

DEMONSTRAÇÃO TEÓRICA DA INFLUÊNCIA DO VALOR
ABSOLUTO DO PERÍODO DAS ONDAS DE OSCILAÇÃO
NO TIPO DE PERFIS DE EQUILÍBRIO DE PRAIA

Tese apresentada ao Departamento de Obras Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul Como Requisito Parcial Para Obtenção do Título de Livre Docente.

1973

Engº Civil VICTOR MOTTA

DEMONSTRAÇÃO TEÓRICA DA INFLUÊNCIA DO VALOR
ABSOLUTO DO PERÍODO DAS ONDAS DE OSCILAÇÃO
NO TIPO DE PERFIS DE EQUILÍBRIO DE PRAIA

Tese Apresentada ao Departamento de
Obras Hidráulicas da Universidade
Federal do Rio Grande do Sul Como
Requisito Parcial Para Obtenção do
Título de Livre Docente

Por VICTOR FREIRE MOTTA

Engenheiro Civil. Professor Responsável
Pelas Disciplinas de Simulação Física,
Hidráulica de Costas e Estuários e de
Engenharia de Costas no Curso de Pós-
-Graduação do Centro de Hidrologia
Aplicada (IPH da UFRGS).

Porto Alegre, 1973

Para a biblioteca do IPT da UFRGS
Porto Alegre, 20/12/73

Victor F.

MAR

R E S U M O

Em publicações anteriores [8], [9], o autor demonstrou experimentalmente que, para um dado material de praia, o tipo de perfil de equilíbrio formado por uma dada onda depende não só do valor da esbelteza da onda em profundidade infinita (H_0/L_0) mas também do valor absoluto do período (T) - ou, o que vem a dar no mesmo, do valor absoluto do comprimento de onda em profundidade infinita pois $L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$.

A presente tese demonstra teoricamente tal constatação através da aplicação do teorema de Buckingham às oito grandezas que intervêm no processo de formação de equilíbrio de praia por onda incidente em ação frontal.

Ressalta-se que a Análise Dimensional constitui o único instrumento teórico a que se pode recorrer porque, tratando-se de fenômeno na zona de arrebentação, os diversos esquemas matemáticos das ondas tornam-se impotentes para exprimir analiticamente as ações hidrodinâmicas sobre os grãos do material de praia.

THEORETICAL DEMONSTRATION OF
THE INFLUENCE OF THE ABSOLUTE
VALUE OF OSCILLATORY—WAVE
PERIODS ON THE TYPE OF EQUI-
LIBRIUM BEACH PROFILES

A B S T R A C T

In previous papers [8], [9], the author has experimentally shown that, for a given beach material, the type of equilibrium beach profile does not depend on the wave steepness (H_o/L_o) alone but on the absolute value of the wave period (T) as well— or on the absolute value of the deep-water wave length (L_o) since $L_o = \frac{gT^2}{2\pi}$

The present thesis brings theoretical support to this finding by applying the Buckingham theorem to the eight magnitudes involved in the physical process of equilibrium beach profile formation.

It is emphasized that Dimensional Analysis is the only possible theoretical tool we can put in hand in this particular problem because in the surf zone all the available mathematical wave theories fail to describe the hydrodynamic actions on the grains of the beach material.

Í N D I C E

CAPÍTULO I -	
CONCEITO DE PERFIL DE EQUILÍBRIO DE PRAIA	9
CAPÍTULO II -	
DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E DO OBJE- TO DA TESE. REVISTA DOS TRABA- LHOS ANTERIORES SOBRE O ASSUNTO	19
CAPÍTULO III -	
APLICAÇÃO DO TEOREMA DE BUCK- INGHAM AO FENÔMENO DE FORMAÇÃO DE PERFIL DE EQUILÍBRIO DE PRAIA	37
CAPÍTULO IV -	
DISCUSSÃO DE CONTRIBUIÇÃO MAIS RECENTE	55
CAPÍTULO V -	
ASSUNTOS PARA FUTURAS PESQUISAS	61
CAPÍTULO VI -	
CONCLUSÕES	66
CAPÍTULO VII -	
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS . . .	69

CAPÍTULO I - CONCEITO DE PERFIL DE EQUILÍBRIO

1 - Chama-se perfil de equilíbrio o perfil que uma dada onda formaria em um dado material não coesivo de praia, se a ação desta onda durasse indefinidamente. Em outras palavras, sob a ação de uma dada onda, caracterizada por três parâmetros que geralmente são o período e a altura a uma dada profundidade, um dado perfil inicial de praia em geral se altera. O perfil atinge o equilíbrio quando cessam as alterações. Este perfil, que não mais se modifica por mais que dure a ação da onda que o produziu, é, por definição, o perfil de equilíbrio para a onda e o material de praia em consideração.

2 - Tal conceito implica, por sua própria definição, em uma acomodação das profundidades, situadas a diferentes distâncias de uma origem de abscissas, às características da onda e do material de praia. Este, por sua vez, é definido pela massa específica e pelos diâmetros de grãos. Análises granulométricas de diferentes amostras, colhidas em diferentes pontos de perfis de praias, revelam que os diâmetros médios - ou os diâmetros medianos (D_{50}) - das respectivas curvas granulométricas tendem a diminuir da zona de arrebentação para o largo |1|, |2|, |3|, |4|.

