduardo pediu que estivesse tomada no assento, isso lhe custou um aumento de cinco por cento[...] e perceberam que caíram vinte por cento dos preços em uma semana. Com essas informações responda a...essas questões abaixo.	3º encontro Problema com uma incógnita, informações de custos, percentuais de desconto e acréscimo das passagens.
<p>[00:01:55.23] Carlos: Aqui nessa C dá pra fazer...como que eu posso fazer?</p> 	4º encontro Problema com itens a serem respondidos por meio de cálculos. Resolução do problema com matemática explícita

Fonte: Construído pela autora

Dessa forma, entendemos que esse dilema vivenciado por Carlos, matemática implícita vs. matemática explícita, também se configurou em uma contradição interna no sistema de atividade do Grupo Aviões, e que, devido a hierarquia assumida por esse aluno, seu envolvimento no trabalho, fez com que suas ações fossem decisivas para o direcionamento da atividade do grupo. Ao analisarmos o problema que foi trabalhado no grupo, observamos que ele era análogo à muitos problemas trabalhados nas aulas anteriores a este estudo.

Na pesquisa, os alunos investigaram alguns modelos de aeronaves, mas, ao tentarem relacionar essas informações com algo que quisessem/pudessem explorar, primeiramente, recorreram a internet (comunidade) para acharem um problema envolvendo aviões, conforme as colocações no segundo encontro, “Agora tem que criar um problema”, “Tá, mas que problema que a gente vai fazer?”, “Bota aí: problemas de matemática de aviões”, antes de cogitarem a ideia de pesquisarem os preços das passagens aéreas. Com essas falas, observamos

uma contradição latente no sistema de atividade dos alunos em relação a prática proposta com este estudo e a prática que eles estavam acostumados nas aulas de matemática. Conforme Soares e Souto (2014):

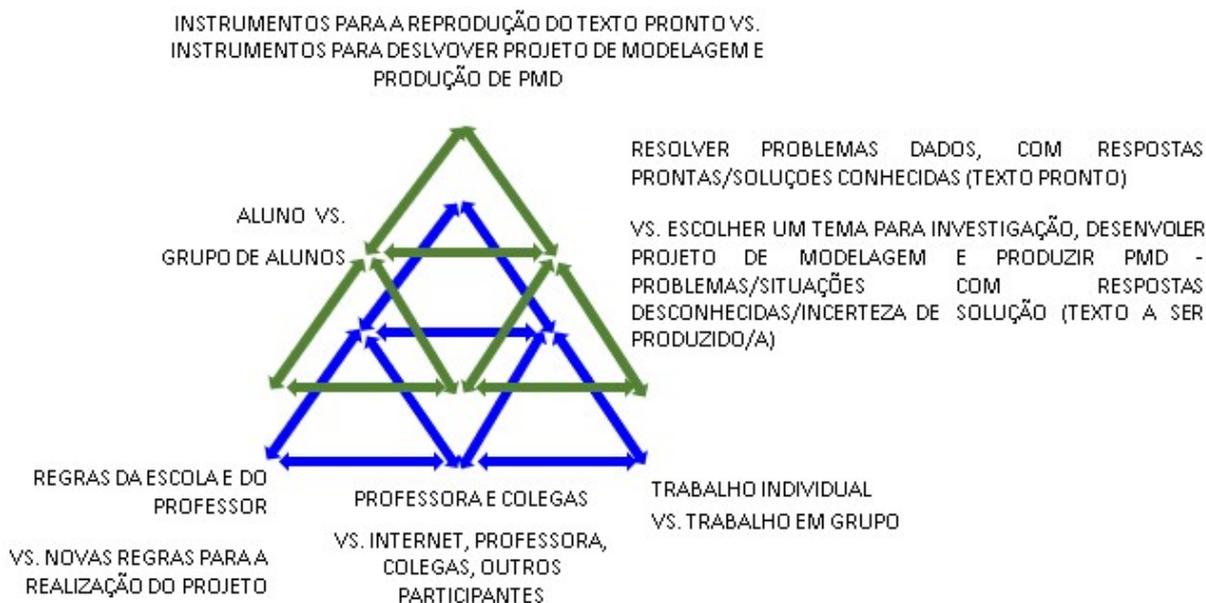
As contradições podem ser geradas quando os procedimentos que são parte integrante de nossa prática passam do nível de operação, já automatizados, para o nível de ação, quando passamos a repensá-los. Também podem ser causadas pelo uso que os sujeitos fazem (ou não) de instrumentos, pelas regras e pela introdução de algo novo, que pode ser tanto uma regra ou um instrumento ou ainda uma nova forma de divisão do trabalho (SOARES; SOUTO, 2014, p. 52).

