

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DE SUL
INSTITUTO DE FÍSICA

A produção de hádrons no formalismo de
fatorização k_T e o impacto das funções de glúons
não integradas com efeitos de saturação partônica
em colisões pp e AA

(Hadron production in k_T -factorization formalism
and the role played by unintegrated gluon
distribution including parton saturation effects in pp
and AA collisions)

Lucas Soster Moriggi

Tese realizada sob a orientação do Prof.
Dr. Magno V. T. Machado, apresentada
ao Instituto de Física da UFRGS em pre-
enchimento parcial dos requisitos para a
obtenção do título de Doutor em Física.

Porto Alegre, 7 de junho de 2021

Trabalho financiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
(CNPq).

Resumo

Enquanto o formalismo de fatorização colinear se constitui na forma padrão para o cálculo de observáveis na QCD perturbativa, é previsto que em determinadas situações as aproximações envolvidas nesta abordagem não sejam válidas. Neste contexto, apresentamos um estudo sobre o formalismo de fatorização k_T na região de altas energias, com o formalismo de saturação partônica. A presença de escalonamento geométrico no espectro p_T de hádrons produzidos em colisões pp é investigado e propomos uma função de distribuição de glúons não integrada no intervalo de escalonamento, que reproduz as características da seção de choque diferencial no regime saturado e diluído da QCD perturbativa. Em colisões nucleares, a modificação causada pelo meio nuclear é incorporada na distribuição de glúons, que é relacionada com o fenômeno de sombreamento nuclear. Além disso, consideramos que a produção de partículas pelo decaimento de mini-jatos não é suficiente para explicar o espectro p_T em colisões AA devido aos efeitos coletivos desenvolvidos neste sistema após a colisão dura inicial. Neste caso, uma distribuição tipo Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave é utilizada para calcular o espectro de partículas no equilíbrio.

Abstract

Although the collinear factorization formalism is the standard procedure to calculate the observables in the context of perturbative QCD, it is predicted that the approximations related to this approach are not applicable in some cases. We present an investigation about the k_T -factorization formalism at the high energy regime in the context of the gluon saturation framework. The presence of geometric scaling within the p_T spectra of produced hadrons at high energy pp collisions is investigated and it is proposed a phenomenological parametrization for the unintegrated gluon distribution in the scaling range that reproduces the features of the differential cross section both in the saturated and dilute perturbative QCD regimes. In nuclear collisions the modification caused by the nuclear medium is incorporated in the gluon distribution, which is related to the nuclear shadowing phenomenon. Moreover, we consider that particle production from minijet decay is not enough to explain the p_T spectra in AA collisions due to collective phenomena that take place after the hard collision. The Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave distribution is employed in order to evaluate the distribution of particle production in equilibrium.

Resumo simplificado tipo nota de imprensa (press release)

Colisões ultra relativísticas, como as realizadas no Large Hadron Collider (LHC), têm por objetivo revelar a dinâmica das partículas em escalas subnucleares, nos permitindo acesso a novos fenômenos físicos, em situações ainda não exploradas. Tanto em seu modo de colisão próton-próton, quanto chumbo-chumbo, o LHC tem mostrado uma nova variedade de fenômenos que podem emergir destas colisões, quando estendemos a fronteira de energia disponível para a produção de novas partículas. Nestas colisões, com energias da ordem de tera-elétron-volts (TeV), milhares de novas partículas podem ser produzidas no estado final, a partir do ponto de colisão inicial. Um dos grandes desafios da fenomenologia da física de partículas é, observando as distribuições de hádrons que chegam ao detector no estado final, inferir o que exatamente ocorreu naquele ponto de colisão. A resposta em geral não é simples e envolve a dinâmica complexa de objetos mais fundamentais, chamados quarks e glúons (coletivamente chamados pártons), que compõem os prótons e núcleos. Acontece que, durante um tempo extremamente efêmero, na colisão inicial, estes pártons podem colidir, emitir radiação, se aniquilarem ou produzirem novas partículas, até que se transformam em hádrons novamente. Um dos conceitos chave na fenomenologia destas colisões é o de função de distribuição de pártons, que nos dá a probabilidade de que estes pártons sejam encontrados no hádron com determinada energia e momento. A determinação destas distribuições só pode ser feita através de dados experimentais para a produção de diferentes tipos de partículas e suas distribuições cinemáticas. A distribuição de hádrons em função de seu momento transversal ao eixo de colisão inicial, conhecido como espectro p_T , tem sido coletada ao longo das últimas décadas por diferentes colisores, sendo que, com as energias mais altas do LHC, podemos acessar uma nova região cinemática destas distribuições.

Em altas energias, o número de glúons no próton cresce muito e podemos entender o próton como um aglomerado de glúons, que carregam carga de cor, num regime de grande densidade, caracterizando um novo estado da matéria, conhecido por condensado de vidro de cor. Nesta tese, foi feita a proposta de uma função de distribuição de glúons com o objetivo de descrever o espectro p_T de hádrons leves, dando ênfase ao regime de altas energias. Nosso objetivo é, a partir de pressupostos teóricos e fenomenológicos, no contexto do formalismo do condensado de vidro de cor, desenvolver uma forma analítica simples para estas distribuições,

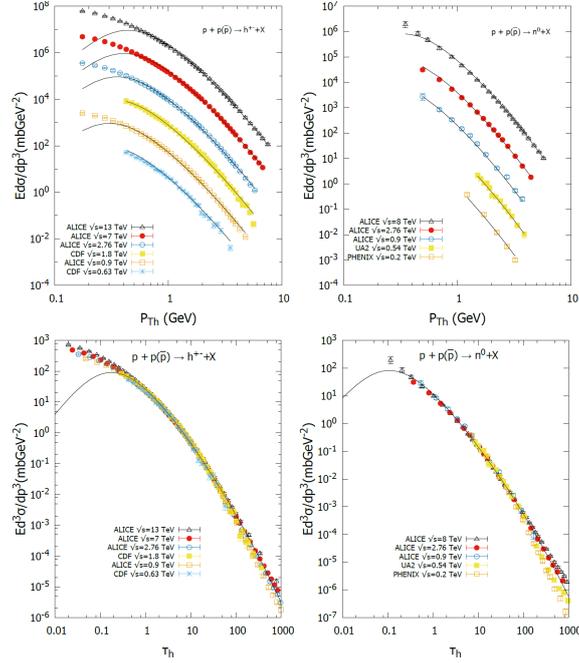


Figura 1: Escalonamento do espectro p_T . Acima o espectro em função do momento transversal em diferentes energias. Abaixo, em função de uma variável τ que depende da energia.

que possam ter utilidade no entendimento do espectro. Isto é realizado a partir da análise de um grande conjunto de dados de diferentes colisores com energias distintas. Uma das previsões do formalismo é a presença de uma escala de momento de saturação, a partir da qual a densidade de glúons para de crescer. Nos dados experimentais a assinatura desta dinâmica é o escalonamento do espectro em função da energia, isto é mostrado em nossa análise presente na Figura 1. O espectro, que cresce em função da energia de colisão, colapsa para uma única curva quando plotado em função da variável de escalonamento, que depende da energia. Os resultados apresentados em nosso trabalho indicam mais uma evidência do comportamento de saturação das funções de distribuição de glúons.

Embora as colisões tipo próton-próton no LHC sejam fundamentais para a caracterização das distribuições de glúons, é em seu modo chumbo-chumbo que a dinâmica de saturação, além de novos fenômenos, surge com maior relevância. O grande número de nucleons presentes no núcleo de chumbo, garante uma grande densidade de energia depositada no momento da colisão inicial, produzindo um estado de quarks e glúons desconfiados, conhecido como plasma de quarks e glúons (QGP). A fí-

sica do QGP é caracterizada por temperaturas e densidades de energias extremas, da ordem de trilhões de graus Celcius, reproduzindo as condições do universo microssegundos após o Big Bang. A caracterização deste sistema é de grande complexidade, partindo das múltiplas interações partônicas iniciais até o equilíbrio térmico, passando pela evolução hidrodinâmica do plasma, até o momento em que as partículas, subprodutos deste meio, sejam detectadas. Todas estas etapas constituem um grande desafio para a física de altas energias, pois a visão simples adotada em colisões de sistemas pequenos (como o próton) não são válidas, e novas descrições baseadas em termodinâmica e hidrodinâmica se fazem necessárias. Novamente, o espectro p_T resultante destas colisões tem um papel fundamental na determinação da dinâmica deste sistema, já que existe uma grande distorção do espectro em relação ao caso dos prótons. Nossa contribuição neste sentido é estender a distribuição de glúons proposta para lidar com o caso nuclear, isto é, incorporamos as modificações induzidas pelo meio nuclear na distribuição de glúons. Porém, a simples modificação da distribuição neste caso não é suficiente, ela apenas pode lidar com a etapa inicial da colisão. Em uma segunda etapa, partículas podem ser produzidas no equilíbrio térmico, ao longo do desenvolvimento hidrodinâmico do sistema. Fizemos uma análise dos dados da colaboração ALICE do LHC sobre o espectro p_T em diferentes centralidades, onde obtivemos os parâmetros relevantes, como temperatura de equilíbrio e velocidade de expansão do sistema de hádrons.

A física de altas energias tem se beneficiado enormemente de colisores sofisticados, como o LHC, que com o acúmulo de dados dos últimos anos permitiu um grande avanço em nosso entendimento das interações fundamentais da física de partículas. À medida que este conhecimento avança, novos fenômenos se apresentam e novos formalismos passam a ser necessários para a caracterização cada vez mais precisa destes. Nossa contribuição visa principalmente a determinação das distribuições de glúons em altas energias, sob a perspectiva do espectro de hádrons produzidos em colisões de prótons e núcleos, considerando novos dados do LHC. Esperamos que este tipo de investigação possa ser estendida para uma maior variedade de processos e um maior número de dados, complementando nosso entendimento destes fenômenos.

Lista de publicações

1. L. S. Moriggi, G. M. Peccini, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **102**, 034016 (2020), arXiv:2005.07760
2. L. S. Moriggi, G. M. Peccini, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **103**, 034025 (2021), arXiv:2012.05388
3. G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **103**, 054009 (2021), arXiv:2101.08338
4. G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **102**, 094015 (2020), arXiv:2010.03101
5. G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. C **102**, 034903 (2020), arXiv:2003.13882

Sumário

1	Introdução	14
2	Aspectos gerais da QCD em altas energias	18
2.1	A Cromodinâmica Quântica	18
2.2	DIS no modelo de pártons	20
2.3	Equações de evolução	23
2.4	Saturação partônica	27
2.5	Funções de distribuição de pártons colineares.	29
2.6	Funções de fragmentação de pártons (FFs)	32
3	Produção de hádrons com momento transverso intrínseco	35
3.1	Características do espectro de momento transverso	36
3.2	Produção inclusiva de hádrons no modelo de fatorização colinear	37
3.3	Momento transverso intrínseco	40
3.4	Resultados	42
4	DIS no formalismo de dipolos	47
4.1	A interação γ^*p no formalismo de dipolos	48
4.2	Aspectos gerais das funções de estrutura do DIS	52
4.3	Modelos para seção de choque de dipolo	54
4.3.1	Modelo para a distribuição de glúons não integrada	56
4.4	Comparação com os dados do DIS	59
5	Fatorização k_T em colisões de hádrons	62
5.1	Formalismo	63
5.2	Escalonamento geométrico no espectro p_T	65
5.3	Resultados	66
5.4	Conclusões	69
6	Função de estrutura nuclear	72
6.1	DIS nuclear	72
6.2	Modelos para a distribuição de glúons nuclear	74
6.2.1	nPDFs no modelo de fatorização colinear	75

6.2.2	UGD obtida por Escalonamento geométrico	75
6.2.3	Múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller	76
6.2.4	Cálculo da UGD nuclear	77
6.3	Comparação com dados existentes para as razões nucleares	79
7	Colisões de íons pesados	83
7.1	Efeitos de matéria nuclear fria	84
7.1.1	Cálculo do espectro p_T em colisões pPb e $PbPb$ no LHC	85
7.2	Cenário geral da produção de partículas após a colisão inicial	87
7.3	Modelos baseados em hidrodinâmica	89
7.3.1	Equações de movimento para fluido ideal	89
7.3.2	Modelo Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave	91
7.3.3	Modelos Termiais	94
7.4	Cálculo do espectro p_T em colisões $PbPb$ no LHC	95
7.4.1	Conclusão	100
8	Considerações finais	101
A	Interações partônicas	103
B	O Modelo de Glauber	106

Lista de Figuras

1	Escalonamento do espectro p_T . Acima o espectro em função do momento transversal em diferentes energias. Abaixo, em função de uma variável τ que depende da energia.	4
2.1	Figura obtida em [6], que mostra o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ em função de Q^2	20
2.2	À esquerda, representação do espalhamento profundamente inelástico. À direita, sua interpretação no modelo de pártons.	22
2.3	Vértices que contribuem para evolução das PDFs em QCD.	25
2.4	Diagramas ressonados pela equação DGLAP com forte ordenamento em p_T	25
2.5	Aumento do número de glúons no próton resultantes da Evolução DGLAP e BFKL.	27
2.6	Funções de distribuição MSTW2008 em LO obtidas em [7].	30
2.7	Comparação entre os dados do HERA para a seção de choque de corrente neutra do DIS e as funções de distribuição CT10 em NLO [8].	31
2.8	Figura obtida em [9], que mostra as incertezas associadas à obtenção das FFs de píons para diferentes pártons na escala $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$	33
3.1	Cinemática do processo $2 \rightarrow 2$ no referencial dos pártons	38
3.2	Cinemática do processo $2 \rightarrow 2$ acrescentando k_T inicial.	41
3.3	Seção de choque para produção de pión neutro com $\langle k_T \rangle = 1, 15 \text{ GeV}$ em diferentes energias de colisão.	43
3.4	Fator K em função de \sqrt{s} obtido dos dados em cada valor de energia.	44
3.5	Valor médio de x_a para os diferentes modelos. As Figuras (a), (b) e (c) são referentes a rapidez central para as energias de colisão de 7 TeV, 200 GeV e 20 GeV, enquanto as figuras (d), (e) e (f) são para $y = 4, 2, 1$, respectivamente, e os mesmos valores de energia de colisão.	45
4.1	Imagem do DIS no referencial de dipolo, onde o vértice $\gamma \rightarrow q\bar{q}$ é separado da interação com o alvo, representada pela área vermelha.	48
4.2	Cinemática do desdobramento do modelo de dipolo de cor.	49
4.3	Figura extraída de [10], que mostra os valores de $\lambda(Q^2)$ determinados pela colaboração H1.	52

4.4	Comparação da UGD obtida neste trabalho com os modelos GBW, KS e IN em diferentes valores de x	58
4.5	$Q_s(x)$ e $\delta n(\tau)$ da parametrização da Eq. (4.27), com parâmetros determinados pelos dados do HERA.	59
4.6	Seção de choque total γ^*p , obtida a partir da parametrização de dipolos da Eq. (4.26), comparada com os dados do HERA, em função da variável de escalonamento, no intervalo $\tau_Q < 10^3$ e $x \leq 0,08$	61
5.1	Representação do processo envolvido na fatorização k_T para produção de um glúon.	64
5.2	Seção de choque invariante em função da variável de escalonamento τ_h , para hádrons carregados e pión neutro, em diferentes valores de energia de centro de massa, \sqrt{s} . A extrapolação da curva é feita fora do intervalo considerado para o ajuste dos parâmetros, $1 < \tau_h < 100$	68
5.3	Razão dado/teoria em função da variável de escalonamento τ_h , para hádrons carregados e píons neutros em diferentes energias	69
5.4	Espectro de momento transverso na região de escalonamento, na região $\tau < 10^3$, em função de p_{Th} . Os dados estão multiplicados por um fator 10^i em cada energia para melhor visualização.	70
5.5	Comparação entre os resultados (Eq. (5.3)) usando as funções de fragmentação KKP e HKNS.	71
5.6	Seção de choque invariante para produção de hádrons, em função da variável de escalonamento, que considera a massa do jato $\tau_{m_T} = m_T^2/Q_s^2$ na região de pequeno p_{Th}	71
6.1	Comparação da UGD nuclear gerada pelos métodos de escalonamento geométrico e Glauber-Mueller para núcleos leves e pesados.	77
6.2	Razão entre a escala de saturação do núcleo e do próton em função do número de massa atômico A para os dois modelos descritos no texto.	78
6.3	Razão entre a UGD nuclear e do próton em função de τ para as mesmas situações descritas na Fig. 6.1.	79
6.4	Comparação da razão nuclear com os dados da colaboração NMC [11] (Li, C) e E765 [12] (C, Ca, Pb) em pequeno x	80
6.5	Razão nuclear dos núcleos Sn e C em função de Q^2 comparada com os dados de [13].	81
6.6	Razão nuclear em função do número de massa atômico A para diferentes valores de x comparado com os dados de [14].	82
7.1	Fator de modificação nuclear (definido na Eq. (7.3)) calculado para diferentes valores de parâmetro de impacto)	86
7.2	Espectro p_T e Razão de modificação nuclear para colisão pPb comparada com dados do ALICE [15] para produção de píons em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV.	87

7.3	Comparação entre o espectro final definido pela Eq. (7.30) com os dados do ALICE [16]. As linhas pontilhadas e tracejadas representam contribuições de f_{in} and f_{eq} respectivamente.	96
7.4	Comparação entre o fator de modificação nuclear obtido pela Eq. (7.31) com dados do ALICE [16] para diferentes classes de centralidade.	97
7.5	Multiplicidade de hádrons carregados em $y = 0$ comparado com nossas previsões em função do número de participantes, N_{part} . Linhas tracejadas e pontilhadas indicam contribuições de f_{in} e f_{eq}	98
7.6	Valores da temperatura de equilíbrio resultante dos ajustes dos dados, em função de $\langle T_{AB} \rangle$. A linha representa a interpolação descrita no texto.	99
A.1	Diagramas de Feynman dos subprocessos partônicos nos canais t, u, s nas três primeiras colunas. A última corresponde ao vértice de quatro glúons.	105
B.1	Figura tirada de [17], representando a geometria da colisão núcleo-núcleo.	107
B.2	Densidade nuclear em função de r para os núcleos apresentados na tabela B.1.	108
B.3	Função de espessura nuclear em função de b para os núcleos apresentados na tabela B.1.	109

Lista de Siglas e abreviaturas

ALICE A Large Ion Collider Experiment. [17](#), [31](#)

BFKL Balitsky - Fadin - Kuraev - Lipatov. [15](#)

BGBW Boltzmann - Gibbs - Blast - Wave. [17](#)

BK Balitsky - Kovchegov. [18](#)

CGC Color Glass Condensate. [28](#)

CNME Cold Nuclear Matter Effects. [83](#)

DGLAP Dokshitzer - Gribov - Lipatov - Altarelli - Parisi. [15](#)

DIS Deep Inelastic Scattering. [16](#), [21](#)

FF Fragmentation Function. [32](#), [39](#)

GBW Golec-Biernat e Wustoff. [54](#)

GLR Gribov - Levin - Ryskin. [15](#), [18](#), [28](#)

HERA Hadron Electron Ring Accelerator. [16](#), [54](#)

HKNS Hirai - Kumano - Nagai - Sudoh. [33](#)

KKP Kniehl - Kramer - Pötter. [33](#)

LHC Large Hadron Collider. [16](#)

LO Leading Order. [30](#), [32](#), [42](#)

MSTW Martin - Stirling - Thorne - Watt. [29](#)

NLO Next - To- Leading Order. [30](#)

NNLO Next - To - Next - To - Leading Order. [29](#), [30](#)

PDF Parton Distribution Function. [15](#), [23](#)

QCD Quantum Chromodynamics. [14](#)

QED Quantum Electrodynamics. [14](#)

QGP Quark Gluon Plasma. [16](#)

RHIC Relativistic Heavy Ion Collider. [16](#)

UGD Unintegrated Gluon Distribution. [16](#), [26](#), [50](#)

Capítulo 1

Introdução

Um dos questionamentos mais relevantes no contexto do estudo das interações fortes é sobre a estrutura dos hádrons em termos de seus constituintes fundamentais, cuja descrição do ponto de vista da cromodinâmica quântica (QCD) são quarks e glúons (ou coletivamente, pártons). Em baixas energias estas interações são descritas por hádrons, que são estados fortemente ligados destes objetos, numa configuração neutra de carga de cor. A natureza partônica destes hádrons se manifesta quando são colididos com energia suficiente para que a ligação seja quebrada em eventos inelásticos, produzindo novas partículas. É pela caracterização das partículas produzidas no estado final e suas distribuições cinemáticas que podemos inferir a distribuição e o comportamento destes pártons, enquanto os estados inicial e final das colisões são conhecidos a teoria sobre as interações partônicas faz a conexão entre ambos.

Embora a QCD seja aceita como teoria para descrição das interações fortes, a relação entre os processos partônicas e o fenômeno final é de extrema complexidade do ponto de vista teórico, tanto pela natureza dos hádrons enquanto objetos compostos de muitas partículas como pela dificuldade da QCD em gerar previsões na região em que a teoria de perturbação não é aplicável. Diferente da eletrodinâmica quântica (QED), em que as interações ocorrem com um acoplamento fraco e a expansão perturbativa da interação é válida, na QCD isto só ocorre em eventos que envolvem escalas de distância muito menores que aquelas do raio hadrônico (1 fm). De um ponto de vista teórico a QCD é dividida em duas partes: uma macia (*soft*) associada às interações que envolvem grandes escalas de distância ou baixos momentos transferidos, e outra dura (*hard*) envolvendo grandes momentos transferidos e provando escalas muito menores em que os pártons se tornam aparentes. Enquanto esta separação teórica existe, sob um ponto de vista observável tal divisão não é aparente e fenômenos *soft* e *hard* se misturam em muitos observáveis. Mesmo eventos caracterizados por grandes escalas de momento não são livres de uma parte *soft* associada à distribuição de pártons ou ao processo de fragmentação. Isto torna qualquer observável altamente dependente de parametrizações experimentais e o estudo fenomenológico toma um papel central na descrição das interações fortes.

A partir de 1969 com os experimentos de espalhamento profundamente inelás-

tico elétron-próton ep realizados no SLAC (Stanford Linear Accelerator Center), a natureza partônica do próton ficou evidente. Em tais eventos, percebeu-se que a interação elétron-próton ocorre entre partículas pontuais e não com a totalidade do próton, dando origem ao que ficou conhecido como modelo de pártons. Este modelo supõe que os pártons são colineares e não interagentes durante a colisão, caracterizados por uma função de distribuição de seus momentos longitudinais que é o objeto fundamental na descrição de qualquer processo que envolva estes pártons. O modelo de pártons permanece sendo a base da descrição da QCD perturbativa, em que se adicionam correções devido à emissão de radiação de glúons colineares no formalismo Dokshitzer - Gribov - Lipatov - Altarelli - Parisi (DGLAP) [18, 19, 20] e as funções de distribuição de pártons (PDF) permanecem sendo fundamentais para o cálculo de qualquer observável envolvido em colisões hadrônicas. Nas últimas décadas com o acúmulo de uma grande quantidade de dados experimentais, de diferentes colisores, estas funções são cada vez mais bem conhecidas.

Sendo as distribuições de pártons parte fundamental da descrição de interações hadrônicas, outra questão importante é sobre como estas funções entram no cálculo de observáveis. Neste contexto a resposta usual é o modelo de fatorização colinear da QCD perturbativa, que permite uma separação entre as PDFs e a subsequente interação colinear *hard* entre os pártons quando grandes escalas de momento estão envolvidas. Com o surgimento de aceleradores de energias mais altas, foi observado um grande crescimento das distribuições de glúons, levando a ideia de que, nestas condições, o próton pode ser visto como um sistema de grande densidade de glúons. Com o objetivo de descrever este regime novos mecanismos teóricos foram propostos, para além do modelo colinear.

Primeiramente, foi proposto por Balitsky - Fadin - Kuraev - Lipatov (BFKL) [21, 22] um formalismo que seria mais apropriado para descrever o crescimento das funções de distribuição de glúons do que o formalismo DGLAP de evolução colinear. Uma das principais ideias desta abordagem é a de realizar uma conexão entre a QCD e a teoria de Regge, na tentativa de se explicar o Pomeron (objeto que surge no contexto da teoria de Regge) em termos de glúons. Nesta formalismo não é usada a aproximação colinear e, naturalmente, as funções de distribuição de glúons passam a depender também de seu momento transversal, levando à fatorização k_T , em contraste com a fatorização colinear. Enquanto a equação BFKL prevê um grande crescimento das distribuições de glúons, foi deduzido por Gribov, Levin e Ryskin (GLR), em [23], que mecanismos não lineares deveriam atuar no sentido de impedir o crescimento ilimitado destas, dando origem à ideia de saturação. Nos últimos anos, muitos avanços foram feitos no contexto dos formalismos de saturação, com a observação de evidências experimentais relevantes, resultando em diferentes abordagens propostas para lidar com este fenômeno do ponto de vista da QCD. A ideia central nos modelos de saturação é a da existência de uma escala de momento de saturação a partir da qual as funções de distribuição de glúons devem parar de crescer, o que permite uma extensão do cálculo perturbativo para regiões de

pequenas escalas de momento, que permanecem abaixo da escala de saturação.

Este trabalho tem por objetivo a investigação das funções de distribuição de glúons, bem como a fatorização k_T para o cálculo de diferentes observáveis, sob um ponto de vista fenomenológico. No capítulo 2 apresentaremos as características básicas da QCD em altas energias, junto com uma breve revisão dos conceitos e pressupostos necessários para o entendimento deste trabalho. Descrevemos o modelo de pártons e sua descrição do ponto de vista da QCD, além das funções de distribuição e fragmentação partônica, no contexto do consagrado formalismo de fatorização colinear. Também explicamos aspectos básicos sobre o fenômeno de saturação e as equações de evolução partônicas.

No capítulo 3 apresentamos características gerais do espectro p_T de hádrons produzidos em colisões próton-próton (pp). Investigamos a produção de hádrons com grande momento transversal em diferentes energias de colisão \sqrt{s} , na região de aplicação do formalismo de fatorização colinear. Usamos o modelo de momento transversal intrínseco, atribuindo uma possível não colinearidade das interações, para esclarecer a necessidade de se considerar um momento transversal anterior à colisão, presente na função de distribuição de pártons. Embora muitos estudos deste tipo já tenham sido realizados, achamos importante uma investigação incluindo novos dados do Large Hadron Collider (LHC), para se determinar a importância destas correções em diferentes energias.

O capítulo 4 é dedicado ao modelo de dipolos de cor, no contexto do espalhamento profundamente inelástico (DIS), em que o objeto relevante na descrição deste fenômeno passa a ser a seção de choque de dipolos, caracterizada pelo tamanho transversal do dipolo formado por um par quark-antiquark. No espaço de momento transversal, as seções de choque de dipolos ficam diretamente conectadas com as funções de distribuição de glúons dependentes de momento transversal k_T , o que dá origem à forma de fatorização k_T , diferente daquela do formalismo colinear. Neste capítulo introduzimos um dos principais pontos deste trabalho, que é a proposta de uma função de distribuição de glúons não integrada (UGD) com motivação fenomenológica e que pode ser mais facilmente conectada com o espectro p_T em colisões de hádrons. A partir de uma análise dos dados do acelerador HERA, determinamos uma parametrização simples para esta distribuição no contexto do escalonamento geométrico. No capítulo 5 apresentamos o formalismo de fatorização k_T em colisões $pp(p\bar{p})$ e mostramos como a distribuição proposta pode ser usada para o cálculo do espectro. Também analisamos um grande conjunto de dados experimentais, de diferentes colidores, onde identificamos que o escalonamento geométrico pode ser uma boa aproximação para o espectro.

Um segundo ponto importante deste trabalho é acerca do papel da função de distribuição de glúons em colisões nucleares. Com o advento de colidores núcleo-núcleo (AA) de altas energias, como o RHIC e o LHC, ficou claro que uma física mais complexa é necessária para descrição adequada destes sistemas. Em especial, a formação do plasma de quarks e glúons (QGP), um estado de pártons livres que

se desenvolve após a colisão dura inicial, é prevista. Neste caso, a simples descrição baseada no modelo colinear não é suficiente, sendo que o grande número de partículas produzidas abre caminho para o uso da termodinâmica e mecânica estatística, bem como a hidrodinâmica, considerando a evolução temporal do sistema. Em especial, o experimento [ALICE](#) do LHC tem coletado um grande conjunto de dados com o intuito de caracterizar as diferentes etapas deste processo, isto é, da colisão dura inicial até a formação dos hádrons no estado inicial, passando pelo QGP.

No capítulo 6 discutimos o DIS nuclear, em especial o fenômeno de sombreamento, caracterizado pela depleção da distribuição de glúons no núcleo em relação ao nucleon livre. Este efeito é previsto no formalismo de saturação e pode ser incorporado na seção de choque de dipolos através dos múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller. Tendo por base a UGD do próton aqui proposta, utilizamos este formalismo para a obtenção de uma UGD nuclear e comparamos nossos resultados com os dados das razões nucleares na região de pequeno x .

O espectro p_T em colisões de íons pesados é investigado no capítulo 7, em que apresentamos um breve resumo sobre os efeitos nucleares da matéria fria, além da evolução subsequente do sistema quente até o freeze-out hadrônico. É de fundamental importância que os efeitos iniciais, em grande medida referentes à modificação das distribuições partônicas do núcleo, sejam separados dos efeitos do estado final, decorrentes da evolução hidrodinâmica do sistema. Uma forma de se fazer isto é a utilização da equação de Boltzmann na aproximação de tempo de relaxamento, que permite a decomposição do espectro entre a distribuição inicial, produto da interação dura partônica, e a distribuição de partículas produzidas no equilíbrio. Propomos que a distribuição inicial, com as modificações impostas pela UGD nuclear, é determinada pelo espectro de mini-jato de glúons dado pela fatorização k_T , assim como o caso pp , enquanto a distribuição de hádrons no equilíbrio é modelada fenomenologicamente, por uma distribuição tipo Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave ([BGBW](#)). Os parâmetros necessários para esta descrição são extraídos dos dados para produção de píons no ALICE e nossos resultados são analisados. Por fim, nossas considerações finais são apresentadas no capítulo 8.

Capítulo 2

Aspectos gerais da QCD em altas energias

Neste capítulo faremos uma breve revisão teórica de aspectos gerais da QCD em colisões de altas energias. Primeiramente, apresentamos o modelo de pártons no contexto do espalhamento profundamente inelástico elétron-próton, onde discutimos a emergência das funções de distribuição de pártons como objeto fundamental desta abordagem. Posteriormente, tratamos da dinâmica prevista pela QCD sobre a evolução das funções de estrutura do próton em relação às variáveis pertinentes ao processo, explicando o mecanismo de aproximação colinear DGLAP e a equação BFKL, que envolve a ressonância de diagramas importantes em altas energias. Comentamos como estas equações ficam modificadas em sistemas de grande densidade de glúons, gerando o efeito de saturação através de equações de evolução não lineares como GLR [23] e BK [24, 25]. Uma revisão didática destes tópicos pode ser encontrada em livros-texto [26, 27, 28, 29, 30, 31], onde estas equações são apresentadas de forma detalhada.

Um dos principais objetivos deste capítulo é apresentar conceitos básicos que serão utilizados no desenvolvimento seguinte. Em especial, apresentamos o conceito de funções de fragmentação de pártons, importante para o cálculo do espectro de hádrons nos capítulos seguintes.

2.1 A Cromodinâmica Quântica

Em nível fundamental, os fenômenos que envolvem a interação forte são descritos por quarks (férmions de spin $1/2$) e glúons (bósons de spin 1) os quais carregam carga de cor e são os objetos fundamentais da QCD. Do ponto de vista destes graus de liberdade, a Lagrangiana descreve a interação entre campos de quarks ψ (antiquarks $\bar{\psi}$) e dos glúons A^μ . Em particular, as interações entre glúons ficam representadas em um tensor de força destes campos $F_{\mu\nu}^a$, análogo ao tensor do campo eletromagnético na Lagrangiana da QED, mas com um grau de liberdade extra relacionado à cor a

destes campos:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.1)$$

onde o último termo produz um acoplamento entre glúons resultante do caráter não abeliano da teoria, que não tem analogia na QED. Na QCD o bóson mediador da interação também pode interagir diretamente com ele próprio, diferente do que ocorre em QED, onde fótons não têm um acoplamento direto. Este caráter não abeliano da interação produz uma série de fenômenos que fazem com que a QCD tenha uma dinâmica diferente da QED. Em particular vamos mostrar ao longo do trabalho que, em altas energias, o próton pode ser visto como um sistema composto principalmente por glúons interagindo em um regime de grande densidade.

A Lagrangiana também deve conter um termo referente à propagação dos campos de quarks e antiquarks que possuem uma massa m e interagem através da troca de glúons por um termo $\bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi$, sendo D_μ a derivada covariante dada por $D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a t^a$ e t^a são os geradores do grupo SU(3) representados pelas matrizes de Gell-Mann. Além disso, a lagrangiana da QCD obedece certas simetrias como a invariância sob transformação de paridade e de calibre do grupo SU(3), além da invariância de Lorentz. Uma dedução desta Lagrangiana com base em argumentos de simetria pode ser vista em [26] e a Lagrangiana final que decodifica todos os processos de QCD é dada na forma

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}^a)^2 + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi. \quad (2.2)$$

Duas propriedades fundamentais da QCD são a liberdade assintótica e o confinamento de cor. A liberdade assintótica prevê que a constante de acoplamento α_s da QCD se torne pequena em grandes escalas de momento Q^2 , ou em pequenas distâncias, legitimando o uso de teoria de perturbação em analogia à QED, onde as amplitudes de espalhamento são obtidas como uma série no acoplamento α , sendo os termos de ordem mais alta menos importantes na série perturbativa. Isto faz com que os observáveis físicos, como as seções de choque, possam ser obtidos restringindo o cálculo perturbativo, com boa aproximação, até as primeiras ordens da série. Este comportamento do acoplamento é representado pela equação de grupo de renormalização

$$\frac{\partial\alpha_s}{\partial\log(Q^2)} = \beta(\alpha_s) = -\alpha_s^2(b_0 + b_1\alpha_s + \dots), \quad (2.3)$$

que, em ordem dominante, resulta no acoplamento variável

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33 - n_f) \log \frac{Q^2}{\Lambda^2}}, \quad (2.4)$$

sendo $\Lambda \sim 240$ MeV a escala que separa o comportamento perturbativo do não perturbativo e n_f é o número de sabores dos quarks envolvidos no processo. O

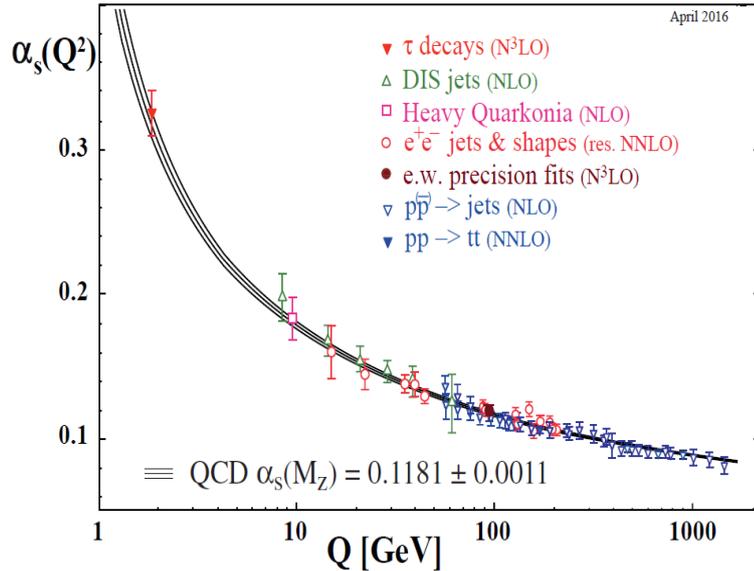


Figura 2.1: Figura obtida em [6], que mostra o acoplamento $\alpha_s(Q^2)$ em função de Q^2 .

comportamento de $\alpha_s(Q^2)$ pode ser visto na Fig. 2.1, de [6], obtido de diferentes experimentos.

Para valores de $Q < \Lambda$, o acoplamento é grande e os pártons encontram-se num estado fortemente ligado em uma configuração neutra de cor (hádrons), caracterizada pelo confinamento. Nesta configuração, se tentarmos quebrar a ligação deste sistema, precisamos de uma energia relativamente grande, fazendo com que a energia fornecida para romper o estado ligado seja usada também para produzir novas partículas, que por sua vez retornam ao estado neutro de cor, formando novos hádrons.

Discutiremos adiante as previsões para a QCD perturbativa do ponto de vista do modelo de fatorização colinear que leva a uma separação entre a parte associada ao comportamento perturbativo e não perturbativo dos observáveis, e as limitações deste tipo de abordagem.

2.2 DIS no modelo de pártons

Do ponto de vista da QED, a interação entre elétrons e prótons é mediada pela troca de um fóton. Este fóton é caracterizado por um comprimento de onda λ que sonda regiões cuja distância é da ordem de λ , fazendo com que a interação ep funcione efetivamente como um microscópio, onde o elétron prova a estrutura do próton. Em eventos elásticos, este fóton interage com a distribuição de carga do próton, caracterizada por um fator de forma, que pode ser inferido dos dados

experimentais e associado à uma densidade de carga com um raio médio de 0,8 fm. Quando as energias de colisão aumentam, o intervalo de energia deste fóton também aumenta e seu comprimento de onda diminui, fazendo com que este penetre cada vez mais no interior do próton, sondando regiões cada vez menores. Neste limite o próton acaba se rompendo em eventos inelásticos, onde parte da energia inicial de colisão é usada para produção de um sistema de muitas partículas no estado final. Eventos onde a massa produzida no estado final é muito maior que a massa do próton (~ 1 GeV) são chamados espalhamento profundamente inelásticos ou **DIS** (Deep inelastic scattering).

O DIS se constitui na forma mais simples e eficiente de determinar a estrutura do próton, já que o elétron é um objeto simples (carga pontual), em oposição às colisões hadrônicas em que ambos os sistemas colidores são complexos, fazendo o estudo deste processo fundamental para o entendimento das PDFs. Neste capítulo discutiremos o DIS no contexto do modelo de pártons e introduziremos os aspectos gerais do processo e suas variáveis, enquanto no capítulo 4 discutiremos o DIS do ponto de vista do formalismo de dipolos e da fatorização k_T .

O espalhamento elástico férmion-férmion em ordem dominante é trivial do ponto de vista da QED e é caracterizado por uma seção de choque diferencial dada por $\sigma \sim L^{\mu\nu} L_{\mu\nu}$, onde $L^{\mu\nu}$ é o tensor associado aos vértices de interação γ^*e , calculável em QED. O cálculo da seção de choque pode ser visto em livros-texto como [26, 27] e leva a expressão:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha}{4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \frac{E'}{E} \left[\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{Q^2}{2M} \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (2.5)$$

Em colisões inelásticas o elétron incidente tem uma energia E e, ao ser espalhado, parte desta energia é transferida para o próton (de massa M), resultando num elétron emergente com energia E' , acompanhado de um sistema de partículas cuja massa invariante é $W^2 = (p+q)^2$, onde p e q são os quadrimomentos do próton e do fóton. O processo é esquematizado na Figura 2.2. Neste ponto é usual se definir as variáveis invariantes de Lorentz, que no referencial de repouso do próton são:

$$\begin{aligned} \nu &= p \cdot q / M = (E' - E), \\ x &= \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2\nu M}, \\ y &= \frac{q \cdot p}{k \cdot p} = \frac{E - E'}{E}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

A variável $Q^2 = -q^2$ é a virtualidade do fóton e pode ser inferida pelo ângulo θ de espalhamento do elétron, $Q^2 = 4EE' \sin^2(\theta/2)$. Desta forma, a determinação da energia e do ângulo de espalhamento do elétron permite a determinação das variáveis x e y , que por sua vez determinam a seção de choque invariante. Em colisões inelásticas o vértice de interação γ^*p não é conhecido de primeiros princípios,

ficando associado ao tensor hadrônico $W_{\mu\nu}$ que precisa ser parametrizado por funções de estrutura inelásticas $W_1(\nu, Q^2)$ e $W_2(\nu, Q^2)$. A seção de choque pode ser dada em analogia ao espalhamento de cargas pontuais, $\sigma \sim L^{\mu\nu}W_{\mu\nu}$, onde o tensor leptônico representa a parte trivial do processo e a seção de choque pode ser expressa como:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{\alpha}{4E^2 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \left[W_2(\nu, Q^2) \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2W_1(\nu, Q^2) \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]. \quad (2.7)$$

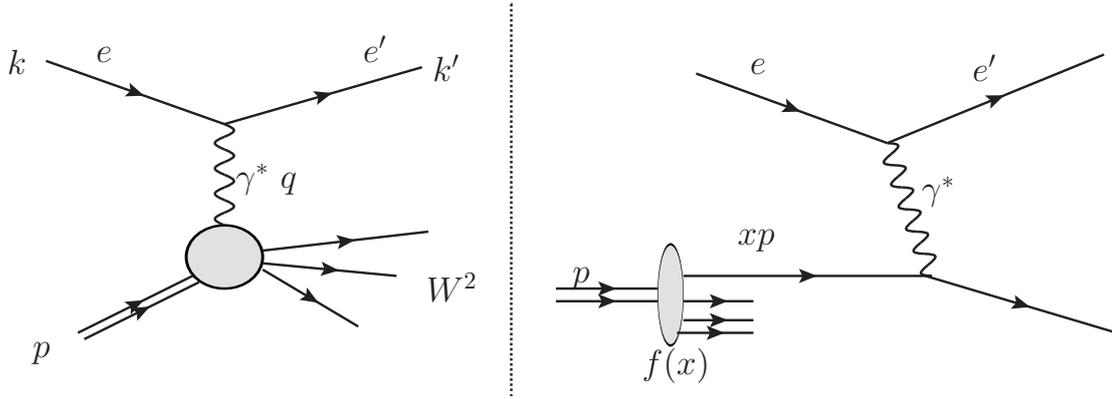


Figura 2.2: À esquerda, representação do espalhamento profundamente inelástico. À direita, sua interpretação no modelo de pártons.

