

# Modelo analítico tridimensional de dispersão de poluentes na camada limite atmosférica

Daniela Buske<sup>1</sup>, Marco Túlio Vilhena<sup>2</sup>, Tiziano Tirabassi<sup>3</sup>,  
Régis Quadros<sup>1</sup>, Cynthia Feijó Segatto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*UFPel, Departamento de Matemática e Estatística*

<sup>2</sup>*UFRGS, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica*

<sup>3</sup>*Institute ISAC of CNR, Italy*

*e-mail: danielabuske@pq.cnpq.br*

## 1. Introdução

Recentemente surgiu na literatura uma solução analítica da equação de difusão-advecção multidimensional dependente do tempo para simulação da dispersão de poluentes na camada limite atmosférica (CLA) combinando a transformada de Laplace e o método GILTT (*Generalized Integral Laplace Transform Technique*), cunhado como 3D-GILTT [1]. A idéia básica consiste na aplicação do método espectral na variável  $y$  para transformar o problema original num sistema de equações bidimensional de solução conhecida. Completando o estudo da solução proposta são apresentadas simulações numéricas e comparações com dados experimentais e da literatura.

## 2. Metodologia

A equação de difusão-advecção estacionária que modela a dispersão de poluentes na atmosfera pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \quad (1)$$

para  $t > 0, 0 < z < h, 0 < y < L_y, X > 0$ , sujeita a condição inicial nula e às condições de contorno:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = 0 \text{ em } z = 0, h \quad \text{e} \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} = 0 \text{ em } y = 0, L_y$$

$$\bar{uc}(0, y, z, t) = Q\delta(y - y_0)\delta(z - H_s)$$

onde  $h$  é a altura da CLA,  $Q$  é a taxa de emissão de poluentes,  $Ly$  é uma distância suficientemente grande na direção  $y$ ,  $\bar{u}$  é o vendo médio na direção  $x$ ,  $H_s$  é a altura de fonte,  $K_y$  e  $K_z$  são os coeficientes de difusão turbulenta nas direções  $y$  e  $z$  e  $\delta$  é a função delta de Dirac. A solução de (1) é obtida aplicando o método espectral na variável  $y$ . Para tanto, expandimos a concentração na série  $\bar{c}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \bar{c}_m(x, z) Y_m(y)$ . Substituindo esta expansão na equação original e tomando momentos obtemos o conjunto de equações bidimensional:

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}_m(x, z)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial \bar{c}_m(x, z)}{\partial z} \right) - \lambda_m^2 K_y \bar{c}_m(x, z)$$

### 3. Resultados e conclusões

O objetivo desse trabalho é apresentar novos resultados utilizando a solução 3D-GILTT. Para tanto será utilizado o conhecido experimento de Copenhagen, perfil de vento potência e coeficientes de difusão descritos em [1],[2].

Na Figura 1 temos a concentração adimensional de poluente ( $C^* = cuh^2/Q$ ) versus a distância adimensional ( $X^* = xu_* / uh$ ) considerando uma altura de fonte  $H_s = 0.1h$ , para diferentes condições de estabilidade atmosférica. Na Figura 2 podemos analisar a altura adimensional ( $Z^* = z/h$ ) versus a concentração para diferentes distâncias.

A Figura 3a mostra os níveis de concentração no plano horizontal  $xy$ . Podemos observar o máximo de concentração próximo a  $X^*=0.2$ . Da Figura 3b observamos que no experimento considerado a turbulência em  $y$  é homogênea, motivo pelo qual os resultados aqui obtidos são similares aos obtidos pela GILTTG [1] (solução 2D da GILTT assumindo uma gaussiana na direção  $y$ ).

Finalmente, afirmamos que o objetivo desse trabalho foi alcançado uma vez que foi realizada numericamente a validação do modelo proposto.

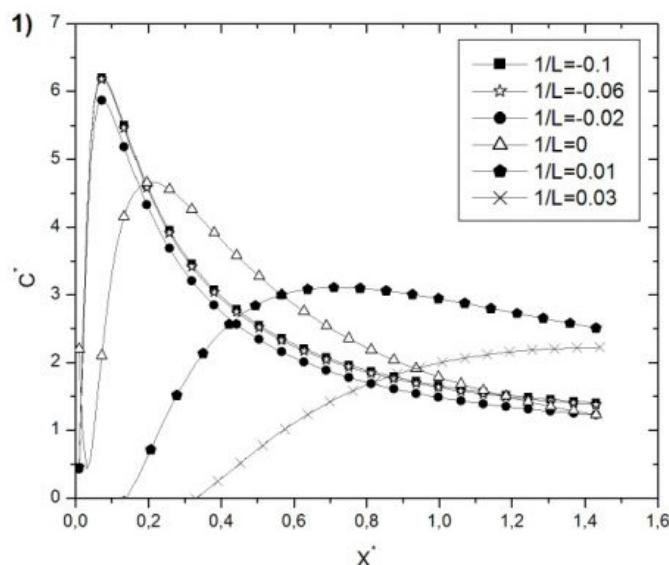


Figura 1. Concentração versus distância adimensional para diferentes condições de estabilidade.