Nesse sentido, entendemos que as contradições que se acumularam no desenvolvimento de projetos de Modelagem e da produção da PMD pelo Grupo Aviões, em relação à organização do trabalho e ao objeto da atividade, são, também, resultado de tentativas de mudança nos componentes do sistema de atividade da aula de matemática anterior a aplicação deste estudo, na qual a organização do trabalho e o objeto (compartilhado ou não pelos alunos) estavam estabelecidos. Ao se verem diante de uma nova proposta para as aulas, buscaram-se adaptar à nova estratégia pedagógica, no entanto, as práticas antigas ainda permeavam as ações dos alunos, algo que também foi verificado em Canedo Júnior (2014).

Soares e Souto (2014), ao desenvolverem uma proposta pedagógica para o ensino de Cálculo Diferencial na graduação, identificaram, nas falas dos alunos, contradições historicamente constituídas pela vivência deles nas aulas de Matemática, diretamente relacionadas à encapsulação do ensino e da aprendizagem em Matemática. Dessa forma, as autoras concluem que a proposta pedagógica gerou contradições no sistema de atividade dos alunos, assim como, a inclusão de um novo elemento, a saber o *software* Modellus.

No presente estudo, as tensões que identificamos em relação às práticas tradicionais vs. as práticas propostas com o projeto de Modelagem e a produção da PMD são, por nós, representadas como contradições internas em cada componente do sistema de atividades das aulas de matemática, conforme a figura 29 abaixo:

Figura 29 - Contradições nos componentes dos sistemas de atividade: aula tradicional vs. aula com projeto de Modelagem e PMD



Fonte: Construído pela autora com base em modelo de contradições em Engeström (2016)

Ao sobrepor esses sistemas, observamos contradições entre cada componente refere à aula ministrada antes da aplicação deste estudo e a aula com Projetos de Modelagem e PMD. De forma semelhante a Sores e Souto (2014), identificamos que essas contradições são oriundas da forma como as aulas de matemáticas eram ministradas e em como os alunos estavam acostumados, ou seja, são contradições historicamente constituídas.

No componente sujeito, tem-se uma contradição entre o aluno *versus* um grupo de alunos. No componente artefato, tem-se uma contradição entre os instrumentos para a reprodução de textos (mídias como quadro, livro, caderno, caneta, lápis, calculadora) e os instrumentos para desenvolver o trabalho em cada etapa (mídias como *smartphone*, *app* de gravação de áudio, câmera, caderno, lápis, caneta, internet, calculadora, computador, *app* de comunicação, entre outros). Quanto ao componente regras, tem-se a contradição entre as regras já estabelecidas com a professora no início do ano letivo e as novas regras/orientações para o desenvolvimento dos trabalhos pelos alunos. A comunidade, que antes era restrita aos colegas, funcionários e professores, passa a contar com a comunidade cibernética. Na organização do trabalho, tem-se o trabalho individual em contradição com um trabalho em grupo. Com relação ao objeto da atividade da aula, resolver problemas/exercícios com respostas prontas/soluções conhecidas, está em contradição com um trabalho com ponto de chegada indeterminado/incerteza do problema e de solução.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao propormos um trabalho envolvendo projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital, desejávamos constituir um ambiente no qual os alunos assumissem um papel de protagonismo na produção de seu conhecimento, tanto trazendo questões que gostariam de responder, escolhendo o tema e investigação, quanto comunicando as ideias emergentes, utilizando as mídias disponíveis, por meio de uma produção inspirada em alguns elementos do cinema. Assim, adotamos uma perspectiva de Modelagem por projetos, de acordo com Malheiros (2008) e a concepção de Performance Matemática Digital, como uma forma de comunicar ideias matemáticas por meio da arte performática, conforme Scucuglia (2012). Buscamos apoio na Teoria da Atividade, uma teoria que valoriza a prática social, a mediação na relação do homem com o mundo no qual está inserido, para analisarmos como os alunos desenvolveram as tarefas propostas na aplicação deste estudo.

