



Evento	Salão UFRGS 2020: SIC - XXXII SALÃO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UFRGS
Ano	2020
Local	Virtual
Título	Solução numérica de equações de Fredholm do segundo tipo pelo Product Nyström Method: construindo uma quadratura de Clenshaw-Curtis para o operador integral
Autor	FERNANDO GROFF
Orientador	ESEQUIA SAUTER

Solução numérica de equações de Fredholm do segundo tipo pelo *Product Nyström Method*: construindo uma quadratura de Clenshaw-Curtis para o operador integral

Autor: Fernando Groff
Orientador: Esequia Sauter
Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Instituto de Matemática e Estatística

Equações integrais são equações em que as funções incógnitas aparecem sob a ação de um operador integral. Tais equações surgem, por exemplo, no estudo de teoria de transporte de partículas, mecânica dos fluidos e dinâmica populacional. Embora existam muitos casos onde é possível garantir a existência de soluções, nem sempre estas podem ser expressas de forma fechada, de modo que uma abordagem numérica torna-se indispensável em problemas aplicados. Neste trabalho, consideramos as equações de Fredholm do segundo tipo, uma importante classe de equações integrais que assume a forma geral

$$u(x) = \sigma \int_a^b u(s)k(x, s)ds + f(x), \quad x \in [a, b],$$

onde σ é um parâmetro constante, $k = k(x, s)$ é o núcleo do operador integral, $f = f(x)$ é uma função conhecida e $u = u(x)$ é a função incógnita.

Um método bastante utilizado para resolver equações integrais deste tipo é o método de Nyström, que consiste em aproximar o operador integral por uma quadratura numérica (previamente escolhida) e, então, avaliar a equação discretizada em cada nó da quadratura, de forma a se obter um sistema linear. Esta abordagem pode produzir resultados com boa precisão, mas, muitas vezes, a complexidade analítica do integrando pode, por exemplo, impedir que o método seja aplicado diretamente ou exigir um grande número de pontos na discretização da integral. Uma alternativa é considerar o *Product Nyström Method*, uma variante do método de Nyström que propõe a construção de uma quadratura específica para o operador integral. Assim, o núcleo k pode ser levado em conta antes da discretização do problema, de modo que o erro da quadratura dependa apenas da função u .

A construção da quadratura pode ser feita de diversas maneiras. Neste trabalho, consideramos a construção de uma quadratura de Clenshaw-Curtis, cuja ideia é expandir a função u em polinômios de Chebyshev. Além da rápida convergência, uma grande vantagem desta quadratura é que os nós independem da função peso, tornando possível a obtenção de um sistema linear a partir da equação integral discretizada. A fim de validar o método, consideramos um problema teste e comparamos os resultados obtidos a resultados encontrados na literatura. O método foi implementado na linguagem de programação C++ com o auxílio da biblioteca GSL.