Uma das observações surpreendentes dos experimentos de DIS realizados no SLAC, foi a constatação de Bjorken e Paschos [32] de que a seção de choque inelástica dada pela equação (2.7) passava a se comportar como a seção de choque para o espalhamento de férmions pontuais, dada pela equação (2.5), confirmando o modelo de pártons proposto por Feynman. A ideia do modelo de pártons é que, no referencial de momento infinito do próton, o tempo de interação entre o fóton virtual e o alvo é muito menor do que o tempo associado à dinâmica das interações entre os pártons, fazendo com que estes sejam livres no momento da colisão com o fóton. Além disso, se o momento transferido pelo fóton, que tem grande virtualidade, é muito maior que o momento transversal preexistente dos pártons, estes são aproximadamente colineares ao eixo de colisão e passam a depender apenas da fração de energia longitudinal x do próton. Este modelo prevê que podemos calcular a seção de choque de uma forma fatorizada, onde os dois elementos essenciais são a probabilidade $f_i(x)$ de encontrar uma párton do tipo i com fração de momento x e a probabilidade de interação dada pela seção de choque característica do espalhamento de férmions pontuais (neste caso identificado como quarks):

$$d\sigma(ep \rightarrow eX) = \sum_i \int dx f_i(x) d\sigma(eq \rightarrow eq). \quad (2.8)$$

Esta equação é característica do formalismo de fatorização colinear, onde $f_i(x)$ são as funções de distribuição de pártons, PDF, e pode ser estendida para uma série de outros observáveis que envolvem processos de grande momento transferido, levando à identificação em (2.7) das funções de estrutura adimensionais, $F_1(x)$ e $F_2(x)$, que ficam diretamente relacionadas com as PDFs:

$$\begin{aligned}\nu W_2 &= \left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) = F_2(x) = \sum_i e_i^2 x f_i(x), \\ mW_1 &= \frac{Q^2}{2m\nu} \delta\left(1 - \frac{Q^2}{2m\nu}\right) = F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x).\end{aligned}\tag{2.9}$$

Tendo em vista que a parte essencial do DIS é relativa à interação fóton-próton γ^*p , podemos relacionar as funções de estrutura do próton $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$ com a seção de choque total para interação do fóton com polarização longitudinal ou transversal $\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}$ na forma

$$\begin{aligned}F_2(x, Q^2) &= \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} (\sigma_T^{\gamma^*p} + \sigma_L^{\gamma^*p}), \\ 2xF_1(x, Q^2) &= \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} \sigma_T^{\gamma^*p}.\end{aligned}\tag{2.10}$$

Como veremos adiante, a QCD implica em correções ao modelo de pártons devido à emissão colinear de glúons, cuja contribuição pode ser ressumada pelas equações DGLAP. Este formalismo mantém a forma fatorizada das seções de choque como dadas pelo modelo de pártons e acrescenta uma dependência de Q^2 nas PDFs, onde Q^2 é uma escala de momento envolvida na interação.

2.3 Equações de evolução

Tanto na QED quanto na QCD existem divergências associadas à emissão de fótons (glúons) colineares, frequentemente denominadas divergência de massa, pois ocorrem pelo fato de que os propagadores destas partículas não têm massa. Quando elétrons ou prótons colidem, eles passam por este processo de emissão de radiação colinear no estado inicial, fazendo com que a interação efetivamente ocorra com uma partícula que teve seu momento degradado por uma fração do inicial por esta radiação. Enquanto na QED este processo é relativamente simples devido à estrutura pontual do elétron e ao caráter perturbativo da interação, na QCD o mecanismo toma parte entre pártons que estão ligados na forma de objetos mais complexos, como o próton. Além disso, tal processo pode ser descrito em teoria de perturbação apenas até uma escala não perturbativa de confinamento.

A seção de choque para um processo que envolve a emissão de um fóton pelo elétron pode ser dada na aproximação de fóton equivalente (ou fóton real) de

Weizsäcker-Williams (WW) [33, 34]. A interação com o próton é dada por um feixe de fótons reais descritos por uma distribuição $f_\gamma(z)$,

$$\sigma \sim \int \frac{d^3k}{2k^0} \sum |\mathcal{M}_{e\gamma}|^2 \left(\frac{1}{q^2}\right)^2 \sigma(\gamma p \rightarrow X), \quad (2.11)$$

em que $q^2 \sim p_T^2$ é a virtualidade do fóton que é proporcional ao momento transversal p_T adquirido durante o desdobramento. Podemos ver que este tipo de diagrama recebe grande contribuição da parte associada a $p_T \rightarrow 0$, região em que o integrando é divergente, o que implica em o fóton se tornar quase real. A equação pode ser calculada em termos das frações de momento z e do limite superior da integração em $p_T^2 = Q^2$ resultando na forma (este cálculo pode ser visto em [26])

$$\sigma = \int_0^1 dz \frac{\alpha}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m^2} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] \sigma(\gamma p \rightarrow X). \quad (2.12)$$

Podemos entender a Eq. (2.12) como a probabilidade de encontrar um fóton com fração z do momento do elétron, definindo uma função de distribuição de fótons no elétron:

$$f_\gamma(z) = \frac{\alpha}{2\pi} \log \frac{Q^2}{m^2} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right], \quad (2.13)$$

de forma que o termo com o logaritmo, $\alpha \log \frac{Q^2}{m^2}$, fica associado a uma função de distribuição separada da interação γp . O mesmo raciocínio pode ser aplicado à QCD para descrever a emissão de glúons mostrada na Fig. 2.3. Definimos as funções de desdobramento:

$$\begin{aligned} P_{qq}(z) &= P_{\bar{q}q}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{1-z} \right]_+, \\ P_{gq}(z) &= P_{g\bar{q}}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \\ P_{qg}(z) &= \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \\ P_{gg}(z) &= 6 \left[\left[\frac{z}{1-z} \right]_+ + \frac{1-z}{z} + z(1-z) + \left(\frac{33-2n_f}{36} - 1 \right) \delta(1-z) \right]. \end{aligned} \quad (2.14)$$

As singularidades associadas à emissão *soft* de glúons, isto é, no limite $z \rightarrow 0$ podem ser tratadas na chamada prescrição $+$ que permite a integração das distribuições:

$$\int_a^1 [g(x)]_+ f(x) dx = \int_a^1 g(x) (f(x) - f(1)) dx - f(1) \int_0^a g(x) dx. \quad (2.15)$$

Podemos ver pela Eq. 2.12, que as divergências colineares produzem um termo $\alpha_s \log \frac{Q^2}{m^2}$ que corresponde a uma correção importante imposta ao processo, tendo em

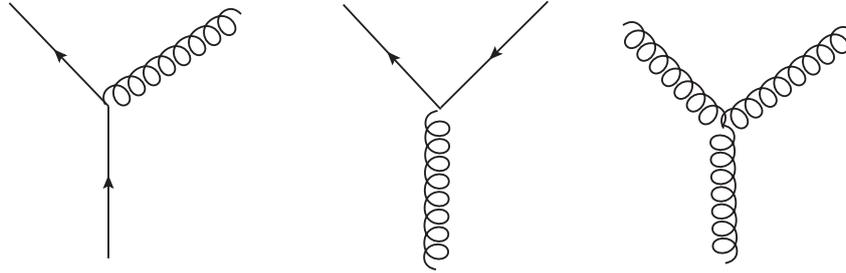


Figura 2.3: Vértices que contribuem para evolução das PDFs em QCD.

vista que, embora o acoplamento α_s seja pequeno, o termo $\log \frac{Q^2}{m^2}$ é grande. Podemos calcular diagramas para sucessivas emissões de glúons com um forte ordenamento no momento transversal p_T

$$p_{Tn} \gg p_{Tn-1} \gg \dots \gg p_{T2} \gg p_{T1}, \quad (2.16)$$

ou seja, o próximo glúon é emitido com momento muito maior que o antecessor e assim por diante. Neste caso podemos usar a aproximação colinear em cada etapa do processo, fazendo com que um termo $\alpha_s^n \log^n \frac{Q^2}{m^2}$ seja produzido na etapa n . Se pensarmos no DIS deste ponto de vista, temos um fóton virtual que interage com um quark que teve seu momento degradado pela emissão de sucessivos glúons como mostrado na Fig. 2.4.

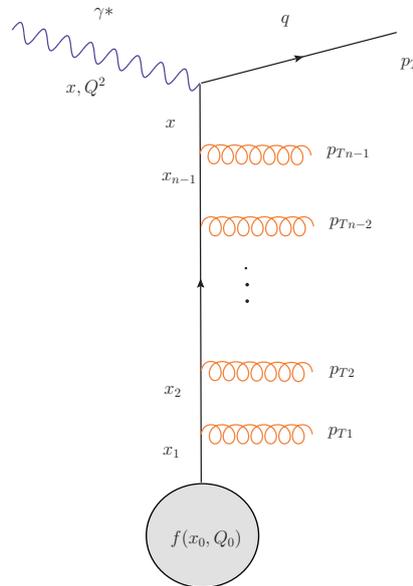


Figura 2.4: Diagramas ressumados pela equação DGLAP com forte ordenamento em p_T .

Estes diagramas podem ser ressumados às PDFs considerando-se todos os possí-

veis desdobramentos $P_{i,j}$ na forma de equações integro-diferenciais na variável Q^2 , que são conhecidas como equação DGLAP:

$$\frac{d}{d \log Q^2} \begin{pmatrix} f_i(x, Q^2) \\ f_g(x, Q^2) \end{pmatrix} = \sum_i \frac{\alpha}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \begin{pmatrix} P_{q_i q_j}(\frac{x}{z}) & P_{q_i g}(\frac{x}{z}) \\ P_{g q_i}(\frac{x}{z}) & P_{g g}(\frac{x}{z}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_j(\frac{x}{z}, Q^2) \\ f_g(\frac{x}{z}, Q^2) \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

A aproximação envolvida na obtenção desta equação é denominada aproximação *leading logarithm*, por envolver diagramas que contenham grandes logaritmos na escala Q^2 . Entretanto, em altas energias x se torna pequeno e passa a existir a necessidade de se considerar diagramas que contenham termos $\alpha_s \log \frac{1}{x}$, que são amplificados nesta região. Diagramas deste tipo são gerados em processos onde os glúons são emitidos com um forte ordenamento na variável x

$$x_1 \gg x_2 \gg \dots \gg x_{n-1} \gg x_n, \quad (2.18)$$

ou seja, cada glúon emitido tem uma fração de momento x_n de seu antecessor que é muito menor que a anterior gerando termos com $\alpha_s^n \log^n \frac{1}{x}$ em cada etapa do processo. Estes diagramas (Fig. 2.4) podem ser ressomados às funções de distribuição gerando uma equação de evolução integro-diferencial na variável x , denominada equação BFKL:

$$\frac{\partial \phi(x, k_T^2)}{\partial \log \frac{1}{x}} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi^2} \int \frac{d^2 q_T}{k_T^2 - q_T^2} \left[\phi(x, q_T^2) - \frac{k_T^2}{2q_T^2} \phi(x, k_T^2) \right]. \quad (2.19)$$

Como a equação BFKL não faz uso da aproximação colinear, cada glúon pode ser emitido com um momento transversal k_T que não é irrelevante, gerando uma difusão da distribuição em momento transversal. Neste formalismo, as funções de distribuição $\phi(x, k_T^2)$ são naturalmente dependentes de k_T e podem se relacionar à distribuição de glúons colinear pela relação

$$\phi(x, k_T^2) = \frac{\partial G(x, k_T^2)}{\partial k_T^2}. \quad (2.20)$$

Esta distribuição dependente de momento transversal é conhecida como distribuições não integrada ou **UGD**.

A equação BFKL pode ser resolvida na aproximação de ponto de sela (detalhes podem ser vistos em [31]), resultando num comportamento tipo lei de potência,

$$\phi(x, k_T^2) \sim \left(\frac{1}{x} \right)^{\frac{4\alpha_s N_c \log 2}{\pi}}, \quad (2.21)$$

para o crescimento da distribuição de glúons e, por consequência, para as seções de choque dos processos que envolvem interações de hádrons.

No limite de grande Q^2 e pequeno x , a equação DGLAP pode ser aproximada considerando apenas as distribuições de glúons $xG(x, Q^2)$

$$\frac{\partial G(x, Q^2)}{\partial \log \frac{1}{x} \partial \log Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} xG\left(\frac{x}{z}, Q^2\right). \quad (2.22)$$

Esta aproximação tem origem nas funções de desdobramento (2.14) que têm divergências tipo $1/z$. Para emissão de glúons *soft* z é pequeno, resultando em termos do tipo $\alpha \log Q^2 \log \frac{1}{z}$ assim como a equação BFKL. Neste limite a equação DGLAP tem a solução

$$xG(x, Q^2) \sim \exp \left(2\sqrt{\frac{\alpha_s N_c}{\pi} \log \frac{1}{x} \log \frac{Q^2}{Q_0^2}} \right), \quad (2.23)$$

que deve coincidir com a solução da equação BFKL na região de grande Q^2 e pequeno x .

2.4 Saturação partônica

Em interações hadrônicas, a unitariedade da matriz de espalhamento no limite $s \rightarrow \infty$, impõe um crescimento máximo permitido para a seções de choque em função da energia de colisão \sqrt{s} , conhecido como limite de Froissart-Martin [35, 36, 37]:

$$\sigma^{tot}(s) \leq \frac{\pi}{m_\pi^2} \log^2 \left(\frac{s}{s_0} \right), \quad (2.24)$$

sendo s_0 uma escala de energia e m_π a massa dos píons intermediários da interação forte. Entretanto, as soluções das equações DGLAP e BFKL em altas energias (pequeno x), dadas pelas Eqs. (2.21) e (2.23), mostram uma distribuição de glúons que tem um crescimento muito maior que o de um termo logarítmo, violando este limite. A Fig. 2.5 mostra em uma forma ilustrada a dinâmica da evolução da

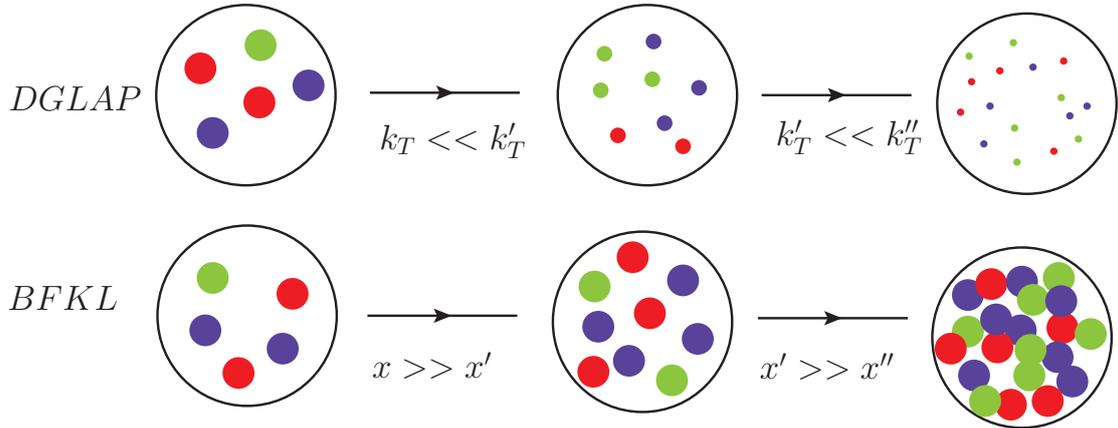


Figura 2.5: Aumento do número de glúons no próton resultantes da Evolução DGLAP e BFKL.

distribuição de glúons no próton. O forte ordenamento k_T da equação DGLAP produz cada vez mais glúons com o aumento de Q^2 , sendo que os glúons emitidos passam a ocupar uma área transversal cada vez menor $A \sim 1/k_T^2$. Já a evolução

BFKL aumenta o número de glúons que ocupam uma mesma região transversa, fazendo com que estes passem a se sobrepor, resultando num regime condensado. Para restaurar a unitariedade da matriz de espalhamento e tornar a teoria compatível com o limite de Froissart-Martin, foi proposta a ideia de saturação das distribuições de glúons.

Nas últimas décadas, foram propostas diferentes formas de se incluir saturação nas equações de evolução [23, 38, 39, 40, 41, 42, 24, 25, 43, 44]. O trabalho pioneiro nesta área é devido a Gribov, Levin e Ryskin (GLR) [23] onde propuseram a inclusão de um termo não linear às equações de evolução,

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \log \frac{1}{x} \partial \log \frac{Q^2}{\Lambda^2}} = \frac{\alpha_s N_c}{\pi} xG(x, Q^2) - \frac{\alpha_s N_c \pi}{2C_F S_T} \frac{1}{Q^2} [xG(x, Q^2)]^2. \quad (2.25)$$

Nesta expressão C_F e N_c são fatores associados a álgebra do grupo SU(3), sendo N_c o número de cores e C_F o operador de Casimir. O segundo termo da equação, não linear em $xG(x, Q^2)$, depende da área transversa do hádron S_T e ocorre porque, no regime de grande densidade, os glúons passam a se sobrepor, favorecendo o processo de fusão $gg \rightarrow g$ e contribuindo para diminuir a densidade do sistema. Isto faz com que exista uma escala de momento de saturação Q_s dependente de x , a partir da qual a distribuição de glúons para de crescer. Uma estimativa da escala de saturação $Q_s(x)$ pode ser feita supondo que o comportamento de $xG(x, Q^2)$, próximo ao regime saturado, é dado pela Eq. (2.21) e que os termos do lado direito da Eq. (2.25) são iguais, resultando em uma potência λ ,

$$Q_s^2(x) \sim \left(\frac{1}{x}\right)^\lambda, \quad (2.26)$$

que mostra um crescimento da escala de saturação quando x diminui. Sendo assim, quanto menor os valores de x envolvidos no processo, maior é região em Q^2 em que a seção de choque para este processo permanece saturada.

O desenvolvimento das ideias de saturação levou ao entendimento de que estes sistemas podem ser caracterizados em termos de um novo estado da matéria, conhecido como condensado de vidro de cor (CGC) [45, 46, 47, 48, 49]. O termo vidro refere-se ao fato de que pártons de pequeno x experimentam uma dinâmica em tempos diferente dos de grande x . Pelo princípio de incerteza, o párton pai (de maior momento x) tem sua dinâmica dada em um tempo $t \simeq \frac{x}{k_T}$, muito maior do que aqueles de pequeno x , fazendo com que estes enxerguem aqueles como fontes de cor estáticas. Além disso, é esperado que em grandes núcleos exista uma maior sobreposição de glúons de diferentes nucleons no plano transversa, resultando em uma maior escala de saturação. Apresentaremos mais detalhes sobre o mecanismo de saturação nas funções de distribuição de glúons nuclear no Capítulo 6.

2.5 Funções de distribuição de pártons colineares.

No formalismo de fatorização colinear, as PDFs são objetos universais e independentes do processo em questão, isto é, se obtivermos estas PDFs no DIS podemos usá-las para o cálculo de outros processos. O procedimento para obtenção destas distribuições é conceitualmente simples: ajustamos um modelo usando dados experimentais em uma escala Q_0 e as equações DGLAP nos permitem a obtenção destas em escalas de momento superiores. Entretanto, nas últimas décadas a obtenção das PDFs a partir de um grande número de dados experimentais se tornou um processo cada vez mais aprimorado e complexo. Atualizações regulares são feitas por vários grupos, destacando-se MSTW/MMHT [7, 50], CTEQ, HERAPDF [51] e NNPDF [52] usando diferentes métodos e disponibilizando funções calculadas até NNLO (next-to-next-leading-order). Nas versões mais atuais são usados milhares de pontos experimentais, cobrindo uma ampla região cinemática das variáveis x e Q^2 de uma grande quantidade de observáveis como: funções de estrutura no DIS, produção de jatos, processo Drell-Yan, produção de quarks e bósons pesados. A parametrização usual na escala Q_0 é

$$f(x, Q_0) = x^{A_1}(1-x)^{A_2}P(x, A_3, A_4, \dots), \quad (2.27)$$

tanto para os glúons, quanto para cada sabor de quarks. A forma da função $P(x)$ e seu número de parâmetros varia em diferentes grupos, embora a forma $x^{A_1}(1-x)^{A_2}$ seja empregada por todos. O parâmetro A_1 é baseado no comportamento esperado pela teoria de Regge, que prevê um crescimento em energia tipo lei de potência para as seções de choque dependendo do spin da partícula trocada no canal t . O parâmetro A_2 é baseado na contagem no número de espectadores da colisão, conhecido como "counting rules", previsto em [53] e que determina um parâmetro $A_2 = 2n_s - 1$. A ideia desta abordagem é que, quanto maior o número de espectadores compartilhando um momento inicial, menor será a probabilidade de produzir um párton com uma fração maior de momento. Por exemplo, para um quark de valência temos dois quarks espectadores, resultando em $A_2 = 3$, enquanto para um glúon temos $A_2 = 5$. É importante ressaltar que estes modelos, tanto a teoria de Regge quanto a regra baseada no número de espectadores, não são previsões da QCD. Embora estas formas sejam usadas, os parâmetros não recebem nenhuma restrição de um ponto de vista teórico, sendo ajustados dos experimentos.

O número de parâmetros envolvidos no ajuste global dos dados varia em cada caso. Usualmente a forma (2.27) tem dezenas de parâmetros, e as restrições de soma de momento e sabor impostas reduzem este número. Estas relações implicam na conservação do número de sabor e na conservação de momento:

$$\int_0^1 u_v(x) dx = 2, \quad \int_0^1 d_v(x) dx = 1, \quad \int_0^1 (s(x) - \bar{s}(x)) dx = 0, \quad (2.28)$$

$$\sum_i \int_0^1 x f_i(x) = 1.$$

Mesmo com estas restrições, ainda restam muitos parâmetros livres, por exemplo, as PDFs MMHT2014 possuem 25 parâmetros livres, ajustados de, aproximadamente, 3000 pontos experimentais (dependendo da ordem).

A Figura 2.6 mostra as PDFs MSTW2008 obtidas na Ref. [7] em ordem dominante (LO), com seus respectivos erros, que usaremos neste trabalho. Podemos ver as seguintes características gerais:

- as funções de distribuição de quarks de valência têm um pico em torno de $x \sim 0,3$, indicando que nesta região de grande x os três quarks de valência dividem o momento do próton,
- a distribuição de glúon que nesta região é pequena, rapidamente cresce e se torna maior que as distribuições de quarks em $x \gtrsim 0,1$.
- Um comportamento intermediário é dado pelas distribuições de quarks de mar crescendo com x , porém de forma muito mais lenta que a distribuição de glúons.

Em ordens mais altas como NLO (next-to-leading order) e NNLO as PDFs podem ser substancialmente diferentes, assim como os erros associados a estas. Uma análise destas distribuições em ordens mais altas podem ser vista em [7]. Embora diferen-

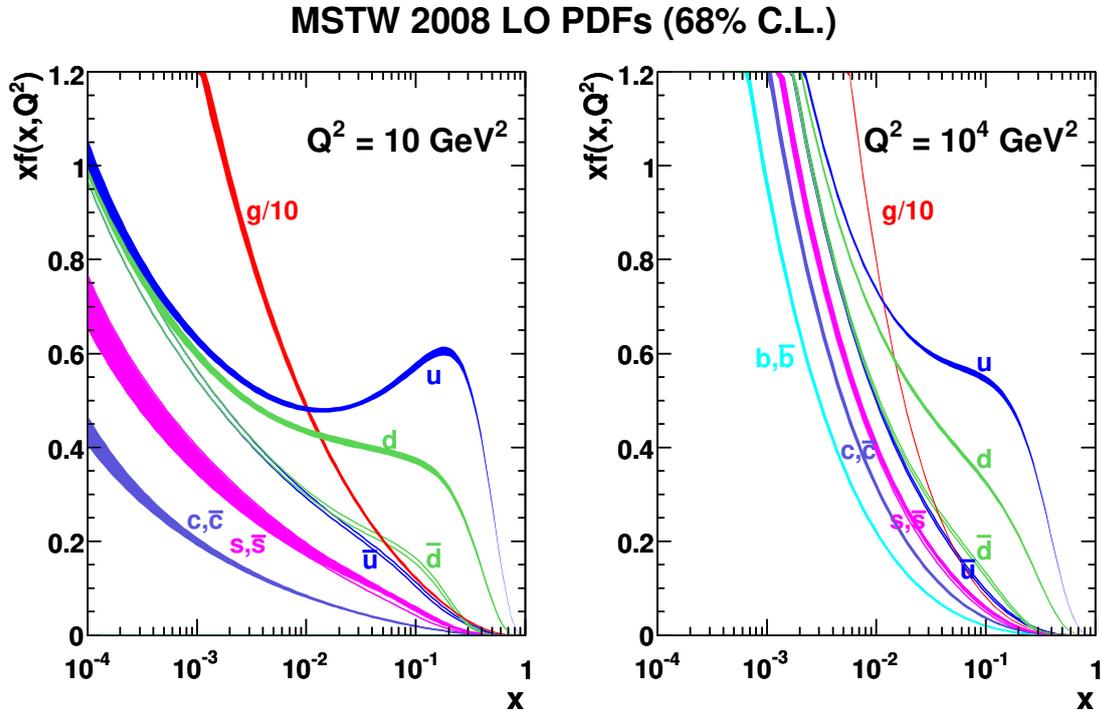


Figura 2.6: Funções de distribuição MSTW2008 em LO obtidas em [7].

tes formalismos prevejam comportamentos distintos para as funções de distribuição, como nos modelos de saturação, cuja dinâmica é baseada na equação BFKL, pelo menos no contexto do DIS, no que diz respeito às funções de estrutura em $Q > 2$ GeV, a fatorização colinear tem uma descrição excelente destes dados. Uma comparação dos dados do HERA para seção de choque no DIS, calculada com o modelo CT10 em NLO é mostrado na Fig. 2.7. Assim, resta muito pouco espaço para considerações além do formalismo DGLAP neste contexto, fazendo com que qualquer abordagem proposta deva ao menos reproduzir este comportamento na região de grande momento. Neste trabalho utilizamos a fatorização k_T em regiões cinemáticas onde existe a possibilidade do modelo colinear não ser totalmente adequado e com a preocupação de que, no limite de grande Q^2 , o comportamento DGLAP deva ser reproduzido pelo menos de forma fenomenológica, já que ainda não existem abordagens teóricas consistentes para a consideração de ambos mecanismos. Diferente

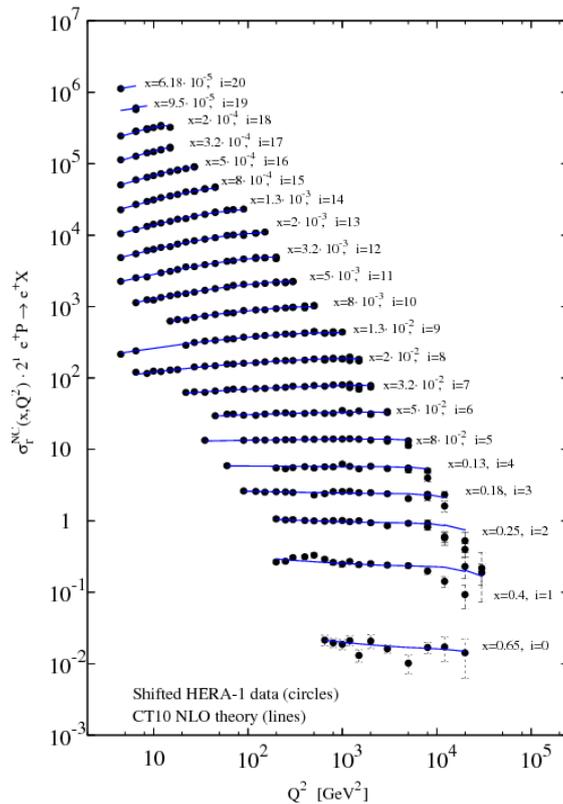


Figura 2.7: Comparação entre os dados do HERA para a seção de choque de corrente neutra do DIS e as funções de distribuição CT10 em NLO [8].

do caso do DIS ou em processos Drell-Yan (onde existem léptons nos estados iniciais e finais) em que a fatorização colinear foi demonstrada, a produção de hádrons ainda nos fornece algum espaço para considerações além deste modelo. Recentemente dados para produção de pión neutro em grande p_T na colaboração ALICE

do LHC [54] mostram uma grande discrepância com o cálculo colinear, mesmo em NLO. Observáveis caracterizados por pequenos momentos transferidos estão fora do limite de validade deste formalismo. Tais observáveis incluem seções de choque total elástica e inelástica, distribuição de rapidez e momento transversal médio de partículas produzidas, entre outros, que são caracterizados por interações *soft* ou *semi-hard*. Também vale ressaltar que, em colisões nucleares, os dados mostram que o meio nuclear tem uma influência relevante nas modificações das PDFs e dos processos duros em si, fazendo com que uma série de novos fenômenos apareçam, o que torna inadequada a simples previsão de pártons não interagentes, que consiste na base da descrição do formalismo de fatorização colinear.

2.6 Funções de fragmentação de pártons (FFs)

Uma das propriedades características da QCD é a neutralidade de cor apresentada pelos estados ligados de pártons, ou seja hádrons. Quarks e glúons carregam carga de cor e não são estáveis num estado livre. Nesta situação processos devem ocorrer no sentido de neutralizar a carga de cor destes pártons, produzindo estados neutros de cor que podem ser bárions (três quarks ou antiquarks) ou mésons (par quark-antiquark). Assim como as PDFs descrevem a probabilidade de se encontrar um párton que carrega cor no estado hadrônico neutro de cor, a função de fragmentação (FF) calcula a probabilidade deste párton, uma vez ejetado do sistema, se traduzir em um estado hadrônico neutro de cor.

As FFs, usualmente denotadas $D_{h/c}(z, Q^2)$, geram a probabilidade do párton c produzir o hádron h com fração de momento z daquele párton. A dependência na escala Q^2 surge da mesma forma como na PDF, levando em conta o processo de emissão de radiação colinear no estado final, em que o momento transversal produzido é integrado até a escala Q^2 . Assim como as PDFs, é atribuída a universalidade às funções de fragmentação, ou seja, podemos usar a FF obtida em um processo específico e usá-la para o cálculo de um outro processo que envolva a fragmentação de pártons em hádrons.

O processo mais simples para a obtenção de uma FF consiste em observar a produção de hádrons em colisões elétron-pósitron no processo inclusivo $e^+e^- \rightarrow h + X$, já que, neste caso, não temos hádrons no estado inicial e o processo não é dependente das incertezas presentes nas PDFs. Em LO este processo é dado pela aniquilação $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$, onde a aniquilação do par e^+e^- gera a produção de um par quark-antiquark que, subsequentemente, vai passar pelo processo de hadronização, produzindo o hádron h . Entretanto, dados para colisões e^+e^- tem um alcance cinemático limitado fazendo com que muitas FFs incluam dados de processos envolvendo a produção de hádrons no DIS e em colisores pp .

O método de obtenção das FFs é análogo ao da PDF: faz-se uma parametrização

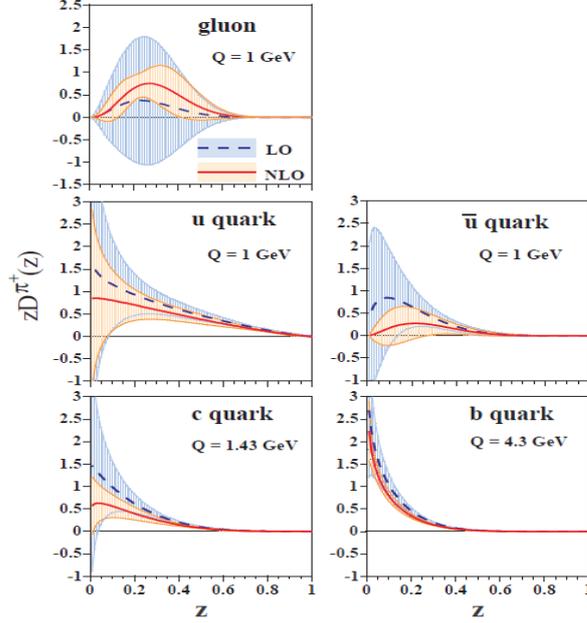


Figura 2.8: Figura obtida em [9], que mostra as incertezas associadas à obtenção das FFs de píons para diferentes pártons na escala $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$.

na escala inicial (em geral $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$) na forma

$$D_{c/h}(z) = N_h z^{A_{1h}} (1 - z)^{A_{2h}}, \quad (2.29)$$

para cada sabor de párton. Esta forma é sujeita à evolução DGLAP que dá a dependência em Q^2 em escalas maiores de momento e os parâmetros envolvidos são extraídos de um conjunto de dados experimentais.

Em nosso estudo utilizamos as funções de fragmentação **KKP**, obtidas em [55], e **HKNS** de [9], as quais possuem diferenças bastante grandes, principalmente no que diz respeito à fragmentação de glúons em pequenos valores de Q^2 e z . Uma análise da incerteza na obtenção destas funções foi feita em [9], mostrando uma grande imprecisão na determinação da fragmentação de glúons nesta região, como mostrado na Fig. 2.8. Esta Figura mostra a FF obtida em [9], para quarks e glúons, com sua respectiva incerteza, calculadas em $Q = 1 \text{ GeV}$. Como processos iniciados por glúons são dominantes em altas energias, a incerteza da FF induz uma imprecisão no cálculo de partículas produzidas, principalmente na região de pequeno z . Assim como no caso das PDFs, diferentes grupos têm se dedicado à obtenção das FFs, além das que testamos, existem atualizações incluindo novos dados do LHC como em [56] e as obtidas pelo grupo NNPDF [57, 58].

Nos capítulos seguintes apresentaremos estudo sobre o espectro p_T de hádrons

produzidos em colisões pp e discutimos o papel das funções de fragmentação neste caso. Além disso, conceitos apresentados neste capítulo, devem servir de base para as discussões posteriores.

Capítulo 3

Produção de hádrons com momento transversal intrínseco

A distribuição de momento transversal p_T de hádrons produzidos em colisões de altas energias é uma medida importante da QCD perturbativa. Quando pártons interagem com grande momento transferido no processo $ab \rightarrow cd$, os pártons no estado final adquirem grande momento p_T relativo ao eixo de colisão, passando por um processo de emissão de radiação colinear. Sua energia é degradada até uma escala não perturbativa, em que o processo de hadronização toma parte e converte os pártons resultantes deste processo em hádrons. Como a radiação emitida é essencialmente colinear, estes eventos se caracterizam pela emergência de aglomerados de hádrons com pequena separação angular na direção do parton inicial formando um jato de grande p_T .

Nosso objetivo neste capítulo é calcular a seção de choque diferencial para produção inclusiva de hádrons ($pp \rightarrow h + X$) em diferentes valores de \sqrt{s} , desde energias mais baixas de colisores de alvo fixo, até as energias do LHC. Este observável é de grande importância na investigação sobre a possível não colinearidade da interação, principalmente na região de p_T moderado onde uma pequena diferença no momento transversal inicial dos pártons pode alterar as seções de choque. Além disso, as colisões próton-próton servem como controle para o estudo de fatores de modificação nuclear, o que torna importante uma caracterização do espectro de momento transversal das partículas produzidas nestas colisões para qualquer modelo que queira descrever a região de grande densidade de glúons acessadas em colisões nucleares.

Primeiramente, apresentaremos os aspectos gerais deste observável, os detalhes envolvidos nos cálculos da seção de choque na fatorização colinear usual e a diferença na cinemática imposta pela inclusão de um k_T intrínseco. Por fim apresentamos os resultados para o modelo de momento transversal intrínseco e discutimos a importância desta quantidade para descrever dados experimentais.

3.1 Características do espectro de momento transverso

O espectro de momento transverso de hádrons produzidos é caracterizado por uma seção de choque que tem um comportamento de potência em grande p_T , e tende a um patamar fixo para $p_T < 1$ GeV. Estas características são incorporadas na função de Hagedorn [59]

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C \left(1 + \frac{p_T}{p_0} \right)^{-n}. \quad (3.1)$$

Enquanto no limite $p_T \rightarrow 0$ a função tem um comportamento exponencial, $\exp(-n \frac{p_T}{p_0})$, no limite $p_T \rightarrow \infty$ ela tem um comportamento de potência $(p_0/p_T)^n$. A forma da função de Hagedorn é a mesma da distribuição de Tsallis [60] desenvolvida no contexto da termodinâmica não extensiva, que pode ser expressa como

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = C \left(1 - (1 - q) \frac{p_T}{T} \right)^{\frac{1}{1-q}}, \quad (3.2)$$

em que o parâmetro q mede a não aditividade da entropia e T a temperatura. Ajustes dos parâmetros da função de Tsallis tem sido feitos extensivamente em um grande número de dados para produção de partículas [61], mostrando uma excelente concordância com estes. Do ponto de vista do modelo de pártons é previsto um escalonamento (scaling) na forma $1/p_T^4$, ou seja, $n = 4$, enquanto as correções impostas pela evolução colinear DGLAP, ou por algum outro mecanismo em QCD, geram um aumento efetivo deste valor, fazendo com que este parâmetro seja uma medida importante para caracterizar a dinâmica da QCD nestas colisões. Por esta razão, muitos estudos são feitos com o objetivo de se extrair informação de n . Em [62] é argumentado que este parâmetro deve ser dependente do número de espectadores e pode receber contribuições de processos quark+méson, principalmente em baixas energias. No estudo de [63] é apresentada uma forma de se extrair este parâmetro para seções de choque em diferentes energias para valores fixos de $x_T = 2p_T/\sqrt{s}$:

$$n(x_T) = \frac{\log(\sigma(\sqrt{s_1}, x_T)/\sigma(\sqrt{s_2}, x_T))}{\log(\sqrt{s_1}/\sqrt{s_2})}. \quad (3.3)$$

Uma análise sobre uma aproximação analítica das previsões da QCD e sua conexão com o parâmetro n pode ser vista em [64].

É comum encontrarmos dados experimentais expressos em função do número de partículas produzidas N em vez da seção de choque, que podem ser relacionados pela seção de choque total inelástica

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \sigma_{inel} E \frac{d^3N}{d^3p}. \quad (3.4)$$

Uma outra forma para se expressar a seção de choque diferencial em termos da rapidez y e momento transversal p_T do hádron produzido é

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = \frac{d^3\sigma}{d^2p_T dy} = \frac{d^2\sigma}{2\pi p_T dp_T dy}. \quad (3.5)$$

Na próxima seção discutiremos o modelo usual em QCD perturbativa para descrever a distribuição de grande p_T , que é o modelo de fatorização colinear. Este método consiste, essencialmente, na obtenção de funções de estrutura ajustadas de dados experimentais que, como discutimos anteriormente, são obtidas de uma análise global de dados utilizando-se dezenas de parâmetros para realizar o ajuste. Subsequentemente, estas funções de distribuição recebem ressonância de diagramas que contêm divergência colinear, como descrito anteriormente, tanto no âmbito das funções de distribuição quanto das funções de fragmentação, que são muitas vezes calculadas até NNLO, e mesmo a parte dura do processo é muitas vezes calculada também em ordens superiores. Todo este maquinário, de extrema complexidade criado em torno do modelo de fatorização colinear nos coloca o seguinte questionamento: por que o espectro resultante deste processo tem uma forma tão simples como a da Eq. (3.1)? Sendo descrito com grande precisão por apenas três parâmetros.

3.2 Produção inclusiva de hádrons no modelo de fatorização colinear

No mecanismo de fatorização colinear a seção de choque para produção de hádrons pode ser separada entre as partes que envolvem as distribuições de partons, o espalhamento duro e a subsequente fragmentação do parton ejetado. As funções de distribuição, neste caso, são dependentes da fração de momento carregada pelos partons, $x_{a,b}$, e do momento transferido na interação dura, Q^2 . A primeira etapa do processo envolve a produção do parton c que produz um jato no estado final no processo $ab \rightarrow c + X$, que é um processo inclusivo no sentido de que apenas o jato produzido por c é detectado e X representa o resto associado aos outros partons emergentes da interação:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p}(AB \rightarrow \text{jato} + X) = \sum_{abcd} \int dx_a dx_b f_{a/A}(x_a, Q^2) f_{b/B}(x_b, Q^2) \times \frac{\hat{s}}{\pi} \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \delta(\hat{s} + \hat{t} + \hat{u}). \quad (3.6)$$

O subprocesso partônico fica descrito pela seção de choque $\frac{d\sigma}{d\hat{t}}$ envolvendo todas as possibilidades de interação entre quarks e glúons $ab \rightarrow cd$ mostradas no Apêndice A, sendo $\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}$ as variáveis de Mandelstam descritas no referencial partônico pelos

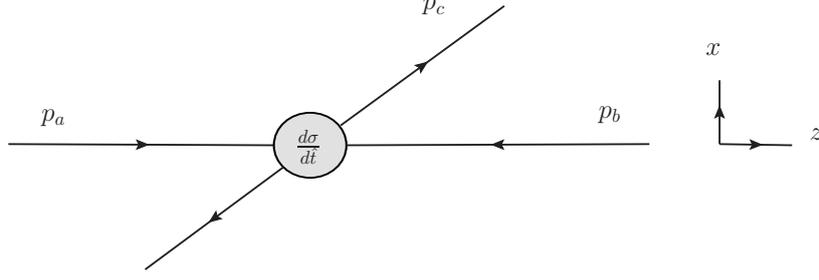


Figura 3.1: Cinemática do processo $2 \rightarrow 2$ no referencial dos pártons

quadrimentos P_i dos pártons interagentes:

$$\begin{aligned}\hat{s} &= (P_a + P_b)^2, \\ \hat{t} &= (P_c - P_a)^2, \\ \hat{u} &= (P_d - P_a)^2.\end{aligned}\tag{3.7}$$

Do ponto de vista experimental as variáveis que caracterizam a distribuição são a energia do centro de massa da colisão pp , \sqrt{s} , a rapidez do hádron ou do jato produzido, y , e o momento transversal p_T . As variáveis expressas em nível partônico não são observáveis devendo ser relacionadas à essas quantidades. Uma análise da cinemática, esquematizada na Fig. 3.1, relaciona os quadrimentos dos pártons no estado inicial a, b com o pártão espalhado c no estado final:

$$\begin{aligned}p_a &= x_a \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, 1) \\ p_b &= x_b \frac{\sqrt{s}}{2} (1, 0, 0, -1) \\ p_c &= p_{Tc} (\cosh y, 1, 0, \sinh y),\end{aligned}\tag{3.8}$$

representadas no referencial do centro de massa pp . As variáveis de Mandelstam do processo podem ser expressas por:

$$\begin{aligned}\hat{s} &= x_a x_b s, \\ \hat{t} &= -x_a p_{Tc} \sqrt{s} e^{-y}, \\ \hat{u} &= -x_b p_{Tc} \sqrt{s} e^y.\end{aligned}\tag{3.9}$$

A rapidez y é associada ao ângulo de espalhamento dos pártons relativos ao eixo z de colisão, e o limite cinemático para o momento transversal dos pártons c é $p_{Tc} = \sqrt{s}/2$, já que, no máximo, os pártons ejetados em sentidos opostos podem carregar metade da energia total de colisão. É usual se definir as variáveis x_T , x_F (x de Feynman) e rapidez por

$$\begin{aligned}x_T &= \frac{2p_T}{\sqrt{s}}, & x_F &= \frac{2p_L}{\sqrt{s}}, \\ y &= \log \left(\frac{E + p_L}{E - p_L} \right), & \eta &= \log \left(\cot \frac{\theta}{2} \right).\end{aligned}\tag{3.10}$$

No limite em que a massa é desprezível frente ao momento transverso do hádron, podemos considerar $y = \eta$, onde η é a pseudorapidez, relacionada com o ângulo de espalhamento e determinada experimentalmente.

A probabilidade do párton c se transformar num determinado hádron h com fração momento transverso $p_T = p_{Tc}z$ é dada pela função de fragmentação (FF) $D_{h/c}(z, Q^2)$, sendo que a dependência Q^2 da FF é resultante do processo de radiação de glúons no estado final, como descrito pela equação DGLAP. Na aproximação colinear o hádron produzido tem a mesma direção do párton que o produziu, da mesma forma que é feita a aproximação colinear no estado inicial. A seção de choque para produção inclusiva do hádron h pode ser expressa a partir da Eq. (3.6) na forma

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p}(AB \rightarrow h + X) = K \sum_{abcd} \int_{x_{a_{min}}}^1 dx_a \int_{x_{b_{min}}}^1 dx_b f_{a/A}(x_a, Q^2) f_{b/B}(x_b, Q^2) \times \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \frac{D_{h/c}(z, Q^2)}{\pi z}, \quad (3.11)$$

em que os limites de integração são obtidos pela condição $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$, $z < 1$, $x_{a,b} < 1$.

$$z = \frac{x_T}{2x_b} e^{-y} + \frac{x_T}{2x_a} e^y, \\ x_{b_{min}} = \frac{x_a x_T e^{-y}}{2x_a - x_T e^y}, \\ x_{a_{min}} = \frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}}. \quad (3.12)$$

Detalhes da obtenção da Eq. (3.11), partindo da seção de choque de produção de jatos podem ser vistos em [65]. O fator K incluído na descrição da Eq. (3.11) é considerado uma constante que multiplica a seção de choque levando em conta a discrepância entre as previsões teóricas e os dados experimentais para cada valor de energia,

$$K(\sqrt{s}) = \frac{\sigma^{exp}(\sqrt{s})}{\sigma^{LO}(\sqrt{s})}, \quad (3.13)$$

em contraste com a definição de um fator K no sentido estrito de correções de ordem mais alta calculáveis na fatorização colinear,

$$K(\sqrt{s}, p_T) = \frac{\sigma^{NLO}(\sqrt{s}, p_T)}{\sigma^{LO}(\sqrt{s}, p_T)}. \quad (3.14)$$

Uma análise deste fator e sua definição podem ser vistas em [66]. Muitas incertezas presentes na descrição do processo do ponto de vista da produção de hádrons fazem com que exista a necessidade da inclusão de um fator do primeiro tipo (3.13). Tanto as correções em ordens mais altas, como a escolha das escalas de momento Q^2 tanto nas PDFs quanto nas FFs, bem como incertezas presentes nas funções de

fragmentação de glúons ou até processos não perturbativos podem ser considerados neste fator. Além disso, modelos que estão além da fatorização colinear não têm uma seção de choque calculada em ordens mais altas, impossibilitando o uso da definição (3.14).

A obtenção do espectro de p_T dado pela Eq. (3.11) envolve uma integral sobre os valores de $x_{a,b}$, indicando que a seção de choque é dada pela probabilidade de se encontrar um parton em a ou b em qualquer intervalo da região de integração, mas como os limites inferiores dependem da energia de colisão, estes limites diminuem em energias mais altas, fazendo com que os valores médios de x diminuam. Discutiremos com mais detalhes esta questão sobre a pertinência de se atribuir fenômenos de x pequeno em colisões hadrônicas na seção 3.4. Vale ressaltar que, diferente do caso das funções de distribuição não integradas dependentes do momento transversal k_T dos partons, as PDFs colineares são integradas nesta variável, e a escolha de escala Q^2 não é bem definida neste caso. Esta indefinição produz uma incerteza nas previsões geradas pela fatorização colinear, onde é usualmente aceito uma escala no intervalo $0,5p_T < Q < 2p_T$.

3.3 Momento transversal intrínseco

Enquanto o modelo de fatorização colinear nos dá uma descrição excelente dos dados do espalhamento profundamente inelástico, como mostrado na Figura 2.7 na região de $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$, em colisões hadrônicas o mecanismo de fatorização colinear não é tão facilmente justificável. A ideia de um espalhamento duro num sistema incoerente de partons depende criticamente da desconsideração do momento transversal inicial entre estes partons. Mais precisamente, se as escalas envolvidas na interação dura são muito maiores que o momento transversal inicial, este pode ser ignorado. Uma primeira abordagem seria a consideração de que existe um momento transversal intrínseco associado aos partons confinados nos hádrons, podendo ter uma origem não perturbativa. Deste ponto de vista, considera-se que as PDFs colineares devem ser corrigidas por uma distribuição gaussiana do momento intrínseco dos partons k_T em torno de um valor quadrado médio $\langle k_T^2 \rangle$ por:

$$g(k_T, Q^2) = \frac{e^{-k_T^2/\langle k_T^2 \rangle}}{\pi \langle k_T^2 \rangle}. \quad (3.15)$$

Neste tipo de abordagem se supõe que a dependência em momento transversal é fatorizada da distribuição e não se atribui um mecanismo físico específico do ponto de vista da QCD pelo qual esta distribuição seja gerada. No entanto, é possível entender este momento transversal intrínseco como sendo parte devido às correções perturbativas e parte devido aos fenômenos intrinsecamente não perturbativos. De toda forma, este modelo é útil para gerar correções devido a uma possível não colinearidade existente nas interações hadrônicas, e pode ser interpretado como uma

medida de violação desta colinearidade. Modelos deste tipo foram propostos há muito tempo para descrever dados de colisões de energias mais baixas em colisores de alvo fixo [67, 68, 69, 70], em que a ideia de fatorização colinear ainda não era bem estabelecida. Além disso, na região de energias mais baixas, as correções impostas por um k_T intrínseco são muito maiores.

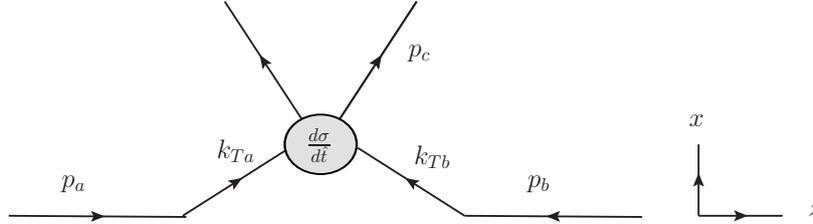


Figura 3.2: Cinemática do processo $2 \rightarrow 2$ acrescentando k_T inicial.

Quando incluímos um momento transversal inicial k_T a cinemática envolvida nas colisões partônicas passa a ser diferente, como representado na Fig. 3.2, sendo que as variáveis de Mandelstam para o subprocesso partônico passam a ter uma relação complicada com k_T e os ângulos $\phi_{a,b}$ entre estes vetores e p_T

$$\begin{aligned}\hat{s} &= x_a x_b s + \frac{k_{Ta}^2 k_{Tb}^2}{x_a x_b s} - 2k_{Ta} k_{Tb} (\cos \phi_a \cos \phi_b + \sin \phi_a \sin \phi_b), \\ \hat{t} &= -p_{Tc} \left(x_a \sqrt{s} e^{-y} + \frac{k_{Ta}^2 e^y}{\sqrt{s} x_a} - 2k_{Ta} \cos \phi_a \right), \\ \hat{u} &= -p_{Td} \left(x_b \sqrt{s} e^y + \frac{k_{Tb}^2 e^{-y}}{\sqrt{s} x_b} - 2k_{Tb} \cos \phi_b \right).\end{aligned}\tag{3.16}$$

Neste caso x não pode mais ser expresso como a fração de energia carregada pelos pártons a e b , mas em termos das variáveis do cone de luz $x_{a,b} = (E_{a,b} \pm p_{La,b})/\sqrt{s}$, que coincidem no caso colinear. A produção de hádrons neste formalismo pode ser obtida de forma análoga ao modelo colinear considerando uma integração sobre todos os possíveis momentos $k_{T_{a,b}}$ e os ângulos $\phi_{a,b}$:

$$\begin{aligned}E \frac{d^3 \sigma}{d^3 p}(AB \rightarrow h + X) &= K \sum_{abcd} \int dx_a dx_b dk_{Ta}^2 dk_{Tb}^2 g_A(k_{Ta}, Q^2) g_B(k_{Tb}, Q^2) \\ &\times f_{a/A}(x_a, Q^2) f_{b/B}(x_b, Q^2) \frac{d\sigma}{d\hat{t}}(ab \rightarrow cd) \frac{D_{h/c}(z, Q^2)}{\pi z}.\end{aligned}\tag{3.17}$$

Novamente, aplicando a condição $\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0$, podemos encontrar uma expressão para $z(x_{a,b}, k_{T_{a,b}}, \phi_{a,b})$, entretanto, neste caso não podemos encontrar uma expressão analítica para os limites de integração. Precisamos adicionar numericamente as restrições cinemáticas $z < 1$ e $k_{T_{a,b}} < \min(\sqrt{s} x_{a,b}, \sqrt{x_{a,b}(1 - x_{a,b})})$. Outra correção necessária é a adição de uma escala μ que atua como regulador da região em que

o momento da seção de choque dura partônica vai à zero, gerando uma divergência $1/p_T^4$. Isto ocorre porque, quando o momento intrínseco k_T está inicialmente presente, ele pode gerar o momento transverso observado p_T sem que haja momento transferido na interação, e esta seja arbitrariamente *soft*. A escala μ deve ser algo em torno de 1 GeV e produz a modificação das variáveis de Mandelstam na forma:

$$\hat{t} \rightarrow \hat{t} - \mu^2, \quad \hat{u} \rightarrow \hat{u} - \mu^2, \quad \hat{s} \rightarrow \hat{s} + 2\mu^2. \quad (3.18)$$

Uma estimativa analítica para a modificação da seção de choque imposta pela inclusão do momento transverso inicial foi obtida em [71], onde a seção de choque diferencial para produção de hádron pode ser vista como a convolução da distribuição gaussiana em k_T e a seção de choque $\sigma(p_T)$ colinear:

$$\sigma'(p_T) = \int d^2k_T \frac{e^{-k_T^2/\langle k_T^2 \rangle}}{\pi \langle k_T^2 \rangle} \sigma(|p_T - k_T|). \quad (3.19)$$

Para p_T grande a distribuição tem uma forma de potência dada pela Eq. (3.1), portanto $\sigma(p_T) \sim p_T^{-n}$, e a integral pode ser expandida em torno de $p_T - k_T = 0$, resultando numa modificação:

$$\frac{\sigma'(p_T)}{\sigma(p_T)} = 1 + \frac{n(n+1)}{2\pi} \frac{\langle k_T^2 \rangle}{p_T^2} + O^2\left(\frac{\langle k_T^2 \rangle}{p_T^2}\right). \quad (3.20)$$

Enquanto este modelo prevê uma supressão para $p_T > k_T$, vale ressaltar que a solução numérica da Eq.(3.17) é diferente desta aproximação, em especial porque inclui uma modificação cinemática apropriada do processo. Embora a gaussiana gere uma rápida diminuição destas contribuições para $k_T^2 > \langle k_T^2 \rangle$, as modificações nas variáveis de Mandelstam da Eq. (3.16) são da ordem de $k_T^2/x\sqrt{s}$, o que gera também uma dependência em k_T no valor efetivo de $x_{a,b}$. Na seção seguinte apresentamos nossos resultados usando este modelo para produção de píons neutros em uma grande região de energia e calculamos os valores médios de x envolvidos nestas colisões. Muitas vezes assume-se, de forma aproximada, que numa determinada colisão estamos provando a região de x pequeno ou grande, o que é de extrema relevância no contexto dos modelos de saturação. Sendo assim, discutiremos em que sentido podemos fazer a relação entre as energias de colisão e a magnitude da variável x .

3.4 Resultados

Todo nosso cálculo é feito em ordem dominante (LO), usando as funções de distribuição MSTW2008 [7] e as funções de fragmentação KKP [55] na escala $Q = p_{Tc}/2$, ou seja, metade do momento transverso do parton c produzido no processo. Para eliminar parte da grande incerteza associada ao processo de fragmentação, consideramos apenas dados para produção de pión neutro. A escala μ que faz a

regularização na região em que a interação é *soft*, é fixada no valor $\mu = 0,8$ GeV como é usualmente empregado em outros trabalhos [69]. O momento transversal intrínseco médio é relacionado ao momento quadrado médio por $\langle k_T \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{4} \langle k_T^2 \rangle}$, e observamos que os dados em diferentes energias podem ser bem reproduzidos por um momento transversal médio independente de energia fixado em $\langle k_T \rangle = 1,15$ GeV, próximo dos valores usados em outras referências [72, 73, 71]. Para levar em conta as incertezas presentes na escolha de escala Q^2 bem como as incertezas da determinação das funções de fragmentação, deixamos um fator $K(\sqrt{s})$ para ser ajustado aos dados experimentais. Se este fator varia muito com a energia, isto é um indicativo de que nossa escolha de momento transversal médio não deve ser boa.

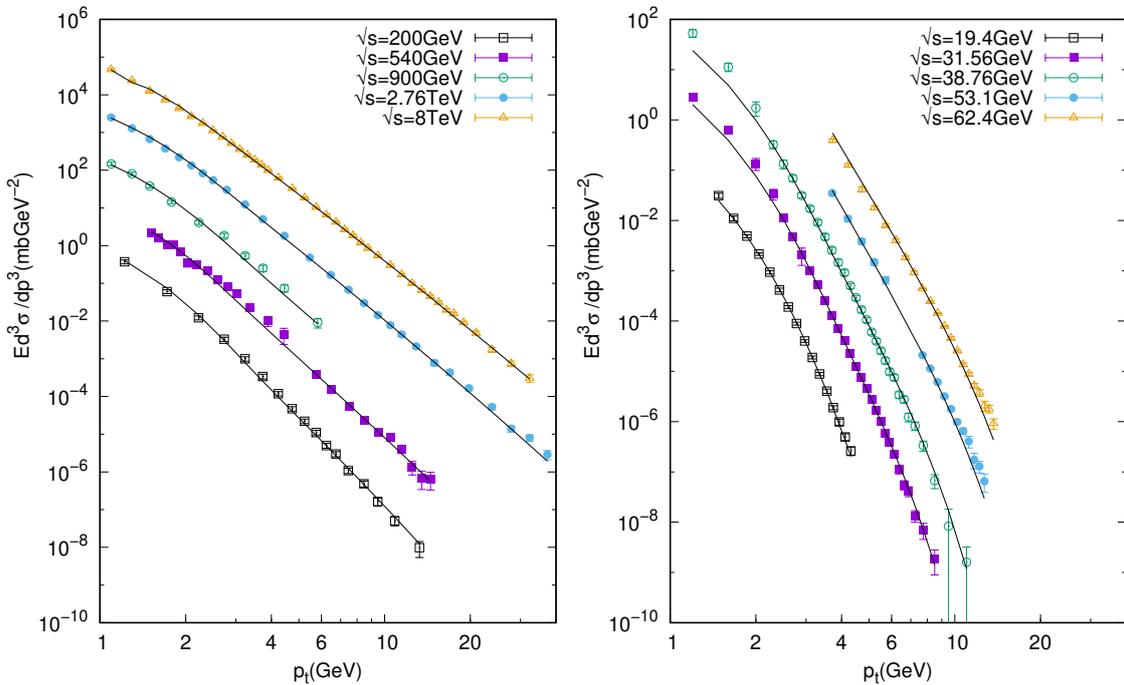


Figura 3.3: Seção de choque para produção de pión neutro com $\langle k_T \rangle = 1,15$ GeV em diferentes energias de colisão.

A Fig. 3.3 mostra os resultados comparados com os dados para produção de pión neutro em rapidez central de [74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 54] e incluem desde baixas energias de colisores de alvo fixo até os dados de energias mais altas do ALICE em 8 TeV. Podemos observar que a descrição dos dados é bastante precisa mesmo em baixas energias. Em altas energias as correções devido ao momento transversal intrínseco se estendem até uma região relativamente *hard* do espectro $p_T \sim 5$ GeV, enquanto para baixas energias todo o espectro é alterado mesmo em grande p_T . O fator K ajustado dos dados com os erros correspondentes é apresentado na Fig.

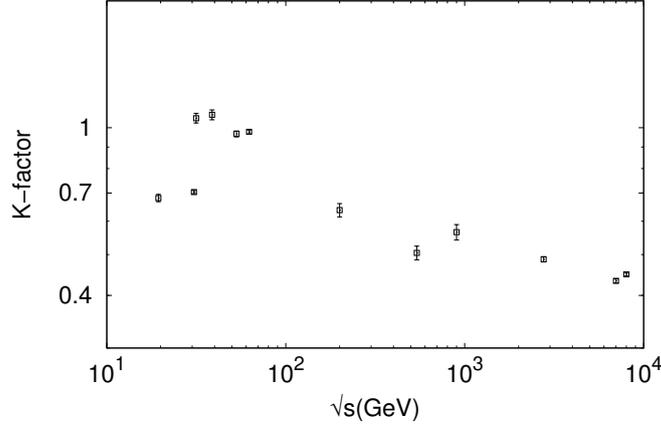


Figura 3.4: Fator K em função de \sqrt{s} obtido dos dados em cada valor de energia.

3.4, de onde podemos ver uma variação muito pequena com a energia, sendo algo entre $K = 0,5$ e 1. Usando o modelo colinear sem k_T intrínseco os autores de [81], encontraram um fator K que tem uma grande dependência de energia, sendo $K \sim 6$ em baixas energias e diminuindo para algo em torno de 1 em energias de 1 TeV. Concluimos que o efeito de inclusão de k_T é de aproximar o fator K a uma correção constante na energia da colisão, de forma que podemos argumentar a existência de um momento preexistente no sistema que não se torna desprezível mesmo em altas energias. Além disso, o valor de $\langle k_T \rangle = 1,15 \text{ GeV} > \Lambda$ coloca este momento na região perturbativa da QCD. Estas observações são importantes para o nosso estudo subsequente do formalismo de fatorização k_T na região de pequeno x no contexto dos modelos de saturação, onde as densidades de glúons têm um máximo em torno de um momento de saturação que podemos relacionar com o momento transversal preexistente no sistema (intrínseco).

É importante notar que a variável x que denota a fração de momento carregada pelos glúons não é observável, estando relacionada com as variáveis experimentais y , \sqrt{s} e p_T dependendo do tipo de cinemática aplicada em cada formalismo. Portanto, a ideia de que um determinado evento é associado a x pequeno ou grande é dependente de modelo. Isto ocorre porque, diferente do caso colinear, em que é necessário uma energia mínima dos pártons para produzir uma quantidade de momento transversal no estado final, se este momento já existe no sistema as interações podem ocorrer entre pártons de menor energia.

Embora os valores de x não sejam diretamente observados, podemos calcular um valor médio pela razão:

$$\langle x \rangle = \frac{\int dx x \frac{d\sigma}{dx}}{\int dx \frac{d\sigma}{dx}}, \quad (3.21)$$

sendo σ a seção de choque invariante para produção inclusiva de um hádron. A Figura 3.5 mostra os valores médios de x_a calculados no modelo colinear com e sem

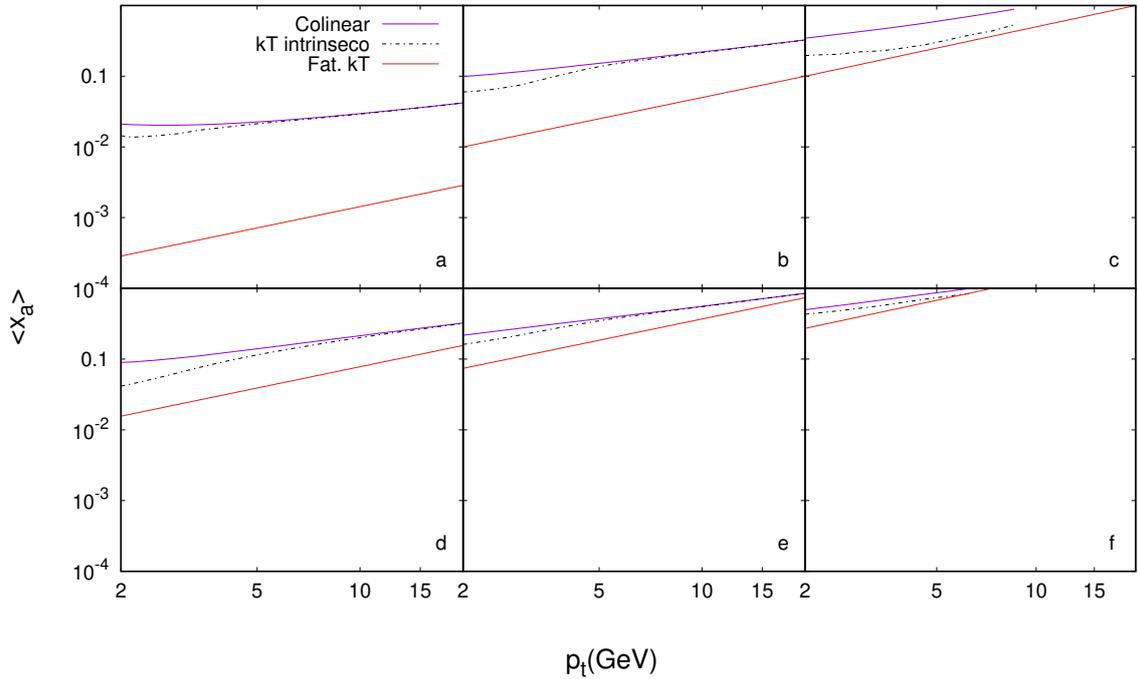


Figura 3.5: Valor médio de x_a para os diferentes modelos. As Figuras (a), (b) e (c) são referentes a rapidez central para as energias de colisão de 7 TeV, 200 GeV e 20 GeV , enquanto as figuras (d), (e) e (f) são para $y = 4, 2, 1$, respectivamente, e os mesmos valores de energia de colisão.

momento transversal intrínseco para diferentes valores de \sqrt{s} e y . Também incluímos na figura a previsão do formalismo de fatorização k_T que veremos adiante, onde $x = p_T e^y / \sqrt{s}$. Podemos ver por esta figura que as diferenças devido ao momento transversal inicial tendem a ser maiores em pequeno p_T e em energias mais baixas na região de rapidez central mostrada pelas Figuras 3.5 (a), (b) e (c), além disso os valores médios de x_a que contribuem para a produção de hádrons nas energias do LHC, são na verdade muito maiores do que o esperado pelo limite inferior. Se considerarmos que correções de pequeno x , como impostas pelo formalismo saturação, devam ser importantes para $x < 10^{-2}$, então mesmo nas energias do LHC para a produção de hádrons este limite é apenas marginalmente acessado, sendo que a contribuição média para estes eventos ainda são provenientes de pártons com $\langle x \rangle \simeq 10^{-2}$. Já no formalismo de fatorização k_T podemos estar acessando uma região em que x é efetivamente menor, $x < 10^{-3}$. A situação é um pouco diferente para valores maiores de rapidez, onde $\langle x_a \rangle \neq \langle x_b \rangle$, como mostrado na Figura 3.5 (d), (e) e (f), em que as diferenças tendem a ser um pouco menores.

Nos próximos capítulos introduziremos o formalismo de fatorização k_T , primeiramente no DIS, através do formalismo de dipolos, e posteriormente no contexto do

espectro p_T .

Capítulo 4

DIS no formalismo de dipolos

O formalismo de dipolos de cor consiste na aproximação em que fótons e hádrons podem ser vistos como superposições de pares quark-antiquark num estado neutro de cor. Sob certas condições, que discutiremos adiante, podemos aproximar os processos em altas energias como interações entre dipolos que se mantêm estáveis durante o tempo típico da colisão e cuja localização espacial permanece fixa. Dipolos de cor oferecem uma forma conveniente de se descrever processos no espaço de posição, sendo em altas energias, os graus de liberdade mais apropriados para a descrição do fenômeno, em contraste com a imagem prevista pelo modelo usual de pártons, caracterizada pelo espalhamento incoerente entre pártons presentes nos objetos que colidem.

Neste formalismo, o objeto fundamental para descrever as interações é a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal de dipolos $N(x, r, b)$ com um tamanho transversal r e um parâmetro de impacto b , relacionada à seção de choque de dipolo pelo teorema óptico

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = 2 \int d^2b N(x, r, b). \quad (4.1)$$

Por simplicidade, na discussão subsequente será assumido uma dependência homogênea no parâmetro de impacto e a integral pode ser feita até o raio do hádron em questão $b = R$, resultando em

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = 2\pi R^2 N(x, r). \quad (4.2)$$

Duas características essenciais de $N(x, r)$ são a transparência de cor e a unitariedade. A primeira prevê que dipolos cuja separação seja muito pequena $r \rightarrow 0$ tornam-se transparentes à cor e não podem mais interagir com o meio, fazendo com que a amplitude se anule na forma $N(x, r) \rightarrow r^2$. A segunda diz respeito ao limite de crescimento da seção de choque total, já que a unitariedade da matriz de espalhamento é explícita neste formalismo e também temos uma seção de choque que, para valores muito grandes de r , se aproxima do limite de disco negro $2\pi R^2$ quando $N \rightarrow 1$.

Neste capítulo fazemos uma breve apresentação do formalismo de dipolos, que está intimamente conectado com as funções de distribuição de glúons do próton. Em especial comentamos aspectos gerais que devem estar presentes na seção de choque de dipolo e seu impacto nas funções de estrutura medidas experimentalmente no DIS. Ao final, apresentamos nosso modelo para UGD e fazemos um ajuste dos parâmetros pertinentes a partir dos dados do HERA.

4.1 A interação γ^*p no formalismo de dipolos

O espalhamento profundamente inelástico entre elétron e próton pode ser visto essencialmente como uma interação efetiva entre um fóton virtual, mediador da interação, e o próton. Toda a informação sobre a estrutura hadrônica é contida no vértice γ^*p enquanto o vértice γ^*e é trivial em QED. Deste ponto de vista, o fóton virtual prova a estrutura do próton e as seções de choque σ^{γ^*p} para fótons de polarização longitudinal ou transversa são diretamente relacionadas às funções de estrutura (e, conseqüentemente, com as PDFs) pelas Eq. (2.10).

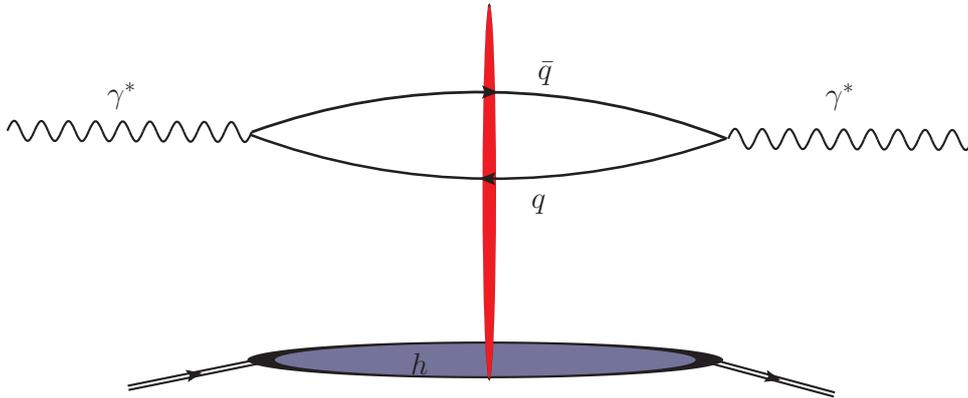


Figura 4.1: Imagem do DIS no referencial de dipolo, onde o vértice $\gamma \rightarrow q\bar{q}$ é separado da interação com o alvo, representada pela área vermelha.

No formalismo de dipolos o fóton virtual é decomposto em seus estados de Fock hadrônicos que, em ordem dominante, são um par quark-antiquark ($q\bar{q}$). A interação com o alvo fica descrita por um processo de duas etapas: a dissociação do fóton no par $q\bar{q}$ e a subsequente interação com o alvo hadrônico, indicada na Figura 4.1. Na primeira etapa, a probabilidade de dissociação no par $q\bar{q}$ com fração z e $1 - z$ do momento do fóton e momento transversal k_T é dada pela função de onda ao quadrado $|\psi(z, k_T)|^2$, ou no espaço de posição a transformada de Fourier nos dá $|\psi(z, r)|^2$. A variável r é conjugada de k_T e caracteriza o "tamanho do dipolo", isto é, a distância transversal de separação do par $q\bar{q}$. Na segunda etapa, o dipolo interage com o alvo através da troca de dois glúons em ordem dominante, caracterizada pela seção de choque de dipolo $\sigma_{q\bar{q}}(r)$, objeto que contém a informação essencial sobre o processo.

As funções de onda foram calculados em [82, 83] para polarizações longitudinais e transversais do fóton e resultam na seguinte forma (para detalhes, ver [31, 28, 82]):

$$|\psi_L(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum^{n_f} 4e_f^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon r),$$

$$|\psi_T(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum^{n_f} e_f^2 \{ [z^2 + (1-z)^2] \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) + m_f^2 K_0^2(\epsilon r) \},$$
(4.3)

sendo que $\epsilon^2 = z(1-z)Q^2 + m_f^2$ e K_ν são funções de Bessel modificadas. A seção de choque $\gamma^* h$ fica dada pela convolução da probabilidade de se encontrar um dipolo de separação r e fração z de momento com a seção de choque para o espalhamento deste dipolo dada por

$$\sigma_{(L,T)}^{\gamma^* p}(x, Q^2) = \int_0^1 dz \int d^2 r |\psi_{(L,T)}(r, z)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(x, r).$$
(4.4)

A cinemática do processo é mostrada na Fig. 4.2, onde os quadrimomento do fóton

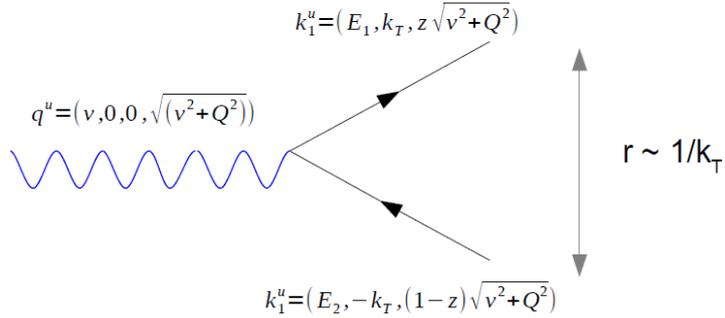


Figura 4.2: Cinemática do desdobramento do modelo de dipolo de cor.

e dos quarks que compõem o dipolo estão representados. Podemos calcular o tempo de interação deste processo pelo princípio de incerteza: primeiro consideramos a diferença de energia entre o fóton incidente e o estado dissociado

$$\begin{aligned} \Delta E &= \nu - (E_1 + E_2), \\ &= \frac{Q^2 z(1-z) + k_T^2}{2\nu z(1-z)}, \end{aligned}$$
(4.5)

onde ν é a diferença de energia do elétron espalhado relacionada a x por $\nu = 2Mx/Q^2$, como na Eq. (2.6). No limite de Regge, $x \rightarrow 0$ com $Q^2 \sim cte$, temos

$$\tau_{dis} \sim \frac{1}{Mx} \gg \tau_{int}, \quad (4.6)$$

onde o tempo de formação do par τ_{dis} é muito maior que o tempo de interação, tipicamente da ordem $\tau_{int} \sim R_p$, sendo R_p o raio do próton. Como o par $q\bar{q}$ se mantém por um longo tempo, ele também tem sua distância transversal inalterada durante o tempo de interação com o próton, fazendo com que possamos considerar a interação de um dipolo fixo no espaço de posição, cuja separação é r .

Deve-se notar que esta visão do processo é diferente daquela do modelo de pártons da QCD colinear usual, em que o elétron interage diretamente com férmions (quarks, antiquarks) através de sua carga eletromagnética e os glúons geram correções de ordem superior às funções de estrutura:

$$F_2(x, Q^2) = \sum_f e_f^2 [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)]. \quad (4.7)$$

Se diferenciarmos esta equação em $\log Q^2$ e usando a equação DGLAP no limite $x \rightarrow 0$, temos uma relação entre $F_2(x, Q^2)$ e a distribuição colinear de glúons,

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \log Q^2} = \sum_f e_f^2 \frac{\alpha_s}{3\pi} x G(x, Q^2). \quad (4.8)$$

Enquanto a troca de dois glúons produz uma seção de choque de dipolos que depende de energia, à medida que as energias de colisão aumentam o espaço de fase para emissão de glúons também cresce, fazendo com que o dipolo se desdobre em outros dipolos. Esses desdobramentos dão origem a uma cascata de emissões, o que gera a dependência de x em $\sigma_{q\bar{q}}$. Esse processo também pode ser visto de um ponto de vista da distribuição de glúons no alvo, em que o dipolo interage, não pela troca de dois glúons, mas pela troca do Pomeron BFKL, que consiste numa escada de glúons ordenados em x , carregando um determinado momento transversal k_T . Isto dá origem à forma de fatorização k_T para este processo, em que a (UGD), $\phi(x, k_T)$, pode ser identificada com a transformada de Fourier da seção de choque de dipolos [84, 85]:

$$\begin{aligned} \sigma_{q\bar{q}}(x, r) &= \frac{4\pi}{3} \alpha_s \int \frac{d^2 k_T}{k_T^2} (1 - \exp(ik_T r)) \phi(x, k_T^2), \\ \sigma_{q\bar{q}}(x, r) &= \frac{4\pi^2}{3} \alpha_s \int \frac{dk_T^2}{k_T^2} (1 - J_0(k_T r)) \phi(x, k_T^2). \end{aligned} \quad (4.9)$$

Expandindo a função de Bessel em $r = 0$, temos $J_0(x) = 1 - x^2/4$, o que faz com que a seção de choque de dipolo se anule na forma

$$\sigma_{q\bar{q}}(r \approx 0) \sim r^2. \quad (4.10)$$

Tal comportamento é conhecido como transparência de cor, pois, em pequenas separações, o par quark-antiquark é visto como um estado de carga de cor neutra e não interagente, o que faz com que, nesta configuração, a seção de choque para absorção do fóton virtual seja nula. Uma conexão com a distribuição integrada (colinear) pode ser feita aproximando [83]

$$4 \frac{1 - J_0(k_T r)}{(k_T r)^2} \approx \theta(A - k_T r), \quad (4.11)$$

onde A é uma constante que simula a função degrau e a integral (4.9) pode ser feita, resultando em

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) \sim \alpha_s r^2 x G(x, A/r). \quad (4.12)$$

Podemos estimar a seção de choque produzida neste formalismo partindo da seção de choque $\gamma^* p$ e considerando apenas a parte transversal (que é muito maior que a parte longitudinal em grande Q^2). Se ignorarmos a massa dos quarks, temos:

$$\begin{aligned} \sigma_{L,T}^{\gamma^* p}(x, Q^2) &= \int_0^1 dz \int d^2 r |\psi_{(L,T)}(r, z)|^2 \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \\ &\sim \int d^2 r \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \int_0^1 dz \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Devido ao decaimento exponencial da função de Bessel para grandes argumentos, a maior contribuição para esta integral fica na região $\epsilon r < 1$. Como, $\epsilon^2 = Q^2 z(1-z)$, isso leva a

$$z(1-z) < \frac{1}{r^2 Q^2},$$

cujo valor máximo é $1/4$. A desigualdade $r \gg 4/Q^2$ faz com que $z \ll 1$ ou $(1-z) \ll 1$. Podemos ver que a seção de choque de dipolos recebe maior peso da região em que os dipolos são assimétricos, ou seja, um deles carrega uma fração de momento do fóton muito maior que o outro. A integral aproximada nesta região é:

$$\begin{aligned} \sigma_{L,T}^{\gamma^* p}(x, Q^2) &= \int d^2 r \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \int_0^1 dz \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) \\ &\sim \pi \int_{4/Q^2}^{\infty} dr^2 \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \int_0^{\infty} dz z Q^2 K_1^2(\sqrt{z} Q r) \\ &\sim \frac{2\pi}{Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{q\bar{q}}(x, r) \int_0^{\infty} du u^3 K_1^2(u) \\ &\sim \frac{4\pi}{3Q^2} \int_{4/Q^2}^{\infty} \frac{dr^2}{r^4} \sigma_{q\bar{q}}(x, r). \end{aligned} \quad (4.14)$$

As seções de choque de dipolo, como discutimos anteriormente, têm o comportamento $\sigma_{q\bar{q}}(x, r) \sim r^2$ na região abaixo da escala de saturação, $r Q_s < 1$, gerando uma

divergência logarítmica no limite superior da integral. Como a região de grande r é associada à região de pequeno momento $k_T \sim 1/r$, a divergência em $r \rightarrow \infty$ é associada à divergência do infravermelho, que usualmente precisa ser cortada por uma escala não perturbativa. Entretanto, se incluirmos uma escala de saturação, que torna a seção de choque de dipolo unitária em $r > 1/Q_s(x)$, a integral da Eq.(4.14) permanece finita, já que a escala de saturação implica num efetivo corte no limite superior da integração. Desta forma, o formalismo de saturação oferece uma blindagem efetiva da região do infravermelho no DIS.

4.2 Aspectos gerais das funções de estrutura do DIS

Um dos resultados mais importantes do HERA foi mostrar um crescimento relativamente grande das funções de distribuição em pequeno x . Análises dos dados para função de estrutura [10] mostram que $F_2(x, Q^2)$ pode ser parametrizada pela forma:

$$F_2(x, Q^2) \sim f(Q^2)x^{-\lambda(Q^2)}, \quad (4.15)$$

que podemos ver na Fig. 4.3. O parâmetro λ foi extraído de dados para $x < 0,1$ e

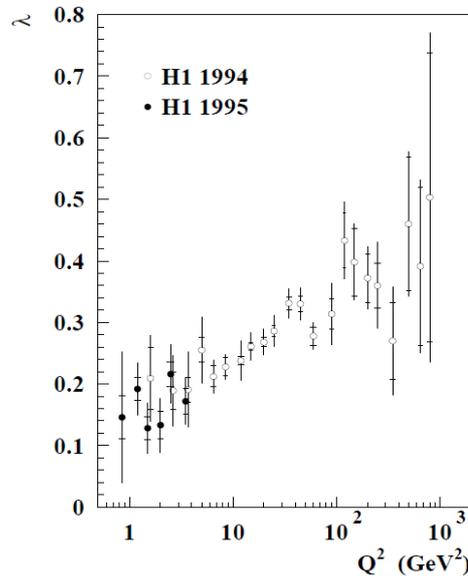


Figura 4.3: Figura extraída de [10], que mostra os valores de $\lambda(Q^2)$ determinados pela colaboração H1.

diferentes valores de Q^2 . Este parâmetro cresce à medida que Q^2 aumenta, partindo

de $\lambda \sim 0,1$ em $Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$ até $\lambda \sim 0,4$ para grandes valores de Q^2 . Vale ressaltar que a Eq. (4.15) não é estritamente uma previsão da QCD, mas uma parametrização fenomenológica que leva em conta uma potência efetiva de crescimento das funções de estrutura. A equação DGLAP prevê um crescimento das distribuições de glúons no regime de pequeno x dado pela Eq. (2.22), que pode ser aproximado por [86]

$\lambda_{DGLAP} \sim \left(\frac{12}{\beta} \frac{\log \frac{t}{t_0}}{\log \frac{1}{x}} \right)^{1/2}$. Neste ponto é importante ressaltar que as funções de distribuição baseadas na evolução DGLAP têm tido grande sucesso na descrição dos dados para $Q > 1 \text{ GeV}$, mesmo na região de x pequeno.