Ao buscarmos respostas para a pergunta: **Como a atividade dos alunos se constitui quando desenvolvem projetos de Modelagem e Performance Matemática Digital no Ensino Fundamental?**, ao longo da seção 5.3, descrevemos e analisamos o desenvolvimento do trabalho com projetos de Modelagem e produção de Performance Matemática Digital por um grupo de alunos, o Grupo Aviões. Durante a análise empreendida, observamos como as ações foram realizadas, verificamos manifestações discursivas dos alunos que indicaram possíveis contradições internas nos sistemas de atividade que se formaram. Algumas dessas tensões se acumularam no sistema e se configuraram como contradições internas; ao passo que, outras, não evoluíram ou foram resolvidas e não chegaram a serem contradições na atividade.

Ao que parece, no início do desenvolvimento de um projeto de Modelagem já é possível identificar as primeiras contradições internas de um sistema de atividade. Os dados analisados e alguns resultados de pesquisas apresentadas na revisão de literatura sugerem que são comuns ocorrerem contradições, que podem ser observadas nas manifestações discursivas que enunciam duplo vínculo (beco sem saída) e/ou conflito crítico.

Considerando os princípios trazidos por Engeström (2001) à Teoria da Atividade, quais sejam: unidade mínima de análise, historicidades, multivocalidade, contradições internas e transformações expansivas, com relação ao princípio da unidade mínima de análise, utilizamos essa unidade para observar como se deu a interação entre os componentes do sistema de atividade do Grupo Aviões ou em relação a componentes de outros sistemas, diante das ações que foram tomadas ao longo dos encontros com a turma B. Com relação ao princípio da historicidade, apresentamos como eram as aulas de matemática antes da aplicação do presente

estudo e como o sistema de atividade do grupo foi evoluindo ao longo dos encontros. Com relação à multivocalidade, apresentamos as múltiplas vozes que ressoaram no sistema de atividade, além dos alunos do grupo, a voz da professora, a comunidade escolar, o primo de Carlos, da comunidade cibernética.

No que se refere às contradições internas no sistema de atividade do Grupo Aviões, utilizamos a metodologia de investigação das manifestações discursivas dos alunos, conforme proposto por Engeström e Sannino (2011), como forma de buscar pistas que indicassem a ocorrência dessas contradições por meio de dilemas, conflitos, conflitos críticos e duplos vínculos (beco sem saída). Conforme Souto (2014, p.27), as contradições internas (tensões) são “molas propulsoras” com potencial para a expansão da atividade; ou seja, para que novos horizontes, mais amplos, possam emergir em uma nova atividade. E, em nossa análise, verificamos manifestações que indicaram tensões acumuladas no sistema de atividade do Grupo Aviões.

No entanto, apesar de termos verificado contradições internas, não podemos dizer que ocorreu a expansão na atividade, uma vez que entendemos que os motivos que impulsionaram os alunos estavam, quase que em sua totalidade, relacionados à realização do trabalho solicitado pela professora e não a uma necessidade do grupo, ou mesmo a uma busca por novas possibilidades em um horizonte mais amplo (ENGESTRÖM, 2001). Ressalte-se que essas contradições internas interferiram na forma como a atividade do grupo evoluiu; no projeto realizado, no problema criado por Carlos, no enredo da PMD, nas personagens que foram interpretadas pelos alunos, em suas falas, ou seja, em suma, na tomada de ações pelos alunos durante todas as etapas previstas.

Ao observarmos o problema no qual o grupo trabalhou, notamos uma similaridade com os problemas matemáticos trabalhados antes da aplicação desta pesquisa, compostos por uma narrativa introdutória e seguidos de perguntas as quais são necessários cálculos para responder. Dessa forma, entendemos que o grupo se distanciou do objetivo de ensino da pesquisa, que era trabalhar questões, problemas vindos dos alunos, que eles desejassem investigar, relacionadas com seu contexto e não com uma situação imaginada, criada para associar a um conteúdo matemático, que, nesse caso, foi a porcentagem.

