

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE CIÊNCIAS ECONÔMICAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

RAFAEL TIECHER CUSINATO

**ENSAIOS SOBRE PREVISÃO DE INFLAÇÃO E ANÁLISE DE
DADOS EM TEMPO REAL NO BRASIL**

Porto Alegre

2009

RAFAEL TIECHER CUSINATO

**ENSAIOS SOBRE PREVISÃO DE INFLAÇÃO E ANÁLISE DE
DADOS EM TEMPO REAL NO BRASIL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como quesito parcial à obtenção do grau de Doutor em Economia, ênfase em Economia Aplicada.

Orientador: Prof. Sabino da Silva Pôrto Júnior

Porto Alegre

2009

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
Responsável: Biblioteca Gládis W. do Amaral, Faculdade de Ciências Econômicas da
UFRGS

C986e

Cusinato, Rafael Tiecher

Ensaio sobre previsão de inflação e análise de dados em tempo real no Brasil /
Rafael Tiecher Cusinato. – Porto Alegre, 2009.
139 f. : il.

Orientador: Sabino da Silva Pôrto Júnior.

Tese (Doutorado em Economia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
Faculdade de Ciências Econômicas, Programa de Pós-Graduação em Economia,
Porto Alegre, 2009.

1. Inflação : Modelo de previsão : Brasil. 2. Produto interno bruto : Previsão :
Brasil. 3. Produção industrial : Previsão : Brasil. I. Pôrto Júnior, Sabino da Silva. II.
Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Ciências Econômicas.
Programa de Pós-Graduação em Economia. III. Título.

CDU 330.115

RAFAEL TIECHER CUSINATO

**ENSAIOS SOBRE PREVISÃO DE INFLAÇÃO E ANÁLISE DE
DADOS EM TEMPO REAL NO BRASIL**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como quesito parcial à obtenção do grau de Doutor em Economia, ênfase em Economia Aplicada.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Sabino da Silva Pôrto Júnior (Orientador – UFRGS)

Prof. Dr. Cláudio Djissey Shikida (IBMEC/MG)

Prof. Dr. Roberto Camps Moraes (UNISINOS)

Prof. Dr. Ronald Otto Hillbrecht (UFRGS)

AGRADECIMENTOS

Neste breve parágrafo, gostaria de mostrar meu reconhecimento e admiração ao trabalho e à pessoa do Prof. Sabino Pôrto Júnior. O Sabino foi uma influência muito importante e presente em minha formação. Além de sua competência profissional, gostaria de ressaltar a sua dedicação incansável em ensinar e auxiliar seus alunos em suas trajetórias de aprendizado. Tenho convicção de que muitos colegas do PPGE fariam das minhas palavras as suas.

Agradeço aos membros da Banca Examinadora pelos comentários, críticas e sugestões.

Sou muito grato à Universidade Federal do Rio Grande do Sul, ao PPGE e a todos os professores os quais tive a oportunidade de ser aluno, por proporcionarem um ambiente tão favorável à disseminação do conhecimento. Agradeço também à Iara e às funcionárias do PPGE pela eficiência, disposição e bom atendimento na secretaria.

O Departamento de Pesquisa do Banco Central do Brasil foi certamente um ambiente profícuo para o desenvolvimento deste trabalho. Ao meu colega André Minella, um agradecimento especial pelos incentivos, idéias, correções, comentários e reflexões a respeito dos dois últimos ensaios desta tese. Aos meus colegas Francisco Marcos Rodrigues Figueiredo, Fabio Araujo e Wagner Piazza Gaglianone, sou muito grato pelo esclarecimento de dúvidas que surgiram ao longo deste trabalho. Agradeço também ao Wagner por sua leitura do primeiro ensaio e pelas sugestões. (Desde já, eximo meus colegas de quaisquer responsabilidades sobre eventuais desacertos em meu trabalho.) Finalmente, agradeço aos meus chefes, Carlos Hamilton Vasconcelos Araújo, Eduardo José Araújo Lima e Fabio Araujo pelo incentivo e força de vontade para que eu concluísse a tese.

Agradeço a meus pais e a minha esposa pelo carinho, dedicação, amor e incentivo. Acredito que o apoio de minha família proporcionou um equilíbrio fundamental nesta fase da minha vida.

RESUMO

Esta tese apresenta três ensaios sobre previsão de inflação e análise de dados em tempo real no Brasil. Utilizando uma curva de Phillips, o primeiro ensaio propõe um “modelo evolucionário” para prever inflação no Brasil. O modelo evolucionário consiste em uma combinação de um modelo não-linear (que é formado pela combinação de três redes neurais artificiais – RNAs) e de um modelo linear (que também é a referência para propósitos de comparação). Alguns parâmetros do modelo evolucionário, incluindo os pesos das combinações, evoluem ao longo do tempo segundo ajustes definidos por três algoritmos que avaliam os erros fora-da-amostra. As RNAs foram estimadas através de uma abordagem híbrida baseada em um algoritmo genético (AG) e em um algoritmo *simplex* de Nelder-Mead. Em um experimento de previsão fora-da-amostra para 3, 6, 9 e 12 passos à frente, o desempenho do modelo evolucionário foi comparado ao do modelo linear de referência, segundo os critérios de raiz do erro quadrático médio (REQM) e de erro absoluto médio (EAM). O desempenho do modelo evolucionário foi superior ao desempenho do modelo linear para todos os passos de previsão analisados, segundo ambos os critérios. O segundo ensaio é motivado pela recente literatura sobre análise de dados em tempo real, que tem mostrado que diversas medidas de atividade econômica passam por importantes revisões de dados ao longo do tempo, implicando importantes limitações para o uso dessas medidas. Elaboramos um conjunto de dados de PIB em tempo real para o Brasil e avaliamos a extensão na qual as séries de crescimento do PIB e de hiato do produto são revisadas ao longo do tempo. Mostramos que as revisões de crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) são economicamente relevantes, embora as revisões de crescimento do PIB percam parte da importância à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em quatro trimestres). Para analisar as revisões do hiato do produto, utilizamos quatro métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott, a tendência linear, a tendência quadrática, e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis. Todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes. Em geral, tanto a revisão de dados do PIB como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto mostraram-se fontes relevantes das revisões de hiato do produto. O terceiro ensaio é também um estudo de dados em tempo real, mas que analisa os dados de produção industrial (PI) e as estimativas de hiato da produção industrial. Mostramos que as revisões de crescimento da PI (mês/mês anterior) e da média móvel trimestral são economicamente relevantes, embora as revisões de crescimento da PI tornem-se menos importantes à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em doze meses). Para analisar as revisões do hiato da PI, utilizamos três métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott, a tendência linear e a tendência quadrática. Todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes. Em geral, tanto a revisão de dados da PI como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência da PI mostraram-se fontes relevantes das revisões de hiato da PI, embora os resultados sugiram certa predominância das revisões provenientes da baixa precisão de final-de-amostra.

Palavras-chave: Previsão de inflação; Redes neurais artificiais; Algoritmos genéticos; Curva de Phillips; Modelo evolucionário; Dados em tempo real; Hiato do produto; Produto Interno Bruto; Produção industrial; Ciclo econômico; Brasil.

ABSTRACT

This thesis presents three essays on inflation forecasting and real-time data analysis in Brazil. By using a Phillips curve, the first essay presents an “evolutionary model” to forecast Brazilian inflation. The evolutionary model consists in a combination of a non-linear model (that is formed by a combination of three artificial neural networks - ANNs) and a linear model (that is also a benchmark for comparison purposes). Some parameters of the evolutionary model, including the combination weight, evolve throughout time according to adjustments defined by three algorithms that evaluate the out-of-sample errors. The ANNs were estimated by using a hybrid approach based on a genetic algorithm (GA) and on a Nelder-Mead simplex algorithm. In a 3, 6, 9 and 12 steps ahead out-of-sample forecasting experiment, the performance of the evolutionary model was compared to the performance of the benchmark linear model, according to root mean squared errors (RMSE) and to mean absolute error (MAE) criteria. The evolutionary model performed better than the linear model for all forecasting steps that were analyzed, according to both criteria. The second essay is motivated by recent literature on real-time data analysis, which has shown that several measures of economic activities go through important data revisions throughout time, implying important limitations to the use of these measures. We developed a GDP real-time data set to Brazilian economy and we analyzed the extent to which GDP growth and output gap series are revised over time. We showed that revisions to GDP growth (quarter-on-quarter) are economic relevant, although the GDP growth revisions lose part of their importance as aggregation period increases (for example, four-quarter growth). To analyze the output gap revisions, we applied four detrending methods: the Hodrick-Prescott filter, the linear trend, the quadratic trend, and the Harvey-Clark model of unobservable components. It was shown that all methods had economically relevant magnitude of revisions. In a general way, both GDP data revisions and the low accuracy of end-of-sample output trend estimates were relevant sources of output gap revisions. The third essay is also a study about real-time data, but focused on industrial production (IP) data and on industrial production gap estimates. We showed that revisions to IP growth (month-on-month) and to IP quarterly moving average growth are economic relevant, although the IP growth revisions become less important as aggregation period increases (for example, twelve-month growth). To analyze the output gap revisions, we applied three detrending methods: the Hodrick-Prescott filter, the linear trend, and the quadratic trend. It was shown that all methods had economically relevant magnitude of revisions. In general, both IP data revisions and low accuracy of end-of-sample IP trend estimates were relevant sources of IP gap revisions, although the results suggest some prevalence of revisions originated from low accuracy of end-of-sample estimates.

Key words: Inflation forecasting; Artificial neural networks; Genetics algorithms; Phillips curve; Evolutionary model; Real-time data; Output gap; Gross Domestic Product; Industrial production; Business cycle; Brazil.

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2

Figura 1 – Função tangente hiperbólica	24
Figura 2 – Modelo de previsão Rna-2	25
Figura 3 – Função-perda	26
Figura 4 – Memória das RNAs	33
Figura 5 – Estimativas recursivas e informação	35
Figura 6 – Percentual de redução de REQMP no modelo evolucionário com hiato do produto	43
Figura 7 – Percentual de redução de REQMP no modelo evolucionário com variação do produto industrial	43
Figura 8 – Peso do modelo linear no modelo evolucionário ao longo do tempo (Experimento de 3-passos com variação do produto industrial)	45
Figura C.1 – Peso do modelo linear ao longo do tempo (modelo com hiato do produto)	124
Figura C.2 – Peso do modelo linear ao longo do tempo (modelo com variação do produto industrial)	125

Capítulo 3

Figura 1 – Crescimento do PIB de 1996:1 ao longo das revisões	58
Figura 2 – Frequência relativa das revisões do PIB	59
Figura 3 – Valores do PIB (tempo real <i>versus</i> finais)	59
Figura 4 – Hiato em tempo real	71
Figura 5 – Hiato final	71
Figura 6 – Hiato HP final e em tempo real	72
Figura 7 – Hiato do Produto (Filtro HP) de 1996:1 ao longo das revisões	72
Figura 8 – Frequência relativa das revisões dos hiato HP	73
Figura 9 – Valores dos hiato HP (tempo real <i>versus</i> finais)	73
Figura 10 – Hiato HP - séries em tempo real e quase-real	80
Figura 11 – Hiato HP - séries quase-real e final	80
Figura A.1 – Hiato TL final e em tempo real	126
Figura A.2 – Hiato do Produto (Tendência Linear) de 1996:1 ao longo das revisões	126
Figura A.3 – Frequência relativa das revisões dos hiato TL	127
Figura A.4 – Valores dos hiato TL (tempo real <i>versus</i> finais)	127
Figura A.5 – Hiato TL - séries em tempo real e quase-real	127
Figura A.6 – Hiato TL - séries quase-real e final	128

Figura A.7 – Hiatos TQ finais e em tempo real	128
Figura A.8 – Hiato do Produto (Tendência Quadrática) de 1996:1 ao longo das revisões ...	129
Figura A.9 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TQ	129
Figura A.10 – Valores dos hiatos TQ (tempo real <i>versus</i> finais)	129
Figura A.11 – Hiatos TQ - séries em tempo real e quase-real	130
Figura A.12 – Hiatos TQ - séries quase-real e final	130
Figura A.13 – Hiatos HC finais e em tempo real	131
Figura A.14 – Hiato do Produto (Harvey-Clark) de 1996:1 ao longo das revisões	131
Figura A.15 – Frequência relativa das revisões dos hiatos HC	132
Figura A.16 – Valores dos hiatos HC (tempo real <i>versus</i> finais)	132
Figura A.17 – Hiatos HC - séries em tempo real e quase-real	132
Figura A.18 – Hiatos HC - séries quase-real e final	133

Capítulo 4

Figura 1 – Crescimento da PI de 1998:4 ao longo das revisões	95
Figura 2 – Frequência relativa das revisões da produção industrial	96
Figura 3 – Valores da produção industrial (tempo real <i>versus</i> finais)	96
Figura 4 – Hiatos em tempo real	105
Figura 5 – Hiatos finais	106
Figura 6 – Hiatos HP finais e em tempo real	106
Figura 7 – Hiato da PI (Filtro HP) de 1998:4 ao longo das revisões	107
Figura 8 – Frequência relativa das revisões dos hiatos HP	108
Figura 9 – Valores dos hiatos HP (tempo real <i>versus</i> finais)	108
Figura 10 – Hiatos HP - séries em tempo real e quase-real	113
Figura 11 – Hiatos HP - séries quase-real e final	113
Figura A.1 – Hiatos TL finais e em tempo real	134
Figura A.2 – Hiatos da PI (Tendência Linear) de 1998:4 ao longo das revisões	134
Figura A.3 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TL	135
Figura A.4 – Valores dos hiatos TL (tempo real <i>versus</i> finais)	135
Figura A.5 – Hiatos TL - séries em tempo real e quase-real	136
Figura A.6 – Hiatos TL - séries quase-real e final	136
Figura A.7 – Hiatos TQ finais e em tempo real	137
Figura A.8 – Hiato da PI (Tendência Quadrática) de 1998:4 ao longo das revisões	137
Figura A.9 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TQ	138
Figura A.10 – Valores dos hiatos TQ (tempo real <i>versus</i> finais)	138
Figura A.11 – Hiatos TQ - séries em tempo real e quase-real	139
Figura A.12 – Hiatos TQ - séries quase-real e final	139

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2

Tabela 1 – Resultados REQMP do Experimento com Hiato do Produto	42
Tabela 2 – Resultados REQMP do Experimento com Variação do Produto Industrial	42
Tabela 3 – Resultados EAMP do Experimento com Hiato do Produto	44
Tabela 4 – Resultados EAMP do Experimento com Variação do Produto Industrial	44

Capítulo 3

Tabela 1 – Conjunto de Dados em Tempo Real - PIB com Ajuste Sazonal (em número índice)	55
Tabela 2 – Séries de Dados em Tempo Real, Final e de Revisão de Dados	56
Tabela 3 – Crescimento do PIB (Variação % sobre trimestre anterior)	59
Tabela 4 – Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB (Variação % sobre trimestre anterior)	60
Tabela 5 – Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB (Variação % em relação ao i -ésimo trimestre anterior)	61
Tabela 6 – Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB (Variação % do PIB acumulado em i trimestres em relação aos i trimestres anteriores)	62
Tabela 7 – Crescimento do PIB e mudança metodológica na <i>vintage</i> de 2006:4 (Variação % sobre o trimestre anterior)	63
Tabela 8 – Crescimento do PIB e mudança metodológica na <i>vintage</i> de 2006:4 (Variação % sobre o mesmo trimestre do ano anterior)	64
Tabela 9 – Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB - Comparação com Cayen e van Norden (2004)	65
Tabela 10 – Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) - Comparação com Ahmad, Bournot e Koechlin (2007)	65
Tabela 11 – Hiatos do Produto (%)	74
Tabela 12 – Indicadores de Revisão - Hiatos do Produto (%)	75
Tabela 13 – Indicadores de Revisão - Hiatos do Produto (%) - Resultados de vários estudos	77
Tabela 14 – Decomposição das Revisões dos Hiatos do Produto (%)	79
Tabela 15 – Viés dos Hiatos do Produto na Mudança Metodológica de 2006:4	81
Tabela 16 – Decomposição das Revisões dos Hiatos do Produto (%) - Resultados de vários estudos	82

Capítulo 4

Tabela 1 – Conjunto de Dados em Tempo Real – Produção Industrial com Ajuste Sazonal (em número índice)	92
Tabela 2 – Séries de Dados em Tempo Real, Final e de Revisão de Dados	93
Tabela 3 – Crescimento da Produção Industrial (Variação % sobre o mês anterior)	97
Tabela 4 – Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial (Variação % sobre o mês anterior)	98
Tabela 5 – Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial (Variação % em relação ao <i>i</i> -ésimo mês anterior)	99
Tabela 6 – Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial (Variação % da Produção Industrial acumulada em <i>i</i> meses em relação aos <i>i</i> meses anteriores) ..	100
Tabela 7 – Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial - Comparação com os indicadores de revisão do crescimento do PIB (Variação % do acumulado em <i>i</i> trimestres em relação aos <i>i</i> trimestres anteriores)	101
Tabela 8 – Hiatos da Produção Industrial (%)	109
Tabela 9 – Indicadores de Revisão – Hiatos da Produção Industrial (%)	110
Tabela 10 – Decomposição das Revisões dos Hiatos da Produção Industrial (%)	112

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. PREVENDO INFLAÇÃO NO BRASIL COM REDES NEURAIS ARTIFICIAIS E ALGORITMOS GENÉTICOS - UMA ABORDAGEM EVOLUCIONÁRIA	16
2.1. INTRODUÇÃO	16
2.2. A CURVA DE PHILLIPS	18
2.3. MODELO LINEAR	20
2.4. MODELO NÃO-LINEAR	21
2.4.1. Modelos de redes neurais artificiais	22
2.4.2. Algoritmo genético e algoritmo simplex de Nelder-Mead	28
2.4.3. Memória das RNAs	31
2.5. MODELO EVOLUCIONÁRIO	33
2.6. ESTIMAÇÕES RECURSIVAS E INFORMAÇÃO	34
2.7. EVOLUÇÃO	35
2.7.1. Evolução da memória	35
2.7.2. Evolução dos pesos do "modelo não-linear"	38
2.7.3. Evolução do peso do modelo linear no modelo evolucionário	39
2.8. DADOS	41
2.9. RESULTADOS	42
2.10. CONCLUSÃO	46
REFERÊNCIAS	48
3. HIATO DO PRODUTO E PIB NO BRASIL: UMA ANÁLISE DE DADOS EM TEMPO REAL	50
3.1. INTRODUÇÃO	50
3.2. DADOS EM TEMPO REAL	53
3.3. PRODUTO INTERNO BRUTO	56
3.3.1. Elaboração de um conjunto de dados de PIB em tempo real	56
3.3.2. Análises das revisões do PIB	57

3.4. HIATO DO PRODUTO	66
3.4.1. <i>Métodos de extração de tendência</i>	66
3.4.2. <i>Componentes das revisões do hiato do produto</i>	68
3.4.3. <i>Análises das revisões totais do hiato do produto</i>	70
3.4.4. <i>Análises da decomposição das revisões do hiato do produto</i>	78
3.5. CONCLUSÃO	83
REFERÊNCIAS	86
4. PRODUÇÃO INDUSTRIAL NO BRASIL: UMA ANÁLISE DE DADOS EM TEMPO REAL.....	88
4.1. INTRODUÇÃO	88
4.2. DADOS EM TEMPO REAL	90
4.3. PRODUÇÃO INDUSTRIAL	93
4.3.1. <i>Elaboração de um conjunto de dados de produção industrial em tempo real</i>	93
4.3.2. <i>Análises das revisões da produção industrial</i>	94
4.4. HIATO DA PRODUÇÃO INDUSTRIAL.....	101
4.4.1. <i>Métodos de extração de tendência</i>	102
4.4.2. <i>Componentes das revisões do hiato da produção industrial</i>	103
4.4.3. <i>Análises das revisões totais do hiato da produção industrial</i>	105
4.4.4. <i>Análises da decomposição das revisões do hiato da produção industrial</i>	111
4.5. CONCLUSÃO	114
REFERÊNCIAS	116
APÊNDICE A.1. DADOS E EXPERIMENTOS EMPÍRICOS (CD).....	118
APÊNDICE A.2. ALGORITMO GENÉTICO	119
A.2.1. DESCRIÇÃO DO AG UTILIZADO.....	120
APÊNDICE B.2. CÁLCULO DOS PESOS DAS OBSERVAÇÕES NAS ESTIMAÇÕES DE RNAS.....	122
APÊNDICE C.2. EVOLUÇÃO DO PESO DO MODELO LINEAR NO MODELO EVOLUCIONÁRIO ...	124
APÊNDICE A.3. GRÁFICOS PARA OS HIATOS TL, TQ E HC	126
A.3.1. TENDÊNCIA LINEAR (TL).....	126
A.3.2. TENDÊNCIA QUADRÁTICA (TQ).....	128
A.3.3. HARVEY-CLARK (HC).....	131
APÊNDICE A.4. GRÁFICOS PARA OS HIATOS TL, TQ	134
A.4.1. TENDÊNCIA LINEAR (TL).....	134
A.4.2. TENDÊNCIA QUADRÁTICA (TQ).....	137

1. Introdução¹

O regime de metas para inflação completa, neste ano, dez anos de existência no Brasil. Em um regime de metas, a condução da política monetária e a tomada de decisão dos agentes econômicos requerem tanto um grande conjunto de informações sobre o estado da economia como modelos que permitam utilizar esse conjunto de informações para prever a trajetória futura da inflação. Enfatizaremos dois aspectos relevantes subjacentes à tomada de decisão em um regime de metas que permeiam os ensaios apresentados nesta tese: (a) a importância de modelos de previsão de inflação e (b) a natureza “*em tempo real*” do processo de tomada de decisão.

Ao propor um modelo de previsão de inflação no primeiro ensaio e analisar as revisões de várias medidas de atividade econômica nos segundo e terceiro ensaios, esta tese tem como objetivo contribuir com novos subsídios acerca da utilização e compreensão do conjunto de informação disponível no Brasil para a análise da política monetária e para a tomada de decisão dos agentes econômicos. O primeiro ensaio é motivado pelas evidências empíricas de não-linearidade na curva de Phillips. À medida que um novo modelo de previsão mostra-se promissor (no caso, que inclua não-linearidades), obtém-se uma ferramenta adicional para utilizar o conjunto de informação disponível para inferir sobre o futuro. Os segundo e terceiro ensaios são motivados pela recente literatura de análise de dados em tempo real, que tem mostrado que diversas medidas de atividade econômica passam por importantes revisões de dados ao longo do tempo. Se essas revisões mostram-se economicamente relevantes também para o caso brasileiro, isso tem importantes implicações sobre como os agentes econômicos brasileiros, formuladores de política e as análises de política monetária devem utilizar o conjunto de informação disponível.

No primeiro ensaio (capítulo 2), propomos um “modelo evolucionário” baseado em uma curva de Phillips para prever inflação no Brasil. O modelo evolucionário consiste em uma combinação de um modelo não-linear (que é formado pela combinação de três redes neurais artificiais – RNAs) e de um modelo linear (que também é a referência para propósitos de comparação). Os modelos são estimados recursivamente. Alguns parâmetros do modelo evolucionário, incluindo os pesos das combinações, evoluem ao longo do tempo segundo ajustes definidos por três algoritmos que avaliam os erros fora-da-amostra. As RNAs foram

¹ A tese impressa é acompanhada por um CD com os programas e dados necessários para replicar os experimentos empíricos realizados. Ver apêndice A.1.

estimadas através de uma abordagem híbrida baseada em um algoritmo genético (AG) e em um algoritmo *simplex* de Nelder-Mead.

Na primeira iteração da estimação recursiva, o modelo evolucionário é o próprio modelo linear (todo o peso da combinação está no modelo linear). À medida que são efetuadas pesquisas de desempenho fora-da-amostra, alguns parâmetros evoluem ao longo do tempo e o modelo evolucionário pode tornar-se não-linear. Se as pesquisas fora-da-amostra indicarem, o grau de não-linearidade do modelo evolucionário pode aumentar (aumentando o peso de uma RNA com mais neurônios na camada escondida), ou diminuir (inclusive tornando-se novamente um modelo linear). Os modelos foram estimados para horizontes de previsão de três, seis, nove e doze meses à frente, e os desempenhos do modelo evolucionário e do modelo linear foram comparados através dos critérios de raiz do erro quadrático médio de previsão (REQMP) e de erro absoluto médio de previsão (EAMP). O nosso objetivo é desenvolver uma “abordagem evolucionária” e potencialmente não-linear para prever inflação no Brasil. Encontramos que o desempenho do modelo evolucionário foi superior ao do modelo linear para todos os passos de previsão analisados, segundo ambos os critérios.

No segundo ensaio (capítulo 3), elaboramos um conjunto de dados de PIB em tempo real para o Brasil. A partir desse conjunto de dados, investigamos o comportamento das revisões de crescimento do PIB e das estimativas de hiato do produto, obtidas pela aplicação de quatro métodos de extração de tendência: filtro de Hodrick-Prescott, tendência linear, tendência quadrática e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis. Assumindo que a nossa última série de dados é a melhor estimativa que possuímos, calculamos vários indicadores sobre as revisões de crescimento do PIB e de hiato do produto. No caso do hiato do produto, decompos as revisões em duas partes: (i) revisões do hiato provenientes da própria revisão dos dados de PIB e (ii) revisões do hiato provenientes da inclusão de novas observações de PIB na amostra.

Analisando os indicadores de revisão de crescimento do PIB e de hiato do produto para o Brasil, nosso objetivo é investigar a relevância das revisões e examinar se os achados empíricos da literatura internacional sobre dados em tempo real também se aplicam ao Brasil. Mostramos que as revisões de crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) são economicamente relevantes, embora as revisões de crescimento do PIB percam parte da importância à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em

quatro trimestres). Na análise do hiato do produto, todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes, embora os indicadores de revisão de hiato do produto brasileiros sejam, em geral, menos desfavoráveis do que os reportados pelos estudos internacionais. Em três dos quatro métodos, a revisão implicou mudança do sinal do hiato em 30% ou mais das vezes, e a magnitude de revisão foi maior do que a própria magnitude do hiato em aproximadamente 50% ou mais das vezes. Em geral, tanto a revisão de dados do PIB como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto mostraram-se fontes relevantes das revisões de hiato do produto.

No terceiro ensaio (capítulo 4), organizamos um conjunto de dados de produção industrial (PI) em tempo real para o Brasil. Utilizando a mesma metodologia do segundo ensaio, calculamos vários indicadores sobre as revisões de crescimento da produção industrial e do hiato da produção industrial. As estimativas de hiato da PI foram obtidas pela aplicação de três métodos de extração de tendência: filtro de Hodrick-Prescott, tendência linear e tendência quadrática. No caso do hiato da produção industrial, decompomos as revisões em duas partes: (i) revisões do hiato provenientes da própria revisão dos dados da PI e (ii) revisões do hiato provenientes da inclusão de novas observações de PI na amostra.

Analisando os indicadores de revisão, nosso objetivo é investigar a relevância das revisões da produção industrial e do hiato da PI. Mostramos que as revisões de crescimento da PI (mês/mês anterior) e da média móvel trimestral da PI são economicamente relevantes, embora as revisões de crescimento da PI tornem-se menos importantes à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em doze meses). Na análise do hiato da PI, todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes. Em dois dos três métodos, a revisão implicou mudança do sinal do hiato em 30% ou mais das vezes, e a magnitude de revisão foi maior do que a própria magnitude do hiato em aproximadamente 50% ou mais das vezes. Em geral, tanto a revisão de dados da PI como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência da PI mostraram-se fontes relevantes das revisões de hiato da PI, embora os resultados sugiram certa predominância das revisões provenientes da baixa precisão de final-de-amostra.

2. Prevendo Inflação no Brasil com Redes Neurais Artificiais e Algoritmos Genéticos – Uma Abordagem Evolucionária

2.1. Introdução

Há quase duas décadas procede-se uma grande mudança nos regimes monetários adotados em diversos países, no sentido da adoção do *regime de metas de inflação*. Em julho de 1999, cinco anos depois de estabilizar sua inflação e alguns meses depois de ficar sem sua “âncora cambial”, o Brasil também aderiu ao novo regime. Com a adoção do regime de metas, as necessidades operacionais e as possibilidades advindas da inflação relativamente estável destacaram a importância de modelos para prever a inflação.

De fato, a capacidade de prever a inflação é uma questão de grande relevância para os países que adotam o regime de metas. Como há uma defasagem considerável dos efeitos da política monetária (e de outras variáveis) sobre a inflação, muitas análises são mais propriamente conduzidas observando-se a trajetória esperada da inflação futura (prevista por modelos) do que simplesmente analisando a inflação presente.

Entre os modelos de previsão de inflação, talvez os mais frequentes na literatura (e na prática) sejam baseados na curva de Phillips. E, embora a curva de Phillips seja linearmente modelada na maioria dos trabalhos, há cada vez mais evidências quanto à presença de não-linearidades, especialmente sobre as variáveis taxa de câmbio e hiato do produto (ou outra medida de atividade econômica), e sobre a interação entre ambas. Laxton, Rose e Tambakis (1999) encontraram evidências de não-linearidades na curva de Phillips para os Estados Unidos; enquanto Mayes e Virén (2005) e Pyyhtiä (1999) encontraram evidências para países da União Européia. Veirman (2005) encontrou evidências de não-linearidade na curva de Phillips para o Japão, enquanto Correa e Minella (2006) encontraram evidências de não-linearidades para o Brasil. Em seu trabalho, Correa e Minella (2006) estimaram modelos TAR (*Threshold Autoregressive Model*) e obtiveram, entre outras, evidências de que o repasse cambial na curva de Phillips depende do valor da variação da taxa de câmbio e do nível do hiato do produto.

Estas evidências sugerem que, potencialmente, um modelo de previsão não-linear de inflação pode apresentar um desempenho superior a um modelo de previsão linear. Motivados por estas evidências, e utilizando uma curva de Phillips, propomos um “modelo evolucionário” de previsão de inflação,¹ potencialmente não-linear, baseado em redes neurais artificiais (RNAs), algoritmos genéticos (AGs), e em um próprio modelo linear. O modelo evolucionário é obtido pela combinação de um modelo linear (que ele próprio é também a referência em relação ao qual avaliamos o modelo evolucionário) e de um “modelo não-linear”. O “modelo não-linear” é formado pela combinação de três RNAs.

Um atrativo das RNAs é a sua alta capacidade de aproximar funções, com um grande potencial de modelar fenômenos não-lineares. Nos experimentos realizados por Nakamura (2005) com modelos univariados, as RNAs apresentaram desempenho superior aos lineares para prever a inflação norte-americana. McAdam e McNelis (2005), utilizando modelos de previsão baseados em uma curva de Phillips, reportaram resultados diversos para os Estados Unidos, países da zona do Euro e Japão.² Em Panda e Narasimhan (2007), as RNAs obtiveram melhor desempenho do que modelos lineares na previsão da taxa de câmbio indiana.

Em nossos experimentos de previsão, as RNAs foram estimadas por uma abordagem híbrida, com o uso de um algoritmo genético e de um algoritmo *simplex* de Nelder-Mead. Os AGs possuem muitas vantagens sobre os algoritmos tradicionais, entre elas, a pesquisa simultânea de uma ampla amostra da superfície de erro; mas não são muito eficientes para efetuar o “ajuste fino” das soluções.³ Assim, uma vez que o AG é aplicado, a nossa abordagem implica em utilizar a solução fornecida pelo AG como uma solução inicial para o algoritmo *simplex* de Nelder-Mead, que é um algoritmo de busca local.

Os modelos são estimados recursivamente e a amostra de dados mensais completa compreende o período 1995:1-2007:12. Na primeira iteração da estimação recursiva, o modelo evolucionário é o próprio modelo linear (todo o peso da combinação está no modelo

¹ Em nosso trabalho, por previsão de inflação, entenda-se previsão de preços livres (IPCA-livres, que é o Índice de Preços ao Consumidor Amplo, IPCA, mas com preços administrados excluídos). Usualmente, não se modela diretamente a inflação “cheia” no Brasil porque o seu componente de preços administrados segue uma dinâmica distinta, que, em parte, é estabelecida por regras contratuais de indexação. Ver Correa e Minella (2006) e Figueiredo e Ferreira (2002).

² Para alguns países e alguns índices de preços, as RNAs desempenharam melhor do que os modelos lineares; para outros países e índices de preços, os modelos lineares desempenharam melhor.

³ Ver Haupt e Haupt (2004).

linear). À medida que são efetuadas pesquisas de desempenho fora-da-amostra,⁴ alguns parâmetros evoluem ao longo do tempo e o “modelo evolucionário” pode tornar-se não-linear. Se as pesquisas fora-da-amostra indicarem, o grau de não-linearidade do modelo evolucionário pode aumentar (aumentando o peso do modelo não-linear ou o peso de uma RNA com mais neurônios na camada escondida), ou diminuir (inclusive tornando-se novamente um modelo linear). Os modelos foram estimados para horizontes de previsão de três, seis, nove e doze meses à frente, e os desempenhos do modelo evolucionário e do modelo linear foram comparados através dos critérios de raiz do erro quadrático médio de previsão (REQMP) e de erro absoluto médio de previsão (EAMP).

O nosso objetivo é desenvolver uma “abordagem evolucionária”, potencialmente não-linear, para prever inflação no Brasil. Além disso, este ensaio contribui para ressaltar o potencial, para a área de previsão, de abordagens computacionais baseadas em Inteligência Artificial. Encontramos que o desempenho do modelo evolucionário foi superior ao desempenho do modelo linear para todos os passos de previsão analisados, segundo ambos os critérios.

O ensaio é organizado da seguinte maneira. Na seção 2.2, abordamos o modelo básico e suas variáveis. Na seção 2.3, apresentamos o modelo linear. Na seção 2.4, discutimos o “modelo não-linear” (que é formado por uma combinação de RNAs) e seu método de estimação. Na seção 2.5, apresentamos o modelo evolucionário. Na seção 2.6, esclarecemos alguns aspectos referentes às estimações recursivas. Na seção 2.7, discutimos os algoritmos responsáveis pela evolução dos “parâmetros evolucionários”. Na seção 2.8, apresentamos as fontes dos dados utilizados. Na seção 2.9, apresentamos os resultados empíricos. Na seção 2.10, concluímos.

2.2. A Curva de Phillips

Iniciamos com o nosso modelo geral de previsão, baseado em uma curva de Phillips:

$$\pi_{t+h}^h = f(\pi_t^1, \dots, \pi_{t-n+1}^1; y_t, \dots, y_{t-m+1}; \Delta q_t, \dots, \Delta q_{t-p+1}) + \varepsilon_{t+h} \quad (1)$$

⁴ As previsões são sempre efetuadas para o período imediatamente posterior ao último dado da variável dependente utilizado para a estimação dos modelos. Por exemplo, digamos que o horizonte de previsão seja de três meses à frente e que o período de estimação de uma iteração se encerre em 2005:12. Nesse caso, a última realização de inflação (variável dependente) utilizada na estimação compreende a inflação acumulada nos meses de outubro, novembro e dezembro de 2005. Assim, as previsões de inflação dessa iteração são para os três primeiros meses de 2006; ou seja, são previsões da inflação acumulada para os meses de janeiro, fevereiro e março de 2006.

$$\pi_{t+h}^h = 100 \cdot \ln \left(\frac{P_{t+h}}{P_t} \right) \quad (2)$$

$$\pi_t^1 = 100 \cdot \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) \quad (3)$$

onde π_{t+h}^h denota a inflação ao longo de h meses que encerra no mês $t+h$, e π_t^1 denota a inflação do período t . P é o índice de preços, y é uma medida de atividade econômica, Δq é a variação do câmbio real, e ε_{t+h} é o termo de erro aleatório. O número de termos (contemporâneo e defasagens) utilizados no modelo de previsão é n para a taxa de inflação, m para a medida de atividade econômica e p para a variação do câmbio real. Estimamos o modelo para quatro horizontes de previsão – três, seis, nove e doze meses à frente ($h=3, 6, 9, 12$).

Para a variável de atividade econômica (y), utilizamos duas medidas alternativas: (a) o hiato do produto, estimado através de um filtro *Hodrick-Prescott*, com um parâmetro de suavização $\lambda = 14400$,⁵ sobre o logaritmo natural do produto industrial dessazonalizado; e (b) a variação do produto industrial dessazonalizado; isto é, $y_t = 100 \cdot \ln(\text{prodind}_t / \text{prodind}_{t-1})$ onde *prodind* é o produto industrial (dessazonalizado). Os cálculos de (a) e (b) foram efetuados utilizando a amostra completa do produto industrial. O nosso experimento de previsão com a medida (a) foi desenhado para utilizar uma medida “ideal” de atividade econômica, já que as estimações recursivas utilizaram hiatos estimados com toda a amostra, incorporando informações relevantes sobre o ciclo econômico que não estariam disponíveis para os agentes econômicos em “tempo real”. Orphanides e Norden (2005) alertaram sobre esta questão ao obter evidências para a economia norte-americana de que, embora o hiato do produto seja útil para explicar o passado (utilizando a amostra “final”), ele tem pouco poder preditivo em tempo real (utilizando somente a amostra que é disponível para os agentes

⁵ O filtro HP foi proposto por Hodrick e Prescott (1997). Nesse método, o componente potencial do produto é obtido por meio da minimização da seguinte função perda:

$$L = \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta y_{t+1}^* - \Delta y_t^*)^2$$

onde y_t é o produto, y_t^* é o produto potencial, λ é o parâmetro de suavização e T é o tamanho da amostra. O parâmetro λ é um número positivo que penaliza a variabilidade do crescimento do produto potencial. A mudança do parâmetro de suavização afeta a sensibilidade produto potencial a variações do produto. À medida que $\lambda \rightarrow \infty$, a minimização gera uma taxa de crescimento constante do produto potencial (neste caso, o filtro HP equivale a utilizar o método da tendência linear para extrair a tendência). Por outro lado, à medida que $\lambda \rightarrow 0$, o produto potencial acompanha completamente o produto (o produto potencial é igual ao produto), zerando o componente cíclico do produto (o hiato do produto). Como usual para séries mensais, utilizamos $\lambda = 14400$ para o parâmetro de suavização.

econômicos em cada momento do tempo). Por outro lado, obtiveram evidências de que a variação do produto em tempo real é útil para prever inflação e, desta forma, argumentaram a favor de seu uso em modelos de previsão.⁶ Assim, o experimento com a medida (b), que está mais próximo de um experimento em tempo real, foi motivado por estes achados.

A variação da taxa de câmbio real (Δq) foi calculada a partir da taxa de câmbio nominal em reais por dólar (e), do índice de preços no Brasil (P), IPCA, e do índice de preços nos Estados Unidos (P^*), PPI:

$$\Delta q_t = 100 \cdot \ln \left(\frac{q_t}{q_{t-1}} \right) \quad (4)$$

$$q_t = \frac{e_t P_t^*}{P_t} \quad (5)$$

2.3. Modelo linear

O modelo linear, que, como veremos, é um componente do modelo evolucionário, é também a referência em relação ao qual avaliamos o modelo evolucionário. O modelo de previsão linear foi estimado recursivamente por mínimos quadrados ordinários (MQO) e pode ser escrito como

$$\pi_{t+h}^h = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i \pi_{t-i+1}^1 + \sum_{i=2}^{m+1} \gamma_i y_{t-i+1} + \sum_{i=1}^p \delta_i \Delta q_{t-i+1} + \varepsilon_{t+h} \quad (6)$$

onde o número de termos (contemporâneo mais defasagens) do modelo para a taxa de inflação (n), para a medida de atividade econômica (m), e para a variação da taxa de câmbio real (p) foram determinados pelo critério de informação bayesiano (CIB), utilizando a amostra completa.⁷

⁶ Cabe ressaltar que Orphanides e Norden (2005) analisaram os hiatos e a variação do produto obtidos a partir de dados trimestrais de PIB. Em nossos experimentos, estamos utilizando dados mensais de produto industrial.

⁷ O critério de informação bayesiano (CIB) é obtido através da seguinte fórmula:

$$CIB = -2(l/T) + (k \cdot \ln(T)/T)$$

onde k é o número de regressores, T é o número de observações e l é a log-verossimilhança, dada pela função abaixo:

$$l = -(T/2)(1 + \ln(2 \cdot \pi)) + \ln(SQR/T)$$

onde $\pi \cong 3,1415926$ e SQR é a soma quadrática dos resíduos.

Como os dados de produto industrial são publicados com uma defasagem de aproximadamente um mês (o dado do mês t é publicado no início do mês $t+2$), a utilização do termo contemporâneo da medida de atividade econômica (y) não é factível em tempo real. Assim, optamos por permitir que o critério CIB selecione termos de y apenas a partir da primeira defasagem.

Tanto para a versão do modelo com o hiato do produto, quanto para a versão com a variação do produto industrial, o critério CIB selecionou apenas um termo para cada variável ($n=1$, $m=1$ e $p=1$) para todos horizontes de previsão utilizados ($h=3, 6, 9, 12$).⁸

2.4. Modelo não-linear

O “modelo não-linear” é formado por três modelos (também não-lineares) de redes neurais artificiais combinados por pesos (que, como veremos, evoluem ao longo do tempo):

$$\pi_{t+h}^{**h} = a_1\pi_1^* + a_2\pi_2^* + a_3\pi_3^* \quad (7)$$

onde π_{t+h}^{**h} é o “modelo não-linear” de previsão de inflação para o horizonte de h meses que encerra no período $t+h$, π_1^* , π_2^* , π_3^* são os três modelos de redes neurais artificiais (Rna-1, Rna-2 e Rna-3, respectivamente), também para o horizonte de previsão de h meses que encerra no período $t+h$, e a_1, a_2, a_3 tais que $a_1, a_2, a_3 \geq 0$ e $a_1 + a_2 + a_3 = 1$ são, respectivamente, os pesos dos modelos Rna-1, Rna-2 e Rna-3 na combinação.

⁸ Utilizamos também o critério de informação de *Akaike* para realizar os experimentos de previsão. O critério Akaike selecionou o mesmo número de termos selecionado pelo o critério CIB para a maioria dos experimentos de previsão realizados. Nos casos em que o número de termos selecionados foi diferente, os resultados de desempenho relativo fora-da-amostra dos modelos, utilizando ambos os critérios, foram qualitativamente semelhantes. Assim, reportamos apenas os resultados obtidos através do critério CIB.

2.4.1. Modelos de redes neurais artificiais

As redes neurais artificiais (RNAs) são aproximadoras universais de funções. É possível mostrar que as RNAs podem aproximar qualquer função contínua com qualquer precisão.^{9,10} Os modelos de redes neurais artificiais (RNAs) utilizados no presente trabalho são do tipo *perceptron de múltiplas camadas* (MLP – *multi-layer perceptron*), que é o mais comumente empregado para a previsão de séries temporais.¹¹ Uma questão importante é procurar uma estrutura de rede parcimoniosa. As RNAs são muito sujeitas ao problema de *overfitting*. Um modelo satisfatório deve não apenas ter a capacidade de reconhecimento (bom ajuste dentro-da-amostra), como, principalmente, a capacidade de generalização (boas previsões fora-da-amostra).

Quanto maior o número de camadas e unidades (neurônios) escondidas, maior o potencial da rede para capturar relações altamente complexas e não-lineares. Porém, no limite, uma rede pode “decorar” os dados dentro da amostra e ter uma habilidade muito baixa de generalização, implicando em grandes erros de previsão fora-da-amostra. A maior parte dos autores, influenciada pelos trabalhos teóricos que mostram que uma camada escondida é suficiente para uma RNA aproximar qualquer função contínua (Zhang, Patuwo e Hu, 1998), e pelas evidências empíricas de que modelos de uma camada escondida prevêm melhor (Swanson e White, 1997, Stock e Watson, 1998), utiliza apenas uma camada escondida para fins de previsão. Entendendo que as evidências empíricas são suficientemente convincentes sobre este aspecto, optamos por utilizar apenas uma camada escondida em nossos modelos de redes neurais.

Por outro lado, embora a questão de selecionar o número de neurônios na camada escondida seja importante – é um fator determinante do grau de não-linearidade do modelo¹², não há um consenso de como se deve proceder. Alguns autores propuseram abordagens formais, como Medeiros, Teräsvirta e Rech (2006). Porém, a maioria dos trabalhos aplicados utiliza vários modelos com diferentes números de neurônios. Nestes trabalhos, ou (a) um modelo é selecionado baseado em alguma medida de desempenho ou (b) vários modelos são

⁹ Cf. Zhang, Patuwo e Hu (1998).

¹⁰ Para uma discussão abrangente sobre RNAs, ver Haykin (1999); no âmbito de previsões de séries temporais, ver McNelis (2005), Zhang, Patuwo e Hu (1998), Kaastra e Boyd (1996), e Portugal e Fernandes (1996).

¹¹ Em uma MLP, as conexões são sempre unidirecionais na direção da camada de saída da rede.

¹² Outros fatores também contribuem para o grau de não-linearidade de uma RNA: a função de normalização, as conexões, e as funções de transferência utilizadas.

combinados segundo algum critério como média ou média aparada (Panda e Narasimhan, 2007; McAdam e Mcnelis, 2005; Stock e Watson, 1998). Alternativamente, alguns autores sugerem regras heurísticas para selecionar o número de neurônios.¹³

No presente trabalho, propomos uma maneira alternativa de proceder, mas que se enquadra na abordagem (b) acima. Utilizamos três modelos de redes neurais, os quais denominamos de Rna-1, Rna-2 e Rna-3. Estes modelos possuem, respectivamente, um, dois e três neurônios na camada escondida. Neste caso, o grau de não-linearidade do “modelo não-linear” depende dos pesos a_1 , a_2 , a_3 que são utilizados para combinar os três modelos de redes neurais (equação 7). Quanto maior o valor de a_3 em relação a a_2 e a a_1 , e quanto maior o valor de a_2 em relação a a_1 , maior o grau de não-linearidade do modelo. Analogamente, quanto maior o valor de a_1 em relação a a_2 e a a_3 , e quanto maior o valor de a_2 em relação a a_3 , menor o grau de não-linearidade do modelo. Como veremos na seção 2.7.2, estes pesos evoluem ao longo do tempo, dependendo de “pesquisas” efetuadas fora-da-amostra.

Para determinar o número de defasagens em uma RNA, vários autores preparam experimentos para ajudar na seleção ou adotam idéias empíricas ou intuitivas. Medeiros, Teräsvirta e Rech (2006) propuseram uma abordagem baseada em inferência estatística. Outros, como McAdam e McNelis (2005), utilizaram um modelo linear para selecionar o número de defasagens, mesmo reconhecendo que o número ótimo de defasagens na RNA pode ser diferente do número ótimo para o modelo linear. Uma vantagem desta abordagem é permitir uma comparação direta entre o modelo linear e a RNA, mesmo sabendo que, potencialmente, eventuais ganhos de um modelo RNA sobre o linear podem ser decompostos em dois: (a) os ganhos relativos de permitir a não-linearidade via RNAs, mantendo constante a estrutura de defasagens; e (b) os ganhos relativos de adotar outra estrutura de defasagens, dado o uso de RNAs. Por simplicidade computacional e compatibilidade com nosso método de “ancoragem da população inicial” do algoritmo genético (que será apresentado na seção 2.4.2), seguimos a abordagem de McAdam e McNelis (2005), e utilizamos o número de defasagens selecionado para o modelo linear também nos modelos de redes neurais artificiais.

¹³ Ver Zhang , Patuwo e Hu (1998) e Kaastra e Boyd (1996).

As conexões das RNAs desempenham um papel fundamental na determinação do comportamento da rede. A maior parte dos trabalhos de previsão utilizam redes completamente conectadas (isto é, todas variáveis ou neurônios são conectados a todos os neurônios da camada imediatamente posterior). Contudo, pode-se também utilizar redes esparsamente conectadas ou, para algumas variáveis de entrada, incluir apenas conexões diretas com o neurônio de saída. Estas conexões diretas são chamadas de *atalhos*. Em nossos modelos, seguindo as evidências disponíveis sobre não-linearidades na curva de Phillips, utilizaremos redes esparsamente conectadas com atalhos. Matematicamente, utilizaremos a seguinte especificação:

$$z_{k,t} = c_0^k + \sum_{i=2}^{m+1} w_i^k y_{t-i+1} + \sum_{i=1}^p v_i^k \Delta q_{t-i+1}, \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$Z_{k,t} = T(z_{k,t}), \quad k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$\pi_{t+h,K}^{*h} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \pi_{t-i+1}^1 + \sum_{k=1}^K \phi_k Z_{k,t} + u_{t+h,K}, \quad K = 1, 2, 3 \quad (10)$$

onde $\pi_{t+h,K}^{*h}$ denota a inflação para o horizonte de h meses que encerra no mês $t+h$; c_0^k , w_i^k , v_i^k , α_i , ϕ_k são os pesos sinápticos (coeficientes) da rede; $T(\cdot)$ é a função de transferência; $z_{k,t}$ e $Z_{k,t}$ são, respectivamente, os sinais de entrada e de saída da camada escondida; K é o número de neurônios na camada escondida; e $u_{t+h,K}$ é o termo de erro aleatório. A função de transferência utilizada é a tangente hiperbólica; isto é, $T(z_{k,t}) = (e^{z_{k,t}} - e^{-z_{k,t}}) / (e^{z_{k,t}} + e^{-z_{k,t}})$, que está representada na figura 1. Quando $K=1$, temos o modelo Rna-1, $\pi_1^* = \pi_{t+h,1}^{*h}$. Quando $K=2$, temos o modelo Rna-2, $\pi_2^* = \pi_{t+h,2}^{*h}$. E, finalmente, quando $K=3$, temos o modelo Rna-3, $\pi_3^* = \pi_{t+h,3}^{*h}$.

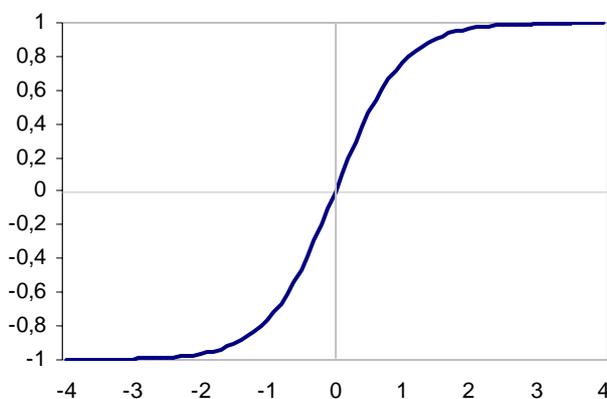


Figura 1 – Função tangente hiperbólica

Como exemplo, o modelo de previsão Rna-2 é ilustrado na figura 2 (a figura já incorpora o fato de que o critério CIB aplicado ao modelo linear selecionou apenas um termo para cada variável para todos os horizontes de previsão).

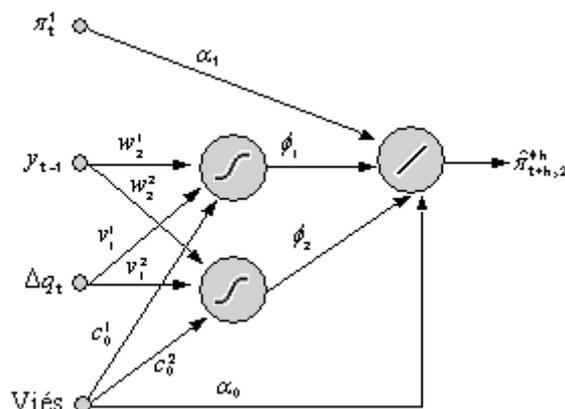


Figura 2 – Modelo de previsão Rna-2

Podemos perceber que a rede é composta de duas camadas: a camada escondida, que contém dois neurônios, cada um com uma função de transferência tangente hiperbólica; e a camada de saída, com uma função de transferência linear.¹⁴ O termo de inflação contemporânea está apenas linearmente modelado – possui um atalho até a camada de saída da rede e não tem conexão à parte não-linear da rede. Seguindo as evidências quanto à presença de não-linearidades sobre as variáveis y e Δq , e sobre a interação entre ambas, o termo defasado da medida de atividade econômica (y_{t-1}) e a variação da taxa de câmbio real Δq_t entram na parte não-linear da rede. De fato, estes termos possuem conexões diretas apenas com os neurônios da camada escondida, não possuindo atalhos à camada de saída. Por outro lado, o viés (que é análogo ao vetor de “1s” de um modelo de regressão linear) está conectado tanto à camada escondida quanto à camada de saída.

As variáveis que entram na parte não-linear da rede (y e Δq) são pré-processadas por uma função de normalização que efetua uma transformação linear para o intervalo $[-1,1]$:

$$x_t^* = 2 \frac{x_t - \min(x)}{\max(x) - \min(x)} - 1 \quad (11)$$

¹⁴ Note que a equação 10 representa as operações efetuadas na camada de saída da RNA. Todos os valores são linearmente combinados. Implicitamente, temos uma função de transferência linear $T_2(x) = x$ tal que

$$\pi_{t+h,K}^* = T_2(x) + u_{t+h,K} \quad \text{onde } x = \alpha_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i \pi_{t-i+1}^1 + \sum_{k=1}^K \phi_k Z_{k,t}.$$

onde x é a variável ainda não normalizada e x^* é a variável já normalizada no intervalo $[-1,1]$. Devido a conveniência de não-normalizar $\pi_{t+h,K}^{*h}$ (os erros fora-da-mostra das RNAs tornam-se diretamente comparáveis aos erros fora-da-amostra do modelo linear) e π_i^1 (torna operacionalmente mais simples o método de “ancoragem da população inicial” do algoritmo genético que será apresentado na seção 2.4.2), optamos por não normalizá-los.^{15, 16}

A estimação (ou treinamento) de uma RNA consiste em um problema de minimização não-linear, no qual os coeficientes da rede são iterativamente modificados para minimizar uma função-perda. Em geral, a superfície de erro de uma RNA inclui muitos mínimos locais, o que impede o uso de um algoritmo que simplesmente encerre no primeiro mínimo local que encontrar. De qualquer forma, não há algoritmo que garanta a obtenção do mínimo local que também seja o mínimo global. Na figura 3, fazemos uma representação simplificada de uma função-perda hipotética, mostrando a variação de apenas um dos coeficientes (pesos sinápticos), supondo que os outros coeficientes já estão no valor ótimo.¹⁷

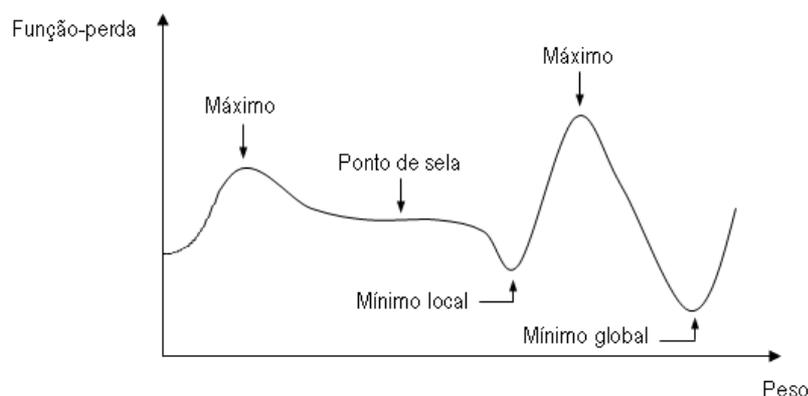


Figura 3 – Função-perda

¹⁵ Basicamente, há três razões para se efetuar a normalização: (1) facilitar o aprendizado do algoritmo de estimação (McNelis, 2005); (2) evitar problemas computacionais (McAdam e McNelis, 2005 e Zhang, Patuwo e Hu, 1998); e (3) aumentar o grau de não-linearidade da rede através de uma função de normalização não-linear. As razões (1) e (2) são especialmente relevantes para a estimação da parte não-linear de uma rede, já que a complexidade é muito maior do que na parte linear – e, assim, está mais sujeita a dificuldades com o aprendizado e a problemas computacionais. Por outro lado, a razão (3) não é pertinente a esta discussão, pois não desejamos introduzir não-linearidades na variável que é modelada apenas na parte linear da rede.

¹⁶ Se a função de transferência do neurônio da camada de saída fosse, por exemplo, uma tangente hiperbólica, seria recomendável normalizar a saída externa da rede entre $[-1,1]$, já que o intervalo da saída interna da rede seria $[-1,1]$. No nosso caso, como a função de transferência é linear (e não-limitada), os coeficientes α_i e ϕ_k ajustam a saída interna da rede à escala da saída externa.

¹⁷ A figura 3 é uma adaptação da figura 3.1 de McNelis (2005).

O problema de otimização começa com a escolha de um vetor inicial de coeficientes. Assim que o treinamento inicia, os coeficientes começam a ser ajustados para reduzir a função-perda. Porém, o algoritmo pode “cair” em um mínimo local e não mais conseguir sair. O algoritmo padrão para a estimação de redes neurais artificiais é o *backpropagation*, que é um algoritmo de gradiente descendente. Porém, o *backpropagation* é muito sujeito ao problema dos mínimos locais.¹⁸

Uma possibilidade é utilizar um algoritmo de busca global, que seja menos sujeito ao problema dos mínimos locais. Com o avanço da capacidade computacional, uma alternativa natural é a utilização de algoritmos genéticos, que realizam uma pesquisa muito mais extensiva sobre a superfície de erro. De fato, os algoritmos genéticos (AG) são muito eficazes em obter um ponto próximo a um mínimo global (ou, de maneira mais realista, a um mínimo local satisfatório). Porém, uma vez que o AG está próximo do mínimo (que idealmente é global), o seu desempenho em rumar ao mínimo não é satisfatório.¹⁹

Assim, optamos por utilizar um algoritmo genético, mas com uma abordagem híbrida. Para cada estimação, inicialmente utilizamos um algoritmo genético para efetuar uma pesquisa global sobre a superfície de erro. Finda esta etapa, utilizamos o algoritmo *simplex* de Nelder-Mead, que é um método de busca local e direta (sem uso de derivadas), para efetuar um “ajuste fino” nas estimações efetuadas pelo algoritmo genético. Utilizando esta abordagem híbrida, os modelos de redes neurais artificiais foram recursivamente estimados.

A função-perda que foi utilizada nas estimações é o Erro Quadrático Médio (EQM), porém, como veremos na seção 2.4.3, com uma modificação – cada observação é ponderada por um peso (potencialmente) diferente.

¹⁸ Cf. McNelis (2005) e Kaastra e Boyd (1996).

¹⁹ Ver Haupt & Haupt (2004).

2.4.2. Algoritmo genético e algoritmo simplex de Nelder-Mead

Utilizamos um algoritmo genético (AG) contínuo com cem gerações, cada geração com uma população de cem indivíduos. Grosso modo, o algoritmo genético utilizado segue as seguintes etapas: (1) cria uma população inicial de indivíduos (vetores de coeficientes ou *genes*), que são soluções iniciais para o modelo que estamos estimando; (2) aplica o *elitismo*; (3) realiza *torneios* na população, nos quais indivíduos são selecionados segundo sua *aptidão* (a aptidão é o inverso do valor obtido pelo indivíduo na função-perda); (4) aplica os operadores genéticos de *cruzamento* e de *mutação* nos indivíduos selecionados; (5) a nova população de cem indivíduos, resultantes do elitismo e dos operadores genéticos de cruzamento e mutação, é considerada a próxima geração de indivíduos; (6) as etapas (2)-(5) são repetidas 99 vezes, totalizando cem iterações; (7) a última geração é ordenada segundo o grau de aptidão; e (8) o indivíduo mais apto da última geração é considerado o vetor de solução (final) do problema de minimização.²⁰

Para gerar a população inicial de indivíduos do AG, aplicamos um método parcialmente “ancorado” nas soluções do modelo linear, que chamaremos de “*ancoragem da população inicial*”. Este método permite que as RNAs obtenham informações do modelo linear, e mostrou-se útil em nossas estimativas.

No procedimento de “*ancoragem da população inicial*”, a população inicial é gerada a partir de duas “sub-populações”. Cada sub-população (Pop1 e Pop2) é criada por um método diferente. Empilhando as duas sub-populações, obtemos a população inicial.

A primeira sub-população (Pop1) contém 20% dos indivíduos. Cada indivíduo da primeira sub-população é formado pelas (a) soluções do modelo linear para os coeficientes análogos aos coeficientes da parte linear da RNA e por (b) valores aleatórios para os coeficientes referentes à parte não-linear da RNA. Matematicamente,

$$Pop1 = [\iota\beta : G] \quad (12)$$

onde $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n]$ (13)

$$[G]_{r,s} \sim U(-g, g) \quad (14)$$

²⁰ Para uma descrição mais detalhada do algoritmo genético que utilizamos, ver o apêndice A.2.

tal que $r = 1, \dots, R_1$
 $s = 1, \dots, S$.

O vetor β contém as soluções do modelo linear que são utilizadas na RNA, sendo que o número de coeficientes da parte linear da RNA é $n+1$. Em nossas estimações, β contém o valor da constante estimada no modelo linear (β_0) e o coeficiente do termo de inflação defasada estimada no modelo linear (β_1).²¹ $\iota\beta$ é uma matriz $R_1 \times (n+1)$ que contém R_1 vetores β empilhados, onde R_1 é o número de indivíduos na sub-população um. O vetor G é uma matriz $R_1 \times S$ de elementos aleatórios, gerados por uma distribuição uniforme entre $-g$ e g , onde S é o número de coeficientes da parte não-linear da RNA. Em nossas estimações, $R_1 = 20$, $g = 4$ e S depende da RNA ($S = 4$ para a Rna-1, $S = 8$ para a Rna-2 e $S = 12$ para a Rna-3). Finalmente, a matriz $Pop1$ possui tamanho $R_1 \times (n+1+S)$ e possui todos os genes (coeficientes) da sub-população um.

A segunda sub-população (Pop2) contém 80% dos indivíduos. Neste caso, as soluções iniciais para a parte linear da RNA também utilizam as soluções do modelo linear, porém, uma variável aleatória é somada a estas soluções. Da mesma forma que na sub-população um, as soluções iniciais para os coeficientes referentes à parte não-linear da RNA são formadas por elementos aleatórios. Matematicamente,

$$Pop2 = \left[\iota\beta + \frac{1}{2} H : G \right] \quad (15)$$

$$\text{onde } \beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n] \quad (16)$$

$$[G]_{r,s} \sim U(-g, g) \quad (17)$$

$$[H]_{r,i} \sim U(-g, g) \quad (18)$$

tal que $r = 1, \dots, R_2$
 $s = 1, \dots, S$
 $i = 0, \dots, n$.

²¹ Assim, β_0 é uma solução inicial para α_0 na RNA, e β_1 é uma solução inicial para α_1 .

A matriz $Pop2$ é uma matriz $R_2 \times (n+1+S)$, onde R_2 é o número de indivíduos na sub-população dois. Há duas diferenças entre a sub-população um e a sub-população dois: a presença da variável aleatória H na última e o número de indivíduos ($R_1 = 20$ e $R_2 = 80$). Os elementos $[H]_{r,i}$ são gerados aleatoriamente por uma distribuição uniforme entre $-g$ e g e são somados às soluções iniciais provenientes do modelo linear.

A população inicial é então formada pelo empilhamento das duas sub-populações:

$$Pop = \begin{bmatrix} Pop1 \\ Pop2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

A matriz de população inicial Pop é uma matriz $(R_1 + R_2) \times (n+1+S)$ e possui todos os genes das soluções iniciais que o AG utiliza.

Uma vez que o algoritmo genético foi aplicado, a nossa abordagem híbrida implica em utilizar o algoritmo *simplex* de *Nelder-Mead* (com 50 iterações). O vetor de solução inicial do *simplex* de *Nelder-Mead* é o vetor de solução (final) procedente do algoritmo genético.²²

O AG é um algoritmo estocástico, e, assim como outros algoritmos comumente utilizados para estimar RNAs, o resultado depende da escolha das soluções iniciais para as estimativas. Assim, cada vez que uma estimação é repetida, o resultado da estimação (do mesmo modelo e com o mesmo conjunto de dados) pode ser diferente. Desta forma, seguimos a estratégia “*thick modeling*” de Granger e Jeon (2004), que se baseia em médias aparadas. No nosso caso, sempre que uma RNA foi estimada, o processo foi repetido cinco vezes, totalizando seis estimações. A partir das seis estimações efetuadas, fazemos uma média aparada das previsões (descartando a maior e a menor previsão, e fazendo uma média das quatro restantes), que é considerada a previsão do modelo RNA em questão.²³

²² Para uma descrição detalhada do algoritmo *simplex* de *Nelder-Mead*, ver Lagarias et. al. (1997).

²³ Ou seja, a abordagem híbrida algoritmo genético e algoritmo *simplex* de *Nelder-Mead* é empregada seis vezes para efetuar uma previsão de uma RNA.

2.4.3. Memória das RNAs

As redes neurais artificiais foram desenvolvidas dentro da área de Inteligência Artificial como modelos capazes de aprender com situações novas, buscando modelar o funcionamento do cérebro humano. Em geral, eventos mais recentes são mais vívidos na memória dos indivíduos (embora nem sempre). A analogia para modelos de RNAs é direta: as observações mais recentes poderiam ter um peso maior ao estimar os modelos.

De fato, em nossas estimações das RNAs, implementamos uma ponderação das observações através do que iremos chamar de *memória* (mp) da RNA. Definimos a *memória* (mp) como um parâmetro que estabelece o peso da última observação em relação à primeira observação na estimação. Assim, se, por exemplo, $mp = 2$, a última observação tem um peso duas vezes maior do que a primeira observação. Cada um dos três modelos de RNAs tem a sua própria memória.

Porém, não estabelecemos um valor fixo *ad-hoc* para mp . Como veremos na seção 2.7.1, o valor de mp evolui ao longo do tempo e seu valor inicial é igual a 1 (quando $mp = 1$, todas as observações são igualmente ponderadas e, portanto, a função-perda torna-se o usual erro quadrático médio). Por outro lado, embora os valores de mp mais intuitivos sejam $mp \geq 1$, permitimos também que mp seja menor do que 1, caso no qual a última observação tem um peso inferior ao peso da primeira.

Matematicamente, definimos mp como:

$$mp_K = \begin{cases} \frac{1}{|memo_K - 2|} & \text{se } memo_K < 1 \\ memo_K & \text{se } memo_K \geq 1 \end{cases} \quad \text{tal que } memo_K \in [-3, 5], \quad K = 1, 2, 3 \quad (20)$$

onde mp_K é a memória do modelo Rna- K , e $memo_K$ é um parâmetro auxiliar de memória do modelo Rna- K , que visa tornar mais simples o processo de evolução de mp_K . A implicação de $memo_K \in [-3, 5]$ é que $mp_K \in [1/5, 5]$. Ou seja, permitimos que a memória varie entre 1/5 e 5.

Os pesos das observações são calculados de tal forma que as seguintes três propriedades sejam satisfeitas: (a) o peso da última observação é igual ao peso da primeira observação multiplicado por mp_K ; (b) o somatório dos pesos é igual ao número de observações; (c) os pesos seguem uma progressão aritmética ao longo da amostra utilizada na iteração corrente.

No apêndice B.2, mostramos que, quando estas propriedades são satisfeitas, o peso da primeira observação pode ser obtido por $peso_{1,K} = 2/(1+mp_K)$ e o peso da última observação (N) pode ser obtido por $peso_{N,K} = 2mp_K/(1+mp_K)$. Mais generalizadamente, mostramos que o peso da n -ésima observação pode ser obtido por:

$$peso_{n,K} = \frac{2[(N-1) + (mp_K - 1)(n-1)]}{(N-1)(1+mp_K)} \quad (21)$$

No diagrama (a) da figura 4, representamos o caso no qual a memória é unitária ($mp_K = 1$). Neste caso, os pesos de todas as observações são iguais. Nos diagramas (b) e (c), representamos, respectivamente, os casos limites nos quais $mp_K = 5$ e $mp_K = 1/5$. Note que a soma dos pesos é sempre igual ao número de observações (a área sobre o gráfico é igual a N).

A função-perda (fp) das RNAs é um erro quadrático médio, porém cada observação é ponderada por um peso (potencialmente) diferente:

$$fp_K = \frac{\sum_{n=1}^N peso_{n,K} \cdot e_n^2}{N}, \quad K = 1, 2, 3 \quad (22)$$

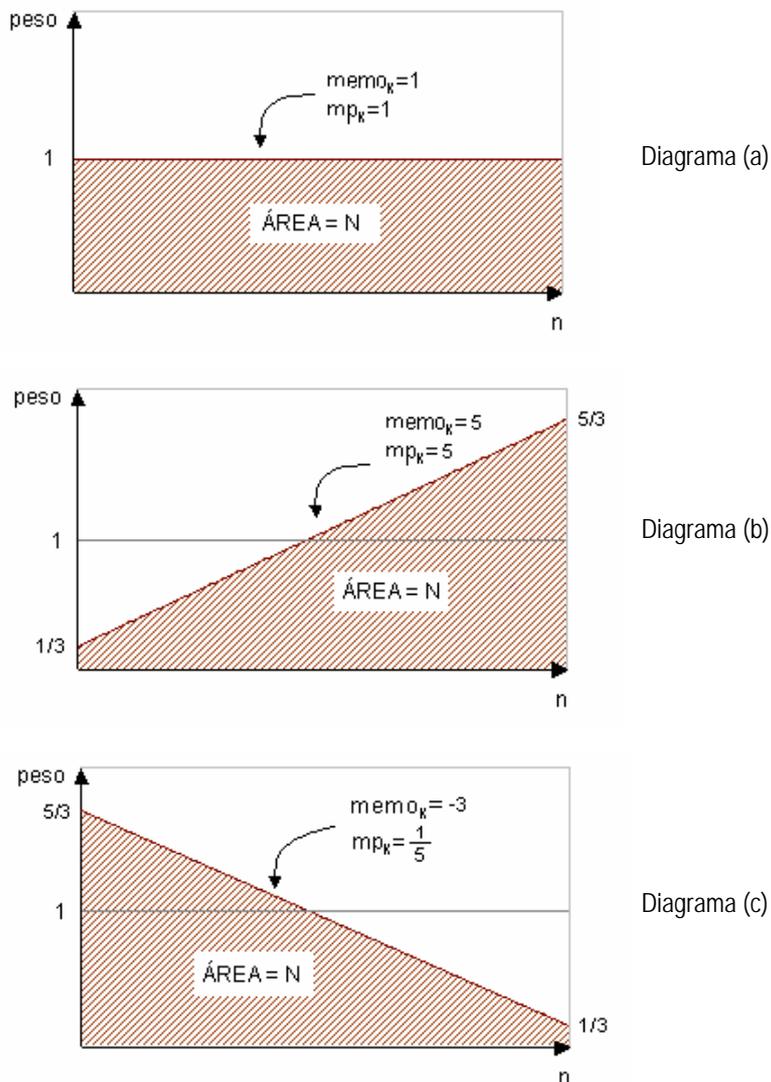


Figura 4 – Memória das RNAs

2.5. Modelo evolucionário

O “modelo evolucionário” é formado pelo modelo linear e pelo “modelo não-linear”, combinados por pesos (que, como veremos, evoluem ao longo do tempo):

$$\pi = \omega \pi_{t+h}^h + (1 - \omega) \pi_{t+h}^{**h} \quad (23)$$

onde $\omega \in [0,1]$ é o peso do modelo linear e $(1 - \omega)$ é o peso do “modelo não-linear” no modelo evolucionário.

2.6. Estimacões recursivas e informacão

Da totalidade da amostra, a primeira iteraçã das estimacões recursivas (do modelo linear e das RNAs) utiliza as primeiras 24 observacões para as variáveis independentes. O número de observacões utilizado para calcular a variável dependente na primeira iteraçã da estimacão recursiva de cada modelo depende do horizonte de previsã (h), e é igual a $24 + h$. As previsões (fora-da-amostra) associadas à primeira iteraçã são efetuadas utilizando dados até a observacão $24 + h$, e são previsões da inflaçã acumulada que inicia no período $24 + (h + 1)$ e que encerra em $24 + 2h$. Como veremos na seçã 2.7, estas previsões são avaliadas fora-da-amostra, e três algoritmos responsáveis pela evoluçã utilizam estas avaliações para ajustar os “parâmetros evolucionários”. Em tempo real, estes dados fora-da-amostra levariam h períodos para tornarem-se disponíveis. Portanto, todos ajustes efetuados pelos algoritmos são apenas utilizados h iterações à frente. Isto é, a informacão obtida fora-da-amostra leva h períodos para tornar-se disponível para o modelo evolucionário.

Para ilustrar, digamos que $h = 3$ (diagrama (a) da figura 5); isto é, o horizonte de previsã é de três meses (assim, a variável dependente é a inflaçã acumulada em três meses). Na primeira iteraçã da estimacão recursiva, as variáveis independentes utilizam as primeiras 24 observacões (que a figura 5 chama de “dados de estimacão”). A última realizacão da variável dependente utilizada é π_{27}^3 , que é a inflaçã acumulada em três meses que encerra na observacão de número 27 (e, portanto, utiliza as observacões de inflaçã de números 25, 26 e 27). A previsã de inflaçã associada à primeira iteraçã ($\hat{\pi}_{30}^3$) utiliza dados das variáveis independentes até a observacão 27 (a figura 4 chama estes dados de “dados de previsã”), e é uma previsã de inflaçã acumulada em três meses referente ao período que inicia em 28 e encerra em 30. No diagrama (b), mostramos que, em tempo real, o dado realizado referente à previsã $\hat{\pi}_{30}^3$ estará disponível apenas em três períodos à frente. Portanto, os ajustes de parâmetros realizados com as informacões fora-da-amostra associadas à iteraçã do diagrama (a) estarão disponíveis apenas a partir da iteraçã do diagrama (b). Isto é, para simular um experimento em tempo real, há uma defasagem de três períodos para que as informacões fora-da-amostra sejam de fato utilizadas nas estimacões.

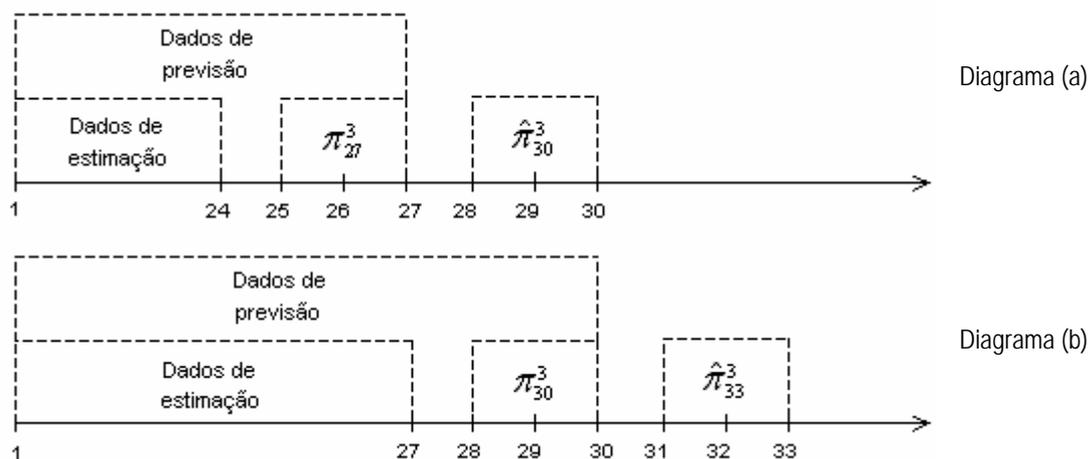


Figura 5 – Estimações recursivas e informação

2.7. Evolução

O modelo evolucionário possui três grupos de “parâmetros evolucionários”, que estão sujeitos à evolução ao longo do tempo: (a) a memória, mp_K e $memo_K$; (b) os pesos do “modelo não-linear”, a_1, a_2, a_3 ; e (c) o peso do modelo linear no modelo evolucionário (ω).

2.7.1. Evolução da memória

Inicialmente, estabelecemos que o valor inicial do parâmetro auxiliar de memória, $memo_K$, é igual a 1 (este valor faz com que a função-perda degenera para o erro quadrático médio usual) para todo $K = 1, 2, 3$. Assim, temos que $memo_{K,0} = 1$, onde o subscrito zero indica que é o valor inicial. Isto implica que $mp_{K,0} = 1$, onde $mp_{K,0}$ é o valor inicial do parâmetro de memória para o modelo Rna- K . Devemos distinguir dois grupos de uso dos parâmetros de memória $memo_{K,\tau}$ e $mp_{K,\tau}$, onde τ é a iteração da estimação recursiva.²⁴ O primeiro grupo de uso são as estimações das RNAs do próprio modelo evolucionário. Para este grupo, desde que $\tau - h \geq 0$, o valor de memória utilizado na iteração τ da estimação recursiva é $mp_{K,\tau-h}$, devido a defasagem informacional de h períodos. Se $\tau - h < 0$, o valor utilizado é $mp_{K,0}$.

²⁴ Na primeira iteração da estimação recursiva, quando utilizamos as 24 primeiras observações das variáveis independentes, temos $\tau = 1$; na segunda iteração, quando utilizamos as 25 primeiras observações das variáveis independentes, temos $\tau = 2$; e assim por diante.

O segundo grupo de uso são as estimações que visam pesquisar as superfícies de erros fora-da-amostra das RNAs para estabelecer a evolução dos parâmetros $memo_{K,\tau}$ e $mp_{K,\tau}$. O resultado desta pesquisa é analisado por um algoritmo que ajusta o valor dos parâmetros. Para cada RNA, são efetuadas três estimações alternativas com diferentes valores para o parâmetro de memória (auxiliar) $memo_K$:

$$memo_K^1 = memo_{K,\tau-1} - 1 \quad (24)$$

$$memo_K^2 = memo_{K,\tau-1} + 1 \quad (25)$$

$$memo_K^3 = memo_{K,\tau-1} \quad (26)$$

onde o subscrito $K = 1, 2, 3$ indica que o valor é referente ao modelo Rna- K . A memória obtida através da equação (24) é utilizada na estimação de uma RNA²⁵ para verificar o desempenho de uma RNA com uma memória mais baixa do que a selecionada pelo algoritmo na iteração anterior ($\tau - 1$) da estimação recursiva. Analogamente, a memória obtida através da equação (25) é utilizada na estimação de uma RNA para verificar o desempenho de uma RNA com uma memória mais alta. E a memória obtida através da equação (26) é utilizada na estimação de uma RNA para verificar o desempenho da própria memória que foi selecionada pelo algoritmo na iteração anterior ($\tau - 1$) da estimação recursiva.²⁶ A idéia subjacente é de que a memória deve evoluir na direção na qual as RNAs obtêm melhor desempenho fora-da-amostra.

Seja eq_K^i o erro quadrático da previsão da Rna- K da estimação alternativa i , $b = [-1 \ 1 \ 0]$ e $c = [0,5 \ 0,25 \ 0]$, segue o algoritmo de evolução da memória:

$$R \min_K = \begin{cases} i; & \text{se } eq_K^i < eq_K^j, \forall j \neq i \\ 3; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (27)$$

$$R \max_K = \begin{cases} i; & \text{se } eq_K^i > eq_K^j, \forall j \neq i \\ 1; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (28)$$

$$R \text{med}_K = 6 - R \min_K - R \max_K \quad (29)$$

²⁵ Cabe lembrar que cada RNA é na verdade sempre estimada seis vezes. A previsão da RNA, como vimos na seção 2.4.2, é uma média aparada das previsões referentes às seis estimações.

²⁶ Na primeira iteração da estimação recursiva, temos $(\tau - 1) = 0$. Neste caso, utilizamos o valor inicial da memória auxiliar; isto é, $memo_{K,\tau-1} = memo_{K,0} = 1$.

$$memo_K^* = \begin{cases} memo_{K,\tau-1}; & \text{se } R \min_K = 3 \\ memo_{K,\tau-1} + [b_{R \min_K} \ b_{R \text{med}_K} \ b_{R \max_K}] \cdot c'; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (30)$$

$$memo_{K,\tau} = \begin{cases} 5; & \text{se } memo_K^* > 5 \\ -3; & \text{se } memo_K^* < -3 \\ memo_K^*; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (31)$$

As equações (27)-(31) são calculadas na seqüência apresentada, para cada K . Observando atentamente, pode-se perceber que o algoritmo tem um pequeno “viés” no sentido de manter o valor de memória já selecionado na iteração anterior da estimação recursiva ($memo_{K,\tau-1}$). Caso nenhuma alternativa se mostre estritamente superior a todas as outras, o algoritmo opta por manter o valor anterior de memória.²⁷

²⁷ Seguem alguns comentários sobre os vetores b e c . Os elementos do vetor b estão associados às diferentes memórias (auxiliares) utilizadas nas estimações alternativas. Assim, o primeiro elemento de b , $b_1=-1$, está associado a $memo_K^1$. Caso esta memória mostre um bom desempenho fora-da-amostra, $b_1=-1$ está indicando que este bom desempenho deve atuar no sentido de reduzir a memória corrente em relação a memória anterior, já que $memo_K^1 < memo_{K,\tau-1}$. O segundo elemento de b , $b_2=1$, está associado a $memo_K^2$. Caso esta memória mostre um bom desempenho fora-da-amostra, $b_2=1$ está indicando que este bom desempenho deve atuar no sentido de aumentar a memória corrente em relação a memória anterior, já que $memo_K^2 > memo_{K,\tau-1}$. O terceiro elemento de b , $b_3=0$, está associado a $memo_K^3$. Caso esta memória mostre um bom desempenho fora-da-amostra, $b_3=0$ está indicando que este bom desempenho deve atuar no sentido de manter a memória corrente no mesmo valor da memória anterior, já que $memo_K^3 = memo_{K,\tau-1}$. O vetor $b^* = [b_{R \min_K} \ b_{R \text{med}_K} \ b_{R \max_K}]$ da equação 30 é um vetor com os elementos de b ordenados segundo o desempenho dos valores das memórias associadas $memo_K^1$, $memo_K^2$ e $memo_K^3$. O ordenamento é do melhor ao pior desempenho. Digamos que, por exemplo, $eq_K^2 < eq_K^1 < eq_K^3$. Neste caso, o valor de memória mais bem sucedido fora-da-amostra é $memo_K^2$. O segundo mais bem sucedido é $memo_K^1$. O valor de memória menos bem sucedido é $memo_K^3$. Assim, $b^* = [b_2 \ b_1 \ b_3] = [1 \ -1 \ 0]$.

Se, por um lado, os vetores b ou b^* indicam o sinal da variação da memória, o vetor c indica a magnitude desta variação. O primeiro elemento de c indica uma magnitude de variação de 0,5 na direção da memória mais bem sucedida fora-da-amostra. (Se $memo_K^1$ for a memória mais bem sucedida, a variação é de $b_1 \cdot c_1 = -1 \cdot 0,5 = -0,5$; se $memo_K^2$ for a memória mais bem sucedida, a variação é de $b_2 \cdot c_1 = 1 \cdot 0,5 = 0,5$.) O segundo elemento de c indica uma magnitude de variação de 0,25 na direção da segunda memória mais bem sucedida fora-da-amostra. (Se $memo_K^1$ for a segunda memória mais bem sucedida, a variação é de $b_1 \cdot c_2 = -1 \cdot 0,25 = -0,25$; se $memo_K^2$ for a segunda memória mais bem sucedida, a variação é de $b_2 \cdot c_2 = 1 \cdot 0,25 = 0,25$; se $memo_K^3$ for a segunda memória mais bem sucedida, a variação é de $b_3 \cdot c_2 = 0 \cdot 0,25 = 0$.) O terceiro elemento de c indica uma magnitude de variação de zero na direção da memória menos bem sucedida fora-da-amostra. A variação total do parâmetro de memória (auxiliar) na iteração corrente é $b^* \cdot c'$. No nosso exemplo acima, a variação total é $b^* \cdot c' = [1 \ -1 \ 0] \cdot [0,5 \ 0,25 \ 0]' = 0,5 - 0,25 = 0,25$.

No caso em que $memo_K^3$ for a memória mais bem sucedida fora-da-amostra, não há variação de memória na iteração corrente (isto é consistente com o fato de que $memo_K^3 = memo_{K,\tau-1}$). Neste caso, temos $R \min_K = 3$ e, pela equação 30, a memória não varia.

2.7.2. Evolução dos pesos do “modelo não-linear”

Inicialmente, estabelecemos que o “modelo não-linear” é degenerado no modelo Rna-1 (o grau de não-linearidade do “modelo não-linear” é inicialmente o menor possível). Ou seja, $a_{1,0} = 1$ (onde o subscrito zero indica que é o valor inicial). Assim, todo o peso da combinação está inicialmente no modelo Rna-1. Conseqüentemente, $a_{2,0} = 0$ e $a_{3,0} = 0$.

Devido a defasagem informacional de h períodos, desde que $\tau - h \geq 0$, o “modelo não-linear” utiliza os pesos $a_{1,\tau-h}$, $a_{2,\tau-h}$ e $a_{3,\tau-h}$ para efetuar a combinação na iteração τ da estimação recursiva. Se $\tau - h < 0$, os pesos utilizados são $a_{1,0} = 1$, $a_{2,0} = 0$ e $a_{3,0} = 0$.

Neste caso, por simplicidade computacional, a pesquisa fora-da-amostra que é utilizada para ajustar os pesos do “modelo não-linear” é efetuada com os próprios modelos Rna- K , $K = 1, 2, 3$, que são utilizados para compor o “modelo não-linear”.²⁸ A idéia subjacente ao algoritmo é que os pesos devem evoluir no sentido de atribuir um peso mais alto para os modelos Rna- K com melhor desempenho fora-da-amostra.

Seja eq_K o erro quadrático da previsão da Rna- K , $K = 1, 2, 3$, do modelo evolucionário, segue o algoritmo de evolução dos pesos do “modelo não-linear”:

$$R \min^* = \begin{cases} 1; & \text{se } eq_1 \leq eq_j \quad \forall j \\ 2; & \text{se } (eq_2 < eq_1) \text{ e } (eq_2 \leq eq_3) \\ 3; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (32)$$

$$R \max^* = \begin{cases} 3; & \text{se } eq_3 \geq eq_j \quad \forall j \\ 2; & \text{se } (eq_2 \geq eq_1) \text{ e } (eq_2 > eq_3) \\ 1; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (33)$$

²⁸ Se não adotássemos esta simplificação (para o algoritmo desta seção e para o da seção seguinte), deveríamos sempre atualizar toda pesquisa fora-da-amostra com os dados mais recentes (sem a defasagem de h períodos que utilizamos no “modelo não-linear” e no modelo evolucionário). Neste caso, por um lado, teríamos um custo computacional (à medida que seria necessário ampliar razoavelmente o número de estimações por iteração). Por outro, não está claro que seria mais adequado utilizar parâmetros mais atualizados (mas que de fato não são os utilizados no “modelo não-linear” e no modelo evolucionário na iteração corrente) para premiar os modelos com melhor desempenho fora-da-amostra. É possível que os modelos com melhores desempenhos neste esquema com atualizações não sejam os modelos com melhores desempenhos em tempo real.

$$R_{\text{med}} = 6 - R_{\text{min}}^* - R_{\text{max}}^* \quad (34)$$

$$R_{\text{min}} = \begin{cases} R_{\text{med}}; & \text{se } a_{R_{\text{min}},\tau-1} = 1 \\ R_{\text{min}}^*; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (35)$$

$$R_{\text{max}} = \begin{cases} R_{\text{med}}; & \text{se } a_{R_{\text{max}},\tau-1} = 0 \\ R_{\text{max}}^*; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (36)$$

$$a_{R_{\text{min}},\tau} = \begin{cases} a_{R_{\text{min}},\tau-1}; & \text{se } R_{\text{min}} = R_{\text{max}} \\ a_{R_{\text{min}},\tau-1} + 1/15; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (37)$$

$$a_{R_{\text{max}},\tau} = \begin{cases} a_{R_{\text{max}},\tau-1}; & \text{se } R_{\text{min}} = R_{\text{max}} \\ a_{R_{\text{max}},\tau-1} - 1/15; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (38)$$

Em linhas gerais, o algoritmo aumenta em 1/15 o peso do modelo Rna com o melhor desempenho e reduz em 1/15 o peso do modelo Rna com o pior desempenho. O algoritmo tem um leve “viés” em direção aos modelos com um menor número de neurônios na camada escondida: em caso de desempenhos iguais, o algoritmo dá preferência em aumentar o peso da Rna- K com o menor K , e dá preferência em reduzir o peso da Rna- K com o maior K .

Pode acontecer do modelo com pior desempenho já ter um peso zero. Neste caso, o algoritmo reduz em 1/15 o peso do modelo com o segundo pior desempenho. Pode ocorrer também do modelo com o melhor desempenho já ter peso um. Neste caso, o peso de nenhum modelo é alterado.

2.7.3 Evolução do peso do modelo linear no modelo evolucionário

O valor inicial de ω é estabelecido em 1. Isto é, $\omega_0 = 1$. Assim, inicialmente, o modelo evolucionário é o próprio modelo linear. Devido a defasagem informacional de h períodos, desde que $\tau - h \geq 0$, o modelo evolucionário utiliza o peso $\omega_{\tau-h}$ para efetuar a combinação na iteração τ da estimação recursiva. Se $\tau - h < 0$, o peso utilizado é ω_0 .

Por simplicidade computacional, a pesquisa fora-da-amostra que é utilizada para ajustar o peso do modelo linear é efetuada com os próprios modelos linear e “não-linear” que são utilizados para compor o modelo evolucionário. A idéia subjacente ao algoritmo é que o peso do modelo linear deve evoluir no sentido de atribuir um peso mais alto para o modelo com melhor desempenho fora-da-amostra.

Seja eq_1 o erro quadrático da previsão do modelo linear, eq_2 o erro quadrático da previsão do “modelo não-linear”, e eq_3 o erro quadrático da previsão do modelo evolucionário, segue o algoritmo de evolução do peso do modelo linear:

$$\Delta\omega_\tau = \begin{cases} -0,05; & \text{se } (eq_2 < eq_j \ \forall j) \text{ e } [\omega_{\tau-1} > 0,5 \text{ ou } (\omega_{\tau-1} \leq 0,5 \text{ e } \Delta\omega_{\tau-1} \leq 0)] \\ 0,05; & \text{se } (eq_1 < eq_2 \text{ e } eq_2 \leq eq_3) \text{ e } [\omega_{\tau-1} < 0,5 \text{ ou } (\omega_{\tau-1} \geq 0,5 \text{ e } \Delta\omega_{\tau-1} \geq 0)] \\ 0; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (39)$$

$$\omega^* = \omega_{\tau-1} + \Delta\omega_\tau \quad (40)$$

$$\omega_\tau = \begin{cases} 1; & \text{se } \omega^* > 1 \\ 0; & \text{se } \omega^* < 0 \\ \omega^*; & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (41)$$

Em linhas gerais, como uma primeira aproximação ao algoritmo, quando o “modelo não-linear” desempenha melhor do que o modelo linear e do que o modelo evolucionário, o peso do modelo linear (ω) diminui 0,05. Quando o modelo linear desempenha melhor do que o “modelo não-linear” e do que o modelo evolucionário, o peso do modelo linear aumenta 0,05. Quando o modelo evolucionário apresenta desempenho melhor, o peso não é alterado. Em caso de iguais desempenhos, o algoritmo tem a seguinte ordem de prioridade: (1) aumentar o peso do modelo linear; (2) manter o peso inalterado; (3) reduzir o peso do modelo linear.

Porém, há qualificações a serem feitas. Quando o modelo linear obtém o melhor desempenho, só há garantia de que o peso aumente no caso em que $\omega_{\tau-1} < 0,5$. Isto é, somente quando, em $\tau-1$, o peso do modelo linear ($\omega_{\tau-1}$) for inferior ao do “modelo não-linear” ($1-\omega_{\tau-1}$). Caso contrário, o aumento ou não do peso dependerá do sinal de $\Delta\omega_{\tau-1}$ – o peso só é aumentado na iteração corrente se o peso não foi reduzido na iteração anterior. Caso tenha sido reduzido, o peso é mantido constante na iteração corrente.

Analogamente, quando o “modelo não-linear” obtém o melhor desempenho, só há garantia de que o peso do modelo linear reduza no caso em que $\omega_{\tau-1} > 0,5$. Isto é, somente quando, em $\tau-1$, o peso do modelo linear ($\omega_{\tau-1}$) for superior ao do “modelo não-linear” ($1-\omega_{\tau-1}$). Caso contrário, a redução ou não do peso dependerá do sinal de $\Delta\omega_{\tau-1}$ – o peso só é reduzido na iteração corrente se o peso não foi aumentado na iteração anterior. Caso tenha sido aumentado, o peso é mantido constante na iteração corrente.

Estas características do algoritmo garantem que quando houver intermitência no desempenho dos modelos ao longo do tempo, o peso convirja para 0,5 (que é uma propriedade desejável, já que, neste caso, nenhum dos dois modelos está apresentando melhor desempenho com maior frequência). Por exemplo, independente do valor do peso em τ , se o modelo de melhor desempenho na iteração $\tau+d$ for sempre diferente do modelo de melhor desempenho em $\tau+d+1$ para $d=1,\dots,D$ com $D \geq 9$, o peso necessariamente convergirá para 0,5 até a iteração $\tau+10$.

2.8. Dados

Os dados utilizados no experimento de previsão são de frequência mensal e compreendem o período entre 1995:1 e 2007:12, totalizando 156 observações. A inflação (medida pelo IPCA-livres) e a taxa de câmbio nominal (média do período – mensal – venda) foram coletadas no *Banco Central do Brasil*. O produto industrial dessazonalizado e o IPCA (utilizado para calcular a taxa de câmbio real) foram coletados no *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística* (IBGE). E, finalmente, o índice de preços ao produtor dos EUA (PPI – *All Commodities*) foi coletado no *Bureau of Labor Statistics*.

A série de produto industrial dessazonalizada corresponde à série disponível no sítio do IBGE em junho de 2008. Toda a série de PPI utilizada já é “definitiva”, não estando mais sujeita a revisões. Além disso, as séries de IPCA-livres, IPCA e taxa de câmbio nominal não são sujeitas à revisão e, portanto, são “definitivas”.

2.9. Resultados²⁹

Nas tabelas 1 e 2, podemos observar o desempenho dos modelos pelo critério de raiz do erro quadrático médio de previsão (REQMP) para 3, 6, 9 e 12 passos à frente. Na segunda coluna de cada tabela, temos os REQMPs do modelo linear. Na terceira coluna, temos as razões entre os REQMPs do modelo evolucionário e os REQMPs do modelo linear. Se a razão é superior a um, o desempenho do modelo linear é superior. Caso a razão seja inferior a um, o desempenho do modelo evolucionário é superior. Podemos perceber que, sob o critério REQMP, o modelo evolucionário apresentou desempenho fora-da-amostra superior ao do modelo linear para todos os passos de previsão analisados.

Tabela 1
Resultados REQMP do Experimento com Hiato do Produto

	REQMP	Razão REQMP
	Modelo linear	Modelo evolucionário
3-passos	1,627	0,672
6-passos	2,897	0,749
9-passos	4,016	0,895
12-passos	4,620	0,956

REQMP denota a Raiz do Erro Quadrático Médio de Previsão.

A razão REQMP é a razão entre os REQMPs do modelo evolucionário e do modelo linear.

Tabela 2
Resultados REQMP do Experimento com Variação do Produto Industrial

	REQMP	Razão REQMP
	Modelo linear	Modelo evolucionário
3-passos	1,686	0,657
6-passos	2,991	0,773
9-passos	4,123	0,835
12-passos	4,656	0,976

REQMP denota a Raiz do Erro Quadrático Médio de Previsão.

A razão REQMP é a razão entre os REQMPs do modelo evolucionário e do modelo linear.

A figura 6 mostra a redução percentual de REQMP do modelo evolucionário em relação ao modelo linear (ambos na versão com hiato do produto). A maior melhora de desempenho é em previsões de 3-passos à frente (32,80%) e a menor melhora é em previsões de 12-passos à frente (4,43%).

²⁹ Os experimentos de previsão foram escritos em *Matlab*. O algoritmo genético foi implementado através do *toolbox* de algoritmos genéticos. Também foi utilizado o algoritmo *simplex* de Nelder-Mead que faz parte do próprio *Matlab*. As redes neurais artificiais, as estimacões lineares, a “ancoragem da população inicial”, os algoritmos de evolução e todos os outros detalhes subjacentes aos experimentos de previsão, foram desenhados e programados pelo autor deste ensaio.

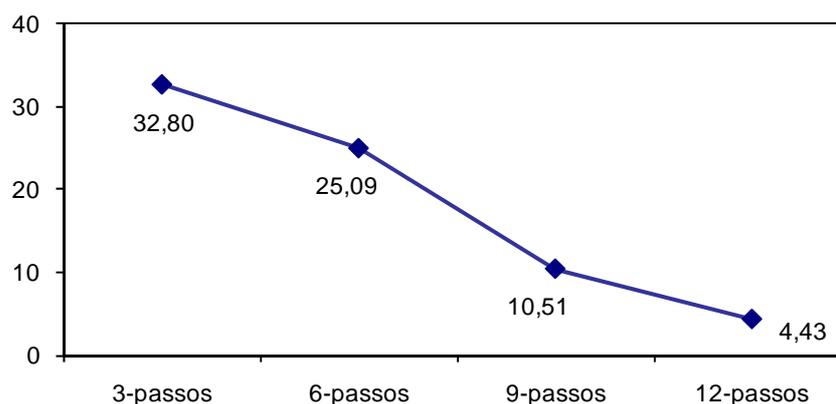


Figura 6 – Percentual de redução de REQMP no modelo evolucionário com hiato do produto

A figura 7 é análoga à figura 6, mas mostra a melhora de desempenho para a versão dos modelos de previsão com variação do produto industrial. Novamente, a maior melhora de desempenho é em previsões de 3-passos à frente (34,30%) e a menor melhora é em previsões de 12-passos à frente (2,42%).

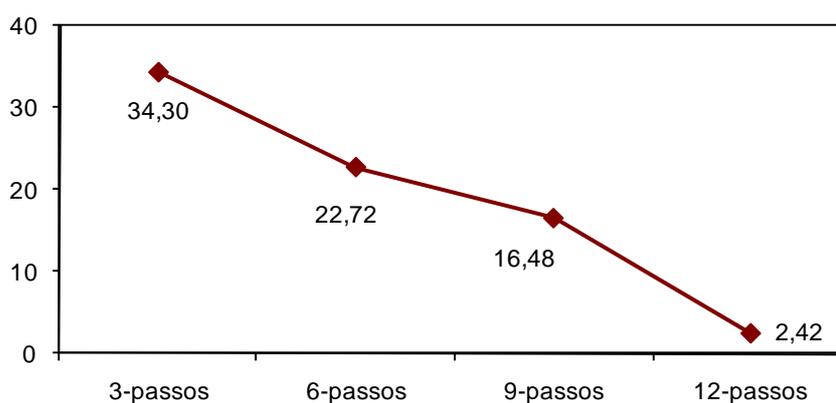


Figura 7 – Percentual de redução de REQMP no modelo evolucionário com variação do produto industrial

As tabelas 3 e 4 mostram o desempenho dos modelos pelo critério de erro absoluto médio de previsão (EAMP) para 3, 6, 9 e 12 passos à frente. Na segunda coluna de cada tabela, temos os EAMPs do modelo linear. Na terceira coluna, temos as razões entre os EAMPs do modelo evolucionário e os EAMPs do modelo linear. Podemos perceber que, sob o critério EAMP, o modelo evolucionário também apresentou desempenho fora-da-amostra superior ao do modelo linear para todos os passos de previsão analisados.

Tabela 3
Resultados EAMP do Experimento com Hiato do Produto

	EAMP	Razão EAMP
	Modelo linear	Modelo evolucionário
3-passos	0,841	0,884
6-passos	1,621	0,892
9-passos	2,190	0,971
12-passos	2,800	0,989

EAMP denota o Erro Absoluto Médio de Previsão.

A razão EAMP é a razão entre os EAMPs do modelo evolucionário e do modelo linear.

Tabela 4
Resultados EAMP do Experimento com Variação do Produto Industrial

	EAMP	Razão EAMP
	Modelo linear	Modelo evolucionário
3-passos	0,835	0,883
6-passos	1,631	0,892
9-passos	2,201	0,929
12-passos	2,816	0,989

EAMP denota o Erro Absoluto Médio de Previsão.

A razão EAMP é a razão entre os EAMPs do modelo evolucionário e do modelo linear.

Em ambas as versões do modelo (com hiato do produto e com variação do produto industrial) e sob ambos os critérios, o modelo evolucionário obteve o máximo de melhora em relação ao modelo linear em previsões de 3-passos. À medida que os passos de previsão aumentam, o modelo evolucionário continuou a desempenhar melhor, mas com uma menor redução percentual de REQMP/EAMP. Estes achados não são surpreendentes, uma vez que o modelo evolucionário depende fortemente de informações obtidas fora-da-amostra, que tornam-se disponíveis com h períodos de defasagem. No caso de 3-passos à frente, as informações utilizadas estão com uma defasagem de apenas três meses, enquanto que no caso de 12-passos à frente, esta defasagem é de um ano. Ou seja, os modelos com menos passos à frente de previsão utilizam informações mais atualizadas. Como estas informações visam melhorar o desempenho fora-da-amostra, é natural que o desempenho relativo dos modelos com menos passos à frente seja superior.³⁰

Uma característica importante do modelo evolucionário é que ele não faz nenhuma suposição *a priori* sobre a existência ou não de não-linearidades na dinâmica da inflação. Esta é uma questão resolvida no “mundo real” – com pesquisas de desempenho fora-da-amostra. O

³⁰ Isto não significa que este seja o único fator responsável por estes achados. É possível, por exemplo, que as não-linearidades sejam mais importantes para prever a inflação com menos passos de previsão. Além disso, é possível que outros aspectos da nossa abordagem sejam relativamente mais eficazes para prever com menos passos de previsão.

modelo evolucionário inicia a estimação recursiva como um modelo linear (o grau de simplicidade e parcimônia é o maior possível dentro de nossa especificação). Somente se as não-linearidades mostrarem-se úteis para prever a inflação é que o modelo evolucionário as incorpora através das RNAs. Se as pesquisas fora-da-amostra indicarem que as não-linearidades estão reduzindo o desempenho do modelo, o grau de não-linearidade diminui e, eventualmente, o modelo evolucionário pode tornar-se novamente um modelo linear.

Por exemplo, a figura 8 apresenta a evolução do peso do modelo linear no modelo evolucionário ao longo do tempo para o experimento de 3-passos à frente com variação do produto industrial.³¹ Por definição, o modelo evolucionário inicia como um modelo puramente linear. Logo nas primeiras iterações das estimações recursivas as não-linearidades mostraram-se úteis para prever inflação e o modelo evolucionário incorporou progressivamente as não-linearidades. No final da amostra, porém, nota-se o contrário. O modelo linear passou a desempenhar melhor e o modelo evolucionário reduziu gradualmente seu grau de não-linearidade. Na última iteração do experimento, o modelo evolucionário tornou-se praticamente linear ($\omega_t = 0,95$). Esta adaptabilidade permite aproveitar as não-linearidades quando elas são úteis e descartá-las quando se revelam contraproducentes.

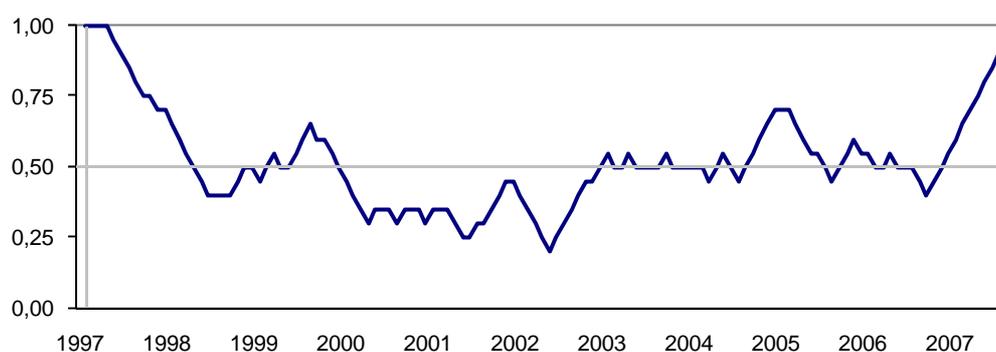


Figura 8 – Peso do modelo linear no modelo evolucionário ao longo do tempo
(Experimento de 3-passos com variação do produto industrial)

³¹ No apêndice C.2, as figuras C.1 e C.2 apresentam a evolução do peso do modelo linear no modelo evolucionário ao longo do tempo para todos os experimentos de previsão.

2.10. Conclusão

Prever a inflação é uma tarefa difícil, mas importante tanto do ponto de vista dos agentes econômicos quanto dos formuladores de política. Usualmente, os modelos para prever a inflação utilizam especificações lineares. No presente trabalho, motivados pelas evidências de não-linearidades na dinâmica da inflação, optamos por uma abordagem evolucionária que é potencialmente não-linear, baseada em redes neurais artificiais, algoritmos genéticos e algoritmos responsáveis pela evolução de parâmetros.

Assim, propomos um “modelo evolucionário”, formado por um modelo linear e um “modelo não-linear” (que é formado por três RNAs com diferentes números de neurônios na camada escondida). Esta abordagem computacional baseada em Inteligência Artificial é capaz de adaptar o grau de não-linearidade do modelo de acordo com pesquisas de desempenho fora-da-amostra. Inicialmente, o modelo evolucionário é puramente linear. Quando as não-linearidades mostram-se úteis para prever a inflação, o grau de não-linearidade do modelo aumenta. Quando elas mostram-se contraproducentes, o grau de não-linearidade é reduzido e o modelo evolucionário pode inclusive tornar-se novamente linear.

Além disso, mostramos que o modelo evolucionário obteve desempenho superior a um modelo linear para prever a inflação no Brasil no período analisado (1995:1-2007:12). Este desempenho superior foi verificado tanto pelo critério da raiz do erro quadrático médio de previsão (REQMP) quanto pelo critério de erro absoluto médio de previsão (EAMP). As maiores magnitudes de melhora sob ambos os critérios em ambas as versões do modelo (com hiato do produto e com variação do produto industrial) foram obtidas para previsões de 3-passos à frente. À medida que os passos de previsão aumentam, o modelo evolucionário continuou a desempenhar melhor do que o modelo linear, mas com uma menor redução percentual de REQMP/EAMP. Estes achados não são surpreendentes, uma vez que o modelo evolucionário depende fortemente de informações obtidas fora-da-amostra, que tornam-se disponíveis com h períodos de defasagem. À medida que o número de passos aumenta, o modelo evolucionário passa a utilizar informações menos atualizadas e, portanto, é natural que haja uma redução de desempenho relativo do modelo.

Os resultados do nosso experimento sugerem que abordagens computacionais baseadas em Inteligência Artificial possuem um grande potencial para a modelagem de previsões econômicas. Em particular, a abordagem proposta neste ensaio, que combina redes neurais artificiais, algoritmos genéticos e algoritmos de evolução, é potencialmente útil também para modelar outras variáveis além da inflação.

Dentro de nossa abordagem, à medida do possível, buscamos manter a simplicidade. Porém, o modelo evolucionário pode ser estendido e generalizado de várias maneiras. Em nosso “modelo não-linear”, utilizamos apenas três RNAs, com um, dois e três neurônios na camada escondida, todos com uma função de transferência tangente hiperbólica. Porém, é possível adicionar mais RNAs com mais neurônios na camada escondida, aumentando o grau (potencial) de não-linearidade.

Além disso, as funções de transferência empregadas podem ser outras que não a tangente hiperbólica; e, em uma mesma RNA, diferentes neurônios podem ter diferentes funções de transferência. Como os algoritmos de estimação (AG e *simplex* de Nelder-Mead) não fazem uso de derivadas, as funções de transferência podem inclusive ser não-diferenciáveis, o que pode ser útil, por exemplo, para modelar fenômenos que apresentem limiares.

Por outro lado, utilizamos apenas um parâmetro para determinar a memória de cada RNA. Ao utilizar um número maior de parâmetros, geraria-se maior flexibilidade na ponderação, permitindo que os pesos das observações não variassem apenas monotonicamente ao longo da amostra de estimação. Por exemplo, com mais parâmetros, a evolução poderia gerar casos nos quais as últimas observações tivessem um peso maior na estimação, mas que, excetuando as últimas, os pesos fossem decrescentes ao longo da amostra de estimação.

Outra possibilidade é permitir que o número de defasagens varie ao longo do tempo ou permitir que o número de defasagens das variáveis que entram na parte não-linear da rede seja diferente nas RNAs e no modelo linear.

Todas estas extensões e generalizações podem, potencialmente, melhorar o desempenho do modelo evolucionário, mas algumas advertências são necessárias (além da usual, sobre o excesso de parâmetros livres). Em primeiro lugar, quanto maior for o número de extensões e generalizações, mais necessário será expandir as pesquisas fora-da-amostra. Algumas poucas ampliações no número de parâmetros da memória, ou a simples permissão de que o número de defasagens varie ao longo do tempo, já implica em aumentar fortemente o número de estimações para cada período analisado da amostra. Isto torna o trabalho computacional muito mais intenso, fazendo com que o processo seja altamente consumidor de tempo. Além disso, pode tornar a superfície de erro do modelo evolucionário muito mais complexa, requerendo uma maior sofisticação dos algoritmos de evolução.

Referências

- CORREA, Arnildo S; MINELLA, André. (2006). Nonlinear mechanisms of the exchange rate pass-through: a Phillips curve model with threshold for Brazil. *Working Paper Series*, n.122, Banco Central do Brasil.
- FIGUEIREDO, Francisco Marcos R; FERREIRA, Thaís Porto. (2002). Os preços administrados e a inflação no Brasil. *Working Paper Series*, n.59, Banco Central do Brasil.
- GRANGER, Clive W.J; JEON, Yongil. (2004). Thick Modeling. *Economic Modeling*, v.21, 323-343.
- HAUPT, Randy L; HAUPT, Ellen Sue. (2004). *Practical Genetic Algorithms*. Ed. Wiley-Interscience.
- HAYKIN, Simon. (1999). *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. Ed. Person Education.
- HODRICK, Robert J.; PRESCOTT, Edward C. (1997). U.S business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, v.29, n.1, 1-16.
- KAASTRA, Iebeling; BOYD, Milton. (1996). Designing a neural network for forecasting financial and economic time series. *Neurocomputing*, v.10, 215-236.
- LAGARIAS, Jeffrey C.; REEDS, James A.; WRIGHT, Margaret H.; WRIGHT, Paul E. (1997). Convergence properties of the Nelder-Mead simplex algorithm in low dimensions. *Technical Report 96-04-07*. Computing Sciences Research Center – Bell Laboratories.
- LAXTON, Douglas; ROSE, David; TAMBAKIS, Demosthenes. (1999). The U.S. Phillips curve: the case for asymmetry. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 23, 1459-1485.
- MAYES, David G.; VIRÉN, Matti. (2005). Monetary policy problems for currency unions: asymmetry and the problem of aggregation in the euro area. *Economic Modelling*, 22, 219-251.
- McADAM, Peter; McNELIS, Paul. (2005). Forecasting inflation with thick models and neural networks. *Economic Modelling*, 22, 848-867.
- McNELIS, Paul D. (2005). *Neural Networks in Finance: gaining predictive edge in the market*. Ed. Elsevier Academic Press.
- MEDEIROS, Marcelo C; TERÄSVIRTA, Timo; RECH, Gianluigi. (2006). Building neural network models for time series: a statistical approach. *Journal of Forecasting*, 25, 49-75.
- MICHALEWICZ, Zbigniew. (1996). *Genetics Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Ed. Springer.
- NAKAMURA, Emi. (2005). Inflation forecasting using a neural network. *Economic Letters*, 86, 373-378.

ORPHANIDES, Athanasios; NORDEN, Simon van. (2005). The reliability of inflation forecasts based on output gap estimates in real time. *Journal of Money, Credit, and Banking*, v.37, n.3.

PANDA, Chakradhara; NARASIMHAN, V. (2007). Forecasting exchange rate better with artificial neural network. *Journal of Policy Modeling*, 29, 227-236.

PORTUGAL, Marcelo S.; FERNANDES, Luiz Gustavo L. (1996). Redes neurais artificiais e previsão de séries econômicas: uma introdução. *Nova Economia*, v.6, n.1, 51-74.

PYYHTIÄ, Ilmo. (1999). The Nonlinearity of the Phillips curve and European monetary policy. *Bank of Finland Discussion Papers*, 17/99.

STOCK, James H; WATSON, Mark W. (1998). A comparison of linear and nonlinear univariate models for forecasting macroeconomic time series. *Working Paper n.6607*, NBER Working Paper Studies.

SWANSON, Norman R; WHITE, Halbert. (1997). A model selection approach to real-time macroeconomic forecasting using linear models and artificial neural networks. *The Review of Economics and Statistics*, v.79, n.4, 540-550.

VEIRMAN, De Emmanuel. (2005). Which non-linearity in the Phillips curve? The absence of accelerating deflation in Japan. *Johns Hopkins University*.

ZHANG, Guoqiang; PATUWO, B. Eddy; HU, Michael Y. (1998). Forecasting with artificial neural networks: the state of the art. *International Journal of Forecasting*, v.14, 35-62.

3. Hiato do Produto e PIB no Brasil: Uma Análise de Dados em Tempo Real

3.1. Introdução

A recente literatura sobre análise de dados em tempo real tem mostrado importantes diferenças entre os valores dos dados tais como são inicialmente calculados ou divulgados e seus próprios valores depois que passam por revisões. A existência de revisões é um aspecto natural da produção de dados – na medida em que o tempo passa, o conjunto de informação disponível aumenta, fatores sazonais são re-estimados, revisões metodológicas são implementadas. Assim, usualmente os dados tornam-se mais precisos com o decorrer do tempo. O problema é que, em geral, os agentes econômicos precisam tomar decisões em tempo real, sem o benefício da revisão de dados. Vários autores têm estudado as características das revisões de dados. Se as revisões encontradas em uma variável são relativamente grandes, este achado sugere importantes limitações a sua capacidade em auxiliar na tomada de decisão.

Entre as variáveis de grande importância para os agentes econômicos, estão o crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) e o hiato do produto. Elas subsidiam decisões de consumo, investimento, aplicações financeiras e, em particular, de condução da política monetária. E, embora a adequada condução da política monetária requeira um grande conjunto de informações sobre o estado da economia, as mensurações de atividade econômica por meio do PIB e do hiato do produto estão entre as variáveis que mais se destacam. Se, por um lado, o PIB é a principal informação sobre o nível de atividade econômica, o hiato do produto é um conceito central nas discussões acerca da política monetária, uma vez que permite inferir se a economia está ou não crescendo acima de seu potencial. Por exemplo, um valor positivo para o hiato do produto pode indicar a necessidade da autoridade monetária elevar a taxa de juros para conter as pressões de demanda da economia. Essa relação entre hiato do produto e taxa de juros é também importante em termos teóricos, difundida por meio de regras de política monetária, como a conhecida regra de Taylor.

Contudo, a recente literatura sobre análise de dados em tempo real tem mostrado importantes revisões das medidas de PIB e de hiato de produto. Croshore e Stark (2000, 2001) organizaram um conjunto de dados em tempo real de PIB/PNB para os Estados Unidos e encontraram revisões de crescimento de PIB/PNB de magnitudes relevantes. Orphanides e

van Norden (2002) construíram diversas séries históricas em tempo real de hiato do produto para os Estados Unidos e calcularam vários indicadores de revisão. Entre outros resultados, eles mostraram que as revisões *ex post* do hiato do produto são da mesma ordem de magnitude do que os próprios valores estimados do hiato do produto. Assim, os autores sugeriram que as estimativas de hiato em tempo real tendem a ser pouco confiáveis e que devem ser utilizadas com muita cautela.

Estudos similares foram também efetuados para outros países. Cayen e van Norden (2004) analisaram o crescimento do PIB canadense e encontraram revisões relevantes. Palis, Ramos e Robitaille (2004) encontraram que as revisões do PIB brasileiro são relativamente grandes em relação aos países industrializados. Cayen e van Norden (2005) e Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland (2004, 2005) estudaram as revisões de hiato do produto para, respectivamente, as economias canadense e norueguesa. Ambos os estudos encontraram indicadores de revisão de hiato do produto ainda mais desfavoráveis do que os reportados pelo estudo norte-americano. Todos os três estudos que analisaram o hiato do produto (Orphanides e van Norden (2002); Cayen e van Norden (2005); e Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland, (2004, 2005)) apontaram que tanto as revisões dos dados de PIB como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto têm uma contribuição relevante para explicar as revisões *ex post* do hiato do produto.

Neste ensaio, organizamos um conjunto de dados de PIB em tempo real para o Brasil. O conjunto de dados é formado por 51 séries de dados trimestrais, que contêm as divulgações de PIB compreendidas no período entre 1996:1 e 2008:2.¹ O primeiro dado de cada série é referente ao primeiro trimestre de 1990. A partir destes dados, investigamos o comportamento das revisões de crescimento do PIB² e das estimativas de hiato do produto, obtidas pela aplicação de quatro métodos de extração de tendência: filtro de Hodrick-Prescott, tendência linear, tendência quadrática e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis.

¹ Com a implementação de uma mudança metodológica no cálculo do PIB brasileiro, foram divulgadas duas séries referentes a 2006:4. Uma é calculada com a metodologia antiga e outra com a nova.

² Palis, Ramos e Robitaille (2004) também estudaram as revisões do PIB brasileiro, porém, utilizando as divulgações de PIB compreendidas entre 1994:2 e 2001:4, e centrando na seqüência de revisões. Dentre as análises efetuadas pelos autores, calcularam alguns indicadores de revisão de PIB: revisão média, revisão absoluta média e raiz da revisão quadrática média. Em nosso estudo, além de utilizarmos uma amostra maior e mais recente, calculamos vários indicadores adicionais.

Assumindo que a nossa última série de dados (referente a 2008:2) é a melhor estimativa que possuímos, calculamos vários indicadores sobre as revisões de crescimento do PIB e de hiato do produto. Assim, dada a suposição de que as revisões melhoram as estimativas, as revisões nos fornecem um limite inferior de erro de medida associado às estimativas em tempo real. Se as revisões forem relativamente grandes, podemos concluir que os erros totais das estimativas podem ser ainda maiores. No caso do hiato do produto, decompomos as revisões em duas partes: (i) revisões do hiato provenientes da própria revisão dos dados de PIB e (ii) revisões do hiato provenientes da inclusão de novas observações de PIB na amostra.

Analisando os indicadores de revisão de crescimento do PIB e de hiato do produto para o Brasil, nosso objetivo é investigar a relevância das revisões e examinar se os achados empíricos da literatura internacional sobre dados em tempo real também se aplicam ao Brasil.

Encontramos que as revisões de crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) são economicamente relevantes, embora as revisões de crescimento do PIB percam parte da importância à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em quatro trimestres). Na análise do hiato do produto, todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes, embora os indicadores de revisão de hiato do produto brasileiros sejam, em geral, menos desfavoráveis do que os reportados pelos estudos internacionais. No nosso estudo, em três dos quatro métodos analisados, a revisão implicou mudança do sinal do hiato em 30% ou mais das vezes, e a magnitude de revisão foi maior do que a própria magnitude do hiato em aproximadamente 50% ou mais das vezes. Em geral, tanto a revisão de dados do PIB como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto mostraram-se fontes relevantes das revisões de hiato do produto.

O ensaio é organizado da seguinte maneira. Na seção 3.2, fazemos uma breve introdução à literatura e aos conceitos da área de análise de dados em tempo real. Na seção 3.3, esclarecemos alguns aspectos sobre a elaboração do conjunto de dados de PIB em tempo real para o Brasil, e analisamos as revisões do crescimento do PIB. Na seção 3.4, apresentamos os métodos utilizados para calcular os hiatos do produto, a metodologia para decompor as revisões dos hiatos, e a análise das revisões. Na seção 3.5, concluimos.

3.2. Dados em tempo real

A literatura de análise de dados em tempo real está relacionada a análises nas quais a revisão de dados é relevante ou o próprio momento no qual os dados são divulgados tem importância. Os trabalhos na área têm estudado as propriedades das revisões de dados, o impacto da revisão de dados sobre a pesquisa macroeconômica e a política monetária, e o efeito da revisão de dados sobre previsões econômicas.

Diebold e Rudebush (1991), por exemplo, mostraram um exemplo que ilustra bem a importância da revisão de dados. Eles perceberam que, ao prever os movimentos da produção industrial, um índice de indicadores de antecedência calculados com dados em tempo real apresentava um desempenho muito inferior ao mesmo índice calculado com os dados já revisados.

Embora o surgimento da literatura de análise em tempo real possa ser datado da década de 1950, a literatura ganhou consistência, efetivamente, com o desenvolvimento de um grande conjunto de dados em tempo real para a economia norte-americana. Esse conjunto de dados foi desenvolvido por Dean Croushore e Tom Stark em meados da década de 1990 e disponibilizado na *internet* a partir de 1999.³ Este conjunto de dados é ainda atualizado e conta com a cooperação do *Federal Reserve Bank* da Filadélfia e da Universidade de Richmond.

O tema subjacente a toda esta literatura é: as revisões de dados são suficientemente grandes em termos econômicos para nos preocupar?⁴ A revisão de dados gera algumas dificuldades para a análise de previsões e de política monetária. Por exemplo, pode ser inadequado utilizar o último conjunto de dados disponível para confrontar previsões de um novo modelo a outras previsões efetuadas em tempo real. Nesse caso, enquanto as previsões em tempo real teriam sido efetuadas com dados não-revisados, as previsões do novo modelo teriam o benefício de utilizar dados já revisados, provavelmente mais precisos. Outro exemplo: revisões de dados de magnitude elevada implicam dificuldades para os formuladores de política, pois, nesse caso, suas decisões são baseadas em dados que revelam uma “fotografia” não muito fidedigna do estado da economia.

³ <http://www.philadelphiafed.org/research-and-data/real-time-center/real-time-data/>.

⁴ Cf. Croushore (2008).

A existência de revisões de dados é um fato da realidade e não deve ser entendida como uma crítica ao trabalho das instituições que produzem os dados. Basicamente, há três razões por que os dados são revisados ao longo do tempo: (i) o conjunto de informação disponível para estimar determinado dado aumenta, permitindo melhorar a estimativa da variável; (ii) os fatores sazonais (quando há ajuste sazonal) são re-estimados, modificando a série histórica; (iii) periodicamente, visando aprimorar a qualidade dos dados, há uma mudança metodológica de cálculo da variável, e a série histórica é reconstruída.

De fato, as instituições que produzem dados se defrontam com um *trade-off* entre rapidez de divulgação dos dados e precisão. Por um lado, a instituição pode produzir dados melhores ao esperar que seu conjunto de informação aumente; por outro, os formuladores de política e agentes econômicos, que precisam tomar decisões, demandam certa rapidez pela disponibilidade dos dados.

Um dado em tempo real pode ser definido como um dado que é tal como existia antes de uma revisão.⁵ Seguindo Croushore e Stark (2000, 2001), utilizamos o termo “*vintage*” para designar o conjunto de informação disponível de uma variável em uma data particular (a última série disponível na data, com as revisões mais atualizadas daquele momento). À coleção dessas *vintages*, chamamos de “conjunto de dados em tempo real”.

Para ilustrar esses conceitos, na tabela 1, mostramos um conjunto de dados em tempo real de PIB com ajuste sazonal, em número índice. Na primeira coluna (2007:1), temos os dados disponíveis para os agentes econômicos na ocasião da (primeira) divulgação do dado referente ao primeiro trimestre de 2007; na segunda coluna (2007:2), temos os dados disponíveis para os agentes econômicos na ocasião da (primeira) divulgação do dado referente ao segundo trimestre de 2007; e assim por diante. Note que todas as *vintages* iniciam com dados a partir do mesmo período – nesse caso, a partir do primeiro trimestre de 2005. Tomando o conjunto de dados de uma coluna qualquer, obtemos a mais recente série histórica disponível em uma determinada data. Por outro lado, tomando o conjunto de dados de uma linha qualquer, podemos observar como um dado particular foi revisado ao longo do tempo. Por exemplo, o dado de 2007:1 foi inicialmente divulgado como 134,80. Um trimestre depois, este dado foi revisado para 135,00. Cinco trimestres após a divulgação inicial, na *vintage* de 2008:2, o dado de 2007:1 foi revisado para 135,40.

⁵ Cf. Stark (2002).

Tabela 1
Conjunto de Dados em Tempo Real - PIB com Ajuste Sazonal (em número índice)

	2007:1	2007:2	2007:3	2007:4	2008:1	2008:2
2005:1	124,60	124,60	124,80	124,80	124,80	124,90
2005:2	126,80	126,80	127,70	127,80	127,80	127,60
2005:3	126,70	126,70	126,60	126,70	126,70	126,70
2005:4	127,80	127,70	127,70	127,60	127,60	127,60
2006:1	129,40	129,50	129,70	129,50	129,50	129,70
2006:2	128,90	128,80	129,90	130,00	130,00	129,80
2006:3	132,40	132,40	132,20	132,30	132,30	132,30
2006:4	133,80	133,80	134,00	133,90	133,90	134,00
2007:1	134,80	135,00	135,50	135,20	135,20	135,40
2007:2		136,10	137,30	137,30	137,30	137,10
2007:3			139,60	139,80	139,80	139,60
2007:4				142,00	142,00	142,20
2008:1					143,00	143,30
2008:2						145,60

A diagonal inferior da tabela 1, apresentada na coluna A da tabela 2, é chamada de *série de dados em tempo real*. A série de dados em tempo real é uma série que contém os dados tais como foram inicialmente calculados ao longo do tempo. Note que a série de dados em tempo real inicia na data da primeira *vintage* e termina na data da última *vintage*. Note também que essa série possui um dado de cada *vintage*. Na coluna B da tabela 2, apresentamos a *série de dados final*. A série de dados final é uma série que possui os dados referentes ao mesmo período da série de dados em tempo real, mas os dados são os mais recentes disponíveis. Assim, todos os dados dessa série são provenientes da última *vintage* (nesse caso, da *vintage* de 2008:2). Na coluna C da tabela 2, apresentamos a *série de revisão de dados*. A série de revisão de dados é obtida pela diferença entre a série de dados final e a série de dados em tempo real. A série de revisão de dados revela quanto foi a revisão total de cada dado, tendo como referências, a primeira *vintage* em que cada dado foi calculado e a última *vintage* disponível.

Tabela 2
Séries de Dados em Tempo Real, Final e de Revisão de Dados
PIB com Ajuste Sazonal (em número índice)

	Tempo Real	Final	Revisão de dados
	(A)	(B)	(C)=B-A
2007:1	134,80	135,40	0,60
2007:2	136,10	137,10	1,00
2007:3	139,60	139,60	0,00
2007:4	142,00	142,20	0,20
2008:1	143,00	143,30	0,30
2008:2	145,60	145,60	0,00

3.3. Produto Interno Bruto

3.3.1. *Elaboração de um conjunto de dados de PIB em tempo real*

O primeiro passo do presente trabalho foi organizar um conjunto de dados de PIB real em tempo real para o Brasil. Os dados são trimestrais e com ajuste sazonal. A primeira *vintage* do conjunto de dados é referente a 1996:1 e os dados iniciam em 1990:1. A última *vintage* é de 2008:2. Devido à mudança metodológica do PIB, há duas *vintages* referentes a 2006:4, uma referente à metodologia antiga e outra, à nova (ambas foram divulgadas em março de 2007). Todo o conjunto de dados foi digitado, tendo como fonte, publicações do *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)*.⁶

No caso específico de 2006:4, o procedimento padrão foi utilizar a *vintage* calculada sob a nova metodologia, exceto quando afirmado o contrário. Essa decisão explica-se por considerarmos que a informação contida na *vintage* calculada com a nova metodologia teria sido mais relevante em tempo real para os agentes econômicos (em relação à contida na *vintage* calculada com a metodologia antiga), uma vez que a mudança metodológica significou um aperfeiçoamento no cálculo do PIB.

⁶ “Indicadores IBGE – Contas Nacionais Trimestrais e Valores Correntes” (2000:3 a 2008-2); “Indicadores IBGE – Produto Interno Bruto Trimestral” (1996:1 e 1999:1 a 2000:2); e “Indicadores IBGE – Produto Interno Bruto” (1996:2 a 1998:4). A única exceção é a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia antiga, que foi obtida no próprio sítio de banco de dados agregados do IBGE - SIDRA, na ocasião em que a *vintage* de 2006:4 era a série de dados mais recente e, portanto, disponibilizada eletronicamente.

Quando os dados de uma *vintage* não retrocedem até 1990:1, seguimos o procedimento utilizado por Cayen e van Norden (2004, 2005). Digamos que o primeiro dado que consta na *vintage* de data n é referente ao período t . As entradas anteriores ao período t da *vintage* n são preenchidas por aquelas da *vintage* $n-1$, multiplicadas pela constante $(PIB_{n,t}/PIB_{n-1,t})$, onde $PIB_{n,t}$ é o índice do PIB para o período t , segundo a *vintage* n . Este procedimento é equivalente a proceder de tal forma que, para cada ausência de dado em uma *vintage*, o dado é calculado de tal forma a manter o crescimento percentual do PIB apresentado na última *vintage* que continha o dado.

3.3.2. Análises das revisões do PIB

Embora o nosso conjunto de dados de PIB em tempo real seja em nível, as nossas análises de revisões são sobre o crescimento do PIB (variação percentual em relação ao i -ésimo trimestre anterior), calculado conforme abaixo:⁷

$$\Delta PIB_{n,t} = 100 \cdot \log \left(\frac{PIB_{n,t}}{PIB_{n,t-i}} \right), \quad (1)$$

onde $PIB_{n,t}$ é o índice do PIB para o período t , segundo a *vintage* n , e $\Delta PIB_{n,t}$ é o crescimento do PIB para período t , segundo a *vintage* n .

O crescimento do PIB é uma variável bastante acompanhada pelos agentes econômicos e formuladores de política; em particular, pelos responsáveis pela condução da política monetária. Em geral, o último dado de PIB disponível, referente ao período mais recente, é o mais relevante para a tomada de decisão. Infelizmente, é também o mais sujeito a revisões.⁸

⁷ Utilizamos a aproximação logarítmica pela conveniência analítica que ela oferece. Por exemplo, a taxa de crescimento acumulada do PIB em relação ao i -ésimo trimestre anterior pode ser facilmente decomposta em i parcelas aditivas. Para nos certificar de que a aproximação é razoável, fizemos também os cálculos sem a aproximação, e os resultados foram muito semelhantes.

⁸ Segundo IBGE (2008, p.44), “as Contas Trimestrais do trimestre imediatamente anterior são revistas a cada divulgação, com a substituição de projeções anteriores pelos dados realizados e a introdução de alguma revisão de dados fornecidos pelas pesquisas conjunturais do IBGE ou de outros órgãos. Na divulgação do terceiro trimestre de cada ano, é realizada uma revisão mais abrangente, que incorpora os novos pesos das Contas Nacionais anuais de dois anos antes, podendo também apresentar revisões em pontos da metodologia adotada. O ano anterior e o primeiro e segundo trimestres do ano corrente são recalculados, incorporando as mudanças de ponderação.” Além disso, segundo IBGE (2008, p.41), “as variações anuais calculadas a partir da série trimestral são ajustadas às variações anuais calculadas pelo Sistema de Contas Nacionais na primeira divulgação de dados após as divulgações das contas anuais. As séries são ajustadas através da minimização do quadrado da diferença entre as séries observadas e ajustadas, respeitando a restrição de que a soma dos quatro trimestres de determinado ano, na série ajustada, seja igual ao total anual do Sistema de Contas Nacionais (Método de Denton).”

Para ilustrar a importância da revisão dos dados de PIB, apresentamos na figura 1 o crescimento do PIB do primeiro trimestre de 1996 tal como evoluiu ao longo das revisões (escolhemos esse dado de PIB porque foi divulgado inicialmente na *vintage* mais antiga que dispomos). Quando o dado foi inicialmente divulgado (*vintage* de 1996:1), o crescimento do PIB de 1996:1 era 0,13%. Dois trimestres depois, na *vintage* de 1996:3, o dado foi revisado para -0,10%. O valor máximo do dado ocorreu na *vintage* de 2000:2 (1,27%). E o valor mínimo ocorreu na *vintage* de 2001:3 (-0,99%). Na *vintage* de 2005:3, o valor do dado foi alterado para 0,60% e manteve-se constante a partir de então.



Figura 1 – Crescimento do PIB de 1996:1 ao longo das revisões (%)
(Trimestre/trimestre anterior)

A análise da figura 1 chama a atenção pela magnitude das revisões e o possível impacto da revisão de dados sobre os tomadores de decisões. Mas ainda é uma caracterização bastante parcial, à medida que analisamos o comportamento de apenas um dado ao longo do tempo. A figura 2 apresenta a frequência relativa das revisões de PIB. O gráfico mostra que somente em 30% das vezes as revisões foram próximas de zero (entre -0,25 p.p. e +0,25 p.p.). Em 24% das vezes, a magnitude da revisão foi superior a 1 p.p. Na figura 3, podemos observar todos os valores tomados pelo PIB em tempo real (eixo das abscissas) e os respectivos valores finais (eixo das ordenadas). Sempre que a observação do PIB estiver exatamente sobre a linha de 45°, isto significa que a revisão do PIB foi zero. Observações acima da linha de 45° indicam revisões positivas e observações abaixo indicam revisões negativas. Observações que estão nos 2° e 4° quadrantes revelam troca de sinal depois das revisões, fato que ocorreu em 16% das vezes.

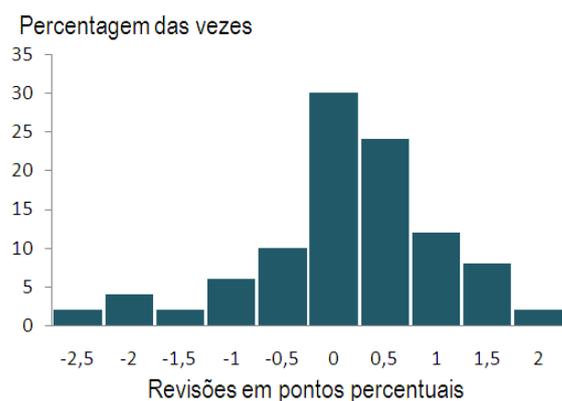


Figura 2 – Frequência relativa das revisões do PIB

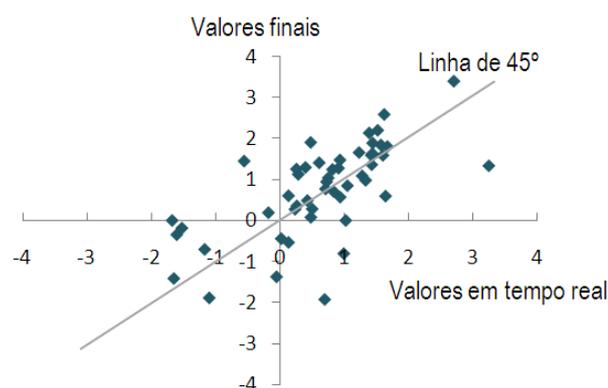


Figura 3 – Valores do PIB (tempo real versus finais)

Na tabela 3, apresentamos estatísticas para as séries de crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) em tempo real, final e de revisão de dados, utilizando a amostra completa de *vintages*. Podemos observar que o crescimento médio do PIB em tempo real foi 0,63%, enquanto o do PIB final foi 0,75%. A revisão média foi 0,13 p.p. (a revisão positiva de maior magnitude foi 2,01 p.p. e a negativa de maior magnitude foi -2,62 p.p.). A revisão média é muito útil como um indicador do viés das revisões, mas é limitada como um indicador da magnitude das revisões, já que revisões negativas contrabalançam revisões positivas e vice-versa.

Tabela 3
Crescimento do PIB
(Variação % sobre trimestre anterior) - 1996:1-2008:2

Dados	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo
Tempo real	0,63	1,04	-1,68	3,24
Final	0,75	1,12	-1,93	3,40
Revisão	0,13	0,89	-2,62	2,01

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

Em razão do arredondamento na tabela, a soma da média do PIB em tempo real e da revisão total é diferente da média do PIB final.

A tabela 4 apresenta alguns indicadores adicionais de revisão. Dois indicadores são especialmente adequados para capturar a magnitude das revisões: a revisão absoluta média (RAM) e a raiz da revisão quadrática média (RRQM). Podemos observar que a revisão absoluta média foi 0,67 p.p. Em termos absolutos, isso significa que, em média, o crescimento do PIB foi revisado em 0,67 p.p. acima ou abaixo do valor inicialmente divulgado. O indicador RRQM é similar à RAM, porém “penaliza” mais fortemente as revisões de maior magnitude. Segundo a tabela 4, a RRQM foi 0,89 p.p.⁹

⁹ Palis, Ramos e Robitaille (2004) encontraram, para o crescimento do PIB brasileiro no período compreendido entre 1994:2 e 2001:4, uma revisão média de 0,13, uma RAM de 0,88 e uma RRQM de 1,11.

Além disso, as duas séries apresentam uma correlação de 0,67, implicando que a série em tempo real explica 44% da variância da série final. A tabela 4 ainda apresenta os indicadores R/S, SIOP, FRMA e AR. R/S é uma *proxy* para a razão ruído-sinal, obtida pela razão entre a RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do PIB. Essa medida captura, portanto, a magnitude das revisões em relação ao desvio-padrão da série final. Conforme a tabela 4, temos uma R/S de 0,79.

SIOP é a frequência na qual o crescimento do PIB em tempo real tem sinal oposto do crescimento do PIB final. Conforme a tabela 4, temos uma SIOP de 0,16. Assim, em 16% dos casos, o dado de crescimento do PIB é revisado de tal forma que o seu sinal é alterado. E, finalmente, FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento do PIB é maior do que o crescimento do PIB final, ambos em valores absolutos. A tabela 4 indica uma FRMA de 0,26, implicando que a magnitude da revisão é maior do que a própria magnitude do dado final em 26% dos casos.

Tabela 4
Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB
(Variação % sobre trimestre anterior) - 1996:1-2008:2

Revisão Média	RAM	RRQM	CORR	R/S	SIOP	FRMA	AR
0,13	0,67	0,89	0,67	0,79	0,16	0,26	-0,34

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em tempo real e o crescimento do PIB final.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento do PIB).

SIOP é a frequência na qual o crescimento do PIB em tempo real tem sinal oposto do crescimento do PIB final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento do PIB é maior do que o crescimento do PIB final, ambos em valores absolutos.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

Os indicadores RAM e RRQM sugerem que as revisões de crescimento do PIB são economicamente relevantes. Mas temos um importante atenuante: a correlação serial de primeira ordem da série de revisão (AR) é negativa: -0,34. Isso revela que revisões positivas de um trimestre são usualmente seguidas por revisões negativas no trimestre seguinte e vice-versa. Portanto, ao agregar a série de revisões, por exemplo, anualmente, as revisões devem perder parte de sua importância.

Para verificar se isso de fato ocorre, calculamos também as revisões da taxa de crescimento do PIB em relação ao i -ésimo trimestre anterior. (Para obter a taxa, comparamos o PIB do trimestre corrente com os valores de um, dois, três ou quatro trimestres atrás.) Como podemos observar na tabela 5, tanto a revisão absoluta média (RAM/tri) quanto a raiz da revisão quadrática média (RRQM/tri), ambas expressas em pontos percentuais por trimestre, caem ao longo do aumento da agregação.¹⁰ Além disso, ao longo do aumento da agregação, há uma redução da razão ruído-sinal (R/S) e um aumento da correlação da série de PIB em tempo real com a série de PIB final. Assim, podemos concluir que as revisões de PIB, embora permaneçam relevantes, tornam-se menos importantes quando o período de agregação aumenta. Devemos ressaltar, contudo, que não há uma melhora relevante dos indicadores SIOP e FRMA.

Tabela 5
Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB
(Variação % em relação ao i -ésimo trimestre anterior) - 1996:1-2008:2

Taxa de crescimento acumulada em	Revisão Média/tri	RAM/tri	RRQM/tri	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
1 trimestre	0,13	0,67	0,89	-0,34	0,79	0,67	0,16	0,26
2 trimestres	0,07	0,41	0,50	0,14	0,64	0,80	0,18	0,26
3 trimestres	0,07	0,32	0,39	0,11	0,62	0,82	0,10	0,30
4 trimestres	0,08	0,23	0,29	0,42	0,52	0,89	0,16	0,22

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

Revisão Média/tri é a revisão média dividida pelo número de trimestres em análise.

RAM/tri é a revisão absoluta média dividida pelo número de trimestres em análise.

RRQM/tri é a raiz da revisão quadrática média dividida pelo número de trimestres em análise.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento do PIB).

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em tempo real e o crescimento do PIB final.

SIOP é a frequência na qual o crescimento do PIB em tempo real tem sinal oposto do crescimento do PIB final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento do PIB é maior do que o crescimento do PIB final, ambos em valores absolutos.

Alternativamente, podemos avaliar o efeito do aumento da agregação por meio da taxa de crescimento do PIB acumulado em i trimestres em relação aos i trimestres anteriores. Matematicamente,¹¹

$$\Delta PIB_{n,t} = 100 \cdot \log\left(\frac{\sum_{j=0}^{i-1} PIB_{n,t-j}}{\sum_{j=0}^{i-1} PIB_{n,t-i-j}}\right). \quad (2)$$

¹⁰ A RAM/tri é obtida pela divisão da RAM pelo número de trimestres em análise. A RRQM/tri é obtida pela divisão da RRQM pelo número de trimestres em análise.

¹¹ Note que, quando $i=1$, as equações (1) e (2) são equivalentes.

Nesse caso, é razoável esperar que haja uma melhora mais intensa dos indicadores de revisão à medida que o período de agregação aumenta, uma vez que (i) cada vez que a identidade (2) é utilizada em tempo real, apenas um dado de PIB do numerador ainda não passou por revisão alguma e (ii) o denominador de (2) possui dados que já passaram por mais revisões que o dado do denominador da identidade (1). Observando a tabela 6, verificamos que isso de fato ocorre. Há uma forte redução dos indicadores RAM/tri e RRQM/tri à medida que o período de agregação aumenta. Além disso, há uma melhora considerável dos indicadores SIOP e FRMA.

Um fato que devemos atentar é a mudança metodológica introduzida pelo IBGE a partir da *vintage* de 2006:4.¹² Será que a mudança metodológica é uma fonte relevante das revisões?

Tabela 6
Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB
(Variação % do PIB acumulado em *i* trimestres em relação aos *i* trimestres anteriores)
1996:1-2008:2

PIB acumulado em	Revisão Média/tri	RAM/tri	RRQM/tri	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
1 trimestre	0,13	0,67	0,89	-0,34	0,79	0,67	0,16	0,26
2 trimestres	0,05	0,31	0,39	0,30	0,58	0,84	0,10	0,24
3 trimestres	0,06	0,21	0,26	0,65	0,48	0,90	0,12	0,20
4 trimestres	0,04	0,16	0,21	0,82	0,48	0,89	0,06	0,14

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

Revisão Média/tri é a revisão média dividida pelo número de trimestres em análise.

RAM/tri é a revisão absoluta média dividida pelo número de trimestres em análise.

RRQM/tri é a raiz da revisão quadrática média dividida pelo número de trimestres em análise.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento do PIB).

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em tempo real e o crescimento do PIB final.

SIOP é a frequência na qual o crescimento do PIB em tempo real tem sinal oposto do crescimento do PIB final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento do PIB é maior do que o crescimento do PIB final, ambos em valores

Na tabela 7, buscamos isolar o efeito da mudança metodológica para as revisões do crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior).¹³ A média do crescimento do PIB em tempo real entre 1996:1 e 2006:4 foi 0,55% ao trimestre. Utilizando os dados constantes na *vintage* de 2006:4 com a metodologia antiga, a média de crescimento do PIB foi 0,61%, enquanto na *vintage* de 2006:4 com a metodologia nova, a média foi 0,66%.

¹² A série trimestral do PIB também passou por outras mudanças metodológicas no passado. Ver Palis, Ramos e Robitaille (2004).

¹³ Nessa análise, o crescimento do PIB em tempo real em 2006:4 (primeira linha da tabela 7) foi calculado utilizando a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia antiga.

Na parte inferior da tabela 7 apresentamos uma decomposição da revisão do crescimento do PIB em 2006:4. A revisão média com a metodologia antiga foi 0,06 p.p. A introdução da metodologia nova gerou uma revisão média adicional de 0,05 p.p., totalizando 0,11 p.p. Isto significa que, em média, a introdução da nova metodologia aumentou as estimativas de crescimento do PIB entre 1996:1 e 2006:4. A mudança metodológica apresentou uma revisão adicional absoluta média de 0,52 e uma raiz da revisão adicional quadrática média de 0,71, implicando uma mudança da RAM de 0,53 para 0,75, e da RRQM de 0,73 para 0,97. Assim, estes resultados sugerem que a mudança metodológica é de fato uma fonte relevante das revisões, embora explique apenas parte da revisão total.

Tabela 7
Crescimento do PIB e mudança metodológica na *vintage* de 2006:4
(Variação % sobre o trimestre anterior) - 1996:1-2006:4

	Média	Desvio- Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo	CORR	AR	RAM	RRQM
Tempo real(*)	0,55	1,07	-1,68	3,24	1,00			
Vintage de 2006:4 com metodologia antiga	0,61	1,02	-1,86	3,13	0,75			
Vintage de 2006:4 com metodologia nova	0,66	1,16	-1,93	3,40	0,62			
Decomposição da revisão em 2006:4								
Revisão com metodologia antiga	0,06	0,74	-2,75	1,61		-0,26	0,53	0,73
Revisão adicional com metodologia nova	0,05	0,72	-1,87	1,84		-0,38	0,52	0,71
Revisão total em 2006:4 com metodologia nova	0,11	0,97	-2,62	2,13		-0,40	0,75	0,97

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em análise e o crescimento do PIB em tempo real até 2006:4.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série da revisão.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

(*) O crescimento do PIB em tempo real em 2006:4 foi calculado utilizando a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia antiga.

A tabela 8 faz a decomposição da revisão do crescimento do PIB na *vintage* de 2006:4, medido como a variação do PIB trimestral em relação ao PIB do mesmo trimestre do ano anterior. A revisão média com a metodologia antiga foi 0,18 p.p. A introdução da nova metodologia gerou uma revisão média adicional de 0,16 p.p., totalizando 0,34 p.p. Além disso, a mudança metodológica apresentou uma revisão adicional absoluta média de 0,71 e uma raiz da revisão adicional quadrática média de 0,93, implicando uma mudança da RAM de 0,56 para 1,03, e da RRQM de 0,74 para 1,25. Assim, a análise da tabela 8 reforça o achado de que a mudança metodológica é uma fonte relevante das revisões, embora não exclua a importância de outros fatores.

Para comparar os indicadores de revisão deste trabalho com os encontrados em outros países, utilizaremos as tabelas 9 e 10. Cabe ressaltar que essas comparações não permitem comparar a qualidade dos dados produzidos pelas diversas instituições dos diferentes países. A principal razão é porque estamos medindo os erros de estimação que são corrigidos subsequentemente (supondo que as revisões melhoram as estimativas), e não o erro total das estimativas em tempo real (desconhecemos os verdadeiros erros associados às estimativas finais de cada país).

Tabela 8

Crescimento do PIB e mudança metodológica na *vintage* de 2006:4
(Variação % sobre o mesmo trimestre do ano anterior) - 1996:1-2006:4

	Média	Desvio- Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo	CORR	AR	RAM	RRQM
Tempo real(*)	2,06	2,33	-2,50	6,42	1,00			
Vintage de 2006:4 com metodologia antiga	2,24	2,08	-1,98	6,05	0,95			
Vintage de 2006:4 com metodologia nova	2,40	2,13	-1,96	7,14	0,85			
Decomposição da revisão em 2006:4								
Revisão com metodologia antiga	0,18	0,72	-1,40	1,83		0,11	0,56	0,74
Revisão adicional com metodologia nova	0,16	0,93	-2,58	2,11		0,41	0,71	0,93
Revisão total em 2006:4 com metodologia nova	0,34	1,22	-2,57	2,33		0,40	1,03	1,25

Notas: Série de PIB trimestral com ajuste sazonal.

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em análise e o crescimento do PIB em tempo real até 2006:4.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série da revisão.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

(*) O crescimento do PIB em tempo real em 2006:4 foi calculado utilizando a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia antiga.

A tabela 9 compara alguns indicadores de revisão do crescimento do PIB brasileiro com os obtidos em um estudo para o Canadá, realizado por Cayen e van Norden (2004). Podemos observar que o viés da revisão é mais elevado no caso canadense para a taxa de crescimento do PIB acumulada em dois e quatro trimestres. Porém, a magnitude das revisões é maior no caso brasileiro (RRQM/tri). Além disso, as séries em tempo real canadenses são um pouco mais correlacionadas com as séries finais do que no caso brasileiro. Cabe notar que, em ambos os casos, a magnitude das revisões torna-se menos importante ao longo do aumento do período de agregação. Além disso, tanto para o Brasil quanto para o Canadá, o AR é negativo para a taxa de crescimento do PIB acumulada em um trimestre, e é positivo para as taxas acumuladas em dois e quatro trimestres.

A tabela 10 compara os indicadores de revisão média e RAM brasileiros com os indicadores dos países analisados por Ahmad, Bournot e Koechlin (2007). Podemos perceber que, em geral, como no caso brasileiro, os vieses são positivos. Na maioria dos casos, a RAM é menor do que a brasileira. As exceções são o Japão, para o período 1996:1-2000:4, e o Reino Unido, para o período 1982:1-1993:4.

Tabela 9
Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB
Comparação com Cayen e van Norden (2004) (*)

Taxa de crescimento acumulada em	Revisão Média/tri		RRQM/tri		AR		CORR	
	Brasil	Canadá	Brasil	Canadá(^)	Brasil	Canadá	Brasil	Canadá
1 trimestre	0,13	0,13	0,89	0,62	-0,34	-0,21	0,67	0,75
2 trimestres	0,07	0,11	0,50	0,39	0,14	0,25	0,80	0,87
4 trimestres	0,08	0,11	0,29	0,26	0,42	0,60	0,89	0,92

Notas: Séries de PIB trimestral com ajuste sazonal.

Revisão Média/tri é a revisão média dividida pelo número de trimestres em análise.

RRQM/tri é a raiz da revisão quadrática média dividida pelo número de trimestres em análise.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

CORR é a correlação entre o crescimento do PIB em tempo real e o crescimento do PIB final.

(*) Períodos de análise: Brasil: 1996:1-2008:2; Canadá: 1972:1-2003:4.

(^) Calculados no presente trabalho através das médias e dos desvios-padrão apresentados no trabalho original.

Tabela 10
Indicadores de Revisão - Crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior)
Comparação com Ahmad, Bournot e Koechlin (2007)

País	Período	Revisão Média	RAM
Brasil	1996:1-2008:2	0,13	0,67
Canadá	1996:1-2000:4	0,20	0,28
	1980:1-1993:4	0,08	0,39
França	1996:1-2000:4	0,10	0,27
	1980:1-1993:4	0,05	0,29
Alemanha	1996:1-2000:4	-0,08	0,40
	1980:1-1993:4	0,05	0,60
Itália	1996:1-2000:4	0,13	0,39
	1987:1-1993:4	0,10	0,38
Japão	1996:1-2000:4	0,22	1,02
	1980:2-1993:4	-0,01	0,50
Reino Unido	1996:1-2000:4	0,16	0,34
	1982:1-1993:4	0,18	0,80
Estados Unidos	1996:1-2000:4	0,06	0,38
	1980:1-1993:4	0,04	0,42

Notas: Séries de PIB trimestral com ajuste sazonal.

RAM é a revisão absoluta média.

3.4. Hiato do Produto

A definição usual do hiato do produto é a diferença entre o produto (PIB) e o produto potencial (PIB potencial). Em termos práticos, o hiato é usualmente obtido por meio de métodos de extração de tendência e é calculado como o desvio entre o produto e sua tendência.¹⁴

3.4.1. Métodos de extração de tendência

Podemos decompor o produto em um componente de tendência (PIB potencial) e em um ciclo (hiato do produto):

$$y_t = y_t^* + x_t, \quad (3)$$

onde y_t é o (logaritmo) do PIB, y_t^* é o logaritmo do produto potencial, e x_t é o hiato do produto no período t .

Em nossa análise de revisões de hiato do produto, utilizamos quatro métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott (HP), a tendência linear (TL), a tendência quadrática (TQ) e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis (HC).

O filtro HP, proposto por Hodrick e Prescott (1997),¹⁵ talvez seja o método mais popular para a obtenção do hiato do produto. O componente potencial do produto é obtido por meio da minimização da seguinte função perda:

$$L = \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta y_{t+1}^* - \Delta y_t^*)^2, \quad (4)$$

¹⁴ Cabe observar que essa medida não é necessariamente consistente com a definição de hiato do produto da teoria novo-keynesiana. No instrumental novo-keynesiano, o hiato do produto é o desvio entre o produto e o nível de produto que prevaleceria com plena flexibilidade de preços e salários. Embora atrativa em termos teóricos, essa definição é muito difícil de ser medida em termos práticos. Assim, a utilização de métodos de extração de tendência é a forma mais usual para a obtenção de hiatos do produto.

¹⁵ Embora o artigo de Hodrick e Prescott tenha sido publicado em 1997, o *working paper* referente ao artigo é de 1981.

onde λ é o parâmetro de suavização e T é o tamanho da amostra. O parâmetro λ é um número positivo que penaliza a variabilidade do crescimento do produto potencial. A mudança do parâmetro de suavização afeta a sensibilidade do produto potencial a variações do PIB. À medida que $\lambda \rightarrow \infty$, a minimização gera uma taxa de crescimento constante do produto potencial (neste caso, o filtro HP equivale ao método da tendência linear). Por outro lado, à medida que $\lambda \rightarrow 0$, o produto potencial acompanha completamente o PIB (o produto potencial é igual ao PIB), zerando o componente cíclico do PIB (o hiato do produto). Como usual, utilizamos o valor sugerido por Hodrick e Prescott (1997) para o parâmetro de suavização, $\lambda=1600$. Uma vez que y_t^* foi calculado por meio do filtro HP, obtêm-se os hiatos do produto a partir da equação (3).

A tendência linear é o mais simples e antigo método de obtenção de hiato do produto. Estima-se a seguinte equação de regressão:

$$y_t = \alpha + \beta t + e_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (5)$$

Os valores ajustados de y_t são os produtos potenciais estimados e os resíduos são os hiatos do produto.

A tendência quadrática é uma extensão natural à tendência linear, adicionando um termo quadrático. O procedimento de obtenção do hiato é similar ao caso da tendência linear, exceto pelo fato de que a equação estimada é

$$y_t = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + e_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (6)$$

Finalmente, o método de Harvey-Clark, proposto por Harvey (1985) e Clark (1987) utiliza um modelo de componentes não-observáveis para decompor o PIB em um componente permanente (produto potencial) e em um transitório (hiato do produto):¹⁶

¹⁶ A formulação do modelo de Harvey-Clark foi motivada pelas evidências empíricas sobre os ciclos econômicos nos Estados Unidos. Incluímos o Harvey-Clark em nossa análise porque é (provavelmente) o método mais popular de extração de tendência entre os modelos de componentes não-observáveis. Além disso, a escolha do método de Harvey-Clark (entre uma grande variedade de modelos de componentes não-observáveis) nos permite comparar os resultados com os trabalhos internacionais que analisaram as revisões de hiato do produto. Por outro lado, existem vários modelos de componentes não-observáveis de extração de tendência que incorporam uma curva de Phillips em suas especificações. Porém, a escolha de um desses métodos seria infactível porque teríamos uma amostra insuficiente para proceder as estimações recursivas – uma vez que seria necessário descartar os dados anteriores à introdução do *Real* em 1994.

$$y_t = y_t^* + x_t \quad (7)$$

$$y_t^* = \mu_{t-1} + y_{t-1}^* + v_t, \quad v_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_v^2) \quad (8)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + w_t, \quad w_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_w^2) \quad (9)$$

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + e_t, \quad e_t \sim i.i.d.N(0, \sigma_e^2). \quad (10)$$

A equação (7), que é idêntica à equação (3), é a decomposição do PIB em produto potencial e hiato do produto. Na equação (8), assume-se que o produto potencial segue um passeio aleatório com *drift*. Na equação (9), assume-se que o termo de *drift* segue um passeio aleatório. E, finalmente, na equação (10), assume-se que o hiato do produto segue um processo auto-regressivo de segunda ordem – AR(2). Os processos v_t, w_t e e_t são mutuamente não-correlacionados. Alternativamente, o modelo pode ser representado por meio da seguinte representação espaço-estado:

$$y_t = [1 \quad 1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} y_t^* \\ x_t \\ x_{t-1} \\ \mu_t \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} y_t^* \\ x_t \\ x_{t-1} \\ \mu_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \phi_1 & \phi_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{t-1}^* \\ x_{t-1} \\ x_{t-2} \\ \mu_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_t \\ e_t \\ 0 \\ w_t \end{bmatrix}, \quad (12)$$

onde y_t^* , x_t e μ_t são as variáveis não-observáveis a serem estimadas. As variâncias dos três choques e os coeficientes ϕ_1 e ϕ_2 são os cinco parâmetros a serem estimados. A estimação do modelo é efetuada por máxima verossimilhança, implementada por meio de um filtro de Kalman.¹⁷

3.4.2. Componentes das revisões do hiato do produto

Baseando-se na metodologia de Orphanides e van Norden (2002), analisamos o comportamento das estimativas de hiato do produto de final de amostra e a revisão dessas estimativas ao longo do tempo. Para avaliar as revisões, efetuamos três grupos de estimativas de hiato do produto: (i) estimativas finais; (ii) estimativas em tempo real; (iii) estimativas “quase-reais”.

¹⁷ As estimações do modelo de Harvey-Clark foram efetuadas em *Gauss*, adaptando um código de Kim e Nelson (1999), que é disponibilizado na *internet*: <http://www.econ.washington.edu/user/cnelson/markov/prgmlist.htm>.

As *estimativas finais* dos hiatos do produto são efetuadas com a última *vintage* de dados de PIB utilizada no presente trabalho (2008:2). A série resultante é composta pelos *hiatos finais*. Essa é a maneira usual de calcular hiatos do produto, utilizada em trabalhos que não levam em conta a existência da revisão de dados ou de estimativas.

As *estimativas em tempo real* dos hiatos do produto são efetuadas em duas etapas. Em uma primeira etapa, são calculados os hiatos do produto para todas as *vintages* disponíveis. Para cada *vintage*, uma série de hiatos é estimada. Em uma segunda etapa, toma-se a última observação de cada série de hiatos. A série resultante é composta pelos *hiatos em tempo real*. Essa série contém, para cada ponto no tempo, a primeira estimativa de hiato do produto que os agentes econômicos poderiam ter efetuado.¹⁸

A revisão total dos hiatos do produto estimados em cada ponto do tempo é a diferença entre os hiatos finais e os hiatos em tempo real. A revisão total dos hiatos pode ser decomposta em duas fontes: (i) as revisões provenientes das revisões dos dados de PIB; e (ii) as revisões provenientes do aumento das observações de PIB, à medida que o tempo passa.¹⁹ Para isolar a importância desses fatores, calculamos um terceiro grupo de estimativas de hiato do produto: as estimativas quase-reais.

As *estimativas quase-reais* do hiato do produto são calculadas utilizando o mesmo período amostral das estimativas em tempo real, mas, em vez de utilizar todos os dados em tempo real, utilizam-se apenas os dados finais, truncando a amostra em cada período relevante. Assim, inicialmente procede-se uma estimação utilizando os dados finais até 1996:1; em um segundo momento, procede-se uma estimação utilizando os dados finais até 1996:2; e assim, sucessivamente, até efetuar uma estimação que utilize os dados finais até 2008:2. Em seguida, toma-se a última observação de cada estimação. A série resultante é composta pelos *hiatos quase-reais*. A diferença entre os hiatos quase-reais e os hiatos em tempo real é completamente devido a revisões de dados de PIB, uma vez que as estimativas das duas séries em qualquer ponto específico do tempo são realizadas com amostra de dados que cobrem exatamente o mesmo período.

¹⁸ Cabe ressaltar que a *vintage* referente ao trimestre t só está disponível para os agentes econômicos no trimestre $t+1$. Portanto, as estimativas de hiato em tempo real referentes ao período t só estão disponíveis para os agentes econômicos em $t+1$.

¹⁹ Parte do efeito de cada uma das duas fontes acima é proveniente da re-estimação dos fatores sazonais.

Nossa análise de revisão consiste basicamente em medir o grau no qual as estimativas variam à medida que os dados são revisados e à medida que o conjunto de informação aumenta (isto é, à medida que dados de PIB referentes a novos períodos são divulgados). Implicitamente, supomos que as revisões melhoram as estimativas de hiato do produto. Contudo, é razoável também assumir que algum grau de incerteza permanece na última *vintage* estimada de hiato do produto. Assim, a revisão total fornece um limite inferior ao erro de medida associada aos hiatos calculados em tempo real. Se as revisões encontradas forem relativamente grandes, podemos concluir que o erro total de medida dos hiatos pode ser ainda maior.

Como essa metodologia não associa as revisões a aplicações específicas (previsão, análise de política monetária, etc.) e não requer suposições sobre a verdadeira estrutura da economia ou sobre o verdadeiro processo gerador de dados do produto potencial, os resultados são bastante gerais. Porém, é preciso ter cautela e não comparar a adequação dos diferentes métodos de obtenção de hiato do produto com base no tamanho de suas revisões. Supondo que as revisões melhoram as estimativas, estamos medindo os erros de estimação que são subsequentemente corrigidos, e não o erro total das estimativas em tempo real.²⁰

3.4.3. Análises das revisões totais do hiato do produto

A figura 4(a) mostra as quatro séries em tempo real de hiato do produto, calculadas a partir do conjunto de dados em tempo real. A região sombreada da figura 4(b) mostra, para cada período do tempo, o intervalo no qual se encontram os hiatos calculados a partir dos diversos métodos. O intervalo pode ser interpretado como uma medida de incerteza no sentido de “*thick modeling*”.²¹ Os quatro métodos apresentam fortes co-movimentos de curto prazo, apresentando correlações cruzadas positivas. Excetuando a correlação entre a TL e a TQ, todas as correlações cruzadas são superiores a 0,70.

²⁰ Digamos que o método A apresente revisões menores do que o método B. Porém, é possível que as estimativas finais do método A sejam muito mais imprecisas do que as estimativas finais de B, e, portanto, não podemos concluir que o método A seja superior ao B.

²¹ Ver Granger e Jeon (2004).

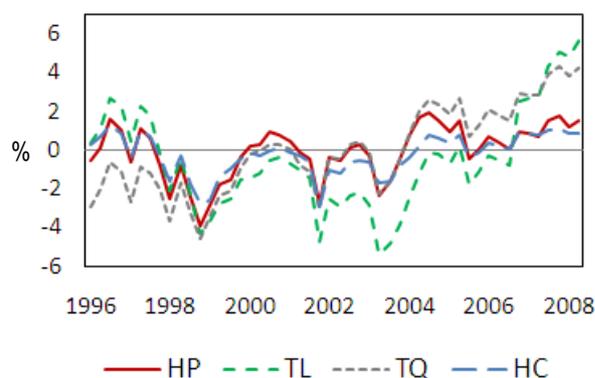


Figura 4 (a) – Hiatos em tempo real

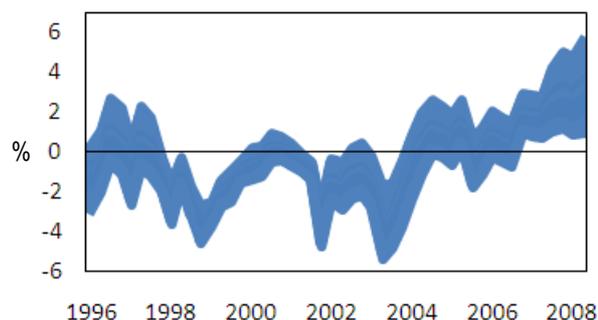


Figura 4 (b) – Hiatos em tempo real – “Thick Modeling”

Na figura 5, temos dois gráficos análogos aos anteriores, mas apresentando as séries finais de hiato do produto, calculadas a partir da *vintage* de 2008:2. Todas as correlações cruzadas são positivas e, excetuando o método de Harvey-Clark (HC), todas são elevadas.

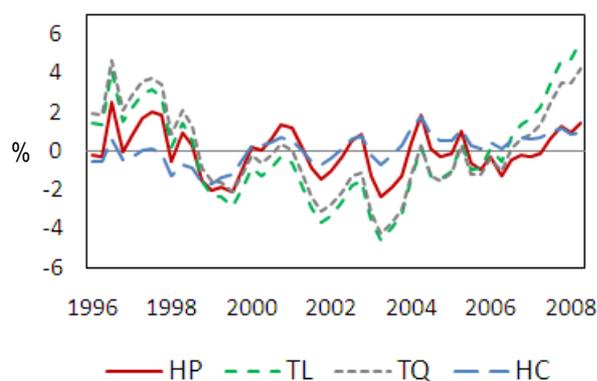


Figura 5 (a) – Hiatos finais

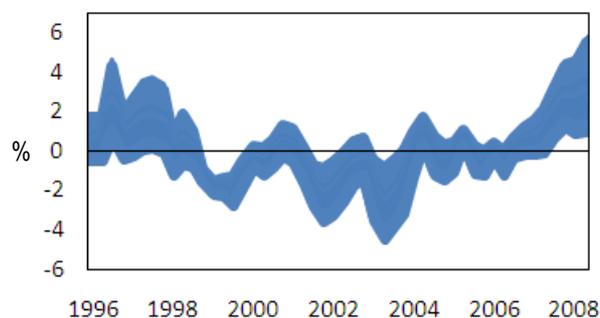


Figura 5 (b) – Hiatos finais – “Thick Modeling”

As séries de hiato em tempo real podem apresentar diferenças importantes em relação às séries finais. A figura 6 contrapõe a série de hiatos em tempo real à série final, obtidas pelo método de Hodrick-Prescott. A correlação entre ambas as séries é 0,64. A série em tempo real apresenta maior variabilidade e, em 30% das vezes, as observações apresentam sinais opostos aos da série final.²²

²² Ver apêndice A.3, para gráficos análogos ao da figura 6, para os métodos de tendência linear, tendência quadrática e Harvey-Clark.

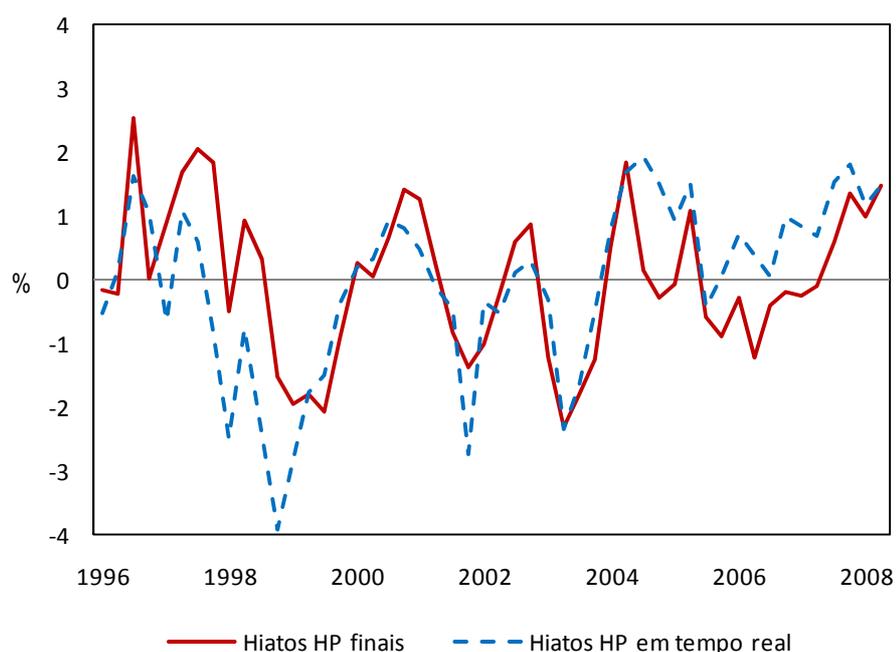


Figura 6 – Hiatos HP finais e em tempo real

Para ilustrar a importância da revisão das estimativas de hiato do produto, apresentamos, na figura 7, a estimativa do hiato do produto do primeiro trimestre de 1996, calculada pelo método do filtro HP, tal como evoluiu ao longo das revisões. Quando o hiato foi inicialmente calculado (com a *vintage* de 1996:1), ele era -0,52% do PIB. Na *vintage* de 1996:4, ele foi revisado para -1,11%, atingindo seu mínimo. Na *vintage* de 2001:1, ele foi revisado para 0,31%, atingindo seu máximo. Na *vintage* de 2006:4, ele foi revisado para -0,16%, mantendo-se relativamente constante a partir de então. Novamente, como no caso do crescimento do PIB, a figura chama a atenção pela magnitude das revisões.

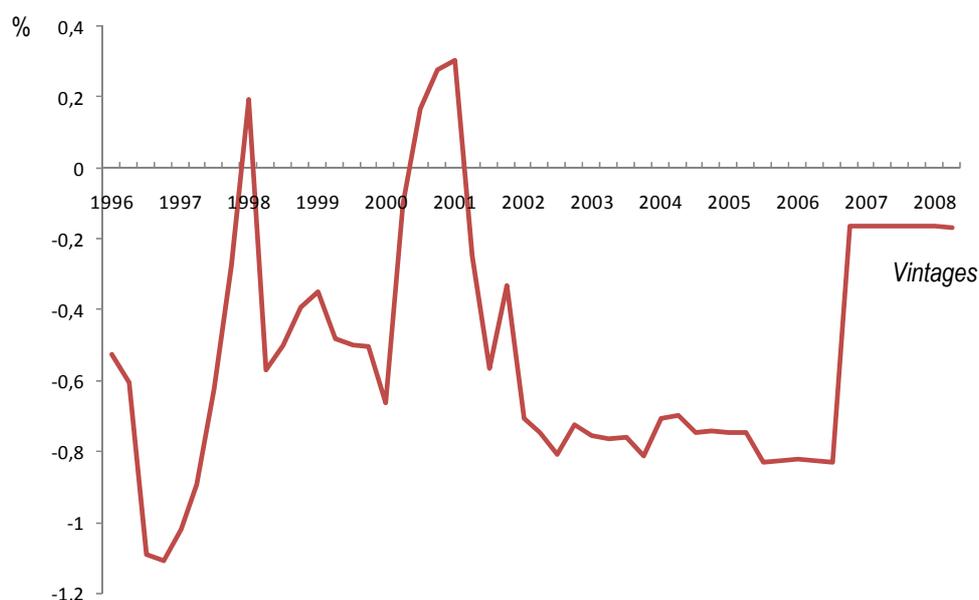


Figura 7 – Hiato do Produto (Filtro HP) de 1996:1 ao longo das revisões (% do PIB)

Na figura 8, podemos observar a frequência relativa das revisões do hiato HP. O gráfico mostra que em apenas 15% das vezes as revisões foram próximas de zero (entre -0,25 p.p. e +0,25 p.p.). Em 32% das vezes, a magnitude da revisão foi superior a 1 p.p. O gráfico da figura 9 mostra todos os valores tomados pelo hiato HP em tempo real (eixo das abscissas) e os respectivos valores finais (eixo das ordenadas). Sempre que a observação do hiato estiver exatamente sobre a linha de 45°, isto significa que a revisão do hiato foi zero. Observações acima da linha de 45° indicam revisões positivas e observações abaixo indicam revisões negativas. Observações que estão nos 2° e 4° quadrantes revelam troca de sinal depois das revisões, fato que ocorreu em 30% das vezes.²³

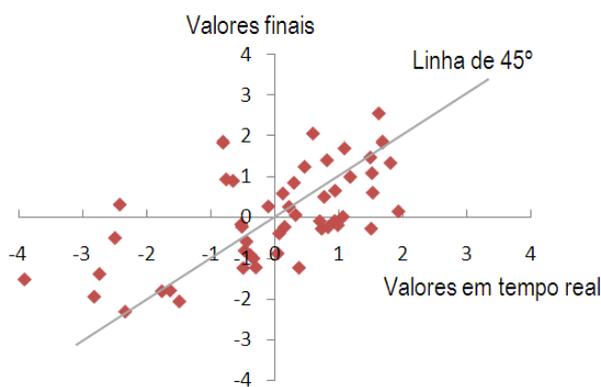
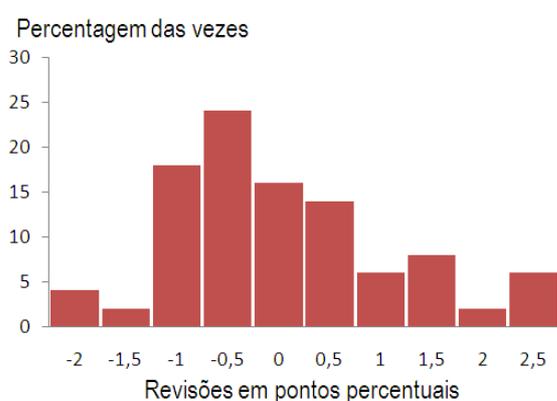


Figura 8 – Frequência relativa das revisões dos hiatos HP Figura 9 – Valores dos hiatos HP (tempo real versus finais)

Algumas estatísticas descritivas para as séries de hiato do produto e revisões são apresentadas na tabela 11. Como era de se esperar, as séries de hiatos calculados a partir do método de tendência linear (TL) apresentaram maior amplitude e desvio-padrão do que as séries de hiatos de Hodrick-Prescott (HP). Como o parâmetro de suavização do filtro HP é $\lambda=1600 < \infty$, o produto potencial acompanha mais proximamente o PIB no método HP do que no TL, tendendo a gerar menor variabilidade e amplitude nas séries de hiato. Além disso, os produtos potenciais gerados pelo método de Harvey-Clark (HC) foram, entre todos os métodos, os que usualmente acompanharam mais proximamente a série de PIB,²⁴ implicando séries de hiatos com menores desvios-padrão e amplitudes. A média da revisão total equivale à diferença entre a média dos hiatos finais e a média dos hiatos em tempo real. Nenhuma revisão total média foi negativa.

²³ Ver apêndice A.3, para gráficos análogos aos das figuras 7 a 9, para os métodos de tendência linear, tendência quadrática e Harvey-Clark.

²⁴ Note que no caso das séries em tempo real e quase-reais, essa afirmação refere-se apenas ao PIB e produto potencial do último ponto de cada estimação, já que o hiato que entra nessas séries é sempre o último hiato de cada estimação.

Tabela 11
 Hiatos do Produto (%)
 1996:1-2008:2

Método	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo
Hodrick-Prescott (HP)				
Tempo-real	-0,04	1,37	-3,91	1,93
Quase-real	0,11	1,37	-3,03	3,06
Final	0,01	1,18	-2,32	2,55
Revisão total	0,04	1,09	-1,77	2,75
Tendência Linear (TL)				
Tempo-real	-0,55	2,58	-5,36	5,62
Quase-real	-0,17	2,45	-4,03	5,62
Final	-0,15	2,45	-4,54	5,62
Revisão total	0,40	1,08	-1,51	2,97
Tendência Quadrática (TQ)				
Tempo-real	0,01	2,25	-4,56	4,33
Quase-real	0,54	2,35	-3,53	4,46
Final	0,01	2,23	-4,26	4,65
Revisão total	0,00	2,80	-3,88	5,52
Harvey-Clark (HC)				
Tempo-real	-0,19	1,04	-2,89	1,31
Quase-real	0,13	0,93	-2,09	2,13
Final	0,10	0,77	-1,68	1,78
Revisão total	0,29	0,74	-1,38	2,20

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1990:1. Em razão do arredondamento na tabela, a soma das médias do hiato em tempo real e da revisão total pode ser diferente da média do hiato final.

A tabela 12 mostra vários indicadores de revisão. A revisão média, que já constava na tabela anterior, indica os valores mais elevados para os métodos TL (0,40 p.p.) e HC (0,29 p.p.). Por outro lado, a revisão média foi apenas 0,04 p.p. para o método HP, e zero para o método TQ. Embora valores elevados de revisão média impliquem alta magnitude de revisão, valores baixos de revisão média não implicam necessariamente uma baixa magnitude de revisão, pois as revisões de sinais negativos podem contrabalançar revisões positivas e vice-versa. De fato, a revisão média mede melhor o viés da revisão do que sua magnitude.

Para medir a magnitude da revisão, temos os mesmos indicadores utilizados anteriormente para o crescimento do PIB: a revisão absoluta média (RAM) e a raiz da revisão quadrática média (RRQM). Observando esses indicadores, pode-se perceber que os hiatos calculados por meio de todos os métodos analisados apresentam revisões economicamente relevantes. O método TQ, que apresentou uma revisão média zero, foi o método que apresentou a maior RAM (2,26 p.p.). Em termos absolutos, isto significa que os hiatos TQ

foram revisados, em média, 2,26 p.p. acima ou abaixo da estimativa inicial em tempo real. A menor RAM foi do método HC (0,59 p.p.). Os hiatos HP e TL apresentaram RAM de, respectivamente, 0,84 p.p. e 0,89 p.p. Além disso, a RRQM, que “penaliza” mais fortemente as revisões de maiores magnitudes, mostra valores também elevados para todos os métodos.

Tabela 12
Indicadores de Revisão - Hiatos do Produto (%)
1996:1-2008:2

	Revisão Média	RAM	RRQM	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
Hodrick-Prescott (HP)	0,04	0,84	1,08	0,63	0,92	0,64	0,30	0,46
Tendência Linear (TL)	0,40	0,89	1,15	0,47	0,47	0,91	0,14	0,16
Tendência Quadrática (TQ)	0,00	2,26	2,78	0,91	1,25	0,21	0,44	0,60
Harvey-Clark (HC)	0,29	0,59	0,78	0,57	1,01	0,71	0,30	0,52

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1990:1.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

CORR é a correlação entre o hiato em tempo real e o hiato final.

SIOP é a frequência relativa na qual o hiato em tempo real tem sinal oposto do hiato final.

FRMA é a frequência relativa na qual a revisão do hiato é maior do que o hiato final, ambos em valores absolutos.

A correlação serial de primeira ordem (AR) mostra o grau de persistência das revisões. Uma persistência elevada revela que os “erros” das estimativas de hiato em tempo real (considerando-se que as estimativas finais sejam as “melhores” estimativas disponíveis) se estendem por períodos prolongados. Nesse caso, estimativas de hiato do produto em tempo real podem levar formuladores de política e outros agentes econômicos a percepções equivocadas persistentes sobre o estado do ciclo econômico.^{25,26} Entre os métodos analisados, a série de revisão do método TQ mostra a mais alta persistência (AR=0,91). O menor AR foi do método TL (0,47). As séries de revisão dos métodos HP e HC apresentaram AR de, respectivamente, 0,63 e 0,57.

²⁵ Persistência elevada não significa que as revisões sejam previsíveis, mas implica que a informação futura afetará similarmente as estimativas dos hiatos de períodos consecutivos.

²⁶ Por exemplo, digamos que o hiato em tempo real para determinado período seja um valor consideravelmente positivo. Porém, digamos que o hiato final para o mesmo período acabe revelando que o hiato era na verdade negativo. Nesse caso, em tempo real, baseando-se apenas na medida de hiato, os agentes econômicos teriam uma percepção equivocada sobre o estado do ciclo econômico. Se o AR é elevado (isto é, se a série de revisão apresenta persistência elevada), isto implica que a percepção equivocada sobre o estado do ciclo econômico tende a persistir por vários trimestres.

A razão ruído-sinal (R/S) mostra valores superiores a 1 para os métodos TQ e HC, enquanto é 0,92 para o método HP. No caso da tendência linear, a R/S é relativamente baixa, 0,47. Além disso, a correlação entre os hiatos finais e em tempo real calculados pelo método de tendência linear foi a mais elevada (0,91). Isto significa que a série em tempo real da TL explica 81% da variância da série final. O indicador mais baixo de correlação foi para o método TQ, 0,21 – a série em tempo real explica apenas 5% da variância da série final. Os métodos HP e HC apresentaram, respectivamente, correlações de 0,64 e 0,71.

Contudo, devemos atentar que as correlações podem subestimar a importância das revisões. Isto decorre do fato de que as correlações não levam em conta o nível das séries. Assim, utilizamos também, um indicador alternativo de associação – a SIOP – que é a frequência relativa na qual o hiato em tempo real tem sinal oposto do hiato final. Este indicador é de particular importância para avaliar a capacidade do hiato do produto em tempo real determinar se a política monetária está muito frouxa ou apertada. A ausência de qualquer revisão ou mudança de sinal geraria um valor zero para a SIOP. Se substituíssemos a série em tempo real por um ruído branco gaussiano, obteríamos um valor próximo a 0,50. A tabela 12 mostra uma SIOP elevada para três dos quatro métodos: TQ (0,44), HP (0,30) e HC (0,30). Isto significa, por exemplo, que 44% dos hiatos em tempo real calculados pelo método TQ apresentam o sinal “errado”. A TL apresenta a SIOP mais baixa (0,14).

Finalmente, a tabela 12 apresenta o indicador FRMA, que é a frequência relativa na qual a revisão do hiato é maior do que o hiato final, ambos em valores absolutos. O FRMA é superior a 0,50 para dois métodos: TQ e HC, indicando que em mais de 50% dos casos, a magnitude da revisão é maior do que a própria magnitude do hiato final. O hiato HP apresenta também FRMA elevada, 0,46, enquanto a menor FRMA é da TL, 0,16.

Enfatizando novamente que, baseando-se nas revisões, não podemos comparar os métodos segundo sua capacidade de calcular corretamente os hiatos (pois desconhecemos os verdadeiros erros associados às estimativas finais de cada método), fazemos algumas considerações. Embora o método da tendência quadrática não mostre viés de revisão (a revisão total média é zero), em geral, apresenta os mais desfavoráveis indicadores de revisão – as maiores RAM, RRQM, R/S e FRMA, a maior persistência, a menor correlação entre as séries em tempo real e final, e a maior frequência relativa de sinais errados (SIOP). Por outro lado, embora o método da tendência linear apresente o viés mais elevado e indicadores RAM e RRQM também elevados, apresenta os resultados mais favoráveis para os outros indicadores de revisão – a menor persistência, as menores R/S, FRMA e frequência relativa de sinais errados (SIOP), e a mais alta correlação entre as séries em tempo real e final.

Para comparar nossos indicadores com estudos de outros países, a tabela 13 apresenta os indicadores de revisão de hiato do produto calculados em estudos realizados em mais três países além do Brasil: Estados Unidos, Canadá e Noruega. Em geral, os indicadores de revisão nesses países mostram-se ainda mais desfavoráveis. Na maioria dos casos, as revisões apresentam mais persistência, maiores R/S, SIOP e FRMA, e menor correlação entre os hiatos finais e os hiatos em tempo real. Para alguns indicadores, porém, os hiatos calculados pelo método TQ para os Estados Unidos e Canadá apresentam resultados mais favoráveis do que para o Brasil.

Tabela 13
Indicadores de Revisão - Hiatos do Produto (%)
Resultados de vários estudos (*)

	Revisão Média	RAM	RRQM	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
Hodrick-Prescott (HP)								
Brasil	0,04	0,84	1,08	0,63	0,92	0,64	0,30	0,46
Estados Unidos (+)	0,30	**	1,83	0,93	1,11	0,49	0,41	**
Canadá (++)	0,33	**	1,85(^)	0,93	1,23(^)	0,38	0,45	**
Noruega (+++)	0,02	**	2,13(^)	0,73	1,53	-0,01	0,53	0,75
Tendência Linear (TL)								
Brasil	0,40	0,89	1,15	0,47	0,47	0,91	0,14	0,16
Estados Unidos (+)	4,78	**	5,12	0,91	1,32	0,89	0,49	**
Canadá (++)	12,51	**	13,65(^)	0,99	1,48(^)	0,81	0,51	**
Noruega (+++)	1,79	**	2,58(^)	0,82	0,79	0,83	0,25	0,33
Tendência Quadrática (TQ)								
Brasil	0,00	2,26	2,78	0,91	1,25	0,21	0,44	0,60
Estados Unidos (+)	1,25	**	2,91	0,96	1,07	0,58	0,35	**
Canadá (++)	3,33	**	5,12(^)	0,99	1,30(^)	0,60	0,40	**
Noruega (+++)	-4,39	**	5,66(^)	0,94	1,53	0,33	0,44	0,64
Harvey-Clark (HC)								
Brasil	0,29	0,59	0,78	0,57	1,01	0,71	0,30	0,52
Estados Unidos (+)	1,17	**	1,82	0,92	0,84	0,77	0,34	**
Canadá (++)	1,62	**	2,82(^)	0,92	2,03(^)	-0,19	0,63	**
Noruega (+++)	0,58	**	3,15(^)	0,83	1,00	0,22	0,53	0,53

Notas: Início da amostra de dados utilizadas para as estimações dos hiatos: Brasil: 1990:1; Estados Unidos: 1947:1;

Canadá: 1947:1; Noruega: não-disponível.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

CORR é a correlação entre o hiato em tempo real e o hiato final.

SIOP é a frequência relativa na qual o hiato em tempo real tem sinal oposto do hiato final.

FRMA é a frequência relativa na qual a revisão do hiato é maior do que o hiato final, ambos em valores absolutos.

(*) Períodos de análise: Brasil: 1996:1-2008:2; Estados Unidos: 1966:1-1997:4; Canadá: 1972:1-2003:4;

Noruega: 1993:1-2002:1.

(**) Não-disponível.

(^) Calculados no presente trabalho através das médias e dos desvios-padrão apresentados nos trabalhos originais.

(+) Orphanides e van Norden (2002).

(++) Cayen e van Norden (2005).

(+++) Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland (2004).

3.4.4. Análises da decomposição das revisões do hiato do produto

Uma questão relevante é a fonte das revisões totais do hiato do produto – qual parcela dessas revisões é associada a revisões de PIB e qual está associada ao aumento da amostra (revisões elevadas associadas ao aumento da amostra estão principalmente relacionadas à baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto). Os efeitos da revisão são isolados na tabela 14.²⁷

No método HP, o viés positivo gerado pela revisão de dados (0,15 p.p.) é, em sua maioria, contrabalançado pelo viés negativo gerado pelo aumento da amostra (-0,11 p.p.). Os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que tanto a revisão de dados quanto o aumento da amostra são relevantes para explicar a magnitude das revisões totais. De fato, a RAM proveniente da revisão de dados é 0,60 p.p., enquanto que a RAM proveniente do aumento da amostra é 1,02 p.p. A razão ruído-sinal (R/S) é 0,68 para a série proveniente da revisão de dados e 1,02 para a série de revisão proveniente do aumento da amostra. A série de revisão referente ao aumento da amostra é altamente persistente ($AR=0,97$), enquanto o AR da série de revisão de dados é 0,39. Na figura 10, apresentamos as séries quase-real e em tempo real dos hiatos obtidos pelo método HP. A diferença entre ambas é a revisão dos hiatos proveniente da própria revisão de dados do PIB. Na figura 11, apresentamos as séries final e quase-real dos hiatos obtidos pelo método HP. A diferença entre ambas é a revisão proveniente do aumento da amostra.²⁸

No método TL, o viés da revisão total (0,40 p.p.) é quase toda proveniente da revisão de dados (0,38 p.p.). Contudo, os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que o efeito do aumento da amostra é também importante para explicar a magnitude da revisão total. A série de revisão referente ao aumento da amostra é altamente persistente ($AR=0,98$), e o AR da série de revisão de dados é 0,72.

²⁷ Na tabela 14, a “Revisão total” refere-se às séries obtidas pela diferença entre as séries finais e em tempo real; o “Efeito da revisão dos dados” refere-se às séries obtidas pela diferença entre as séries quase-reais e em tempo real; e o “Efeito do aumento da amostra” refere-se às séries obtidas pela diferença entre as séries finais e quase-reais.

²⁸ Ver apêndice A.3, para gráficos análogos aos das figuras 10 e 11, para os métodos de tendência linear, tendência quadrática e Harvey-Clark.

Tabela 14
Decomposição das Revisões dos Hiatos do Produto (%)
1996:1-2008:2

Método	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo	RAM	RRQM	R/S	AR
Hodrick-Prescott (HP)								
Revisão total	0,04	1,09	-1,77	2,75	0,84	1,08	0,92	0,63
Efeito da revisão dos dados	0,15	0,79	-2,49	1,73	0,60	0,80	0,68	0,39
Efeito do aumento da amostra	-0,11	1,21	-1,84	2,42	1,02	1,20	1,02	0,97
Tendência Linear (TL)								
Revisão total	0,40	1,08	-1,51	2,97	0,89	1,15	0,47	0,47
Efeito da revisão dos dados	0,38	1,47	-3,08	3,28	1,19	1,50	0,61	0,72
Efeito do aumento da amostra	0,02	1,67	-1,93	2,93	1,45	1,66	0,68	0,98
Tendência Quadrática (TQ)								
Revisão total	0,00	2,80	-3,88	5,52	2,26	2,78	1,25	0,91
Efeito da revisão dos dados	0,52	0,78	-1,66	2,12	0,69	0,93	0,42	0,36
Efeito do aumento da amostra	-0,52	3,15	-4,24	5,17	2,79	3,17	1,42	0,96
Harvey-Clark (HC)								
Revisão total	0,29	0,74	-1,38	2,20	0,59	0,78	1,01	0,57
Efeito da revisão dos dados	0,32	0,67	-1,57	1,97	0,55	0,73	0,94	0,42
Efeito do aumento da amostra	-0,03	0,33	-0,55	0,80	0,28	0,33	0,42	0,77

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1990:1.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

R/S é a razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

No método TQ, a revisão total não apresenta viés. Contudo, isto é resultado de um viés positivo (0,52 p.p.) gerado pela revisão de dados, completamente contrabalançado por um viés negativo proveniente do aumento da amostra (-0,52 p.p.). Os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que o efeito do aumento da amostra é muito superior ao efeito da revisão de dados sobre a magnitude da revisão total. A série de revisão referente ao aumento da amostra é altamente persistente (AR=0,96), enquanto o AR da série proveniente de revisão de dados é 0,36.

No método HC, o viés da revisão total (0,29 p.p.) é quase todo proveniente da revisão de dados (0,32 p.p.), contrabalançado, em parte, pelo viés negativo gerado pelo aumento da amostra (-0,03 p.p.). Os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que o efeito da revisão de dados é superior ao efeito do aumento da amostra sobre a magnitude da revisão total. A série de revisão referente ao aumento da amostra possui um AR igual a 0,77, enquanto que o AR da série de revisão de dados é 0,42.

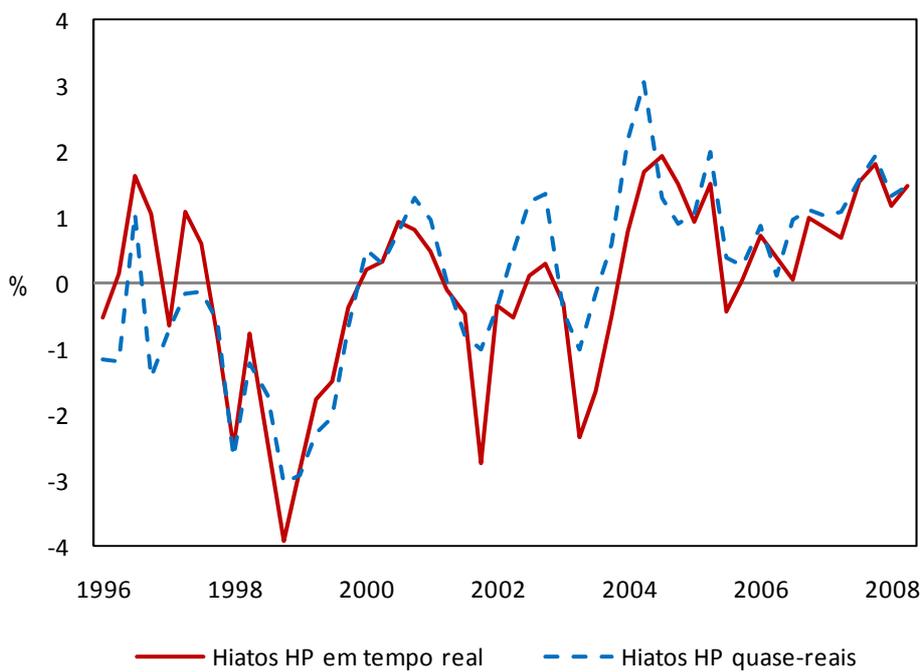


Figura 10 – Hiatos HP – séries em tempo real e quase-real

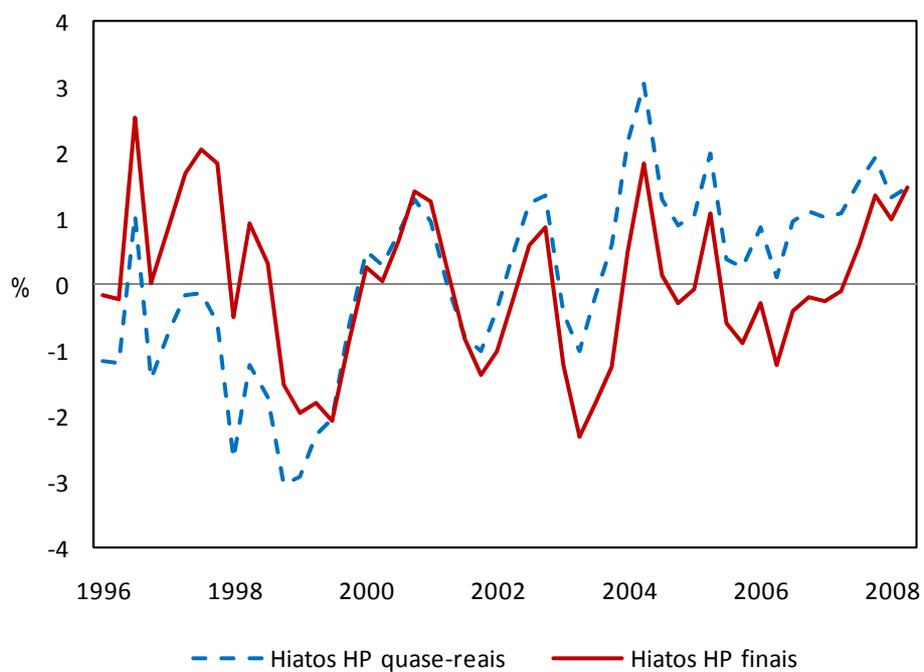


Figura 11– Hiatos HP – séries quase-real e final

Assim, em geral, para explicar a magnitude da revisão total, tanto o efeito do aumento da amostra quanto o efeito da revisão de dados mostram-se relevantes. Porém, no método TQ o efeito do aumento da amostra é claramente mais importante, enquanto no método HC o efeito da revisão de dados é preponderante. Além disso, a maior parte da persistência das séries de revisão total é proveniente do aumento da amostra.

Por outro lado, na maioria dos casos, a maior parte do viés da revisão total é proveniente da revisão de dados. A tabela 15 sugere que isto se deve, em parte, à mudança metodológica do cálculo do PIB introduzida a partir da *vintage* de 2006:4. Com a metodologia antiga, a maior parte do viés da revisão total em 2006:4 era proveniente do efeito do aumento da amostra. Com a introdução da metodologia nova, passou a predominar, na maioria dos casos, o viés originado da revisão dos dados.

Tabela 15
Viés dos Hiatos do Produto na Mudança Metodológica de 2006:4
1996:1-2006:4

Método	Média	
	Metodologia antiga (*)	Metodologia nova (**)
Hodrick-Prescott (HP)		
Revisão total	0,28	0,22
Efeito da revisão dos dados	-0,01	0,13
Efeito do aumento da amostra	0,28	0,08
Tendência Linear (TL)		
Revisão total	1,59	1,25
Efeito da revisão dos dados	-0,14	0,37
Efeito do aumento da amostra	1,73	0,88
Tendência Quadrática (TQ)		
Revisão total	0,61	0,48
Efeito da revisão dos dados	0,13	0,55
Efeito do aumento da amostra	0,49	-0,07
Harvey-Clark (HC)		
Revisão total	0,05	0,32
Efeito da revisão dos dados	0,01	0,33
Efeito do aumento da amostra	0,05	-0,01

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1990:1.

Em razão do arredondamento na tabela, a soma do efeito da revisão dos dados e do efeito do aumento da amostra pode ser diferente da revisão total.

(*) As séries de hiatos desta coluna foram calculadas utilizando a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia antiga.

(**) As séries de hiatos desta coluna foram calculadas utilizando a *vintage* de 2006:4 referente à metodologia nova.

Para comparar a decomposição das revisões no Brasil com os resultados encontrados em outros países, podemos observar a tabela 16, que mostra alguns indicadores da decomposição das revisões para o Brasil, Estados Unidos, Canadá e Noruega. Entre os indicadores apresentados, o mais adequado para avaliar a decomposição da magnitude da revisão total é a razão ruído-sinal (R/S). Na falta deste, pode-se observar a média – quando a magnitude da média de um efeito é grande e muito superior à magnitude da média do outro efeito, é provável que este efeito também predomine em termos absolutos.²⁹

Tabela 16
Decomposição da Revisões dos Hiatos do Produto (%)
Resultados de vários estudos (*)

	Média				R/S				AR			
	Brasil	EUA	Canadá	Noruega	Brasil	EUA	Canadá	Noruega	Brasil	EUA	Canadá	Noruega
Hodrick-Prescott (HP)												
Revisão total	0,04	0,30	0,33	0,02	0,92	1,11	1,06(^)	1,53	0,63	0,93	0,93	0,73
Efeito da revisão dos dados	0,15	0,16	0,23	0,25	0,68	0,40(^)	0,37(^)	0,68	0,39	0,66	0,60	0,04
Efeito do aumento da amostra	-0,11	0,14	0,11	-0,23	1,02	0,97(^)	0,94(^)	1,27	0,97	0,97	0,98	0,96
Tendência Linear (TL)												
Revisão total	0,40	4,78	12,51	1,79	0,47	1,32	2,13(^)	0,79	0,47	0,91	0,99	0,82
Efeito da revisão dos dados	0,38	0,80	1,41	2,48	0,61	0,37(^)	0,34(^)	0,89	0,72	0,79	0,91	0,87
Efeito do aumento da amostra	0,02	3,95	11,10	-0,69	0,68	1,12(^)	1,91(^)	0,28	0,98	0,96	0,99	0,95
Tendência Quadrática (TQ)												
Revisão total	0,00	1,25	3,33	-4,39	1,25	1,07	1,11(^)	1,53	0,91	0,96	0,99	0,94
Efeito da revisão dos dados	0,52	0,23	2,03	0,99	0,42	0,39(^)	0,52(^)	0,41	0,36	0,76	0,87	0,53
Efeito do aumento da amostra	-0,52	1,00	1,30	-5,38	1,42	0,97(^)	0,81(^)	1,65	0,96	0,99	0,99	0,98
Harvey-Clark (HC)												
Revisão total	0,29	1,17	1,62	0,58	1,01	0,84	1,77(^)	1,00	0,57	0,92	0,92	0,83
Efeito da revisão dos dados	0,32	0,27	0,66	0,08	0,94	0,31(^)	0,78(^)	0,18	0,42	0,84	0,72	-0,41
Efeito do aumento da amostra	-0,03	0,90	0,96	0,50	0,42	**	**	0,98	0,77	**	**	0,91

Notas: Início da amostra de dados utilizadas para as estimações dos hiatos - Brasil: 1990:1; Estados Unidos: 1947:1; Canadá: 1947:1; Noruega: não-disponível.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

(*) Períodos de análise e fontes: Brasil: 1996:1-2008:2; Estados Unidos: 1966:1-1997:4 (Orphanides e van Norden, 2002); Canadá: 1972:1-2003:4 (Cayen e van Norden, 2005); Noruega: 1993:1-2002:1 (Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland, 2004).

(**) Não-disponível.

(^) Calculados no presente trabalho através das médias e dos desvios-padrão apresentados nos trabalhos originais.

²⁹ A razão ruído-sinal é obtida por $R/S = RRQM/DP_{final}$, onde $RRQM$ é a raiz da revisão quadrática média e DP_{final} é o desvio-padrão da série final de hiatos. Mas $RRQM = \sqrt{M_{rev}^2 + DP_{rev}^2}$, onde M_{rev} é a média da série de revisão e DP_{rev} é o desvio-padrão da série de revisão. Assim, quanto maior a magnitude da média da série de revisão, maior a $RRQM$ e maior a razão ruído-sinal (R/S).

Assim, podemos observar que na maioria dos casos, em acordo com os achados encontrados neste trabalho, tanto o efeito do aumento da amostra como o efeito da revisão de dados são importantes para explicar a magnitude da revisão total, embora se possa perceber certa predominância do efeito do aumento da amostra para os demais países. Porém, diferentemente do caso do Brasil, na maior parte dos casos, o viés da revisão proveniente do aumento da amostra predomina sobre o viés da revisão de dados (exceto para o método HP). Além disso, na maior parte dos casos, as séries de revisão de dados dos outros países apresentam maior persistência do que as séries de revisão de dados do Brasil.

3.5. Conclusão

Elaboramos um conjunto de dados de Produto Interno Bruto (PIB) em tempo real para o Brasil. Este conjunto de dados contém todas as *vintages* de PIB trimestral com ajuste sazonal divulgadas pelo *Instituto Brasileiro de Economia e Estatística* (IBGE) entre 1996:1 e 2008:2. A partir deste conjunto, avaliamos a extensão na qual as séries em tempo real de crescimento do PIB e de hiato do produto são revisadas ao longo do tempo. Como não associamos aplicações específicas às revisões, nem fizemos suposições sobre a verdadeira estrutura da economia ou sobre os verdadeiros processos geradores de dados, os resultados são bastante gerais e fornecem um limite inferior ao erro de medida das variáveis.

Nossos resultados sugerem que as revisões de crescimento do PIB (trimestre/trimestre anterior) são economicamente relevantes. Em termos absolutos, o crescimento do PIB é revisado, em média, 0,67 p.p. acima ou abaixo do valor inicialmente divulgado. Em 16% das vezes, a revisão do crescimento do PIB implica mudança do sinal. Em 26% das vezes, a magnitude da revisão do crescimento do PIB é maior do que a própria magnitude do dado. Ao isolar os efeitos da mudança metodológica na *vintage* de 2006:4, nossa análise sugere que a revisão metodológica no cálculo do PIB é uma fonte relevante das revisões, embora explique apenas parte delas.

Além disso, corroborando os achados de Cayen e van Norden (2004) para o PIB canadense, as revisões de crescimento do PIB brasileiro tornam-se menos importantes à medida que o período de agregação aumenta. Ao aumentar o período de agregação, vários indicadores de revisão tornam-se mais favoráveis. Por exemplo, quando o PIB do trimestre é comparado com o PIB do mesmo trimestre do ano anterior, a revisão em termos absolutos reduz-se para 0,23 p.p. por trimestre, em média (correspondendo a 0,92 p.p. ao ano).

Para analisar as revisões de hiato do produto, utilizamos quatro métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott (HP), a tendência linear (TL), a tendência quadrática (TQ) e o modelo de Harvey-Clark de componentes não-observáveis (HC). Todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes. O hiato do produto obtido, por exemplo, pelo método HP, é revisado, em média, 0,84 p.p. acima ou abaixo da sua estimativa inicial. Encontramos os maiores vieses de revisão nos métodos TL e HC, e as maiores magnitudes de revisão nos métodos TL e TQ. Em três dos quatro métodos (HP, TQ e HC), as revisões implicam mudança de sinal do hiato em 30% ou mais das vezes, e a magnitude de revisão é maior do que a própria magnitude do hiato em aproximadamente 50% ou mais das vezes. Alguns indicadores mostraram resultados mais favoráveis para o método TL, apesar do seu viés e magnitude de revisão relevantes.

Encontramos que, em geral, tanto o efeito da revisão de dados do PIB quanto o efeito do aumento da amostra são importantes para explicar as magnitudes das revisões totais dos hiatos do produto. Porém, em um método (TQ), o efeito do aumento da amostra predomina sobre o efeito da revisão de dados, revelando que as revisões nesse caso estão principalmente associadas à baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto; enquanto que em outro método (HC), o efeito da revisão de dados mostra-se mais relevante. O fato dos dois efeitos serem importantes para explicar as revisões totais está de acordo com os achados de Orphanides e van Norden (2002) para os Estados Unidos; Cayen e van Norden (2005) para o Canadá; e Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland (2004, 2005) para a Noruega.

Embora os indicadores de revisão de hiato do produto brasileiros sejam, em geral, menos desfavoráveis do que os reportados pelos estudos de Orphanides e van Norden (2002), Cayen e van Norden (2005), e Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland (2004, 2005), os indicadores brasileiros sugerem limitações relevantes às estimativas em tempo real de hiato do produto analisadas. Isso tem implicações importantes para a análise de política monetária. Em concordância com Orphanides e van Norden (2002), os resultados recomendam muita cautela. Os formuladores de política devem atentar que, em tempo real, o hiato do produto tende a não ser muito confiável. Por outro lado, nossos resultados sugerem que, para analisar decisões passadas de política monetária ou estimar uma regra de política monetária (por exemplo, uma regra de Taylor) que descreva o comportamento da autoridade monetária, pode não ser razoável utilizar o último conjunto de dados disponível. Nesses casos, uma alternativa seria utilizar um conjunto de dados em tempo real. Além disso, nossos resultados colocam em dúvida o procedimento de comparar o desempenho de previsões de inflação realizadas em tempo real com as previsões de um novo modelo que utiliza os últimos dados disponíveis. À medida que o último conjunto de dados disponível tende a ser mais preciso, a comparação pode não ser justa.

As implicações de nossos resultados geram várias questões que podem ser estudadas mais detalhadamente para o caso brasileiro em aplicações específicas. Até que ponto decisões passadas de política monetária seriam diferentes se os formuladores de política tivessem acesso aos dados já revisados? Em que magnitude uma regra de Taylor estimada com dados em tempo real difere de uma estimada com dados finais? Qual é a forma mais adequada de estimar uma regra de política monetária (com dados em tempo real ou com dados finais)? Até que ponto um modelo de previsão de inflação melhora seu desempenho ao utilizar dados finais em vez de utilizar dados em tempo real? E, finalmente, as revisões de hiato do produto são em alguma medida previsíveis? Respostas a essas questões aumentariam a nossa compreensão a respeito das limitações nas quais os agentes econômicos se defrontam em tempo real. Por outro lado, possibilitariam obter novos *insights* sobre como utilizar mais eficientemente a informação disponível.

Referências

AHMAD, Nadim; BOURNOT, Sophie; KOECHLIN, Francette. (2007). Revisions to quarterly GDP estimates: a comparative analysis for seven large OECD Countries. *Working paper, OECD*.

BERNHARDBSEN, Tom; EITRHEIM, Øyvind; JORE, Sofie Anne; RØISLAND, Øistein. (2004). Real time data for Norway: challenges for monetary policy. *Discussion Paper Series 1: studies of the economic research centre*, n.26.

BERNHARDBSEN, Tom; EITRHEIM, Øyvind; JORE, Sofie Anne; RØISLAND, Øistein. (2005). Real time data for Norway: challenges for monetary policy. *North American Journal of Economics and Finance*, 16, 333-349.

CAYEN, Jean-Philippe; van NORDEN, Simon. (2004). The reliability of Canadian output-gap estimates. *Discussion Paper Series 1: Studies of the Economic Research Centre*, n.29. Deutsche Bundesbank.

CAYEN, Jean-Philippe; van NORDEN, Simon. (2005). The reliability of Canadian output-gap estimates. *North American Journal of Economics and Finance*, 16, 373-393.

CLARK, Peter K. (1987). The cyclical component of U. S. economic activity. *The Quarterly Journal of Economics*, v.102, n.4, 797-814.

CROSHOURE, Dean. (2008). Frontiers of real-time data analysis. *Working Paper*, n.08-4, Research Department, Federal Reserve Bank of Philadelphia.

CROSHOURE, Dean; STARK, Tom. (2000). A funny thing happened on the way to the data bank: a real-time data set for macroeconomists. *Business Review*, September/October. Federal Reserve Bank of Philadelphia.

CROSHOURE, Dean; STARK, Tom. (2001). A real-time data set for macroeconomists. *Journal of Econometrics*, 105, 111-130.

DIEBOLD, Francis X.; RUDEBUSCH, Glenn D. (1991). A real-time analysis. *Journal of the American Statistical Association*, v.86, n.415, 603-610.

GRANGER, Clive W.J; JEON, Yongil. (2004). Thick Modeling. *Economic Modelling*, v.21, 323-343.

HARVEY, Andrew C. (1985). Trends and cycles in macroeconomic time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, 216-227.

HODRICK, Robert J.; PRESCOTT, Edward C. (1997). U.S business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, v.29, n.1, 1-16.

IBGE. (2008). Contas nacionais trimestrais. *Série Relatórios Metodológicos*, n.28.

KIM, Chang-Jin; NELSON, Charles R. (1999). *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology.

ORPHANIDES, Athanasios; van NORDEN, Simon. (2002). The unreability of output-gap estimates in real time. *The Review of Economics and Statistics*, v.84, n.4, 569-583.

PALIS, Rebeca de la Rocque; RAMOS, Roberto Luis Olinto; ROBITAILLE, Patrice. (2004). News or Noise? An Analysis of Brazilian GDP Announcements. *International Finance Discussion Papers*, 776. Federal Reserve Board.

STARK, Tom. (2002). A summary of the conference on real-time data analysis. *Business Review*, Q1. Federal Reserve Bank of Philadelphia.

4. Produção Industrial no Brasil: Uma Análise de Dados em Tempo Real

4.1. Introdução

A produção industrial (PI) é considerada uma das medidas mais importantes do nível de atividade econômica no Brasil. Ainda que o Produto Interno Bruto (PIB) seja o principal “termômetro” da economia, a produção industrial apresenta um importante diferencial. Enquanto o PIB é uma medida trimestral, divulgada com uma defasagem um pouco superior a dois meses, a PI é mensal e é divulgada com uma defasagem de aproximadamente um mês. Além disso, o componente cíclico da PI é bem correlacionado com o ciclo econômico brasileiro. Assim, a PI é uma alternativa natural de análise para os agentes econômicos, que tomam decisões em tempo real, e precisam obter informações recentes sobre o estado da economia.

Entretanto, assim como acontece com outras variáveis de atividade econômica, os dados de produção industrial estão sujeitos à revisão. Isso significa que, potencialmente, a primeira divulgação de um dado de PI pode levar os agentes econômicos a tomarem decisões diferentes do que tomariam se tivessem acesso a divulgações posteriores do mesmo dado. Essa possibilidade é economicamente relevante se as revisões de PI forem de fato relativamente grandes. Nesse caso, poder-se-ia apontar limitações importantes à capacidade dessa variável auxiliar na tomada de decisão.

A existência de revisões de dados economicamente relevantes é uma preocupação central da recente literatura sobre dados em tempo real. Croushore e Stark (2000, 2001) elaboraram um conjunto de dados em tempo real para os Estados Unidos e encontraram revisões de crescimento de PIB/PNB relevantes para a economia norte-americana. Orphanides e van Norden (2002) construíram diversas séries históricas em tempo real do hiato do produto para os Estados Unidos e calcularam vários indicadores de revisão. Os autores encontraram revisões relevantes e sugeriram que as estimativas de hiato do produto em tempo real tendem a ser pouco confiáveis. McKenzie e Park (2006) analisaram as revisões de produção industrial para os países da OCDE, da área do Euro, e para o Brasil, Índia, África do Sul e Rússia. Os autores concluíram que, em tempo real, as estimativas de crescimento mensal de PI não podem ser consideradas um indicador confiável da variação de curto prazo do volume de produção industrial. Além disso, concluíram que quase todos os países analisados apresentaram magnitudes não negligenciáveis de revisões de estimativas de crescimento anual (mês/mesmo mês do ano anterior) da produção industrial.

Neste ensaio, organizamos um conjunto de dados de produção industrial em tempo real para o Brasil. O conjunto de dados é formado por 127 séries de dados mensais, que contêm todas as divulgações de PI compreendidas no período entre 1998:4 e 2008:10. Os dados de cada série iniciam no primeiro mês de 1991. A partir desses dados, estudamos mais detalhadamente as revisões de dados de PI no Brasil.¹ Além disso, analisamos as revisões de estimativas do hiato da produção industrial implicadas pelas séries de PI em tempo real, obtidas pela aplicação de três métodos de extração de tendência: filtro de Hodrick-Prescott, tendência linear e tendência quadrática.

Assumindo que a nossa última série de dados (referente a 2008:10) é a melhor estimativa que possuímos, calculamos vários indicadores sobre as revisões de crescimento da PI e do hiato da produção industrial. Dada a suposição de que as revisões melhoram as estimativas, as revisões nos fornecem um limite inferior de erro de medida associado às estimativas em tempo real. Se as revisões forem relativamente grandes, podemos concluir que os erros totais das estimativas podem ser ainda maiores. No caso do hiato da produção industrial, decompomos as revisões em duas partes: (i) revisões do hiato provenientes da própria revisão dos dados da PI e (ii) revisões do hiato provenientes da inclusão de novas observações de PI na amostra.

Analisando os indicadores de revisão, nosso objetivo é investigar a relevância das revisões da produção industrial e do hiato da PI. Mostramos que as revisões de crescimento da PI (mês/mês anterior) e da média móvel trimestral da PI são economicamente relevantes, embora essas revisões tornem-se menos importantes à medida que o período de agregação aumenta (por exemplo, crescimento em doze meses).

Na análise do hiato da PI, encontramos que todos os métodos apresentam revisões de magnitude economicamente relevantes. Em dois dos três métodos analisados, a revisão implicou mudança do sinal do hiato em 30% ou mais das vezes. Em geral, tanto a revisão de dados da PI como a baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência da PI mostraram-se fontes relevantes das revisões do hiato da PI, embora os resultados sugiram certa predominância das revisões provenientes da baixa precisão de final-de-amostra.

¹ Para o Brasil, McKenzie e Park (2006) utilizaram as séries entre 2000:10 e 2004:11 do “*OECD Main Economic Indicators Original release data and revisions database*” e calcularam alguns indicadores de revisões. Na maioria dos casos, apresentaram os indicadores brasileiros apenas em gráficos que também continham os mesmos indicadores para vários países, sem analisar separadamente o caso brasileiro. Em nosso trabalho, além de utilizar uma amostra maior, calculamos vários indicadores adicionais e analisamos detalhadamente as revisões de PI no Brasil.

O ensaio é organizado da seguinte maneira. Na seção 4.2, fazemos uma breve introdução à literatura e aos conceitos da área de análise de dados em tempo real. Na seção 4.3, esclarecemos alguns aspectos sobre a elaboração do conjunto de dados de produção industrial em tempo real para o Brasil e analisamos as revisões do crescimento da PI. Na seção 4.4, apresentamos os métodos utilizados para calcular os hiatos da PI, a metodologia para decompor as revisões dos hiatos e a análise das revisões. Na seção 4.5, concluímos.

4.2. Dados em tempo real

A literatura de análise de dados em tempo real está relacionada a análises nas quais a revisão de dados é relevante ou o próprio momento no qual os dados são divulgados tem importância. Os trabalhos na área têm estudado as propriedades das revisões de dados, o impacto da revisão de dados sobre a pesquisa macroeconômica e a política monetária, e o efeito da revisão de dados sobre previsões econômicas.

Diebold e Rudebush (1991), por exemplo, estudaram a capacidade de indicadores de antecedência prever os movimentos da produção industrial. Eles perceberam que o índice de indicadores de antecedência calculados com dados em tempo real apresentava um desempenho muito inferior ao mesmo índice calculado com os dados já revisados.

Embora o surgimento da literatura de análise em tempo real possa ser datado da década de 1950, a literatura ganhou consistência, efetivamente, com o desenvolvimento de um grande conjunto de dados em tempo real para a economia norte-americana. Esse conjunto de dados foi desenvolvido por Dean Croushore e Tom Stark em meados da década de 1990 e disponibilizado na *internet* a partir de 1999.² Este conjunto de dados é ainda atualizado e conta com a cooperação do *Federal Reserve Bank* da Filadélfia e da Universidade de Richmond.

² <http://www.philadelphiafed.org/research-and-data/real-time-center/real-time-data/>.

O tema subjacente a toda esta literatura é: as revisões de dados são suficientemente grandes em termos econômicos para nos preocupar?³ A revisão de dados gera algumas dificuldades para a análise de previsões e de política monetária. Por exemplo, pode ser inadequado utilizar o último conjunto de dados disponível para confrontar previsões de um novo modelo a outras previsões efetuadas em tempo real. Nesse caso, enquanto as previsões em tempo real teriam sido efetuadas com dados não-revisados, as previsões do novo modelo teriam o benefício de utilizar dados já revisados, provavelmente mais precisos. Outro exemplo: revisões de dados de magnitude elevada implicam dificuldades para os formuladores de política, pois, nesse caso, suas decisões são baseadas em dados que revelam uma “fotografia” não muito fidedigna do estado da economia.

A existência de revisões de dados é um fato da realidade e não deve ser entendida como uma crítica ao trabalho das instituições que produzem os dados. Basicamente, há três razões por que os dados são revisados ao longo do tempo: (i) o conjunto de informação disponível para estimar determinado dado aumenta, permitindo melhorar a estimativa da variável; (ii) os fatores sazonais (quando há ajuste sazonal) são re-estimados, modificando a série histórica; (iii) periodicamente, visando aprimorar a qualidade dos dados, há uma mudança metodológica de cálculo da variável, e a série histórica é reconstruída.

De fato, as instituições que produzem dados se defrontam com um *trade-off* entre rapidez de divulgação dos dados e precisão. Por um lado, a instituição pode produzir dados melhores ao esperar que seu conjunto de informação aumente; por outro, os formuladores de política e agentes econômicos, que precisam tomar decisões, demandam certa rapidez pela disponibilidade dos dados.

Um dado em tempo real pode ser definido como um dado que é tal como existia antes de uma revisão.⁴ Seguindo Croushore e Stark (2000, 2001), utilizamos o termo “*vintage*” para designar o conjunto de informação disponível de uma variável em uma data particular (a última série disponível na data, com as revisões mais atualizadas daquele momento). À coleção dessas *vintages*, chamamos de “conjunto de dados em tempo real”.

³ Cf. Croushore (2008).

⁴ Cf. Stark (2002).

Para ilustrar esses conceitos, na tabela 1, mostramos um conjunto de dados em tempo real, em número índice, da produção industrial com ajuste sazonal. Na primeira coluna (2008:5), temos os dados disponíveis para os agentes econômicos na ocasião da (primeira) divulgação do dado referente a maio de 2008; na segunda coluna (2008:6), temos os dados disponíveis para os agentes econômicos na ocasião da (primeira) divulgação do dado referente a junho de 2008; e assim por diante. Note que todas as *vintages* iniciam com dados a partir do mesmo período – nesse caso, a partir de setembro de 2007. Tomando o conjunto de dados de uma coluna qualquer, obtemos a mais recente série histórica disponível em uma determinada data. Por outro lado, tomando o conjunto de dados de uma linha qualquer, podemos observar como um dado particular foi revisado ao longo do tempo. Por exemplo, o dado de 2008:5 foi inicialmente divulgado como 125,54. Um mês depois, este dado foi revisado para 125,80. Cinco meses após a divulgação inicial, na *vintage* de 2008:10, o dado de 2008:5 foi revisado para 125,47.

Tabela 1
Conjunto de Dados em Tempo Real - Produção Industrial com Ajuste Sazonal
(em número índice)

	2008:5	2008:6	2008:7	2008:8	2008:9	2008:10
2007:9	122,99	122,94	122,88	122,98	122,70	122,36
2007:10	127,16	127,19	127,16	127,23	127,12	127,60
2007:11	124,66	124,71	124,68	124,77	124,71	124,96
2007:12	123,68	123,92	123,91	123,98	123,93	124,15
2008:1	125,96	126,16	126,15	126,16	126,14	126,29
2008:2	125,34	125,59	125,64	125,67	125,67	125,74
2008:3	125,90	126,20	126,32	126,44	126,45	126,43
2008:4	126,19	126,60	126,59	126,66	126,71	126,66
2008:5	125,54	125,80	125,70	125,59	125,68	125,47
2008:6		129,17	129,29	129,19	129,39	129,23
2008:7			130,64	131,03	131,04	131,02
2008:8				129,28	129,49	129,09
2008:9					131,66	131,01
2008:10						128,79

A diagonal inferior da tabela 1, apresentada na coluna A da tabela 2, é chamada de *série de dados em tempo real*. A série de dados em tempo real é uma série que contém os dados tais como foram inicialmente calculados ao longo do tempo. Note que a série de dados em tempo real inicia na data da primeira *vintage* e termina na data da última *vintage*. Note também que essa série possui um dado de cada *vintage*. Na coluna B da tabela 2, apresentamos a *série de dados final*. A série de dados final é uma série que possui os dados referentes ao mesmo período da série de dados em tempo real, mas os dados são os mais recentes disponíveis. Assim, todos os dados dessa série são provenientes da última *vintage* (nesse caso, da *vintage* de 2008:10). Na coluna C da tabela 2, apresentamos a *série de revisão de dados*. A série de revisão de dados é obtida pela diferença entre a série de dados final e a série de dados em tempo real. A série de revisão de dados revela quanto foi a revisão total de cada dado, tendo como referências a primeira *vintage* em que cada dado foi calculado e a última *vintage* disponível.

Tabela 2
Séries de Dados em Tempo Real, Final e de Revisão de Dados
Produção Industrial com Ajuste Sazonal (em número índice)

	Tempo Real	Final	Revisão de dados
	(A)	(B)	(C)=B-A
2008:5	125,54	125,47	-0,07
2008:6	129,17	129,23	0,06
2008:7	130,64	131,02	0,38
2008:8	129,28	129,09	-0,19
2008:9	131,66	131,01	-0,65
2008:10	128,79	128,79	0,00

4.3. Produção Industrial

4.3.1. Elaboração de um conjunto de dados de produção industrial em tempo real

Utilizando publicações do *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)*,⁵ digitamos e organizamos um conjunto de dados de produção industrial em tempo real para o Brasil. Os dados são mensais com ajuste sazonal. A primeira *vintage* do conjunto de dados é referente a 1998:4⁶ e os dados iniciam em 1991:1. A última *vintage* é de 2008:10.

⁵ “Indicadores IBGE – Pesquisa Industrial Mensal – Produção Física – Brasil”. As publicações utilizadas neste trabalho estão disponíveis no sítio do IBGE: http://www.ibge.gov.br/servidor_arquivos_est/.

⁶ Refere-se a primeira *vintage* disponível no sítio do IBGE.

Em todas as *vintages* publicadas pelo IBGE, os dados não retrocedem até 1991:1 – constam apenas os dados do ano corrente (a) e do ano anterior ($a-1$). Para preencher as entradas em branco, aproveitamos uma característica metodológica dos dados da Produção Industrial. Sempre que o IBGE faz a primeira divulgação do dado de PI referente ao mês de dezembro do ano a , ele divulga também os dados “definitivos” referentes aos meses do ano $a-1$. Esses dados do ano $a-1$ não são mais alterados, exceto quando há uma mudança metodológica. Assim, os dados de cada mês são potencialmente revisados de 12 a 23 vezes, dependendo do mês a que se refere. No período compreendido pela nossa amostra de *vintages*, houve apenas uma mudança metodológica, implementada a partir do dado de fevereiro de 2004.

