



Sistemas de Conceitos na Aprendizagem em Matemática e Mídias Digitais

Marcus Vinicius de Azevedo BASSO¹
Léa da Cruz FAFUNDES**

Resumo

Esse artigo propõe uma nova abordagem para os chamados conteúdos curriculares em ambiente digitais. Fez-se a opção pelo construtivismo e se apresenta um primeiro estudo experimental para tratar o conhecimento como uma construção de sistemas conceituais utilizando o referencial da Psicologia Genética e uso das tecnologias da informação e comunicação.

Palavras-chave: *construtivismo, psicologia genética, aprendizagem matemática digital*

Systems of Concepts in the Learning in Mathematics and Digital Medias

Abstract

This essay proposes a new approach to the so-called curricular contents in a digital environment. The theory of choice is Constructivism and a first experimental study on the view of knowledge as a construction of conceptual systems, using the referential of Genetic Psychology and use of Information Technology and Communication, is made.

Keywords: *constructivism, concepts, genetic psychology, digital math learning*

1. Introdução

A introdução de recursos digitais e o uso de ambientes virtuais conectados a Internet criam necessidades para a melhoria dos sistemas de ensino público e abrem possibilidades para busca de novas soluções para antigos problemas.

Em particular, no caso do ensino de Matemática, os problemas se configuram nas dificuldades generalizadas dos aprendizes em todos os níveis de ensino, na necessidade de desenvolvimento do raciocínio lógico e da aprendizagem continuada pelo cidadão que passa a conviver com as novas tecnologias na Sociedade da Informação e Conhecimento.

Algumas questões pertinentes sobre a passagem do paradigma instrucionista de ensino para uma concepção construcionista focada na aprendizagem são:

- Como ficam os conteúdos do currículo formal na aprendizagem de conceitos de Matemática?

- Como os novos paradigmas apresentados na literatura corrente abordam a questão da construção de conceitos científicos e em que medida a psicologia genética pode contribuir no estabelecimento de parâmetros para o planejamento e construção de objetos de aprendizagem (OA)?

Nesse artigo, damos continuidade ao estudo desenvolvido na tese *Espaços de Aprendizagem em Rede: novas orientações na Formação de Professores de Matemática* [1] e estendemos o trabalho *Mídias Digitais, Sistemas de Conceitos e Aprendizagem em Matemática* [2] nos quais se iniciou a seleção e a aplicação de referenciais de Psicologia Cognitiva, em particular na Epistemologia Genética de Jean Piaget, que fundamentem a escolha do construtivismo e ofereçam explicações consistentes que permitam dar conta das necessidades e possibilidades dos aprendizes ao se apropriarem dos recursos das tecnologias da informação e comunicação (TICs). Nesta etapa escolhemos experimentos no nível de ensino fundamental, 5^{as} e 6^{as} séries, em que a inovação começou alterando

* Laboratório de Estudos Cognitivos – Instituto de Psicologia – UFRGS, Instituto de Matemática – UFRGS, mbasso@ufrgs.br

** Laboratório de Estudos Cognitivos – Instituto de Psicologia – UFRGS, Programa de Pós-graduação em Informática na Educação – CINTED/UFRGS, leafagun@ufrgs.br

as práticas curriculares tradicionais com os recursos já existentes, como “Projetos de Aprendizagem” [5] em ambientes na internet e uso de software para simulações. Na continuidade desse estudo pretendemos experimentar estes referenciais para subsidiar o planejamento, o desenvolvimento e as aplicações de recursos como, entre outros, os Objetos de Aprendizagem.

Na escolha do construtivismo, o que é necessário investigar?

Estas são as questões orientadoras deste estudo:

- Se a epistemologia genética explica que a inteligência humana constrói o conhecimento científico, que conhecimentos estão presentes no conteúdo do currículo formal?

- Como ocorrem os mecanismos/processos cognitivos de construção conceitual na interação do sujeito, que aprende a conhecer, com os objetos a serem conhecidos?

A epistemologia genética de Jean Piaget [17] apresenta uma desenvolvida epistemologia da Matemática. Para fins deste artigo sobre os estudos desta primeira etapa, restringimos o referencial ao tratamento da psicologia genética que trata o desenvolvimento cognitivo a partir da criança e do adolescente. Ela explica a construção do conhecimento como uma construção conceitual. Por isso, passamos a considerar os tópicos dos programas de ensino que são tratados como uma ordenação de “conteúdos curriculares” não mais como uma seqüência arbitrária e imposta pelos livros didáticos, mas, ao contrário, como uma escolha de sistemas de conceitos que organizam o conhecimento matemático a partir de seus fundamentos. Os experimentos realizados numa escola pública trataram de conceitos presentes no estudo de Geometria – nível fundamental, por diferentes razões: a) os sujeitos contextualizam seus projetos de aprendizagem levantando questões e formulando problemas sobre seu espaço de vida, usam espaços físicos e espaços virtuais nos ambientes digitais e buscam informações sobre os diferentes espaços geográficos a que tem acesso; b) especificamente em Geometria, a métrica euclidiana compõe um sistema de conceitos organizadores de idéias e noções fundamentais na Matemática e no raciocínio lógico.

Com relação ao estudo do desenvolvimento da noção do espaço, ou das inúmeras noções que interferem na sua representação, Piaget [7] argumenta que o mesmo se impõe, por muitas razões, à Psicologia. A natureza do espaço é empírica (devida à intuição perceptiva e figurada)? É de natureza a priori (racional ou sensível)? É de natureza operatória?

Já Laborde e Vergnaud [6], realizando um levantamento em currículos escolares e procurando analisar como ocorre a implementação dos conceitos relativos à geometria, constatam que raramente o conhecimento geométrico é tratado pelos professores como sendo um modelo que permite abordar e resolver problemas relacionados com o mundo físico.

