

Avaliação de um método de propagação de cheias em rios com aproximação inercial das equações de Saint-Venant

Fernando Mainardi Fan; Paulo Rógenes Monteiro Pontes; Rodrigo Cauduro Dias de Paiva

Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
fernando.fan@ufrgs.br; p.rogenes@gmail.com; rodrigocdpaiva@gmail.com

Walter Collischonn

Professor Adjunto. Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
collischonn@uol.com.br

Recebido: 28/11/13 - revisado: 30/03/14 - aceito: 19/05/14

RESUMO

Os cálculos de propagação de ondas de cheias em rios são, normalmente, realizados utilizando soluções numéricas das equações de Saint-Venant. No entanto, em modelos hidrológicos de transformação chuva-vazão que representam além do escoamento nos rios, os demais processos do ciclo hidrológico, como a geração de escoamento superficial, a evapotranspiração, e o balanço de água no solo, é comum a utilização de métodos simplificados para representar a propagação de cheias em rios. Entre as técnicas de propagação mais utilizadas estão os métodos de onda cinemática e o método Muskingum-Cunge. Essas abordagens simplificadas, entretanto, não permitem representar o escoamento em rios de baixa declividade, em rios sujeitos ao efeito de remanso de reservatórios, e em estuários em que o escoamento está sujeito ao efeito da maré, porque desprezam, entre outros, o termo do gradiente de pressão nas equações de Saint-Venant. Uma alternativa, neste caso, é a utilização dos modelos não inerciais, que incluem o termo do gradiente de pressão. Mais recentemente, novos trabalhos propõem a adoção dos modelos inerciais, que incluem, além do termo do gradiente de pressão, o termo de inércia local. Este artigo apresenta alguns testes da aplicabilidade de uma solução numérica por um esquema explícito do modelo inercial unidimensional, visando sua futura integração como módulo de propagação de vazões em modelos hidrológicos chuva-vazão. O modelo inercial também é comparado com outros modelos simplificados e com uma solução hidrodinâmica completa. O conjunto de testes avaliam os modelos em situações de diferentes declividades, efeito de reservatório e remanso e, por fim, efeito de maré. Os resultados mostram que para uma variedade de casos o modelo inercial apresenta resultados próximos aos de um modelo hidrodinâmico completo, e melhores ou equivalentes que dois modelos simplificados também testados (Muskingum-Cunge Linear e Muskingum-Cunge-Todini não linear). Conclui-se que o modelo inercial, com solução baseada num esquema numérico explícito, é aplicável para a simulação da propagação de vazão em trechos de rios, e promissor para o acoplamento como módulo de propagação em modelos hidrológicos.

Palavras Chave: Propagação de vazão. Simulação. Modelo Inercial

INTRODUÇÃO

Entender e representar da melhor maneira possível o processo de escoamento da água em rios e bacias é fundamental para estudos de inundações e estiagens, previsão de vazões, qualidade da água, análise de cenários de intervenções, entre outras aplicações.

O movimento da água pode ser representado matematicamente considerando uma, duas ou três dimensões espaciais. Para a representação do escoamento em rios, cuja dimensão predominante é a longitudinal, a utilização de equações unidimensionais permite descrever grande parte dos sistemas a serem modelados (CHOW, 1988; DA SILVA et al., 2003).

Este processo de propagação de vazão em cursos de água é geralmente representado com a utilização de um conjunto de duas equações, conhecidas como equações de Saint-Venant, ou equações de escoamento não permanente unidimensional. A primeira das duas equações é a equação da continuidade, dada por (CUNGE et al., 1980; CHANSON, 2004; STURM, 2010):

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

em que: Q é a vazão; A é a área da seção transversal ao escoamento; x é a distância no sentido longitudinal; t é o tempo; e q é a vazão por unidade de largura de contribuição lateral.

A segunda das duas equações é a equação da quantidade de movimento, ou equação dinâmica, que representa as forças que agem sobre o escoamento e a consequente aceleração do escoamento. A equação dinâmica é dada por (CUNGE et al., 1980; CHANSON, 2004; STURM, 2010):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} + gA \frac{\partial h}{\partial x} = gAS_0 - gAS_f \quad (2)$$

em que: h é a profundidade do rio, S_0 é a declividade do fundo do rio; S_f representa a perda de energia por atrito com

o fundo e as margens; g é aceleração da gravidade, A é a área da seção transversal, x é a distância no sentido longitudinal, e Q é a vazão.

A equação dinâmica pode ser decomposta em cinco termos, da seguinte forma:

$$F1 = gAS_f \quad (\text{força de atrito}) \quad (3)$$

$$F2 = gAS_0 \quad (\text{força peso}) \quad (4)$$

$$F3 = gA \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{força de pressão}) \quad (5)$$

$$F4 = \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} \quad (\text{inércia advectiva}) \quad (6)$$

$$F5 = \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (\text{inércia local}) \quad (7)$$

Os diferentes termos da equação dinâmica representam aspectos diferentes das forças que atuam sobre um pequeno volume de controle. O termo $F1$, apresentado na Equação 3, representa a força de atrito com o fundo e com as margens do rio, que tende a desacelerar o escoamento. O termo $F2$ representa a força resultante do peso da massa da água no volume de controle, e é representada pela Equação 4. O termo $F3$, que é apresentado na Equação 5, representa a força associada à diferença de pressão entre os contornos de montante e jusante do volume de controle. O termo $F4$ representa a advecção de quantidade de movimento para dentro do volume de controle, e é apresentado na Equação 6. O termo $F5$, dado na Equação 7, representa a aceleração local da água no volume de controle.

Diversos estudos mostram que, na maioria dos casos de uso das equações, os termos $F3$, $F4$ e $F5$ são muito inferiores aos termos $F1$ e $F2$, conforme apresentado por CHANSON (2004). Isto ocorre especialmente em rios com declividade relativamente alta. Nestes casos pode ser adotada uma aproximação das equações de Saint-Venant, que combina a Equação 1 com a Equação 8 a seguir, que corresponde à Equação 2 em que os termos $F3$, $F4$ e $F5$ foram desprezados.

$$gAS_f - gAS_0 = 0 \quad (8)$$

O conjunto das Equações 1 e 8 dá origem ao modelo de propagação de onda cinemática. As Equações 1 e 8 podem ser combinadas, assumindo uma relação direta entre as variáveis Q e h , resultando em uma única equação, em que a variável dependente é a vazão (Equação 9):

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

em que: C é a celeridade (velocidade de propagação) da onda de cheia.

A equação de onda cinemática (Equação 9) é frequentemente utilizada no módulo de propagação de vazões em modelos hidrológicos chuva-vazão (SILVA et al., 2003; TUCCI, 2005; DE ROO et al., 2000; BEVEN, 2012). O modelo Muskingum-Cunge é equivalente a uma solução numérica da Equação

9 (CUNGE, 1969; TUCCI, 2005; SZYMKIEWICZ, 2010) e também é frequentemente utilizado em modelos hidrológicos chuva-vazão.

Contudo, apesar de apresentarem resultados satisfatórios para muitos casos, os modelos simplificados como o de onda cinemática e Muskingum-Cunge, que são baseados na Equação 9, possuem restrições nas suas aplicações e não permitem a simulação adequada de vários processos que ocorrem em rios naturais, como o remanso na entrada de reservatórios, ou o efeito de marés sobre o escoamento (PONCE, 1989; FREAD, 1993; TUCCI, 2005; PONTES; COLLISCHONN, 2012).