4.3.2. Análises das revisões da produção industrial

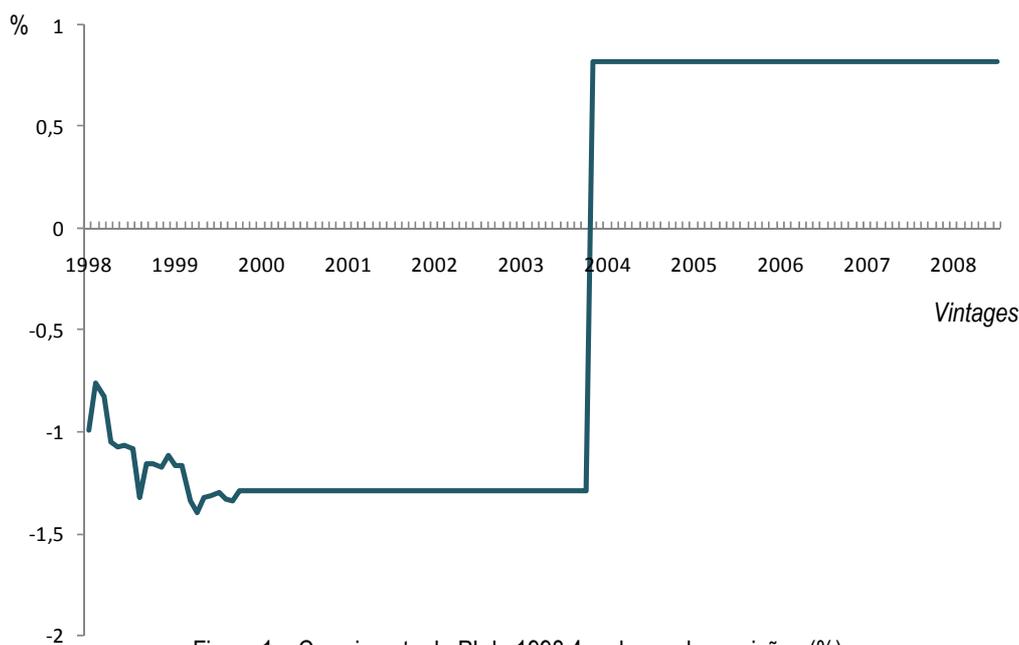
Embora nossas *vintages* de produção industrial sejam em número índice, as nossas análises de revisão de dados são a respeito do crescimento da PI (variação percentual em relação ao i -ésimo trimestre anterior), calculado da seguinte maneira:⁷

$$\Delta PI_{n,t} = 100 \cdot \log \left(\frac{PI_{n,t}}{PI_{n,t-i}} \right), \quad (1)$$

onde $PI_{n,t}$ é o índice da produção industrial para o período t , segundo a *vintage* n , e $\Delta PI_{n,t}$ é o crescimento da produção industrial para o período t , segundo a *vintage* n .

Para ilustrar a importância da revisão dos dados de produção industrial, apresentamos na figura 1 o crescimento da PI de abril de 1998 tal como evoluiu ao longo das revisões (escolhemos esse dado de PI porque foi divulgado inicialmente na *vintage* mais antiga que dispomos). Quando o dado foi inicialmente divulgado (*vintage* de 1998:4), o crescimento da PI de 1998:4 era -0,99%. Um mês depois, na *vintage* de 1998:5, o dado foi revisado para -0,76%. O valor mínimo ocorreu na *vintage* de 1999:7 (-1,40%). A diferença entre o valor máximo e mínimo antes da revisão metodológica foi 0,64 p.p. Na *vintage* de 2004:2, com a introdução da mudança metodológica, o valor do dado foi alterado para 0,82% e manteve-se constante a partir de então.

⁷ Utilizamos a aproximação logarítmica pela conveniência analítica que ela oferece. Por exemplo, a taxa de crescimento acumulada da PI em relação ao i -ésimo trimestre anterior pode ser facilmente decomposta em i parcelas aditivas. Para nos certificar de que a aproximação é razoável, fizemos também os cálculos sem a aproximação, e os resultados foram muito semelhantes.



A figura 1 sugere que há uma magnitude relevante de revisões do crescimento da PI. Mas estamos analisando o comportamento de apenas um dado ao longo do tempo. Assim, apresentamos a frequência relativa das revisões da PI na figura 2. O gráfico mostra que somente em aproximadamente 23% das vezes as revisões foram próximas de zero (entre -0,25 p.p. e +0,25 p.p.). Em 33% das vezes, a magnitude de revisão foi superior a 1 p.p. Na figura 3, podemos observar todos os valores de PI tomados em tempo real (eixo das abscissas) e os respectivos valores finais (eixo das ordenadas). Sempre que a observação da produção industrial estiver exatamente sobre a linha de 45°, isto significa que a revisão da PI foi zero. Observações acima da linha de 45° indicam revisões positivas e observações abaixo indicam revisões negativas. Observações que estão nos 2° e 4° quadrantes revelam troca de sinal depois das revisões, fato que ocorreu em 19% das vezes.

Na tabela 3, apresentamos estatísticas para as séries de crescimento da produção industrial (mês/mês anterior) em tempo real, final e de revisão de dados, utilizando a amostra completa de *vintages*. Podemos observar que o crescimento médio da PI em tempo real foi 0,18%, enquanto da PI final foi 0,28%. A revisão média foi 0,10 p.p. (a revisão positiva de maior magnitude foi 7,07 p.p. e a negativa de maior magnitude foi -5,19 p.p.). Embora a revisão média seja muito útil como um indicador do viés das revisões, ela é limitada como um indicador da magnitude das revisões, uma vez que revisões negativas contrabalançam revisões positivas e vice-versa.

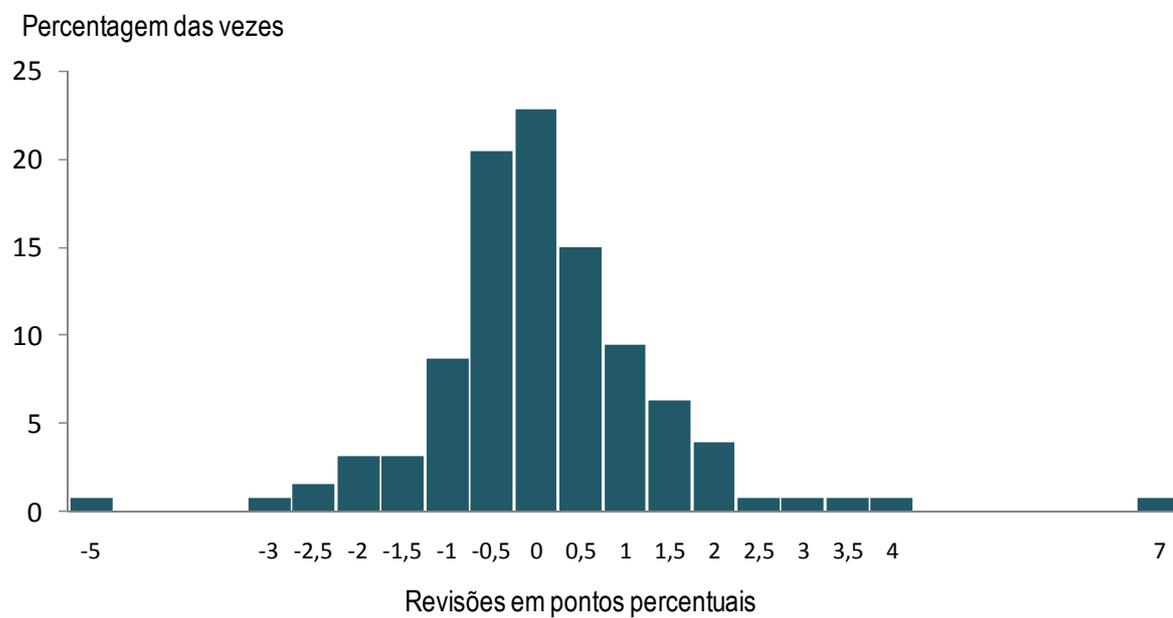


Figura 2 – Frequência relativa das revisões da produção industrial

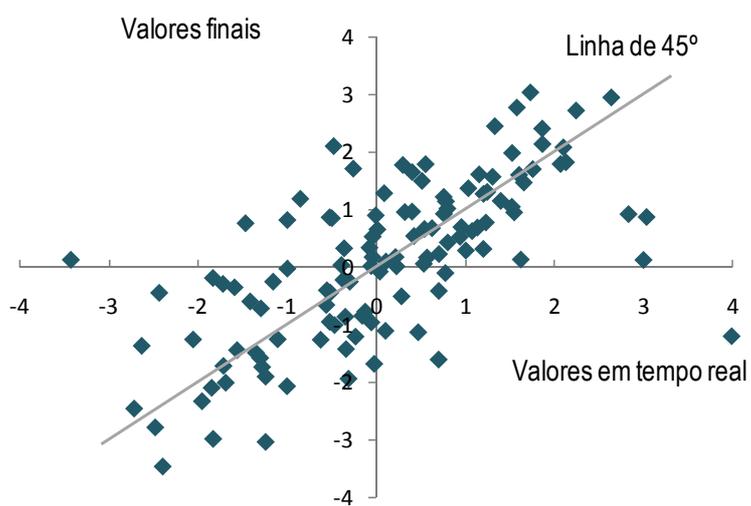
Figura 3 – Valores da produção industrial (tempo real *versus* finais)

Tabela 3
Crescimento da Produção Industrial
(Variação % sobre o mês anterior) - 1998:4-2008:10

Dados	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo
Tempo real	0,18	1,71	-5,44	6,92
Final	0,28	1,55	-3,46	4,43
Revisão	0,10	1,37	-5,19	7,07

Notas: Série de produção industrial mensal com ajuste sazonal.

Assim, a tabela 4 apresenta alguns indicadores adicionais de revisão. Dois indicadores são particularmente adequados para capturar a magnitude das revisões: a revisão absoluta média (RAM) e a raiz da revisão quadrática média (RRQM). Podemos observar que a revisão absoluta média foi 0,91 p.p. Em termos absolutos, isso significa que, em média, o crescimento da produção industrial foi revisado em 0,91 p.p. acima ou abaixo do valor inicialmente divulgado. O indicador raiz da revisão quadrática média é similar à revisão absoluta média, porém “penaliza” mais fortemente as revisões de maior magnitude. Segundo a tabela 4, a RRQM foi 1,37 p.p.

As séries de PI em tempo real e final apresentam uma correlação de 0,65. Isso significa que a série em tempo real explica 43% da variância da série final. A tabela 4 mostra também os indicadores R/S, SIOP, FRMA e AR. R/S é uma *proxy* para a razão ruído-sinal, obtida pela razão entre a RRQM e o desvio-padrão da estimativa final da PI. Essa medida captura a magnitude das revisões em relação ao desvio-padrão da série final. Conforme a tabela 4, temos uma R/S de 0,88.

SIOP é a frequência na qual o crescimento da produção industrial em tempo real tem sinal oposto do crescimento da produção industrial final. Conforme a tabela 4, temos uma SIOP de 0,19. Portanto, em 19% dos casos, o dado de crescimento da PI é revisado de tal forma que o seu sinal é alterado. E, finalmente, FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento da PI é maior do que o crescimento da PI final, ambos em valores absolutos. A tabela 4 indica uma FRMA de 0,33, implicando que a magnitude da revisão é maior do que a própria magnitude do dado final em 33% dos casos.

Tabela 4
Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial
(Variação % sobre o mês anterior) - 1998:4-2008:10

Revisão Média	RAM	RRQM	CORR	R/S	SIOP	FRMA	AR
0,10	0,91	1,37	0,65	0,88	0,19	0,33	-0,37

Notas: Série de produção industrial mensal com ajuste sazonal.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

CORR é a correlação entre o crescimento da produção industrial em tempo real e o crescimento da produção industrial final.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento da produção industrial).

SIOP é a frequência na qual o crescimento da produção industrial em tempo real tem sinal oposto do crescimento da produção industrial final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento da produção industrial é maior do que o crescimento da produção industrial final, ambos em valores absolutos.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

Os indicadores RAM e RRQM mostram que as revisões de crescimento da produção industrial são economicamente relevantes. Porém, há um atenuante – a correlação serial de primeira ordem da série de revisão (AR) é negativa: -0,37. Isso revela que revisões positivas de um mês são usualmente seguidas por revisões negativas no mês seguinte e vice-versa. Portanto, ao agregar a série de revisões, por exemplo, em doze meses, as revisões devem perder parte de sua importância.

Para verificar se isso de fato ocorre, calculamos também as revisões da taxa de crescimento da produção industrial em relação ao *i*-ésimo mês anterior. (Para obter a taxa, comparamos a PI do mês corrente com os valores da PI de um, três, seis ou doze meses atrás.) Como podemos observar na tabela 5, há uma forte melhora de todos indicadores à medida que a agregação aumenta. Há uma redução acentuada da revisão absoluta média (RAM/mês) e da raiz da revisão quadrática média (RRQM/mês), ambas expressas em pontos percentuais por mês.⁸ Além disso, ao longo do aumento da agregação, há uma forte redução da razão ruído-sinal (R/S), da SIOP e da FRMA. Finalmente, há também um aumento da correlação da série de PI em tempo real com a série de PI final. Assim, podemos concluir que as revisões da PI tornam-se menos importantes quando o período de agregação aumenta.

⁸ A RAM/mês é obtida pela divisão da RAM pelo número de meses em análise. A RRQM/mês é obtida pela divisão da RRQM pelo número de meses em análise.

Tabela 5
Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial
(Variação % em relação ao i -ésimo mês anterior) - 1998:4-2008:10

Taxa de crescimento acumulada em	Revisão Média/mês	RAM/mês	RRQM/mês	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
1 mês	0,10	0,91	1,37	-0,37	0,88	0,65	0,19	0,33
3 meses	0,05	0,39	0,57	0,28	0,71	0,76	0,12	0,27
6 meses	0,03	0,24	0,33	0,38	0,64	0,81	0,13	0,24
12 meses	0,01	0,07	0,11	0,00	0,33	0,95	0,06	0,11

Notas: Série de produção industrial mensal com ajuste sazonal.

Revisão Média/mês é a revisão média dividida pelo número de meses em análise.

RAM/mês é a revisão absoluta média dividida pelo número de meses em análise.

RRQM/mês é a raiz da revisão quadrática média dividida pelo número de meses em análise.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento da produção industrial).

CORR é a correlação entre o crescimento da produção industrial em tempo real e a produção industrial final.

SIOP é a frequência na qual o crescimento da produção industrial em tempo real tem sinal oposto do crescimento da produção industrial final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento da produção industrial é maior do que o crescimento da produção industrial final, ambos em valores absolutos.

Alternativamente, podemos avaliar o efeito do aumento da agregação por meio da taxa de crescimento da PI acumulada em i trimestres em relação aos i trimestres anteriores. Matematicamente,⁹

$$\Delta PI_{n,t} = 100 \cdot \log\left(\frac{\sum_{j=0}^{i-1} PI_{n,t-j}}{\sum_{j=0}^{i-1} PI_{n,t-i-j}}\right). \quad (2)$$

Os indicadores da tabela 6 corroboram os achados da tabela 5. Há uma forte redução dos indicadores RAM/mês e RRQM/mês à medida que o período de agregação aumenta. Além disso, há uma forte melhora dos indicadores R/S, SIOP e FRMA.

⁹ Note que, quando $i=1$, as equações (1) e (2) são equivalentes.

Tabela 6
Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial
(Variação % da Produção Industrial acumulada em i meses em relação aos i meses anteriores)
1998:4-2008:10

Produção Industrial acumulada em	Revisão Média/mês	RAM/mês	RRQM/mês	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
1 mês	0,10	0,91	1,37	-0,37	0,88	0,65	0,19	0,33
3 meses	0,03	0,28	0,40	0,69	0,63	0,81	0,09	0,24
6 meses	0,02	0,12	0,16	0,78	0,41	0,92	0,03	0,09
12 meses	0,00	0,01	0,02	0,58	0,07	0,99	0,02	0,04

Notas: Série de produção industrial mensal com ajuste sazonal.

Revisão Média/mês é a revisão média dividida pelo número de meses em análise.

RAM/mês é a revisão absoluta média dividida pelo número de meses em análise.

RRQM/mês é a raiz da revisão quadrática média dividida pelo número de meses em análise.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final do crescimento da produção industrial).

CORR é a correlação entre o crescimento da produção industrial em tempo real e a produção industrial final.

SIOP é a frequência na qual o crescimento da produção industrial em tempo real tem sinal oposto do crescimento da produção industrial final.

FRMA é a frequência na qual a revisão do crescimento da produção industrial é maior do que o crescimento da produção industrial final, ambos em valores absolutos.

Entre os agentes econômicos, é comum a percepção de que a série mensal de produção industrial apresenta muito ruído. Assim, uma medida muito utilizada para atenuar esse problema é o crescimento da média móvel trimestral da produção industrial. O crescimento da média móvel trimestral pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\Delta PI_{n,t} = 100 \cdot \log \left(\frac{PI_{n,t} + PI_{n,t-1} + PI_{n,t-2}}{PI_{n,t-1} + PI_{n,t-2} + PI_{n,t-3}} \right). \quad (3)$$

Os resultados apresentados na segunda linha da tabela 5 (taxa de crescimento acumulada em 3 meses) equivalem aos indicadores de revisão para o crescimento da média móvel trimestral.¹⁰ Por exemplo, a RAM da taxa de crescimento da média móvel trimestral é 0,39 p.p. e a razão ruído-sinal é 0,71. Assim, as revisões da média móvel trimestral, embora sejam menos importantes do que as revisões da série mensal original, ainda mostram-se relevantes.

¹⁰ Na verdade, os resultados são uma aproximação, uma vez que, para $i=3$, o lado direito da equação (1), dividido por 3, é uma aproximação para o lado direito da equação (3); isto é, $\frac{100}{3} \cdot \log \left(\frac{PI_{n,t}}{PI_{n,t-3}} \right) \approx 100 \cdot \log \left(\frac{PI_{n,t} + PI_{n,t-1} + PI_{n,t-2}}{PI_{n,t-1} + PI_{n,t-2} + PI_{n,t-3}} \right)$ para $(PI_{n,t} - PI_{n,t-1})$, $(PI_{n,t-1} - PI_{n,t-2})$ e $(PI_{n,t-2} - PI_{n,t-3})$ pequenos. Efetuamos o cálculo dos indicadores também sem utilizar a aproximação, e os resultados foram virtualmente idênticos.

Para comparar os indicadores de revisão da produção industrial no Brasil com as revisões do PIB brasileiro estudadas no capítulo 3, apresentamos a tabela 7. Podemos perceber que a RAM/tri da PI é maior do que do PIB para o acumulado em um e em dois trimestres.¹¹ Porém, a RAM/tri da PI torna-se menor para o acumulado em quatro trimestres. Todos os outros indicadores (R/S, CORR e SIOP) são mais favoráveis para o caso da produção industrial.¹² Em ambos os casos (PI e PIB), os indicadores de revisão tornam-se mais favoráveis à medida que o período de agregação aumenta.

Tabela 7

Indicadores de Revisão - Crescimento da Produção Industrial (PI)
 Comparação com os indicadores de revisão do crescimento do PIB (*)
 (Variação % do acumulado em *i* trimestres em relação aos *i* trimestres anteriores)

PI/PIB acumulado em	RAM/tri		R/S		CORR		SIOP	
	PI	PIB	PI	PIB	PI	PIB	PI	PIB
1 trimestre	0,85	0,67	0,63	0,79	0,81	0,67	0,09	0,16
2 trimestres	0,36	0,31	0,41	0,58	0,92	0,84	0,03	0,10
4 trimestres	0,03	0,16	0,07	0,48	0,99	0,89	0,02	0,06

Notas: Séries de produção industrial (PI) mensal e Produto Interno Bruto (PIB) trimestral, ambas com ajuste sazonal.

Períodos de análise: produção industrial (1998:4-2008:10); Produto Interno Bruto (1996:1-2008:2).

RAM/tri é a revisão absoluta média dividida pelo número de trimestres em análise.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão da estimativa final).

CORR é a correlação entre a série em tempo real e a série final.

SIOP é a frequência na qual o crescimento em tempo real tem sinal oposto do crescimento final.

(*) Fonte dos indicadores de revisão do crescimento do PIB: Capítulo 3.

4.4. Hiato da produção industrial

A definição usual do hiato da produção industrial é a diferença entre a produção industrial e a produção industrial potencial (PI potencial). Em termos práticos, o hiato pode ser obtido por meio de métodos de extração de tendência e é calculado como o desvio entre a produção industrial e sua tendência.

¹¹ A RAM/tri é obtida pela divisão da RAM pelo número de trimestres em análise.

¹² Cabe ressaltar que esses achados não permitem comparar a qualidade dos dados de produção industrial com os dados de PIB. A principal razão é porque estamos medindo os erros de estimação que são corrigidos subsequentemente (supondo que as revisões melhoram as estimativas), e não o erro total das estimativas em tempo real (desconhecemos os verdadeiros erros associados às estimativas finais de cada variável).

4.4.1. Métodos de extração de tendência

Podemos decompor a PI em um componente de tendência (PI potencial) e em um ciclo (hiato da PI):

$$y_t = y_t^* + x_t, \quad (5)$$

onde y_t é o logaritmo da PI, y_t^* é o logaritmo da PI potencial e x_t é o hiato da PI no período t .

Em nossa análise de revisões de hiato da PI, utilizamos três métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott (HP), a tendência linear (TL) e a tendência quadrática (TQ).

O filtro HP foi proposto por Hodrick e Prescott (1997).¹³ Nesse método, o componente potencial do produto é obtido por meio da minimização da seguinte função perda:

$$L = \sum_{t=1}^T (y_t - y_t^*)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (\Delta y_{t+1}^* - \Delta y_t^*)^2, \quad (6)$$

onde λ é o parâmetro de suavização e T é o tamanho da amostra. O parâmetro λ é um número positivo que penaliza a variabilidade do crescimento da PI potencial. A mudança do parâmetro de suavização afeta a sensibilidade da PI potencial a variações da PI. À medida que $\lambda \rightarrow \infty$, a minimização gera uma taxa de crescimento constante da PI potencial (neste caso, o filtro HP equivale ao método da tendência linear). Por outro lado, à medida que $\lambda \rightarrow 0$, a PI potencial acompanha completamente a PI (a PI potencial é igual à PI), zerando o componente cíclico (o hiato da produção industrial). Como usual para séries mensais, utilizamos $\lambda=14400$ para o parâmetro de suavização. Uma vez que y_t^* foi calculado por meio do filtro HP, obtêm-se os hiatos da PI a partir da equação (5).

¹³ Embora o artigo de Hodrick e Prescott tenha sido publicado em 1997, o *working paper* referente ao artigo é de 1981.

A tendência linear é o mais simples e antigo método de obtenção do hiato. Estima-se a seguinte equação de regressão:

$$y_t = \alpha + \beta t + e_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (7)$$

Os valores ajustados de y_t são as PIs potenciais estimadas e os resíduos são os hiatos da PI.

A tendência quadrática é uma extensão natural à tendência linear, adicionando um termo quadrático. O procedimento de obtenção do hiato é similar ao caso da tendência linear, exceto pelo fato de que a equação estimada é

$$y_t = \alpha + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + e_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (8)$$

4.4.2. Componentes das revisões do hiato da produção industrial

Baseando-se na metodologia de Orphanides e van Norden (2002), analisamos o comportamento das estimativas do hiato da PI de final de amostra e a revisão dessas estimativas ao longo do tempo. Para avaliar as revisões, efetuamos três grupos de estimativas do hiato: (i) estimativas finais; (ii) estimativas em tempo real; (iii) estimativas “quase-reais”.

As *estimativas finais* dos hiatos da PI são efetuadas com a última *vintage* de dados de produção industrial utilizada no presente trabalho (2008:10). A série resultante é composta pelos *hiatos finais*. Essa é a maneira usual de calcular hiatos, utilizada em trabalhos que não levam em conta a existência da revisão de dados ou de estimativas.

As *estimativas em tempo real* dos hiatos da PI são efetuadas em duas etapas. Em uma primeira etapa, são calculados os hiatos da PI para todas as *vintages* disponíveis. Para cada *vintage*, uma série de hiatos é estimada. Em uma segunda etapa, toma-se a última observação de cada série de hiatos. A série resultante é composta pelos *hiatos em tempo real*. Essa série contém, para cada ponto no tempo, a primeira estimativa de hiato da PI que os agentes econômicos poderiam ter efetuado.¹⁴

¹⁴ Cabe ressaltar que a *vintage* referente ao mês t só está disponível para os agentes econômicos no mês $t+1$. Portanto, as estimativas de hiato em tempo real referentes ao período t só estão disponíveis para os agentes econômicos em $t+1$.

A revisão total dos hiatos da produção industrial estimados em cada ponto do tempo é a diferença entre os hiatos finais e os hiatos em tempo real. A revisão total dos hiatos pode ser decomposta em duas fontes: (i) as revisões provenientes das revisões dos dados da PI e (ii) as revisões provenientes do aumento das observações da PI, à medida que o tempo passa.¹⁵ Para isolar a importância desses fatores, calculamos um terceiro grupo de estimativas de hiato: as estimativas quase-reais.

As *estimativas quase-reais* do hiato da PI são calculadas utilizando o mesmo período amostral das estimativas em tempo real, mas, em vez de utilizar todos os dados em tempo real, utiliza-se apenas os dados finais, truncando a amostra em cada período relevante. Assim, inicialmente procede-se uma estimação utilizando os dados finais até 1998:4; em um segundo momento, procede-se uma estimação utilizando os dados finais até 1998:5; e assim, sucessivamente, até efetuar uma estimação que utilize os dados finais até 2008:10. Em seguida, toma-se a última observação de cada estimação. A série resultante é composta pelos *hiatos quase-reais*. A diferença entre os hiatos quase-reais e os hiatos em tempo real é completamente devido a revisões de dados de PI, uma vez que as estimativas das duas séries em qualquer ponto específico do tempo são realizadas com amostra de dados que cobrem exatamente o mesmo período.

Nossa análise de revisão consiste basicamente em medir o grau no qual as estimativas de hiato variam à medida que os dados são revisados e à medida que o conjunto de informação aumenta (isto é, à medida que dados de PI referentes a novos períodos são divulgados). Implicitamente, supomos que as revisões melhoram as estimativas de hiato da produção industrial. Contudo, é razoável também assumir que algum grau de incerteza permanece na última *vintage* estimada de hiato da produção industrial. Assim, a revisão total fornece um limite inferior ao erro de medida associada aos hiatos calculados em tempo real. Se as revisões encontradas forem relativamente grandes, podemos concluir que o erro total de medida dos hiatos pode ser ainda maior.

¹⁵ Parte do efeito de cada uma das duas fontes acima é proveniente da re-estimação dos fatores sazonais.

Porém, é preciso ter cautela e não comparar a adequação dos diferentes métodos de calcular os hiatos com base no tamanho de suas revisões. Supondo que as revisões melhoram as estimativas, estamos medindo os erros de estimação que são subsequentemente corrigidos, e não o erro total das estimativas em tempo real.¹⁶

4.4.3. Análises das revisões totais do hiato da produção industrial

A figura 4(a) mostra as três séries em tempo real de hiato da produção industrial, calculadas a partir do conjunto de dados em tempo real. A região sombreada da figura 4(b) mostra, para cada período do tempo, o intervalo no qual se encontram os hiatos calculados a partir dos diversos métodos. O intervalo pode ser interpretado como uma medida de incerteza no sentido de “*thick modeling*”.¹⁷ Os três métodos apresentam correlações cruzadas positivas. A menor correlação é entre os métodos HP e TL (0,36), e a maior é entre os métodos TL e TQ (0,87).

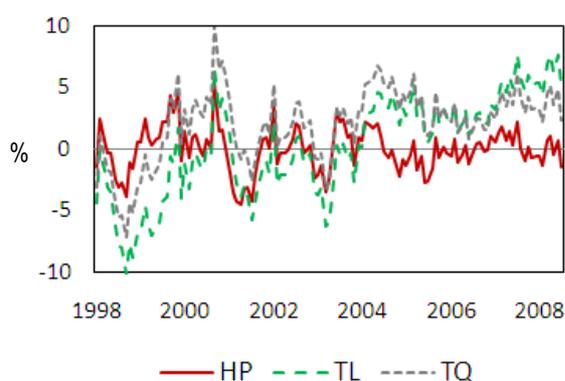


Figura 4 (a) – Hiatos em tempo real

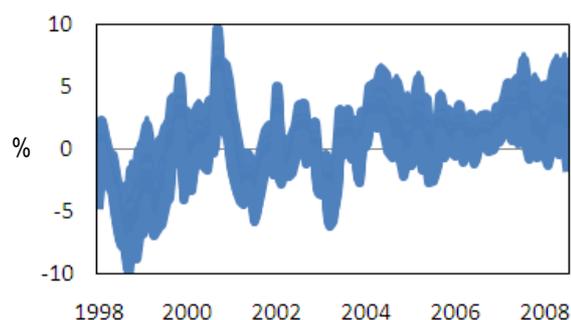
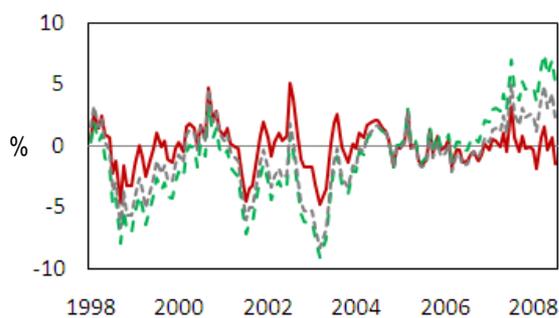


Figura 4 (b) – Hiatos em tempo real – “*Thick Modeling*”

Na figura 5, temos dois gráficos análogos aos anteriores, mas apresentando as séries finais de hiato da PI, calculadas a partir da *vintage* de 2008:10. Todas as correlações cruzadas são positivas. Novamente, a menor correlação é entre os métodos HP e TL (0,61), e a maior é entre os métodos TL e TQ (0,95). Comparando as figuras 4(b) e 5(b), podemos perceber que a incerteza dos hiatos no sentido de *thick modeling* é maior nas estimativas em tempo real. De fato, as diferentes estimativas de hiatos em tempo real apresentam uma amplitude média igual a 4,21 p.p., enquanto essa amplitude é 2,57 p.p. para as estimativas finais.

¹⁶ Digamos que o método A apresente revisões menores do que o método B. Porém, é possível que as estimativas finais do método A sejam muito mais imprecisas do que as estimativas finais de B, e, portanto, não podemos concluir que o método A seja superior ao B.

¹⁷ Ver Granger e Jeon (2004).



— HP — TL - - - - TQ

Figura 5 (a) – Hiato finais

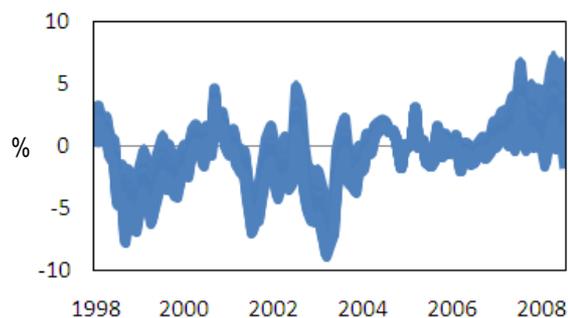
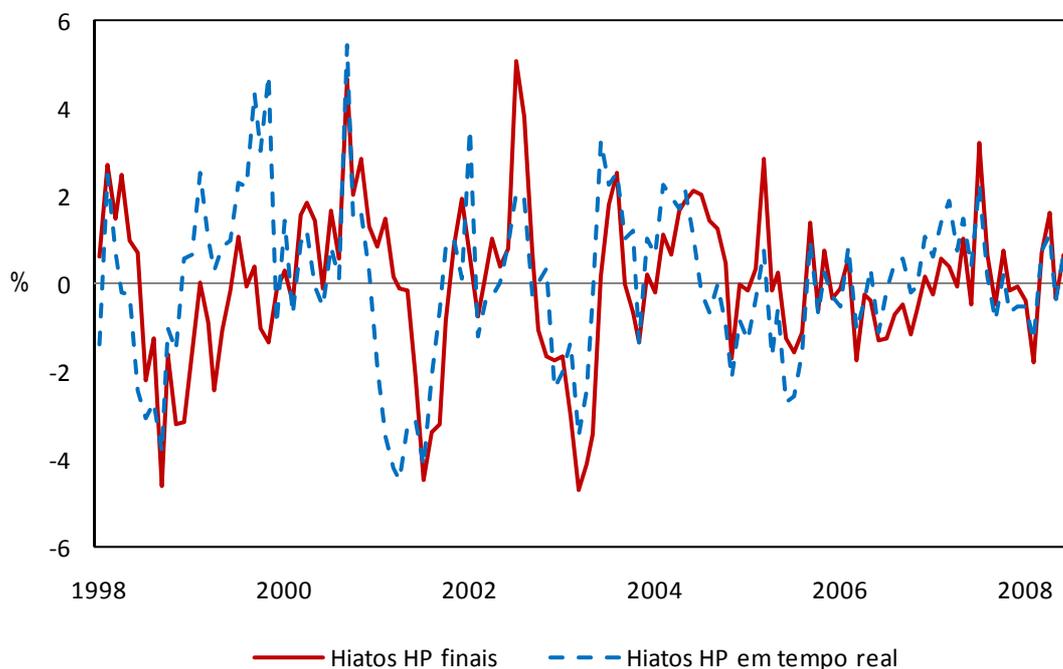


Figura 5 (b) – Hiato finais – “*Thick Modeling*”

As séries de hiato em tempo real podem apresentar diferenças significativas das séries finais. A figura 6 contrapõe a série de hiatos em tempo real à série final, obtidas pelo método de Hodrick-Prescott. A correlação entre ambas as séries é 0,55, e, em 30% das vezes, as observações da série em tempo real apresentam sinais opostos aos da série final.¹⁸



— Hiato HP finais — — Hiato HP em tempo real

Figura 6 – Hiato HP finais e em tempo real

¹⁸ Ver apêndice A.4, para gráficos análogos ao da figura 6, para os métodos de tendência linear e tendência quadrática.

Para ilustrar a importância da revisão das estimativas de hiato da PI, apresentamos, na figura 7, a estimativa do hiato da PI de abril de 1998, calculada pelo método do filtro HP, tal como evoluiu ao longo das revisões. Quando o hiato foi inicialmente calculado (com a *vintage* de 1998:4), ele era -1,41% da PI. Na *vintage* de 1998:7, ele foi revisado para -1,77%, atingindo seu mínimo. Na *vintage* de 2001:3, ele foi revisado para 0,02%, atingindo seu valor máximo antes da mudança metodológica de 2004:2. Na *vintage* de 2004:2, com a mudança metodológica do cálculo da produção industrial, ele foi revisado para 0,62%, mantendo-se relativamente constante a partir de então. Novamente, como no caso do crescimento da PI, a figura chama a atenção pela magnitude das revisões.

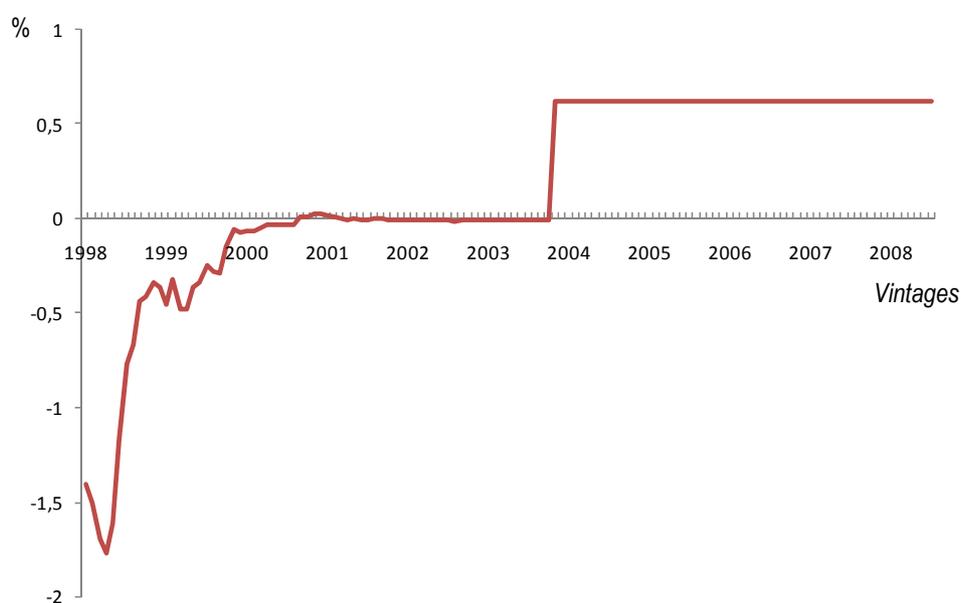


Figura 7 – Hiato da PI (Filtro HP) de 1998:4 ao longo das revisões (% da PI)

Na figura 8, podemos observar a frequência relativa das revisões do hiato HP. O gráfico mostra que em apenas 13% das vezes, as revisões foram próximas de zero (entre -0,25 p.p. e +0,25 p.p.). Em 49% das vezes, a magnitude da revisão foi superior a 1 p.p. O gráfico da figura 9 mostra todos os valores tomados pelo hiato HP em tempo real (eixo das abscissas) e os respectivos valores finais (eixo das ordenadas). Sempre que a observação do hiato estiver exatamente sobre a linha de 45°, isto significa que a revisão do hiato foi zero. Observações acima da linha de 45° indicam revisões positivas e observações abaixo indicam revisões negativas. Observações que estão nos 2° e 4° quadrantes revelam troca de sinal depois das revisões, fato que ocorreu em 30% das vezes.¹⁹

¹⁹ Ver apêndice A.4, para gráficos análogos aos das figuras 7 a 9, para os métodos de tendência linear e tendência quadrática.

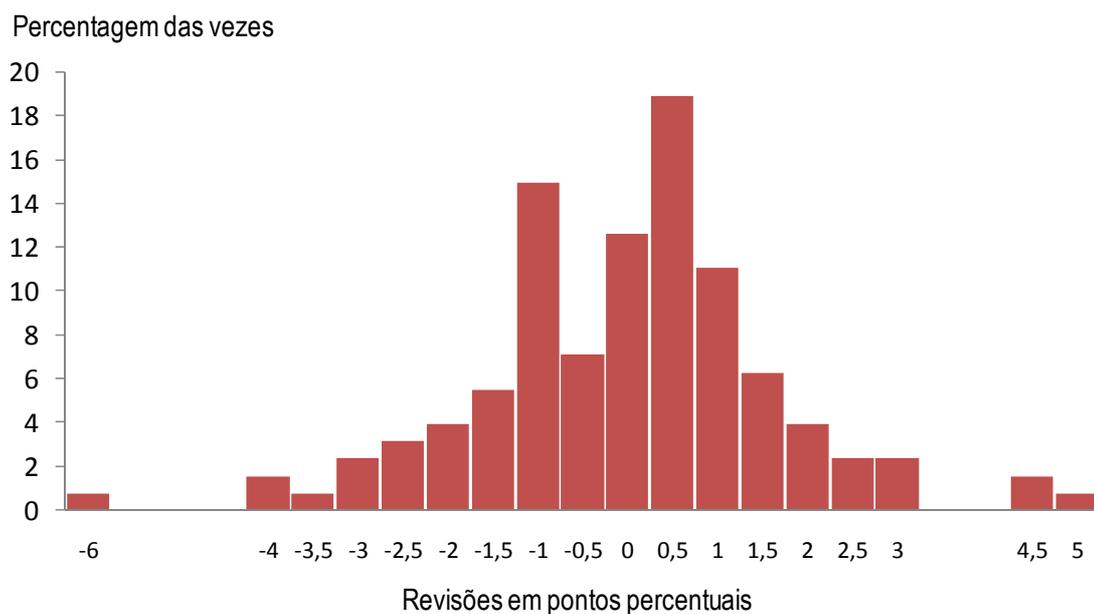


Figura 8 – Frequência relativa das revisões dos hiatos HP

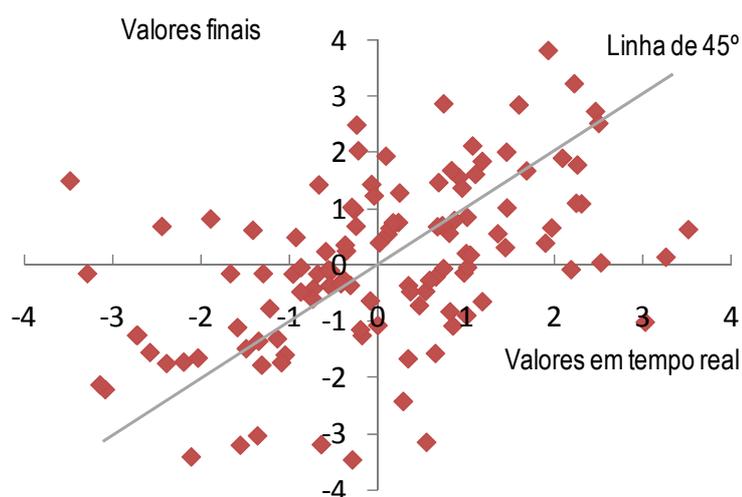


Figura 9 – Valores dos hiatos HP (tempo real *versus* finais)

Algumas estatísticas descritivas para as séries de hiato da PI e revisões são apresentadas na tabela 8. Como era de se esperar, as séries de hiatos calculados a partir do método de tendência linear (TL) apresentaram maior amplitude e desvio-padrão do que as séries de hiatos de Hodrick-Prescott (HP). Como o parâmetro de suavização do filtro HP é $\lambda=14400 < \infty$, a PI potencial acompanha mais proximamente a PI no método HP do que no TL, tendendo a gerar menor variabilidade e amplitude nas séries de hiato. A média da revisão total equivale à diferença entre a média dos hiatos finais e a média dos hiatos em tempo real. Nenhuma revisão total média foi positiva.

Tabela 8
 Hiatos da Produção Industrial (%)
 1998:4-2008:10

Método	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo
Hodrick-Prescott (HP)				
Tempo-real	0,00	1,82	-4,49	5,43
Quase-real	0,12	1,75	-4,85	4,33
Final	-0,04	1,74	-4,72	5,09
Revisão total	-0,04	1,69	-6,06	4,98
Tendência Linear (TL)				
Tempo-real	0,21	4,07	-10,18	7,59
Quase-real	0,36	3,97	-10,14	8,26
Final	-1,00	3,56	-9,02	7,49
Revisão total	-1,21	2,03	-5,90	4,72
Tendência Quadrática (TQ)				
Tempo-real	1,99	2,96	-7,18	10,00
Quase-real	2,18	2,86	-7,18	7,74
Final	-0,79	2,74	-8,27	5,05
Revisão total	-2,78	2,31	-8,85	4,75

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1991:1.

A tabela 9 mostra vários indicadores de revisão. A revisão média, que já constava na tabela anterior, indica os valores mais elevados (em magnitude) para os métodos TQ (-2,78 p.p.) e TL (-1,21 p.p.). Por outro lado, a revisão média foi apenas -0,04 p.p. para o método HP. Embora valores elevados de revisão média impliquem alta magnitude de revisão, valores baixos de revisão média não implicam necessariamente uma baixa magnitude de revisão, pois as revisões de sinais negativos podem contrabalançar revisões positivas e vice-versa. De fato, a revisão média mede melhor o viés da revisão do que sua magnitude.

Para medir a magnitude da revisão, temos os mesmos indicadores utilizados anteriormente para o crescimento da PI: a revisão absoluta média (RAM) e a raiz da revisão quadrática média (RRQM). Observando esses indicadores, pode-se perceber que os hiatos calculados por meio de todos os métodos analisados apresentam revisões economicamente relevantes. O método HP, que apresentou uma revisão média próxima de zero, apresentou uma RAM de 1,26 p.p. Em termos absolutos, isto significa que os hiatos HP foram revisados, em média, 1,26 p.p. acima ou abaixo da estimativa inicial em tempo real. O método TQ apresentou a maior RAM (3,18 p.p.), enquanto o método TL apresentou uma RAM de 2,02 p.p. Além disso, a RRQM, que “penaliza” mais fortemente as revisões de maiores magnitudes, mostra valores também elevados para todos os métodos.

Tabela 9
Indicadores de Revisão - Hiato da Produção Industrial (%)
1998:4-2008:10

	Revisão Média	RAM	RRQM	AR	R/S	CORR	SIOP	FRMA
Hodrick-Prescott (HP)	-0,04	1,26	1,69	0,68	0,97	0,55	0,30	0,49
Tendência Linear (TL)	-1,21	2,02	2,36	0,72	0,66	0,87	0,19	0,42
Tendência Quadrática (TQ)	-2,78	3,18	3,61	0,78	1,31	0,68	0,44	0,69

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1991:1.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

R/S é uma *proxy* da razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

CORR é a correlação entre o hiato em tempo real e o hiato final.

SIOP é a frequência relativa na qual o hiato em tempo real tem sinal oposto do hiato final.

FRMA é a frequência relativa na qual a revisão do hiato é maior do que o hiato final, ambos em valores absolutos.

A correlação serial de primeira ordem (AR) mostra o grau de persistência das revisões. Uma persistência elevada revela que os “erros” das estimativas de hiato em tempo real (considerando-se que as estimativas finais sejam as “melhores” estimativas disponíveis) se estendem por períodos prolongados. Nesse caso, estimativas de hiato da PI em tempo real podem levar os formuladores de política e outros agentes econômicos a percepções equivocadas persistentes sobre o estado do ciclo econômico.^{20,21} Entre os métodos analisados, a série de revisão do método TQ mostra a mais alta persistência (AR=0,78). O menor AR foi do método HP (0,68). A série de revisão do método TL apresentou AR de 0,72.