Partindo dessas questões, descreve-se a seguir as técnicas e materiais utilizados nesse estudo.

2. Técnicas e Materiais

Os sujeitos são 108 alunos do Ensino Fundamental – entre 10 e 12 anos, das 5as e 6as séries do Colégio de Aplicação - Projeto Amora (Cap-Amora-UFRGS) e 8 licenciandos, estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS). Estes orientaram as atividades dos alunos organizando e publicando os registros para documentação. Os alunos, organizados em pequenos grupos e em diversos horários, desenvolveram em ambiente informatizado, projetos de aprendizagem [1, 5] utilizando um software de simulação gráfica para construções arquitetônicas e apropriando-se de diferentes recursos para interação e comunicação durante um semestre letivo.

2.1 Experimento 1 - Projeto de uma casa

A proposta de trabalho, na qual foi utilizado o programa *Home Design 3D v3.0*, redigida por um dos estudantes da Licenciatura em Matemática consistiu em:

"Projetar uma casa usando o programa Home Design, usando os recursos que o mesmo permite. Importante, durante a realização da atividade, é deixar com que eles descubram sozinhos os recursos do programa. No máximo, induzir eles à essa descoberta. É fundamental também não dar idéias a respeito do "design" do projeto, deixando essa parte da tarefa totalmente ao encargo deles." e de forma complementar "(...) uso do programa Home Design 3D que permite a construção de plantas baixas, sua visualização em 3D e também a colocação de móveis. Nosso objetivo com o trabalho era que eles tivessem uma melhor visualização em terceira dimensão, estendendo a noção do plano ao espaço e desenvolvendo a noção de perspectiva (...)"

O programa *Home Design 3D v3.0* possui uma interface que demonstrou-se de fácil manipulação pelos alunos, ainda que o mesmo esteja em língua inglesa, o que permitiu sua rápida apropriação.

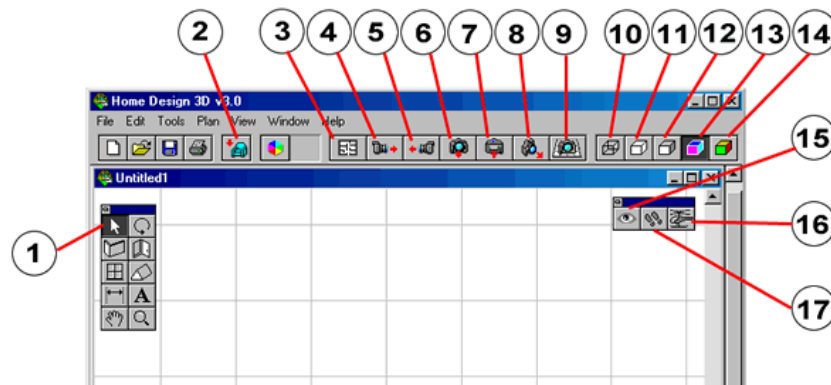


Figura 1: menu do programa Home Design 3D

(1) Menu com opções para inserção de objetos e manipulação da construção; (2) Inserção de objetos (móveis) no projeto da casa; (3) Vista 2D - planta da casa vista de cima; (4) Vista lateral esquerda (elevação do ponto de vista do observador em relação a casa); (5) Vista lateral direita (elevação do ponto de vista do observador em relação a casa); (6) Vista de frente (elevação do ponto de vista do observador em relação a casa); (7) Vista de trás (elevação do ponto de vista do observador em relação a casa); (8) Vista 3D ortográfica; (9) Vista 3D em perspectiva - permite caminhar através do desenho; (10) Vista 3D da estrutura (linhas) da construção; (11) Vista 3D sólida da construção; (12) Vista 3D sólida com sombreados em tons de cinza; (13) Vista 3D sólida com cores; (14) Vista 3D sólida com cores sombreadas; (15) Diferentes vistas da casa; (16) Sobrevoar a casa - permite movimentos de rotação da mesma; (17) Permite "caminhar" pela casa.

Em cada encontro dos estudantes de licenciatura com os alunos do Colégio de Aplicação foram salvos os arquivos de cada projeto criado pelos alunos o que permitiu a análise da seqüência do seu desenvolvimento dos diferentes trabalhos. A seqüência de imagens a seguir (figuras 2 a 5) refere-se a um exemplo da primeira versão do projeto de casa que designaremos por **Projeto 1 - versão 1**.

