SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL

REGIONALIZAÇÃO DE MODELO DE ESCOAMENTO SUPERFICIAL PARA DADOS NÃO HOMOGÊNEOS.

TRABALHO APRESENTADO COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO TITULO DE

M E S T R E E M H I D R O L O G I A A P L I C A D A

AUTOR: Ari de Oliveira Marques Filho

ORIENTADOR: Prof. Mário Ortiga Simões Lopes

COLABORADOR: Prof. Robin Clarke

EXAMINADORES:

Prof. Mário Simões Lopes
Prof. Julio Sanchez Ordoñez
Prof. Dr. Carlos Eduardo Tucci
Prof. Dr. Rubem Lalaina Porto

Data do exame: 07/04/80

Aprovação: ______________
Presidente da Banca

REGIONALIZAÇÃO DE MODELO DE ESCOAMENTO SUPERFICIAL PARA DADOS NÃO HOMOGÊNEOS

ARI DE OLIVEIRA MARQUES FILHO (*)

Porto Alegre, abril de 1980.

(*) Engenheiro Civil (UFSM)

À ARY DE OLIVEIRA MARQUES,

meu pai.

AGRADECIMENTOS

Agradeço as seguintes pessoas e Instituições:

Ao Professor Mario Simões Lopes, MSc., pela orientação e acompanhamento em todas as fases do trabalho.

Ao Professor Robin Clarke pela colaboração na fase inicial do estudo e sugestões apresentadas no seu decorrer.

Aos Professores do Instituto de Pesquisas Hidráulicas, particularmente, àqueles do Setor de Hidrologia, que apresentaram contribuições de valor a este trabalho.

Às funcionárias da Biblioteca do Instituto de Pesquisas Hidráulicas, pelo apoio completo prestado, durante todo o trabalho e na execução final das referências bibliográficas.

Ao Setor de Desenho e Tradução do Instituto de Pesquisas Hidráulicas, pelas colaborações prestadas.

À Ligia Fontoura Lorenzoni pela companhia e trabalho da montagem gráfica deste estudo.

À CAPES, pela Bolsa de Estudos concedida.

Ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas, na pessoa do coordenador do curso de Pós-Graduação do IPH, Professor Amadeu da Rocha Freitas, Dr., pelo apoio durante a realização do curso e na Dissertação.

Ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas por tornar possível a execução do trabalho.

A Universidade Federal de Santa Maria, pelo encaminhamento e apoio durante a realização do curso e do trabalho.

SINOPSE

Neste trabalho, a bacia hidrográfica é considerada um sistema linear, invariável no tempo, na transformação da precipitação efetiva em escoamento superficial. Para representar o operador desse sistema adota-se um modelo constituído por uma cascata de reservatórios em série todos com o mesmo tempo de armazenamento.

Os parâmetros que descrevem esse modelo são otimizados com a utilização do Método de Newton-Raphson. Diversos eventos (precipitação efetiva-escoamento superficial), distribuídos em algumas sub-bacias do Rio Forquetinha, são analisados através do algorítmo de otimização criado, obtendo-se um conjunto de valores médios dos parâmetros para as sub-bacias.

As características físicas das sub-bacias, junto com esse conjunto, propiciam um estudo de regionalização, através de regressões múltiplas, que relacionam os parâmetros médios às características físicas das sub-bacias do Rio Forquetinha. A qualidade desse estudo é verificada para uma outra sub-bacia da região não utilizada nas fases anteriores desta pesquisa.

Análises complementares de sensibilidade dos parâmetros e comportamento da função objetiva escolhida são apresentadas neste estudo.

ABSTRACT

In this study the river basin is considered a linear time-invariant system, when effective rainfall is transformed into surface runoff. To represent the operator of this system a model consisting of a cascading series of reservoirs with the same storage time is used.

The parameters which describe this model are optimized using the Newton-Raphson Method. Various events (effective rainfall-surface runoff)distributed throughout some of the Forquetinha River sub-basins, are analysed across the optimization algorhithm which has been created, and a set of avereage values of the parameters is thus obtained in the sub-basins.

The physical characteristics of the sub-basins, together with this set create the opportunity for a regionalization study, by means of multiple regressions, which relate the average parameters to the physical characteristics of the sub-basins of the Forquetinha River. The quality of this study is checked by means of another sub-basin in the region, which was not used im previous phase of the study.

Complementary analyses of parameter sensitivity and behaviour of the chosen objetive function are presente in this study.

SUMÁRIO

Página

Página

RELAÇÃO DE TABELAS

Página

RELAÇÃO DE FIGURAS

Página

INTRODUÇÃO

A Hidrologia apresenta, atualmente, uma evolução constante e muito rápida, determinada pelo imprescindível apoio que dá ao desenvolvimento das diferentes formas de aproveitamento e ao levantamento dos recursos hídricos.

O desenvolvimento maior verifica-se na Hidrologia Superficial, que trata com análises relativas às transformações das precipitações em escoamentos superficiais, devido não só à importância dessa fase, mas também ao maior conhecimento já acumulado sobre essas transformações.

Do Hidrograma Unitário, proposto como característica importante das bacias hidrográficas nos estudos hidrológicos, chega-se até os modelos mais sofisticados que procuram simular a parte importante do ciclo hidrológico, que é o escoamento superficial.

Uma das limitações às análises hidrológicas está, invariavelmente, na escassez, ou na qualidade dos registros pluvio-hidrométricos. Isto determinou o aparecimento da parte da Hidrologia conhecida como Sintética. Os parâmetros de ajustamento dos modelos, determinados para as bacias com observações disponíveis, junto com as características físicas dessas bacias, passaram a ser utilizados para estudos de regionalização, que permitem a extensão dos modelos, através das estimativas dos parâmetros, às bacias sem dados, situadas na região em estudo ou então com características semelhantes àquelas bacias estudadas.

No Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH) têm-se desenvolvido estudos que procuram estabelecer o mecanismo de formação das enchentes em terrenos pouco permeáveis (em particular, na encosta meridional do derrame basáltico Sul-americano).

Desenvolveu-se, paralelamente a esses estudos o presente trabalho.

Um dos objetivos desta pesquisa é o estabelecimento de um algorítmo que determine os parâmetros ótimos que descrevem os hidrogramas unitários representados por modelos conceituais. Obviamente, como se analisa somente as transformações de precipitações efetivas em escoamentos superficiais, esse mecanismo representa, apenas parte de um modelo mais completo; no entanto, como já foi referido que se trata de estudos em terrenos pouco permeáveis, esta seria a parte mais importante da transformação precipitação-escoamento.

O processo de otimização utilizado é o Método de Newton-Raphson, e o modelo adotado, ao final, para representar o operador pluvio-hidrométrico (HU), tem a forma da distribuição gama.

Seguindo orientação semelhante às pesquisas do IPH, depois de obtidos os parâmetros médios para algumas bacias, através do algorítmo criado para esse fim, busca-se o estabelecimento de regressões múltiplas que relacionem esses valores médios às características físicas das bacias.

Obtidas essas regressões, alcança-se outro objetivo do trabalho, que é o estudo da regionalização de parâmetros de modelos hidrológicos.

A qualidade da regionalização é verificada, no trabalho, para uma outra bacia da região não utilizada nas fases anteriores da pesquisa.

A utilização de uma metodologia assim desenvolvida, pode servir de apoio à elaboração de projetos de obras hidráulicas e a estudos para outras atividades nos rios, tanto nas bacias estudadas, como em outras com características semelhantes.

PRIMEIRA PARTE

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO AO ESTUDO DE SISTEMAS HIDROLÓGICOS

Nos diversos ramos da Ciência, o primeiro objetivo dos investigadores, na compreensão de um dado fenômeno, é a identificação dos diferentes fatores que o determinam e suas interdependências. Na elaboração de um trabalho é importante um desenvolvimento sob a forma mais universal possível, no qual sejam esclarecidos os conceitos utilizados, as hipóteses consideradas e a terminologia correspondente usada. Procedendo-se dessa maneira, permite-se uma avaliação comparativa da pesquisa realizada, que estimará a sua contribuição adicional, na busca da compreensão global dos fenômenos. Não se quer, e nem se deve descartar a valiosa contribuição de estudos experimentais particulares, mas sim acentuar-se a necessidade do estabelecimento, claro e inequívoco, das possíveis relações com aspectos globais do fenômeno.

Seguindo esta linha de pensamento procura-se, a seguir, definir os elementos utilizados neste trabalho.

1.1. Terminologia de sistemas

A definição de um sistema, em termos gerais, pode ser apresentada assim:

Sistema é algo constituído de diversas partes, ligadas entre si, segundo algum critério.

Esta definição pode ser ampliada, quando se quer ressaltar aspectos particulares de um sistema.

Numa definição mais ampla, segundo DOOGE (1973), "Sistema é qualquer estrutura, esquema ou procedimento, real ou abstrato, que inter-relaciona, a uma dada referência temporal, uma entrada (chamada causa ou estímulo) de matéria, energia ou informação, e uma saída (chamada efeito ou resposta) de informação, energia ou matéria".Está acentuada a relação temporal de causa e efeito.

Estado do sistema: qualquer mudança em alguma variável do sistema, produzirá uma mudança no estado do sistema. Se todas as variáveis de estado forem inteiramente conhecidas, então o estado do sistema será conhecido.

Sistema linear: é um sistema que apresenta a propriedade de superposição. O operador do sistema é linear.

Sistema não-linear: é um sistema em que não se aplica a propriedade de superposição. O operador do sistema é não-linear.

Sistema variável no tempo: as relações entrada-saída dependem do tempo particular em que ocorre a entrada.

Sistema invariável no tempo: as relações entrada-saída independem do tempo.

Sistema causal: é aquele em que os efeitos não podem anteceder a causa.

Sistema estável: é um sistema em que a uma entrada limitada, resultará uma saída limitada.

Sistema determinístico: é aquele onde a mesma entrada produzirá sempre a mesma resposta, independente do fato da entrada ser determinística ou estocástica.

Sistema estocástico: é um sistema em que para uma dada entrada, podem ocorrer saídas diferentes, seguindo uma determinada distribuição de probabilidade.

Foi acentuado, acima, que um sistema linear é caracterizado, essencialmente, por apresentar a propriedade de superposição.

Se uma entrada

$$x_1(t) \rightarrow \text{(corresponde uma resposta)} \; y_1(t)$$

e outra entrada

$$x_2(t) \rightarrow y_2(t)$$

então, a propriedade de superposição será aplicável quando:

$$x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y_1(t) + y_2(t)$$

Matematicamente, um sistema pode ser representado pela expressão

$$y(t) = \phi . x(t)$$

onde,

$y(t) \rightarrow$ é a resposta do sistema;
$\phi \rightarrow$ é a função de transferência (maneira como opera o sistema).
$x(t) \rightarrow$ é a entrada para o sistema.

Na obtenção da equação fundamental, que representa a forma de operação do sistema, utiliza-se conceitos como a função delta (impulso), que é definida com as propriedades:

$$\delta(t - t_0) = 0$$

para todo

$t \neq t_0$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0)dt = 1$$

A resposta instantânea, $h_0(t)$, do sistema é definida como sua saída, quando a entrada, toma a forma de um impulso (função delta). Assim, quando se tem

$$x(t) = \delta(t)$$

então,

$$y(t) = h_0(t)$$

Para uma entrada qualquer $x(t)$, a expressão que determina a resposta de um sistema linear, invariável no tempo e causal, tem a forma

$$y(t) = \int_{0}^{t \leq t_0} x(\tau)h_0(t - \tau)d\tau \qquad (1a)$$

onde,

$\phi \to h_0(t - \tau)$

$t_0 \to$ limite da ocorrência de entrada.

Esta integral tem múltiplas aplicações nos estudos hidrológicos, e será utilizada em algumas partes deste estudo.

1.2. <u>Sub- sistema particular em estudo</u>

A bacia hidrográfica, através dos diversos fatores que atuam na transformação da precipitação efetiva em escoamento superficial, é o sub-sistema particular a ser investigado.

Embora existam pesquisas mostrando a não linearidade dessa transformação, o sub-sistema será analisado como um sistema linear invariável no tempo. Sendo assim, admitir-se-á a aplicação da propriedade de superposição e a constância dos parâmetros que descrevem a função de transferência, no decorrer do tempo.

A análise como sistema não-linear, justifica-se num estágio mais avançado, desde que já se tenha verificado um fracasso no tratamento linear da transformação.

A restrição da pesquisa ao escoamento superficial está ligada à utilização das informações sobre o mesmo em projetos, além da complexidade que o escoamento subterrâneo apresenta.

1.3. Conceitos sobre Hidrograma Unitário (HU)

1.3.1 Hipóteses admitidas no método do HU

O Hidrograma Unitário, proposto por Sherman em 1932, pode ser definido como "um hidrograma de escoamento superficial resultante de uma precipitação efetiva, de altura unitária, ocorrida uniformemente sobre toda a bacia hidrográfica e apresentando uma taxa constante, durante toda a sua duração".

No método do HU, o escoamento total é separado apenas em dois componentes: escoamento superficial e escoamento subterrâneo.

As proposições básicas, referentes ao método, válidas, portanto, apenas para o processo de transformação da precipitação efetiva em escoamento superficial, podem ser assim enunciadas:

a) Para uma dada bacia hidrográfica, a duração do escoamento superficial é sensivelmente constante para todas as precipitações de intensidade constante e durações próximas, diferenciando-se apenas no volume total de escoamento superficial.

b) Para uma bacia hidrográfica, duas precipitações de intensidade uniforme e mesma duração, produzem volumes diferentes de escoamento, onde as suas taxas, em tempos correspondentes, apresentam a mesma proporção verificada entre os volumes totais de escoamento superficial, resultantes das duas precipitações.

c) A distribuição, no tempo, do escoamento superficial resultante de dado período de chuva é independente das precipitações anteriores porventura ocorridas.

Em termos de sistemas, essas três proposições caracterizam o hidrograma unitário como um operador de um sistema linear invariável no tempo.

A forma em que são apresentadas as proposições resulta da evolução alcançada no período de discussão que se seguiu à primeira publicação da Teoria do Hidrograma Unitário.

Anterior ao trabalho sobre o HU, Folse em 1929, estudou a relação entre precipitações e escoamento para eventos individuais, apresentando as idéias da separação dos escoamentos, da redução da precipitação através das perdas por infiltração e, ainda, da obtenção de constantes físicas.

1.3.2. Hidrograma Unitário Instantâneo (HUI)

Fica implícita no processo do HU, a possibilidade de se passar de um HU de certa duração, para outra duração, uma vez aplicado o princípio da superposição.

Em estudos posteriores foi proposto um método geral para realização dessa passagem, conhecido como "Hidrograma em S" ou "Curva S".

O "Hidrograma em S", teórico, é obtido quando ocorre uma precipitação efetiva de intensidade constante, distribuída uniformemente sobre a área da bacia, com duração indefinidamente grande. Na figura 1a fica clara a forma da curva S. Nela aparecem dois trechos principais, sendo um ramo curvo em S, e outro onde as ordenadas são constantes. Neste segundo trecho, as descargas constantes indicam que toda a bacia está contribuindo para as vazões na saída; existe igualdade entre as taxas de precipitações e descargas. Para a completa definição da curva S basta que a duração da chuva seja maior do que o tempo de concentração da bacia.

Obtida a curva S(t), o hidrograma unitário para uma chuva de duração igual a T, terá suas ordenadas dadas pela seguinte expressão:

$$h_T(t) = \frac{S(t) - S(t - T)}{T} \qquad (1b)$$

onde,

$h_T(t)$ → ordenadas do hidrograma unitário de T horas (HUT)

T → duração da chuva efetiva

$S(t), S(t - T)$ → ordenadas dos dois hidrogramas em S.

t → variável representando tempo.

Da expressão 1b pode ser derivada a fórmula que representa o "Hidrograma Unitário Instantâneo". Quando a duração da chuva efetiva se torna cada vez menor, chega-se no limite ao conceito de diferenciação

$$h_0(t) = \frac{d}{dt}\{S(t)\} \qquad (1c)$$

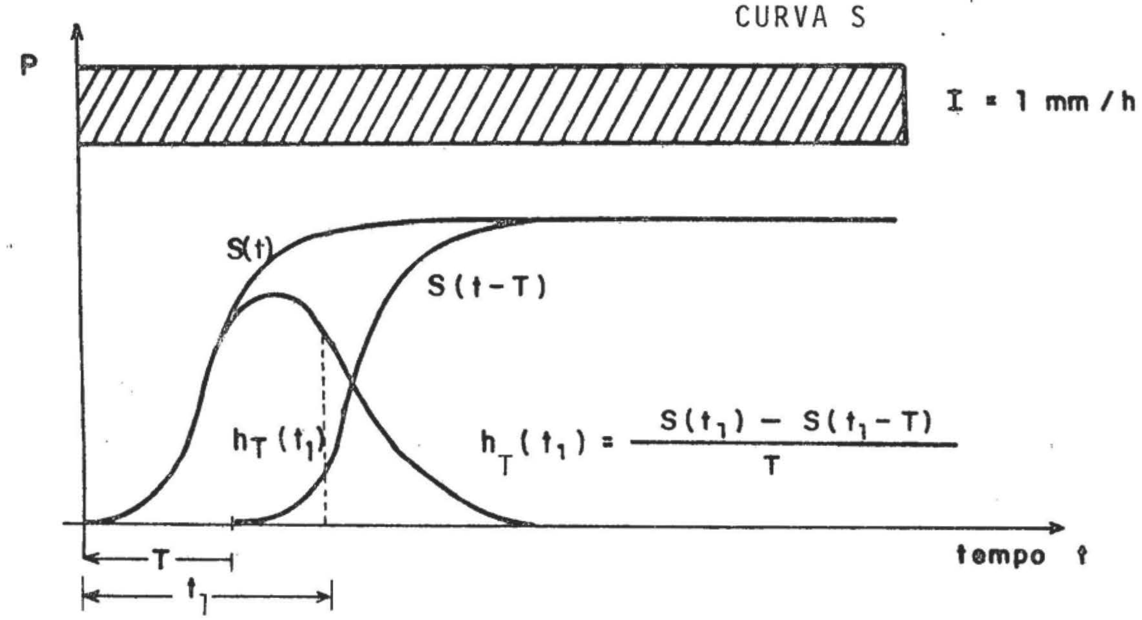


Figura 1a

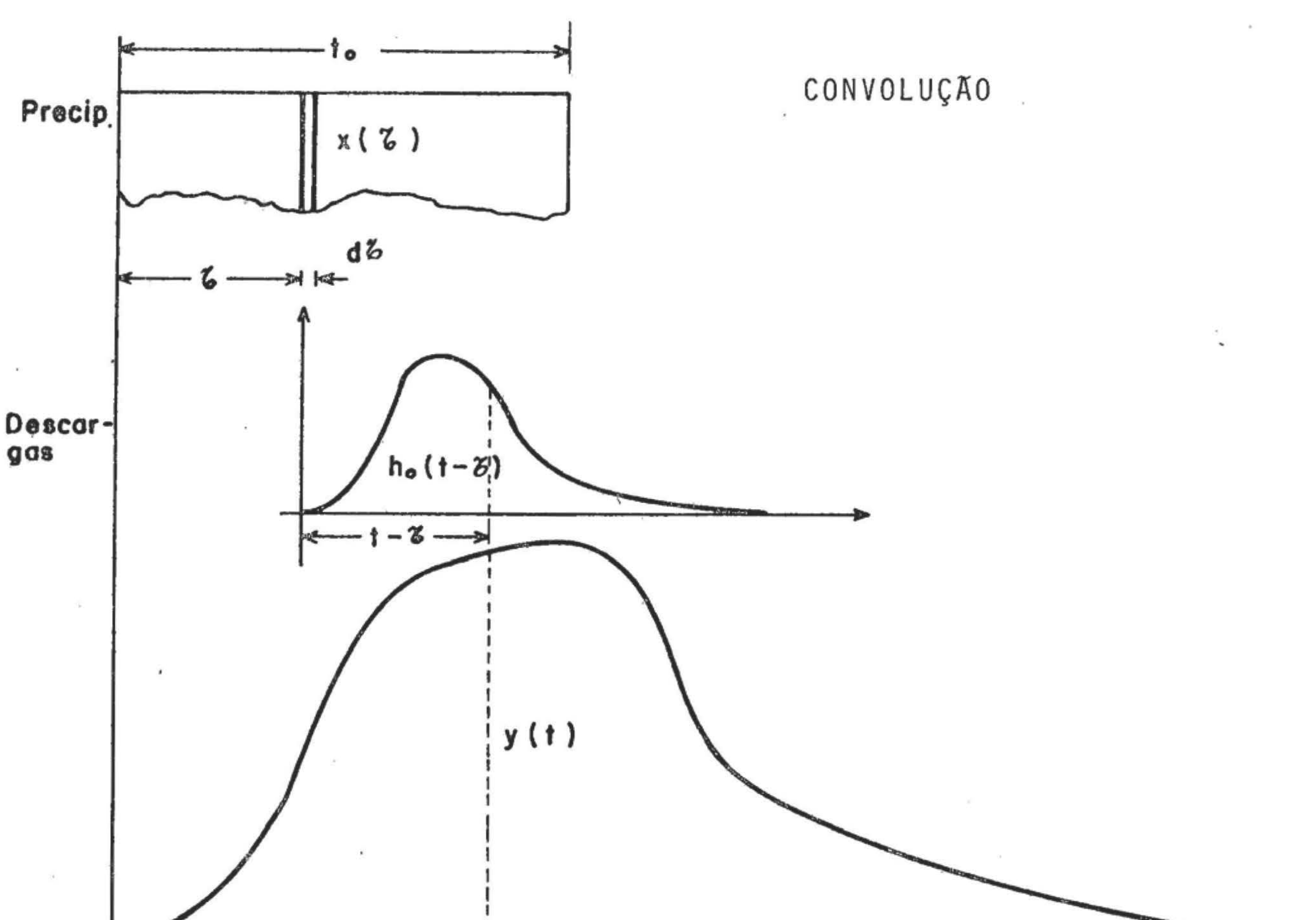


Figura 1b

onde,

$h_0(t) \rightarrow$ representa as ordenadas do HUI.

Deve ser acentuada a situação fictícia representada pelo HUI e, portanto, a sua utilização como conceito nas análises hidrológicas. Pela superposição dos HUI, decorrentes de cada ordenada de precipitação efetiva, $x(\tau)$, chega-se a uma expressão idêntica a equação 1a.

$$y(t) = \int_0^{t \leq t_0} x(\tau) h_0(t - \tau) d\tau$$

onde,

$y(t) \rightarrow$ expressa a descarga ocorrida no tempo t.

A figura 1b mostra como se processa a convolução acima.

Com a introdução do conceito de HUI, elimina-se a dependência existente entre a duração da precipitação efetiva e o HU a ser utilizado. Qualquer que seja a duração da precipitação, o HUT pode ser sempre obtido através da equação 1a adaptada. Quando as ordenadas $x(\tau)$ são representadas por um valor constante unitário (1/T), a equação 1a transforma-se na expressão

$$h_T(t) = \frac{1}{T} \int_0^T h_0(t - \tau) d\tau \qquad (1d)$$

1.3.3. <u>Aspectos da integral de convolução</u>

A equação 1a (integral de convolução), só pode ser utilizada na forma apresentada quando os registros de precipitações e descargas são disponíveis em forma contínua, pois nesse caso o HUI pode ser usado diretamente.

Para se ter boa aproximação na representação de hidrogramas (observado ou unitário) não se faz necessária a utilização dos dados na forma contínua; usualmente os dados de precipitação são trabalhados, com objetivo de reduzir os conjuntos de registro, e aparecem sob a forma de histogramas, onde a intensidade é considerada constante para dado intervalo escolhido.

Com essa simplificação nos registros pluviométricos torna-se necessária a utilização de hidrogramas unitários, com duração finita para a precipitação (HUT), que são obtidos com a aplicação da equação 1d.

O hidrograma resultante, quando as precipitações estão sob a forma de histograma, é obtido pela convolução discreta entre a chuva e o HUT.

$$y(t) = \sum_{J=1}^{J=t\leq t_0} x(J).h_T(t - J + 1) \qquad (1e)$$

onde,

J → nº da ordenada de chuva

x(J) → ordenada de chuva sob a forma de histograma.

$h_T(t-J+1)$ → ordenada do HUT

Deve ser observado que $y(t)$ e $h_T(t-J+1)$ são utilizados nessa expressão, na forma contínua e $x(J)$ na forma de histograma.

Podem ocorrer ainda, casos em que as precipitações e as descargas são disponíveis na forma de histograma. Nestes casos, normalmente, o intervalo do histograma das vazões, ou é o mesmo, ou então é inferior ao intervalo do histograma das precipitações. Por conveniência, a seguir, restringe-se a análise para as duas situações referidas.

Seja D, o intervalo de cada degrau do histograma das descargas. O HUT deve ser transformado para a forma de histograma, concordantemente com a forma das descargas observadas, e suas ordenadas (valores médios) obtem-se através da expressão 1f.

$$h(t) = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} h_T(t)dt \tag{1f}$$

onde,

$h(t)$ → ordenada média do HUT, no intervalo $\{t;\ t-D\}$

D → intervalo de cada ordenada do histograma.

A integral de convolução fica ligeiramente modificada, conforme mostra a equação 1g

$$y^*(t) = \sum_{J=1}^{J=t\leq t_0} x(J).h(t-J+1) \tag{1g}$$

onde,

$y^*(t)$ → vazões médias do hidrograma calculado, no intervalo $\{t;t-D\}$.

$h(t-J+1)$ → vazão média do HUT, no intervalo $\{(t-J+1);(t-J+1)-D\}$.

É interessante apresentar uma outra expressão, que faz a transformação do HUI no HUT.

Fazendo-se a mudança da variável τ por $t - \tau$, na equação 1d, obtem-se, adequando os limites de integração, a equação 1h procurada.

$$h_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} h(\tau)d\tau \tag{1h}$$

1.3.4. Modelos conceituais para o HUI

Os vários modelos, sejam os matemáticos ou os de analogia física, são compostos de elementos representados por: reservatórios lineares, canais lineares ou diagramas tempo-área.

Entende-se por <u>reservatório linear</u>, aquele que possui o armazenamento diretamente proporcional à descarga. Analiticamente tem-se:

$$S = K.Q$$

onde,

$S \rightarrow$ armazenamento
$Q \rightarrow$ descarga de saída do reservatório
$K \rightarrow$ coeficiente de proporcionalidade.

A taxa de variação do volume armazenado é expressa pela equação seguinte:

$$\frac{dS}{dt} = I - Q$$

onde,

$I \rightarrow$ é a entrada d'água no reservatório.

Combinando-se essas duas equações obtem-se:

$$K.\frac{dQ}{dt} + Q = I$$

Para uma entrada unitária constante e considerando que $Q=0$ para $t=0$ a solução da equação diferencial é

$$Q = 1 - e^{-t/K}$$.

O HUI pode ser obtido pela derivada dessa expressão, resultando

$$h_0(t) = \frac{1}{K} e^{-t/K} \quad (1i)$$

Um canal linear é aquele no qual o tempo requerido para transladar uma descarga Q, através de determinado trecho do canal, é constante. Isto significa que quando um hidrograma de entrada é propagado pelo canal, sua forma não sofre alteração.

A combinação de reservatórios e canais lineares, em diferentes formas, leva a diversos modelos já estudados e apresentados.

Assim, NASH (1959) sugeriu um modelo constituído de "n" reservatórios iguais e lineares, não considerando, portanto, os efeitos de translação. DOOGE (1959) acentuou: "O processo de conversão da precipitação efetiva em escoamento superficial está composto de ações de armazenamento (reservatórios) e translação (canais)". Em seu trabalho, os reservatórios e canais são colocados em série, alternando-se reservatório e canal. Na aplicação do modelo, a bacia hidrográfica é dividida em sub-áreas, segundo o critério das isócronas (linhas de mesmo tempo de percurso). Cada sub-área é representada por um canal linear em série com um reservatório linear. A resposta de cada canal é dada pelo diagrama tempo-área que, junto com a resposta da sub-área antecedente, será a entrada para o reservatório linear, e assim sucessivamente, até a determinação da resposta total, na saída da bacia. A figura 1c, procura ilustrar o Modelo DOOGE.

Embora seja um tratamento geral da transformação precipitação efetiva-escoamento superficial, as dificuldades na aplicação de um modelo assim formulado, não foram ultrapassadas.

A equação geral do HUI, para esse modelo é:

$$h_0(t) = \frac{V}{A} \int_0^{A(t)} \frac{\delta(t - \tau) i.\ dA}{\Pi(1 + K_J D)} \quad (1j)$$

Propagação através de canais e
reservatórios lineares (Modelo de Dooge)

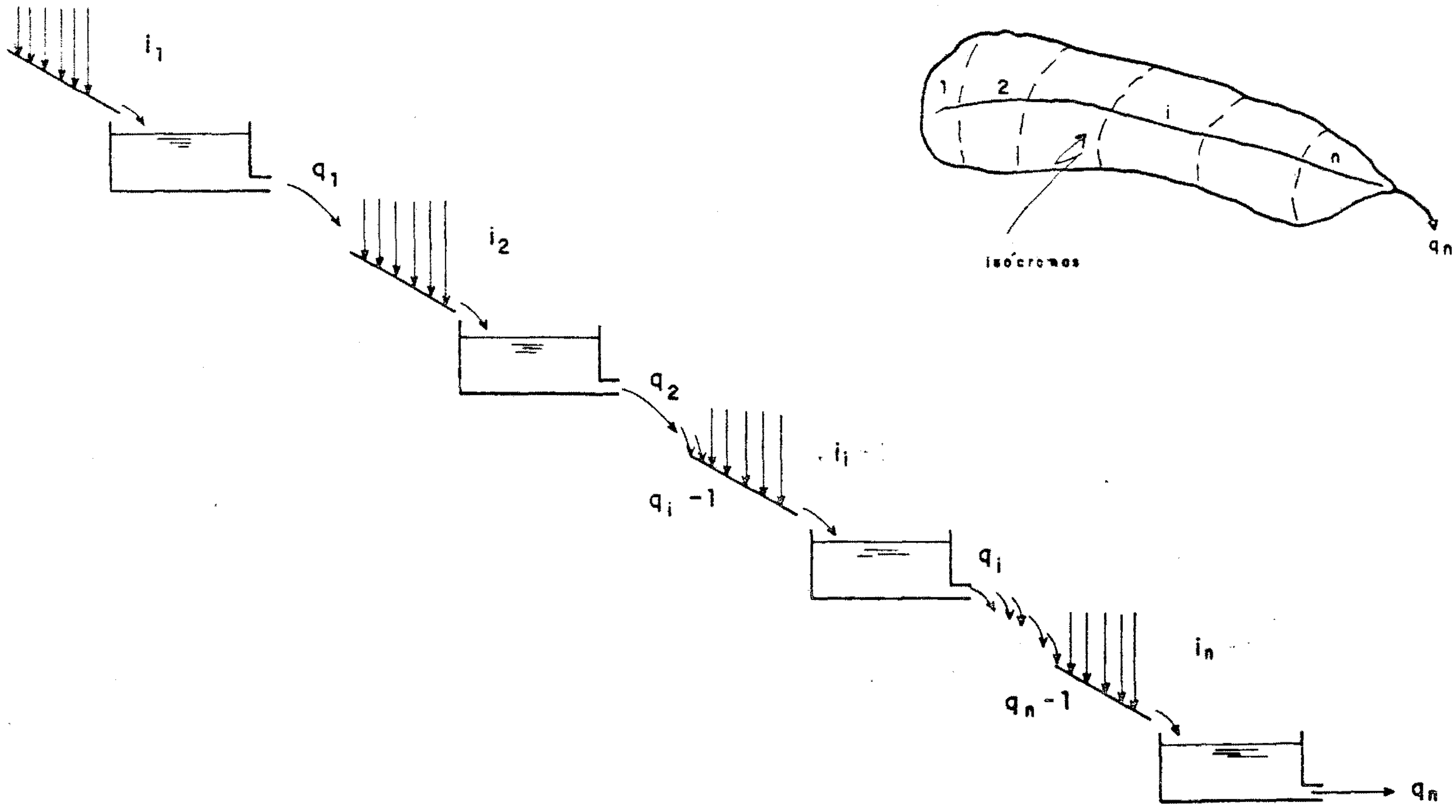


Figura 1c

onde,

$A \rightarrow$ área da bacia;
$V_0 \rightarrow$ volume de precipitação efetiva;
$\delta(t-\tau) \rightarrow$ função delta;
$i \rightarrow$ intensidade local da chuva/ intensidade média;
$K_J \rightarrow$ tempo de retenção em cada reservatório;
$\Pi \rightarrow$ símbolo de produto dos termos;
$D \rightarrow$ operador diferencial.

Seguindo essa mesma linha de desenvolvimento, tem-se vários outros trabalhos.

No trabalho de SINGH, referido por CHOW (1964), o modelo está constituído por um canal linear, com coeficiente de translação C, e dois reservatórios lineares, com coeficientes de armazenamento k_1 e k_2, respectivamente. O HUI neste caso fica expresso pela equação abaixo.

$$h_0(t) = \frac{1}{K_2-K_1} \int_0^{t \leq T_t} \{e^{-(t-\tau)/K_2} - e^{-(t-\tau)/K_1}\} W(\tau) d\tau$$

onde,

$T_t \rightarrow$ tempo total de translação na bacia
$W(\tau) \rightarrow$ ordenada do diagrama tempo-área

No modelo estudado por DISKIN, mesma fonte do trabalho anterior, tem-se dois braços de reservatórios em paralelo, onde o primeiro braço é composto de n_1 reservatórios em série com coeficiente de armazenamento k_1 para cada um, e o segundo braço tem n_2 reservatórios todos com coeficiente de armazenamento k_2. A entrada para o primeiro braço é α e para o segundo é β, sendo $\alpha + \beta = 1$. A equação do HUI para esse caso é a seguinte

$$h_0(t) = \frac{\alpha}{K_1 \Gamma n_1} (t/k_1)^{n-1} e^{-t/K_1} + \frac{\beta}{K_2 \Gamma n_2} (t/k_2)^{n_2-1} e^{-t/K_2}$$

Jã, o Modelo Nash, referido anteriormente, tem como expressão do HUI a equação

$$h_0(t) = \frac{1}{K}\,(t/K)^{n-1}\,.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} \qquad (1L)$$

onde,

n → número de reservatórios em série

K → tempo de armazenamento de cada reservatório.

Uma característica interessante apresentada pelo Modelo Nash, se comparado aos outros, é o número reduzido de parâmetros. Este detalhe é de fundamental importância quando se pensa na utilização de modelos conceituais para síntese de hidrogramas. O número de parâmetros determina o número de correlações, que devem ser encontradas, entre eles e as características físicas das bacias e características das precipitações.

1.3.5. Modelo Nash (HUI - distribuição gama)

O HUI para este modelo é representado pela equação 1L. NASH (1960), utilizou o conceito de "Hidrograma em S", para chegar ao hidrograma unitário, referente a uma duração qualquer de chuva efetiva.

A expressão da vazão de pico do HUI é obtida igualando-se a zero a derivada da equação 1L, com relação ao tempo.

$$\frac{1}{K^2}\,(t/K)^{n-2}.\,\frac{(n-1).e^{-t/K}}{\Gamma n} + \frac{(-1)}{K^2}(t/K)^{n-1}.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} = 0$$

$$(n - 1) - (t/K) = 0 \;\therefore\; t_{pico} \equiv K(n-1)$$

A vazão de pico será:

$$h_0max = \frac{1}{K\Gamma n}\,.(n - 1)^{n-1}\,.e^{1-n}$$

Para a determinação dos valores ótimos dos parâmetros n e K, na aplicação de seu modelo, Nash, utilizou o método de comparação dos momentos, ou seja, calculou os momentos da entrada e da resposta, e relacionou-os aos momentos do HUI. Obtendo vários pares de parâmetros, representativos de várias bacias, na complementação de seu estudo, procurou encontrar correlações entre esses parâmetros e as características físicas das mesmas.

1.3.6. Hidrogramas Unitários Sintéticos

O processo do HU aplica-se às bacias, nas quais sejam disponíveis dados de precipitações e descargas para períodos comuns de observação. As séries de observações de precipitações são normalmente mais extensas que as de descargas. Isto determinou o surgimento de técnicas para a obtenção dos HU, mesmo para bacias não dotadas de observações.

A forma do HU de uma bacia deve apresentar uma maior ou menor dependência, com determinadas características físicas da mesma. Então, partindo desta idéia, utilizam-se os hidrogramas unitários e as características físicas de bacias com registros, para a pesquisa de possíveis correlações; num estudo desse tipo, os HU devem ser definidos por um pequeno número de parâmetros, a fim de possibilitar o estabelecimento de correlações significantes.

A etapa final consiste, então, na obtenção dos HU das bacias sem observações hidrométricas, a partir do conhecimento de suas características físicas e das correlações estabelecidas anteriormente.

Podem ser observadas duas linhas de pesquisa principais sobre os HU Sintéticos, segundo DOOGE (1973).

Enquanto a primeira linha de estudo admite que cada bacia tem um único HU, a outra considera que os HU de todas as bacias possam ser representados por uma curva (ou família de curvas), ou então, por uma equação.

As origens do primeiro ramo, estão no Método Racional, que foi modificado para considerar o efeito da distribuição não uniforme da precipitação.

Os trabalhos iniciais do segundo ramo foram pouco flexíveis, pois o HU era descrito por um único parâmetro; na evolução desta linha, os HU passaram a ser descritos por dois parâmetros.

Atualmente houve uma aproximação desses ramos, passando a constituir a parte da Hidrologia dita Paramétrica, onde surgiu a preferência da utilização de modelos com algum significado físico, em lugar de procedimentos empíricos.

Dentre os trabalhos mais conhecidos, apresentam-se os seguintes.

- Método de Commons - este método considera a existência de apenas uma forma para os HU de todas as bacias, onde as diferenças são apenas de escala. Foi proposta a utilização do HU, na forma adimensional.

- Método de Snyder - o autor do procedimento tomou alguns elementos do HU (tempo desde o centro de massa da precipitação até o pico do hidrograma, descarga de pico, tempo básico do hidrograma) e para eles determinou relações com as características físicas da bacia,(comprimento do curso principal, distância do centro de gravidade da bacia à seção de saída) que permitem estabelecer o HU de forma aproximada.

- Método de Getty e McHughs - este método relaciona a descarga máxima, em termos de descargas específicas, ao comprimento do curso principal e do trecho que separa a seção de saída do centro de gravidade da bacia, e ainda à declividade do curso principal.

Entre os trabalhos mais recentes, tem-se os seguintes estudos: GUPTA (1974) desenvolveu uma expressão que representa os hidrogramas de escoamento superficial. A maior dificuldade deste estudo, quando se pensa em utilizá-lo em síntese de hidrogramas, é o número de parâmetros necessários para completa definição dos hidrogramas. A forma da equação desenvolvida é similar a muitos trabalhos, como o de Nash, e outros já citados. Outro modelo foi estudado por REED et alii (1975), onde a analogia dos reservatórios em cascata foi ampliada, introduzindo mais um parâmetro, para permitir a aplicação para bacias que apresentam tempos de retardo variáveis; esse modelo é não-linear.

1.4. Otimização

Em décadas passadas, as análises no campo da Hidrologia apresentavam um grau de subjetividade muito grande; com o desenvolvimento de técnicas de apoio, aos estudos hidrológicos, tais como métodos numéricos, técnicas computacionais, etc.,apareceu, naturalmente, a necessidade de maior objetividade nessa espécie de trabalho.

Nos modelos que procuram representar o HUI, por exemplo, aparecem parâmetros, que devem ser determimados a partir de observações pluvio-hidrométricas das bacias hidrográficas. O HUI é operador do sistema, atuando na transformação de chuva em descargas, e os parâmetros a adotar para o mesmo serão os que conseguirem aproximá-lo o máximo possível do operador real do sistema. Deve ser definida uma medida objetiva que indique a situação de máxima aproximação, (minimização da soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados e os calculados, minimização da máxima diferença, entre outros, são critérios objetivos disponíveis para utilização).

Em estudos de otimização é comum a expressão "função objetiva", a qual representa uma determinada equação ou um critério que permite a busca da solução ótima,(mínimo ou máximo).

O método de otimização a utilizar dependerá do número de parâmetros e da complexidade da função objetiva, entre outros fatores.

Um número pequeno de parâmetros, quando a função objetiva é conhecida explicitamente, justifica a aplicação de métodos mais simples de otimização.

O método de Newton-Raphson, que é um dos métodos simples de otimização, pode ser usado nesses casos.

Quando a função objetiva é bem comportada (apresenta apenas um mínimo ou máximo) a aplicação deste método é extremamente vantajosa devido à convergência muito rápida para o ponto ótimo. No outro caso (mal comportada)exige-se que a estimativa inicial para os parâmetros não seja afastada da solução ótima, o que implica, às vezes, uma análise prévia da conformação da função objetiva.

Se os parâmetros tem algum significado físico, o campo de valores concordantes a esse significado,é restrito. Isto representa um aspecto favorável no Método de Newton-Raphson, pois este método permite encontrar o mínimo ou máximo, dentro da região onde foram fixados os valores iniciais dos parâmetros.

A necessidade das derivadas da função objetiva, com relação aos parâmetros que a descrevem, representa um desenvolvimento acadêmico interessante.

Num trabalho realizado por BETSON et alii

(1968) foi utilizado o Método de Newton-Raphson, onde as derivadas não foram desenvolvidas analiticamente, e a sua obtenção foi numérica, o que exige extensos cálculos, mesmo trabalhando-se com computador.

1.5. Análise e síntese de sistemas

Será realizada num primeiro estágio, uma análise de diversas bacias, onde são conhecidas as precipitações efetivas (entradas) e as descargas (respostas), e se determinará o operador do sub-sistema (através do conhecimento dos valores ótimos dos parâmetros que descrevem-no).

Obtidos valores médios representativos desses parâmetros, para cada bacia, busca-se correlacioná-los às características físicas das mesmas (regionalização de parâmetros).

Num segundo estágio, a regionalização estabelecida, junto com características físicas de uma outra bacia, seriam utilizados para determinação do operador deste novo sistema, independente de outras informações.

