

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA - CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

ANÁLISE E MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ HIPER-REDUNDANTE DO
TIPO SNAKE-ARM

por

Gabriel Ferreira Carloto

Monografia apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Engenheiro Mecânico.

Porto Alegre, maio de 2021

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO

CIP - Catalogação na Publicação

Carloto, Gabriel Ferreira
ANÁLISE E MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ
HIPER-REDUNDANTE DO TIPO SNAKE-ARM / Gabriel Ferreira
Carloto. -- 2021.
30 f.
Orientador: Rafael Antônio Comparsi Laranja.

Trabalho de conclusão de curso (Graduação) --
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de
Engenharia, Curso de Engenharia Mecânica, Porto
Alegre, BR-RS, 2021.

1. Robô tipo cobra. 2. Modelagem cinemática. 3.
Cinemática inversa. I. Laranja, Rafael Antônio
Comparsi, orient. II. Título.

Elaborada pelo Sistema de Geração Automática de Ficha Catalográfica da UFRGS com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Gabriel Ferreira Carloto

ANÁLISE E MODELAGEM CINEMÁTICA DE UM ROBÔ HIPER-REDUNDANTE DO
TIPO SNAKE ARM

ESTA MONOGRAFIA FOI JULGADA ADEQUADA COMO PARTE DOS
REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
ENGENHEIRO MECÂNICO
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELA BANCA EXAMINADORA DO
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mário Roland Sobczyk Sobrinho
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

Área de Concentração: Projeto, Fabricação e Automação industrial

Orientador: Prof. Dr. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Comissão de Avaliação:

Prof. Heraldo José de Amorim

Prof. Rafael Antônio Comparsi Laranja

Prof. Fabiano Disconzi Wildner

Porto Alegre, maio de 2021

Carloto, Gabriel. **Análise e Modelagem Cinemática de um Robô Hiper-Redundante do Tipo Snake Arm**. 2021. 28. Monografia de Trabalho de Conclusão do Curso em Engenharia Mecânica – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma análise e modelagem cinemática de uma seção de um manipulador robótico do tipo *snake-arm*. Os objetivos do estudo são definir o espaço alcançável pela extremidade da seção e obter relações entre as posições e os ângulos das juntas. Para tanto, é definido um modelo onde são aplicados os parâmetros de Denavit-Hartenberg e realizada a modelagem cinemática através de simplificações geométricas da estrutura do manipulador. Como resultados, são apresentadas as equações que permitem o controle de uma seção genérica controlada por 4 cabos e com um número n de juntas universais. Os resultados são verificados e validados aplicando-se os ângulos calculados através da cinemática inversa nas equações de cinemática direta. Como apresentação final, a modelagem é aplicada à uma planilha que realiza os cálculos e apresenta os resultados de forma gráfica junto com uma representação simplificada da estrutura do robô.

PALAVRAS-CHAVE: Robô tipo cobra, modelagem cinemática, cinemática inversa.

Carloto, Gabriel. **Analysis and Kinematic Modeling of a Hyper-Redundant Snake Arm Robot**. 2021. 28. Mechanical Engineering End of Course Monography – Mechanical Engineering degree, The Federal University of Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2021.

ABSTRACT

This work presents a kinematic analysis and modeling of a section of a snake-arm robotic manipulator. The objectives of the study are to define the space reached by the end of the section and obtain relationships between the positions and angles of the joints. For this purpose, a model is defined where the Parameters of Denavit-Hartenberg are applied and kinematic modeling is performed through geometric simplifications of the manipulator structure. As results, the equations that allow the control of a generic section controlled by 4 cables and with an n number of universal joints are presented. The results are verified and validated by applying the angles calculated through inverse kinematics in the equations of direct kinematics. As a final presentation, a model is applied to a spreadsheet that performs the calculations and presents the results graphically along with a simplified representation of the robot structure.

KEYWORDS: Snake-arm robot, kinematic modeling, inverse kinematics.

NOMENCLATURA

Símbolos

x, y, z	Coordenadas da extremidade de um manipulador	[mm]
P	Ponto de destino do manipulador	
L1	Comprimento do primeiro elo	[mm]
L2	Comprimento do segundo elo	[mm]
n	Número de elos do manipulador	
L	Comprimento dos elos do snake-arm	[mm]
D	Diâmetro dos discos do snake-arm	[mm]
Df	Diâmetro dos disco até os furos onde passa os cabos	[mm]
E	Espaçamento entre os discos	[mm]
a	Comprimento do elo	[mm]
d	Offset de torção do elo	[mm]
R	Distância do ponto P até a origem do sistema	[mm]
x', y'	Coordenadas no plano rotacionado	[mm]

Símbolos gregos

θ_1	Ângulo entre o elo 1 e o eixo x	[graus]
θ_2	Ângulo entre o elo 2 e o elo 1	[graus]
θ_R, θ_r	Ângulo entre R e o eixo x	[graus]
θ_{rl}	Ângulo entre R e L1	[graus]
θ_y	Ângulo das juntas paralelas ao eixo y de uma seção do snake-arm	[graus]
θ_z	Ângulo das juntas paralelas ao eixo z de uma seção do snake-arm	[graus]
α	Ângulo de torção da junta	[graus]

θ	Ângulo da junta	[graus]
ΔR	Diferença entre entre o ponto P e a extremidade da seção do <i>snake-arm</i>	[graus]
φ_y	Ângulo entre “y” e o plano onde está o manipulador	[graus]
θ_{yz}	Ângulo resultante da variação angular de θ_y e θ_z	[graus]
$\Delta C1$	Deslocamento do cabo um	[graus]
$\Delta C2$	Deslocamento do cabo dois	[graus]

Abreviaturas e acrônimos

DH	Denavit-Hartenberg
GDL	Graus de liberdade
CAD	Computer Aided Desing (Desenho assistido por computador)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1. MOTIVAÇÃO.....	1
1.2. OBJETIVOS.....	2
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	2
2.1. CINEMÁTICA DIRETA	3
2.2. CINEMÁTICA INVERSA.....	4
3. CASO DE ESTUDO	5
3.1. MODELO UTILIZADO	5
3.1.1. ESTRUTURA DO ROBÔ	5
3.1.2. CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES	7
3.1.3. DIMENSÕES.....	7
3.2. CINEMÁTICA DIRETA	7
3.2.1. APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DENAVIT-HARTEMBERG.....	7
3.2.2. MODELO BIDIMENSIONAL.....	8
3.2.3. MODELO TRIDIMENSIONAL	9
3.3. CINEMÁTICA INVERSA.....	11
3.3.1. MODELO BIDIMENSIONAL.....	11
3.3.2. MODELO TRIDIMENSIONAL	12
4. RESULTADOS	13
5. CONCLUSÕES	15
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	16
ANEXO A	17
APÊNDICE A	20
APÊNDICE B.....	21

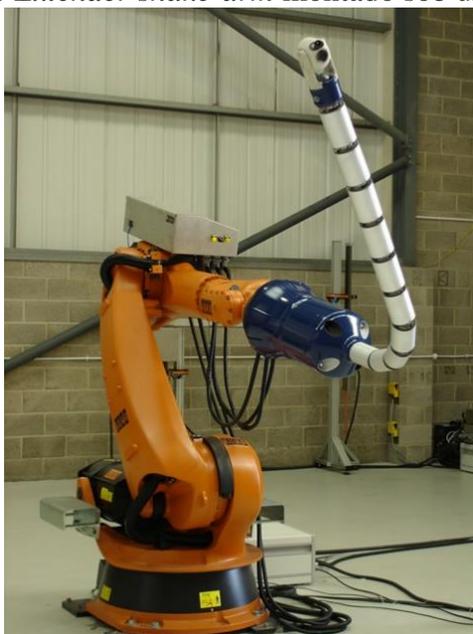
1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

Os robôs convencionais usados atualmente na indústria são projetados e planejados para operar em um ambiente controlado sem interferências ou obstáculos. Esses são compostos por um pequeno número de juntas e elos rígidos com um efetuator na extremidade totalizando de cinco a oito graus de liberdade dependendo do tipo de robô. Esse tipo de configuração é muito eficaz para ambientes planejados, porém não é viável em ambientes de difícil acesso (Salabarría, 2007).

Os robôs *snake-arm* apresentam uma possibilidade de preencher essa lacuna da robótica. São flexíveis e hiper-redundantes podendo trabalhar em áreas confinadas que não exijam alta precisão e capacidade de carga, como inspeções, pintura, operações de busca e até na área médica. Um exemplo é o *snake-arm* desenvolvido pela OC Robotics (2006) apresentado na Figura 1 desenvolvido para montagem e inspeção de aeronaves. A intenção deste trabalho é contribuir com o desenvolvimento desses robôs, ainda pouco explorados, para que futuramente se tornem uma ferramenta presente na indústria.

Figura 1 – OC Robotics Extender *snake-arm* montado sob um robô articulado Kuka.