A razão ruído-sinal (R/S) mostra valores próximos ou superiores a 1 para os métodos HP e TQ, enquanto é 0,66 para o método TL. A correlação entre os hiatos finais e em tempo real calculados pelo método de tendência linear foi a mais elevada (0,87). Isto significa que a série em tempo real da TL explica 75% da variância da série final. O indicador mais baixo de correlação foi para o método HP, 0,55 – a série em tempo real explica 30% da variância da série final. O método TQ apresentou correlação de 0,68.

²⁰ Persistência elevada não significa que as revisões sejam previsíveis, mas implica que a informação futura afetará similarmente as estimativas dos hiatos de períodos consecutivos.

²¹ Por exemplo, digamos que o hiato em tempo real para determinado período seja um valor consideravelmente positivo. Porém, digamos que o hiato final para o mesmo período acabe revelando que o hiato era na verdade negativo. Nesse caso, em tempo real, baseando-se apenas na medida de hiato, os agentes econômicos teriam uma percepção equivocada sobre o estado do ciclo econômico. Se o AR é elevado (isto é, se a série de revisão apresenta persistência elevada), isto implica que a percepção equivocada sobre o estado do ciclo econômico tende a persistir por vários períodos.

Contudo, devemos atentar que as correlações podem subestimar a importância das revisões. Isto decorre do fato de que as correlações não levam em conta o nível das séries. Assim, utilizamos também, um indicador alternativo de associação – a SIOP – que é a frequência relativa na qual o hiato em tempo real tem sinal oposto do hiato final. Este indicador é de particular importância para avaliar a capacidade do hiato da PI em tempo real determinar se o setor industrial está produzindo acima ou abaixo de sua produção potencial. A ausência de qualquer revisão ou mudança de sinal geraria um valor zero para a SIOP. Se substituíssemos a série em tempo real por um ruído branco gaussiano, obteríamos um valor próximo a 0,50. A tabela 8 mostra uma SIOP elevada para pelo menos dois dos três métodos: HP (0,30) e TQ (0,44). Isto significa, por exemplo, que 44% dos hiatos em tempo real calculados pelo método TQ apresentam o sinal “errado”. A TL apresentou a SIOP mais baixa (0,19).

Finalmente, a tabela 9 apresenta o indicador FRMA, que é a frequência relativa na qual a revisão do hiato é maior do que o hiato final, ambos em valores absolutos. O FRMA é aproximadamente igual ou superior a 0,50 para dois métodos: HP e TQ, indicando que em aproximadamente 50% ou mais dos casos, a magnitude da revisão é maior do que a própria magnitude do hiato final. O hiato TL apresenta FRMA também elevada, 0,42.

4.4.4. *Análises da decomposição das revisões do hiato da produção industrial*

Uma questão relevante é a fonte das revisões totais do hiato da produção industrial – qual parcela dessas revisões é associada a revisões da PI e qual está associada ao aumento da amostra (revisões elevadas associadas ao aumento da amostra estão principalmente relacionadas à baixa precisão das estimativas de final-de-amostra da tendência do produto). Os efeitos da revisão são isolados na tabela 10.²²

²² Na tabela 10, a “Revisão total” refere-se às séries obtidas pela diferença entre as séries finais e em tempo real; o “Efeito da revisão dos dados” refere-se às séries obtidas pela diferença entre as séries quase-reais e em tempo real; e o “Efeito do aumento da amostra” refere-se se às séries obtidas pela diferença entre as séries finais e quase-reais.

No método HP, o viés positivo gerado pela revisão de dados (0,12 p.p.) é mais do que contrabalançado pelo viés negativo gerado pelo aumento da amostra (-0,16 p.p.). Os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que tanto a revisão de dados quanto o aumento da amostra são relevantes para explicar a magnitude das revisões totais. De fato, a RAM proveniente da revisão de dados é 0,76 p.p., enquanto que a RAM proveniente do aumento da amostra é 1,19 p.p. A razão ruído-sinal (R/S) é 0,61 para a série proveniente da revisão de dados e 0,84 para a série de revisão proveniente do aumento da amostra. A série de revisão referente ao aumento da amostra possui um AR igual a 0,84, enquanto o AR da série de revisão de dados é 0,29. Na figura 10, apresentamos as séries quase-real e em tempo real dos hiatos obtidos pelo método HP. A diferença entre ambas é a revisão dos hiatos proveniente da própria revisão de dados da PI. Na figura 11, apresentamos as séries final e quase-real dos hiatos obtidos pelo método HP. A diferença entre ambas é a revisão proveniente do aumento da amostra.²³

Tabela 10
Decomposição das Revisões dos Hiatos da Produção Industrial (%)
1998:4-2008:10

Método	Média	Desvio-Padrão	Valor Mínimo	Valor Máximo	RAM	RRQM	R/S	AR
Hodrick-Prescott (HP)								
Revisão total	-0,04	1,69	-6,06	4,98	1,26	1,69	0,97	0,68
Efeito da revisão dos dados	0,12	1,06	-3,93	2,74	0,76	1,06	0,61	0,29
Efeito do aumento da amostra	-0,16	1,46	-3,36	2,79	1,19	1,47	0,84	0,96
Tendência Linear (TL)								
Revisão total	-1,21	2,03	-5,90	4,72	2,02	2,36	0,66	0,72
Efeito da revisão dos dados	0,16	1,22	-5,17	2,52	0,88	1,22	0,34	0,32
Efeito do aumento da amostra	-1,37	1,72	-3,50	3,67	1,93	2,19	0,62	0,97
Tendência Quadrática (TQ)								
Revisão total	-2,78	2,31	-8,85	4,75	3,18	3,61	1,31	0,78
Efeito da revisão dos dados	0,19	1,18	-4,81	2,49	0,86	1,19	0,43	0,32
Efeito do aumento da amostra	-2,97	2,11	-6,13	3,70	3,34	3,64	1,33	0,96

Notas: A amostra de dados utilizada para as estimações dos hiatos iniciam em 1991:1.

RAM é a revisão absoluta média.

RRQM é a raiz da revisão quadrática média.

R/S é a razão ruído-sinal (obtida pela razão entre RRQM e o desvio-padrão do hiato final).

AR é a correlação serial de primeira ordem da série de revisão.

²³ Gráficos análogos aos das figuras 10 e 11 para os métodos de tendência linear e tendência quadrática constam no apêndice A.4.

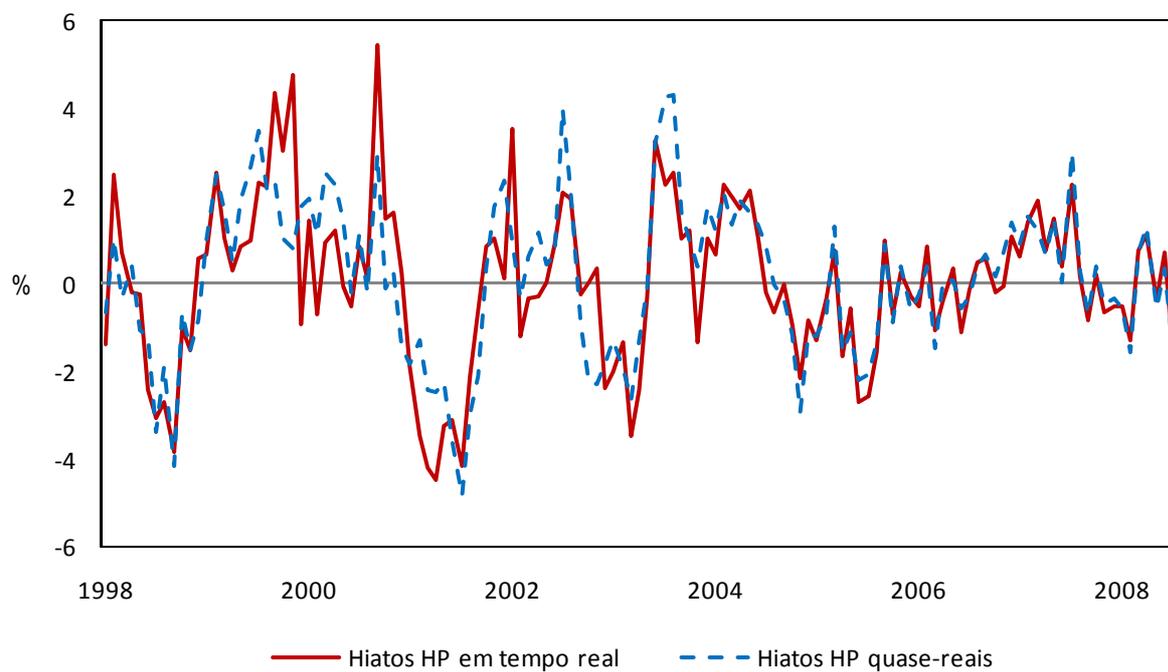


Figura 10 – Hiatos HP – séries em tempo real e quase-real

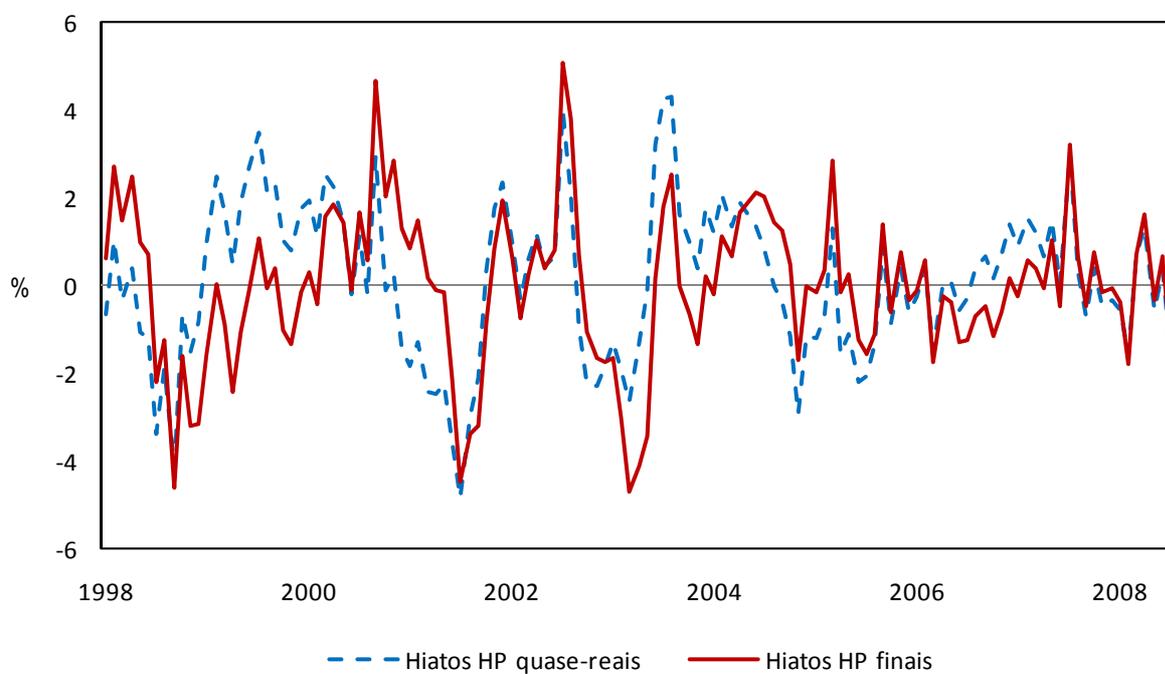


Figura 11 – Hiatos HP – séries quase-real e final

No método TL, o viés da revisão total (-1,21 p.p.) é quase toda proveniente do aumento da amostra (-1,37 p.p.). Além disso, os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que o efeito do aumento da amostra é também importante para explicar a magnitude da revisão total. A RAM proveniente da revisão de dados é 0,88 p.p., enquanto que a RAM proveniente do aumento da amostra é 1,93 p.p. A razão ruído-sinal (R/S) é 0,34 para a série proveniente da revisão de dados e 0,62 para a série de revisão proveniente do aumento da amostra. A série de revisão referente ao aumento da amostra é altamente persistente ($AR=0,97$), e o AR da série de revisão de dados é 0,32.

No método TQ, a revisão total apresenta um viés de -2,78 p.p., quase todo proveniente do aumento da amostra (-2,97 p.p.). Os indicadores RAM, RRQM e R/S mostram que o efeito do aumento da amostra é muito superior ao efeito da revisão de dados sobre a magnitude da revisão total. A RAM proveniente da revisão de dados é 0,86 p.p., enquanto que a RAM proveniente do aumento da amostra é 3,34 p.p. A razão ruído-sinal (R/S) é 0,43 para a série de revisão de dados e 1,33 para a série de revisão proveniente do aumento da amostra. A série de revisão referente ao aumento da amostra é altamente persistente ($AR=0,96$), enquanto o AR da série proveniente de revisão de dados é 0,32.

Assim, em geral, para explicar a magnitude da revisão total, tanto o efeito do aumento da amostra quanto o efeito da revisão de dados mostram-se relevantes, embora os dados sugiram certa predominância do efeito do aumento da amostra. Além disso, a maior parte da persistência e do viés das séries de revisão total é proveniente do aumento da amostra.

4.5. Conclusão

A partir da elaboração de um conjunto de dados de produção industrial (PI) em tempo real para o Brasil, contendo as *vintages* entre abril de 1998 e outubro de 2008, examinamos vários indicadores que visam capturar características das revisões de PI e do hiato da PI. Como não associamos aplicações específicas às revisões (previsão, análise de política monetária, etc.), nem fizemos suposições sobre a verdadeira estrutura da economia ou sobre os verdadeiros processos geradores de dados, os resultados são bastante gerais e fornecem um limite inferior ao erro de medida das variáveis.

Os indicadores sugerem que as revisões de crescimento da PI (mês/mês anterior) são economicamente importantes. Em termos absolutos, o crescimento da PI é revisado, em média, 0,91 p.p. acima ou abaixo do valor inicialmente divulgado, apresentando uma razão ruído-sinal igual a 0,88. Com a revisão da PI, o crescimento da PI mudou de sinal em 19% das vezes. Além disso, a magnitude da revisão do crescimento da PI é maior do que a própria magnitude do dado em 33% das vezes. Porém, ao aumentar o período de agregação, todos os indicadores de revisão tornam-se mais favoráveis. Por exemplo, quando a taxa de crescimento da PI é acumulada em doze meses, a revisão em termos absolutos reduz-se para 0,07 p.p. por mês, em média (correspondendo a 0,86 p.p. ao ano).

A análise do crescimento da média móvel trimestral da PI mostra indicadores de revisão mais favoráveis do que os indicadores do crescimento da série original (mês/mês anterior). Porém, as revisões permanecem economicamente relevantes. Em termos absolutos, o crescimento da média móvel trimestral é revisado, em média, 0,39 p.p. acima ou abaixo do valor inicialmente divulgado, apresentando uma razão ruído-sinal igual a 0,71.

Em comparação com os achados do capítulo 3 para o PIB brasileiro, a revisão absoluta média da produção industrial é maior do que a do PIB para o acumulado em um e em dois trimestres; porém, é inferior para o acumulado em quatro trimestres. Além disso, os indicadores R/S, CORR e SIOP são mais favoráveis para o caso da produção industrial.

Na análise das revisões de hiato da produção industrial, utilizamos três métodos de extração de tendência: o filtro de Hodrick-Prescott (HP), a tendência linear (TL) e a tendência quadrática (TQ). Todos os métodos apresentaram revisões de magnitudes economicamente relevantes. Os hiatos da PI obtido pelos métodos HP, TL e TQ são revisados, em média, respectivamente, 1,26 p.p., 2,02 p.p. e 3,18 p.p. acima ou abaixo das suas estimativas iniciais. Os métodos TL e TQ apresentaram tanto as maiores magnitudes de revisão, quanto os maiores vieses. Em dois dos três métodos (HP e TQ), as revisões implicam mudança de sinal do hiato em 30% ou mais das vezes, e a magnitude da revisão é maior do que a própria magnitude do hiato em aproximadamente 50% ou mais das vezes.

Em geral, tanto o efeito da revisão de dados da PI quanto o efeito do aumento da amostra são importantes para explicar as revisões totais dos hiatos da PI, embora os resultados sugiram certa predominância do efeito do aumento da amostra. O fato de ambos efeitos serem importantes, assim como a predominância do efeito do aumento da amostra, está de acordo com os achados de vários autores (para revisões de hiatos estimados a partir do Produto Interno Bruto): Orphanides e van Norden (2002) para os Estados Unidos; Cayen e van Norden (2005) para o Canadá; e Bernhardsen, Eitrheim, Jore e Røisland (2004, 2005) para a Noruega.

Como os dados disponíveis de produção industrial são usualmente mais recentes do que os dados de Produto Interno Bruto, uma prática comum é utilizar o último dado de PI ou a última estimativa de hiato do PI para analisar o estado da economia ou a posição da economia no ciclo econômico. Porém, nossos resultados recomendam muita cautela nesse procedimento. Em tempo real, tanto a medida de produção industrial quanto as medidas analisadas de hiatos da PI apresentam importantes limitações – ambas estão sujeitas a revisões economicamente relevantes. Potencialmente, isso tem implicações importantes também para estudos que utilizem a PI ou o hiato da produção industrial para analisar o comportamento passado da política monetária ou para prever a inflação. No primeiro caso, dado que os formuladores de política tomam suas decisões em tempo real, nossos resultados sugerem que pode não ser adequado utilizar a última série de dados disponível para efetuar a análise. Uma alternativa é utilizar um conjunto de dados em tempo real. No segundo caso, os resultados sugerem que não é razoável comparar um novo modelo de previsão (estimado com os últimos dados disponíveis) com o desempenho de previsões de inflação realizadas em tempo real. À medida que o último conjunto de dados disponível tende a ser mais preciso, a comparação pode não ser justa.

Referências

BERNHARDSEN, Tom; EITRHEIM, Øyvind; JORE, Sofie Anne; RØISLAND, Øistein. (2004). Real time data for Norway: challenges for monetary policy. *Discussion Paper Series 1: studies of the economic research centre*, n.26.

BERNHARDSEN, Tom; EITRHEIM, Øyvind; JORE, Sofie Anne; RØISLAND, Øistein. (2005). Real time data for Norway: challenges for monetary policy. *North American Journal of Economics and Finance*, 16, 333-349.

CAYEN, Jean-Philippe; van NORDEN, Simon. (2005). The reliability of Canadian output-gap estimates. *North American Journal of Economics and Finance*, 16, 373-393.

CROSHOURE, Dean. (2008). Frontiers of real-time data analysis. *Working Paper*, n.08-4, Research Department, Federal Reserve Bank of Philadelphia.

CROSHOURE, Dean; STARK, Tom. (2000). A funny thing happened on the way to the data bank: a real-time data set for macroeconomists. *Business Review*, September/October. Federal Reserve Bank of Philadelphia.

CROSHOURE, Dean; STARK, Tom. (2001). A real-time data set for macroeconomists. *Journal of Econometrics*, 105, 111-130.

DIEBOLD, Francis X.; RUDEBUSCH, Glenn D. (1991). A real-time analysis. *Journal of the American Statistical Association*, v.86, n.415, 603-610.

GRANGER, Clive W.J; JEON, Yongil. (2004). Thick Modeling. *Economic Modelling*, v.21, 323-343.

HODRICK, Robert J.; PRESCOTT, Edward C. (1997). U.S business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, v.29, n.1, 1-16.

McKENZIE, Richard; PARK, So Young (2006). Revisions analysis of the index of industrial production for OECD countries and major non-member economies. *OECD Short-term Economic Statistics Working Party*.

ORPHANIDES, Athanasios; van NORDEN, Simon. (2002). The unreability of output-gap estimates in real time. *The Review of Economics and Statistics*, v.84, n.4, 569-583.

STARK, Tom. (2002). A summary of the conference on real-time data analysis. *Business Review*, Q1. Federal Reserve Bank of Philadelphia.

APÊNDICE A.1. Dados e experimentos empíricos (CD)

APÊNDICE A.2. Algoritmo Genético

Segundo Michalewicz (1996), um algoritmo genético (AG) deve conter os seguintes cinco componentes:

- (i) Uma representação genética para as potenciais soluções do problema.
- (ii) Uma maneira de criar uma população inicial de soluções potenciais.
- (iii) Uma função de avaliação que desempenha o papel da natureza, avaliando as soluções em termos de sua *aptidão*.
- (iv) Operadores genéticos que alteram a composição dos descendentes.
- (v) Valores para os vários parâmetros que o algoritmo genético utiliza (tamanho da população, probabilidades de aplicar os operadores genéticos, etc.).

As representações genéticas mais utilizadas são a *binária* e a *contínua*. A representação binária tem o mérito de ser formalmente mais bem fundamentada, com diversos teoremas e propriedades bem estabelecidas. Mas, usualmente, em termos práticos, a representação contínua apresenta melhor desempenho. Além disso, uma vantagem da representação contínua, que se aplica a problemas de otimização de variáveis contínuas, é que torna desnecessária a codificação e a decodificação dos valores (de contínuos para binários e vice-versa). Dadas estas vantagens, optamos por uma representação genética contínua para o algoritmo genético.

A maneira mais usual de criar uma população inicial é gerar uma população completamente aleatória. No presente trabalho, utilizamos o procedimento de “*ancoragem da população inicial*”, descrito na seção 2.4.2, que é um procedimento parcialmente aleatório.

A função de avaliação utilizada no nosso AG é a própria função-perda, que é um erro quadrático médio, mas ponderado por pesos (potencialmente) diferentes, conforme discutido na seção 2.4.3. A aptidão de um indivíduo é o inverso do valor do indivíduo avaliado pela função-perda. Assim, é equivalente afirmar que o AG maximiza a aptidão ou que minimiza a função-perda.

Os operadores genéticos que utilizamos (cruzamento e mutação) e os valores utilizados para os vários parâmetros do AG são detalhados ao longo da próxima seção.

A.2.1. Descrição do AG utilizado

Utilizamos um AG com uma população de cem indivíduos e cem gerações. Cada geração corresponde a uma iteração do algoritmo. A população inicial de potenciais soluções iniciais para o AG é gerada segundo o procedimento de “*ancoragem da população inicial*”, descrito na seção 2.4.2. A população inicial é uma matriz $100 \times (n+1+S)$ de coeficientes ou *genes*, onde $(n+1+S)$ é o número de coeficientes estimados da RNA ($n+1$ coeficientes da parte linear da rede e S coeficientes da parte não-linear da rede). Cada vetor linha é um *indivíduo*, que é uma solução potencial para o problema de otimização.

Na primeira geração, a população corrente é a população inicial. A população da próxima geração é formada por três operações sobre a população corrente: o *elitismo*, o *cruzamento* e a *mutação*. Na nossa especificação do AG, o elitismo é responsável pela formação de 20% dos indivíduos da próxima geração, o cruzamento é responsável por 50%, e a mutação é responsável por 30%.

O elitismo seleciona os indivíduos 20% mais aptos da população corrente (com menor valor na função-perda). Os vinte indivíduos selecionados têm a sobrevivência garantida, e fazem parte da próxima geração.

Em nosso AG, utilizamos a *seleção por torneios* para escolher os indivíduos que geram descendentes por cruzamento e mutação. Cada torneio é formado por três indivíduos sorteados aleatoriamente, com reposição, da população corrente (aqueles indivíduos que foram selecionados pelo elitismo também podem ser sorteados para o torneio). O indivíduo mais apto de cada torneio é selecionado para o grupo que gera descendentes (o mesmo indivíduo pode ser selecionado mais do que uma vez). Os torneios são repetidos até que se obtenha o número de indivíduos necessários para gerar os descendentes, que completarão a população da próxima geração.

Cada cruzamento gera um descendente a partir da média ponderada de dois indivíduos:

$$descendente = \delta \cdot individuo_i + (1 - \delta) \cdot individuo_j \quad (A.1)$$

onde $\delta \in [0,1]$ é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição uniforme. O operador genético de cruzamento é aplicado 50 vezes em cada iteração do AG, gerando 50 indivíduos.

O operador genético de mutação gera um descendente a partir de cada indivíduo. Utilizamos uma taxa de mutação de 20%. Isto significa que a probabilidade de que cada gene ou coeficiente de um indivíduo (selecionado para mutação) sofra uma mutação é de 20%. Cada gene sorteado é substituído por um número aleatório, gerado uniformemente sobre o intervalo deste gene (compreende valores entre o menor e o maior valor deste gene na população inicial). O operador genético de mutação é aplicado 30 vezes em cada iteração do AG, gerando 30 indivíduos.

Dadas as aplicações do elitismo, cruzamento e mutação, temos uma nova população de cem indivíduos, que será considerada a população corrente na próxima geração. O processo de elitismo, torneios, cruzamentos e mutações é realizado ao longo de cem gerações. Todos os indivíduos da última geração são ordenados segundo o seu grau de aptidão, e o mais apto é considerado a solução do problema de otimização.

APÊNDICE B.2. Cálculo dos pesos das observações nas estimações de RNAs

Seja mp_K a “memória” do modelo Rna- K , as observações da estimação são ponderadas de tal forma que as seguintes três propriedades sejam satisfeitas: (a) o peso da última observação é igual ao peso da primeira observação multiplicado por mp_K ; (b) o somatório dos pesos é igual ao número de observações; (c) os pesos seguem uma progressão aritmética. A partir destas propriedades, podemos obter o peso de cada observação na estimação.

Das propriedades (a) e (b), obtemos, respectivamente, as seguintes equações:

$$peso_{N,K} = peso_{1,K} \cdot mp_K \quad (B1)$$

$$\sum_{n=1}^N peso_{n,K} = N \quad (B2)$$

Da propriedade (c), pela fórmula da soma dos termos de uma progressão aritmética finita, temos:

$$\sum_{n=1}^N peso_{n,K} = \frac{N \cdot (peso_{1,K} + peso_{N,K})}{2} \quad (B3)$$

Substituindo (B2) em (B3), obtemos:

$$peso_{1,K} = 2 - peso_{N,K} \quad (B4)$$

Substituindo (B1) em (B4), obtemos:

$$peso_{1,K} = \frac{2}{1 + mp_K} \quad (B5)$$

De (B1) e (B5), temos:

$$peso_{N,K} = \frac{2mp_K}{1 + mp_K} \quad (B6)$$

Pela fórmula do termo geral de uma progressão aritmética,

$$peso_{n,K} = peso_{1,K} + \left(\frac{peso_{N,K} - peso_{1,K}}{N-1} \right) (n-1) \quad (\text{B7})$$

Reescrevendo (B7), obtemos:

$$peso_{n,K} = \frac{2[(N-1) + (mp_K - 1)(n-1)]}{(N-1)(1 + mp_K)} \quad \blacksquare$$

APÊNDICE C.2. Evolução do peso do modelo linear no modelo evolucionário¹

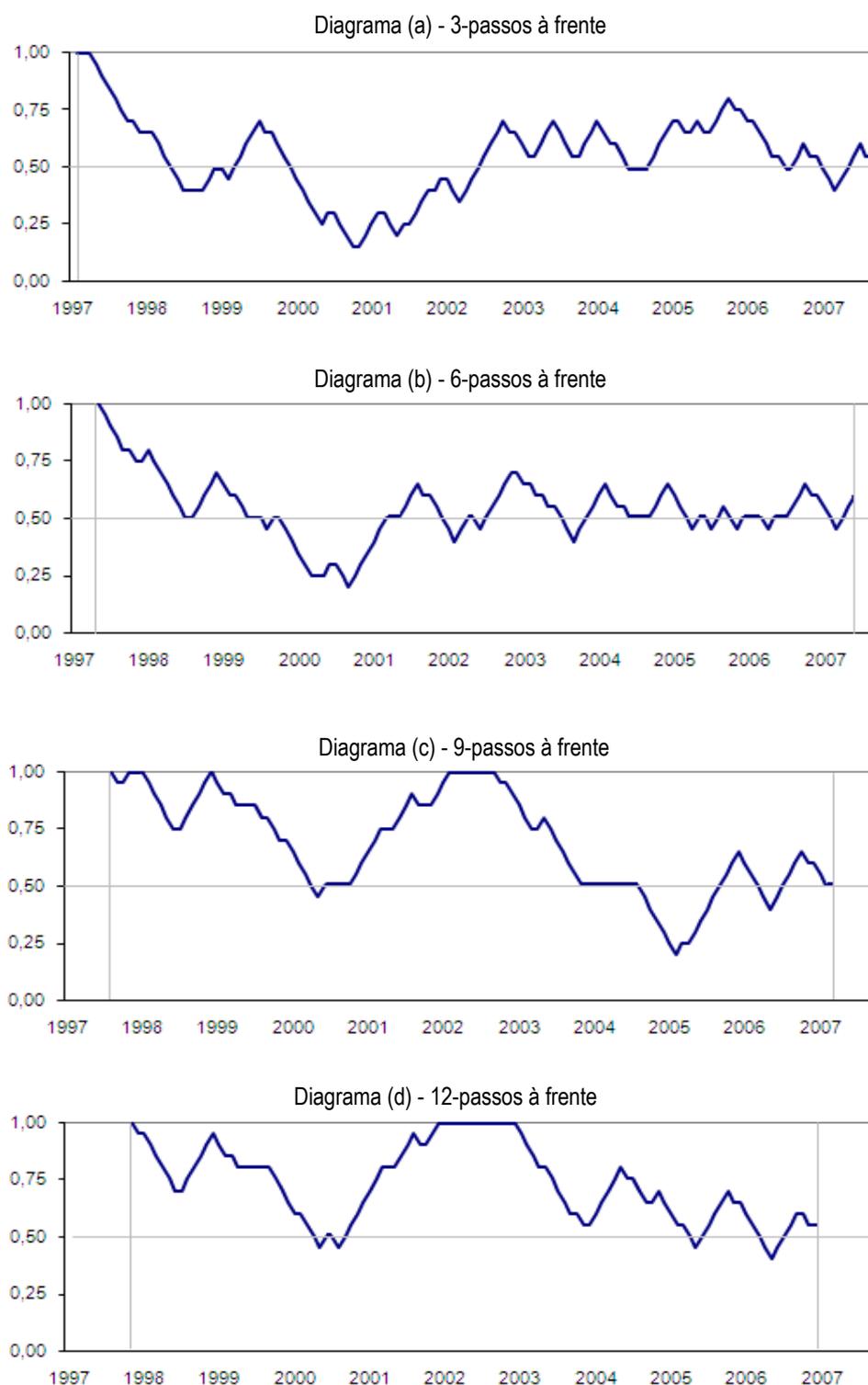


Figura C.1 – Peso do modelo linear (ω_t) ao longo do tempo (modelo com hiato do produto)

¹ Todos os diagramas iniciam no período imediatamente anterior a primeira iteração (iniciam em $\tau = 0$) e, como definido na seção 2.7.3, o valor inicial do peso do modelo linear é sempre 1 ($\omega_0 = 1$) e, portanto, o valor inicial do peso do modelo não-linear é sempre zero.

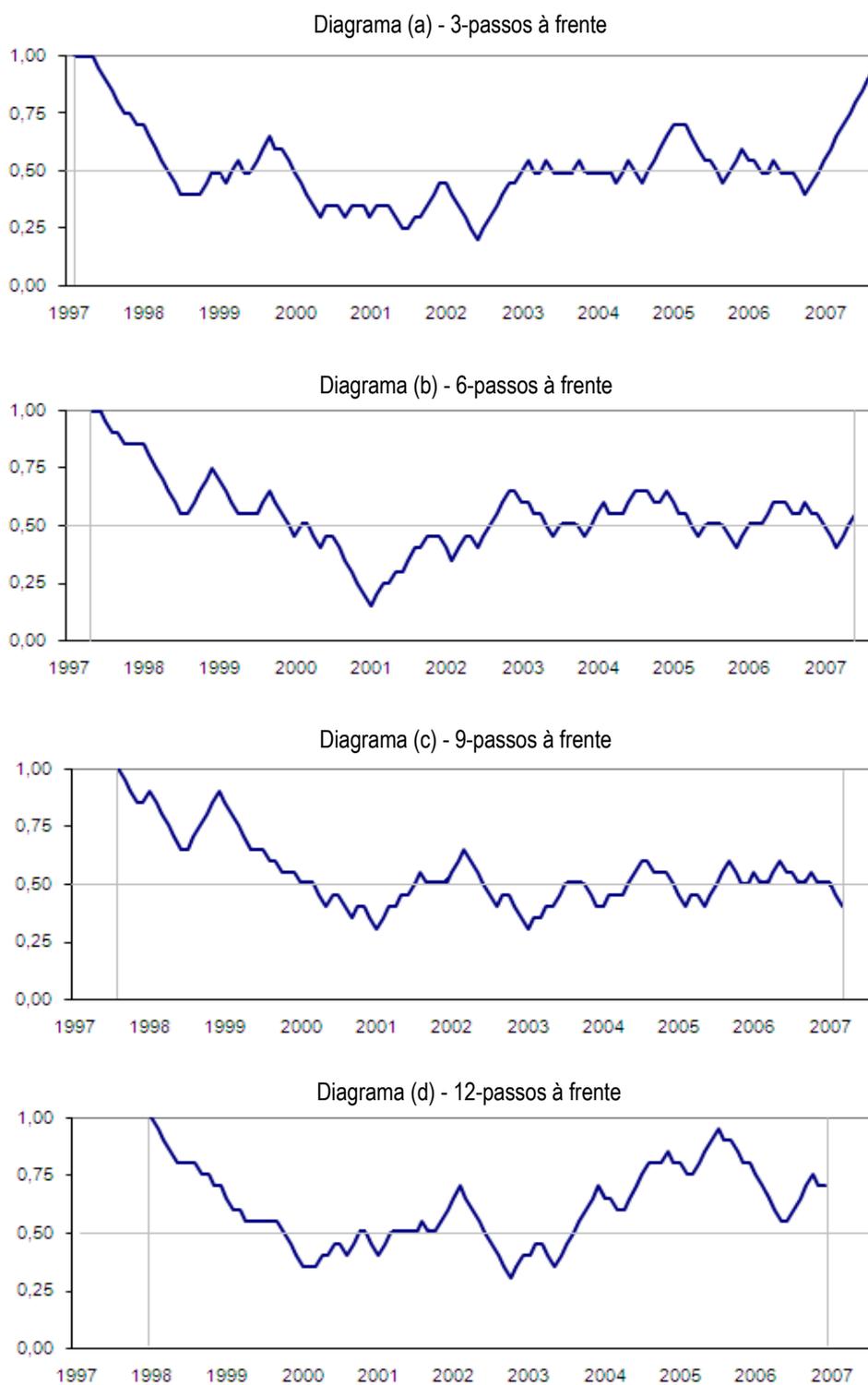


Figura C.2 – Peso do modelo linear (ω_t) ao longo do tempo (modelo com variação do produto industrial)

APÊNDICE A.3. Gráficos para os hiatos TL, TQ e HC

A.3.1. Tendência Linear (TL)

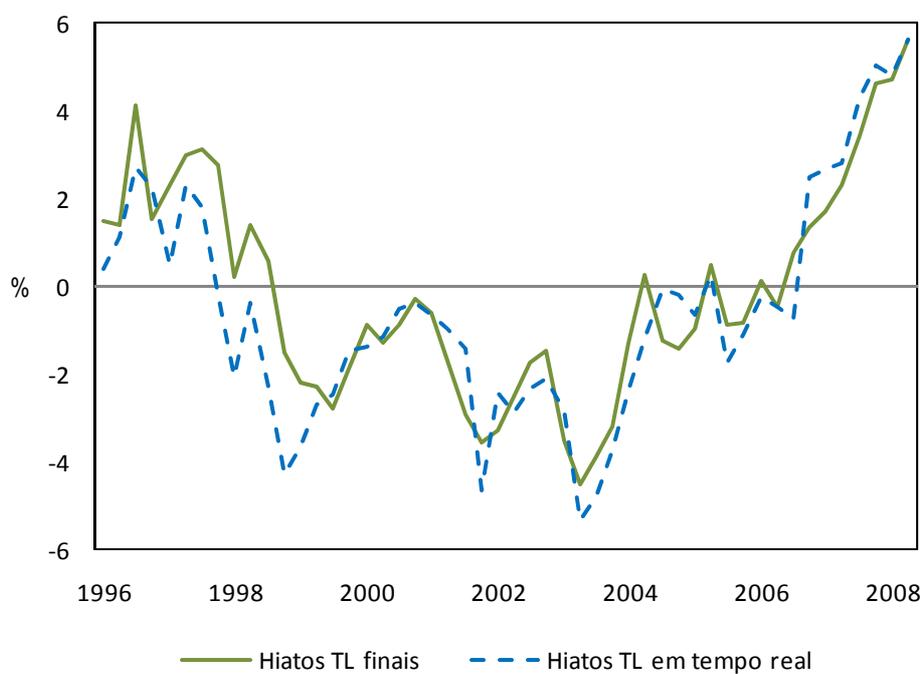


Figura A.1 – Hiatos TL finais e em tempo real

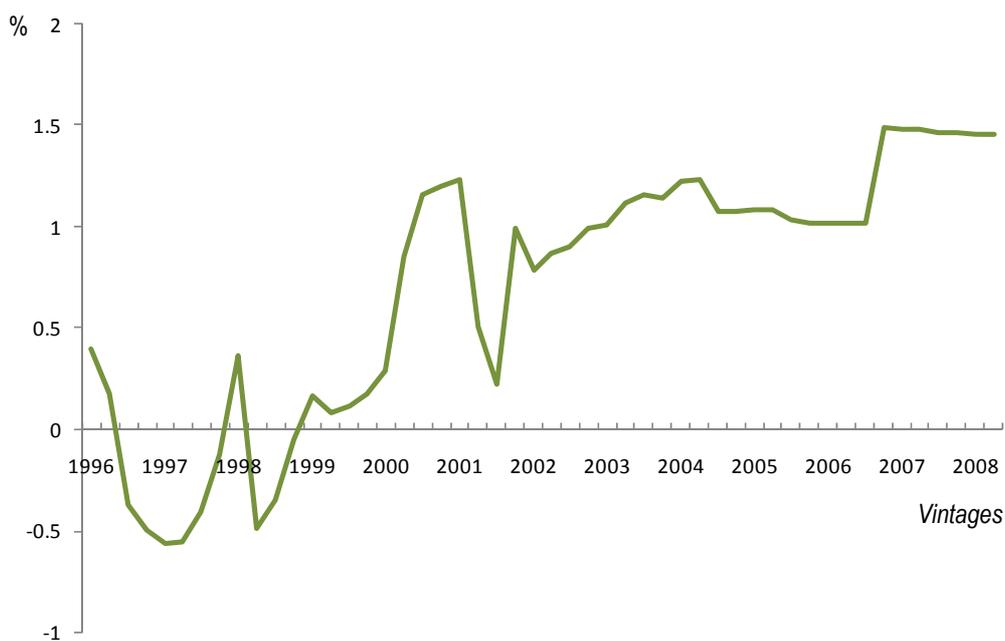


Figura A.2 – Hiato do Produto (Tendência Linear) de 1996:1 ao longo das revisões (% do PIB)

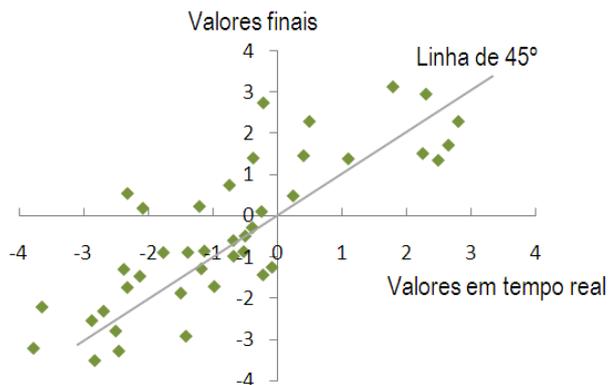
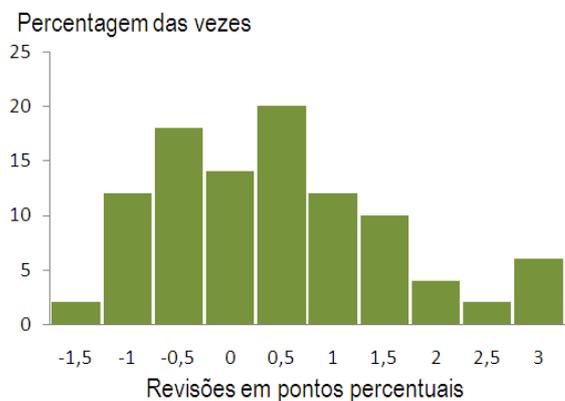


Figura A.3 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TL Figura A.4 – Valores dos hiatos TL (tempo real *versus* finais)

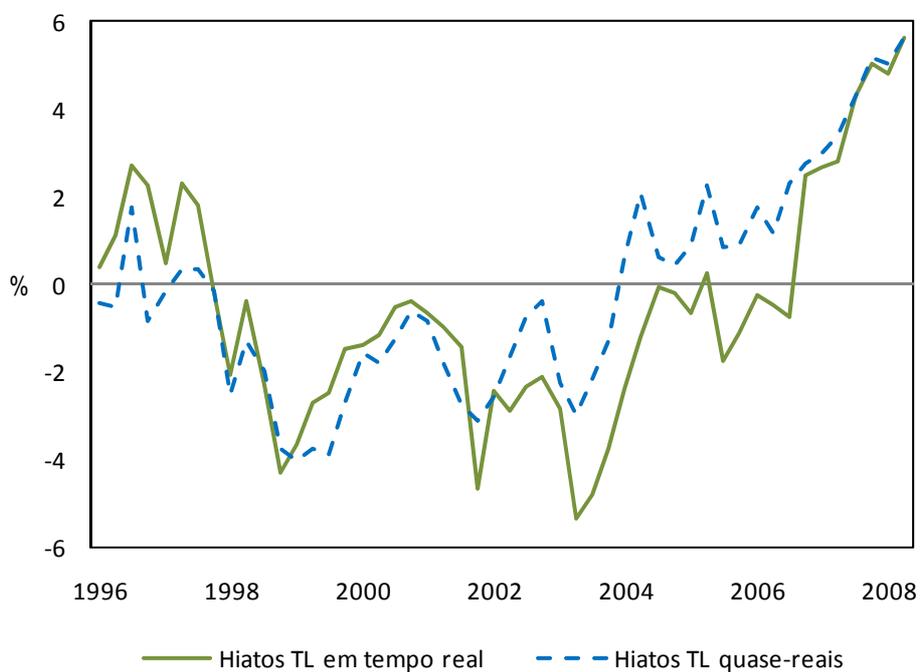


Figura A.5 – Hiatos TL – séries em tempo real e quase-real

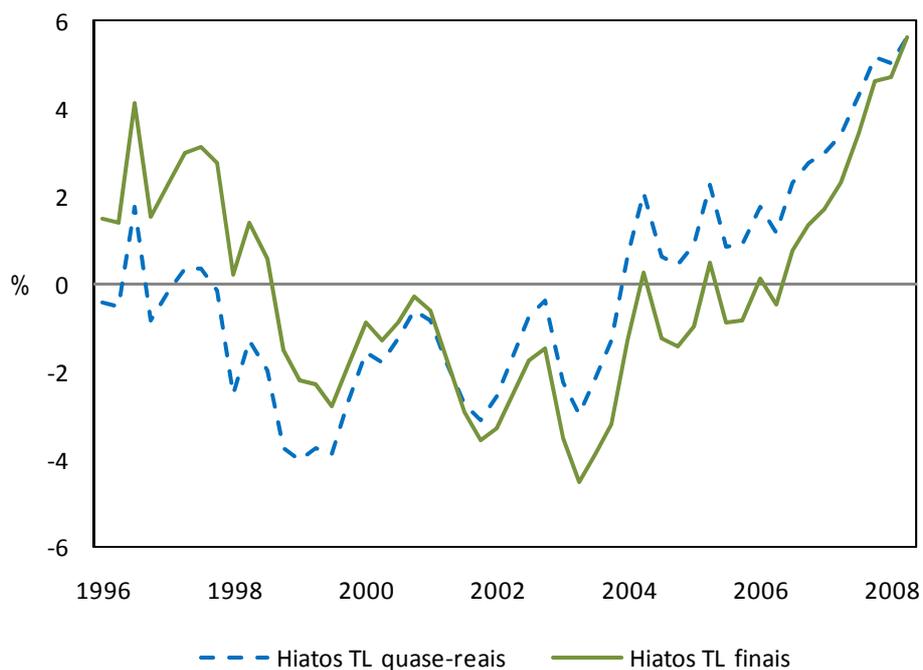


Figura A.6 – Hiatos TL – séries quase-real e final

A.3.2. Tendência Quadrática (TQ)