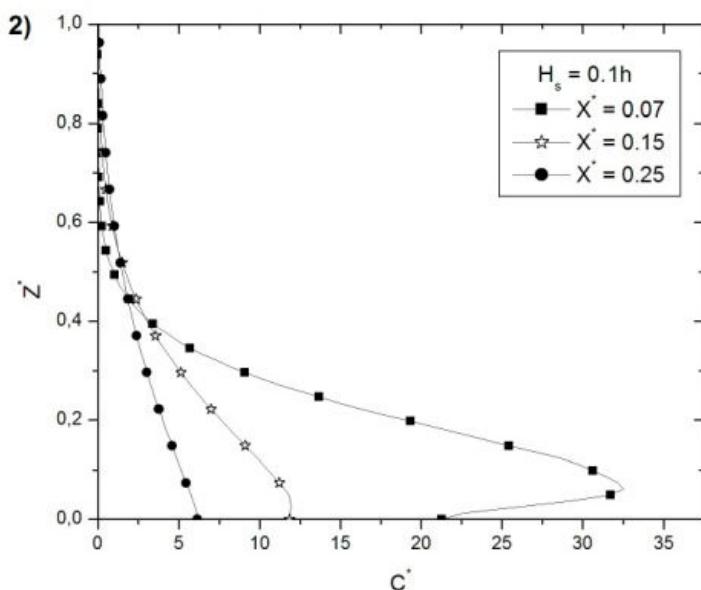
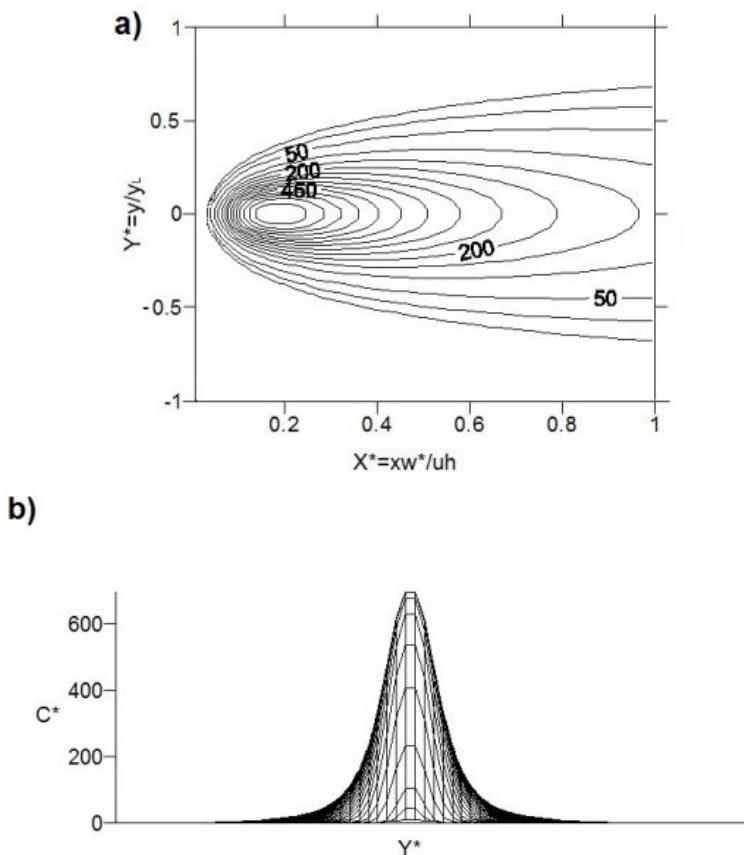


Figura 2. Altura versus concentração adimensional para 3 distâncias adimensionais.



**Figura 3:** a) Concentração no plano horizontal xy ao nível do solo ( $\text{ng}/\text{m}^3$ ).  
 b) Concentração versus distância em y.

\* Os autores agradecem ao CNPq e a Fapergs pelo auxílio financeiro.

## Referências

- [1] Buske, D., Vilhena, M.T., Bodmann, B., Segatto, C.F., Tirabassi, T., 2011. A general advection-diffusion model for radioactive substance dispersion released from nuclear power plants. M&C2011, CD-ROM.
- [2] Pleim, J.E., Chang, J.S., 1992. A non-local closure model for vertical mixing in the convective boundary layer. *Atmos. Environ.* 26A, 965–981.