Em rios de menor declividade, o termo $F3$ pode ter um valor relativamente alto frente aos outros termos. Preservando o termo $F3$ e desprezando os termos $F4$ e $F5$, a Equação 2 pode ser reescrita como a equação 10:

$$gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAS_0 + gAS_f = 0 \quad (10)$$

O conjunto das Equações 1 e 10 dá origem a um modelo que deve ser denominado não-inercial (YEN; TSAI, 2001). Este modelo é, por vezes, denominado de forma errônea por modelo de difusão. A vantagem deste modelo é que são levados em conta os efeitos de jusante sobre o escoamento.

O modelo não inercial foi utilizado em trabalhos como Hromadka II e Yen (1986), Dooge e Napiorkowski (1987), Bates e De Roo (2000) e Paz et al. (2011).

Combinando as Equações 1 e 10, de forma a obter uma única equação, é obtido o propriamente denominado modelo de difusão (YEN; TSAI, 2001; CHANSON, 2004). Neste caso, a propagação é representada considerando apenas uma variável dependente, como mostra a Equação 11:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + c \frac{\partial Q}{\partial x} = D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (11)$$

em que: C é a celeridade (como na Equação 9) e D é o coeficiente de difusão (ver CHANSON, 2004).

O modelo difusão tem a vantagem de representar adequadamente a atenuação de uma onda de cheia que se propaga para jusante. Entretanto, este modelo também apresenta uma deficiência do método de onda cinemática: não representam efeitos de jusante.

Uma proposta de simplificação das equações de Saint Venant que vem sendo adotada por diversos autores, recentemente, é obtida negligenciando apenas o termo de advecção (termo $F4$) da Equação 2.

Neste caso, a equação dinâmica é escrita como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial h}{\partial x} - gAS_0 + gAS_f = 0 \quad (12)$$

ou, combinando o termo de pressão ($F3$) e do peso ($F2$), a equação dinâmica pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gAS_f = 0 \quad (13)$$

em que: y é o nível ou a cota da superfície da água em relação a um referencial único (TUCCI, 2005). As Equações 12 e 13 são equivalentes. No entanto, a Equação 13 é às vezes preferida do ponto de vista de aplicação computacional.

As Equações 1 e 13 podem ser combinadas e o sistema resultante tem sido chamado, na literatura, como “modelo inercial simplificado”, ou “modelo de inércia local”, ou, simplesmente, “modelo inercial” (BATES et al., 2010; ALMEIDA et al., 2012; NEAL et al., 2012; ALMEIDA; BATES, 2013).

Em comparação com outras simplificações das equações de Saint-Venant, que negligenciam completamente os termos de aceleração advectiva e aceleração local, esta simplificação possui vantagens na aplicação de métodos numéricos explícitos. O trabalho de Almeida et al. (2012) mostrou que um esquema de diferenças finitas explícito apresenta maior estabilidade quando aplicado ao conjunto das Equações 1 e 13 do que quando aplicado ao conjunto das Equações 1 e 10. Em consequência disso, o intervalo de tempo adotado pode ser maior o que pode representar um ganho computacional considerável (ALMEIDA; BATES, 2013). A partir deste trabalho, o modelo inercial vem sendo utilizado por diversos autores, mas normalmente é aplicado para a simulação de inundação de planícies em duas dimensões (DOTTORI;TODINI, 2013; YAMAZAKI et al., 2013; COULTHARD et al., 2013; MASKELL et al., 2013).

O sucesso da aplicação do modelo inercial em duas dimensões motivou o interesse pela avaliação do seu desempenho quando adaptado para representar o escoamento em rios, em apenas uma dimensão. O presente trabalho apresenta uma avaliação da adaptação do modelo inercial para o escoamento unidimensional em rios, adotando as soluções numéricas apresentadas por Bates et al. (2010) e Almeida et al. (2012). São mostrados resultados de testes da aplicabilidade do modelo em algumas situações típicas, como rios de alta e de baixa declividade, a entrada de rios em trechos de reservatórios, e trechos de rios sujeitos ao efeito da maré. O objetivo dos testes foi identificar as potencialidades do modelo inercial unidimensional para a integração como módulo de propagação de vazões em modelos hidrológicos chuva-vazão.

O presente estudo não visa avaliar exaustivamente todas as possibilidades de aplicação do modelo inercial, mas sim, verificar os seus resultados para alguns casos esperados de uso em modelagem hidrológica, com diferentes cenários de propagação pré-definidos, em comparação com dois modelos simplificados usualmente utilizados (Muskingum-Cunge linear e Muksingum-Cunge-Todini não linear) e com a solução completa das equações de Saint Venant, obtida utilizando o *software* HEC-RAS (USACE, 2010).

O modelo inercial unidimensional

O modelo inercial unidimensional está baseado nas Equações 1 e 13. Considerando que o rio tem uma seção trans-

versal aproximadamente retangular, a Equação 1 é modificada dividindo os termos pela largura do rio (B), dando origem à Equação 14:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (14)$$

em que: h é a profundidade (m) e q é a vazão por unidade de largura ($m^2.s^{-1}$).

A Equação 13, por sua vez, é reescrita aproximando o termo de atrito ($F1$) por Manning, como mostra a Equação 16:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA \frac{|Q|.Q.n^2}{A^2.R^{4/3}} = 0 \quad (16)$$

em que: S_f é a declividade da linha de atrito adimensional (Tucci, 2005); Q é a vazão ($m^3.s^{-1}$); A é a área (m^2); R é o raio hidráulico (m); e n o coeficiente de rugosidade de Manning. O resultado é a Equação 15:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial y}{\partial x} + gA \frac{|Q|.Q.n^2}{A^2.R^{4/3}} = 0 \quad (15)$$

em que o termo $|Q|$ representa o módulo da vazão, e a adoção do produto $|Q|.Q$ permite representar a magnitude e o sinal da perda de energia devida ao atrito de forma correta na Equação 15.

Considerando que o rio tem uma seção transversal aproximadamente retangular, com largura B , a Equação 15 é modificada dividindo os termos pela largura do rio (B), dando origem à Equação 16.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + gh \frac{\partial y}{\partial x} + g \frac{|q|.q.n^2}{h.R^{4/3}} = 0 \quad (16)$$

As seções transversais de rios e canais naturais normalmente apresentam a largura muitas vezes maior do que a profundidade, o que permite aproximar o raio hidráulico pela profundidade, ou seja, $R=h$. Considerando isso, a Equação 16 é modificada gerando a Equação 17.

$$\frac{\partial q}{\partial t} + gh \frac{\partial y}{\partial x} + g \frac{|q|.q.n^2}{h^{7/3}} = 0 \quad (17)$$

Seguindo a formulação numérica proposta por Bates et al., (2010), o rio é dividido em subtrechos de comprimento finito Δx , conforme representado na Figura 1, e as Equações 14 e 17 são discretizadas de acordo com esta suposição. As variáveis h (profundidade), y (cota do nível da água) e z (cota do fundo) são definidas nos centros dos subtrechos. A variável q (vazão por unidade de largura) é definida nos contornos de cada subtrecho.