S E G U N D A P A R T E

METODOLOGIA PROPOSTA

CAPÍTULO 2 - EXPOSIÇÃO DA METODOLOGIA

2.1. Apresentação global

Neste estudo, a bacia hidrográfica é considerada um sistema linear, causal e invariável no tempo, na transformação da chuva efetiva em escoamento superficial.

Na primeira parte, correspondente a identificação do comportamento desse sistema, são necessários:

a) Dados de descargas relativas ao escoamento superficial.
b) Precipitações efetivas correspondentes.

O operador do sistema ficará determinado pelo conhecimento dos valores otimizados dos parâmetros que descrevem os hidrogramas unitários; para isto adota-se, inicialmente, uma determinada forma para o hidrograma unitário instantâneo (HUI); este hidrograma unitário pode ser, então, relacionado aos hidrogramas unitário de qualquer duração (HUT), usando a equação 2a (o limite inferior é zero quando $t \leq T$).

$$h_T(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} h_0(\tau)d\tau \tag{2a}$$

Como critério de otimização escolheu-se a minimização da soma dos quadrados das diferenças entre vazões observadas e calculadas .

$$Z = \sum_{i=1}^{M} \{Y(I) - HI(I)\}^2 \tag{2b}$$

onde,

Z → função objetiva
Y(I) → vazões observadas
HI(I) → vazões calculadas na convolução, conforme a equação 1g
M → limite do número de ordenadas das descargas.

A forma em que aparecem as vazões observadas determinou a necessidade de se passar o HUT para a forma de histograma. Para esta transformação utilizou-se a equação

$$h(t) = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} h_T(t)dt \qquad (2c)$$

onde,

h(t) → ordenada média do HUT no intervalo {t; t - D}

D → intervalo de cada degrau do histograma.

A pesquisa do mínimo da função Z deve ser feita por algum método de otimização. O número reduzido de parâmetros (2) permite a utilização do Método de Newton-Raphson. A exigência da obtenção das derivadas da função objetiva com relação aos parâmetros do HUI, pode representar um obstáculo dependendo da complexidade do HUI adotado; no entanto, é possível contornar esse tipo de problema. A simplicidade do método e a sua eficiência no caso de poucos parâmetros, bem justifica a sua utilização.

Para familiarização com o procedimento de otimização, adota-se, inicialmente uma forma triangular para o HUI e estuda-se o comportamento de Z. As ordenadas desse HUI são dadas por duas expressões, uma representando o ramo ascendente e a outra o descendente.

No Modelo Nash, que é a forma do HUI a ser analisada com maior profundidade, uma única expressão descreve todas as ordenadas do HUI.

Depois de considerados esses aspectos gerais, está-se em condições de apresentar uma visão global da forma como são tratados e ligados os elementos componentes da metodologia a seguir apresentada.

2.1.1 Método de Newton-Raphson (detalhes em 2.2.2)

As derivadas da função objetiva com relação aos parâmetros do HUI, P_1 e P_2, necessárias ao método de otimização são:

$$S_1 = \frac{\partial Z}{\partial P_1}; \quad S_2 = \frac{\partial Z}{\partial P_2}; \quad S_3 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_1^2}; \quad S_4 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_2^2}; \quad S_5 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_1 \partial P_2}$$

Essas derivadas são funções das ordenadas e das derivadas dos hidrogramas unitário de T horas (HUT) sob a forma de histograma, que aparecem em 2.2.1, os quais, por sua vez, são funções sucessivas do HUT contínuo e HUI.

Descrevem-se os passos principais, de forma direta, para permitir uma melhor compreensão do encadeamento das diferentes partes da metodologia desenvolvida, nos parágrafos seguintes.

2.1.1.1 HUI de forma triangular (detalhes em 2.3.1)

Definem-se inicialmente, as ordenadas do HUI para os dois trechos já referidos: ramo de ascenção e ramo descendente. Devem ser buscadas as ordenadas do HUT para esses dois casos citados. No entanto, sendo as ordenadas do HUT determinadas pela integral definida 2a, a expressão analítica dessas ordenadas, dependerá dos limites dessa integral. Por essa razão são estabelecidos três conjuntos de casos dependentes da duração da chuva T comparada ao tempo de pico TP e ao tempo de base N, definidos pelas desigualdades abaixo:

$$T \leq TP; \quad TP < T \leq N; \quad N < T$$

que definem os três grupamentos estudados.

As fórmulas dos diferentes casos em cada grupamento são utilizadas em separadas ou combinadas. As expressões do primeiro grupamento são as do Tipo I a VI; as do segundo grupamento englobam os Tipos VII e VIII, além de casos semelhantes ao primeiro grupamento. Finalmente, o terceiro grupamento acrescenta apenas um tipo de expressão diferente das anteriores, que é a do Tipo IX.

A classificação em nove tipos de equações permite um maior dinamismo na aplicação da metodologia aliado à simplicidade para programação posterior.

A etapa seguinte refere-se à obtenção do HUT na forma de histograma, pois as descargas observadas são dadas nesta forma (ítem 2.3.1.4); para esse objetivo deve ser utilizada a equação 2c. Evidentemente os tipos de equações serão análogas às nove já definidas.

O desenvolvimento das derivadas do HUT (histograma) (ítem 2.3.1.5), é necessário à aplicação do método de otimização escolhido. As derivadas primeira e segunda do HUT em relação aos parâmetros TP e QP são calculadas para cada um dos nove tipos de expressões. Essas derivadas são parte integrante das expressões das derivadas da função objetiva, que são as que interessam à otimização.

2.1.1.2 <u>HUI com a forma da distribuição gama</u> (<u>Modelo Nash</u>)

Nesta forma do HUI tem-se apenas uma equação que descreve todas as ordenadas. Trata-se da equação 1L, cujos parâmetros são <u>n</u> e <u>k</u>.

A transformação desse HUI no HUT sob a forma de histograma é apresentada em 2.3.2.1. Na forma triangular do HUI, tinha-se uma relativa facilidade para a solução sucessiva das integrais 2a e 2c; agora a expressão do HUI não pode ser integrada de forma simples. Optou-se, então, por um caminho diverso do precedente. A integral 2d é uma aglutinação das duas integrais referidas acima, que determina o HUT (histograma), a partir do HUI.

$$h(t) = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} \frac{1}{T} \{ \int_{t-T}^{t} h_0(\tau)d\tau \} \, dt \qquad (2d)$$

A sua solução é obtida numericamente, pela extensão do método da "Quadratura de Gauss" às integrais repetidas.

Em vez de se obterem expressões analíticas para h(t) {HUT(histograma)}, chega-se a ele, diretamente, partindo-se do HUI, sem precisar conhecer o HUT contínuo, embora este possa ser obtido, também, numericamente sem dificuldade.

A obtenção das derivadas do HUT (histograma) é detalhada nos ítens 2.3.2.2 e 2.3.2.3. Seguindo o desenvolvimento anterior pode ser aplicado o mesmo método numérico, para se obter as derivadas, desde que sejam conhecidas as expressões analíticas das derivadas do HUI. Por exemplo,a integral repetida

$$\frac{\partial h(t)}{\partial n} = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} \frac{1}{T} \{ \int_{t-T}^{t} \frac{\partial h_0(\tau)}{\partial n} d\tau \} \, dt$$

é de forma semelhante a expressão 2d, a menos de $h_0(\tau)$ e $\frac{\partial h_0(\tau)}{\partial n}$.

Dessa forma obtem-se todas as derivadas necessárias ao processo de otimização para o HUI representado pela distribuição gama.

2.1.2 Otimização dos parâmetros

Os diversos elementos obtidos, analítica ou numericamente, tais como equações para as ordenadas dos HUI, HUT contínuo e HUT sob a forma de histograma e as derivadas dessas equações, são juntadas às observações pluvio-hidrométricas já referidas, compondo um conjunto de dados que, trabalhado adequadamente, produzirá os parâmetros otimizados do HUI através de programas para computador.

Num programa desse tipo, a ordem sequencial de ligação entre os elementos, seria como se descreve abaixo.

1- Obtenção das descargas de escoamento superficial observadas.
2- Obtenção da precipitação efetiva correspondente.
3- Escolha dos valores inciais para os parâmetros.
4- A partir desses valores, calcular o HUT (histograma) e suas derivadas.
5- Com a chuva efetiva, o HUT (histograma) e suas derivadas executa-se a convolução, obtendo-se o Hidrograma calculado {HI(I)} e suas derivadas para a iteração inicial ou, depois para cada iteração.
6- Com esses elementos, pode ser calculada a correção necessária para cada parâmetro (Método de Newton Raphson).
7- Se a correção de cada parâmetro for inferior à precisão desejada, então terá sido alcançado o ponto crítico da função objetiva; em caso contrário repete-se os ítens 4 a 7.
8- Verificação se o ponto crítico corresponde a um mínimo, através das derivadas ou do valor da função objetiva.
9- Se não foi alcançado o mínimo, deve ser adotada nova estimativa para os parâmetros.

Observação: verificou-se, posteriormente, que a maioria dos casos leva à convergência. No entanto, quando se tem dificuldade para algum evento, a conformação da função objetiva deve ser estudada.

No ítem 2.4 são apresentados os fluxogramas dos programas utilizados. Deve ser referido que os fluxogramas tem uma caracterização global e não apresentam detalhes, para simplicidade na apresentação.

2.2 Procedimento para obtenção dos parâmetros

2.2.1 Aspectos gerais

É necessário obter-se expressões que permitam relacionar a função objetiva e suas derivadas, de uma forma explícita, aos parâmetros que descrevem o HUI.

Isso representa uma evolução desde a equação

$$h_0(t) = f_0\,(P_1, P_2)$$

onde,

P_1 e P_2 são os parâmetros,

até a função

$$Z = f(P_1, P_2) = \sum_{I=1}^{M} \{Y(I) - HI(I)\}^2$$

e suas derivadas. O hidrograma calculado é dado, nesta expressão por

$$HI(I) = \sum_{J=1}^{I} h(J).x(K)$$

onde,

$h(J) \rightarrow$ ordenada do HUT (histograma)
$x(K) \rightarrow$ ordenada de precipitação efetiva
$K \rightarrow (I - J + 1)$

As derivadas são individualizadas como:

$$S_1 = \frac{\partial Z}{\partial P_1} = \sum_{I=1}^{M} \{-2\cdot[Y(I)-HI(I)]\cdot\sum_{J=1}^{I} x(K)\cdot\frac{\partial h(J)}{\partial P_1}\}$$

$$S_2 = \frac{\partial Z}{\partial P_2} = \sum_{I=1}^{M} \{-2[Y(I)-HI(I)]\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial h(J)}{\partial P_2}\}$$

$$S_3 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_1^2} = \sum_{I=1}^{M} \{-2[Y(I)-HI(I)]\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial^2 h(J)}{\partial P_1^2} + 2[\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial h(J)}{\partial P_1}]^2\}$$

$$S_4 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_2^2} = \sum_{I=1}^{M} \{-2[Y(I)-HI(I)]\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial^2 h(J)}{\partial P_2^2} + 2[\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial h(J)}{\partial P_2}]^2\}$$

$$S_5 = \frac{\partial^2 Z}{\partial P_1 \partial P_2} = \sum_{I=1}^{M} \{-2[Y(I)-HI(I)]\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial^2 h(J)}{\partial P_1 \partial P_2} +$$

$$+ 2[\sum_{J=1}^{I} x(k)\frac{\partial h(J)}{\partial P_1}\sum_{J=1}^{I} x(K)\frac{\partial h(J)}{\partial P_2}]\}$$

2.2.2 Método de Newton-Raphson

Originalmente este método foi criado para encontrar as raízes de uma dada equação

$$y = f(x)$$

como mostra a figura 2a. A extensão, para encontrar máximos e mínimos de uma equação ou de um sistema de equações, é imediata. Quando se considera a função

$$Z = f(P_1, P_2)$$

ter-se-á um ponto crítico (máximo, mínimo ou outro ponto particular) quando as derivadas primeiras se anularem

$$S_1 = f_1(P_1, P_2) = 0$$

e,

$$S_2 = f_2(P_1, P_2) = 0$$

MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON

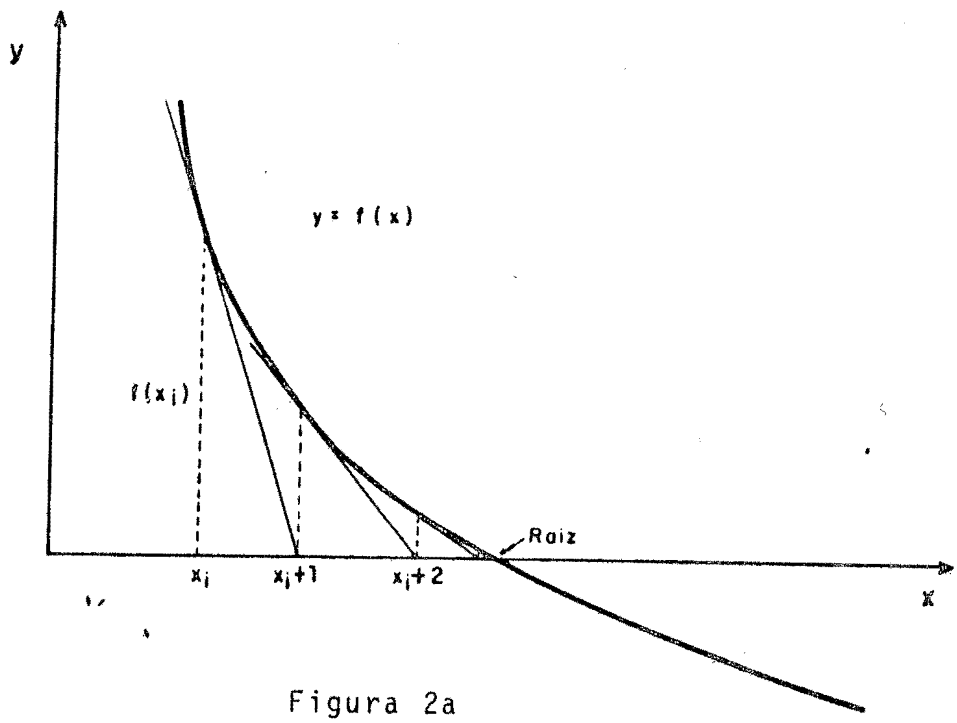


Figura 2a

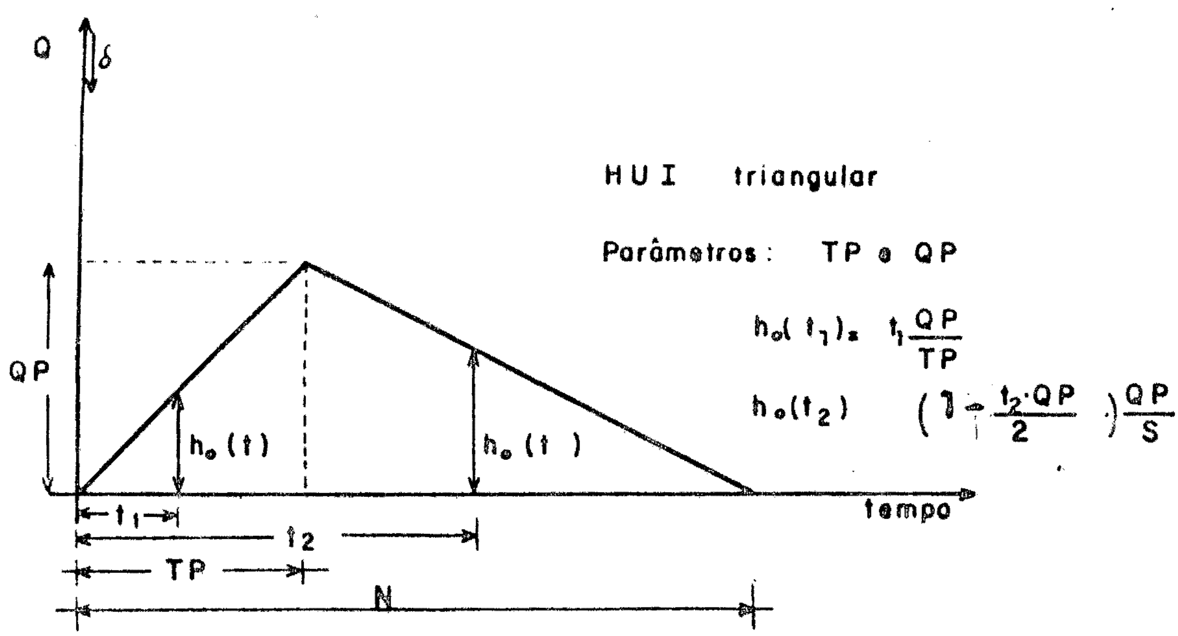


Figura 2b

Para se chegar aos valores P_1 e P_2 que anulam S_1 e S_2, estimam-se valores iniciais para os parâmetros (P_1^0 e P_2^0). Existem diferenças entre as estimativas e os valores reais, dadas por:

$$\Delta P_1^0 = P_1 - P_1^0$$
$$\Delta P_2^0 = P_2 - P_2^0$$

Pode ser escrito,ainda, que:

$$S_1 = f_1\,(P_1^0 + \Delta P_1^0 , P_2^0 + \Delta P_2^0) = 0$$
$$S_2 = f_2\,(P_1^0 + \Delta P_1^0 , P_2^0 + \Delta P_2^0) = 0$$

Fazendo uma expansão dessas duas expressões, em séries de Taylor, tem-se

$$S_1 + \frac{\partial S_1}{\partial P_1} . \Delta P_1^0 + \frac{\partial S_1}{\partial P_2} . \Delta P_2^0 + \ldots = 0$$

$$S_2 + \frac{\partial S_2}{\partial P_1} . \Delta P_1^0 + \frac{\partial S_2}{\partial P_2} . \Delta P_2^0 + \ldots = 0$$

Nessas duas equações as funções S_1, S_2, $\frac{\partial S_1}{\partial P_1}$, $\frac{\partial S_2}{\partial P_1}$, $\frac{\partial S_1}{\partial P_2}$ e $\frac{\partial S_2}{\partial P_2}$ são conhecidas e calculadas com os valores P_1^0 e P_2^0.

Então, está formado o sistema de equações nas incógnitas ΔP_1^0 e ΔP_2^0, cuja solução indicará as correções necessárias aos parâmetros. Na segunda iteração os parâmetros terão os valores

$$P_1^1 = P_1^0 + \Delta P_1^0$$
$$P_2^1 = P_2^0 + \Delta P_2^0$$

onde,

ΔP_1^0 e ΔP_2^0 $\rightarrow$ são correções parciais, uma vez que as séries de Taylor são tomadas incompletas

Com o par P_1^1 e P_2^1, procede-se da mesma forma como foi feito para P_1^0 e P_2^0.

No fim da segunda iteração ter-se-á:

$$P_1^2 = P_1^1 + \Delta P_1^1$$
$$P_2^2 = P_2^1 + \Delta P_2^1$$

O processo é repetido até que as correções sejam inferiores à precisão desejada.

Assim, são encontrados os valores P_1 e P_2 que anulam as derivadas primeiras.

A etapa seguinte é a verificação se foi alcançado um mínimo. As condições, para que o ponto crítico encontrado seja um mínimo, são as seguintes:

a) $[S_5^2 - S_3 . S_4] < 0$

b) S_3 e $S_4 > 0$

Um modo mais rápido para concluir a ocorrência de mínimo, seria através da observação dos valores da função objetiva em cada iteração. Obviamente se essa função decresce em cada passo, normalmente caminha-se para um mínimo.

Esse procedimento é repetido para cada hidrograma observado, obtendo-se, então, para cada caso os parâmetros otimizados do HUI.

2.3. <u>Funções usadas para o Hidrograma Unitário Instantâneo</u>

Já foi salientado que a forma da distribuição gama ou Modelo Nash para o HUI, constitui o objetivo principal do trabalho; no entanto, como não se tinha informações prévias do comportamento do método de otimização escolhido, procurou-se numa primeira experiência, utilizar uma forma triangular para o HUI, que permite um acompanhamento mais fácil dos resultados obtidos.

2.3.1 Forma triangular

Os parâmetros do HUI para este caso são o tempo de pico (TP) e a vazão de pico (QP). Para satisfazer a condição de área unitária do HUI, o seu tempo de base (N) fica definido pela expressão abaixo e está indicado na figura 2b.

$$N = 2./QP$$

A transformação do HUI para o HUT, deve ser tratada para três situações diferentes, determinadas pela duração da precipitação efetiva (T), comparada aos tempos de pico e de base.

O HUI é descrito por dois tipos de equações, conforme a ordenada seja do ramo ascendente ou do ramo descendente. No ramo ascendente a expressão é

$$h_0(t) = t.\frac{QP}{TP}$$

enquanto, no ramo descendente a expressão tem forma diferente, como se apresenta abaixo.

$$h_0(t) = (1 - t.QP/2.)\frac{QP}{(1-TP.QP/2)}$$

A transformação dessas equações para resultar no HUT, faz-se utilizando a integral 2a, resultando quando $t \leq TP$

$$h_T\ (t) = \left[\frac{t^2.\ QP}{2.T.TP}\right]_{L_1}^{L_2} \qquad (2e)$$

e quando $t > TP$

$$h_T\ (t) = \left\{-\frac{1}{TS}\left[1-\frac{t.QP}{2}\right]^2\right\}_{L_1}^{L_2} \qquad (2f)$$

onde,

$L_1, L_2 \rightarrow$ são limites de integração a serem definidos, para cada caso particular.

$S = (1 - TP \cdot QP/2)$

2.3.1.1 <u>Estudo do primeiro grupamento de equações</u> ($T \leq TP$)

Para simplicidade na análise, reduz-se os casos a considerar, com as seguintes restrições:

1º) Não se analisa situações em que N seja menor do que 2TP, ou seja, não se admite o ramo descendente do HUI menor do que o ramo ascendente;

2º) O intervalo de cada degrau do histograma das descargas dos hidrogramas observados ou HU, deve ser menor ou igual a duração da chuva.

Com isso, os casos que devem ser considerados aparecem na figura 2c.

<u>1º caso</u>: quando $0 < t \leq T$ utiliza-se a equação 2e, onde $L_1 = 0$ e $L_2 = t$, resultando para a ordenada do HUT

$$h_T(t) = \frac{1}{2}\,\frac{t^2.QP}{T.TP} \qquad \text{\{Expressão Tipo I\}}$$

2º caso: quando $T < t \leq TP$ ainda utiliza-se a equação 2e, onde $L_1 = t-T$ e $L_2 = t$, produzindo

$$h_T(t) = \frac{2.t-T}{2} \cdot \frac{QP}{TP} \qquad \{\text{Expressão Tipo II}\}$$

3º caso: quando $TP < t \leq TP + T$ utilizam-se a equação 2e, onde $L_i = t-T$ e $L_2 = TP$, e a equação 2f, onde $L_1 = TP$ e $L_2 = t$, sendo que as ordenadas nessa situação ficam dadas pela soma de duas parcelas:

1º Parcela $$h_T(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{QP}{T.TP}\left[TP^2-(t-T)^2\right] \qquad \{\text{Expressão Tipo III}\}$$

2º Parcela $$h_T(t) = \frac{1}{TS}\left[S^2-(1-\frac{t.QP}{2})^2\right] \qquad \{\text{Expressão Tipo IV}\}$$

4º caso: quando $TP + T < t \leq N$ utiliza-se a equação 2f, onde $L_1 = t-T$ e $L_2 = t$, resultando:

$$h_T(t) = \left[1 - \frac{t.QP}{2} + \frac{T.QP}{4}\right] . \frac{QP}{S} \qquad \{\text{Expressão Tipo V}\}$$

5º caso: quando $t > N$, utiliza-se a equação 2f, onde $L_1 = t-T$ e $L_2 = N$, produzindo

$$h_T(t) = \frac{1}{TS}\left[1-(t-T).\frac{QP}{2}\right]^2 \qquad \{\text{Expressão Tipo VI}\}$$

Quando da elaboração do programa, foram consideradas as combinações possíveis desses cinco casos.

2.3.1.2 Estudo do segundo grupamento de equações ($N \geq T > TP$)

Existem várias situações a considerar, sendo que algumas delas são semelhantes ao grupamento anterior e isto será indicado.

1º caso: quando $0 < t \leq T$ e $t \leq TP$, corresponde exatamente a {Expressão do Tipo I}

6º caso: quando $TP < t \leq T$ utilizam-se a equação 2e, onde $L_1 = 0$ e $L_2 = TP$, e a equação 2f, com $L_1 = TP$ e $L_2 = t$, sendo as ordenadas dadas pela soma de duas parcelas:

1º Parcela $h_T(t) = \frac{1}{2}.\frac{TP.QP}{T}$ {Expressão Tipo VII}

2º Parcela {Expressão Tipo IV}

Os casos semelhantes ao 1º grupamento são:

3º caso: quando $T<t\leq N$ e $t<T + TP$

4º caso: quando $T<t\leq N$ e $t\geq T + TP$

5º caso: quando $t>N$ e $t>T + TP$

O último caso a considerar para este grupamento é o

7º caso: quando $t> N$ e $t < T + TP$ utilizando-se a equação 2e, com $L_1 = t-T$ e $L_2 = TP$, e a equação 2f, com $L_1 = TP$ e $L_2 = N$, onde as duas parcelas ficam dadas por

1º Parcela {Expressão Tipo III}

2º Parcela $h_T(t) = \frac{S}{T}$ {Expressão Tipo VIII}

Do mesmo modo, todas as combinações possíveis desses casos foram considerados, na elaboração do programa, conforme mostram as figuras 2d e 2e.

2.3.1.3 Estudo do terceiro grupamento de equações (T>N)

1º caso: quando $t < N$ e $t \leq TP$

6º caso: quando $N > t > TP$

8º caso: quando $N < t \leq T$ utilizam-se a equação 2e, com $L_1 = 0$ e $L_2 = TP$, e a equação 2f com $L_1 = TP$ e $L_2 = N$, sendo as duas parcelas dadas por:

1º Parcela $h_T(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{TP.QP}{T}$

2º Parcela $h_T(t) = \frac{S}{T}$

que somadas resulta

$$h_T(t) = \frac{1}{T} \qquad \{\text{Expressão Tipo IX}\}$$

3º caso: quando $T < t \leq TP + T$, resulta na soma das Expressões Tipo III e Tipo IV.

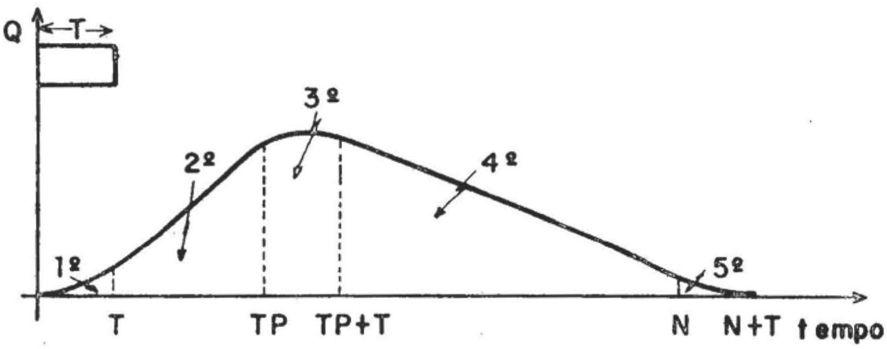
5º caso: quando $t > TP + T$, resulta na Expressão Tipo VI.

As combinações também foram consideradas, como mostra a figura 2f.

2.3.1.4 Obtenção das expressões que representam o HUT sob a forma de histograma

Basicamente o procedimento agora, consiste no manuseio das nove equações, já delineadas para as diversas situações do HUT, através da integral 2c que faz a transformação do HUT contínuo para o HUT histograma.

Mostra-se detalhadamente o procedimento para a Expressão Tipo I.



Casos HUT (T < TP)

Figura 2c

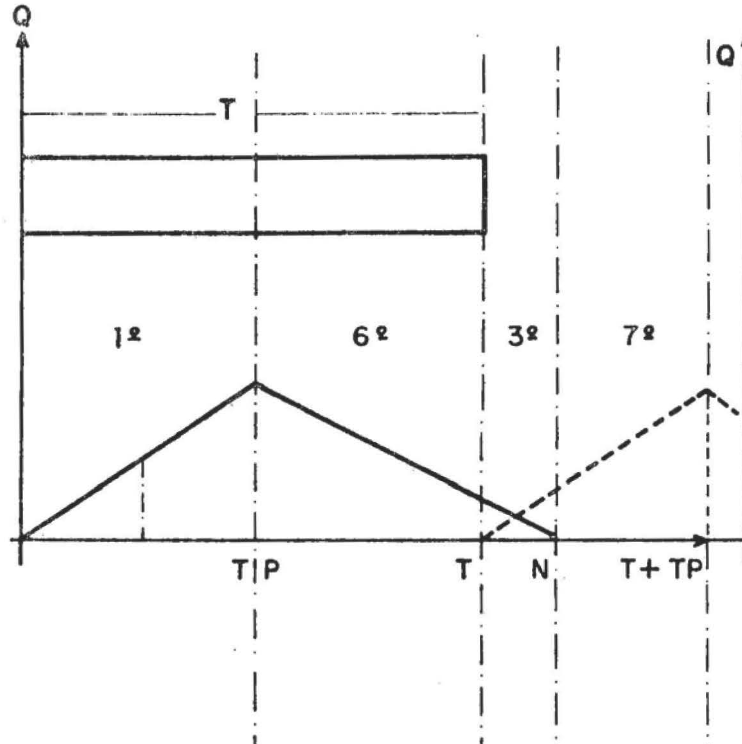


Figura 2d

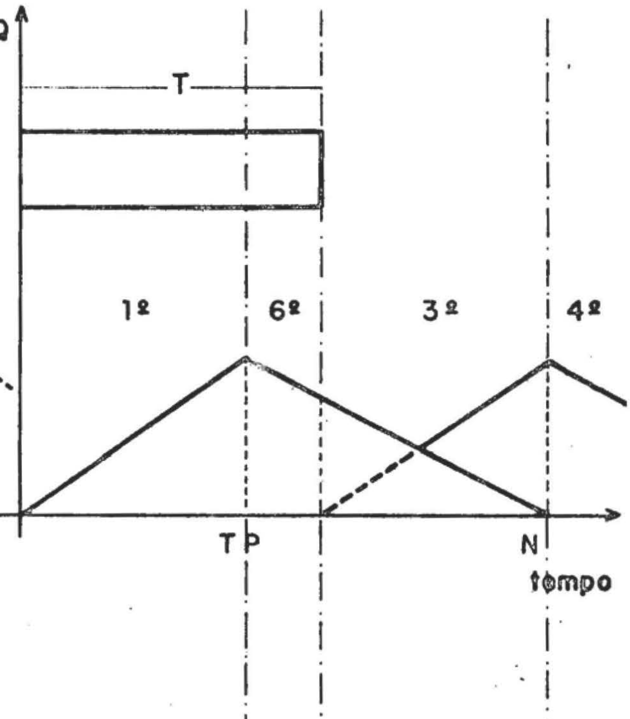


Figura 2e

Casos a considerar TP < T < N

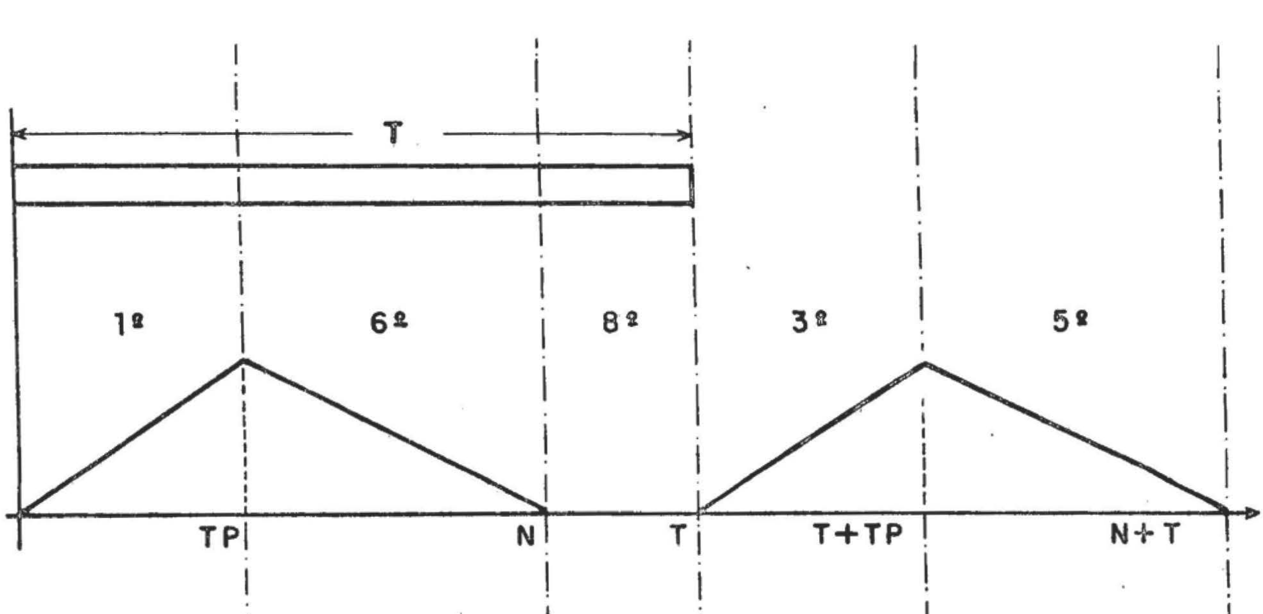


Figura 2f

Casos a considerar T > N

$$h_T(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2 . QP}{T . TP}$$

utilizando a integral 2c para a transformação

$$h\ (t) = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2 . QP}{T . TP} . dt$$

produzindo para o HUT histograma a equação

$$h\ (t) = \frac{1}{6} \cdot \frac{\{t^3 - (t-D)^3\} . QP}{D . T . TP}$$

As demais expressões tem um desenvolvimento análogo, mostrando-se, portanto, apenas a expressão resultante para o HUT histograma em cada caso.

<u>Expressão Tipo II</u>

$$h\ (t) = \frac{2t - T - D}{2} \cdot \frac{QP}{TP}$$

<u>Expressão Tipo III</u>

$$h\ (t) = \frac{[TP^2 . D - (t-T)^3/3 + (t-T-D)^3/3] . QP}{2 . D . T . TP}$$

<u>Expressão Tipo IV</u>

$$h\ (t) = \frac{\{S^2 . D + (2/3QP)[(1 - t . QP/2)^3 - (1-(t-D)QP/2\ )^3]\}}{D . T . S}$$

<u>Expressão Tipo V</u>

$$h\ (t) = [1 + (D+T-2.t) . \frac{QP}{4}] . \frac{QP}{S}$$

Expressão Tipo VI

$$h\ (t) = \frac{2.\{[1-(t-T-D).QP/2]^3 - [1-(t-T).QP/2]^3\}}{3.D.T.S.QP}$$

Expressão Tipo VII

$$h\ (t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{TP.QP}{T}$$

Expressão Tipo VIII

$$h\ (t) = \frac{S}{T}$$

Expressão Tipo IX

$$h\ (t) = \frac{1}{T}$$

2.3.1.5 Derivadas das ordenadas do HUT histograma

As derivadas necessárias à aplicação do método de otimização

$$\frac{\partial h}{\partial TP};\ \frac{\partial^2 h}{\partial TP^2};\ \frac{\partial h}{\partial QP};\ \frac{\partial^2 h}{\partial QP^2};\ \frac{\partial^2 h}{\partial TP\partial QP} = \frac{\partial^2 h}{\partial QP\partial TP}$$

, devem ser desenvolvidas.

Para aglutinação das expressões, definem-se os seguintes elemento auxiliares:

$$B = t-D$$

DERIVADAS DO HUT TRIANGULAR

Expressão Tipo	$\partial h(t)/\partial TP$	$\partial^2 h(t)/\partial TP^2$	$\partial h(t)/\partial QP$
I	$-\dfrac{(t^3 - B^3).QP}{6.D.T.TP^2}$	$\dfrac{(t^3 - B^3).QP}{3.D.T.TP^3}$	$\dfrac{t^3 - B^3}{6.D.T.TP}$
II	$-\dfrac{(t + C).QP}{2.TP^2}$	$\dfrac{(t + C).QP}{TP^3}$	$\dfrac{t + C}{2.TP}$
III	$\dfrac{QP(TP^2.D - E^3/3 + C^3/3)}{2.D.T.TP^2} + \dfrac{QP}{T}$	$\dfrac{(TP^2.D - E^3/3 + C^3/3)QP}{D.T.TP^3} - \dfrac{QP}{T.TP}$	$\dfrac{TP^2.D - E^3/3 + C^3/3}{2.D.T.TP}$
IV	$-\dfrac{QP}{2.T} + \dfrac{FF3}{3.D.T.S^2}$	$\dfrac{FF3.QP}{3.D.T.S^3}$	$\dfrac{-TP}{2T} + \dfrac{2(QP.TP-1)FF3}{3.D.T.S^2.QP^2} + \dfrac{FF4}{D.T.S.QP}$
V	$\dfrac{(1 + F.QP).QP^2}{2.S^2}$	$\dfrac{(1 + F.QP).QP^3}{2.S^3}$	$\dfrac{1 + F.QP}{S^2} + \dfrac{F.QP}{S}$
VI	$\dfrac{FF3}{3.D.T.S^2}$	$\dfrac{FF3.QP}{3.D.T.S^3}$	$\dfrac{2.FF3(QP.TP - 1)}{3.D.T.S^2.QP^2} + \dfrac{FF4}{D.T.S.QP}$
VII	$\dfrac{QP}{2.T}$	0	$\dfrac{TP}{2.T}$
VIII	$-\dfrac{QP}{2.T}$	0	$-\dfrac{TP}{2.T}$
IX	0	0	0

Tabela 2a

DERIVADAS DO HUT TRIANGULAR

Expressão Tipo	$\partial^2h(t)/\partial QP^2$	$\partial^2h(t)/\partial TP\partial QP$
I	0	$\frac{-\{t^3 - B^3\}}{6.D.T.TP^2}$
II	0	$\frac{-(t + C)}{2TP^2}$
III	0	$\frac{1}{T} - \frac{\{TP^2.D - (E^3/3 - C^3/3)\}}{2.D.T.TP^2}$
IV	$\frac{FF3(3QP^2.TP^2-6TP.QP+4)}{3.D.T.S^3.QP^3} + \frac{2(QP.TP-1)FF4}{D.T.S^2.QP^2} + \frac{FF5}{D.T.S.QP}$	$-\frac{1}{2T} + \frac{FF3.TP}{3D.T.S^3} + \frac{FF4}{2.D.T.S^2}$
V	$\frac{TP(1 + F.QP)}{S^3} + \frac{2.F}{S^2}$	$\frac{QP(1 + F.QP)}{S^3} + \frac{F.QP^2}{2S^2}$
VI	$\frac{FF3(3QP^2.TP^2-6TP.QP+4)}{3.D.T.S^3.QP^3} + \frac{2(QP.TP-1)FF4}{D.T.S^2.QP^2} + \frac{FF5}{D.T.S.QP}$	$\frac{FF3.TP}{3D.T.S^3} + \frac{FF4}{2.D.T.S^2}$
VII	0	$\frac{1}{2T}$
VIII	0	$-\frac{1}{2T}$
IX	0	0

Tabela 2b

$$C = t - T - D$$
$$E = t - T$$
$$F = (D+T-2.t)/4$$

$$FF3 = (1-t.QP/2)^3 - (1-B.QP/2)^3$$
$$FF4 = -t(1-t.QP/2)^2 + B.(1-B.QP/2)^2$$
$$FF5 = -C^2(1-C.QP/2) + E^2.(1-E.QP/2)$$

Todas as derivadas obtidas, para cada uma das nove expressões, estão reunidas nas tabelas 2a e 2b.

2.3.2 <u>HUI representado pela Função Gama Incompleta, ou Modelo Nash</u>

As ordenadas do HUI, neste caso são descritas pela equação 1L.

$$h_0(t) = \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}$$

onde, todos os termos já foram definidos.

A transformação sucessiva, do HUI para o HUT contínuo, e deste para uma forma de histograma do HUT, seguirá um caminho diferente.

A solução analítica das integrais 2a e 2c, não é simples, quando se trata do Modelo Nash.

Procurou-se contornar essa dificuldade, através do uso de soluções numéricas, para essas integrais.

Não se pode perder de vista que, uma vez definido um método numérico, que transforma as ordenadas do HUI em ordenadas do HUT sob a forma de histograma, a mesma solução poderá ser adaptada, para a transformação das derivadas do HUI nas derivadas do HUT, sob a forma de histogramas.

2.3.2.1 Método numérico proposto

As duas integrais 2a e 2c, podem ser juntadas na expressão:

$$h\ (t) = \frac{1}{D} \int_{t-D}^{t} \{\frac{1}{T} \int_{t-T}^{t} h_0(\tau)d\tau\}dt$$

onde,

h (t) → ordenadas média do HUT, no intervalo {t;t-D}

As figuras 2g e 2h procuram ilustrar o caminho seguido até a obtenção de cada degrau do HUT (histograma). As ordenadas do HUT contínuo são obtidas com a integral 2a. Depois de definido todo este hidrograma,para passá-lo para forma de histograma usa-se a integral 2c.

Entre outras alternativas, escolheu-se para solução dessa dupla integração, um método numérico.

A grande vantagem desse caminho é a possibilidade de evitar desenvolver as derivadas do HUT, desde que, elas sejam conhecidas para o HUI, obtendo-se as outras através do método numérico escolhido.

De modo geral, os processos númericos, para integrais simples, estão baseados no cálculo do valor da função a ser integrada, em vários pontos do intervalo em que se busca a integral, aos quais são aplicados fatores de ponderação, característicos do processo particular utilizado. Existem métodos nos quais as posições,dentro do intervalo, são igualmente espaçadas, e aplica-se um fator de ponderação, ou igual para todas as ordenadas (método do retângulo), ou diferenciado (Regra de Simpson e Método de Weddle).

