



Evento	Salão UFRGS 2020: SIC - XXXII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2020
Local	Virtual
Título	Desigualdades de Sobolev
Autor	ADIR MATOS DE SOUZA JÚNIOR
Orientador	LEONARDO PRANGE BONORINO

Autor: Adir Matos de Souza Júnior
Orientador: Leonardo Prange Bonorino
Instituição: Universidade Federal do Rio Grande do Sul

DESIGUALDADES DE SOBOLEV

Seja $u \in W^{1,p}(\mathbb{R}^n)$, com $p > n$. No caso em que $n = 1$, podemos utilizar a desigualdade de Hölder para mostrar que u é uma função de Hölder com expoente $\gamma = \frac{p-1}{p} = 1 - \frac{1}{p}$. Vamos mostrar que esta propriedade possui uma generalização no caso em que n é um inteiro positivo arbitrário. Tal generalização decorre de uma desigualdade de Sobolev, denominada desigualdade de Morrey. A desigualdade de Morrey afirma que se $p > n$ e $u \in C^1(\mathbb{R}^n)$, então existe uma constante C , que depende apenas de p e n , tal que $\|u\|_{C^{0,\gamma}(\mathbb{R}^n)} \leq C \|u\|_{W^{1,p}(\mathbb{R}^n)}$, onde $\gamma = 1 - \frac{n}{p}$. Utilizando a desigualdade de Morrey e uma série de resultados preliminares (como o Teorema da Extensão e os teoremas de aproximação por funções suaves), provamos que, para um aberto limitado $U \subset \mathbb{R}^n$, cuja fronteira ∂U é C^1 , se $u \in W^{1,p}(U)$ com $p > n$, então u possui uma versão $u^* \in C^{0,\gamma}(\bar{U})$, onde $\gamma = 1 - \frac{n}{p}$, com a estimativa $\|u^*\|_{C^{0,\gamma}(\bar{U})} \leq C \|u\|_{W^{1,p}(U)}$. A constante C depende apenas de p , n e U . Uma versão u^* de uma dada função u é uma função que coincide com u em quase toda parte. Assim, concluímos que se uma função está em $W^{1,p}(U)$, com $p > n$, então ela é de Hölder com expoente $\gamma = 1 - \frac{n}{p}$. Observamos ainda que, se $p < n$, podemos utilizar outras desigualdades de Sobolev para fazer outras estimativas, como por exemplo a desigualdade de Gagliardo-Nirenberg-Sobolev.