A Equação 14 é discretizada utilizando um esquema

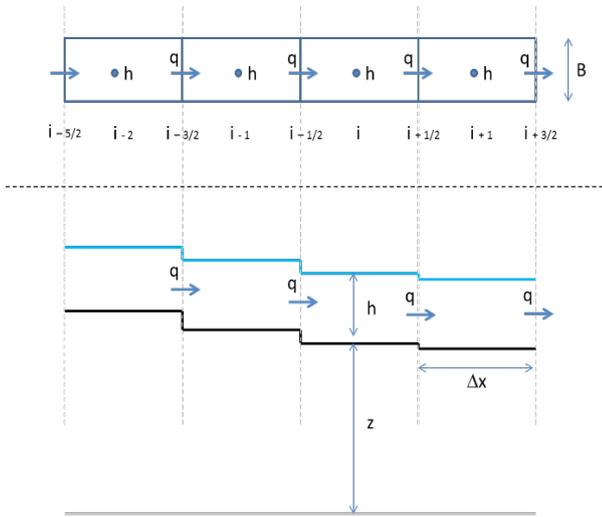


Figura 1: Trecho de rio discretizado em subtrechos para a aplicação do modelo inercial (parte superior vista em plano; parte inferior vista de perfil).

numérico centrado no espaço e progressivo no tempo, em que são adotadas as seguintes aproximações das derivadas por diferenças finitas:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \cong \frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} \quad (18)$$

e

$$\frac{\partial q}{\partial x} \cong \frac{q_{i+1/2}^{k+1} - q_{i-1/2}^{k+1}}{\Delta x} \quad (19)$$

em que: o índice i refere-se à posição no espaço e o índice k refere-se à situação no tempo. Assim, h_i^k é a profundidade h , na posição i , no intervalo de tempo k ; $q_{i-1/2}^{k+1}$ é a vazão por unidade de largura na entrada do subtrecho i , no intervalo de tempo $k+1$; e $q_{i+1/2}^{k+1}$ é a vazão por unidade de largura na saída do subtrecho i , no intervalo de tempo $k+1$.

Com base nesta discretização, a Equação 14 é aproximada por:

$$\frac{h_i^{k+1} - h_i^k}{\Delta t} + \frac{q_{i+1/2}^{k+1} - q_{i-1/2}^{k+1}}{\Delta x} = 0 \quad (20)$$

A Equação 17 também é discretizada, porém considerando que a derivada espacial corresponde à posição $i+1/2$, ou melhor, no local correspondente à seção transversal de saída do subtrecho de rio i . As derivadas da Equação 17 são aproximadas por um esquema centrado no espaço e progressivo no tempo, dado pelas Equações 21 e 22:

$$\frac{\partial y}{\partial x} \cong \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{\Delta x} \quad (21)$$

e

$$\frac{\partial q}{\partial t} \cong \frac{q_{i+1/2}^{k+1} - q_{i+1/2}^k}{\Delta t} \quad (22)$$

A substituição das Equações 21 e 22 na Equação 17 resulta na Equação 23:

$$\frac{q_{i+1/2}^{k+1} - q_{i+1/2}^k}{\Delta t} + g h_{i+1/2}^k \frac{y_{i+1}^k - y_i^k}{\Delta x} + g \frac{q_{i+1/2}^{k+1} \cdot |q_{i+1/2}^k| \cdot n^2}{\left(h_{i+1/2}^k\right)^{7/3}} = 0 \quad (23)$$

em que: o termo $h_{i+1/2}^k$ refere-se à profundidade na seção transversal localizada entre o trecho i e o trecho $i+1$, e é estimado pela Equação 24, que é uma adaptação da proposta de Bates et al. (2010):

$$h_{i+1/2}^k = \max[y_i^k; y_{i+1}^k] - \max[z_i; z_{i+1}] \quad (24)$$

em que: $h_{i+1/2}^k$ é a profundidade na seção que divide dois subtrechos (i e $i+1$); y_i^k é a cota do nível da água no subtrecho i ; y_{i+1}^k é a cota do nível da água no subtrecho $i+1$; Z_i é a cota do fundo do rio no subtrecho i ; e Z_{i+1} é a cota do fundo do rio no subtrecho $i+1$.

Na Equação 23, a cada intervalo de tempo k são conhecidos os valores com índice k , que correspondem aos valores das variáveis no início do intervalo de tempo. Por outro lado, os valores das variáveis com índice $k+1$ são desconhecidos. Entretanto, o único termo com índice $k+1$ na Equação 23 é $q_{i+1/2}^{k+1}$, que aparece no primeiro e no terceiro termos, e a equação pode ser modificada explicitando esse termo, resultando na Equação 25:

$$q_{i+1/2}^{k+1} = \frac{\left(\left(q_{i+1/2}^k \right) - g \cdot \Delta t \cdot \left(h_{i+1/2}^k \right) \frac{\left(y_{i+1}^k - y_i^k \right)}{\Delta x} \right)}{\left(1 + \frac{g \cdot \Delta t \cdot \left(q_{i+1/2}^k \right) \cdot n^2}{\left(h_{i+1/2}^k \right)^{7/3}} \right)} \quad (25)$$

A partir de uma condição inicial em que são conhecidas as cotas do nível da água em todos os subtrechos, ou seja, são conhecidos todos os valores de y , para qualquer subtrecho i , a solução das cotas e vazões ao final do intervalo de tempo pode ser encontrada aplicando inicialmente a Equação 24, para encontrar o valor de $h_{i+1/2}^k$ em todas as seções que dividem os trechos; seguida da Equação 25, para encontrar a vazão por unidade de largura em cada seção. Com base nos valores de vazão $q_{i+1/2}^{k+1}$ encontrados, é aplicada a Equação 26, que é equivalente à Equação 20, porém, reorganizada de forma a explicitar o termo desconhecido h_i^{k+1} , o que permite encontrar a profundidade em todos os trechos i ao final do intervalo de tempo:

$$h_i^{k+1} = h_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left(q_{i+1/2}^{k+1} - q_{i-1/2}^{k+1} \right) \quad (26)$$

Finalmente, os valores da cota do nível da água em todos os subtrechos são atualizados pela Equação 27:

$$y_i^{k+1} = z_i + h_i^{k+1} \tag{27}$$

A partir daí o processo pode ser repetido, aplicando as Equações 24, 25, 26 e 27 em todos os passos de tempo.

Para a solução do problema de propagação de uma cheia em um rio, são necessárias ainda duas condições de contorno: uma no contorno de montante e outra no contorno de jusante. Tipicamente, a condição de contorno de montante mais frequentemente utilizada é a imposição de um hidrograma de vazão na primeira seção. Na abordagem apresentada aqui, isto equivale a dizer que o valor de $q_{i-\frac{1}{2}}^k$ no primeiro subtrecho ($i=1$), é conhecido em todos os intervalos de tempo k .

Na condição de contorno de jusante pode ser imposta uma série temporal de cotas do nível da água no último trecho do rio, o que equivale a dizer que os valores de h_i^k e de y_i^k no último subtrecho ($i=N$), são conhecidos em todos os intervalos de tempo k .

O modelo inercial, definido pela aplicação das Equações 24, 25, 26 e 27 foi proposto inicialmente por Bates et al. (2010), que demonstraram as vantagens deste método sobre o modelo não inercial, definido pela combinação das Equações 1 e 10. Entretanto, o esquema numérico adotado para o modelo inercial, resulta em um modelo explícito, e, por isso, está sujeito a uma forte restrição do tamanho do intervalo de tempo adotado, para evitar instabilidade numérica. Na escolha do valor de Δt , deve ser respeitada a condição de Courant-Friedrichs-Levy, dada pela Equação 28:

$$(\sqrt{gh}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \geq 1 \tag{28}$$

em que: g é a aceleração da gravidade ($m.s^{-2}$); h é a profundidade (m); Δx é o comprimento do subtrecho de rio(m); e Δt é o passo de tempo de cálculo em segundos.