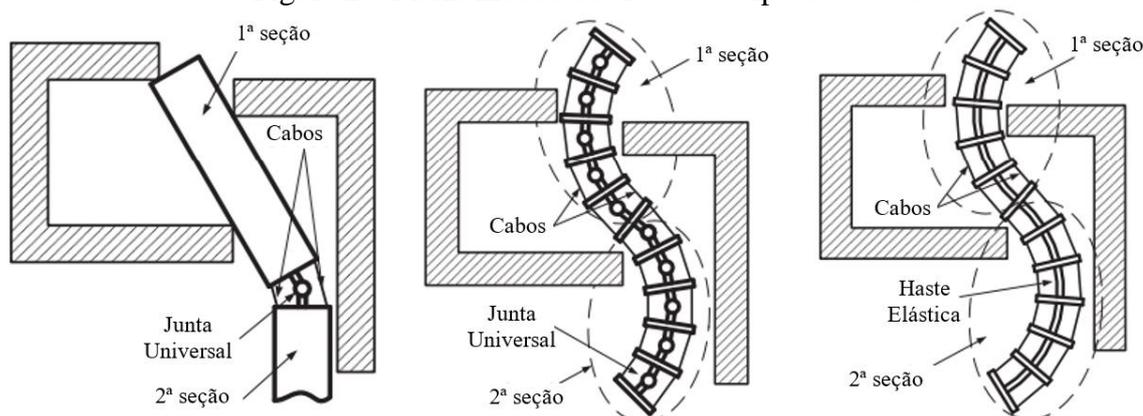
Fonte: <https://www.ocrobotics.com/>, 2021

Existem algumas pesquisas que buscam criar robôs hiper-redundantes e flexíveis, a maioria se baseia na natureza e tenta reproduzir a movimentação observada em animais como as cobras. As construções observadas nesses robôs variam muito tanto no controle quanto na estrutura. A ação do mecanismo ocorre remotamente através de cabos, geralmente 3 ou 4 cabos por seção, movimentados por atuadores na base do robô como mostrado no modelo apresentado por Li et al. (2011). Também existem configurações que utilizam atuadores locais pneumáticos como o *Bionic SoftArm* desenvolvido pela empresa Festo (2019).

A estrutura dos *snake-arms* também é encontrada de diferentes formas na literatura, principalmente em relação à construção do eixo central que deve ser flexível. Alguns autores como Yoon e Yi (2009) propõem o uso de molas para conectar os discos, já Dong et al. (2014), apresentam três opções para a estrutura conforme é mostrado na Figura 2. A primeira consiste

em seções rígidas sem movimentação exceto nas extremidades, esta não é uma boa alternativa pois acaba com a vantagem da flexibilidade buscada para estes robôs; a segunda forma é a divisão de uma seção em diversos elos rígidos unidos por juntas universais e controlados simultaneamente pelos mesmos cabos; uma outra forma possível é utilizando uma haste contínua e flexível que se deforma para realizar a movimentação do manipulador. Uma seção do robô do tipo cobra compreende todos os elos e juntas que são controlados pelos mesmos cabos, cada junta de uma seção apresenta a mesma variação angular entre os elos.

Figura 2 – Flexibilidade dos robôs do tipo *snake-arm*.



Fonte: Adaptado de Dong et al. (2014)

Quanto à aplicação, os estudos propõem o uso destes robôs em atividades de inspeção de aeronaves (OC Robotics, 2006), operações de soldagem em ambientes de difícil acesso, uso na área médica com foco em exames internos, e há também robôs móveis desenvolvidos para realizar atividades de risco como desarme de bombas, trabalho em usinas nucleares e operações de busca (Buckingham, 2006).

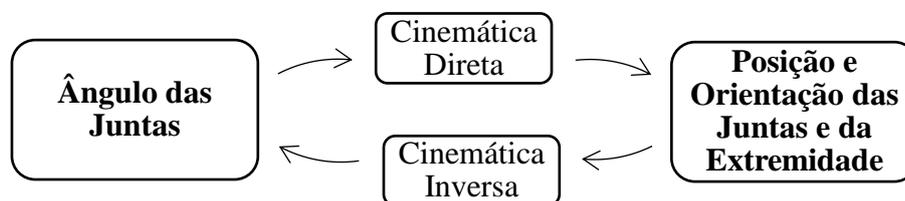
1.2. OBJETIVOS

O objetivo principal deste estudo é obter equações que relacionem os ângulos das juntas de uma seção de um modelo proposto de robô do tipo *snake-arm* com as coordenadas da sua extremidade, de forma que seja possível calcular os ângulos necessários para atingir uma determinada posição. Os objetivos secundários são: definir um modelo genérico onde as equações sejam aplicáveis e obter o espaço alcançável pelo robô de acordo com a sua estrutura. Em outras palavras, o estudo busca a modelagem cinemática direta e inversa de um modelo proposto para que este possa ser controlado através da movimentação dos cabos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A modelagem cinemática de um manipulador permite relacionar o ângulo de cada junta com as posições e orientações de cada uma delas. Como mostrado a Figura 3, quando são conhecidos os ângulos aplica-se a cinemática direta para obter as posições. O caminho contrário é a cinemática inversa onde se obtém o ângulo de cada junta necessário para que a extremidade do manipulador chegue até uma determinada coordenada.

Figura 3 – Cinemática direta e inversa de um manipulador.

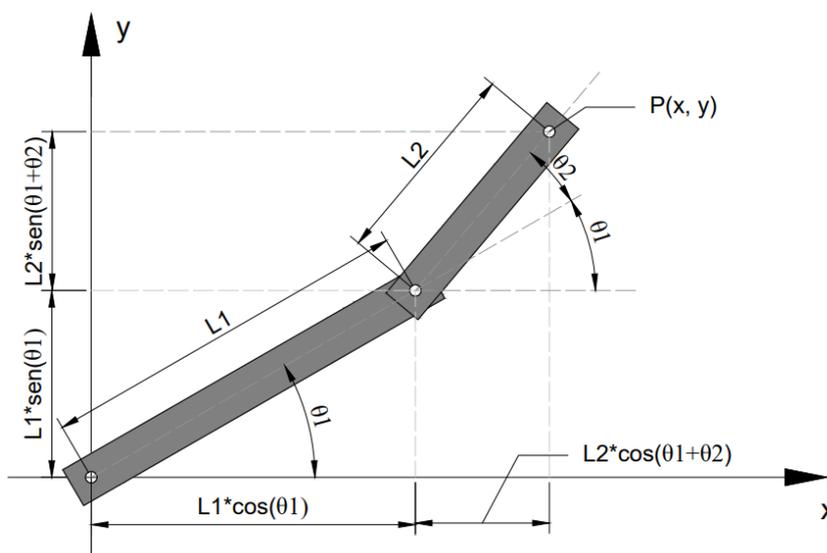


2.1. CINEMÁTICA DIRETA

A modelagem da cinemática direta de um manipulador pode ser obtida a partir da multiplicação das matrizes de transformação homogênea de todas as juntas, onde ao final será obtida uma matriz contendo a posição e orientação da extremidade. Essas matrizes são obtidas através dos parâmetros de Denavit-Hartenberg. Para fins de conhecimento neste trabalho é detalhada a utilização e a aplicação desses parâmetros no Anexo A conforme apresentado por Rodrigues (2019).

Outra forma de se obter a modelagem cinemática direta é através da análise geométrica do manipulador. Essa, consiste em fazer simplificações da estrutura e deduzir equações para o cálculo da posição através das dimensões dos elos e de relações trigonométricas como é mostrado na Figura 4 para um manipulador com duas juntas rotacionais.

Figura 4 – Cinemática direta de um manipulador com 2GDL RR.



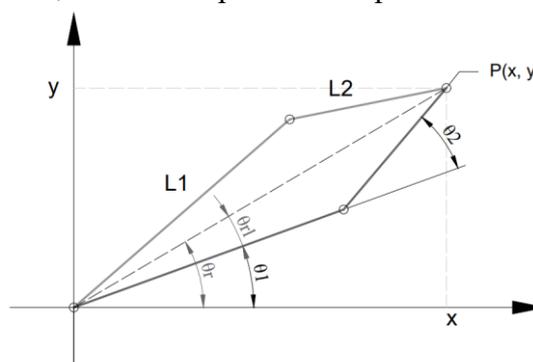
Dessa forma considerando o modelo com dois graus de liberdade da Figura 4 obtém-se a seguinte relação para as coordenadas do ponto $P(x, y)$:

$$P(x, y) = \begin{cases} x = L1 \cdot \cos(\theta1) + L2 \cdot \cos(\theta1 + \theta2) \\ y = L1 \cdot \text{sen}(\theta1) + L2 \cdot \text{sen}(\theta1 + \theta2) \end{cases} \quad (1)$$

2.2. CINEMÁTICA INVERSA

A modelagem da cinemática inversa pode ser obtida de diversas formas, sendo uma delas através de uma abordagem geométrica onde o problema espacial do manipulador é dividido em problemas de geometria plana mais simples de serem resolvidos. A análise é feita partindo do fato de que se conhecem as coordenadas da extremidade $P(x, y)$ e as dimensões do manipulador ($L1, L2$) e o objetivo é encontrar os ângulos das juntas ($\theta1$ e $\theta2$). Para o exemplo dado na Figura 4 duas soluções são possíveis, uma com o “cotovelo” para baixo e outra com o “cotovelo” para cima conforme representado na Figura 5.

Figura 5 – Exemplo de solução para a cinemática inversa de um manipulador com 2 GDL RR, “cotovelo” para cima e para baixo.