Assim como no caso de colisões hadrônicas *soft*, as funções de estrutura do DIS também podem ser descritas pela teoria de Regge, recebendo contribuição de termos associados ao Pomeron *soft* e aos Reggeons. A colaboração ZEUS [87] realizou o ajuste considerando dados na região $Q^2 < 1 \text{ GeV}^2$ na forma:

$$F_2(x, Q^2) = \frac{Q^2}{4\pi^2\alpha} \left(\frac{M_0^2}{M_0^2 + Q^2} \right) \left(A_R \left(\frac{Q^2}{x} \right)^{\alpha_R - 1} + A_P \left(\frac{Q^2}{x} \right)^{\alpha_P - 1} \right), \quad (4.16)$$

e onde os parâmetros A_P , A_R , α_R , α_P e M_0^2 são ajustados, resultando em um intercept para o Pomeron *soft* $\alpha_P = 1,02$. Outras parametrizações deste tipo baseadas em teoria de Regge, para um maior conjunto de dados, podem ser vistos em [88]. Tendo em vista que a teoria de Regge deve conviver com a QCD, foi proposto por Landshoff e Donnachie [29] que as funções de estrutura poderiam ser descritas pela teoria de Regge mesmo em grande Q^2 considerando um terceiro termo devido ao Pomeron *hard*:

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{i=0,1,2} f_i(Q^2) x^{-\epsilon_i}. \quad (4.17)$$

Uma outra previsão acerca do parâmetro λ vem da solução da equação BFKL, que prevê uma potência $\lambda = \alpha_P(0) - 1 = 4\alpha_s \frac{N_c}{\pi} \log 2$, independente de Q^2 . Embora evidências deste comportamento não sejam claras, pelo menos nas região cinemática em que o modelo colinear é aceito. Recentemente uma versão das funções de distribuição de pártons NNPDF3.1 [89] realizou uma análise global incluindo efeitos de ressonância de termos $\alpha \log 1/x$ mostrando uma melhora da descrição dos dados com inclusão deste tipo de correção.

O formalismo de saturação ou CGC prevê correções ao comportamento BFKL pela inclusão de um termo não linear que dá origem à saturação da seção de choque de dipolos a partir de uma escala $Q_s(x)$. Isto faz com que as seções de choque fiquem dependentes não de x e Q^2 , mas da razão $Q^2/Q_s^2(x)$, caracterizando o conhecido escalonamento geométrico ou "scaling" da seção de choque de dipolos. Uma das grandes evidências do fenômeno de saturação consiste no escalonamento observado nos dados do HERA pelos autores de [90], onde se constatou que a seção de choque σ^{γ^*p} plotada em função de $Q^2/Q_s^2(x)$ apresentavam o comportamento de escalonamento na região de $x < 0,01$. Posteriormente foi proposto em [91, 92] que

as equações BK apresentavam este comportamento tanto para região de momentos abaixo da escala de saturação quanto para uma região um pouco acima, o que ficou conhecido como escalonamento geométrico estendido.

Vale a ressalva de que, enquanto estes formalismos prevêem um escalonamento geométrico da seção de choque de dipolo, não é automático que este mesmo comportamento se estenda para a seção de choque σ^{γ^*p} observada nos dados. Já que se a própria evolução DGLAP do modelo colinear (que não apresenta um comportamento deste tipo) tem uma descrição excelente destes dados, ela também gera o mesmo comportamento de escalonamento que estes quando plotado em função da variável de escalonamento adequada.

4.3 Modelos para seção de choque de dipolo

A seção de choque de dipolo $\sigma_{q\bar{q}}(x, r)$ é o objeto fundamental no formalismo de dipolos e vem sendo objeto de investigação em diversos estudos, os quais comentaremos brevemente. Um dos modelos mais importantes na demonstração do fenômeno de saturação nos dados do HERA é o modelo fenomenológico de Golec-Biernart e Wusthoff (GBW) [93], que consiste na ideia de eikonalização da amplitude de espalhamento de dipolo na forma

$$N(x, r) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{4}(rQ_s(x))^2\right), \quad (4.18)$$

onde a escala de saturação é parametrizada como uma potência

$$Q_s^2(x) = Ax^{-\lambda}, \quad (4.19)$$

sendo que o parâmetro $\lambda = 0,288$ dita o crescimento da escala de saturação em x . Este modelo é capaz de dar uma boa descrição dos dados do HERA na região de $x < 0,01$ e pequeno Q^2 e inclui o fenômeno do escalonamento geométrico, já que a amplitude é função da variável $rQ_s(x)$ e não separadamente r e x . Entretanto, para regiões de maior Q^2 a supressão gaussiana é muito forte, o que torna esta abordagem incompatível com o comportamento de lei de potência típico da QCD perturbativa em grande Q^2 . Uma abordagem no sentido de tornar esta forma compatível com o limite DGLAP, resultando numa melhor descrição dos dados na região de grande Q^2 [94]. A ideia consiste em incluir a evolução colinear na forma

$$\sigma_{dip}(x, r) = \sigma_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\pi^2}{3\sigma_0} r^2 \alpha_s(1/r^2) x G(x, 1/r^2)\right) \right\}, \quad (4.20)$$

que reproduz a equação (4.12) no limite $r \rightarrow 0$. O termo $xG(x, 1/r)$ é a distribuição de glúons colinear, obtida da solução da equação DGLAP a partir de uma condição inicial parametrizada. Entretanto, podemos apontar que esta abordagem não é

consistente com a distribuição de glúons dependente de k_T dada pela Eq. (4.9), já que é considerada uma aproximação $xG(A/r^2) = xG(Q^2)$.

A colaboração AAMQS [95] obteve as seções de choque de dipolo a partir da solução numérica da equação de evolução rcBK [96, 97], fazendo uso de uma condição inicial tipo GBW ou MV [39, 40, 98] na forma

$$N(x, r) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{4}(rQ_s)^{2\gamma}\right), \quad N(x, r) = 1 - \exp\left(-\frac{1}{4}(rQ_s)^{2\gamma} \log\left(e + \frac{1}{r\Lambda}\right)\right), \quad (4.21)$$

onde os parâmetros foram extraídos dos dados do HERA em $x < 0,01$. Este formalismo tem sido usado para produção de partículas em colisões de prótons e núcleos no LHC, como em [99, 100], onde se obteve o parâmetro $\gamma = 1,119$. Entretanto, para valores de $\gamma > 1$, a transformada de Fourier de $N(x, r)$ se torna negativa e, conseqüentemente, a distribuição de glúons também. Uma análise sobre a positividade da transformada é feita em [101], mostrando que algumas das amplitudes de espalhamento de dipolos propostas não possuem uma transformada positiva. Tendo em vista este problema os autores de [102] propuseram uma modificação no parâmetro e mantendo $\gamma = 1$ e concluíram que, enquanto os dados do HERA podem ser reproduzidos por ambos os modelos, os dados para produção de píons no LHC requerem $\gamma > 1$. É um problema recorrente entre os modelos o fato de que os dados do HERA apenas não geram restrição suficiente sobre os parâmetros, sendo que, para uma discriminação entre estes, se faz necessária a inclusão de dados de colisores de hádrons. Neste contexto, uma descrição adequada de colisões de prótons do ponto de vista da fatorização k_T é fundamental.

Para descrever a transição para o regime DGLAP foram propostos modelos fenomenológicos na forma [103, 104]

$$N(x, r) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{4}(rQ_s(x_A))^{2\gamma(x,r)}\right], \quad (4.22)$$

onde a função $\gamma(x, r)$ é usualmente denominada dimensão anômala e contém informação sobre a transição entre os regimes saturado e a borda de saturação descrita pela equação BFKL ou DGLAP no regime de grande p_T . Em particular, o modelo proposto por Dumitru - Hayashigaki - Jalilian-Marian (DHJ) para descrever a produção de hádrons em colisões $d - Au$ no RHIC assume a forma

$$\gamma(x, r) = \gamma_s + (1 - \gamma_s) \frac{|\log(1/(rQ_s)^2)|}{\lambda Y + |\log(1/(rQ_s)^2)| + d\sqrt{Y}}, \quad (4.23)$$

sendo $Y = \log \frac{1}{x}$, que geram uma matriz de espalhamento de dipolo cujo comportamento em grande p_T é:

$$p_T^2 S_A(x, p_T) \propto \left[\frac{p_T^2}{Q_s^2(x)} \log \frac{p_T^2}{Q_s^2(x)} \right]^{-1}, \quad (4.24)$$

de onde podemos ver que a dimensão anômala gera uma diferença importante na região de grande p_T , determinando o limite DGLAP. Estes modelos têm sido utilizados principalmente para produção de hádrons em colisões pp e pA tanto no RHIC como no LHC, os resultados podem ser vistos em [105, 106]. Um estudo sobre as diferentes formas para este termo pode ser visto em [107]. Propostas para a construção de um modelo de dipolos no espaço de momento $N(x, k_T)$ também foram feitas em [108, 109] tanto para o DIS quanto para produção de hádrons e fótons em colisões pp .

Uma outra classe de modelos de dipolos incluem a dependência do parâmetro de impacto, b , em $N(x, r, b)$, como IP-sat [110] e b-CGC [111], que devem ser mais apropriados em colisões nucleares. Entretanto, neste trabalho não consideraremos tal dependência por julgarmos que uma variável extra adiciona mais complexidade e torna mais obscuro o comportamento específico das funções de distribuição de glúons, principalmente em colisões de prótons. Como explicamos, os dados presentes do HERA não permitem uma determinação ou uma preferência entre este ou aquele modelo, de forma que ao adicionarmos uma variável extra teremos ainda mais incertezas na discriminação da forma específica da distribuição de glúons.

Devido à dificuldade de se aplicar estes modelos de dipolo em regiões de grande momento, em especial na sua conexão com o espectro de momento transversal de hádrons produzidos, propomos uma forma diferente para $N(x, r)$ que julgamos mais apropriada para descrição deste tipo de fenômeno. Na próxima seção, apresentaremos detalhes de nossa abordagem e sua motivação.

4.3.1 Modelo para a distribuição de glúons não integrada

Diferentes formalismos têm sido empregados na obtenção de uma distribuição de glúons dependente de momento transversal. Na abordagem KMR [112, 113] essas distribuições podem ser obtidas a partir da PDF colinear, considerando a ressonância de emissões *soft*, incorporadas no fator de forma de Sudakov. Uma técnica mais geral é conhecida como *parton branch* e consiste em resolver as equações de desdobramento partônico dependentes de momento transversal, além da aproximação colinear empregada na evolução DGLAP [114, 115]. Uma forma de incorporar efeitos não lineares nas equações de evolução foi aplicado por Kutak-Sapeta (KS) [116], em que a distribuição é obtida pela equação DGLAP na região de grande k_T , $k_T > 1$ GeV, e os efeitos de saturação são incorporados pela Equação BK para $k_T < 1$ GeV.

Uma abordagem fenomenológica para a UGD também foi desenvolvida por Ivanov-Nikolaev (IN) [117] para modelar a interface *soft-hard*. Esse modelo considera um regulador μ para o propagador do glúon do tipo potencial de Yukawa $\phi(k_T^2) \sim \alpha_s k_T^2 / (1 + k_T^2 / \mu^2)$. Tal procedimento impede a divergência da UGD na região $k_T \rightarrow 0$, enquanto na região de grande k_T , a UGD é obtida pela derivada da distribuição colinear.

No formalismo de saturação, as UGDs são relacionadas com a transformada de

Fourier da seção de choque de dipolos (4.9). Nesse contexto alguns pontos devem ser observados:

1. Existe um valor de momento $k_T = Q_s(x)$ em que as distribuições de glúons têm um máximo, caracterizado pelo ponto de saturação da amplitude de espalhamento de dipolo e indicando um máximo número de ocupação de glúons em torno deste ponto.
2. A amplitude de espalhamento de dipolo no limite $r \rightarrow 0$ tende à zero como $N \sim r^2$ caracterizando a transparência de cor.
3. A transformada de Fourier da amplitude de espalhamento de dipolo é conectada com a distribuição de glúons pela transformada de Fourier (4.9), portanto a função deve ter uma transformada de Fourier que não oscile ou se torne negativa, como apontado em [101].
4. Em torno da região de saturação deve existir um comportamento de escalonamento geométrico que faz $\phi(x, k_T) = \phi(k_T/Q_s(x))$, sendo possível uma violação deste comportamento para maiores valores de x .
5. Na região de grande p_T o comportamento tipo lei de potência característico da QCD perturbativa em interações *hard* deve ser reproduzido. Em especial o espectro de momento transverso de hádrons produzidos na forma (3.1).
6. Na região *soft* dos observáveis a escala $Q_s(x)$ atua no sentido de blindar a região do infravermelho, permitindo o cálculo destes observáveis sem as divergências características da QCD perturbativa.

Tendo em vista essas considerações, propomos uma parametrização para a UGD na forma:

$$\phi(x, k_T^2) = \frac{3\sigma_0}{4\pi^2\alpha_s} \frac{(1 + \delta n)}{Q_s^2} \frac{k_T^2}{\left(1 + \frac{k_T^2}{Q_s^2}\right)^{(2+\delta n)}}. \quad (4.25)$$

Enquanto a escala de saturação parametriza o crescimento em x , o parâmetro δn reproduz o comportamento do espectro em grande Q^2 , análogo à equação DGLAP no modelo colinear. Para $\delta n = 0$ e $k_T \gg Q_s$ reproduzimos o esperado pela QCD em LO, $\phi(k_T) \sim k_T^{-2}$, enquanto para $k_T \lesssim Q_s$ a escala de saturação atua como um regulador da região de pequeno k_T , análogo ao modelo IN.

Além disso, a seção de choque de dipolo pode ser calculada pela Eq. (4.9), resultando em

$$\sigma_{q\bar{q}}(\tau_r) = \sigma_0 \left(1 - \frac{2\left(\frac{\tau_r}{2}\right)^{1+\delta n} K_{1+\delta n}(\tau_r)}{\Gamma(1 + \delta n)} \right), \quad (4.26)$$

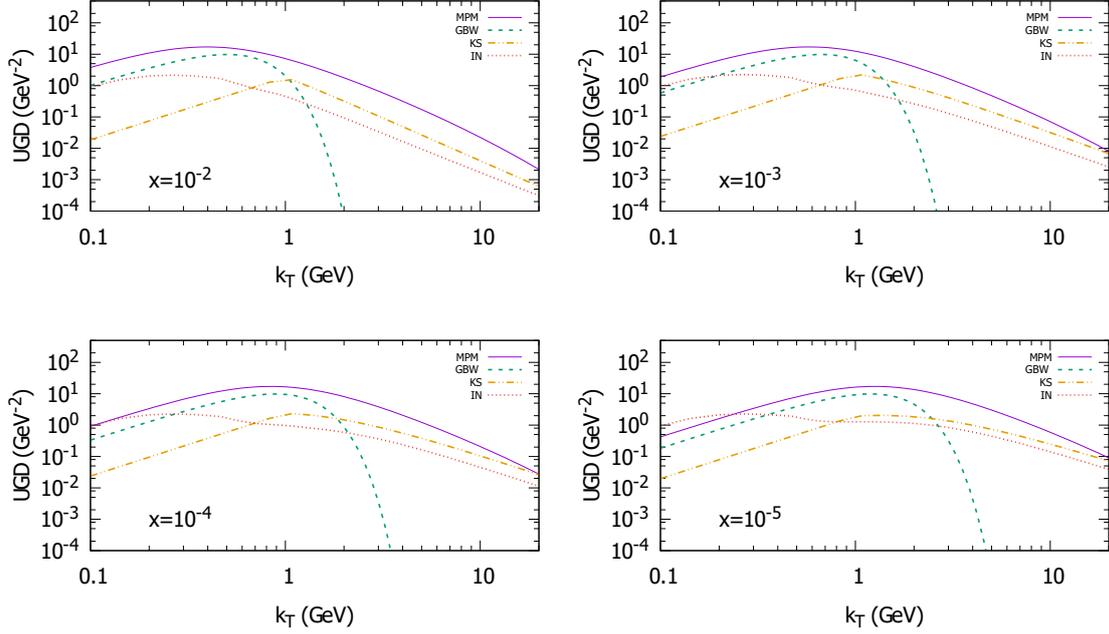


Figura 4.4: Comparação da UGD obtida neste trabalho com os modelos GBW, KS e IN em diferentes valores de x .

sendo $K_n(x)$ a função de Bessel modificada e $\tau_r = rQ_s(x)$ a variável de escalonamento no espaço de posição.

Em nossa abordagem, estamos assumindo o escalonamento geométrico como sendo uma descrição adequada dos dados, mesmo na região de momento relativamente alto. No capítulo 5, argumentaremos que o mesmo intervalo de escalonamento observado nos dados do HERA pode ser estendido para o caso do espectro p_T , que estimamos como $Q^2/Q_s^2(x) \simeq 10^3$, com $x < 0,08$. Sendo assim, esperamos que a distribuição de hádrons produzidas, mesmo em regiões mais duras do espectro ($p_T \simeq 10$ GeV no LHC) tenha influência deste comportamento. Isso nos leva a supor uma parametrização para a lei de potência δn que dependa apenas da variável de escalonamento, isto é, $\tau_Q = Q^2/Q_s^2(x)$.

Na próxima seção detalharemos o ajuste feito dos parâmetros relevantes através dos dados do HERA. Também compararemos a UGD resultante com outros modelos propostos na literatura. Uma análise do impacto desta parametrização no contexto do espectro p_T será feita posteriormente, no Capítulo 5. Complementarmente, esta parametrização também foi utilizada na Ref. [4] para o cálculo da fotoprodução difrativa de diléptons em colisões ep e pp . Neste tipo de processo, a parte de grande k_T da distribuição de glúons tem uma influência menor na seção de choque. Devido à expansão em pequeno k_T da UGD ser análoga ao modelo GBW, observamos que para estes observáveis ambos os modelos produzem resultados próximos.

Tabela 4.1: Parâmetros do modelo para a seção de choque de dipolos, determinados a partir do ajuste dos dados do HERA, nos intervalos $x \leq 0,08$ e $Q^2 = [0,045, 10^4]$ GeV² [88] (FIT A) e em um intervalo reduzido $Q^2 = [0,01, 150]$ GeV² (FIT B).

	$\sigma_0(\text{mb})$	$x_0 \times 10^{-5}$	a	b	$\frac{\chi^2}{\text{dof}}$
$\sigma^{\gamma^*p}(\text{FIT A})$	$19,75 \pm 0,09$	$5,05 \pm 0,10$	$0,075 \pm 0,002$	$0,188 \pm 0,003$	2,48
$\sigma^{\gamma^*p}(\text{FIT B})$	$20,47 \pm 0,61$	$3,52 \pm 0,20$	$0,055 \pm 0,039$	$0,204 \pm 0,073$	1,74

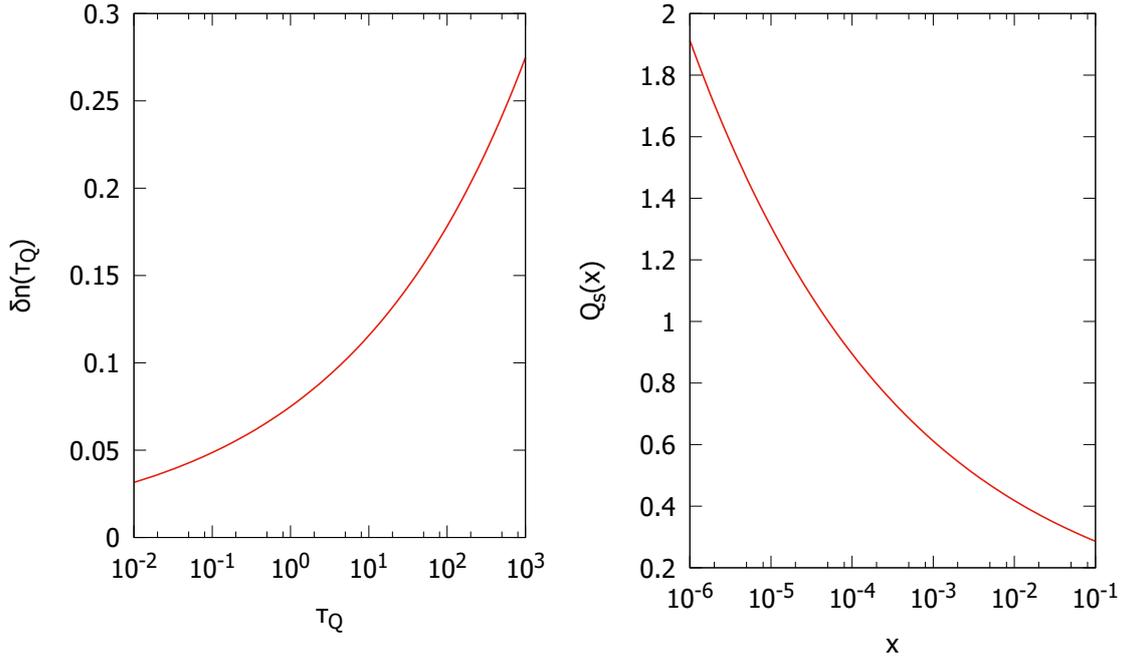


Figura 4.5: $Q_s(x)$ e $\delta n(\tau)$ da parametrização da Eq. (4.27), com parâmetros determinados pelos dados do HERA.

4.4 Comparação com os dados do DIS

Nosso procedimento consiste em determinar δn e $Q_s^2(x)$ da seção de choque total do DIS dentro do regime de escalonamento geométrico e observar se este regime é compatível com o observado no espectro p_T de hádrons produzidos em colisões pp . Dados do HERA para $x < 0,01$ suportam o escalonamento quando plotados em função de $\tau_Q = Q^2/Q_s^2(x)$ com $Q_s(x)^2 \sim x^{-\lambda}$, sendo $\lambda \sim 0,3$. Nós assumimos que o mesmo comportamento é compatível com os dados da produção inclusiva de hádrons em altas energias, como sugerido em [118, 119, 120, 121]. Em nossa análise consideramos $\lambda = 0,33$ satisfaz o escalonamento tanto para os dados do HERA quanto para o espectro p_T . Além disso expressamos o parâmetro δn como uma lei

de potência da variável de escalonamento

$$\delta n(\tau) = a\tau^b, \quad (4.27)$$

$$Q_s^2(x) = Q_0^2 \left(\frac{x_0}{x} \right)^\lambda, \quad (4.28)$$

onde a escala $Q_0 = 1$ GeV é fixa. Por fim temos quatro parâmetros livres: x_0, a, b e σ_0 que serão ajustados dos dados sob a hipótese de escalonamento. A seção de choque é calculada pelas Equações (4.4),(4.26).

Na tabela 4.1 o resultado do ajuste a partir dos dados do HERA de [88, 122, 123] para $x \leq 0,045$ (FIT A) usando a parametrização (4.27) é apresentado. A Figura 4.5 mostra $\delta n(\tau)$ à esquerda em função da variável de escalonamento $\tau_Q = Q^2/Q_s^2$ e $Q_s(x)$ à direita, considerando o intervalo de x, Q^2 dos dados incluídos na análise. Podemos notar que $Q_s(x) = 1$ GeV em $x_0 = 0,5 \times 10^{-4}$, o que está próximo ao obtido na análise da Ref. [124], em que o modelo GBW é utilizado. O parâmetro δn controla o comportamento da seção de choque para produção de glúons para $p_T > Q_s$ e varia de $\delta n \sim 0,05$ at $\tau = 0,01$ até $\delta n = 0,3$ em $\tau = 10^3$. Na Figura 4.4 comparamos a UGD resultante deste trabalho com a dos modelos GBW [124], KS [116] e IN [117]. Próximo à região de saturação nossa parametrização se comporta como a do modelo GBW. Entretanto, na região de grande k_T , a forma Gaussiana da distribuição GBW decresce rapidamente mesmo para k_T moderado. Nessa região nossa parametrização se aproxima dos modelos KS e IN, baseados na equação DGLAP, que são mais adequados.

É importante notar que as grandes virtualidades $Q^2 \sim 10^4$ GeV² incluídas no ajuste são necessárias para cobrir uma maior região do espectro p_T de hádrons produzidos em colisões pp , como veremos na próxima seção. Na Ref. [92] é argumentado que o escalonamento deve se estender até $Q^2 \sim Q_s^4/\Lambda_{QCD}^2$. Entretanto, podemos argumentar que a extensão para maiores valores de Q^2 reproduz os dados de forma razoável, embora com uma menor qualidade do ajuste. Na análise da Ref. [119], é mostrado que o escalonamento permanece sendo uma aproximação razoável para grande Q^2 no intervalo de $x < 0,08$ com $\lambda = 0,33$, que é o mesmo utilizado em nosso ajuste. Também é argumentado, na Ref. [125], que o escalonamento geométrico é preservado pela equação DGLAP em ordem dominante com acoplamento fixo, o que pode aumentar o intervalo de Q^2 da região de escalonamento. Dadas essas ressalvas, nas análises seguintes utilizamos a parametrização A da tabela que, embora tenha uma menor qualidade, nos permite o estudo do escalonamento geométrico do espectro p_T em uma maior região cinemática, isto é, $x < 0,08$ e $\tau < 10^4$.

A Figura 4.5 mostra os valores de δn e Q_s resultantes do ajuste. O conjunto de dados analisados, onde consideramos que o escalonamento é uma boa aproximação, implica em $10^{-2} < \tau_Q < 10^3$. Neste intervalo, a escala de saturação varia entre $2 \text{ GeV} < Q_s(x) < 0,3 \text{ GeV}$ e o índice de potência cresce lentamente, $0,04 < \delta n < 0,3$. A Figura 4.6 apresenta a seção de choque σ^{γ^*p} em função de τ_Q comparada com os dados experimentais do HERA. Podemos ver que a curva resultante do nosso

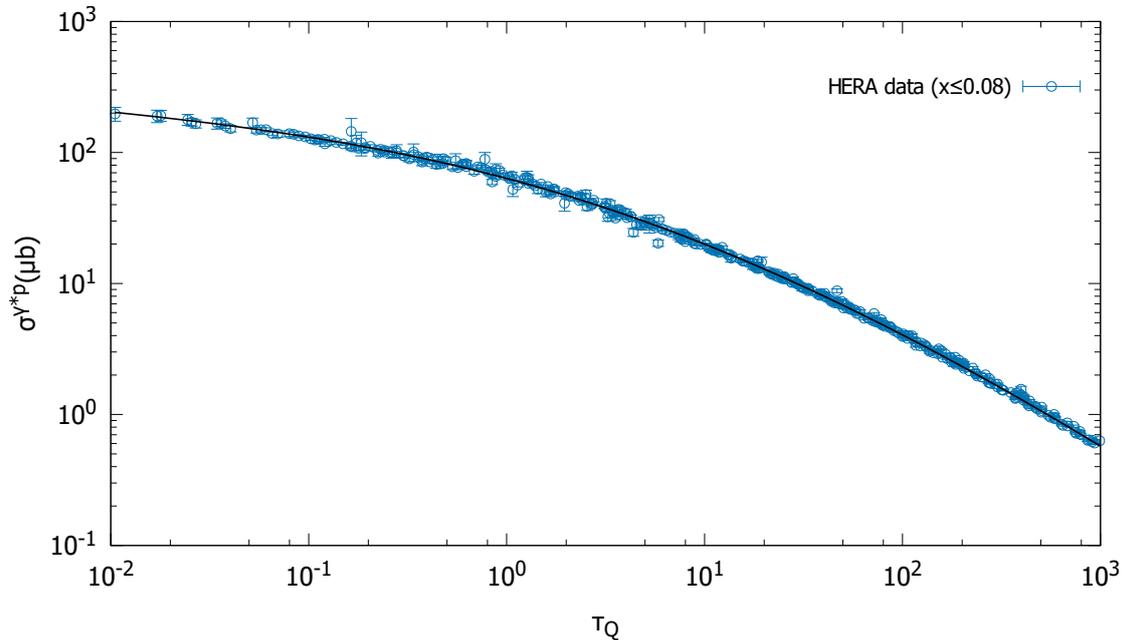


Figura 4.6: Seção de choque total γ^*p , obtida a partir da parametrização de dipolos da Eq. (4.26), comparada com os dados do HERA, em função da variável de escalonamento, no intervalo $\tau_Q < 10^3$ e $x \leq 0,08$

modelo tem uma boa descrição dos dados, além de que o escalonamento permanece sendo uma aproximação razoável nesta região de τ_Q apresentada.

Embora diferentes modelos existam na literatura para promover a descrição destes dados do DIS, no próximo capítulo deixaremos mais claro a vantagem de se considerar este tipo de parametrização quando fazemos uma análise do espectro p_T . Nesta situação os parâmetros da UGD podem ser facilmente identificados com o comportamento do espectro observado nos dados e podemos reconhecer mais claramente como uma mudança na parametrização da distribuição de pártons altera a distribuição hadrônica diretamente.

Capítulo 5

Fatorização k_T em colisões de hádrons

O espectro p_T de hádrons em colisões $pp(\bar{p})$ tem sido analisado em diferentes experimentos, de colisores de alvo fixo até o LHC. É bem entendido que as características deste espectro podem ser reproduzidas por uma função que tenha um comportamento tipo potência, com um índice n determinando a forma do espectro na região de grande p_T , enquanto a região de pequeno p_T depende de uma escala de momento relativa, p_0 . Estas características têm sido representadas pela função de Hagedorn [59] $\frac{E d^3\sigma}{d^3\bar{p}} = C \left(1 + \frac{p_T}{p_0}\right)^{-n}$, que também pode ser interpretada como distribuição termodinâmica de Tsallis [60]. Esta última, sendo interpretada no contexto da mecânica estatística não extensiva, onde o índice n é relacionado à entropia e p_0 à temperatura. Parametrizações fenomenológicas, baseadas na distribuição de Tsallis, são utilizadas na descrição da produção de partículas em diferentes sistemas, mostrando uma grande precisão relativa a uma grande quantidade de dados experimentais [61].

O espalhamento duro entre partículas pontuais, produz um índice de potência $n = 4$ enquanto correções perturbativas aumentam este valor. Em energias de colisão \sqrt{s} mais baixas temos $n \simeq 8$ e algo próximo à $n = 6$ em escalas de TeV [62, 63]. O formalismo de fatorização colinear da QCD perturbativa, prevê um aumento efetivo deste índice devido à ressonância de termos contendo potências de $\alpha_s \log Q^2$, associados à emissão de radiação colinear. Isto faz com que o parâmetro n seja diretamente relacionado à dinâmica partônica através das funções de distribuição.

A presença de uma escala de momento relativa aos processos em altas energias, que determina o crescimento da seção de choque com \sqrt{s} , é previsto no formalismo de saturação como sendo a escala de saturação Q_s . Esta quantidade estabelece a região em que a UGD atinge seu máximo, resultando em um crescimento mais lento da seção de choque acima deste limite. Tal comportamento emerge nos dados experimentais através do escalonamento geométrico, onde os observáveis passam a depender da razão $\tau = Q^2/Q_s^2(x)$ e não de Q^2 e x separadamente. O fenômeno

do escalonamento foi reportado em diferentes trabalhos [126, 127, 128, 129, 130], associado à diferentes observáveis.

A fatorização colinear é bem estabelecida para descrever fenômenos em grandes escalas de momento. No formalismo de saturação, é previsto que a produção de partículas seja dada por um novo tipo de fatorização, a fatorização k_T , em contraste com a colinear. Este mecanismo é compatível com o modelo de dipolos do DIS apresentados anteriormente e faz uso da distribuição de glúons não integrada. Sendo assim, podemos utilizar as distribuições obtidas anteriormente para calcular a seção de choque para produção inclusiva de hádrons com grande momento transversal.

Neste capítulo apresentamos uma investigação sobre o escalonamento geométrico em colisões pp e $p\bar{p}$ relativo ao espectro p_T de hádrons leves. Na seção 5.1 apresentamos as equações necessárias para o cálculo do espectro e considerações sobre o processo de hadronização, bem como detalhes do formalismo aplicado. Na seção 5.2 fazemos considerações sobre o fenômeno de escalonamento geométrico e a forma do espectro p_T . Nesta seção apresentamos uma forma analítica para a seção de choque, que pode ser facilmente conectada com a UGD (4.25), tornando claro o comportamento deste observável em função da parametrização da UGD, pelos parâmetros δn e Q_s . Na seção 5.3 apresentamos nossos resultados considerando os ajustes necessários para uma boa descrição dos dados experimentais. Mostramos que, em um amplo intervalo da variável τ , podemos considerar o escalonamento uma boa aproximação. Por fim, na seção 5.4 apresentamos nossos comentários e conclusões.

5.1 Formalismo

A fatorização k_T para a produção de glúons foi proposta por Gribov, Levin e Ryskin em [131], devido à necessidade de se considerar um mecanismo que levasse em conta a interação entre prótons em altas energias num regime saturado de glúons. A suposição nesta abordagem é que os prótons, caracterizados pela distribuições de glúons com um determinado momento transversal q_T , interagem pela troca de escadas de glúons com forte ordenamento em x , característica do formalismo BFKL. Um esquema destes processos é mostrado na Figura 5.1. O processo de produção inclusiva de glúons ($pp \rightarrow g + X$) ao final desta escada é dado pela fusão dos glúons presentes nas distribuições $\phi(x, q_T)$ e $\phi(x, p_T - q_T)$, produzindo um terceiro glúon no estado final de momento p_T .

A seção de choque para produção inclusiva deste glúons pode ser esquematizada como

$$\frac{d\sigma}{d^2p_T dy} \Big|_{pp \rightarrow g+X} = \frac{2\alpha_s}{C_F} \frac{1}{p_T^2} \int d^2q_T \phi(x_a, q_T^2) \phi(x_b, (p_T - q_T)^2), \quad (5.1)$$

sendo C_F o operador de Casimir na representação fundamental do grupo $SU(N_c)$ e N_c o número de cores,

$$C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}. \quad (5.2)$$

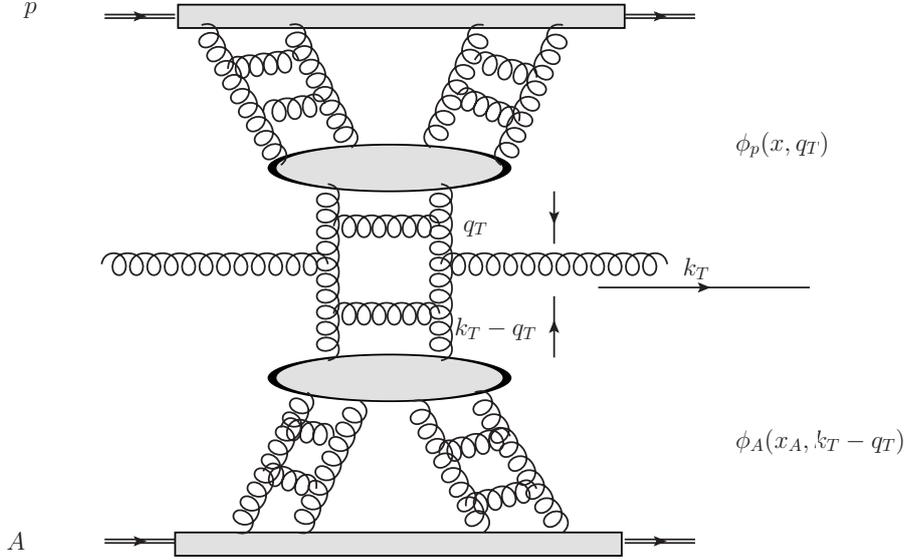


Figura 5.1: Representação do processo envolvido na fatorização k_T para produção de um glúon.

A inclusão do processo de hadronização pode ser feita em analogia ao modelo colinear considerando um hádron de momento p_{Th} que carrega uma fração z do momento p_T do glúon:

$$\frac{d\sigma}{d^2p_{Th}dy} \Big|_{pp \rightarrow h+X} = \int \frac{dz}{z^2} D_{g/h}(z, Q^2) \frac{d\sigma}{d^2p_T dy} \Big|_{pp \rightarrow g+X}, \quad (5.3)$$

onde $x_{a,b}$ são conectados com as variáveis experimentais na forma

$$x_a = \frac{p_T}{\sqrt{s}} e^y, \quad x_{min} = \frac{p_{Th} e^y}{\sqrt{s}}, \quad x_b = x_a e^{-2y}, \quad (5.4)$$

em que x_{min} é o valor de x para $z = 1$. Podemos expressar a integral numa forma mais conveniente integrando em x_a :

$$\frac{d\sigma^{pp \rightarrow h+X}}{d^2p_{Th}dy} = \frac{2\alpha_S}{C_F} \frac{1}{p_T^2} \int_{x_{min}}^1 \frac{dx_a}{x_{min}} \int d^2q_T \phi_p(x_a, q_T^2) \phi_A(x_b, (p_T - q_T)^2) D_{h/g}(z, Q^2). \quad (5.5)$$

Assim como feito na Ref. [132], também consideramos a aproximação em que o processo de hadronização pode ser realizado supondo um valor médio de z e fazendo a mudança $p_T \rightarrow \frac{p_{Th}}{\langle z \rangle}$. Essa aproximação é útil na região de pequeno momento, em que as funções de fragmentação não são aplicáveis e se baseia na dualidade local parton-hádron, sendo o espectro hadrônico resultante diretamente relacionado com o partônico. Desta forma, podemos ajustar o parâmetro $\langle z \rangle$ dos dados experimentais e temos a expressão:

$$\frac{d^3\sigma^{pp \rightarrow h}}{d^2p_{Th}dy} = \frac{K}{\langle z \rangle^2} \frac{d^3\sigma^{pp \rightarrow g}}{d^2p_{Th}dy} \left(p_T = \frac{p_{Th}}{\langle z \rangle} \right), \quad (5.6)$$

sendo K uma constante ajustada dos dados.

É importante comentar que não existe uma demonstração formal desta fatorização k_T para um processo genérico. Os autores de [133] demonstraram, usando o formalismo de dipolos, que este tipo de expressão pode ser obtida em casos assimétricos para colisões entre um núcleo denso e um próton num regime diluído de glúons. Outros estudos têm sido feitos no intuito de validar este tipo de abordagem, como em [134, 135, 136, 137]. Além disso, não existe uma forma consistente para se realizar a transição entre a fatorização colinear e k_T num regime de alta densidade de glúons, fazendo com que a expressão (5.1) seja a melhor alternativa para descrição do fenômeno de saturação em colisões de prótons.

5.2 Escalonamento geométrico no espectro p_T

Na seção de choque total γ^*p no DIS (4.4), os efeitos de saturação na distribuição de glúons fazem com que esta quantidade permaneça finita em $Q^2 \rightarrow 0$, sem um corte adicional. Por outro lado, a seção de choque para produção de glúons apresenta uma divergência na região do infravermelho, quando p_T vai à zero, característica das interações perturbativas. Se olharmos a equação (5.1), a divergência tipo p_T^{-2} quando $p_T \rightarrow 0$ pode ser verificada. Embora esta divergência seja mais suave que a do modelo de pártons, tipo p_T^{-4} , ainda precisamos de um corte. Os autores da Ref. [132, 138, 139] implementam uma escala massiva para o mini-jato de glúons $p_T^2 \rightarrow p_T^2 + m_j^2$. Uma aproximação para a Eq. (5.1), implementada pelos autores em [140, 141], consiste em calcular a expressão nas regiões do integrando $k_T \ll p_T$ e $|\vec{p}_T - \vec{k}_T| \ll p_T$. A seção de choque pode ser expressa como

$$E \frac{d^3\sigma^{ab \rightarrow g+X}}{d^3p} = \frac{\alpha_s}{C_F} \frac{1}{p_T^2} \left\{ \phi(x_a, p_T^2) \int^{p_T^2} d^2k_T \phi(x_b, k_T^2) + \phi(x_b, p_T^2) \int^{p_T^2} d^2k_T \phi(x_a, k_T^2) \right\}. \quad (5.7)$$

Utilizando a UGD proposta na (4.25), podemos reescrever esta expressão em uma forma analítica:

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3p} = N_0 \frac{\xi}{\xi - 1} \left(1 - \frac{1 + \xi\tau}{(1 + \tau)^\xi} \right) \frac{1}{(1 + \tau)^{1+\xi}}, \quad (5.8)$$

$$N_0 = \frac{9\sigma_0^2}{8C_F\pi^3\alpha_s}, \quad \xi = 1 + \delta n. \quad (5.9)$$

Desta forma o escalonamento geométrico do espectro p_T de glúons produzidos fica claro. Esta expressão se comporta como uma lei de potência tipo $(p_T/Q_s)^{-4-2\delta n}$ para $p_T \gg Q_s$ e vai à zero para $p_T \ll Q_s$. Para comparação com o espectro de hádrons produzidos consideramos a variável de escalonamento do espectro hadrônico

como $\tau_h = \frac{p_{Th}^2}{Q_s^2(x)}$. Se considerarmos o processo de hadronização pela Eq. (5.3) o escalonamento é inevitavelmente quebrado, pois as funções de fragmentação dependem de x e p_T separadamente. Se considerarmos a aproximação de z médio pela Eq. (5.6), supondo que em todo intervalo de escalonamento z é aproximadamente constante, o escalonamento se mantém no espectro de hádrons e podemos identificar $\tau_h = \langle z \rangle^{2+\lambda} \tau$.

Uma análise do escalonamento geométrico no espectro de hádrons foi feita nas referências [118, 119, 120, 121]. Estes autores assumem que o espectro pode ser descrito pela distribuição de Tsallis,

$$E \frac{d^3\sigma^{pp \rightarrow h+X}}{dp^3} = \frac{S_\perp}{2\pi} F_h(\tau_h), \quad (5.10)$$

$$F_h(\tau_h) \approx N_h \left[1 + \frac{\tau_h^{1/(2+\lambda)}}{n_h \kappa_h} \right]^{-n_h}, \quad (5.11)$$

sendo a temperatura de cada tipo de hádron dada por $T_h \approx \kappa_h \langle Q_s(x) \rangle$ [120]. Neste caso os autores limitam a análise do escalonamento à região de pequeno p_{Th} . Além disso, o uso da distribuição de Tsallis deve ser viável em uma região cinemática reduzida, já que é conhecido que os parâmetros da distribuição de Tsallis (n_h, T_h) dependem da energia de colisão, portanto, de x separadamente, violando o escalonamento. Em nossa abordagem estendemos o escalonamento para o mesmo intervalo (mais abrangente) de τ , onde foi feito o ajuste dos dados do DIS. Apresentamos o escalonamento da seção de choque inclusiva como tendo origem diretamente na distribuição de glúons.

O escalonamento do espectro p_T de hádrons produzidos em colisões pp e $p\bar{p}$ se torna evidente quando plotamos dados de diferentes colisores e energias \sqrt{s} , cobrindo uma grande região das variáveis τ_h e x_h . Utilizamos a expressão analítica (5.8) e (5.6) para ajustar $\langle z \rangle$ e a constante K dos dados experimentais para produção de píons neutros e hádrons carregados. Também investigamos o papel das funções de fragmentação KKP [55] e HKNS [9] no escalonamento através da Eq. (5.3). Na região de pequeno p_T , onde o espectro é sensível à massa do jato, argumentamos que a variável de escalonamento deve ser modificada para $\tau_{m_T} = \frac{m_{2T_h}}{Q_s(x_h)}$, com $m_T = \sqrt{p_{Th}^2 + m_j^2 \langle z \rangle^2}$ e investigamos a presença deste escalonamento na região de pequeno p_T .

5.3 Resultados

A seguir, apresentamos uma análise dos resultados referentes ao escalonamento presente nos dados de colisões pp e $p\bar{p}$, utilizando dados das colaborações ALICE e CDF (hádrons carregados) [142, 143, 144] e ALICE, UA2 e PHENIX (píons neutros) [54, 79, 80, 145, 77]. Todos os dados são para produção de partículas em rapidez central ($y = 0$), onde temos $x_h = \frac{p_{Th}}{\sqrt{s}}$ com $p_{Th} = \langle z \rangle p_T$.

Tabela 5.1: Parâmetros do espectro (ver Eq.(5.6)), extraídos dos dados de diferentes colisores no intervalo $1 < \tau_h < 100$.

	K	$\langle z \rangle$	$\frac{\chi^2}{\text{dof}}$
$pp \rightarrow \pi^0 + X$	$1,361 \pm 0,081$	$0,345 \pm 0,006$	1,50
$pp \rightarrow h^\pm + X$	$2,226 \pm 0,065$	$0,418 \pm 0,004$	1,77

A Figura 5.2 apresenta estes dados plotados em função da variável de escalonamento τ_h . Podemos ver que, para $\tau_h \gtrsim 100$, o escalonamento é violado, assim como ocorre para $\tau_h \lesssim 1$, onde existe influência da massa do jato. Um ajuste das quantidades $\langle z \rangle$ e K foi feito no intervalo $1 < \tau_h < 100$, considerando a equação (5.6). Dentro deste intervalo, todos os pontos experimentais estão na região de pequeno x , $x \lesssim 0,04$. Isto é importante para garantir que processos iniciados por glúons sejam dominantes. A contribuição de espalhamento entre quarks e antiquarks é muito menor nesta região cinemática [146].

A tabela 5.1 apresenta os valores das quantidades resultantes do ajuste para o espectro pión neutro e hádrons carregados. Os valores de z médio estão próximos ao esperado nos modelos de fatorização colinear [146]. De acordo com nossa análise dos dados do HERA, o escalonamento permanece uma aproximação razoável no intervalo $\tau < 10^3$. Considerando que $\tau_h = \tau \langle z \rangle^{2,33}$, temos $\tau_{\pi^0} = 84$ e $\tau_{h^\pm} = 131$. Portanto, a janela de escalonamento observada nos dados de função de estrutura do DIS e no espectro p_T são compatíveis. Na Figura 5.3, é mostrada a razão entre nossas previsões e os dados em função de τ_h , para tornar mais aparente o escalonamento e a qualidade do ajuste no intervalo descrito.

A Figura 5.4 apresenta os mesmos resultados, mas em função de p_{Th} para cada valor de energia de colisão \sqrt{s} . É possível concluir que o escalonamento geométrico leva ao crescimento correto do espectro com o aumento da energia. Devemos notar que no modelo de fatorização colinear, um fator $K(\sqrt{s})$ ou a adição de um momento transversal intrínseco é necessário para descrever este crescimento.

A região de pequeno p_{Th} deve ser sensível à forma específica da função de fragmentação adotada ou a massa do jato usada para regularizar a divergência nesta região do espectro. Para medir o impacto das FF's em nossos resultados, calculamos a seção de choque usando o modelo KKP [55] e HKNS [9] em LO. A escala de momento Q^2 usada na FF foi definida como o mínimo entre p_{Th} e Q_0 , sendo Q_0 a escala mínima da FF, próxima de 1 GeV. A Figura 5.5 apresenta uma comparação do espectro utilizando a FF KKP e HKNS junto com nossa aproximação considerando um z médio para a produção de π^0 . Enquanto na região de grande τ_h a forma do espectro é próxima, na região de pequeno τ_h existem diferenças importantes. A FF do glúon é parametrizada como $z^\alpha(1-z)^\beta$, sendo o crescimento na região de pequeno τ_h associado à potência α , que é consideravelmente diferente nos dois modelos citados.

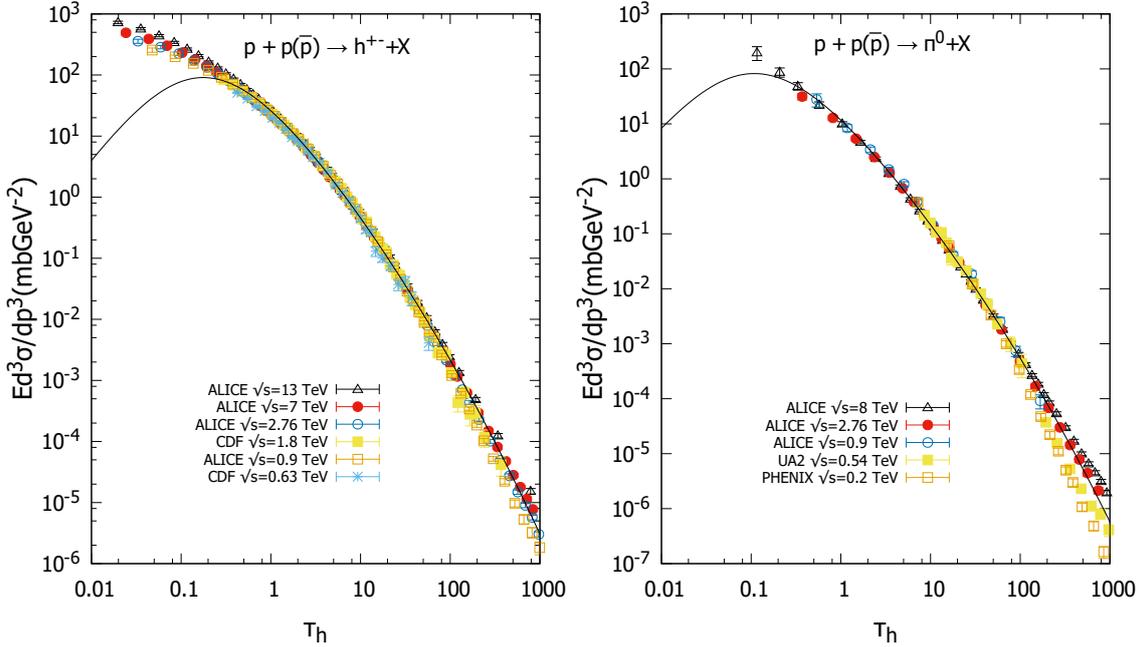


Figura 5.2: Seção de choque invariante em função da variável de escalonamento τ_h , para hádrons carregados e pión neutro, em diferentes valores de energia de centro de massa, \sqrt{s} . A extrapolação da curva é feita fora do intervalo considerado para o ajuste dos parâmetros, $1 < \tau_h < 100$.

Consideramos a possibilidade de um escalonamento na massa transversa do hádron da região de pequeno p_{T_h} . Para isso é feita a substituição $p_T^2 \rightarrow p_T^2 + m_j^2$. Seguindo os autores de [132], o valor da massa do mini-jato deve ser proporcional à escala de saturação $m_j^2 \sim 2\mu_{np}Q_s$, sendo μ_{np} a escala de interação *soft*. Uma análise do espectro determina que podemos ter uma descrição mais precisa do escalonamento utilizando valores de $0,5 < m_j < 0,6$ GeV, que são próximos ao utilizado pelos autores em [132]. Na Figura 5.6 comparamos a seção de choque invariante para produção de hádrons carregados para estes dois valores da massa do mini-jato, onde usamos os mesmos valores de $\langle z \rangle$. Nos dois casos o escalonamento é uma boa aproximação do conjunto de dados, além de nosso modelo apresentar uma boa descrição dos dados. Um ponto interessante é que, recentemente, a região de pequeno p_T tem sido atribuída às contribuições termais, sendo que o espalhamento partônico duro tem uma menor importância nesta região. Isto foi investigado nas referências [147, 148, 149].

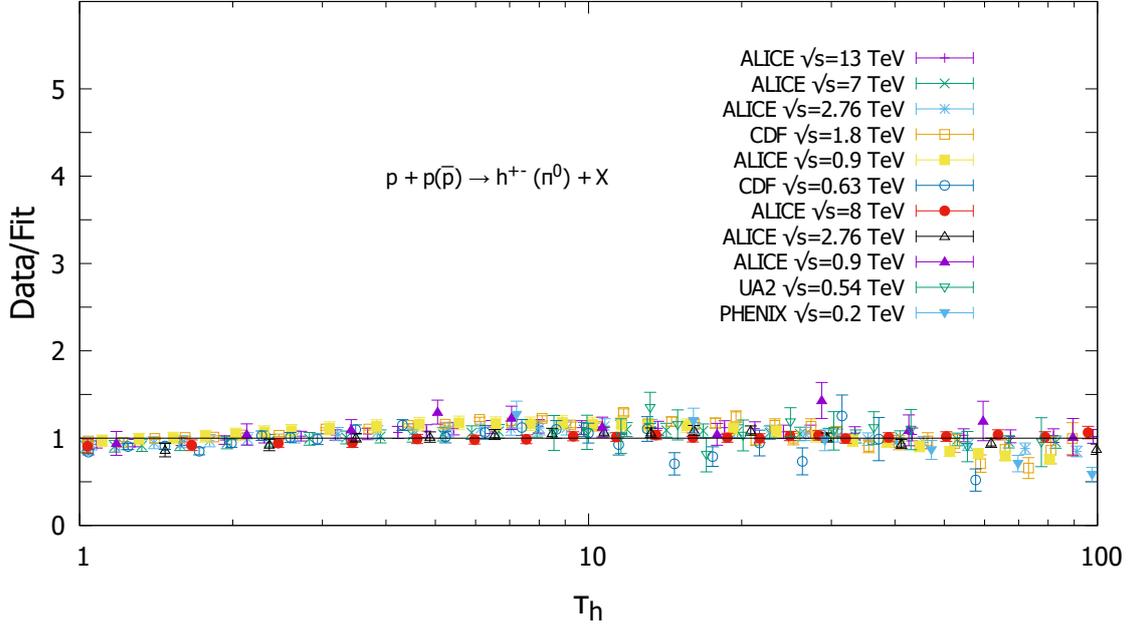


Figura 5.3: Razão dado/teoria em função da variável de escalonamento τ_h , para hádrons carregados e píons neutros em diferentes energias

5.4 Conclusões

Neste capítulo investigamos a presença do escalonamento geométrico, previsto pelo formalismo de saturação, no espectro p_T de hádrons leves. Consideramos que o escalonamento da seção de choque inclusiva é uma boa aproximação na região cinemática de x e Q^2 análoga aquela observada nos dados do HERA. Mostramos que a função de distribuição de glúons proposta neste trabalho permite uma aproximação analítica para o espectro p_T , que tem boa descrição dos dados experimentais de diferentes colisores dentro do regime de escalonamento. Neste caso o espectro fica determinado por duas quantidades que têm origem na UGD: o parâmetro de potência δn que produz um espectro tipo $p_T^{-4-2\delta n}$ na região de grande p_T e a escala de saturação Q_s , que controla o crescimento do espectro em função da energia de colisão.

Também investigamos o impacto do processo de fragmentação glúon-hádron na seção de choque inclusiva, bem como a mudança para o escalonamento τ_{m_T} da região de pequeno p_T , decorrente da regularização do espectro através da massa do mini-jato de glúons. Apesar das incertezas associadas ao processo de hadronização, podemos concluir que o escalonamento do espectro p_T de hádrons é um indício importante da dinâmica de saturação partônica. Em especial, o grande conjunto de dado para produção de hádrons leves, coletado nas últimas décadas em diferentes experimentos e cobrindo uma ampla região cinemática, permite uma análise

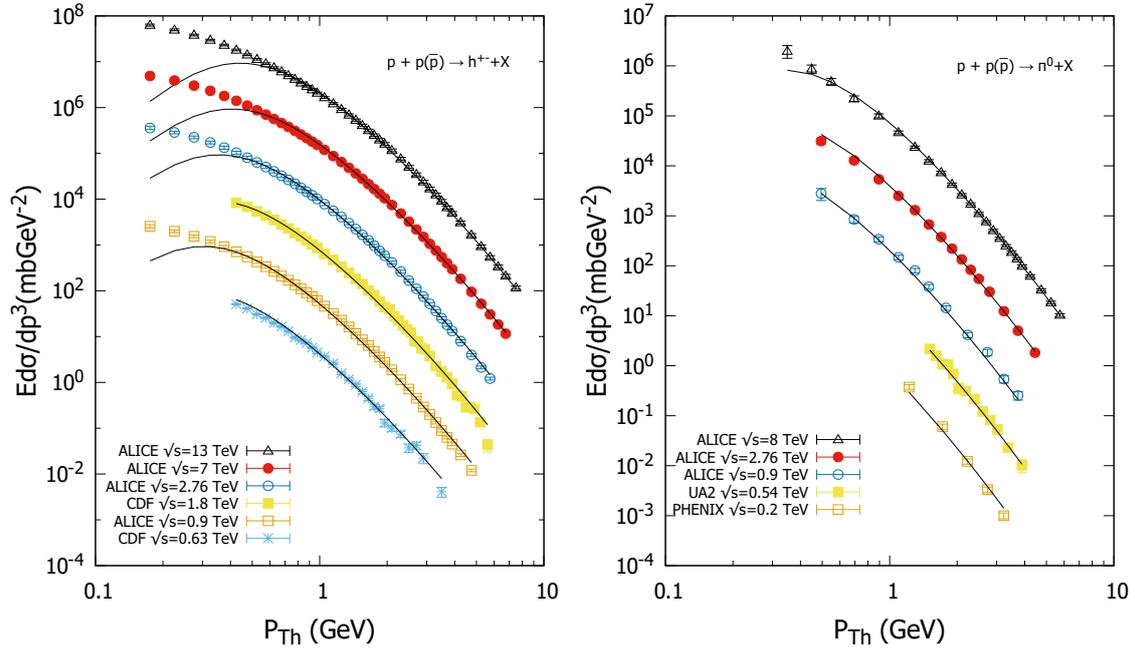


Figura 5.4: Espectro de momento transverso na região de escalonamento, na região $\tau < 10^3$, em função de p_{Th} . Os dados estão multiplicados por um fator 10^i em cada energia para melhor visualização.

estatística mais robusta. Os valores de χ^2 obtidos são compatíveis com aqueles determinados das funções de estrutura do DIS. Embora a possibilidade de escalonamento do espectro já tenha sido levantada em outros trabalhos, mostramos como a UGD é diretamente relacionada com este fenômeno de forma consistente.

Ter uma base sólida para a descrição do espectro p_T em colisões pp e $p\bar{p}$ é fundamental para a construção de um modelo para colisões nucleares envolvendo a física de saturação partônica. Desta forma a análise feita neste capítulo serve como elemento fundamental na descrição subsequente a respeito do espectro em colisões nucleares, onde os efeitos de saturação devem ser amplificados e uma física mais complexa é exigida para uma compreensão destes sistemas.

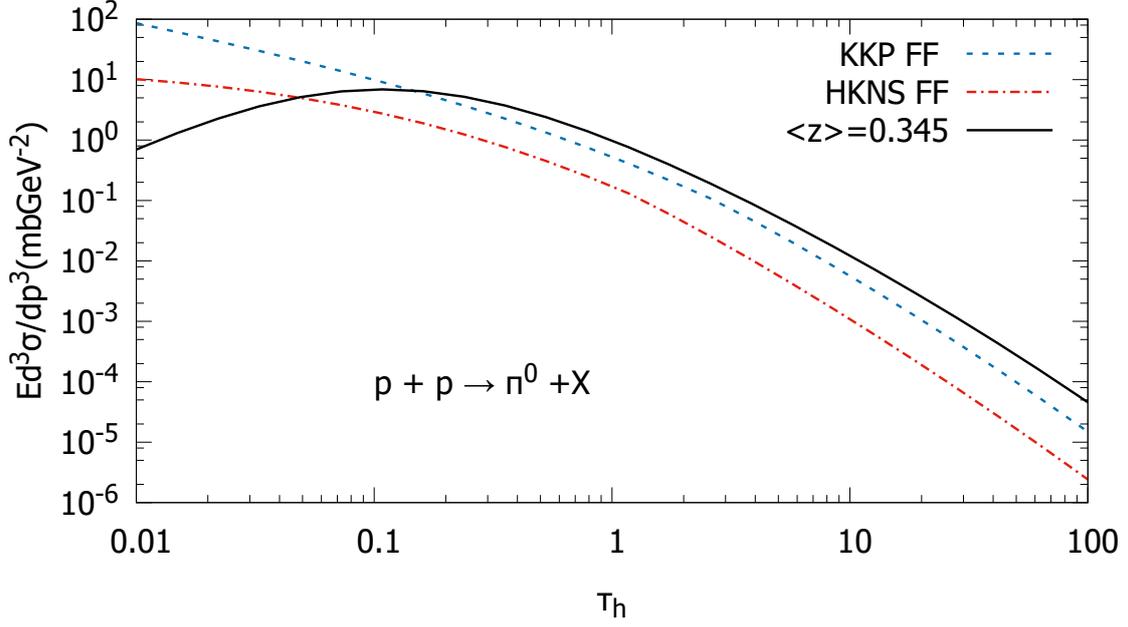


Figura 5.5: Comparação entre os resultados (Eq. (5.3)) usando as funções de fragmentação KKP e HKNS.

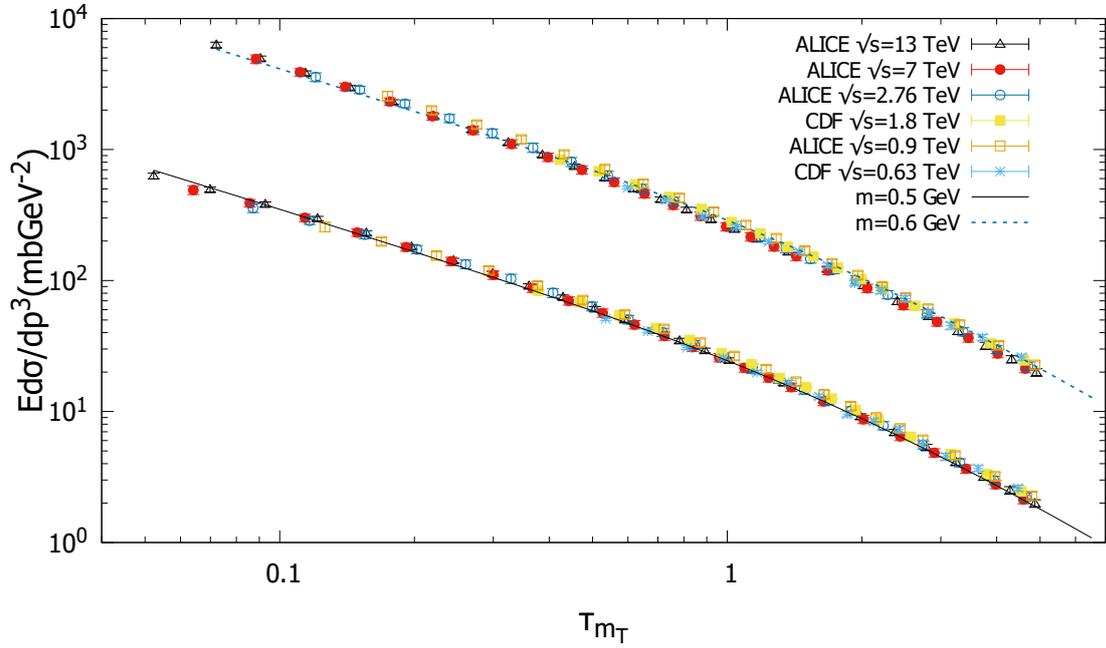


Figura 5.6: Seção de choque invariante para produção de hádrons, em função da variável de escalonamento, que considera a massa do jato $\tau_{mT} = m_T^2/Q_s^2$ na região de pequeno p_{Th} .

Capítulo 6

Função de estrutura nuclear

A fenomenologia das colisões nucleares apresenta uma série de efeitos anômalos revelados em diferentes experimentos nas últimas décadas. Tais efeitos, a princípio, não eram esperados no modelo de pártons da QCD e sua origem permanece sendo objeto de intensa investigação. É bem entendido que o meio nuclear deve alterar a PDF dos nucleons ligados e a dinâmica das interações fortes pode ser provada em um regime distinto, em que as seções de choque são amplificadas pelas múltiplas interações com o alvo nuclear.

Este capítulo é dedicado à construção de uma distribuição de glúons dependente de momento transversal que possa ser obtida a partir do caso de um nucleon livre descrito anteriormente. Primeiramente, discutimos os DIS nuclear e o sombreamento da função de estrutura nuclear em relação a do nucleon. Apresentamos diferentes possibilidades para a construção da UGD do núcleo tendo por base a UGD do nucleon, em especial discutimos o modelo de escalonamento geométrico e a implementação de correções nucleares pelo formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller. Por fim, fazemos uma análise da distribuição obtida e comparamos nossos resultados com dados para razões nucleares no DIS.

6.1 DIS nuclear

Assim como o DIS lépton-próton discutido anteriormente é o processo em que as PDFs podem ser mais diretamente obtidas, o DIS nuclear (processo $l + A \rightarrow l + X$) cumpre o papel de sondar a estrutura partônica de um determinado núcleo com número de massa atômica A . Antes dos primeiros experimentos deste tipo apresentarem seus resultados, era esperado que efeitos nucleares fossem quase desprezíveis em altas energias. Isso era esperado pois, no modelo de pártons, a grande virtualidade do fóton comparada com as escalas da interação nuclear garante que a colisão ocorra com os pártons livres, sendo o núcleo um conjunto de nucleons quase livres e seus pártons pouco afetados pelo meio nuclear. Em 1982 medidas do DIS nuclear feitas no CERN pela colaboração European Muon Collaboration (EMC),

mostraram que esta visão estava equivocada [150]. Neste artigo os autores apresentam medidas da razão entre a função de estrutura F_2 do Ferro ($A = 56$) e do Deuteron ($A = 2$) que mostram um desvio significativo da unidade e constataam um grande desvio das previsões da QCD (para comparação ver figuras 1 e 2 deste artigo). Nas palavras dos autores "*The result is in complete disagreement with the calculations*". Este afastamento da razão nuclear da unidade ficou conhecido como efeito EMC e permanece sendo um fenômeno complexo e de difícil explicação do ponto de vista da QCD.

Após a descoberta do efeito EMC, outros experimentos foram realizados com o intuito de caracterizar a função de estrutura nuclear em diferentes regiões cinemáticas. Experimentos como NMC e BCDMS no CERN, E665 no FNAL, além de JLAB e HERMES usam feixes de muons ou elétrons que colidem em alvos fixos de diferentes números atômicos e cobrindo diferentes regiões cinemáticas em Q^2 e x . A razão nuclear determinada pela relação

$$R^A(x, Q^2) = \frac{F_2^A(x, Q^2)}{AF_2^p(x, Q^2)}, \quad (6.1)$$

quantifica o desvio da seção de choque nuclear para fotoprodução em relação à do próton. Na ausência de qualquer modificação as interações nucleares devem ser apenas uma sobreposição de A vezes a interação por nucleon e $R^A = 1$. Na prática, constatou-se que a razão nuclear é pouco dependente de Q^2 , ficando caracterizada pela dependência na variável x . Podemos separar diferentes regiões dessa variável e caracterizar diferentes fenômenos envolvidos:

- Sombreamento : Para $x < 0,1 - 0,05$ temos uma depleção da distribuição de pártons nuclear em relação ao nucleon livre;
- Anti-sombreamento: A Razão passa a ser maior que 1;
- Região EMC: para $0,2 < x < 0,8$ a Razão nuclear decresce;
- Movimento de Fermi: Para $x > 0,8$ a razão passa a crescer devido ao movimento dos nucleons no núcleo, conhecido como movimento de Fermi .

Uma revisão do estado presente das possíveis abordagens teóricas de explicação destes fenômenos pode ser encontrada em [151, 152, 153]. Uma das principais previsões do formalismo de saturação é a depleção da distribuição de glúons em um alvo nuclear, resultando no sombreamento. Na representação de dipolos este fenômeno pode ser entendido pelos múltiplos espalhamentos das componentes partônicas do fóton no alvo nuclear em repouso, sendo estas correções implementadas pelo modelo de Glauber-Mueller [154, 155]. De forma equivalente, no referencial de momento infinito do núcleo, ocorre a sobreposição de glúons de diferentes nucleons devido à contração de Lorentz. Por exemplo, glúons de pequeno x possuem grande comprimento de onda em comparação às cargas de valência e passam a interagir com a

estrutura do núcleo como um todo, fazendo com que haja uma diminuição efetiva da densidade de glúons com o aumento de A . Este processo pode ser entendido como uma amplificação da escala de saturação que cresce com o número de nucleons.

Do ponto de vista experimental, existem poucos dados para $F_2^A(x, Q^2)$ em pequeno x devido à energia moderada dos colisores atuais. As funções de estrutura nuclear em pequeno x foram determinados experimentalmente pelas colaborações E665 e NMC para os núcleos C , Ca , Pb [12], Li [11] e Sn [13]. Isso faz com que as funções de distribuição de glúons nuclear possuam grande incerteza nesta região cinemática. Nos últimos anos a concepção de um acelerador elétron-íon tem tomado grande importância devido à necessidade de uma determinação mais precisa da estrutura nuclear em altas energias e com grande impacto para a física de colisões de íons pesados. No regime de altas energias destacam-se o LHeC [156] no modo de alta luminosidade (HL-LHeC) e alta energia (HE-LHeC) com $\sqrt{s} = 1, 3, 1, 7$ TeV, respectivamente, além da possibilidade de um futuro colisor circular FCC (Future Circular Collider) [157] com $\sqrt{s} = 3, 5$ TeV. Em energias moderadas também existem projetos no RHIC e JLAB [158, 159].

6.2 Modelos para a distribuição de glúons nuclear

Um dos problemas mais relevantes da QCD é a construção de um modelo teórico que seja capaz de explicar a dinâmica de quarks e glúons em colisões envolvendo grandes núcleos atômicos. Em colisões AA espera-se a formação do QGP com forte escoamento coletivo das partículas produzidas na bola de fogo inicial. Modelos baseados em hidrodinâmica e estatística têm sido usados para investigação de um grande número de fenômenos anômalos que surgem na física de colisões AA . Um dos pontos principais para o entendimento destes observáveis é o conhecimento da distribuição de glúons nuclear, sendo que, em altas energias, a seção de choque deve ser dominada por processos envolvendo glúons; esses são os objetos fundamentais para a descrição das condições iniciais nesse tipo de colisão.

Diferentes modelos foram propostos para a função de distribuição de glúons com variados propósitos e motivações teóricas. O principal objetivo na construção dessas distribuições é entender a razão entre a distribuição nuclear e de nucleon livre, definida como:

$$R^g(x, Q^2) = \frac{xG_A(x, Q^2)}{AxG_p(x, Q^2)}. \quad (6.2)$$

Portanto, partimos da distribuição de nucleon livre e acrescentamos as correções necessárias para o caso nuclear. Nas seções seguintes fazemos uma breve discussão sobre as diferentes formas propostas para a extensão da distribuição do próton em uma distribuição nuclear e, finalmente, apresentamos nosso modelo para a UGD com as correções nucleares calculadas no formalismo de Glauber-Mueller.

6.2.1 nPDFs no modelo de fatorização colinear

Tendo em vista que o procedimento de obtenção das PDFs colineares é bem estabelecido há décadas para descrever processos de grande Q^2 , foram desenvolvidas parametrizações para incorporação dos efeitos nucleares observadas no DIS em uma PDF nuclear (nPDF). Neste caso a razão apresentada na Eq. (6.2) é obtida por uma parametrização na escala inicial Q_0 e posteriormente submetida à evolução DGLAP, sendo os parâmetros determinados por um ajuste global. Além dos dados de $F_2^A(x, Q^2)$ de alvo fixo, são muitas vezes utilizados dados de colisões pA do RHIC e do LHC, como a produção de jatos, bósons pesados e hádrons. Algumas das distribuições disponíveis de diferentes grupos são: nCTEQ [160], EPPS16 [161] e NNPDF [162].

Outras possibilidades incluem a consideração de correções não lineares na PDF colinear, dadas pela equação GLR. Tal abordagem é utilizada em [163] para a obtenção das distribuições de quarks e glúons integradas. Em [164] a PDF integrada é usada para obtenção da correspondente distribuição de glúons não integrada.

6.2.2 UGD obtida por Escalonamento geométrico

Baseado no sucesso do escalonamento geométrico na descrição dados do HERA, foram propostos modelos que consideram a modificação da escala de saturação em relação ao alvo nuclear para ajustar o modelo aos dados de $F_A(x, Q^2)$ em pequeno x . Esta abordagem foi investigada em [128, 165, 166] considerando que o sombreamento pode ser incorporado da seguinte forma:

$$Q_{sA}^2(x) = Q_{sp}^2(x) \left(\frac{AR_p^2}{R_A^2} \right)^{1/\delta}, \quad (6.3)$$

em que δ é um parâmetro ajustado dos dados. Um expectativa inicial baseada em argumentos geométricos é a de que a escala de saturação cresça com a densidade de glúons que se sobrepõe no plano transversal, sendo a densidade superficial de nucleons $\rho = \frac{A}{\pi R_A^2}$, devemos ter $\delta = 1$. Entretanto, é relatado em [128] que os dados favorecem uma escala de saturação que cresce mais rápido, com aproximadamente $A^{4/9}$ ($\delta = 0,8$). A seção de choque de dipolo deve escalar com a área nuclear πR_A^2

$$\sigma_{dA}(x, r) = 2 \int d^2b (1 - S_{dA}(x, r, b)) \sim R_A^2 (1 - S_{dA}(x, r)), \quad (6.4)$$

ficando estabelecida a relação entre a seção de choque nuclear para a absorção do fóton virtual $\sigma^{\gamma A}$ e a do próton $\sigma^{\gamma p}$

$$\sigma^{\gamma A}(\tau_A) = \frac{R_A^2}{R_p^2} \sigma^{\gamma p}(\tau_A), \quad (6.5)$$

com a variável de escalonamento $\tau_A = Q^2/Q_{sA}^2(x)$. Uma das vantagens deste modelo é a simplicidade de implementação das correções nucleares na seção de choque de

dipolos do próton, sendo que o pico em torno da escala de saturação presente na UGD deve ser deslocado para a região de maior momento em $k_T = Q_{sA}(x)$. Para quantificar estes efeitos definimos a razão entre as UGDs:

$$R^{UGD} = \frac{\phi_A(x, k_T^2)}{A\phi_p(x, k_T^2)}. \quad (6.6)$$

Na prática, um dos principais problemas na aplicação da UGD nuclear gerada pelo escalonamento é a inconsistência dos limites, tanto em $\tau > 1$ quanto para A pequeno. Devemos esperar que $R_{UGD} \rightarrow 1$ para $A \rightarrow 1$ ou para $\tau \gg 1$. Entretanto, esta prescrição produz uma razão que cresce continuamente com τ já que a razão é $R_{UGDA} \propto \phi(\tau_A)/\phi(\tau_p)$, cujo argumento do numerador é sempre menor que o do denominador. Além disso, a escala de saturação parametrizada como na Eq. (6.3) não tem o limite $Q_{sA} = Q_{sp}$ para $A = 1$.

Outra possibilidade é considerar uma escala de saturação efetiva dependente de parâmetro de impacto ou da geometria nuclear. Esta abordagem foi utilizada no modelo KLN [140, 141] para calcular a produção de partículas em colisões AA no RHIC. Em [167, 99] este procedimento também foi usado para calcular a multiplicidade de hádrons carregados no LHC.

6.2.3 Múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller

Na representação de dipolos de cor o formalismo de múltiplos espalhamentos de Glauber [154] (ver Apêndice B) foi implementado por Mueller [155] para descrever a interação do dipolo com o alvo nuclear. No referencial de repouso do alvo o fóton incidente se dissocia no par quark-antiquark de forma análoga à descrita anteriormente no Capítulo 4. Quando a probabilidade de interação com um dos nucleons é grande, a probabilidade de espalhamentos consecutivos aumenta e o dipolo passa a interagir com $A^{1/3}$ nucleons trocando dois glúons com cada. Isso pode ser expresso na matriz de espalhamento de dipolo S_{dA} por

$$S_{dA}(x, r, b) = e^{-\frac{T_A(b)}{2}\sigma_{dp}(x,r)}. \quad (6.7)$$

Uma demonstração didática desta fórmula pode ser encontrada em [31]. Quando $T_A(b)\sigma_{dp}$ é grande, a amplitude de espalhamento se aproxima do limite $N_{dA} \rightarrow 1$. Por outro lado, quando S_{dA} é pequeno, retomamos trivialmente o limite $S_{dA}(x, r) \sim A\sigma_{dp}$ e os efeitos nucleares desaparecem.

Em [168] é mostrado que a UGD nuclear $\phi_A(x, k_T^2, b)$ pode ser obtida a partir da transformada de Hankel da matriz de espalhamento no espaço de posição,

$$\phi_A(x, k_T^2, b) = \frac{3}{4\pi^2\alpha_s} k_T^2 \nabla_k^2 \mathcal{H}_0 \left\{ \frac{1 - S_{dA}(x, r, b)}{r^2} \right\}. \quad (6.8)$$

Uma das vantagens desta expressão é a de que no regime diluído $r \rightarrow 0$, ou alternativamente $k_T \gg Q_s(x)$, esta expressão trivialmente se aproxima da distribuição

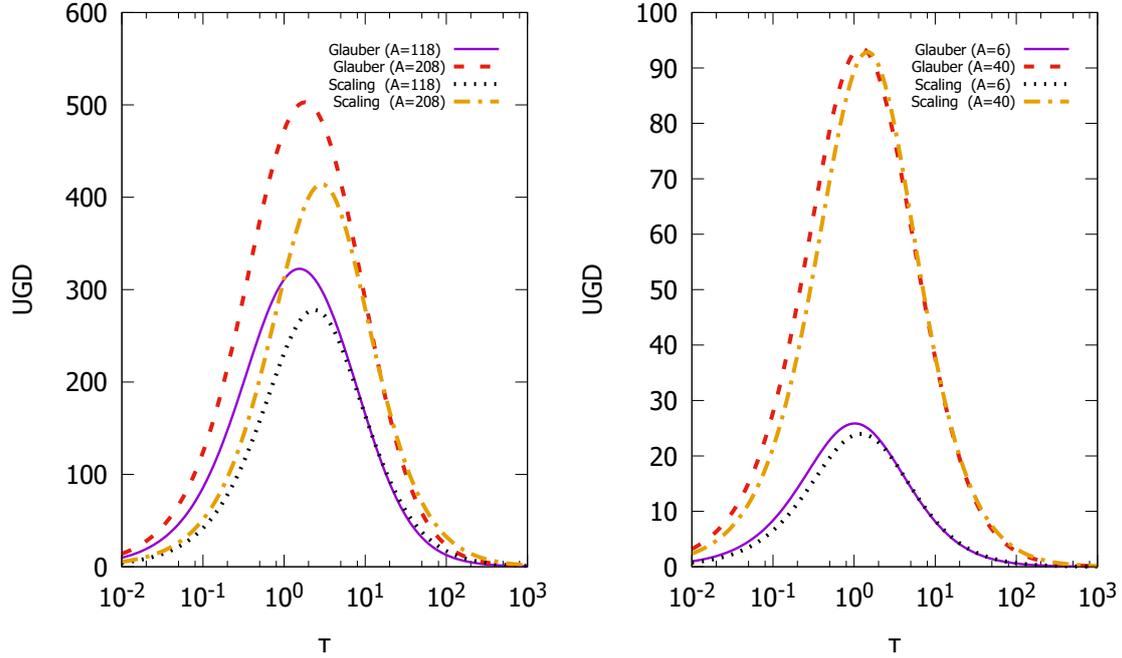


Figura 6.1: Comparação da UGD nuclear gerada pelos métodos de escalonamento geométrico e Glauber-Mueller para núcleos leves e pesados.

do nucleon livre e o fator de modificação nuclear tende a unidade. Este limite é importante para a descrição de fatores de modificação nuclear em colisões pA e AA na região de $p_T > Q_s$

Outra grande vantagem deste formalismo é a de que ele é independente de parametrização extra na distribuição nuclear, isto é, dada a UGD do próton, podemos obter a distribuição nuclear sem necessidade de incluir qualquer dependência extra na escala de saturação. Por estes motivos julgamos que, para os propósitos deste trabalho, esta é a forma mais adequada de se obter a distribuição nuclear que será usada nas análises seguintes.

6.2.4 Cálculo da UGD nuclear

A seguir, apresentamos os resultados para a UGD nuclear obtida no modelo MPM seguindo a prescrição de escalonamento geométrico e de múltiplos espalhamentos de Glauber-Mueller. No primeiro caso consideramos a parametrização de [128] dada pela equação (6.3) com $\delta = 0,8$ e $\pi R_p^2 = 1,57 fm^2$. Como esta abordagem depende do escalonamento presente nos dados do DIS nuclear, espera-se que ela seja independente do modelo usado para a distribuição do próton. Esse fato foi verificado a partir da comparação com as Razões nucleares experimentais no DIS em pequeno x . O modelo de Glauber-Mueller foi calculado para os núcleos $Li, Be, C, Al, Ca, Fe, Sn, Au, Pb$ que serão usados na análise do DIS nuclear na pró-

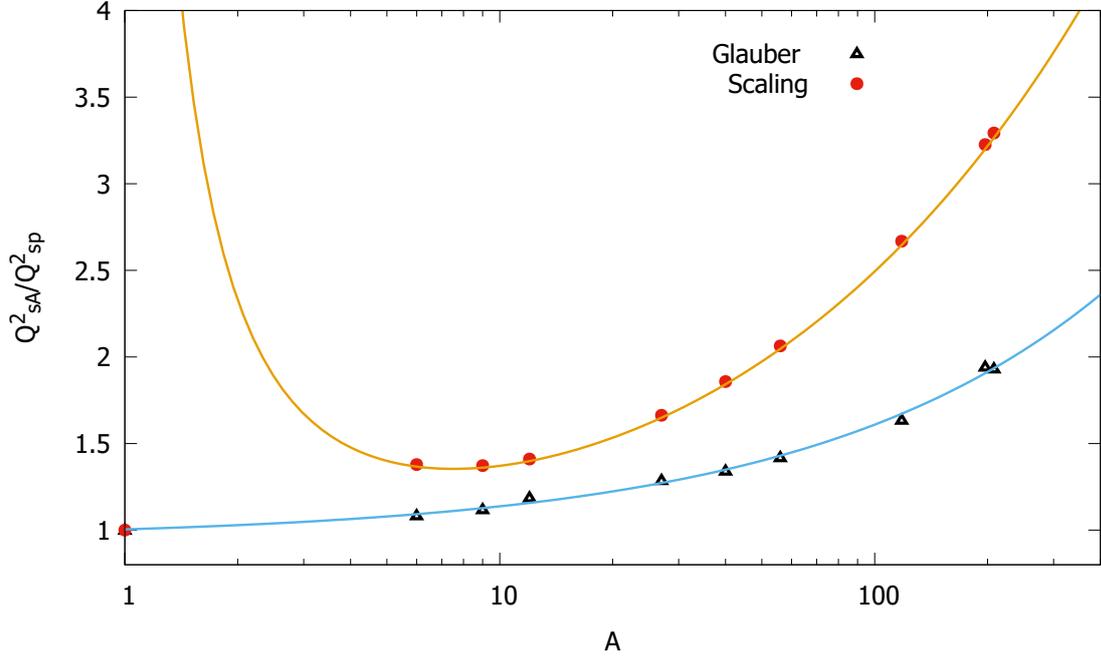


Figura 6.2: Razão entre a escala de saturação do núcleo e do próton em função do número de massa atômico A para os dois modelos descritos no texto.

xima seção. Neste caso não temos uma forma analítica para a dependência em A da distribuição, sendo cada núcleo calculado a partir da densidade nuclear parametrizada dos dados de colisões elásticas eA . Detalhes sobre a obtenção dos parâmetros para os diferentes núcleos e a função de espessura nuclear podem ser encontradas no Apêndice B.