Isto significa que o intervalo de tempo de cálculo deve ser escolhido de forma a satisfazer a equação 29:

$$\Delta t = \alpha \frac{\Delta x}{\sqrt{gh}} \tag{29}$$

em que: α é um valor menor ou igual a 1. Bates et al. (2010) sugerem que o valor de α seja limitado a valores entre 0,3 e 0,7, para evitar instabilidade numérica na solução das Equações 24 a 27.

A Equação 29 pode ser aplicada em cada intervalo de tempo. O pior caso, que define o menor valor de Δt , corresponde ao trecho em que ocorre a maior profundidade h . Dependendo da aplicação, um passo de tempo (Δt) adaptativo também pode ser adotado, buscando, a cada intervalo de tempo, o maior valor de h em todos os subtrechos, e calculando o passo de tempo ideal (Equação 29), com base neste valor máximo de h .

Apesar de gerar bons resultados na maior parte dos estudos de caso, o modelo inercial na forma das Equações 24

a 27 tende a apresentar oscilações espúrias da profundidade em algumas situações, conforme mostrado por Bates et al. (2010) e Almeida et al. (2012), em simulações bidimensionais de locais com alta rugosidade. Para contornar esse problema, Almeida et al. (2012) propuseram uma forma diferente de aproximação para a derivada da vazão em relação ao tempo, substituindo a Equação 22 pela Equação 30:

$$\frac{\partial q}{\partial t} \cong \frac{q_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} - \left[\theta q_{i+\frac{1}{2}}^k - \frac{(1-\theta)}{2} (q_{i-\frac{1}{2}}^k + q_{i+\frac{3}{2}}^k) \right]}{\Delta t} \tag{30}$$

em que: θ é um fator ponderador; $q_{i+\frac{1}{2}}^k$ é a vazão na seção entre os trechos i e $i+\frac{1}{2}$; $q_{i-\frac{1}{2}}^k$ é a vazão entre os trechos $i-1$ e i ; e $q_{i+\frac{3}{2}}^k$ é a vazão na seção entre os trechos $i+\frac{1}{2}$ e $i+2$.

O valor de θ na Equação 30 pode variar entre 0 e 1. Quando é adotado o valor $\theta=1$, a Equação 30 é idêntica à Equação 22. Quando é adotado um valor $\theta < 1$, a derivada numérica está baseada numa ponderação dos valores da vazão atual em 3 seções transversais. De acordo com Almeida et al. (2012), esta ponderação introduz um efeito difusivo, que contribui para atenuar eventuais oscilações espúrias.

Introduzindo as Equações 21 e 30 na Equação 17, resulta em uma alternativa à Equação 25, dada pela Equação 31:

$$q_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} = \frac{\left[\theta q_{i+\frac{1}{2}}^k - \frac{(1-\theta)}{2} (q_{i-\frac{1}{2}}^k + q_{i+\frac{3}{2}}^k) \right] - g \cdot \Delta t \cdot \left(h_{i+\frac{1}{2}}^k \right) \frac{(y_{i+1}^k - y_i^k)}{\Delta x}}{\left(1 + \frac{g \cdot \Delta t \cdot \left(\left| q_{i+\frac{1}{2}}^k \right| \right) \cdot n^2}{\left(h_{i+\frac{1}{2}}^k \right)^{7/3}} \right)}$$

Utilizando esta equação, o modelo inercial é aplicado utilizando as Equações 24, 31, 26 e 27. A cada intervalo de tempo, considerando conhecidos os valores de y e h em todos os subtrechos, é aplicada a Equação 24 para obter o valor da profundidade em todas as seções, localizadas entre os subtrechos. A seguir, é aplicada a Equação 31, obtendo as vazões q em todas as seções. Com base nas vazões, é aplicada a Equação 26 para atualizar as profundidades, e, por fim, é aplicada a Equação 27 para atualizar as cotas do nível da água em todos os subtrechos.

Testes do modelo inercial unidimensional

O objetivo dos testes descritos no presente artigo foi verificar a aplicabilidade do modelo inercial unidimensional na simulação da propagação de ondas de cheias em rios, comparando os seus resultados com os resultados de um modelo hidrodinâmico baseado nas equações completas de Saint Venant (HEC-RAS), e com dois modelos simplificados, comumente utilizados em módulos de propagação de cheias em modelos hidrológicos: Muskingum-Cunge linear (TUCCI, 1998) e Muskingum-Cunge-Todinão linear (TODINI, 2007; PONTES; COLLISCHONN, 2012).

Foram considerados seis testes hipotéticos. O Teste 1 foi baseado nas características de um trecho real do rio São Francisco, localizado entre a UHE Três Marias e a cidade de Pirapora, no estado de Minas Gerais, que é o mesmo trecho analisado por Pontes e Collischonn (2012). Os Testes 2, 3 e 4 foram baseados na mesma situação, porém a declividade do rio foi modificada, de forma a representar situações de baixa, média e alta declividade. O Teste 5 foi baseado nos dados do mesmo trecho do rio São Francisco, porém considerando a existência de uma barragem e de um reservatório hipotético no extremo de jusante do trecho. E, finalmente, o Teste 6 considerou um trecho de rio de baixa declividade, sujeito ao efeito de uma variação de nível periódica (maré) no extremo de jusante.

Estes testes são produto de uma série de análises conduzidas com o modelo Inercial para a propagação de vazão unidimensional e são aqui propostos por que resumem para divulgação os principais achados em relação ao uso do modelo.

As seções seguintes do artigo apresentam os detalhes dos testes e dos resultados obtidos. Em todos os casos, optou-se por focar a apresentação dos resultados na forma dos hidrogramas propagados, por que eles sintetizam de forma visual os pontos a serem ressaltados.

Teste 1: Trecho de rio baseado em dados do São Francisco

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial em uma situação real, em que outros modelos simplificados, como o modelo Muskingum-Cunge, apresentam bons resultados. Para isto foi escolhido um trecho do rio São Francisco entre a UHE Três Marias e a cidade de Pirapora (MG), previamente também analisado por Pontes e Collischonn (2012).

O trecho do rio São Francisco entre Três Marias e Pirapora tem aproximadamente 135 km de comprimento, e apresenta uma largura média de, aproximadamente, 300 m. A declividade do fundo do rio é de, aproximadamente, 29,5 cm.km⁻¹. A seção transversal do rio foi considerada retangular, e o coeficiente de rugosidade de Manning adotado foi n=0,030.

Para simplificar a análise, as contribuições laterais de afluentes ao longo do trecho foram desprezadas, embora o rio São Francisco receba a contribuição do rio Abaeté e de outros

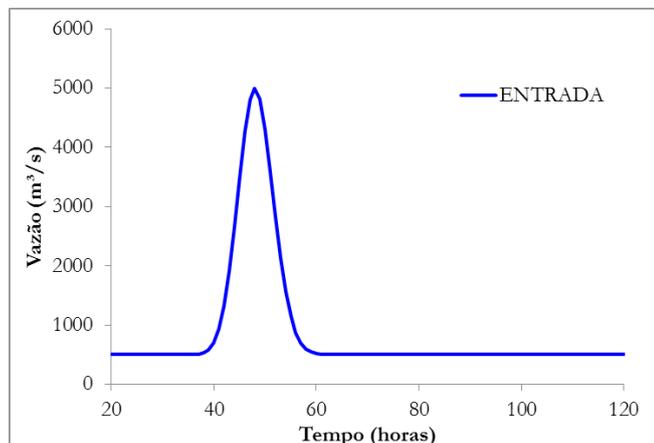


Figura 02 - Hidrograma de entrada utilizado nos testes

cursos d'água menores neste trecho.