Com apoio nas considerações de Araújo (2002) e de Hermínio (2009) sobre o desenvolvimento de projetos de Modelagem, entendeu-se que o aluno Carlos, ao assumir uma liderança no grupo e desempenhar o *papel invisível do professor*, buscou por indicativos

implícitos que reconhecesse e o ajudasse a obter êxito no desenvolvimento do projeto, associando um conteúdo matemático.

Malheiros (2008, p. 77), ao trabalhar com projetos de Modelagem em um curso para professores, apoiada no construto seres-humanos-com-mídias, considera “[...] importante enfatizar que a visão de produção do conhecimento condiciona a escolha do problema a ser investigado [...]”. A autora observa, em sua análise, que seus alunos escolheram os temas pautados pela matemática que poderiam desenvolver, o que, de certa forma, se assemelha à postura de Carlos. Na presente pesquisa, não obtivemos dados que nos possibilitam afirmar qual era a visão de produção de conhecimento matemático dos alunos do Grupo Aviões, porém, entendemos que a forma como as aulas de matemática eram ministradas e o dilema manifestado por Carlos, em relação à presença explícita da matemática no trabalho, corroboraram para que os alunos do grupo se encaminhassem para a resolução de um problema composto por uma narrativa introdutória, seguida de vários itens a serem respondidos.

Com relação ao problema ter sido inventado por um dos integrantes do grupo, não sendo oriundo de uma situação-problema para eles, Araújo (2002) destaca a “abertura” da proposta apresentada pelo professor e a “falta de clareza sobre o objetivo da atividade⁴³, causada pelo choque entre a proposta do professor e a experiência das alunas “como justificativas para que as alunas tomassem a iniciativa de imaginar uma situação, facilitando o trabalho (ARAÚJO, 2002, p. 134). Em nossa análise, esse “choque” entre o que os alunos estavam acostumados nas aulas de matemática e a proposta deste estudo foi por nós identificado com uma contradição historicamente acumulada no sistema de atividade, conforme demonstrou a figura 26.

Gostaríamos de observar que, quando o aluno inventou um problema envolvendo uma viagem para Nova York (figura 16), ele foi estimulado a dar continuidade nessa direção pela professora. Essa, provavelmente, teria sido uma oportunidade para questionar o aluno sobre seus motivos, orientando, assim, sobre os motivos referentes à proposta. Mas, não se pode deixar de destacar que os próprios alunos declararam ainda não terem conhecimento do conteúdo matemático de porcentagem, que foi trabalhado durante este estudo, ainda que com o enfoque na resolução do algoritmo.

Ainda com relação ao problema ter sido criado por um aluno, Malheiros (2008) destaca a existência de predições futuras em projetos de Modelagem, o que provavelmente aconteceu

⁴³ A palavra atividade, por ser uma citação da autora, não está empregada no sentido em que aparece neste estudo.

com Carlos, ao pensar em uma situação envolvendo uma viagem dele e dos demais integrantes do grupo para Nova York.

Com relação à produção da PMD, observamos que essa propiciou que os alunos pensassem na forma de comunicar as ideias trabalhadas na etapa de desenvolvimento do projeto, ainda que o enredo tenha sido o mesmo do problema criado por Carlos e, também, que os alunos utilizassem o material durante as gravações. É preciso dizer que várias nuances foram acrescentadas durante a produção, de forma que a PMD fizesse mais sentido para o espectador. Entendemos que esses movimentos na atividade do Grupo Aviões, ocorridos na segunda etapa da realização do presente estudo, principalmente em relação às narrativas dos alunos, favoreceram um envolvimento de todos os integrantes, não apenas de Carlos. Entendemos que uma análise mais aprofundada dessas narrativas é uma investigação a ser explorada em abordagens pedagógicas envolvendo a produção de PMD.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos.** 2002. 180 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2002.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores.** 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BICUDO, M. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M de C.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática.** 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.

BICUDO, M. A. V.; ROSA, M. **Realidade e Cibermundo: horizontes filosóficos e educacionais antevistos.** Canoas: ULBRA, 2010.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L. de; GRACIAS, T. A. de S. **Pesquisa em ensino e sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. V. **Humans-with-media and the reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization.** v. 39. New York: Springer, 2005.