A análise parte da extremidade (ponto P) buscando relações para chegar à origem do sistema, dessa forma o primeiro ângulo que deve ser obtido neste exemplo é $\theta2$. Esse é obtido através da aplicação da lei dos cossenos conforme a Figura 4, o resultado é a seguinte relação:

$$\cos(\theta2) = \frac{x^2 + y^2 - L1^2 - L2^2}{2 \cdot L1 \cdot L2} \quad (2)$$

Desta forma tem-se que o ângulo $\theta2$ pode ser obtido a partir da Equação (3), o sinal “ \pm ” no início permite obter as duas soluções possíveis. Para o triângulo da relação existir é necessário que a distância até o ponto ($\sqrt{x^2 + y^2}$) seja menor ou igual ao alcance máximo ($L1 + L2$).

$$\theta2 = \pm \cos^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - L1^2 - L2^2}{2 \cdot L1 \cdot L2} \right) \quad (3)$$

Depois de conhecido o ângulo do elo 2 parte-se para o elo seguinte, θ_r e θ_{rl} são ângulos auxiliares utilizados para obter $\theta1$ através da seguinte equação.

$$\theta1 = \theta_r \pm \theta_{rl} \quad (4)$$

O sinal “ \pm ” corresponde as duas soluções possíveis, quando $\theta2 < 0$ utiliza-se o sinal “+” e para $\theta2 > 0$ utiliza-se “-“. O ângulo $\theta1$ é obtido através da tangente dos ângulos auxiliares que é conhecida conforme mostra a Equação (5).

$$\theta1 = \theta_r \pm \theta_{rl} = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \pm \tan^{-1} \frac{L2 \cdot \sin(\theta2)}{L1 + L2 \cdot \cos(\theta2)} \quad (5)$$

3. CASO DE ESTUDO

Neste capítulo é feita a modelagem cinemática, e essa é aplicada a um segmento de um robô do tipo *snake-arm*. Antes de iniciar os cálculos é necessário definir a forma construtiva da seção do robô e obter um modelo para o estudo e a aplicação das equações. Também devem-se definir as condições de contorno e considerações, já se sabe que os ângulos em juntas com eixos paralelos são iguais em uma seção conforme utilizado por Li et al. (2011) e Yoon e Yi (2009), isso ocorre devido a simetria dos elos e o controle simultâneo efetuado através dos cabos.

3.1. MODELO UTILIZADO

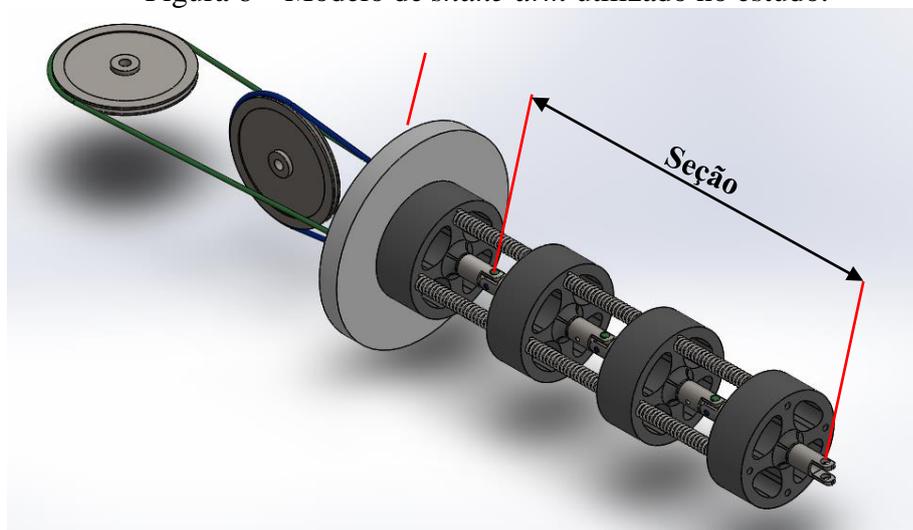
Os robôs *snake-arm* são modulares compostos por seções flexíveis controladas independentemente. Este estudo é realizado em apenas uma seção controlada por um conjunto de cabos. Para a estrutura do robô, considerando os estudos anteriores na área, optou-se pelo modelo de *snake-arm* composto por múltiplas juntas universais, esta é a configuração mais frequente e segundo Dong et al. (2014) apresenta maior rigidez e capacidade de carga em relação às demais. Para a movimentação e controle a melhor opção é utilizando dois pares de cabos em cada seção, isto simplifica as equações e permite o uso de apenas dois motores e polias para controle de cada grupo, também é possível realizar a movimentação dos cabos através de fusos.

3.1.1. ESTRUTURA DO ROBÔ

Para a definição da estrutura robótica, primeiramente o modelo definido foi construído em software CAD 3D, uma versão simplificada também foi feita em duas dimensões, estes modelos servem como base para o estudo, sendo a primeira forma de verificar e comprovar se as equações obtidas estão corretas.

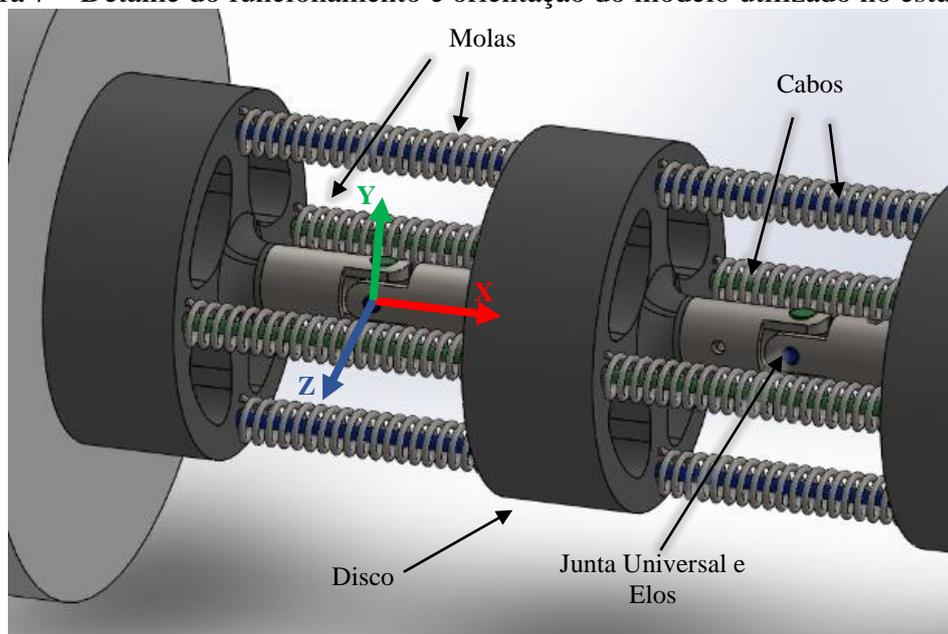
Definindo que uma seção é o conjunto todos os componentes que se movimentam pela ação de um mesmo grupo de cabos, sendo neste modelo todos os itens da extremidade até a primeira junta. A Figura 6 mostra uma seção composta por três elos, nessa mesma figura, também está representada uma simplificação do sistema de movimentação dos cabos e o suporte do robô. Apesar de apresentar os mesmos componentes, o suporte não faz parte da seção pois é um elemento fixo que não é movimentado pelos cabos.

Figura 6 – Modelo de *snake-arm* utilizado no estudo.



A Figura 7 apresenta o detalhamento da estrutura do manipulador, partindo da análise da figura serão descritas as funções e detalhes de cada componente do sistema, para fins de referência definiu-se o comprimento do robô ao longo do eixo x, sendo a origem do sistema de coordenadas localizada na primeira junta universal.

Figura 7 – Detalhe do funcionamento e orientação do modelo utilizado no estudo.



Com base na Figura 7, pode-se descrever os componentes do robô como:

ELOS E JUNTAS – É a estrutura central do robô, as juntas dão flexibilidade à seção permitindo a rotação em y e z, para isso são utilizadas juntas universais com dois graus de liberdade pois não pode haver rotação em x e nem deslocamentos entre eixos para que a posição final possa ser determinada. As juntas são posicionadas exatamente no ponto médio entre os discos. A distância entre duas juntas corresponde a um elo do robô.

DISCOS – São montados no centro de cada elo, por eles passam os quatro cabos que controlam a seção, também tem a função de suporte para as molas. A espessura dos discos varia de acordo com o comprimento máximo da seção, o número de elos e o ângulo máximo para as juntas. Os discos são vazados para que além de reduzir o peso permitam a passagem dos componentes de controle da seção seguinte.

MOLAS – Dão rigidez e estabilidade ao conjunto, quando submetidas a esforços devem ter o mesmo deslocamento entre todos os discos. Elas também evitam que a seção colapse quando um cabo for movimentado e que cada junta se mova de forma livre para qualquer direção.

CABOS – Controlam o sistema todo de forma uniforme, uma seção é controlada por dois pares de cabos, sendo o par representado na cor verde responsável pelo controle da rotação em y e o par em azul pela rotação no eixo z. Como visto na Figura 6 foi considerado o controle por polias desta forma quando ocorre o deslocamento positivo em um cabo o seu correspondente realiza um deslocamento negativo.

Para o trabalho, todos os discos e juntas da seção estudada possuem as mesmas dimensões. Por se tratar de apenas uma seção não foi considerado nenhum efetuator, deixando-se apenas a extremidade livre para que, caso seja oportuno, as próximas seções possam ser acopladas.

3.1.2. CONSIDERAÇÕES E HIPÓTESES

Para que seja possível aplicar o equacionamento são necessárias algumas considerações. Quanto a movimentação dos cabos pelos discos considera-se que o atrito é desprezível de forma que o cabo deslize livremente pelos furos do disco. Isto é possível na prática se os furos apresentarem baixa rugosidade e for garantida uma boa lubrificação.