No início do trecho de rio foi imposto um hidrograma de gerado a partir do equacionamento do hidrograma sintético NERC (1975) *apud* Todini (2007), dado por:

$$Q(t) = Q_{base} + (Q_{pico} - Q_{base}) \cdot \left[\frac{t}{T_p} \cdot \exp\left(1 - \frac{t}{T_p}\right) \right]^\beta \tag{32}$$

em que: $Q_{base} = 500 \text{ m}^3/\text{s}$; $Q_{pico} = 5000 \text{ m}^3/\text{s}$; T_p

$= 48, \text{ horas}$ e $\beta = 200$ (parâmetro de curvatura do hidrograma). A Figura 02 apresenta o hidrograma de entrada utilizado.

A magnitude da vazão máxima do hidrograma da Figura 02 é razoavelmente normal no trecho, porém o hidrograma representa uma condição extrema em termos de taxa de variação da vazão ao longo do tempo.

O modelo inercial, descrito na seção anterior, foi aplicado considerando $\Delta x = 2000 \text{ m}$; $\Delta t = 120 \text{ s}$, e condição inicial de nível de água normal com vazão = 500 m³/s. Foi adotada uma condição de contorno de jusante de declividade constante. O valor de Δt foi escolhido com base na Equação 29, assumindo que α possui valor de 0,7. Esse é o mesmo valor utilizado por Yamazaki et al.(2013). O valor de Δx foi adotado com base em uma análise de sensibilidade efetuada preliminarmente, e que não é descrita no presente artigo.

Foram testadas duas formulações do modelo inercial: (i) a formulação original dada pelas Equações 24 a 27, e que foi adaptada de Bates et al.(2010); e (ii) a formulação centrada, dada pelas Equações 24, 31, 26 e 27, adaptada de Almeida et al.(2012). Neste segundo caso foi utilizado o valor de $\theta = 0,9$ baseado nos valores e resultados apresentados por Almeida et al.(2012).

Os modelos Muskingum Cunge linear (MCL) e Muskingum-Cunge-Todini não linear (MCT) foram aplicados considerando as mesmas condições de discretização utilizadas no modelo inercial. A formulação do modelo MCL utilizada foi exatamente a mesma apresentada em Collischonn; Dornelles (2013). Já a formulação do modelo MCT foi exatamente a mesma apresentada por Pontes e Collischonn (2012).

Na aplicação do modelo hidrodinâmico completo

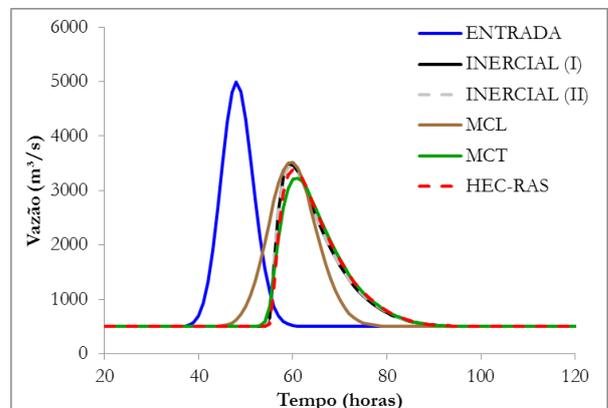


Figura 03 - Resultados do Teste 1 (trecho do rio São Francisco com declividade de 29,5 cm/km). Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al (2012)

dada pelo HEC-RAS também foram consideradas exatamente as mesmas condições de discretização adotadas no modelo inercial. O único parâmetro adicional utilizado no ensaio com o HEC-RAS foi o valor de teta (θ) do esquema de Preissmann (USACE, 2010) que foi adotado como igual a 0,6.

Os resultados de vazão deste primeiro teste são apresentados na Figura 03. Ela mostra os hidrogramas obtidos pelos diversos métodos no extremo de jusante do trecho de rio. Observa-se que os resultados das duas formulações do modelo inercial são muito próximos entre si e praticamente iguais aos resultados do HEC-RAS. O modelo MCT também apresentou resultados muito próximos ao HEC-RAS. Já os resultados apontados pelo MCL, apesar de apresentarem um valor de vazão de pico adequado, apresentaram um hidrograma com mais difusão, onde a cheia chega mais rápido e termina antes do Inercial.

Teste 2: Trecho de rio de baixa declividade

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial em comparação com os modelos simplificados e com o modelo HEC-RAS numa condição de um rio de baixa declividade, em que as diferentes versões do modelo Muskingum-Cunge tendem a apresentar resultados inadequados. Para isto, foi considerado um caso idêntico ao Teste 1, porém a declividade do fundo do rio foi reduzida para 5 cm.km^{-1} .

Com exceção da declividade, todas as demais condições utilizadas no Teste 2 foram iguais ao Teste 1, inclusive foi adotado o mesmo hidrograma de entrada no trecho de rio.

Os resultados deste teste são apresentados na Figura 04, que mostra os hidrogramas obtidos pelos diversos métodos no extremo de jusante do trecho de rio. Observa-se que os resultados do modelo Inercial são os mais similares em comparação com as soluções completas dadas pelo HEC-RAS do que os resultados dos demais métodos simplificados. A única diferença notada entre os resultados do Inercial e o HEC-RAS é a vazão de pico um pouco mais baixa dada pelo Inercial. Ainda, é importante ressaltar que não são notadas diferenças significativas entre as duas formulações do modelo Inercial testadas.

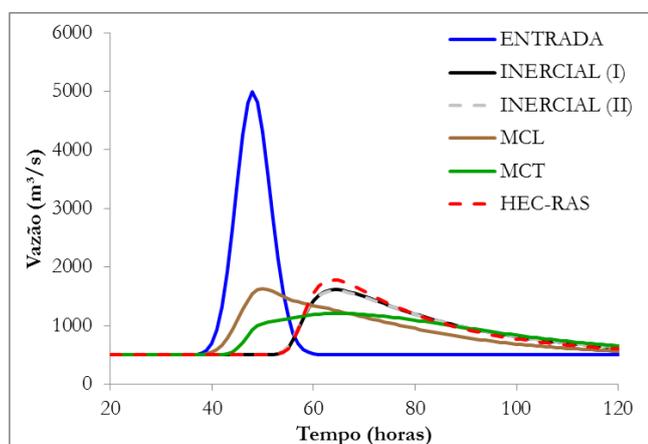


Figura 04 - Resultados do segundo teste. Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al. (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al. (2012)

Teste 3: Trecho de rio de alta declividade

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial em comparação com os modelos simplificados e com o modelo HEC-RAS numa condição de um rio de alta declividade, em que as diferentes versões do modelo Muskingum-Cunge tendem a apresentar bons resultados. Para isto, foi considerado um caso idêntico ao Teste 1, porém a declividade do fundo do rio foi aumentada para 300 cm.km^{-1} (ou 3 m.km^{-1}).

Assim como no Teste 2, com exceção da declividade todas as demais condições utilizadas no Teste 3 foram iguais ao Teste 1.

Os hidrogramas resultantes do Teste 3 são apresentados na Figura 05. Observa-se que estes resultados são muito similares aos obtidos no Teste 1, em que as duas formulações do modelo Inercial e o MCT geraram hidrogramas muito próximos ao do HEC-RAS. Já o MCL apresentou resultados com maior difusão e mais adiantados, apesar da vazão de pico na mesma ordem dos demais modelos.

