Evento	Salão UFRGS 2020: SIC - XXXII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2020
Local	Virtual
Título	Funções univalentes
Autor	ALISSON MATHEUS FACHINI SOARES
Orientador	LUCAS DA SILVA OLIVEIRA

Funções univalentes

Autor: Alisson Matheus Fachini Soares,
Orientador: Lucas da Silva Oliveira

Setembro 2020

Resumo

Esse IC tem como seu objetivo aprofundar o estudo de tópicos relacionados a teoria de funções univalentes. Começamos com uma prova do teorema de Riemann que nos mostra ser possível encontrar funções meromorfas e univalentes associadas à conjuntos abertos e simplesmente conexo no plano estendido, que levam esse conjunto aberto no disco $\mathbb{D}$. Passamos então ao estudo dessas funções univalentes e meromorfas. Separamos essa funções em duas classes distintas, a classe $\mathcal{S}$ de funções univalentes definidas no disco e classe a Σ da funções univalentes definidas do conjunto $\{|z| > 1\}$. Podemos provar então que, dada $g \in \Sigma$ e seja b_n os coeficientes da série de laurent para g, então $\Sigma_{n=0}^{\infty} n \cdot |b_n^2| < 1$. Essa relação vale a pena ser comentada pois ela possui duas consequências importantes, primeiro $|b_n| \leq n^{-1/2}$ e a segunda é o teorema de bieberbach que diz que, sendo $f \in \mathcal{S}$ e a_n os coeficientes da expansão de f, então $|a_2| \leq 2$. O teorema de bieberbach, levou o próprio Bieberbach a conjecturar que, $|a_n| \leq n$, essa conjectura foi formulada em 1916, porém não pode ser provada na época pois faltava um ferramental apropriado. Em 1917 Loewner provou que $|a_n| < 1$ quando $f(\mathbb{D})$ é convexo. Loewner também deu uma caracterização para a classe $\mathcal{S}$, mostrando que o subconjunto das funções $\mathcal{S}$ que tem a propriedade de $f(\mathbb{D}) = \mathbb{C} \setminus \gamma$, γ uma curva de jordan é denso em $\mathcal{S}$. Portanto agora não precisamos trabalhar com $\mathcal{S}$ e sim um subconjunto dele. É possível criar um link com esse subconjunto e com uma família de um parâmetro e mostrar que essa família satisfaz a equação diferencial de loewner. Ao final da bolsa estudamos métodos numéricos que conservam a conformidade dessa da solução dessa equação diferencial, pois além de ser parte fundamental da teoria das funções univalentes, também possui aplicações na área de probabilidade.

Referências

[1] HENRICI, Peter. *Applied and computacional complex analysis: Discrete Fourier Analysis, Cauchy Integrals, Construction of Conformal Maps, Univalent Functions.* [S. l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1986. 637 p. v. 3. ISBN 0-471-08703-3.

[2] L. DUREN, Peter. *Univalent Functions.* [S. l.]: Springer-Verlag New York Inc., 1983. 382 p. ISBN 0-387-90795-5.