Tal fato é confirmado por ensaios de formação de perfis de equilíbrio, em canais de onda de laboratório com materiais não-uniformes. Em consequência, pode-se afirmar que a formação do perfil de equilíbrio envolve não somente a já referida acomodação de profundidades, como também uma ordenação dos diâmetros de grão. Em um dado perfil de equilíbrio já estabelecido, para uma dada onda, a cada ponto corresponde um diâmetro de grão que nele permanece em equilíbrio. Se lançar-se, em um ponto qualquer de perfil de equilíbrio já estabelecido, um grão de diâmetro diferente daquele que corresponde ao equilíbrio para o perfil, o ponto e a onda em consideração, tal grão se deslocará até encontrar a respectiva posição de equilíbrio.

3 - A definição anteriormente formulada do conceito de perfil de equilíbrio é de natureza morfológica. As pesquisas mais completas, que já se efetuaram, visando a caracterizar as forças que atuam sobre os grãos no processo de formação do perfil e os possíveis modos pelos quais entram em equilíbrio se devem a A. T. Ippen, P. S. Eagleson e associados no *Hydrodynamics Laboratory* do Massachusetts Institute of Technology [1], [2], [3] e [4]. Em síntese, os resultados mais significativos de tais pesquisas foram:

- Pode haver dois modos diferentes de equilíbrio -
- ou as profundidades e os diâmetros de grão se ar
rumam de maneira a que os grãos fiquem todos em re
pouso e se terá uma situação de equilíbrio estáti-
co (*incipient-motion criterion*, segundo os autores
citados), ou cada grão oscila em torno de uma po-
sição média que não varia no tempo e se terá uma
situação de equilíbrio oscilatório (*established-mo*
tion criterion);
- É possível determinar, por via teórico-experimen-
tal, leis que fornecem o diâmetro de equilíbrio in
cipiente e o diâmetro de equilíbrio oscilatô-
rio em função das características locais da onda,
para um dado ângulo de inclinação do perfil em re-
lação à horizontal, para uma dada profundidade e
para o caso de a camada limite oscilatória ser la-
minar, se apenas se considera o trecho do perfil
de equilíbrio suficientemente ao largo da zona de
arrebentação para não ser afetado pela mesma;
- A formação de perfil de equilíbrio, em situação de
equilíbrio estático (*incipient-motion criterion*),
acarretaria declividades irrealisticamente eleva-
das para as praias; valores tão altos de declivi-
dade não ocorrem nas praias naturais; em consequên-
cia, é lícito afirmar que, quando ocorrem perfis
de equilíbrio na Natureza, a situação vigorante é
a de equilíbrio oscilatório (*established-motion cri*

terion) e se pode definir dinamicamente perfil de equilíbrio de praia como sendo o lugar geométrico dos pontos nos quais os grãos permanecem em equilíbrio oscilatório, para uma dada onda e uma dada massa específica de sedimento.

4 - As pesquisas de Ippen, Eagleson e associados tiveram por objeto esclarecer dinamicamente o processo de formação de perfis de equilíbrio de praia. Uma vez definidas física e matematicamente as forças que atuam sobre os grãos durante tal processo, aqueles pesquisadores escreveram equações diferenciais de equilíbrio cuja integração forneceu a relação entre profundidades ou declividades do perfil, diâmetros e massas específicas dos grãos e as características locais da onda. Ensaios em canal de ondas, em que se usavam grãos de diferentes diâmetros e massas específicas sobre perfis de fundo fixo com rugosidade regular e constante, confirmaram satisfatoriamente as deduções teóricas e as complementaram definindo certas constantes e funções adimensionais. Acontece, porém, que as referidas equações diferenciais de equilíbrio estático ou dinâmico, bem como a própria formulação analítica das forças que atuam sobre os grãos, só se podem escrever se considerarmos zonas do perfil de equilíbrio suficientemente ao largo da zona de arrebentação para não serem afetadas por

esta última. Tal circunstância decorre de as teorias matemáticas das ondas, utilizadas para exprimir analiticamente as ações hidrodinâmicas sobre os grãos, perdendo a validade quando a onda arrebenta - o fenómeno de arrebentação nem sequer existe à luz da teoria da onda irrotacional à primeira ordem de aproximação (onda sinusoidal). Infelizmente, é na zona de arrebentação que se concentra o maior interesse humano pelos perfis de praia, a arrebentação é o fenómeno de influência mais decisiva na formação de tais perfis e os próprios ensaios do MIT revelaram que a influência da arrebentação se estende consideravelmente para o largo. Em virtude de tais fatos, as pesquisas de Ippen, Eagleson e associados conduziram a um modelo teórico excessivamente idealizado do processo em análise e, como em muitos outros capítulos da Hidráulica de Fundo Móvel, na zona de arrebentação os conhecimentos humanos, sobre as relações entre as características morfológicas do perfil, as características cinemáticas e dinâmicas da onda e as características sedimentológicas, continuam a consistir em correlações de efeitos globais, de origem experimental, como as que se encontram no Capítulo 10 de [5] e que se resumem essencialmente no seguinte:

- Se a esbeltez $\left(\frac{H_0}{L_0}\right)$ e o comprimento das ondas em profundidade infinita (L_0) permanecem constantes, as declividades do perfil, na zona de arrebentação, aumentam com os

diâmetros dos grãos - em outras palavras, as praias de material mais graúdo apresentam declividades mais íngremes;

- Se o comprimento das ondas em profundidade infinita e o material de praia permanecem constantes, as declividades do perfil, na zona de arrebentação, diminuem quando aumenta a esbeltez das ondas;
- Se a esbeltez das ondas e o material de praia permanecem constantes, as declividades do perfil, na zona de arrebentação, aumentam quando diminui o comprimento da onda incidente.