Gauss observou que poderia obter maior

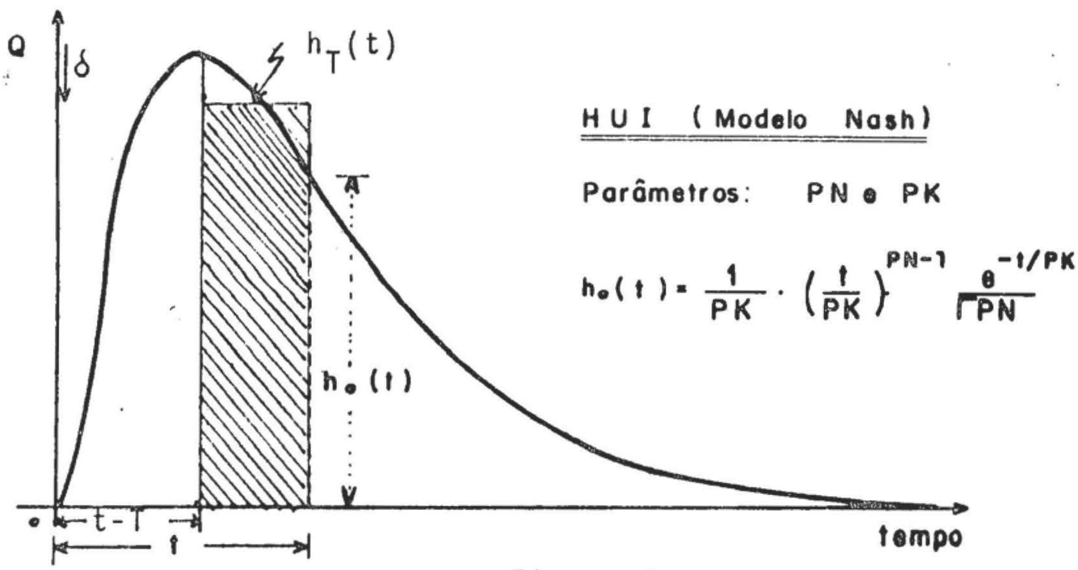


Figura 2g

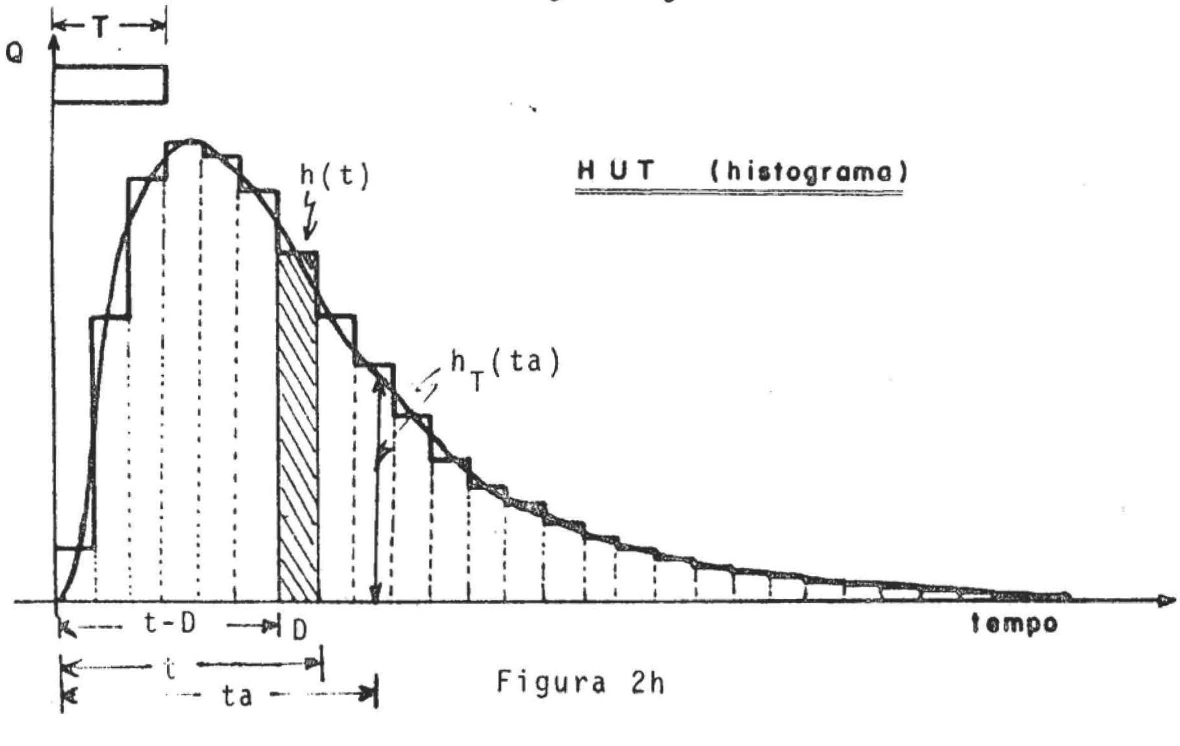


Figura 2h

precisão com um número fixo de pontos, se os espaçamentos entre os pontos e os fatores de ponderação correspondentes não contivessem restrições (Método de Quadratura de Gauss, descrição em anexo).

Optou-se por este procedimento (Quadratura de Gauss), devido à precisão que pode ser alcançada, e a considerável redução no tempo de computação necessário, em comparação aos outros processos.

Uma integral simples é obtida por:

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{b-a}{2}\int_{-1}^{1} \phi(u)du = \frac{b-a}{2}.\sum_{i=1}^{np} K_i.\phi(u_i)$$

onde,

$$\phi(u) = f\left[\frac{b-a}{2}.u + \frac{a+b}{2}\right] = f(x)$$

K_i → fator de ponderação
np → número de pontos

Para a solução da integral 2a, tem-se a expressão

$$h_T(t) = \frac{t-(t-T)}{2.T}\int_{-1}^{1} \phi(u)du = \frac{1}{2}.\sum_{i=1}^{np} K_i.\phi(u_i)$$

onde,

$$\phi(u) = h_0\left[\frac{T}{2}.u + \frac{2.t-T}{2}\right] = h_0(\tau)$$

$$\phi(u_i) = h_0(\tau_i)$$

e portanto,

$$h_T(t) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{np} K_i.h_0(\tau_i)$$

A representação gráfica da equação anterior, aparece na figura 2j, onde para np = 4 pontos, tem-se:

$$h_T(t) = \frac{1}{2}\left[K_1.h_0(\tau_1) + K_2.h_0(\tau_2) + K_3.h_0(\tau_3) + K_4.h_0(\tau_4)\right]$$

O que é buscado no final, é o HUT sob a forma de histograma. Para isto, tem-se que resolver a integral 2c.

A solução tem forma similar, como mostra a figura 2i, onde se busca a ordenada média do HUT no intervalo {ta; (ta-D)} ; então,

$$h(ta) = \left\{\frac{ta-(ta-D)}{2.D}\right\} \int_{-1}^{1} \phi_1(u)du = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{np} K_i\phi_1(u_i)$$

onde,

$$\phi_1(u) = h_T\left[\frac{D}{2}.u + \frac{2ta-D}{2}\right] = h_T(ta)$$

resultando, analogamente a $h_T(t)$,

$$h(ta) = \frac{1}{2}\left[K_1.h_T(ta_1) + K_2.h_T(ta_2) + K_3.h_T(ta_3) + K_4.h_T(ta_4)\right]$$

Como as ordenadas $h_T(t)$ são conhecidas, na forma numérica já apresentada, pode ser desenvolvida a expressão que define as ordenadas médias h(t) relacionadas diretamente ao HUI.

Assim,

$$h_T(ta_1) = \frac{1}{2}\left[K_1.h_0(\tau_1 a_1)+K_2.h_0(\tau_2 a_1)+K_3.h_0(\tau_3 a_1)+K_4.h_0(\tau_4 a_1)\right]$$

e $h_T(ta_2)$, $h_T(ta_3)$, $h_T(ta_4)$, tem expressões análogas. Substituindo-se as expressões correspondentes dessas ordenadas, na equação de h (ta), obtem-se

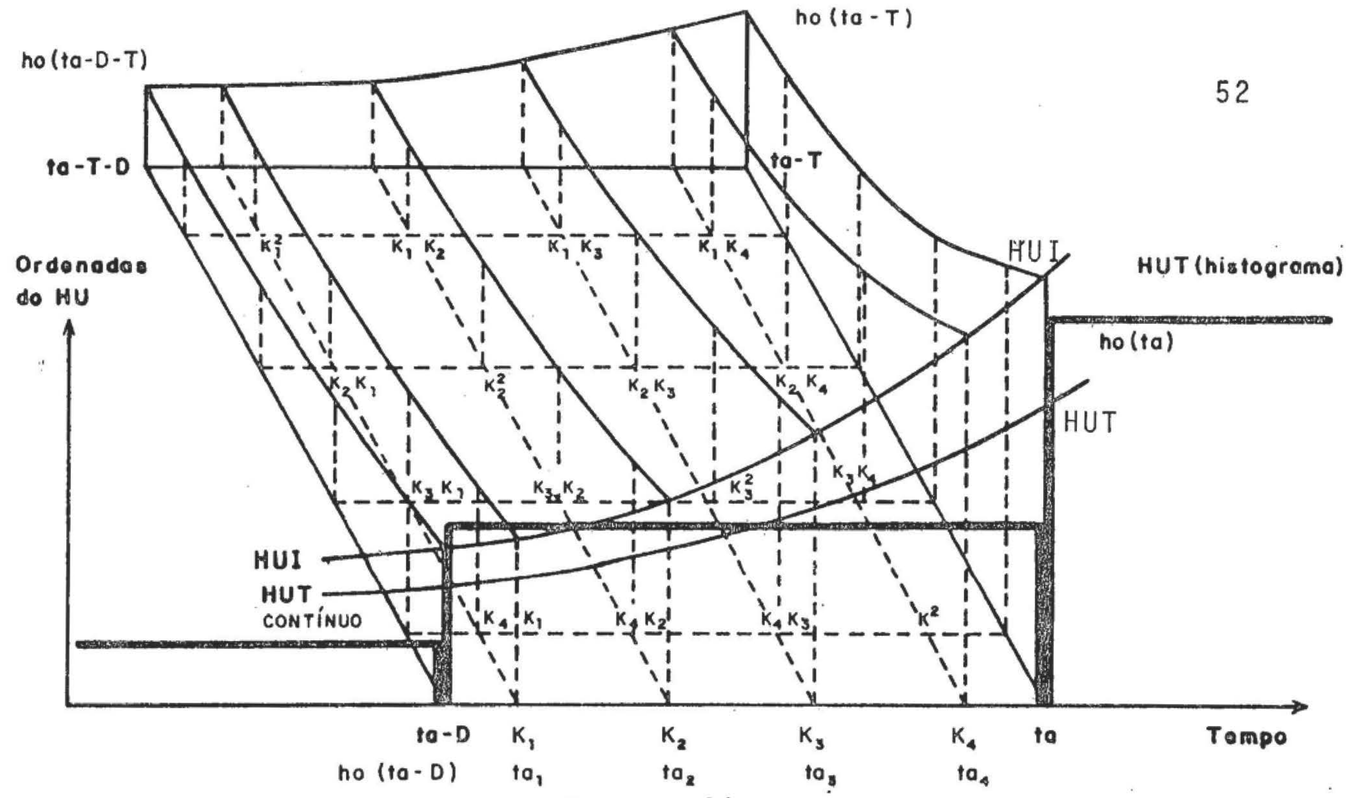
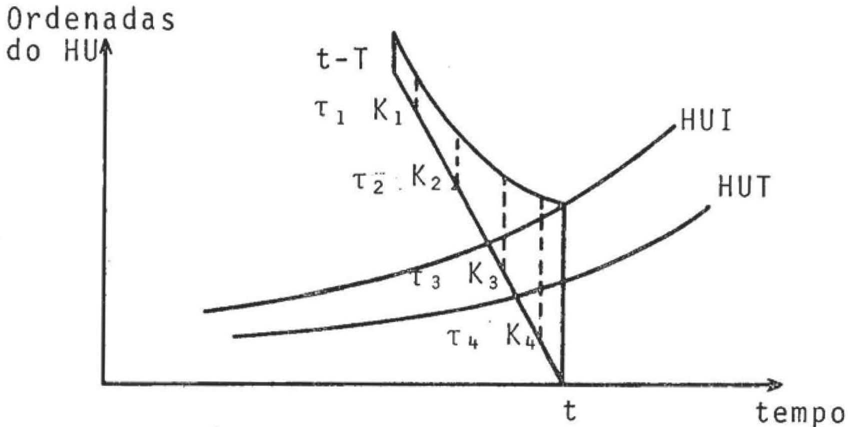


Figura 2i

Figura 2j



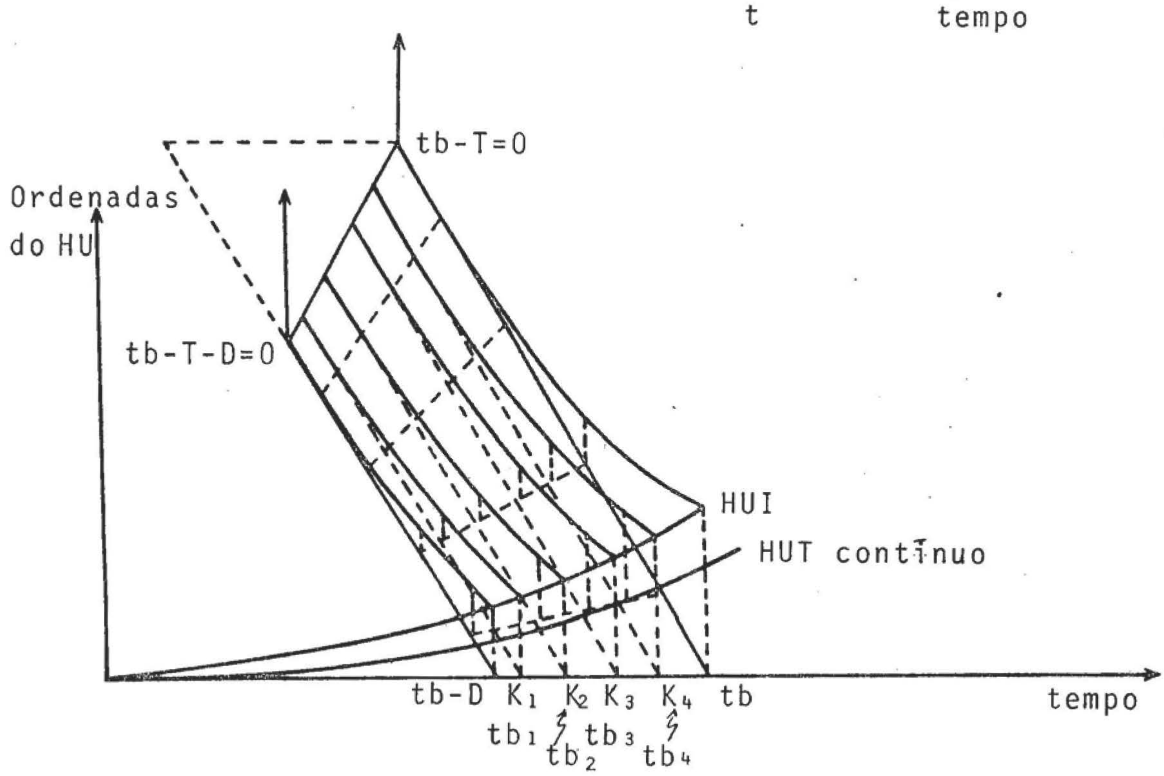


Figura 2L

$$h(ta) = \frac{1}{2}\{K_1.\frac{1}{2}[K_1.h_0(\tau_1 a_1) + K_2.h_0(\tau_2 a_1) + K_3.h_0(\tau_3 a_1) +$$

$$+ K_4.h_0(\tau_4 a_1)] + K_2.\frac{1}{2}[K_1.h_0(\tau_1 a_2) + K_2 h_0(\tau_2 a_2) +$$

$$+ K_3.h_0(\tau_3 a_2) + K_4.h_0(\tau_4 a_2)] + K_3.\frac{1}{2}[K_1 h_0(\tau_1 a_3) +$$

$$+ K_2.h_0(\tau_2 a_3) + K_3.h_0(\tau_3 a_3) + K_4.h_0(\tau_4 a_3)] + K_4 \frac{1}{2}.$$

$$.[K_1.h_0(\tau_1 a_4) + K_2.h_0(\tau_2 a_4) + K_3.h_0(\tau_3 a_4) +$$

$$+ K_4.h_0(\tau_4 a_4)]\}$$

A figura 2i e o desenvolvimento da expressão acima mostram que as ordenadas $h_0(\tau_i a_j)$ ficam afetadas por um produto de fatores de ponderação simples

$$h(ta) = \frac{1}{4}\{K_1^2.h_0(\tau_1 a_1) + K_1 K_2.h_0(\tau_2 a_1) + K_1 K_3.h_0(\tau_3 a_1) +$$

$$+ \ldots + \ldots + K_4 K_2.h_0(\tau_2 a_4) + K_4 K_3.h_0(\tau_3 a_4) +$$

$$+ K_4^2.h_0(\tau_4 a_4)\}$$

Nessa figura pode ser observado que a ordenada média do HUT (histograma) representa o valor médio das ordenadas do HUI na região {ta;(ta-D);ta-D-T;ta-T}.

A figura 2L representa a solução para o caso em que tb < T. A solução tem semelhanças com a anterior, sendo a diferença marcante, a região considerada, que ficou reduzida.

2.3.2.2 Derivadas do HUI

$$h_0(t) = \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}$$

$$\frac{\partial h_0(t)}{\partial n} = \frac{1}{K} \, .e^{-t/K}\left\{\frac{(t/K)^{n-1}.Ln(t/K).1.\Gamma n-(t/K)^{n-1}.d\Gamma n/dn}{(\Gamma n)^2}\right\}$$

$$\boxed{\frac{\partial h_0(t)}{\partial n} = \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} . \{Ln(t/K) - \Psi(n)\}}$$

onde,

$$\Psi(n) = \Gamma'(n)/\Gamma n \quad \text{conhecida como Digama.}$$

_._._._

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial n^2} = \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\{Ln(t/K)-\Psi(n)\}^2 + \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left[-\frac{d\Psi(n)}{dn}\right]$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial n^2} = \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\{[Ln(t/K)-\Psi(n)]^2 - \Psi'(n)\}}$$

onde,

$$\Psi'(n) = \frac{d\Psi(n)}{dn} \quad \text{é conhecida como Trigama.}$$

_._._._

$$\frac{\partial h_0(t)}{\partial K} = -\frac{1}{K^2}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} + \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-2} . (n-1) . \left(-\frac{t}{K^2}\right) . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} +$$

$$+ \frac{1}{K}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n} . \frac{t}{K^2}$$

$$\frac{\partial h_0(t)}{\partial K} = \frac{1}{K} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\left[-\frac{1}{K} + (n-1)\left(-\frac{1}{K}\right) + \frac{t}{K^2}\right]$$

e finalmente,

$$\boxed{\frac{\partial h_0(t)}{\partial K} = \frac{1}{K} . \frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\left\{-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\right\}}$$

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial K^2} = \frac{1}{K}.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}.\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}.\{-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\}.\{-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\} +$$

$$+ \frac{1}{K}\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\left[+\frac{n}{K^2} - \frac{2.t}{K^3}\right]$$

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial K^2} = \frac{1}{K}.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}.\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}.\{\left[-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\right]^2 + \left[\frac{n}{K^2} - \frac{2.t}{K^3}\right]\}$$

_._._._

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial n \partial K} = \frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial K \partial n} = \frac{1}{K}.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}\{-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\}\{Ln(t/K) - \Psi(n)\} +$$

$$+ \frac{1}{K}.\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}.\left(-\frac{1}{K}\right)$$

$$\frac{\partial^2 h_0(t)}{\partial n \partial K} = \frac{1}{K}\frac{e^{-t/K}}{\Gamma n}\left(\frac{t}{K}\right)^{n-1}.\{\left[-\frac{n}{K} + \frac{t}{K^2}\right]\left[Ln(t/K) - \Psi(n)\right] - \frac{1}{K}\}$$

2.3.2.3 <u>Obtenção das derivadas das ordenadas médias do HUT</u>

Analogamente como foi feito para h(t), através da solução numérica da integral repetida 2d, as derivadas são obtidas numericamente, com a solução das integrais repetidas:

$$\frac{\partial h(t)}{\partial n} = \frac{1}{D.T}\int_{t-D}^{t}\{\int_{t-T}^{t}\frac{\partial h_0(\tau)}{\partial n}\,d\tau\}\,dt$$

_._._._

$$\frac{\partial^2 h(t)}{\partial n^2} = \frac{1}{D.T}\int_{t-D}^{t}\{\int_{t-T}^{t}\frac{\partial^2 h_0(\tau)}{\partial n^2}\,d\tau\}dt$$

$$\frac{\partial h(t)}{\partial K} = \frac{1}{D.T} \int_{t-D}^{t} \{\int_{t-T}^{t} \frac{\partial h_0(\tau)}{\partial K} d\tau\} dt$$

—·—·—·—

$$\frac{\partial^2 h(t)}{\partial K^2} = \frac{1}{D.T} \int_{t-D}^{t} \{\int_{t-T}^{t} \frac{\partial^2 h_0(\tau)}{\partial K^2} d\tau\} dt$$

—·—·—·—

$$\frac{\partial^2 h(t)}{\partial n \partial K} = \frac{1}{D.T} \int_{t-D}^{t} \{\int_{t-T}^{t} \frac{\partial^2 h_0(\tau)}{\partial n \partial K} d\tau\} dt$$

Observando as expressões das derivadas, vê-se que aparecem expressões tais como: Γn, $\Psi(n)$, $\Psi'(n)$, que são, respectivamente, as funções Gama, Digama e Trigama de "n".

Para o cálculo da função Gama foi utilizada uma sub-rotina constante no manual da IBM (1130).

Para as funções Digama e Trigama foi criada uma sub-rotina. Esta sub-rotina está baseada em fórmulas com aproximações assintóticas para as funções, retiradas do manual de fórmulas matemáticas de ABRAMOWITZ (1970).

2.4 Fluxogramas

Tendo em vista as restrições aos nomes de variáveis, impostas pela linguagem de programação FORTRAN, descreve-se a seguir uma lista das variáveis utilizadas em cada programa, que ficaram modificadas em alguns casos da simbologia utilizada anteriormente.

HUI com forma triangular

L → número de ordenadas de precipitação efetiva
M → número de ordenadas de descargas observadas.
N → tempo básico do HUI
D_1 → intervalo utilizado dado em horas.
ÁREA → área da bacia dada em km^2.
PREC → precisão desejada para o valor dos parâmetros
X(K) → ordenadas de precipitação efetiva
T → duração de cada ordenada de chuva efetiva dada em horas
Y(I) → ordenadas de descargas observadas
TPI,QPI → valores iniciais dos parâmetros
TP, QP → parâmetros do HUI
Z → função objetiva
S_1,S_2,S_3,S_4,S_5 → derivadas da função objetiva
COEF → fator de conversão de unidades
HI(I) → ordenadas do hidrograma calculado
BI(I),....,FI(I) → derivadas de HI(I)
HJ(J) → parcelas de convolução de X(K) com o HUT histograma
BJ(J).....,FJ(J) → parcelas das derivadas da convolução
A(I) → é a diferença entre as ordenadas do hidrograma calculado e observado

HUI com forma da distribuição Gama

XITAB(I)→ são constantes utilizadas para o método numérico da Quadratura de Gauss.
WLIDO(I)→ fatores de ponderação para integrais simples
WI(I,J)→ fatores de ponderação para integrais duplas
XI(L1,I,J)→ posições em que são calculadas as ordenadas do HUI. (Os índices foram criados para simplificação na computação)
FXI(L1,I,J)→ ordenadas do HUI para o valor XI(L1,I,J)
FXBJ(L1,I,J).....
....FXFJ(L1,I,J) → ordenadas das derivadas do HUI
NP→ número de pontos a utilizar no método numérico
D→ intervalo unitário

PNI,PKI → valores iniciais para os parâmetros

PN,PK → parâmetros do Modelo Nash

GX,DIGAM,TRIGAM → são ΓPN ; $\frac{d\Gamma PN}{dPN}$; $\frac{d^2\Gamma PN}{dPN^2}$

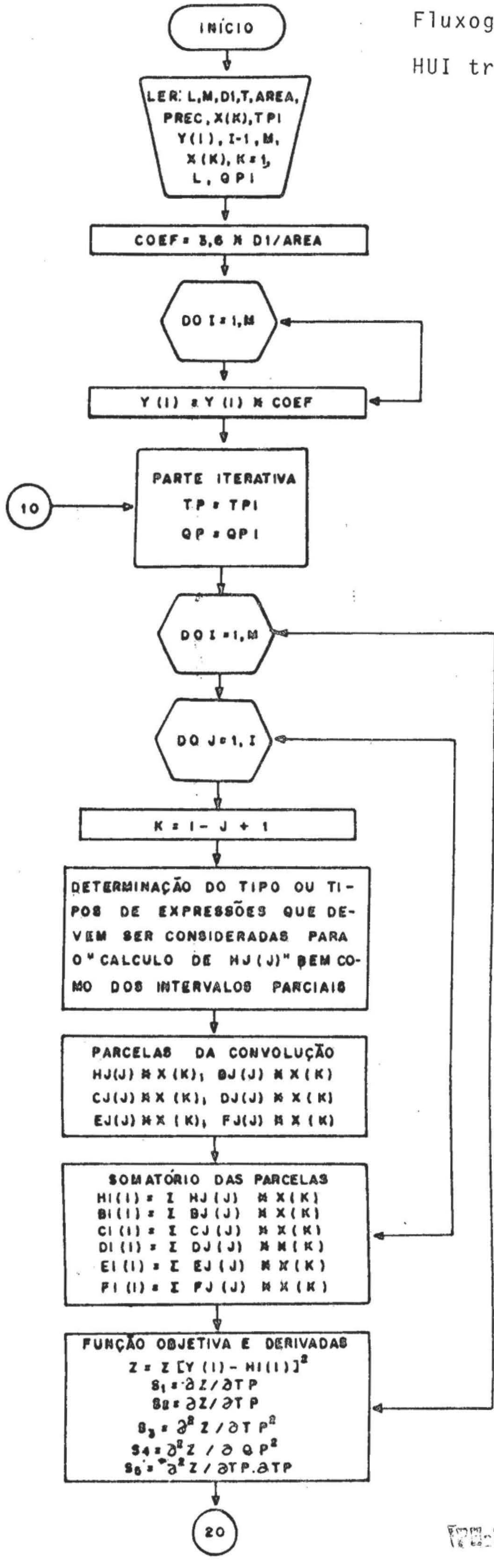
M_2 → número de ordenadas do hidrograma calculado

ACPN,ACPK → acréscimos aos parâmetros PN e PK (Newton-Raphson)

Os fluxogramas apresentados são bastante genéricos, pois objetiva-se dar apenas uma visão global dos principais fatores que determinaram os programas.

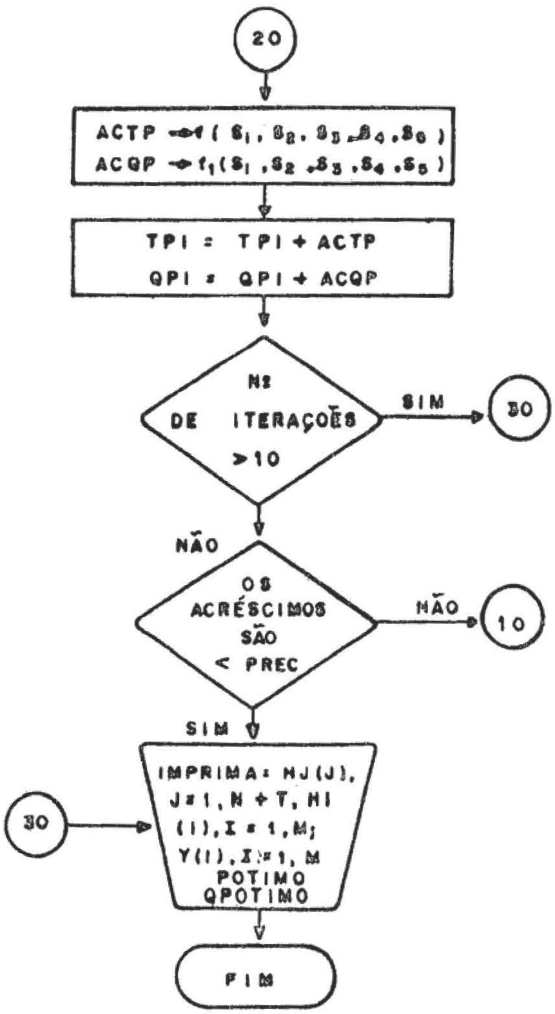
Fluxograma para o

HUI triangular

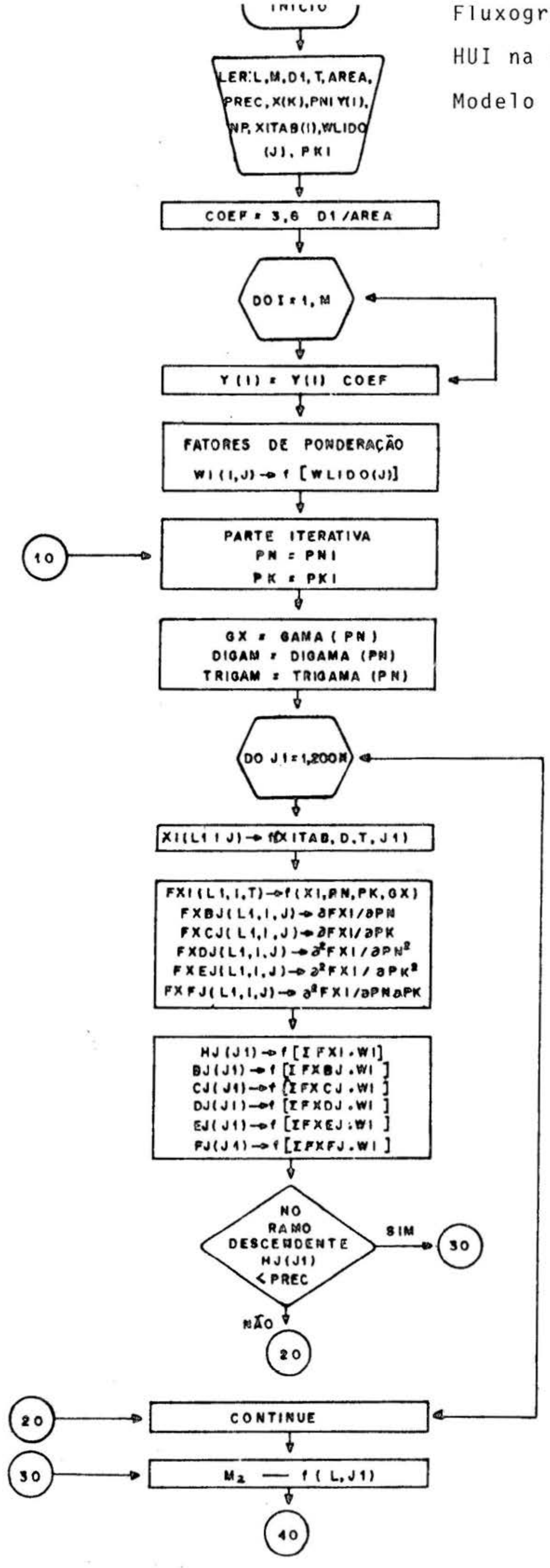


Fluxograma para o

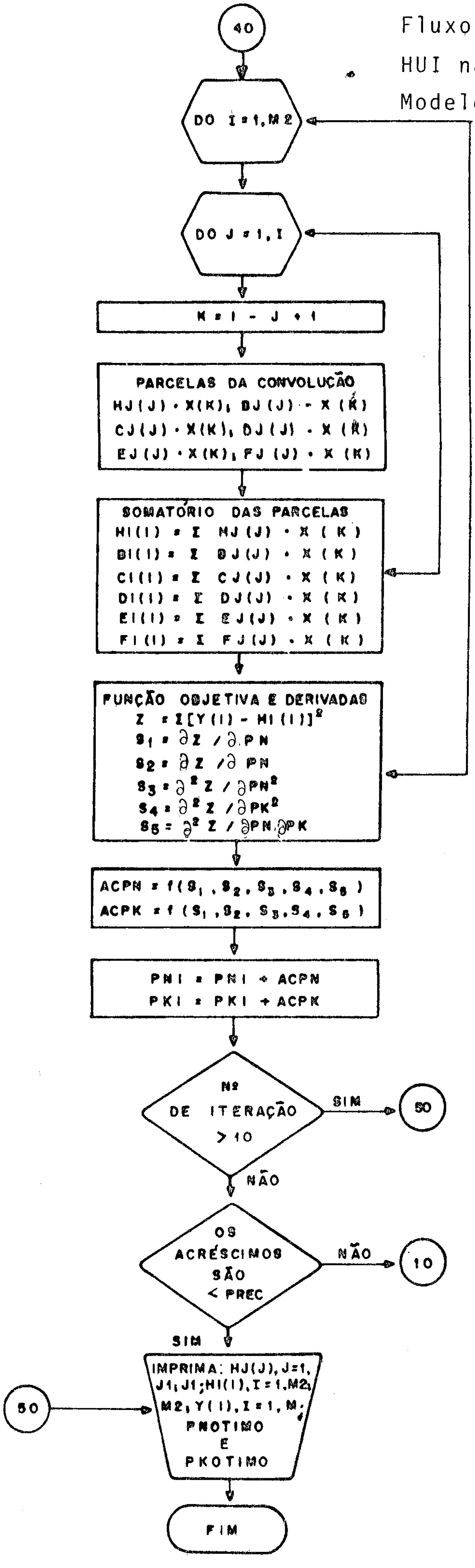
HUI triangular (cont.)



Fluxograma para o HUI na forma do Modelo Nash



Fluxograma para o HUI na forma do Modelo Nash (cont.)



TERCEIRA PARTE

APLICAÇÃO DA METODOLOGIA E REGIONALIZAÇÃO

CAPÍTULO 3 - APLICAÇÃO DA METODOLOGIA PROPOSTA

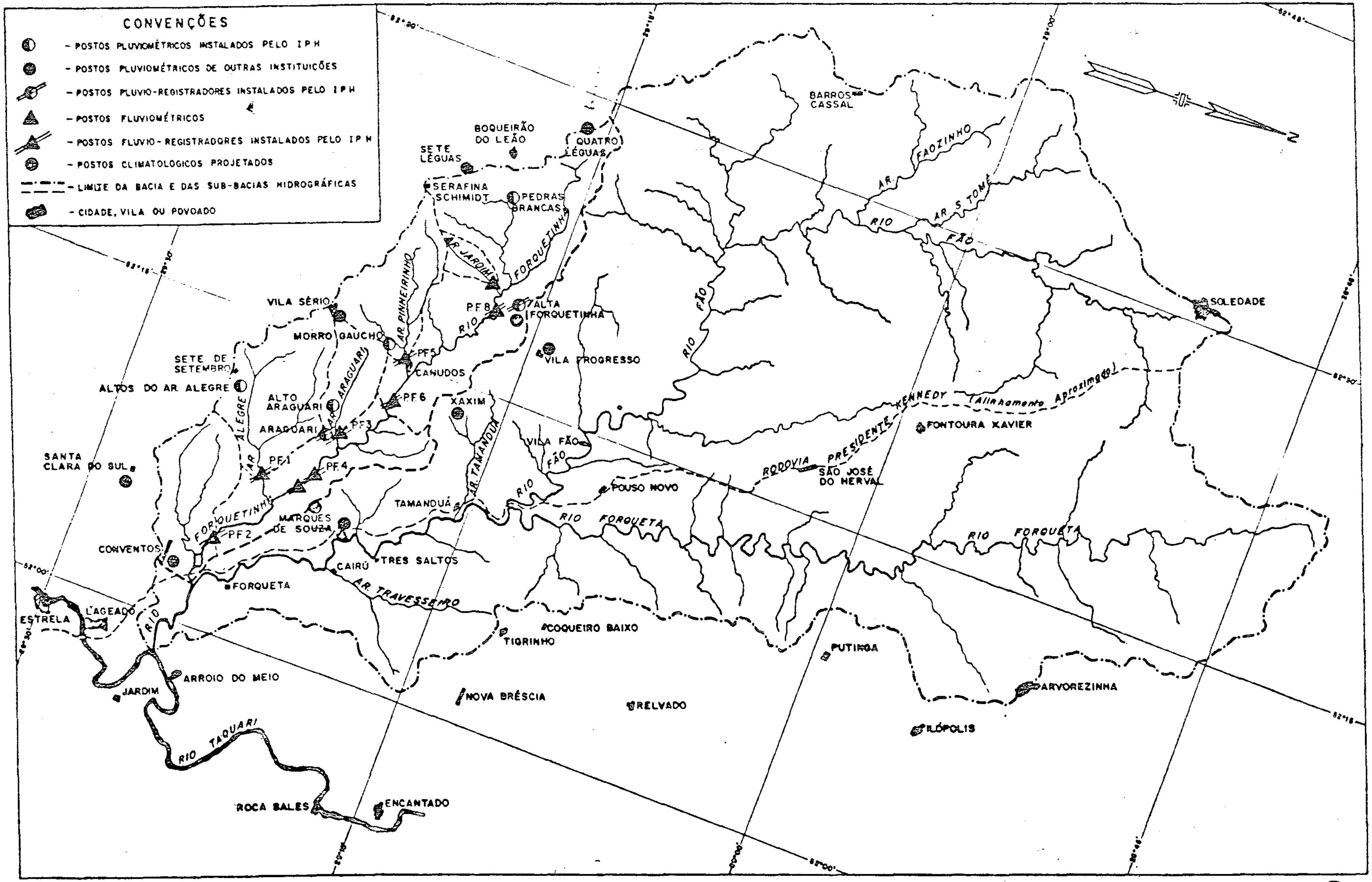
3.1. Bacia Hidrográfica do Rio Forquetinha - Características

A bacia do Rio Forquetinha está situada entre os paralelos 29°00' e 29°30' Sul e entre os meridianos 52°00' e 52°30' Oeste (Greenwich), na região nordeste do estado do Rio Grande do Sul. A superfície total da bacia é de 413.8 km^2 quase toda assente sobre o derrame basáltico.

O Rio Forquetinha é um dos principais afluentes do Rio Forqueta. Esse rio (Forquetinha) foi tomado pelo Instituto de Pesquisas Hidráulicas, como ponto de partida para os trabalhos a serem realizados na Bacia do Rio Forqueta. Para tanto, foram instalados aparelhos registradores de precipitações e descargas, ao longo do curso principal e em alguns afluentes do Rio Forquetinha. Isso determinou a disponibilidade de dados pluvio-hidrométricos para diversas sub-bacias, permitindo, portanto, a aplicação da metodologia já descrita, não só para as sub-bacias estudadas, mas também, após efetuado um estudo de regionalização, a outras bacias sem registros e situadas próximas.

3.2. Sub-bacias estudadas

Na prancha nº 1 aparecem, individualizadas, as sub-bacias do Rio Forquetinha, para as quais foram instalados postos fluviométricos. Algumas características físicas dessas sub-bacias já estavam definidas, tais como: Área da bacia, Perímetro, Comprimento do Curso Principal, Densidade de drenagem e Declividade do Curso Principal. Os índices que caracterizam a forma de cada bacia, Coeficiente de Forma e Coeficiente de Gravelius, foram calculados a partir das características acima citadas.



BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO FORQUETA E SUB-BACIA DO RIO FORQUETINHA

Prancha 1

Esses dados aparecem relacionados na pesquisa de BORDAS (1978).

Acrescentou-se a essas características, medidas de declividade superficial e cobertura vegetal das sub-bacias, que serão utilizadas neste trabalho, especificamente.

- Declividade Superficial - para estimar a declividade superficial, utilizou-se o método sugerido por NASH (1960). Estabelece-se uma malha, que cobre, uniformemente toda a bacia, da qual procura-se a declividade. Os nós dessa malha são os pontos que fornecem amostras da declividade. Para cada ponto individual, adota-se a máxima declividade possível (menor distância, passando pelo ponto, existente entre as curvas de níveis adjacentes). A média aritmética das declividades dos nós internos à bacia, fornece a medida de declividade superficial dessa bacia. O número médio, utilizado em cada sub-bacia, ficou em torno de 75 nós. A descrição detalhada desse processo, aparece no trabalho referido.

- Cobertura Vegetal - as estimativas foram obtidas, através de cartas do Serviço Geográfico do Exército (Esc. 1:50.000), onde aparecem as áreas cobertas por florestas, matos e bosques. Esta fonte utilizada apresenta o problema da desatualização do levantamento (fotografias aéreas datam de 1963). Planimetrou-se as áreas de florestas, matos e bosques obtendo-se, portanto, a área correspondente a vegetação mais robusta, não se considerando as áreas relativas a campos e plantações. Expressou-se, posteriormente, essas áreas de cobertura vegetal em percentagem das áreas totais das sub-bacias.

Entretanto, mesmo diante dessas dificuldades, determinou-se estimativas grosseiras para a cobertura vegetal, devido a importância dessa característica, refletida nas transformações de precipitações em escoamentos.

Uma apresentação resumida das sub-bacias com suas características principais, é dada na tabela 3a.

3.3. Dados de precipitações e descargas

As observações de precipitações e descargas são partes integrantes do conjunto de dados, que o Setor de Hidrologia do I.P.H. vem reunindo. Abrangem o período de janeiro de 1977 a junho de 1979.

- Precipitações observadas - Há dois tipos de dados disponíveis. No primeiros tipo, as precipitações ocorridas são dadas em alturas diárias obtidas através de pluviômetros para cada posto. A partir desses dados foram obtidas alturas médias diárias para cada sub-bacia, calculadas com a utilização do processo dos Polígonos de Thiessen. No segundo tipo, as precipitações são dadas em alturas médias para um intervalo de 120 minutos, originárias de medições de pluviógrafos.