Também é considerado que as molas atuam de maneira uniforme de forma que quando submetidas a esforços provenientes do deslocamento que os cabos sofrem, a mesma deformação é encontrada entre todos os discos que são tidos como indeformáveis. Assim pode-se considerar que há o mesmo deslocamento angular em todas as juntas paralelas de uma seção.

3.1.3. DIMENSÕES

O comprimento total da seção foi definido como 240 mm. Em relação ao número de elos (n) são utilizados três para a dedução das equações e no final do estudo são feitas comparações considerando os três casos apresentados na Tabela 1 com o objetivo de avaliar as diferenças na mobilidade, em todos os casos a variação angular máxima das juntas é de 45 graus. Para a construção de um protótipo a variação angular máxima das juntas deve considerar o diâmetro dos discos, a distância entre eles e o tamanho máximo e mínimo das molas.

Tabela 1 – Dimensões e situações para cada caso considerado no problema.

CASO	NÚMERO DE JUNTAS UNIVERSAIS	NÚMERO DE ELOS (n)	COMPRIMENTO DOS ELOS (L)	COMPRIMENTO TOTAL
1	2	2	120 mm	240 mm
2	3	3	80 mm	240 mm
3	4	4	60 mm	240 mm

São considerados discos com 50 mm de diâmetro (D) em todos os casos. O diâmetro até onde se localizam os furos por onde passam os cabos (D_f) é de 42 mm. A distância entre os discos (E) é de 30 mm, essa distância é o suficiente para permitir a variação de 45° definida anteriormente.

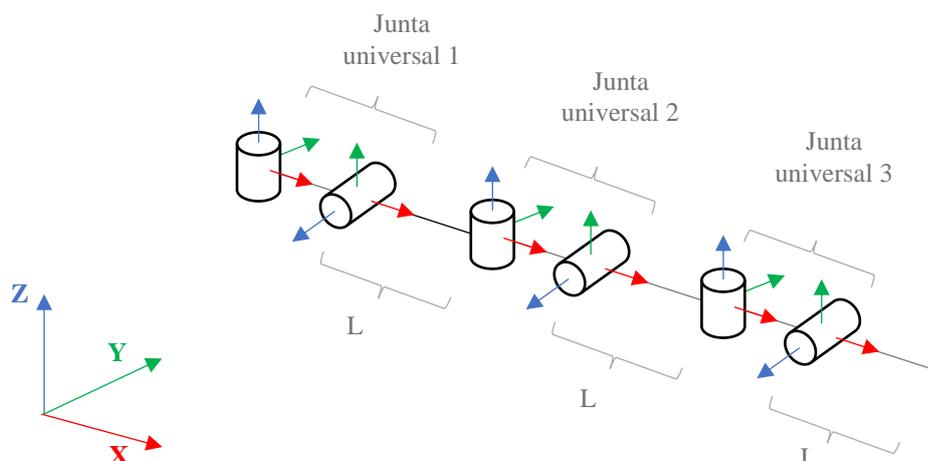
3.2. CINEMÁTICA DIRETA

A cinemática direta pode ser realizada de duas formas, a primeira utilizando-se os parâmetros de Denavit-Hartenberg e a segunda através da análise da geometria da seção. Optou-se por realizar as duas formas pois assim é possível comparar os resultados entre os métodos além de conferir com os modelos desenhados em CAD, para tanto, os modelos são abordados individualmente, os cálculos são desenvolvidos para o caso bidimensional e depois ampliados para o modelo 3D.

3.2.1. APLICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE DENAVIT-HARTEMBERG

O cálculo da posição da extremidade pelo DH é feito através de transformações sequenciais ao longo das juntas partindo da origem, sendo assim pode não se aplicar a este modelo devido sua forma de atuação e controle, por este motivo são utilizados dois métodos que terão seus resultados comparados ao final do trabalho. Os parâmetros de DH foram aplicados em um modelo de seção tridimensional com três juntas universais. Cada uma delas possui dois graus de liberdade dessa forma a representação simplificada da seção fica conforme mostrado na Figura 8. Entre as juntas de um mesmo componente é considerado um elo com comprimento nulo.

Figura 8 – Representação simplificada de uma seção de *snake-arm* com 3 juntas universais.



As coordenadas globais do sistema são fixas no início da seção e estão orientadas conforme a primeira junta apresentada na Figura 8. As coordenadas locais estão de acordo a notação de DH apresentada no Anexo A, os valores de cada parâmetro encontram-se na Tabela 2. As únicas variáveis são os ângulos de rotação que conforme mostrado são iguais em juntas paralelas devido a ação conjunta dos cabos. Desta forma há apenas duas variáveis para cada seção (θ_y, θ_z).

Tabela 2 - Parâmetros de DH definidos para a seção do *snake-arm* com quatro juntas universais.

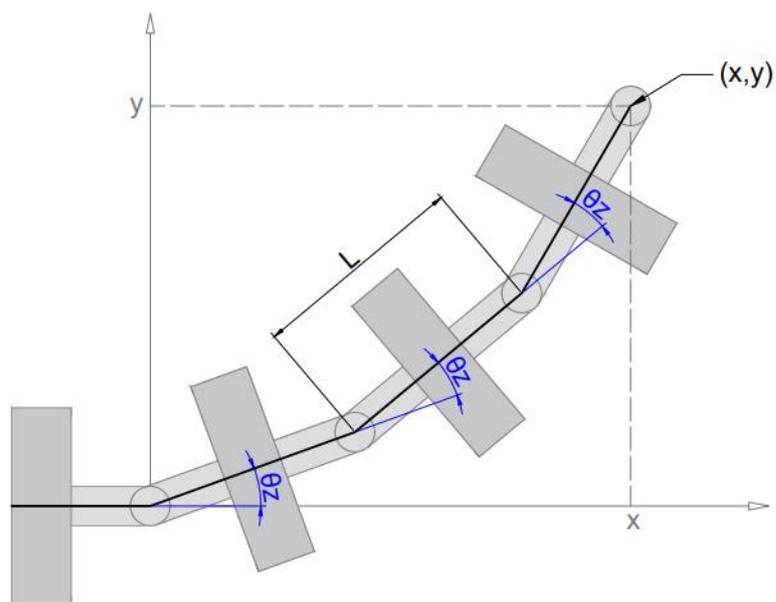
Junta universal (n)	Junta	θ	d	a	α
1	1	θ_z	0	0	90
	2	θ_y	0	L	-90
2	3	θ_z	0	0	90
	4	θ_y	0	L	-90
3	5	θ_z	0	0	90
	6	θ_y	0	L	-90

3.2.2. MODELO BIDIMENSIONAL

Para a situação bidimensional é considerado o movimento do manipulador no plano xy, com a posição em repouso do robô estando completamente sobre o eixo x. O objetivo desta etapa é obter uma equação paramétrica para as coordenadas da extremidade da seção onde o parâmetro é o ângulo das juntas paralelas a z (θ_z).

Partindo da análise da Figura 9 que representa a vista no plano xy e sabendo que todas as juntas apresentam a mesma variação angular obteve-se o sistema de Equações (6), deduzido através de relações trigonométricas aplicadas a cada elo.

Figura 9 – Vista do plano xy para uma seção do robô com 3 elos.



$$\begin{cases} x(\theta z) = L \cdot \cos(\theta z) + L \cdot \cos(2 \cdot \theta z) + L \cdot \cos(3 \cdot \theta z) \\ y(\theta z) = L \cdot \sin(\theta z) + L \cdot \sin(2 \cdot \theta z) + L \cdot \sin(3 \cdot \theta z) \end{cases} \quad (6)$$

Rearranjando e agrupando os termos da Equação 6 em um somatório é possível simplificá-la como demonstrado a seguir. As equações obtidas são aplicáveis a qualquer seção de robô construída de acordo com as características descritas, sendo n o número de juntas universais que compõe o manipulador.

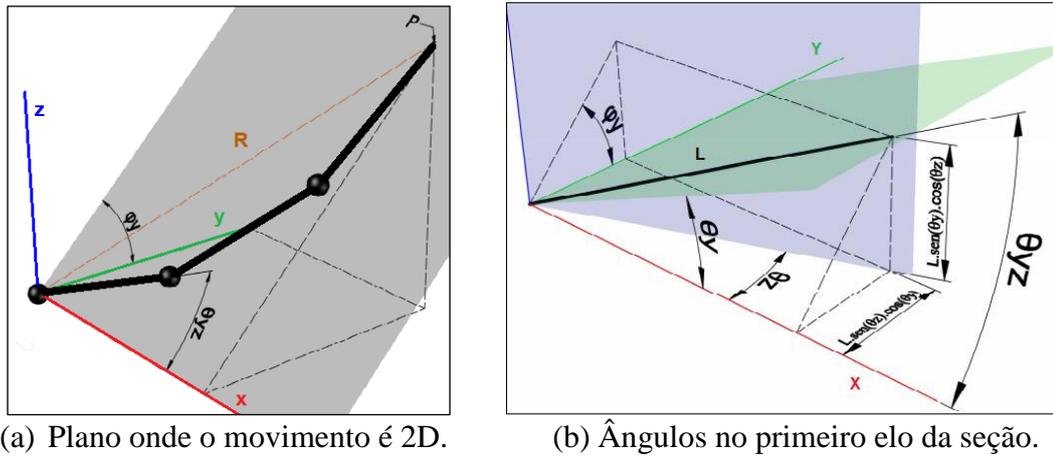
$$\begin{cases} x(\theta z) = L \cdot \sum_{i=1}^n \cos(i \cdot \theta z) \\ y(\theta z) = L \cdot \sum_{i=1}^n \sin(i \cdot \theta z) \end{cases} \quad (7)$$

Uma vez conhecidas as equações, já é possível avaliar o alcance da seção do *snake-arm* sendo necessário apenas aplicar a equação para diferentes valores de θz , entre -45° e 45° como definido no início do capítulo. Além da extremidade essas equações também permitem calcular as coordenadas das juntas, para isso basta substituir o n do somatório pelo número da junta correspondente.