BORBA, M. C. A Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. In: 27ª Reunião Anual da Anped, Publicado em CD nos **Anais**.Caxambu, MG, 21-24 Nov. 2004.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. Performance Matemática: Artes E Tecnologias Digitais. In: XI Encontro Nacional de Educação Matemática, XI., 2013, Curitiba. **Anais**. Curitiba: PUC-PR, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/trabalhos_1.html>. Acesso em: 03 junho de 2018.>

BRAGA, R. M. **Aprendizagem em Modelagem Matemática pelas interações dos elementos de um sistema de atividade na perspectiva da Teoria da Atividade de Engeström.** 2015. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2015.

BUSTAMANTE, J. E. G. **Modelagem Matemática na modalidade online: análise segundo a teoria da atividade.**2016. 213f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de

Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2016.

CANEDO JÚNIOR, N. da R. **A Modelagem como uma “atividade” de “seres-humanos-com-mídias”**. 2014. 238f. Dissertação (Mestrado profissional) - Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

CALDEIRA, R. R. **Cálculo em ação, modelagem e parcerias: possibilidades para aprendizagens expansivas em um contexto de formação em Engenharias**. 2014. 229 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2014.

DALLA VECCHIA, R. **A Modelagem Matemática e a realidade do mundo cibernético**. 2012 275 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.

DANIELS, H. **Vygotsky e a pesquisa**. São Paulo: Loyola, 2011.

ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem expansiva**. Trad. Fernanda Liberali (Org.) 2. ed. Campinas: Pontes, 2016.

ENGESTRÖM, Y. Expansive learning at work: toward an activity theoretical reconceptualization. **Journal of Education and Work**, London, v. 14, n. 1, 2001. p. 133-156.

ENGESTRÖM, Y. Nom scolae sed vitae discimus: como superar a encapsulação da aprendizagem escolar. In: DANIELS, H. (Org.). **Uma introdução a Vygotsky**. São Paulo: Loyola, 2002. p. 175-197.

ENGESTRÖM, Y. Aprendizagem Expansiva: dez anos depois. 1999a. In: ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem Expansiva**. Trad. Fernanda Liberali (Org.) 2. ed. Campinas: Pontes, 2016.

ENGESTRÖM, Y. Activity Theory and individual and social transformations. In: ENGESTRÖM, Y; MIETTINEN, R.; PUNAMÄKI, R. L. (Eds.). **Perspectives on Activity Theory**. Learning in doing: social, cognitive, and computational perspectives. Cambridge: Cambridge University, 1999b. p. 19-38.

ENGESTRÖM, Y. Aprendizagem expansiva. 2018. 1 vídeo (15 min). Cnal Gustavo Wong Cervantes. Disponível em: <http://https://www.youtube.com/watch?v=4uuwDcZpv04>. Acesso em: 04 jul. 2019.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Discursive manifestations of contradictions in organizational change efforts. **Journal of Organizational Change Management**, 2011. 3, p. 368-387.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Estudos de Aprendizagem Expansiva: fundamentos, descobertas e futuros desafios. 2010. In: ENGESTRÖM, Y. **Aprendizagem expansiva**. Tradução de Fernanda Liberali (Org.) 2. ed. Campinas: Pontes, 2016.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. From mediated actions to heterogenous coalitions: four generations of activity-theoretical studies of work and learning. **Mind, Culture and Activity**, 2020. DOI: 10.1080/10749039.2020.1806328.

FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M de C.; ARAÚJO, J. de L. (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 53-85.

FURTADO, A. B. **Avaliação do uso de tecnologias digitais no apoio ao processo de Modelagem Matemática**. 2014. Tese (Doutorado em Educação em Matemática) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2014.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 2007.

GREGORUTTI, G. S. **Performance matemática digital e imagem pública da matemática: viagem poética na formação inicial de professores**. 2016. 115 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro. 2016.

HERMINIO, M.H.G.B. **O processo de escolha dos temas dos Projetos de Modelagem Matemática**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2009.

KENSKI V. M. **Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas: Papyrus, 1997.