- Descargas observadas - Da mesma forma acima, utiliza-se dois tipos de dados de descargas. No primeiro tipo, as descargas são definidas a partir de leituras de escalas linimétricas (três leituras diárias) e no segundo, são definidas a partir de linigramas. Partindo-se dos níveis d'água, obtidos das duas formas indicadas acima, para chegar-se às correspondentes vazões, analisou-se as observações originais com a utilização das curvas-chaves que já se achavam delineadas para os postos fluviométricos. A apresentação final dos dados de descargas é feita sob a forma de valores médios em intervalos de 120 minutos, distribuídos nas diferentes bacias utilizadas.

Cita-se os instrumentos de medidas disponíveis em cada posto e o período de funcionamento dos mesmos a seguir:

PF1 - Escalas linimétricas, linígrafo de bóia.

CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DAS SUB-BACIAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Nº POSTO	CURSO D' ÁGUA PRINCIPAL	ÁREA DA BACIA (km^2)	COMPRIMENTO DO CURSO PRINCIPAL (km)	COEFICIENTE DE FORMA	DENSIDADE DE DRENAGEM	DECLIVIDADE DO CURSO PRINCIPAL (%)	DECLIVIDADE SUPERFICIAL DA BACIA (m/m)	COBERTURA VEGETAL DA BACIA (%)
1	ARROIO ALEGRE	71.5	19.0	0.19	0.574	0.0170	0.294	12.5
2	RIO FORQUETINHA	413.8	53.1	0.15	0.494	0.0102	0.282	18.9
3	ARROIO ARAGUARÍ	25.3	10.5	0.23	0.405	0.0367	0.358	14.0
4	RIO FORQUETINHA	308.0	44.1	0.16	0.447	0.0121	0.290	21.3
6	RIO FORQUETINHA	236.8	33.9	0.22	0.452	0.0140	0.289	22.4
8	RIO FORQUETINHA	117.0	16.4	0.49	0.464	0.0200	0.276	25.7

Tabela 3a

Observações de níveis desde abril de 1977.

PF2 - Escalas linimétricas, linígrafo de pressão, teleféricos para medição de descargas.
Início das observações em fevereiro de 1977.

PF3 - Escalas linimétricas, linígrafo de bóia.
Observações desde abril de 1977.

PF4 - Escalas linimétricas, linígrafo de pressão.
Observações desde janeiro de 1977.

PF6 - Escalas linimétricas, linígrafo de pressão.
Observações desde abril de 1977.

PF8 - Escalas linimétricas, linígrafo de pressão.
Observações a partir de maio de 1977.

Além dos postos fluviométricos, existem instalados dois postos pluviométricos.

PP3 - Posto Pluviográfico Araguari.
Pluviógrafo IHLNG-7.

PP8 - Posto Pluviográfico Alta Forquetinha.
Pluviógrafo SIAP.

O delineamento preliminar das curvas-chaves dos diferentes postos, pode ser encontrado na referência U.F.R.G.S., I.P.H. (1978).

3.4. Preparação dos dados de entrada para otimização

Procura-se definir caminhos e critérios para determinação do escoamento superficial e a correspondente precipitação efetiva. Como as sub-bacias apresentam ainda pouca informação, não se pode utilizar métodos sofisticados para essa finalidade.

3.4.1 Separação do escoamento superficial

É recomendável, que a maneira adotada para se fazer a separação dos escoamentos (básico e superficial) produza resultados consistentes, isto é, quando se tiver durações de chuvas iguais (efetivas), os diversos tempos de base dos hidrogramas (escoamento superficial) resultam iguais.

O método adotado para separar os escoamentos, foi proposto por LINSLEY et alii (1958). Eles consideram, que o tempo transcorrido desde a ocorrência do pico do Hidrograma até o término do escoamento superficial, é constante para cada bacia. Esse tempo, indicado por N, aparece na figura 3a e pode ser estimado pela equação:

$$N = (\text{ÁREA})^{0.2}$$

onde,

N → é dado em dias
ÁREA → é a área da bacia dada em milhas quadradas.

Deve ser acentuado que a qualidade e a quantidade, escassa, dos dados, não permite a determinação de coeficientes médios de recessão; além disso, a plotagem em gráficos logarítmicos do ramo de recessão, não conduziu a uma clara definição do ponto C, onde termina o escoamento superficial.

Hidrogramas complexos - nos hidrogramas que apresentam vários picos, o ponto C é obtido da mesma forma, devendo estar situado no ramo descendente do último pico.

Na figura 3b, mostra-se como são trabalha-

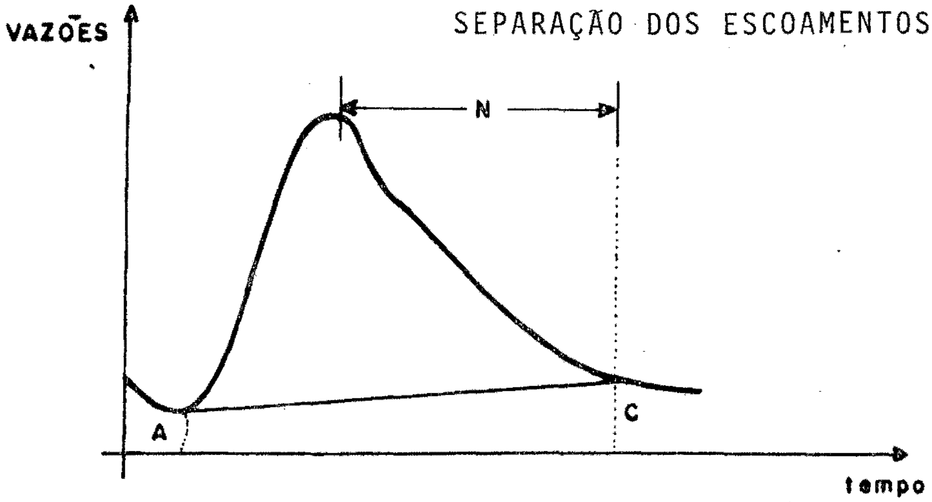


Figura 3a

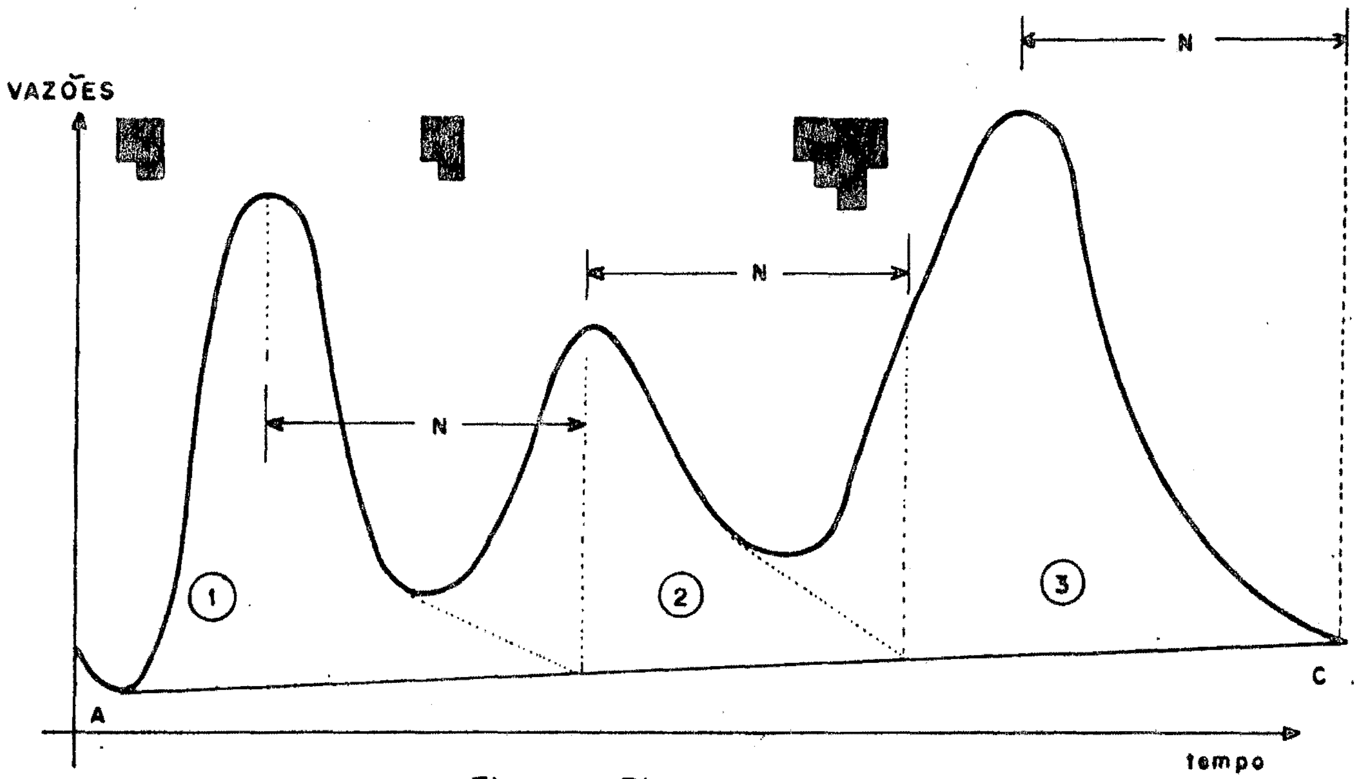


Figura 3b

DETERMINAÇÃO DA CHUVA EFETIVA

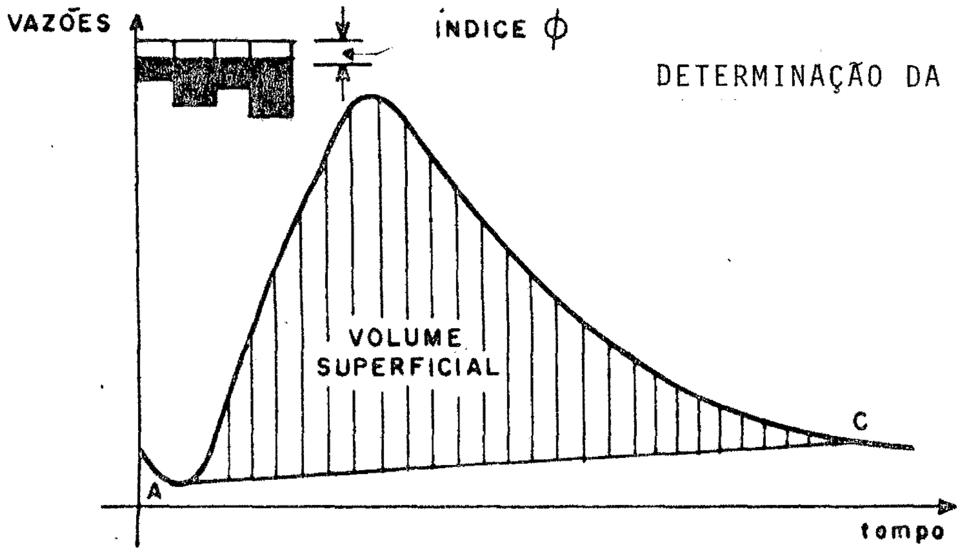


Figura 3c

dos os diferentes picos. Precisa-se determinar quais os volumes de escoamento superficial a considerar nas diferentes parcelas de precipitação ocorrida. É como buscar os efeitos isolados de cada parte do hidrograma complexo. O pico 1, assinalado na figura 3b, tem seu volume de escoamento obtido do seguinte modo: calcula-se o valor de N, tendo-se então o ponto onde termina o escoamento devido a primeira parcela de precipitação; prolongando-se o ramo descendente do primeiro pico, até este ponto, tem-se o volume de escoamento superficial a considerar para a primeira parcela de precipitação. Para o pico 2 procede-se da mesma forma, e, então, define-se o volume a considerar para a segunda parcela de precipitação. Repete-se o mesmo procedimento, até alcançar-se o último pico do hidrograma complexo.

Nas figuras 3a e 3b o escoamento subterrâneo fica definido através de uma linha reta unindo os pontos A e C. Nos hidrogramas complexos, a individualização dos picos apoia-se nessa linha, como mostra a figura 3b.

3.4.2 Determinação da precipitação efetiva

O volume escoado superficialmente ficou definido no ítem anterior com a separação dos escoamentos. Este volume, dividido pela área da bacia, fornece a altura total de precipitação efetiva. A distribuição no tempo, desse total, faz-se através do cálculo do índice ϕ. Na figura 3c indica-se a obtenção das ordenadas de chuva efetiva (parte hachurada na figura). Considera-se a taxa de infiltração constante ao longo da tempestade, na utilização desse índice ϕ. Para observações de chuva dadas por pluviógrafos, isso é suficiente para obtenção da precipitação efetiva.

Para observações dadas através de pluviômetros, deve-se estabelecer um modo de definir a duração da chuva. Busca-se fugir da simplificação, de tomar a chuva distribuída uniformemente para todo o dia, independente do hidrograma observado. Com esse objetivo se estabelece o seguinte:

- a duração máxima da chuva a utilizar, será o tempo de ocorrência do pico do hidrograma.

- quando a altura de precipitação reduz-se de um dia para o outro, procura-se fazer uma distribuição de tal maneira, que a chuva apresente uma taxa uniforme, tomando como referência o início da precipitação, que é sempre conhecido através da forma dos hidrogramas.

Isso é menos arbitrário, que a distribuição da precipitação em períodos diários completos.

As durações das precipitações, com estas restrições, caíram,em grande parte, na faixa de 0.7 a 0.9 do tempo de pico do hidrograma. O objetivo buscado, é obter-se durações menores do que o tempo de ocorrência do pico, por acreditar-se que isso é algo esperado, para hidrogramas com características normais.

3.4.3 Unidades utilizadas

Os hidrogramas estudados são apresentados sob a forma de histograma, onde as vazões são dadas em valores médios (m^3/s) para os diferentes intervalos de 2 horas.

As precipitações são registradas em alturas pluviométricas (mm), para os mesmos intervalos de 2 horas.

É conveniente, portanto, que o HUT (operador) seja representado sob a forma de histograma, no mesmo intervalo de 2 horas dos outros elementos. No Capítulo 2, salientou-se a conveniência de que o intervalo em que aparecem as vazões (2 horas) seja menor ou igual ao intervalo em que são dadas as precipitações, para que se tenha a execução da convolução simplificada.

A área unitária do HU, requer que suas ordenadas sejam expressas em descargas específicas por altura unitária de precipitação efetiva. As ordenadas dos HU, serão dadas, portanto, em $\left(\frac{mm/2h}{mm}\right)$ ou (1/2h), uma vez que o intervalo utilizado é 2 horas.

Quando se faz a convolução, as descargas calculadas serão dadas em $\left(\frac{mm}{2h}\right)$.

Para transformar para m^3/s, utiliza-se um fator de conversão.

Transforma-se em volume a altura dada em (mm), ou seja,

Volume de 1mm de precipitação:

$$ÁREA\ (m^2).10^{-3}m$$

$$ÁREA\ (km^2).10^{6}.10^{-3}m$$

$$ÁREA.\ 10^{3}m^{3}$$

onde, a área da bacia é dada em km^2.

Transforma-se em segundos as horas

2 horas → 3600 seg.

$$\frac{1mm}{2h} \rightarrow \frac{ÁREA.10^{3}m^{3}}{2.3600\ s} \rightarrow \frac{ÁREA\ m^{3}}{2.3,6\ s}$$

define-se:

$$COEF = \frac{2.3,6}{ÁREA}$$

Então, as ordenadas dadas em (mm/2h), divididas pelo COEF, resultam em ordenadas dadas em (m^3/s), pois

$$1\left(\frac{mm}{2h}\right) \text{ corresponde a } \frac{1}{COEF}\left(\frac{m^3}{s}\right)$$

e, inversamente,

$$1\left(\frac{m^3}{s}\right) \text{ corresponde a } COEF\left(\frac{mm}{2h}\right).$$

Como nem sempre o intervalo utilizado é de 2 horas, COEF pode ser definido para um intervalo qualquer (D_1) pela expressão:

$$COEF = \frac{D_1 . 3,6}{ÁREA}$$

onde,

D_1 é dado em horas
ÁREA é dada em km^2

3.4.4 Dados de precipitação efetiva e escoamento superficial

Com os procedimentos preliminares já definidos, tem-se condições de analisar e relacionar os dados de entrada (precipitação - descarga) necessários à otimização dos parâmetros do HUI. É interessante, em cada sub-bacia estudada, conseguir-se um conjunto de dados, o mais amplo possível, tal que os valores médios desses conjuntos sejam representativos.

Das cheias disponíveis descartou-se aquelas que apresentam erros grosseiros de observações das descargas ou das precipitações. Ocorreram casos onde os dados de precipitações não concordavam com as correspondentes descargas, representando, claramente, falhas dos instrumentos de medidas ou das curvas-chave com pontos insuficientes.

Hidrogramas provenientes de precipitações com larga duração (acima de 30 h), cujos instrumentos eram pluviômetros e escalas linimétricas, não foram considerados. A razão disso é que, com essas características, a duração da chuva efetiva apresenta-se muito indefinida, podendo prejudicar, sobremaneira, os resultados dos parâmetros para o evemto considerado.

Com a separação do escoamento superficial e a determinação da chuva efetiva, conseguiu-se os conjuntos, distribuídos nas sub-bacias, onde as precipitações efetivas são dadas em mm para intervalos de 2 horas, e as descargas em m^3/s para o mesmo intervalo. Os dados estão nas tabelas 3b a 3j.

3.5. Resultados obtidos

Acham-se reunidos nas tabelas 3L e 3m os valores dos parâmetros otimizados agrupados em cada sub-bacia.

Nelas são dadas as características das observações, tais como, data de início da tempestade, número das ordenadas das precipitações efetivas e das descargas, os valores dos parâmetros do HUI triangular, os valores dos parâmetros para o HUI sob a forma da distribuição gama, os equipamentos usados nas observações de chuva e descarga e, ainda, os valores médios dos parâmetros das sub-bacias, na última linha das colunas de valores.

A performance dos programas criados para execução da otimização foi muito boa. O método de Newton-Raphson requer estimativas iniciais dos parâmetros; isto determina a análise detalhada de algum evento em cada sub-bacia, de maneira que se possa definir a faixa de valores a ser utilizada em cada caso. Esses valores dependem, entre outros fatores, do tamanho da bacia hidrográfica.

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF1 ÁREA: 71,5 km²

Data da cheia 10.03.79

Precipit. mm

1	1.033
2	1.033
3	1.033
4	1.033
5	1.033
6	1.033
7	1.033
8	1.033
9	1.033
10	1.032

Descargas m^3/s

1	0.011
2	0.442
3	1.139
4	1.836
5	2.533
6	3.231
7	4.133
8	5.242
9	6.351
10	7.460
11	8.377
12	7.981
13	7.336
14	6.692
15	6.046
16	5.401
17	4.756
18	4.111
19	3.564
20	3.117
21	2.669
22	2.222
23	1.774
24	1.332
25	1.088
26	0.946
27	0.804
28	0.662
29	0.520
30	0.378
31	0.233
32	0.146
33	0.038

Data da cheia 24.12.78

Precipit. mm

1	2.711

Descargas m^3/s

1	0.027
2	0.096
3	0.307
4	5.194
5	3.637
6	2.913
7	2.326
8	1.873
9	1.491
10	1.348
11	1.226
12	1.102
13	0.980
14	0.857
15	0.734
16	0.611
17	0.487
18	0.364
19	0.285
20	0.252
21	0.219
22	0.184
23	0.151
24	0.116
25	0.082
26	0.048
27	0.014

Data da cheia 03.12.78

Precipit. mm

1	0.752
2	0.000
3	0.000
4	0.000
5	0.000
6	0.000
7	0.000
8	2.937
9	0.000
10	0.000
11	0.000
12	0.000
13	0.000
14	0.000
15	0.000
16	0.000
17	0.000
18	0.000
19	0.000
20	0.000
21	0.000
22	0.000
23	0.000
24	0.000
25	0.000
26	0.000
27	5.250
28	5.250
29	0.000
30	0.000
31	5.250

Descargas m^3/s

1	0.059
2	2.653
3	2.162
4	0.915
5	0.735
6	0.553
7	0.389
8	0.850
9	3.816
10	2.997
11	3.002
12	2.709
13	2.416
14	2.124
15	1.831
16	1.608
17	1.457
18	1.305
19	1.153
20	1.003
21	0.851
22	0.669
23	0.548
24	0.396
25	0.244
26	0.093
27	0.060
28	1.306
29	3.139
30	3.870
31	4.234
32	7.702
33	8.472
34	9.341
35	10.248
36	10.612
37	9.857
38	9.066
39	8.275
40	7.652
41	7.194
42	6.736
43	6.279
44	5.821
45	5.363
46	4.906
47	4.448
48	3.990
49	3.533
50	3.075
51	2.617
52	2.221
53	1.885
54	1.549
55	1.214
56	0.878
57	0.542
58	0.272
59	0.116

Data da cheia 03.11.78

Precipit. mm

1	14.354
2	0.000
3	6.854
4	7.854

Descargas m^3/s

1	0.254
2	2.294
3	4.756
4	10.873
5	26.631
6	33.329
7	30.406
8	25.565
9	20.718
10	17.161
11	14.438
12	12.340
13	10.868
14	9.441
15	8.574
16	7.874
17	7.175
18	6.475
19	5.776
20	5.076
21	4.391
22	3.926
23	3.534
24	3.156
25	2.793
26	2.430
27	2.067
28	1.703
29	1.340
30	1.000
31	0.800
32	0.624
33	0.447
34	0.270
35	0.093

Data da cheia 30.08.78

Precipit. mm

1	9.016
2	1.817
3	0.000
4	0.000
5	0.000
6	0.000
7	0.000
8	0.500
9	0.100
10	0.100
11	0.000
12	0.050
13	0.000
14	0.050

Descargas m^3/s

1	0.421
2	3.060
3	5.928
4	7.690
5	8.401
6	8.705
7	8.254
8	7.753
9	7.251
10	6.749
11	6.248
12	5.746
13	5.244
14	4.743
15	4.241
16	3.831
17	3.513
18	3.195
19	2.877
20	2.559
21	2.241
22	1.924
23	1.606
24	1.288
25	0.970
26	0.652
27	0.334
28	0.098

Tabela 3b

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF1 ÁREA: 71,5 km²

Data da	44 1.727	38 3.141	1 7.234	11 3.046	59 0.408
cheia	45 0.000	39 3.262	2 0.000	12 2.402	60 0.186
18.11.78	46 0.000	40 3.299	3 0.000	13 1.839	
Precipit.	47 0.000	41 3.192	4 0.000	14 1.647	Data da
mm	48 5.992	42 3.034	5 0.000	15 2.804	cheia
1 0.710	49 1.727	43 2.825	6 0.000	16 6.096	27.07.77
2 0.000	50 1.442	44 2.617	7 0.000	17 7.185	Precipit.
3 0.000	51 2.611	45 2.540	8 0.000	18 7.069	mm
4 3.366		46 2.562	9 0.000	19 6.927	1 14.300
5 5.000	Descargas	47 2.583	10 0.000	20 6.547	2 14.300
6 0.000	m³/s	48 2.605	11 0.000	21 5.885	3 14.287
7 0.000	1 0.034	49 2.900	12 0.000	22 5.166	4 14.287
8 0.000	2 0.248	50 4.091	13 0.000	23 4.446	
9 0.000	3 0.645	51 5.732	14 3.257	24 3.726	Descargas
10 0.000	4 1.280	52 7.373	15 3.257	25 3.007	m³/s
11 0.000	5 2.252	53 9.237	16 0.000	26 2.356	1 0.100
12 0.000	6 3.226	54 11.228	17 0.000	27 2.041	2 10.244
13 0.000	7 4.093	55 12.066	18 0.000	28 1.769	3 30.528
14 0.000	8 4.573	56 11.222	19 0.000	29 1.498	4 41.691
15 0.500	9 4.890	57 10.177	20 0.000	30 1.227	5 42.509
16 0.737	10 5.008	58 9.014	21 0.000	31 0.960	6 44.866
17 0.000	11 5.083	59 7.912	22 0.000	32 0.858	7 47.428
18 0.000	12 4.990	60 6.809	23 0.000	33 0.844	8 50.030
19 0.000	13 4.840	61 5.707	24 0.000	34 0.830	9 51.905
20 0.000	14 4.571	62 5.012	25 0.000	35 2.675	10 48.955
21 0.000	15 4.234	63 4.725	26 0.000	36 6.333	11 38.449
22 0.000	16 4.046	64 4.438	27 0.000	37 8.346	12 28.945
23 0.000	17 4.131	65 4.151	28 0.000	38 9.212	13 23.659
24 0.000	18 3.961	66 3.864	29 0.000	39 8.734	14 17.527
25 0.000	19 3.713	67 3.578	30 0.000	40 8.111	15 14.743
26 0.000	20 3.465	68 3.291	31 0.000	41 7.488	16 12.139
27 0.000	21 3.267	69 3.004	32 0.000	42 6.865	17 10.545
28 0.000	22 3.064	70 2.717	33 0.000	43 6.242	18 9.485
29 0.000	23 2.820	71 2.430	34 9.999	44 5.619	19 8.424
30 0.500	24 2.577	72 2.143	35 0.188	45 5.026	20 7.364
31 4.820	25 2.344	73 1.856		46 4.462	21 6.304
32 0.000	26 2.156	74 1.569	Descargas	47 3.899	22 5.244
33 0.000	27 2.017	75 1.282	m³/s	48 3.336	23 4.184
34 0.000	28 1.828	76 0.995	1 0.424	49 2.922	24 3.271
35 0.000	29 1.639	77 0.708	2 4.625	50 2.660	25 2.504
36 0.000	30 1.450	78 0.421	3 7.072	51 2.399	26 1.951
37 0.000	31 1.650	79 0.134	4 8.430	52 2.138	27 1.612
38 0.000	32 2.213		5 7.771	53 1.877	28 1.272
39 0.000	33 2.732	Data da	6. 6.414	54 1.616	29 0.945
40 0.000	34 2.874	cheia	7 5.378	55 1.355	30 0.630
41 0.000	35 2.933	20.07.78	8 4.892	56 1.093	31 0.315
42 0.000	36 2.992	Precipit.	9 4.332	57 0.851	
43 0.305	37 3.051	mm	10 3.689	58 0.629	

Tabela 3c

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF1 ÁREA: 71.5 km^2

Data da		29	1.235	27	2.098	16	41.563	Descargas	
cheia		30	1.077	28	1.928	17	54.963	m^3/s	
14.08.78		31	0.919	29	1.757	18	58.610	1	0.011
Precipit.		32	0.760	30	1.586	19	53.487	2	0.041
mm		33	0.602	31	1.395	20	47.953	3	0.587
1	1.386	34	0.445	32	1.034	21	42.419	4	1.777
2	1.386	35	0.287	33	0.461	22	36.885	5	2.967
3	1.386	36	0.129	34	0.113	23	31.350	6	4.749
4	1.386					24	26.039	7	7.121
5	1.386	Data da		Data da		25	22.287	8	9.493
6	1.386	cheia		cheia		26	14.374	9	11.865
7	1.386	03.02.78		16.08.77		27	11.252	10	14.237
8	0.000	Precipit.		Precipit.		28	8.979	11	16.608
9	0.000	mm		mm		29	6.682	12	19.002
10	0.000	1	2.558	1	2.230	30	5.355	13	22.445
11	0.000	2	2.558	2	2.230	31	4.998	14	22.182
12	1.386	3	2.557	3	2.230	32	4.641	15	16.845
		4	2.557	4	2.230	33	4.284	16	14.551
Descargas		5	2.557	5	2.230	34	3.927	17	12.996
m^3/s				6	2.230	35	3.570	18	11.849
1	0.320	Descargas		7	2.230	36	3.213	19	10.849
2	1.000	m^3/s		8	2.230	37	2.781	20	9.849
3	1.621	1	0.597	9	2.230	38	2.274	21	8.849
4	2.272	2	1.781	10	2.230	39	1.775	22	7.849
5	2.923	3	2.966	11	2.230	40	1.285	23	6.849
6	3.573	4	4.150	12	2.230	41	0.795	24	5.849
7	4.223	5	5.334	13	8.603	42	0.428	25	5.197
8	4.874	6	6.519	14	8.603	43	0.185	26	4.894
9	5.525	7	7.703	15	8.603			27	4.634
10	6.156	8	8.215	16	8.603	Data da		28	4.418
11	6.242	9	8.055			cheia		29	4.203
12	6.078	10	7.520	Descargas		21.07.77		30	3.962
13	5.981	11	6.610	m^3/s		Precipit.		31	3.696
14	5.952	12	5.700	1	0.153	mm		32	3.430
15	5.922	13	5.129	2	0.433	1	2.431	33	3.164
16	5.716	14	4.896	3	0.955	2	2.431	34	2.898
17	5.273	15	4.663	4	1.718	3	2.431	35	2.632
18	4.830	16	4.430	5	2.481	4	2.431	36	2.366
19	4.386	17	4.197	6	3.328	5	2.431	37	1.933
20	3.943	18	3.964	7	4.260	6	2.431	38	1.326
21	3.499	19	3.731	8	5.191	7	2.431	39	0.852
22	3.055	20	3.545	9	6.123	8	2.431	40	0.509
23	2.611	21	3.405	10	7.055	9	2.431	41	0.166
24	2.167	22	3.200	11	7.986	10	2.431		
25	1.867	23	2.930	12	8.918	11	2.431		
26	1.709	24	2.660	13	13.213	12	2.431		
27	1.551	25	2.440	14	20.871				
28	1.393	26	2.269	15	28.435				

Tabela 3d

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF2 ÁREA: 413,8 km²

Data da cheia 10.03.79

	Precipit. mm
1	0.500
2	0.500
3	0.500
4	0.500
5	0.500
6	0.500
7	0.500
8	0.352
9	0.351
10	0.351

	Descargas m³/s
1	0.350
2	0.670
3	1.360
4	1.699
5	2.779
6	4.509
7	6.299
8	7.849
9	8.918
10	10.248
11	11.598
12	13.388
13	14.617
14	14.347
15	13.557
16	12.487
17	11.677
18	10.696
19	9.976
20	9.026
21	8.556
22	7.646
23	7.175
24	6.245
25	5.755
26	5.265
27	5.004
28	4.774
29	4.714
30	4.454
31	4.194
32	3.943
33	3.693
34	3.223
35	2.973
36	2.723
37	2.472
38	2.222
39	1.972
40	1.722
41	1.506
42	1.291
43	1.076
44	1.046
45	0.831
46	0.615
47	0.400
48	0.185

Data da cheia 12.02.79

	Precipit. mm
1	1.431

	Descargas m³/s
1	0.050
2	0.075
3	0.286
4	2.797
5	6.782
6	6.548
7	6.094
8	5.640
9	5.256
10	4.686
11	4.302
12	3.918
13	3.544
14	3.180
15	2.991
16	2.626
17	2.262
18	2.073
19	1.739
20	1.725
21	1.565
22	1.551
23	1.392
24	1.378
25	1.219
26	1.204
27	1.045
28	1.031
29	0.872
30	0.858
31	0.699
32	0.684
33	0.525
34	0.511
35	0.352
36	0.338
37	0.178
38	0.164
39	0.075

Data da cheia 25.12.78

	Precipit. mm
1	1.958

	Descargas m³/s
1	0.050
2	0.075
3	0.493
4	9.271
5	10.810
6	9.458
7	8.286
8	6.904
9	5.783
10	5.101
11	4.709
12	4.502
13	4.111
14	3.904
15	3.512
16	3.120
17	2.924
18	2.727
19	2.530
20	2.333
21	2.312
22	2.115
23	1.918
24	1.896
25	1.700
26	1.503
27	1.481
28	1.284
29	1.088
30	1.066
31	1.044
32	0.877
33	0.856
34	0.689
35	0.667
36	0.500
37	0.479
38	0.312
39	0.145

Data da cheia 05.12.78

	Precipit. mm
1	1.336
2	1.336
3	1.336
4	1.336
5	1.336
6	1.336
7	1.336
8	1.330

	Descargas m³/s
1	0.060
2	0.958
3	2.655
4	4.653
5	6.370
6	8.798
7	14.965
8	17.463
9	19.920
10	26.938
11	30.875
12	30.813
13	30.750
14	30.188
15	29.625
16	28.313
17	26.500
18	24.838
19	23.375
20	21.423
21	19.860
22	18.188
23	16.725
24	15.523
25	14.380
26	13.508
27	12.695
28	11.913
29	11.130
30	10.328
31	9.745
32	8.903
33	8.060
34	7.278
35	6.755
36	6.233
37	5.710
38	5.188
39	4.905
40	4.623
41	4.120
42	3.838
43	3.335
44	3.053
45	2.550
46	2.258
47	1.965
48	1.213
49	0.460

Data da cheia 19.03.77

	Precipit. mm
1	1.475

	Descargas m³/s
1	0.400
2	0.580
3	2.990
4	5.859
5	6.264
6	5.789
7	5.314
8	4.838
9	4.433
10	3.843
11	3.438
12	3.217
13	2.997
14	2.962
15	2.926
16	2.706
17	2.496
18	2.461
19	2.250
20	2.040
21	1.830
22	1.620
23	1.409
24	1.374
25	1.339
26	1.129
27	1.073
28	1.058
29	1.023
30	0.812
31	0.777
32	0.742
33	0.707
34	0.671
35	0.461
36	0.426
37	0.391
38	0.355
39	0.145

Tabela 3e

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF2 ÁREA: 413.8 km²		POSTO: PF3 ÁREA: 25.3 km²		
Data da	31 7.054	Data da	Descargas	7 0.921
cheia	32 6.529	cheia	m³/s	
14.07.77	33 6.244	24.12.78	1 0.006	Descargas
Precipit.	34 5.739	Precipit.	2 0.246	m³/s
mm	35 5.233	mm	3 0.588	1 0.097
1 0.549	36 4.948	1 4.619	4 0.496	2 0.195
2 0.549	37 4.663		5 0.387	3 0.387
3 0.548	38 4.158	Descargas	6 0.945	4 0.618
4 0.548	39 3.873	m³/s	7 1.719	5 0.848
5 0.548	40 3.348	1 0.010	8 1.750	6 1.079
6 0.548	41 3,052	2 1.538	9 1.861	7 1.309
7 0.548	42 2.757	3 3.562	10 2.228	8 1.540
8 0.548	43 2.462	4 1.976	11 2.175	9 1.769
9 0.548	44 2.167	5 1.400	12 2.141	10 1.806
10 0.548	45 1.872	6 1.142	13 2.166	11 1.649
	46 1.806	7 0.978	14 2.140	12 1.493
Descargas	47 1.511	8 0.871	15 2.023	13 1.336
m³/s	48 1.216	9 0.763	16 1.865	14 1.181
1 0.370	49 0.921	10 0.655	17 1.708	15 1.065
2 0.675	50 0.856	11 0.554	18 1.550	16 0.964
3 0.795	51 0.570	12 0.493	19 1.400	17 0.863
4 1.099	52 0.285	13 0.439	20 1.289	18 0.762
5 1.404	53 0.220	14 0.385	21 1.183	19 0.661
6 1.524		15 0.336	22 1.078	20 0.560
7 2.339		16 0.292	23 0.974	21 0.459
8 3.374		17 0.248	24 0.879	22 0.388
9 5.138		18 0.204	25 0.792	23 0.349
10 7.963		19 0.163	26 0.715	24 0.309
11 11.238		20 0.127	27 0.645	25 0.269
12 12.473		21 0.090	28 0.575	26 0.230
13 12.668		22 0.053	29 0.506	27 0.190
14 12.843		23 0.016	30 0.435	28 0.151
15 13.017			31 0.379	29 0.111
16 13.192		Data da	32 0.338	30 0.072
17 13.367		cheia	33 0.296	31 0.033
18 13.542		05.12.78	34 0.033	
19 12.997		Precipit.		
20 12.211		mm	Data da	
21 11.366		1 1.063	cheia	
22 10.781		2 1.063	03.02.78	
23 9.936		3 1.063	Precipit.	
24 9.351		4 1.063	mm	
25 9.055		5 1.063	1 0.921	
26 8.760		6 1.063	2 0.921	
27 8.465		7 1.063	3 0.921	
28 8.170		8 1.063	4 0.921	
29 7.875		9 1.063	5 0.921	
30 7.579		10 1.066	6 0.921	

Tabela 3f

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF3 ÁREA: 25.3 km^2

Data da cheia 21.11.78

Precipit. mm	
1	1.689
2	1.689
3	1.688
4	1.688
5	1.688
6	1.688

Descargas m^3/s	
1	0.065
2	0.219
3	0.552
4	0.970
5	1.552
6	2.040
7	2.325
8	2.660
9	2.590
10	2.510
11	2.330
12	2.166
13	2.004
14	1.842
15	1.660
16	1.454
17	1.325
18	1.243
19	1.096
20	0.946
21	0.804
22	0.713
23	0.600
24	0.500
25	0.450
26	0.380
27	0.300
28	0.200
29	0.100

Data da cheia 03.11.78

Precipit. mm	
1	4.293
2	0.000
3	4.293
4	4.293

Descargas m^3/s	
1	0.040
2	0.468
3	0.902
4	2.431
5	4.090
6	4.111
7	3.938
8	3.612
9	3.286
10	2.960
11	2.634
12	2.361
13	2.143
14	1.925
15	1.705
16	1.487
17	1.280
18	1.141
19	1.015
20	0.888
21	0.760
22	0.634
23	0.507
24	0.399
25	0.311
26	0.224
27	0.135
28	0.047

Data da cheia 30.08.78

Precipit. mm	
1	6.122

Descargas m^3/s	
1	0.081
2	0.792
3	1.755
4	1.828
5	1.770
6	1.700
7	1.605
8	1.509
9	1.413
10	1.308
11	1.193
12	1.079
13	0.966
14	0.852
15	0.737
16	0.641
17	0.561
18	0.481
19	0.400
20	0.320
21	0.240
22	0.161
23	0.080
24	0.040

Data da cheia 20.07.78

Precipit. mm	
1	3.122
2	3.122
3	0.000
4	0.000
5	0.000
6	0.000
7	0.000
8	0.000
9	0.000
10	0.000
11	0.000
12	0.000
13	0.000
14	0.000
15	7.875
16	0.000
17	0.000
18	0.000
19	0.000
20	0.000
21	0.000
22	0.000
23	0.000
24	0.000
25	0.000
26	0.000
27	0.000
28	0.000
29	0.000
30	0.000
31	0.000
32	0.000
33	0.000
34	0.000
35	5.588

Descargas m^3/s	
1	0.022
2	0.174
3	2.383
4	2.518
5	2.225
6	2.007
7	1.790
8	1.587
9	1.399
10	1.237
11	1.102
12	0.967
13	0.832
14	0.699
15	0.628
16	2.062
17	3.189
18	3.012
19	2.848
20	2.665
21	2.413
22	2.168
23	1.930
24	1.693
25	1.456
26	1.222
27	1.062
28	0.931
29	0.801
30	0.669
31	0.539
32	0.434
33	0.356
34	0.293
35	0.245
36	0.874
37	1.886
38	1.777
39	1.629
40	1.594
41	1.525
42	1.422
43	1.317
44	1.192
45	1.065
46	0.951
47	0.850
48	0.750
49	0.649
50	0.548
51	0.448
52	0.358
53	0.295
54	0.233
55	0.171
56	0.109
57	0.047

Tabela 3g

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF4 ÁREA: 308 km^2

Data da cheia 10.03.79

Precipit. mm	
1	0.292
2	0.291
3	0.291
4	0.291
5	0.291
6	0.291
7	0.291
8	0.291

Descargas m^3/s	
1	0.160
2	0.302
3	0.604
4	1.067
5	1.689
6	2.151
7	2.613
8	3.076
9	3.598
10	3.940
11	4.462
12	4.804
13	4.987
14	4.969
15	4.751
16	4.553
17	4.176
18	3.978
19	3.780
20	3.402
21	3.204
22	3.007
23	2.809
24	2.471
25	2.293
26	2.276
27	2.258
28	2.080
29	1.902
30	1.724
31	1.547
32	1.369
33	1.351
34	1.173
35	1.156
36	0.978
37	0.960
38	0.782
39	0.764
40	0.587
41	0.569
42	0.391
43	0.373
44	0.196
45	0.178
46	0.160

Data da cheia 15.12.78

Precipit. mm	
1	0.909
2	0.907
3	0.907
4	0.907
5	0.907
6	0.907
7	0.907
8	0.907
9	0.907

Descargas m^3/s	
1	0.120
2	0.693
3	1.747
4	2.640
5	3.813
6	4.867
7	6.840
8	10.453
9	14.767
10	17.500
11	18.333
12	19.167
13	19.700
14	19.033
15.	18.067
16	16.800
17	15.833
18	14.687
19	13.840
20	12.733
21	11.887
22	10.780
23	9.933
24	8.907
25	8.120
26	7.333
27	6.827
28	6.320
29	5.813
30	5.307
31	4.800
32	4.333
33	3.867
34	3.400
35	3.133
36	2.867
37	2.600
38	2.333
39	1.907
40	1.840
41	1.413
42	1.347
43	0.920
44	0.853
45	0.427
46	0.360

Data da cheia 03.11.78

Precipit. mm	
1	0.100
2	1.693
3	1.693
4	1.693
5	1.693
6	1.693
7	1.693
8	1.690

Descargas m^3/s	
1	0.220
2	0.319
3	0.577
4	0.836
5	2.335
6	7.193
7	13.172
8	20.371
9	26.009
10	29.788
11	33.487
12	33.425
13	30.564
14	28.583
15	26.441
16	24.380
17	22.219
18	20.357
19	18.496
20	16.935
21	15.073
22	14.112
23	12.971
24	12.129
25	11.288
26	10.187
27	9.345
28	8.504
29	7.703
30	6.921
31	6.140
32	5.599
33	5.097
34	4.596
35	4.315
36	3.813
37	3.312
38	2.831
39	2.569
40	2.308
41	1.847
42	1.585
43	1.324
44	0.863
45	0.601
46	0.360