3.2.3. MODELO TRIDIMENSIONAL

Conforme apresentado na Figura 10 (a), o movimento no espaço 3D pode ser reduzido a um problema bidimensional se for considerado a rotação do sistema de coordenadas, para isso é necessário calcular ângulo φy em que o eixo y deve ser rotacionado para que o problema fique no plano xy. Também se faz necessário calcular o ângulo de rotação das juntas que corresponda a movimentação nesse plano (θyz).

Figura 10 – Referências utilizadas para obter o equacionamento da cinemática direta 3D.



A Figura 10 (b) mostra o primeiro elo da seção localizado na interseção dos planos referentes a θ_z em azul e θ_y em verde. Considerando que a rotação máxima é de 360 graus para o plano, optou-se por utilizar a função inversa do seno para obter o ângulo do plano (φ_y), conforme mostrado na Equação (8) a seguir:

$$\begin{cases} \varphi_y = \text{sen}^{-1} \left(\frac{\text{sen}(\theta_y) \cdot \cos(\theta_z)}{\sqrt{(\text{sen}(\theta_y) \cdot \cos(\theta_z))^2 + (\text{sen}(\theta_z) \cdot \cos(\theta_y))^2}} \right), & \theta_z \geq 0 \\ \varphi_y = 180^\circ - \text{sen}^{-1} \left(\frac{\text{sen}(\theta_y) \cdot \cos(\theta_z)}{\sqrt{(\text{sen}(\theta_y) \cdot \cos(\theta_z))^2 + (\text{sen}(\theta_z) \cdot \cos(\theta_y))^2}} \right), & \theta_z < 0 \end{cases} \quad (8)$$

O ângulo θ_{yz} é o resultado das variações angulares de θ_z e θ_y no plano rotacionado e é calculado através da Equação (9) obtida através de relações entre as tangentes dos ângulos.

$$\theta_{yz} = \tan^{-1}(\sqrt{\tan(\theta_z)^2 + \tan(\theta_y)^2}) \quad (9)$$

Utiliza-se o ângulo θ_{yz} nas Equações (7) para um sistema bidimensional, como resultado são obtidas coordenadas (x', y') para o plano rotacionado que podem ser convertidas para o espaço 3D através da seguinte relação:

$$\begin{cases} x = x' \\ y = y' \cdot \cos(\varphi_y) \\ z = y' \cdot \text{sen}(\varphi_y) \end{cases} \quad (10)$$

Ou na forma completa como apresentado a seguir.

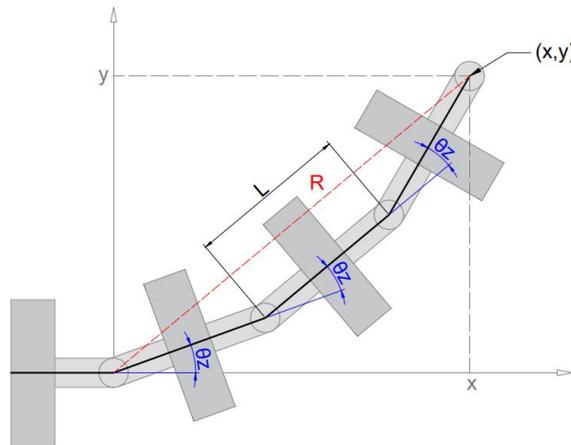
$$\begin{cases} x = L \cdot \sum_{i=1}^n \cos(i \cdot \theta_{yz}) \\ y = L \cdot \sum_{i=1}^n \text{sen}(i \cdot \theta_{yz}) \cdot \cos(\varphi_y) \\ z = L \cdot \sum_{i=1}^n \text{sen}(i \cdot \theta_{yz}) \cdot \text{sen}(\varphi_y) \end{cases} \quad (11)$$

3.3. CINEMÁTICA INVERSA

3.3.1. MODELO BIDIMENSIONAL

A situação representada na Figura 11 serve de base para obter relações entre a coordenada do ponto $P(x,y)$ chamado de ponto de destino e ângulo das juntas θ_z . Para fins de orientação, a origem do sistema está localizada no eixo da primeira junta.

Figura 11 – Relações utilizadas na modelagem da cinemática inversa bidimensional.



A linha R é a distância do ponto de destino até a origem calculada através da Equação (12):

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (12)$$

O ângulo entre R e o eixo x (θ_R) é obtido através de funções trigonométricas inversas, optou-se pelo seno pois dessa forma quando $y < 0$ o resultado trará ângulos negativos como esperado. Porém na região de “ x ” negativo a equação não se aplica, para corrigir isto duas situações são consideradas conforme mostrado a seguir.

$$\begin{cases} \theta_R = \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{R}\right), & x \geq 0 \\ \theta_R = 180^\circ - \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{R}\right), & x < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Conforme representado na Figura 11 a linha R e o elo central da seção são paralelos, ou seja, possuem o mesmo ângulo em relação ao eixo x , isso ocorre devido a simetria da estrutura. Também se sabe que os ângulos de cada elo em relação ao eixo x são múltiplos de θ_z se somando ao longo da seção, partindo disso foi obtida a seguinte relação:

$$\theta_R = \left(\frac{n+1}{2}\right) \cdot \theta_z \quad (14)$$

Substituindo as Equações (12) e (13) em (14) e isolando-se θ_z do resultado é obtida a primeira equação para a cinemática inversa, definida em duas partes, uma para valores positivos de x e outra para valores negativos conforme apresentado na Equação (15).

$$\begin{cases} \theta z = \left(\frac{2}{n+1}\right) \cdot \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right), & x \geq 0 \\ \theta z = \left(\frac{2}{n+1}\right) \cdot \left(180^\circ - \text{sen}^{-1}\left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right)\right), & x < 0 \end{cases} \quad (15)$$

Através dessa equação é possível calcular o ângulo das juntas, porém não se pode afirmar que a extremidade da seção chega até o ponto. Assim, se faz necessário verificar se as coordenadas calculadas através do ângulo encontrado são iguais às do ponto de destino. Isso pode ser feito avaliando a diferença (ΔR) entre R e $R(\theta z)$ conforme a Equação (16).

$$\Delta R = R - \sqrt{x(\theta z)^2 + y(\theta z)^2} \quad (16)$$

A equação completa fica:

$$\Delta R = \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{\left(L \cdot \sum_{i=1}^n \cos(i \cdot \theta z)\right)^2 + \left(L \cdot \sum_{i=1}^n \text{sen}(i \cdot \theta z)\right)^2} \quad (17)$$

Desta forma depois de calculado o θz com a Equação (15) e se a diferença ΔR calculada for igual a zero está garantido em teoria que a extremidade da seção atinge o ponto de destino. Caso o valor seja diferente de zero significa que um único segmento não tem mobilidade suficiente para chegar até o ponto. Também é possível definir um valor de diferença aceitável para a posição, uma tolerância.

3.3.2. MODELO TRIDIMENSIONAL

Na cinemática inversa do modelo tridimensional primeiramente busca-se o plano onde ocorre a movimentação do robô. O ângulo φy referente a inclinação do plano pode ser calculado através da Equação (18) obtida através de relações trigonométricas e da análise da figura 10 (a).

$$\begin{cases} \varphi y = \text{sen}^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right), & y \geq 0 \\ \varphi y = 180 - \text{sen}^{-1}\left(\frac{z}{\sqrt{y^2 + z^2}}\right), & y < 0 \end{cases} \quad (18)$$

O ângulo das juntas no plano rotacionado não pode ser obtido diretamente, porém se conhece o ponto de destino $P(x, y, z)$ e sua distância até a origem representada pela linha R na Figura 10 (a). O ângulo da linha R com o eixo x (θR) tem uma relação conhecida com o ângulo das juntas conforme apresentado no problema bidimensional e pode ser calculado através da Equação (19).

$$\theta R = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) \quad (19)$$

Utilizando a relação da Equação (14) como o ângulo θR da Equação (19) é obtida a Equação (20) para o cálculo do ângulo das juntas no plano rotacionado.

$$\theta_{yz} = \frac{2}{(n+1)} \cdot \cos^{-1} \left(\frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \quad (20)$$

Porém, ainda é necessário desmembrar o ângulo θ_{yz} e obter os ângulos reais para a juntas universais do robô (θ_z e θ_y). Utilizando relações trigonométricas no primeiro elo da seção conforme apresentado na Figura 10 (b) são obtidas as Equações (21) e (22) que utilizam os ângulos auxiliares para calcular o ângulo das juntas. Como limitou-se entre -45° e 45° a variação angular nas juntas não se faz necessário considerar os outros quadrantes que as equações não abrangem.

$$\theta_y = \tan^{-1} \left(\frac{\text{sen}(\theta_{yz}) \cdot \cos(\varphi_y)}{\cos(\theta_{yz})} \right) \quad (21)$$

$$\theta_z = \tan^{-1} \left(\frac{\text{sen}(\theta_{yz}) \cdot \text{sen}(\varphi_y)}{\cos(\theta_{yz})} \right) \quad (22)$$