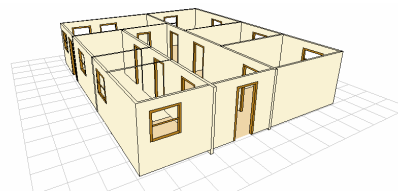
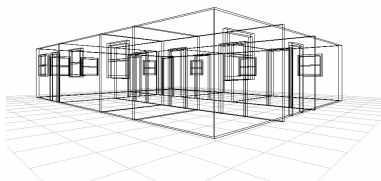
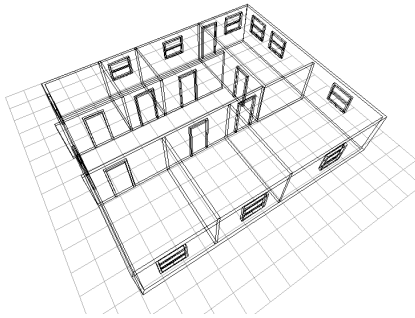
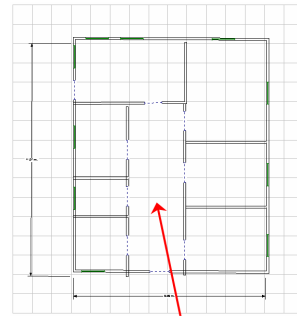
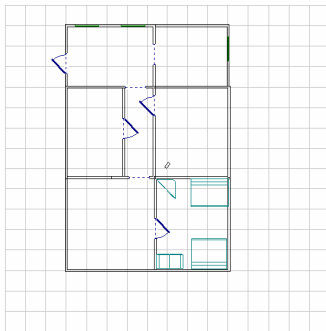
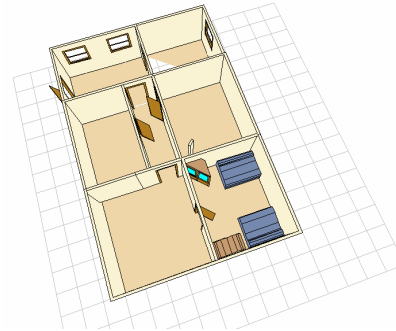
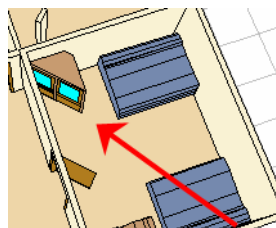
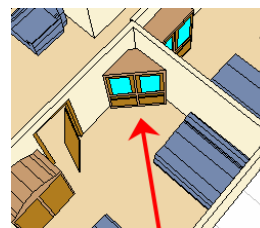


Figura 2: vista em perspectiva da estrutura**Figura 4:** vista 3D da estrutura**Figura 3:** vista 3D sólida**Figura 5:** destaque para o corredor**Figuras 2 a 5:** Projeto 1 - versão 1

Se a intenção inicial é desenhar a planta baixa de uma construção relativamente simples, os primeiros resultados são bastante imediatos. No caso da construção acima, a composição de linhas paralelas e perpendiculares representam uma destas construções "simples". Não está evidente nesta primeira versão qual a distribuição de cada uma das peças. No uso do espaço, por exemplo, o corredor no projeto 1, nota-se uma área maior para ele do que para os cômodos. Na segunda versão do projeto 1 (figuras 5 e 6) já se observa o redimensionamento das peças e do corredor. Também já estão presentes os primeiros objetos (móvel).

**Figura 6:** destaque para o corredor**Figura 7:** destaque para o corredor**Figuras 6 e 7:** Projeto 1 - versão 2**Figura 8:** orientação original do armário**Figura 9:** detalhe da orientação do armário em relação às paredes

Na terceira versão do projeto 1, a casa está concluída. Os objetos interiores já estão dispostos havendo uma distribuição proporcionalmente equilibrada entre os objetos e os espaços ocupados. No **Projeto 2 - versão 1**, observamos que seus autores não colocaram porta em uma das duas peças. Nota-se que sua primeira versão resulta de uma atividade para exploração e domínio das funcionalidades do programa, pois a segunda versão sofre notável transformação. (figuras 10 a 13)

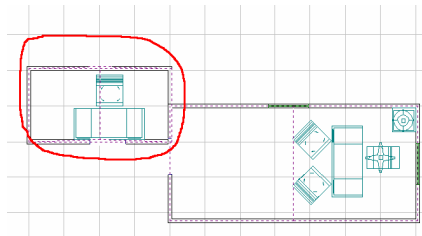


Figura 10

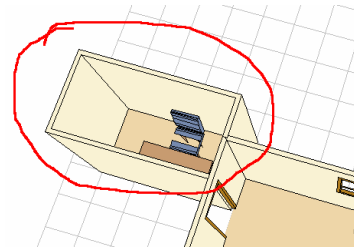


Figura 11

Figuras 10 e 11: Ausência/presença de porta no cômodo destacado

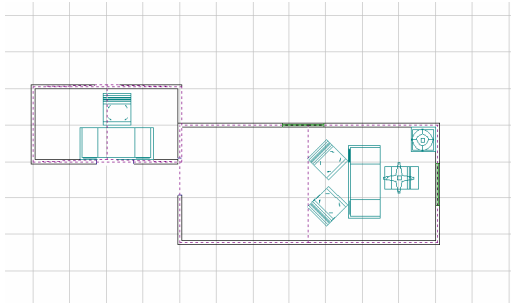


Figura 12: Projeto 2 - versão 1

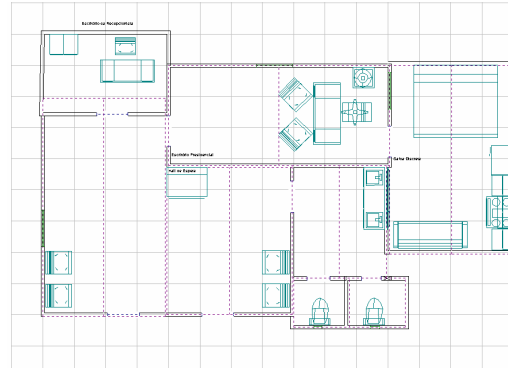


Figura 13: Projeto 2 - versão 2

Na versão 3 (figura 14) os alunos começam a fazer uso de outro recurso disponível no programa: medir as dimensões lineares das peças (figura 15). Tal exploração torna-se interessante pois a unidade padrão do programa é a polegada. Isto representa um desafio para os estudantes no sentido de tentarem aprender a fazer as conversões para unidades de medidas mais conhecidas: o centímetro e o metro. Tais medidas serão importantes para a elaboração do "orçamento do projeto", que se constitui em outro problema formulado na interação dos estudantes e alunos.