Data da cheia 27.03.77

Precipit. mm	
1	5.239
2	5.239
3	5.239
4	5.239
5	5.239
6	5.239
7	5.239
8	5.238

Descargas	
1	0.040
2	3.829
3	11.497
4	21.886
5	35.354
6	51.723
7	69.711
8	88.230
9	107.499
10	150.287
11	151.916
12	125.614
13	115.483
14	106.331
15	97.180
16	88.029
17	78.877
18	69.906
19	61.439
20	52.638
21	45.371
22	39.280
23	33.789
24	28.657
25	24.086
26	21.194
27	18.463
28	16.631
29	14.500
30	12.669
31	10.537
32	8.706
33	6.954
34	5.323
35	4.211
36	3.620
37	3.029
38	2.697
39	2.106
40	1.514
41	1.183
42	0.591
43	0.260

Tabela 3h

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF6 ÁREA: 236.8 km²

Data da cheia 03.05.79

Precipit.	mm
1	0.058
2	2.900
3	0.058

Descargas	m^3/s
1	0.100
2	0.365
3	1.449
4	2.314
5	3.119
6	3.583
7	3.908
8	3.873
9	4.197
10	4.522
11	4.487
12	4.451
13	4.416
14	4.200
15	3.985
16	3.950
17	3.734
18	3.519
19	3.304
20	3.088
21	2.873
22	2.658
23	2.482
24	2.307
25	2.272
26	2.236
27	2.201
28	2.166
29	1.850
30	1.675
31	1.500
32	1.324
33	1.149
34	0.973
35	0.938
36	0.763
37	0.727
38	0.572
39	0.537
40	0.501
41	0.346
42	0.311
43	0.155
44	0.120

Data da cheia 02.01.79

Precipit.	mm
1	2.428

Descargas	m^3/s
1	0.030
2	0.060
3	0.558
4	7.845
5	7.278
6	5.991
7	5.423
8	4.896
9	4.449
10	4.001
11	3.553
12	3.287
13	3.019
14	2.872
15	2.605
16	2.337
17	2.190
18	2.063
19	1.935
20	1.908
21	1.780
22	1.653
23	1.526
24	1.398
25	1.171
26	1.144
27	1.016
28	0.889
29	0.862
30	0.689
31	0.517
32	0.490
33	0.317
34	0.145

Data da cheia 12.02.79

Precipit.	mm
1	0.100
2	0.100
3	2.252

Descargas	m^3/s
1	0.090
2	0.115
3	0.115
4	0.409
5	2.789
6	6.209
7	6.188
8	5.808
9	5.068
10	4.768
11	4.467
12	4.307
13	4.147
14	3.986
15	3.426
16	3.046
17	2.906
18	2.645
19	2.385
20	2.145
21	2.024
22	1.804
23	1.584
24	1.464
25	1.343
26	1.223
27	1.203
28	1.083
29	0.917
30	0.897
31	0.732
32	0.566
33	0.401
34	0.236
35	0.071
36	0.050
37	0.030

Data da cheia 24.12.78

Precipit.	mm
1	0.100
2	0.100
3	0.100
4	1.721

Descargas	m^3/s
1	0.060
2	0.407
3	1.098
4	1.700
5	2.167
6	2.673
7	3.240
8	3.847
9	4.373
10	4.620
11	4.727
12	4.553
13	4.100
14	3.787
15	3.333
16	2.940
17	2.547
18	2.153
19	1.800
20	1.467
21	1.333
22	1.200
23	1.067
24	0.933
25	0.800
26	0.767
27	0.733
28	0.700
29	0.522
30	0.488
31	0.455
32	0.422
33	0.388
34	0.355
35	0.322
36	0.143
37	0.110
38	0.077
39	0.043
40	0.010

Tabela 3i

PRECIPITAÇÕES EFETIVAS E DESCARGAS

POSTO: PF8 ÁREA: 117 km^2

Data da	30 0.758	28 1.989	22 5.722	13 8.014
cheia	31 0.708	29 1.719	23 5.317	14 6.730
15.04.79	32 0.658	30 1.449	24 4.911	15 6.109
Precipit.	33 0.608	31 1.178	25 4.505	16 5.623
mm	34 0.488	32 1.043	26 4.099	17 5.137
1 0.270	35 0.438	33 0.773	27 3.829	18 4.516
2 0.270	36 0.388	34 0.503	28 3.423	19 4.030
3 0.600	37 0.338	35 0.232	29 3.153	20 3.575
4 0.217	38 0.219		30 2.747	21 3.119
5 0.270	39 0.169	Data da	31 2.341	22 2.914
6 0.217		cheia	32 2.206	23 2.708
7 0.270	Data da	31.07.77	33 2.071	24 2.528
8 0.600	cheia	Precipit.	34 1.800	25 2.347
9 0.217	20.11.78	mm	35 0.989	26 2.166
10 0.217	Precipit.	1 1.511	36 0.314	27 1.886
11 0.217	mm	2 1.500	37 0.200	28 1.705
	1 0.142	3 1.500	38 0.100	29 1.525
Descargas	2 11.000	4 1.511		30 1.344
m^3/s		5 1.500	Data da	31 1.164
1 0.020	Descargas	6 1.500	cheia	32 0.983
2 0.030	m^3/s	7 1.511	18.06.77	33 0.903
3 0.060	1 0.097	8 1.500	Precipit.	34 0.722
4 0.097	2 0.232	9 1.500	mm	35 0.542
5 0.190	3 4.153	10 1.500	1 0.691	36 0.361
6 0.350	4 9.698		2 0.691	37 0.181
7 0.433	5 14.973	Descargas	3 0.691	38 0.050
8 0.863	6 15.649	m^3/s	4 0.691	
9 1.808	7 14.297	1 0.173	5 0.691	
10 2.450	8 12.944	2 0.989	6 0.690	
11 3.300	9 11.592	3 1.935	7 0.690	
12 4.050	10 10.374	4 2.747	8 0.690	
13 4.000	11 9.157	5 3.694	9 0.690	
14 3.650	12 8.075	6 4.505	10 0.690	
15 3.300	13 7.128	7 5.452		
16 2.950	14 6.046	8 7.751	Descargas	
17 2.700	15 5.505	9 11.403	m^3/s	
18 2.450	16 5.099	10 14.350	1 0.030	
19 2.200	17 4.694	11 16.750	2 0.166	
20 1.950	18 4.423	12 18.100	3 0.399	
21 1.762	19 4.017	13 17.354	4 0.738	
22 1.573	20 3.612	14 16.002	5 1.258	
23 1.454	21 3.206	15 14.649	6 1.800	
24 1.335	22 3.071	16 13.432	7 2.497	
25 1.215	23 3.206	17 12.079	8 3.316	
26 1.096	24 3.206	18 10.727	9 5.106	
27 0.977	25 2.935	19 9.510	10 7.998	
28 0.927	26 2.530	20 8.157	11 9.025	
29 0.877	27 2.259	21 6.804	12 8.994	

Tabela 3j

RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PARÂMETROS

PF1 - ARROIO ALEGRE ÁREA: 71.5 km²

Características da Precipitação			HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
Nº	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	10.03.79	10-33	2.855	0.099	2.433	3.354	Pluviômetro	Linígrafo
2	24.12.78	01-27	3.214	0.123	3.061	2.085	Pluviômetro	Linígrafo
3	03.12.78	31-59	4.840	0.071	2.329	4.997	Pluviômetro	Linígrafo
4	18.11.78	51-79	4.460	0.069	2.302	4.853	Pluviômetro	Linígrafo
5	03.11.78	04-35	2.645	0.103	2.147	3.506	Pluviômetro	Linígrafo
6	30.08.78	14-28	2.780	0.083	2.025	4.636	Pluviógrafo	Linígrafo
7	14.08.78	12-36	3.370	0.075	2.204	4.896	Pluviômetro	Linígrafo
8	20.07.78	35-60	2.520	0.096	2.022	4.006	Pluviômetro	Linígrafo
9	03.02.78	05-34	1.581	0.063	1.558	7.640	Pluviômetro	Escalas
10	16.08.77	16-43	3.519	0.121	2.956	2.333	Pluviômetro	Escalas
11	27.07.77	04-31	1.461	0.107	1.891	3.933	Pluviômetro	Escalas
12	21.07.77	12-41	2.498	0.080	2.063	4.715	Pluviômetro	Escalas
	Média	-	2.979	0.091	2.249	4.426	Prod.:	9.549

PF2 - RIO FORQUETINHA ÁREA: 413.8 km²

Características da Precipitação			HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
Nº	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	10.03.79	10-48	4.576	0.056	2.139	6.498	Pluviômetro	Linígrafo
2	12.02.79	01-39	4.616	0.069	2.541	4.424	Pluviômetro	Linígrafo
3	25.12.78	01.39	3.608	0.071	2.127	5.010	Pluviômetro	Linígrafo
4	05.12.78	08-49	5.491	0.056	2.236	6.698	Pluviômetro	Linígrafo
5	14.07.77	10-53	7.861	0.047	2.545	6.948	Pluviômetro	Escalas
6	19.03.77	01-39	3.127	0.063	1.828	6.613	Pluviômetro	Escalas
	Média	-	-	-	2.236	6.032	Prod.:	13.488

PF3 - ARROIO ARAGUARÍ ÁREA: 25.3 km²

Características da Precipitação			HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
Nº	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	24.12.78	01-23	1.314	0.152	1.668	2.956	Pluviógrafo	Linígrafo
2	05.12.78	10-34	2.015	0.073	1.900	5.560	Pluviômetro	Linígrafo
3	21.11.78	06-29	2.576	0.083	2.000	4.737	Pluviômetro	Linígrafo
4	03.11.78	04-28	1.514	0.095	1.733	4.657	Pluviômetro	Linígrafo
5	30.08.78	01.24	2.222	0.090	1.943	4.473	Pluviógrafo	Linígrafo
6	20.07.78	35-57	1.872	0.104	1.837	4.088	Pluviômetro	Linígrafo
7	03.02.78	07-31	2.551	0.089	2.062	4.330	Pluviômetro	Escalas
	Média	-	2.009	0.098	1.878	4.400	Prod.:	8.263

Tabela 3L

RESULTADOS OBTIDOS PARA OS PARÂMETROS

PF4 - RIO FORQUETINHA ÁREA: 308 km²

Nº	Características da Precipitação		HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	10.03.79	08-46	4.822	0.053	2.111	7.080	Pluviômetro	Linígrafo
2	05.12.78	09-46	4.928	0.061	2.289	5.732	Pluviômetro	Linígrafo
3	03.11.78	08-46	4.408	0.066	2.222	5.440	Pluviômetro	Linígrafo
4	27.03.77	08-43	4.251	0.086	2.614	3.686	Pluviômetro	Escalas
	Média	-	-	-	2.309	5.485	Prod.:	12.665

PF6 - RIO FORQUETINHA ÁREA: 236.8 km²

Nº	Características da Precipitação		HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	03.05.79	03-44	5.180	0.049	2.095	7.842	Pluviógrafo	Linígrafo
2	02.01.79	01-34	3.378	0.070	2.108	5.062	Pluviômetro	Linígrafo
3	12.02.79	03-37	3.394	0.069	2.100	5.274	Pluviômetro	Linígrafo
4	24.12.78	04-40	4.280	0.077	2.172	4.954	Pluviógrafo	Linígrafo
	Média	-	-	-	2.119	5.783	Prod.:	12.254

PF8 - RIO FORQUETINHA ÁREA: 117 km²

Nº	Características da Precipitação		HUI Triangular		HUI Modelo Nash		Aparelhos de medição	
	Data	L, M	TP (2h)	QP (mm/2h)	PN (Adim.)	PK (2h)	Precipitação	Descarga
1	15.04.79	11-39	5.552	0.072	2.862	3.960	Pluviógrafo	Linígrafo
2	20.11.78	02-35	2.724	0.076	1.863	5.236	Pluviômetro	Linígrafo
3	31.07.77	10-38	4.184	0.081	2.562	3.936	Pluviômetro	Escalas
4	18.06.77	10-38	3.720	0.079	2.424	4.124	Pluviômetro	Escalas
	Média	-	-	-	2.428	4.314	Prod.:	10.474

Tabela 3m

No quadrante que corresponde aos valores positivos para os dois parâmetros, PN e PK ou TP e QP, verificou-se a ocorrência de ponto de mínimo único, para a função objetiva. É a primeira informação favorável à aplicação do método de otimização adotado. Por outro lado, nas sub-bacias estudadas, observou-se que estimativas de PN = 2.5 (número de reservatório) e PK = 3.5 (tempo de armazenamento em cada reservatório), levaram à convergência do processo, para a grande maioria dos hidrogramas selecionados. Não se precisou, portanto, estudar em detalhe o comportamento da função objetiva, nas sub-bacias.

A não convergência, em cerca de 20% dos eventos, é devido à estimativa inicial, que determina que a segunda iteração parta de valor negativo para um dos parâmetros ou, então, parta de valores muito afastados da posição do ótimo, onde, para a economia no tempo de computação, a função objetiva não apresenta um valor completo e, por conseguinte, nem as derivadas da função objetiva são exatas. Em outros casos houve convergência para o máximo da função objetiva, identificável pelos valores das derivadas.

Nesses casos, a solução foi adotar um novo ponto de partida, que pode ser definido observando-se a tendência mostrada na iteração que não convergiu, ou então, analisando-se a forma da função objetiva num programa, sem o mecanismo de otimização.

O restante dos casos estudados, convergiram na segunda tentativa e, em vista disto, optou-se pela não sofisticação do programa de otimização que seria obtida se fosse usada uma busca sistemática de estimativas iniciais para os parâmetros, que levassem à convergência do processo.

A convergência do processo, quando alcançada, faz-se rapidamente. Para ter-se uma idéia, quando se deseja valores dos parâmetros com erros menores do que 10^{-4}, o número médio de iterações é 5. Em decorrência dessa observa ção, o programa foi montado para realizar no máximo 10 iterações.

3.6. Dependência entre os parâmetros PN e PK com a duração da precipitação efetiva

Para determinação da duração da precipitação efetiva com observações de pluviômetros, estabeleceu-se critérios apoiados, apenas, em características gerais que os eventos hidrológicos apresentam normalmente.

Referindo-se a análises de precipitações, BARNES (1952) considerou o seguinte:

"Registros de precipitações não são sempre essenciais à obtenção de hidrogramas unitários", no entanto, ele acentuou, que nos estudos sem direto conhecimento das precipitações, tantos eventos quanto praticável seja, devem ser isolados e comparados.

No estudo de dependência, procede-se como se a duração da chuva fosse desconhecida, e verifica-se qual o comportamento dos parâmetros frente a esse aspecto e as variações apresentadas pela função objetiva.

Para isto, toma-se um hidrograma observado e analisa-se várias durações com taxas uniformes durante a precipitação efetiva, otimizando os parâmetros em cada caso.

Na figura 3d (exemplo teórico), aparecem as distribuições de chuvas adotadas e o hidrograma observado (teórico), além dos HUT resultantes da otimização com cada duração de precipitação usada. Como se trata de um exemplo, obtido com uma convolução do Modelo Nash, a função objetiva é nula para a distribuição real da chuva.

As diferentes distribuições de chuva estu-

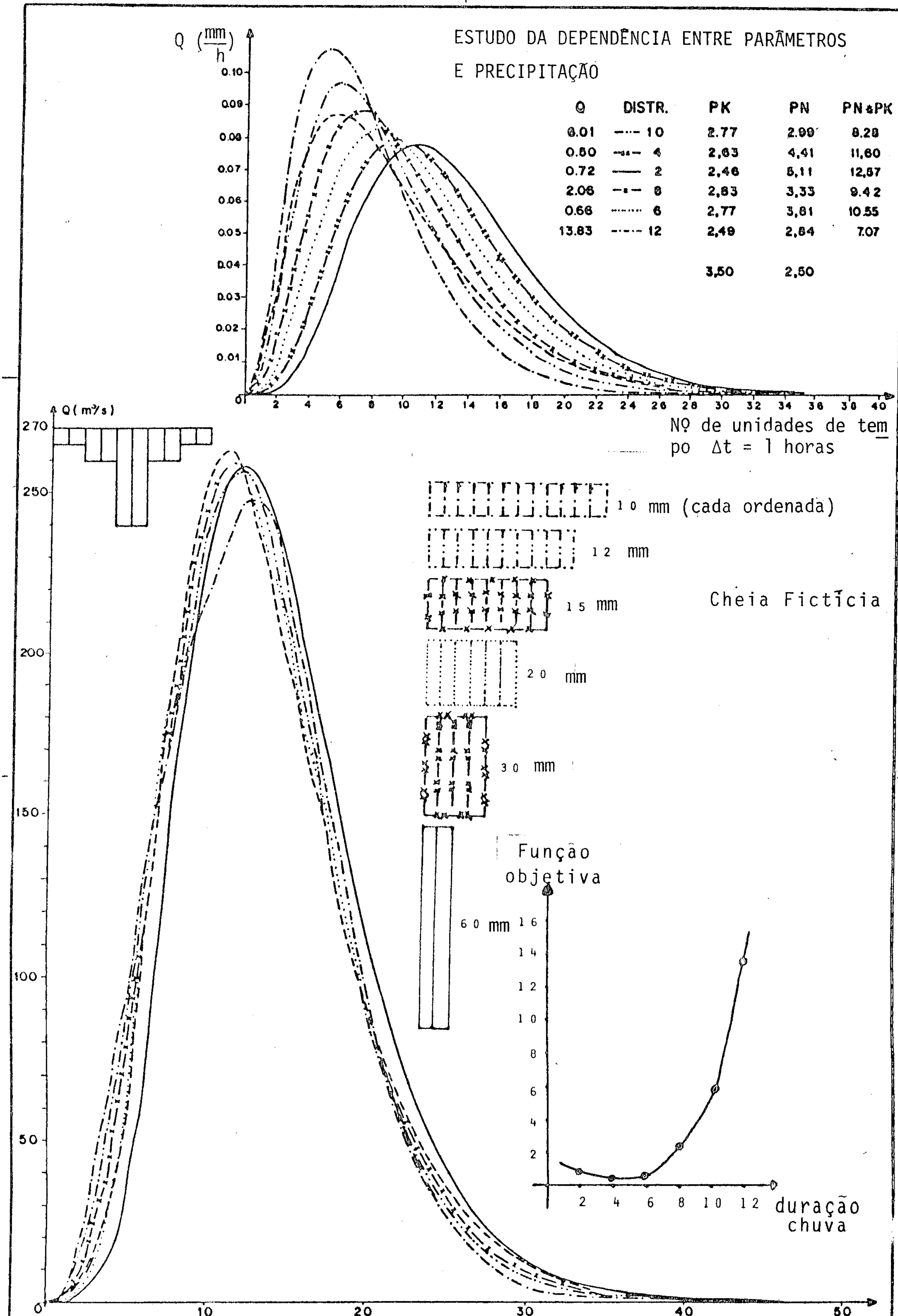

ESTUDO DA DEPENDÊNCIA ENTRE PARÂMETROS E PRECIPITAÇÃO
Q (mm/h)
Q DISTR. PK PN PN&PK
0.01 10 2.77 2.99 8.28
0.50 4 2,63 4,41 11,60
0.72 2 2,46 5,11 12,57
2.06 8 2,83 3,33 9.42
0.66 6 2,77 3,81 10.55
13.83 12 2,49 2,84 7.07
3,50 2,50
Nº de unidades de tempo Δt = 1 horas
Q (m³/s)
10 mm (cada ordenada)
12 mm
15 mm
20 mm
30 mm
60 mm
Cheia Fictícia
Função objetiva
duração chuva
Nº de unidades de tempo: Δt = 1 hora

Figura 3d

dadas tem ordenadas variando em número, desde 2 a 12.

Verifica-se, nos gráficos auxiliares, a existência de uma faixa de durações de chuva, em que a função objetiva tem pequenas variações. Quando as durações se aproximam e ultrapassam o tempo de pico do hidrograma observado, ocorrem acréscimos consideráveis no valor da função objetiva.

Nas figuras 3e e 3f os resultados são provenientes de análise semelhante aplicada a hidrogramas selecionados reais tendo, portanto, maior significância.

Dessas informações obtidas, tem-se, em parte, justificado o procedimento estabelecido anteriormente, de restringir o campo de variação das durações da chuva, dada por pluviômetro, ao tempo de pico do hidrograma. Para se considerar durações superiores de precipitações, os hidrogramas devem apresentar características especiais, semelhantes ao "Hidrograma em S".

3.7. Formas do HUI representado pelo Modelo Nash e comportamento da função objetiva

As diferentes formas que a distribuição gama representa são mostradas nas figuras 3g e 3h; podem ser observados os efeitos determinados por cada parâmetro, individualmente, nos HUT graficados.

O parâmetro PN é determinante das variações na forma, enquanto PK é responsável pelas variações de escalas dos hidrogramas unitários.

O comportamento da função objetiva está dado nas figuras 3i e 3j.

Estes gráficos foram obtidos, determinando-

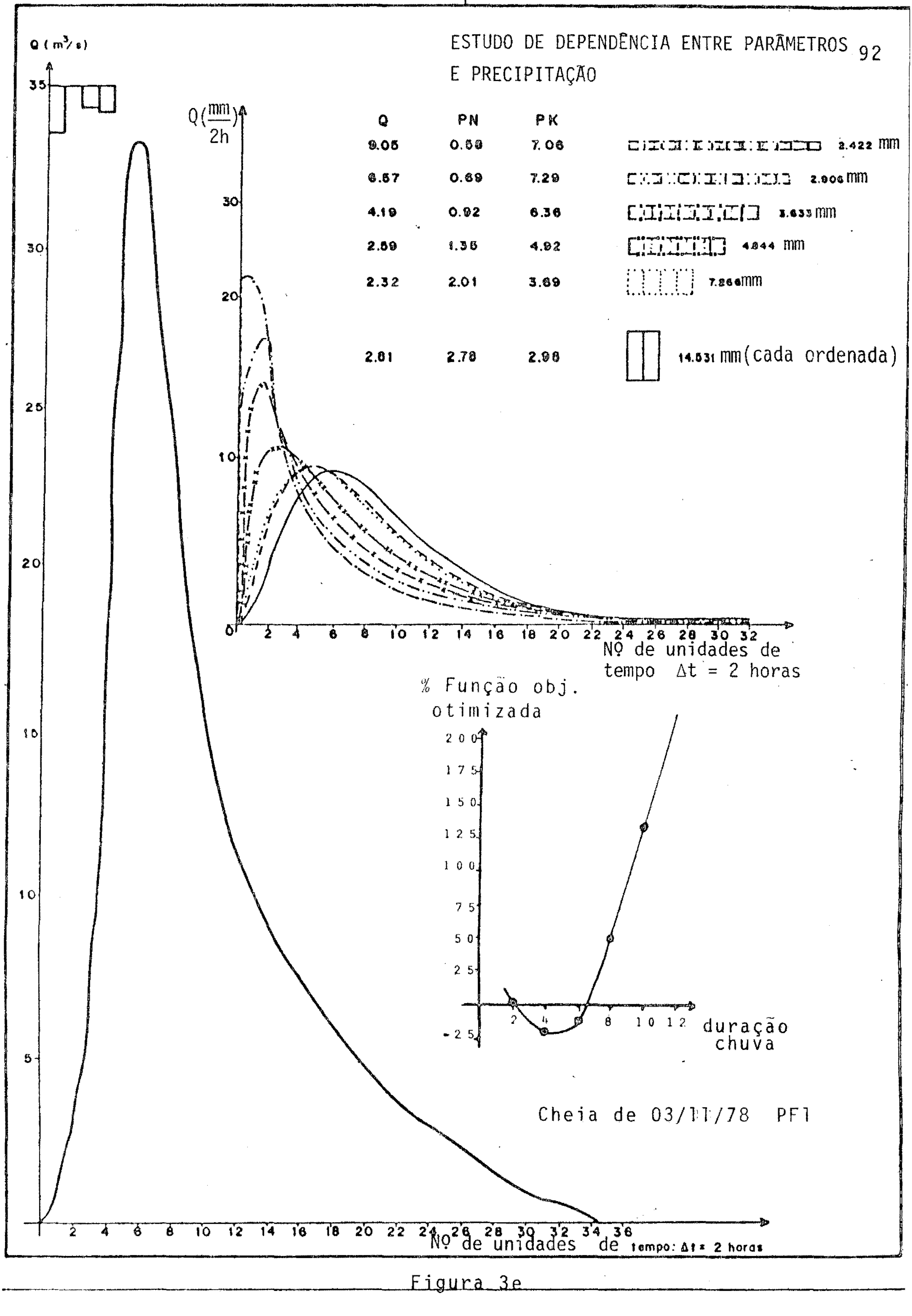

ESTUDO DE DEPENDÊNCIA ENTRE PARÂMETROS
E PRECIPITAÇÃO
Q (m³/s)
Q(mm/2h)
Q PN PK
9.05 0.58 7.06 2.422 mm
6.57 0.69 7.29 2.906 mm
4.19 0.92 6.36 3.633 mm
2.59 1.36 4.92 4.844 mm
2.32 2.01 3.69 7.266 mm
2.81 2.78 2.98 14.531 mm (cada ordenada)
Nº de unidades de tempo Δt = 2 horas
% Função obj. otimizada
duração chuva
Cheia de 03/11/78 PF1
Nº de unidades de tempo: Δt = 2 horas

Figura 3e

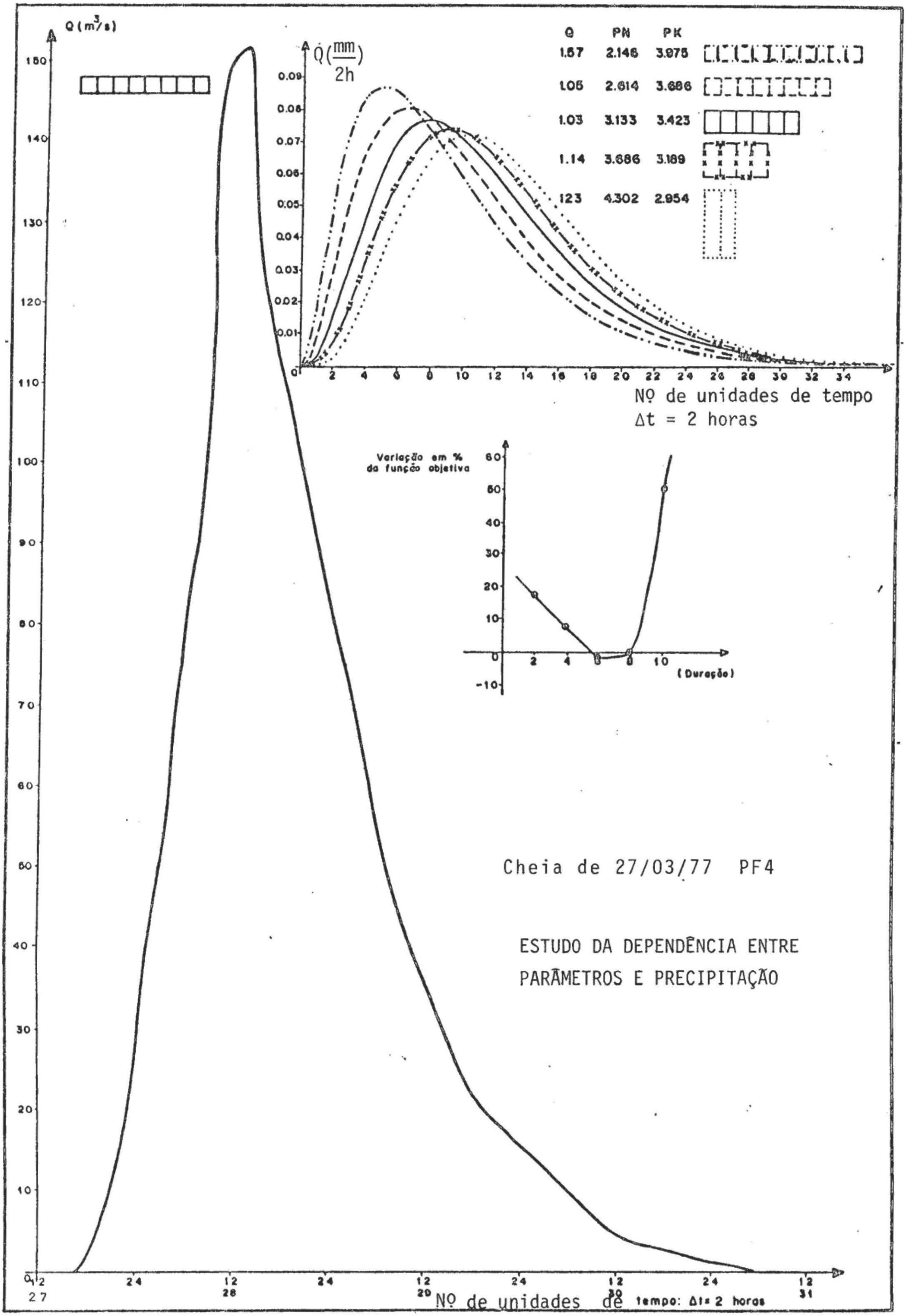

Q (m³/s)
Q̇ (mm/2h)
Q PN PK
1.67 2.146 3.975
1.05 2.614 3.686
1.03 3.133 3.423
1.14 3.686 3.189
123 4.302 2.954
Nº de unidades de tempo
Δt = 2 horas
Variação em % da função objetiva
(Duração)
Cheia de 27/03/77 PF4
ESTUDO DA DEPENDÊNCIA ENTRE PARÂMETROS E PRECIPITAÇÃO
Nº de unidades de tempo: Δt = 2 horas

Figura 3f

FORMAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA
(Variações de escala no HUT)

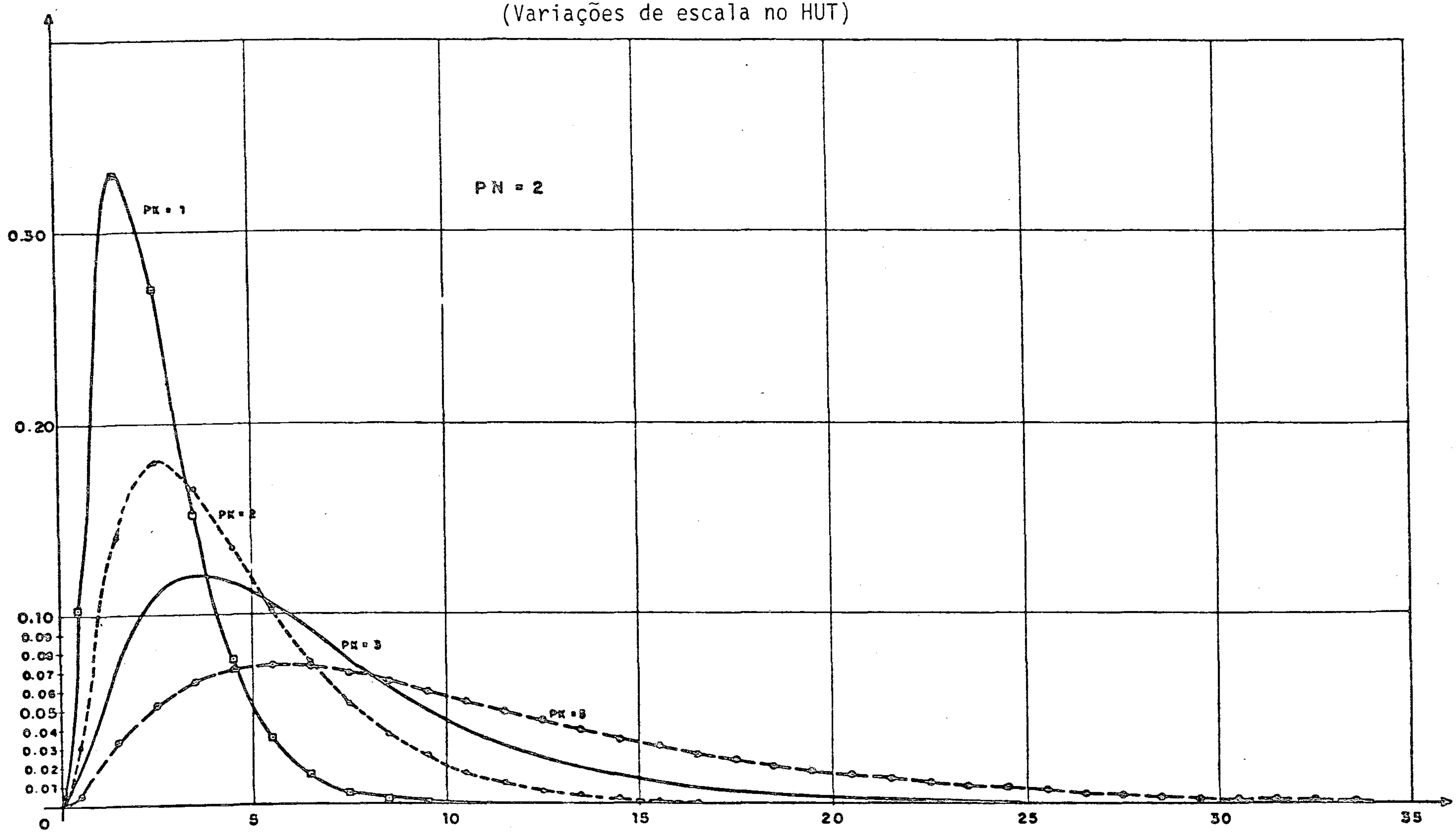


Figura 3g

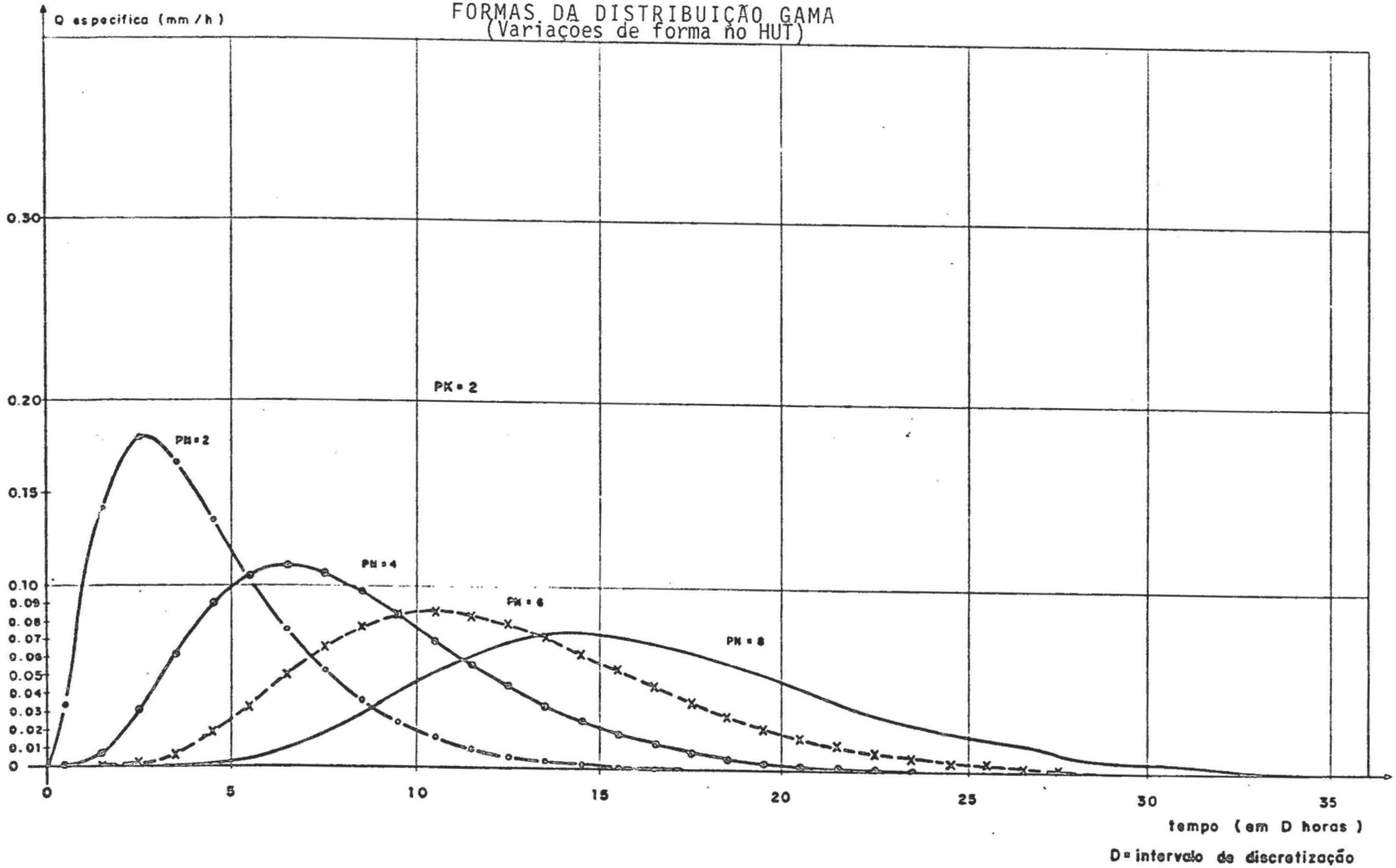

FORMAS DA DISTRIBUIÇÃO GAMA
(Variaçoes de forma no HUT)
Q especifica (mm / h)
0.30
0.20
0.15
0.10
0.09
0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0
PK = 2
PN = 2
PN = 4
PN = 6
PN = 8
0
5
10
15
20
25
30
35
tempo (em D horas)
D= intervalo de discretização

Figura 3h

Comportamento da função objetiva para Modelo Nash

Valores reduzidos pelo fator : $(COEF)^2$

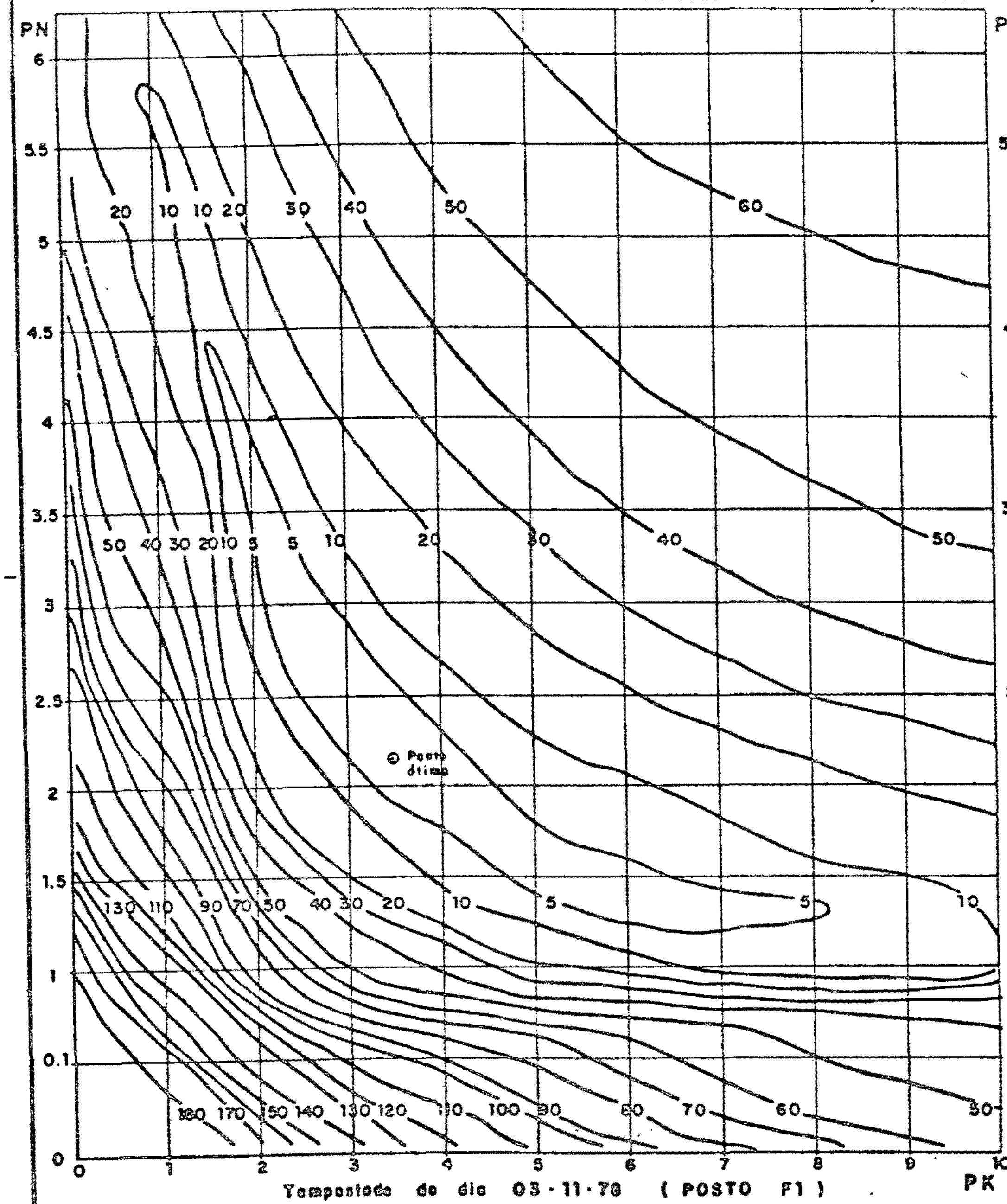


Figura 3i

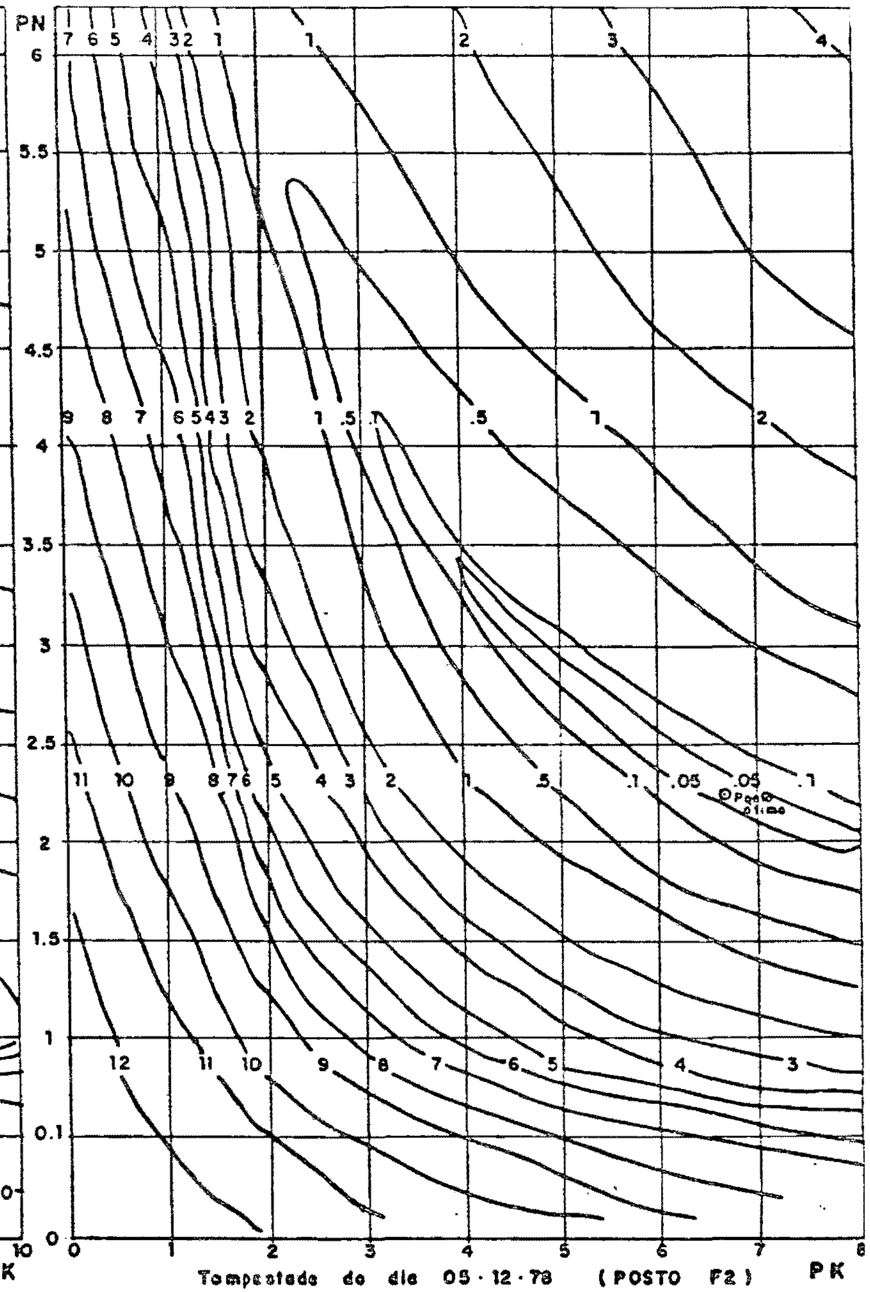


Figura 3j

-se vários valores da função objetiva, para diferentes valores dos parâmetros, cobrindo-se o quadrante de valores positivos para PN e PK. Formada a malha com os valores da função objetiva, foram interpoladas as linhas de iguais valores da mesma (análogo ao traçado de curvas de níveis em topografia).