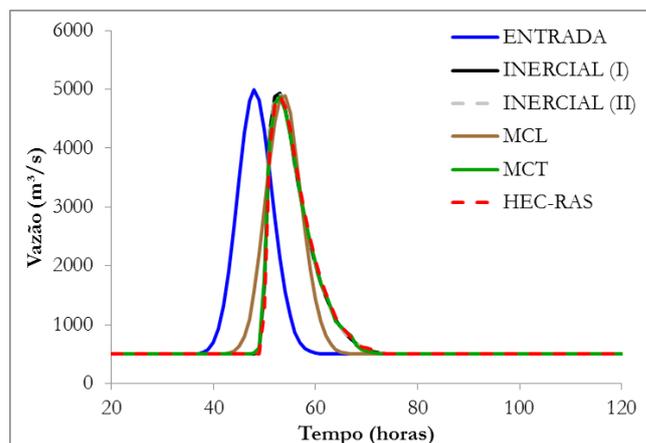


Figura 05 - Hidrogramas resultantes do terceiro teste. Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al. (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al. (2012)

Teste 4: Trecho de rio de altíssima declividade

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial em uma condição de um rio de declividade muito alta. Para isto, foi considerado um caso idêntico ao Teste 1, porém a declividade do fundo do rio foi aumentada para 10 m.km^{-1} .

A diferença fundamental do Teste 4 é que o escoamento no rio entra em regime supercrítico, pois o número de Froude ultrapassa a unidade. Este teste foi realizado para verificar a aplicabilidade do modelo inercial em condições de escoamento supercrítico. Segundo o trabalho de Yamazaki et al. (2013), o uso do modelo inercial sofre de instabilidades quando aplicado neste regime.

Na primeira aplicação do Teste 4, considerando as mesmas condições do Teste 1 (exceto a declividade), as formulações propostas para o modelo Inercial apresentaram instabilidades e não foram capazes de propagar o hidrograma. Os demais

métodos simplificados utilizados MCL e MCT, bem como a solução das equações completas adotadas no HEC-RAS foram capazes de executar a propagação do hidrograma.

Dando prosseguimento ao teste, as formulações do modelo inercial foram aplicadas para o mesmo caso com intervalos de tempo de cálculo (Δt) menores que 120s, para testar a estabilidade numérica em função deste parâmetro.

Com a utilização de intervalos de tempo de cálculo menores ou iguais a 90s as formulações do modelo inercial foram capazes de propagar o hidrograma de entrada pelo canal.

Esta experiência mostrou que o modelo inercial é sensível ao intervalo de tempo quando usado para a simulação de escoamento em regime supercrítico nesta aplicação unidimensional proposta.

Mais especificamente, eles mostram que a aplicação testada é sensível ao parâmetro α da Equação 29. Neste caso, para a obtenção de valores de Δt na ordem de 90s seria necessário um valor de α próximo de 0,3.

Esta é possivelmente a maior limitação no uso do modelo inercial, uma vez que ele exige um controle adequado do intervalo de tempo quando o regime é supercrítico, e isso pode resultar em um tempo de processamento elevado relacionado com o uso de um Δt muito pequeno.

Os hidrogramas resultantes dos do Teste 4, após a aplicação bem sucedida do modelo inercial, são apresentados na Figura 06.

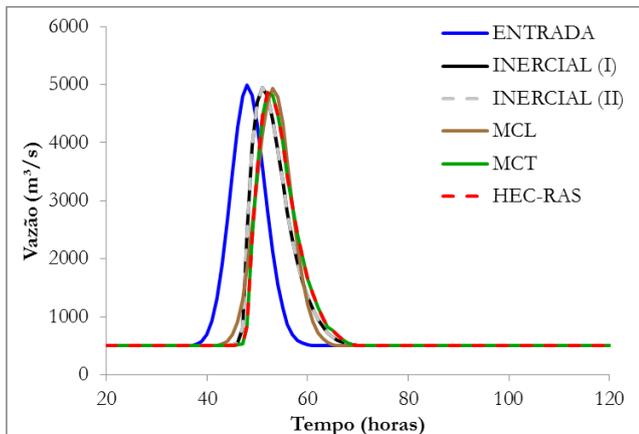


Figura 06 - Hidrogramas resultantes do quarto teste. Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al. (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al. (2012)

O que nota-se nestes resultados é que as formulações do modelo inercial em geral apresentaram um hidrograma um pouco adiantado e com um pico de vazão um pouco maior que o HEC-RAS. O MCL apresentou resultados com maior difusão, e o MCT apresentou resultados muito adequados e comparáveis aos das formulações completas dadas pelo HEC-RAS.

Teste 5: Trecho de rio com barragem e remanso

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial em uma condição de um rio modificado pela presença de uma barragem no seu trecho final. Para isto, foi

considerado um caso idêntico ao Teste 1, porém a condição de contorno de jusante adotada foi um nível da água constante no último subtrecho de rio, e a condição inicial adotada foi um nível constante a partir da metade do trecho, de forma a representar uma barragem operando com nível da água constante, conforme mostra a Figura 07.

Por questão de simplificação, a largura da seção transversal foi considerada constante e igual a 300m em todo o canal.

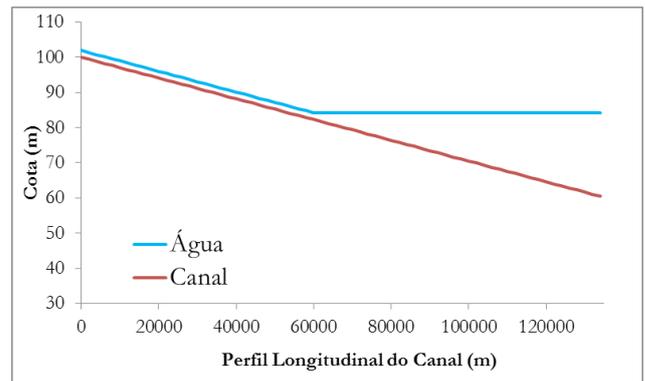


Figura 07 - Representação de uma barragem operando com nível da água constante

Como nos testes anteriores, no Teste 5 foi adotado o mesmo hidrograma de entrada no trecho de rio utilizado no Teste 1. As presenças da barragem e do remanso invalidam a aplicação dos modelos Muskingum-Cunge, tanto na versão linear como na versão não linear (MCT) para este caso.

O objetivo do Teste 5 foi avaliar a capacidade do modelo inercial de representar a aceleração da onda de cheia quando esta é propagada através de um reservatório mais profundo do que o rio.

Os resultados do Teste 5 são apresentados na Figura 08. Para possibilitar a comparação foram incluídos os hidrogramas de saída obtidos por meio da aplicação dos métodos MCL e MCT, considerando um canal sem o reservatório. Observa-se na Figura 08 que as duas formulações do modelo Inercial geram hidrogramas muito próximos aos do HEC-RAS, somente com

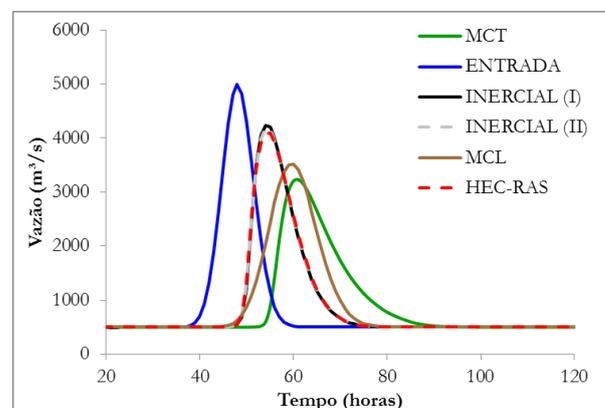


Figura 08 - Resultados do quinto teste. Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al (2012)

a vazão de pico um pouco mais alta. Adicionalmente, na análise dos hidrogramas obtidos com os métodos MCL e MCT nota-se a importância da representação do reservatório na propagação. Os métodos que desconsideram o reservatório apontam para uma subestimativa da vazão máxima do hidrograma, bem como para um atraso na chegada da cheia.