5 - A esta altura da exposição, cabe indagar se o próprio conceito de perfil de equilíbrio de praia não constituiria mera abstração teórica, com remota possibilidade de ocorrer na Natureza e de se prestar a finalidades práticas de Engenharia. Com efeito, tanto a definição morfológica quanto a definição dinâmica acima apresentadas do conceito em apreço estabelecem ou subentendem uma relação unívoca entre características geométricas do perfil, características sedimentológicas e características cinemáticas e dinâmicas de uma onda forçosamente monocromática (de período constante). Ora, é sabido que o fato mais fundamental em relação às ondas reais no mar

consiste na inexistência de ondas monocromáticas. Poderiam então ocorrer perfis de equilíbrio na Natureza e não só em canais de onda ou em modelos reduzidos tridimensionais, nos quais as ondas reproduzidas são monocromáticas?

6 - A experiência revela que sim, se reduzirmos o conceito de perfil de equilíbrio a certas características globais, tais como declividades médias na parte superior da praia (*upper beach*), no estirâncio (*foreshore*) e ao largo da arrebenção (*off shore*), cotas de *beach toe*, largura da berma ou do estirâncio e fizermos abstração dos pormenores secundários no andamento do perfil. Assim, por exemplo, levantamentos sistemáticos de dez perfis de praia, ao longo de alinhamentos fixos e distribuídos ao longo de comprimento de cerca de seis quilômetros de costa, tendo no centro a embocadura lagunar de Tramandaí, efetuados em Dezembro de 1962, Março, Junho e Setembro de 1963 por equipe da Diretoria de Hidrografia e Navegação do Ministério da Marinha, para o IPH da UFRGS, revelaram que as cotas de *beach toe*, as declividades médias entre as isóbatas de - 1 e - 10 metros e as próprias declividades médias através da zona de arrebenção mantêm-se praticamente constantes [6]. Tal fato se explica pela circunstância de, embora as características das ondas estejam sempre variando e teoricamente, para um dado sedimento, a cada onda cor-

responda um diferente perfil de equilíbrio de praia, em alguns casos, como no litoral do Rio Grande do Sul, durante a maior parte do tempo as características das ondas não diferem tanto entre si a ponto de os respectivos perfis produzidos na praia também diferirem acentuadamente entre si. No caso particular da costa sul-riograndense deve considerar-se uma circunstância adicional, tendendo a estabilizar o perfil da praia, que se constata experimentalmente ser de grande uniformidade: a variação estacional das características das ondas é pouco acentuada, exceção feita à ocorrência de tempestades, mais comuns no outono e no inverno, conforme revelaram os registros de onda colhidos durante mais de um ano, à profundidade de vinte metros, para o projeto do terminal petrolífero oceânico em Tramandaí.

7 - Em locais em que as ondas sofrem variação estacional mais acentuada, a variação do nível de repouso da água, em consequência do fenômeno das marés, também favorece a estabilidade do perfil de praia pois permite que as ondas o trabalhem ao longo de comprimento apreciável e que ocorra certa compensação de efeitos entre as ondas que arrebentam mais ao largo em níveis mais baixos e mais à terra em níveis mais altos.

8 - Existem regiões do mundo, como as costas

dos Estados Unidos e a costa atlântica da Europa, em que acentuadas variações estacionais das características das ondas acarretam fortes variações de mesma frequência nos perfis de praia. Estes apresentam então um tipo de verão e um tipo de inverno. Ainda neste caso, porém, é possível definir um equilíbrio cíclico, que se repete a cada verão ou a cada inverno, das características globais já mencionadas.

9 - Finalmente, cabe assinalar que a experiência em laboratório, com modelos costeiros de fundo móvel, nos permite admitir que, em geral, para um dado sedimento e um dado *wave climate*, existe uma onda dominante que gera pelo menos as mesmas características já apontadas do perfil, que seriam geradas se tal onda atuasse, como onda monocromática, durante todo o tempo. Tal conceito se baseia no fato de que é possível reproduzir em modelo reduzido, por meio da ação de ondas monocromáticas ou pelo menos por combinações relativamente simples de tais ondas, pelo menos as características essenciais de perfis de equilíbrio produzidas em praias naturais pelas ondas reais do mar, conforme se constatou no modelo costeiro de Tramandaí, cuja concepção e exploração o autor dirigiu no IPH da UFRGS e que reproduziu com notável sucesso, não só as declividades médias do estirâncio e ao largo, como também a cota do *beach toe* [6]. Haveria, por

tanto, uma onda dominante de conceituação análoga — e sujeita às mesmas ressalvas — da vazão geradora de leito em Hidráulica Fluvial.

CAPÍTULO II - DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E DO OBJETO
DA TESE. REVISTA DOS TRABALHOS JÁ
FEITOS SOBRE O ASSUNTO

10 - No capítulo anterior mencionou-se que, nas regiões do mundo em que as características das ondas durante o inverno diferem acentuadamente das que prevalecem durante o verão, sucedem-se, ao longo do ano, dois tipos diferentes de perfil de equilíbrio de praia: o tipo de inverno (ou de tempestade ou de barra imersa - Motta, 1964), que em inglês se chama de *winter profile* ou *storm profile* e em francês de *profil de tempête*, e o tipo de verão (ou de bom tempo ou de barra emersa - Motta, 1964), que a literatura anglo-americana chama de *summer profile* e a francesa, de *profil de beau temps*. A Figura nº 1 mostra esquematicamente os dois tipos de perfil.

11 - As circunstâncias naturais, que tendem a apagar tais barras e a dar ao perfil um andamento mais regular, são:

- A ausência de acentuadas variações estacionais nas características das ondas (caso da costa do Rio Grande do Sul);
- Uma amplitude considerável de maré.

