



Evento	Salão UFRGS 2020: SIC - XXXII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2020
Local	Virtual
Título	Álgebras Quânticas e Derivadas torcidas
Autor	MAURÍCIO DUTRA FONSECA DE ALMEIDA
Orientador	JULIANE GOLUBINSKI CAPAVERDE

Álgebras Quânticas e Derivadas Torcidas

Aluno: Maurício Dutra Fonseca de Almeida

Orientadores: Juliane Golubinski Capaverde e Bárbara Seelig Pogorelsky

O objetivo deste trabalho é apresentar a definição e um exemplo de derivada torcida.

Seja A um k -espaço vetorial. Se considerarmos A com comutador definido por

$$[x,y] = xy - yx,$$

vemos que A satisfaz todos os axiomas de uma álgebra de Lie se e somente se A é associativa.

Neste trabalho, estudamos o caso mais geral e complexo das álgebras de Lie quânticas. Neste caso o comutador torcido é definido por

$$[u,v]=uv-p(u,v)vu,$$

onde $p(u,v)$ é um elemento do corpo base k , ou seja, uma constante que depende de u e de v . Quando trabalhamos com álgebras quânticas, junto com a definição de comutador torcido, surge a noção de derivada torcida. Seja A uma álgebra tal que A é gerada sobre um corpo k por variáveis x_1, \dots, x_n sujeitas a um conjunto de relações, isto é, $A=k\langle x_1, \dots, x_n \rangle / I$. Neste caso definimos a derivada torcida na forma:

$$\partial_i(x_j)=\delta_{ij}, \quad \partial_i(uv)=\partial_i(u)v+p(u,x_i)u\partial_i(v).$$

Em outras palavras, a regra do produto sofre uma modificação por um parâmetro $p(u,x_i)$ que pertence ao corpo base k e depende de u e de x_i .

Como exemplo desta derivada consideramos a álgebra quântica de tipo A_2 . Esta álgebra é gerada pelas variáveis não comutativas x_1, x_2 sujeitas às relações $[x_1, [x_1, x_2]]=0$ e $[[x_1, x_2], x_2]=0$. Prova-se que este conjunto tem como base os elementos da forma $x_2^{n_1} [x_1, x_2]^{n_2} x_1^{n_3}$, ou seja, $\{x_1, [x_1, x_2], x_2\}$ é uma base PBW (Poincaré-Birkhoff-Witt) de A_2 . Veremos como calcular as derivadas dos geradores $x_1, [x_1, x_2]$ e x_2 e que estas derivadas são:

	∂_1	∂_2
X_1	1	0
$[X_1, X_2]$	$(1-p_{12}p_{21})x_2$	0
X_2	0	1

No trabalho do aluno Clayton Lauschner dos Santos veremos uma aplicação que justifica a importância da derivada torcida.