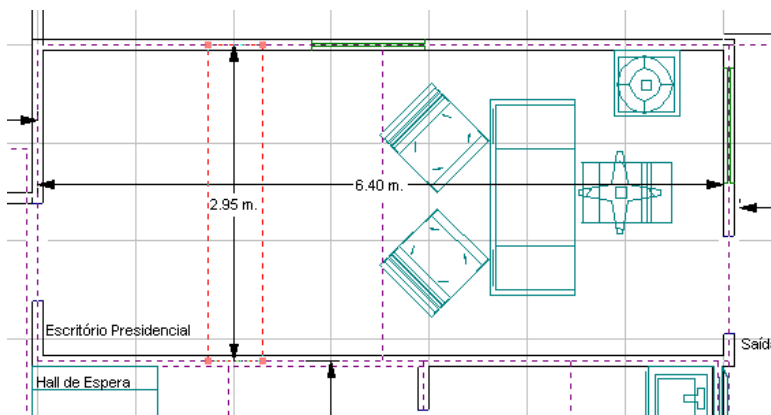


Figura 14

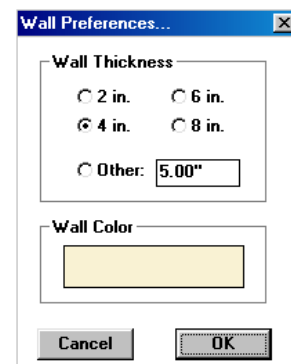


Figura 15

Figuras 14 e 15: Projeto 2 - versão 3 - inserção e alteração de medidas usando os recursos do programa

2.2 Experimento 2 - Glossário de Formas e Objetos Geométricos

"Uma moeda é um cilindro bem baixinho."

"Cubo é um quadrado gordo."

A equipe de orientadores propõe a realização do levantamento dos custos da "obra" que estava sendo planejada. Os alunos elaboraram uma listagem para tomada de preços de móveis, tijolos, pregos, encanamento, fiação elétrica, etc., necessários para seu projeto.

Pensar o orçamento serviu como um desafio para a expressão escrita dos resultados das atividades exploratórias. Uma série de termos, desconhecidos para a maioria dos alunos, emergiram do próprio trabalho. Para auxiliar os alunos a construir os significados desses termos (por exemplo, "cilindro", "metro quadrado" etc.) foi criado um formulário de maneira que, a qualquer momento do trabalho, eles poderiam acessá-lo e escrever o significado dos termos em uso. No caso de querer reescrever o significado de um termo bastaria acessar o formulário novamente. Desta forma, o "Glossário de Formas e Objetos Geométricos" poderia estar permanentemente sendo reconstruído na medida em que cada aluno poderia reescrever suas próprias definições.

Convidando os alunos para registrarem suas próprias definições:

Formas e Objetos Geométricos

Você está descobrindo muitas formas geométricas. Você gostaria de escrever o que está descobrindo?

Nome *E-mail*

Nome do objeto ou forma geométrica

O que você sabe sobre o objeto ou forma geométrica? Você poderia escrever como ele é?

Você poderia escrever um exemplo em que tal forma ou objeto é utilizado?

Que questões/dúvidas você gostaria de escrever sobre este objeto?

As respostas foram publicadas em páginas html e constituem um **Glossário**, contendo 400 entradas registradas pelos alunos do ensino fundamental. [1]. Na próxima seção discutem-se os conceitos matemáticos presentes nesses registros e o papel representado pelo uso dos recursos de informática na construção e reconstrução desses conceitos.

3. Resultados e Discussão

Quando se busca fundamentar a produção de recursos digitais interativos, ou falando de outro modo, quando se procura um "framework" que oriente a produção de recursos pedagógicos para melhorar a aprendizagem dos alunos em ambientes digitais, que sirvam tanto para intervenções didáticas e acompanhamento de seus usos quanto para as avaliações da própria aprendizagem em EAD, encontramos uma literatura muito pouco explicativa. A nosso ver, aparece uma situação muito confusa porque o resultado são tentativas de explicitar seja "modelos de aprendizagem", seja "roteiros para design instrucional". Num e noutro caso o que se conserva é uma concepção "imutável" de Ensino como transmissão de um professor que "conhece" para um aluno que "precisa aprender o que o professor já sabe". Trata-se o "conteúdo programático" como inquestionavelmente pronto na ciência e não se questiona quais são os processos de sua apropriação por cada um dos novos aprendizes. Ou ainda, de acordo com Piaget, "... a interpretação empirista do conhecimento apresenta o vício de esquecer a atividade do sujeito. Ora, toda a história da física, a mais avançada das disciplinas fundadas sobre a experiência, nos mostra que esta nunca é bastante por si só e que o progresso dos conhecimentos é a obra de uma união indissociável entre experiência e a dedução: é o mesmo que dizer, de uma colaboração necessária entre os dados oferecidos pelo objeto e as ações ou operações do sujeito – essas ações e operações constituem o quadro lógico-matemático fora do qual o sujeito não consegue assimilar intelectualmente os objetos." [10]

Em seu recente trabalho de mestrado Mondatori [11] recolhe as seguintes classificações dos modelos de aprendizagem: [12]

- **Objetivismo:** implica o instrutor possuindo o controle do material e do ritmo da



aprendizagem;

- **Construtivismo:** implica a aprendizagem centrada no estudante e o instrutor sendo o apoio em vez de provedor de direcionamentos;
- **Colaborativismo:** implica comunicação orientada, instrutor sendo questionador e moderador de discussões;
- **Cognitivismo de processamento de informações:** implica aspectos de estímulos podendo afetar atenção, implica melhorar retenção e recuperação do conhecimento, com saliência para memória a curto, médio e longo prazo;
- **Sócio-culturalismo:** implica instrução inserida no contexto cultural/social cotidiano do aprendiz.