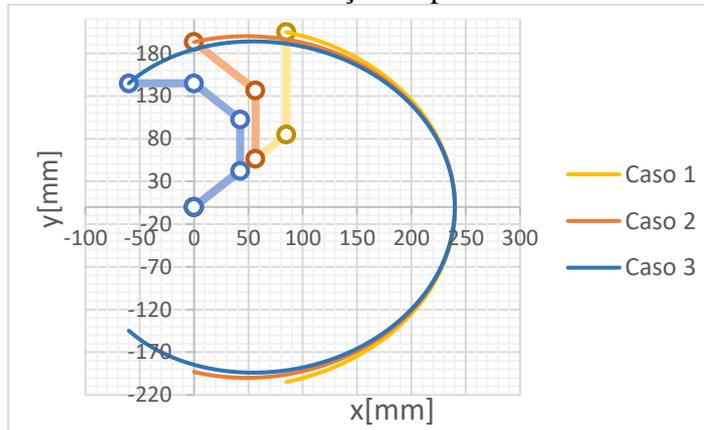
Para verificar a existência de uma solução é necessário calcular a diferença entre a distância do ponto de destino e o ponto calculado com as equações de cinemática direta e os ângulos obtidos através de (21) e (22) conforme mostrado na Equação (23). A solução existe se a diferença for zero.

$$\Delta R = R - \sqrt{x(\theta_y, \theta_z)^2 + y(\theta_y, \theta_z)^2 + z(\theta_y, \theta_z)^2} \quad (23)$$

4. RESULTADOS

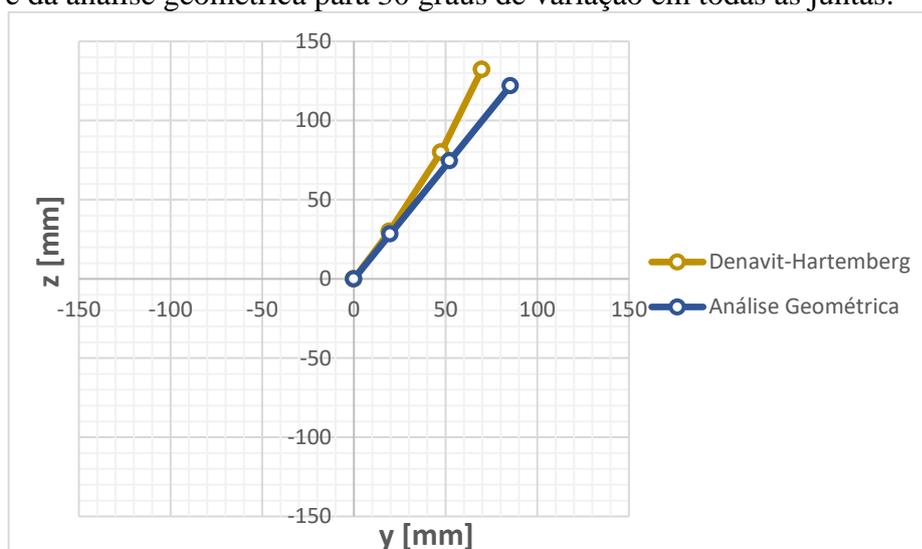
As equações obtidas na modelagem cinemática direta foram utilizadas para visualizar o espaço alcançável pela seção do robô *snake-arm* conforme os casos definidos na Tabela 1 com duas, três e quatro juntas universais. A Figura 12 mostra os resultados da modelagem bidimensional variando o ângulo θ_z entre -45° e 45° . O espaço alcançável neste caso trata-se de uma curva com apenas um resultado possível para cada ponto. O aumento do número de elementos que compõem uma seção além de promover maior flexibilidade ao conjunto proporciona um alcance maior se considerada a mesma variação angular nas juntas.

Figura 12 – Gráfico com as áreas alcançáveis pela extremidade da seção do robô.



Os resultados da cinemática direta obtida através da análise da geometria do robô foram comparados com os resultados obtidos através da aplicação dos parâmetros de DH conforme apresentados na Tabela 2. Os resultados não coincidem, exceto para o caso onde apenas um par de cabos é movimentado, quando se variam θ_y e θ_z simultaneamente os resultados começam a se distanciar à medida que os ângulos aumentam. A Figura 13 mostra a vista do plano yz que corresponde a vista frontal do robô, foram rotacionados θ_y e θ_z em 30° esperava-se que ambos resultados retornassem uma movimentação do manipulador no plano de 45° entre “y” e “z” porém o Denavit-Hartenberg apresenta uma curvatura.

Figura 13 – Resultados no plano yz para cinemática direta através de Denavit-Hartenberg e da análise geométrica para 30 graus de variação em todas as juntas.



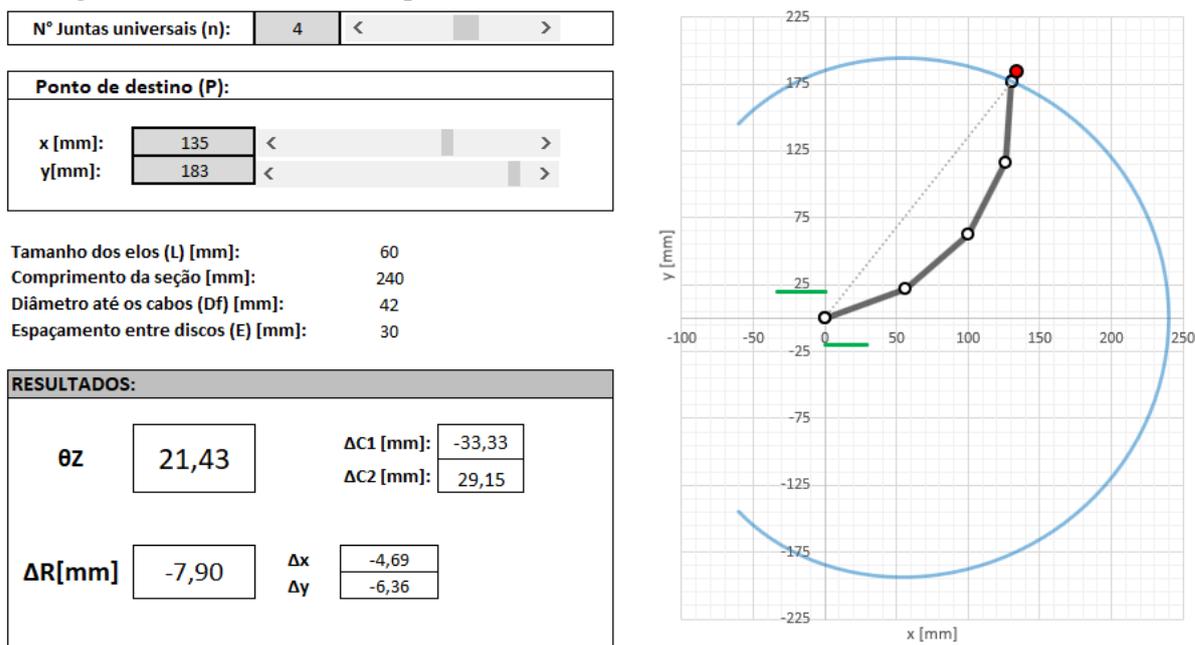
Supõem-se que a causa dessa diferença está na forma como é resolvido a cinemática direta através do DH, onde são aplicadas as rotações em sequência de acordo com a ordem definida nos parâmetros, porém isto parece não funcionar para este robô já que é composto por juntas universais onde a rotação ocorre ao mesmo tempo em ambas direções. Caso seja definida uma outra ordem para os parâmetros a curvatura muda para a outra direção mesmo utilizando os mesmos dados de entrada.

Com as equações obtidas na cinemática inversa foram criadas planilhas onde foram testados pontos em diferentes quadrantes, os resultados foram verificados aplicando os ângulos calculados através da inversa nas equações de cinemática direta e comparando os valores de entrada e saída.

A Figura 14 mostra a planilha para a seção bidimensional aplicada a um modelo com quatro juntas. Foi solicitado que a extremidade da seção chegasse até o ponto de destino representado em vermelho. Através da aplicação dos dados de entrada nas equações obtidas no capítulo anterior se calcula o ângulo das juntas, este é demonstrado no gráfico por uma representação simplificada da seção mostrada em cinza na figura. A linha azul representa a região que a extremidade pode atingir e as linhas verdes são os deslocamentos necessários nos cabos para gerar o ângulo calculado. Os valores dos deslocamentos foram calculados conforme o Apêndice A e estão disponíveis na planilha como $\Delta C1$ e $\Delta C2$, os valores negativos correspondem ao cabo tensionado.

Não foi definido uma tolerância para a diferença, a planilha apenas mostra a posição mais próxima que o manipulador pode chegar do ponto solicitado e calcula a diferença entre eles.

Figura 14 – Planilha criada para calcular a cinemática inversa de modelos bidimensionais.



Um procedimento semelhante foi realizado para testar as equações para o modelo tridimensional onde foram representados três gráficos: com o plano xy (vista superior), xz (vista lateral) e yz (vista frontal). A planilha para cinemática inversa do modelo tridimensional também calcula os deslocamentos necessários para cada cabo e a direção que a extremidade vai se mover de acordo com as equações. Mais informações sobre as planilhas estão disponíveis no Apêndice B. Os resultados também foram testados através de algumas situações criadas no modelo CAD, onde foram obtidos os mesmos resultados que a planilha quando aplicados os mesmos dados de entrada.