LACERDA, H. D. DE G. E. **Educação Matemática Encena**. 2015. 179f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2015.

MALHEIROS, A. P. dos S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de Modelagem**. 2004. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro. 2004.

MALHEIROS, A. P. **Educação Matemática online: a elaboração de projetos de modelagem**. 2008, 178f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2008.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

NOTARE, M.R.; BASSO, M. V. de A., Tecnologia na Educação Matemática: trilhando o caminho do fazer ao compreender. **RENOTE - Revista Novas Tecnologias na Educação**. Porto Alegre. v. 10, n. 3.

OLIVEIRA, R. P. de. **Educação Matemática: construindo performances matemático-musicais**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2017.

PICCOLO, G. M. Historicizando a Teoria da Atividade: do embate ao debate. **Psicologia e sociedade**. São Carlos, v. 24, n. 2, p. 283-292, 2012.

POSADA BALVIN, F. A. **Práticas algébricas no contexto da modelagem compreendida como proposta pedagógica**. 2015. 212f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2015.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

SCUCUGLIA, R. **On the nature of students' digital mathematical performance**. 2012. Tese (Doutorado em Educação) – University of Western Ontario, London, 2012.

SCUCUGLIA, R. R. S. Narrativas multimodais: a imagem dos matemáticos em Performances Matemáticas Digitais. **Bolema. Boletim de Educação Matemática** (in press), v. 28, n. 49, p. 950–973, 2014.

SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G.; BORBA, M. C. Lights, Camera, Math! The F Pattern News. In: WIEST, L. R.; LAMBERG, T. (Orgs.). **Proceedings of the 33rd Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Reno: University of Nevada, 2011. p. 1758–1766.

SOARES, D. S. **Uma Abordagem Pedagógica Baseada na Análise de Modelos para Alunos de Biologia: qual o papel do software?** 2012, 341f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2012.

SOARES, D. S.; SOUTO, D. L. P. Tensões no processo de análise de modelos em um curso de cálculo diferencial e integral. **REMATEC. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN)**, Belém, v. 1, n. 17, p. 44-74, set./dez. 2014.

SOUTO, D. L. P. **Transformações expansivas em um curso de Educação Matemática a distância online**. 2013 279 f. Tese. (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro. 2013.

SOUTO, D.L. P. **Transformações expansivas na Produção Matemática online**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2014.

SOUTO, D. L. P.; BORBA, M. C. Seres Humanos-com-Internet ou Internet-com-Seres Humanos: uma troca de papéis? **Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa**, Cidade do México, v. 19, n. 2, p. 217–242, jul. 2016.

APÊNDICE 3 - MODELO TERMO DE ASSENTIMENTO

TERMO DE ASSENTIMENTO

Gostaríamos de convidá-lo(a) para participar de nossa pesquisa de mestrado em Educação Matemática, desenvolvida pela pesquisadora Camilla de Mattos Montenegro, a qual é professora de matemática nessa instituição de ensino. Essa pesquisa é coordenada/orientada pela Professora Débora da Silva Soares, a quem você poderá contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do telefone (51)33086202 ou e-mail debora.soares@ufrgs.br.

Salientamos que a sua participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Seus objetivos são estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, deseja observar quais transformações podem ocorrer ao trabalharmos com Modelagem Matemática e produzindo Performances Matemáticas Digitais com alunos do nono ano do ensino fundamental.

Esclarecemos que os usos das informações coletadas serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

Sua colaboração se fará por meio da participação nas aulas de matemática, em que você será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. Ressaltamos que as fotos ou filmagens obtidas durante sua participação serão utilizadas apenas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Salientamos que a sua participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá lhe causar algum constrangimento durante sua participação nas tarefas propostas. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato. Além disso, lhe asseguramos que poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento.

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre as transformações expansivas que podem ocorrer ao analisarmos modelos matemáticos e produzimos performances matemáticas digitais com alunos do nono ano do ensino fundamental, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A sua colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por você assinado.

Caso tenha quaisquer dúvidas, ou se sinta prejudicado(a), fique a vontade para contatar a pesquisadora responsável no endereço _____/telefone _____/e-mail _____.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br.

Assinatura do Aluno(a):

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: