

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

OSVALDO DA SILVA BRANDÃO JUNIOR

**SÍNTESE DE CONTROLADORES
REPETITIVOS BASEADA EM
PARÂMETROS DA RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA**

Porto Alegre
2021

OSVALDO DA SILVA BRANDÃO JUNIOR

**SÍNTESE DE CONTROLADORES
REPETITIVOS BASEADA EM
PARÂMETROS DA RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Controle e Automação

ORIENTADOR: Prof. Dr. Luís Fernando Alves
Pereira

CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Jeferson Vieira
Flores

Porto Alegre
2021

OSVALDO DA SILVA BRANDÃO JUNIOR

**SÍNTESE DE CONTROLADORES
REPETITIVOS BASEADA EM
PARÂMETROS DA RESPOSTA EM
FREQUÊNCIA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: _____

Prof. Dr. Luís Fernando Alves Pereira, UFRGS

Doutor pelo Instituto Tecnológico da Aeronáutica - São José dos Campos, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Daniel Ferreira Coutinho, PPGEAS - UFSC

Doutor pela Universidade Federal de Santa Catarina – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr., PPGEE - UFRGS

Doutor pela Université Paul Sabatier de Toulouse – Toulouse, França

Prof. Dr. Aurélio Tergolina Salton, PPGEE - UFRGS

Doutor pela University of Newcastle – Newcastle, Austrália

Coordenador do PPGEE: _____

Prof. Dr. Sérgio Luís Haffner

Porto Alegre, maio de 2021.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais e à minha companheira.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço imensamente aos meus pais, Fátima Aparecida Torminato e Osvaldo da Silva Brandão, meu irmão, Tiago Torminato Moreira, e minha cunhada, Agne Bochi Torminato, pelo carinho, compreensão e por serem grandes figuras de inspiração.

À minha companheira Vanessa Graeff, que esteve comigo durante toda esta etapa, me apoiando e ajudando de forma incondicional.

Aos meus amigos de longa data, Luis Alberto Luft, Gabriel Luft, Nathaly Balduino, e também aos novos Ana Laura Germano e Mathias Giordani Tilton, pelo companheirismo, apoio e momentos de lazer.

Ao meu orientador Luís Fernando Alves Pereira e co-orientador Jeferson Vieira Flores pela disponibilidade, paciência, orientação e conhecimento transmitido.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Ao povo brasileiro que, através de seus impostos e das agências de fomento, torna possível a existência deste tipo de trabalho. Em particular, este trabalho foi desenvolvido junto ao PPGEE-UFRGS e recebeu o apoio de bolsa de mestrado do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) durante a sua execução.

RESUMO

Este trabalho apresenta uma metodologia de sintonia de controladores repetitivos, empregados para o seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos, baseada na resposta em frequência dos processos, utilizando margens de estabilidade como objetivo de projeto. É estudado o efeito dos parâmetros do controlador repetitivo em sua resposta em frequência, sendo estes a frequência de corte de um filtro passa-baixas de primeira ordem e o ganho direto do controlador. A sintonia dos parâmetros é realizada visando a obtenção de margem de ganho e de fase dentro de intervalos recomendados pela literatura clássica da área de Sistemas de Controle. Define-se uma frequência máxima, a qual auxilia na determinação da frequência de cruzamento de ganho unitário. A frequência de corte do filtro passa-baixas é determinada de tal forma que a contribuição de fase do controlador repetitivo garanta a margem de fase desejada em uma dada frequência. Ajusta-se, na sequência, o ganho direto do controlador para que a frequência de cruzamento de ganho unitário coincida com a qual se definiu a margem de fase. Visando a melhoria do desempenho transitório e em regime permanente, propõe-se a sintonia do controlador repetitivo com introdução de um bloco de avanço de fase. Finalmente, realiza-se um estudo de caso visando a aplicação do método proposto no controle de uma fonte ininterrupta de energia. Resultados de simulação utilizando os *softwares* MATLAB e PSIM são apresentados e o desempenho do sistema em malha fechada é verificado a partir dos requisitos definidas pela norma IEC 62040-3. Comparam-se os resultados obtidos com trabalhos presentes na literatura que se utilizam de diferentes metodologias para projeto de controladores repetitivos aplicados a *UPS*.

Palavras-chave: Seguimento de referências periódicas, Resposta em frequência, Margens de estabilidade, Controlador repetitivo, Controlador em avanço, Fontes ininterruptas de energia.

ABSTRACT

This work presents a novel frequency response method for the synthesis of repetitive controllers using stability margins as design objectives. The repetitive controller frequency response is discussed, presenting how the design parameters affect the magnitude and phase curves. The proposed design method ensures that the phase margin lies inside a range of recommended values defined by the classic Control System literature. A maximum frequency for which is possible to achieve the desired phase margin is defined and the higher order harmonic of the reference/disturbance signal below this frequency is computed. The low-pass filter cut-off frequency is chosen such that the controller angle contribution at this harmonic results in the desired phase margin. Then, the controller's direct gain is determined so that the gain crossover frequency occurs at the frequency that the phase margin was adjusted to. In order to improve the transient and steady-state performance, the synthesis of a repetitive controller in series with a phase-lead compensator is proposed. Finally, a case study is carried out by applying the proposed method to the output voltage regulation of an uninterruptible power supply (UPS). Simulation results using the software MATLAB and PSIM are presented and the closed loop system performance is verified based on the IEC 62040-3 standard. The obtained results are compared to a LMI-based robust design method presented in the repetitive control literature.

Keywords: Periodic reference tracking, Frequency response, Stability margins, Repetitive controller, Phase lead controller, Uninterruptible power supply.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura nº 1-	Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.	21
Figura nº 2-	Diagrama de Bode de $C_{rs}(j\omega)$ para $\omega_0 = 10$ rad/s.	24
Figura nº 3-	Diagrama de blocos do controlador repetitivo.	24
Figura nº 4-	Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$ para $\omega_0 = 10$ rad/s.	25
Figura nº 5-	Diagrama de blocos do controlador repetitivo com filtro $Q(s)$	26
Figura nº 6-	Diagrama de Bode do controlador repetitivo para diferentes valores de ω_c	26
Figura nº 7-	Diagrama de blocos de $C_{rp}(s)$ com ganho direto K_r	27
Figura nº 8-	Interpretação gráfica do valor de M_s	30
Figura nº 9-	Diagrama de Bode do controlador repetitivo para diferentes valores de ω_c e $\omega_0 = 10$ rad/s.	34
Figura nº 10-	Fase de $C_{rp}(s)$ e a envoltória inferior.	35
Figura nº 11-	Contribuição de fase do controlador repetitivo em função da razão $m\omega_0/\omega_c$	37
Figura nº 12-	Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ explicitando ω_{max} e $m\omega_0$	38
Figura nº 13-	Diagrama de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$	39
Figura nº 14-	Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$	39
Figura nº 15-	Diagrama de Bode de $G(j\omega)$	43
Figura nº 16-	Diagrama de Bode de $\hat{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando a magnitude em $\omega = m_d\hat{\omega}_0$	43
Figura nº 17-	Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade obtidas.	44
Figura nº 18-	Diagramas de Bode dos processos $G_1(j\omega)$ e $G_2(j\omega)$	45
Figura nº 19-	Diagrama de Bode de $C_{2rp}(j\omega)G_2(j\omega)$ com a correção no elemento de atraso, apresentando as margens de fase e de ganho.	47
Figura nº 20-	Sinal de saída da planta $G_1(s)$ para $A = 1$	47
Figura nº 21-	Sinal de saída da planta $G_2(s)$ para $A = 1$	48
Figura nº 22-	Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$	48
Figura nº 23-	Espectros de frequência do sinal triangular e dos sinais de saída das plantas $G_1(s)$ e $G_2(s)$ com a correção no termo de atraso do controlador proposta na equação (23).	49
Figura nº 24-	Diagrama de Bode de um controlador em avanço com $\alpha_L = 0,1$ e $T_L = 1$	52
Figura nº 25-	Malha de controle evidenciando $G_L(s)$ e C_{rL}	53
Figura nº 26-	Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ apresentando as frequências ω_{max} e ω_π	56
Figura nº 27-	Diagrama de Bode de $G_{1L}(j\omega)$ apresentando as frequências $m\omega_0$, ω_{max} e ω_π	56

Figura n° 28- Respostas em frequência do sistema controlado apresentando as margens de estabilidade e largura de banda obtidas com e sem o uso do controlador de avanço de fase.	57
Figura n° 29- Diagrama de Bode de $G_2(j\omega)$ apresentando a frequência de escolha para ω_L	58
Figura n° 30- Diagrama de Bode de $G_{2L}(j\omega)$	59
Figura n° 31- Sinais de saída do processo $G_1(s)$ em malha fechada com e sem o bloco de avanço de fase.	60
Figura n° 32- Sinais de saída do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem o bloco de avanço de fase.	60
Figura n° 33- Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ em malha fechada, comparando-se o desempenho obtido com a inserção do bloco de avanço de fase.	61
Figura n° 34- Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ apresentando a magnitude do processo na frequência $\tilde{\omega}_0$	64
Figura n° 35- Comparação da resposta em frequência dos controladores repetitivos com e sem bloco de avanço de fase projetados para $G_1(s)$	65
Figura n° 36- Diagrama de Bode de $G_{1L2}(j\omega)$ destacando as frequências ω_{max} e $m\omega_0 = 3,14$ rad/s.	66
Figura n° 37- Diagrama de Bode de $C_{1rL2}(j\omega)$ destacando a magnitude na frequência $\tilde{\omega}_0 = 1,57$ rad/s.	67
Figura n° 38- Comparação da resposta em frequência dos controladores repetitivo com e sem bloco de avanço de fase projetados para $G_2(s)$	68
Figura n° 39- Sinais de saída do processo $G_1(s)$ em malha fechada com 1 e 2 blocos de avanço de fase - projeto baseado no erro em regime permanente.	69
Figura n° 40- Sinais de saída do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase - projeto baseado no erro em regime permanente.	69
Figura n° 41- Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ em malha fechada - projeto baseado no erro em regime permanente.	70
Figura n° 42- Espectros de frequência do sinal de referência triangular e dos sinais de erro do processo $G_1(s)$ em malha fechada com 1 e 2 blocos de avanço de fase.	70
Figura n° 43- Espectros de frequência do sinal de referência triangular e dos sinais de erro do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase.	71
Figura n° 44- Circuito elétrico <i>UPS</i>	74
Figura n° 45- Cargas conectadas à saída de uma <i>UPS</i> monofásica para testes.	76
Figura n° 46- Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com os controladores aplicados.	77
Figura n° 47- Diagrama de Bode de $G(j\omega)$	79
Figura n° 48- Diagramas de Bode de $\tilde{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ e $\hat{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$	80
Figura n° 49- Diagramas de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$	81
Figura n° 50- Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$ apresentando a magnitude na frequência $3\omega_0$	82
Figura n° 51- Diagramas de Bode de $G_L(j\omega)$ e $C_{rL}(j\omega)G(j\omega)$	82
Figura n° 52- Diagramas de Bode de $C_{rL1}(j\omega)G(j\omega)$ e $C_{rL1}(j\omega)$	84
Figura n° 53- Diagrama de Bode de $C_{rL1}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade para o modelo de admitância mínima.	85

Figura n° 54- Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo sem BAF.	86
Figura n° 55- Sinais de tensão de saída do processo com o CRAF.	86
Figura n° 56- Sinais de tensão de saída do processo com o CRAF - K_r modificado.	87
Figura n° 57- Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o controlador repetitivo sem BAF.	87
Figura n° 58- Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o CRAF.	87
Figura n° 59- Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o CRAF - K_r modificado.	88
Figura n° 60- Sinais de controle do controlador repetitivo sem BAF.	88
Figura n° 61- Sinais de controle do controlador repetitivo o CRAF.	89
Figura n° 62- Sinais de controle do controlador repetitivo o CRAF - K_r modificado.	89
Figura n° 63- Diagrama de Bode de $\bar{G}(j\omega)$	91
Figura n° 64- Diagramas de Bode de $\hat{C}_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ e $C_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$	91
Figura n° 65- Diagramas de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ e $C_{rp1}^i(j\omega)$	92
Figura n° 66- Diagrama de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade para o modelo de admitância mínima com realimentação de corrente.	93
Figura n° 67- Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo com realimentação de corrente.	95
Figura n° 68- Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo com realimentação de corrente - K_r modificado.	96
Figura n° 69- Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com realimentação de corrente.	96
Figura n° 70- Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com realimentação de corrente - K_r modificado.	97
Figura n° 71- Sinais de controle do controlador repetitivo com realimentação de corrente.	97
Figura n° 72- Sinais de controle do controlador repetitivo com realimentação de corrente - K_r modificado.	97
Figura n° 73- Sinais de tensão e corrente de saída e perfil transitório de tensão de saída para o controlador projetado pela solução da <i>LMI</i> com $\omega_c = 645$ rad/s.	99
Figura n° 74- Sinais de tensão e corrente de saída e perfil transitório de tensão de saída para o controlador projetado pela solução da <i>LMI</i> com $\omega_c = 1.215,6$ rad/s.	100

LISTA DE TABELAS

Tabela n° 1-	Parâmetros de sintonia e desempenho do controlador repetitivo aplicados nas plantas $G_1(s)$ e $G_2(s)$	47
Tabela n° 2-	Parâmetros de sintonia e desempenho dos controladores para os processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ com e sem bloco de avanço de fase.	59
Tabela n° 3-	Parâmetros de sintonia e desempenho dos controladores para os processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ - projeto baseado no erro em regime permanente.	68
Tabela n° 4-	Valores numéricos dos parâmetros da <i>UPS</i>	75
Tabela n° 5-	Níveis de tensão e corrente por componente harmônica.	78
Tabela n° 6-	Magnitudes mínimas do controlador repetitivo sem realimentação de corrente por componente harmônica.	79
Tabela n° 7-	Parâmetros de sintonia e margens de estabilidade dos controladores repetitivos, com e sem BAF.	84
Tabela n° 8-	Magnitude dos controladores repetitivos, com e sem BAF, nas componentes harmônicas ímpares de ω_0	84
Tabela n° 9-	Desempenho estático dos controladores repetitivos, com e sem BAF, em termos da tensão de saída <i>RMS</i> , <i>TDH</i> e <i>IDHs</i> para 100% de carga não-linear.	85
Tabela n° 10-	Magnitudes necessárias do controlador repetitivo com realimentação de corrente por componente harmônica.	90
Tabela n° 11-	Parâmetros de sintonia e margens de estabilidade dos controladores repetitivos.	93
Tabela n° 12-	Magnitude do controlador repetitivo com realimentação de corrente nas componentes harmônicas ímpares de ω_0	94
Tabela n° 13-	Desempenho em regime permanente para o controlador repetitivo com realimentação de corrente, em termos da tensão de saída <i>RMS</i> , <i>TDH</i> e <i>IDHs</i> para 100% de carga não linear.	94
Tabela n° 14-	Comparação do desempenho em regime permanente para os controladores repetitivos, em termos da tensão de saída <i>RMS</i> , <i>TDH</i> e <i>IDHs</i> para 100% de carga não linear. Os valores descritos por '-' representam ausência de informação.	98

LISTA DE ABREVIATURAS

BAF	Bloco de avanço de fase
CAF	Controlador de avanço de fase
CBA	Congresso Brasileiro de Automática
CRAF	Controlador repetitivo em série com bloco de avanço de fase
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i>
IGBTs	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
IHD	<i>Individual Harmonic Distortion</i>
JCAE	<i>Journal of Control, Automation and Electrical Systems</i>
LIT	Linear Invariante no Tempo
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
MF	Margem de Fase
MG	Margem de Ganho
PID	Proporcional Integral Derivativo
PMI	Princípio do Modelo Interno
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

\forall	Para todos
\in	Pertence à
\mathbb{R}	Conjunto dos números reais
\mathbb{R}^+	Conjunto dos números reais positivos
\mathbb{Z}	Conjunto dos números inteiros
$\sum_{k=a}^b$	Somatório de $k = a$ à $k = b$
τ	Período fundamental
$\hat{\tau}$	Período fundamental corrigido
ω_0	Frequência fundamental
$\hat{\omega}_0$	Frequência fundamental corrigida
ω_π	Frequência de cruzamento de fase de -180°
ω_{0dB}	Frequência de cruzamento de ganho unitário (0 dB)
$ C(j\omega) $	Magnitude da função de transferência $C(s)$ na frequência ω
$\angle C(j\omega)$	Fase da função de transferência $C(s)$ na frequência ω
$C_{rp}(s)$	Função de transferência do controlador repetitivo
$Q(s)$	Função de transferência do filtro passa-baixas
ω_c	Frequência de corte do filtro passa-baixas $Q(s)$
K_r	Ganho direto do controlador repetitivo
$C_L(s)$	Função de transferência do bloco de avanço de fase
$C_{rL}(s)$	Função de transferência do controlador repetitivo em série com o bloco de avanço de fase
ϕ_d	Margem de fase desejada
n	Ordem da componente harmônica
n_a	Número de períodos até acomodação
e_∞	Valor máximo do sinal de erro após atingida a acomodação
e_∞^n	Valor máximo do sinal de erro após atingida a acomodação associado à componente de n -ésima harmônica

ϕ_L	Máxima fase do bloco de avanço de fase
ω_L	Frequência de ocorrência de ϕ_L
M_d	Magnitude mínima necessária do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0$ para se atingir e_∞^n

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
2.1	Conceitos básicos	20
2.1.1	Sinais de natureza periódica	20
2.1.2	Sistemas realimentados	21
2.1.3	Seguimento e rejeição de sinais periódicos	22
2.2	Projeto de Controladores no Domínio da Frequência	28
2.2.1	Margens de Estabilidade	29
2.2.2	Relações entre funções de sensibilidade e margens de estabilidade	30
2.2.3	Projeto de controladores no domínio frequencial	31
2.3	Considerações Finais	31
3	PROJETO DE CONTROLADORES REPETITIVOS BASEADOS EM REQUISITOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	33
3.1	Sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo	33
3.1.1	Resposta em frequência de controladores repetitivos	33
3.1.2	Escolha dos parâmetros ω_c e K_r	35
3.1.3	Correção na frequência de ocorrência do pico de ressonância	40
3.2	Processos que não possuem ω_{max}	40
3.2.1	Sintonia de ω_c e K_r	41
3.2.2	Exemplo de aplicação	42
3.3	Simulações	44
3.4	Considerações Finais	49
4	CONTROLADOR REPETITIVO COM AVANÇO DE FASE	51
4.1	Controlador de Avanço de Fase	51
4.2	Controlador Repetitivo com Bloco de Avanço de Fase	53
4.2.1	Sintonia dos Parâmetros	53
4.2.2	Exemplo de aplicação	55
4.3	Simulações	57
4.4	Projeto baseado no erro em regime permanente	60
4.4.1	Análise do erro em regime permanente	62
4.4.2	Metodologia de Projeto	62
4.4.3	Exemplo de Aplicação	63
4.4.4	Simulações	66
4.5	Considerações Finais	71

5	ESTUDO DE CASO: SISTEMAS UPS	73
5.1	Modelo matemático da UPS	73
5.1.1	Valores numéricos	75
5.2	Descrição da simulação	75
5.3	Projeto do sistema de controle	76
5.3.1	Requisitos de Desempenho em Regime Permanente da norma IEC 62040-3	77
5.3.2	Controlador repetitivo sem realimentação de corrente	78
5.3.3	Resultado das Simulações	84
5.3.4	Controlador repetitivo com realimentação de corrente	89
5.3.5	Resultado das Simulações	93
5.4	Comparação com Resultados da Literatura	98
5.5	Considerações Finais	99
6	CONCLUSÃO	101
	REFERÊNCIAS	104

1 INTRODUÇÃO

Seguimento de referências e rejeição de distúrbios são assuntos amplamente abordados no campo de Sistemas de Controle, uma vez que são requisitos comuns em diversas aplicações práticas. Citam-se alguns exemplos, como o seguimento de trajetórias de manipuladores robóticos industriais (KHAN; LI; LUO, 2020; NICOLIS; ALLEVI; ROCCO, 2020) e de aeronaves não tripuladas (INVERNIZZI; LOVERA; ZACCARIAN, 2020; LIU *et al.*, 2020), rejeição de distúrbios por atuadores piezoelétricos (WEI *et al.*, 2020; LI *et al.*, 2021; LING *et al.*, 2021), inversores em fontes ininterruptas de energia (UPS) (HE *et al.*, 2020; MAJMUNOVIC; DRAGICEVIC; BLAABJERG, 2020; CASEIRO; MENDES; CRUZ, 2020), entre outros.

Casos especiais, em que a referência ou distúrbio são de natureza periódica, controladores comumente empregados, como o Proporcional, Integral e Derivativo (PID), podem não garantir o desempenho esperado. Do ponto de vista teórico, o Princípio do Modelo Interno (PMI) estabelece condições para o seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos com erro nulo (FRANCIS; WONHAM, 1975). A interpretação frequencial do PMI estabelece que, assegurada a estabilidade de malha fechada, faz-se necessário que o controlador contribua com magnitude infinita nas frequências de interesse para se obter erro de seguimento nulo e rejeição completa dos distúrbios.

Neste contexto, controladores que se baseiam no PMI se destacam em aplicações de seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos, como é o caso dos controladores ressonantes e múltiplos ressonantes (PEREIRA *et al.*, 2014; PENG *et al.*, 2017; HUSEV *et al.*, 2020). Porém, estes controladores podem apresentar elevada ordem e sintonia complexa, pois para cada componente frequencial presente nos sinais que se deseja seguir e/ou rejeitar deve-se incluir no controlador um modo ressonante de segunda ordem, com até três parâmetros de sintonia.

A fim de diminuir a ordem do controlador e o número de parâmetros de sintonia quando o objetivo é seguir/rejeitar sinais com elevado conteúdo harmônico, foram propostos os chamados controladores repetitivos (INOUE; NAKANO; IWAI, 1981). Estes controladores apresentam uma estrutura simples, baseada na inserção de um elemento de atraso correspondente ao período fundamental do sinal de interesse em um laço de reali-

mentação positiva. Tais controladores apresentam em sua resposta em frequência infinitos picos de ressonância localizados em frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental que se deseja seguir e/ou rejeitar. Contudo, estes infinitos picos de magnitude causam a amplificação de ruídos e problemas de estabilização, contornados pela inserção de um filtro passa-baixas de primeira ordem em série com o elemento de atraso (HARA *et al.*, 1988). Desta maneira, a frequência de corte deste filtro torna-se um dos parâmetros a ser sintonizado no projeto de controladores repetitivos. A escolha desta frequência de corte é muitas vezes associada à faixa de operação do processo controlado ou obtida a partir de métodos complexos de otimização, como realizado em (SHE *et al.*, 2012).

O projeto de controladores repetitivos não é trivial devido ao elemento de atraso introduzido na malha de controle. Em (MITREVSKA *et al.*, 2018) é apresentado um método frequencial de projeto de controladores repetitivos em série com bloco de avanço de fase. Nesta referência, é desenvolvido um método sistemático, baseado em conceitos básicos da teoria de controle, porém o autor não se aprofunda no projeto do filtro passa baixas. Em (CHEN; ZHANG, 2009) é proposto um problema de otimização não linear para sintonia dos parâmetros de controladores repetitivos em série com bloco de avanço de fase. Um ponto positivo desta metodologia é que ferramentas de solução de problemas de otimização são amplamente difundidas. Em contrapartida, o problema de otimização é não-convexo, por ser não linear, podendo até mesmo não ter solução.

Em (FLORES *et al.*, 2016), apresenta-se a sintonia de controladores repetitivos a partir de um problema de otimização sujeito a uma restrição *LMI* (*Linear Matrix Inequalities*). Novamente, métodos de solução de problemas de otimização, incluindo os com restrições *LMIs*, são amplamente difundidos. Porém, a solução proposta faz uso de uma realimentação de estados da planta em conjunto com o controlador repetitivo, os quais podem não estar disponíveis dependendo da aplicação. Outro ponto negativo desta metodologia é a ausência de uma forma sistemática de obtenção da frequência de corte do filtro passa-baixas, sendo este um parâmetro definido a priori baseado na experiência do projetista.

Em (ZIMANN *et al.*, 2019) é desenvolvido um projeto baseado numa transformação de domínio aplicado a sinais trifásicos. É proposto um controlador repetitivo no domínio da transformada, cujo projeto e análise de estabilidade são realizados a partir do diagrama de Nyquist. Pode-se citar como desvantagem deste tipo de método a necessidade de se aplicar a transformada nos sinais de entrada do controlador e a posterior aplicação da transformada inversa no sinal de controle, o que geralmente é custoso computacionalmente.

A partir destas referências, verificam-se que novos métodos de projeto surgem conforme a necessidade de se garantir desempenhos cada vez melhores nos sistemas de controle. Ainda assim, diversas ferramentas clássicas de projeto continuam sendo aplicadas recentemente, como é o caso dos métodos de resposta em frequência (MOSSMANN; PEREIRA; GOMES DA SILVA JR., 2019; CHEN *et al.*, 2021; BORLEA *et al.*, 2020;

ELKAYAM; KUPERMAN, 2020). Esta ferramenta clássica de projeto traduz requisitos temporais e/ou de estabilidade em especificações do domínio da frequência, como é o caso das margens de fase e de ganho. Com o surgimento de novos tipos e topologias de controladores, é possível desenvolver novas metodologias para o projeto de controladores, tendo-se como base esta ferramenta clássica.

Verifica-se na literatura que, em certas aplicações, o controlador repetitivo é utilizado em conjunto com compensadores de avanço de fase para melhoria de desempenho em malha fechada. Podem-se citar trabalhos como (JAMIL *et al.*, 2020), em que o compensador de avanço de fase é utilizado para garantia de estabilidade do sistema. Em (STRAS *et al.*, 2020) insere-se o controlador de avanço de fase na malha de controle para melhora da velocidade de resposta do sistema e aumento da robustez.

Fontes ininterruptas de energia, também chamadas de *UPS* (do inglês *Uninterruptible Power Supply*), são equipamentos utilizados para o fornecimento de energia elétrica. Do ponto de vista de sistemas de controle, este sistema pode ser modelado como um processo cuja saída deve seguir uma referência senoidal (tensão da rede elétrica) enquanto rejeita distúrbios harmônicos de natureza periódica. Por esta razão, diversos trabalhos utilizam controladores repetitivos para solução do problema de seguimento de referência e rejeição de distúrbios do sinal de saída da *UPS* (FLORES *et al.*, 2016; LORENZINI *et al.*, 2018; BAEK; CHO; YEO, 2019). Desta maneira, será realizado um estudo de caso onde aplica-se o método proposto para projeto de controladores repetitivos em uma fonte ininterrupta de energia, avaliando o desempenho obtido para validação da metodologia proposta.

Com base no que foi exposto, apresentam-se os objetivos geral e específicos deste trabalho:

- Objetivo geral:
 - Propor uma metodologia sistemática para sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo visando a obtenção de margens de estabilidade;
- Objetivos específicos:
 - Determinação dos parâmetros do controlador repetitivo, frequência de corte do filtro passa-baixas e ganho direto, baseado na resposta em frequência de processos.
 - Melhoria de desempenho do processo considerando controladores de avanço de fase;
 - Propor uma métrica de projeto que visa a obtenção de um limitante superior para o erro em regime permanente e obtenção das margens de estabilidade;
 - Realizar um estudo de caso, aplicando o método proposto para projeto de controladores em um sistema do tipo *UPS*;

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 se encontram as bases teóricas utilizadas para o desenvolvimento deste trabalho. No Capítulo 3 propõe-se uma metodologia para sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo baseada na resposta em frequência de processos, apresentando exemplos de aplicação do método para diferentes classes de processos. No Capítulo 4 é proposta a inserção de um bloco de avanço de fase em série com o controlador repetitivo na malha de controle para melhoria do desempenho do sistema. Apresenta-se ainda, neste capítulo, uma métrica de projeto cujo objetivo é a obtenção de um limite superior para o erro em regime permanente. Por fim, no Capítulo 5 realiza-se um estudo de caso, aplicando o método de projeto de controladores repetitivos proposto, avaliando seu desempenho a partir dos requisitos definidos pela norma IEC 62040-3. Discute-se o desempenho obtido ao realizar uma comparação de resultados com um trabalho presente na literatura, o qual utiliza uma metodologia clássica para projeto de controladores repetitivos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, serão abordados os fundamentos teóricos utilizados neste trabalho. Inicialmente, são apresentadas as definições de sinais periódicos e as características frequenciais necessárias que um controlador em um sistema realimentado deve possuir para garantia de seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos, apresentando dois tipos de controladores presentes na literatura que possuem tais características. Em seguida, são tratados conceitos relativos a projetos no domínio frequencial, estabelecendo critérios de estabilidade e robustez. Finaliza-se por estabelecer relações entre parâmetros da resposta em frequência com parâmetros da resposta temporal.

2.1 Conceitos básicos

2.1.1 Sinais de natureza periódica

Sinais de natureza periódica são sinais que possuem uma característica que se repete a cada período de tempo. Assim, define-se um sinal periódico como sendo

$$f(t) = f(t + \tau) \forall t \in \mathbb{R}, \tau \in \mathbb{R}^+, \quad (1)$$

O menor valor de τ que satisfaz (1) é chamado de período fundamental de $f(t)$. Exemplos de sinais periódicos mais comuns são sinais senoidais, ondas triangulares e dentes de serra, entre outros.

Sinais periódicos podem ser representados através de uma soma ponderada de senoídes complexas (HAYKIN; VAN VEEN, 2001). Esta representação é feita através da Série de Fourier, onde cada senoíde da soma possui uma frequência múltipla inteira da frequência fundamental do sinal. Assim, um sinal periódico pode ser representado pela Série de Fourier como

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} F[k] e^{jk\omega_0 t}, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad (2)$$

onde $\omega_0 = 2\pi/\tau$. Os coeficientes $F[k]$ são calculados como

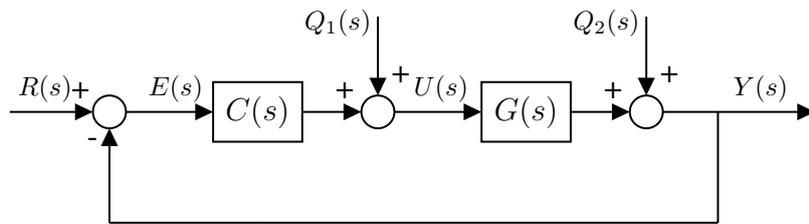
$$F[k] = \frac{1}{\tau} \int_{(\tau)} f(t) e^{-jk\omega_0 t} dt, \quad (3)$$

sendo esta uma integral sobre um período do sinal $f(t)$. Diz-se que $f(t)$ e $F[k]$ são pares da Série de Fourier, pois tendo-se um pode se determinar o outro utilizando as relações apresentadas nas equações (2) e (3). A representação pelos coeficientes da Série de Fourier é conveniente pois descreve o conteúdo harmônico do sinal estudado, apresentando vantagens para análise frequencial de sinais e sistemas.

2.1.2 Sistemas realimentados

Um sistema que mantém uma relação desejada entre a saída e uma entrada de referência a partir da comparação de ambas, utilizando da sua diferença como meio de controle, é chamado de sistema realimentado (OGATA, 1997). Em termos práticos, um sistema em malha fechada com realimentação negativa pode ser descrito como apresentado na Figura 1.

Figura 1 – Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Neste trabalho, serão desenvolvidas metodologias considerando processos e controladores lineares invariantes no tempo (LIT), cujas funções de transferência são representadas por $G(s)$ e $C(s)$ respectivamente. Os sinais $R(s)$, $E(s)$, $U(s)$, $Q_1(s)$, $Q_2(s)$, e $Y(s)$, representam as Transformadas de Laplace dos sinais de referência, erro de seguimento de referência, controle, distúrbio de entrada, distúrbio de saída e saída do processo.

Com base na Figura 1, apresentam-se a seguir as funções de transferência de malha fechada para os sistemas estudados neste trabalho. A função de transferência entre a referência e a saída do sistema é dada por:

$$T_r(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}, \quad (4)$$

chamada de função de transferência de malha fechada. Da mesma forma, as funções de transferência dos distúrbios $Q_1(s)$ e $Q_2(s)$ para a saída do sistema $Y(s)$ são dadas por

$$T_{Q_1}(s) = \frac{Y(s)}{Q_1(s)} = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}. \quad (5)$$

e

$$T_{Q_2}(s) = \frac{Y(s)}{Q_2(s)} = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}. \quad (6)$$

Pelo fato do sistema ser LIT, obtêm-se os sinais de saída $Y(s)$ e erro $E(s)$ como:

$$Y(s) = T_r(s)R(s) + T_{Q_1}(s)Q_1(s) + T_{Q_2}(s)Q_2(s) \quad (7)$$

e

$$E(s) = R(s) - Y(s) = (1 - T_r(s))R(s) - T_{Q_1}(s)Q_1(s) - T_{Q_2}(s)Q_2(s). \quad (8)$$

2.1.3 Seguimento e rejeição de sinais periódicos

Considere inicialmente uma referência ou distúrbio puramente senoidal de frequência ω_0 . Para que haja seguimento de referência com erro nulo em regime permanente, o sinal de saída deve possuir mesma amplitude e fase que o sinal de entrada. Já para a rejeição de um sinal de distúrbio de entrada ou saída com as mesmas características, deve-se garantir saída nula para que haja erro nulo em regime.

Do ponto de vista frequencial, traduzem-se estas exigências para as funções de transferência de malha fechada em termos do módulo e do ângulo de fase. Assim, para que haja seguimento de referência senoidal com erro nulo, deve-se garantir que

$$|T_r(j\omega_0)| = \left| \frac{C(j\omega_0)G(j\omega_0)}{1 + C(j\omega_0)G(j\omega_0)} \right| = 1, \quad \angle T_r(j\omega_0) = 0^\circ, \quad (9)$$

ou seja, o processo mantém o mesmo módulo e fase do sinal de referência. Já para rejeição de distúrbios, têm-se

$$|T_{Q_1}(j\omega_0)| = \left| \frac{G(j\omega_0)}{1 + C(j\omega_0)G(j\omega_0)} \right| = 0 \quad (10)$$

e

$$|T_{Q_2}(j\omega_0)| = \left| \frac{1}{1 + C(j\omega_0)G(j\omega_0)} \right| = 0 \quad (11)$$

Nota-se que as condições (9),(10) e (11) são satisfeitas quando $|C(j\omega_0)G(j\omega_0)| = \infty$ e $|C(j\omega_0)| = \infty$. Assim, infere-se que pode se garantir seguimento de referência e/ou rejeição de distúrbio com erro nulo em regime se o controlador apresentar magnitude infinita na frequência ω_0 e que não ocorram cancelamentos de polos do controlador com zeros da planta nesta frequência.

Da mesma maneira, esta análise pode ser estendida para referências periódicas que podem ser expressas como Séries de Fourier. Desta forma, para garantia de seguimento de referência e/ou completa rejeição de distúrbio, o controlador deve apresentar magnitudes infinitas em todas as frequências presentes na decomposição por Série de Fourier do sinal a ser seguido e/ou rejeitado.

Este tipo de análise vai de encontro com o Princípio do Modelo Interno (PMI) (FRANCIS; WONHAM, 1975). Segundo este princípio, um sistema em malha fechada estável segue um sinal de referência e/ou rejeita um sinal de distúrbio assintoticamente caso o controlador ou o processo apresentem a capacidade de gerar um sinal em regime permanente com as mesmas características frequenciais destes sinais. Frequentemente, esta

capacidade é observada pela presença dos ganhos infinitos nas frequências descritas anteriormente.

Na literatura clássica de Sistemas de Controle, dois tipos de controladores são usualmente empregados no seguimento e/ou rejeição de sinais periódicos, sendo eles o controlador ressonante, ou múltiplos ressonantes (PEREIRA *et al.*, 2014), e o controlador repetitivo (LORENZINI *et al.*, 2018).

2.1.3.1 Controlador Múltiplo Ressonante

Visando atender a condição de ganho infinito na frequência ω_0 , os controladores ressonantes são basicamente representados por

$$C_{rs}(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (12)$$

Note que $C_{rs}(s)$ em (12) possui um pico de magnitude infinita na frequência ω_0 , apresentado na resposta em frequência da Figura 2. Desta forma, este controlador atende às condições do PMI, dadas por (9) à (11). Para adicionar graus de liberdade na sintonia do controlador é inserido um par de zeros (PEREIRA *et al.*, 2014), resultando em

$$C_{rs}(s) = \frac{\beta_2 s^2 + \beta_1 s + \beta_0}{s^2 + \omega_0^2}. \quad (13)$$

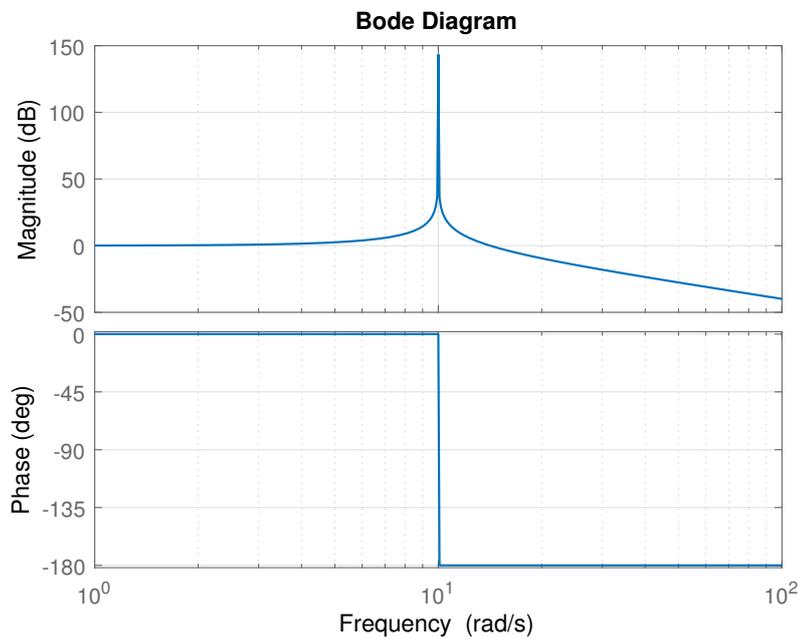
A mesma ideia pode ser utilizada para casos de sinais periódicos genéricos, como ondas triangulares, dente de serra, quadradas entre outras. Neste caso, a partir da análise da Série de Fourier, descrevem-se estes sinais como uma soma de infinitas senoides com frequências múltiplas inteiras da fundamental.

Assim, para garantia de seguimento e/ou rejeição de tais sinais, deve-se adicionar um controlador ressonante para cada senoide considerada na descrição do sinal. Neste caso, emprega-se o denominado controlador múltiplo ressonante, com função de transferência dada por:

$$C_{mrs}(s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_{3k-1} s^2 + \beta_{3k-2} s + \beta_{3k-3}}{s^2 + \omega_{0k}^2} \quad (14)$$

Para cada controlador ressonante que se insere na malha de controle, adicionam-se também três parâmetros que devem ser sintonizados a fim de se garantir a estabilidade do sistema em malha fechada. Com o objetivo de evitar o uso de infinitos modos ressoantes, pode-se compensar apenas as N harmônicas mais significativas, às custas de um erro de seguimento residual decorrente das harmônicas não compensadas. Assim, para casos com N componentes senoidais que devem ser levadas em consideração são adicionados $3N$ parâmetros a serem sintonizados, elevando a complexidade de projeto deste tipo de controlador.

Figura 2 – Diagrama de Bode de $C_{rs}(j\omega)$ para $\omega_0 = 10$ rad/s.



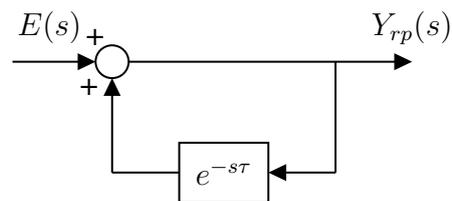
Fonte:

Elaborado pelo autor.

2.1.3.2 Controlador Repetitivo

O controlador repetitivo apresenta magnitude infinita em todas as em frequências múltiplas inteiras de $\omega_0 = 2\pi/\tau$. Esta característica é obtida ao se inserir um elemento de atraso em uma malha de realimentação positiva com o mesmo valor do período fundamental do sinal de interesse, conforme a Figura 3.

Figura 3 – Diagrama de blocos do controlador repetitivo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com base no diagrama anterior, a função de transferência entre o erro, $E(s)$, e a saída do controlador repetitivo, $Y_{rp}(s)$, é dada por

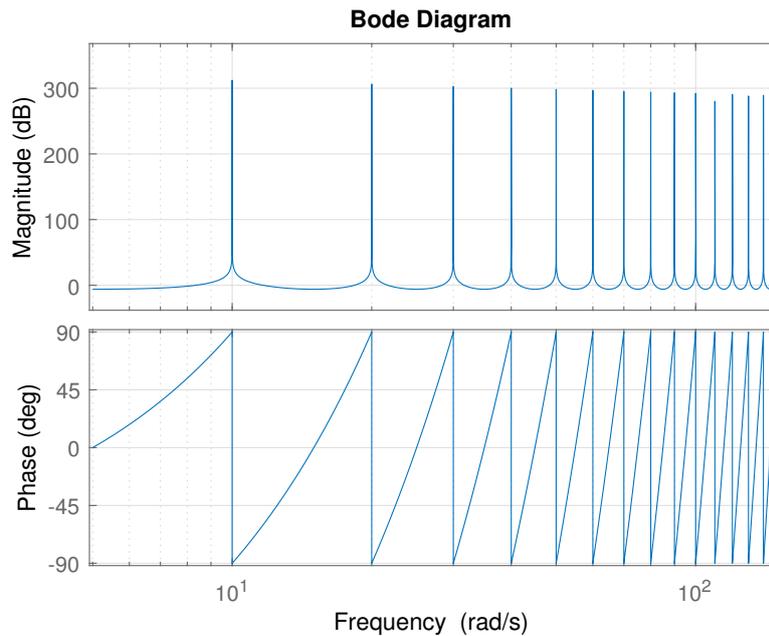
$$C_{rp}(s) = \frac{Y_{rp}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - e^{-s\tau}}. \quad (15)$$

Utilizando a identidade de Euler, $e^{j\omega} = \cos(\omega) + j\text{sen}(\omega)$, e a relação $s = j\omega$, reescreve-se (15) como

$$C_{rp}(j\omega) = \frac{1}{1 - e^{-j\omega\tau}} = \frac{1}{1 - \cos(\omega\tau) + j\text{sen}(\omega\tau)}. \quad (16)$$

Nota-se que, nas frequências múltiplas inteiras de ω_0 , $\cos(k2\pi) = 1$ e $\sin(k2\pi) = 0$, $\forall k \in \mathbb{Z}$, portanto $|C_{rp}(jk\omega_0)| = \infty$. Desta forma, caso o sistema seja estável em malha fechada, há garantia de seguimento e/ou rejeição de distúrbio de sinais periódicos nestas frequências pela presença das magnitudes infinitas. Apresenta-se na Figura 4 o diagrama de Bode do controlador repetitivo (16).

Figura 4 – Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$ para $\omega_0 = 10$ rad/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A presença do elemento de atraso na malha de controle pode levar à instabilidades do sistema em malha fechada. Em conjunto com o problema de estabilização, a presença de ganhos infinitos em altas frequências excita dinâmicas não modeladas e de ruídos de processo, podendo comprometer o desempenho do sistema em malha fechada (FLORES *et al.*, 2011).

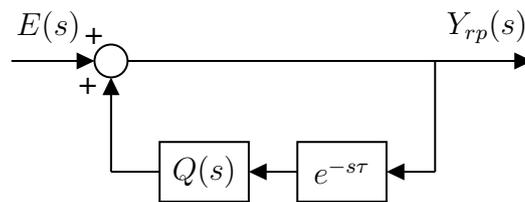
Uma forma de contornar este problema foi proposta por (HARA *et al.*, 1988) com a inserção de um filtro passa-baixas de primeira ordem em série com o elemento de atraso na malha de realimentação positiva. Apresenta-se em seguida, na Figura 5, o diagrama de blocos da malha de controle com a introdução deste filtro, com função de transferência dada por

$$Q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c}, \quad (17)$$

onde ω_c é a frequência de corte do filtro. Esta frequência é um parâmetro livre a ser determinado na etapa de projeto do controlador.

Com a introdução do filtro $Q(s)$, a função de transferência do controlador repetitivo se torna:

Figura 5 – Diagrama de blocos do controlador repetitivo com filtro $Q(s)$.

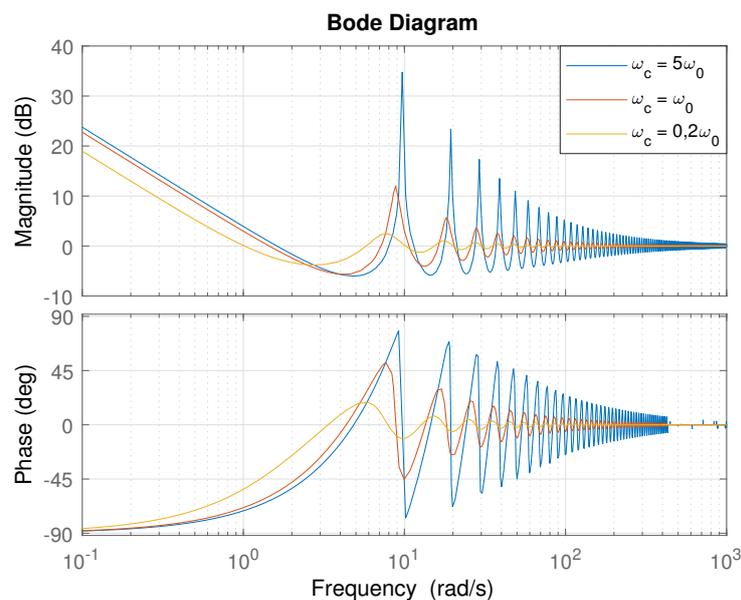


Fonte: Elaborado pelo autor.

$$C_{rp}(s) = \frac{Y_{rp}(s)}{E(s)} = \frac{1}{1 - Q(s)e^{-s\tau}}. \quad (18)$$

Na Figura 6 é apresentado o diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$ para diferentes valores de ω_c com $\omega_0 = 10$ rad/s. Nota-se que ao diminuir o valor da frequência de corte do filtro, há uma diminuição da curva de magnitude nas harmônicas múltiplas da frequência fundamental. Além disso, o filtro também é responsável por deslocar a frequência em que se encontram estes picos, diminuindo ainda mais a contribuição de ganho desejado nas frequências múltiplas inteiras de ω_0 . Desta forma, (LORENZINI *et al.*, 2015) propõe uma correção no valor do elemento de atraso do controlador repetitivo, de tal forma a se compensar o deslocamento dos picos de ressonante da sua curva de magnitude.

Figura 6 – Diagrama de Bode do controlador repetitivo para diferentes valores de ω_c .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assuma um controlador repetitivo dado por

$$\hat{C}_{rp}(s) = \frac{1}{1 - Q(s)e^{-s\hat{\tau}}}. \quad (19)$$

Nesse caso, o objetivo é determinar o valor de $\hat{\tau}$ tal que

$$1 - Q(j\omega_0)e^{-j\omega_0\hat{\tau}} = 0. \quad (20)$$

Da condição (20), conclui-se que

$$\angle Q(j\omega_0)e^{-j\omega_0\hat{\tau}} = -2\pi. \quad (21)$$

Substituindo $Q(j\omega_0) = \frac{\omega_c}{j\omega_0 + \omega_c}$ em (21), obtém-se

$$-atan\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) - \omega_0\hat{\tau} = -2\pi, \quad (22)$$

o qual implica em

$$\hat{\tau} = -\frac{1}{\omega_0} \left(atan\left(\frac{\omega_0}{\omega_c}\right) - 2\pi \right). \quad (23)$$

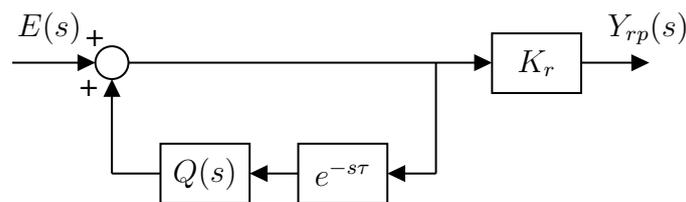
Uma relação para $\hat{\tau}$ que corrige o posicionamento para outras harmônicas que não a fundamental pode ser encontrada em (LORENZINI *et al.*, 2018).

Como forma de compensar a redução do ganho em algumas das harmônicas e/ou estabilizar o sistema, adiciona-se um ganho direto na saída do controlador, definido como K_r . Assim, a topologia final do controlador repetitivo abordado neste trabalho possui a seguinte função de transferência:

$$C_{rp}(s) = \frac{Y_{rp}(s)}{E(s)} = \frac{K_r}{1 - Q(s)e^{-s\tau}}. \quad (24)$$

e o diagrama de blocos desta estrutura é apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Diagrama de blocos de $C_{rp}(s)$ com ganho direto K_r .



Fonte: Elaborado pelo autor.

2.2 Projeto de Controladores no Domínio da Frequência

Uma das vantagens de se usar métodos baseados na resposta em frequência de processos é que se pode usar dados obtidos a partir de medidas do sistema físico. Assim, não há a necessidade do desenvolvimento de um modelo matemático para projeto de controladores.

Métodos de resposta em frequência foram desenvolvidos por volta de 1930 e 1940 por Nyquist, Bode, Nichols, entre outros. O critério de estabilidade de Nyquist permite o estudo das estabilidades absoluta e relativa de sistemas lineares em malha fechada a partir do conhecimento de sua resposta em frequência de malha aberta.

Observe que as funções de transferência de malha fechada (4) à (6) compartilham o mesmo denominador $1 + C(s)G(s)$. Assim, para que o sistema seja estável, as raízes de

$$1 + C(s)G(s) = 0 \quad (25)$$

devem residir no semi-plano esquerdo s . Substituindo-se $s = j\omega$ em (25), é possível reescrever esta condição em termos de magnitude e fase como sendo

$$|C(j\omega)G(j\omega)| = 1 \quad (26)$$

e

$$\angle C(j\omega)G(j\omega) = \pm\pi. \quad (27)$$

Teorema 1. (BAZANELLA; GOMES DA SILVA JR., 2005) *Considere um sistema de controle como na Figura 1, que nenhuma das funções de transferência no sistema tem polos com parte real positiva e que os ganhos estáticos de cada elemento do sistema são positivos, isto é, $C(0) > 0$ e $G(0) > 0$. Sejam as frequências ω_{0dB} e ω_π definidas como aquelas que satisfazem cada uma das equações a seguir:*

$$|C(j\omega_{0dB})G(j\omega_{0dB})| = 1 \quad (28)$$

e

$$\angle C(j\omega_\pi)G(j\omega_\pi) = -\pi. \quad (29)$$

Se

$$-\pi < \angle C(j\omega_{0dB})G(j\omega_{0dB}) < \pi. \quad (30)$$

e

$$|C(j\omega_\pi)G(j\omega_\pi)| < 1 \quad (31)$$

Então o sistema de controle é estável.

Durante o projeto através de métodos no domínio da frequência, conceitos de estabilidade, resposta transiente e erro em regime permanente são largamente empregados. Inicialmente, deve se empregar o critério de estabilidade de Nyquist para determinação da estabilidade do sistema. Neste trabalho serão apresentadas ferramentas para projeto de controladores repetitivos através da resposta em frequência de processos.

2.2.1 Margens de Estabilidade

A função de transferência do processo $G(s)$ é um modelo matemático que representa um comportamento linear do processo físico. Sendo assim, a resposta de um sistema real jamais será exatamente igual àquela prevista pelo modelo matemático. Por esta razão, é importante projetar o sistema de controle para que não somente este seja estável, mas que também esteja distante da condição limite de estabilidade, apresentando margens de segurança que garantam a estabilidade do sistema de controle real. Essas margens de segurança são chamadas de margens de estabilidade.

A distância da condição limite de estabilidade é avaliada na resposta em frequência de duas formas. A primeira é inferida a partir do valor do módulo da resposta em frequência. Considere o sistema de controle da Figura 1 com $C(s) = K_d \bar{C}(s)$, onde K_d é um ganho direto. Caso o valor de $|K_d \bar{C}(j\omega_\pi)G(j\omega_\pi)|$ seja inferior a 1, então o sistema é estável. Assim, a relação entre o valor limite e o valor do módulo do processo na frequência ω_π é uma medida de distância à instabilidade, chamada de margem de ganho.

Outra medida de robustez é obtida em função da curva de fase da resposta em frequência. O sistema estará no limite da estabilidade caso o valor de $\angle K_d \bar{C}(j\omega_{0dB})G(j\omega_{0dB})$ seja -180° . Se nesta frequência a fase for maior que -180° , então o sistema será estável. Esta diferença entre o valor da fase e seu valor limite para instabilidade é chamada de margem de fase.

Definem-se então as margens de ganho e fase a seguir:

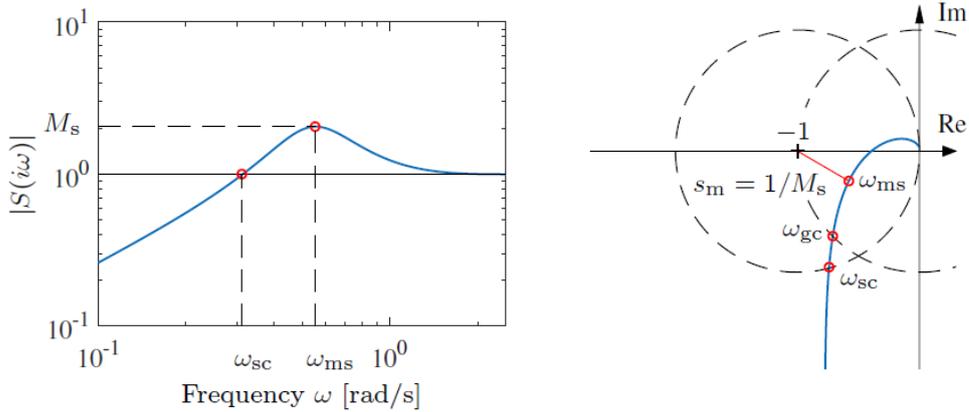
Definição 1. (BAZANELLA; GOMES DA SILVA JR., 2005) *Sejam ω_{0dB} e ω_π as frequências de cruzamento de ganho e fase definidas em (28) e (29). A margem de ganho é o máximo fator multiplicativo pelo qual o ganho K_d ainda poderia ser aumentado sem que o sistema realimentado perdesse a estabilidade. Então, a margem de ganho (MG) é dada por:*

$$MG = \frac{1}{K_d \bar{C}(j\omega_\pi)G(j\omega_\pi)} \quad (32)$$

A margem de fase é o máximo valor de que poderia ser subtraído da fase da função de laço sem que o sistema realimentado perdesse a estabilidade. Assim sendo, a margem de fase (MF) é dada por:

$$MF = 180^\circ + \angle K_d \bar{C}(j\omega_{0dB})G(j\omega_{0dB}) \quad (33)$$

Margens de ganho e de fase apropriadas garantem estabilidade contra variações do sistema, aportando robustez frente a incertezas de modelo. Estes dois valores limitam o comportamento do sistema operando em malha fechada próximo das frequências de cruzamento.

Figura 8 – Interpretação gráfica do valor de M_s .(a) Curva de magnitude de $S(j\omega)$ (b) Diagrama de Nyquist da função de transferência de malha aberta $L(j\omega)$.

Fonte: (ASTROM; MURRAY, 2008).

2.2.2 Relações entre funções de sensibilidade e margens de estabilidade

As funções de sensibilidade do sistema apresentam indicativos de robustez frente a incertezas de modelo e variações no processo. Dada a estrutura de controle apresentada no diagrama de blocos da Figura 1, a função de sensibilidade e sensibilidade complementar são dadas por

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (34)$$

e

$$T(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}, \quad (35)$$

onde $L(s) = C(s)G(s)$ é a função de transferência de malha aberta. Os valores de pico de magnitude das funções de transferência $S(s)$ e $T(s)$, definidos por M_s e M_t , são medidas da máxima amplificação de distúrbios (ASTROM; MURRAY, 2008).

As Figuras 8a e 8b ilustram graficamente o pico da curva de magnitude M_s para uma dada função de transferência $L(s)$. Reescrevendo (34) e calculando a magnitude, tem-se

$$|1 + L(s)| = \frac{1}{|S(s)|}. \quad (36)$$

Portanto, o pico de magnitude da função $S(s)$ corresponde ao inverso da menor distância da curva de Nyquist da função $L(s)$ ao ponto crítico $-1 + 0j$. Os valores das margens de estabilidade, tanto de ganho quanto de fase, impactam no valor de M_s , e, por consequência, na distância ao ponto crítico. Desta forma, o valor de M_s fornece informações da robustez do sistema de forma combinada entre ganho e fase.

Sendo assim, os valores de pico das funções de sensibilidade M_s e M_t podem ser utilizados como base para se avaliar o desempenho desejado do sistema em termos de

seguimento e/ou rejeição de sinais, além da robustez e estabilidade. Em (MORARI; ZAFIRIOU, 1989) são apresentadas relações entre M_s e as margens de ganho e fase, sendo estas dadas por

$$MG \geq \frac{M_s}{M_s - 1} \quad (37)$$

e

$$MF \geq 2 \arcsin \left(\frac{1}{2M_s} \right). \quad (38)$$

Para um desempenho e robustez satisfatória, a literatura clássica de Sistemas de Controle recomenda a utilização de valores de M_s e M_t entre 1 e 2, precisamente $1,2 < M_s < 2$ e $1 < M_t < 1,5$ (ASTROM; MURRAY, 2008; MORARI; ZAFIRIOU, 1989). Aplicando o limitante superior deste intervalo, $M_s = 2$, nas relações (37) e (38), obtêm-se os valores recomendados para margem de ganho $MG \geq 2$, ou $MG \geq 6$ dB, e para margem de fase $MF \geq 30^\circ$.

2.2.3 Projeto de controladores no domínio frequencial

O projeto no domínio da frequência consiste em ajustar o diagrama da resposta em frequência do sistema em malha aberta de forma a atender as especificações de margens de estabilidade e desempenho em regime permanente. Esse ajuste é realizado a partir da escolha de funções de transferência do controlador $C(s)$ que garantam a forma das curvas de resposta em frequências desejadas, processo chamado de *loop-shaping* (ASTROM; MURRAY, 2008).

Para realizar este tipo de projeto é importante analisar separadamente o efeito de cada componente da função de laço sobre a curva da resposta em frequência. Utilizar diagramas em escala logarítmica, como o diagrama de Bode, facilita na análise do efeito separado de cada componente devido à propriedade de adição dos logaritmos.

Dois controladores largamente aplicados a problemas de controle são os controladores em avanço e em atraso. Os controladores em atraso são comumente utilizados para referências constantes e para melhoria do desempenho em regime permanente, uma vez que introduzem ganhos em baixas frequências.

Por sua vez, os controladores em avanço são empregados para melhoria do desempenho transitório da resposta do sistema, uma vez que aumentam a largura de banda do processo. A metodologia para projeto de controladores repetitivos no domínio frequencial, que será apresentada neste trabalho, baseia-se nas etapas de sintonia destes dois tipos de controladores.

2.3 Considerações Finais

Neste capítulo, foram revisados conceitos referentes a sinais periódicos e as características frequenciais necessárias para que um sistema controlado garanta seguimento de

referência e/ou rejeição de distúrbios com erro nulo. Discutiui-se parâmetros que mensuram a robustez de sistemas a partir de sua resposta em frequência, bem como estratégias frequenciais de projeto de controladores, cujo objetivo é a obtenção de margens de estabilidade e determinado desempenho em regime permanente.

A partir destes conceitos, será apresentado no Capítulo seguinte uma metodologia de sintonia dos parâmetros de controladores repetitivos baseando-se na obtenção de margens de estabilidade. Serão discutidas as características frequenciais do controlador repetitivo, avaliando a influência de seus parâmetros em sua resposta em frequência, de tal forma a propor uma estratégia de sintonia dos parâmetros que garanta as margens de estabilidade dentro de uma faixa recomendada.

3 PROJETO DE CONTROLADORES REPETITIVOS BASEADOS EM REQUISITOS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Este capítulo apresenta uma metodologia para sintonia de controladores repetitivos baseado na resposta em frequência de processos, empregando como métrica de projeto as margens de estabilidade, semelhante ao apresentado em (MOSSMANN; PEREIRA; GOMES DA SILVA JR., 2019) para o projeto frequencial de controladores Proporcional-Ressonantes. Será determinada uma frequência máxima de seguimento de referências baseada nas curvas de fase do controlador repetitivo e do processo a ser controlado. A frequência de corte do filtro passa-baixas, presente na topologia do controlador, é escolhida de acordo com a margem de fase desejada.

Uma extensão do método será apresentada em seguida, uma vez que alguns processos não possuem características de fase que possibilitem a aplicação da metodologia desenvolvida. Processos que se enquadram neste caso são aqueles onde a curva de fase não cruza a fase de -105° . Assim, com esta extensão, torna-se possível realizar a sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo para estes casos particulares.

3.1 Sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo

Para realizar projetos no domínio da frequência, deve ser possível prever, ainda que aproximadamente, as frequências de cruzamento de ganho unitário e de fase de -180° do sistema em malha aberta, caso existam. Isto é necessário pois, tendo-se a resposta em frequência do processo a ser controlado, o projetista é capaz de escolher os parâmetros do controlador de forma a obter as margens de robustez desejada para o sistema em malha fechada.

3.1.1 Resposta em frequência de controladores repetitivos

Afim de evidenciar o comportamento da resposta em frequência do controlador repetitivo com o filtro passa-baixas, calculam-se a contribuição de ganho e fase deste controlador. Assumindo $K_r > 0$, substituindo (17) em (24) e aplicando a identidade de Euler,

$e^{j\omega} = \cos(\omega) + j\sin(\omega)$, segue que a magnitude e a fase de $C_{rp}(j\omega)$ são dadas por

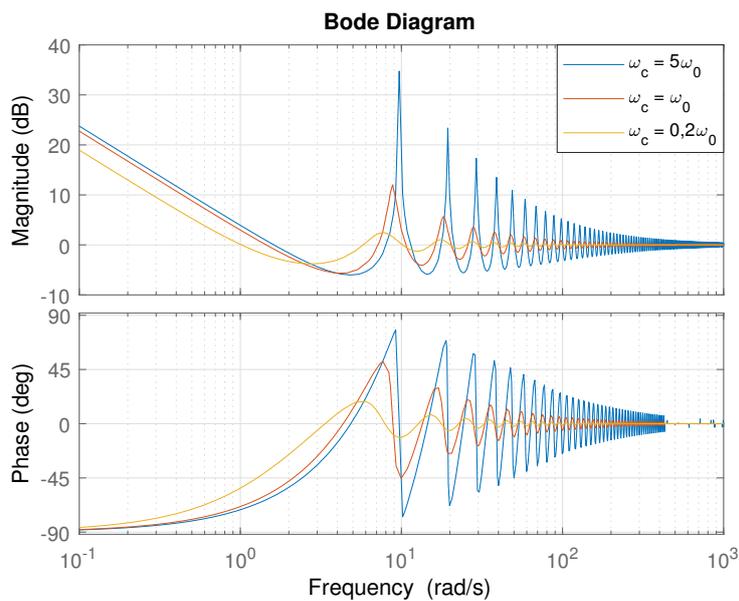
$$|C_{rp}(j\omega)| = K_r |\bar{C}_{rp}(j\omega)| = K_r \frac{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}}{\sqrt{(\omega + \omega_c \sin(\omega\tau))^2 + \omega_c^2 (1 - \cos(\omega\tau))^2}} \quad (39)$$

e

$$\angle C_{rp}(j\omega) = \text{atan}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right) - \text{atan}\left(\frac{\omega + \omega_c \sin(\omega\tau)}{\omega_c - \omega_c \cos(\omega\tau)}\right). \quad (40)$$

Os diagramas de Bode do controlador repetitivo, contendo as curvas de magnitude e fase, com diferentes valores da frequência de corte (ω_c) do filtro $Q(s)$ são apresentados na Figura 9. Observa-se a influência do parâmetro ω_c nas curvas apresentadas, uma vez que ambas as curvas de magnitude e fase dependem deste.

Figura 9 – Diagrama de Bode do controlador repetitivo para diferentes valores de ω_c e $\omega_0 = 10$ rad/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que a contribuição máxima de fase nas frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental varia em módulo de $0^\circ < |\angle C_{rp}(j\omega)| < 90^\circ$, dependendo da proximidade entre ω_c e ω_0 . Este fato será explorado na seção seguinte, a fim de sintonizar os parâmetros do controlador.

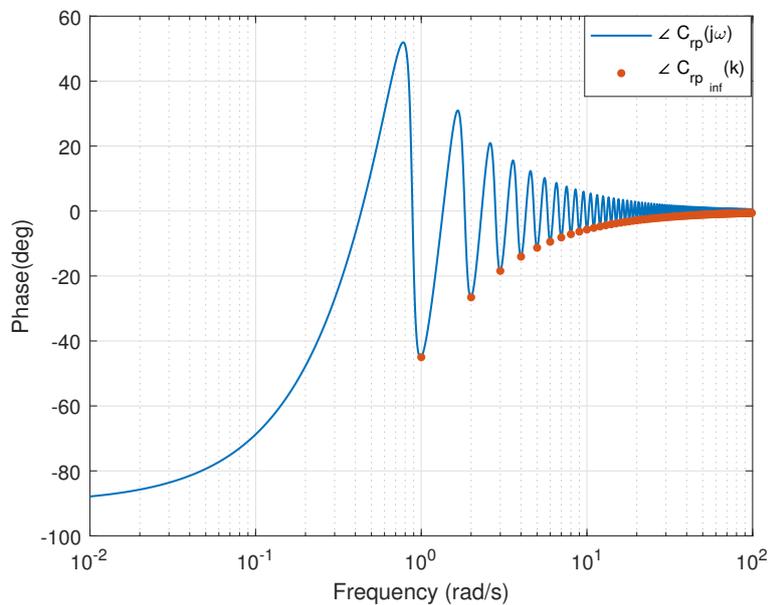
Evidencia-se que ambas as curvas apresentam um comportamento oscilatório, cujas magnitudes decrescem com o aumento da frequência ω . Este comportamento oscilatório torna complexa a determinação das frequências de cruzamento do sistema variando-se os parâmetros ω_c e K_r .

Desta forma, torna-se conveniente partir de uma análise conservadora, avaliando os pontos de mínimo da curva de fase de $C_{rp}(j\omega)$, uma vez que estes aportam o pior caso para margem de fase. Avaliando a equação (40), nota-se que os mínimos ocorrem para $\omega = k\frac{2\pi}{\tau} = k\omega_0$, onde k é um número inteiro positivo. Substituindo este valor na equação (40), tem-se a equação

$$\angle C_{rp_{inf}}(k) = \angle C_{rp}(j\omega) \Big|_{\omega=k\omega_0} = \text{atan} \left(\frac{k\omega_0}{\omega_c} \right) - \frac{\pi}{2}. \quad (41)$$

Na Figura 10 encontram-se a curva de fase e a envoltória inferior para um controlador repetitivo com $\tau = 2\pi$ e $\omega_c = \omega_0 = 1$ rad/s.

Figura 10 – Fase de $C_{rp}(s)$ e a envoltória inferior.



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.2 Escolha dos parâmetros ω_c e K_r

Margens de ganho e fase traduzem a robustez de um sistema frente a incertezas de modelo. Idealmente, quanto maior seus valores, mais robusto é o sistema. Porém, garantir altas margens de estabilidade implica muitas vezes em uma piora no desempenho transitório do sistema em malha fechada. Conforme apresentado na seção anterior, a literatura clássica de Sistemas de Controle (MORARI; ZAFIRIOU, 1989; ASTROM; MURRAY, 2008) recomenda que o sistema controlado apresente margem de fase $MF \geq 30^\circ$ e margem de ganho $MG \geq 2$, ou $MG \geq 6$ dB.

O método a ser desenvolvido considera o ajuste da margem de fase pelo parâmetro ω_c , sintonizando K_r de forma a garantir que a curva de magnitude cruze 0 dB em uma dada frequência. É importante salientar que com apenas estes dois parâmetros não é possível

ajustar de forma independente as margens de estabilidade. Assim, optou-se por garantir margem de fase desejada, verificando posteriormente se a margem de ganho está dentro do intervalo recomendado.

Deve-se levar em consideração na escolha de ω_c valores que ainda garantam ganho apropriado pelo menos na frequência fundamental, de tal forma que $|Q(j\omega_0)| \approx 1$ (HARA *et al.*, 1988), por isso, limita-se a escolha a $\omega_c \geq \omega_0$. Sendo assim, substituindo $\omega_c = \omega_0$ na equação (41) infere-se que a máxima contribuição possível de fase do controlador na frequência ω_0 é de -45° , como pode ser visualizado na Figura 9.

Somando esta observação à recomendação de margem de fase, define-se então uma frequência limite ω_{max} , onde ainda é possível atingir a margem de fase recomendada respeitando $\omega_c \geq \omega_0$. Como o mínimo recomendado é uma margem de fase de 30° e a máxima contribuição de fase do controlador repetitivo é de -45° , conclui-se então que ω_{max} é tal que $\angle G(j\omega_{max}) = -105^\circ$, onde $G(s)$ é a função de transferência do processo a ser controlado.

Com o objetivo de garantir que a frequência de cruzamento de ganho ocorra na maior harmônica de ω_0 tal que $m\omega_0 < \omega_{max}$, o valor de m pode ser calculado como:

$$m = \mathbb{Z} \left(\frac{\omega_{max}}{\omega_0} \right), \quad (42)$$

onde $\mathbb{Z}(\cdot)$ é o operador que retorna a parte inteira.

Tendo-se a frequência de cruzamento de ganho, resta garantir a contribuição de fase apropriada na frequência $\omega = m\omega_0$. Suponha que o projetista deseja uma margem de fase $\phi_d \geq 30^\circ$. Então, baseado em (33), segue que a contribuição de fase do controlador na frequência $\omega = m\omega_0$ deve ser de $-\pi - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d$.

Comparando com (41) segue que

$$\text{atan} \left(\frac{m\omega_0}{\omega_c} \right) - \pi/2 = -\pi - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d \quad (43)$$

$$\text{atan} \left(\frac{m\omega_0}{\omega_c} \right) = -\pi/2 - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d \quad (44)$$

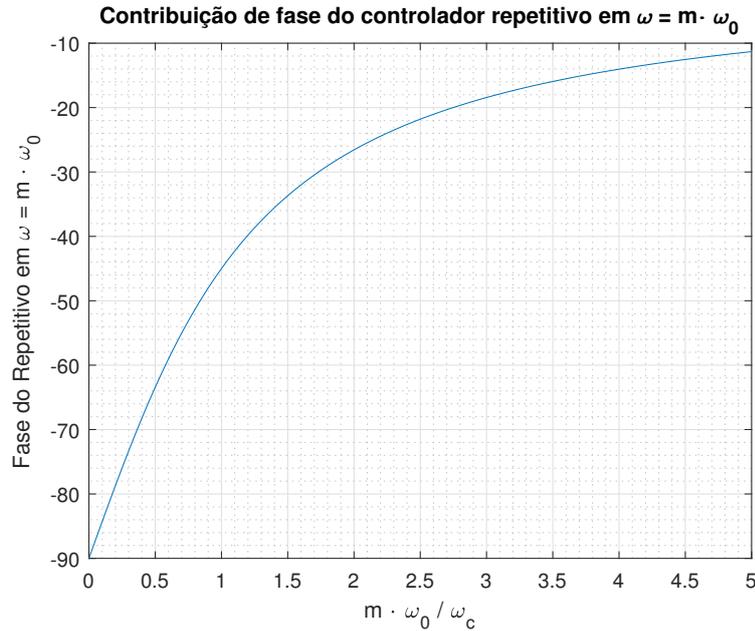
resultando em

$$\omega_c = \frac{m\omega_0}{\tan(-\pi/2 - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d)} \quad (45)$$

Uma solução alternativa à equação (45) para a determinação de ω_c é através da Figura 11, onde está ilustrada a variação de $\angle C_{rp}(jm\omega_0)$ para diferentes valores de $m\omega_0/\omega_c$. Assim, é possível escolher pelo gráfico o valor de $m\omega_0/\omega_c$ correspondente a $\angle C_{rp}(jm\omega_0) = -\pi - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d$, e, a partir deste valor, determinar ω_c .

Então, tendo-se a frequência fundamental do sinal a ser seguido ou rejeitado ω_0 e a resposta em frequência do processo, escolhe-se a menor razão possível a partir da Figura 11 tal que a contribuição de fase em $\omega = m\omega_0$ apresente a margem de fase desejada, respeitando-se o intervalo recomendado.

Figura 11 – Contribuição de fase do controlador repetitivo em função da razão $m\omega_0/\omega_c$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, calcula-se o ganho direto K_r tal que o cruzamento de 0 dB ocorra em $\omega = m\omega_0$, a partir de

$$K_r = \frac{1}{|\bar{C}_{rp}(jm\omega_0)G(jm\omega_0)|}, \quad (46)$$

Em outras palavras, após ter obtido ω_c , obtém-se o diagrama de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ e encontra-se o valor do ganho necessário para levar a magnitude em $\omega = m\omega_0$ para 0 dB.

Em resumo, o método de sintonia para o controlador repetitivo proposto é realizado através dos seguintes passos:

1. A partir da resposta em frequência do processo e ω_0 , obter ω_{max} e m .
2. Escolher ϕ_d e calcular $\angle C_{rp}(jm\omega_0) = -\pi - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d$.
3. Obter da Figura 11 ou calcular a partir de (45) o valor de ω_c .
4. Calcular K_r a partir de (46).

3.1.2.1 Exemplo Ilustrativo

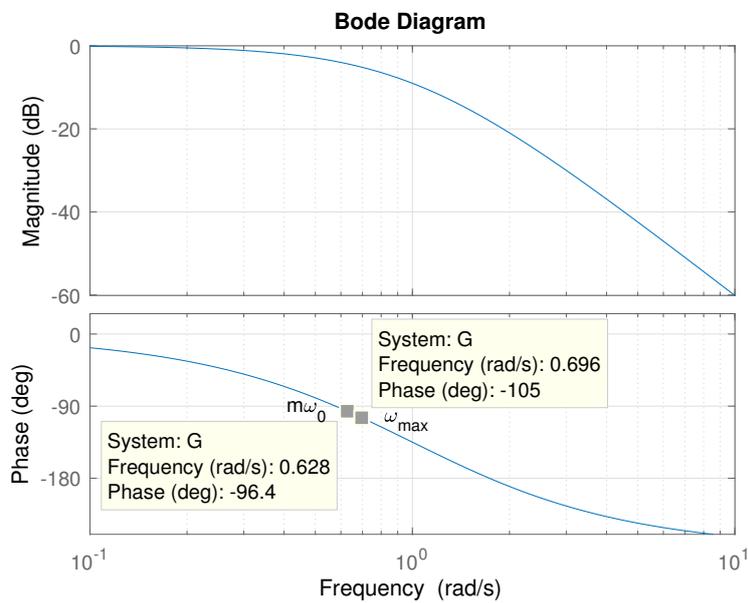
A fim de exemplificar os passos do projeto na frequência deste controlador, são apresentados as etapas para cálculo dos parâmetros do controlador repetitivo e suas implicações na resposta em frequência para o processo $G_1(s)$, cuja função de transferência é dada por

$$G_1(s) = \frac{1}{(s+1)^3}. \quad (47)$$

Nesse caso, assume-se que o sinal a ser seguido é uma referência periódica de frequência $\omega_0 = 0,1\pi = 0,314 \text{ rad/s}$, ou seja, $\tau = 20\text{s}$.

Na Figura 12 apresenta-se o diagrama de Bode do processo $G_1(j\omega)$ onde evidencia-se $\omega_{max} = 0,696 \text{ rad/s}$. Para este caso, calcula-se a partir de (42) $m = 2$. Na frequência $\omega = m\omega_0 = 0,628 \text{ rad/s}$, a fase do processo é aproximadamente -96° . Assim, para uma margem de fase desejada $\phi_d = 35^\circ$ calcula-se que a contribuição de fase do controlador repetitivo deve ser $\angle C_{rp}(2j\omega_0) = -48^\circ$. Da Figura 11 tem-se que, para esta contribuição de fase, a razão $m\omega_0/\omega_c = 0,87$, portanto $\omega_c = 2 \cdot 0,1\pi/0,87 = 0,722 \text{ rad/s}$.

Figura 12 – Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ explicitando ω_{max} e $m\omega_0$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 13 apresenta-se o diagrama de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$ com ω_c calculado anteriormente. Calcula-se K_r utilizando a equação (46) com $|\bar{C}_{rp}(jm\omega_0)G_1(jm\omega_0)| \approx -0,402 \text{ db}$, ou 0,955 em valor absoluto, resultando em $K_r = 1/0,955 = 1,05$.

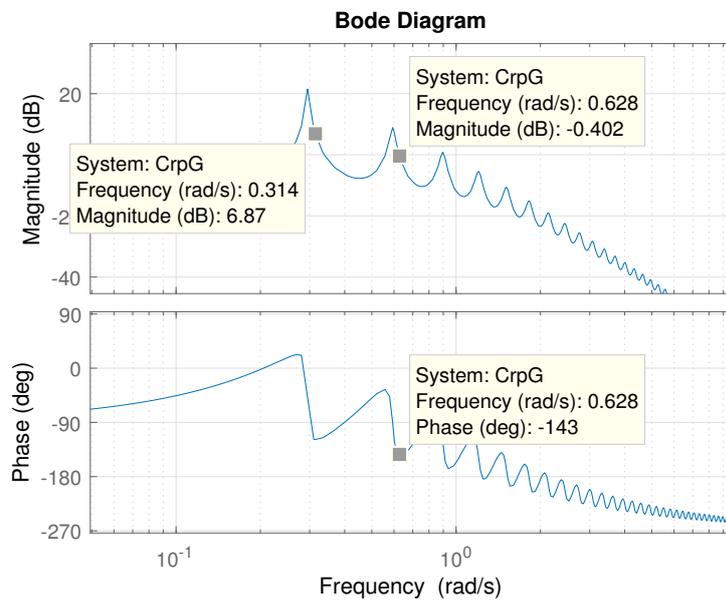
Por fim, a função de transferência do controlador repetitivo para o caso em questão é

$$C_{rp}(s) = K_r \bar{C}_{rp}(s) = \frac{1,05}{1 - \frac{0,722}{s+0,722} e^{-20s}} \quad (48)$$

e o diagrama de Bode com as margens de estabilidade de $C_{rp}(s)G_1(s)$ encontra-se na Figura 14.

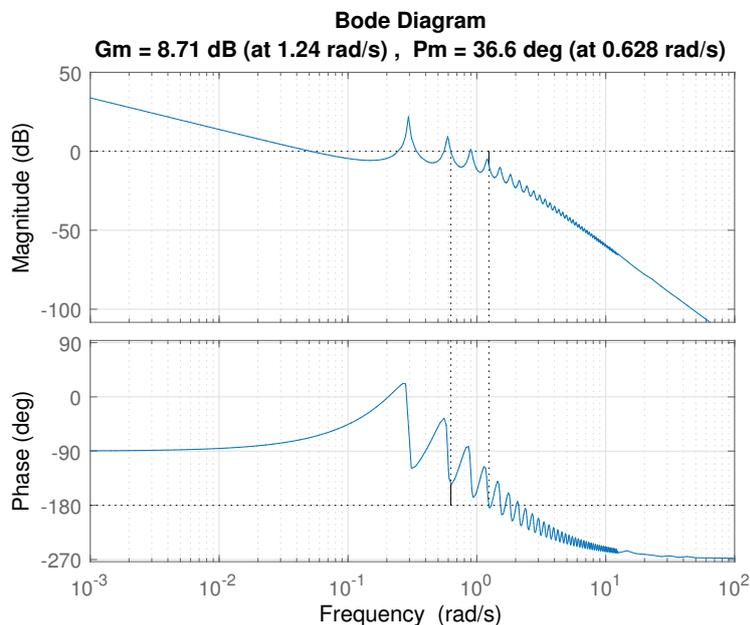
Observação: Nota-se na curva de magnitude da Figura 14 que esta cruzou a magnitude de 0 dB em uma frequência superior a $m\omega_0$. Dada a característica frequencial do controlador repetitivo, onde as frequências de ocorrência dos mínimos da curva de fase são aproximadamente intercalados com as frequência de ocorrência dos máximos da curva de magnitude, o cruzamento de 0 dB na frequência superior a $m\omega_0$ verificado na Fi-

Figura 13 – Diagrama de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 14 – Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

gura 14 ocorre em uma frequência cuja fase é -98° . Desta forma, como a fase em $m\omega_0$ é inferior a esta, aproximadamente -143° , este cruzamento de ganho unitário na frequência superior a $m\omega_0$ não afeta as margens de estabilidade obtidas.

Porém, em determinados casos, este cruzamento de ganho unitário em frequências superiores a $m\omega_0$ pode ocorrer em uma frequência cuja fase é inferior a presente em

$m\omega_0$. Dessa forma, a margem de fase resultante se torna inferior a desejada. Neste casos, aconselha-se reavaliar o valor de ϕ_d , parâmetro necessário para o cálculo de ω_c , de forma a corrigir este efeito indesejado.

3.1.3 Correção na frequência de ocorrência do pico de ressonância

Conforme visto em seções anteriores, o uso do filtro passa-baixas $Q(s)$ desloca a frequência de ocorrência dos picos de ressonância para valores diferentes de ω_0 . Apresentou-se no Capítulo 2 deste trabalho uma relação para o valor de atraso corrigido proposto por (LORENZINI *et al.*, 2015), cuja equação é dada por (23).

O uso do valor modificado de atraso $\hat{\tau}$ na formulação do controlador repetitivo desloca os picos de ressonância para os múltiplos inteiros da frequência fundamental que haviam sido movidos devido a presença do filtro $Q(s)$. Além disto, mostraram-se anteriormente, durante a análise da contribuição de fase do controlador repetitivo, que os mínimos da curva de fase ocorrem em frequências múltiplas inteiras da frequência associada ao elemento de atraso. Assim, o uso do período modificado $\hat{\tau}$ desloca os mínimos da curva de fase para direita, pois $\hat{\tau} < \tau$ e portanto $\hat{\omega}_0 > \omega_0$, onde $\hat{\omega}_0 = 2\pi/\hat{\tau}$.

Com esta correção, as etapas para sintonia do controlador repetitivo $\hat{C}_{rp}(s)$ são

1. A partir da resposta em frequência do processo e ω_0 , obter ω_{max} e m .
2. Escolher ϕ_d e calcular $\angle C_{rp}(jm\omega_0) = -\pi - \angle G(jm\omega_0) + \phi_d$
3. Obter ω_c a partir de (45) ou através da Figura 11.
4. Calcular $\hat{\tau}$ a partir de (23) e $\hat{\omega}_0 = \frac{2\pi}{\hat{\tau}}$.
5. Calcular K_r a partir de (46) substituindo ω_0 por $\hat{\omega}_0$.

Observação: Como $\hat{\tau}$ é calculado após a escolha de ω_c , não é possível prever *a priori* qual será o valor de $\hat{\omega}_0$ para escolha adequada de ω_c , uma vez que a fase do processo nesta frequência será menor, levando à uma margem de fase obtida menor. Desta forma, para processos cuja curva de fase decai rapidamente próximo à frequência $m\omega_0$, torna-se conveniente avaliar o efeito desta correção nas margens de estabilidade obtidas, recalculando-se o valor de ω_c compensando a diferença entre as margens de fase desejada e obtida no parâmetro ϕ_d .

3.2 Processos que não possuem ω_{max}

A metodologia apresentada pressupõe que o processo a ser controlado terá curva de fase que cruze o valor de -105° , ocorrendo nesta a frequência definida como ω_{max} . Em determinados processos como, por exemplo, sistemas de primeira ordem ou de grau relativo 1, a curva de fase não apresentará ou poderá não apresentar valores inferiores à -90° , fazendo com que não exista a frequência ω_{max} .

Para estes casos, não será possível realizar o cálculo do parâmetro m , inviabilizando a sintonia de ω_c e K_r a partir do método proposto na seção anterior. Desta forma, apresenta-se a seguir uma extensão do método proposto, englobando também processos sem o cruzamento na fase de -105° .

3.2.1 Sintonia de ω_c e K_r

A estratégia proposta anteriormente se baseava na escolha da frequência de corte do filtro passa-baixas de tal forma a obter uma contribuição de fase do controlador repetitivo tal que se garantisse uma margem de fase desejada. A escolha de K_r faz com que a frequência em que o controlador em conjunto com o processo apresentem módulo unitário ocorra na frequência na qual se fixou a fase, resultando na margem de fase desejada.

A frequência onde se fixou a fase era proposta como sendo a máxima harmônica da frequência fundamental ω_0 anterior à ω_{max} , de tal forma que ω_c fosse maior ou igual à frequência desta harmônica. A ausência de ω_{max} faz com que não haja mais a limitação quanto à harmônica na qual deve se escolher a contribuição de fase desejada, dando mais liberdade ao projetista quanto à sua escolha.

Para estes casos, propõe-se que a escolha de ω_c deve ser tal que a contribuição de fase do controlador repetitivo em uma das harmônicas de ω_0 resulte na margem de fase desejada. Desta maneira, pode se calcular a margem de fase resultante como sendo:

$$\phi_d = 180 + \angle G(jm_d\omega_0) + \angle C_{rp}(jm_d\omega_0), \quad (49)$$

onde m_d é a ordem da harmônica de ω_0 onde ocorrerá o cruzamento de 0 dB do sistema. O valor de m_d deverá ser escolhido pelo projetista, avaliando a curva de fase do processo a ser controlado e a composição frequencial do sinal de referência a ser seguido. Tendo-se escolhido m_d e a margem de fase desejada ϕ_d , calcula-se o valor de ω_c partir da equação (45), substituindo m por m_d , resultando na equação:

$$\omega_c = \frac{m_d\omega_0}{\tan(-\pi/2 - \angle G(jm_d\omega_0) + \phi_d)}. \quad (50)$$

A solução alternativa à equação (50) é determinar o valor de ω_c através da Figura 11, onde está ilustrada a variação de $\angle C_{rp}(jm\omega_0)$ para diferentes valores de $m\omega_0/\omega_c$, bastando substituir m por m_d . Assim, é possível escolher pelo gráfico o valor de $m_d\omega_0/\omega_c$ correspondente a $\angle C_{rp}(jm_d\omega_0) = -\pi - \angle G(jm_d\omega_0) + \phi_d$, e, a partir deste valor, determinar ω_c .

Após obtenção de ω_c , é possível aplicar a correção no elemento de atraso, através da equação (23), sendo esta uma etapa opcional. Por fim, calcula-se K_r tal que o cruzamento de 0 dB ocorra em $m_d\omega_0$, podendo este ser calculado como:

$$K_r = \frac{1}{|\bar{C}_{rp}(jm_d\omega_0)G(jm_d\omega_0)|}. \quad (51)$$

Caso tenha se aplicado a correção no elemento de atraso, lembra-se que deve se substituir ω_0 por $\hat{\omega}_0$ na equação (51), onde $\hat{\omega}_0 = 2\pi/\hat{\tau}$.

Resumem-se as etapas de sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo para processos sem cruzamento de fase em -105° :

1. A partir da análise da resposta em frequência do processo a ser controlado e do sinal de referência, escolher ϕ_d e m_d .
2. Da resposta em frequência do processo, obter $\angle G(jm_d\omega_0)$.
3. Calcular a frequência de corte do filtro passa-baixas a partir da equação (50) ou a partir da Figura 11.
 - (a) Opcional: Aplicar a correção no elemento de atraso dada por (23).
4. Calcular o ganho direto K_r aplicando a equação (51).

3.2.2 Exemplo de aplicação

Apresentam-se a seguir as etapas de sintonia do controlador repetitivo para um processo cuja curva de fase não cruza a fase de -105° . Seja um processo de primeira ordem dado por

$$G(s) = \frac{0,1}{s + 1}, \quad (52)$$

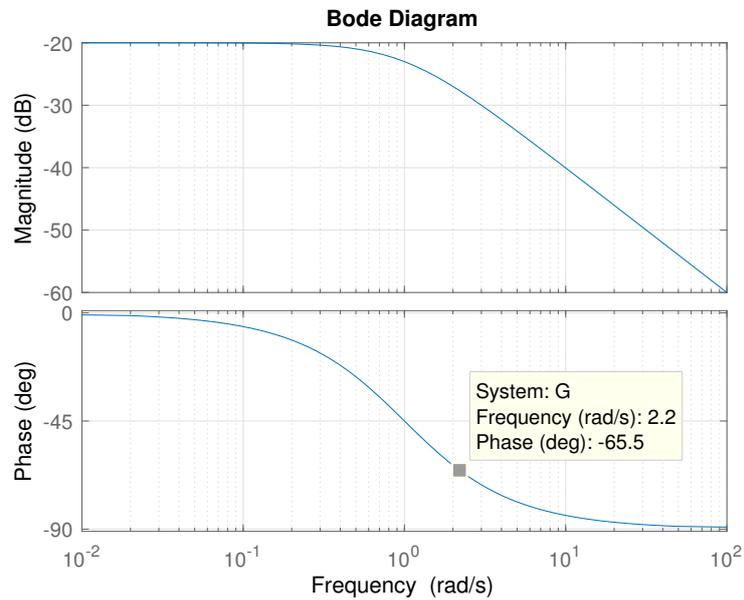
cuja resposta em frequência pode ser visualizada no diagrama de Bode da Figura 15. Deseja-se seguir uma referência periódica do tipo triangular de frequência $\omega_0 = 0,1\pi = 0,314$ rad/s ($\tau = 20$ s).

Realizando uma análise do conteúdo harmônico do sinal de onda triangular, observa-se que este apresenta apenas componentes harmônicas ímpares da frequência fundamental ω_0 . Este fato será levado em consideração na escolha de m_d e ω_c , de tal forma a minimizar a atenuação dos picos de magnitude do controlador repetitivo em uma determinada faixa de frequências.

Sendo assim, escolhe-se $m_d = 7$ ($\omega = 0,7\pi = 2,2$ rad/s) de tal forma a se obter ganhos elevados até a sétima harmônica de ω_0 . Para este caso, observa-se no diagrama de Bode de $G(j\omega)$ na Figura 15 que a fase do processo na frequência $m_d\omega_0$ é de $\angle G(jm_d\omega_0) = -65,5^\circ$. Para uma margem de fase desejada de $\phi_d = 50^\circ$, tem-se que a contribuição de fase do controlador repetitivo nesta frequência deve ser de $\angle C_{rp}(jm_d\omega_0) = -180 - (-65,5) + 50 = -64,5^\circ$. Substituindo estes valores em (50), calcula-se a frequência de corte do filtro passa-baixas como sendo $\omega_c = 4,6$ rad/s.

De posse de ω_c , pode se calcular o elemento de atraso corrigido $\hat{\tau}$, dado por

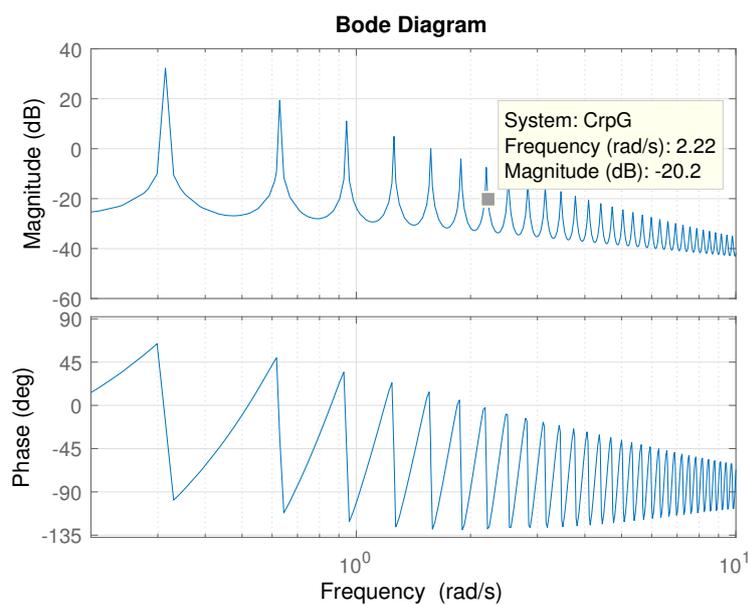
$$\hat{\tau} = -\frac{1}{0,1\pi} \left(\text{atan} \left(\frac{0,1\pi}{4,6} \right) - 2\pi \right) = 19,78, \quad (53)$$

Figura 15 – Diagrama de Bode de $G(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

resultando no controlador repetitivo

$$\hat{C}_{rp}(s) = \frac{1}{1 - \frac{4,6}{s+4,6} e^{-19,78s}} \quad (54)$$

Figura 16 – Diagrama de Bode de $\hat{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando a magnitude em $\omega = m_d \hat{\omega}_0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por fim, deve-se calcular o ganho direto K_r tal que o sistema apresente ganho unitário

na frequência $\omega = m_d \hat{\omega}_0 = m_d 2\pi / \hat{\tau} = 2,22 \text{ rad/s}$. Na Figura 16 encontra-se a magnitude de $|\hat{C}_{rp}(jm_d \hat{\omega}_0)G(jm_d \hat{\omega}_0)|$. Assim, calcula-se o ganho direto como:

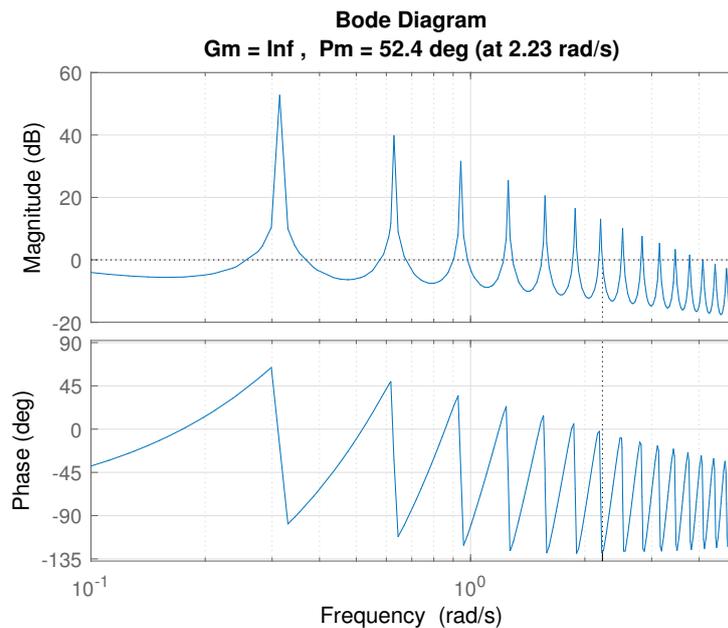
$$K_r = \frac{1}{|\hat{C}_{rp}(jm_d \omega_0)G(jm_d \omega_0)|} = \frac{1}{0,0977} = 10,23, \quad (55)$$

resultando no controlador repetitivo:

$$C_{rp}(s) = K_r \hat{C}_{rp}(s) = 10,23 \frac{1}{1 - \frac{4,6}{s+4,6} e^{-19,78s}}. \quad (56)$$

Na Figura 17 encontra-se o diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ onde se visualiza as margens de estabilidade obtidas. Conclui-se então a sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo.

Figura 17 – Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade obtidas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

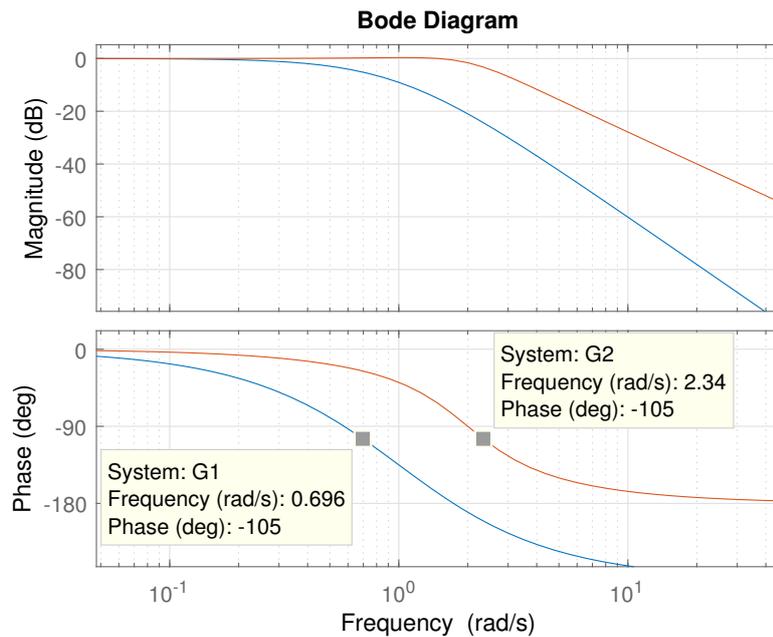
3.3 Simulações

A fim de demonstrar a aplicação do método, será realizada a sintonia de controladores repetitivos para dois processos distintos para casos de seguimento de referência de uma onda triangular. Assim, sejam $G_1(s)$, cuja função de transferência foi apresentada anteriormente em (47), e

$$G_2(s) = \frac{4}{s^2 + 2,4s + 4} \quad (57)$$

os processos em que serão aplicados a metodologia proposta. A planta $G_2(s)$ foi escolhida por se tratar de um modelo de segunda ordem, com par de polos complexos, presente em muitos casos de aplicação, como sistemas massa-mola-amortecedor e fontes ininterruptas de energia, entre outros. Os diagramas de Bode de ambos processos se encontram na Figura 18, onde é evidenciada a frequência máxima ω_{max} .

Figura 18 – Diagramas de Bode dos processos $G_1(j\omega)$ e $G_2(j\omega)$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para estes casos, o objetivo de controle é o seguimento de referência do tipo onda triangular, com frequência $\omega_0 = 0,1\pi$ rad/s ($\tau = 20$ s) e amplitude unitária. Este sinal pode ser decomposto em uma soma de infinitas senoides com frequências múltiplas ímpares da frequência fundamental (OPPENHEIM; WILLSKY; HAWAB, 1997). Assim, de acordo com o PMI, o controlador deveria possuir magnitude infinita nestas frequências, como é o caso do controlador repetitivo em sua formulação ideal ($Q(s) = 1$). Nesse caso, é possível avaliar os efeitos do filtro $Q(s)$ em termos de erro de seguimento em regime permanente.

O processo $G_2(s)$ possui maior frequência máxima ω_{max} do que o processo $G_1(s)$, conforme apresentado na Figura 18. Esta característica refletirá no desempenho em regime permanente para a frequência ω_0 considerada, uma vez que a magnitude dos ganhos nas frequências múltiplas inteiras da fundamental serão maiores no controlador sintonizado para $G_2(s)$.

A fim de se comparar resultados obtidos, parâmetros de performance são apresentados em seguida. Seja $e(t)$ o erro entre a saída do sistema e o sinal de referência. Obtém-se o erro normalizado a partir da amplitude A do sinal de referência como

$$e_a(t) = \frac{e(t)}{A} \quad (58)$$

Define-se em seguida o número de períodos para acomodação n_a como sendo

$$\begin{cases} \min_{n_a} : |e_a(n_a\tau) - e_a((n_a + 1)\tau)| \leq \epsilon \\ n_a = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (59)$$

onde ϵ é uma tolerância associada. Para o caso em questão o valor de ϵ foi considerado de 5%. A partir deste parâmetro, obtém-se o tempo de acomodação $t_a = \tau n_a$. Outro parâmetro importante a ser avaliado é a amplitude deste sinal em regime permanente, definido como

$$e_\infty = \max : |e_a(t)|, \quad t \geq t_a \quad (60)$$

O controlador para o processo $G_1(s)$ foi apresentado anteriormente, dado pela equação (48). Ao realizar a sintonia do controlador para o processo $G_2(s)$, optou-se por uma margem de fase desejada de $\phi_d = 35^\circ$, semelhante à sintonia de $G_1(s)$. Para $G_2(s)$, tem-se que $\omega_{max} = 2,34$ rad/s, resultando em $m = 7$.

Para determinação de ω_c , tem-se que a fase do processo na frequência $m\omega_0 = 2,2$ rad/s é de $\angle G_2(j2,2) = 99^\circ$. Substituindo $\phi_d = 35^\circ$ e o valor fase do processo na equação (45), tem-se que $\omega_c = 2,276$ rad/s. Aplicando a correção no elemento de atraso, têm-se os parâmetros $\hat{\tau} = 19,56$ s e $\hat{\omega}_0 = 0,321$ rad/s. Para cálculo do ganho direto K_r , tem-se que a magnitude $|\hat{C}_{rp}(jm\hat{\omega}_0)G_2(jm\hat{\omega}_0)| = 1.0354$, resultando em $K_r = 0.9658$. Assim, tem-se o controlador repetitivo para o processo $G_2(s)$:

$$C_{2rp}(s) = \frac{0,9658}{1 - \frac{2,276}{s+2,276}e^{-19,56s}} \quad (61)$$

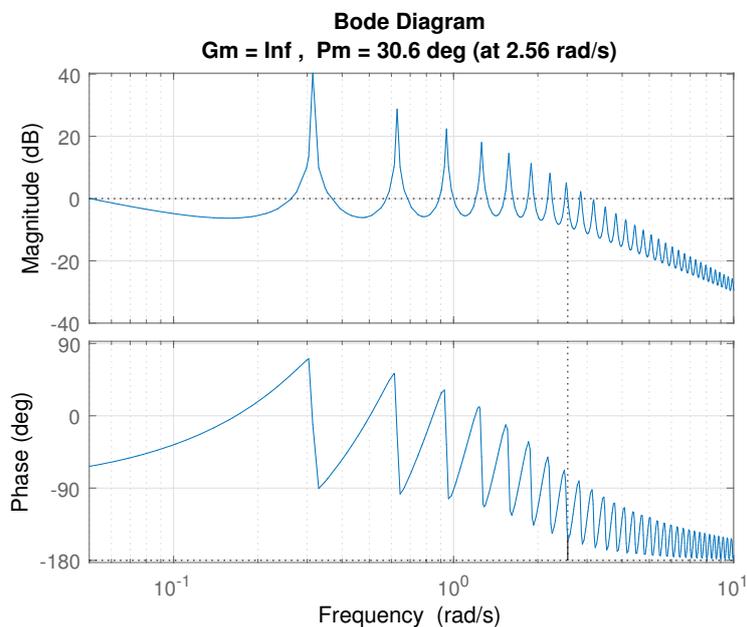
O diagrama de Bode de processo $C_{2rp}(j\omega)G_2(j\omega)$ encontra-se na Figura 19.

Na Tabela 1 apresenta-se o resumo dos valores dos parâmetros de sintonia dos controladores e os parâmetros de desempenho das simulações realizadas para cada controlador projetado. Apresentam-se nesta tabela os resultados obtidos com e sem o uso da correção no elemento do atraso do controlador repetitivo, como forma de visualizar a melhora de desempenho ao aplicar esta correção.

Nas Figuras 20 e 21 encontram-se as respostas dos sistemas controlados, e nas Figuras 22a e 22b, os erros entre a saída do sistema e o sinal de onda triangular em regime permanente, para os processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Nestas figuras, apresentam-se os sistemas controlados com e sem a correção do atraso proposta, de tal forma a se evidenciar o efeito da correção.

Analisando a curva do erro em regime permanente, observa-se a diferença do resultado obtido pela aplicação da correção, em que diminui-se aproximadamente pela metade a amplitude máxima do erro e_∞ em regime permanente, para ambos processos.

Figura 19 – Diagrama de Bode de $C_{2rp}(j\omega)G_2(j\omega)$ com a correção no elemento de atraso, apresentando as margens de fase e de ganho.

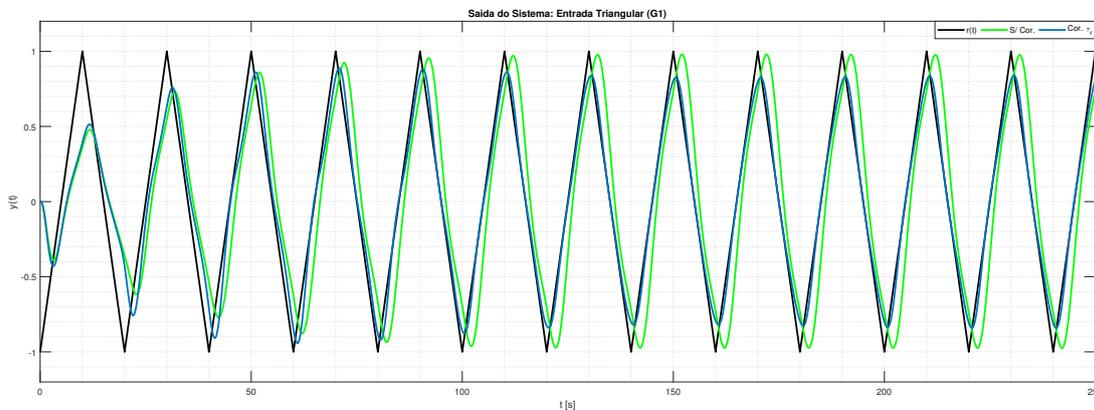


Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 1 – Parâmetros de sintonia e desempenho do controlador repetitivo aplicados nas plantas $G_1(s)$ e $G_2(s)$.

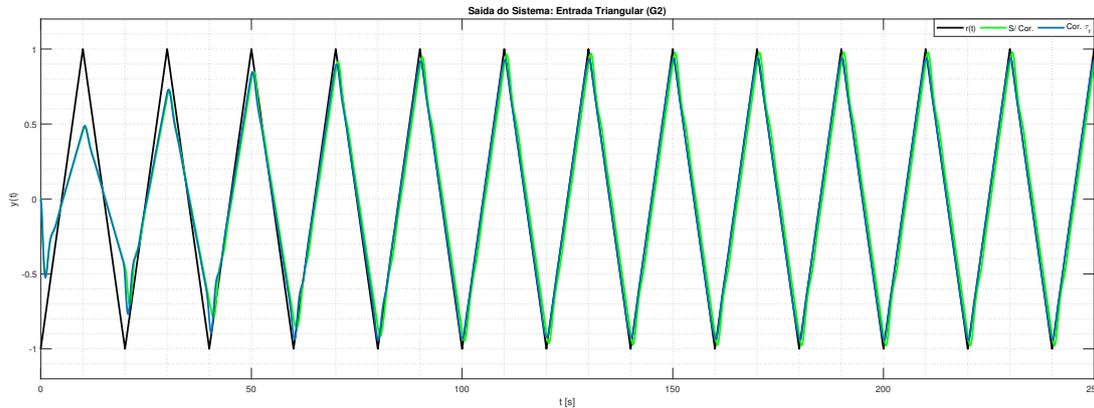
	ω_{max}	m	Controlador	$\tau(\hat{\tau})$	ω_c	K_r	e_∞	n_a	PM	GM
$G_1(s)$	0,696	2	S/ Cor.	20	0,722	1,05	0,510	5	36,6	8,71
			Cor. (23)	18,69	0,722	1,192	0,194	6	32	7,92
$G_2(s)$	2,34	7	S/ Cor.	20	2,276	0,9282	0,13	5	31,7	Inf
			Cor. (23)	19,56	2,276	0,9658	0,067	5	30,6	Inf

Figura 20 – Sinal de saída da planta $G_1(s)$ para $A = 1$.



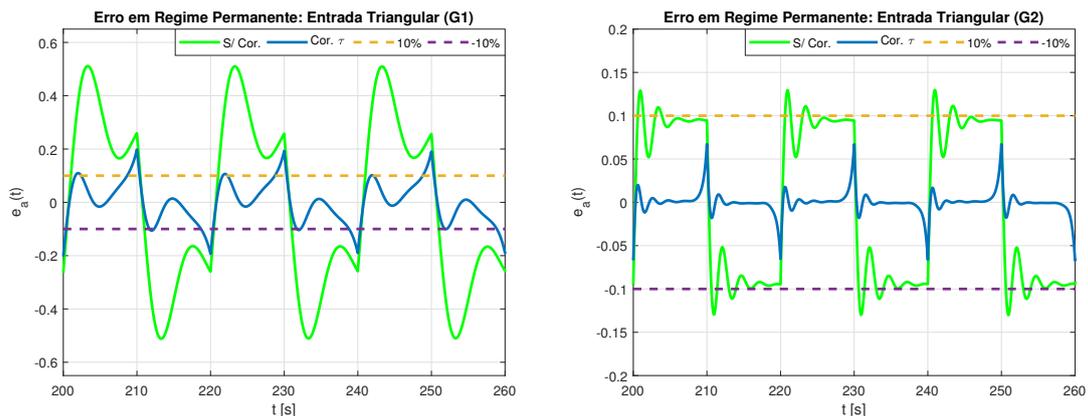
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Sinal de saída da planta $G_2(s)$ para $A = 1$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$



(a) Sinal de erro da planta $G_1(s)$.

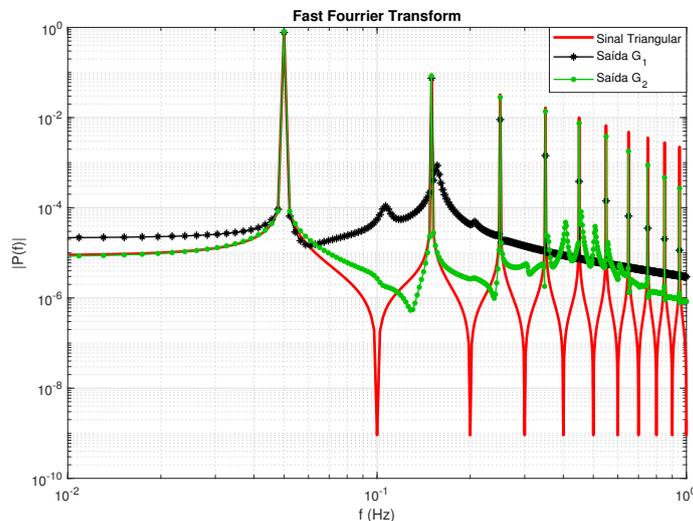
(b) Sinal de erro da planta $G_2(s)$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 23 apresenta os espectros em frequência do sinal de saída dos sistemas controlados e do sinal triangular para os controladores onde foi aplicada a correção (23), a fim de se comparar o conteúdo harmônico obtido na resposta do sistema. Observa-se que a partir da m -ésima harmônica há diminuição da amplitude de frequências superiores no sinal de saída, fato relacionado com a frequência ω_{max} dos processos.

Nota-se que para o processo $G_2(s)$, que possui maior ω_{max} , há maiores contribuições de harmônicas de ordem superiores. Desta forma, conclui-se que a frequência ω_{max} do processo possui influência na obtenção de menores erros em regime permanente, de tal maneira que possibilita a inclusão e/ou rejeição de harmônicas de ordens superiores no sinal de saída do sistema controlado.

Figura 23 – Espectros de frequência do sinal triangular e dos sinais de saída das plantas $G_1(s)$ e $G_2(s)$ com a correção no termo de atraso do controlador proposta na equação (23).



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.4 Considerações Finais

Neste capítulo apresentou-se a metodologia para sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo a partir da resposta em frequência de processos. Exemplos de aplicação foram realizados, a fim de demonstrar a aplicabilidade do método. Como forma de incluir processos que não se enquadram na metodologia apresentada, desenvolveu-se uma extensão do método, apresentando, em seguida, um exemplo de aplicação.

Na sequência, foram apresentados resultados de simulações para diferentes classes de processos para o seguimento de uma referência periódica do tipo triangular. Discutiu-se o desempenho obtido em termos de parâmetros frequenciais e temporais, detalhando as características de cada processo que levaram ao desempenho obtido.

Verificou-se que o parâmetro ω_{max} (para os processos que o possuem) possui grande influência no desempenho obtido na resposta do sistema operando em malha fechada, uma vez que limita a amplitude dos picos de magnitude do controlador repetitivo e o valor da frequência de corte do filtro passa-baixas.

Parte dos resultados obtidos neste capítulo foram publicados e apresentados no XXIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2020 (BRANDÃO JR.; PEREIRA; FLORES, 2020). Além disso, uma versão estendida em inglês deste artigo foi selecionado para submissão para a edição especial do *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* - JCAE.

No próximo capítulo, apresenta-se a introdução de um bloco de avanço de fase em conjunto com o controlador repetitivo. Desta maneira, é possível realizar o aumento

da largura de banda do processo a ser controlado de forma sistemática, melhorando o desempenho do controlador projetado a partir da metodologia proposta.

4 CONTROLADOR REPETITIVO COM AVANÇO DE FASE

Conforme observado no capítulo anterior, quanto maior o valor de ω_{max} de um processo, melhor será seu desempenho em malha fechada para seguimento e/ou rejeição de distúrbios de natureza periódica. A partir desta constatação, propõe-se a introdução de um bloco de avanço de fase em série com o controlador repetitivo. Desta forma, é possível aumentar a largura de banda do processo mantendo a proposta de sintonia de controladores repetitivos de uma maneira simples e sistemática.

Assim, serão apresentadas neste capítulo as etapas de sintonia do controlador repetitivo, a partir da resposta em frequência de processos introduzindo-se um bloco de avanço de fase. Duas metodologias serão abordadas - a primeira visando um aumento na frequência de cruzamento de fase por -180° , enquanto que a segunda tem por objetivo impor um limite superior para o erro em regime permanente associado à alguma harmônica do sinal de referência.

Por fim, serão realizados exemplos de aplicação e simulações após o desenvolvimento de cada metodologia, demonstrando o desempenho obtido em cada caso. Os resultados serão discutidos, comparando-os com os da seção anterior, para o controlador repetitivo sem uso do bloco de avanço de fase.

4.1 Controlador de Avanço de Fase

Os controladores de avanço de fase (CAF), ou blocos de avanço de fase (BAF), podem ser modelados a partir da seguinte função de transferência

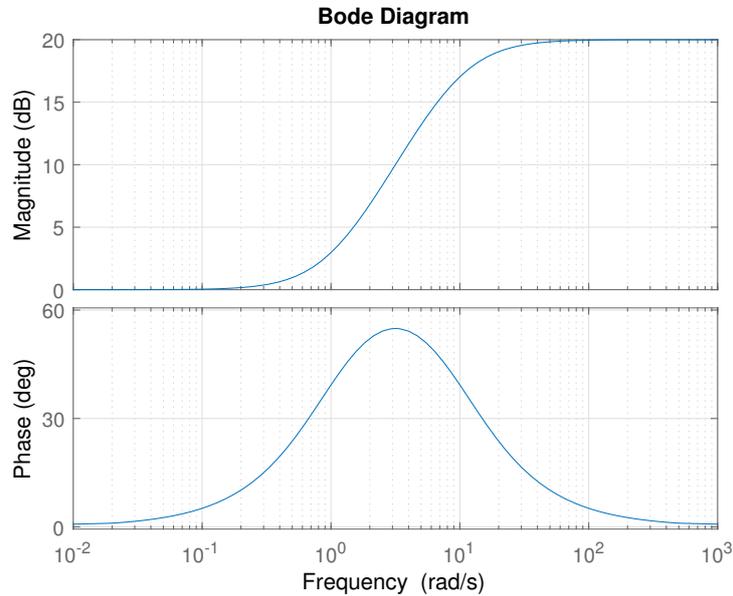
$$C_L(s) = \frac{1 + sT_L}{1 + s\alpha_L T_L}, \quad (62)$$

onde o termo α_L é restrito à $0 < \alpha_L < 1$ e $T_L > 0$ (BAZANELLA; GOMES DA SILVA JR., 2005).

O diagrama de Bode de um controlador em avanço é apresentado na Figura 24, onde nota-se a fase sempre positiva. Este controlador insere um avanço de fase em qualquer sinal senoidal que seja aplicado à entrada do sistema, recebendo o nome de controlador em avanço de fase. Esta propriedade é importante para melhoria do desempenho transi-

tório da resposta do sistema, uma vez que este controlador aumenta a largura de banda e, consequentemente, a velocidade de resposta do sistema.

Figura 24 – Diagrama de Bode de um controlador em avanço com $\alpha_L = 0,1$ e $T_L = 1$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O projeto do controlador de avanço baseia-se então em aumentar a fase da função de laço em uma faixa de frequência específica, obtendo aumento da margem de fase. Assim, o projeto é realizado de tal forma que o máximo valor de avanço de fase aconteça na frequência de cruzamento de fase ω_π . Esta frequência máxima pode ser calculada ao se derivar a equação da contribuição de fase, dada por

$$\angle C_L(j\omega) = a \tan(\omega T_L) - a \tan(\alpha_L \omega T_L), \quad (63)$$

e igualando-se a zero. Esta frequência é dada por:

$$\omega_L = \frac{1}{T_L \sqrt{\alpha_L}} \quad (64)$$

a qual encontra-se na frequência igual à média geométrica das singularidades do controlador. Desta forma, sabendo em qual frequência deseja-se posicionar a máxima contribuição de fase, o parâmetro T_L pode ser calculado como:

$$T_L = \frac{1}{\sqrt{\alpha_L} \omega_L} \quad (65)$$

Substituindo (64) em (63), obtém-se a equação da máxima contribuição de fase do controlador em avanço em função de α_L :

$$\phi_L = \angle C_L(j\omega_L) = a \sin \left(\frac{1 - \alpha_L}{1 + \alpha_L} \right). \quad (66)$$

Resolvendo para α_L , obtém-se:

$$\alpha_L = \frac{1 - \sin(\phi_L)}{1 + \sin(\phi_L)} \quad (67)$$

Observa-se então que o parâmetro α_L está associado à máxima contribuição de fase do controlador de avanço de fase, enquanto que o parâmetro T_L , dado α_L , permite a escolha da frequência da ocorrência da máxima contribuição de fase.

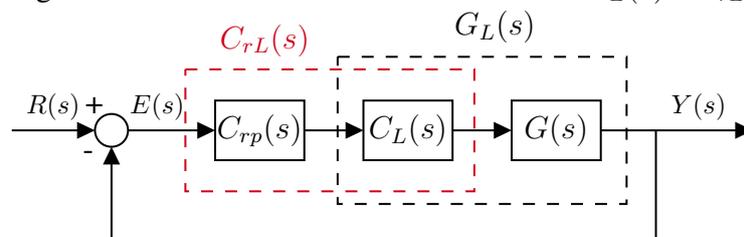
4.2 Controlador Repetitivo com Bloco de Avanço de Fase

Após o estudo das características do bloco de avanço de fase, é realizada sua inclusão na malha de controle em série com o controlador repetitivo. O bloco de avanço de fase será responsável por aumentar a largura de banda do processo $G(s)$, gerando um novo processo definido por $G_L(s)$, cuja função de transferência é dada por:

$$G_L(s) = C_L(s)G(s). \quad (68)$$

A união do controlador de avanço de fase com o processo é evidenciado na malha de controle da Figura 25. Assim, é possível tratar o projeto do controlador repetitivo com bloco de avanço de fase da mesma maneira abordada no Capítulo 3, porém considerando agora o processo $G_L(s)$ em vez de $G(s)$.

Figura 25 – Malha de controle evidenciando $G_L(s)$ e C_{rL} .



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.1 Sintonia dos Parâmetros

Seja a função de transferência do controlador repetitivo em série com o bloco de avanço de fase (CRAF):

$$C_{rL}(s) = C_{rp}(s)C_L(s) = \frac{K_r}{1 - Q(s)e^{-s\tau}} \frac{1 + sT_L}{1 + s\alpha_L T_L}, \quad (69)$$

evidenciado no diagrama de blocos da Figura 25. Com a junção destes controladores, deve-se realizar agora a sintonia de 5 parâmetros, sendo 3 destes do controlador repetitivo, τ , ω_c e K_r , e 2 parâmetros do compensador de avanço de fase, α_L e T_L .

A sintonia dos parâmetros do CRAF, quando feita a partir de uma abordagem frequencial, pode ser realizada de forma separada. Em termos gerais, realizam-se inicialmente a sintonia dos parâmetros do bloco de avanço de fase, α_L e T_L . Tendo-se projetado $C_L(s)$, realiza-se a união das funções de transferência do bloco de avanço de fase e $G(s)$, resultando na função de transferência $G_L(s)$, conforme mencionado anteriormente.

A partir deste novo processo, aplica-se a metodologia desenvolvida no capítulo anterior para a sintonia de controladores repetitivos. Assim, da mesma maneira que apresentado anteriormente, calculam-se para $G_L(s)$ os parâmetros ω_{max} e m . Em seguida, a partir da margem de fase desejada, obtém-se ω_c e, por fim, sintoniza-se K_r .

A introdução do bloco de avanço de fase se resume à escolher de forma eficaz a frequência de máxima contribuição de fase deste controlador. Desta maneira, torna-se possível escolher valores do parâmetro ω_c mais elevados, de tal forma à garantir maiores ganhos em frequências múltiplas inteiras da fundamental, melhorando o desempenho em regime permanente do sistema em malha fechada.

4.2.1.1 Sintonia de α_L e T_L

Conforme visto na seção anterior, o controlador de avanço de fase será introduzido na malha de controle com o intuito de aumentar a faixa de frequências em que a fase é superior a -180° . Então, a escolha de α_L e de T_L será baseada na obtenção da maior frequência ω_{max} possível.

No capítulo anterior, analisou-se que o fator limitante para escolha de ω_c era a frequência máxima ω_{max} de $G(s)$. Desta forma, torna-se conveniente posicionar a frequência ω_L do controlador de avanço de fase próximo à esta frequência. É importante lembrar que ω_{max} foi definido com base na obtenção de uma margem de fase mínima tal que $\omega_c \geq m\omega_0$, ou seja, ω_c é tal que não ocorra grande atenuação na m -ésima harmônica.

Tendo isto em mente, propõe-se que a escolha de ω_L seja igual à frequência de cruzamento de fase, ou seja, $\omega_L = \omega_\pi$. Assim, compensa-se a fase de uma grande faixa de frequências, potencialmente aumentando o valor de m tal que $m\omega_0 < \omega_{max}$.

De posse da frequência ω_L , resta-se escolher a máxima contribuição de fase apropriada do bloco de avanço de fase. Segundo (OGATA, 1997), o menor valor de α_L normalmente escolhido é em torno de 0,05, sendo este valor limitado pela estrutura do controlador de avanço de fase. Para este valor de α_L , a máxima contribuição de fase deste controlador é de aproximadamente 65° na frequência ω_L , escolhendo-se doravante para fins de projeto $\phi_L = 60^\circ$.

Assim, a partir dos valores de ω_L e ϕ_L é possível calcular os parâmetros do controlador de avanço de fase α_L e T_L a partir das equações (65) e (67). Em seguida, une-se o bloco de avanço de fase $C_L(s)$ com o processo $G(s)$, resultando no novo processo $G_L(s)$. Por fim, aplica-se a metodologia para projeto do controlador repetitivo proposto no capítulo anterior.

Uma observação relevante a ser feita diz respeito a processos que não possuem cruzamento de fase de -180° . Nestes casos, deve-se avaliar a necessidade de inserção do bloco de avanço de fase. Para processos de segunda ordem, deve-se escolher ω_L em uma frequência cuja fase esteja próxima de -180° , verificando o impacto na largura de banda de $G_L(s)$.

Resume-se o projeto do controlador repetitivo com bloco de avanço de fase através das seguintes etapas:

1. A partir da resposta em frequência de $G(s)$, encontrar a frequência de cruzamento de fase ω_π .
2. Com $\phi_L = 60^\circ$ e $\omega_L = \omega_\pi$, projetar o controlador de avanço de fase, calculando os parâmetros T_L e α_L a partir das equações (65) e (67).
3. Obter $G_L(s) = C_L(s)G(s)$ e aplicar a metodologia proposta no capítulo anterior para projeto do controlador repetitivo.

4.2.2 Exemplo de aplicação

Nesta seção, será exemplificada a sintonia dos parâmetros do CRAF para o processo $G_1(s)$, cuja função de transferência é dada pela equação (47). É exigido seguimento de referência triangular, cuja amplitude é unitária e de frequência fundamental $\omega_0 = 0,1\pi$ rad/s ($\tau = 20$ s).

4.2.2.1 Projeto do controlador de avanço de fase

Para o projeto do controlador de avanço de fase, deve-se encontrar na resposta em frequência do processo a frequência de cruzamento de fase ω_π . Na Figura 26 encontra-se o diagrama de bode de $G_1(j\omega)$ apresentando as frequências ω_{max} e ω_π .

Assim, têm-se que $\omega_L = \omega_\pi = 1,73$ rad/s e $\phi_L = 60^\circ$, como proposto anteriormente. Substituindo os valores de ω_L e ϕ_L encontrados nas equações (65) e (67), obtém-se a expressão do controlador de avanço de fase:

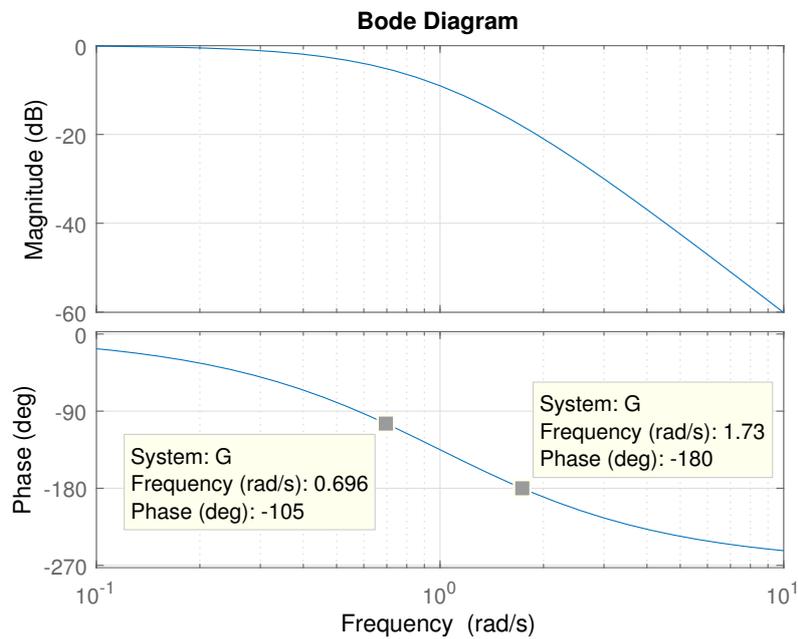
$$C_{1L}(s) = \frac{1 + 2,157s}{1 + 0,0718 \cdot 2,157s}, \quad (70)$$

onde $\alpha_L = 0,0718$ e $T_L = 2,157$. Na Figura 27 apresenta-se o diagrama de Bode de $G_{1L}(j\omega) = C_{1L}(j\omega)G_1(j\omega)$, ressaltando a nova frequência máxima $\omega_{max} = 1,42$ rad/s, bem como sua frequência de cruzamento de fase $\omega_\pi = 4,28$ rad/s, cerca de duas vezes maior que a de $G_1(s)$.

4.2.2.2 Projeto do controlador repetitivo

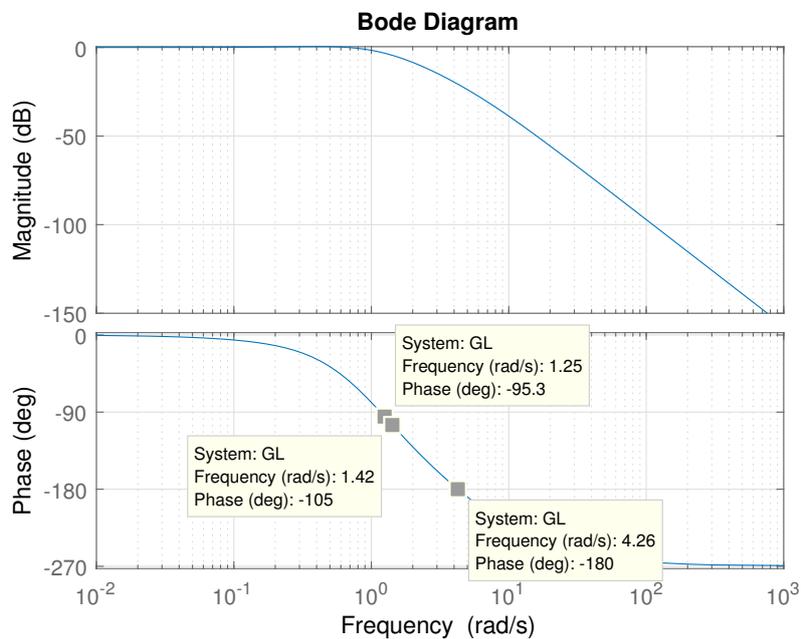
Após sintonia dos parâmetros do bloco de avanço de fase, finaliza-se este exemplo realizando-se o projeto do controlador repetitivo para $G_{1L}(s)$. Como visto anteriormente,

Figura 26 – Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ apresentando as frequências ω_{max} e ω_π .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 27 – Diagrama de Bode de $G_{1L}(j\omega)$ apresentando as frequências $m\omega_0$, ω_{max} e ω_π .



Fonte: Elaborado pelo autor.

a nova frequência máxima é $\omega_{max} = 1,43$ rad/s, fazendo com que o parâmetro m de $G_{1L}(s)$ seja $m = 4$.

Observa-se na Figura 27 que na frequência $m\omega_0 = 4 \cdot 0,1\pi \approx 1,25$ rad/s a fase de $G_{1L}(s)$ é aproximadamente -95° . Para uma margem de fase de 35° , a contribuição de

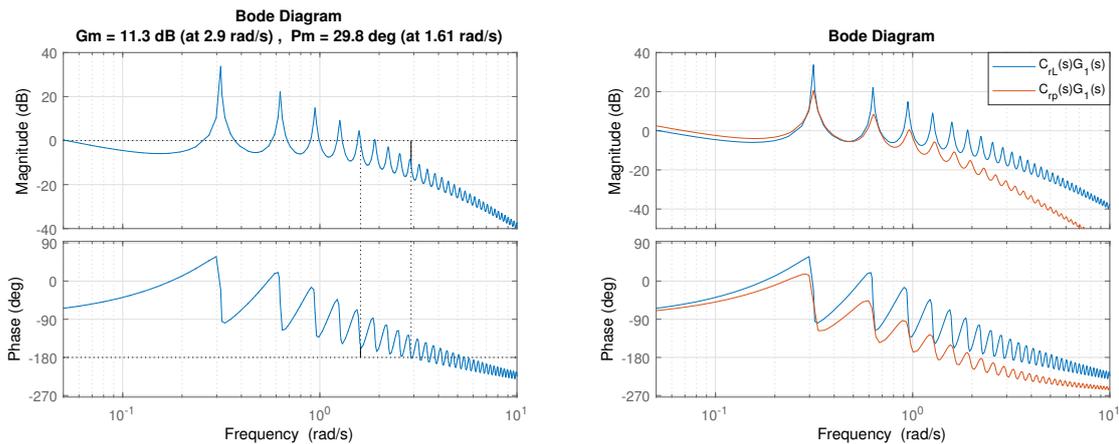
fase do controlador repetitivo deve ser de -50° , resultando em uma razão entre $m\omega_0/\omega_c = 0,84$ de acordo com a Figura 11. Assim, o valor da frequência de corte do filtro passa-baixas $Q(s)$ será $\omega_c = 4 \cdot 0,1\pi/0,84 = 1,496$ rad/s.

Aplicando a correção no atraso (23), tem-se o atraso corrigido $\hat{\tau} = 19,34$ s, resultando em uma frequência $\hat{\omega}_0 = 0,3249$ rad/s. A última etapa do projeto do controlador repetitivo é realizar a sintonia do ganho direto K_r através da equação (46), resultando em $K_r = 0,9908$. Assim, o CRAF para este caso é

$$C_{1rL}(s) = \frac{0,9908}{\left(1 - \frac{1,496}{s+1,496}e^{-19,34s}\right)} \frac{1 + 2,157s}{(1 + 0,0718 \cdot 2,157s)}, \quad (71)$$

cuja resposta em frequência e margens de ganho e fase podem ser vistas na Figura 28a. Apresentam-se na Figura 28b os diagramas de Bode de $C_{1rL}(j\omega)G_1(j\omega)$ e $C_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$ a fim de comparar as magnitudes obtidas nas frequências múltiplas inteiras da fundamental.

Figura 28 – Respostas em frequência do sistema controlado apresentando as margens de estabilidade e largura de banda obtidas com e sem o uso do controlador de avanço de fase.



(a) Diagrama de Bode de $C_{1rL}(j\omega)G_1(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade. (b) Diagramas de Bode de $C_{1rL}(j\omega)G_1(j\omega)$ e $C_{rp}(j\omega)G_1(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

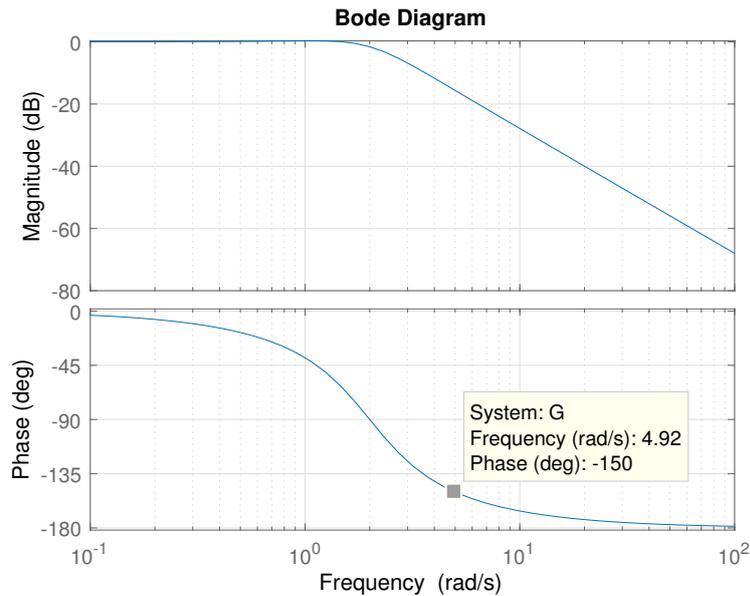
4.3 Simulações

Serão apresentados a seguir os resultados obtidos em simulação do CRAF aplicados aos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$, cujas funções de transferências foram definidas anteriormente dadas por (47) e (57), respectivamente.

Exige-se o seguimento de uma referência do tipo onda triangular de frequência fundamental $\omega_0 = 0,1\pi$ rad/s e amplitude unitária. Os resultados apresentam comparações entre os controladores repetitivos com e sem bloco de avanço de fase, sendo os últimos já apresentados na seção anterior, cujos parâmetros de sintonia e desempenho encontram-se na Tabela 1 e serão replicados nas tabelas seguintes para fins de comparação.

O CRAF projetado para o processo $G_2(s)$ seguiu o mesmo raciocínio. Escolhe-se ω_L , frequência de ocorrência da máxima fase do bloco de avanço de fase, como sendo aproximadamente a frequência em que a fase é de -150° da curva de fase, apontado na Figura 29. Esta escolha se deve pela classe de processos de $G_2(s)$ não possuir uma frequência de cruzamento de fase por -180° .

Figura 29 – Diagrama de Bode de $G_2(j\omega)$ apresentando a frequência de escolha para ω_L .



Fonte: Elaborado pelo autor.

Assim, com $\omega_L = 4,92$ rad/s e $\phi_L = 60^\circ$, projeta-se o seguinte bloco de avanço de fase para $G_2(s)$

$$C_{2L}(s) = \frac{1 + 0,758s}{1 + 0,0718 \cdot 0,758s}. \quad (72)$$

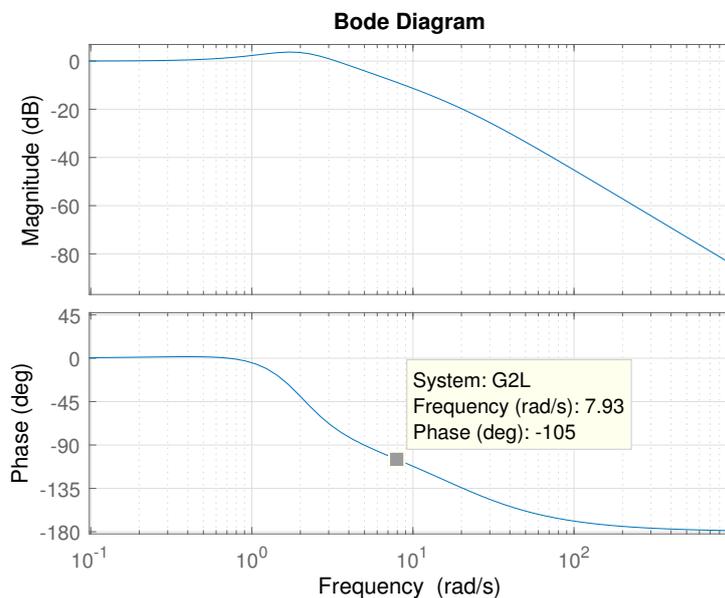
Tendo-se o bloco de avanço de fase, obtém-se o novo processo $G_{2L}(s) = C_{2L}(s)G_2(s)$. A resposta em frequência deste novo processo pode ser visualizada na Figura 30, onde apresenta-se a nova frequência $\omega_{max} = 7,93$ rad/s, resultando em $m = 25$.

Aplicando as etapas de sintonia do controlador repetitivo apresentadas no capítulo anterior, incluindo a correção no elemento de atraso, para $G_{2L}(s)$, tem-se a função de transferência

$$C_{2rp}(s) = \frac{2,105}{1 - \frac{6,69}{s+6,69}e^{-19,85s}}. \quad (73)$$

Por fim, unindo o bloco de avanço de fase e o controlador repetitivo, tem-se

$$C_{2rL}(s) = C_{2rp}(s)C_{2L}(s) = \frac{2,105}{\left(1 - \frac{6,69}{s+6,69}e^{-19,85s}\right)} \frac{1 + 0,758s}{(1 + 0,0718 \cdot 0,758s)}. \quad (74)$$

Figura 30 – Diagrama de Bode de $G_{2L}(j\omega)$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 2 – Parâmetros de sintonia e desempenho dos controladores para os processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ com e sem bloco de avanço de fase.

	ω_{max}	m	α_L	T_L	$\hat{\tau}$	ω_c	K_r	e_∞	n_a	MF	MG
$G_1(s)$	0,696	2	-	-	18,69	0,722	1,192	0,194	6	32	7,92
$G_{1L}(s)$	1,42	4	0,0718	2,1573	19,34	1,496	0,99	0,1	4	29,8	11,3
$G_2(s)$	2,34	7	-	-	19,56	2,276	0,9658	0,067	5	30,6	Inf
$G_{2L}(s)$	7,93	25	0,0718	0,7585	19,85	6,69	2,105	0,015	4	35,4	Inf

Para melhor visualização dos resultados, reúnem-se na Tabela 2 os parâmetros de sintonia dos controladores, com e sem bloco de avanço de fase, e os parâmetros de desempenho temporal obtidos na simulação.

São apresentados nas Figuras 31 a 33b os sinais de saída e de erro dos sistemas controlados. Em cada figura, são apresentados os sinais de simulação dos sistemas com e sem o uso do bloco de avanço de fase, a fim de comparar o efeito da inserção deste controlador na malha de controle.

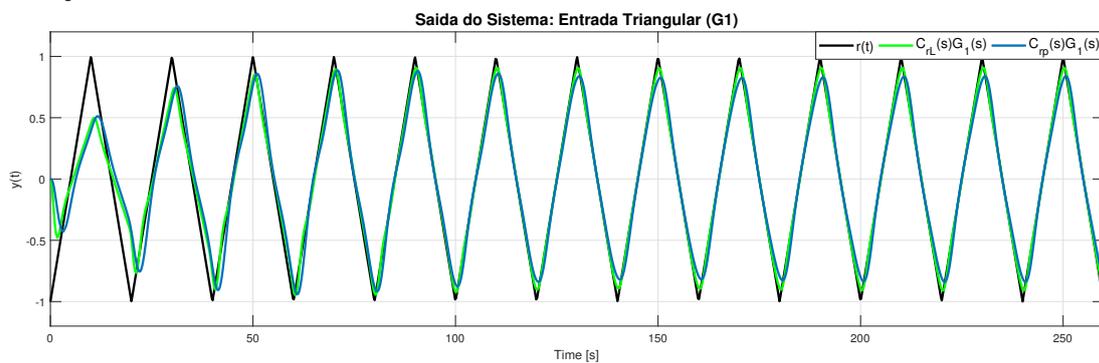
Nas Figuras 31 e 32 encontram-se os sinais de saída da simulação. Nestas curvas, observa-se a velocidade de resposta dos sistemas controlados. Nota-se que para ambos processos houve melhoria no número de períodos necessários até se atingir a acomodação após a inserção do bloco de avanço de fase.

Em termos do erro em regime permanente, para ambos processos obteve-se melhoria considerável com a aplicação do bloco de avanço de fase. Para o processo $G_1(s)$ houve redução de cerca de 50% do valor máximo do sinal de erro em regime permanente com

a inserção do bloco de avanço de fase. Essa melhoria era esperada visto o incremento do parâmetro m , aumentando seu valor em duas unidades para o processo $G_{1L}(s)$.

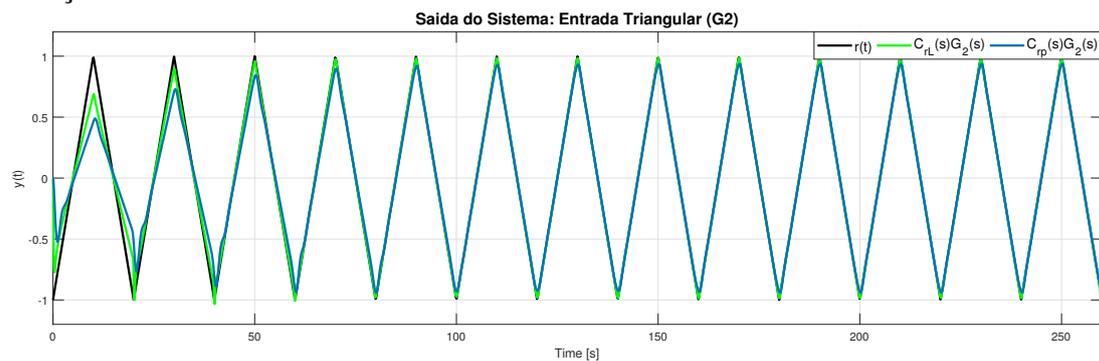
Para $G_2(s)$, o uso do bloco de avanço de fase incluiu cerca de 25 harmônicas tal que $m\omega_0 < \omega_{max}$ de $G_{2L}(s)$. Isso ocorre pela classe do processo em questão, visto que este processo é de segunda ordem, não possuindo frequência de cruzamento de fase por -180° finita. A inclusão do bloco de avanço de fase resultou em uma redução no valor máximo do erro em regime permanente de aproximadamente 25%.

Figura 31 – Sinais de saída do processo $G_1(s)$ em malha fechada com e sem o bloco de avanço de fase.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 32 – Sinais de saída do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem o bloco de avanço de fase.

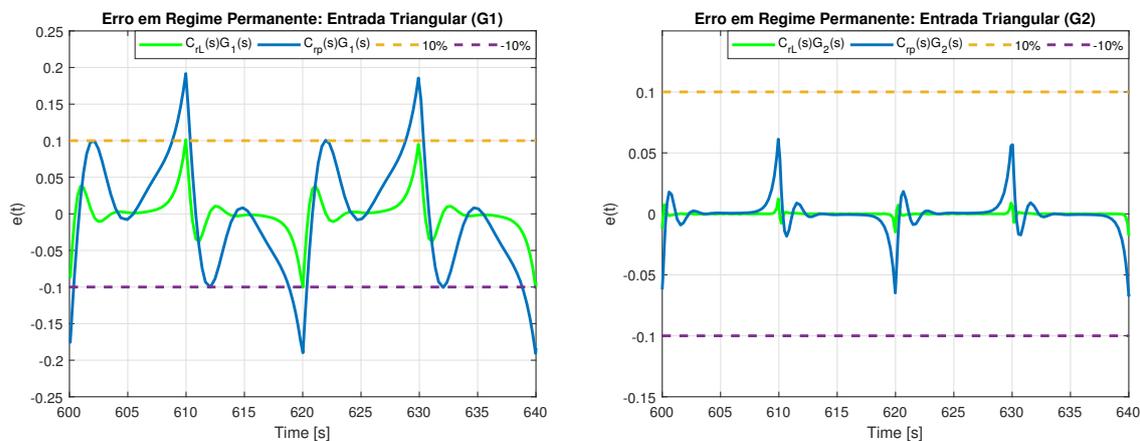


Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4 Projeto baseado no erro em regime permanente

Até o presente momento, ainda que tenha se realizado comentários à cerca de desempenho em regime permanente, não se deu ênfase em garantir um determinado valor de erro em regime permanente para o sistema. Apenas verificou-se o seu valor *a posteriori* do projeto do controlador.

Figura 33 – Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ em malha fechada, comparando-se o desempenho obtido com a inserção do bloco de avanço de fase.



(a) Sinais de erro do processo $G_1(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase. (b) Sinais de erro do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em diversas aplicações de engenharia, deseja-se limitar o erro entre os sinais de saída do sistema e de referência. Conforme visto no Capítulo 2, a completa minimização do erro pode ser obtida ao se atender aos requisitos do Princípio do Modelo Interno, exigindo ganhos de ordem infinita nas frequências que compõe o sinal de referência ou distúrbio.

O filtro passa-baixas, presente na estrutura do controlador repetitivo apresentado, atenua os ganhos infinitos que a estrutura clássica deste controlador apresenta. Desta forma, a saída do sistema apresentará um erro associado ao ganho do sistema naquela frequência. Assim, é possível impor um limitante superior ao sinal de erro em malha fechada até certo limite, projetando-se o controlador de forma que o sistema em malha fechada seja estável e possua determinada magnitude em uma frequência desejada.

Verifica-se que o uso do bloco de avanço de fase em conjunto com o controlador repetitivo aporta melhorias consideráveis para o sistema controlado. Principalmente em termos do erro em regime permanente, pode-se constatar que a inclusão do bloco de avanço de fase fez com que o processo $G_1(s)$, atuando em malha fechada, pudesse atingir o intervalo de 10% do erro em relação à amplitude do sinal de entrada.

Partindo desta análise, propõe-se uma metodologia sistemática para projeto dos parâmetros do CRAF, cujo objetivo é garantir um limite superior para o erro em regime em uma dada harmônica do sinal de referência. Será tido como foco deste método atingir a magnitude necessária em uma dada frequência, levando-se em conta as métricas de estabilidade e robustez propostas anteriormente.

4.4.1 Análise do erro em regime permanente

O ponto de partida desta metodologia é obter a magnitude do controlador em uma determinada frequência para que o erro atinja o valor desejado. Será levado em consideração neste desenvolvimento o seguimento de uma referência periódica, onde deseja-se limitar a amplitude do erro da n -ésima harmônica. Assim, seja e_∞^n o erro máximo desejado em regime permanente associado a esta harmônica, cuja frequência é dada por $\tilde{\omega}_0 = n\omega_0$.

Seja A_n a amplitude da componente de n -ésima harmônica, obtida a partir da decomposição por Série de Fourier do sinal de referência. A função de transferência de malha fechada entre o sinal de erro $E(s)$ e o sinal de referência $R(s)$ é dada por:

$$T_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)}. \quad (75)$$

Dado o limitante superior do erro para a n -ésima harmônica em regime permanente e_∞^n e a amplitude desta n -ésima harmônica do sinal de referência A_n , a atenuação necessária na frequência $\tilde{\omega}_0$ deve ser:

$$|T_{er}(j\tilde{\omega}_0)| \leq \frac{e_\infty^n}{A_n}. \quad (76)$$

Tendo-se a atenuação necessária, é possível encontrar a magnitude mínima que o controlador $C_{rL}(s)$ deve possuir na frequência $\tilde{\omega}_0$. A partir da Figura 25 obtém-se a função de transferência de malha fechada entre o sinal de erro $E(s)$ e o sinal de referência $R(s)$ em termos de $G(s)$ e $C_{rL}(s)$:

$$T_{er}(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + C_{rL}(s)G(s)}. \quad (77)$$

A partir de (76) e (77), calcula-se o módulo desta função de transferência:

$$|T_{er}(j\tilde{\omega}_0)| \geq \left| \frac{1}{1 + C_{rL}(j\tilde{\omega}_0)G(j\tilde{\omega}_0)} \right| \geq \frac{e_\infty^n}{A_n}. \quad (78)$$

Resolvendo esta equação para $M_d = |C_{rL}(j\tilde{\omega}_0)|$, tem-se:

$$M_d \geq \frac{1}{|G(j\tilde{\omega}_0)|} \left(\frac{A_n}{e_\infty^n} - 1 \right). \quad (79)$$

Portanto, para se obter um erro associado à n -ésima harmônica menor que e_∞^n , o controlador deve possuir uma magnitude maior ou igual à M_d na frequência $\tilde{\omega}_0$.

4.4.2 Metodologia de Projeto

O ganho do controlador repetitivo com bloco de avanço de fase é composto pela soma de três parcelas em dB: o ganho direto K_r , a amplitude dos picos de ressonância do controlador repetitivo e o ganho do bloco de avanço de fase. A escolha dos parâmetros que compõem essas parcelas deve garantir a estabilidade em malha fechada do sistema, além de robustez através das margens de estabilidade.

Porém, realizar a escolha destes parâmetros visando não apenas estabilidade e robustez, mas também um determinado desempenho em termos do erro em regime permanente fazendo uso de métodos de resposta em frequência não é trivial.

Sendo assim, propõe-se uma metodologia onde visa-se inicialmente o projeto de controladores repetitivos com bloco de avanço de fase, cujo objetivo é o maior valor de ω_{max} possível com obtenção de mínimas margens de estabilidade recomendadas. Em seguida, verifica-se o ganho obtido dos controladores na frequência de interesse.

Processos que tem grau relativo positivo (característica passa-baixas), a magnitude $|C_{rL}(j\omega)G(j\omega)|$ diminui conforme ω aumenta. Assim, uma maneira indireta de aumentar a magnitude do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0$ é aumentar o valor de ω_{max} e, consequentemente, m . Isto implica em um ganho direto K_r maior, que por sua vez implica em $|C_{rL}(j\tilde{\omega}_0)|$ maior. Como a proposta de inclusão do bloco de avanço de fase já aumenta o valor de m ao máximo que a planta permite, a solução seria inserir blocos de avanço de fase adicionais até que se atinja $|C_{rL}(j\tilde{\omega}_0)| \geq M_d$.

De forma geral, as etapas de projeto do CRAF, cujo objetivo é a limitação da amplitude do erro em regime permanente, são enumeradas:

1. A partir da análise do sinal de referência, obter A_n . Tendo-se o maior erro em regime permanente desejado e_{∞}^n , determinar a magnitude que o controlador deve ter na frequência $\tilde{\omega}_0$ a partir de (79).
2. Seguir as etapas propostas na seção 4.2.1 para sintonia do CRAF.
3. Tendo-se projetado o controlador, verificar o ganho obtido na frequência de interesse $\tilde{\omega}_0$.
4. Caso o ganho obtido seja menor que M_d , fazer $G(s) = G_L(s)$ e retornar ao item 2.

4.4.3 Exemplo de Aplicação

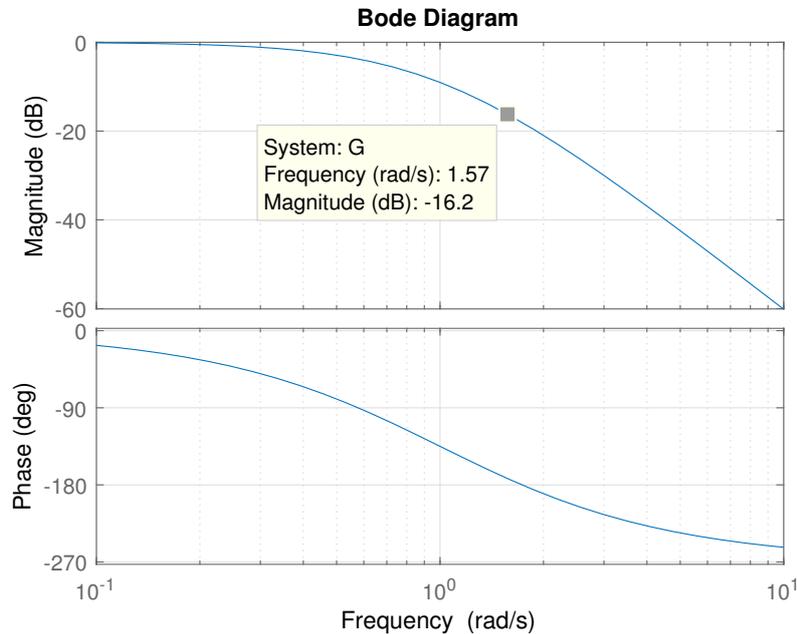
4.4.3.1 Exemplo 1

Deseja-se seguir uma referência do tipo onda triangular de amplitude unitária e frequência $\omega_0 = 0,1\pi$ rad/s para o processo $G_1(s)$. Para este caso, realizou-se uma decomposição por Série de Fourier do sinal de referência triangular, obtendo a amplitude das componentes harmônicas deste sinal como:

$$A_n = \begin{cases} 0 & , \text{ se } n \text{ é par} \\ \frac{8}{n^2\pi^2} & , \text{ se } n \text{ é ímpar.} \end{cases} \quad (80)$$

Deseja-se que o erro de seguimento em regime permanente associado à quinta harmônica, de amplitude $A_5 = 0,032$, seja menor que 0,02.

Figura 34 – Diagrama de Bode de $G_1(j\omega)$ apresentando a magnitude do processo na frequência $\tilde{\omega}_0$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 34, observa-se que $|G_1(j\tilde{\omega}_0)| = 0,155$. Assim, calcula-se o ganho que o controlador deve inserir na malha de controle como sendo

$$M_d \geq \frac{1}{0,155} \left(\frac{0,032}{0,02} - 1 \right) = 4 \quad (81)$$

ou 12 dB.

O controlador repetitivo projetado na seção 3.3 para este processo, sem bloco de avanço de fase, cuja função de transferência é dada por:

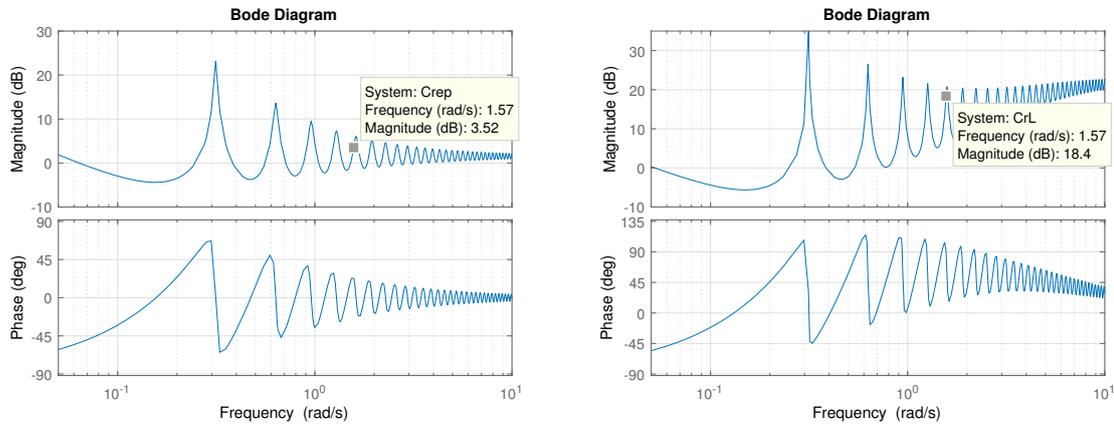
$$C_{1rp}(s) = \frac{1,192}{1 - \frac{0,722}{s+0,722} e^{-18,69s}}, \quad (82)$$

não atenderia à este requisito, pois o ganho na frequência $\tilde{\omega}_0$ é menor que M_d , visível na resposta em frequência deste controlador na Figura 35a. Já o CRAF projetado na seção 4.2.2 com função de transferência dada pela equação (71), possui magnitude na frequência $\tilde{\omega}_0$ maior que M_d , visível na Figura 35b, atendendo às exigências de projeto.

4.4.3.2 Exemplo 2

Suponha agora que a exigência do erro em regime permanente para esta harmônica seja de $e_{\infty}^5 = 0,01$. Assim, recalcula-se o valor da atenuação necessária, resultando em um ganho mínimo do controlador de $M_d = 23,2$ dB. Nesse caso, nenhum dos dois controladores apresentados anteriormente atenderiam as exigências para o seguimento da referência com o erro desejado. Uma primeira alternativa seria aumentar o ganho direto

Figura 35 – Comparação da resposta em frequência dos controladores repetitivos com e sem bloco de avanço de fase projetados para $G_1(s)$.



(a) Diagrama de Bode de $C_{1rp}(j\omega)$ apresentando a magnitude do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0$.

(b) Diagrama de Bode de $C_{1rL}(j\omega)$ apresentando a magnitude do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

de $C_{1rL}(s)$ em 1,8 vezes, fazendo com que a exigência de erro em regime permanente fosse atendida. Contudo, isso fará com que a frequência de cruzamento de ganho unitário ocorra em uma frequência maior, prejudicando as margens de estabilidade. Desta forma, uma maneira de se atender tanto as exigências de robustez como as de erro em regime permanente seria a inserção de um bloco de avanço de fase adicional à $G_{1L}(s)$.

Da Figura 27, tem-se que a frequência de cruzamento de fase de $G_{1L}(s)$ é $\omega_\pi = 4,26$ rad/s. Sintonizando-se os parâmetros do controlador de avanço de fase com $\phi_L = 60^\circ$ e $\omega_L = \omega_\pi = 4,26$ rad/s, tem-se o segundo bloco de avanço de fase:

$$C_{1L2}(s) = \frac{1 + 0,8761s}{1 + 0,0718 \cdot 0,8761s}. \quad (83)$$

Seja $G_{1L2}(s) = C_{1L2}(s)G_{1L}$, cuja resposta em frequência é apresentada na Figura 36. Para este processo, tem-se que $\omega_{max} = 3,29$ rad/s, resultando em $m = 10$.

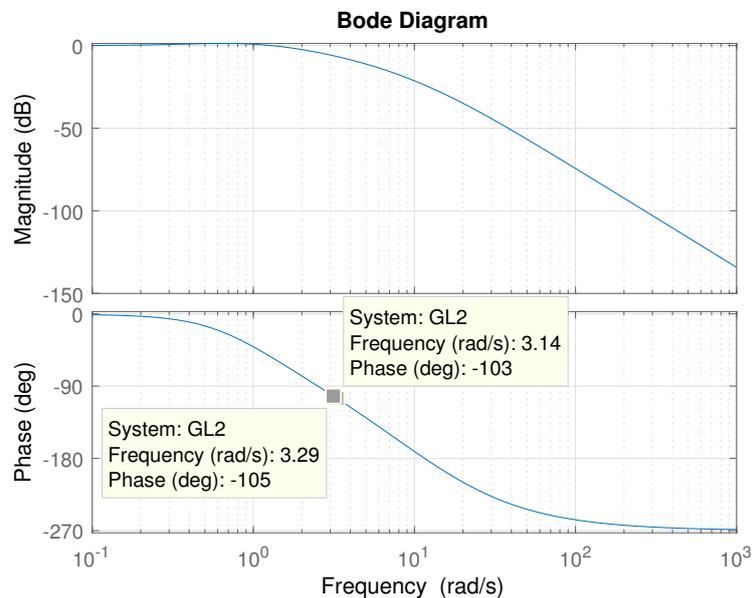
Seguindo as etapas de sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo para $G_{1L2}(s)$, tem-se a função de transferência

$$C_{1rp2}(s) = \frac{1,5344}{1 - \frac{2,88}{s+2,88}e^{-19,65s}}. \quad (84)$$

Assim, a função de transferência do controlador repetitivo com dois blocos de avanço de fase resulta em:

$$C_{1rL2}(s) = \frac{1 + 2,157s}{(1 + 0,0718 \cdot 2,157s)} \frac{1 + 0,8761s}{(1 + 0,0718 \cdot 0,8761s)} \frac{1,5344}{(1 - \frac{2,88}{s+2,88}e^{-19,65s})} \quad (85)$$

Figura 36 – Diagrama de Bode de $G_{1L2}(j\omega)$ destacando as frequências ω_{max} e $m\omega_0 = 3,14$ rad/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Figura 37 encontra-se o digrama de Bode do controlador $C_{1rL2}(j\omega)$, apresentando a magnitude na frequência $\tilde{\omega}_0$, sendo esta $|C_{1rL2}(j\tilde{\omega}_0)| = 34$ dB. Como a exigência para o ganho do controlador era de $M_d = 23,2$ dB, conclui-se que o controlador $C_{1rL2}(s)$ atende as exigências de erro em regime permanente.

Teoricamente, é possível se adicionar blocos de avanço de fase indefinidamente para se obter um erro de regime permanente tão pequeno quanto se queira. Por outro lado, o projetista deve levar em conta aspectos práticos como a amplitude de sinal de controle (saturação) e amplificação de ruído. Assim, nem sempre é viável se recorrer a este método como forma de se obter o desempenho desejado.

4.4.4 Simulações

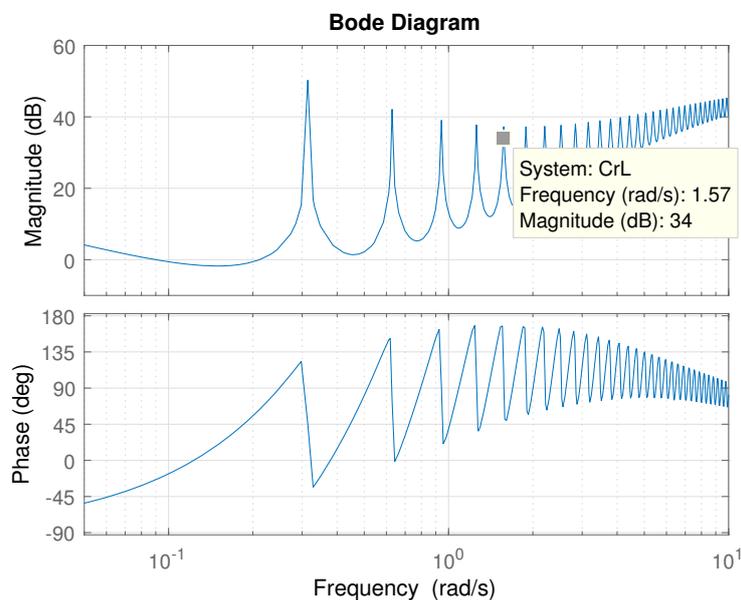
Serão apresentados a seguir os resultados obtidos em simulação dos CRAF aplicados aos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$. Será realizada uma análise do erro em regime permanente associado à cada componente harmônica do sinal de erro.

É exigido o seguimento de um sinal periódico triangular, de frequência fundamental $\omega_0 = 0,1\pi$ rad/s e amplitude unitária. Desejam-se os seguintes desempenhos:

- 1- Para $G_1(s)$: 1.a) $e_{\infty}^5 = 0,02$; 1.b) $e_{\infty}^5 = 0,01$.
- 2- Para $G_2(s)$: 2.a) $e_{\infty}^5 = 0,01$; 2.b) $e_{\infty}^5 = 0,001$.

Para o processo $G_1(s)$, a análise da magnitude mínima do controlador para que o requisito de erro fosse atendido foi realizada na seção anterior. Assim, serão aplicados

Figura 37 – Diagrama de Bode de $C_{1rL2}(j\omega)$ destacando a magnitude na frequência $\tilde{\omega}_0 = 1,57$ rad/s.



Fonte: Elaborado pelo autor.

os controladores de função de transferência (71) e (85), uma vez que estes atendem as exigências de erro em regime 1.a) e 1.b), respectivamente. Os parâmetros de sintonia destes controladores se encontram na Tabela 3.

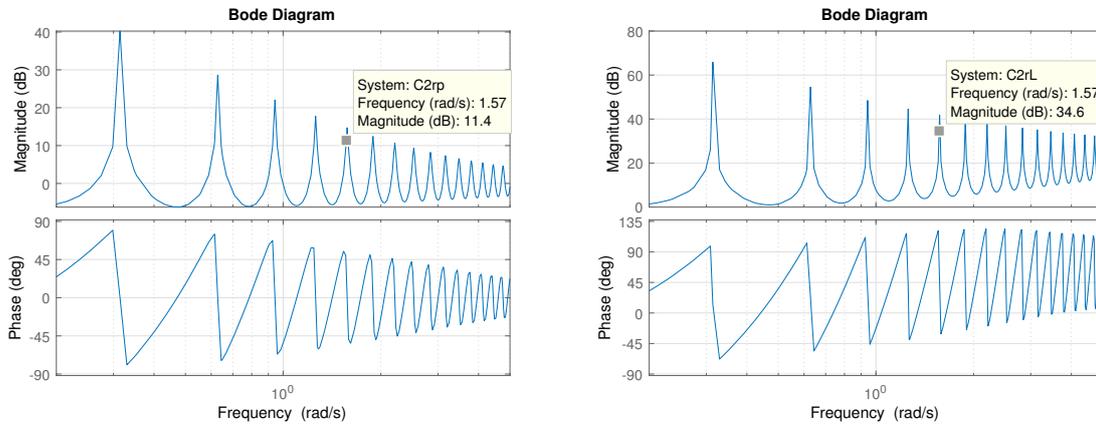
Da resposta em frequência de $G_2(s)$, tem-se que $|G_2(j5\omega_0)| = 0,983$. Para encontrar a magnitude que o controlador deve possuir para atendimento dos requisitos, aplica-se a equação (79), onde $A_5 = 0,032$. Desta forma, tem-se que 2.a) é atendido com uma magnitude $M_d \geq 7,15$ dB, e 2.b) com uma magnitude $M_d \geq 30,08$ dB.

Apresentam-se nas Figuras 38a e 38b as respostas em frequência dos controladores projetados para o processo $G_2(s)$ sem e com BAF, cuja sintonia foi abordada nas seções 3.3 e 4.3. Os parâmetros de sintonia destes controladores se encontram na Tabela 3.

Da Figura 38a, observa-se que o controlador $C_{2rp}(s)$, sem BAF, atende às exigência de erro de seguimento para o caso 2.a), porém não possui magnitude suficiente para atender à exigência 2.b). O CRAF (74), cuja resposta em frequência é apresentada na Figura 38b, atende à exigência 2.b), pois possui uma magnitude $|C_{2rL}(j\tilde{\omega}_0)| = 34,6$ dB, maior que o valor de 30,08 dB calculado anteriormente.

Na Tabela 3 encontra-se um resumo dos controladores abordados acima, os quais serão aplicados aos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ em simulação. Nesta tabela é também apresentado um resumo dos parâmetros de desempenho do sistema operando em malha fechada, contendo o erro máximo em regime permanente, o erro em regime associado à componente de quinta harmônica, o numero de ciclos até a acomodação e as margens de estabilidade.

Figura 38 – Comparação da resposta em frequência dos controladores repetitivo com e sem bloco de avanço de fase projetados para $G_2(s)$.



(a) Diagrama de Bode de $C_{2rp}(j\omega)$ apresentando a magnitude do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0 = 5\omega_0$.

(b) Diagrama de Bode de $C_{2rL}(j\omega)$ apresentando a magnitude do controlador na frequência $\tilde{\omega}_0 = 5\omega_0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 3 – Parâmetros de sintonia e desempenho dos controladores para os processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ - projeto baseado no erro em regime permanente.

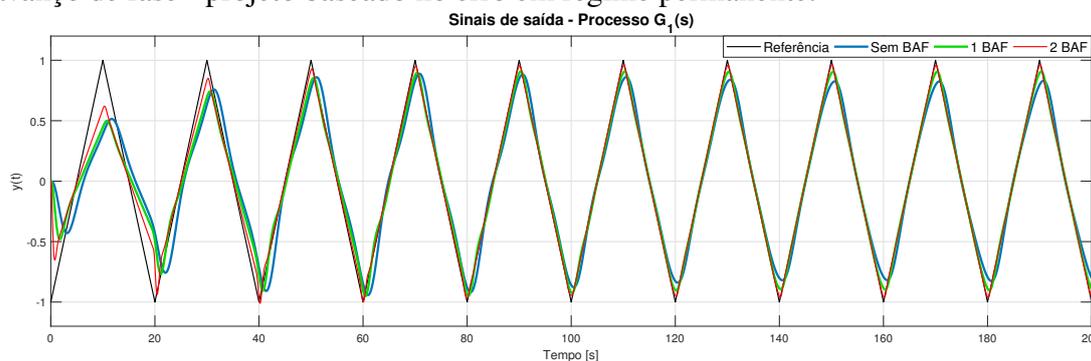
	ω_{max}	m	α_L	T_L	$\hat{\tau}$	ω_c	K_r	e_∞	e_∞^5	n_a	MF	MG
$G_1(s)$	0,696	2	-	-	18,69	0,722	1,192	0,194	0,0398	6	32	7,92
$G_{1L}(s)$	1,42	4	0,0718	2,1573	19,34	1,496	0,99	0,1	0,018	4	29,8	11,3
$G_{1L2}(s)$	3,29	10	0,0718	0,8761	19,65	2,88	1,534	0,04	0,0028	3	33,8	13,9
$G_2(s)$	2,34	7	-	-	19,56	2,276	0,9658	0,067	0,0057	5	30,6	Inf
$G_{2L}(s)$	7,93	25	0,0718	0,7585	19,85	6,69	2,105	0,015	0,00027	4	35,4	Inf

Com exceção do controlador com 2 BAF, aplicado a $G_1(s)$, estes sinais foram apresentados anteriormente, visto que a sintonia dos controladores foi realizada em seções anteriores. Para melhor apresentar os resultados, replicam-se estes sinais, incluindo o sinal de saída e erro do processo $G_1(s)$ operando em malha fechada com o controlador repetitivo em série com 2 BAF. Sendo assim, os sinais de saída e erro dos processos controlados são apresentados nas Figuras 39 a 41b.

Na Figuras 42 e 43 encontram-se os espectros de frequência dos sinais de erro em regime permanente e do sinal de referência. Desta forma, é possível avaliar a atenuação do erro de cada harmônica. Sendo assim, verifica-se o atendimento das exigências através da amplitude da componente de quinta harmônica nos espectros de frequência apresentados.

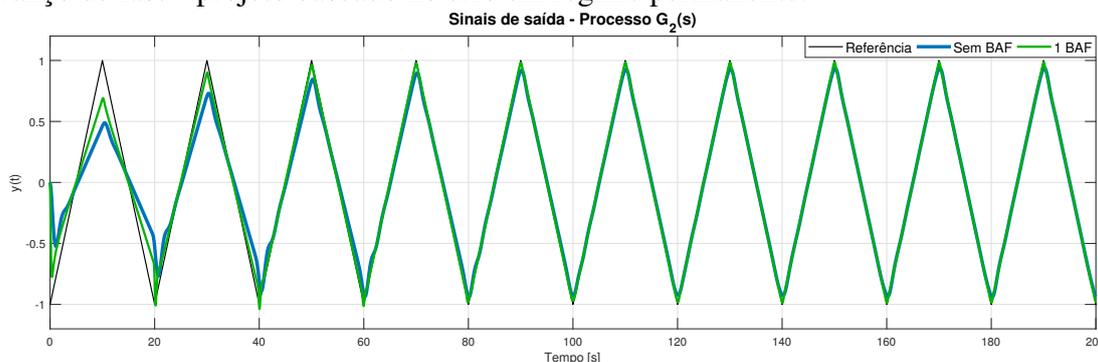
Para $G_1(s)$, conforme visto na seção anterior, o controlador sem o bloco de avanço de fase não possuía magnitude suficiente para a garantia do erro desejado. De fato, na Figura 42 observa-se que a amplitude associada à componente de quinta harmônica do sinal de erro do processo com o controlador sem bloco de avanço de fase é maior que o próprio

Figura 39 – Sinais de saída do processo $G_1(s)$ em malha fechada com 1 e 2 blocos de avanço de fase - projeto baseado no erro em regime permanente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 40 – Sinais de saída do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase - projeto baseado no erro em regime permanente.



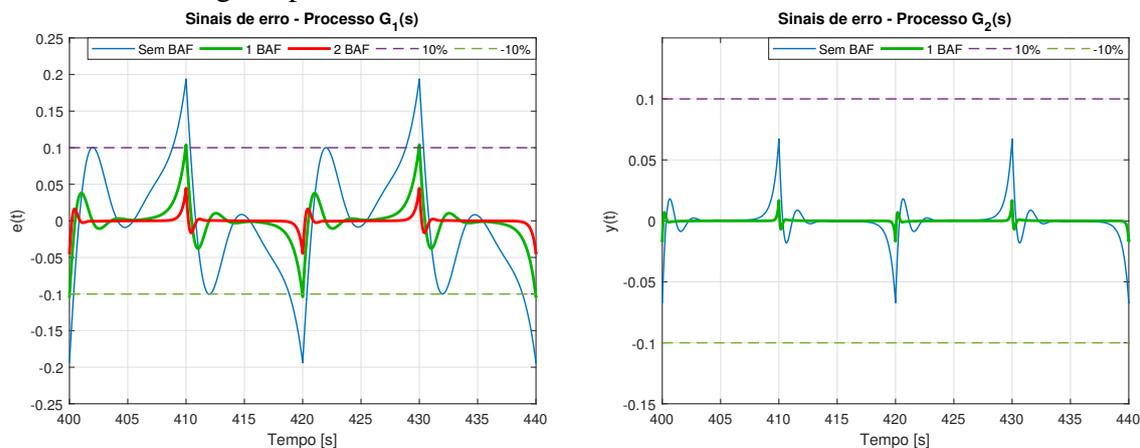
Fonte: Elaborado pelo autor.

sinal de referência, não atendendo nenhuma das exigências. O controlador com 1 BAF atende apenas à exigência 1.a), resultando em um erro associado à quinta harmônica de 0,018. O controlador com 2 BAF atende às duas exigências, uma vez que tem uma amplitude de 0,0028 associado à quinta harmônica.

Para $G_2(s)$, observa-se na Figura 43 que o controlador sem BAF atende à exigência 2.a), resultando em um erro em regime permanente associado à quinta harmônica de 0,0057. Ao adicionar um bloco de avanço de fase à $G_2(s)$, obteve-se uma atenuação da amplitude da componente de quinta harmônica de uma ordem de grandeza, resultando em uma amplitude de 0,00027, atendendo à exigência 2.b).

Nota-se que 2.a) é igual à exigência 1.b), que só foi atendida com uso de 2 BAF. Este resultado mostra a importância que o valor de ω_{max} do processo induz no resultado obtido. Quando se compara a resposta em frequência de $G_1(s)$ e $G_2(s)$, a frequência da componente de quinta harmônica de ω_0 é superior à ω_{max} para $G_1(s)$, enquanto que para $G_2(s)$ é inferior. Desta forma, a escolha de ω_c fará com que as magnitudes de harmônicas de ordem superior à m sejam atenuadas. Sendo assim, é possível se exigir menores erros

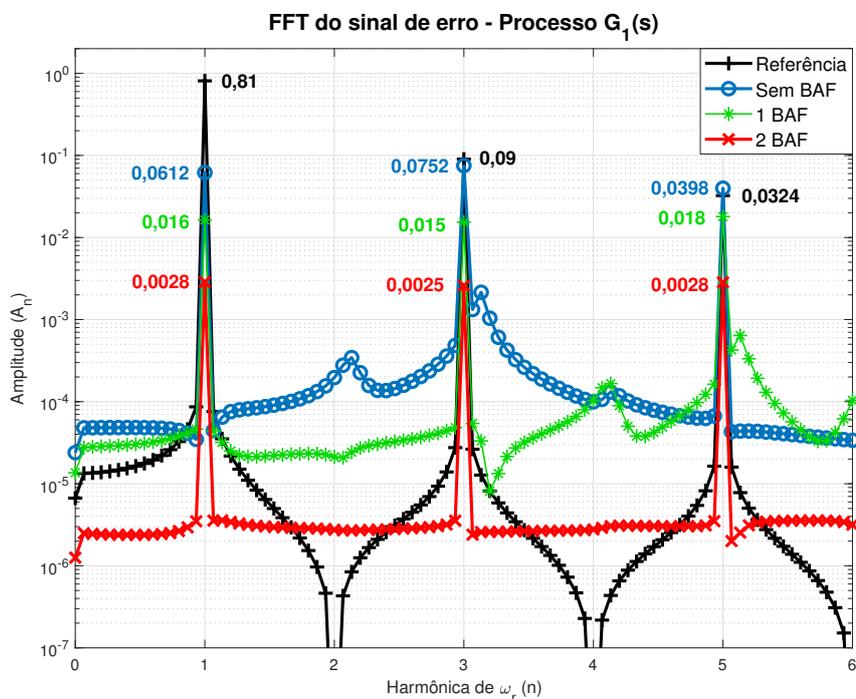
Figura 41 – Sinais de erro dos processos $G_1(s)$ e $G_2(s)$ em malha fechada - projeto baseado no erro em regime permanente.



(a) Sinais de erro do processo $G_1(s)$ em malha fechada com 1 e 2 blocos de avanço de fase. (b) Sinais de erro do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase.

Fonte: Elaborado pelo autor.

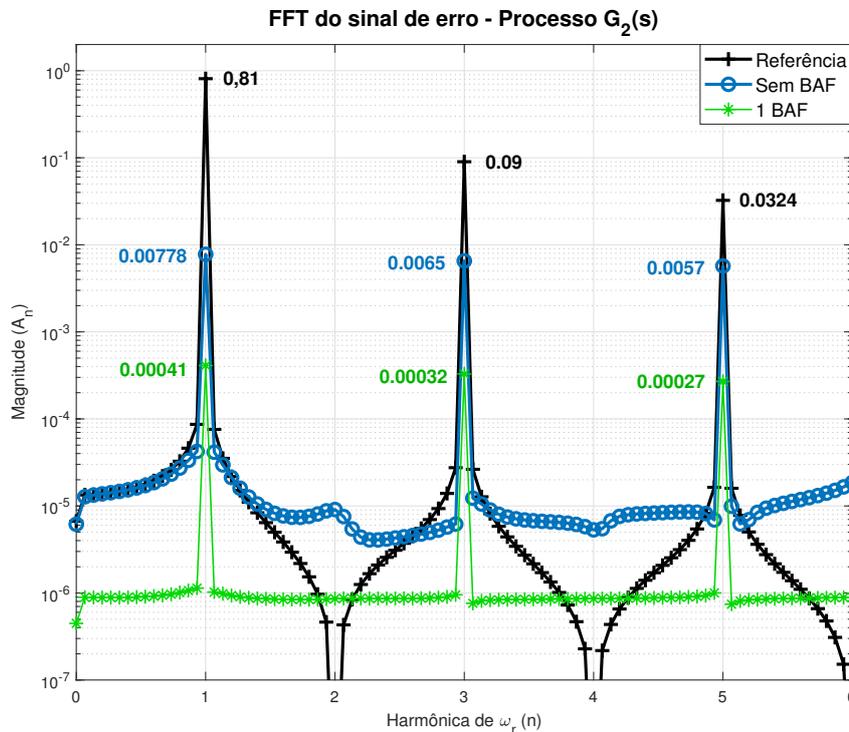
Figura 42 – Espectros de frequência do sinal de referência triangular e dos sinais de erro do processo $G_1(s)$ em malha fechada com 1 e 2 blocos de avanço de fase.



Fonte: Elaborado pelo autor.

em regime permanente para $G_2(s)$ em relação à $G_1(s)$.

Figura 43 – Espectros de frequência do sinal de referência triangular e dos sinais de erro do processo $G_2(s)$ em malha fechada com e sem bloco de avanço de fase.



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.5 Considerações Finais

Neste capítulo apresentou-se uma metodologia de projeto para controladores repetitivos com bloco de avanço de fase, cujo objetivo foi o aumento do parâmetro ω_{max} . Exemplos de aplicação foram apresentados, comparando os resultados obtidos após a inserção do bloco de avanço de fase com as simulações realizadas no capítulo anterior.

Em seguida, desenvolveu-se uma metodologia para projeto de controladores repetitivos com bloco de avanço de fase baseada no máximo erro em regime permanente associado à harmônicas da frequência fundamental. Neste sentido, encontrou-se qual a magnitude que o controlador deve apresentar na frequência associada à esta harmônica. Discutiu-se a possibilidade de inserção de quantos blocos de avanço de fase fossem necessário, tendo-se em mente as limitações do processo a ser controlado. Por fim, simulações foram realizadas para verificação do desempenho obtido, analisando o espectro de frequência do sinal de erro, de forma a se obter o erro em regime permanente associado à cada harmônica. Através dos resultados, reitera-se a influência do valor de ω_{max} no desempenho da resposta do sistema para o presente método de projeto, verificada ao se obter erros cada vez menores ao se aumentar o valor de ω_{max} .

No próximo capítulo será aplicada a metodologia baseada no erro em regime perma-

nente em uma planta do tipo *UPS*. Simulações serão realizadas utilizando-se um *software* projetado especificamente para simulações de eletrônica de potência - PSIM.

5 ESTUDO DE CASO: SISTEMAS UPS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos ao se aplicar a metodologia desenvolvida para projeto de controladores repetitivos em uma fonte ininterrupta de energia comercial (*UPS*) de potência aparente de 3,5 kVA. Em uma primeira etapa, discute-se o modelo matemático do processo, apresentando o circuito elétrico e as matrizes que compõe seu modelo em espaço de estados, bem como os valores numéricos dos parâmetros que compõe este modelo. Em seguida, aborda-se brevemente as especificações, métodos de teste e requisitos mínimos da tensão de saída estabelecidos pela norma de referência (IEC, 2011). Apresentam-se as etapas de projeto de duas topologias de controle, detalhando a sintonia de cada parâmetro dos controladores. Finalmente, realizam-se as simulações de desempenho estático e dinâmico, aplicando os controladores projetados. Avalia-se o desempenho do sinal de tensão de saída, comparando com os valores exigidos pela norma de referência.

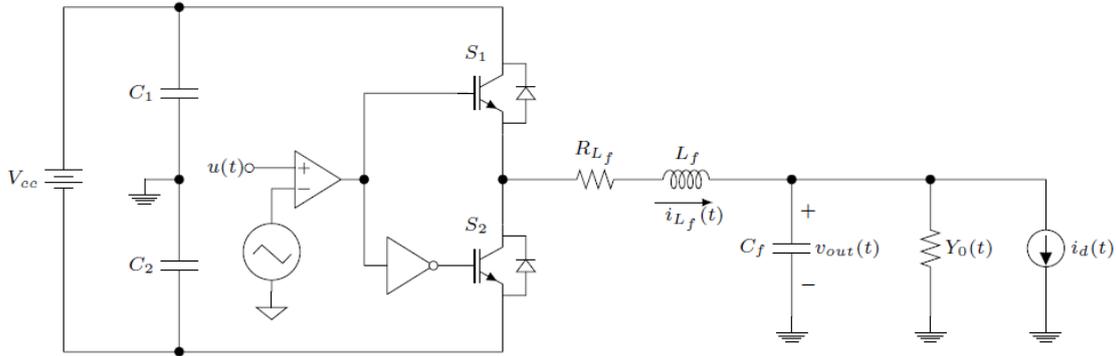
Ao final deste capítulo, como forma de verificar a aplicabilidade e eficiência da metodologia proposta, comparam-se os resultados obtidos com os do controlador sintonizado a partir da solução da *LMI* proposta em (LORENZINI *et al.*, 2015), aplicado à mesma *UPS* em questão.

5.1 Modelo matemático da UPS

Para o modelo considerado, o sinal de tensão senoidal é obtido a partir de um inversor monofásico com topologia em meia ponte, cujo sinal de saída é conectado a um filtro LC, conforme visualizado na Figura 44. Este filtro é composto pelo indutor L_f em série com sua resistência R_{L_f} e pelo capacitor C_f .

Os estágios de retificador e banco de baterias da *UPS*, estágios de entrada, são representados pela fonte de tensão contínua V_{cc} e pelos capacitores C_1 e C_2 . O estágio do inversor é composto por dois *IGBTs* (*Insulated Gate Bipolar Transistor*), representados por S_1 e S_2 , os quais são acionados através do sinal de controle $u(t)$, modulado por largura de pulso (*Pulse-Width Modulation - PWM*).

Adotando o modelo médio do inversor, os efeitos do chaveamento de S_1 e S_2 pelo

Figura 44 – Circuito elétrico *UPS*.

Fonte: Adaptado de (LORENZINI *et al.*, 2018).

signal *PWM*, podem ser representados por um ganho K_{PWM} que multiplica o sinal de controle $u(t)$ (CHEN *et al.*, 2007).

As cargas conectadas no estágio de saída do inversor são representadas pela admitância $Y_0(t)$, conectada em paralelo, e pela fonte de corrente $i_d(t)$. A admitância $Y_0(t)$ modela o efeito das cargas lineares, cuja corrente tem um sinal senoidal em fase com a tensão. Representa-se $Y_0(t)$ como um elemento linear, variante no tempo, definido como

$$Y_0(t) \in \mathcal{A}, \quad \mathcal{A} := \{Y_0(t) \in \mathbb{R} : Y_{min} \leq Y_0(t) \leq Y_{max}\}, \quad (86)$$

onde Y_{min} e Y_{max} são os limites dados pela carga nominal e mínima de operação a vazio da *UPS*, respectivamente. Já os distúrbios causados pelas cargas não-lineares, sendo estes de natureza periódica e de frequências múltiplas inteiras da fundamental, são modelados pela corrente de distúrbio $i_d(t)$.

Definindo os estados do sistema como sendo a corrente no indutor $i_{L_f}(t)$ e a tensão no capacitor $v_{out}(t)$ e baseando-se no modelo médio do inversor, as equações que descrevem a dinâmica da *UPS* em espaço de estados são (PEREIRA *et al.*, 2014)

$$\begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p(Y_0(t))x_p(t) + B_p u(t) + B_d i_d(t) \\ y_p(t) = C_p x_p(t), \end{cases} \quad (87)$$

onde $x_p(t) = [i_{L_f}(t) \ v_{out}(t)] \in \mathbb{R}^2$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}$ é o sinal de controle, $i_d(t) \in \mathbb{R}$ é o distúrbio periódico e $y_p(t) \in \mathbb{R}$ é o sinal de saída da planta.

As matrizes que formam o modelo em espaço de estados, dado o modelo dinâmico do processo, são:

$$A_p(Y_0(t)) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{L_f}}{L_f} & -\frac{1}{L_f} \\ -\frac{1}{C_f} & -\frac{Y_0(t)}{C_f} \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} \frac{K_{PWM}}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C_f} \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (88)$$

5.1.1 Valores numéricos

Considerando uma *UPS* comercial monofásica de 3,5 kVA, apresentam-se na Tabela 4 os valores numéricos dos parâmetros do estágio de inversor utilizados para obtenção do modelo numérico do processo. O sinal de referência é uma onda senoidal de amplitude $127\sqrt{2}$ V e frequência fundamental $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s, $\tau = 0,01667$ s.

Tabela 4 – Valores numéricos dos parâmetros da *UPS*.

Parâmetro	Símbolo	Valor
Indutância do filtro	L_f	1,0 mH
Resistência do indutor	R_{L_f}	15,0 m Ω
Capacitância do filtro	C_f	300,0 μ F
Admitância mínima	Y_{min}	0,0 S
Admitância máxima	Y_{max}	0,1519 S
Frequência de referência	ω_0	$2\pi 60$ rad/s

Para fins de projeto do controlador é utilizado o modelo com admitância máxima para cálculo das magnitudes mínimas do controlador e sintonia dos parâmetros, pois representa o pior caso para os distúrbios. O modelo de admitância mínima representa a *UPS* em aberto, sem carga, não apresentando distúrbio no sinal de saída. Desta forma este caso não foi levado em consideração para projeto dos ganhos do controlador. Posteriormente, será verificado se o controlador projetado também atende às margens de estabilidade recomendadas para o caso de admitância mínima. Assim, substituindo os valores da Tabela 4 no modelo de espaço de estados descrito anteriormente, obtêm-se as matrizes numéricas:

$$A_p(Y_{max}) = \begin{bmatrix} -15 & -1000 \\ -3333,33 & -506,34 \end{bmatrix}, \quad B_p = \begin{bmatrix} 1000 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (89)$$

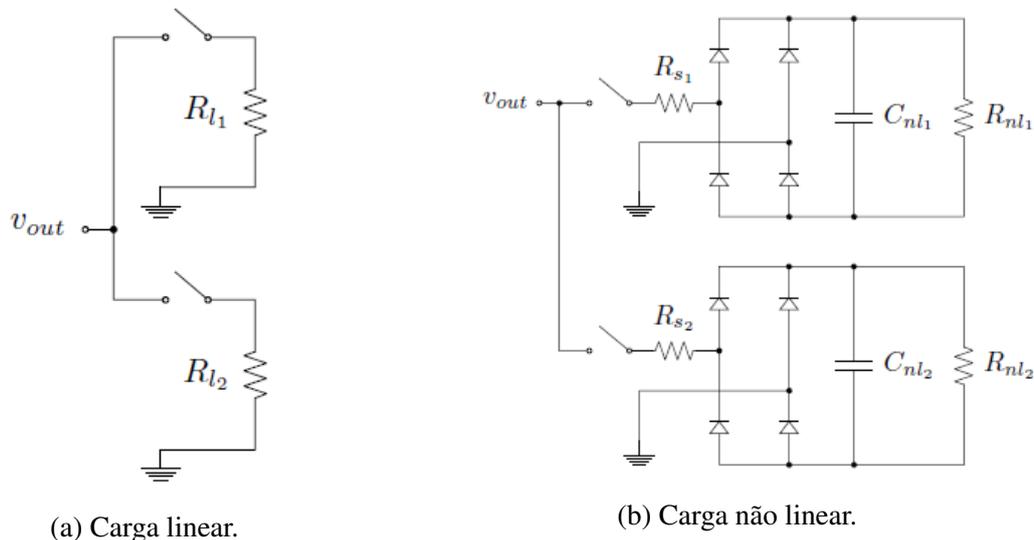
$$B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ -3333,33 \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

5.2 Descrição da simulação

As exigências de desempenho do sistema consideradas neste estudo de caso são baseadas na norma IEC 62040-3 (IEC, 2011), a qual define procedimentos de teste e a quais tipos de carga a saída do sistema deve ser submetido. Desta forma, serão aplicadas cargas lineares e não lineares, apresentadas nas Figuras 45a e 45b, respectivamente. Segundo essa norma, a carga linear deve ser composta por dois resistores, R_{l_1} e R_{l_2} , correspondendo à 20% e 80%, respectivamente, da potência ativa nominal da *UPS*. A carga não linear é formada por dois circuitos independentes contendo um resistor em série com uma ponte retificadora cuja saída é conectada a um filtro RC em paralelo. Esses dois circuitos

são projetados para que o primeiro dissipe 25% e o segundo 75% da potência aparente nominal da *UPS*.

Figura 45 – Cargas conectadas à saída de uma *UPS* monofásica para testes.



Fonte: (LORENZINI, 2019).

Em termos dos requisitos de desempenho, são considerados dois cenários de testes baseados na norma IEC 62040-3: avalia-se inicialmente o desempenho em regime permanente através do valor eficaz, *THD* e *IHD* da tensão de saída; o segundo teste avalia o desempenho em regime transiente, através do desvio da tensão de saída na aplicação e retirada das cargas. Um maior detalhamento a cerca dos assuntos referentes aos sistemas *UPS*, como a normatização, dimensionamento das cargas lineares e não-lineares e procedimento de testes pode ser encontrado em (LORENZINI, 2015).

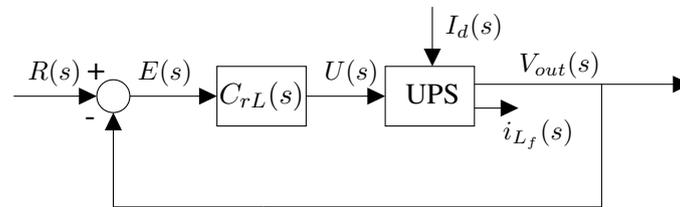
5.3 Projeto do sistema de controle

Nesta seção serão apresentadas as etapas de sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo. Será empregada a metodologia proposta na seção 4.4, de forma a projetar um controlador cujo objetivo é a obtenção de margens de estabilidade recomendadas e a imposição de um limite superior para os erros em regime permanente associado às harmônicas de interesse.

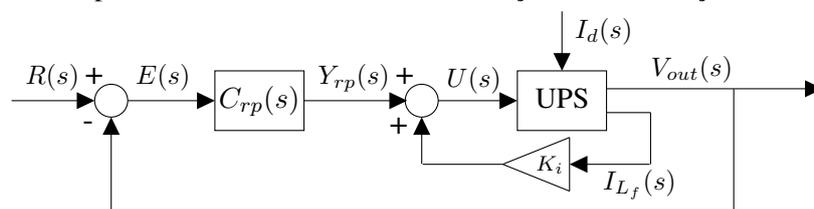
Duas topologias da malha de controle serão consideradas, cujos diagramas de blocos são apresentados na Figura 46. Inicialmente será projetado um CRAF, seguindo as etapas de sintonia apresentadas em 4.4.2, em um laço de realimentação da tensão de saída, conforme apresentado na Figura 46a. Em seguida, será utilizada parte da estrutura de controle presente em (PEREIRA *et al.*, 2014), a qual possui uma realimentação da corrente do indutor com um ganho K_i em série com um controlador múltiplo ressonante em um laço de realimentação da tensão de saída. Para este trabalho, replica-se esta estrutura de

controle, inserindo um controlador repetitivo no lugar do múltiplo ressonante, como visto na Figura 46b.

Figura 46 – Diagrama de blocos do sistema em malha fechada com os controladores aplicados.



(a) Controlador repetitivo em série com bloco de avanço de fase no laço de tensão de saída.



(b) Realimentação de corrente no indutor e controlador repetitivo no laço de tensão de saída.

Fonte: Adaptado de (LORENZINI, 2019).

5.3.1 Requisitos de Desempenho em Regime Permanente da norma IEC 62040-3

Para projeto do controlador repetitivo baseado no erro em regime permanente, é necessário definir inicialmente os requisitos de desempenho desejado. A norma IEC 62040-3 apresenta limites máximos admissíveis de distorção harmônica individual (*IHD*) do sinal de saída de tensão da *UPS*. Em (BERTOLDI, 2019) é apresentado de forma detalhada uma análise do conteúdo harmônico da corrente drenada pela carga não-linear aplicada à *UPS*. O autor apresenta o valor da distorção harmônica individual de cada componente harmônica do sinal de corrente, comparando-os com os limites estabelecidos pela norma IEC 62040-3. Assim, é possível se estabelecer valores de atenuação necessários que o sistema deve apresentar de forma a atender os requisitos da norma.

Para o modelo de *UPS* comercial de potência aparente de 3,5 kVA, abordado neste trabalho, os valores de distorção harmônica individual, os limites da norma IEC 62040-3 e as atenuações necessárias se encontram na Tabela 5. Assim, a partir das atenuações pode-se obter a magnitude mínima do controlador nas frequências associadas a estas harmônicas. Sendo assim, a análise realizada na seção 4.4.1, para cálculo desta magnitude, pode ser estendida para o erro dado um sinal de distúrbio.

Sejam $G(s)$, a função de transferência entre o sinal de tensão de saída e o de controle, e $G_d(s)$ a função de transferência entre o sinal de tensão de saída e o de corrente de distúrbio. A função de transferência entre o sinal de erro $E(s)$ e a corrente de distúrbio é $I_d(s)$ é dada por

Tabela 5 – Níveis de tensão e corrente por componente harmônica.

Ordem da harmônica	Contribuição gerada pela corrente de distúrbio	Distorção harmônica nominal	Limites da IEC 62040-3 para a tensão de saída	Atenuação necessária
k	$I_{d,k}$ [A]	$IHD_{i_d,k}$ [%]	$IHD_{std,k}$ [%]	Mag_m [dB]
3	23,35	14,67	5	-9,35
5	19,06	10,61	6	-4,95
7	10,84	6,03	5	-1,63
9	3,79	2,11	1,5	-2,97
11	1,11	0,62	3,5	15,05
13	2,65	1,48	3	6,14
15	2,19	1,22	0,3	-12,2

Fonte: Adaptado de (BERTOLDI, 2019).

$$T_{ed}(s) = \frac{E(s)}{I_d(s)} = -\frac{G_d(s)}{1 + G(s)C_{rL}(s)}. \quad (90)$$

Em termos da magnitude, substituindo $s = j\omega$, (90) pode ser reescrita como

$$|T_{ed}(j\omega)| \geq \left| \frac{G_d(j\omega)}{1 + G(j\omega)C_{rL}(j\omega)} \right|. \quad (91)$$

Como serão avaliadas as magnitudes do controlador nas frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental da referência, substitui-se $\omega = k\omega_0$ e resolve-se (91) para $|C_{rL}(jk\omega_0)|$:

$$M_{d,k} = |C_{rL}(jk\omega_0)| \geq \frac{1}{|G(jk\omega_0)|} \left(\frac{|G_d(jk\omega_0)|}{|T_{ed}(jk\omega_0)|} - 1 \right). \quad (92)$$

Assim, os métodos de projeto terão como objetivo a sintonia dos parâmetros do CRAF tal que $|C_{rL}(jk\omega_0)| \geq M_{d,k}$.

5.3.2 Controlador repetitivo sem realimentação de corrente

Iniciam-se as etapas de projeto calculando as magnitudes que o controlador deve possuir nas frequências múltiplas inteiras ímpares de ω_0 . Para o caso da UPS sem realimentação de corrente, têm-se que $G(s)$ e $G_d(s)$ são dadas por

$$G(s) = \frac{V_{out}(s)}{U(s)} = C_p(sI - A_p)^{-1}B_p = \frac{3,333 \times 10^6}{s^2 + 521,3s + 3,341 \times 10^6} \quad (93)$$

e

$$G_d(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_d(s)} = C_p(sI - A_p)^{-1}B_d = \frac{-3,333s - 5 \times 10^4}{s^2 + 521,3s + 3,341 \times 10^6} \quad (94)$$

Substituindo (93) e (94) em (92) e aplicando os valores de atenuação da Tabela 5, obtêm-se os valores das magnitudes mínimas do controlador, sendo estes apresentados na Tabela 6.

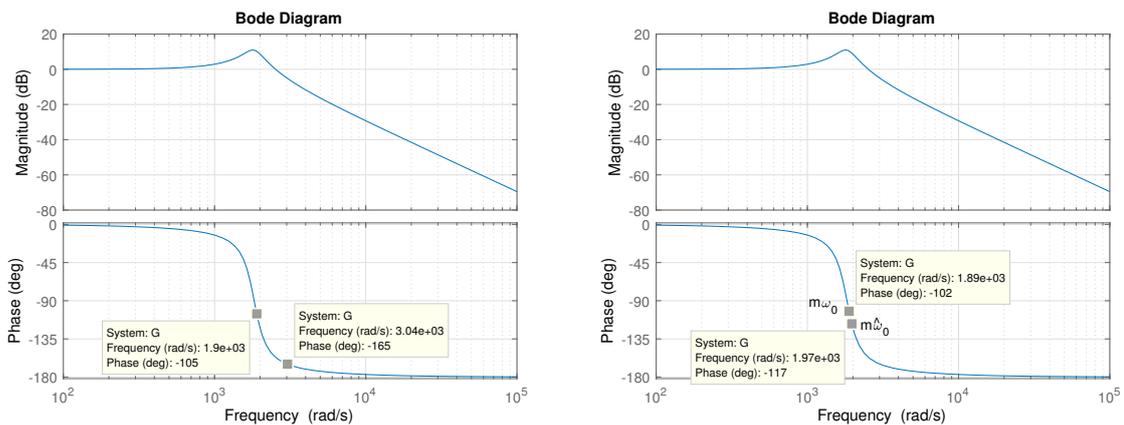
Tabela 6 – Magnitudes mínimas do controlador repetitivo sem realimentação de corrente por componente harmônica.

Ordem da harmônica	Atenuação necessária para $ T_{ed}(jk\omega_0) $	Magnitude mínima do Controlador
k	Mag _m [dB]	$M_{d,k}$ [dB]
3	-9,35	8,55
5	-4,95	9,63
7	-1,63	6,11
9	-2,97	7,11
11	15,05	0
13	6,14	0
15	-12,2	23,16

5.3.2.1 Projeto do Controlador Repetitivo sem BAF

Inicia-se a sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo seguindo as etapas de projeto propostas no Capítulo 3. Apresenta-se a resposta em frequência de $G(s)$ na Figura 47a, onde se apresenta as frequências ω_{max} e uma possível ω_L para posterior projeto de um bloco de avanço de fase. Deste diagrama de Bode, tem-se então que $\omega_{max} = 1,9 \times 10^3$ rad/s, resultando em $m = 5$.

Figura 47 – Diagrama de Bode de $G(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $G(j\omega)$ apresentando as frequências ω_{max} e ω_L .

(b) Diagrama de Bode de $G(j\omega)$ apresentando a fase nas frequências $m\omega_0$ e $m\hat{\omega}_0$.

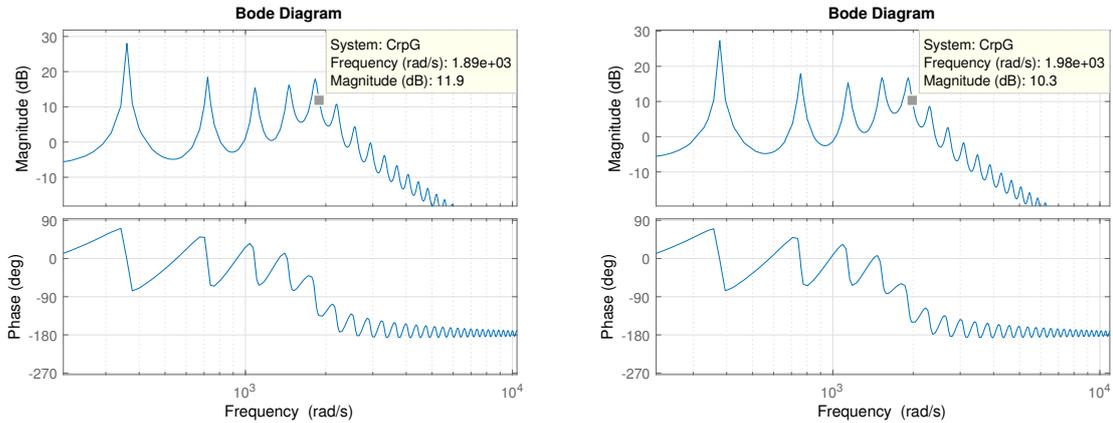
Fonte: Elaborado pelo autor.

Da Figura 47b, tem-se a fase do processo na frequência $m\omega_0$, sendo esta $\angle G(jm\omega_0) = -102^\circ$. Para uma margem de fase desejada $\phi_d = 45^\circ$, calcula-se a frequência de corte do filtro passa-baixas a partir de (45), resultando em $\omega_c = 1.215,6$ rad/s.

Calcula-se a correção no elemento de atraso aplicando (23), resultando em $\hat{\tau} = 0,0158$ s e $\hat{\omega}_0 = 395,94$ rad/s. Observa-se na Figura 47b que a fase do processo na frequência

$m\hat{\omega}_0$ é de aproximadamente -117° , cerca de 15° menor que o valor em $m\omega_0$, onde $m = 5$. Assim, é esperado que ao sintonizar o ganho direto K_r tal que $|C_{rp}(jm\hat{\omega}_0)G(j\hat{\omega}_0)| = 1$, o sistema apresente uma margem de fase 15° menor.

Figura 48 – Diagramas de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ e $\hat{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $\bar{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando a magnitude na frequência $m\omega_0$.

(b) Diagrama de Bode de $\hat{C}_{rp}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando a magnitude na frequência $m\hat{\omega}_0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

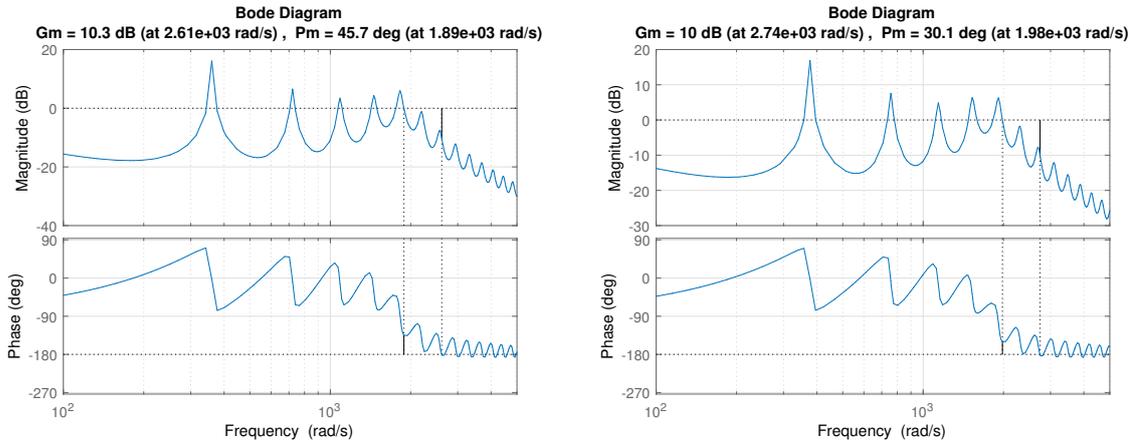
Nas Figuras 48a e 48b se encontram as magnitudes do sistema nas frequências $m\omega_0$ e $m\hat{\omega}_0$, nos casos sem e com a correção do elemento de atraso, respectivamente. Com estes valores, aplica-se a equação (46) para cálculo do ganho direto K_r para ambos os casos, resultando em $K_r^{sc} = 0,253$ e $K_r^{cc} = 0,302$, onde os sobrescritos *sc* e *cc* significam *sem correção* e *com correção*, respectivamente.

De fato, observam-se nos diagramas de Bode apresentados nas Figuras 49a e 49b as margens de ganho e de fase obtidas, com e sem a correção no elemento de atraso, após inserção do ganho K_r . Para o caso sem a correção, obteve-se exatamente a margem de fase desejada, uma vez que o cruzamento de magnitude de 0 dB ocorre na frequência para a qual se projetou ω_c . Como o controlador repetitivo com a correção no elemento de atraso apresenta margens de estabilidade dentro dos limites recomendados, ele se torna viável a ser utilizado. Sendo assim, tem-se a sua função de transferência

$$C_{rp}(s) = \frac{0,302}{1 - \frac{1.215,6}{s+1.215,6}e^{-0,0158s}}. \quad (95)$$

Tendo-se completado as etapas de projeto do controlador repetitivo, aplicando a correção no elemento de atraso, resta-se verificar se a magnitude nas frequências múltiplas inteiras de ω_0 atendem aos requisitos de projeto. Na Figura 50 tem-se o diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$, onde visualiza-se a magnitude do controlador na terceira componente harmônica da frequência fundamental. Como a magnitude mínima necessária era de $M_{d,3} = 8,55$ dB, não atingiu-se o requisito desejado, uma vez que $|C_{rp}(j3\omega_0)| = 0,128$ dB. Assim, será re-

Figura 49 – Diagramas de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$, sem correção no elemento de atraso, apresentando as margens de estabilidade obtidas.

(b) Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)G(j\omega)$, com correção no elemento de atraso, apresentando as margens de estabilidade obtidas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

projetado o controlador repetitivo após inserção de um bloco de avanço de fase na malha de controle.

5.3.2.2 Projeto do Controlador Repetitivo com 1 BAF

Dando sequência ao projeto do controlador, sintoniza-se os parâmetros de um bloco de avanço de fase, seguindo as etapas de projeto apresentadas na seção 4.4.2. Inicia-se com a obtenção de ω_L a partir da resposta em frequência de $G(s)$, sendo esta definida como a frequência na qual a curva de fase do processo cruza a fase de -180° . Porém, dado o modelo da UPS, verifica-se na Figura 47a que o processo não possui frequência finita de cruzamento de fase de -180° , ficando livre a escolha de ω_L . Assim, escolhe-se ω_L como sendo a frequência tal que $\angle G(j\omega_L) = -165^\circ$, pois, após inserção do bloco de avanço de fase, esta será a nova frequência ω_{max} .

Na Figura 47a tem-se que $\omega_L = 3.040$ rad/s. Com $\phi_L = 60^\circ$, sintoniza-se os parâmetros T_L e α_L do BAF a partir das equações (65) e (67), resultando na função de transferência

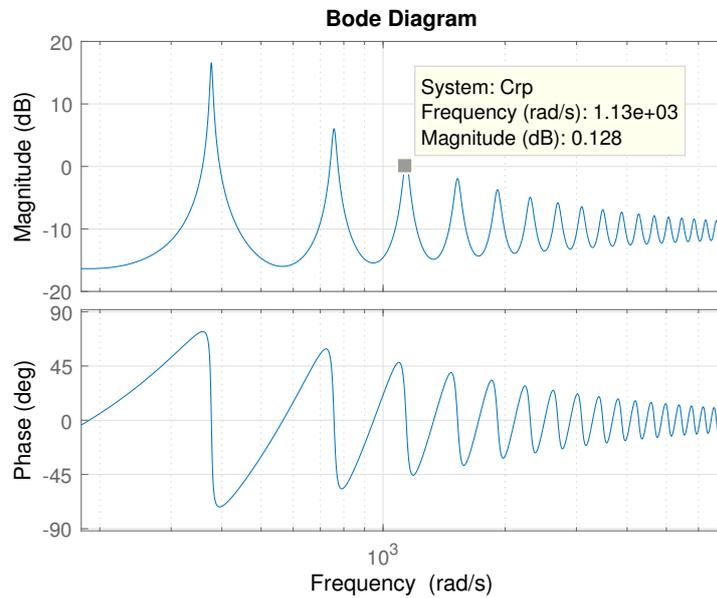
$$C_L(s) = \frac{1 + 1,22 \times 10^{-3}s}{1 + 0,0717 \cdot 1,22 \times 10^{-3}s}, \quad (96)$$

com $\alpha_L = 0,0717$ e $T_L = 1,22 \times 10^{-3}$.

Unindo o bloco de avanço de fase à $G(s)$, tem-se o processo $G_L(s) = C_L(s)G(s)$, cuja resposta em frequência é apresentada na Figura 51a. Conforme esperado, $\omega_{max} = \omega_L$ de acordo com a escolha feita anteriormente. Para este valor de ω_{max} , tem-se que $m = 8$.

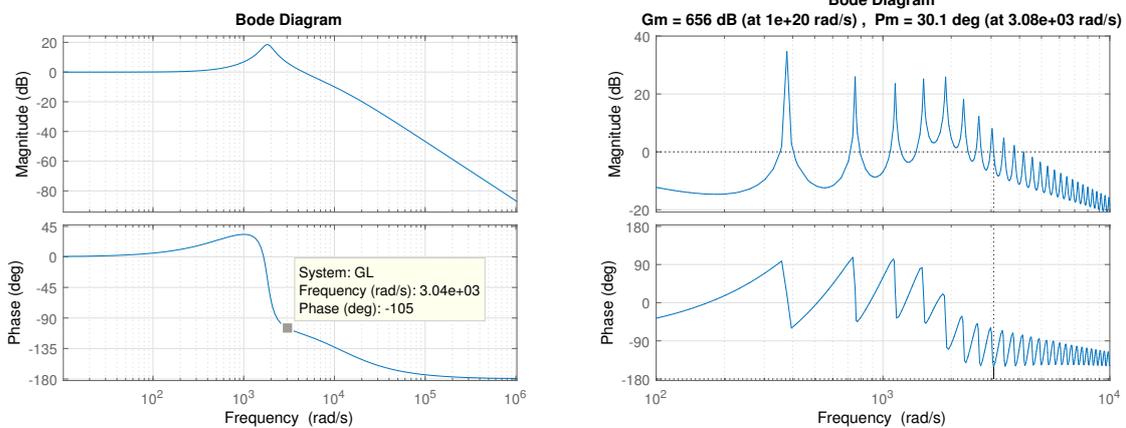
Da resposta em frequência de $G_L(j\omega)$, infere-se que a fase do processo em $m\omega_0 = 3.015,9$ rad/s, aproximadamente ω_{max} , é $\angle G_L(jm\omega_0) \approx -105^\circ$. Para uma margem de

Figura 50 – Diagrama de Bode de $C_{rp}(j\omega)$ apresentando a magnitude na frequência $3\omega_0$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 51 – Diagramas de Bode de $G_L(j\omega)$ e $C_{rL}(j\omega)G(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $G_L(j\omega)$ apresentando as frequências ω_{max} .

(b) Diagrama de Bode de $C_{rL}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade obtidas.

Fonte: Elaborado pelo autor.

fase desejada de $\phi_d = 30^\circ$, calcula-se ω_c a partir de (45), resultando em $\omega_c = 3.045,57$ rad/s. Aplicando a correção no elemento de atraso, obtêm-se $\hat{\tau} = 0,0163$ s e $\hat{\omega}_0 = 384,52$ rad/s, resultando no controlador repetitivo

$$\hat{C}_{rp1} = \frac{1}{1 - \frac{3.045,5}{s+3.045,5} e^{-0,0163s}}. \quad (97)$$

Finaliza-se o projeto do CRAF calculando-se o valor do ganho direto K_r . Tem-se que $|\hat{C}_{rp1}(jm\hat{\omega}_0)G_L(jm\hat{\omega}_0)| = 2,79$, resultando em $K_r = 1/2,79 = 0,357$. Assim, tem-se a

função de transferência do controlador repetitivo:

$$C_{rp1}(s) = K_r \hat{C}_{rp1}(s) = \frac{0,357}{1 - \frac{3.045,5}{s+3.045,5} e^{-0,0163s}}, \quad (98)$$

que resulta no CRAF

$$C_{rL}(s) = C_L(s)C_{rp1}(s) = \frac{1 + 1,22e-3s}{(1 + 0,0717 \cdot 1,22e-3s)} \frac{0,357}{(1 - \frac{3.045,5}{s+3.045,5} e^{-0,0163s})}. \quad (99)$$

As margens de estabilidade obtidas se encontram na resposta em frequência do sistema apresentada na Figura 51b. Novamente, devem-se verificar as magnitudes que o CRAF projetado apresenta nas frequências múltiplas inteiras de ω_0 . Na Tabela 8 apresentam-se os valores das magnitudes do controlador $C_{rL}(s)$ nas frequências das componentes harmônicas de interesse. Verifica-se que todas as magnitudes foram atendidas, com exceção da 15^a harmônica, onde a exigência era de $M_{d,15} = 23,16$ dB e a magnitude obtida foi de $|C_{rL}(j15\omega_0)| = 9,56$ dB.

Uma alternativa que pode ser empregada para que se atenda também à exigência de erro em regime para a 15^a harmônica, seria o incremento do valor do ganho direto do controlador repetitivo. Desta forma, insere-se um ganho adicional, definido por K_{r1} , cujo valor é de $23,16 - 9,56 = 13,49$ dB, ou 4,72 em absoluto. Assim, tem-se o CRAF

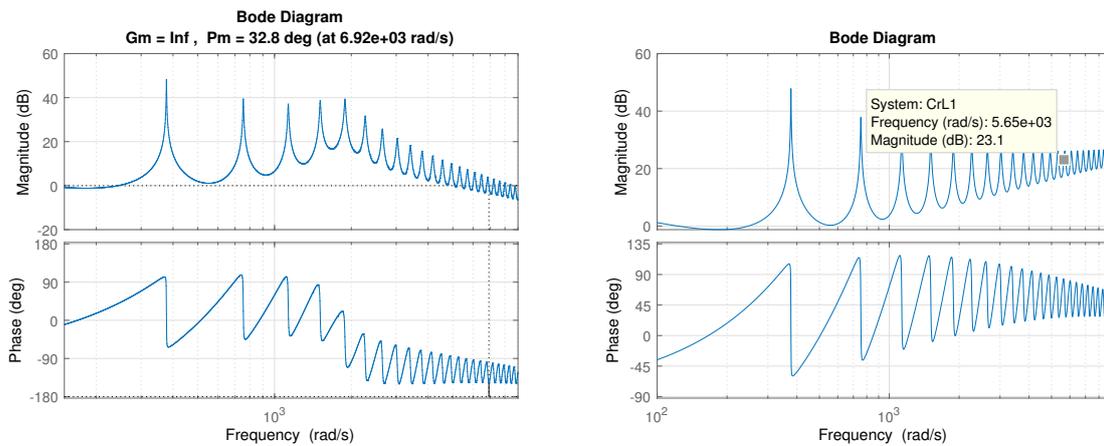
$$C_{rL1} = K_{r1} C_{rL}(s) = 4,72 \frac{1 + 1,22e-3s}{(1 + 0,0717 \cdot 1,22e-3s)} \frac{0,357}{(1 - \frac{3.045,5}{s+3.045,5} e^{-0,0163s})}, \quad (100)$$

cujas respostas em frequência, com e sem o processo $G(s)$, se encontram nas Figuras 52a e 52b. Nestas figuras, verifica-se que obtiveram-se as margens de estabilidade dentro da faixa recomendada e a magnitude necessária para atender ao requisito de erro em regime associado à 15^a harmônica.

Dado que o controlador projetado atendeu a todos os requisitos para o modelo de admitância máxima, deseja-se verificar se o sistema com modelo de admitância mínima também apresenta margens de estabilidade dentro do intervalo recomendado. Apresenta-se na Figura 53 a resposta em frequência do sistema com o modelo de admitância mínima. Verifica-se as margens de estabilidade obtidas, sendo a margem de fase igual a $32,7^\circ$ e a margem de ganho tendendo a infinito.

Resumem-se as etapas de sintonia apresentadas nesta seção nas Tabelas 7 e 8. Na primeira tabela, estão reunidos os parâmetros de sintonia e as margens de estabilidade obtidas. Na segunda, apresentam-se as magnitudes que cada controlador apresentou nas frequências múltiplas inteiras ímpares de ω_0 e as magnitudes necessárias calculadas anteriormente $M_{d,k}$. Destaca-se que os termos com * nas tabelas se referem ao caso onde se modificou o ganho direto de forma a atender ao requisito de erro em regime da 15^a harmônica.

Figura 52 – Diagramas de Bode de $C_{rL_1}(j\omega)G(j\omega)$ e $C_{rL_1}(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $C_{rL_1}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade. (b) Diagrama de Bode de $C_{rL_1}(j\omega)$ apresentando a magnitude na 15^a harmônica de ω_0 .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Tabela 7 – Parâmetros de sintonia e margens de estabilidade dos controladores repetitivos, com e sem BAF.

	ω_{max}	m	α_L	$T_L (10^{-3})$	$\hat{\tau} (10^{-2})$	ω_c	K_r	MF	MG
$G(s)$	1900	5	-	-	1,58	1.215,6	0,302	30,1	10
$G_{L1}(s)$	3.040	8	0,0717	1,22	1,63	3.045,5	0,357	30,1	Inf
$G_{L1}^*(s)$	3.040	8	0,0717	1,22	1,63	3.045,5	1,69	32,8	Inf

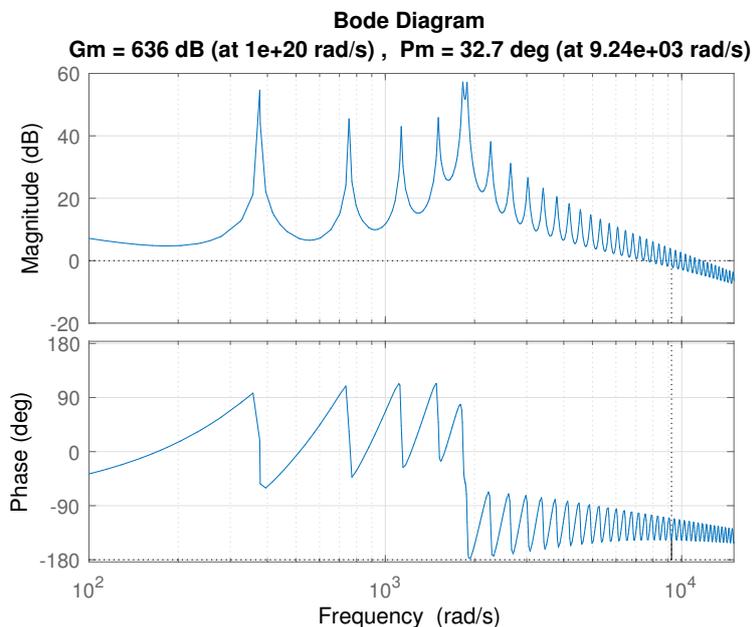
Tabela 8 – Magnitude dos controladores repetitivos, com e sem BAF, nas componentes harmônicas ímpares de ω_0 .

Ordem da Harmônica	Mag. necessária do Controlador	Mag. do Controlador Repetitivo	Mag. do CRAF	Mag. do CRAF*
k	$M_{d,k}$	$ C_{rp}(jk\omega_0) $	$ C_{rL}(jk\omega_0) $	$ C_{rL_1}(jk\omega_0) $
3	8,55	0,128	19,57	33,05
5	9,63	-5,76	14,89	28,37
7	6,11	-8,83	12,63	26,10
9	7,11	-10,6	11,34	24,82
11	0	-11,6	10,54	24,02
13	0	-12	10	23,5
15	23,16	-12	9,56	23,14

5.3.3 Resultado das Simulações

Serão apresentados a seguir os resultados da simulação do modelo da UPS operando em malha fechada com os controladores projetados na seção anterior. Os testes realizados estão de acordo com a norma IEC 62040-3 (IEC, 2011), de forma a se medir o

Figura 53 – Diagrama de Bode de $C_{rL_1}(j\omega)G(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade para o modelo de admitância mínima.



Fonte: Elaborado pelo autor.

desempenho estático e dinâmico do sistema.

5.3.3.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Os resultados da simulação de desempenho estático se encontram de forma resumida na Tabela 9. Nesta tabela, apresentam-se os valores das distorções harmônica total e individual, bem como os valores limites de acordo com a norma, destacando em negrito os valores que não atenderam à norma.

Tabela 9 – Desempenho estático dos controladores repetitivos, com e sem BAF, em termos da tensão de saída *RMS*, *TDH* e *IDHs* para 100% de carga não-linear.

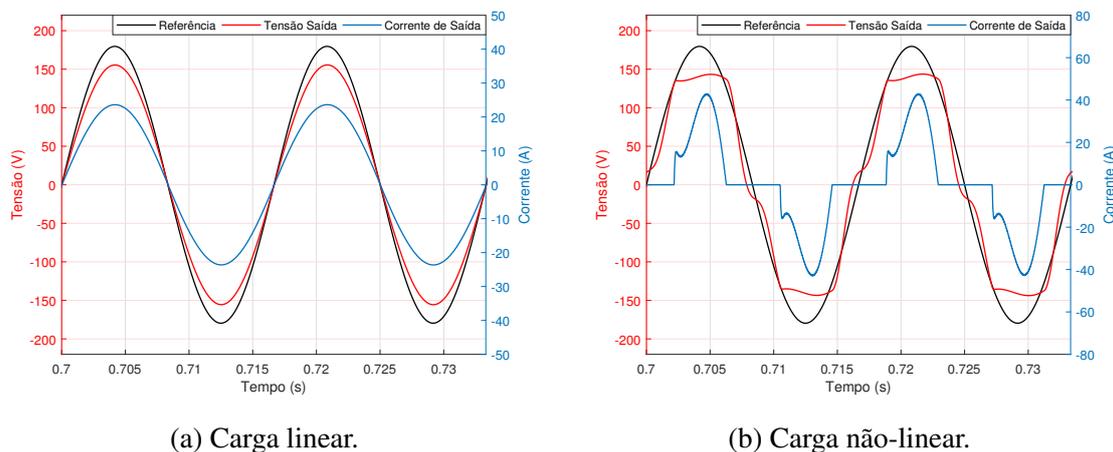
Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Repetitivo sem BAF	Repetitivo com 1 BAF	Repetitivo com 1 BAF*
V_{out} [RMS]	127 ± 10	111,26	124,74	126,51
<i>THD</i> [%]	8	13,54	3,18	1,10
<i>IHD</i> ₃ [%]	5	5,9	1,42	0,35
<i>IHD</i> ₅ [%]	6	10,45	2,34	0,67
<i>IHD</i> ₇ [%]	5	6,23	1,2	0,59
<i>IHD</i> ₉ [%]	1,5	0,20	0,59	0,17
<i>IHD</i> ₁₁ [%]	3,5	1,11	0,79	0,23
<i>IHD</i> ₁₃ [%]	3	0,18	0,1	0,32
<i>IHD</i> ₁₅ [%]	0,3	0,46	0,32	0,13

Para comparação do desempenho dos controladores projetados, são apresentados nas Figuras 54, 55 e 56 as curvas de tensão de saída em regime permanente quando aplicadas 100% da carga linear, caso (a), e 100% da carga não-linear, caso (b).

Observa-se que a introdução do bloco de avanço na malha de controle resultou em melhoras significativas no desempenho estático do sistema. Destaca-se que a modificação do ganho K_r , incrementando-se o seu valor, fez com que o sistema pudesse atender à todas exigências de desempenho estático definidos pela norma IEC 62040-3.

Este resultado fica claro quando se observa a forma de onda em regime permanente das Figuras 56a e 56b. Verifica-se que houve quase total sobreposição dos sinais de onda senoidal de referência e de tensão de saída, tanto para aplicação da carga linear quanto para a não-linear.

Figura 54 – Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo sem BAF.

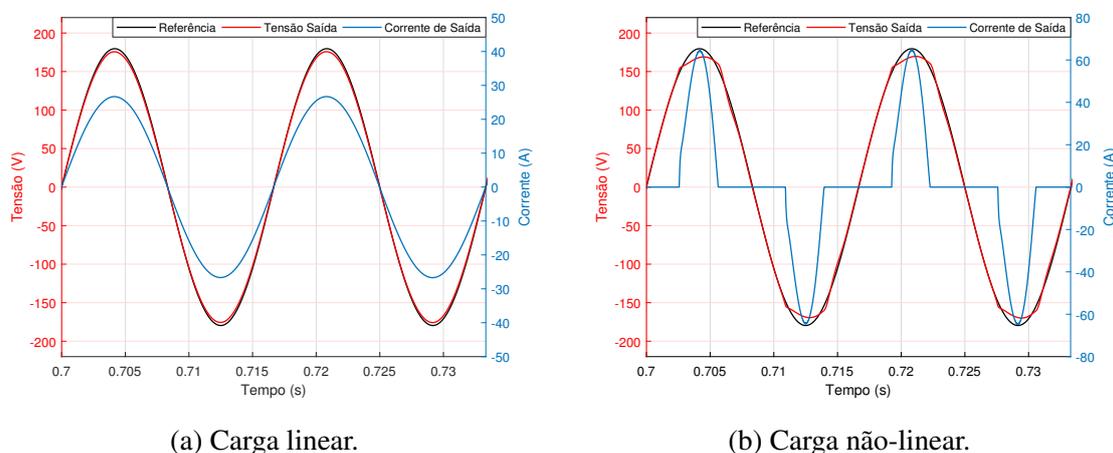


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 55 – Sinais de tensão de saída do processo com o CRAF.

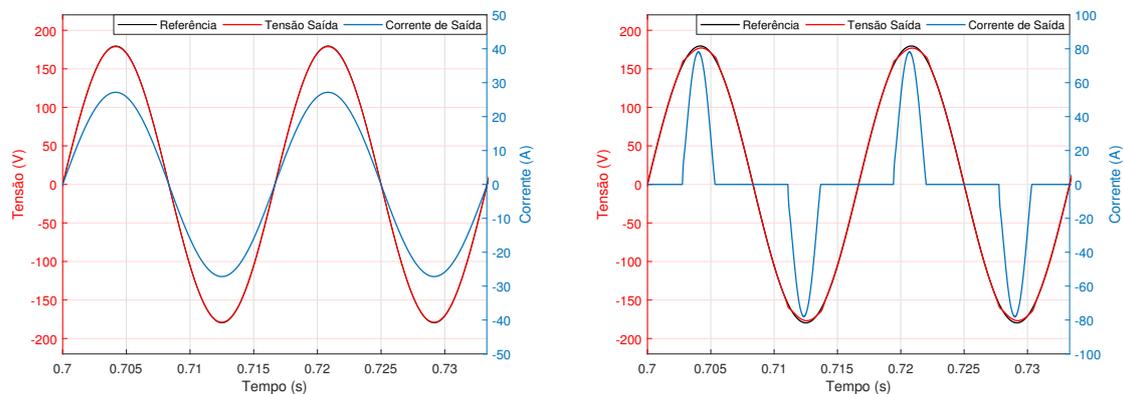


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 56 – Sinais de tensão de saída do processo com o CRAF - K_r modificado.

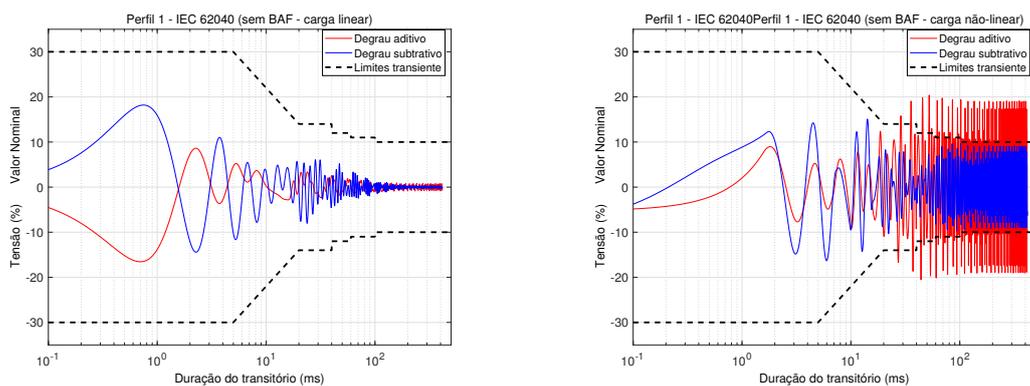


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 57 – Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o controlador repetitivo sem BAF.

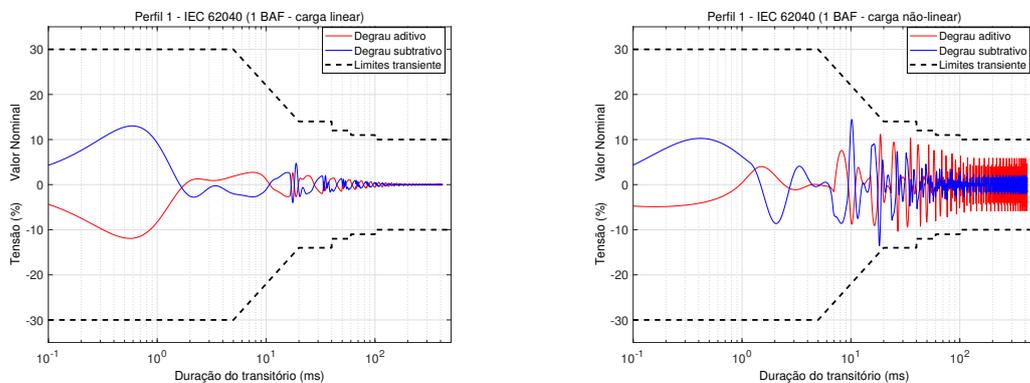


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 58 – Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o CRAF.

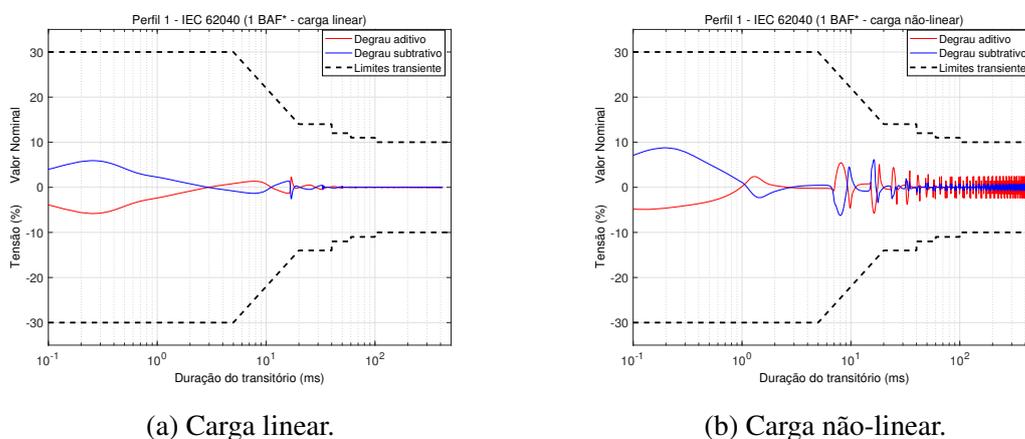


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

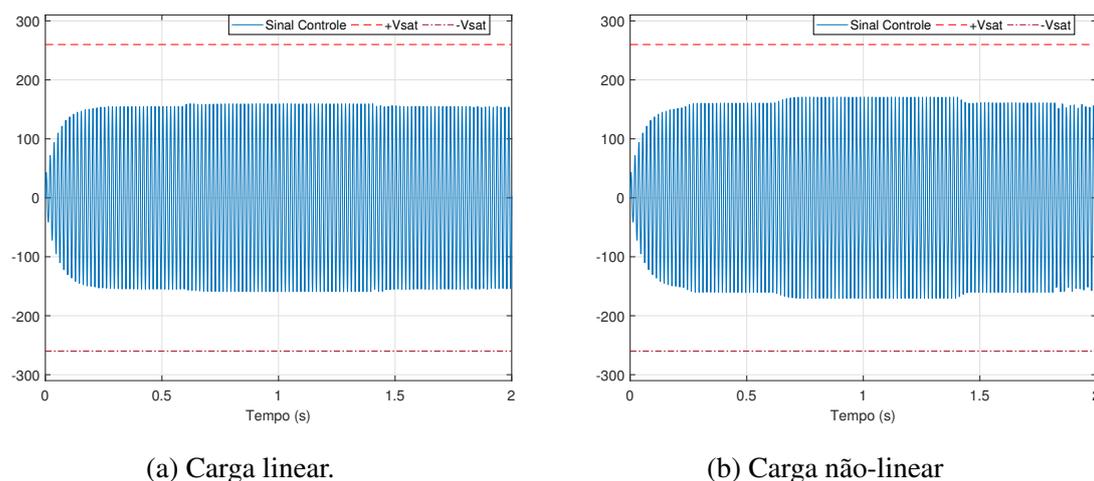
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 59 – Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com o CRAF - K_r modificado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 60 – Sinais de controle do controlador repetitivo sem BAF.



Fonte: Elaborado pelo autor.

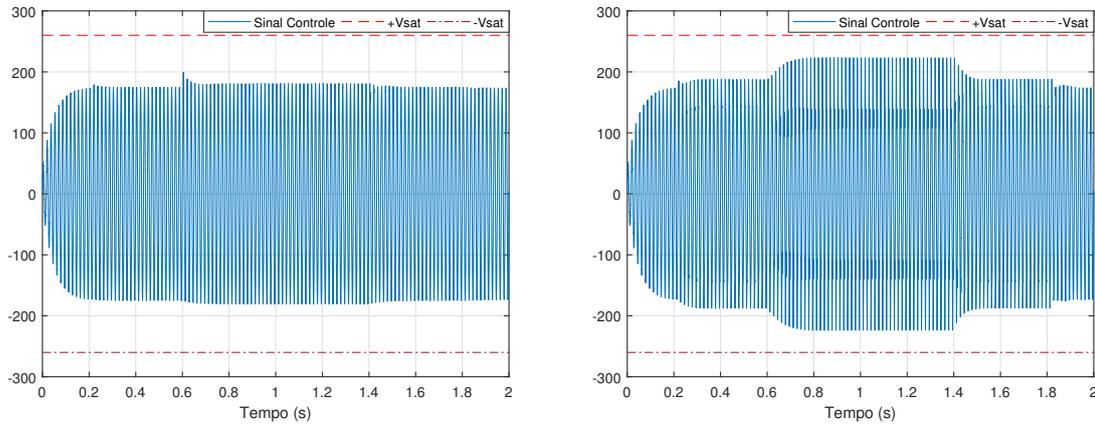
5.3.3.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

O resultado das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico, avaliado através do desvio percentual transitório de tensão, com os degraus aditivos e subtrativos de carga linear e não-linear, são apresentados nas Figuras 57, 58 e 59.

Para os testes com cargas lineares, os três controladores projetados atenderam às exigências definidas pela norma IEC 62040-3, uma vez que os desvios percentuais permaneceram dentro dos limites de transiente. Para o teste aplicado com a carga não-linear, o controlador repetitivo sem BAF não teve desempenho adequado, uma vez que os desvios percentuais de tensão para os degraus aditivos de carga não permaneceram nos limites de transiente.

Os sinais de controle da simulação são apresentados nas Figuras 60, 61 e 62. Percebe-se que para os controladores $C_{rp}(s)$ e $C_{rL}(s)$ não houve saturação do sinal de controle

Figura 61 – Sinais de controle do controlador repetitivo o CRAF.

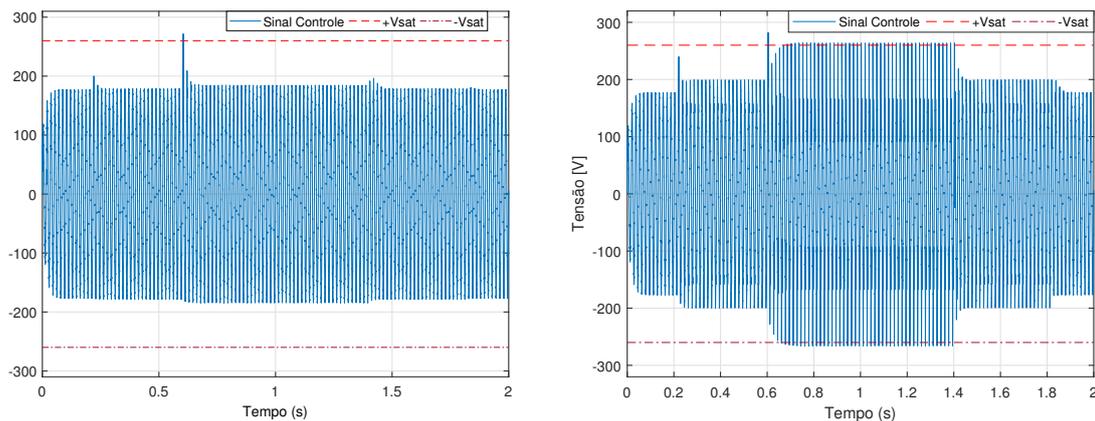


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 62 – Sinais de controle do controlador repetitivo o CRAF - K_r modificado.



(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

(± 260 V), enquanto que para o controlador $C_{rL_1}(s)$ o sinal de controle saturou para a carga não-linear, atingindo o valor máximo de 282 V próximo do tempo $t = 0,6$ s, momento onde adicionou-se 100% da carga não-linear. Após se atingir o regime permanente tendo-se conectado 100% da carga não-linear, o valor máximo do sinal de controle foi de ± 264 V, havendo saturação de apenas ± 4 V.

Dado o resultado obtido da simulação de desempenho estático, conclui-se que apenas o CRAF com a modificação no ganho direto K_r atende todos os requisitos definidos pela norma IEC 62040-3.

5.3.4 Controlador repetitivo com realimentação de corrente

Com a realimentação de corrente, o sinal de controle é dado por $u(t) = K_p x_p(t) + y_{rp}(t)$, onde $x_p(t)$ são os estados da UPS, $K_p = [K_i \ 0]$ o ganho de realimentação de esta-

dos e $y_{rp}(t)$ o sinal de saída do controlador repetitivo. O valor do ganho de realimentação de corrente considerado é o utilizado em (PEREIRA *et al.*, 2014), sendo $K_i = -10,42$. Uma maneira alternativa para a determinação deste ganho seria através do método baseado em *LMI*s discutido no Capítulo 3 e no Apêndice A. Para este caso, as funções de transferência $\bar{G}(s)$ e $\bar{G}_d(s)$ são dadas por

$$\bar{G}(s) = \frac{V_{out}(s)}{U_{rp}(s)} = C_p(sI - (A_p + B_p K_p))^{-1} B_p = \frac{3,333 \times 10^6}{s^2 + 1,094 \times 10^4 s + 8,617 \times 10^6} \quad (101)$$

e

$$\bar{G}_d(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_d(s)} = C_p(sI - (A_p + B_p K_p))^{-1} B_d = \frac{-3,333s - 3,478 \times 10^7}{s^2 + 1,094 \times 10^4 s + 8,617 \times 10^6} \quad (102)$$

Substituindo (101) e (102) em (92) e aplicando os valores de atenuação da Tabela 5, obtêm-se as magnitudes mínimas que o controlador deve apresentar por componente harmônica, sendo estas apresentadas na Tabela 10.

Tabela 10 – Magnitudes necessárias do controlador repetitivo com realimentação de corrente por componente harmônica.

Ordem da harmônica	Atenuação necessária para $ T_{ed}(jk\omega_0) $	Magnitude necessária do Controlador
k	Mag _m [dB]	$M_{d,k}$ [dB]
3	-9,35	28,45
5	-4,95	21,85
7	-1,63	12,68
9	-2,97	12,61
11	15,05	0
13	6,14	0
15	-12,2	29,1

5.3.4.1 Projeto do controlador repetitivo com realimentação de corrente

Inicia-se a sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo seguindo novamente as etapas de projeto propostas no Capítulo 3. Apresenta-se a resposta em frequência de $\bar{G}(s)$ na Figura 63a, onde se verifica a frequência $\omega_{max} = 4.700$ rad/s, que resulta em $m = 12$.

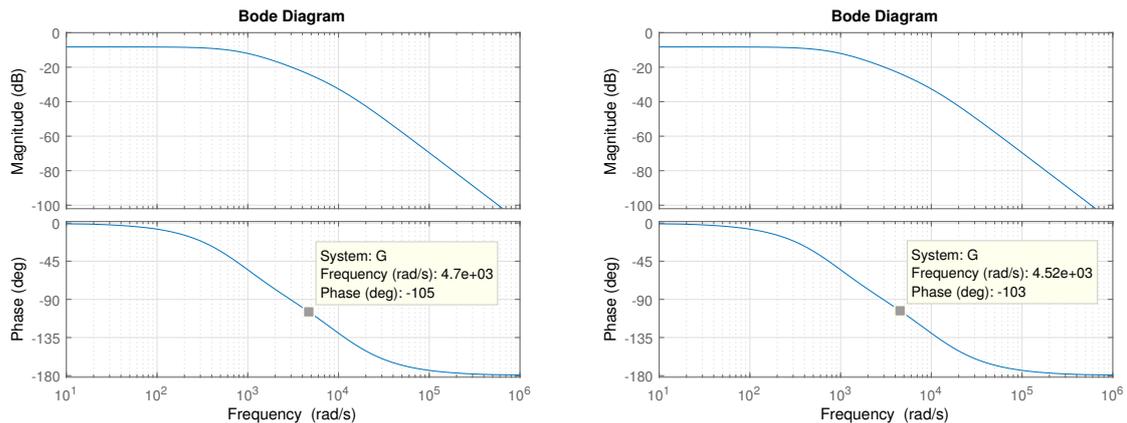
Da Figura 63b, tem-se a fase do processo na frequência $m\omega_0$, sendo esta $\angle \bar{G}(jm\omega_0) = -103^\circ$. Para uma margem de fase desejada $\phi_d = 40^\circ$, calcula-se a frequência de corte do filtro passa-baixas a partir de (45), resultando em $\omega_c = 3.352,13$ rad/s. Calcula-se a correção no elemento de atraso aplicando a equação (23), resultando em $\hat{\tau} = 0,01636$

s e $\hat{\omega}_0 = 383,83$ rad/s. Desta forma, tem-se a função de transferência do controlador repetitivo

$$\hat{C}_{rp}^i(s) = \frac{1}{1 - \frac{3.352,13}{s+3.352,13} e^{-0,01636s}}, \quad (103)$$

onde o sobrescrito i indica a realimentação de corrente.

Figura 63 – Diagrama de Bode de $\bar{G}(j\omega)$.

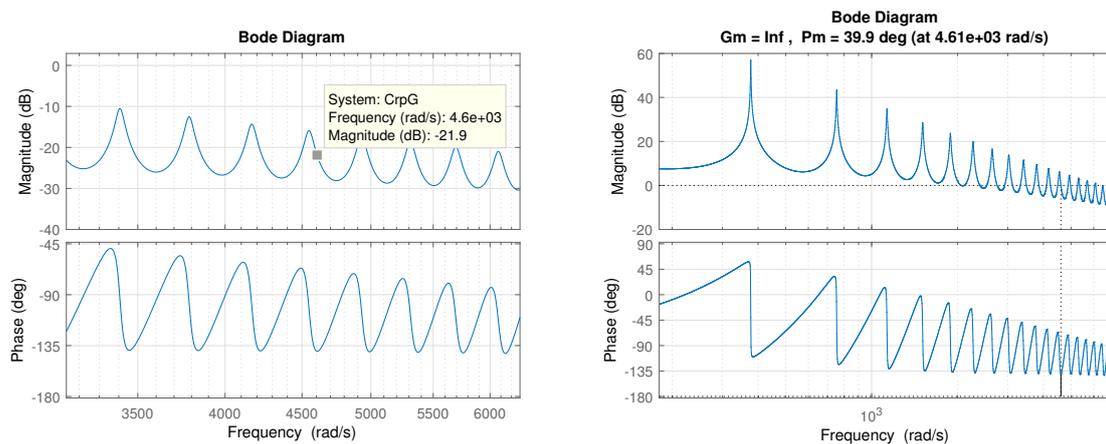


(a) Diagrama de Bode de $\bar{G}(j\omega)$ apresentando a frequência ω_{max} .

(b) Diagrama de Bode de $\bar{G}(j\omega)$ apresentando a fase na frequência $m\omega_0$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 64 – Diagramas de Bode de $\hat{C}_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ e $C_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$.



(a) Diagrama de Bode de $\hat{C}_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ apresentando a magnitude na frequência $m\hat{\omega}_0$.

(b) Diagrama de Bode de $C_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Finaliza-se o projeto do controlador com a sintonia do ganho direto K_r . Na Figura 64a tem-se o diagrama de Bode de $C_{rp}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$, de onde observa-se a magnitude na frequência $m\hat{\omega}_0$. Aplicando a equação (46), tem-se o ganho direto $K_r = 1/0,0793 = 12,6$, concluindo o projeto do controlador de função de transferência:

$$C_{rp}^i(s) = K_r \hat{C}_{rp}^i(s) = \frac{12,6}{1 - \frac{3.352,13}{s+3.352,13} e^{-0,01636s}}. \quad (104)$$

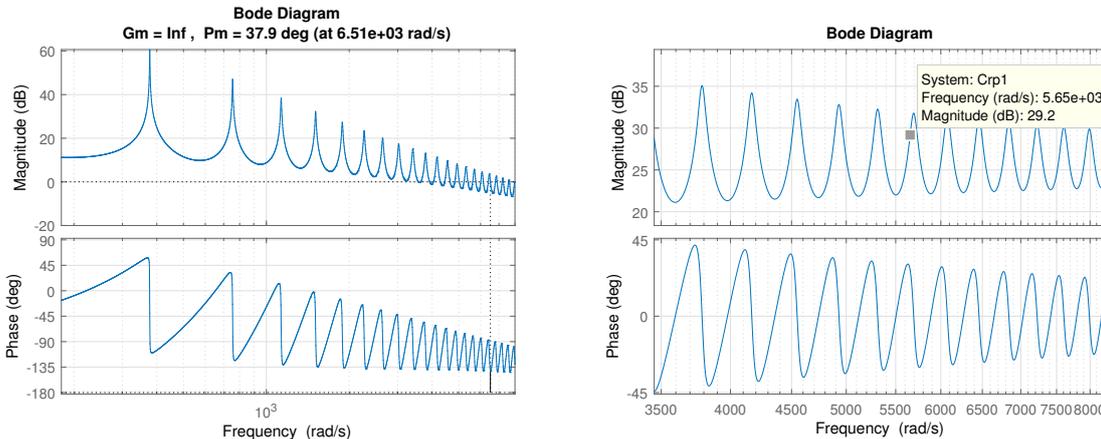
Na Figura 64b apresenta-se a resposta em frequência do sistema com o controlador projetado, demonstrando as margens de estabilidade obtidas. Dando sequência às etapas de sintonia, deve-se verificar se o controlador possui as magnitudes mínimas descritas na Tabela 10. Assim, apresenta-se na Tabela 12 os valores das magnitudes do controlador $C_{rp}^i(s)$ nas frequências das componentes harmônicas de interesse.

Semelhante ao projeto do CRAF para o processo sem realimentação de corrente, o controlador repetitivo atende aos requisitos de magnitude para todas as componentes harmônicas, exceto para a 15^a. Desta forma, será incluído um ganho adicional de forma a atender a este requisito, cujo valor em decibéis é dado por $29,1 - 25,5 = 3,6$ dB e em absoluto $K_{r2} = 1,51$. Tem-se então o controlador repetitivo modificado

$$C_{rp1}^i(s) = K_{r2} C_{rp}^i(s) = 1,51 \frac{12,6}{1 - \frac{3.352,13}{s+3.352,13} e^{-0,01636s}}, \quad (105)$$

cujas respostas em frequência, com e sem o processo $\bar{G}(s)$, se encontram nas Figuras 65a e 65b. Nestas figuras, verifica-se que obteve-se as margens de estabilidade dentro da faixa recomendada, assim como a magnitude necessária para se atender ao requisito de erro em regime associado à 15^a harmônica.

Figura 65 – Diagramas de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ e $C_{rp1}^i(j\omega)$.

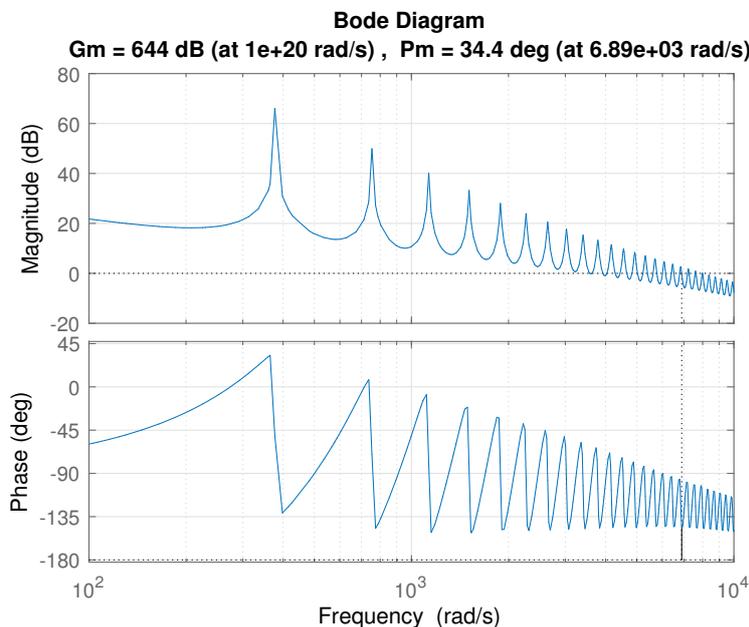


- (a) Diagrama de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade. (b) Diagrama de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)$ apresentando a magnitude na 15^a harmônica de ω_0 .

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dado que o controlador projetado atendeu a todos os requisitos para o modelo de admitância máxima com realimentação de corrente, deseja-se verificar se o sistema com modelo de admitância mínima também apresenta margens de estabilidade dentro do intervalo recomendado. Apresenta-se na Figura 66 a resposta em frequência do sistema com o modelo de admitância mínima e realimentação de corrente. Verifica-se as margens de

Figura 66 – Diagrama de Bode de $C_{rp1}^i(j\omega)\bar{G}(j\omega)$ apresentando as margens de estabilidade para o modelo de admitância mínima com realimentação de corrente.



Fonte: Elaborado pelo autor.

estabilidade obtidas, sendo a margem de fase igual a $34,4^\circ$ e a margem de ganho tendendo a infinito.

Tabela 11 – Parâmetros de sintonia e margens de estabilidade dos controladores repetitivos.

	ω_{max}	m	$\hat{\tau}$ (10^{-2})	ω_c	K_r	MF	MG
$\bar{G}(s)$	4.710	12	1,636	3.352,13	12,6	39,9	Inf
$\bar{G}^*(s)$	4.710	12	1,636	3.352,13	19,15	37,9	Inf

Resumem-se as etapas de sintonia apresentadas nesta seção nas Tabelas 11 e 12. Na primeira tabela, estão reunidos os parâmetros de sintonia e as margens de estabilidade obtidas, enquanto na segunda estão expostas as magnitudes que cada controlador apresentou nas frequências múltiplas inteiras ímpares de ω_0 e as magnitudes necessárias calculadas anteriormente $M_{d,k}$. Destaca-se que os termos com * nas tabelas se referem ao caso onde se aumentou o ganho direto de forma a atender ao requisito de erro em regime da 15^a harmônica.

5.3.5 Resultado das Simulações

Serão apresentados a seguir os resultados da simulação do modelo da UPS com realimentação de corrente operando em malha fechada com os controladores repetitivos projetados anteriormente. Os testes realizados estão de acordo com a norma IEC 62040-3 (IEC, 2011), de forma a se medir o desempenho estático e dinâmico do sistema.

Tabela 12 – Magnitude do controlador repetitivo com realimentação de corrente nas componentes harmônicas ímpares de ω_0 .

Ordem da Harmônica	Mag. necessária do Controlador	Mag. do Controlador Repetitivo	Mag. do Controlador Repetitivo*
k	$M_{d,k}$	$ C_{rp}(jk\omega_0) $	$ C_{rp1}(jk\omega_0) $
3	28,45	47,4	51,08
5	21,85	39,3	42,98
7	12,68	34,4	38,11
9	12,61	31,1	34,81
11	0	28,7	32,41
13	0	26,9	30,59
15	29,1	25,5	29,16

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3.5.1 Simulações dos ensaios de desempenho estático

Os resultados da simulação de desempenho estático se encontram de forma resumida na Tabela 13. Nesta tabela, apresentam-se os valores das distorções harmônica total e individual, bem como os valores limites de acordo com a norma de referência.

Tabela 13 – Desempenho em regime permanente para o controlador repetitivo com realimentação de corrente, em termos da tensão de saída RMS, TDH e $IHDs$ para 100% de carga não linear.

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Repetitivo com RC	Repetitivo com RC*
V_{out} [RMS]	127 ± 10	126,84	126,89
THD [%]	8	1,52	1,12
IHD_3 [%]	5	0,61	0,41
IHD_5 [%]	6	1,01	0,7
IHD_7 [%]	5	0,73	0,56
IHD_9 [%]	1,5	0,09	0,14
IHD_{11} [%]	3,5	0,37	0,24
IHD_{13} [%]	3	0,35	0,31
IHD_{15} [%]	0,3	0,05	0,11

Verificam-se pelos valores das $IHDs$ que ambos controladores projetados atendem à todas exigências de distorção harmônica da norma. Isto ocorre inclusive para o caso sem a modificação do ganho direto K_r , onde obteve-se uma magnitude do controlador na frequência da componente de 15^a harmônica menor que o calculado pela equação 92. Recordam-se do modelo matemático da UPS que o valor da matriz de estados A_p depende

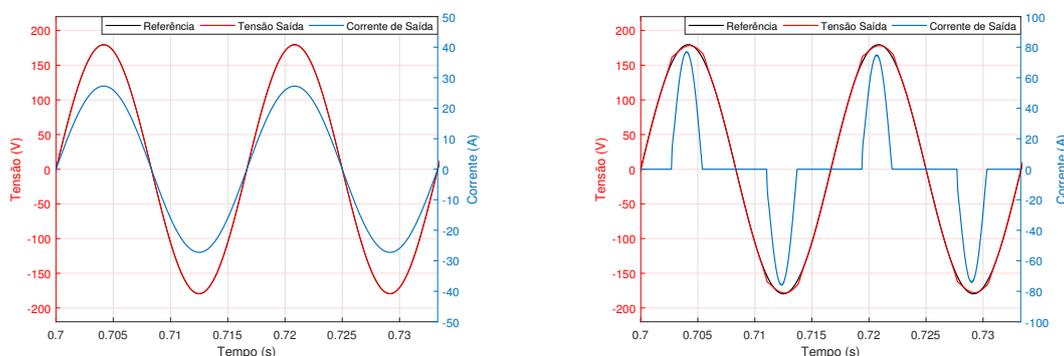
da admitância da carga conectada no estágio de saída. Como utilizou-se o modelo médio do inversor para projeto dos parâmetros dos controladores, que é uma aproximação do sistema chaveado utilizado na simulação, isto pode ter relação com a obtenção de uma menor IHD_{15} que a esperada ao se sintonizar os parâmetros do controlador.

A realimentação de corrente remove a necessidade da inserção do bloco de avanço de fase, uma vez que se atende os requisitos de erro em regime permanente da norma apenas com o controlador repetitivo. De fato, quando se compara o valor da frequência ω_{max} entre $G_L(s)$ e $\tilde{G}(s)$, pode se esperar um melhor desempenho estático com a realimentação de corrente quando se projeta o controlador repetitivo com o método frequencial proposto.

Das Figuras 67 e 68, nota-se que as curvas de tensão do sistema controlado com os controladores repetitivos com realimentação de corrente apresentam quase completa sobreposição do sinal de tensão. Este resultado reflete o valor das THD e $IHDs$ descritos na Tabela 13.

A partir destes resultados e análises, conclui-se que ambos controladores projetados com a realimentação de corrente cumprem as exigências de desempenho estático definidos na norma IEC 62040-3.

Figura 67 – Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo com realimentação de corrente.



(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

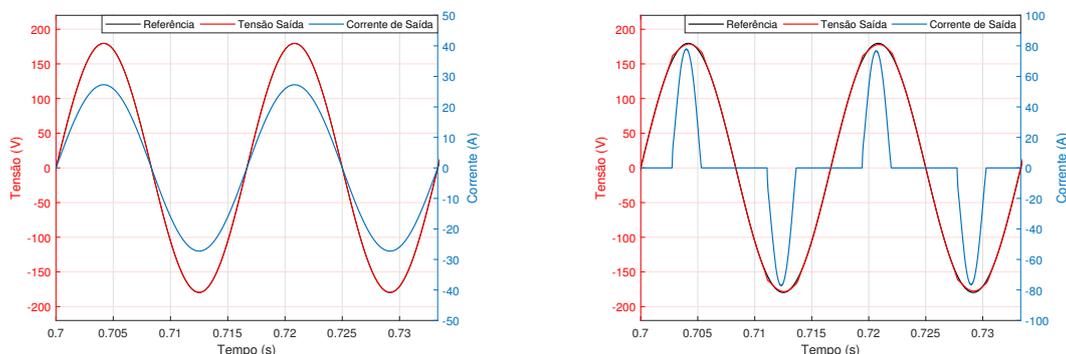
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3.5.2 Simulações dos ensaios de desempenho dinâmico

O resultado das simulações dos ensaios de desempenho dinâmico, avaliado através do desvio percentual transitório de tensão, com os degraus aditivos e subtrativos de carga linear e não-linear, são apresentados nas Figuras 69 e 70.

Para os testes com cargas lineares e não-lineares, ambos controladores projetados atenderam às exigências definidas pela norma IEC 62040-3, uma vez que os desvios percentuais permaneceram dentro dos limites de transiente. Observa-se que o incremento do valor do ganho direto K_r ocasiona em um melhor desempenho, uma vez que se diminui o máximo valor de desvio de tensão.

Figura 68 – Sinais de tensão de saída do processo com o controlador repetitivo com realimentação de corrente - K_r modificado.

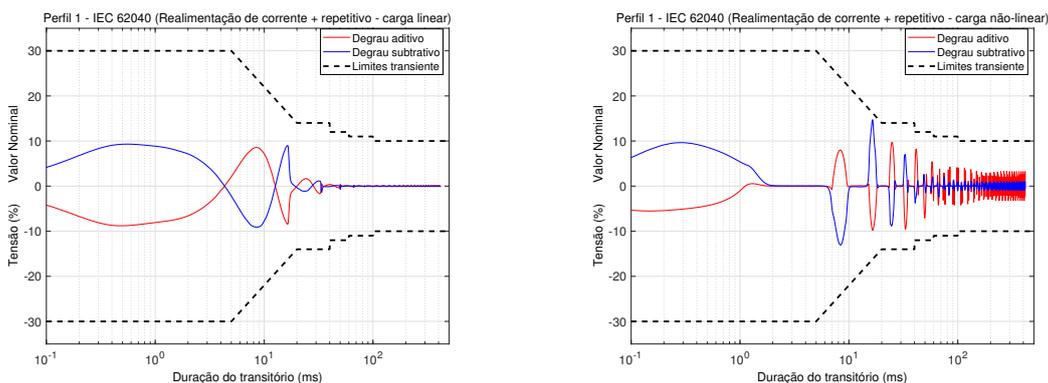


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 69 – Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com realimentação de corrente.



(a) Carga linear.

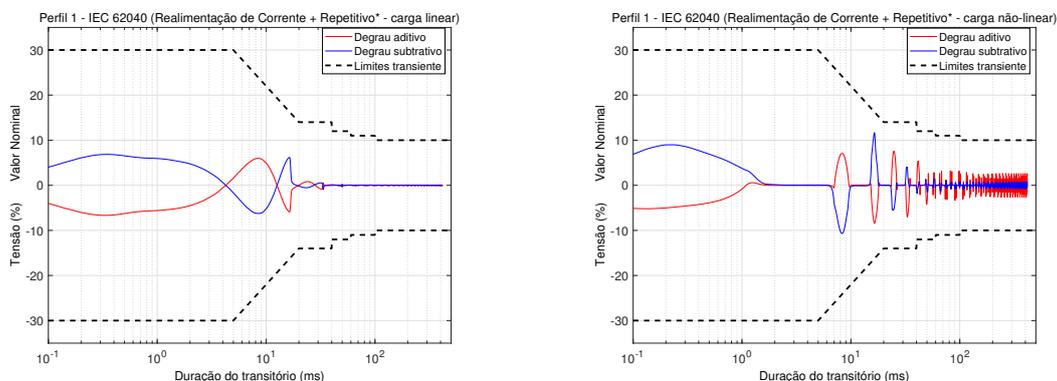
(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Os sinais de controle da simulação são apresentados nas Figuras 71 e 72. Percebe-se que para o controlador $C_{rp}^i(s)$ não houve saturação do sinal de controle (± 260 V), enquanto que para o controlador $C_{rp1}^i(s)$ o sinal de controle saturou para a carga não-linear, atingindo o valor máximo de -283 V próximo do tempo $t = 0,7$ s, momento após a conexão de 100% da carga não-linear. Após se atingir o regime permanente tendo-se conectado 100% da carga não-linear, o valor máximo do sinal de controle foi de ± 278 V, havendo saturação de ± 18 V.

Dado os resultados de simulação estática e dinâmica, ambos controladores repetitivos com realimentação de corrente atendem aos requisitos definidos pela norma IEC 62040-3.

Figura 70 – Perfis de tolerância do desvio da tensão de saída para os degraus aditivos e subtrativos de carga do processo com realimentação de corrente - K_r modificado.

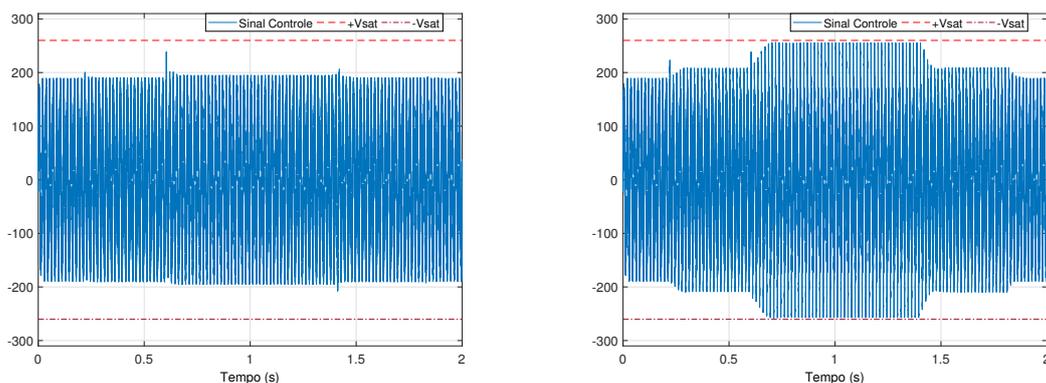


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 71 – Sinais de controle do controlador repetitivo com realimentação de corrente.

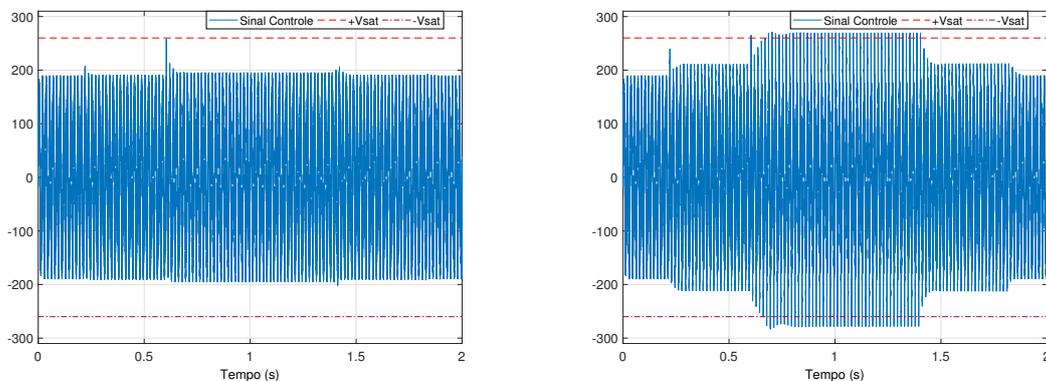


(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 72 – Sinais de controle do controlador repetitivo com realimentação de corrente - K_r modificado.



(a) Carga linear.

(b) Carga não-linear.

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.4 Comparação com Resultados da Literatura

Como forma de validação, compara-se os resultados obtidos com os de (LORENZINI *et al.*, 2015) para o controle da *UPS* comercial de 3,5 kVA de potência aparente. Na referência citada, utiliza-se um controlador repetitivo com realimentação de estados, cujos parâmetros e ganhos de realimentação são calculados a partir da solução de um problema de otimização sujeito a uma restrição *LMI*.

Apresenta-se na Tabela 14 um resumo dos resultados de ensaio estático dos controladores aplicados à simulação do sistema *UPS*. Nas colunas 3 e 4 desta tabela replicam-se os resultados obtidos com os controladores projetados neste trabalho, enquanto que na coluna 5 encontram-se os resultados apresentados em (LORENZINI *et al.*, 2015). Observa-se que os controladores projetados pelo método frequencial proposto apresentam resultados satisfatórios quando comparados aos resultados obtidos pela referência em questão.

Tabela 14 – Comparação do desempenho em regime permanente para os controladores repetitivos, em termos da tensão de saída RMS, *TDH* e *IDHs* para 100% de carga não linear. Os valores descritos por '-' representam ausência de informação.

Parâmetro	Norma (IEC, 2011)	Repetitivo com 1 BAF*	Repetitivo com RC*	Repetitivo <i>LMI</i>	Repetitivo <i>LMI</i> *
V_{out} [RMS]	$127 \pm 10\%$	126,51	126,89	127,00	127,05
<i>THD</i> [%]	8	1,10	1,12	5,38	2,77
<i>IHD</i> ₃ [%]	5	0,35	0,41	4,3	1,7
<i>IHD</i> ₅ [%]	6	0,67	0,7	2,95	1,93
<i>IHD</i> ₇ [%]	5	0,59	0,56	0,50	0,83
<i>IHD</i> ₉ [%]	1,5	0,17	0,14	-	0,32
<i>IHD</i> ₁₁ [%]	3,5	0,23	0,24	-	0,55
<i>IHD</i> ₁₃ [%]	3	0,32	0,31	-	0,23
<i>IHD</i> ₁₅ [%]	0,3	0,13	0,11	-	0,18

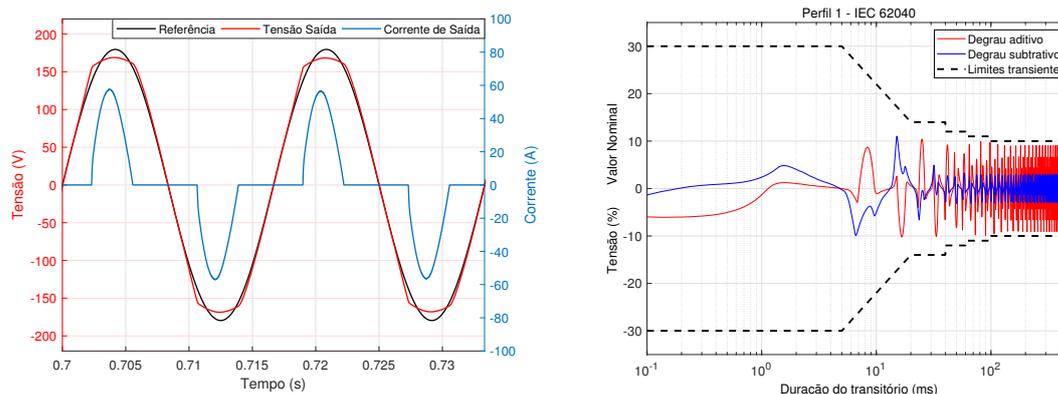
Ressalta-se que alguns dos valores obtidos a partir do ensaio estático apresentam melhores desempenhos para o controlador projetado a partir do método frequencial proposto. Em (LORENZINI *et al.*, 2015), o autor não apresenta uma maneira sistemática para cálculo da frequência de corte do filtro passa-baixas, utilizando um valor empírico como dado de entrada da *LMI*. Nota-se que o valor de ω_c escolhido pelo autor, sendo este de $\omega_c = 645$ rad/s, é cerca de 2 vezes menor que o utilizado para o caso sem realimentação de corrente e sem BAF. Esta escolha pode ter levado a um pior desempenho do sistema em termos das *THDs* e *IHDs*, visto o impacto deste parâmetro nos picos de magnitude do controlador repetitivo.

Desta forma, aplicar a metodologia proposta para obtenção de uma primeira estimativa para a frequência de corte do filtro passa-baixas torna-se conveniente. Sendo assim,

resolvendo-se o problema de *LMI* proposto em (LORENZINI *et al.*, 2015) para projeto do controlador, utilizando $\omega_c = 1.215,6$ rad/s como parâmetro de entrada para as *LMIs*, obtém-se os resultados para o ensaio estático na última coluna da Tabela 14, definido por *LMI**. Nas Figuras 73 e 74 se encontram os resultados para os controladores projetados pela solução da *LMI* com $\omega_c = 645$ rad/s e $\omega_c = 1.215,6$ rad/s, respectivamente. Apresenta-se os sinais de tensão e corrente de saída do ensaio estático com 100% de carga não-linear, figura a), e os perfis de tolerância de desvio de tensão para os ensaios dinâmicos, figura b).

De posse destes resultados, verifica-se a aplicabilidade e eficácia do método proposto para projeto de controladores repetitivos. Observa-se que, quando comparado à ferramentas clássicas de projeto, desempenhos similares, ou ainda superiores, podem ser obtidos.

Figura 73 – Sinais de tensão e corrente de saída e perfil transitório de tensão de saída para o controlador projetado pela solução da *LMI* com $\omega_c = 645$ rad/s.



(a) Tensão e corrente de saída - 100% carga não-linear.

(b) Perfil de tolerância de desvio da tensão de saída.

Fonte: Elaborado pelo autor.

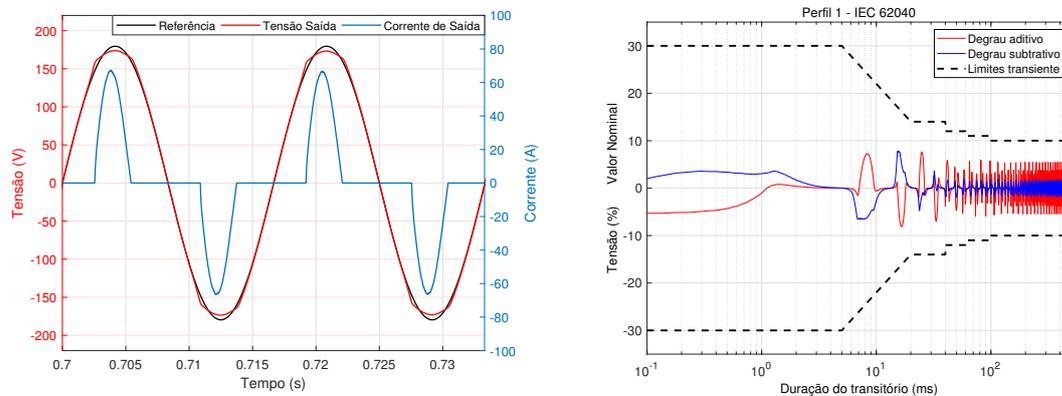
5.5 Considerações Finais

Neste capítulo realizou-se o estudo de caso de sistemas do tipo *UPS* aplicando a metodologia de projeto de controladores repetitivos. Apresentou-se o modelo matemático no espaço de estados de forma a representar a dinâmica do estágio de saída do processo. Foram descritos os critérios de desempenho e os respectivos ensaios definidos pela norma de referência IEC 62040-3 (IEC, 2011).

Na sequência, definiram-se os valores numéricos utilizados na simulação e, a partir do estudo realizado em (BERTOLDI, 2019), traduziram-se os requisitos da norma em parâmetros frequenciais. Assim, apresentou-se de forma detalhada as etapas de sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo, com e sem bloco de avanço de fase.

Duas topologias de controle foram consideradas: a primeira utilizando apenas o con-

Figura 74 – Sinais de tensão e corrente de saída e perfil transitório de tensão de saída para o controlador projetado pela solução da *LMI* com $\omega_c = 1.215,6$ rad/s.



(a) Tensão e corrente de saída - 100% carga não-linear. (b) Perfil de tolerância de desvio da tensão de saída.

Fonte: Elaborado pelo autor.

trolador repetitivo (com ou sem BAF), e na segunda adicionando-se uma realimentação de corrente em conjunto com o controlador repetitivo. Para ambas topologias exploradas, projetaram-se controladores que atendem às exigências de desempenho definidas pela norma IEC 62040-3. Finalmente, apresentou-se uma comparação de resultados entre duas diferentes metodologias para projeto de controladores repetitivos. Observou-se que o método proposto é capaz de garantir desempenho satisfatório, dada as limitações do processo a ser controlado.

6 CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou um novo método para a síntese de controladores repetitivos baseada em parâmetros da resposta em frequência. Inicialmente, destacou-se a ausência de métodos simples, sistemáticos e generalistas para o projeto de controladores repetitivos. Citaram-se diferentes metodologias presentes na literatura, discutindo suas principais vantagens e desvantagens. Desta maneira, propôs-se, como objetivo geral, o desenvolvimento de um método sistemático que abrangesse diversas classes de processos, baseado na resposta em frequência. Em termos específicos, apresentou-se uma maneira sistemática para determinação da frequência de corte do filtro passa-baixas e do ganho direto, presentes na estrutura do controlador repetitivo, baseando-se na resposta em frequência de processos. Como forma de melhoria do desempenho do sistema, considerou-se a inclusão de um controlador de avanço de fase em série com o controlador repetitivo. Abordou-se uma métrica de projeto que visa a obtenção de um limitante superior do erro em regime permanente. Para validação prática do método proposto, realizou-se um estudo de caso envolvendo sistemas *UPS*.

A primeira contribuição deste trabalho foi a metodologia para a sintonia dos controladores repetitivos baseado na resposta em frequência, apresentada no Capítulo 3. Foram discutidas as características frequenciais de controladores repetitivos, apresentando a influência de seus parâmetros em sua resposta em frequência. Sendo assim, foi proposta uma estratégia de projeto destes parâmetros tendo como objetivo a obtenção de margens de estabilidade recomendadas pela literatura clássica. Essa contribuição foi publicada e apresentada no XXIII Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2020 (BRANDÃO JR.; PEREIRA; FLORES, 2020). Dando sequência, abordou-se o caso onde a aplicação do método falhava, sugerindo uma extensão do método para inclusão destes casos. Apresentaram-se exemplos de aplicação para diferentes classes de processos, detalhando as etapas de sintonia dos parâmetros do controlador. Simulações para seguimento de referência do tipo onda triangular foram apresentadas, discutindo os resultados obtidos em termos do desempenho em regime transitório e permanente.

A partir dos resultados das simulações apresentadas no Capítulo 3, observou-se que processos com maior frequência ω_{max} possuem melhor desempenho em regime perma-

nente. Assim, no Capítulo 4 apresentou-se uma extensão do método proposto, inserindo um bloco de avanço de fase em série com o controlador repetitivo. A sintonia dos parâmetros do controlador de avanço de fase foi realizada de tal forma a gerar um novo processo, definido por $G_L(s)$, ao unir as funções de transferência do BAF e do processo original $G(s)$. A partir deste novo processo, foi realizada a sintonia dos parâmetros do controlador repetitivo conforme abordado no Capítulo 3 para $G_L(s)$. Dado o aumento do número de parâmetros a ser sintonizado, e, por consequência, o número de graus de liberdade de projeto, apresentou-se na sequência uma metodologia de síntese cujos objetivos são a obtenção de erros em regime permanente, associados às componentes harmônicas do sinal de interesse, enquanto se garante as margens de estabilidade recomendadas. Exemplos de aplicação e simulações foram apresentadas, demonstrando a aplicabilidade do método.

Este trabalho foi finalizado com um estudo de caso para um modelo de *UPS* comercial de 3,5 kVA de potência aparente. Discutiu-se brevemente o modelo matemático do processo em espaço de estados, e as exigências de procedimentos de teste definidos pela norma de referência IEC 62040-3. Inicialmente projetou-se um controlador repetitivo em série com bloco de avanço de fase, considerando o modelo de máxima admitância do processo, seguindo as etapas de projeto apresentadas no Capítulo 4. Em sequência, considerou-se o processo com uma realimentação de corrente, configuração utilizada em (PEREIRA *et al.*, 2014), e posterior sintonia de um controlador repetitivo. Para ambas topologias, analisaram-se as magnitudes que os controladores deveriam apresentar nas frequências múltiplas inteiras da frequência fundamental, tomando estes valores como base de projeto. Aplicaram-se os controladores projetados em um ambiente de simulação entre os *softwares* PSIM e MATLAB, de forma a tornar a simulação mais fiel ao processo físico. O resultado das simulações demonstram que os controladores repetitivos projetados para ambas topologias de controle atendem às exigências de desempenho estático e dinâmico da norma. Este resultado é importante, pois o método proposto garante apenas robustez e desempenho em regime permanente. Realizou-se uma comparação entre os resultados da metodologia proposta e a presente em (LORENZINI *et al.*, 2015), onde o controlador repetitivo é projetado através da solução de um problema de otimização sujeito a restrições *LMI*, para o controle da *UPS* em questão. Esta comparação, em conjunto com o resultado das simulações em conformidade com a norma, demonstra a aplicabilidade do método proposto.

Tendo-se obtido desempenho satisfatório nas simulações, se torna viável realizar experimentos com a planta física da *UPS* localizada no Laboratório de Sistemas de Controle, Automação e Robótica (LASCAR) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Porém, devido à pandemia provocada pela Covid-19, se tornou inviável a realização de experimentos presenciais.

As perspectivas futuras para continuidade deste trabalho podem ser citadas:

- Implementação e validação dos controladores projetados na *UPS* comercial insta-

lada no LASCAR, cujos parâmetros numéricos são os mesmos que os utilizados nas simulações de ensaios realizadas neste trabalho.

- Extensão do método frequencial para diferentes topologias de controladores repetitivos e tipos de filtro passa-baixa $Q(s)$.
- Desenvolvimento de uma extensão do método baseado na resposta em frequência para sistemas de tempo discreto.

REFERÊNCIAS

ASTROM, K. J.; MURRAY, R. M. **Feedback Systems, An Introduction for Scientists and Engineers**. United Kingdom: Princeton University Press: Princeton University Press, 2008.

BAEK, S.; CHO, Y.; YEO, S. Improved Voltage Control Scheme for Single-Phase UPS Inverter with Repetitive Current Controller. *In: IEEE ENERGY CONVERSION CONGRESS AND EXPOSITION (ECCE)*, 2019, Baltimore. **Proceedings...** IEEE, 2019. p. 1482–1487.

BAZANELLA, A. S.; GOMES DA SILVA JR., J. M. **Sistemas de Controle: princípios e métodos de projeto**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005.

BERTOLDI, R. **Controlador Múltiplo-Ressonante de Ganho Finito Aplicado a Fontes Ininterruptas de Energia**. 2019. 124 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

BORLEA, A. *et al.* Frequency Domain Design of Controllers for Lighting Process. *In: IEEE 14TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON APPLIED COMPUTATIONAL INTELLIGENCE AND INFORMATICS (SACI)*, 2020, Timisoara. **Proceedings...** IEEE, 2020. p. 53–58.

BRANDÃO JR., O. d. S.; PEREIRA, L. F. A.; FLORES, J. V. Síntese de controladores repetitivos baseada em parâmetros da resposta em frequência. **Anais do Congresso Brasileiro de Automatica CBA**, Porto Alegre, v. 2, n. 1, 2020.

CASEIRO, L. M. A.; MENDES, A. M. S.; CRUZ, S. M. A. Cooperative and Dynamically Weighted Model Predictive Control of a 3-Level Uninterruptible Power Supply with Improved Performance and Dynamic Response. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 67, n. 6, p. 4934–4945, 2020.

CHEN, P. *et al.* Optimal robust fractional order PID controller synthesis for first order plus time delay systems. **ISA Transactions**, Pittsburg, 2021.

CHEN, S. *et al.* Optimal design of repetitive controller for harmonic elimination in PWM voltage source inverters. *In: INTELEC 07 - 29TH INTERNATIONAL TELECOMMUNICATIONS ENERGY CONFERENCE, 2007, Rome. Proceedings...* IEEE: New York, 2007. n. 29, p. 236–241.

CHEN, W.; ZHANG, W. Optimality based repetitive controller design for track following servo system of optical disk drives. **ISA Transactions**, Pittsburg, n. 48, p. 434–438, 2009.

ELKAYAM, M.; KUPERMAN, A. Guidelines for generalised quantitative frequency domain design of optimised multi-resonant AC current regulators for grid-connected inverters. **IET Renewable Power Generation**, London, v. 14, n. 16, p. 3230–3237, 2020.

FLORES, J. V. *et al.* Síntese de controladores repetitivos chaveados: uma aplicação à fontes ininterruptas de energia (UPS). **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, Campinas, v. 22, p. 184 – 200, Abril 2011.

FLORES, J. V. *et al.* A systematic approach for robust repetitive controller design. **Control Engineering Practice**, Oxford, n. 54, p. 214–222, 2016.

FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle for linear multivariable regulators. **Applied Mathematics and Optimization**, Berlin, v. 2, n. 2, p. 170–194, 1975.

HARA, S. *et al.* Repetitive Control System: a new type servo system for periodic exogenous signals. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 33, n. 7, p. 659–668, 1988.

HAYKIN, S.; VAN VEEN, B. **Signals and Systems**. Porto Alegre: Bookman, 2001.

HE, J. *et al.* An Adaptive Dual-Loop Lyapunov-Based Control Scheme for a Single-Phase UPS Inverter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, New York, v. 35, n. 9, p. 8886–8891, 2020.

HUSEV, O. *et al.* Optimization and Implementation of the Proportional-Resonant Controller for Grid-Connected Inverter With Significant Computation Delay. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 67, n. 2, p. 1201–1211, 2020.

IEC. **IEC 62040-3**: uninterruptible power systems (ups) - part 3: method of specifying the performance and test requirements. Geneva: [s.n.], 2011. 214 p.

INOUE, T.; NAKANO, M.; IWAI, S. High Accuracy Control of Servomechanism for Repeated Contouring. *In: ANNUAL SYMPOSIUM - INCREMENTAL MOTION*

CONTROL SYSTEMS AND DEVICES, 1981, Rosemont. **Proceedings...** Champaign :Incremental Motion Control Society, 1981. p. 285–292.

INVERNIZZI, D.; LOVERA, M.; ZACCARIAN, L. Dynamic Attitude Planning for Trajectory Tracking in Thrust-Vectoring UAVs. **IEEE Transactions on Automatic Control**, New York, v. 65, n. 1, p. 453–460, 2020.

JAMIL, M. *et al.* Design of Robust Higher-Order Repetitive Controller Using Phase Lead Compensator. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 30603–30614, 2020.

KHAN, A. H.; LI, S.; LUO, X. Obstacle Avoidance and Tracking Control of Redundant Robotic Manipulator: an rnn-based metaheuristic approach. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, Piscataway, v. 16, n. 7, p. 4670–4680, 2020.

LI, S. *et al.* Active disturbance rejection vibration control for an all-clamped piezoelectric plate with delay. **Control Engineering Practice**, Oxford, v. 108, p. 104719, 2021.

LING, J. *et al.* Robust adaptive motion tracking of piezoelectric actuated stages using online neural-network-based sliding mode control. **Mechanical Systems and Signal Processing**, London, v. 150, p. 107235, 2021.

LIU, N. *et al.* Predictor-based model reference adaptive roll and yaw control of a quad-tiltrotor UAV. **Chinese Journal of Aeronautics**, Beijing, v. 33, n. 1, p. 282–295, 2020.

LORENZINI, C. **Desenvolvimento de um Controlador Ressonante-Repetitivo Aplicado a Fontes Ininterruptas de Energia**. 2015. 117 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LORENZINI, C. **Método Generalizado da Oscilação Forçada para Sintonia de Controladores Proporcional-Integral-Derivativo e Proporcional-Múltiplos-Ressonantes**. 2019. 244 p. Tese (Doutorado em Engenharia) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

LORENZINI, C. *et al.* Repetitive Controller with Low-Pass Filter Compensation Applied to Uninterruptible Power Supplies (UPS). **Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**, New York, n. 41, p. 3551–3556, 2015.

LORENZINI, C. *et al.* Resonant-repetitive controller with phase correction applied to uninterruptible power supplies. **Control Engineering Practice**, Oxford, v. 77, p. 118–126, 2018.

MAJMUNOVIC, B.; DRAGICEVIC, T.; BLAABJERG, F. Multi Objective Modulated Model Predictive Control of Stand-Alone Voltage Source Converters. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, New York, v. 8, n. 3, p. 2559–2571, 2020. Cited By :2.

MITREVSKA, M. *et al.* Design of a Robust Discrete-time Phase Lead Repetitive Control in Frequency Domain for a Linear Actuator with Multiple Phase Uncertainties. **International Journal of Control, Automation and Systems**, Busan, v. 16(6), p. 2609–2620, 2018.

MORARI, M.; ZAFIRIOU, E. **Robust Process Control**. New Jersey: Prentice Hall, 1989.

MOSSMANN, B. H.; PEREIRA, L. F. A.; GOMES DA SILVA JR., J. M. Síntese de parâmetros de controladores Proporcionais-Ressonantes através do método da resposta em frequência. **Anais do 14º Simpósio brasileiro de automação inteligente**, Campinas, 2019.

NICOLIS, D.; ALLEVI, F.; ROCCO, P. Operational Space Model Predictive Sliding Mode Control for Redundant Manipulators. **IEEE Transactions on Robotics**, New York, v. 36, n. 4, p. 1348–1355, 2020.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997.

OPPENHEIM, A. V.; WILLSKY, A. S.; HAWAB, S. **Signals and Systems**. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1997.

PENG, C. *et al.* Frequency-Varying Current Harmonics for Active Magnetic Bearing via Multiple Resonant Controllers. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 64, n. 1, p. 517–526, 2017.

PEREIRA, L. F. A. *et al.* Multiple Resonant Controllers for Uninterruptible Power Supplies - A Systematic Robust Control Design Approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, 2014.

SHE, J. *et al.* Design of a modified repetitive-control system based on a continuous-discrete 2D model. **Automatica**, Oxford, v. 48, n. 5, p. 844–850, 2012.

STRAŠ, A. *et al.* Design of fractional delay repetitive control with a dead-beat compensator for a grid-tied converter under distorted grid voltage conditions. **Control Engineering Practice**, Oxford, v. 98, p. 104374, 2020.

WEI, W. *et al.* On the Disturbance Rejection of a Piezoelectric Driven Nanopositioning System. **IEEE Access**, Piscataway, v. 8, p. 74771–74781, 2020.

ZIMANN, F. J. *et al.* A Complex Repetitive Controller Based on the Generalized Delayed Signal Cancellation Method. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, New York, v. 66, n. 4, p. 2857–2867, 2019.