Ambas estas circunstâncias tendem a impedir que até mesmo sucessivas ondas monocromáticas arrebatem sempre no mesmo ponto do perfil da costa. Em canais de onda ou em modelos reduzidos de fundo móvel, sob a ação de ondas monocromáticas e com nível constante de água em repouso, qualquer que seja a densidade do material de praia, sempre aparece um ou outro de tais tipos de perfil pois as condições, que se acaba de apontar, fazem com que a onda-modelo arrebatente sempre à mesma profundidade. Na Natureza tais barras só aparecem caracterizadamente em mares de maré fraca e sujeitos à ondulação regular, como por exemplo a costa do Golfo da Guiné na África, onde a barra imersa constitui característica praticamente permanente da morfologia da costa, e as praias do Mediterrâneo, mar notoriamente sem maré, quando nelas ocorre a condição de ondulação regular.

12 - No caso mais geral, em que a praia é sujeita à variação de nível de água causada pela maré e a uma agitação complexa, observam-se alternâncias de épocas de erosão, quando a praia é atacada por vagas e ondulações esbeltas durante estação de mau tempo, para épocas de engordamento, quando só chega à praia ondulação proveniente do largo e de baixa esbeltez, durante estação de bom tempo. Nem sempre, porém, as barras aparecem porque tanto a variação de nível de água quanto a irregularidade da agitação fa

zem com que as ondas sucessivas não arrebatem no mesmo ponto e trabalhem um trecho de praia que pode assumir largura considerável. Em consequência, os perfis das praias naturais costumam apresentar andamento contínuo, ligeiramente côncavo e assimilável a parábola de grau fracionário, segundo J. Larras [7].

13 - O perfil com barra emersa se caracteriza por maiores declividades no estirâncio, avanço (à altura do nível de água em repouso) em relação a um perfil inicial de menor declividade e formação de barra que em inglês se chama de *swash bar*, o que traduzimos por barra emersa em publicação anterior [9]. O perfil com barra imersa se caracteriza por menores declividades no estirâncio, recuo (à altura do nível da água em repouso) em relação a um perfil inicial de maior declividade e aparecimento da barra que a terminologia anglo-americana denomina *offshore bar*, o que traduzimos por barra imersa [9].

14 - Praticamente desde que se começaram a efetuar ensaios de formação de perfis de praia em canal de ondas em laboratório, surgiu o interesse em pesquisar as condições de aparecimento de cada um dos tipos de perfil de equilíbrio. Já na década dos quarenta e no início da década dos cinquenta efetuaram-se ensaios sistemáticos sobre este assunto [10], [11], [12] e [17] que constitui o problema básico a que se refere a presente tese.

15 - A já mencionada dificuldade, decorrente do colapso das teorias matemáticas da onda na zona de arrebatamento em exprimir analiticamente as forças hidrodinâmicas, atuando sobre os grãos, e portanto em escrever equações diferenciais de equilíbrio, cuja integração fornecesse a lei geral de formação de perfil de equilíbrio de praia, fez com que tais pesquisas enveredassem pela busca de correlações entre o tipo de perfil de equilíbrio de verão ou de inverno e alguma característica, em água profunda, da onda incidente, para um dado sedimento constituinte da praia, sem preocupação de elucidar o mecanismo físico do processo. Esta linha de pesquisa aplicou ao problema de formação de perfis de equilíbrio de praia o mesmo tipo de raciocínio que, em Hidráulica Fluvial, havia produzido, por exemplo, as equações empíricas da chamada Teoria do Regime para o projeto de canais em equilíbrio em terreno aluvial.

16 - Acontece que a característica das ondas, que variava mais acentuadamente entre as condições de inverno e de verão, era a esbeltez em profundidade infinita (H_0/L_0), a razão entre a altura e o comprimento da onda em profundidade infinita, sendo $L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$. Nas regiões em que as ondas - e consequentemente os perfis de praia - sofrem acentuadas variações estacionais, as praias são atacadas no inverno por vagas produzidas por ventos locais de esbeltez elevada, ao passo que no verão atua preponderan-

temente ondulação proveniente do largo e de muito ²³ me-
nor esbeltez. Por outro lado, era evidente que tanto
a barra imersa quanto a barra emersa constituíam for-
mações produzidas pela arrebentação das ondas e há
muito tempo se sabe que a esbeltez das ondas é, jun-
tamente com a própria declividade da praia, um dos
dois parâmetros dominantes na determinação do modo
(progressivo ou mergulhante) e do local da arrebenta-
ção de uma dada onda incidente. A conclusão lógica
constituiu em procurar correlacionar o tipo de perfil
de equilíbrio com o valor da esbeltez da onda inci-
dente que o tinha produzido em determinado sedimento.

17 - Assim surgiu o conceito de esbeltez crí-
tica como critério para determinar o tipo de perfil
de equilíbrio de praia a se formar para uma dada on-
da incidente e um dado sedimento. Se a esbeltez da on-
da incidente apresentasse valor acima de um valor crí-
tico, para o sedimento em consideração, formar-se-ia
o perfil de inverno. Se a esbeltez da onda incidente
fosse inferior ao mesmo valor crítico, apareceria o
perfil de verão. O tipo de perfil de equilíbrio de-
penderia, portanto, unicamente da esbeltez da onda
incidente, para um dado material de praia. Tal con-
ceito de esbeltez crítica se deve sobretudo ao Pro-
fessor J. W. Johnson, da Universidade da Califórnia,
que o divulgou com base nos ensaios que havia efetua-
do [11].