Teste 6: Trecho de rio com controle de jusante (maré)

O objetivo deste teste foi avaliar o desempenho do modelo inercial para uma condição de um rio em área de declividade baixa, e que escoar para o mar, estuário, ou lago, em que o nível da água varia de forma periódica, como uma maré. Para isto, foi considerado um caso idêntico ao Teste 2 (baixa declividade), porém as duas condições de contorno (montante e jusante) foram modificadas.

No Teste 6 a condição de contorno de montante adotada foi uma vazão constante relativamente baixa ($500\text{m}^3/\text{s}$), e a condição de contorno de jusante adotada foi um nível da água dado por uma variação periódica entre 8m e 4m, com período de 12 horas (Figura 09), na forma de uma maré.

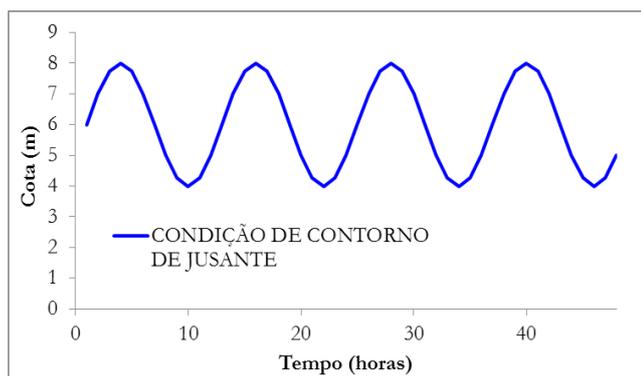


Figura 09 - Condição de contorno de jusante adotada no Teste 6

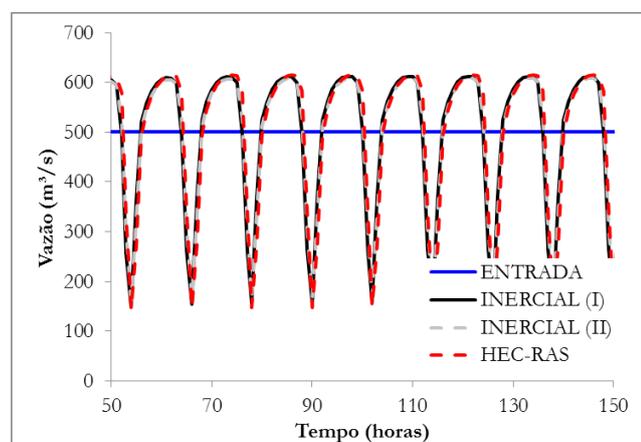


Figura 10 - Resultados do sexto teste. Na legenda, Inercial (I) significa a formulação proposta por Bates et al (2010) e a Inercial (II) a formulação proposta por Almeida et al (2012)

A diferença fundamental do Teste 6 é que a condição de contorno de jusante causa uma onda que se propaga de jusante para montante no canal. Neste caso também não é válida a aplicação dos modelos Muskingum-Cunge, tanto na versão linear como na não linear.

Os resultados do Teste 5 são apresentados na Figura 10, que mostra o hidrograma obtido pelas formulações do modelo inercial e com o HEC-RAS no centro do trecho de rio simulado (à 67,5km do início do canal). Observa-se que os resultados das formulações do modelo inercial são iguais entre si e muito similares aos resultados das soluções completas das equações de Saint-Venant dadas pelo HEC-RAS.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente estudo foi apresentada uma derivação completa das equações que resultam em uma formulação explícita do modelo inercial unidimensional para propagação de cheias em rios, adaptada das formulações apresentadas inicialmente por Bates et al. (2010) e por Almeida et al. (2012), com foco na simulação bidimensional de planícies. Motivado pela simplicidade e capacidade de representação de efeitos de escoamento diversos, estas formulações foram aqui avaliadas na forma unidimensional para alguns cenários de propagação pré-definidos, visando a sua possível adaptação em modelos hidrológicos para a simulação em uma dimensão da água em trechos de rios.

A principal conclusão deste trabalho é que o método testado pode ser adaptado para representar a propagação unidimensional em redes de rios. Os resultados das análises comparativas mostraram que, para a maioria dos casos testados, o hidrograma propagado pelo modelo Inercial é muito similar aos resultados obtidos com a solução completa das equações de Saint-Venant dada pelo HEC-RAS. A principal vantagem do modelo inercial é a simplicidade da sua formulação.

Em relação aos modelos MCL e MCT, o modelo Inercial sempre apresentou resultados equivalentes ou melhores que estes para a maioria dos testes feitos, tomando a solução do HEC-RAS como referência. Ainda em relação aos modelos MCL e MCT, o modelo Inercial apresenta vantagens por ser aplicável em situações que estes demais modelos não podem ser usados, como é o caso dos testes com reservatório e com maré na condição de contorno de jusante.

É válido destacar que, especificamente no teste de condição de declividade real e no teste de alta declividade, um bom desempenho do modelo MCT foi encontrado, o que está de acordo com os resultados de Pontes e Collischonn (2012), que avaliaram o método dentro de uma faixa padrão de aplicabilidade do modelo simplificado.

Outro resultado importante das análises é que os hidrogramas das duas soluções do modelo Inercial testadas não diferiram muito entre si. Isto é importante por que a solução dada por Bates et al. (2010) é mais simples de ser aplicada dentro da estrutura de modelos do que a solução dada por Almeida et al. (2012), já que esta última exige a informação de vazão em mais células adjacentes.

Todavia, apesar dos resultados promissores na utilização do modelo inercial, existe um ônus na sua aplicação, que é o fato do modelo ter apresentado instabilidades para a propagação em regime supercrítico, conforme o que foi avaliado no caso do Teste 4 (altíssima declividade). Neste caso, verificou-se a necessidade de controlar com mais rigor os intervalos de tempo de cálculo utilizados, como o uso de valores pequenos para parâmetro α (Equação 29).

Além disso, a solução numérica adotada para o modelo inercial, por um esquema explícito, em geral exige que seja adotado um intervalo de tempo de cálculo relativamente pequeno se comparado aos intervalos usualmente utilizados em modelos hidrológicos com formulações simplificadas de propagação de cheias, o que aumenta o custo computacional no caso do uso do modelo inercial. Este aspecto não foi avaliado no presente artigo, mas pode restringir a adoção do modelo inercial como módulo de propagação de vazões em modelos hidrológicos distribuídos.

Respeitando o fato de que os resultados obtidos estão condicionados às condições do experimento realizado, como o modelo inercial apresentou resultados similares ao HEC-RAS e, em geral, melhores que os dos modelos MCL e MCT, é possível afirmar que ele possui algumas das características desejadas para o acoplamento em modelos hidrológicos e hidráulicos de ampla aplicação. Isto desde que sejam respeitadas as suas limitações no controle de regime de escoamento.

Assim, a partir destes resultados promissores, novos trabalhos já estão sendo desenvolvidos, em que o modelo inercial já está sendo adaptado para ser acoplado dentro de um modelo chuva-vazão de simulação em grande escala (incluindo a simulação de rios com planícies de inundação por meio de uma abordagem unidimensional). Neste caso, também será avaliada a questão do tempo de simulação em comparação com outros métodos já utilizados atualmente.