A característica marcante, apresentada pelos dois hidrogramas analisados,é a nítida dependência dos parâmetros PN e PK. A explicação para essa dependência, pode estar numa das características mais importante de uma dada cheia, que é o tempo de retardo dado pelo produto (PN.PK). A função objetiva, para valores iguais do produto, tende a assumir, também, valores aproximados.

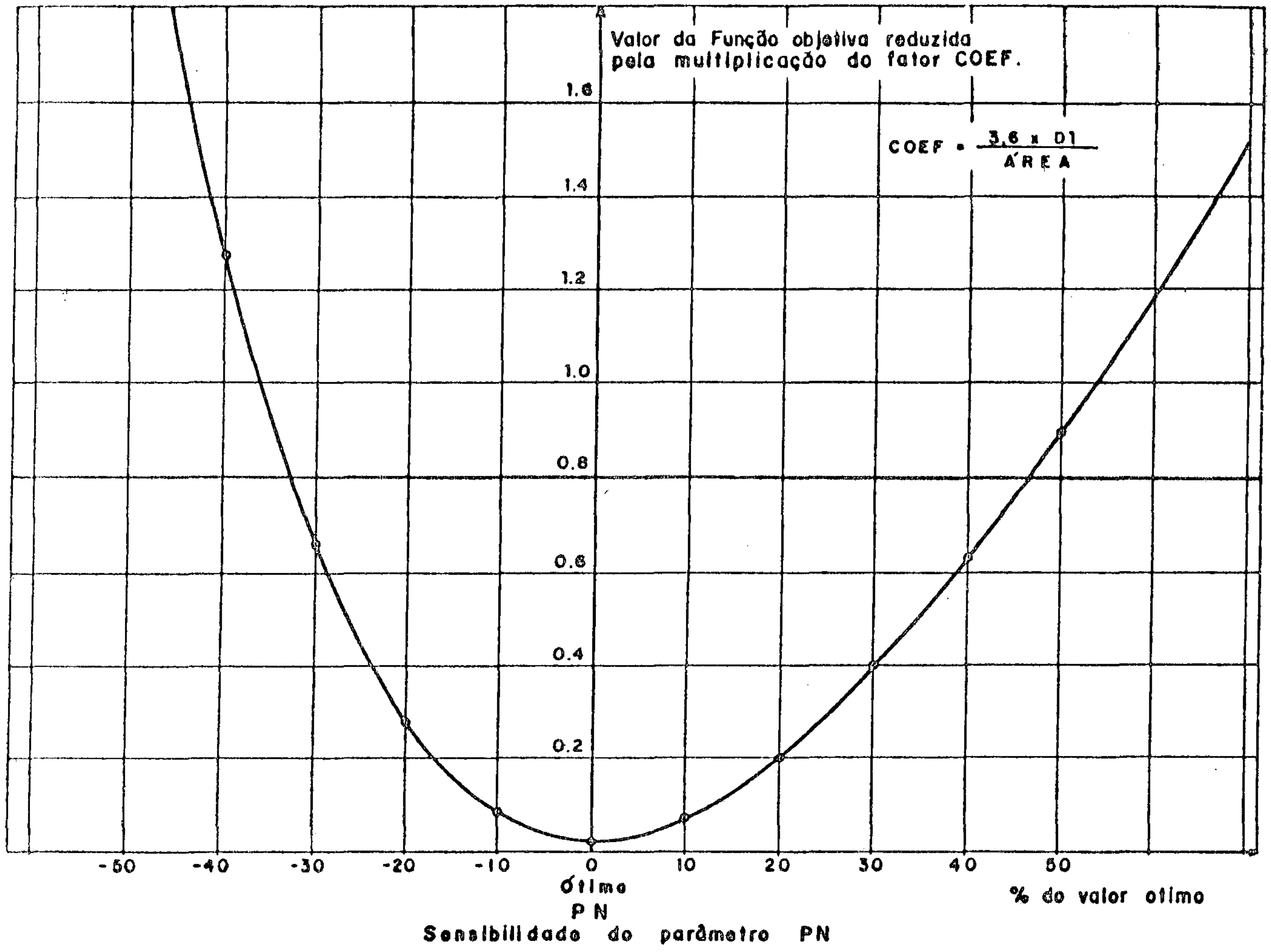
Esse fato determinou o caminho a seguir, na busca de correlações com características físicas das bacias, utilizando-se como uma das variáveis dependentes o produto (PN.PK).

3.8. Sensibilidade dos parâmetros

A sensibilidade dos parâmetros foi estudada para duas cheias observadas.

Utilizou-se para essa análise, um processo comumente usado, cuja descrição pode ser encontrada na Tese de Mestrado do Professor TUCCI (1975).

A sensibilidade dos dois parâmetros, é maior para valores inferiores ao ótimo valor correspondente a cada um deles; o parâmetro PN mostrou-se globalmente, mais sensível que o parâmetro PK; os gráficos são mostrados nas figuras 3L e 3m.


Valor da Função objetiva reduzida pela multiplicação do fator COEF.
COEF = 3,6 x D1 / ÁREA
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
-50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 50
ótimo
PN
% do valor otimo
Sensibilidade do parâmetro PN

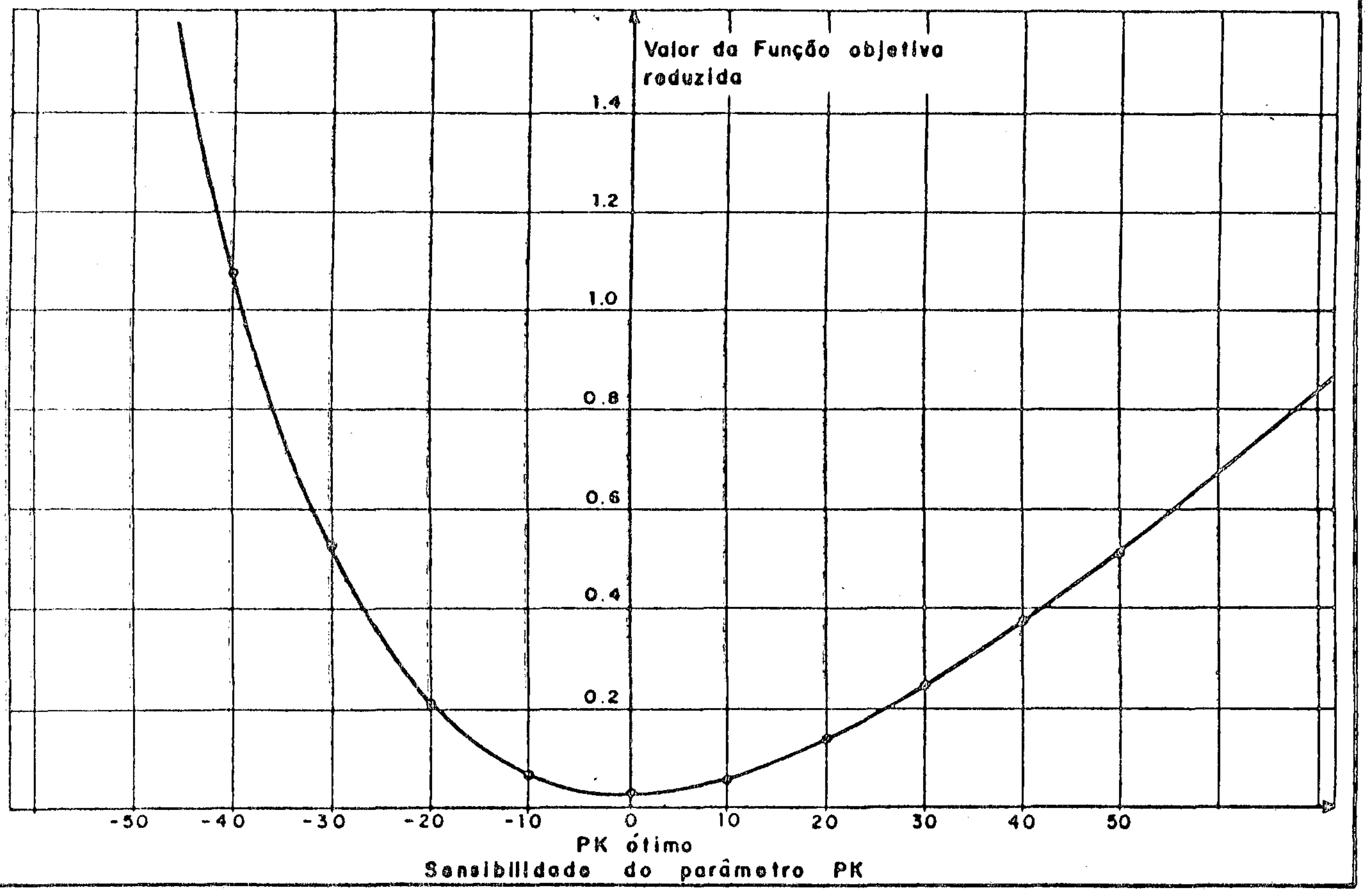
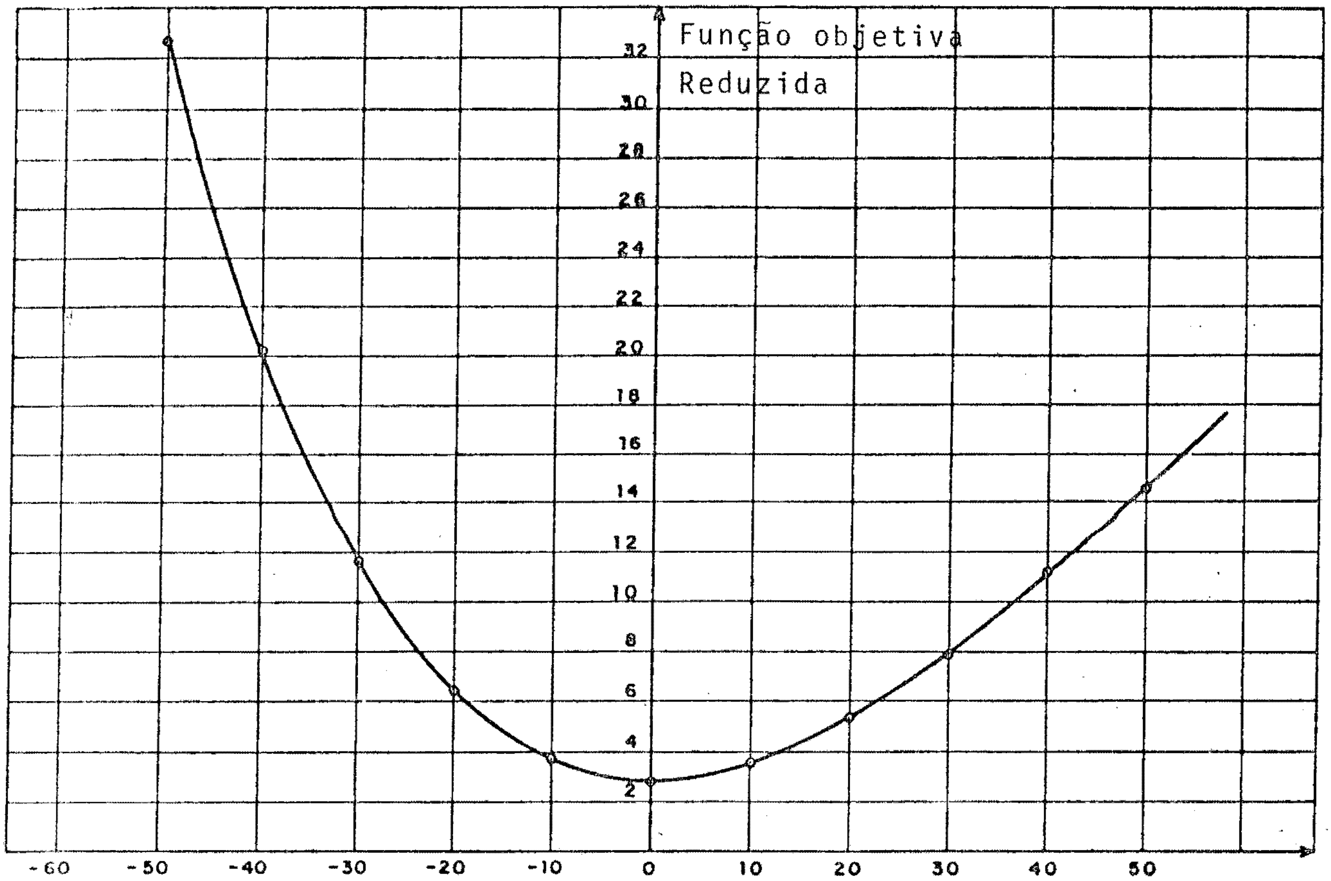

Valor da Função objetiva reduzida
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
-50 -40 -30 -20 -10 0 10 20 30 40 50
PK ótimo
Sensibilidade do parâmetro PK

Figura 3L

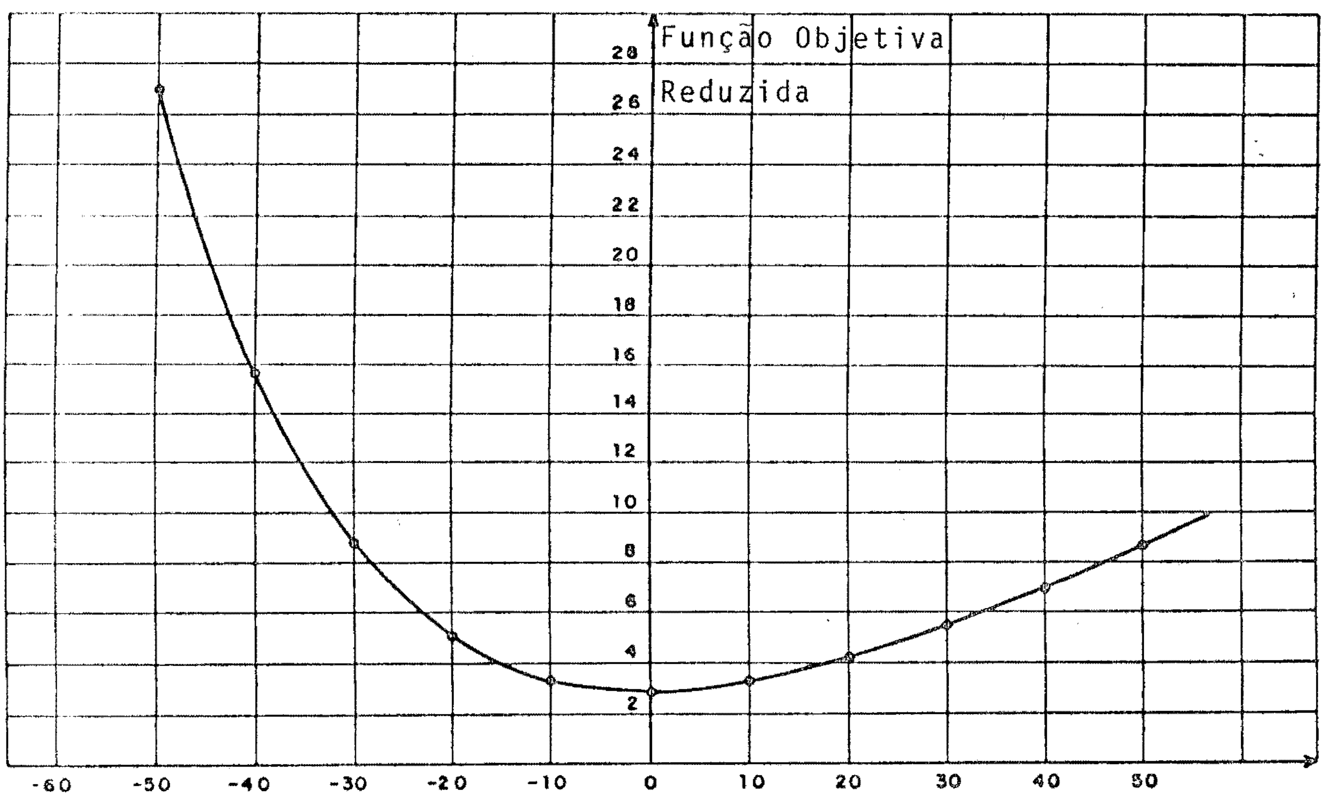
Cheia de 05/11/78 | PN Ótimo: 2.147

Posto: PF1 | PK Ótimo: 3.506



PN Ótimo

Sensibilidade do Parâmetro PN



PK Ótimo

Sensibilidade do Parâmetro PK

Figura 3m

CAPÍTULO 4 - REGIONALIZAÇÃO

As características físicas já determinadas e os valores médios dos parâmetros do HUI definidos para cada sub-bacia em estudo, são os dados requeridos para o estudo da regionalização.

Para se realizar a síntese de hidrogramas em bacias sem observações e com características semelhantes às estudadas, devem ser obtidas tantas relações independentes quantos forem os parâmetros que descrevem os hidrogramas unitários, relacionando-os às características físicas das bacias que apresentam informações pluvio-hidrométricas.

Essas relações serão buscadas através de análises de Regressão Linear Múltipla.

4.1. Modelo e Método de Pesquisa das regressões

O modelo escolhido baseia-se em alguns resultados de pesquisas realizadas, tais como os dos trabalhos de NASH (1960) e de DOOGE, publicado no livro de CIARINI (1977) que usaram um Modelo Não-Linear, Intrinsicamente Linear, da forma:

$$y = \alpha . X_1^{\beta} . X_2^{\gamma} . X_3^{\delta} . \varepsilon$$

onde,

y → é a variável dependente
X_1, X_2, X_3 → são as variáveis independentes
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ → são os parâmentros desconhecidos da equação de regressão a serem determinados
ε → erro aleatório multiplicativo

A transformação, para forma linear, é feita com a utilização de logarítmos.

$$Ln(y) = Ln(\alpha) + \beta.Ln(X_1) + \gamma.Ln(X_2) + \delta.Ln(X_3) + Ln(\varepsilon)$$

Esta forma transformada, pode ser trabalhada por processos padronizados de análise de regressão linear múltipla.

Na seleção da melhor equação de regressão usa-se um método, descrito por DRAPER & SMITH (1966), conhecido como o "Forward Selection Procedure", que consiste em inserir variáveis independentes, uma a uma, na equação de regressão, até que se alcance uma variável que não represente um papel significante na equação, indicadora do final da análise de regressão.

Os passos necessários ao procedimento completo são:

1º) Seleciona-se a variável independente mais correlacionada com a dependente y. Suponha-se X_1 essa variável. Ela será a primeira variável a fazer parte da regressão.

2º) Determina-se a equação de regressão entre as variáveis.
$\hat{y} = f(X_1)$
-Verifica-se a significância da equação de regressão (Teste F global).
Não significante: termina o processo
Significante: segue o próximo passo.

3º) Calcula-se os coeficientes de correlação parcial das variáveis que restaram do 1º passo, com relação a y, considerando-se que X_1 já pertence à equação de regressão. O mais alto coeficiente de correlação indicará a próxima variável a integrar a equação de regressão. Suponha-se seja X_2.

4º) Determina-se a equação de regressão

$\hat{y} = f(X_1, X_2)$

-Verifica-se a significância da equação de regressão (Teste F global).

-Verifica-se a significância da entrada da última variável (X_2) (Teste F parcial).

Não significante: termina o processo e a equação de regressão é:

$$\hat{y} = f(X_1)$$

Significante: segue-se ao próximo passo.

5º) Calcula-se os coeficientes de correlação parcial,das variáveis que restaram no 3º passo, com a variável dependente, considerando que X_1e X_2 já estão na regressão. O mais alto coeficiente define a próxima variável a se considerar. Suponha-se seja X_3.

6º) Determina-se nova equação

$$\hat{y} = f(X_1, X_2, X_3)$$

-Verifica-se a significância da equação

-Verifica-se a significância da entrada da última variável.

Não significante: termina o processo

$$\hat{y} = f(X_1, X_2)$$

Significante: segue o próximo passo.

Assim segue, sucessivamente, até alcançar-se uma variável não significante, ou esgotar-se as variáveis independentes.

4.2. Resultados obtidos

<u>Primeira</u> <u>regressão</u>: variável dependente

PN. PK

a) Modelo adotado na 1º alternativa

$$PN.PK = c_1.(L)^{c_2}.(CV)^{c_3}$$

onde,

PN → parâmetro do Modelo Nash (adim.)
PK → parâmetro do Modelo Nash (ẽ dado em nu mero de intervalo de 2h)
L → comprimento do curso d'água principal da bacia (km).
CV → cobertura vegeral (%)
c_1,c_2,c_3 → são os parâmetros a determinar

$$Ln(PN.PK) = Ln(c_1) + c_2.Ln(L) + c_3.Ln(CV)$$

$$Ln(c_1) = 1.0421 \quad \therefore \quad c_1 = 2.835$$

$$c_2 = 0.256$$

$$c_3 = 0.18$$

$$PN.PK = 2.835\ (L)^{0.256}.(CV)^{0.18}$$

$R^2_{1.38}$ = 0.997→ coeficiente de correlação múltipla.

b) Modelo adotado para uma 2º alternativa:

$$PN.PK = c_1' \ . \ \bar{A}REA^{c_2'}$$

onde,

ĀREA → área da bacia dada em km²

$c_1', c_2' \rightarrow$ são os parâmetros a determinar

$$Ln(c_1') = 1.5124$$

$$c_1' = 4.538$$

$$c_2' = 0.18$$

$$PN.PK = 4.538.(\bar{A}REA)^{0.18}$$

$R^2_{12} = 0.99 \rightarrow$ coeficiente de correlação

Segunda regressão: para PN como variável dependente

a) Modelo adotado para a 1ª alternativa

$$(1/PN) = c_1.(DS)^{c_2}$$

onde,

DS $\rightarrow$ declividade superficial da bacia dada em (m/m).

$c_1, c_2 \rightarrow$ são os parâmetros

$$Ln(c_1) = 0.259$$

$$c_1 = 1.296$$

$$c_2 = 0.862$$

$$(1/PN) = 1.296\ (DS)^{0.862}$$

ou,

$$PN = 0.772\ (DS)^{-0.862}$$

$$R^2_{17} = 0.828 \rightarrow \text{coeficiente de correlação}$$

Ao nível de significância adotado nenhuma outra variável independente deveria ser considerada, porém apresenta-se a outra equação de regressão, pois o coeficiente de correlação múltipla sofre uma elevação para 0.87.

b) Modelo adotado para 2º alternativa:

$$(1/PN) = c_1'(DS)^{c_2'} . (\bar{A}REA)^{c_3'}$$

$$Ln(c_1') = 0.431$$

$$c_1' = 1.538$$

$$c_2' = 1.123$$

$$c_3' = 0.03$$

$$PN = 0.65.(DS)^{-1.123} . (\bar{A}REA)^{-0.03}$$

$$R^2_{1,27} = 0.87 \rightarrow \text{coeficiente de correlação múltipla.}$$

Observação: A apresentação completa dos diversos passos seguidos para a determinação das regressões são apresentadas em anexo.

4.3. Validação da regionalização

Embora os resultados obtidos na determinação das regressões revelem um alto ajuste dos dados ao modelo de regressão escolhido, é interessante verificar, para alguma outra bacia, como o hidrograma unitário determinado através das equações obtidas, se aproxima do hidrograma unitário médio desta bacia. Obviamente isto equivale a comparar hidrogramas observados na bacia, com hidrogramas calculados com utilização do HUT, determinado a partir das características físicas dessa bacia.

Foi utilizada a bacia do PF5 (Arroio Pinheirinho) com ÁREA = 56 km^2 e DS = 0.312 m/m. A determinação desta última característica seguiu o mesmo critério já exposto anteriormente.

As equações de regressão a utilizar são as seguintes:

$$PN.PK = 4.538.(ÁREA)^{0.18}$$

$$PN = 0.77\ (DS)^{-0.86}$$

Os parâmetros a serem utilizados para o PF5, determinados a partir dessas equações, são:

$$PN = 2.097$$

$$PK = 4.466$$

Nas cheias utilizadas, figuras 4a e 4b, os dados de precipitação são registrados por pluviômetros e as descargas por linígrafos. Realizou-se a separação dos escoamentos e determinou-se as precipitações efetivas. Aparecem os hidrogramas calculado e observado nas figuras citadas.

As figuras mostram uma aproximação relativamente grande, havendo discrepâncias maiores apenas nas proximidades da vazão de pico dos hidrogramas. Como termo de comparação destes resultados, inclui-se as figuras 4c e 4d, que são resultantes da aplicação do processo de otimização a hidrogramas observados nos postos PF1 e PF3.

Verifica-se, portanto, que o processo de REGIONALIZAÇÃO pode fornecer uma aproximação, entre os hidrogramas observado e calculado, bastante semelhante aquela ob-

VALIDAÇÃO DA REGIONALIZAÇÃO

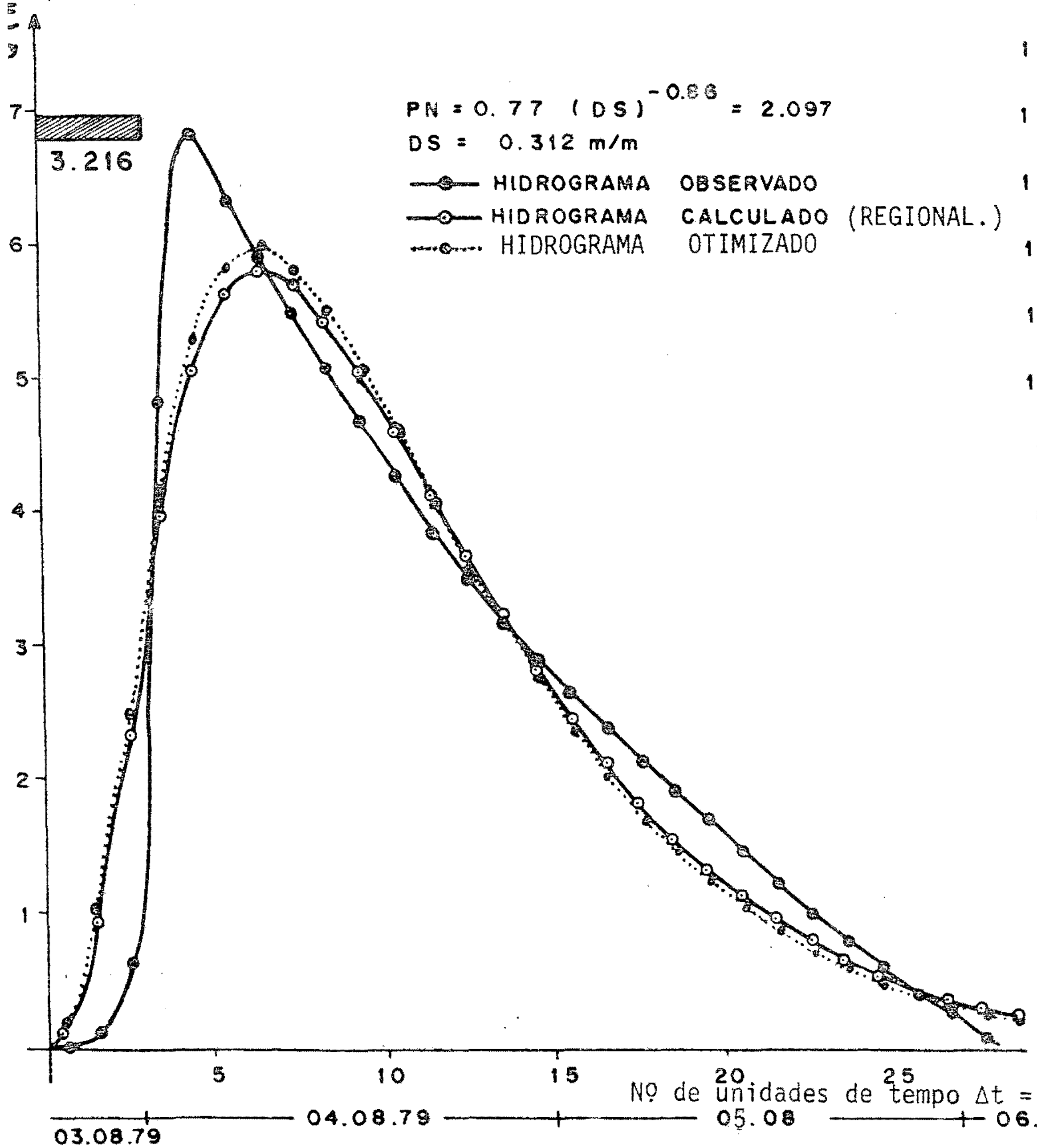


Figura 4a

VALIDAÇÃO DA REGIONALIZAÇÃO

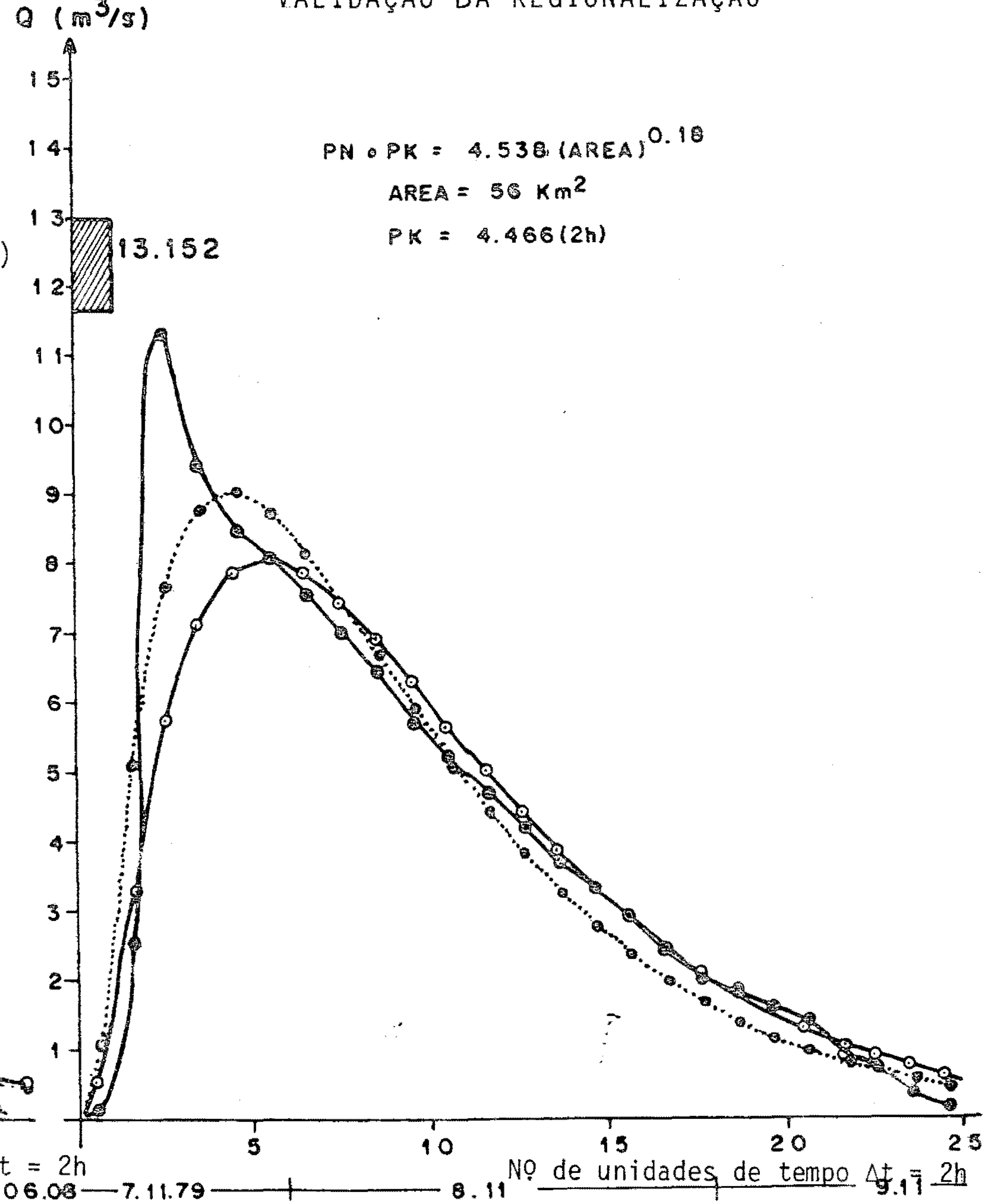


Figura 4b

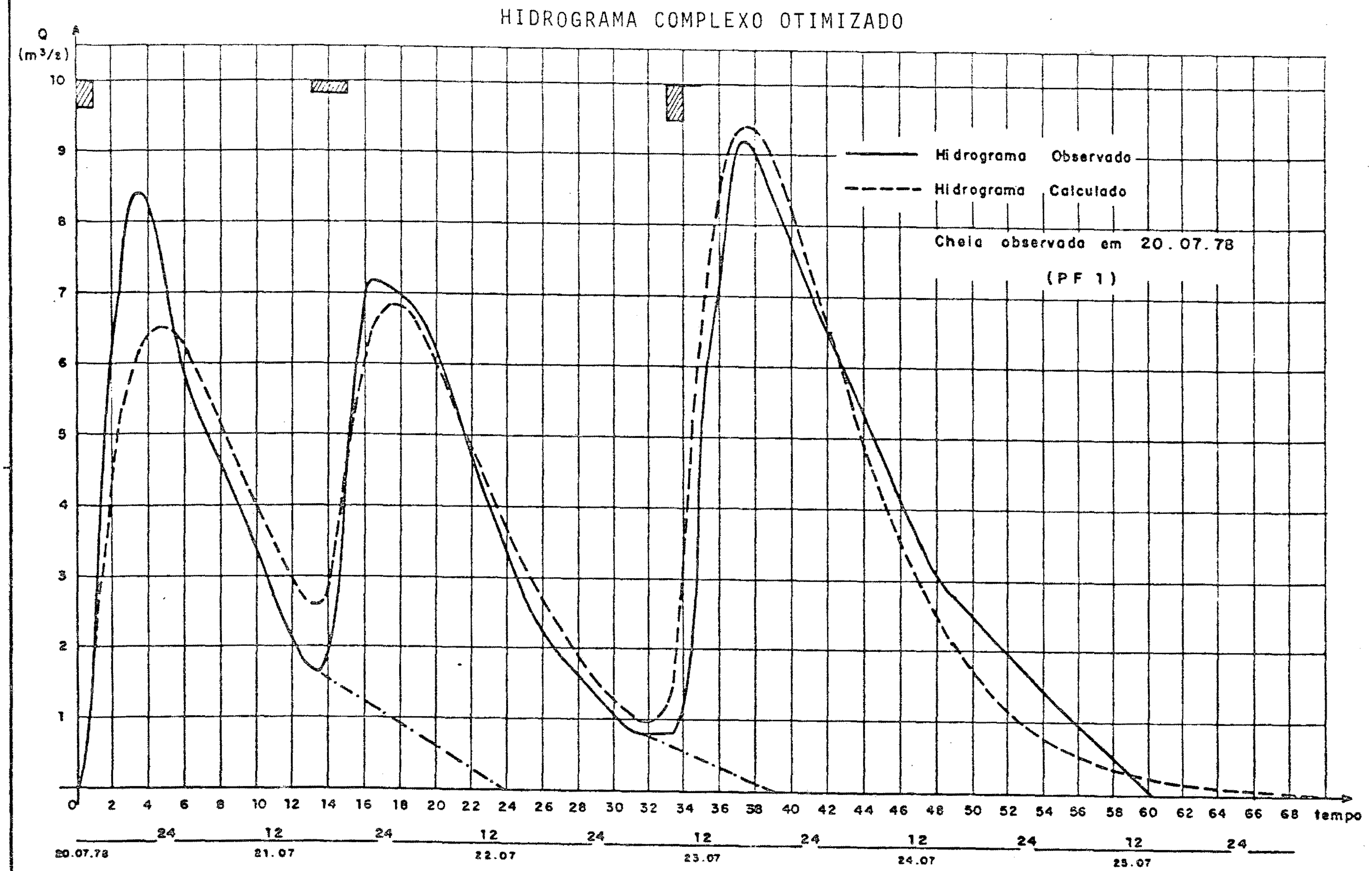


Figura 4c

(Δt = D1 = 2 horas)

HIDROGRAMA COMPLEXO OTIMIZADO

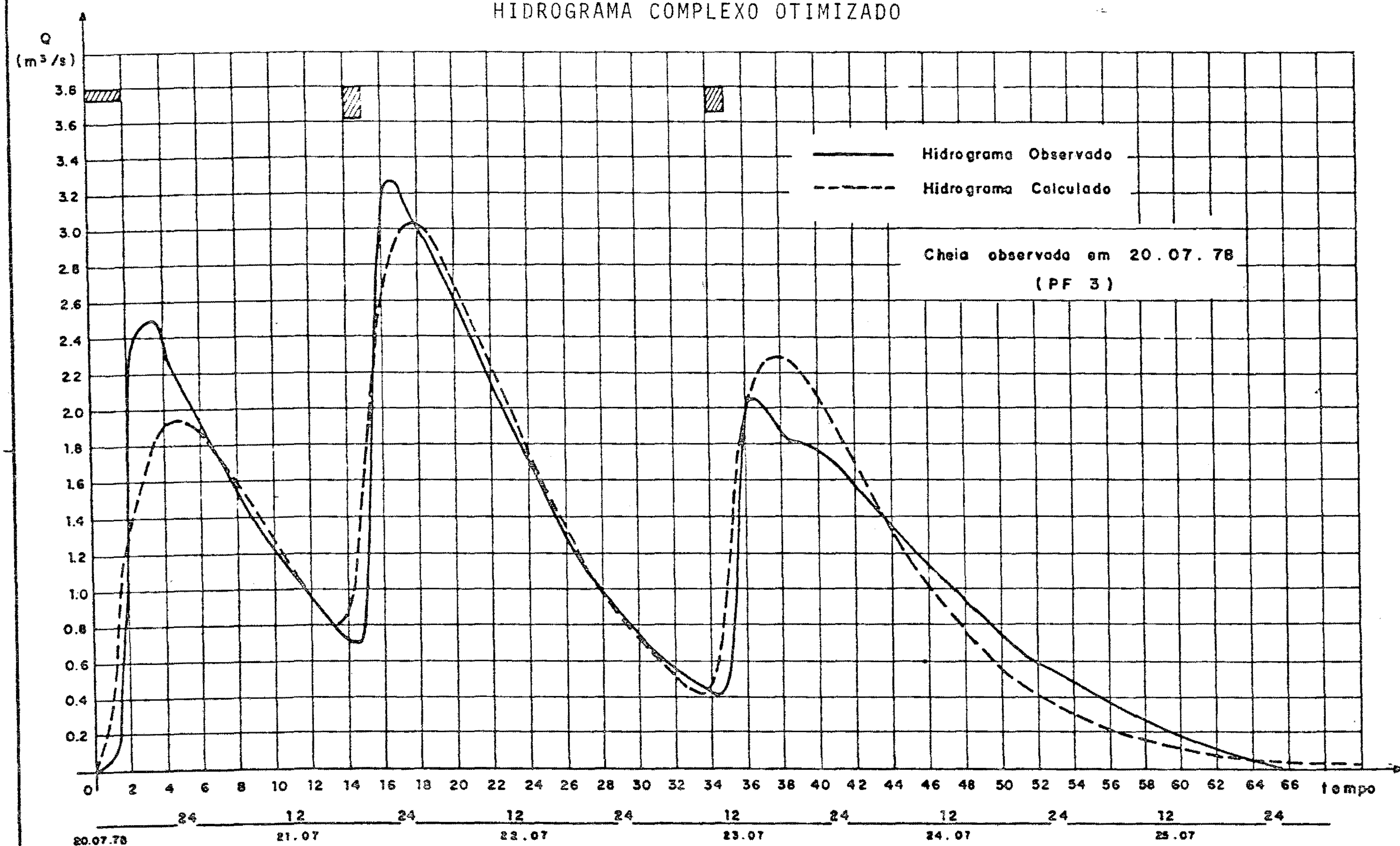


Figura 4d

(Δt = D1 = 2 horas)

tida pelo procedimento de OTIMIZAÇÃO.