18 - Ressaltamos nos últimos parágrafos que

o conceito de esbeltez crítica teve uma dupla origem. Por um lado, nasceu da observação das variações estacionais de perfis de praias naturais em regiões onde ocorrem nítidas variações, entre o inverno e o verão, nas características da agitação incidente. Por outro lado, originou-se dos resultados de ensaios efetuados em canais de onda de laboratório e em modelos tridimensionais operados com ondas monocromáticas e nível de água constante. Tais ensaios, que conduziram ao valor entre 2,0 e 2,5% para a esbeltez crítica, foram efetuados com areia cujo diâmetro médio variava entre 0,2 e 0,5 mm.

19 - Cabe ressaltar também que o conceito de esbeltez crítica conquistou extraordinária popularidade entre os especialistas em regime de costas, conforme se constata examinando referências de origens tão diferentes quanto [4], [5] e [13]. Ainda hoje, depois das críticas e correções de base experimental, que aquele conceito sofreu e que se discutirão a seguir, ainda é mencionado em obra tão moderna e avançada quanto [4, pg. 457]. Entretanto, além do caráter empírico acima realçado, deixava diversas perguntas sem resposta e os ensaios, que lhe tinham dado origem, haviam sido conduzidos sem qualquer tentativa de relacionar, com base na Análise Dimensional, as grandezas físicas que intervêm no processo em causa.

20 - A falta de recurso à Análise Dimensional, em quase todas as pesquisas experimentais já feitas sobre perfis de equilíbrio de praia, tem sido tanto mais de estranhar e lamentar quanto ela constitui, no caso, o único instrumento capaz de conduzir a interpretações racionais e gerais, independentes do tamanho físico do sistema sobre o qual se fazem as observações. O recurso à via experimental se impõe em consequência da impossibilidade de abordar o problema por via analítica, a partir da formulação de uma equação diferencial geral e homogênea. Nestas condições, somente a Análise Dimensional constitui garantia contra as interpretações falsas ou parciais a que pode conduzir o empirismo.

21 - Por sua própria natureza, o caráter de correlação global do conceito de esbeltez crítica - tipo de perfil de equilíbrio versus esbeltez da onda incidente - deixava de abordar a explicação do mecanismo físico que gera o perfil. Entretanto, ainda depois de aceita tal limitação, aquele conceito deixa várias perguntas sem resposta. Entre estas, ressaltaremos duas que nos parecem de maior importância:

- Qual seria a influência das características do material de praia no valor da esbeltez crítica?
- Uma vez que H_0/L_0 é um invariante entre mo

delo e protótipo ainda que se exagere verticalmente o modelo, o valor crítico da esbeltez seria igual nos dois sistemas, se se tivesse no modelo reduzido - bi ou tridimensional - o mesmo sedimento do protótipo?

22 - Em virtude da pequena variação da massa específica dos materiais naturais de praia, a influência do sedimento, sobre as características do perfil de praia, praticamente se reduz à influência dos diâmetros dos grãos. Como as poucas observações disponíveis na Natureza, quando surgiu o conceito de esbeltez crítica, tinham sido obtidas em praias de areia, entre as quais também pouco variava o diâmetro característico dos grãos, a própria influência do material de praia foi relegada a plano secundário e nos trabalhos subsequentes foi-se obscurecendo cada vez mais. A correlação passou a se fazer unicamente entre tipo de perfil de equilíbrio e esbeltez da onda incidente, como se fosse independente do material de praia e esquecendo-se de que, nos ensaios efetuados, tal correlação só podia ser válida para uma dada densidade e uma dada granulometria do material de praia. Mas, que aconteceria se a granulometria variasse? E se fosse usado em modelo um material de massa específica diferente do protótipo? A pouca importância atribuída a tais questões pelos criadores e divulgadores do conceito de esbeltez crítica constitui sinto-

ma típico de sua despreocupação com os aspectos dimensionais do problema.

23 - Ainda que se reconheça desde logo a importância da influência do material de praia, a aplicação aos modelos reduzidos do conceito de esbeltez crítica levaria a esperar que tal valor fosse o mesmo no modelo e no protótipo, se o sedimento fosse o mesmo nos dois sistemas. Com efeito, H_0/L_0 é um invariante entre modelo e protótipo porque, inclusive nos modelos verticalmente exagerados em que se representam ondas de oscilação, as escalas de H e de L são as mesmas, a fim de assegurar a semelhança de refração. Então, se

$$\text{tipo de perfil} = f(H_0/L_0, \rho_s, D),$$

para os mesmos H_0/L_0 , ρ_s , D, ter-se-ia o mesmo tipo de perfil.

24 - Todavia, aos poucos começou a acumular-se evidência de que o valor crítico geralmente atribuído à esbeltez das ondas - em torno de 2% - não tinha validade universal, dependia pelo menos do material de praia e não era igual para modelos e protótipos, ainda que o sedimento fosse o mesmo nos dois sistemas. Ensaio efetuado em canal de ondas da Universidade de Cambridge (Inglaterra), com areia de 0,41 mm de diâmetro médio e a período constante, mos

traram que em tais condições as ondas produzem o perfil com barra imersa quando a esbeltez atinja valor de 1,2% [5]. Scott, na Universidade da Califórnia [17], obteve perfis com barra imersa pela ação de ondas com esbeltez de 1,9%. Observações na Natureza indicaram que Mission Beach na Califórnia, era erodida por onda com período de 10 segundos e esbeltez de 0,8%. Ondas com esbeltez de 1,2% (e período não especificado) revelaram-se erosivas na praia de Rhossili (País de Gales) e a mesma propriedade se observou para ondas com esbeltez de 1,7% na praia de Chesil (Inglaterra), que é de seixos. J. A. Sitarz [14] concluiu que, nas praias do Golfo da Guiné, ondas com esbeltez de 0,5% e períodos de cerca de 12 segundos produzem barra imersa. Finalmente, ensaios efetuados a três escalas diferentes, no grande canal de ondas (194 m de comprimento, 6 m de profundidade e 4,5 m de largura) do atual Coastal Engineering Research Center do US Army Corps of Engineers, demonstraram que, à maior escala, até a onda com esbeltez de 0,23% era erosiva, pois provocava recuo da praia à altura do nível da água em repouso e formação de barra imersa, enquanto na menor escala apenas a onda com esbeltez de 3,5% acarretou tais efeitos [15]. As ondas de menor esbeltez tiveram efeitos construtivos: avanço da praia à altura do nível da água em repouso e formação de barra emersa.