Finalmente, também é possível afirmar que as soluções explícitas do modelo Inercial apresentadas podem ser aplicadas de forma simples e direta na simulação do escoamento em locais onde outros modelos simplificados não são suficientes, como alguns dos casos testados. Assim, sugere-se que esta metodologia possa ser gradativamente incorporada em textos didáticos de disciplinas de graduação em Engenharia, pois ela tem grande potencial para ser transformada em um instrumento básico de hidrologia.

AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece ao CNPQ pela bolsa concedida durante a pesquisa. Os autores deste artigo agradecem aos revisores anônimos que deram importantes contribuições para a qualidade do trabalho.

Exemplos de códigos de programação do modelo inercial usado neste trabalho estão disponíveis, em linguagem FORTRAN, a partir de solicitação aos autores.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, G. A. M.; BATES, P. Applicability of the local inertial approximation of the shallow water equations to flood modeling, *Water Resour. Res.*, v.49, 2013. doi: 10.1002/wrcr.20366.
- ALMEIDA, G. A. M. P.; BATES, J. E.; FREER, M. ; SOUVIGNET, Improving the stability of a simple formulation of the shallow water equations for 2-D flood modeling, *Water Resources Research*, v. 48, 2012, W05528. doi: 10.1029/2011WR011570.
- BATES, P. D.; DE ROO, A. P. J. A simple raster-based model for flood inundation simulation. *Journal of Hydrology*, v. 236, p. 54–77, 2000.
- BATES, P. D.; HORRITTM. S.; FEWTRELL T. J. A simple inertial formulation of the shallow water equations for efficient two-dimensional flood inundation modelling, *J. Hydrol.*, v. 387, p. 33–45, 2010. doi:10.1016/.2010.03.027.
- BEVEN, K. *Rainfall-runoff modelling: the primer*. 2nd ed. Chichester: Wiley-Blackwell, 2012. 457 p.
- CHANSON, H. *The Hydraulics of Open Channel Flow: An Introduction* Butterworth-Heinemann, 2nd edition, Oxford, UK, 2004. 630 p.
- CHOW, V.T.; MAIDMENT, D.R.; MAYS, L.W. *Applied Hydrology*. New York: McGraw-Hill Inc., 1988.
- COLLISCHONN W.; DORNELLES, F. *Hidrologia para Engenharia e Ciências Ambientais*. ABRH, 2013. 570p.
- CUNGE, J. A.; HOLLY, F. M.; VERWEY, A. *Practical aspects of computational river hydraulics*. Boston: Pitman. 1980, 420 p.
- CUNGE, J. A. On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method), *J. Hydrol. Res.*, v. 7, n. 2, p. 205–230, 1969.
- DE ROO, A.P.J.; WESSELING, C.G.; VAN DEURZEN, W.P.A. Physically based river basin modelling within a GIS: the LISFLOOD model. *Hydrological Processes*, v. 14, p. 1981–1992, 2000.
- DOOGE, J.C.I.; NAPIÓRKOWSKI, J. J. Applicability of diffusion analogy in flood routing. *Acta Geophysica Polonica*, v. 35, n. 1, p. 65-75, 1987.
- FREAD D.L. Flow Routing in Handbook of Hydrology, ed. by D.R. Maidment, McGraw-Hill Inc., New York, 10.1-10.36, 1993.

- HROMADKA II, T.V.; YEN, C.C. A Diffusion Hydrodynamic Model: I. Model Development. *Advances in Water Resources*, v. 9, n. 3, p. 118-121, 1986.
- NEAL, J., G.; SCHUMANN, P.; BATES, .A. Subgrid channel model for simulating river hydraulics and floodplain inundation over large and data sparse areas, *Water Resour. Res.*, v. 48, 2012. W11506, doi:10.1029/2012WR012514.
- PAZ, A.R.; COLLISCHONN, W.; TUCCI, C.E.M.; PADOVANI, C.R. Large-scale modelling of channel flow and floodplain inundation dynamics and its application to the Pantanal (Brazil). *Hydrological Processes*, v. 25, p. 1498-1516, 2011.
- PONCE, V. M. *Engineering Hydrology, Principles and practices*. Prentice Hall, 1989. 640p.
- PONTES, P. R. M.; COLLISCHONN, W. Conservação de volume em modelos simplificados de propagação de vazão. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 17, p. 83-96, 2012.
- STURM, T. W. *Open Channel Hydraulics*. McGraw-Hill Science/Engineering, Math; 2nd edition, 2010.
- SZYMKIEWICZ, R. Numerical Modeling in Open Channel Hydraulics. *Water Sci. Technol. Library*, Springer, Dordrecht, v. 83, 2010. p. 370.
- TODINI, E. A mass conservative and water storage consistent variable parameter Muskingum-Cunge approach. *Hydrology and Earth System Sciences*, v. 4, p. 1549-1592, 2007.
- TUCCI, C. E. M. Modelos Hidrológicos/Carlos E.M. Tucci; colaboração da Associação Brasileira de Recursos Hídricos/ABRH. – 2.ed. – Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2005.
- USACE. HEC-RAS *River Analysis System. User's Manual*. US Army Corps of Engineers. Hydrologic Engineering Center. Version 4.1, 2010. 790 p.
- VIEIRA DA SILVA, R. C.; MASCARENHAS, F. ; MIGUEZ, M. G. . *Hidráulica Fluvial I*. Rio de Janeiro: Coppe/UFRJ, 2003. 305p. v. 1.
- YAMAZAKI, D.; ALMEIDA G. A. M.; BATES, P. D. Improving computational efficiency in global river models by implementing the local inertial flow equation and a vector-based river network map, *Water Resour. Res.*, v. 49, 2013. doi:10.1002/wrcr.20552.
- YEN, B. C., TSAI, C. W.-S. "Noninertial wave vs. diffusion wave in flood routing". *J. Hydrol.*, v. 244, n. 1-2, p. 97-104, 2001.

Evaluation of a river flood routing method with an inertial approximation of the Saint-Venant equations

ABSTRACT

River flow routing calculations are typically performed using numerical solutions of the Saint-Venant equation. However, in rainfall-runoff hydrological models that besides streamflow in rivers represents the other water cycle processes, it is common to use simplified methods to represent the spread of floods. Among the most used methods are the kinematic wave and the Muskingum-Cunge methods. These simplified methods, however, do not allow representing low slope streams, rivers subject to the backwater effects, and estuaries in which the flow is subject to the effect of tides, because they do not use, among other things, the pressure gradient term of the Saint-Venant equations. An alternative in this case is the use of non-inertial models, which include the pressure gradient term. Recent publications suggest that simplified routing methods should include the local inertia term. This article presents some applicability tests of the inertial model numerical solution by an explicit scheme, aiming at future integration as a module of flow routing in hydrologic rainfall-runoff models. The Inertial model is also compared with other simplified models and with the complete solution of Saint-Venant equations. The set of tests evaluates the models in situations of different slopes, backwater reservoir effect, and the effect of the tide. Results show that for a variety of cases the inertial model has results similar to those of a full hydrodynamic model, and equal or better results than simplified models (Muskingum-Cunge Linear and Muskingum-Cunge-Todini non-linear). We conclude that the inertial model solution with an explicit numerical scheme is applicable to the simulation of the propagation of flow in river reaches, and promising as a module for flow routing in hydrological models.

Keywords: Flow routing, Simulation, Inertial model