Toda a paisagem muda se a definição dos referidos “frameworks” buscar fundamentos neurofisiológicos, psicológicos, socioculturais, em resumo epistemológicos, no funcionamento da inteligência do aprendiz, buscar explicações comprovadas experimentalmente sobre o processo de aprendizagem humana, sobre os mecanismos cognitivos de construção do conhecimento tanto na história do desenvolvimento das ciências quanto na história do desenvolvimento do indivíduo.

E aqui chegamos às explicações das construções conceituais.

A análise das definições, descrições e usos de objetos e formas geométricas nos revelam diferentes momentos na construção de conceitos em geometria. A proposta do trabalho favoreceu a contextualização das formas nas situações de planejamento da casa e elaboração do orçamento, o que era esperado, como se pode depreender dos Registros 1, 6 e 8. Não sendo os únicos registros em que ocorre tal fato é notável como, via linguagem utilizada pelos alunos, o significado dado para o uso dos objetos é manifestado. No registro 8, por exemplo, o retângulo não é apenas uma forma geométrica “*não muito diferente do que um quadrado 'deformado'*”. Ele é uma forma que serve “*para interpretar vários tipos de objetos de nosso dia a dia... como uma porta.*” Nos três registros, as semelhanças nas descrições apontam para o que poderíamos chamar de uma geometria “quase dinâmica”. O objeto retângulo é descrito como sofrendo uma transformação geométrica a partir do quadrado, neste caso, este último sendo “esticado”. Os observáveis para estes alunos se referem às propriedades da forma quadrado e é a partir dela que eles procuram construir a significação para o retângulo. Os alunos, nestes casos, recorrem aos esquemas conceituais construídos para a forma quadrado e realizam coordenações inferenciais sobre alguns dos observáveis deste objeto para o “novo” objeto. Tais coordenações evidenciam uma gradativa diferenciação na atribuição de significado para o “novo” objeto.

Nome: Registro 1

Data: 21 / 1 / 2002

Hora: 13:54:45

Objeto/forma: Retângulo

O que sei sobre o objeto: O retângulo é tipo um quadrado mas com as bases mais largas.

Exemplo de utilização do objeto: A forma é a mesma forma da de um tijolo que é usado para fazer paredes em construções de casa.

Nome: Registro 6

Data: 21 / 1 / 2002

Hora: 14:31:55

O que sei sobre o objeto: O QUE É UM RETÂNGULO? O retângulo é quase um quadrado, é um quadrado esticado, um pouco para a direita e um pouco para esquerda isso vai se tornar num retângulo.

Nome: Registro 8

Data: 24 / 1 / 2002

Hora: 13:58:52

Objeto/forma: Retângulo

O que sei sobre o objeto: O retângulo não é MUITO diferente do que um quadrado "deformado" e também é muito utilizado para interpretar vários tipos de objetos de nosso dia a dia... Como uma porta...



No registro 10, podemos verificar que a definição para o retângulo, ainda que pudesse ser aplicada para uma forma não necessariamente com quatro ângulos retos, não evidencia o uso dos observáveis do quadrado mas sim, tão somente observáveis do próprio retângulo.

Nome: Registro 10 **Data: 24 / 1 / 2002** **Hora: 14:17:35**
Objeto/forma: madeira
O que sei sobre o objeto: A forma geométrica da madeira é um retângulo que se contitue em quatro lados, só que de a parte de cima e a parte de baixo são do mesmo tamanho. Mas não do mesmo tamanho dos das laterais.
Exemplo de utilização do objeto: Quadro negro que é usado nas salas de aula, uma entrada para driver etc...

Mas, além dos observáveis específicos da forma retangular, em outro registro (registro 4), no qual um aluno descreve a utilidade das portas e janelas de uma casa, observa-se a presença tanto de abstrações pseudo-empíricas quanto lógico-matemáticas, o mesmo ocorrendo no registro 10.

Nome: Registro 4 **Data: 21 / 1 / 2002** **Hora: 14:13:54**
Objeto/forma: Portas e Janelas
O que sei sobre o objeto: Bem... eu acho que as portas são necessárias em qualquer tipo de construção, geralmente são construídas em madeira ou aço, como sabem as portas geralmente são feitas em retângulo, e em certos casos as portas são construídas em outro padrão de altura e largura para atender as necessidades das pessoas. E quanto as janelas repito o que falei... :)
Exemplo de utilização do objeto: Eu acho que as portas são utilizadas como divisas de ambientes, assim como seu quarto deve ter uma porta e uma parede que divide ela da sala. E as janelas são usadas barrar a iluminação solar e também quando são abertas para ventilar o ambiente.

O que poderia justificar, do ponto de vista da construção conceitual que os alunos estão realizando, partirem das propriedades do quadrado para então chegarem ao significado do retângulo? O que se observa, recorrendo aos estudos da escola de Genebra, é a latente e permanente presença das estruturas do espaço topológico, mais primitivo frente às estruturas do espaço euclidiano. Isto faz com que, diante de um objeto que apresenta mais propriedades, como é o caso do retângulo, os alunos recorram a uma forma cuja regularidade em termos de observáveis serve de referência inicial para eles. Mas, nem por isso, definir o objeto quadrado é uma tarefa simples. No registro 11, por exemplo, vemos que a noção de bidimensionalidade não é trivial pois o quadrado é descrito como tendo duas faces. Podemos interpretar a expressão "duas faces" como sendo a frente e o verso de uma quadrado representado em papel ou na tela de um computador.

Nome: Registro 11 **Data: 24 / 1 / 2002** **Hora: 14:27:48**
Objeto/forma: quadrado
O que sei sobre o objeto: O quadrado é uma forma geométrica que tem quatro pontas, quatro lados iguais e duas faces.
Exemplo de utilização do objeto: Em prédios, casas, área de serviço em escadas, colégios, igrejas e etc...

Nessa outra definição de quadrado (registro 12), mais uma vez podemos comprovar como a construção de significado para um determinado objeto não é um processo que possa ser reduzido à percepção. Embora os ângulos retos estejam "a vista" do



observador, somente os observáveis relativos à largura e comprimento dos lados são mencionados.

Nome: Registro 12 **Data: 24 / 1 / 2002** **Hora: 15:30:02**
Objeto/forma: quadrado
O que sei sobre o objeto: Um quadrado, pode ser qualquer objeto que tenha o mesmo comprimento e a mesma largura.

Além disso, a percepção pode ser enganosa, como no registro 13, em que o aluno crê que os ângulos do quadrado se modificam no momento em que eles sofre uma rotação.

Nome: Registro 13 **Data: 24 / 1 / 2002** **Hora: 15:45:48**
Objeto/forma: quadrado
O que sei sobre o objeto: o quadrado é uma forma geometrica que tem os quatro lados da mesma medida. a diferença entre o quadrado e o losango são os angulos quando o quadrado é girado ele se torna um losango porque os angulos mudam, as medidas de todos os angulos do quadrado são de 90 graus. os graus são medidos com o transferidor.
Exemplo de utilização do objeto: quadros (alguns), lajotas, azulejos e etc.
Dúvidas ou questões sobre o objeto: como se usa o transferidor em um quadrado?

As experiências, provocadoras de novas assimilações pelos alunos, os auxiliam no sentido de construir generalizações válidas. É o caso do registro 26, no qual já se pode identificar a noção intuitiva da infinidade de pontos que formam o círculo além da invariância da distância do centro até qualquer um destes pontos.

Nome: Registro 26 **Data: 21 / 1 / 2002** **Hora: 14:04:33**
Objeto/forma: Circunferência
O que sei sobre o objeto: Uma circunferência nada mais é do que um círculo, que tem a mesma distância do seu centro até todas as milhares de pontas existentes no círculo.
Exemplo de utilização do objeto: Os circulos encontrados nos tijolos nada mais são do que circunferências.
Dúvidas ou questões sobre o objeto: Para que serve os furos dentro dos tijolos?

Já nos registros 74 e 24, também encontramos semelhanças quando da apropriação de conceitos relativos ao espaço tridimensional. Em ambos, os alunos partem dos seus já conhecidos objetos planos para, numa verdadeira atividade de descoberta, generalizá-los para a terceira dimensão. Ainda que essa idéia possa parecer inicialmente errônea e que, neste caso, um professor de Matemática deveria corrigir o(s) aluno(s) que a expressou cito, com base em um extenso material produzido por Eric W. Weisstein [3, 4] as seguintes exposições:

"A generalização da área a três dimensões é chamada volume"
"Para ver como dimensões mais baixas e mais elevadas se relacionam, tome um objeto geométrico qualquer (como um ponto, uma linha, um círculo, um plano, etc.), e "arraste-o" em um sentido oposto (arraste um ponto para seguir formando uma linha, uma linha a para formar um quadro, um círculo para formar um cilindro, (...) etc.). O resultado é um objeto que seja qualitativamente "maior" do que o objeto precedente, (...)"

Nome: Registro 74 **Data: 24 / 1 / 2002** **Hora: 14:41:32**
Objeto/forma: cubo



O que sei sobre o objeto: O cubo é uma figura estilo um quadrado, mas em uma forma espacial. Ele contém seis lados iguais com o ângulo de 90°.

Nome: Registro 24

Data: 24 / 1 / 2002

Hora: 15:52:12

Objeto/forma: cano

O que sei sobre o objeto: A forma geométrica de um cano é o cilindro, um círculo com mais volume

Exemplo de utilização do objeto: Um fio por exemplo também tem a forma de um cilindro.

Os registros 63, 15 e 76 evidenciam a idéia expressa na citação anterior sobre a generalização da área a três dimensões, o que demonstra a reinvenção por parte do aluno desse significado. Uma metáfora adequada para este tipo de registro é que "aprender a reinventar a roda" não é algo tão utópico como se poderia pensar. Mas, principalmente, a consequência deste tipo de experiência, na qual o aluno tem a possibilidade de **expressar suas certezas e reconstruí-las** é que são estabelecidas condições para que o aluno **aprenda a aprender, aprenda a pensar**. As coordenações de ações, realizadas para chegar a estes significados e descrições, dão apoio para as abstrações reflexionantes de natureza geométrica que se verifica aqui. Tais coordenações de ações ultrapassam a constatação de relações simples obtidas pelos alunos, ultrapassam a constatação dos aspectos figurativos sobre os objetos geométricos. Esta ultrapassagem, por sua vez, está calcada nas composições, movimentos e combinações realizadas sobre os objetos geométricos, materiais ou virtuais. As coordenações exitosas obtidas a partir das composições, combinações e movimentos, produzem novos resultados e estes por sua vez, produzem novas coordenações exitosas, num movimento contínuo e crescente em termos de aprendizagem.

Nome: Registro 63

Data: 21 / 1 / 2002

Hora: 15:45:42

Objeto/forma: Volume

O que sei sobre o objeto: Volume pode ser uma unidade de medida de som e pode também medir tamanho. Por ser uma unidade de medida não tem forma.

Exemplo de utilização do objeto: Volume pode ser usado para aumentar ou diminuir tamanho de coisas. Ex.: Se eu der volume à um quadrado é será um cubo. Se der volume à um círculo será uma esfera. Se der volume ao triângulo será uma pirâmide.

Nome: Registro 15

Data: 21 / 1 / 2002

Hora: 14:25:40

Objeto/forma: cilindro

O que sei sobre o objeto: Ele é tipo um cano, tem uma forma circular nas bases ou extremidades . E tem alguma altura. Cilindro é uma forma em que a gente usa para varias coisas que estão presentes no nosso dia a dia.

Ex. de utilização do objeto: Lixeira, cano, anel, canudo, latinha, garrafa, lápis, caneta,

Nome: Registro 76

Data: 24 / 1 / 2002

Hora: 16:11:22

Objeto/forma: CUBO

O que sei sobre o objeto: O cubo tem seis lados, que são chamados de faces, o que o diferencia do quadrado, além dos lados o volume também faz a diferença.

Exemplo de utilização do objeto: Na sala de teatro, aquários, dado de jogo, brinquedos de criança, gelo, etc.

Entre outros tantos registros se verifica como os significados atribuídos a diferentes objetos e conceitos geométricos são expressos de forma espontânea. Em particular, destaco os registros 72 e 73, redigidos por um mesmo aluno e no mesmo dia, nos quais se observa uma significativa modificação na descrição do objeto "cone".

Nome: Registro 72

Data: 24 / 1 / 2002

Hora: 14:08:10

Objeto/forma: Cone



O que sei sobre o objeto: É um objeto de forma arredondada, que tem sua parte superior com a largura reduzido a um pequeno ponto.

Nome: Registro 73

Data: 24 / 1 / 2002

Hora: 14:23:59

Objeto/forma: Cone

O que sei sobre o objeto: É um objeto em forma circular em sua parte inferior, enquanto sua altura cresce, sua forma de circunferência vai se tornando menor, até que fica uma ponta em cima.

Exemplo de utilização do objeto: É um tipo de forma geométrica não muito utilizado em construções... ele é muito usado na culinária para se enfeitar bolos... Esta forma geométrica é feita de material plástico nas ruas para isolar certos locais. Também a capa usada nos abajures, é feita em mais ou menos em forma de cone, mas a diferença neste caso é que a parte superior é cortada para facilitar a ação da luz.

Dúvidas ou questões sobre o objeto: Qual a utilidade do cone dentro da matemática? para que este serve para o homem? qual sua maior utilidade na opinião de todos? Como eu poderia chamar a diminuição da largura da "cintura" do cone desde sua parte inferior até a parte de cima?

A possibilidade de registro digital contingente de cada momento no processo das construções dos alunos, como, por exemplo, os registros 72 e 73, torna possível evidenciar a evolução da expressão escrita resultante da construção conceitual em níveis majorantes de conceitualização do aluno sobre o objeto que ele procura conhecer. Tendo acesso a este tipo de registro, se pode analisar e compreender o raciocínio e sua própria evolução, o que por sua vez, possibilita levantar novos questionamentos, na forma de novos desafios, como possíveis questões orientadoras para a continuidade do processo construtivo. A Psicologia Genética salienta que a própria percepção compreende uma atividade realizada com a contribuição dos sistemas de significação coordenados pelos sistemas lógicos de quem observa. Esta atividade perceptiva já se constitui em uma abstração reflexiva, podendo constituir-se em uma abstração pseudo-empírica ou reflexionante, que possibilita a leitura de um mundo tridimensional mesmo que no papel - ou na tela de um monitor - ele seja bidimensional. Portanto, a formação do conceito de espaço possui um caráter essencialmente operatório, não podendo ser reduzida à experiência perceptiva.

E no caso da construção de uma casa utilizando um software do tipo CAD, como o apresentado nesse artigo, que compreensão um sujeito poderia ter sobre a possibilidade de navegar por tal construção? Como ele compreende a navegação neste espaço virtual? Tais questões nos remetem para o conceito de representação, conceito esse essencial para a presente discussão. Representação não é uma espécie de reflexo da ação adaptativa do sujeito no seu meio. Ao contrário, é funcional e indispensável no tratamento das diversas situações por parte do sujeito. Na medida em que ocorrem progressos do espaço representativo, também assistimos o que Piaget chama de "uma espécie de choque de retorno da atividade representativa sobre a atividade perceptiva". Piaget [8]. Este choque de retorno provoca, em consequência, a alteração da própria percepção. Esta mesma ilusão reforça o engano a respeito das relações entre o perceptivo e o representativo, o que por sua vez provoca equívoco nas interpretações sobre a intuição geométrica. Constatam-se dois fatos importantes: o desenvolvimento da inteligência representativa implica em reflexos desses mecanismos sobre a própria atividade perceptiva e o movimento desempenha um papel cada vez maior no decorrer do desenvolvimento devido à própria atividade perceptiva. "A percepção é o conhecimento dos objetos resultante de um contato direto com eles. A representação consiste, ao contrário - seja ao evocar objetos em sua ausência, seja quando duplica a percepção em sua presença -, em completar seu conhecimento perceptivo referindo-se a outros objetos não atualmente percebidos (por exemplo, quando reconhecendo um



triângulo, assimilamos a figura dada a toda classe das formas comparáveis não percebidas simultaneamente). Se a representação em um sentido prolonga a percepção, ela introduz um elemento novo, que lhe é irreduzível: um sistema de significações que comporta uma diferenciação entre o significante e o significado." [8]

Encerrando essa seção, observamos que uma outra questão fundamental no contexto desse estudo é saber se na construção dos conceitos geométricos, a "abstração" dos atributos das formas e suas relações, efetua-se unicamente a partir da percepção do objeto, ou a partir igualmente das ações que o sujeito aplica aos mesmos. Ora, a abstração desses elementos não se dá segundo um processo análogo ao da abstração das qualidades físicas, como o peso ou a cor de um objeto. Na abstração desses elementos, por exemplo, a dimensão, há mais do que uma simples extração das qualidades inerentes ao objeto: há uma abstração em relação à ação, ou à coordenação das ações do sujeito. É o papel da coordenação de ações que confere a estes elementos um caráter geométrico e não somente físico.