A Figura 6.1 apresenta a distribuição nuclear resultante nos dois casos para núcleos pesados (esquerda) e núcleos leves (direita) em função da variável de escalonamento do próton. Para o caso de núcleos leves os modelos apresentam resultados próximos, enquanto para núcleos pesados a prescrição de escalonamento resulta em uma distribuição menor e deslocada, implicando uma maior escala de saturação.

Uma análise da escala de saturação é apresentada na Figura 6.2. Neste caso determinamos o ponto de saturação como sendo o máximo $d\phi(k_T)/dk_T = 0$. A figura compara os dois casos para diferentes núcleos, sendo que para o modelo de Glauber-Mueller a linha do gráfico é uma parametrização da forma $0,944 + 0,056A^{0,529}$. Para pequenos núcleos a escala de saturação nas duas abordagens é próxima e para grande A existe uma diferença considerável. Para o chumbo o modelo de Glauber-Mueller implica $Q_{sA}^2 \sim 2Q_{sp}^2$, enquanto o escalonamento produz $Q_{sA}^2 \sim 3Q_{sp}^2$. Além disso, o limite $A = 1$ é consistente no caso dos múltiplos espalhamentos e a escala de saturação se reduz à do próton.

Por fim também apresentamos na Fig. 6.3 a razão entre a UGD nuclear e a do próton definida na Eq. (6.6). Na região de $k_T > Q_{sp}$, a UGD obtida pelo

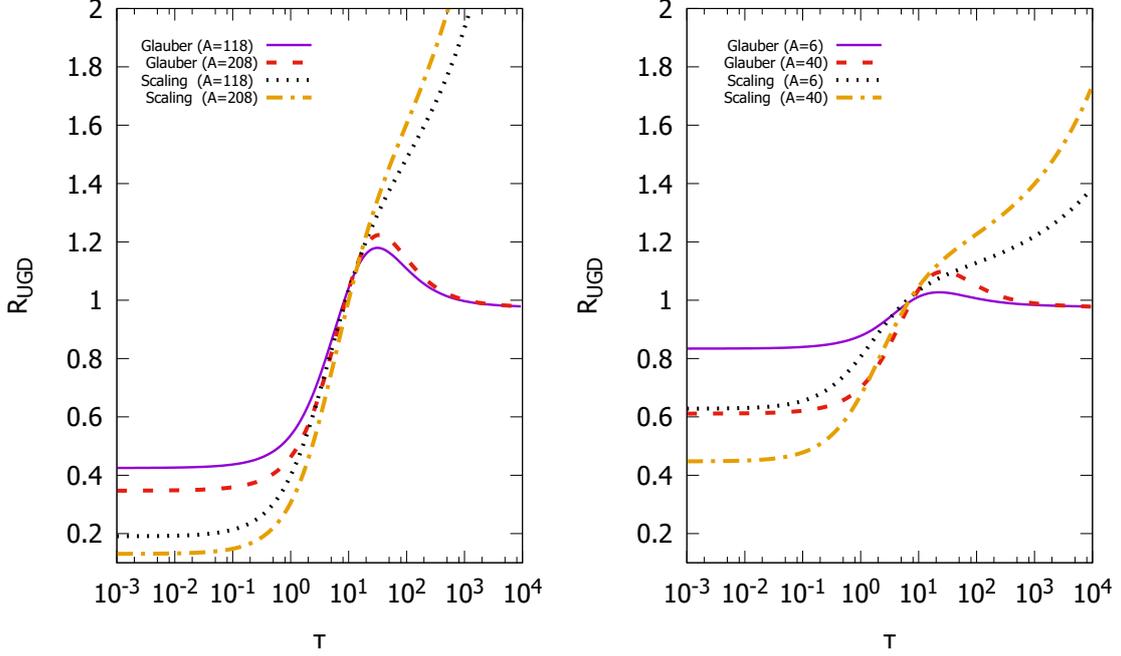


Figura 6.3: Razão entre a UGD nuclear e do próton em função de τ para as mesmas situações descritas na Fig. 6.1.

escalonamento produz uma razão que cresce rapidamente, enquanto no modelo de múltiplos espalhamentos $R_{UGD} = 1$.

A seguir, utilizamos a UGD gerada pelos múltiplos espalhamentos para o cálculo da seção de choque γ^*A e comparamos nossos resultados com os do DIS nuclear.

6.3 Comparação com dados existentes para as razões nucleares

A seção de choque γ^*A pode ser calculada no formalismo de dipolos a partir das Eqs. (4.4) análogas ao caso γ^*p , modificamos apenas a seção de choque de dipolos, que no caso nuclear é obtida pela Eq. (6.7),

$$\sigma_{dA}(x, r) = 2 \int d^2b (1 - S_{dA}(x, r, b)). \quad (6.9)$$

A razão nuclear entre dois núcleos diferentes é definida como

$$R(A/B) = \frac{\sigma^{\gamma^*A}(x, Q^2) B}{\sigma^{\gamma^*B}(x, Q^2) A}. \quad (6.10)$$

Detalhes sobre o modelo de Glauber e a obtenção da função de espessura nuclear $T_A(b)$ necessária para o cálculo pode ser encontrada no Apêndice B. Também devemos ressaltar algumas limitações do modelo. Primeiramente, a seção de choque

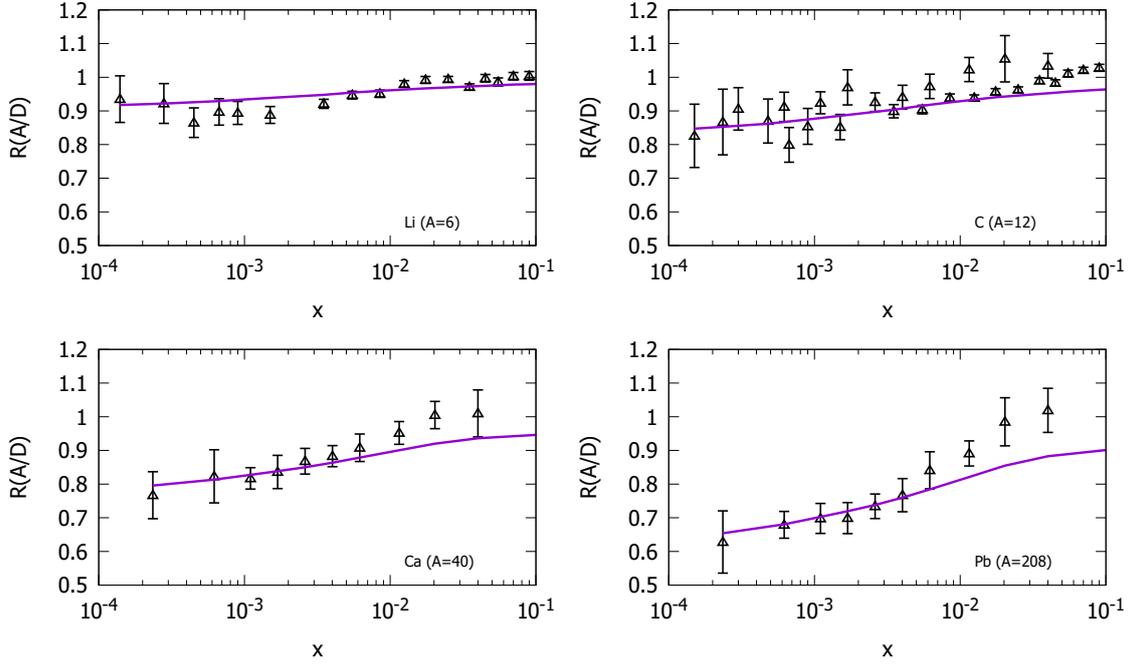


Figura 6.4: Comparação da razão nuclear com os dados da colaboração NMC [11] (*Li*, *C*) e E765 [12] (*C*, *Ca*, *Pb*) em pequeno x .

de dipolos para o caso do nucleon é adequada na região de escalonamento do DIS. Além disso, nosso modelo inclui apenas o sombreamento e não outros efeitos relacionados ao comportamento de grande x da razão nuclear. Portanto, devemos ter uma descrição mais adequada para $x \lesssim 0,01 - 0,05$. Investigamos o comportamento da razão nuclear em função das variáveis relevantes x , Q^2 e A e comparamos com os dados disponíveis das colaborações NMC e E765.

A Figura 6.4 mostra a Razão para os núcleos *Li*, *C*, *Ca*, *Pb* comparada com os dados de [11] e [12]. Existe uma boa concordância com os dados para todos os núcleos até $x < 0,05$ onde podemos ter influência de efeitos relacionados ao anti-sombreamento. Além disso, podemos perceber que a discrepância neste limite para os núcleos leves é muito menor que a do chumbo. Uma explicação para isso é que a supressão da UGD nuclear cresce com o número atômico e, portanto, é maior para o chumbo. Em outras palavras, o sombreamento previsto para o núcleo de chumbo é maior do que o esperado na região de maior x . A Figura 6.5 mostra a razão entre os núcleos de enxofre e carbono em função de Q^2 comparada com dados de [13]. É interessante notar que a razão é quase constante neste intervalo, portanto existe pouco efeito de Q^2 no sombreamento. Para valores maiores de x temos uma supressão um pouco maior que o observado nos dados, pois o núcleo de enxofre, assim como o chumbo, possui grande número atômico, $A = 118$. Este efeito está mais bem apresentado na Figura 6.6, onde comparamos nossos resultados com os dados de [13] em função de A . Para $x = 0,035$ e $A > 100$ a curva passa um

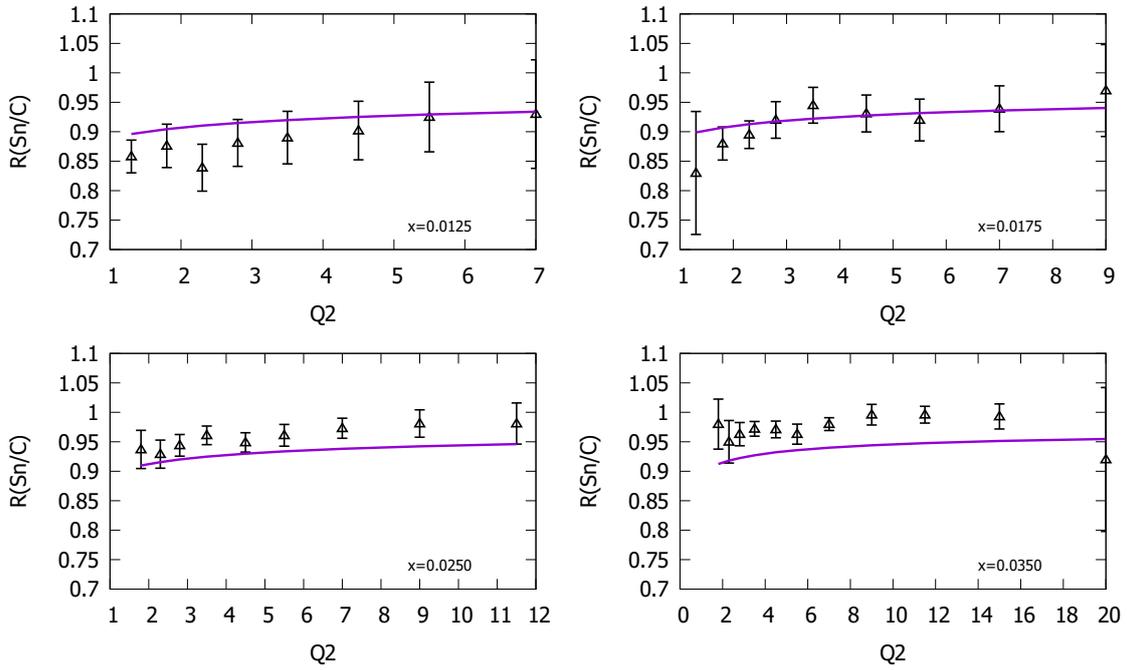


Figura 6.5: Razão nuclear dos núcleos Sn e C em função de Q^2 comparada com os dados de [13].

pouco a baixo dos dados. Vale ressaltar que nessa figura a linha resultante é uma interpolação entre os pontos experimentais para cada núcleo.

Podemos estimar que no intervalo $x < 0,01 - 0,05$ existe uma concordância razoável com os dados dado que não estamos trabalhando com nenhum parâmetro livre. A descrição adequada do DIS é importante, pois, no capítulo seguinte, calculamos a seção de choque para produção de partículas em colisões de íons pesados utilizando esse formalismo.

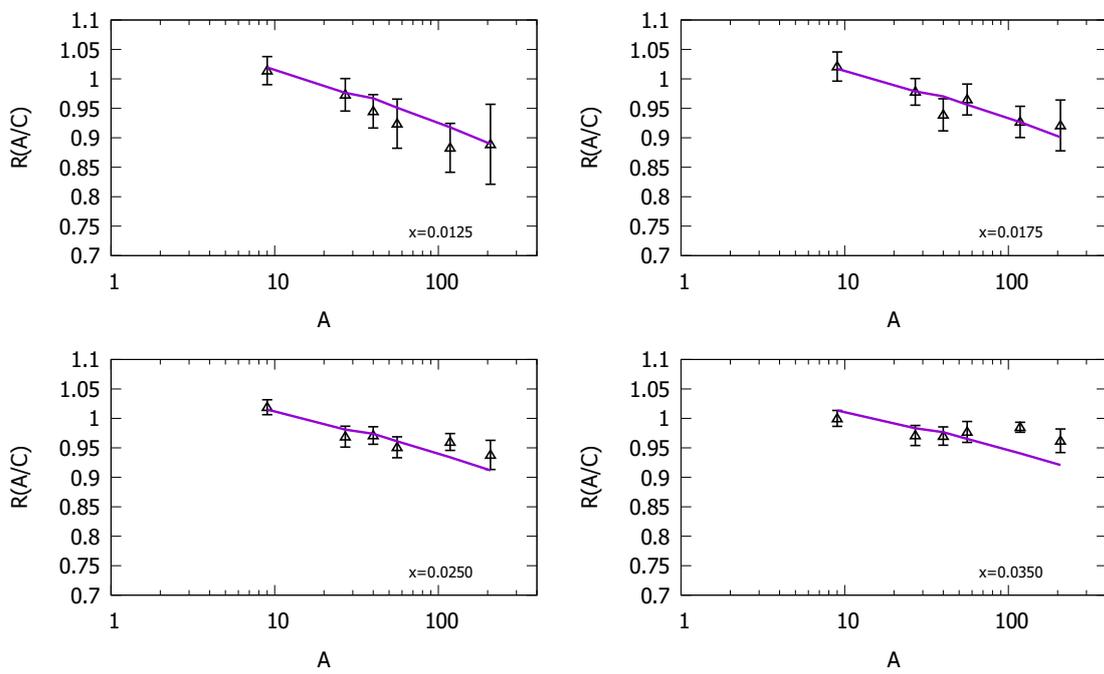


Figura 6.6: Razão nuclear em função do número de massa atômico A para diferentes valores de x comparado com os dados de [14].

Capítulo 7

Colisões de íons pesados

Como foi discutido no capítulo anterior, a física do DIS nuclear, que tem como principal objetivo provar o conteúdo partônico do núcleo, revela que o nosso entendimento da QCD pode ser incompleto e a visão simplista baseada no modelo de pártons com correções de pQCD em aproximação colinear não é suficiente para descrever toda complexidade das interações partônicas no meio nuclear. A física de colisões de íons pesados no regime ultrarelativístico tem elevado o desafio de se obter uma descrição simples das interações fortes em termos dos graus de liberdade partônicos, mesmo no regime de grande Q^2 , em que tradicionalmente a QCD colinear é bem estabelecida. Uma série de fenômenos anômalos foram reportados por diferentes experimentos nas últimas décadas, principalmente no RHIC e LHC, onde ficou evidente a formação de um estado desconfinado de pártons conhecido como plasma de quarks e glúons (QGP).

Baseado nas informações presentes nesses dados, foi inferido que o cenário desenvolvido após a colisão dura inicial é de extrema complexidade. Parte-se do momento em que grande quantidade de energia é depositada no local da colisão inicial, passando pela termalização e formação do QGP até a fase hadrônica que é determinada experimentalmente. Na Seção 7.2, discutiremos o entendimento atual da evolução deste sistema de grande densidade de energia.

Diferente da produção de partículas em colisões pp , em que o espectro hadrônico, com boa aproximação, revela diretamente o estado partônico no momento inicial, em colisões AA esta relação não é direta devido aos efeitos do meio quente formado. Podemos fazer uma separação dos efeitos que afetam o espectro p_T entre efeitos da matéria nuclear fria (CNME) e os efeitos do meio quente formado posteriormente. Na seção 7.1 apresentamos aspectos da física do estado inicial como modificação das distribuições partônicas (descritas no capítulo anterior), múltiplos espalhamentos com os nucleons que compõe o alvo (relacionado ao efeito Cronin) e perda de energia devido à estas múltiplas interações.

A termalização do plasma e a evolução coletiva do sistema até a fase hadrônica produzem grandes modificações ao espectro de momento transversal, que têm sido investigadas intensivamente por meio de modelos termais e hidrodinâmicos.

Na seção 7.3 fazemos uma discussão sobre esse formalismo com ênfase em modelos fenomenológicos que se dedicam a extrair os parâmetros relevantes dos dados experimentais.

A caracterização do QGP e dos efeitos posteriores a esta fase dependem fundamentalmente do entendimento de CNME e de uma separação clara entre estas diferentes contribuições ao espectro final. Propomos que os efeitos da UGD nuclear, proposta no capítulo anterior, podem ser extraídos dos dados do espectro p_T a partir de uma separação do estado inicial e final, em que o primeiro é descrito pela fatorização k_T empregada no caso pp com modificações devido à incorporação do sombreamento nuclear na UGD. Por outro lado, o estado final (*freeze-out* hadrônico) é descrito pelo modelo BGBW aplicado em inúmeros estudos fenomenológicos que tem inspiração em pressupostos hidrodinâmicos. Na seção 7.4 os detalhes desta formulação são apresentados e nossos resultados são comparados com os dados do ALICE em colisão $PbPb$ para a produção inclusiva de hádrons.

7.1 Efeitos de matéria nuclear fria

A produção de partículas em colisões de íons pesados deve ser afetada pelo meio quente formado após a colisão, da termalização e formação do QGP até o *freeze-out*, sendo que a evolução hidrodinâmica deste sistema deve modificar substancialmente a distribuição inicial, servindo como prova deste meio. Entretanto, em colisões próton-núcleo, também existe uma modificação importante das seções de choque para produção de partículas em relação ao sistema pp . Neste tipo de colisão não existe a formação de QGP e os efeitos coletivos devem ser bem menores que no caso AA . Tais efeitos são denominados efeitos nuclear de matéria fria (CNME), pois estão em um estágio anterior à formação do QGP.

Colisões dAu no RHIC e pPb no LHC têm servido de base para o estudo destes efeitos, cuja principal importância reside na separação dos efeitos iniciais e finais no estudo do QGP, isto é, precisamos ter os efeitos de matéria fria sobre controle para uma caracterização precisa do meio quente. Em particular o espectro p_T de hádrons produzidos em colisões pA apresenta uma supressão em relação ao pp quantificado na razão de modificação nuclear,

$$R_{pA} = \frac{\frac{d\sigma_{pA}}{d^3p}}{N_{coll} \frac{d\sigma_{pp}}{d^3p}}, \quad (7.1)$$

sendo N_{coll} o número médio de colisões entre nucleons determinado pelo modelo de Glauber (Eq. (B.1)). O significado desta razão é simples: na ausência de efeitos nucleares a colisão pA deve ser uma superposição de N_{coll} vezes a seção de choque de cada nucleon e $R_{pA} = 1$. O desvio desta razão da unidade implica em efeitos de matéria fria. A razão experimental é caracterizada por uma diminuição da seção de

choque nuclear na região de pequeno p_T , seguido por um aumento conhecido como efeito Cronin [169] e posteriormente (grande p_T) retorna à unidade.

Diferentes mecanismos podem estar associados a efeitos de matéria fria:

- Impacto das distribuições de pártons nucleares: a modificação das PDFs deve ter um papel importante no espectro final de hádrons produzidos, em especial a supressão de pequeno p_T da seção de choque nuclear pode ser explicada pelo sombreamento nuclear. Abordagens como de [81, 170, 171] consideram que a maior parte da modificação nuclear pode ser expressa pelas modificações das PDFs colineares.
- Múltiplos espalhamentos: desde sua descoberta, o efeito Cronin tem sido bem explicado pelo aumento do momento transversal devido aos múltiplos espalhamentos do pártons do próton com o alvo nuclear. Esta abordagem pode ser incorporada como um momento transversal intrínseco que diminui com a centralidade da colisão [73].
- Perda de energia: esta abordagem é implementada em [172, 173, 174, 175] como uma diminuição da fração de energia carregada pelos pártons devido ao *bremstrahlung* de glúons induzido pelo meio à medida que ocorrem múltiplas colisões com o alvo.

Uma comparação entre essas diferentes abordagens para efeitos de matéria fria no LHC pode ser encontrada em [176, 177].

No formalismo de saturação a modificação nuclear pode ser explicada pela saturação da UGD nuclear na região de pequeno p_T que tende a se intensificar em colisões mais centrais ou para núcleos maiores. Além disso, no formalismo de Glauber-Mueller as múltiplas interações do dipolo com o alvo nuclear produzem um aumento de k_T da UGD que reproduz o pico de Cronin, sendo que a evolução em x e a geometria nuclear devem influenciar na forma de R_{pA} [178, 179, 180].

7.1.1 Cálculo do espectro p_T em colisões pPb e $PbPb$ no LHC

A abordagem do CGC foi utilizada em diferentes trabalhos [102, 103, 105, 104, 181, 182] para o cálculo do espectro p_T e a razão R_{pA} para colisões dAu no RHIC e pPb no LHC. Em colisões AA esta abordagem foi utilizada em [128, 99, 140, 183, 184, 167, 185, 186]. Nosso objetivo ao quantificar os efeitos de matéria fria neste sistemas a partir da UGD obtida no capítulo anterior é ter uma base para o cálculo dos efeitos no estado final da colisão que serão investigados na próxima seção.

A multiplicidade de glúons produzidos na fatorização k_T pode ser expressa por

$$\begin{aligned}
 E \frac{d^3 N(b)^{AB \rightarrow g+X}}{dp^3} &= \frac{2\alpha_s}{C_F} \frac{1}{p_T^2} \int d^2 s d^2 k_T \phi_A(x_A, k_T^2, s) \\
 &\times \phi_B(x_B, (p_T - k_T)^2, b - s), \tag{7.2}
 \end{aligned}$$

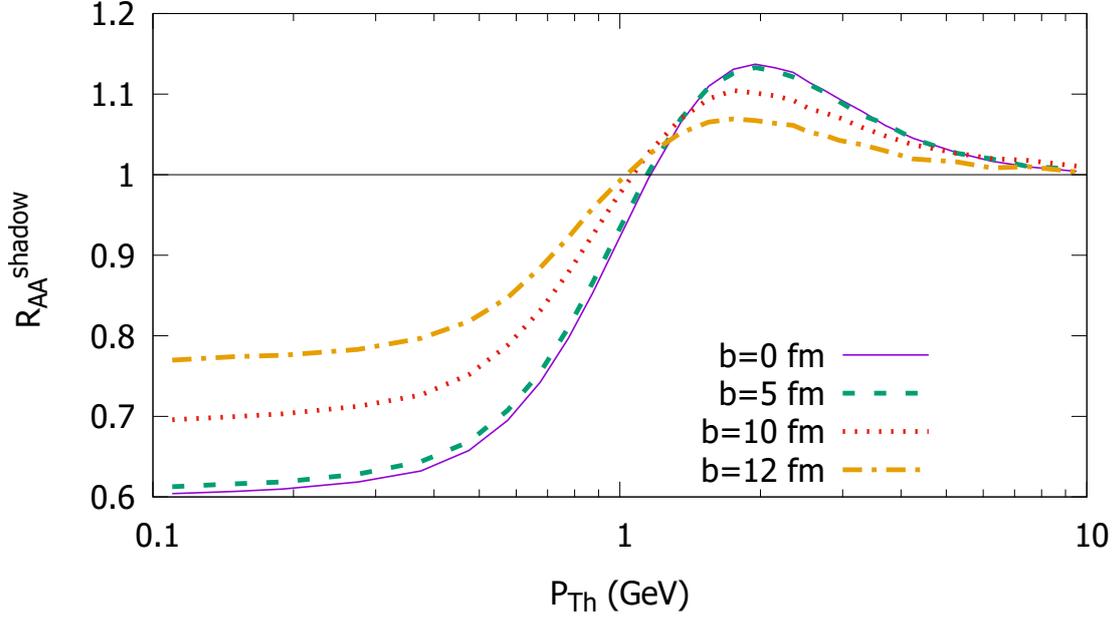


Figura 7.1: Fator de modificação nuclear (definido na Eq. (7.3)) calculado para diferentes valores de parâmetro de impacto)

onde a UGD depende do parâmetro de impacto da colisão, sendo \vec{b} e \vec{s} o parâmetro de impacto da colisão e distância do centro do núcleo respectivamente (ver Figura B.1). Para calcular o espectro de píons consideramos a mesma parametrização empregada para colisões pp obtidas no Capítulo 5. O fator de modificação nuclear em função de b pode ser definido por

$$R_{AA}^{shadow}(b) = \frac{\frac{dN_{AA}(b)}{d^2p_{Th}dy}}{\int d^2s T_A(s)T_B(b-s) \frac{d\sigma_{pp}}{d^2p_{Th}dy}}. \quad (7.3)$$

A Figura 7.1 mostra a razão nuclear para diferentes centralidades em função do momento transversal do pión produzido na energia $\sqrt{s} = 2,76$ TeV do LHC. Podemos ver uma diminuição de R_{AA} em pequeno p_{Th} seguido por um aumento em $p_T \sim Q_s$, similar ao observado na razão das UGDs na Fig. 6.3. Na primeira região temos o efeito do sombreamento da distribuição de glúons, enquanto na segunda os múltiplos espalhamentos tendem a levar os glúons para uma região de maior k_T produzindo o efeito Cronin. Em colisões mais centrais existe pouca dependência do parâmetro de impacto (até $b \sim 5$ fm); para colisões mais periféricas a modificação nuclear tende a ser atenuada.

A Figura 7.2 compara a seção de choque pPb do nosso modelo com os dados do ALICE [15] para produção de pión neutro em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV e o correspondente fator de modificação nuclear. Aparentemente existe uma boa descrição do espectro

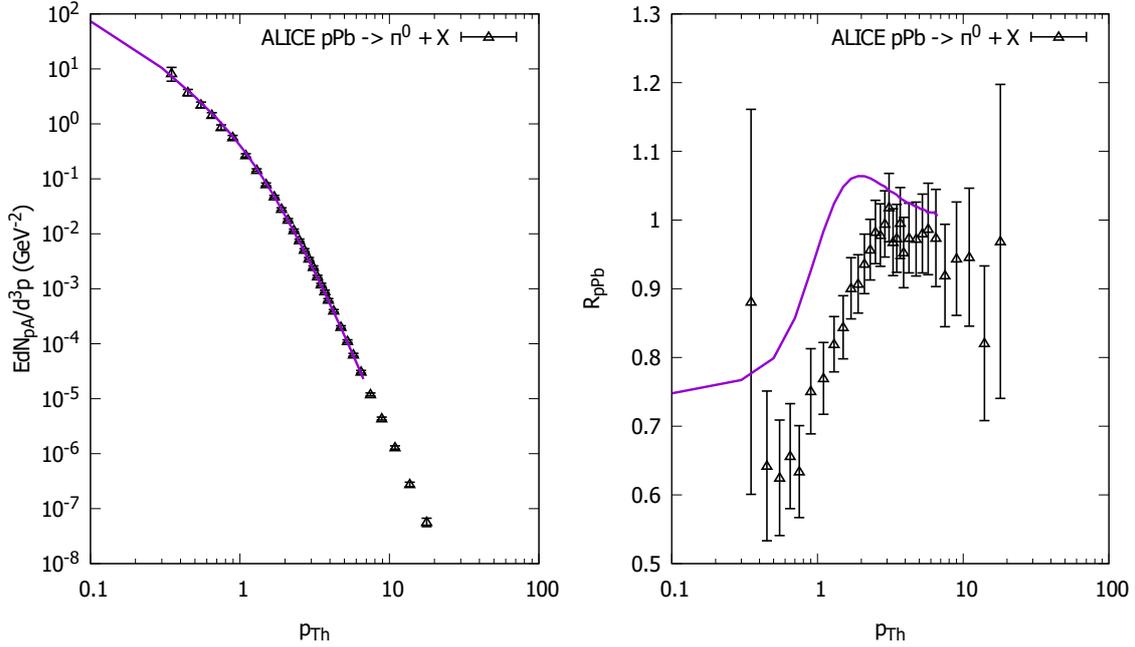


Figura 7.2: Espectro p_T e Razão de modificação nuclear para colisão pPb comparada com dados do ALICE [15] para produção de píons em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV.

pA , que é livre de parametrização. Por outro lado, quando calculada a razão nuclear, podemos ver que o pico de Cronin ocorre um pouco antes (para menor p_{Th}) do que a razão experimental, embora qualitativamente tenhamos uma descrição razoável. Um aumento da escala de saturação ou da fração de momento z deve deslocar a posição do pico para valores de maior p_{Th} e este efeito pode ter origem no processo de hadronização ou na escala de saturação em si. Além disso, a seção de choque pp , que serve como referência, não foi ajustada aos dados experimentais para esta energia, mas é uma extrapolação baseada no escalonamento geométrico observado nos dados em outras energias.

Nas próximas seções descrevemos a situação da colisão de íons pesados após a interação dura inicial e os efeitos coletivos que modificam o espectro inicial de partículas produzidas. Com esta perspectiva, os efeitos de CNM aqui descritos devem ser importantes para a determinação do estado inicial do sistema.

7.2 Cenário geral da produção de partículas após a colisão inicial

A física de colisões de íons pesados é caracterizada pela grande multiplicidade de partículas produzidas. São milhares de hádrons produzidos em cada colisão devido

ao grande número de colisões entre os núcleons constituintes de cada núcleo. Para colisões de chumbo no LHC (em 2,76 TeV) temos em média de 1600 colisões na região central, quando existe a total sobreposição entre os núcleos. Isso faz com que novas abordagens sejam necessárias para explicar a matéria formada. Modelos termais e estatísticos bem como a evolução hidrodinâmica deste sistema têm sido aplicado, para descrever os efeitos coletivos emergentes nesses sistemas. Tais efeitos são amplificados com o aumento da energia de colisão \sqrt{s} , produzindo um estado extremamente denso e quente após a interação entre os núcleos.

No RHIC e LHC, a grande densidade de energia inicial garante a formação de um estado termalizado de quarks e glúons livres, o QGP, passou a ser foco principal do estudo da física de íons pesados. A caracterização desse plasma é de fundamental importância para o entendimento da dinâmica das interações fortes em condições extremas. Um dos desafios da fenomenologia é determinar as propriedades desse sistema a partir de observáveis experimentais que capturam o estágio final das distribuições de partículas resultantes do desenvolvimento do QGP.

A evolução do sistema pode ser caracterizada por diferentes estágios [187, 188, 189, 190] :

- Estágio inicial: após a interação inicial dos núcleos, uma grande densidade de energia é disponibilizada para formação de partículas. No primeiro momento, pártons *hard* são produzidos e irradiam uma grande quantidade de pártons *soft* que se multiplicam e tendem ao equilíbrio térmico com o passar do tempo. Esse cenário pode ser descrito pela teoria cinética que leva a condição inicial até o estado de equilíbrio térmico.
- Evolução hidrodinâmica: os dados experimentais do RHIC e LHC mostram que o tempo de termalização deve ser próximo de 1 fm. Após isso, o sistema pode ser descrito pelas equações da hidrodinâmica relativística em conjunto com equações de estado termodinâmicas. Com a expansão e o resfriamento, o QGP deve passar por uma transição de fase em $T \simeq 0,16$ GeV transformando o sistema de pártons livres em um gás de hádrons.
- *freeze-out*: à medida que o gás de hádrons se expande, o livre caminho médio aumenta e a temperatura diminui até o ponto em que as interações param e o sistema se torna fracamente interagente. Após o desacoplamento as distribuições não se alteram mais até a detecção. O *freeze-out* é muitas vezes dividido em químico e cinético, sendo o primeiro associado ao fim das colisões inelásticas, que deve ocorrer primeiro, portanto, a temperatura de *freeze-out* químico deve ser maior.

Diferentes observáveis têm sido utilizados para caracterizar a física envolvida em cada uma dessas etapas de evolução. O espectro p_T de hádrons e provas de anisotropia do meio têm sido utilizados para determinação dos parâmetros da evolução hidrodinâmica e das propriedades do *freeze-out*. As razões entre diferentes espécies

hadrônicas pode fornecer informação importante sobre a temperatura de equilíbrio e potencial químico. Provas eletromagnéticas, como fótons e dileptons produzidos interagem com o meio mais fracamente já que possuem menor seção de choque e maior livre caminho médio, constituindo prova dos estágios iniciais. A perda de energia de jatos e quarks pesados em grande p_T ao passar pelo meio denso também caracterizam propriedades importantes do sistema. Por fim, propriedades globais podem ser determinadas a partir da dependência de centralidade e energia de colisão das multiplicidades de hádrons carregados. Uma revisão sobre a fenomenologia de íons pesados no RHIC e LHC pode ser vista em [191, 192, 193, 194, 195].

Nosso trabalho é focado na descrição do espectro p_T de hádrons produzidos, em especial tendo um entendimento do sistema pp desenvolvido no capítulo anterior, pois queremos entender as modificações implicadas pelo desenvolvimento do sistema quente. A seguir, descrevemos aspectos gerais da evolução hidrodinâmica e o modelo fenomenológico tipo *blast wave* que será utilizado em nossos cálculos.

7.3 Modelos baseados em hidrodinâmica

Após a produção do estado de quarks e glúons desconfiados e sob a hipótese de termalização rápida do sistema, os modelos termais e estatísticos podem fornecer informação sobre parâmetros associados ao comportamento termodinâmico e as equações de estado, como potencial químico e temperatura de equilíbrio. Entretanto, modelos termais não nos dão informação sobre o desenvolvimento espaço-temporal deste sistema. A hidrodinâmica relativística é necessária neste contexto para descrever a evolução do equilíbrio até o *freeze-out* hadrônico.

Esta abordagem tem sido utilizada, com sucesso, para a descrição do espectro de partículas produzidas em colisões AA na região de pequeno p_T que deve ser mais sensível aos efeitos coletivos. Assinaturas típicas do comportamento hidrodinâmico são encontradas em medidas de escoamento não isotrópico estudado no SPS, RHIC e LHC. Além disso a presença de múltiplas interações entre os constituintes produz alterações importantes no espectro p_T de diferentes espécies hadrônicas e implica em modificação de suas abundâncias relativas.

A seguir fazemos uma breve introdução sobre aspectos da hidrodinâmica relativística, sendo que uma abordagem mais completa pode ser encontrada em [189, 188, 196, 17, 197].

7.3.1 Equações de movimento para fluido ideal

As equações no caso relativístico podem ser obtidas a partir do tensor energia-momento $T^{\mu\nu}$ cujas componentes relacionam o momento na direção μ em relação à superfície (tridimensional) perpendicular à direção ν . Por exemplo, a componente $T^{00} = \frac{\delta E}{\delta x \delta y \delta z} = \epsilon$. No referencial de repouso do fluido ($u^\mu = (1, 0, 0, 0)$) o tensor só tem componentes diagonais, associadas à densidade de energia ϵ e pressão $T^{ij} =$

$P\delta^{ij}$. Para um referencial em que a velocidade não é nula podemos fazer uma transformada de Lorentz que resulta em

$$T^{\mu\nu} = (\epsilon + P)u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu}, \quad (7.4)$$

sendo $g^{\mu\nu}$ a métrica do espaço de Minkowski. As equações de movimento para o caso relativístico de fluido ideal são dadas pelas leis de conservação de energia, momento e de número quântico n (estranheza, carga e número bariônico por exemplo),

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (7.5)$$

$$\partial_\mu (n u^\mu) = 0. \quad (7.6)$$

A solução destas equações requer o conhecimento das condições iniciais, isto é, no tempo em que se dá a formação do sistema em equilíbrio, $\tau_0 \simeq 1$ fm, o tensor de energia momento precisa ser conhecido. Outro ponto importante é que as equações de evolução necessitam de informação extra obtida a partir das equações de estado termodinâmicas, por exemplo, relação entre pressão, densidade de energia e temperatura.

A partir das condições iniciais e das equações de estado termodinâmicas, o sistema se desenvolve de τ_0 até o momento do *freeze-out* ($t = t_{fo}$), em que as interações cessam e o gás de hádrons produzidos no estado final para de interagir com temperatura final fixa $T = T_{fo}$. Neste ponto o fluido se torna uma distribuição de partículas livres, fenômeno conhecido como desacoplamento. O espectro p_T das partículas produzidas na hiper-superfície Σ é dada pela prescrição de Cooper-Frye

$$E \frac{dN_{AA}}{d^3p} = \int d\Sigma_\mu(x) p^\mu f_{eq}(x, p), \quad (7.7)$$

onde o quadrivetor $d\Sigma$ é perpendicular à hipersuperfície, dado por

$$d\Sigma_\mu = \epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} \frac{dx^\alpha}{d\alpha} \frac{dx^\beta}{d\beta} \frac{dx^\gamma}{d\gamma} d\alpha d\beta d\gamma, \quad (7.8)$$

sendo $\epsilon_{\mu\alpha\beta\gamma}$ o tensor de Levi-Civita com os parâmetros α, β e γ parametrizando a superfície. Assumindo o equilíbrio termodinâmico local, a distribuição final é dada por um gás de hádrons cuja estatística Fermi-Dirac ou Bose-Einstein é

$$f_{eq}(x, p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \left[\exp\left(\frac{p^\mu u_\mu - \mu}{T_{fo}}\right) \pm 1 \right]^{-1}. \quad (7.9)$$

Nos últimos anos diferentes grupos têm se dedicado ao desenvolvimento de códigos numéricos que implementam as equações de movimento hidrodinâmica sob diferentes pressupostos. Os modelos podem ser classificados em relação à forma como tratam a evolução espacial: modelos 2+1 são invariantes sob uma transformação de Lorentz em z , logo, a evolução nesta coordenada é trivial e essa dinâmica

é referida como duas coordenadas espaciais (transversas) mais uma temporal. Em alternativa existem modelos 3+1, em que esse pressuposto de invariância não é realizado. Estes modelos também podem variar pela forma como tratam as condições iniciais e equações de estado.

A descrição hidrodinâmica dos dados do RHIC e LHC têm mostrado que a fase de QGP formada nestes colisores não é a de um fluido não viscoso, mas possui uma pequena viscosidade de cisalhamento, η . Desta forma, a descrição hidrodinâmica depende fundamentalmente da razão η/s , sendo s a densidade de entropia. Uma das formas de se inferir esta quantidade é através dos coeficientes anisotrópicos v_n , em particular o fluxo elíptico v_2 é bastante sensível à viscosidade do QGP. Quanto maior η/s menor é a anisotropia elíptica mantida no estado final. Em [198] os autores estimam o intervalo $\eta/s \sim 0,08 - 0,16$ nos dados do RHIC.

7.3.2 Modelo Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave

A consideração completa da evolução hidrodinâmica e da termodinâmica destes sistemas como descrita nas seções anteriores, pode se tornar muito complexa e muitas vezes torna difícil a análise e interpretação conjunta dos dados experimentais. Em particular existem incertezas em todas as etapas do processo de produção de partículas, da colisão inicial até o *freeze-out*. Da colisão dura inicial é necessário o controle preciso dos efeitos das distribuições partônicas e os efeitos de matéria nuclear fria. A termalização do estado inicial e as equações de estado também são objetos de discussão. Muitas vezes modelos fenomenológicos são desenvolvidos para capturar aspectos essenciais da descrição termal e hidrodinâmica com objetivo de descrever a produção de partículas em colisões AA e determinar os parâmetros relevantes.

Uma das descrições mais utilizadas neste contexto é o modelo Boltzmann-Gibbs-Blast-Wave (BGBW) proposto em [199] que tem sido aplicado para descrever o espectro p_T para produção de hádrons no RHIC [200], LHC [16] e SPS [201]. Este modelo é desenvolvido considerando uma parametrização para a hiper-superfície no freeze-out seguindo a Eq. (7.7). A seguir, apresentamos a dedução do modelo seguindo as referências [199, 202, 203, 197].