25 - Tais resultados provam que o tipo de perfil de equilíbrio não depende só da esbeltez da onda, para um dado material de praia, mas também do valor absoluto do período (ou do comprimento de onda à profundidade infinita $L_0 = gT^2/2\pi$). Em termos de semelhança entre protótipos e modelos, a consequência consiste em que, se se utiliza no modelo o mesmo material de praia do protótipo, ondas homólogas de uma dada esbeltez não produzem necessariamente o mesmo tipo de perfil de equilíbrio.

26 - Evidência adicional, em favor de tais conclusões, foi obtida por R. C. H. Russel, na Hydraulics Research Station do Reino Unido (Wallingford, Berkshire), ao estudar os efeitos de uma cortina permeável de estacas sobre uma praia bidimensional de areia em canal de ondas [16].

27 - O golpe de misericórdia no conceito de uma correlação unívoca entre esbeltez de onda e tipo de perfil de equilíbrio, que seria independente do valor absoluto do período da onda e das características do material de praia, foi desfechado por três pesquisadores que, independentemente um do outro e praticamente ao mesmo tempo, efetuaram ensaios sistemáticos sobre perfis de equilíbrio de praia: P. H. Kemp (University College, Universidade de Londres), [18], J. A. Sitarz (Laboratoire National d'Hydraulique, Cha

tu, Franca), |14| e V. F. Motta (IPH da UFRGS, Porto Alegre), |8|, |9|. Kemp ensaiou areias de granulometria entre 0,45 mm e 2 mm em pequena bacia tridimensional de ondas, cujas dimensões em planta eram de 4,6 m x 2,7 m. Sitarz trabalhou com pedregulho de 4 mm de diâmetro mediano (D_{50}) e com areias cujos diâmetros medianos eram de 0,55 mm e de 0,90 mm, em canal (de 25 m x 2 m ou de 15,5 m x 0,6 m) e em bacia tridimensional de ondas (de 26 m x 14,5 m x 0,8 m). Além disto, analisou resultados de levantamentos sistemáticos de perfis de praia do Golfo da Guiné, efetuados simultaneamente com registros de ondas. O autor da presente tese trabalhou com areia fina (diâmetro médio de 0,19 mm) e louça moída (diâmetro médio de 0,49 mm) em canal de ondas com 40 m de comprimento, 3 m de largura e tirantes de água de 20, 30 e 33,3 cm. Todos os pormenores da montagem experimental e dos ensaios, bem como os resultados e a discussão, encontram-se em |9|.

28 - Os ensaios do autor tinham por objeto determinar o tipo e as declividades dos perfis de equilíbrio, que se formam em diversos materiais suscetíveis de serem utilizados como fundo móvel/costeiros, a diversas escalas verticais (1/100, 1/75, 1/50, 1/30), com a escala horizontal mantida constante e igual a 1/300. Tinham em vista obter uma documentação básica que permitisse escolher o coeficiente de

exagero vertical e o material de fundo móvel para modelos costeiros, em que a reprodução do perfil da praia é importante, uma vez conhecida a declividade da praia-protótipo. Embora os ensaios não tivessem sido programados com a intenção específica de investigar as condições de transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro, apareceu claramente nos resultados a influência do valor absoluto do período da onda incidente, sobre o valor crítico da esbeltez correspondente a tal transformação para um dado material de praia, porque as diferentes ondas-modelo, que a diferentes escalas verticais representam a mesma onda-protótipo, têm a mesma esbeltez (H_o/L_o) e períodos diferentes; tanto menores quanto menor é a raiz quadrada da escala vertical. A esbeltez da onda-modelo é a mesma do protótipo, qualquer que seja a escala vertical, porque constitui fração em que tanto o numerador quanto o denominador são divididos pelo mesmo fator. Por outro lado, os ensaios com areia fina e louça moída foram os que se prestaram ao esclarecimento experimental do assunto da presente tese porque ambos os materiais têm a mesma densidade ($\rho_s/\rho = 2.6$) e nos outros materiais leves ensaiados (bakelite, hulha moída, pedra-pomes, polopás e acetato de celulose) apenas se formaram perfis de verão, nunca tendo surgido um perfil de inverno [20], [24], [25].

29 - Os resultados dos ensaios de Kemp, Sitarz e Motta podem resumir-se conforme se lê nas conclusões do trabalho do último, no Capítulo VIII, pg. 18 de |9|:

- A esbeltez da onda incidente por si só não caracteriza o tipo de perfil de equilíbrio de praia, formado em um dado material, e se tem de levar em conta, além da esbeltez, o valor absoluto do período (ou do comprimento de onda em profundidade infinita);
- Só tem sentido falar em esbeltez crítica para um dado material de praia e um dado período de onda;
- Para um dado material, a esbeltez crítica varia inversamente com o período. Em outras palavras, quanto mais longa a onda incidente, mais baixo é o valor da esbeltez crítica, embora não se afirme que a relação seja linear;
- Para uma dada densidade do material de praia e para um dado período de onda incidente, o valor crítico da esbeltez diminui quando os grãos do material se tornam mais finos. Isto significa que, para uma dada densidade de sedimento, os perfis de inverno aparecem mais facilmente em praias de grãos finos do que em praias de grãos graú

dos porque será maior a gama de valores de esbeltez de ondas incidentes, que poderão produzi-los.