Posteriormente, determinou-se os parâmetros otimizados das duas cheias usadas para a validação. Os hidrogramas resultantes dessa otimização mostram características diversas; na figura 4a ocorreu, praticamente, concordância completa entre os hidrogramas calculados através da Regionalização e Otimização; na figura 4b nota-se uma diferença maior entre esses dois hidrogramas. Esses resultados reforçam a regionalização e parecem mostrar limitações do modelo, nas condições em que foi estudado.

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Antes da análise específica dos resultados e conclusões é conveniente fazer-se alguns comentários sobre os dados pluvio-hidrométricos utilizados e o critério de separação dos escoamentos adotado.

A existência de observaçõees colhidas com pluviômetros e escalas linimétricas, reduziria,aparentemente a qualidade dos resultados. Para atenuar essa influência negativa, selecionou-se os eventos provenientes das menores durações de precipitações dentre os conjuntos de dados existentes. Com esse procedimento o erro na duração da chuva fica reduzido. Os hidrogramas, cujas descargas eram dadas por linígrafos e apresentavam falhas corrigíveis (2 ou 3 intervalos sem registros) foram utilizados, pois a carência de cheias em algumas sub-bacias assim requeria.

A arbitrariedade inerente a todos os processos de separação dos escoamentos e das precipitações permite a adoção de métodos simples que conduzam a resultados razoáveis. Com relação ao método escolhido, não se crê numa influência perniciosa sobre os resultados da otimização e regionalização.

Para a obtenção dos valores representativos dos parâmetros para cada sub-bacia, pensou-se inicialmente, na ponderação dos valores obtidos com os diferentes eventos em função do grau de precisão do tipo de equipamento utilizado. No entanto, abandonou-se essa idéia, utilizando-se a média simples, por se terem mostrado insignificantes as diferenças entre os dois critérios.

Embora as limitações encontradas na aplicação da metodologia, podem ser relacionadas algumas conclusões que são umas independentes da qualidade e quantidade dos dados utilizados, e outras dependentes dos mesmos.

a) Foi estabelecido um algorītmo que otimiza os parâmetros do Hidrograma Unitário Instantâneo com a forma triangular. Este modelo apresenta problemas para uma representação mais acabada de hidrogramas observados. Os resultados dos parâmetros otimizados, vistos isoladamente em cada sub-bacia (Tabela 3L e 3m), mostram uma variação grande no parâmetro TP, enquanto QP apresenta maior aproximação nos diversos eventos analisados. No entanto, nada impede a sua utilização na obtenção dos Hidrogramas Unitários médios para as bacias hidrográficas, numa forma apenas aproximada.

b) Outro algorītmo foi estudado, utilizando a forma da distribuição gama para o Hidrograma Unitário Instantâneo. A variação dos valores dos parâmetros ē bem menor que no caso anterior. Ocorre uma evolução muito grande com este modelo, se comparado ao outro, no que se refere a performance na representação de hidrogramas observados. A possibilidade de se aperfeiçoar este modelo ē, também, bem maior. Esta parte do trabalho representa um dos principais objetivos alcançados.

c) Nos dois procedimentos referidos acima, o Método de Newton-Raphson foi utilizado para obtenção dos parâmetros otimizados. A sua utilização está diretamente ligada ā conformação da função objetiva. As figuras 3i e 3j mostram características favoráveis ā aplicação de um método simples como o escolhido. No entanto, o aspecto mais importante na sua aplicação ē a convergência rápida da otimização. Na maioria dos casos entre 5 a 10 iterações conseguiu-se o resultado final.

d) A identificação do operador pluvio-hidrométrico, em qualquer dos dois procedimentos, não exige hidrogramas com picos isolados, o que representa uma considerável evolução com relação aos primeiros trabalhos propostos sobre Hidrograma Unitário. As figuras 4c e 4d são exemplos da utilização de hidrogramas complexos na aplicação da metodologia.

e) O desconhecimento da duração das precipitações originárias de pluviômetros determinou prejuízos na consistência dos dados de entrada para otimização, pois tornou-se necessário adotar um critério para definir essa duração, enquanto as precipitações registradas por pluviógrafos têm a duração definida pelo índice ϕ.

f) Os estudos de dependência dos parâmetros com relação às durações da chuva tem interesse na definição das faixas de durações que são incoerentes aos hidrogramas observados. Nas figuras 3d, 3e e 3f as durações das precipitações mais concordantes aos hidrogramas observados são definidas nos gráficos duração x valor da função objetiva. No entanto, deve ser acentuado que os resultados dessa análise estão diretamente ligados ao modelo que está sendo utilizado.

g) O comportamento da função objetiva mostra a existência de ponto mínimo único para valores positivos dos parâmetros, além de uma conformação regular, semelhante nos casos apresentados. A dependência entre os parâmetros PN e PK está, claramente, evidenciada nas figuras 3i e 3j. Essas características constituem-se em peculiaridades do Modelo Nash.

h) A sensibilidade dos dois parâmetros PN e PK, é acentuada. (Figuras 3l e 3m). O parâmetro PK, globalmente menos sensível do que PN, apresenta uma variação percentual da função objetiva em relação ao ponto ótimo em torno de 300% para acréscimos positivos de 50% no parâmetro em relação ao ótimo, isto na região menos sensível do parâmetro, numa das cheias analisadas.

i) Na parte da regionalização, encontrou-se duas alternativas de iguais desempenhos, nas regressões esta belecidas. Assim, PN.PK, primeira variável dependente estudada, tem uma correlação muito forte com o comprimento do curso d'água principal da bacia junto com a cobertura vegetal, numa regressão, e, isoladamente, com a área na segunda regressão. A segunda variável dependente PN, mostrou-se, na primeira regressão, fortemente relacionada com a medida de declividade superficial adotada. Não existe, neste caso, o estudo de uma segunda regressão, mostrando-se apenas que a próxima variável mais correlacionada a PN é a área da bacia hidrográfica. Esses resultados obtidos devem ser encarados como uma tendência de regionalização passível de confirmação em estudos mais amplos. O agrupamento das variáveis dependentes para o estudo de Regionalização como PN.PK e PN, está ligado à dependência existente entre as duas variáveis PN e PK, indicando não ser o caminho mais fácil buscar-se correlações isoladas de PN e PK.

j) Os altos coeficientes de correlação múltipla obtidos, podem ser atribuídos ao reduzido conjunto de dados utilizados na pesquisa das regressões.

L) A validação da regionalização, mesmo que aplicada apenas a uma bacia, apresenta alguns aspectos interessantes. As cheias analisadas apresentam aproximações diferentes entre os hidrogramas calculados e observados. Na cheia de 03/08/79 (Figura 4a) ocorre uma diferença de 15% nas vazões de picos dos hidrogramas observados e hidrograma calculado; na outra cheia (Figura 4b) a diferença sobe para 30%. As fontes desses erros podem estar na regionalização, no modelo utilizado e nos dados utilizados. A qualidade boa da regionalização ficou comprovada ao se obter os hidrogramas otimizados para as cheias e compará-los aos resultados da regionalização. As limitações do modelo e a influência dos dados utilizados não podem ser separados em seus efeitos isolados. No entanto, esses aspectos contribuem para as discrepâncias, notadamente a utilização de durações e distribuições uniformes das precipitações. As figuras 4c e 4d, resultantes de otimização, mostram alguns problemas na representação das vazões nas proximidades do pico, da mesma forma como ocorre em 4a e 4b.

m) Os resultados obtidos, tanto no procedimento de otimização como de regionalização, fazem prever sucessos possíveis em estudos dessa natureza, quando o conjunto de informações for mais completo e extenso.

n) A aplicação deste trabalho está no apoio a projetos e previsão de cheias nas bacias hidrográficas. Já o uso para simulação global de escoamento, deve ser acompanhado de modelo de escoamento subterrâneo, algorítmos de infiltração e evaporação entre outros.

Como recomendações a uma possível extensão do trabalho desenvolvido, ou ao desenvolvimento de estudos relacionados, apoiando-se na experiência adquirida e nas dificuldades encontradas, podem ser sugeridas as seguintes:

- Num estudo mais amplo, surgirá a necessidade de aprimorar o algorítmo de otimização do Modelo Nash. Isto pode ser realizado, incluindo no programa uma sub-rotina para analisar a função objetiva e estabelecer um ponto de partida convergente para as iterações.

- Os estudos mais elaborados sobre a separação dos escoamentos, assim como a determinação da chuva efetiva, apoiados em informações sobre infiltração e análises detalhadas dos ramos de recessão dos hidrogramas, determinarão, seguramente, maior confiabilidade nos resultados.

- Deve ser encontrada uma forma de incluir, no estudo de regionalização, características geológicas e informações completas sobre as coberturas vegetais das bacias hidrográficas.

- A regionalização estabelecida deve ser aperfeiçoada à medida que se tornarem disponíveis outras bacias com dados pluvio-hidrométricos na região e complementados os dados para as bacias estudadas. As regressões obtidas, agora encaradas como uma tendência, possivelmente serão confirmadas, não na exatidão dos resultados numéricos, e sim nos aspectos qualitativos de dependência existente entre características físicas das bacias hidrográficas e formas dos hidrogramas nelas gerados.

BIBLIOGRAFIA

1. ABRAMOWITZ, Milton & STEGUN, Irene A. 1972. *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables.* New York, Dover. 1046p.

2. AU, Tung & STELSON, Thomas E. 1969. *Introduction to systems engineering, deterministic models* Reading, Addison-Wesley. 334p.

3. BARNES, B.S. 1952. *Unitgraph procedures.* Denver, Bureau of Reclamation. 48p.

4. BETSON, Roger P. & GREEN, Ralph F. 1968. *Analytically derived unit graph and runoff.* *Journal of the Hydraulics Division,* New York, 94(6): 1489-505, Nov.

5. BORDAS, Marc P., coord. 1978. *Pesquisas aplicadas sobre uso e conservação dos recursos hídricos do Rio Grande do Sul;* relatório final. Porto Alegre, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da UFRGS. 6v.

6. BURROUGHS CORPORATION. 1974. *Fortran reference manual:* B6700/7700; relative to mark II. 6 release. s.l. n.p.

7. CHOW, Ven Te, ed. 1964. *Handbook of applied hydrology.* New York, McGraw-Hill. n.p.

8. CHOW, Ven Te & KULANDAISWAMY, V.C. 1971. *General hydrologic system model.* *Journal of the Hydraulics Division,* New York, 97(6): 791-804, June.

9. CIRIANI, Tito A.; MAIONE, Ugo; WALLIS, James R., ed. 1977. *Mathematical models for surface hydrology.* London, John Wiley. 423p.

10. CLARK, C. O. 1945. *Storage and unit hydrograph.* Transactions. American Society of Civil Engineers, New York, 110: 1419-46.

11. CONTE, S.D. 1975. *Elementos de análise numérica.* Porto Alegre, Globo. 331p.

12. DING, J. Y. 1974. *Variable unit hydrograph.* Journal of Hudrology, Amsterdam, 22(1/2): 53-69.

13. DISKIN, M.H. 1979. *Some dimensional considerations in the unith hydrograph theory.* Journal of Hydrology, Amsterdam, 42(3/4): 199-208, July.

14. DOOGE, James C.I. 1959. *A general theory of unit hydrograph.* Journal of Geophysical Research, Washington, 64(2): 241-56, Feb.

15. DOOGE, James C.I. 1973. *Linear theory of hydrologic systems.* Washington, U.S. Department of Agriculture. 327p.

16. DRAPER, N.R. & SMITH, H. 1966. *Applied regression analysis.* New York, John Wiley. 407p.

17. EZEKIEL, Mordecai & FOX, Karl A. 1967. *Methods of correlation and regression analysis*; linear and curvilinear. 3.ed. New York, John Wiley. 548p.

18. GETTY, Hugh C. & MCHUGHS, James H. 1962. *Synthetic,peak descharge for design criteria.* Journal of the Hydraulics Division. New York, 88(5): 1-12,Sept.

19. GORDON, Geoffrey. 1969. *System simulation.* Englewood Cliffs, Prentice-Hall. 303p.

20. GUPTA, Vulli L. & MOIN, Syed A. 1974. *Surface runoff hydrograph equation,* Journal of the Hydraulcs Division, N.Y.,100(10).

21. HOFFMEISTER, G. & WEISMAN, R.N. 1977. *Accuracy of synthetic hydrographs derived from representative basins.* Hydrologial Sciences Bulletin, Reading, 22(2): 297-312, June.

22. IBM/1130; *scientific subroutine package.* Paris, IBM, s. d. 156p.

23. KAPLAN, Wilfred. 1971. *Cálculo avançado.* São Paulo, Edgard Blücher. 2v.

24. LINSLEY, Ray K., Jr.; KOHLER, M.A.; PAULHUS, Joseph L. H. 1958. *Hydrology for engineers.* New York, Mc-Graw-Hill. 340p.

25. MCCRACKEN, Daniel D. 1972. *A guide to Fortran IV programming.* 2.ed. New York, John Wiley. 288p.

26. MORGAN, Paul E. & JOHNSON, Stanley M. 1962. *Analysis of synthetic unit - graph methods.* *Journal of the Hydraulics Division.* New York, 88(5): 199-220, Sept.

27. MUNOZ ESPINOSA, Héctor Raúl. 1972. *Aproximación a un modelo determinístico de simulación pluvio-hidrológica.* Porto Alegre, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da UFRGS. m.p. Diss. (mestr. hidrol. apl.)U.F. R.G.S. Curso Pós-Grad. Hidrol. Apl., Porto Alegre,BR RS, 1972.

28. NASH, J.E. 1959. *Systematic determination of unit hydrograph parameters.* *Journal of Geophysical Research,* Washington, 64(1): 111-5, Jan.

29. ____. 1960. *A note on a investigation into two aspects of relation between rainfall and storm runoff.* In: IASH GENERAL ASSEMBLY OF HELSINKI, 1960. *Surface waters.* Gentbrugge. p.567.78.

30. ______. 1960. *A unit hydrograph study, with particular reference to British catchmenst.* Proceedings. Institution of Civil Engineers, London, 17: 249-82,Nov.

31. NASH, J.E & SUTCLIFFE, J.V. 1970. *River flow forecasting through conceptual models;* part I- a discussion of principles. Journal of Hudrology, Amsterdam, 10: 282-90.

32. PACITTI, Tercio. 1972. *Fortran - monitor;* princípios. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico. 347p.

33. PICKUP, G. 1977. *Testing the efficiency of algorithms and strategies for automatic calibration of rainfall -runoff models.* Hydrological Sciences Bulletin, Reading, 22(2): 257-74, June.

34. PINTO, Nelson L.de Souza; HOLTZ, Antonio Carlos Tatit; MARTINS, José Augusto; GOMIDE, Francisco Luiz Sibut. 1976. *Hidrologia básica.* São Paulo, Edgar Blücher. 278p.

35. REED, D.W.; JOHNSON, P.; FIRTH, J.M. 1975. *A non-linear rainfall-runoff model, providing for variable lag time.* Journal of Hudrology, Amsterdam, 25:295-305.

36. SCARBOROUGH, J.B. 1962. *Numerical Mathematical analysis.* Baltimore, Johns Hopkins.

37. TAYLOR, Arnold B. & SCHWARZ, Harry E. 1972. *Unit hydrograph lag and peak flow related to basin characteristics.* Transactions AGU, 33(2): 235-46, Apr.

38. TUCCI, Carlos Eduardo Morelli. 1975. *Otimização dos parâmetros de modelos hidrológicos.* Porto Alegre, Instituto de Pesquisas Hidráulicas da UFRGS. 140 f. Diss. (mestr. hidrol. apl.) UFRGS - Curso Pós-Grad. Apl., Porto Alegre, BR-RS, 1975.

A N E X O   I

MÉTODO DA QUADRATURA DE GAUSS

MÉTODO DA QUADRATURA DE GAUSS

Utiliza-se a descrição do Método de Gauss, que aparece de forma complementar, nos livros de Análise Numérica de CONTE (1975) e SCARBOROUGH (1962).

Se uma integral definida $\int_a^b f(x)dx$ deve ser calculada através de um determinado número de valores para f(x), num intervalo, o método de Gauss define os pontos onde f(x) deve ser calculada para alcançar o melhor resultado possível.

Embora a posição desses pontos dentro do intervalo não necessita um espaçamento igual, é necessário uma distribuição simétrica com relação ao ponto médio do intervalo:

Seja $I = \int_a^b ydx$, a integral procurada, onde y = f(x). Fazendo mudança de variáveis, pela transformação.

$$x = \frac{(b-a)}{2}u + \frac{1}{2}(a+b); \quad dx = (\frac{b-a}{2})\, du$$

$$y = f(x) = f\left[\frac{(b-a)}{2}u + \frac{a+b}{2}\right] = \phi(u)$$

então,

$$I = (\frac{b-a}{2}) \int_{-1}^{+1} \phi(u)du$$

A fórmula de Gauss é dada por

$$I_1 = \int_{-1}^{+1} \phi(u)du = K_1\phi(u_1) + K_2\phi(u_2) + \ldots + K_n\,\phi(u_n)$$

onde,

I_1 → uma integral simples qualquer

$K_1, K_2, \ldots, K_n \rightarrow$ fatores de ponderação
$u_1, u_2, \ldots, u_n \rightarrow$ são os pontos da subdivisão no intervalo $(+1,-1)$.

Os valores correspondentes de "x" são:

$$x_1 = \frac{(b-a)}{2} u_1 + \frac{a+b}{2}, \quad x_2 = \frac{(b-a)}{2} u_2 + \frac{a+b}{2}, \ \ldots \text{ etc.}$$

A integral

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{2}\left[K_1\phi(u_1) + K_2\phi(u_2) + \ldots + K_n\phi(u_n)\right]$$

que é semelhante a

$$I = \int_a^b f(x)dx = \frac{(b-a)}{2}\left[K_1 f(x_1) + K_2 f(x_2) + \ldots + K_n f(x_n)\right]$$

desde que a cada valor de x seja dado por

$$x = \frac{b-a}{2} \cdot u + \frac{a+b}{2}$$

Não se aprofunda este estudo, para mostrar como são obtidos os valores das abscissas u_1, u_2, $\ldots u_n$, e os correspondentes fatores de ponderação K_1, K_2, $\ldots, K_n$, pois nos livros sobre análise numérica citados, o desenvolvimento sobre esta parte, encontra-se bem detalhado.

Apenas refere-se, que neste trabalho, as tabelas utilizadas para a retirada desses elementos são do livro de ABRAMOWITZ (1970). Nessas tabelas a integral é

$$\int_{-1}^{+1} f(x)dx = \sum_{i=1}^{np} K_i f(x_i)$$

onde são tabelados os K_i (fatores de ponderação) e as abscissas x_i, dependendo do número de pontos requeridos para o cálculo da integral.

A N E X O I I

ANÁLISE DE REGRESSÃO
(REGIONALIZAÇÃO)

ANÁLISE DE REGRESSÃO

Como foi descrito na parte de Regionalização no Capítulo 4, têm-se os elementos necessários para o estabelecimento das regressões, compostos dos parâmetros otimizados e das características das bacias.

Aqui, procura-se mostrar em detalhe como foi realizado esse estudo, sendo o modelo adotado da forma:

$$y = \alpha . X_1^{\beta} . X_2^{\delta} . X_3^{\gamma} . \varepsilon$$

- As variáveis dependentes, utilizando os logaritmos , são:

$$X_1^{*} = Ln(PN.PK) \qquad \text{(1º momento do HUI)}$$

e,

$$X_1 = Ln(1/PN) \qquad \text{(2º momento do HUI)}$$

- As características físicas das sub-bacias, representadas pelos logarítmos, são:

$$X_2 = Ln\ (\text{ÁREA})$$

onde,

ÁREA → é a área da bacia dada em km^2.

$$X_3 = Ln\ (L)$$

onde,

L → é o comprimento do curso principal de água dado em km.

$$X_4 = Ln\ (CF)$$

onde,

CF → é o coeficiente de forma (adimensional) definido pela relação $\text{ÁREA}/L^2$.

$X_5 = Ln\ (DD)$

onde,

DD → densidade de drenagem, definida pela relação ΣL_i/ÁREA.(L_i →comprimento de cada rio da bacia).

$X_6 = Ln\ (DT)$

onde,

DT → declividade do talvegue do curso principal em (%).

$X_7 = Ln\ (DS)$

onde,

DS → declividade superficial da bacia, dada em m/m).

$X_8 = Ln\ (CV)$

onde,

CV → cobertura vegetal da bacia dada em (%).

Os valores dessas variáveis, para cada sub-bacia (são 6 sub-bacias), acham-se reunidos na Tabela A1.

A amostra usada tem um tamanho pequeno, que permite o estabelecimento das regressões sem utlização do computador.

Na determinação e solução das equações de regressão utiliza-se um esquema de cálculo, semelhante aquele proposto por EZEKIEL & FOX (1967), que utiliza na solução das equações o Método Doolitle.

Todos os valores necessários, considerando-se as nove variáveis, X_1^* e X_1 dependentes, e X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, independentes, à determinação das equações de regressão, foram obtidos e aparecem nas Tabelas A2, A3, A4.

Para a montagem do sistema de equações, que

VARIÁVEIS INDEPENDENTES

Obs:	Área km²	x_2 Ln(Área)
1	71.5	4.2697
2	413.8	6.0254
3	25.3	3.2308
4	308.0	5.7301
5	236.8	5.4672
6	117.0	4.7622

Obs:	L km	x_3 Ln (L)
1	19.0	2.9444
2	53.1	3.9722
3	10.5	2.3514
4	44.1	3.7865
5	33.9	3.5234
6	16.4	2.7973

Obs:	CF	x_4 Ln (CF)
1	0.19	-1.6607
2	0.15	-1.8971
3	0.23	-1.4697
4	0.16	-1.8326
5	0.22	-1.5141
6	0.49	-0.7134

Obs	DD	x_5 Ln (DD)
1	0.574	-0.5551
2	0.494	-0.7052
3	0.405	-0.9039
4	0.447	-0.8052
5	0.452	-0.7941
6	0.464	-0.7679

Obs:	DT %	x_6 Ln (DT)
1	0.0170	-4.0745
2	0.0102	-4.5854
3	0.0367	-3.3050
4	0.0121	-4.4145
5	0.0140	-4.2687
6	0.0200	-3.9120

Obs	DS m/m	x_7 Ln (DS)
1	0.294	-1.2242
2	0.282	-1.2659
3	0.358	-1.0272
4	0.290	-1.2379
5	0.289	-1.2413
6	0.276	-1.2874

Obs:	CV %	x_8 Ln (CV)
1	12.5	2.5257
2	18.9	2.9392
3	14.0	2.6391
4	21.3	3.0587
5	22.4	3.1091
6	25.7	3.2465

VARIÁVEIS DEPENDENTES

Correspondências:

Observ.1 - PF1

Observ.2 - PF2

Observ.3 - PF3

Obs	1/PN	x_1 Ln(1/PN)
1	0.4446	-0.8106
2	0.4472	-0.8047
3	0.5325	-0.6302
4	0.4331	-0.8368
5	0.4719	-0.7510
6	0.4119	-0.8870

Obs:	PN.PK 2h	x_1^* Ln(PN.PK)
1	9.549	2.2564
2	13.488	2.6018
3	8.263	2.1118
4	12.669	2.5388
5	12.254	2.5059
6	10.474	2.3489

Correspondência:

Observ.4 - PF4

Observ.5 - PF6

Observ.6 - PF8

Tabela A_1

ELEMENTOS AUXILIARES PARA REGRESSÃO MÚLTIPLA

Observ.:	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_1	$(X_2)^2$	$X_2.X_3$	$X_2.X_4$	$X_2.X_5$
1	4.2697	2.9444	-1.6607	-0.5551	-4.0745	-1.2242	2.5257	-0.8106	18..2303	12.5717	- 7.0907	-2.3701
2	6.0254	3.9722	-1.8971	-0.7052	-4.5854	-1.2659	2.9392	-0.8047	36.3054	23.9341	-11.4308	-4.2491
3	3.2308	2.3514	-1.4697	-0.9039	-3.3050	-1.0272	2.6391	-0.6302	10.4381	7.5969	- 4.7483	-2.9203
4	5.7301	3.7865	-1.8326	-0.8052	-4.4145	-1.2379	3.0587	-0.8368	32.8340	21.6970	-10.5010	-4.6139
5	5.4672	3.5234	-1.5141	-0.7941	-4.2687	-1.2413	3.1091	-0.7510	29.8903	19.2631	- 8.2779	-4.3415
6	4.7622	2.7973	-0.7134	-0.7679	-3.9120	-1.2874	3.2465	-0.8870	22.6785	13.3213	- 3.3974	-3.6569
Soma:	29.4854	19.3752	-9.0876	-4.5314	-24.5601	-7.2839	17.5183	-4.7203	150.3766	98.3841	-45.4461	-22.1518
Média: M_i	4.9142	3.2292	-1.5146	-0.7552	- 4.0934	-1.2140	2.9197	-0.7867	-	-	-	-
$n.M_i.M_j$	-	-	-	-	-	-	-	-	144.8962	95.2136	-44.6583	-22.2672
$\Sigma x_i.x_j$	-	-	-	-	-	-	-	-	5.4804	3.1705	- 0.7878	+ 0.1154

$$\Sigma \; x_i . x_j = \Sigma \; X_i . X_j - n \; . \; M_i M_j$$

Observ.:	$X_2.X_6$	$X_2.X_7$	$X_2.X_8$	$X_1.X_2$	$(X_3)^2$	$X_3.X_4$	$X_3.X_5$	$X_3.X_6$	$X_3.X_7$	$X_3.X_8$	$X_1.X_3$	$(X_4)^2$
1	-17.3969	-5.2270	10.7840	-3.4610	8.6695	-4.8898	-1.6344	-11.9970	-3.6045	7.4367	-2.3867	2.7579
2	-27.6289	-7.6276	17.7099	-4.8486	15.7784	-7.5357	-2.8012	-18.2141	-5.0284	11.6751	-3.1964	3.5990
3	-10.6778	-3.3187	8.5264	-2.0361	5.5291	-3.4559	-2.1254	- 7.7714	-2.4154	6.2056	-1.4819	2.1600
4	-25.2955	-7.0933	17.5267	-4.7949	14.3376	-6.9391	-3.0489	-16.7155	-4.6873	11.5818	-3.1685	3.3584
5	-23.3378	-6.7864	16.9981	-4.1059	12.4143	-5.3348	-2.7979	-15.0403	-4.3736	10.9546	-2.6461	2.2925
6	-18.6297	-6.1309	15.4605	-4.2241	7.8249	-1.9956	-2.1480	-10.9430	-3.6012	9.0814	-2.4812	0.5089
Soma:	-122.9666	-36.1839	87.0056	-23.4706	64.5538	-30.1509	-14.5558	-80.6813	-23.7104	56.9352	-15.3608	14.6767
Média: M_i	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$n.M_i.M_j$	-120.6947	-35.7950	86.0879	-23.1960	62.5664	-29.3457	-14.6322	-79.3104	-23.5215	56.5698	-15.2425	13.7641
$\Sigma x_i.x_j$	-2.2719	- 0.3889	0.9177	- 0.2746	1.9874	- 0.8052	0.0764	- 1.3709	- 0.1889	0.3654	- 0.1183	0.9126

Tabela A2

ELEMENTOS AUXILIARES PARA REGRESSÃO MÚLTIPLA

Observ.:	$X_4.X_5$	$X_4.X_6$	$X_4.X_7$	$X_4.X_8$	$X_1.X_4$	$(X_5)^2$	$X_5.X_6$	$X_5.X_7$	$X_5.X_8$	$X_1.X_5$	$(X_6)^2$	$X_6.X_7$
1	0.9219	6.7665	2.0330	-4.1944	1.3462	0.3081	2.2618	0.6796	-1.4020	0.4500	16.6016	4.9880
2	1.3378	8.6990	2.4015	-5.5760	1.5266	0.4973	3.2336	0.8927	-2.0727	0.5675	21.0259	5.8047
3	1.3285	4.8574	1.5097	-3.8787	0.9262	0.8170	2.9874	0.9285	-2.3855	0.5696	10.9230	3.3949
4	1.4756	8.0900	2.2686	-5.6054	1.5335	0.6483	3.5546	0.9968	-2.4629	0.6738	19.4878	5.4647
5	1.2023	6.4632	1.8795	-4.7075	1.1371	0.6306	3.3898	0.9857	-2.4689	0.5964	18.2218	5.2987
6	0.5478	2.7908	0.9184	-2.3161	0.6328	0.5897	3.0040	0.9886	-2.4930	0.6811	15.3037	5.0363
Soma:	6.8139	37.6669	11.0107	-26.2781	7.1024	3.4910	18.4312	5.4719	-13.2850	3.5384	101.5638	29.9873
Média: M_i	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$n.M_i.M_j$	6.8630	37.1992	11.0323	-26.5331	7.1492	3.4220	18.5480	5.5009	-13.2297	3.5647	100.5355	29.8163
$\Sigma\, x_i.x_j$	-0.0491	0.4677	-0.0216	0.2550	-0.0468	0.0690	-0.1168	-0.0290	-0.0553	-0.0263	1.0283	0.1710

Observ.:	$X_6.X_8$	$X_1.X_6$	$(X_7)^2$	$X_7.X_8$	$X_1.X_7$	$(X_8)^2$	$X_1.X_8$	$(X_1)^2$
1	-10.2910	3.3028	1.4987	-3.0920	0.9923	6.3792	-2.0473	0.6571
2	-13.4774	3.6899	1.6025	-3.7207	1.0187	8.6389	-2.3652	0.6475
3	- 8.7222	2.0828	1.0551	-2.7109	0.6473	6.9648	-1.6632	0.3972
4	-13.5026	3.6941	1.5324	-3.7864	1.0359	9.3556	-2.5595	0.7002
5	-13.2718	3.2058	1.5408	-3.8593	0.9322	9.6665	-2.3349	0.5640
6	-12.7003	3.4699	1.6574	-4.1795	1.1419	10.5398	-2.8796	0.7868
Soma:	-71.9653	19.4453	8.8869	-21.3488	5.7683	51.5448	-13.8497	3.7528
Média: M_i	-	-	-	-	-	-	-	-
$n.M_i.M_j$	-71.7090	19.3217	8.8428	-21.2671	5.7303	51.1479	-13.7816	3.7134
$\Sigma\, x_i.x_j$	- 0.2563	0.1236	0.0441	- 0.0817	0.0380	0.3969	- 0.0681	0.0394

Tabela A3

ELEMENTOS AUXILIARES PARA REGRESSÃO MÚLTIPLA

Observ:	X_1^*	$X_1^*.X_2$	$X_1^*.X_3$	$X_1^*.X_4$	$X_1^*.X_5$	$X_1^*.X_6$	$X_1^*.X_7$	$X_1^*.X_8$	$(X_1^*)^2$
1	2.2564	9.6342	6.6437	-3.7472	-1.2525	- 9.1937	-2.7623	5.6990	5.0913
2	2.6018	15.6769	10.3349	-4.9359	-1.8348	-11.9303	-3.2936	7.6472	6.7694
3	2.1118	6.8228	4.9657	-3.1037	-1.9089	- 6.9795	-2.1692	5.5733	4.4597
4	2.5388	14.5476	9.6132	-4.6526	-2.0442	-11.2075	-3.1428	7.7654	6.4455
5	2.5059	13.7002	8.8293	-3.7942	-1.9899	-10.6969	-3.1106	7.7911	6.2795
6	2.3489	11.1859	6.5706	-1.6757	-1.8037	- 9.1889	-3.0240	7.6257	5.5173
Soma:	14.3636	71.5676	46.9574	-21.9093	-10.8340	-59.1968	-17.5025	42.1017	34.5627
Média: M_i	2.3939	—	—	—	—	—	—	—	—
$n.M_i.M_j$	—	70.5846	46.3823	-21.7548	-10.8472	-58.7951	-17.4372	41.9368	34.3845
$\Sigma\, x_i.x_j$	—	0.9830	0.5751	-0.1545	0.0132	-0.4017	-0.0653	0.1649	0.1777

Tabela A4

define os coeficientes da regressão, os valores utilizados são aqueles da linha $\Sigma x_i x_j$.

Agora, está-se em condições de desenvolver, segundo os critérios já referidos no Capítulo 4, a análise de regressão para cada variável dependente.

Primeira Regressão: variável dependente

$X_1^* = \text{Ln (PN.PK)}$

Coeficientes de correlação simples entre variáveis

	X_1^*	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1^*	1.00	0.99	0.97	-0.38	0.12	-0.94	-0.74	0.62
X_2		1.00	0.96	-0.35	0.19	-0.96	-0.79	0.62
X_3			1.00	-0.60	0.21	-0.96	-0.64	0.41
X_4				1.00	-0.20	0.48	-0.11	0.42
X_5					1.00	-0.44	-0.53	-0.33
X_6						1.00	0.80	-0.40
X_7							1.00	-0.62
X_8								1.00

A fórmula utilizada na determinação desses coeficientes é

$$r_{ij} = \frac{\Sigma x_i . x_j}{\sqrt{(\Sigma x_i^2)(\Sigma x_j^2)}}$$

onde,

r_{ij} → é o coeficiente de correlação simples entre as variáveis X_i e X_j .

Os valores dos coeficientes deixam a possibilidade de analisar-se duas alternativas para regressão: uma encabeçada pela variável X_2 {Ln(ÁREA)}, e a outra encabeçada por X_3 {Ln(L)}, pois o coeficiente de correlação X_2 com X_3 é alto (0.96), não revelando a desejável independência dessas variáveis.

<u>1º Alternativa</u>: a análise desta alternativa, tem a sequência referida no Capítulo 4.

1º Passo: variável independente mais correlacionada com X_1^*. No caso é X_3 (0.97), desconsiderando-se X_2, pois será estudada na 2º Alternativa.

2º Passo: equação de regressão

$$X_1^* = f(X_3) = b_0 + b_3X_3$$

Coeficientes da equação de regressão:

$$b_3 = \frac{\Sigma x_1 x_3}{\Sigma x_3^2} = \frac{0.5751}{1.9874} = 0.289373$$

$$b_0 = M_1 - b_3.M_3 = 2.3939 - b_3.3.2292$$

$$b_0 = 1.459457$$

Então,

$$\boxed{X_1^* = 1.459457 + 0.289373X_3}$$

$R_{13}^2 = 0.937$ coeficiente de determinação

Análise de Co-variança

Testar a hipótese H_0: $\beta_3 = 0$

Nível de significância: 5%

$F_{tab.}(1;4;0.95) = 7.71$

Com esses elementos constrói-se a tabela de Co-variança a seguir:

Fonte	Soma dos Quadrados	G.L.	Média de SQ	F_{cal}(Global)
Regressão: $b_0 \mid b_3$	$b_3 . \Sigma x_1 x_3$ 0.1664184	1	0.1664184	59
Resíduo	0.0112816	4	0.0028200	
Total	0.1777000	5		

Como $F_{cal} > F_{tab}$ (1,4,0.95): Rejeita-se $H_0 : \beta_3 \neq 0$

3º Passo: Cálculo dos coeficientes de correlação parcial das variáveis restantes(X_4, X_5, X_6, X_7, X_8)

$$r_{ij,k} = \frac{r_{ij} - r_{ik} \cdot r_{jk}}{\sqrt{(1-r_{ik}^2)(1-r_{jk}^2)}}$$

$r_{14,3} = 0.969$

$r_{15,3} = -0.350$

$r_{16,3} = -0.130$

$r_{17,3} = -0.022$

$r_{18,3} = 0.974$

Portanto a próxima variável a ser considerada é X_8.

4º Passo: Equação de regressão:

$$X_1^* = f(X_3, X_8)$$

Sistema de Equações (Solução Método Doolittle)

I $\quad \Sigma x_3^2 . b_3 + \Sigma(x_3.x_8).b_8 = \Sigma x_1 . x_3$

II $\quad \Sigma(x_3.x_8)b_3 + \Sigma x_8^2 .\ b_8 = \Sigma x_1\ x_8$

(I) $\quad 1.9874\ b_3 + 0.3654\ b_8 = 0.5751$

(I') $\quad - b_3 + (-0.183858)\ b_8 = -0.289373$

(II) $\quad 0.3654\ b_3 + 0.3969\ b_8 = 0.1649$

(-0.183858) I $\quad -0.3654\ b_3 + (-0.0671818) b_8 = -0.1057369$

$\Sigma \quad 0.3297182\ b_8 = 0.0591631$

II' $\quad b_8 = 0.1794353$

Substituindo este valor em I',

$b_3 = 0.2563823$

$b_0 = M_1 - b_3 M_3 - b_8 M_8$

$b_0 = 1.0421222$

$$X_1^* = 1.0421222 + 0.2563823 X_3 + 0.18 X_8$$

Análise de Co-variança

Testar : a) $H_0 : \beta_3 = \beta_8 = 0$ (F Global)

Para este teste $F_{tab}(2;3;0.95) = 9.55$

Nível de signif. = 5%

b) Testar se $\beta_8 = 0$ (F Parcial)

$F_{tab}(1;3;0.95) = 10.13$

Fonte	Soma dos Quadrados	G.L.	Média de SQ	F Global	F Parcial
Regressão	$b_3.\Sigma x_1 x_3 + b_8 \Sigma x_1 x_8$ 0.1770343	2	0.088517	399	
$b_3 \| b_0$	0.1664184	1			
$b_8 \| b_3, b_0$	0.0106159	1	0.0106159	48	48
$b_3 \| b_8, b_0$	$0.1770343 - \frac{(\Sigma x_1 x_8)^2}{\Sigma x_8^2}$ 0.0685109	1	0.0685109		309
Resíduo	0.0006657	3	0.0002219		
Total	0.1777000	5			

a) H_0 rejeitada pois $399 > 9.55$

b) $\beta_8 \neq 0$ pois $48 > 10.13$

Coeficiente de determinação

$$R^2_{1,38} = 0.9968$$

Desvio padrão da estimativa:

$$\bar{s}^2_{1,38} = \frac{\Sigma x_1^2 - [b_3.\Sigma x_1 x_3 + b_8.\Sigma x_1 x_8]}{n - m}$$

m → número de coeficientes

n → tamanho da amostra

$$\bar{s}^2_{1,38} = 0.0002219 \quad \therefore \quad \bar{s}_{1,38} = 0.0149$$

Como cerca de 99,7 % da variação total de X_1^* é explicada pela equação de regressão, considera-se alcançado o final da análise de regressão, para esta alternativa.

2º Alternativa: variável independente que inicia a pesquisa é $X_2 = Ln$ (ÁREA)

1º Passo: variável independente a considerar é

$$X_2 (r_{12} = 0.996)$$

2º Passo: equação de regressão

$$X_1^* = f(X_2)$$

$$b_2 = \frac{\Sigma x_1 x_2}{\Sigma x_2^2} = 0.1793664$$

$$b_0 = M_1 - b_2 M_2 = 1.5124576$$

$$X_1^* = 1.512457 + 0.18\ X_2$$

Análise de Co-Variança

Testar a hipótese $H_0: \beta_2 = 0$

$F_{tab}\ (1;4;0.95) = 7.71$

Fonte	Soma dos Quadrados	G.L.	Média SQ	F Global
Regressão: $b_1 \mid b_0$	$b_2 \cdot \Sigma\, x_1 x_2$ 0.1763171	1	0.1763171	510
Resíduo	0.0013829	4	0.0003450	
Total	0.1777000	5		

Da mesma maneira $F_{cal} > F_{tab}$ e portanto,

$\beta_2 \neq 0$

Como se alçança $R^2_{12} = 0.992$, o processo termina aqui, sem incluir nenhuma outra variável.