Primeiramente, consideramos uma simetria cilíndrica (coordenadas r, ϕ, z) com a superfície determinada pela curva paramétrica $(r(\xi), \tau(\xi))$ sendo o parâmetro $0 < \xi < 1$. Começamos definindo o campo de velocidades em $z = 0$ onde existe a expansão transversa com velocidade v_T :

$$u^\mu = \gamma(v_T)(1, v_T, 0) = (\cosh(\rho), \hat{r} \sinh(\rho), 0) \quad (7.10)$$

A segunda igualdade vem da definição da rapidez na direção transversa $\gamma(v_T) = \cosh(\rho)$, que também determina a relação $v_T \gamma(v_T) = (\rho)$. Agora, fazendo um boost

na direção z com rapidez η temos o campo resultante

$$w^\mu = (\gamma_z \cosh(\rho), \hat{r} \sinh(\rho), v_z \gamma_z \cosh(\rho)), \quad (7.11)$$

$$= (\cosh(\rho) \sinh(\eta), \hat{r} \sinh(\rho), \cosh(\rho) \sinh(\eta)). \quad (7.12)$$

Também podemos escrever este campo de velocidade, para um sistema invariante frente ao *boost* em z , como

$$w^\mu = \gamma(1, v_T, v_z = z/t), \quad (7.13)$$

que permite as seguintes identificações

$$v_z(\eta) = \tanh(\eta), \quad (7.14)$$

$$v_T(\eta) = \frac{\tanh(\rho)}{\cosh(\eta)}. \quad (7.15)$$

Adicionalmente, precisamos determinar o produto $d\Sigma_\mu p^\mu$, sendo Σ a hiper-superfície no *freeze-out* e p^μ o quadrimomento dos hádrons produzidos com rapidez y e momento transverso p_T . Em coordenadas cilíndricas temos

$$x^\mu = (\tau_f(\xi) \cosh(\eta), r_{Tf}, \tau_f(\xi) \sinh(\eta)) \quad (7.16)$$

que, em conjunto com a equação (7.8), resulta em

$$d\Sigma^\mu = \left(\frac{dr}{d\xi} \cosh(\eta), \frac{d\tau}{d\xi} \cos(\phi), \frac{d\tau}{d\xi} \sin(\phi), \frac{dr}{d\xi} \sinh(\eta) \right) r \tau d\xi d\eta d\phi. \quad (7.17)$$

Considerando a invariância em y podemos colocar $y = 0$ e o espectro é dado pela equação (7.7) (na aproximação de Boltzmann):

$$E \frac{dN_{AA}}{d^3p} = \frac{e^{\mu/T}}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \int_0^1 d\xi r(\xi) \tau(\xi) \left[m_T \cosh(\eta) \frac{dr}{d\xi} - p_T \cos(\phi) \frac{d\tau}{d\xi} \right] \times \exp\left(-\frac{p^\mu u_\mu}{T}\right), \quad (7.18)$$

$$p^\mu u_\mu = m_T \cosh(\rho) \cosh(\eta) - p_T \sinh(\rho) \cos(\phi). \quad (7.19)$$

As integrais em η e ϕ podem ser feitas e resultam em

$$E \frac{dN_{AA}}{d^3p} = \frac{1}{\pi} m_T \int d\xi \left(\cosh(\eta) \frac{\partial z}{\partial \xi} - \sinh(\eta) \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \right) \times \int_0^R r dr K_0 \left(\frac{m_T \cosh(\rho)}{T} \right) I_1 \left(\frac{p_T \sinh(\rho)}{T} \right), \quad (7.20)$$

sendo que a primeira integral produz apenas uma constante, de forma que o espectro pode ser determinado por

$$E \frac{dN_{AA}}{d^3p} \propto m_T K_1 \left(\frac{m_T \cosh(\rho)}{T} \right) I_0 \left(\frac{p_T \sinh(\rho)}{T} \right), \quad (7.21)$$

Adicionalmente, precisamos determinar o perfil de velocidade radial $v_T(r)$ em $\eta = 0$. A forma escolhida em [199] é

$$v_T(r) = v_s \left(\frac{r}{R} \right)^m = \tanh(\rho) \quad (7.22)$$

sendo v_s a velocidade radial da superfície e a potência m um parâmetro livre. Desta forma o espectro fica determinado por apenas três parâmetros: temperatura no freeze-out T , velocidade da superfície v_s e o índice de potência m . O valor médio de $v_T(r)$ é determinado pela relação

$$\langle v_T \rangle = \frac{2}{2+m} v_s \quad (7.23)$$

Se considerarmos uma velocidade transversa constante, isto é, independente de r , a Eq. (7.21) pode ser aproximada no limite $m_T \approx p_T$ e para grandes argumentos das funções de Bessel ($I_0, K_1 \sim \frac{e^{\pm x}}{\sqrt{x}}$),

$$E \frac{dN_{AA}}{d^3p} \propto \exp \left(-\frac{p_T}{T} \sqrt{\frac{1-v_T}{1+v_T}} \right). \quad (7.24)$$

Esta modificação do espectro em relação à distribuição de Boltzmann, esperada no caso de fonte estacionária, é entendido como um deslocamento para o azul devido à velocidade de expansão do sistema, que produz uma temperatura efetiva

$$T_{eff} = T \sqrt{\frac{1+v_T}{1-v_T}}. \quad (7.25)$$

Muitas vezes são realizadas parametrizações do espectro do tipo $e^{-m_T/T_{eff}}$, sendo T_{eff} caracterizado como o slope (declividade). Supondo o escoamento coletivo, pode ser feita a seguinte relação fenomenológica [201]:

$$T_{eff} = T + m_h \langle v_T \rangle^2. \quad (7.26)$$

Considerando que $\langle v_T \rangle$ e T são os mesmos para todos os hádrons, passa a existir uma relação de ordenamento da temperatura efetiva em relação à massa observado no espectro. Este efeito é naturalmente incorporado no modelo *blast wave* que pode descrever diferentes hádrons com os mesmo parâmetros $\langle v_T \rangle$ e T .

A seguir discutimos os aspectos gerais dos ajustes realizados nos artigos [200, 16, 201] relativos à colisões $PbPb \sqrt{s} = 2,76$ TeV (LHC), $AuAu \sqrt{s} = 200$ GeV (RHIC) e $PbPb/SS \sqrt{s} = 17,2/19,4$ GeV (SPS):

- A temperatura diminui com a centralidade. No LHC temos a variação de 89 MeV (0-5%) até 151 MeV (80-90%).

- T e $\langle v_T \rangle$ são anticorrelacionadas, ou seja, a velocidade aumenta com a centralidade. Isto foi interpretado como um tempo de expansão maior em colisões centrais devido à maior densidade de energia inicial. Como consequência de um maior tempo de expansão também resulta uma menor temperatura final.
- A temperatura de freeze-out obtida no RHIC e LHC é muito próxima, sendo 89 MeV e 95 MeV respectivamente para 0-5% de centralidade. O mesmo ocorre para outras classes de centralidade. Isso indica que os parâmetros do freeze-out têm pouca dependência da energia.
- No SPS existe um aumento considerável em $\langle v_T \rangle$ para colisão $PbPb$ e SS , sendo 0,4 e 0,27, respectivamente, mostrando que a expansão radial tem uma forte dependência da geometria nuclear.
- O valor de do parâmetro m associado ao perfil de velocidades também é obtido dos dados e mostra um crescimento com centralidade de $m \simeq 0,8$ até $m \simeq 1,5$. Principalmente em colisões periféricas m tende a aumentar para reproduzir artificialmente o espectro tipo potência da pQCD.

7.3.3 Modelos Termiais

Modelos termiais têm sido amplamente utilizados para extrair informações fundamentais sobre o comportamento térmico do sistema dos dados experimentais. Entre as variáveis de interesse fenomenológico estão a temperatura do equilíbrio químico T_{chem} e os potenciais químicos bariônico e de estranheza μ_B, μ_S .

Desconsiderando a expansão do fluido na Eq. (7.7), temos $\Sigma_\mu = (dV, \vec{0})$ e a velocidade de expansão $u^\mu = (1, \vec{0})$, resultando na multiplicidade

$$N_{AA}^i = \frac{V g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p \left(\exp \left(\frac{E_i(p) - \mu_i}{T_{chem}} \right) \pm 1 \right)^{-1}, \quad (7.27)$$

sendo μ_i o potencial químico, que pode ser expresso como combinação linear do potencial bariônico e de estranheza

$$\mu_i = \mu_B B_i + \mu_S S_i. \quad (7.28)$$

Esse formalismo não considera a expansão da fonte termal, porém o efeito dessa expansão deve ser menos relevante no cálculo das razões hadrônicas [204], isto é, a razão entre multiplicidades de diferentes espécies hadrônicas. O procedimento adotado em análises globais nos ajustes das razões hadrônicas para diferentes energias é feito em [205], onde é feita uma análise do comportamento de T_{chem} e μ_i em função da energia de colisão. É mostrado que a temperatura cresce até um patamar constante, $T_{chem} \simeq 0,16$ GeV, consistente com a transição de fase do QGP em um gás de hádrons prevista pela QCD na rede. Já o potencial bariquímico tende a

Tabela 7.1: Valores dos parâmetros resultantes do ajuste em cada centralidade, para produção de píons carregados em colisões $PbPb$, em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV

Centralidade(%)	t_f/t_r	T (GeV)	$\langle v_T \rangle$	$\frac{\chi^2}{\text{dof}}$
0-5	$2,125 \pm 0,119$	$0,1110 \pm 0,0132$	$0,5740 \pm 0,0236$	0,766
5-10	$1,962 \pm 0,035$	$0,1094 \pm 0,0130$	$0,5781 \pm 0,0227$	0,680
10-20	$1,770 \pm 0,029$	$0,1119 \pm 0,0144$	$0,5742 \pm 0,0256$	0,636
20-40	$1,417 \pm 0,028$	$0,1023 \pm 0,0164$	$0,5905 \pm 0,0265$	0,559
40-60	$0,970 \pm 0,036$	$0,0781 \pm 0,0217$	$0,6217 \pm 0,0270$	0,407
60-80	$0,621 \pm 0,029$	$0,0498 \pm 0,0053$	$0,6469 \pm 0,0046$	0,216

diminuir com o aumento da energia de colisão, indicando que em altas energias o aspecto termal é determinado pela temperatura do sistema.

Embora essa abordagem seja adequada para o cálculo das multiplicidades, o espectro p_T não pode ser descrito adequadamente pela ausência da expansão, sendo nesse caso mais adequado o uso do modelo *blast wave*.

7.4 Cálculo do espectro p_T em colisões $PbPb$ no LHC

O cenário da produção de hádrons a partir do decaimento de mini-jatos obtido pela fatorização k_T descreve os efeitos nucleares originados na interação inicial dura entre os núcleos. Entretanto, nestes sistemas, como já apontamos, a produção de partículas passa por uma evolução hidrodinâmica até o freeze-out que modifica o espectro em relação ao estado inicial. Nas referências [206, 207, 208] é argumentado que o espectro p_T pode ser descrito fazendo uma separação temporal na aproximação de tempo de relaxação (RTA) da equação de transporte de Boltzmann [209], entre os hádrons produzidos na colisão dura inicial e aqueles produzidos na situação de equilíbrio. Além disso, modelos de duas componentes têm tido sucesso em reproduzir dados experimentais [210, 211]. Nestas abordagens o espectro é decomposto em duas partes: uma relacionada à estatística de Boltzmann e o segundo uma lei de potência típica da QCD perturbativa.

Agora apresentaremos uma análise do espectro de píons produzidos no ALICE para $\sqrt{s} = 2,76$ TeV [16] em diferentes classes de centralidade. Consideramos que a produção de partículas no equilíbrio é dado pela distribuição BGBW descrita pela Eq. (7.21) cujos parâmetros T e $\langle v_T \rangle$ são obtidos dos dados. Uma análise similar foi feita em [208] sem levar em conta os efeitos do estado inicial, principalmente o sombreamento da distribuição de glúons. A seguir mostraremos que estes efeitos modificam substancialmente a interpretação e valor dos parâmetros resultantes.

Em [206] foi proposto que a evolução da distribuição de partículas devido à sua interação com o meio é dada pela equação de Transporte de Boltzmann na

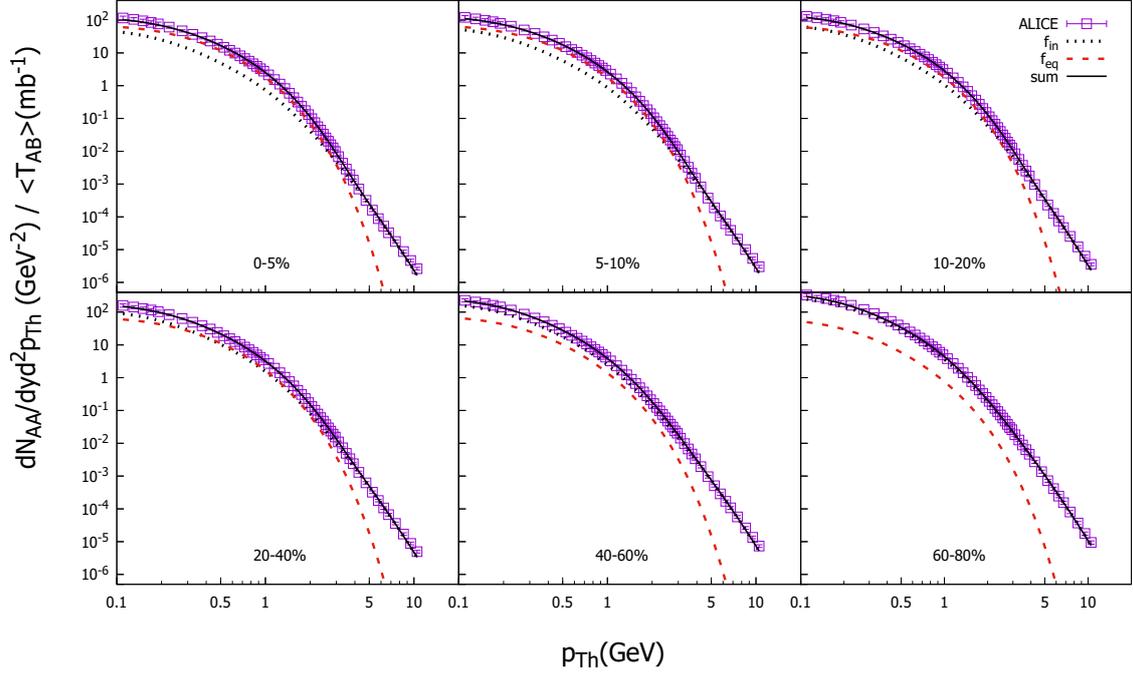


Figura 7.3: Comparação entre o espectro final definido pela Eq. (7.30) com os dados do ALICE [16]. As linhas pontilhadas e tracejadas representam contribuições de f_{in} and f_{eq} respectivamente.

aproximação de tempo de relaxação

$$f_{fin} = f_{eq} + (f_{in} - f_{eq})e^{-t_f/t_r}, \quad (7.29)$$

sendo t_r o tempo de relaxação e t_f o tempo de freeze-out. Em $t = 0$ a distribuição dura inicial f_{in} evolui até a distribuição final f_{fin} no tempo $t = t_f$. A distribuição de equilíbrio f_{eq} tipo *blast wave* segue o padrão de [199] apresentado na Eq. (7.21) com o perfil de velocidade dado pela Eq. (7.14). Em nossa abordagem, consideramos o perfil de velocidade linear, isto é, $m = 1$. Embora este parâmetro seja livre em ajustes similares, consideramos que, em grande p_T , este parâmetro livre tende a aumentar muito para reproduzir o espectro tipo potência, o que não é desejado. Além dos parâmetros associados à distribuição BGBW ($T, \langle v_T \rangle$), temos que determinar t_f/t_r resultando em três parâmetros ajustados em cada centralidade.

O espectro final de píons pode ser escrito como a soma

$$E \frac{d^3 N_{AA}}{dp_h^3} = e^{-t_f/t_r} f_{in}(p_{Th}) + (1 - e^{-t_f/t_r}) f_{eq}(p_{Th}). \quad (7.30)$$

A razão nuclear é

$$R_{AA} = \frac{\frac{d^3 N_{AA}}{dp^3}}{\langle T_{AB} \rangle \frac{d^3 \sigma_{pp}}{dp^3}}, \quad (7.31)$$

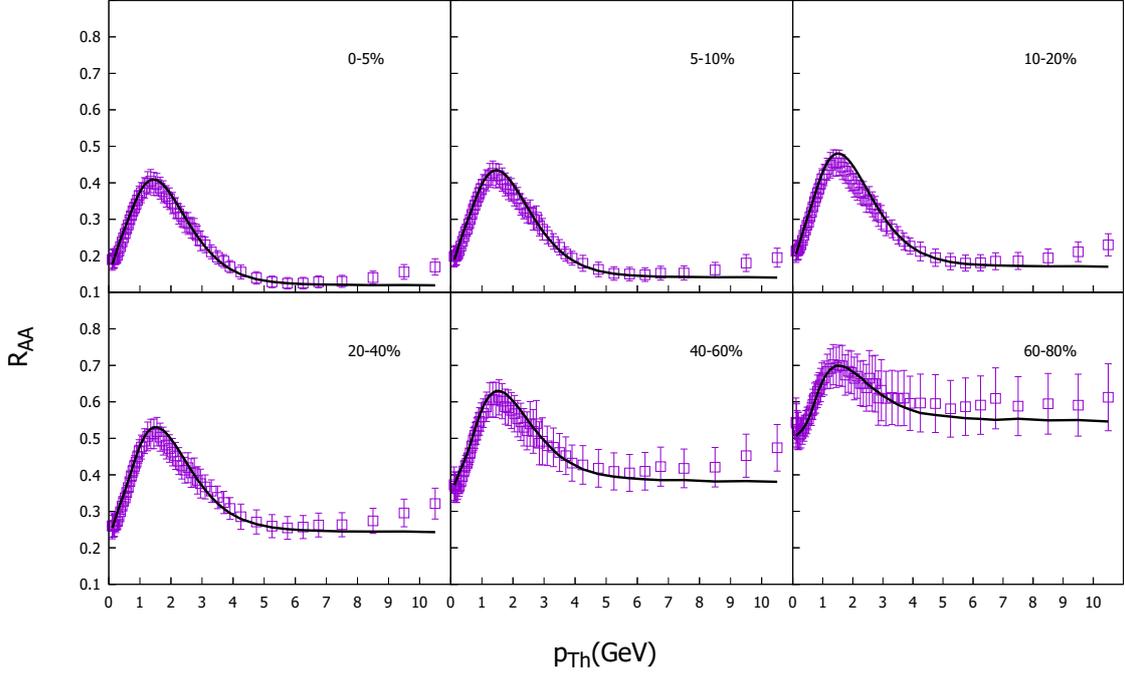


Figura 7.4: Comparação entre o fator de modificação nuclear obtido pela Eq. (7.31) com dados do ALICE [16] para diferentes classes de centralidade.

onde $\langle T_{AB} \rangle$ é o valor médio do *overlap* nuclear em cada centralidade (ver (B.10)) Limitamos nossa análise do espectro para a região cinemática determinada pelo escalonamento geométrico como relatado no caso pp . Para $\sqrt{s} = 2,76$ TeV devemos ter $p_{Th} \lesssim 10$ GeV. O resultado dos parâmetros são apresentados na Tabela 7.1 em cada classe de centralidade apenas para produção de π^{+-} . Os valores de t_f/t_r são muito próximos aqueles obtidos em [208] sem consideração do sombreamento nuclear. A diminuição do tempo de freeze-out em relação ao tempo de relaxação com aumento da centralidade pode ser interpretado como uma distribuição inicial mais perto do equilíbrio em colisões mais centrais.

A Figura 7.3 apresenta o resultado da curva, proveniente do ajuste dos parâmetros, comparado com os dados do ALICE. As linhas pontilhadas e tracejadas representam cada termo da equação (7.30). Podemos ver que para colisões mais centrais a região de pequeno p_T é determinada principalmente pelo segundo termo, isto é, pela distribuição tipo BGBW, enquanto para $p_{Th} \gtrsim 4$ o mecanismo principal é dado pela distribuição inicial gerada pelo decaimento do jato de glúons. Para grandes centralidades a contribuição de f_{eq} diminui mesmo na região de pequeno p_T e os efeitos nucleares são principalmente aqueles contidos na UGD nuclear.

A Figura 7.4 mostra o fator de modificação nuclear para a mesma situação que o espectro. Em colisões mais centrais as modificações são mais intensas que o esperado pelos efeitos de matéria fria apresentados na Fig. 7.1, indicando diferentes mecanismos de produção. Em colisões mais periféricas, o decrescimento da seção de

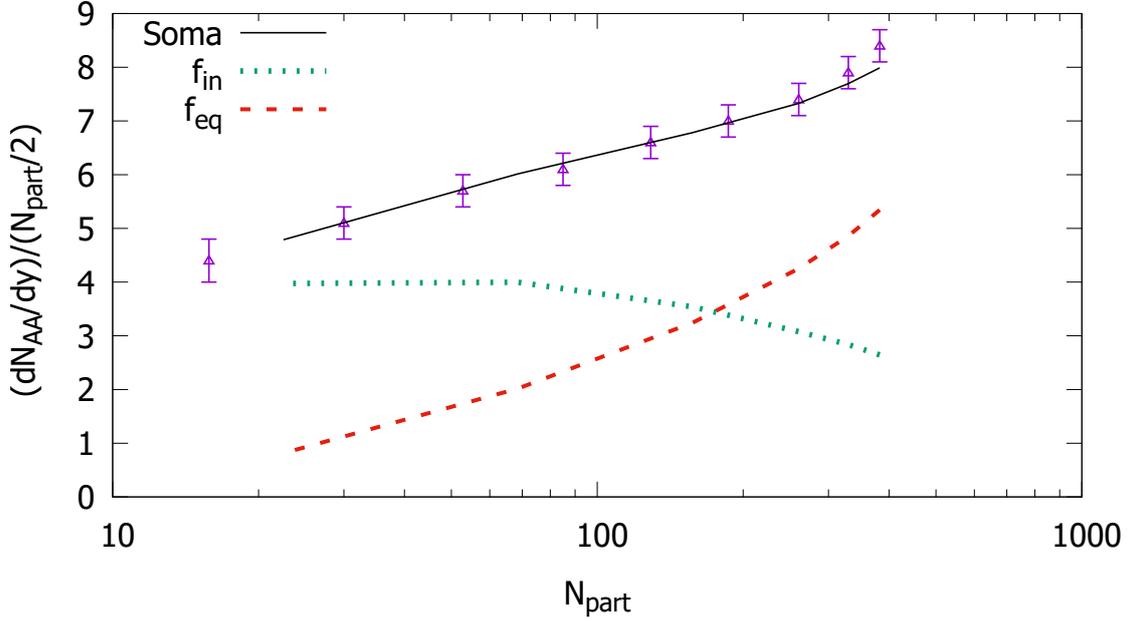


Figura 7.5: Multiplicidade de hádrons carregados em $y = 0$ comparado com nossas previsões em função do número de participantes, N_{part} . Linhas tracejadas e pontilhadas indicam contribuições de f_{in} e f_{eq}

choque $PbPb$ com respeito ao caso pp em pequeno p_{Th} é menor e mais compatível com o esperado pelos efeitos de matéria fria.

A multiplicidade de hádrons carregados $dN/dy(y = 0)$ também foi calculada integrando o espectro em p_{Th}^2 . Na região de pequeno p_{Th} o espectro é dominado por píons, sendo que outras partículas contribuem para dN/dy com uma correção da ordem de 5% [16] que foi considerada em nosso cálculo. A Figura 7.5 apresenta nossos resultados comparados com os dados de [212] em função do número médio de participantes em cada centralidade. Podemos ver que o termo associado à f_{in} é quase constante e dominante na região periférica, isto é, $f_{in} \propto N_{part}$, como esperado pelo escalonamento de *wounded* nucleons. O segundo termo associado à produção de partículas no equilíbrio cresce mais rápido que N_{part} e é o predominante na região mais central. É interessante notar que o crescimento de $dN/dy(y = 0)$ com N_{part} é usualmente atribuído ao crescimento da escala de saturação no formalismo CGC [128], o que está em desacordo com nossa observação. Em nosso modelo esse crescimento resulta principalmente da expansão coletiva do sistema enquanto o termo de colisão inicial cresce mais lentamente.

A relação da temperatura e da velocidade média de expansão com a centralidade encontrada é diferente da obtida considerando apenas a distribuição BGBW como em [16], ou desconsiderando o sombreamento na distribuição inicial em [208]. Enquanto em colisões centrais temos $T \simeq 0,1$ GeV, compatível com os valores encon-

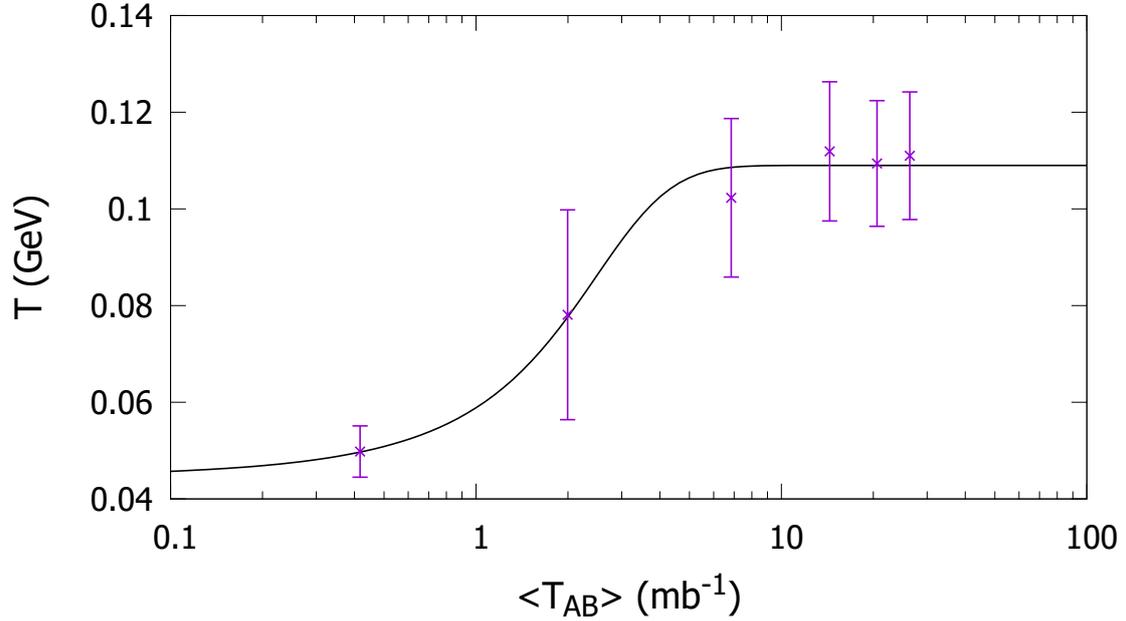


Figura 7.6: Valores da temperatura de equilíbrio resultante dos ajustes dos dados, em função de $\langle T_{AB} \rangle$. A linha representa a interpolação descrita no texto.

trados nesses trabalhos, em colisões mais periféricas temos uma diminuição de T , em oposição ao aumento reportado nas análises citadas. A diminuição de T na região central é usualmente atribuída ao fato de que, com um maior tempo de expansão, o sistema também se esfria mais. A diminuição de T em colisões mais periféricas resultante do nosso ajuste pode ser explicada de duas maneiras. A primeira é que nessa situação a contribuição tipo BGBW se torna pequena diminuindo a qualidade do ajuste e tornando a determinação destes parâmetros mais incerta. A segunda é em analogia ao resultado obtido pelos modelos termais em diferentes energias como [205], onde a temperatura de freeze-out químico é obtida para diferentes energias de colisão a partir das razões hadrônicas. Essa abordagem resulta em uma temperatura que cresce com a energia até um patamar limite. Em [213] é argumentado que a temperatura obtida em parametrizações usando distribuição tipo Boltzmann aumenta em função da densidade de energia inicial, que cresce com N_{coll} e \sqrt{s} até o limite entendido como temperatura de transição de fase do QGP para hádrons. Na Figura 7.6 mostramos a temperatura obtida em função de $\langle T_{AA} \rangle$, sendo que $N_{coll} = \sigma_{in} \langle T_{AA} \rangle$. A linha representa uma parametrização na forma $T = T_{lim} \left(1 - \frac{1}{A+Be^x}\right)$ em analogia ao proposto em [205] para a dependência em \sqrt{s} .

Como indicado na relação (7.25), a temperatura e a velocidade estão anti-correlacionadas, ou seja, para um determinado *slope* da distribuição T_{eff} , um aumento de v_T implica na diminuição de T . Portanto, a diminuição de T em colisões

periféricas também implica em um aumento de $\langle v_T \rangle$.

7.4.1 Conclusão

A consideração de efeitos de matéria fria no estado inicial de f_{in} muda substancialmente a parametrização obtida para a distribuição no equilíbrio, principalmente em colisões mais periféricas. Um desenvolvimento importante a respeito do tema seria a comparação da parametrização obtida para outros tipos de hádrons e para outras energias de colisão.

Outro ponto importante seria testar a pertinência dessa abordagem para colisões pPb no LHC. Em [214] é mostrado que a produção de bárions Ξ e Ω segue um padrão próximo aquele observado em colisões $PbPb$ e podem ser bem descritos com o modelo de *blast wave*, indicando a presença de escoamento radial nesses sistemas.

Em [167, 99] a multiplicidade final de hádrons é calculada no formalismo CGC desconsiderando a evolução subsequente do sistema, ou seja, assume-se que o mecanismo primordial para a determinação de dN/dy seja o decaimento de mini-jatos produzidos na colisão inicial. Essa abordagem é criticada em [184] pela desconsideração do tratamento apropriado dos efeitos coletivos, ou seja, considera-se que o QGP não é formado.

Uma das principais conclusões em nossa abordagem é a de que as multiplicidades de hádrons carregados são em grande parte determinadas pela produção de partículas no equilíbrio ditadas pelo forte escoamento radial desenvolvido pelo sistema de hádrons no freeze-out.

Capítulo 8

Considerações finais

O conjunto dos resultados apresentados, aponta para a importância de considerarmos uma distribuição de glúons dependente de momento transversal, em especial na descrição do espectro p_T de hádrons leves. Entre os principais indícios do mecanismo de saturação partônica, estão o escalonamento geométrico, e o sombreado nuclear. Em um primeiro momento, mostramos que o escalonamento pode ser uma boa aproximação para o espectro p_T em colisões $pp(p\bar{p})$, em um grande intervalo de Q^2 e x . Apontamos que o espectro p_T de hádrons leves é de fundamental importância na corroboração do escalonamento observado no DIS, pela abundância destes dados que vêm sendo coletados em todos os experimentos de colisão pp ao longo das últimas décadas. Em um segundo momento, mostramos que a modificação da UGD em alvos nucleares, também pode ser utilizada no cálculo do espectro p_T em colisões AA .

Um dos principais pontos da teoria de saturação, reside no cálculo do espectro de glúons produzidos em colisões de altas energias e grande número de ocupação de glúons, amplificado em grandes núcleos. Tal contexto faz com que o LHC, em seu modo de colisão $PbPb$, seja ideal para medir este tipo de comportamento. Com o desenvolvimento da física de íons pesados, em especial nos dados do RHIC, ficou claro que os simples efeitos de matéria fria são insuficientes para o cálculo do espectro, devido à forte influência de efeitos coletivos na distribuição final. Mostramos que a distribuição final de partículas produzidas pode ser decomposta em termos do espectro de mini-jato de glúon produzidos no estado inicial, somada à distribuição de equilíbrio. Isto nos permite investigar o impacto da modificação nuclear na UGD e encontrar evidências do fenômeno de saturação, mesmo nestes sistemas mais complexos. Enquanto nossa análise dos dados do ALICE se resume ao estudo do espectro de píons em diferentes classes de centralidade, podemos especular a possibilidade de um estudo futuro acerca do impacto das características hadrônicas na parametrização final do modelo. Tem sido determinado experimentalmente, que o espectro de mésons é mais fortemente suprimido que o de bárions, portanto, um estudo posterior contendo a dependência do tipo hadrônico seria importante.

Todo o estudo desenvolvido nos capítulos 5, 6 e 7 tem como base a UGD pro-

posta no capítulo 4. Apresentamos uma construção do modelo de forma consistente, desde a descrição dos dados do HERA, passando pelo espectro p_T em colisões de prótons e incluindo efeitos nucleares. Em especial mostramos que nossa proposta leva à uma forma analítica simplificada para o espectro, em que a parametrização pode ser facilmente interpretada na distribuição final. Além disso, no caso nuclear, sem nenhum parâmetro extra, pudemos obter uma descrição satisfatória dos dados de razões nucleares. Por consistência, o mesmo procedimento foi utilizado para o cálculo do espectro duro inicial em colisões AA , onde encontramos uma modificação de parâmetros em relação aos estudos anteriores, que desconsideram a modificação na UGD no estado inicial. Uma das vantagens da nossa abordagem fenomenológica, no contexto de colisões de íons pesados, é que, com uma parametrização simples, podemos separar efeitos da colisão inicial incluindo os efeitos de saturação dos efeitos coletivos, que usualmente demandam o uso de modelos hidrodinâmicos mais complexos.

Por fim, devemos apontar que o estudo aqui realizado pode ser ampliado para diferentes observáveis, tanto em eventos que envolvem a região de grande momento, quanto em processos difrativos. Este segundo caso foi investigado em [4, 3], no contexto da produção exclusiva de diléptons em colisões eA , pp , pA e AA .

Apêndice A

Interações partônicas

A seção de choque $\frac{d\sigma}{dt}$ é escrita em termos das variáveis de Mandelstam, como mostrado na tabela [A.1](#) (o termo $\pi\alpha^2/s^2$ comum a todas estas seções de choque foi retirado da tabela), representando todas as interações possíveis entre os pártons, em ordem dominante (LO), dadas nos diagramas da Figura [A.1](#). Devemos notar que o somatório da Eq. [\(3.11\)](#) implica que devemos somar todos os pares ab, cd que correspondem a $gg, gq, g\bar{q}, qq, q\bar{q}, \bar{q}q, \bar{q}\bar{q}$.

Tabela A.1: Subprocessos partônicos entre quarks, antiquarks e glúons representados pela Figura A.1 (para simplificar a notação o chapéu foi retirado).

Subprocesso $ab \rightarrow cd$	$\frac{d\sigma}{dt}$
$qq' \rightarrow qq'$	$\frac{4}{9} \frac{s^2+u^2}{t^2}$
$qq \rightarrow qq$	$\frac{4}{9} \left[\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{s^2+t^2}{u^2} \right] - \frac{8}{27} \frac{s^2}{tu}$
$q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$	$\frac{4}{9} \frac{t^2+u^2}{s^2}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}'$	$\frac{4}{9} \left[\frac{s^2+u^2}{t^2} + \frac{u^2+t^2}{s^2} \right] - \frac{8}{27} \frac{u^2}{ts}$
$gq \rightarrow gq$	$-\frac{4}{9} \left[\frac{s}{u} + \frac{u}{s} \right] + \frac{s^2+u^2}{t^2}$
$q\bar{q} \rightarrow gg$	$\frac{32}{27} \left[\frac{t}{u} + \frac{u}{t} \right] - \frac{8}{3} \frac{t^2+u^2}{s^2}$
$gg \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{6} \left[\frac{t}{u} + \frac{u}{t} \right] - \frac{3}{8} \frac{t^2+u^2}{s^2}$
$gg \rightarrow gg$	$\frac{9}{2} \left[3 - \frac{tu}{s^2} - \frac{su}{t^2} - \frac{st}{u^2} \right]$

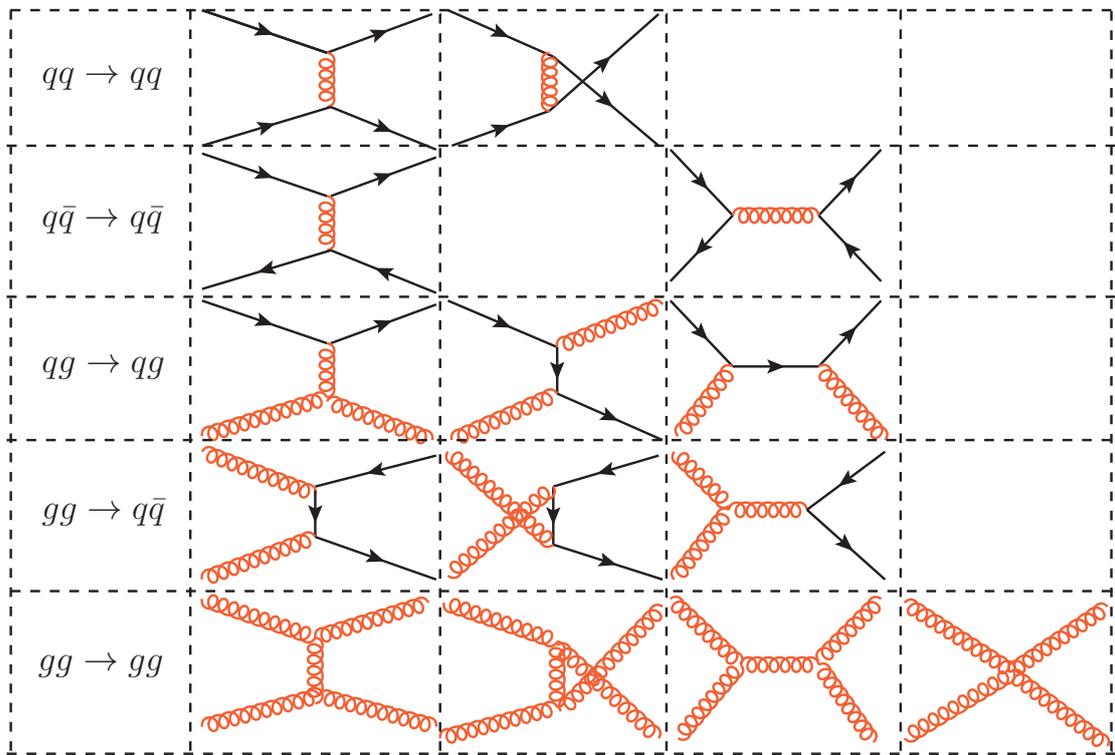


Figura A.1: Diagramas de Feynman dos subprocessos partônicos nos canais t, u, s nas três primeiras colunas. A última corresponde ao vértice de quatro glúons.

Apêndice B

O Modelo de Glauber

Neste capítulo buscamos fazer um resumo sobre os resultados relevantes para as discussões contidas nos capítulos 6 e 7 a respeito de colisões nucleares no contexto do modelo geométrico de Glauber. Detalhes das equações e relações aqui apresentadas podem ser encontrados em [17, 197, 215, 216].

O modelo de Glauber [154] foi desenvolvido com o propósito de tratar colisões de altas energias de sistemas compostos de muitas partículas. Em colisões nucleares os nucleons devem passar por múltiplos espalhamentos enquanto existe a sobreposição dos núcleos no momento da colisão dura. Quanto maior a seção de choque entre dois nucleons σ_{NN} , maior deve ser a probabilidade de que um grande número de espalhamentos aconteça. Além disso, a geometria da colisão tem papel fundamental, já que colisões mais periféricas envolvem apenas as bordas destes núcleos, enquanto colisões mais centrais produzem a sobreposição completa dos dois núcleos. O modelo de Glauber introduz de forma sistemática estas dependências na seção de choque nuclear e permite o cálculo de quantidades relevantes em colisões nucleares, como número médio de colisões, número médio de nucleons participantes e permite quantificar os efeitos nucleares e a dependência de centralidade das colisões.

Quando os núcleos colidem com parâmetro de impacto \vec{b} (distância entre os centros), um nucleon localizado pelo vetor \vec{s} do núcleo A pode se sobrepor a um nucleon localizado em $\vec{s} - \vec{b}$ do núcleo B, como mostrado na Fig. B.1. Assumindo que a seção de choque para o espalhamento de dois nucleons σ_{NN} é a mesma em todas as colisões, o número de colisões em cada b é

$$N_{coll}(b) = \sigma_{NN} T_{AB}(b) = \sigma_{NN} \int d^2s T_A(s) T_B(\vec{s} - \vec{b}), \quad (\text{B.1})$$

sendo $T_A(s)$ a função de espessura nuclear que determina a probabilidade de encontrar um nucleon (por área) a uma determinada distância s do centro deste núcleo. A convolução $T_{AB}(b)$ é conhecida como função de sobreposição nuclear, determinada pela integral, acima e define a probabilidade conjunta de sobreposição dos nucleons em A e B.

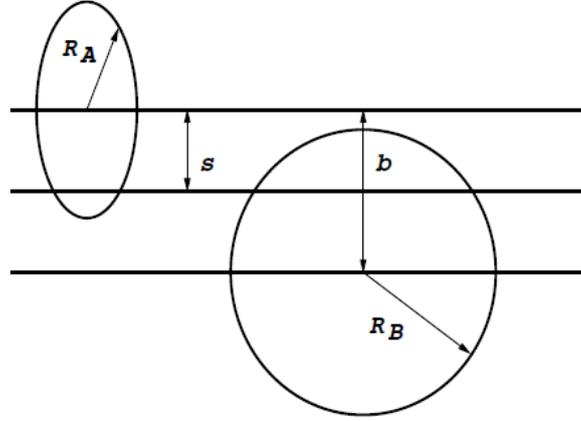


Figura B.1: Figura tirada de [17], representando a geometria da colisão núcleo-núcleo.

Tabela B.1: Parâmetros da densidade nuclear para diferentes núcleos.

A	Li(6)	Be(9)	C(12)	Al(27)	Ca(40)	Fe(56)	Sn(118)	Xe(129)	Au(197)	Pb(208)
c (fm)	0,933	1,791	2,355	3,07	3,766	3,971	5,412	5,360	6,38	6,624
z	0,453	0,611	0,5224	0,519	0,586	0,5935	0,560	0,590	0,535	0,549
w (fm)	1,306	0	-0,149	0	0,161	0	0	0	0	0
ρ_0 (fm ⁻³)	0,1346	0,1467	0,1823	0,1737	0,1699	0,1749	0,1607	0,1786	0,1693	0,1600

É esperado que os efeitos nucleares cresçam com o aumento do número de colisões entre os nucleons. Por exemplo, a formação do QGP depende de uma grande densidade de energia depositada no estado inicial da colisão. A densidade de energia é diretamente proporcional à N_{coll} , portanto, um grande aumento desta quantidade deve levar à formação deste estado de quarks e glúons livres. O aumento de N_{coll} , por sua vez, é dependente de duas quantidades: energia de colisão via $\sigma_{NN}(\sqrt{s})$, geometria nuclear através de $T_A(b)$.