Estas conclusões, obtidas em ensaios efetuados no IPH da UFRGS e apresentadas ao 1º Congresso Latino-Americano de Hidráulica, efetuado em 1964, em Porto Alegre, por convocação do Comitê Regional Latino-Americano da Associação Internacional de Pesquisas Hidráulicas, foram objeto de referência na literatura especializada internacional [19].

30 - Tais conclusões permitem compreender porque as ondas homólogas a diferentes escalas - portanto de mesma esbeltez - podem não produzir o mesmo tipo de perfil de equilíbrio de praia, ainda que o material de praia seja o mesmo que no protótipo. Se, para um dado material de praia, o tipo de perfil de equilíbrio dependesse apenas da esbeltez da onda incidente, o emprego do mesmo material no modelo e no protótipo acarretaria automaticamente a semelhança de tipo de perfil de equilíbrio produzido por ondas homólogas porque, para tais ondas, a esbeltez (H_0/L_0) é, conforme já se viu, um invariante entre os dois sistemas. Entretanto, se, para um dado material de praia, o tipo de perfil de equilíbrio depende também do valor absoluto do período, ainda que se tenha no modelo o mesmo material de fundo do protótipo, não se ob-

terá automaticamente a semelhança de tipo de perfil de equilíbrio. Com efeito, embora a esbeltez da onda incidente assumo o mesmo valor nos dois sistemas, no modelo os períodos das ondas estão reduzidos à escala respectiva (raiz quadrada da escala vertical), [20].

31 - Aliás, a influência do valor absoluto do período sobre as declividades dos perfis de equilíbrio também constitui a razão pela qual se torna necessário o exagero vertical dos modelos costeiros de fundo móvel. Sabe-se que, para um dado material de praia e para valor constante da esbeltez das ondas, as declividades do perfil de equilíbrio, na zona de arrebentação, aumentam quando o comprimento de onda em profundidade infinita ($L_0 = gT^2/2\pi$) diminui [5]. Este é precisamente o caso que se nos depara quando se utiliza no modelo o mesmo material de praia do protótipo e se mantém H_0/L_0 como invariante entre os dois sistemas. As ondas-modelo, que serão tantas vezes mais curtas que as ondas-protótipo quanto menor for a escala vertical, produzirão necessariamente perfis mais íngremes que os das praias naturais. Um perfil-modelo só poderá representar um perfil de praia natural se se adota, para a escala vertical do modelo, um valor maior que para a escala horizontal pois tal fato acarretará valor maior do que 1 para a escala de declividades. Quando se utiliza no modelo sedimento artificial mais leve e mais graúdo que a areia das praias

naturais, como pedra-pomes, bakelite ou matérias plásticas moídas, a experiência demonstra que se formam no modelo declividades ainda mais íngremes do que as produzidas em areia pelas mesmas ondas. Em consequência, o exagero vertical é sempre necessário, qualquer que seja o material de fundo utilizado, se se deseja reproduzir perfil de equilíbrio de praia de areia.

32 - O que houve de importante na contribuição de Kemp, Sitarz e Motta foi a prova experimental de que, para um dado material de praia, o valor crítico da esbeltez depende do valor absoluto do período da onda incidente. Entretanto, nenhum dos três pesquisadores, nas respectivas apresentações de seus resultados, entregou-se a uma análise dimensional das grandezas que intervêm na formação do perfil de equilíbrio de praia. Sitarz não deixou ainda de ceder à tentação de formular uma lei empírica, dimensionalmente não-homogênea, a fim de relacionar a esbeltez crítica, para um dado período, com as características sedimentológicas. Segundo Sitarz, ter-se-ia:

$$\left(\frac{H}{T}\right)_c = 0.06 \rho_s^{1/2} D_m^{1/2},$$

onde: ρ_s seria a densidade do grão imerso do material de praia, isto é: $\rho_s = \frac{\rho_s - \rho}{\rho}$;

D seria o diâmetro médio do material;

H_0 a altura da onda, em profundidade infinita, que, para o período T , acarretaria a transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro.

Nesta fórmula empírica, usar-se-ia D em milímetros, H_0 em metros e T em segundos.

33 - O objeto da presente tese consiste em demonstrar que, mediante a aplicação do teorema de Buckingham às grandezas que intervêm no fenômeno da formação de perfil de equilíbrio de praia, a Análise Dimensional teria permitido prever, antes de qualquer ensaio, que, para um dado material de praia, o tipo de perfil de equilíbrio depende, não só do valor da esbeltez da onda incidente, como também do valor absoluto do período. Por incrível que pareça, foi simplesmente a falta de aplicação da Análise Dimensional o tal problema que impediu, durante tanto tempo, que se constatasse a importância que nele assume o valor absoluto do período da onda incidente.