5. CONCLUSÕES

Através deste estudo foi obtida a modelagem cinemática para uma seção de robô do tipo *snake-arm* com juntas universais e controlado por quatro cabos. Foram deduzidas as equações para a cinemática direta e inversa aplicáveis à uma configuração genérica do manipulador. Através das equações foi avaliado o espaço alcançável pela extremidade, avaliada a influência do número de elos de uma seção no seu alcance e relacionado a posição das juntas com os seus ângulos permitindo o controle do robô.

Os resultados da cinemática direta para a situação tridimensional através do método de Denavit-Hartenberg e de uma análise da geometria apresentaram diferenças significativas que aumentam a cada elo, acredita-se que os parâmetros de DH não se aplicam a este modelo devido a presença das juntas universais e da forma de controle simultâneo realizada pelos cabos, sugere-se que um protótipo seja construído para comparar os resultados analíticos com os observados na prática.

Os resultados da cinemática inversa foram testados de forma analítica para algumas situações e comparados com os resultados obtidos através do modelo CAD, todos os resultados foram conforme o esperado, se obteve o ângulo correto para as situações testadas. Como continuação deste trabalho recomenda-se um estudo buscando o dimensionamento das molas que mantém a estabilidade do sistema e também a expansão da cinemática inversa para um robô com múltiplas seções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

SALABARRIA, Miguel Herrera. **Robô hiper-redundante com módulos de arquitetura paralela**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Controle e Automação Mecânica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-01042009-141413/pt-br.php>>. Acesso em: 10 mar. 2021.

OC Robotics. **Snake-arm robots steer aircraft assembly in a new direction**. 6 nov. 2006. Disponível em: <<https://www.ocrobotics.com/news/snakearm-robots-steer-aircraft-assembly-in-a-new-direction/>>. Acesso em: 03 mai. 2021

FESTO. **BionicSoftArm Modular pneumatic lightweight robot**. mai. 2019. Disponível em: <https://www.festo.com/net/SupportPortal/Files/597075/Festo_BionicSoftArm_en.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2021

BUCKINGHAM, Rob. Snake-Arm Robots. **Ingenia**, Londres, v. 28, n.1, p.35-40, set. 2006. Disponível em: <<https://www.ingenia.org.uk/Ingenia/Articles/99e2e5e4-b6ca-475c-8c92-a2c422382ad4>>. Acesso em: 03 mai. 2021

LI, Zheng et al. Design and analysis of a biomimetic wire-driven robot arm. **ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. v. 54938, p. 191-198, 2011.

YOON, Hyun-Soo; YI, Byung-Ju. A 4-DOF flexible continuum robot using a spring backbone. **2009 International Conference on Mechatronics and Automation**. IEEE, 2009. p. 1249-1254, 2009

DONG, Xin et al. Design and analysis of a family of snake arm robots connected by compliant joints. **Mechanism and Machine Theory**, v. 77, p. 73-91, 2014.

RODRIGUES, Vinícius Fonseca. **Modelo cinemático de um manipulador de 6 GDL**. Orientador: Rafael Antonio Comparsi Laranja . 2019. 46 f. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia de Controle e Automação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/197541>>. Acesso em: 10 mar. 2021.

ANEXO A

Este Anexo apresenta o equacionamento utilizado na Seção 2.1 do Capítulo 2 do trabalho de conclusão de Vinícius Rodrigues referente a um modelo cinemático de um manipulador de 6 GDL. Este trecho traz uma explicação sobre a convenção e aplicação dos parâmetros de Denavit-Hartenberg na cinemática direta de manipuladores.

Fonte: RODRIGUES, Vinícius Fonseca. **Modelo cinemático de um manipulador de 6 GDL**. Orientador: Rafael Antonio Comparsi Laranja . 2019. 46 f. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia de Controle e Automação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/197541>>. Acesso em: 10 mar. 2021.

2.2.1 CINEMÁTICA DIRETA

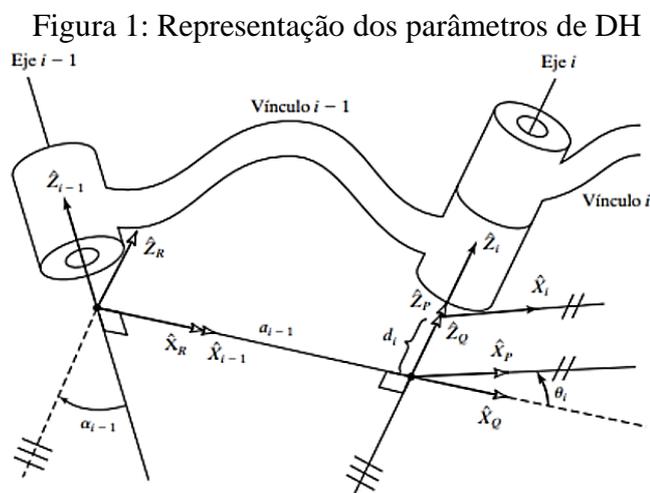
Para realizar a análise da cinemática direta é utilizada uma convenção que permite a resolução da análise através de um procedimento sistemático. A convenção usada para selecionar o sistema de coordenadas em aplicações robóticas é a convenção de Denavit-Hartenberg (DH), pois esta permite caracterizar as transformações homogêneas em função de quatro parâmetros de junta enquanto que outras convenções utilizam seis parâmetros de coordenadas. Os parâmetros utilizados pela convenção de DH para estão descritos na Tabela 1 a seguir (SPONG; HUTCHINSON; VYDYASAGAR, 1998).

Tabela 1: Parâmetros de Denavit-Hartenberg

Símbolo	Significado
a	Comprimento do elo
α	Ângulo de torção do elo
d	Offset de torção do elo
θ	Ângulo da junta

Fonte: (SPONG; HUTCHINSON; VYDYASAGAR, 1998)

Cada um desses parâmetros pode ser associado a um conjunto de elo e junta do manipulador (SPONG; HUTCHINSON; VYDYASAGAR, 1998). A Figura 1 a seguir ilustra os parâmetros DH com uma representação gráfica (CRAIG, 2004).



Fonte: (CRAIG, 2004)

Com essa convenção, pode-se descrever qualquer matriz de transformação homogênea partir de quatro transformações básicas, descritas na Tabela 2 a seguir.

Tabela 2: Transformações Básicas de Denavit-Hartenberg

Símbolo	Significado
$R_{x,\theta}$	Rotação em torno do eixo z por um ângulo θ
$T_{z,d}$	Translação ao longo do eixo z por uma distância d
$T_{x,a}$	Translação ao longo do eixo x por uma distância a
$R_{x,\alpha}$	Rotação em torno do eixo z por um ângulo α

Fonte: (SPONG; HUTCHINSON; VYDYASAGAR, 1998)

Os cálculos correspondentes a uma transformação homogênea genérica e de cada uma das transformações básicas estão apresentados nas equações seguintes.

$$H_{i+1}^i = R_{z,\theta_i} \cdot T_{z,d_i} \cdot T_{x,a_i} \cdot R_{x,\alpha_i} \quad (1)$$

$$R_{z,\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$T_{z,d_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$T_{x,a_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$R_{x,\alpha_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i & 0 \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Realizando a multiplicação proposta na Equação (1), obtém-se a matriz genérica de qualquer transformação homogênea de uma junta, ilustrada na Equação (6). Também é importante destacar que a representação utilizada neste trabalho para denominar matrizes de transformação ou matrizes de rotação tem um índice e um subíndice, em que o subíndice refere-se à junta em que o sistema de coordenada se encontra e o índice refere-se à junta em que o sistema de coordenadas irá se encontrar após a realização da matriz de transformação indicada.

$$H_{i+1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cdot \cos \alpha_i & \sin \theta_i \cdot \sin \alpha_i & a \cdot \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \cdot \cos \alpha_i & -\cos \theta_i \cdot \sin \alpha_i & a \cdot \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Portanto, para obter a matriz de transformação total de um manipulador com n graus de liberdade, basta multiplicar todas as matrizes de transformação de cada uma das juntas que conectam a base ao efetuador, conforme Equação (7).

$$H_o^n = H_0^1 \cdot H_1^2 \dots \cdot H_{n-1}^n \quad (7)$$

A matriz de transformação total representa as equações da cinemática direta, fornecendo a posição final (x , y e z) do atuador, através do vetor 1×3 $P(q)$, presente na última coluna da matriz. E sua orientação (rolagem, arfagem e guinada) através da matriz 3×3 $R(q)$.

$$H_o^n = \begin{bmatrix} R(q) & P(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$P(q) = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \quad (9)$$

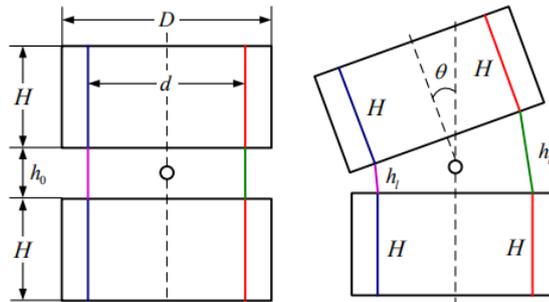
$$R(q) = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sendo que l , m e n são os vetores ortonormais que correspondem a rolagem, arfagem e guinada respectivamente e p corresponde a posição (PIOTROWSKI; BARYLSKI, 2004).

APÊNDICE A

A variação do ângulo nas juntas ocorre a partir da movimentação dos cabos, portanto para efetuar o controle do mecanismo é necessário relacionar o deslocamento dos cabos com os ângulos nas juntas. Essa relação foi deduzida por Li et al. (2011) em um modelo semelhante que também se aplica ao deste trabalho conforme mostrado na Figura 1 e na Equação 1:

Figura 1 – modelo utilizado por Li.

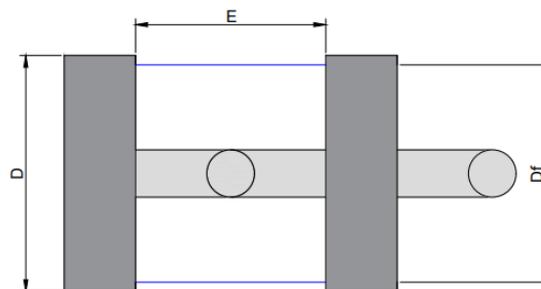


Fonte: LI, Zheng et al. Design and analysis of a biomimetic wire-driven robot arm. **ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition.** v. 54938, p. 191-198, 2011.

$$\begin{cases} h_r = h_0 \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + d \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \\ h_r = h_0 \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - d \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \end{cases} \quad (1)$$

Adaptando a equação para a notação utilizada no trabalho conforme a Figura 2 e considerando a variação em toda seção, o resultado é o sistema da Equação 2 onde $\Delta C1$ é a variação no cabo superior e $\Delta C2$ é a variação no cabo inferior, resultados negativos indicam que o cabo é tensionado.

Figura 2 – Notação utilizado no trabalho.



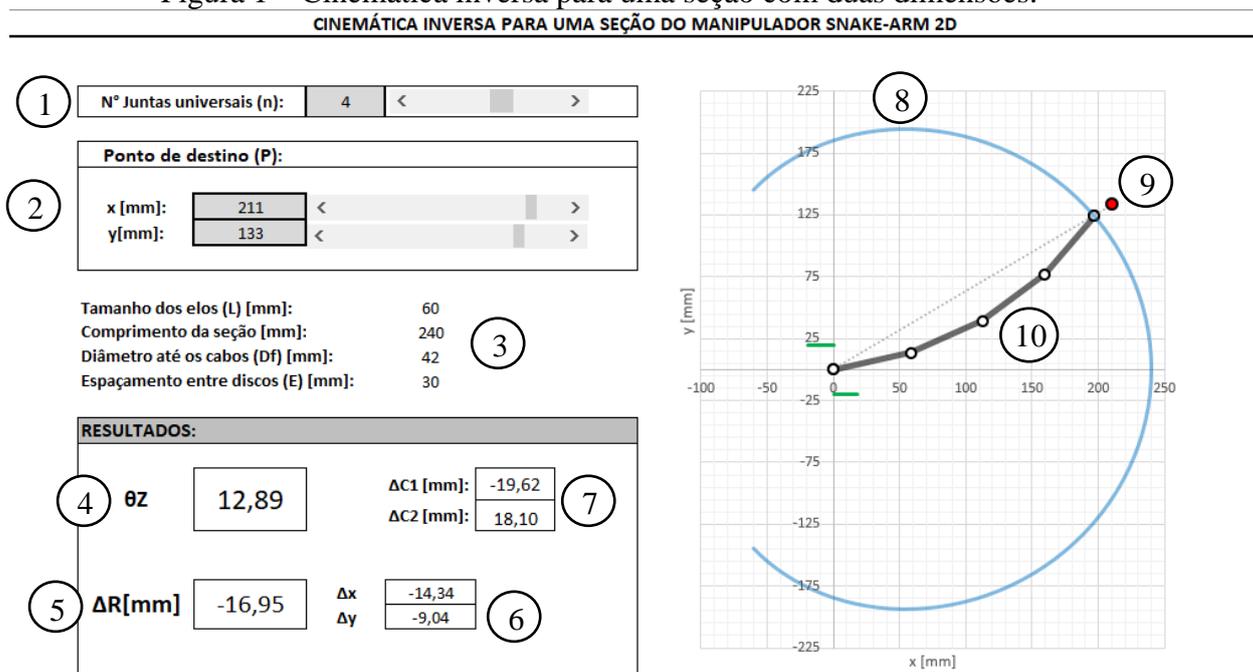
$$\begin{cases} \Delta C1 = n \cdot \left[\left(E \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - Df \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) - E \right] \\ \Delta C2 = n \cdot \left[\left(E \cdot \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + Df \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right) - E \right] \end{cases} \quad (2)$$

APÊNDICE B

Neste apêndice são apresentadas as planilhas criadas para testar as equações obtidas no estudo. As planilhas utilizam todas as equações deduzidas no trabalho, são calculados os ângulos das juntas através da cinemática inversa e a representação da seção é feita através das equações de cinemática direta.

Para a seção bidimensional foi criada a planilha apresentada na Figura 1, os elementos que compõe a planilha estão descritos a seguir.

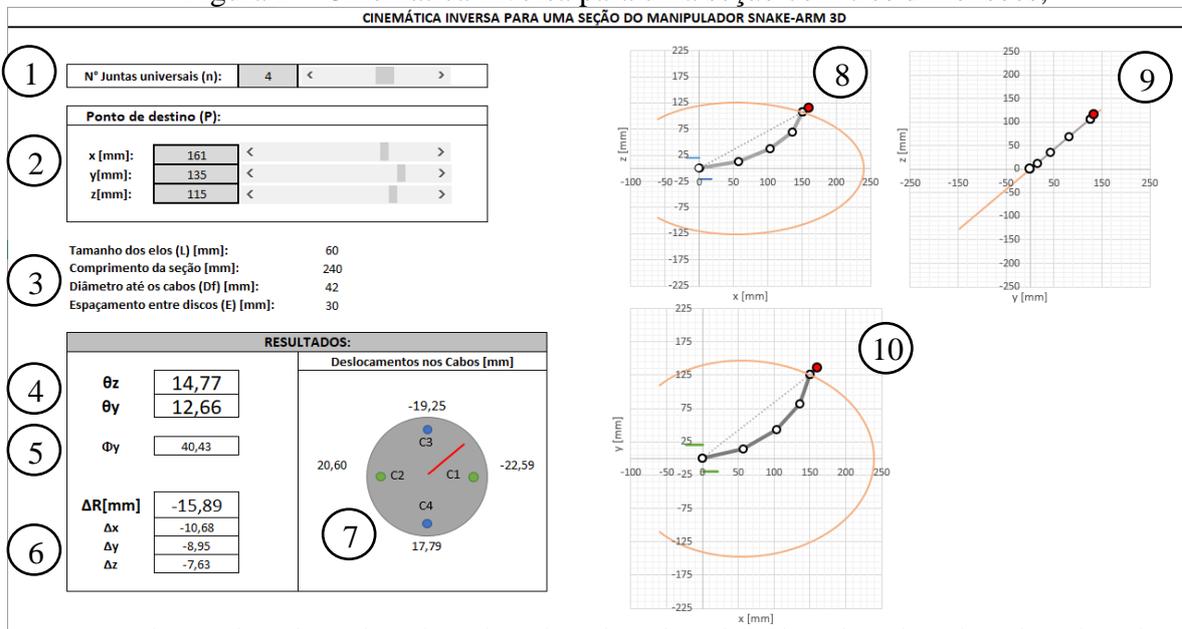
Figura 1 – Cinemática inversa para uma seção com duas dimensões.



- 1 – Número de juntas universais da seção, pode ser variado de 1 a 6.
- 2 – Ponto de destino, entrada das coordenadas do ponto que a extremidade deve chegar.
- 3 – Outras dimensões da seção, que também podem ser alteradas.
- 4 – Ângulo das juntas (θz) calculado através das equações de cinemática inversa.
- 5 – ΔR diferença entre o R do ponto de destino e do ponto que a extremidade da seção alcança.
- 6 – Δx e Δy diferenças entre as coordenadas calculadas e o ponto de destino.
- 7 – $\Delta C1$ e $\Delta C2$ correspondem aos cabos que movimentam o robô, o valor corresponde ao deslocamento em milímetros, um sinal negativo indica que cabo que está sendo tensionado. Os valores foram calculados através das equações do Apêndice A.
- 8 – A linha azul corresponde aos pontos que a extremidade da seção consegue alcançar, é calculada através das equações de cinemática direta.
- 9 – O ponto vermelho é a representação do ponto de destino no gráfico.
- 10 – As linhas cinzas são os elos da seção e os círculos representam as juntas, a posição de cada elemento foi calculada através da aplicação do ângulo das juntas θz nas equações de cinemática direta.

A planilha criada para a cinemática da seção tridimensional está disponível na Figura 2 os principais elementos da planilha estão descritos a seguir.

Figura 2 – Cinemática inversa para uma seção com três dimensões;



- 1 – Número de juntas universais da seção, pode ser variado de 1 a 6.
- 2 – Ponto de destino, entrada das coordenadas do ponto que a extremidade deve chegar.
- 3 – Outras dimensões da seção, que também podem ser alteradas.
- 4 – Ângulo das juntas θ_z e θ_y , calculado através das equações de cinemática inversa.
- 5 – Ângulo de rotação do plano xy para coincidir com a seção.
- 6 – Diferenças entre as coordenadas calculadas e o ponto de destino.
- 7 – Representação de um disco da seção com os valores de deslocamento para cada cabo de acordo com as equações do Apêndice A. A linha vermelha é a direção que a seção se desloca.
- 8 – Representação da seção no plano xz, (vista lateral).
- 9 – Representação da seção no plano yz, (vista frontal).
- 10 – Representação da seção no plano xy, (vista superior).