A função de espessura nuclear pode ser obtida a partir da densidade espacial de nucleons $\rho(r)$, sendo r a distância radial. Esta quantidade é determinada pelo espalhamento elétron-núcleo em baixas energias. Neste caso o elétron espalhado prova a distribuição de carga do núcleo, sendo a seção de choque relacionada com o fator de forma nuclear, cuja transformada de Fourier resulta na densidade espacial.

A densidade nuclear pode ser parametrizada por uma distribuição de Fermi com três parâmetros (w, c e z),

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + w(r/c)^2}{\exp[(r - c)/z] + 1}, \quad (\text{B.2})$$

sendo ρ_0 determinado pela normalização $\int d^3r \rho(r) = A$. A probabilidade de encontrar o nucleon em uma faixa longitudinal z a uma distância radial b do centro do

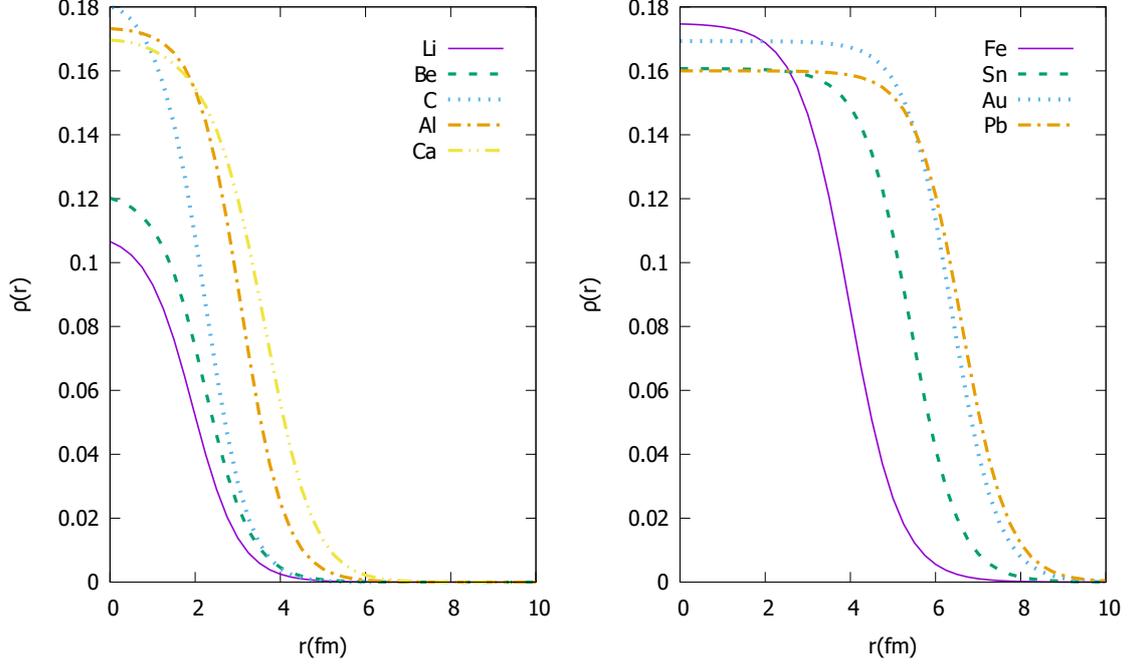


Figura B.2: Densidade nuclear em função de r para os núcleos apresentados na tabela B.1.

núcleo é determinada pela integral

$$T_A(b) = \int dz \rho(b, z), \quad (\text{B.3})$$

normalizada por $\int d^2b T_A(b) = A$. Neste trabalho a parametrização da densidade nuclear foi obtida das Referências [217, 218, 219] para os núcleos Li , Be , C , Al , Ca , Fe , Sn , Xe , Au e Pb . Para casos intermediários ou quando os dados não estão disponíveis, pode ser utilizada a extrapolação proposta em [17] $z = 0, 545$ fm, $w = 0$ e $c = 1,07A^{1/3}$. Além disso, para os núcleos mais leves do que o Carbono (Li , Be), foram usadas as seguintes parametrizações [217]:

$$\begin{aligned} \rho_{Li}(r) &= \rho_0 \left[\frac{1}{c^3} e^{-r^2/4c^2} - \frac{c^2(6w^2 - r^2)}{4w^7} e^{-r^2/4w^2} \right], \\ \rho_{Be}(r) &= \rho_0 \left[1 + z(r/c)^2 \right] e^{-(r/c)^2}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Os valores dos parâmetros são apresentados na Tabela B.1. A Figura B.2 mostra a densidade resultante em função da distância radial r . Para núcleos grandes a densidade é aproximadamente constante até o limite do raio nuclear. Uma fórmula para o raio médio é

$$R_A = 1,12A^{1/3} - 0,86A^{-1/3} \text{fm}. \quad (\text{B.5})$$

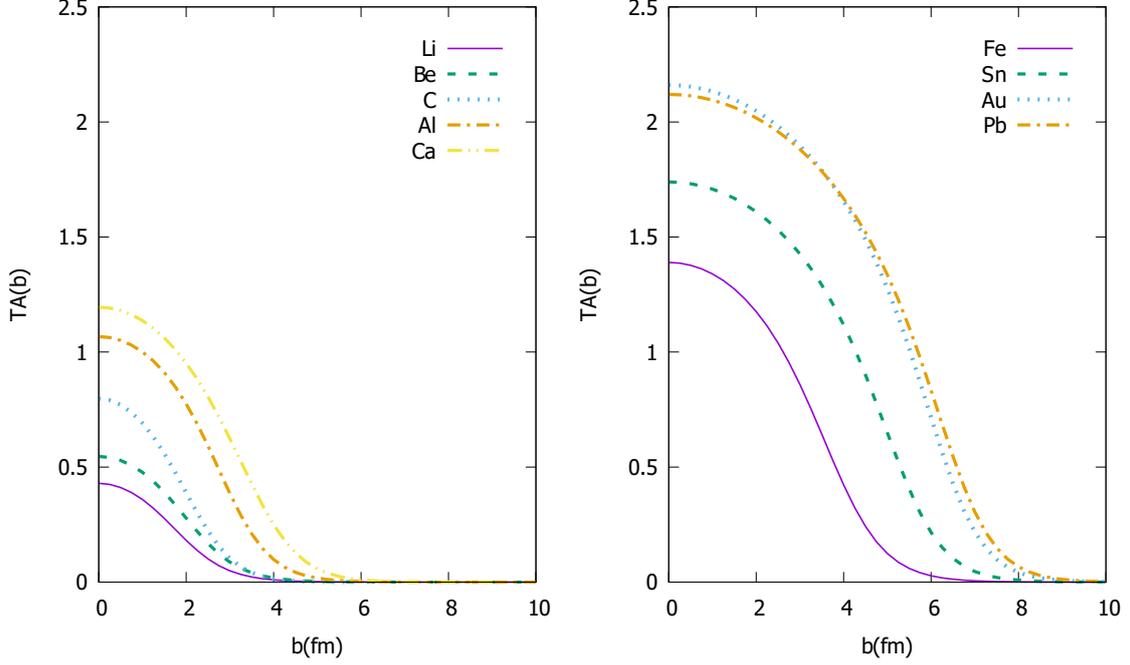


Figura B.3: Função de espessura nuclear em função de b para os núcleos apresentados na tabela B.1.

Outra quantidade importante calculada no modelo de Glauber, é o número nucleons que participam da interação $N_{part}(b)$. Pode se mostrar que a soma da probabilidade de colisão de um nucleon em A com os nucleons em B, P_{NA} (ou P_{AB} considerando todos nucleons de A e B) é

$$P_{NA}(b) = 1 - \left(1 - \sigma_{NN} \frac{T_A(b)}{A}\right)^A \approx 1 - e^{-\sigma_{NN} T_A(b)}, \quad (\text{B.6})$$

$$P_{AB}(b) \approx 1 - e^{-\sigma_{NN} T_{AB}(b)},$$

sendo que a aproximação implica $\frac{\sigma_{NN} T_A(b)}{A} \ll 1$. Da Figura B.3 podemos ver que, mesmo para núcleos pequenos, em $b = 0$ temos $T_A(b) < 1 \text{ fm}^{-1}$. Em altas energias devemos ter $\sigma_{NN} \sim \text{fm}^2$, portanto essa razão é quase sempre menor que a unidade, justificando a aproximação. Outra aproximação importante é a de processos duros (com grande Q^2) que ocorrem com seção de choque pequena. Nestas circunstâncias podemos aproximar o termo $\sigma_{NN} T_A(b) \ll 1$ e expandir as Eqs. (B.6) como $P_{NA(AB)} \approx \sigma_{NN} T_{A(B)}(b)$.

O número de participantes (em pelo menos uma colisão) é essencialmente o produto da probabilidade de encontrar um nucleon em A dado por $T_A(b)$ com a probabilidade de múltiplas interações do nucleon em B

$$N_{part}(b) = \int d^2s \left[T_A(s) P_{NB}(|\vec{b} - \vec{s}|) + T_B(|\vec{b} - \vec{s}|) P_{NA}(s) \right]. \quad (\text{B.7})$$

O número de participantes é menor do que o de colisões. Por exemplo, no LHC em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV temos $N_{coll} \approx 1600$ e $N_{part} \approx 400$ em colisões mais centrais. Uma das principais diferenças é que o primeiro cresce mais rapidamente com o aumento da energia, enquanto N_{part} tem uma fraca dependência de \sqrt{s} . Em colisões AA , a Eq. (B.7) pode ser aproximada por $N_{part}(0) \sim \int d^2s T_A(s) = A$, enquanto a sobreposição $T_{AA}(0) \sim A^{4/3}$. Uma relação importante entre estas quantidades (para qualquer núcleo) é

$$N_{coll} \propto N_{part}^{4/3}. \quad (\text{B.8})$$

Experimentalmente, a dependência no parâmetro de impacto não é evidente, isto é, ela deve ser inferida a partir das multiplicidades de partículas produzidas no estado final. A variável relevante nesse caso é a classe de centralidade da colisão, definida como a fração da seção de choque em um determinado intervalo de b em relação à total,

$$c(b_1, b_2) = \frac{\int_{b_1}^{b_2} d^2b P_{AB}(b)}{\sigma_{AB}}. \quad (\text{B.9})$$

Existem diferentes formas de se inferir a centralidade e o parâmetro de impacto a partir dos dados experimentais. Por exemplo, no experimento ALICE do LHC, uma das principais formas de se obter a dependência em b é através da multiplicidade de partículas carregadas produzidas $d\sigma/dN_{ch}$. É esperado que em colisões mais centrais o número de partículas produzidas seja muito maior que em colisões periféricas. A multiplicidade obtida experimentalmente em colisões pp pode ser ajustada por uma distribuição binomial negativa (NBD). No caso AA , $d\sigma/dN_{ch}$ em função de N_{ch} pode ser obtido pela convolução da distribuição NBD com o modelo de Glauber [220, 221]. A centralidade é determinada dividindo esta distribuição em relação à sua contribuição para a integral total e por consequência os limites b_1, b_2 são determinados. Tendo os limites relativos à cada classe de centralidade é possível determinar o número médio de colisões e participantes:

$$\begin{aligned} \langle N_{coll} \rangle &= \sigma_{NN} \frac{\int_{b_1}^{b_2} d^2b T_{AB}(b)}{\int_{b_1}^{b_2} d^2b P_{AB}(b)}, \\ \langle N_{part} \rangle &= \frac{\int_{b_1}^{b_2} d^2b N_{part}(b)}{\int_{b_1}^{b_2} d^2b P_{AB}(b)}. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

A determinação de centralidade, número médio de participantes e colisões em cada classe de centralidade no LHC, para colisões $PbPb$ ($\sqrt{s} = 2,76$ TeV), pode ser encontrada em [221] e para pPb ($\sqrt{s} = 5,02$ TeV) em [222].

Referências Bibliográficas

- [1] L. S. Moriggi, G. M. Peccini, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **102**, 034016 (2020), arXiv:2005.07760.
- [2] L. S. Moriggi, G. M. Peccini, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **103**, 034025 (2021), arXiv:2012.05388.
- [3] G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **103**, 054009 (2021), arXiv:2101.08338.
- [4] G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. D **102**, 094015 (2020), arXiv:2010.03101.
- [5] G. M. Peccini, L. S. Moriggi, and M. V. T. Machado, Phys. Rev. C **102**, 034903 (2020), arXiv:2003.13882.
- [6] Particle Data Group, J. Beringer *et al.*, Phys. Rev. **D86**, 010001 (2012).
- [7] A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne, and G. Watt, Eur. Phys. J. **C63**, 189 (2009), arXiv:0901.0002.
- [8] H.-L. Lai *et al.*, Phys. Rev. **D82**, 074024 (2010), arXiv:1007.2241.
- [9] M. Hirai, S. Kumano, T. H. Nagai, and K. Sudoh, Phys. Rev. **D75**, 094009 (2007), arXiv:hep-ph/0702250.
- [10] H1, C. Adloff *et al.*, Nucl. Phys. **B497**, 3 (1997), arXiv:hep-ex/9703012.
- [11] New Muon, M. Arneodo *et al.*, Nucl. Phys. B **441**, 12 (1995), arXiv:hep-ex/9504002.
- [12] E665, M. Adams *et al.*, Z. Phys. C **67**, 403 (1995), arXiv:hep-ex/9505006.
- [13] New Muon, M. Arneodo *et al.*, Nucl. Phys. B **481**, 23 (1996).
- [14] New Muon, M. Arneodo *et al.*, Nucl. Phys. B **481**, 3 (1996).
- [15] ALICE, S. Acharya *et al.*, Eur. Phys. J. C **78**, 624 (2018), arXiv:1801.07051.

- [16] ALICE, B. Abelev *et al.*, Phys. Rev. C **88**, 044910 (2013), arXiv:1303.0737.
- [17] R. Vogt, *Ultrarelativistic heavy-ion collisions* (Elsevier, Amsterdam, 2007).
- [18] Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46**, 641 (1977), [Zh. Eksp. Teor. Fiz.73,1216(1977)].
- [19] V. N. Gribov and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972), [Yad. Fiz.15,781(1972)].
- [20] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. **B126**, 298 (1977).
- [21] E. A. Kuraev, L. N. Lipatov, and V. S. Fadin, Sov. Phys. JETP **45**, 199 (1977), [Zh. Eksp. Teor. Fiz.72,377(1977)].
- [22] I. I. Balitsky and L. N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **28**, 822 (1978), [Yad. Fiz.28,1597(1978)].
- [23] L. V. Gribov, E. M. Levin, and M. G. Ryskin, Phys. Rept. **100**, 1 (1983).
- [24] I. Balitsky, Nucl. Phys. **B463**, 99 (1996), arXiv:hep-ph/9509348.
- [25] Y. V. Kovchegov, Phys. Rev. **D60**, 034008 (1999), arXiv:hep-ph/9901281.
- [26] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An introduction to quantum field theory* (Westview Press Reading (Mass.), 1995).
- [27] F. Halzen and A. D. Martin, *QUARKS AND LEPTONS: an introductory course in modern particle physics* (New York, Usa: Wiley (1984) 396p, 1984).
- [28] J. R. Forshaw and D. A. Ross, Cambridge Lect. Notes Phys. **9**, 1 (1997).
- [29] S. Donnachie, H. G. Dosch, O. Nachtmann, and P. Landshoff, *Pomeron physics and QCD*, Cambridge monographs on particle physics, nuclear physics and cosmology Vol. 19 (Cambridge University Press., 2002).
- [30] J. Campbell, J. Huston, and F. Krauss, *The Black Book of Quantum Chromodynamics* (Oxford University Press, 2017).
- [31] Y. V. Kovchegov and E. Levin, *Quantum chromodynamics at high energy*, Cambridge monographs on particle physics, nuclear physics and cosmology Vol. 33 (Cambridge University Press, 2012).
- [32] J. D. Bjorken and E. A. Paschos, Phys. Rev. **185**, 1775 (1969).
- [33] C. F. von Weizsacker, Z. Phys. **88**, 612 (1934).
- [34] E. J. Williams, Phys. Rev. **45**, 729 (1934).

- [35] M. Froissart, Phys. Rev. **123**, 1053 (1961).
- [36] A. Martin, Nuovo Cim. **A42**, 930 (1965).
- [37] L. Lukaszuk and A. Martin, Nuovo Cim. **A52**, 122 (1967).
- [38] A. H. Mueller and J. Qiu, Nuclear Physics B **268**, 427 (1986).
- [39] L. D. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D49**, 3352 (1994), arXiv:hep-ph/9311205.
- [40] L. D. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D49**, 2233 (1994), arXiv:hep-ph/9309289.
- [41] A. L. Ayala, M. B. Gay Ducati, and E. M. Levin, Nucl. Phys. **B493**, 305 (1997), arXiv:hep-ph/9604383.
- [42] A. L. Ayala Filho, M. B. Gay Ducati, and E. M. Levin, Nucl. Phys. **B511**, 355 (1998), arXiv:hep-ph/9706347.
- [43] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert, Nucl. Phys. **B504**, 415 (1997), arXiv:hep-ph/9701284.
- [44] J. Jalilian-Marian, A. Kovner, A. Leonidov, and H. Weigert, Phys. Rev. **D59**, 014014 (1998), arXiv:hep-ph/9706377.
- [45] E. Iancu, A. Leonidov, and L. McLerran, The Color glass condensate: An Introduction, in *QCD perspectives on hot and dense matter. Proceedings, NATO Advanced Study Institute, Summer School, Cargese, France, August 6-18, 2001*, pp. 73–145, 2002, arXiv:hep-ph/0202270.
- [46] L. D. McLerran, Lect. Notes Phys. **583**, 291 (2002), arXiv:hep-ph/0104285.
- [47] F. Gelis, E. Iancu, J. Jalilian-Marian, and R. Venugopalan, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **60**, 463 (2010), arXiv:1002.0333.
- [48] F. Gelis, Int. J. Mod. Phys. **A28**, 1330001 (2013), arXiv:1211.3327.
- [49] E. Iancu and R. Venugopalan, The Color glass condensate and high-energy scattering in QCD, in *In *Hwa, R.C. (ed.) et al.: Quark gluon plasma* 249-3363*, 2003, arXiv:hep-ph/0303204.
- [50] L. A. Harland-Lang, A. D. Martin, P. Motylinski, and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. **C75**, 204 (2015), arXiv:1412.3989.
- [51] H1, ZEUS, H. Abramowicz *et al.*, Eur. Phys. J. **C75**, 580 (2015), arXiv:1506.06042.

- [52] R. D. Ball *et al.*, Nucl. Phys. **B867**, 244 (2013), arXiv:1207.1303.
- [53] S. J. Brodsky and G. R. Farrar, Phys. Rev. Lett. **31**, 1153 (1973).
- [54] ALICE, S. Acharya *et al.*, Eur. Phys. J. **C78**, 263 (2018), arXiv:1708.08745.
- [55] B. A. Kniehl, G. Kramer, and B. Potter, Nucl. Phys. **B582**, 514 (2000), arXiv:hep-ph/0010289.
- [56] D. de Florian, R. Sassot, M. Epele, R. J. Hernández-Pinto, and M. Stratmann, Phys. Rev. D **91**, 014035 (2015), arXiv:1410.6027.
- [57] NNPDF, V. Bertone, S. Carrazza, N. P. Hartland, E. R. Nocera, and J. Rojo, Eur. Phys. J. C **77**, 516 (2017), arXiv:1706.07049.
- [58] NNPDF, V. Bertone, N. P. Hartland, E. R. Nocera, J. Rojo, and L. Rottoli, Eur. Phys. J. C **78**, 651 (2018), arXiv:1807.03310.
- [59] R. Hagedorn, Riv. Nuovo Cim. **6N10**, 1 (1983).
- [60] C. Tsallis, J. Statist. Phys. **52**, 479 (1988).
- [61] L. Marques, J. Cleymans, and A. Deppman, Phys. Rev. **D91**, 054025 (2015), arXiv:1501.00953.
- [62] S. J. Brodsky, H. J. Pirner, and J. Raufeisen, Phys. Lett. **B637**, 58 (2006), arXiv:hep-ph/0510315.
- [63] F. Arleo, S. J. Brodsky, D. S. Hwang, and A. M. Sickles, Phys. Rev. Lett. **105**, 062002 (2010), arXiv:0911.4604.
- [64] C.-Y. Wong and G. Wilk, Relativistic Hard-Scattering and Tsallis Fits to pT Spectra in pp Collisions at the LHC, in *International Workshop on Low X Physics (Israel 2013) Eilat, Israel, May 30-June 04, 2013*, 2013, arXiv:1309.7330.
- [65] J. F. Owens, Rev. Mod. Phys. **59**, 465 (1987).
- [66] R. Vogt, Acta Phys. Hung. **A17**, 75 (2003), arXiv:hep-ph/0207359.
- [67] J. F. Owens and J. D. Kimel, Phys. Rev. **D18**, 3313 (1978).
- [68] R. Field and R. P. Feynman, Phys. Rev. **D15**, 2590 (1977).
- [69] R. Feynman, R. Field, and G. Fox, Nucl. Phys. **B128**, 1 (1977).
- [70] R. Feynman, R. Field, and G. Fox, Phys. Rev. **D18**, 3320 (1978).
- [71] L. Apanasevich *et al.*, Phys. Rev. **D59**, 074007 (1999), arXiv:hep-ph/9808467.

- [72] U. D'Alesio and F. Murgia, Phys. Rev. **D70**, 074009 (2004), arXiv:hep-ph/0408092.
- [73] X.-N. Wang, Phys. Rev. **C61**, 064910 (2000).
- [74] FNAL E704, D. L. Adams *et al.*, Phys. Rev. **D53**, 4747 (1996).
- [75] Fermilab E706, L. Apanasevich *et al.*, Phys. Rev. **D68**, 052001 (2003), arXiv:hep-ex/0204031.
- [76] CERN-Columbia-Oxford-Rockefeller, CCOR, A. L. S. Angelis *et al.*, Phys. Lett. **79B**, 505 (1978).
- [77] PHENIX, S. S. Adler *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 241803 (2003), arXiv:hep-ex/0304038.
- [78] UA2, Bern-CERN-Copenhagen-Orsay-Pavia-Saclay, M. Banner *et al.*, Z. Phys. **C27**, 329 (1985).
- [79] ALICE, S. Acharya *et al.*, Eur. Phys. J. **C77**, 339 (2017), arXiv:1702.00917, [Eur. Phys. J.C77,no.9,586(2017)].
- [80] ALICE, B. Abelev *et al.*, Phys. Lett. **B717**, 162 (2012), arXiv:1205.5724.
- [81] K. J. Eskola and H. Honkanen, Nucl. Phys. **A713**, 167 (2003), arXiv:hep-ph/0205048.
- [82] N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Z. Phys. **C49**, 607 (1991).
- [83] N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Phys. Lett. **B260**, 414 (1991).
- [84] V. Barone, M. Genovese, N. N. Nikolaev, E. Predazzi, and B. G. Zakharov, Phys. Lett. **B326**, 161 (1994), arXiv:hep-ph/9307248.
- [85] N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Phys. Lett. **B332**, 184 (1994), arXiv:hep-ph/9403243.
- [86] A. M. Cooper-Sarkar and R. C. E. Devenish, Acta Phys. Polon. **B34**, 2911 (2003), arXiv:hep-ph/0305165.
- [87] ZEUS, J. Breitweg *et al.*, Phys. Lett. **B487**, 53 (2000), arXiv:hep-ex/0005018.
- [88] I. Abt *et al.*, Phys. Rev. **D96**, 014001 (2017), arXiv:1704.03187, [Phys. Rev.D96,014001(2017)].
- [89] R. D. Ball *et al.*, Eur. Phys. J. **C78**, 321 (2018), arXiv:1710.05935.
- [90] A. M. Stasto, K. J. Golec-Biernat, and J. Kwiecinski, Phys. Rev. Lett. **86**, 596 (2001), arXiv:hep-ph/0007192.

- [91] E. Levin and K. Tuchin, Nucl. Phys. **B573**, 833 (2000), arXiv:hep-ph/9908317.
- [92] E. Iancu, K. Itakura, and L. McLerran, Nucl. Phys. **A708**, 327 (2002), arXiv:hep-ph/0203137.
- [93] K. J. Golec-Biernat and M. Wusthoff, Phys. Rev. **D59**, 014017 (1998), arXiv:hep-ph/9807513.
- [94] K. Golec-Biernat and S. Sapeta, JHEP **03**, 102 (2018), arXiv:1711.11360.
- [95] P. Quiroga-Arias, J. L. Albacete, N. Armesto, J. G. Milhano, and C. A. Salgado, J. Phys. **G38**, 124124 (2011), arXiv:1107.0625.
- [96] I. Balitsky, Phys. Rev. **D75**, 014001 (2007), arXiv:hep-ph/0609105.
- [97] Y. V. Kovchegov and H. Weigert, Nucl. Phys. **A784**, 188 (2007), arXiv:hep-ph/0609090.
- [98] L. D. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. **D50**, 2225 (1994), arXiv:hep-ph/9402335.
- [99] J. L. Albacete and A. Dumitru, (2010), arXiv:1011.5161.
- [100] A. H. Rezaeian, Phys. Rev. **D93**, 094030 (2016), arXiv:1603.07354.
- [101] B. G. Giraud and R. Peschanski, Phys. Lett. **B760**, 26 (2016), arXiv:1604.01932.
- [102] T. Lappi and H. Mäntysaari, Phys. Rev. **D88**, 114020 (2013), arXiv:1309.6963.
- [103] A. Dumitru, A. Hayashigaki, and J. Jalilian-Marian, Nucl. Phys. **A770**, 57 (2006), arXiv:hep-ph/0512129.
- [104] D. Boer, A. Utermann, and E. Wessels, Phys. Rev. **D77**, 054014 (2008), arXiv:0711.4312.
- [105] V. P. Goncalves, M. S. Kugeratski, M. V. T. Machado, and F. S. Navarra, Phys. Lett. **B643**, 273 (2006), arXiv:hep-ph/0608063.
- [106] F. O. Durães, A. V. Giannini, V. P. Goncalves, and F. S. Navarra, Phys. Rev. **C94**, 024917 (2016), arXiv:1510.04737.
- [107] M. V. T. Machado, Eur. Phys. J. **C47**, 365 (2006), arXiv:hep-ph/0512264.
- [108] E. A. Basso, M. B. Gay Ducati, and E. G. De Oliveira, AIP Conf. Proc. **1520**, 148 (2013).
- [109] J. T. de Santana Amaral, M. B. Gay Ducati, M. A. Betemps, and G. Soyez, Phys. Rev. **D76**, 094018 (2007), arXiv:hep-ph/0612091.

- [110] A. H. Rezaeian, M. Siddikov, M. Van de Klundert, and R. Venugopalan, *Phys. Rev.* **D87**, 034002 (2013), arXiv:1212.2974.
- [111] A. H. Rezaeian and I. Schmidt, *Phys. Rev.* **D88**, 074016 (2013), arXiv:1307.0825.
- [112] M. A. Kimber, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **12**, 655 (2000), arXiv:hep-ph/9911379.
- [113] G. Watt, A. D. Martin, and M. G. Ryskin, *Eur. Phys. J. C* **31**, 73 (2003), arXiv:hep-ph/0306169.
- [114] F. Hautmann, H. Jung, A. Lelek, V. Radescu, and R. Zlebcik, *Phys. Lett. B* **772**, 446 (2017), arXiv:1704.01757.
- [115] A. Bermudez Martinez *et al.*, *Phys. Rev. D* **99**, 074008 (2019), arXiv:1804.11152.
- [116] K. Kutak and S. Sapeta, *Phys. Rev. D* **86**, 094043 (2012), arXiv:1205.5035.
- [117] I. P. Ivanov and N. N. Nikolaev, *Phys. Rev.* **D65**, 054004 (2002), arXiv:hep-ph/0004206.
- [118] L. McLerran and M. Praszalowicz, *Phys. Lett. B* **741**, 246 (2015), arXiv:1407.6687.
- [119] M. Praszalowicz, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 142002 (2011), arXiv:1101.0585.
- [120] M. Praszalowicz, *Phys. Lett. B* **727**, 461 (2013), arXiv:1308.5911.
- [121] M. Praszalowicz and A. Francuz, *Phys. Rev. D* **92**, 074036 (2015), arXiv:1507.08186.
- [122] H1, ZEUS, H. Abramowicz *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **75**, 580 (2015), arXiv:1506.06042.
- [123] H1, ZEUS, F. Aaron *et al.*, *JHEP* **01**, 109 (2010), arXiv:0911.0884.
- [124] K. Golec-Biernat and S. Sapeta, *JHEP* **03**, 102 (2018), arXiv:1711.11360.
- [125] J. Kwiecinski and A. Stasto, *Phys. Rev. D* **66**, 014013 (2002), arXiv:hep-ph/0203030.
- [126] A. M. Stasto, K. J. Golec-Biernat, and J. Kwiecinski, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 596 (2001), arXiv:hep-ph/0007192.
- [127] V. Goncalves and M. Machado, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 202002 (2003), arXiv:hep-ph/0307090.

- [128] N. Armesto, C. A. Salgado, and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. Lett. **94**, 022002 (2005), arXiv:hep-ph/0407018.
- [129] C. Marquet and L. Schoeffel, Phys. Lett. B **639**, 471 (2006), arXiv:hep-ph/0606079.
- [130] F. Ben, M. Machado, and W. Sauter, Phys. Rev. D **96**, 054015 (2017), arXiv:1701.01141.
- [131] L. v. Gribov, E. m. Levin, and M. g. Ryskin, Phys. Lett. **121B**, 65 (1983).
- [132] E. Levin and A. H. Rezaeian, Phys. Rev. **D82**, 014022 (2010), arXiv:1005.0631.
- [133] Y. V. Kovchegov and K. Tuchin, Phys. Rev. **D65**, 074026 (2002), arXiv:hep-ph/0111362.
- [134] F. Dominguez, B.-W. Xiao, and F. Yuan, Phys. Rev. Lett. **106**, 022301 (2011), arXiv:1009.2141.
- [135] F. Dominguez, C. Marquet, B.-W. Xiao, and F. Yuan, Phys. Rev. **D83**, 105005 (2011), arXiv:1101.0715.
- [136] E. Avsar and J. C. Collins, (2012), arXiv:1209.1675.
- [137] J. P. Blaizot, T. Lappi, and Y. Mehtar-Tani, Nucl. Phys. **A846**, 63 (2010), arXiv:1005.0955.
- [138] P. Tribedy and R. Venugopalan, Nucl. Phys. **A850**, 136 (2011), arXiv:1011.1895, [Erratum: Nucl. Phys.A859,185(2011)].
- [139] E. A. F. Basso, M. B. Gay Ducati, and E. G. de Oliveira, Phys. Rev. **D87**, 074023 (2013), arXiv:1212.5549.
- [140] D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi, Nucl. Phys. **A747**, 609 (2005), arXiv:hep-ph/0408050.
- [141] D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi, Nucl. Phys. **A730**, 448 (2004), arXiv:hep-ph/0212316, [Erratum: Nucl. Phys.A743,329(2004)].
- [142] ALICE, J. Adam *et al.*, Phys. Lett. B **753**, 319 (2016), arXiv:1509.08734.
- [143] ALICE, B. B. Abelev *et al.*, Eur. Phys. J. **C73**, 2662 (2013), arXiv:1307.1093.
- [144] CDF, F. Abe *et al.*, Phys. Rev. Lett. **61**, 1819 (1988).
- [145] UA2, M. Banner *et al.*, Phys. Lett. **115B**, 59 (1982).

- [146] R. Sassot, P. Zurita, and M. Stratmann, *Phys. Rev.* **D82**, 074011 (2010), arXiv:1008.0540.
- [147] O. Baker and D. Kharzeev, *Phys. Rev. D* **98**, 054007 (2018), arXiv:1712.04558.
- [148] E. Gotsman and E. Levin, *Phys. Rev. D* **100**, 034013 (2019).
- [149] E. Gotsman and E. Levin, *Eur. Phys. J. C* **79**, 415 (2019), arXiv:1902.07923.
- [150] European Muon, J. Aubert *et al.*, *Phys. Lett. B* **123**, 275 (1983).
- [151] K. Rith, *Subnucl. Ser.* **51**, 431 (2015), arXiv:1402.5000.
- [152] S. Malace, D. Gaskell, D. W. Higinbotham, and I. Cloet, *Int. J. Mod. Phys. E* **23**, 1430013 (2014), arXiv:1405.1270.
- [153] M. Arneodo, *Phys. Rept.* **240**, 301 (1994).
- [154] R. Glauber, *Phys. Rev.* **100**, 242 (1955).
- [155] A. H. Mueller, *Nucl. Phys. B* **335**, 115 (1990).
- [156] J. L. Abelleira Fernandez *et al.*, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **39**, 075001 (2012).
- [157] FCC, A. Abada *et al.*, *Eur. Phys. J. C* **79**, 474 (2019).
- [158] E. Aschenauer *et al.*, (2014), arXiv:1409.1633.
- [159] A. Accardi *et al.*, *Eur. Phys. J. A* **52**, 268 (2016), arXiv:1212.1701.
- [160] I. Schienbein *et al.*, *Phys. Rev. D* **80**, 094004 (2009), arXiv:0907.2357.
- [161] K. J. Eskola, P. Paakkinen, H. Paukkunen, and C. A. Salgado, *Eur. Phys. J. C* **77**, 163 (2017), arXiv:1612.05741.
- [162] NNPDF, R. Abdul Khalek, J. J. Ethier, and J. Rojo, *Eur. Phys. J. C* **79**, 471 (2019), arXiv:1904.00018.
- [163] R. Wang, X. Chen, and Q. Fu, *Nuclear Physics B* **920**, 1 (2017).
- [164] E. G. de Oliveira, A. D. Martin, F. S. Navarra, and M. G. Ryskin, *JHEP* **09**, 158 (2013), arXiv:1307.2825.
- [165] A. Freund, K. Rummukainen, H. Weigert, and A. Schafer, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 222002 (2003), arXiv:hep-ph/0210139.
- [166] M. Betemps and M. Machado, *Eur. Phys. J. C* **65**, 427 (2010), arXiv:0906.5593.

- [167] E. Levin and A. H. Rezaeian, Phys. Rev. D **83**, 114001 (2011), arXiv:1102.2385.
- [168] N. Armesto, Eur. Phys. J. C **26**, 35 (2002), arXiv:hep-ph/0206017.
- [169] J. Cronin *et al.*, Phys. Rev. D **11**, 3105 (1975).
- [170] I. Helenius, K. J. Eskola, and H. Paukkunen, JHEP **05**, 030 (2013), arXiv:1302.5580.
- [171] I. Helenius, H. Paukkunen, and K. J. Eskola, PoS **DIS2015**, 036 (2015), arXiv:1509.02798.
- [172] I. Vitev, Phys. Rev. C **75**, 064906 (2007), arXiv:hep-ph/0703002.
- [173] Z.-B. Kang, I. Vitev, and H. Xing, Phys. Lett. B **718**, 482 (2012), arXiv:1209.6030.
- [174] F. Arleo and S. Peigné, Phys. Rev. Lett. **125**, 032301 (2020), arXiv:2003.01987.
- [175] F. Arleo, F. Cougoulic, and S. Peigné, JHEP **09**, 190 (2020), arXiv:2003.06337.
- [176] J. L. Albacete *et al.*, Int. J. Mod. Phys. E **25**, 1630005 (2016), arXiv:1605.09479.
- [177] J. L. Albacete *et al.*, Nucl. Phys. A **972**, 18 (2018), arXiv:1707.09973.
- [178] D. Kharzeev, Y. V. Kovchegov, and K. Tuchin, Phys. Rev. **D68**, 094013 (2003), arXiv:hep-ph/0307037.
- [179] R. Baier, A. Kovner, and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. D **68**, 054009 (2003), arXiv:hep-ph/0305265.
- [180] J. L. Albacete, N. Armesto, A. Kovner, C. A. Salgado, and U. A. Wiedemann, Phys. Rev. Lett. **92**, 082001 (2004), arXiv:hep-ph/0307179.
- [181] A. H. Rezaeian, Phys. Lett. B **718**, 1058 (2013), arXiv:1210.2385.
- [182] D. Kharzeev, Y. V. Kovchegov, and K. Tuchin, Phys. Lett. B **599**, 23 (2004), arXiv:hep-ph/0405045.
- [183] P. Tribedy and R. Venugopalan, Phys. Lett. B **710**, 125 (2012), arXiv:1112.2445, [Erratum: Phys.Lett.B 718, 1154–1154 (2013)].
- [184] T. Lappi, Eur. Phys. J. C **71**, 1699 (2011), arXiv:1104.3725.
- [185] J. L. Albacete and C. Marquet, Phys. Lett. B **687**, 174 (2010), arXiv:1001.1378.

- [186] F. Durães, A. Giannini, V. Goncalves, and F. Navarra, *Phys. Rev. D* **94**, 054023 (2016), arXiv:1607.02082.
- [187] W. Florkowski, Hydrodynamic description of ultrarelativistic heavy-ion collisions, in *53rd Winter School of Theoretical Physics: Understanding the Origin of Matter from QCD*, 2017, arXiv:1712.05162.
- [188] A. Jaiswal and V. Roy, *Adv. High Energy Phys.* **2016**, 9623034 (2016), arXiv:1605.08694.
- [189] R. Derradi de Souza, T. Koide, and T. Kodama, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **86**, 35 (2016), arXiv:1506.03863.
- [190] J. Berges, M. P. Heller, A. Mazeliauskas, and R. Venugopalan, (2020), arXiv:2005.12299.
- [191] P. Foka and M. A. Janik, *Rev. Phys.* **1**, 154 (2016), arXiv:1702.07233.
- [192] P. Foka and M. A. Janik, *Rev. Phys.* **1**, 172 (2016), arXiv:1702.07231.
- [193] N. Armesto and E. Scomparin, *Eur. Phys. J. Plus* **131**, 52 (2016), arXiv:1511.02151.
- [194] B. Muller, J. Schukraft, and B. Wyslouch, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **62**, 361 (2012), arXiv:1202.3233.
- [195] STAR, J. Adams *et al.*, *Nucl. Phys. A* **757**, 102 (2005), arXiv:nucl-ex/0501009.
- [196] C. Wong, *Introduction to high-energy heavy ion collisions* (, 1995).
- [197] W. Florkowski, *Phenomenology of Ultra-Relativistic Heavy-Ion Collisions* (, 2010).
- [198] B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 042301 (2011), arXiv:1009.3244.
- [199] E. Schnedermann, J. Sollfrank, and U. W. Heinz, *Phys. Rev. C* **48**, 2462 (1993), arXiv:nucl-th/9307020.
- [200] STAR, B. Abelev *et al.*, *Phys. Rev. C* **79**, 034909 (2009), arXiv:0808.2041.
- [201] NA44, I. Bearden *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2080 (1997).
- [202] D. H. Rischke and M. Gyulassy, *Nucl. Phys. A* **608**, 479 (1996), arXiv:nucl-th/9606039.
- [203] W. Florkowski and W. Broniowski, *Acta Phys. Polon. B* **35**, 2895 (2004), arXiv:nucl-th/0410081.

- [204] U. W. Heinz, J. Phys. G **25**, 263 (1999), arXiv:nucl-th/9810056.
- [205] A. Andronic, P. Braun-Munzinger, and J. Stachel, Nucl. Phys. A **772**, 167 (2006), arXiv:nucl-th/0511071.
- [206] S. Tripathy *et al.*, The European Physical Journal A **52** (2016).
- [207] S. Tripathy, A. Khuntia, S. K. Tiwari, and R. Sahoo, Eur. Phys. J. A **53**, 99 (2017), arXiv:1703.02416.
- [208] L. Qiao, G. Che, J. Gu, H. Zheng, and W. Zhang, Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics **47**, 075101 (2020).
- [209] W. Florkowski and R. Ryblewski, Phys. Rev. C **93**, 064903 (2016), arXiv:1603.01704.
- [210] A. Bylinkin, N. Chernyavskaya, and A. Rostovtsev, Nuclear Physics B **903**, 204–210 (2016).
- [211] A. Giannini, V. Goncalves, and P. Silva, (2020), arXiv:2006.14335.
- [212] K. Aamodt *et al.*, Physical Review Letters **106** (2011).
- [213] A. A. Bylinkin, A. A. Rostovtsev, and N. S. Chernyavskaya, (2013), arXiv:1305.0387.
- [214] ALICE, J. Adam *et al.*, Phys. Lett. B **758**, 389 (2016), arXiv:1512.07227.
- [215] D. G. d’Enterria, (2003), arXiv:nucl-ex/0302016.
- [216] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **57**, 205 (2007), arXiv:nucl-ex/0701025.
- [217] H. De Vries, C. De Jager, and C. De Vries, Atomic Data and Nuclear Data Tables **36**, 495 (1987).
- [218] C. De Jager, H. De Vries, and C. De Vries, Atom. Data Nucl. Data Tabl. **14**, 479 (1974), [Erratum: Atom.Data Nucl.Data Tabl. 16, 580–580 (1975)].
- [219] K. Tsukada *et al.*, Phys. Rev. Lett. **118**, 262501 (2017), arXiv:1703.04278.
- [220] ALICE, (2018).
- [221] ALICE, B. Abelev *et al.*, Phys. Rev. C **88**, 044909 (2013), arXiv:1301.4361.
- [222] ALICE, J. Adam *et al.*, Phys. Rev. C **91**, 064905 (2015), arXiv:1412.6828.