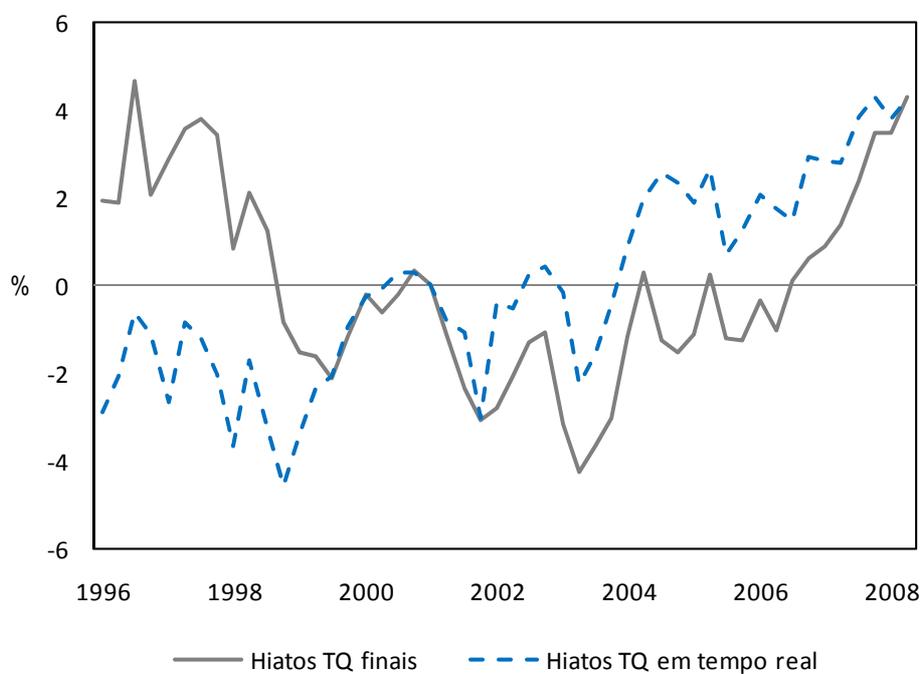


Figura A.7 – Hiatos TQ finais e em tempo real

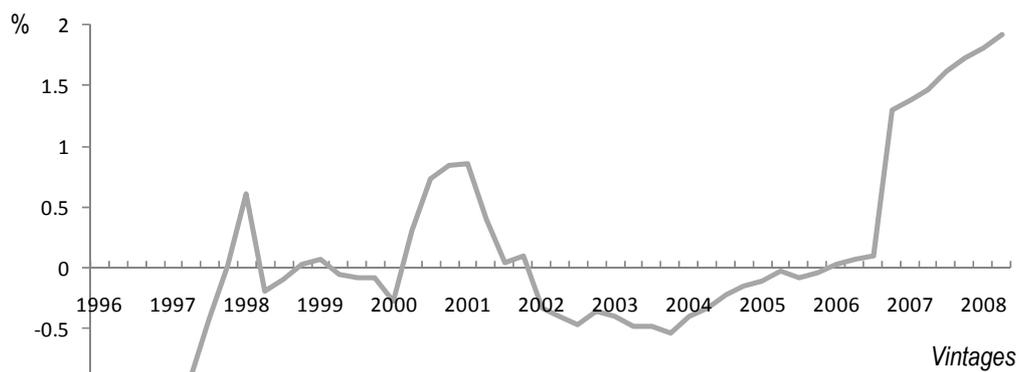


Figura A.8 – Hiato do Produto (Tendência Quadrática) de 1996:1 ao longo das revisões (% do PIB)

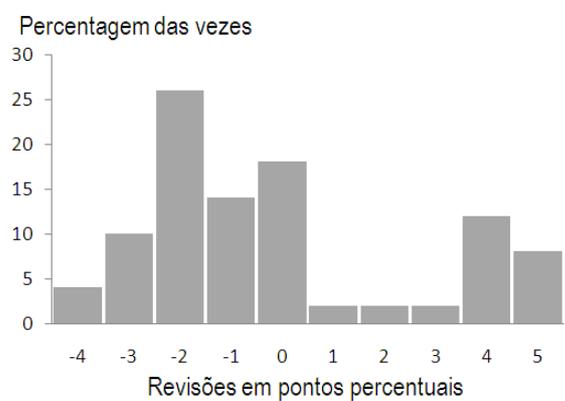


Figura A.9 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TQ

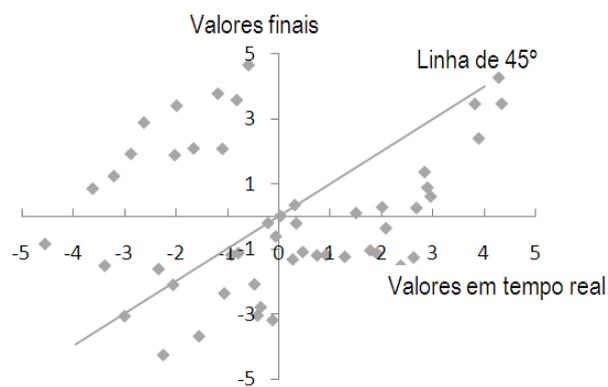


Figura A.10 – Valores dos hiatos TQ (tempo real versus finais)

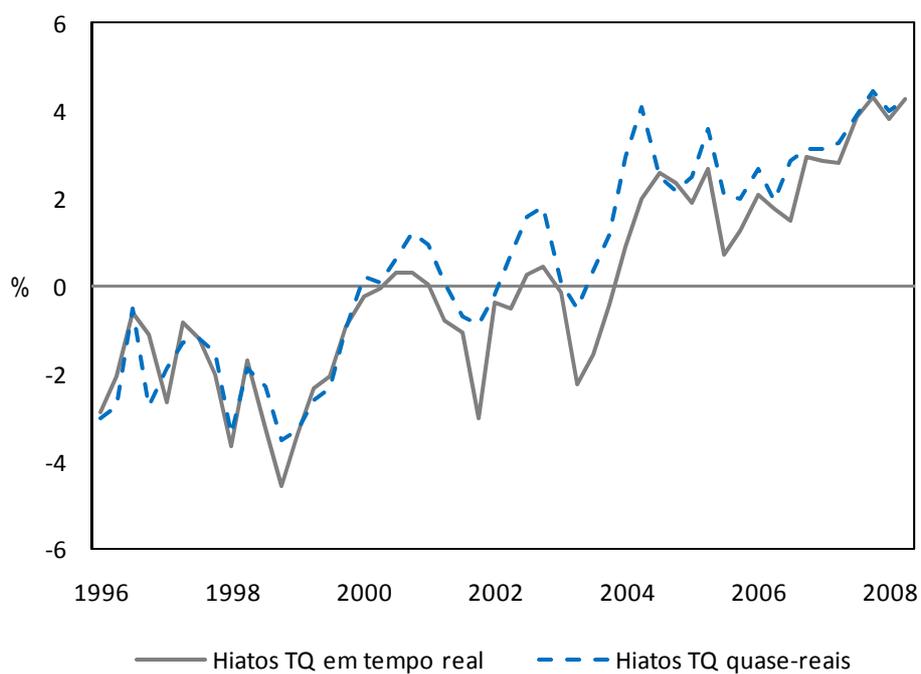


Figura A.11 – Hiatos TQ – séries em tempo real e quase-real

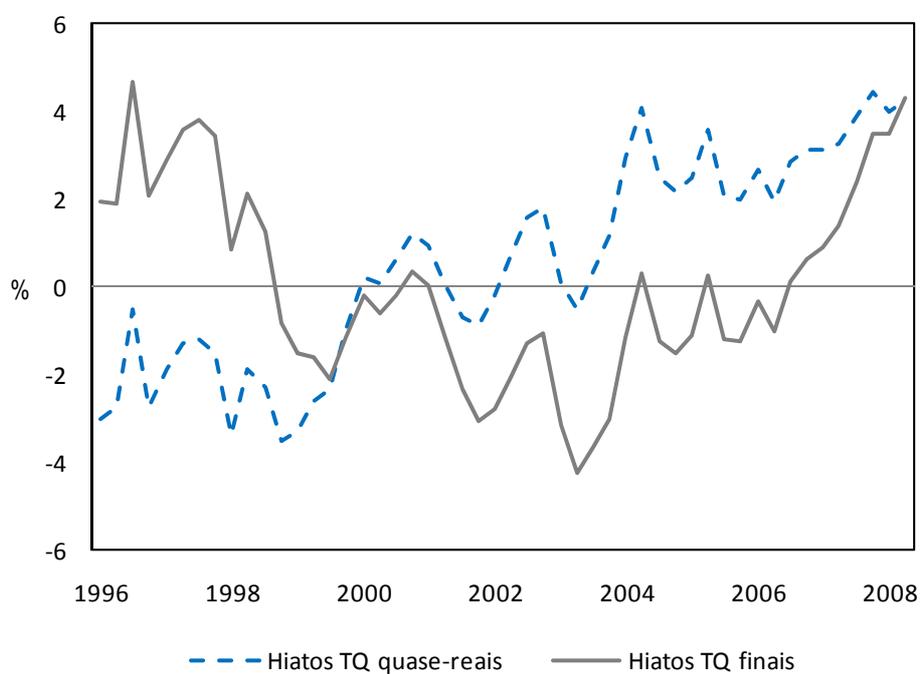


Figura A.12 – Hiatos TQ – séries quase-real e final

A.3.3. Harvey-Clark (HC)

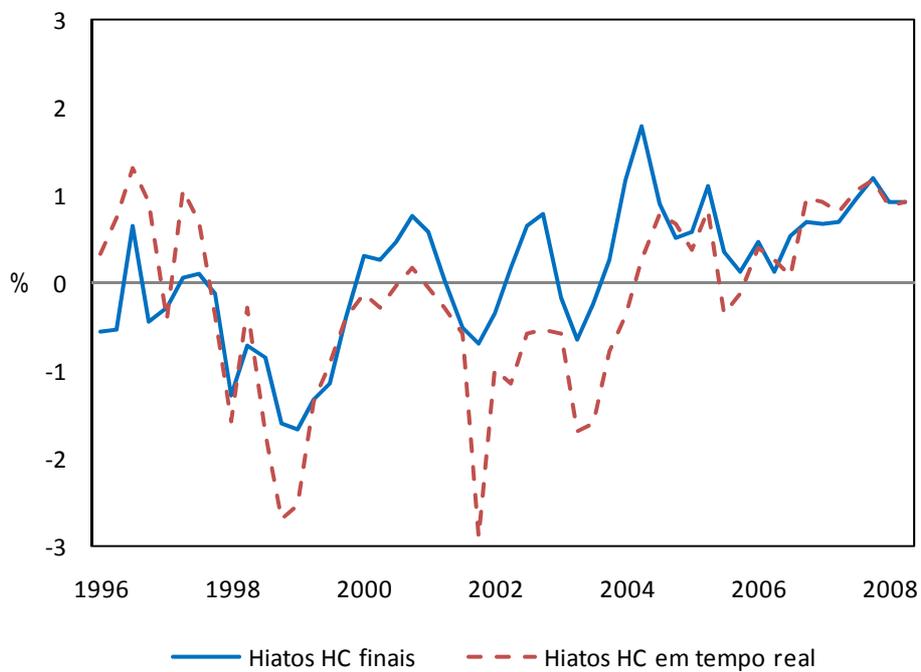


Figura A.13 – Hiatos HC finais e em tempo real

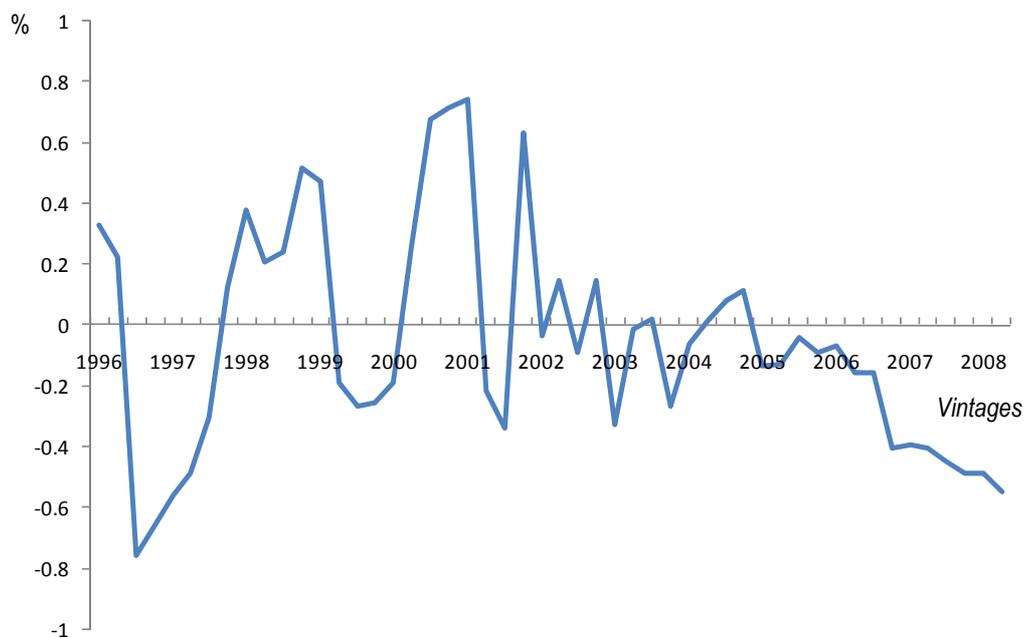


Figura A.14 – Hiato do Produto (Harvey-Clark) de 1996:1 ao longo das revisões (% do PIB)

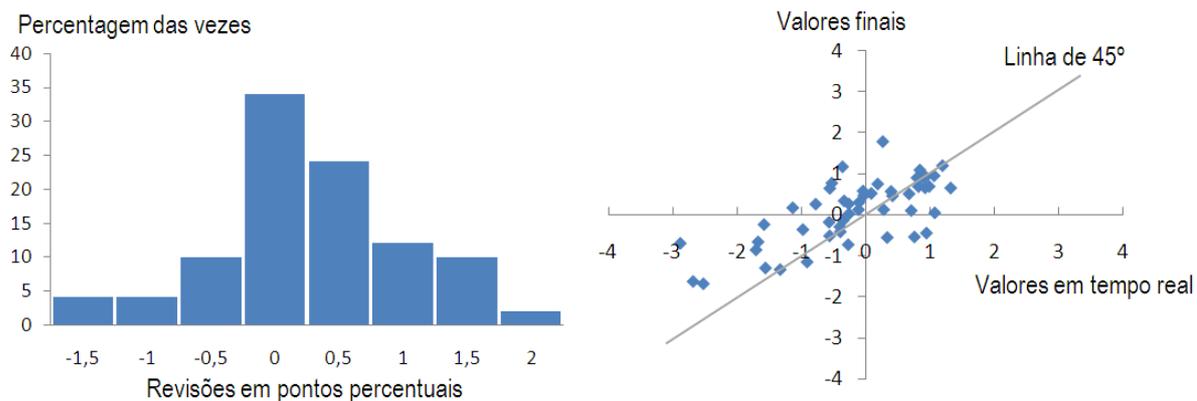


Figura A.15 – Frequência relativa das revisões dos hiatos HC Figura A.16 – Valores dos hiatos HC (tempo real *versus* finais)

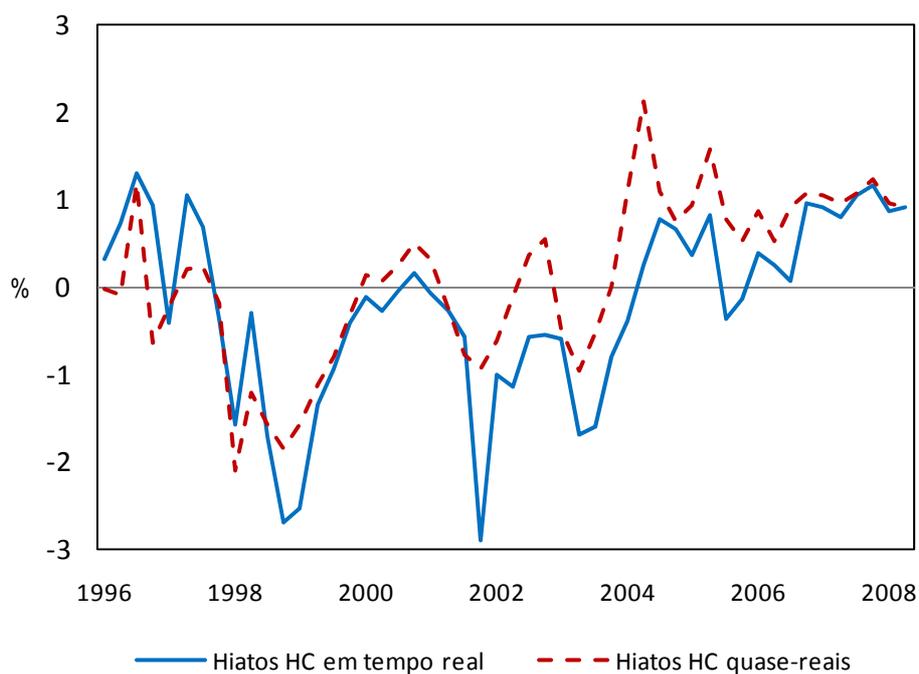


Figura A.17 – Hiatos HC – séries em tempo real e quase-real

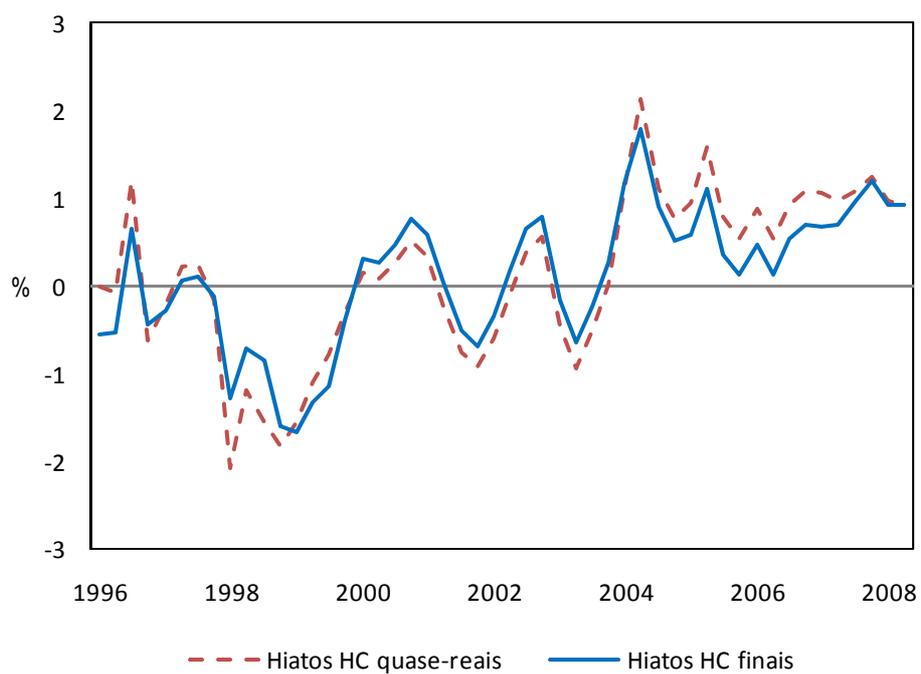


Figura A.18 – Hiatos HC – séries quase-real e final

APÊNDICE A.4. Gráficos para os hiatos TL e TQ

A.4.1. Tendência Linear (TL)

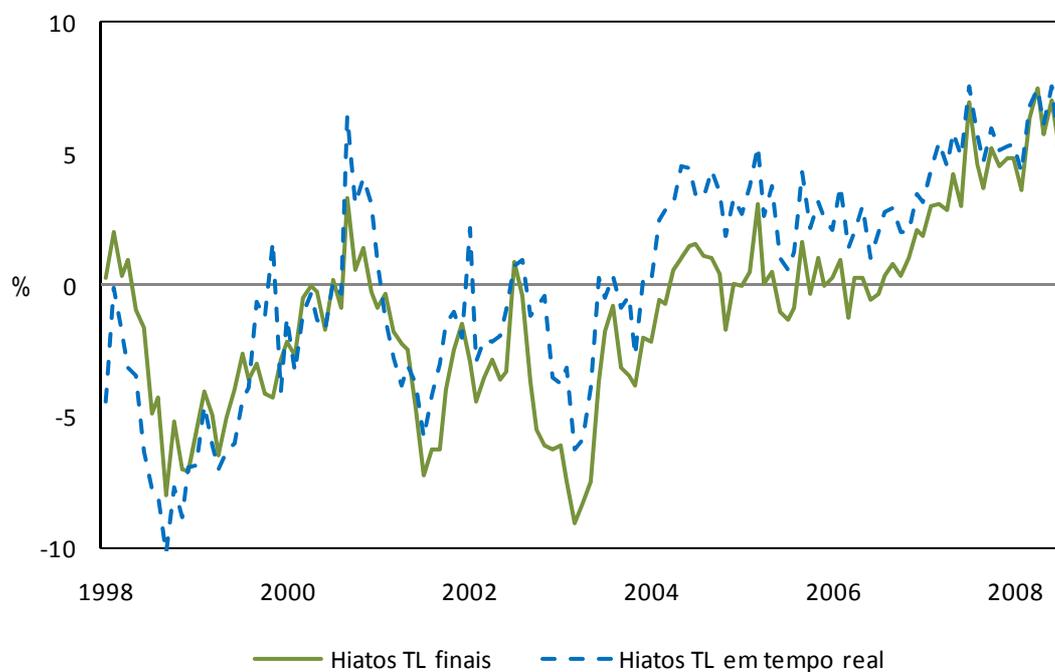


Figura A.1 – Hiatos TL finais e em tempo real

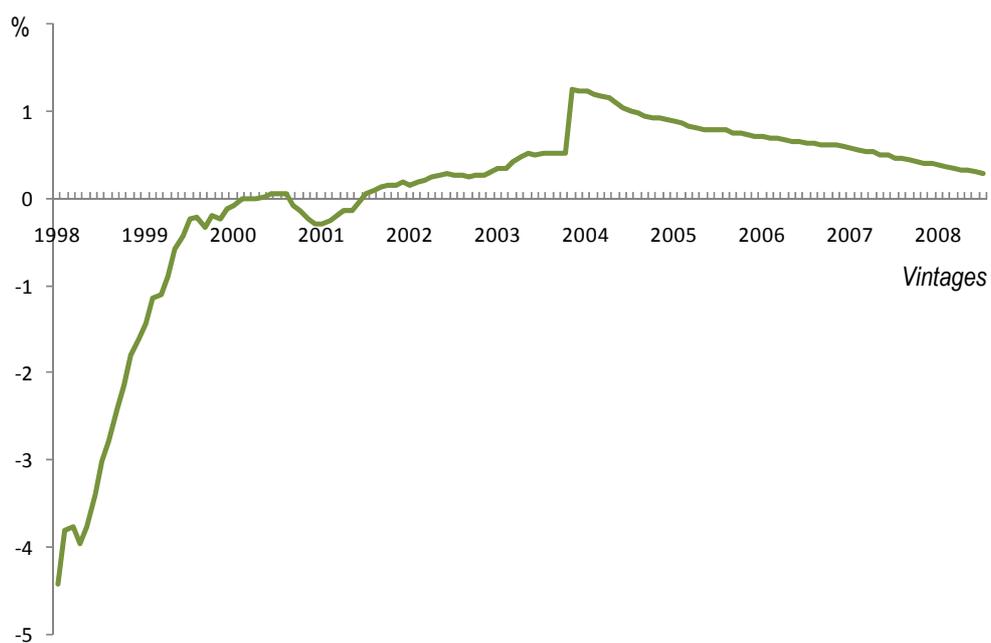


Figura A.2 – Hiato da PI (Tendência Linear) de 1998:4 ao longo das revisões (% da PI)

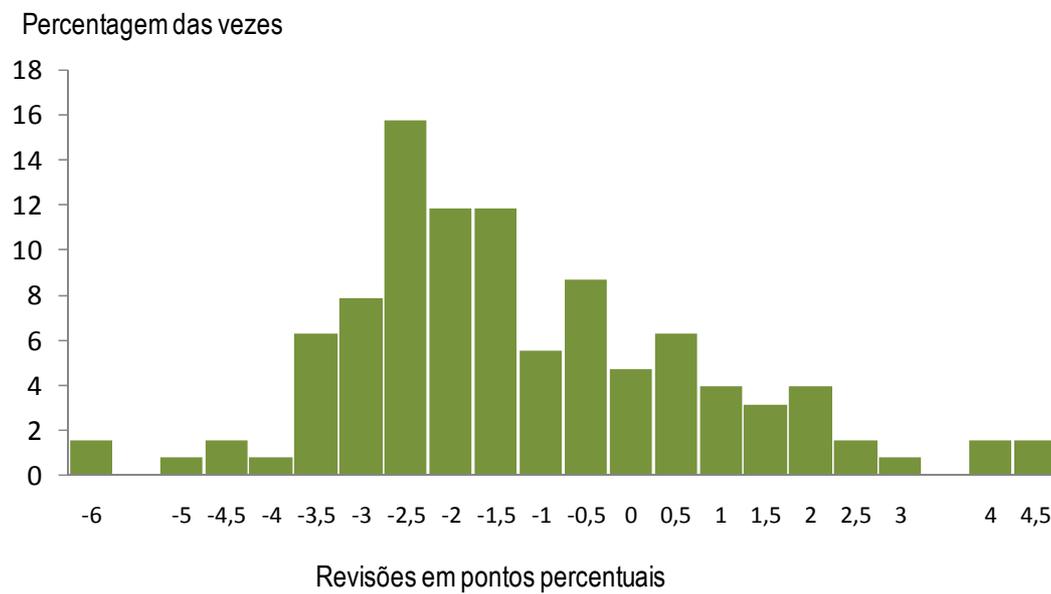


Figura A.3 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TL

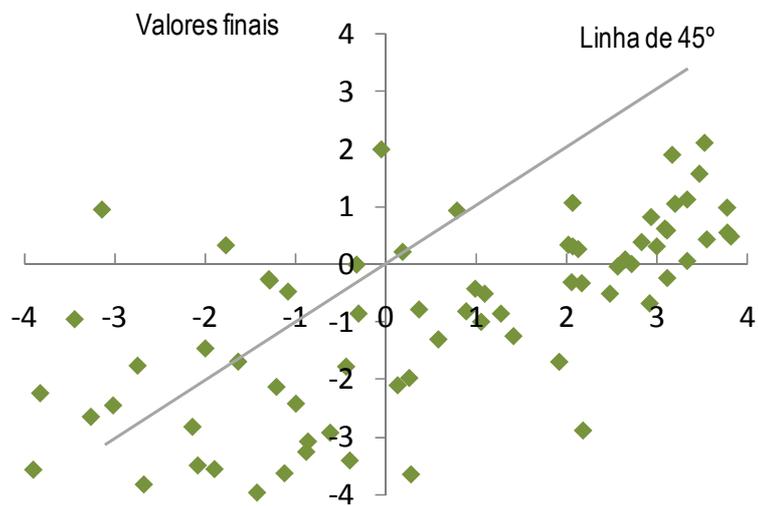


Figura A.4 – Valores dos hiatos TL (tempo real versus finais)

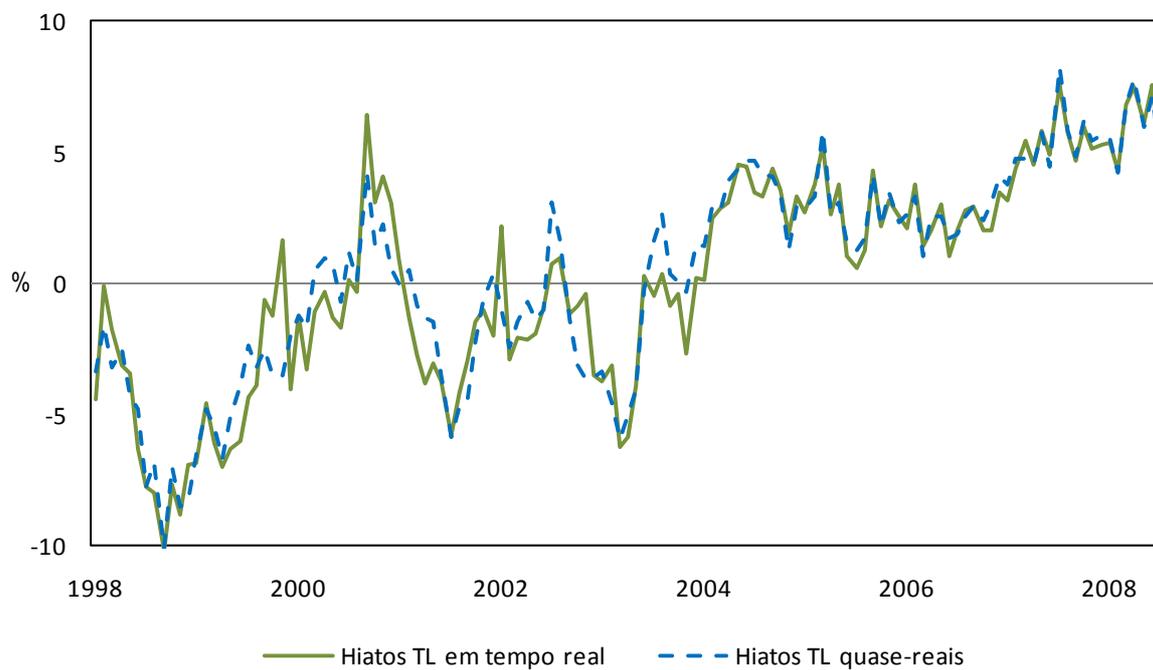


Figura A.5 – Hiatos TL – séries em tempo real e quase-real

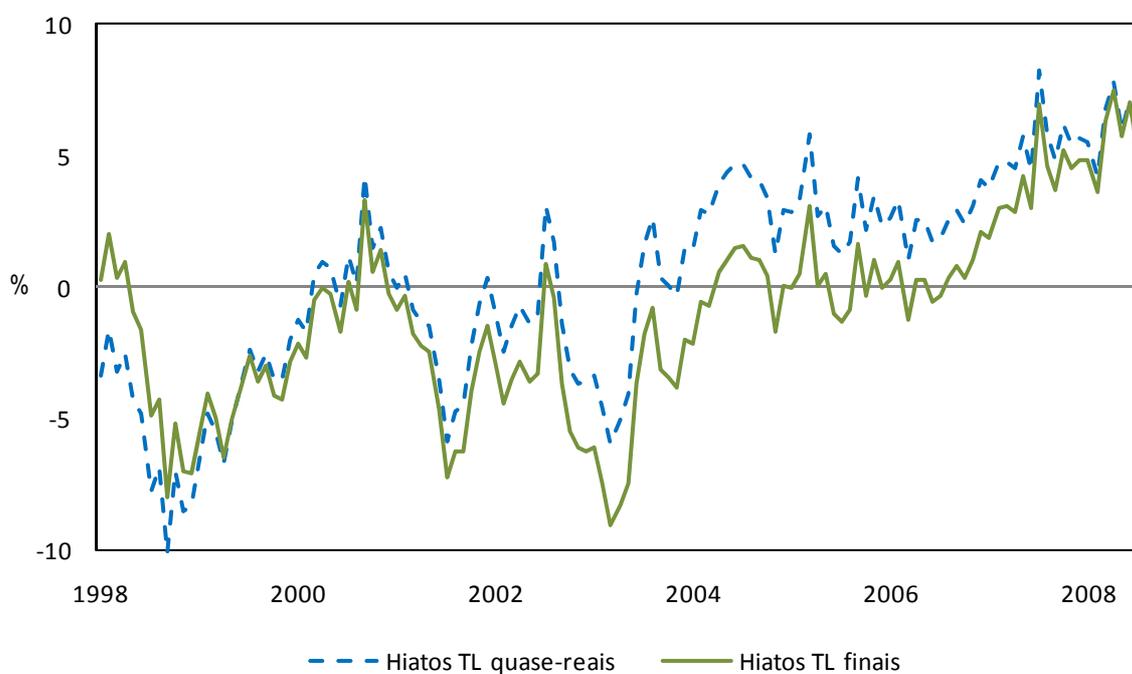


Figura A.6 – Hiatos TL – séries quase-real e final

A.4.2. Tendência Quadrática (TQ)

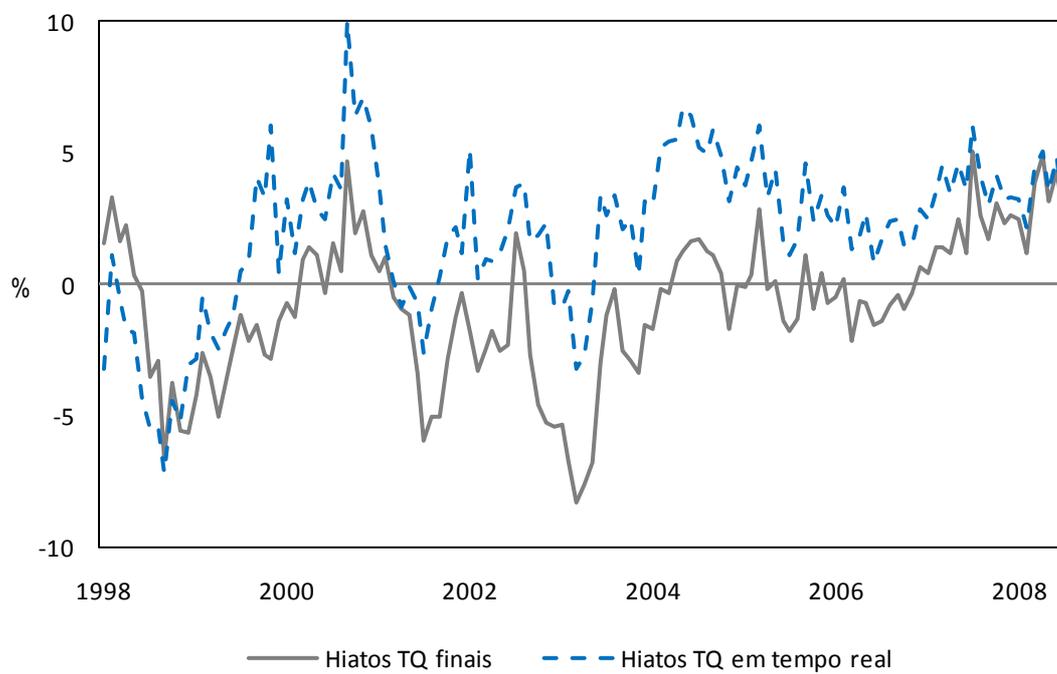


Figura A.7 – Hiatos TQ finais e em tempo real

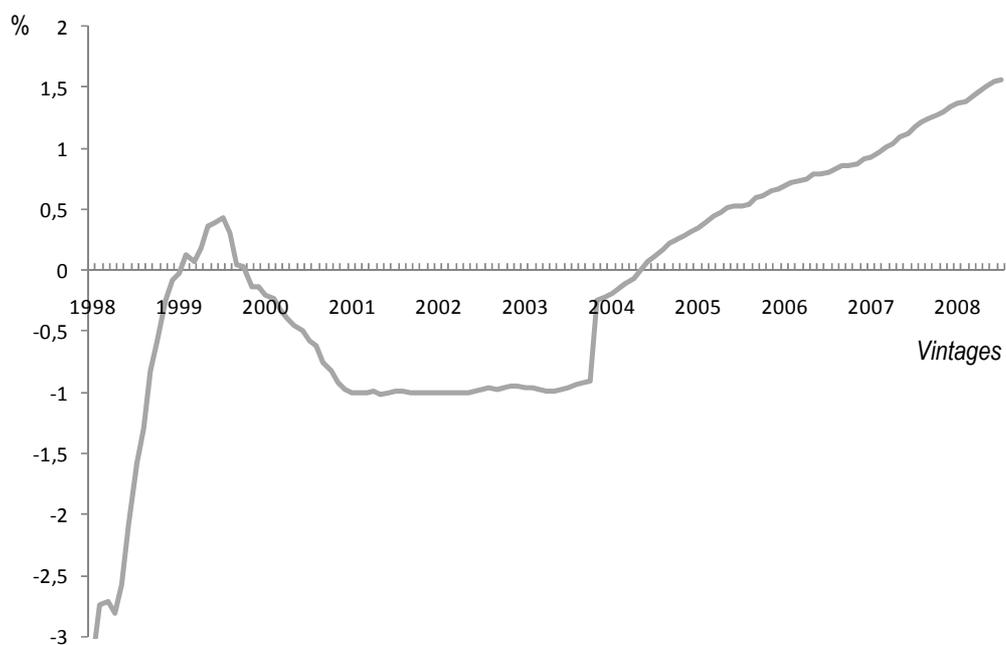


Figura A.8 – Hiato da PI (Tendência Quadrática) de 1998:4 ao longo das revisões (% da PI)

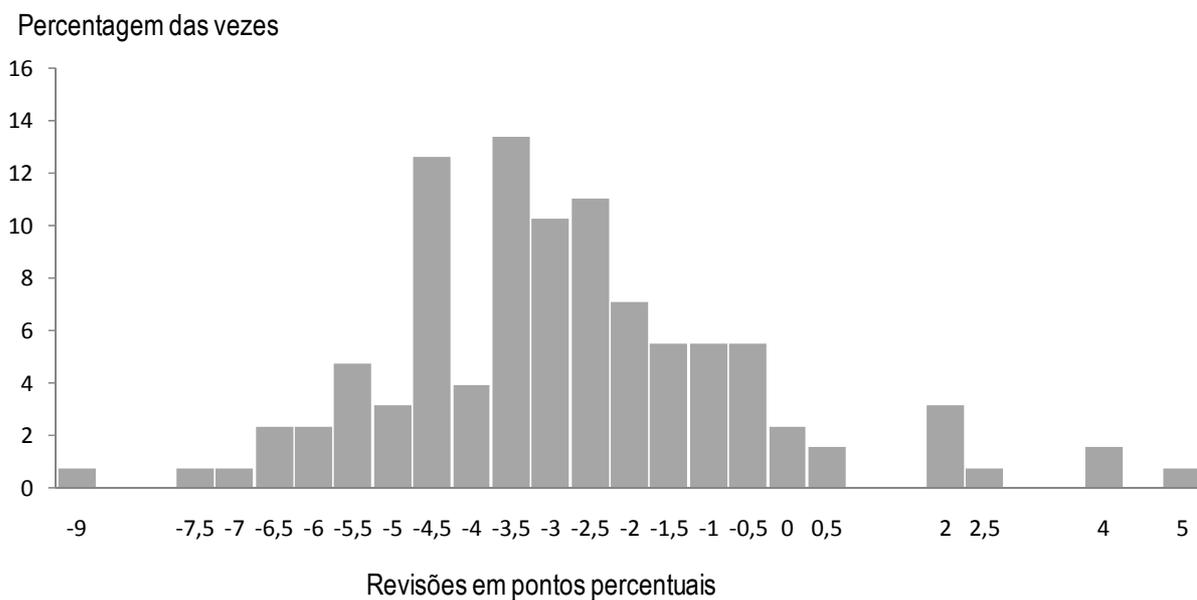


Figura A.9 – Frequência relativa das revisões dos hiatos TQ

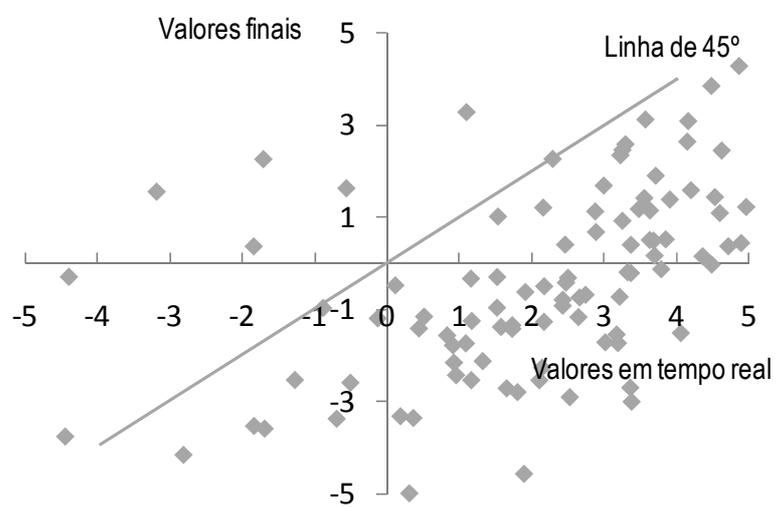


Figura A.10 – Valores dos hiatos TQ (tempo real versus finais)

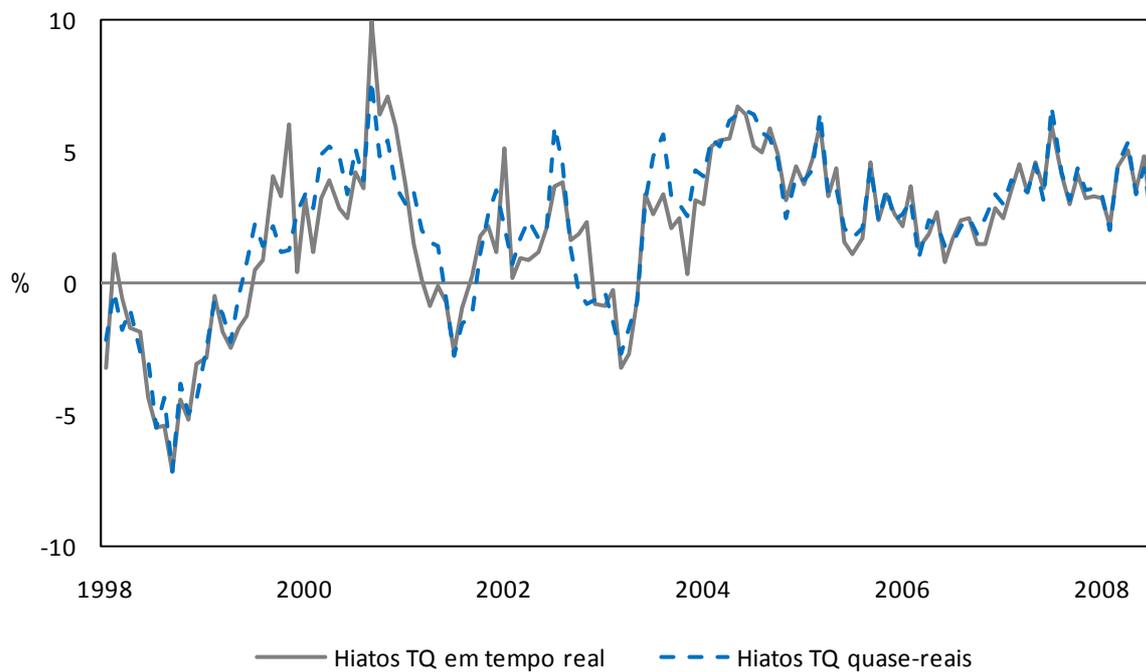


Figura A.11 – Hiatos TQ – séries em tempo real e quase-real

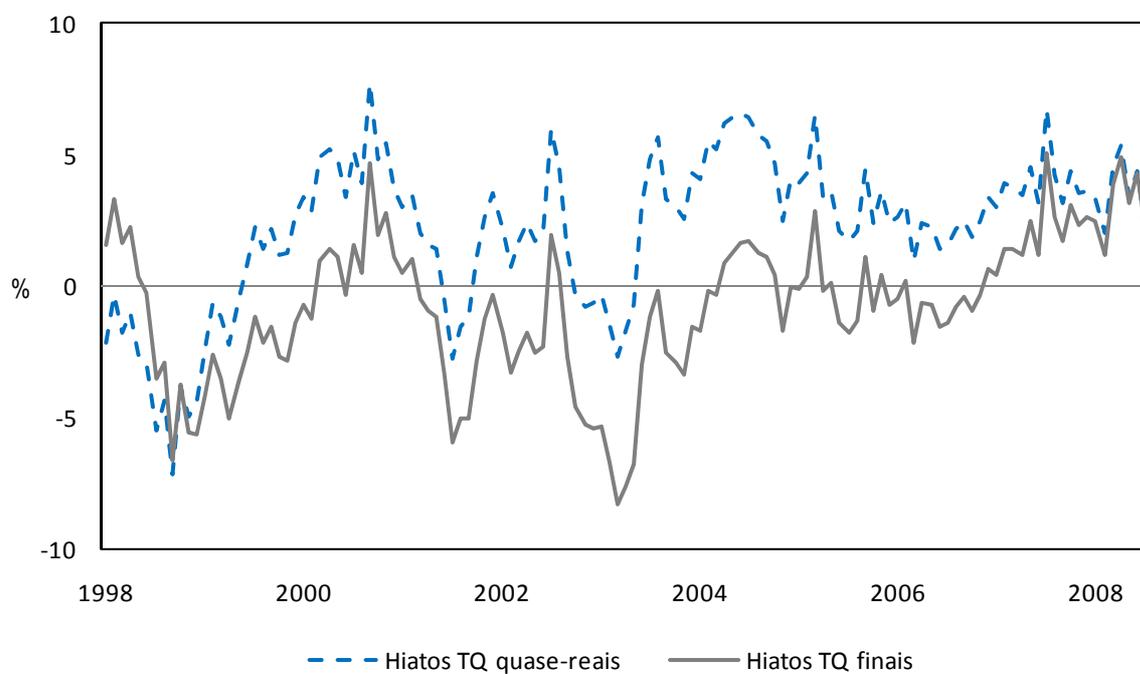


Figura A.12 – Hiatos TQ – séries quase-real e final