5. Conclusões e Perspectivas

A análise dos resultados desse estudo evidencia a adequação pela opção do referencial construtivista e aponta alternativas para o uso de mídias digitais na aprendizagem de conceitos matemáticos. Os resultados apresentados pelos alunos podem ser correlacionados aos recursos midiáticos que garantiram que interagissem de modo espontâneo e intencional, comprometendo-se com suas tomadas de decisão frente aos desafios contextualizados e sua própria realidade. Os alunos se mostraram interessados, questionando-se e questionando aos colegas e aos docentes-orientadores na busca de novas informações e melhor compreensão delas.

Ao examinarmos os registros aqui apresentados, se vê que a compreensão sobre os diferentes objetos, ocorre exatamente via reconstrução da atividade exercida sobre os mesmos. Notadamente os estudantes se dão conta das propriedades das figuras ao trabalharem e interagirem, concomitantemente, com planos e projeções. Por exemplo, tomando um objeto espacial, presente em algum dos diferentes projetos desenvolvidos com o software, os atributos que se referem ao conceito de paralelismo, presente em um retângulo, são explicitados pelos estudantes quando esses se referem a igualdade entre os lados. Tal explicitação somente é possível se tais atributos são observáveis para os sujeitos e são esses observáveis que permitirão a estruturação lógica do conceito de paralelismo. Contrariamente, se tais atributos não são observáveis para os sujeitos e o professor apresenta os significados para os estudantes, o que se assiste, via de regra, é que os alunos apenas reproduzem, sem compreensão, tais significados. Tal situação decorre da ausência de acomodações das estruturas lógicas que lhe permitiriam construir o(s) conceito(s). Portanto, inicialmente predominando o "fazer", será a consciência das ações que estabelecerão as bases da criação de um primeiro patamar de compreensão. Tal tomada de consciência, por sua vez, calcada nas abstrações reflexionantes feitas sobre as estratégias empregadas, abrem novas possibilidades de reestruturação da própria compreensão e, portanto, da construção de novos significados. Assim, os estudantes, a partir dos seus próprios esquemas de significação, ao explorarem e transformarem os próprios objetos, compondo e os recompondo, observando suas próprias ações, bem como os observáveis do objeto, tem, com essa dinâmica, a oportunidade de construir de maneira efetiva, os diferentes conceitos presentes na construção do espaço. Observamos que nas experiências aqui analisadas, essa possibilidade que os alunos têm de expressarem suas certezas e reconstruí-las, se constituem em condições necessárias, não suficientes, para que o aluno aprenda a aprender, aprenda a pensar. Podemos constatar, via registros apresentados, a presença de um pensamento relacional e observáveis tanto de objetos matemáticos quanto da

própria atividade dos sujeitos que os construíram, bem como, a presença de erros construtivos, desde que uma certeza é questionada e uma nova dúvida emerge, orientando a busca de novas certezas. Trata-se, portanto, de uma possibilidade de reconstruções continuadas. A retenção não é, portanto, um processo de apenas perceber e já memorizar. E não é também a repetição da percepção que gera retenção a longo prazo! As experiências e análises apresentadas nesse artigo estão sendo utilizadas para estruturar uma linha de pesquisa que permita servir de referência para a construção de recursos didáticos e para se constituírem em objeto na busca de novas formas de tratamento deste tipo de dados. Além disso, do ponto de vista da formação de professores, elas poderão servir para o treinamento de técnicas construtivistas, como as do uso do método clínico em situações de prática de ensino-aprendizagem de Matemática e, em particular, quando tais práticas envolvem o uso dos recursos das Tecnologias da Informação e Comunicação.

Referências

- [1] M. V. A. Basso. Espaços de aprendizagem em rede: novas orientações na formação de professores de matemática. Tese (doutorado) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS, 2003.
- [2] M. V. A. Basso, L. C. Fagundes. Mídias Digitais, Sistemas de Conceitos e Aprendizagem em Matemática. Revista Brasileira de Informática na Educação. Volume 13, número 2. maio-agosto de 2005. pp. 42-52.
- [3] E. W. Weisstein. "Space" *MathWorld* -A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/Space.html>, Out. 2002
- [4] E. W. Weisstein. "Euclidean Space" *MathWorld* -A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/EuclideanSpace.html>, Out. 2002
- [5] L. Fagundes, L. Sato, D. Maçada. Aprendizagem do Futuro: As Inovações Começaram! Coleção: Informática para a mudança na Educação. MEC/PROINFO, Brasília, 1999.
- [6] C. Laborde e G. Vergnaud. L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. *In Apprentissages et didactiques ou en est-on?*. (Coord.) G.Vergnaud, Serie Education: former organizer pour enseigner), Paris: Hachette Education, 1994.
- [7] J. Piaget. A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas - Problema Central do Desenvolvimento. Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1976.
- [8] J. Piaget e B. Inhelder. A Representação do Espaço na Criança. Artes Médicas: Porto Alegre, 1993.
- [9] J. Piaget. A Equilíbrio das Estruturas Cognitivas - Problema Central do Desenvolvimento. Zahar Editores, Rio de Janeiro, 1976.
- [10] J. Piaget. Psicologia e Epistemologia. Para uma Teoria do Conhecimento. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1991.
- [11] M. G. Mondadori. Desenvolvimento de Ambientes Complexos de Aprendizagem Baseados em Computador aplicados à Administração. Mestrado (dissertação). Programa de Pós-graduação em Administração. Porto Alegre, UFRGS, 2006.
- [12] E. Leidner e S. Jarvenpaa. The use of IT to enhance management school education. A theoretical view. *MIS Quarterly*. Vol 1, número 3. p. 265-291, 1995.