$\bar{S}^2_{12} = 0.000345$ $\bar{S}_{12} = 0.0186$

-Transformação dos resultados, para o modelo original

1º alternativa

$X_1^* = 1.042 + 0.2564X_3 + 0.18X_8$

$X_1^* = Ln\ (PN.PK)$

$X_3 = LN\ (L)$

$X_8 = Ln\ (CV)$

$$PN.PK = c_1 . L^{c_2} . CV^{c_3}$$

$$Ln\ c_1 = 1.042$$

$$c_1 = 2.835$$

$$c_2 = 0.256$$

$$c_3 = 0.180$$

$$PN.PK = 2.835\ (L)^{0.256} . (CV)^{0.18}$$

2º alternativa:

$$X_1^* = 1.512 + 0.18X_2$$

$$X_2 = Ln\ (\text{ÁREA})$$

$$PN.PK = c_1' . \text{ÁREA}^{c_2'}$$

$$Ln\ c_1' = 1.512 \quad \therefore \quad c_1' = 4.538$$

$$c_2' = 0.180$$

$$PN.PK = 4.538\ (\text{ÁREA})^{0.18}$$

<u>Segunda Regressão</u>: variável dependente

$$X_1 = Ln\ (1/PN)$$

Coeficientes de correlação simples entre a variável dependente e as independentes:

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
X_1	1.00	-0.59	-0.42	-0.25	-0.5	0.61	0.91	-0.54

1º Passo: variável independente a considerar é

$X_7 (r_{17} = 0.91)$

2º Passo: $X_1 = f\ (X_7)$

$$b_7 = \frac{\Sigma x_1 x_7}{\Sigma x_7^2} = \frac{0.038}{0.0441} = 0.86168$$

$$b_0 = 0.25938$$

$$X_1 = 0.25938 + 0.86168 X_7$$

Análise de Co-variança

Testar $H_0 : \beta_7 = 0$

$\alpha = 5\%$

$F_{tab}(1:4;0.95) = 7.71$

Fonte	Soma dos Quadrados	G.L.	Média de SQ	F Global
Regressão	$b_7 . \Sigma x_1 x_7$ 0.0327437	1	0.03274370	19.7
Resíduo	0.0066563	4	0.00166407	
Total	0.0394000	5		

H_0 rejeitada pois $19.7 > 7.71$

3º Passo: Cálculo dos coeficientes de correlação parcial

$r_{12,7} = 0.507$

$r_{13,7} = 0.500$

$r_{14,7} = -0.360$

$r_{15,7} = 0.050$

$r_{16,7} = -0.470$

$r_{18,7} = 0.070$

Portanto a próxima variável a entrar na equação de regressão é

X_2 . ($r_{12,7} = 0.51$)

4º Passo: equação de regressão

$X_1 = f(X_7, X_2)$

I	$\Sigma(x_7^2).\, b_7 +$	$\Sigma\ x_2.x_7.b_2$	$= \Sigma\ x_1x_7$
II	$\Sigma\ x_2\ x_7.\, b_7 +$	$\Sigma(x_2^2).b_2$	$= \Sigma\ x_1x_2$
I	$0{,}0441.\, b_7 +$	$(-0.3889).b_2$	$= 0.0380$
I'	$-\, b_7 +$	$8.818594.b_2$	$=-0.861678$
II	$(-0.3889).\, b_7 +$	$5.4804.b_2$	$=-0.2746$
(8.818594)I	$(0.3889).\, b_7 +$	$(-3.429551).b_2$	$=0.3351065$
Σ		$2.0508488.b_2$	$=0.0605065$
II'		b_2	$=0.029503$

Levando b_2 em I' obtem-se

$b_7 = 1.12185$

$b_0 = M_1 - b_7M_7 - b_2M_2 = 0.4302$

$$X_1 = 0.4302 + 1.1219X_7 + 0.03X_2$$

Análise de Co-variança

Testar a) $H_0 : \beta_7 = \beta_2 = 0$

$F_{tab}(2;3;0.95) = 9.55$

b) H_0 : $\beta_2 = 0$ (F Parcial)

$F_{tab}(1;3;0.95) = 10.13$

Fonte	Soma dos Quadrados	G.L.	Média da SQ	F Global	F Parcial
Regressão	$b_7.\Sigma x_1x_7 + b_2\Sigma x_1x_2$ 0.0345287	2	0.0172643	10.64	
Devido a $b_7 \mid b_0$	0.0327437	1			
$b_2 \mid b_7,b_0$	0.0017850	1	0.0017850	1.1	1.1
Devido a $b_7 \mid b_2,b_0$	$0.0345 - \frac{(\Sigma x_1x_2)^2}{\Sigma x_2^2}$ 0.0207696	1	0.0207696		12.8
Resíduo	0.0048713	3	0.0016230		
Total	0.0394000	5			

a) H_0 rejeitada pois $10.64 > 9.55$

b) $\beta_2 = 0$ pois $1.1 < 10.13$

O processo termina aqui.

Coeficiente de determinação

$$R^2_{1,27} = 0.87$$

Desvio padrão da estimativa

$$\bar{S}^2_{1,27} = 0.0016 \quad \therefore \quad \bar{S}_{1,27} = 0.04$$

- Transformação do resultados, para o modelo original

Como a 2ª alternativa tem um valor apenas qualitativo, transforma-se para o modelo original a 1ª alternativa.

$$X_1 = f(X_7)$$

$$X_1 = 0.2594 + 0.86167X_7$$

$$X_1 = Ln\ (1/PN)$$

$$X_7 = Ln(DS)$$

$$\left(\frac{1}{PN}\right) = c_1 \cdot (DS)^{c_2}$$

$$Ln\ c_1 = 0.25940$$

$$c_1 = 1.29600$$

$$c_2 = 0.86168$$

$$(1/PN) = 1.296 \cdot (DS)^{0,86}$$

$$PN = 0.770 \cdot (DS)^{-0,86}$$

Esses são os resultados obtidos no estudo de regionalização.

A N E X O   I I I

PROGRAMAS UTILIZADOS

PROGRAMAS UTILIZADOS

Apresenta-se apenas os programas principais, pois aqueles para análise da conformação da objetiva, análise de dependência e a análise de sensibilidade estão diretamente relacionados a estes com pequenas adaptações.

Programa 1 - Otimização de parâmetros do HUI sob a forma da ditribuição gama.

Finalidade: obtenção dos parâmetros PN e PK que otimizam a função objetiva Z.

Dados de entrada: Posto fluviométrico (NPOSTO);
Data da cheia (NO DIA, NOMES, NO ANO);
Duração da precipitação (L);
Duração escoamento superficial (M);
Área da bacia em km^2 (ÁREA);
Duração de cada ordenada de chuva em horas (T);
Intervalo do histograma das descargas em horas (D_1);
Ordenadas de precipitações {X(K)};
Ordenadas de descargas {Y(I)};

Dados de saída: Além dos dados de entrada são apresentadas as seguintes informações:
- Resumo das iterações onde aparecem, os valores parciais dos parâmetros, os valores corrigidos, quando necessários, e o valor da função objetiva em cada iteração.
- Parâmetros otimizados - quando ocorrem convergência, obtem-se os valores PN e PK otimizados.
- Controle- devido ao truncamento do HUT,

não ocorre a igualdade dos volumes precipitados observados e calculados, sendo, portanto, necessário a comparação desses valores para se ter idéia do grau de aproximação entre os mesmos.

- Finalmente, apresenta-se as precipitações e descargas observadas, descargas calculadas e descargas específicas do Hidrograma Unitário.

Os símbolos que aparecem neste programa e que não foram, ainda, definidos são:

IND1(I), IND2(I) → são índices utilizados para o cálculo de XI nos quatro quadrantes.

SOM(I),SOMBJ(I),...,SOMFJ(I) → acumulam os valores de FXI, FXBJ,......, FXFJ, nos quatro quadrantes.

XAU(I,J) → valores auxiliares quando J1 ≤ 1.

PROBS → variável auxiliar para determinar o total precipitado.

N1,N2,N3 → índices que definem o total de posições para cada quadrante.

XMED(L1,I,J) → ponto central da região { J1; J1-D; J1-D-T; J1-T }.

Sub-rotinas utilizadas:

SUBROUTINE DITRIG(XX,DIGAM,TRIGAM,IER)
Calcula os valores das funções Digama e Trigama de PN, que são utilizadas no cálculo das derivadas do HUT.

SUBROUTINE GAMMA(XX,GX,IER).
Calcula o valor da função Gama de PN que é utilizada no cálculo das ordenadas do HUT e suas derivadas.

Programa 2 : Otimização de parâmetros do HUI sob a forma triangular. Neste caso obtem-se os parâmetros TP e QP do HUI triangular, otimizados. Com pe quenas alterações, os dados de entrada e saída são os mesmo do Programa 1.

Programa 3 : Obtenção de Hidrogramas calculados, sendo dados os valores de PN e PK a serem utilizados. Este programa foi usado para determinar os hidrogramas referentes à validação da regionalização. Não apresenta a parte de otimização do Programa 1.

PROGRAMA 1 - HUI SOB A FORMA DA DISTRIBUIÇÃO GAMA

```
      DIMENSION        Y(200),A(200),BI(200),CI(200),DI(200),EI(200),FI(2
     100),HI(200),BJ(200),CJ(200),DJ(200),EJ(200),FJ(200),HJ(200),
     2XITAB(5),WLIDO(5),WI(5,5),IND1(4),IND2(4),XI(4,5,5),SOMBJ(4),
     3SOM(4),FXI(4,5,5),XAU(4,5),FXBJ(4,5,5),FXCJ(4,5,5),FXDJ(4,5,5),
     4FXEJ(4,5,5),FXFJ(4,5,5),SOMCJ(4),SOMDJ(4),SOMEJ(4),SOMFJ(4),X(200)
      DATA XITAB/.1488743390,.4333953941,.6794095683,.8650633667,.973906
     15285/
      DATA WLIDO/.2955242247,.2692667193,.2190863625,.1494513492,.066671
     13443/
      DATA IND1/1,-1,-1,1/
      DATA IND2/1,1,-1,-1/
      NP=10
      READ(5,8)NPOSTO,NODIA,NOMES,NOANO
    8 FORMAT(4I2)
      READ(5,9)L,M,AREA,PREC,T,D1
    9 FORMAT(2I2,F5.2,F5.4,2F2.0)
      READ(5,10)(X(K),K=1,L)
      READ(5,10)(Y(I),I=1,M)
   10 FORMAT(16F5.3)
      COEF=3.6*D1/AREA
      PROBS=0.
      DO 11 K=1,L
   11 PROBS=PROBS+X(K)
      WRITE(6,111)NPOSTO,AREA,NODIA,NOMES,NOANO
  111 FORMAT(1H1,34X,'PROGRAMA PARA DETERMINAR VALORES OTIMOS PARA  PN
     1E  PK',///,35X,'PF',I1,2X,'AREA DA BACIA',F7.2,1X,'KM2  DATA DA C
     2HEIA',I3,'/',I2,'/',I2,///,53X,'RESUMO DAS ITERACOES',//,35X,'NO
     3 PNPARCIAL  PKPARCIAL  PNCORRIG.  PKCORRIG.  FOBJET.')
      DO 12 I=1,M
   12 Y(I)=Y(I)*COEF
      D=1.
      T=T/D1
      N1=NP/2
      N2=N1
      ITER=0
      PNI=2.022
      PKI=3.
      DO 15 I=1,N1
      DO 15 J=1,I
      WI(I,J)=WLIDO(I)*WLIDO(J)
   15 WI(J,I)=WI(I,J)
   30 PN=PNI
      PK=PKI
      ITER=ITER+1
      XX=PN
      CALL GAMMA(XX,GX,IER)
      CALL DITRIG(XX,DIGAM,TRIGAM,IER)
      DO 95 J1=1,200
      BJ(J1)=0.
      CJ(J1)=0.
      DJ(J1)=0.
      EJ(J1)=0.
      FJ(J1)=0.
      HJ(J1)=0.
      IF(J1.EQ.1.0) GO TO  550
      N3=3
      XMED=(2*J1-T-D)/2
      DO 55 L1=1,N3
      DO 55 I=1,N1
      DO 55 J=1,N2
      XI(L1,I,J)=XMED+IND1(L1)*T/2*XITAB(J)+IND2(L1)*D/2*XITAB(I)
   55 CONTINUE
      GO TO 500
  550 DO 560 M1=1,N1
      XAU(1,M1)=0.5*(1+XITAB(M1))
      XAU(2,M1)=XAU(1,M1)
      XAU(3,M1)=0.5*(1-XITAB(M1))
  560 XAU(4,M1)=XAU(3,M1)
      DO 570 I=1,N1
      AA=XAU(1,I)/2.
      BB=XAU(3,I)/2.
      DO 570 J=1,N2
      XI(1,I,J)=AA*(1+XITAB(J))
      XI(2,I,J)=AA*(1-XITAB(J))
      XI(3,I,J)=BB*(1-XITAB(J))
  570 XI(4,I,J)=BB*(1+XITAB(J))
```

```
      N3=4
  580 DO 75 L1=1,N3
      TESTF=(-1)**L1
      SOMEJ(L1)=0
      SOMCJ(L1)=0
      SOMDJ(L1)=0
      SOMEJ(L1)=0
      SOMFJ(L1)=0
      SOM(L1)=0
      DO 75 I=1,N1
      DO 75 J=1,N1
      IF(J1.EQ.1.0) GO TO 68
      IF(I-J)70,70,60
   60 IF(I-D)70,65,70
   65 IF(TESTF.EQ.1.0) GO TO 70
      FXI(L1,I,J)=FXI(L1,J,I)
      FXBJ(L1,I,J)=FXBJ(L1,J,I)
      FXCJ(L1,I,J)=FXCJ(L1,J,I)
      FXDJ(L1,I,J)=FXDJ(L1,J,I)
      FXEJ(L1,I,J)=FXEJ(L1,J,I)
      FXFJ(L1,I,J)=FXFJ(L1,J,I)
      GO TO 750
   68 FXI(L1,I,J)=(XI(L1,I,J)/PK)**(PN-1.)*EXP(-XI(L1,I,J)/PK)/(PK*GX)*X
     1AO(L1,I)
      GO TO 74
   70 FXI(L1,I,J)=(XI(L1,I,J)/PK)**(PN-1.)*EXP(-XI(L1,I,J)/PK)/(PK*GX)
   74 FXBJ(L1,I,J)=FXI(L1,I,J)*((ALOG(XI(L1,I,J)/PK)-DIGAM))
      FXCJ(L1,I,J)=FXI(L1,I,J)*(PN/PK*(-1)+XI(L1,I,J)/PK**2)
      FXDJ(L1,I,J)=FXI(L1,I,J)*((ALOG(XI(L1,I,J)/PK)-DIGAM)**2-TRIGAM)
      FXEJ(L1,I,J)=FXI(L1,I,J)*((-PN/PK+XI(L1,I,J)/PK**2)**2+PN/PK**2-XI
     1(L1,I,J)/(PK**3)*2.)
      FXFJ(L1,I,J)=FXI(L1,I,J)*((-PN/PK+XI(L1,I,J)/PK**2)*(ALOG(XI(L1,I,
     1J)/PK)-DIGAM)-1./PK)
  750 SOM(L1)=SOM(L1)+FXI(L1,I,J)*WI(I,J)
      SOMBJ(L1)=SOMBJ(L1)+FXBJ(L1,I,J)*WI(I,J)
      SOMCJ(L1)=SOMCJ(L1)+FXCJ(L1,I,J)*WI(I,J)
      SOMDJ(L1)=SOMDJ(L1)+FXDJ(L1,I,J)*WI(I,J)
      SOMEJ(L1)=SOMEJ(L1)+FXEJ(L1,I,J)*WI(I,J)
   75 SOMFJ(L1)=SOMFJ(L1)+FXFJ(L1,I,J)*WI(I,J)
      IF(N3-3)85,80,85
   80 SOM(4)=SOM(2)
      SOMBJ(4)=SOMBJ(2)
      SOMCJ(4)=SOMCJ(2)
      SOMDJ(4)=SOMDJ(2)
      SOMEJ(4)=SOMEJ(2)
      SOMFJ(4)=SOMFJ(2)
   85 DO 90 L1=1,4
      BJ(J1)=BJ(J1)+SOMBJ(L1)/4.
      CJ(J1)=CJ(J1)+SOMCJ(L1)/4.
      DJ(J1)=DJ(J1)+SOMDJ(L1)/4.
      EJ(J1)=EJ(J1)+SOMEJ(L1)/4.
      FJ(J1)=FJ(J1)+SOMFJ(L1)/4.
   90 HJ(J1)=HJ(J1)+SOM(L1)/4.
      IF(J1.EQ.1.0) GO TO 95
      IF(HJ(J1).GT.HJ(J1-1)) GO TO 95
      IF(HJ(J1).LE.PREC) GO TO 96
   95 CONTINUE
   96 M2=J1+L-1
      IF(M2.GT.200)M2=200
      Z=0.
      S1=0.
      S2=0.
      S3=0.
      S4=0.
      S5=0.
      DO 120 I=1,M2
      BI(I)=0.
      CI(I)=0.
      DI(I)=0.
      EI(I)=0.
      FI(I)=0.
      HI(I)=0.
      DO 115 J=1,J1
      K=I-J+1
      IF(K.LE.0.) GO TO 115
      IF(K.GT.L) GO TO 115
      IF(X(K))115,115,110
  110 BI(I)=BI(I)+BJ(J)*X(K)
      CI(I)=CI(I)+CJ(J)*X(K)
      DI(I)=DI(I)+DJ(J)*X(K)
      EI(I)=EI(I)+EJ(J)*X(K)
      FI(I)=FI(I)+FJ(J)*X(K)
      HI(I)=HI(I)+HJ(J)*X(K)
  115 CONTINUE
```

```
      A(I)=Y(I)-HI(I)
      Z=Z+A(I)**2
      S1=S1-2*A(I)*BI(I)
      S2=S2-2*A(I)*CI(I)
      S3=S3-2*A(I)*DI(I)+2*BI(I)**2
      S4=S4-2*A(I)*EI(I)+2*CI(I)**2
  120 S5=S5-2*A(I)*FI(I)+2*BI(I)*CI(I)
      G=S3*S4-S5**2
      IF(G)125,135,125
  125 ACPN=(S2*S5-S1*S4)/G
      ACPK=(S1*S5-S2*S3)/G
      PN=PN+ACPN
      PK=PK+ACPK
      IF(ITER.GT.10.) GO TO 135
      IF(PN.GT.0.)PNI=PN
      IF(PK.GT.0.)PKI=PK
      IF(ABS(ACPN)-PREC)130,130,131
  130 IF(ABS(ACPK)-PREC)135,135,131
  131 WRITE(6,132)ITER,PN,PK,PNI,PKI,Z
  132 FORMAT(35X,I2,4F11.4,F9.4)
      GO TO 30
  135 WRITE(6,136)
  136 FORMAT(1H0,47X,'RESULTADOS FINAIS DA OTIMIZACAO')
      IF((S3+S4).LE.0.) GO TO 145
      IF(G.LE.0.) GO TO 145
      WRITE(6,137)
  137 FORMAT(1H0,52X,'PARAMETROS OTIMIZADOS',//,50X,'PN         PK')
      WRITE(6,138)PN,PK
  138 FORMAT(51X,2F9.4,////)
      SOMM=0.
      DO 140 I=1,M2
      Y(I)=Y(I)/COEF
      HI(I)=HI(I)/COEF
  140 SOMM=SOMM+HI(I)
      PRCAL=SOMM*COEF
      WRITE(6,143)
  143 FORMAT(1H0,59X,'CONTROLE',//,55X,'TOTAL PRECIPITADO',//,55X,'OBSER
     1.     CALCUL.')
      WRITE(6,144)PROBS,PRCAL
  144 FORMAT(50X,2F11.3)
      WRITE(6,139)
  139 FORMAT(1H0,51X,'HIDROGRAMAS RESULTANTES',///,35X,'ORD.          CHUV

     1AS      VAZOES       VAZOES    HIDROGRAMA',//,46X,'EFETIVAS  OBSERVA
     2DAS  CALCULADAS   UNITARIO',//,48X,'(MM)        (M3/S)       (M3/S)
     3      (1/2H)')
      DO 141 I=1,M2
  141 WRITE(6,142)I,X(I),Y(I),HI(I),HU(I)
  142 FORMAT(1H0,34X,I3,4X,4F12.4)
      GO TO 147
  145 WRITE(6,146)
  146 FORMAT(1H0,51X,'NAO HOUVE CONVERGENCIA')
  147 CALL EXIT
      END
```

```
      SUBROUTINE DITRIG(XX,DIGAM,TRIGAM,IER)
      A=0.0
      B=0 .0
      IF(XX.GT.0.0)GO TO 10
      IER=1
      RETURN
   10 X=XX
      IER=0
      IF(X.GE.8.0)GO TO 30
      Z=X
   20 A=A-1./Z
      B=B+1./Z**2
      Z=Z+1.
      X=Z
      IF(Z.LT.8.0)GO TO 20
   30 Z=1./X**2
      DIGAM=A+ALOG(X)-0.5/X+(((((-1./132.)*Z+1./240.)*Z-1./252.)*Z+1./12
     10.)*Z-1./12 .)*Z
      TRIGAM=B+0.5*Z+(((((1./13.2*Z-1./30.)*Z+1./42.)*Z-1./30.)*Z+1./6.)
     1*Z+1.)*1./X
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE GAMMA(XX,GX,IER)
      X=XX
      ERR=1.0E-6
      IER=0
      GX=1.0
      IF(X-2.0)50,50,15
   10 IF(X-2.0)110,110,15
   15 X=X-1.
      GX=GX*X
      GO TO 10
   50 IF(X-1.0)60,120,110
   60 IF(X-ERR)62,62,80
   62 Y=FLOAT(INT(X))-X
      IF(ABS(Y)-ERR)130,130,64
   64 IF(1.0-Y-ERR)130,130,70
   70 IF(X-1.0)80,80,110
   80 GX=GX/X
      X=X+1.0
      GO TO 70
  110 Y=X-1.0
      GY=1.0+Y*(-0.5771017+Y*(+0.9858540+Y*(-0.8764216+Y*(+0.8328212+Y*(
     1-0.5684729+Y*(+0.2548205+Y*(-0.05149930))))))
      GX=GX*GY
  120 RETURN
  130 IER=1
      RETURN
      END
```

PROGRAMA PARA DETERMINAR VALORES OTIMOS PARA PN E PK

PF1 AREA DA BACIA: 71.50 KM2 DATA DA CHEIA: 30/ 8/78

RESUMO DAS ITERACOES

NO	PNPARCIAL	PKPARCIAL	PNCORRIG.	PKCORRIG.	FOBJET.
1	2.3239	3.5240	2.3239	3.5240	1.3922
2	2.2371	4.0031	2.2371	4.0031	0.1593
3	2.0646	4.4610	2.0646	4.4610	0.0537
4	2.0320	4.6108	2.0320	4.6108	0.0314
5	2.0251	4.6360	2.0251	4.6360	0.0291
6	2.0250	4.6364	2.0250	4.6364	0.0291

RESULTADOS FINAIS DA OTIMIZACAO

PARAMETROS OTIMIZADOS

PN	PK
2.0250	4.6364

CONTROLE

TOTAL PRECIPITADO

OBSER.	CALCUL.
11.632	11.627

HIDROGRAMAS RESULTANTES

ORD.	CHUVAS EFETIVAS (MM)	VAZOES OBSERVADAS (M3/S)	VAZOES CALCULADAS (M3/S)	HIDROGRAMA UNITARIO (1/2H)
1	9.0150	0.4210	0.5813	0.0065
2	1.0170	3.0600	3.2147	0.0346
3	0.0000	5.9260	5.7920	0.0577
4	0.0000	7.6900	7.3904	0.0709
5	0.0000	8.4010	8.1724	0.0770
6	0.0000	8.7050	8.3851	0.0781
7	0.0000	8.2540	8.2155	0.0760
8	0.0000	7.7530	7.8336	0.0718
9	0.1000	7.2510	7.4204	0.0664
10	0.1000	6.7490	6.9363	0.0604
11	0.0000	6.2460	6.3943	0.0543
12	0.0500	5.7460	5.8133	0.0483
13	0.0000	5.2440	5.2311	0.0425
14	0.0500	4.7430	4.6636	0.0372
15	0.0000	4.2410	4.1324	0.0324
16	0.0000	3.8310	3.6356	0.0280
17	0.0000	3.5130	3.1768	0.0241
18	0.0000	3.1950	2.7596	0.0207
19	0.0000	2.8770	2.3850	0.0177
20	0.0000	2.5590	2.0522	0.0151
21	0.0000	2.2410	1.7589	0.0128
22	0.0000	1.9240	1.5023	0.0109

23	0.0000	1.6060	1.2792	0.0092
24	0.0000	1.2860	1.0861	0.0077
25	0.0000	0.9700	0.9199	0.0065
26	0.0000	0.6520	0.7774	0.0055
27	0.0000	0.3340	0.6555	0.0046
28	0.0000	0.0980	0.5517	0.0038
29	0.0000	0.0000	0.4636	0.0032
30	0.0000	0.0000	0.3889	0.0027
31	0.0000	0.0000	0.3257	0.0022
32	0.0000	0.0000	0.2724	0.0019
33	0.0000	0.0000	0.2276	0.0016
34	0.0000	0.0000	0.1899	0.0013
35	0.0000	0.0000	0.1582	0.0011
36	0.0000	0.0000	0.1317	0.0009
37	0.0000	0.0000	0.1096	0.0007
38	0.0000	0.0000	0.0910	0.0006
39	0.0000	0.0000	0.0756	0.0005
40	0.0000	0.0000	0.0627	0.0004
41	0.0000	0.0000	0.0520	0.0003
42	0.0000	0.0000	0.0430	0.0003
43	0.0000	0.0000	0.0356	0.0002
44	0.0000	0.0000	0.0295	0.0002
45	0.0000	0.0000	0.0243	0.0002
46	0.0000	0.0000	0.0201	0.0001
47	0.0000	0.0000	0.0166	0.0001
48	0.0000	0.0000	0.0137	0.0001
49	0.0000	0.0000	0.0046	0.0000
50	0.0000	0.0000	0.0024	0.0000
51	0.0000	0.0000	0.0020	0.0000
52	0.0000	0.0000	0.0017	0.0000
53	0.0000	0.0000	0.0014	0.0000
54	0.0000	0.0000	0.0011	0.0000
55	0.0000	0.0000	0.0009	0.0000
56	0.0000	0.0000	0.0004	0.0000
57	0.0000	0.0000	0.0003	0.0000
58	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
59	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
60	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000
61	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

PROGRAMA 2 - HUI COM A FORMA TRIANGULAR

```
      REAL J1,N
      DIMENSION X(33),Y(100),A(100),BI(100),CI(100),DI(100),EI(100),FI(1
     100),HI(100),BJ(80),CJ(80),DJ(80),EJ(80),FJ(80),HJ(80)
      READ(5,9)L,M,NT,AREA,PREC,T,D1
    9 FORMAT(3I2,F5.2,F8.7,2F2.0)
      READ(5,10)(X(K),K=1,L)
      READ(5,10)(Y(I),I=1,M)
   10 FORMAT(16F5.3)
      TPI=3.
      QPI=0.05
      WRITE(6,/)L,M,NT,AREA,PREC,(X(K),K=1,L),(Y(I),I=1,M)
      COEF=3.6*D1/AREA
      DO 12 I=1,M
   12 Y(I)=Y(I)*COEF
      D1=1.
      ITER=0
   14 TP=TPI
      QP=QPI
      ITER=ITER+1
      ARMTP=TPI
      ARMQP=QPI
      N=2/QPI
      W=0
      S1=0
      S2=0
      S3=0
      S4=0
      S5=0
   16 S=1-TP*QP/2
      IF(S)20,18,20
   18 TP=TP-0.1
      QP=QP-0.001
      GO TO 16
   20 DO 58 I=1,M
      BI(I)=0
      CI(I)=0
      DI(I)=0
      EI(I)=0
      FI(I)=0
      HI(I)=0
      DO 56 J=1,I
      K=I-J+1
      IF(K)56,56,22
   22 IF(K-L)23,23,56
   23 IF(X(K))56,56,2300
 2300 IF(J-N-T)24,24,93
   24 IF(J-T)26,26,30
   26 IF(J-TP)90,90,28
   28 IF(J-N)100,100,110
   90 IND1=1
      GO TO 220
   93 P=J-N-T-D1
      IND2=2
      IF(P)96,56,56
   96 J=-P
      J1=D+J-D1
      GO TO 30
  100 P=J-TP-D1
      IND1=2
      IND=6
      GO TO 200
  110 P=J-N-D1
      IND1=3
      IND=10
      GO TO 200
  120 P=J-T-D1
      IND1=4
      IND=2
      GO TO 200
  130 P=J-TP-D1
      IND1=5
      IND=3
      GO TO 200
  140 P=J-T-D1
      IND1=5
      IND=7
```

```
      GO TO 200
  150 P=J-N-D1
      IND1=6
      IND=8
      GO TO 200
  160 P=J-T-D1
      IND1=6
      IND=11
      GO TO 200
  170 P=J-T-TP-D1
      IND1=7
      IND=4
      GO TO 200
  180 P=J-N-D1
      IND1=8
      IND=5
      GO TO 200
  190 P=J-T-TP-D1
      IND1=8
      IND=9
      GO TO 200
  200 IF(P)210,220,220
  210 IND2=1
      D=-P
      J1=D+J-D1
      GO TO(48,42,30,43,40,42,40,48,44,46,52),IND
  220 IND2=2
      D=D1
      J1=J
      GO TO(42,46,52,38,48,44,40,50),IND1
  230 IND2=2
      D=P+D1
      J1=J
      GO TO(30,38,48,40,50,46,48,44,50,52,44),IND
   30 IF(J-TP)120,120,32
   32 IF(J-TP-T)34,34,36
   34 IF(J-N)240,240,250
  240 IF(T-TP)130,130,140
   36 IF(J-N)170,170,250
  250 IF(T-N)150,150,160
  260 IF(T-N)270,270,190
  270 IF(TP+T-N)280,290,300

  280 P=J-TP-T-D1
      IND3=1
      GO TO 310
  290 P=J-N-D1
      IND1=8
      IND=1
      GO TO 200
  300 P=J-N-D1
      IND3=2
  310 IF(P)320,350,350
  320 D=-P
      J1=D+J-D1
      IND2=3
      GO TO 48
  330 D=TP+T-N
      D=ABS(D)
      J1=J1+D
      IND2=4
      GO TO(40,44),IND3
  340 D=J-J1
      J1=J
      IND2=2
      GO TO 30
  350 GO TO(180,190),IND3
   38 C=J1-T-D
      FF1=(J1+C)/2*D/D1
      GO TO 43
   40 F=(D+T-2*J1)/4*D/D1
      FS=D/D1+F*QP
      BJ(J)=(FS*QP**2/(2*S**2))*X(K)
      CJ(J)=(FS*(1/S**2)+F*QP/S)*X(K)
      DJ(J)=(FS*QP**3/(2*S**3))*X(K)
      EJ(J)=(FS*TP/(S**3)+2*F/(S**2))*X(K)
      FJ(J)=(FS*QP/(S**3)+F*QP**2/(2*S**2))*X(K)
      HJ(J)=(FS*QP/S)*X(K)
      GO TO 54
   42 B=J1-D
      FF1=(J1**3-B**3)/(6*D*T)*D/D1
   43 BJ(J)=-FF1*QP/(TP**2)*X(K)
      CJ(J)=FF1/TP*X(K)
      DJ(J)=2*FF1*QP/(TP**3)*X(K)
      EJ(J)=0
```

```
      FJ(J)=-FF1/(TP**2)*X(K)
      HJ(J)=FF1*QP/TP*X(K)
      GO TO 54
   44 FF3=0
      FF4=0
      FF5=0
      FF7=-0.5
      FF8=0.5
      FF6=D*TP**2-(E**3)/3+(C**3)/3
      FF10=1
      GO TO 53
   46 B=J1-D
      FF3=(1-J1*QP/2)**3-(1-B*QP/2)**3
      FF4=-J1*(1-J1*QP/2)**2+B*(1-B*QP/2)**2
      FF5=(1-J1*QP/2)*J1**2-(1-B*QP/2)*B**2
      FF9=1.0
      GO TO 53
   48 C=J1-T-D
      E=J1-T
      B=J1-D
      FF3=(1-J1*QP/2)**3-(1-B*QP/2)**3
      FF4=-J1*(1-J1*QP/2)**2+B*(1-B*QP/2)**2
      FF5=(1-J1*QP/2)*J1**2-(1-B*QP/2)*B**2
      FF6=D*TP**2-(E**3)/3+(C**3)/3
      FF7=0.5
      FF8=0.5
      FF10=1
      FF11=1
      GO TO 53
   50 C=J1-T-D
      E=J1-T
      FF3=(1-C*QP/2)**3-(1-E*QP/2)**3
      FF4=-C*(1-C*QP/2)**2+E*(1-E*QP/2)**2
      FF5=(1-C*QP/2)*C**2-(1-E*QP/2)*E**2
      GO TO 53
   52 FF3=0
      FF4=0
      FF5=0
      FF9=1
   53 BJ(J)=(FF3/(3*D*T*S**2)-FF6*QP/(2*D*T*TP**2)+FF7*QP/T)*X(K)*D/D1
      CJ(J)=(FF3* 2*(QP*TP-1)/(3*D*T*(S*QP)**2)+FF4/(D*T*S*QP)+FF6/(2*D*
     1T*TP)-FF8*TP/T)*X(K)*D/D1

      DJ(J)=(FF3*QP/(3*D*T*S**3)+FF6*QP/(D*T*TP**3)-FF11*QP/(T*TP))*X(K)
     1*D/D1
      EJ(J)=(FF3*(3*(TP*QP)**2-6*TP*QP+4)/(3*D*T*(S*QP)**3)+FF4*2*(QP*TP
     1-1)/(   D*T*(S*QP)**2)+FF5/(D*T*S*QP))*X(K)*D/D1
      FJ(J)=(FF3*TP/(3*D*T*S**3)+FF4/(2*D*T*S**2)-FF6/(2*D*T*TP**2)+FF7*
     1(1/T))*X(K)*D/D1
      HJ(J)=(FF3*2/(3*D*T*S*QP)+FF6*QP/(2*D*T*TP)+FF9/T+FF10*S/T)*X(K)*D
     1/D1
   54 BI(I)=BI(I)+BJ(J)
      CI(I)=CI(I)+CJ(J)
      DI(I)=DI(I)+DJ(J)
      EI(I)=EI(I)+EJ(J)
      FI(I)=FI(I)+FJ(J)
      HI(I)=HI(I)+HJ(J)
      FF6=0
      FF7=0
      FF8=0
      FF9=0
      FF10=0
      FF11=0
      GO TO(230,56,330,340),IND2
   56 CONTINUE
      A(I)=Y(I)-HI(I)
      Q=Q+(Y(I)-HI(I))**2
      S1=S1-2*A(I)*BI(I)
      S2=S2-2*A(I)*CI(I)
      S3=S3-2*A(I)*DI(I)+2*BI(I)**2
      S4=S4-2*A(I)*EI(I)+2*CI(I)**2
   58 S5= S5-2*A(I)*FI(I)+2*BI(I)*CI(I)
      WRITE(5,/)(A(I),I=1,M)
      WRITE(5,/)Q
      G=S3*S4-S5**2
      WRITE(5,/)G
      IF(G)60,64,60
   60 ACTP=(S2*S5-S1*S4)/G
      ACQP=(S1*S5-S2*S3)/G
      TPI=TPI+ACTP
      QPI=QPI+ACQP
      WRITE(6,/)TPI,QPI
      IF(ITER.GT.10) GO TO 64
      IF(TPI)600,600,610
  600 TPI=ARITP+0.1*NT
```

```
610 IF(TPI-0.7*NT)630,620,620
620 ACTP=0.2*ACTP
    TPI=ARMTP+ACTP
    GO TO 610
630 IF(QPI-2./NT)640,640,650
640 QPI=ARMQP+0.01*NT
650 IF(QPI-5./NT)61,660,660
660 ACQP=0.2*ACQP
    QPI=ARMQP+ACQP
    GO TO 650
 61 IF(ABS(ACTP)-PREC)62,62,14
 62 IF(ABS(ACQP)-PREC)64,64,14
 64 WRITE(6,66)
 66 FORMAT(1H1,34X,'PROGRAMA PARA DETERMINAR VALORES OTIMOS PARA TP E
   1QP',//,'   M  N  L       TPI        QPI       PREC')
    WRITE(6,68)M,N,L,TPI,QPI,PREC
 68 FORMAT(1X,3I3,F7.2,F9.2,F3.4)
    WRITE(6,70)
 70 FORMAT(1X,'     X(1)     X(2)     X(3)     X(4)     X(5)     X(6)     X(7)
   1   X(8)    X(9)    X(10)    X(11)    X(12)    X(13)    X(14)    X(15)
    WRITE(6,72)(X(K),K=1,L)
 72 FORMAT(15F8.3)
    WRITE(6,74)
 74 FORMAT(1H0,'     Y(1)      Y(2)      Y(3)      Y(4)      Y(5)
   1 Y(6)      Y(7)      Y(8)      Y(9)      Y(10)     Y(11)     Y(12)
   2')
    WRITE(6,76)(Y(I),I=1,12)
 76 FORMAT(12F10.4)
    WRITE(6,78)
 78 FORMAT(1H0,'     Y(13)     Y(14)     Y(15)     Y(16)     Y(17)
   1Y(18)      Y(19)     Y(20)     Y(21)     Y(22)     Y(23)     Y(24)'
   2)
    WRITE(6,80)(Y(I),I=13,24)
 80 FORMAT(12F10.4)
    WRITE(6,780)
780 FORMAT(1H0,'     Y(25)     Y(26)     Y(27)     Y(28)     Y(29)
   1Y(30)      Y(31)     Y(32)     Y(33)     Y(34)     Y(35)     Y(36)'
   2)
    WRITE(6,80)(Y(I),I=25,36)
    WRITE(6,781)
781 FORMAT(1H0,'     Y(37)     Y(38)     Y(39)     Y(40)     Y(41)
   1Y(42)      Y(43)     Y(44)     Y(45)     Y(46)     Y(47)     Y(48)'

   2)
    WRITE(6,80)(Y(I),I=37,48)
    WRITE(6,82)
 82 FORMAT(1H0,'    TPOTIMO          QPOTIMO')
    WRITE(6,84)TP,QP
 84 FORMAT(F13.3,F16.3)
    CALL EXIT
    END
```

PROGRAMA 3 - CONVOLUÇÃO

```
      DIMENSION X(20),HI(200),HJ(200),XITAB(5),WLIDO(5),WI(5,5),IND1(4),
     1IND2(4),XI(4,5,5),SOM(4),FXI(4,5,5),XAU(4,5),Y(200)
      DATA XITAB/.1488743390,.4333953941,.6794095683,.8650633667,.973906
     15285/
      DATA WLIDO/.2955242247,.2692667193,.2190863625,.1494513492,.066671
     13443/
      DATA IND1/1,-1,-1,1/
      DATA IND2/1,1,-1,-1/
      N=10
      READ(5,9)L,M,NT,AREA,PREC,T,D1
    9 FORMAT(3I2,F5.2,F8.7,2F2.0)
      READ(5,10)(X(K),K=1,L)
      READ(5,10)(Y(I),I=1,M)
   10 FORMAT(16F5.3)
      WRITE(6,/)(X(K),K=1,L)
      COEF=3.6*D1/AREA
      DO 12 K=1,L
   12 X(K)=X(K)/COEF
      D=1.
      N1=N/2
      N2=N1
      DO 15 I=1,N1
      DO 15 J=1,I
      WI(I,J)=WLIDO(I)*WLIDO(J)
   15 WI(J,I)=WI(I,J)
      PN=2.097
      PK=4.466
      XX=PN
      CALL GAMMA(XX,GX,IER)
      DO 95 J1=1,100
      HJ(J1)=0.
      IF(J1.EQ.1.0)GO TO 550
      N3=3
      XMED=(2*J1-T-D)/2
      DO 55 L1=1,N3
      DO 55 I=1,N1
      DO 55 J=1,N2
      XI(L1,I,J)=XMED+IND1(L1)*T/2*XITAB(J)+IND2(L1)*D/2*XITAB(I)
   55 CONTINUE
      GO TO 560
  550 DO 560 M1=1,N1
      XAU(1,M1)=0.5*(1+XITAB(M1))
      XAU(2,M1)=XAU(1,M1)
      XAU(3,M1)=0.5*(1-XITAB(M1))
  560 XAU(4,M1)=XAU(3,M1)
      DO 570 I=1,N1
      AA=XAU(1,I)/2.
      BB=XAU(3,I)/2.
      DO 570 J=1,N2
      XI(1,I,J)=AA*(1+XITAB(J))
      XI(2,I,J)=AA*(1-XITAB(J))
      XI(3,I,J)=BB*(1-XITAB(J))
  570 XI(4,I,J)=BB*(1+XITAB(J))
      N3=4
  580 DO 75 L1=1,N3
      TESTE=(-1)**L1
      SOM(L1)=0.
      DO 75 I=1,N1
      DO 75 J=1,N1
      IF(J1.EQ.1.0) GO TO 68
      IF(I-J)70,70,60
   60 IF(I-J)70,65,70
   65 IF(TESTE.EQ.1.0)GO TO 70
      FXI(L1,I,J)=FXI(L1,J,I)
      GO TO 75
   68 FXI(L1,I,J)=(XI(L1,I,J)/PK)**(PN-1.)*EXP(-XI(L1,I,J)/PK)/(PK*GX)*X
     1AU(L1,I)
      GO TO 75
   70 FXI(L1,I,J)=(XI(L1,I,J)/PK)**(PN-1.)*EXP(-XI(L1,I,J)/PK)/(PK*GX)
   75 SOM(L1)=SOM(L1)+FXI(L1,I,J)*WI(I,J)
      IF(N3-3)85,80,85
   80 SOM(4)=SOM(2)
   85 DO 90 L1=1,4
   90 HJ(J1)=HJ(J1)+SOM(L1)/4.
      IF(J1.EQ.1.0) GO TO 95
      IF(HJ(J1).GT.HJ(J1-1)) GO TO 95
```

```
      IF(HJ(J1).LE.PREC) GO TO 96
   95 CONTINUE
   96 M2=J1+L-1
      IF(M2.GT.200)M2=200
      IF(J1.GT.200.)J1=200
      Q=0.
      DO 120 I=1,M2
      HI(I)=0.
      DO 115 J=1,J1
      K=I-J+1
      IF(K.LE.0.) GO TO 115
      IF(K.GT.L) GO TO 115
      IF(X(K).EQ.0.) GO TO 115
      HI(I)=HI(I)+HJ(J)*X(K)
  115 CONTINUE
      Q=Q+(Y(I)-HI(I))**2
  120 CONTINUE
      Q=Q*COEF**2
      SOMM=0.
      DO 140 I=1,M2
  140 SOMM=SOMM+HI(I)
      PREEF=SUMM*COEF
      WRITE(6,/)PN,PK,Q
      WRITE(6,/)SOMM,PREEF
      CALL EXIT
      END
```

```
      SUBROUTINE GAMMA(XX,GX,IER)
      X=XX
      ERR=1.0E-6
      IER=0
      GX=1.0
      IF(X-2.0)50,50,15
   10 IF(X-2.0)110,110,15
   15 X=X-1.
      GX=GX*X
      GO TO 10
   50 IF(X-1.0)60,120,110
   60 IF(X-ERR)62,62,80
   62 Y=FLOAT(INT(X))-X
      IF(ABS(Y)-ERR)130,130,64
   64 IF(1.0-Y-ERR)130,130,70
   70 IF(X-1.0)80,80,110
   80 GX=GX/X
      X=X+1.0
      GO TO 70
  110 Y=X-1.0
      GY=1.0+Y*(-0.5771017+Y*(+0.9858540+Y*(-0.8764218+Y*(+0.8328212+Y*(
     1-0.5684729+Y*(+0.2548205+Y*(-0.05149930))))))))
      GX=GX*GY
  120 RETURN
  130 IER=1
      RETURN
      END
```