CAPÍTULO III - APLICAÇÃO DO TEOREMA DE BUCKINGHAM
AO FENÔMENO DE FORMAÇÃO DE PERFIL
DE EQUILÍBRIO DE PRAIA

34 - As grandezas a considerar, com as respectivas expressões dimensionais em termos de comprimento (L), massa (M) e tempo (T), são as seguintes:

$|l| = L$ - uma dimensão geométrica horizontal qualquer, característica da praia ou da onda incidente; em geral, será a abscissa corrente dos pontos do perfil;

$|d| = L$ - uma dimensão geométrica vertical da praia, que é a profundidade corrente;

$|T| = T$ - o período da onda, que permanece constante até a arrebentação, à medida que a onda se propaga em profundidades de crescentes;

$|H| = L$ - a altura da onda, distância vertical entre a crista e o cavado, a uma profundidade d qualquer pois, para um dado T , H varia com d de maneira a

que a energia transmitida pela onda permaneça constante desde a profundidade infinita até a arrebentação;

$|\rho| = ML^{-3}$ - a massa específica da água;

$|\rho_s| = ML^{-3}$ - a massa específica do grão emerso do material de praia;

$|D| = L$ - um diâmetro característico da granulometria do material de praia, que pode ser o diâmetro médio ou o diâmetro mediano (D_{50}), para uma dada curva granulométrica;

$|g| = LT^{-2}$ - a aceleração da gravidade que é, em última análise, a força motriz dos movimentos oscilatórios das águas do mar.

35 - As grandezas anteriormente enumeradas podem classificar-se da maneira seguinte:

- l, d definem o traçado do perfil de praia;
- T, H, \bullet caracterizam cinematicamente a onda incidente em ação frontal;
- ρ, g completam a caracterização dinâmica

das ações que a onda exerce sobre os grãos do material de praia;

- ρ_s , D são as características sedimentológicas que definem o material de praia.

36 - Não incluímos μ - coeficiente de viscosidade dinâmica da água - entre as grandezas, que ca racterizam as ações dinâmicas sobre os grãos, porque, tratando-se de processo que se desenrola na zona de arrebentação, é lícito admitir que o escoamento em torno dos grãos é inteiramente turbulento e, portanto, a influência das forças de viscosidade é desprezível. Em outras palavras, o número de Reynolds do grão não aparecerá entre os números adimensionais que caracterizam o fenômeno.

37 - Não incluímos t - a duração do processo de formação do perfil de equilíbrio - entre as grandezas a considerar porque só nos interessa o per fil de equilíbrio já formado e este é, por definição, independente do tempo. Em outras palavras, o perfil, cujo andamento se descreve em termos de l e d , é de equilíbrio porque t não figura entre as grandezas di mensionais de que depende o fenômeno. Por conseguinte, o número de Strouhal (t/T), normalmente utilizado na caracterização adimensional dos fenômenos hidráulicos de regime variável, também será eliminado

de nossas cogitações.

38 - Também não incluímos S_0 - a declividade inicial da praia - entre as grandezas de que depende a geometria do perfil, porque existem suficientes provas experimentais no sentido de que, ressaltados certos casos especiais, o perfil de equilíbrio, para uma dada onda incidente e um dado material de praia, independe do perfil inicial [9], [14] e [21]. Cabe assinalar, entretanto, que o caráter erosivo ou engordante de uma dada onda, em relação a um perfil inicial em dado sedimento, evidentemente depende do perfil inicial. O perfil de equilíbrio, independente do perfil inicial, se forma por engordamento se as declividades de equilíbrio são mais íngremes que as declividades iniciais. Forma-se por erosão no caso contrário.

39 - Constata-se pois que, em termos dimensionais, as grandezas, que intervêm no processo de formação de perfil de equilíbrio de praia, se ligam entre si por uma certa função:

$$f(l, d, T, H, \rho, \rho_s, D, g) = 0 \quad (1)$$

Temos oito grandezas físicas que se podem exprimir dimensionalmente em função de três grandezas fundamentais (comprimento, massa e tempo). De acordo com o teorema de Buckingham - também conhecido por teorema dos π - podemos exprimir a função, que rege o pro-

cesso físico em causa, por uma relação entre $8 - 3 = 5$ parâmetros adimensionais e independentes entre si agrupando as grandezas que intervêm em tal processo. Em termos adimensionais a função, que rege o processo, será:

$$\emptyset (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5) = 0 \quad (2)$$

Precisamos determinar tais parâmetros adimensionais.

40 - A aplicação do teorema de Bridgman [21], em forma implícita, fornece:

$$C_1^{c_1} d^{c_2} T^{c_3} H^{c_4} \rho^{c_5} \rho_s^{c_6} D^{c_7} g^{c_8} = 1 \quad (3)$$

Substituindo as grandezas, na equação acima, pelas respectivas expressões dimensionais, tem-se:

$$L^{c_1} L^{c_2} T^{c_3} L^{c_4} (ML^{-3})^{c_5} (ML^{-3})^{c_6} L^{c_7} (LT^{-2})^{c_8} = 1 \quad (4)$$

Efetuando as potenciações e agrupando as potências das mesmas grandezas fundamentais, vem:

$$L^{c_1 + c_2 + c_4 - 3c_5 - 3c_6 + c_7 + c_8} M^{c_5 + c_6} T^{c_3 - 2c_8} = 1 \quad (5)$$

Escrevendo as expressões de homogeneidade dimensional entre os dois membros da última equação, resulta o sistema:

$$c_1 + c_2 + c_4 - 3c_5 - 3c_6 + c_7 + c_8 = 0$$

$$(6) \quad c_5 + c_6 = 0$$

$$c_3 - 2c_8 = 0$$

41 - Escolhamos c_1, c_3, c_5 como incôgnitas principais e, tratando as restantes incôgnitas como se fossem constantes, atribuíamos valores arbitrários a c_2, c_4, c_6, c_7, c_8 . Podemos fazê-lo porque não é nulo o determinante formado pelos coeficientes das incôgnitas tomadas como principais. Com efeito:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1 \neq 0 \quad (7)$$

42 - Inicialmente façamos

$c_2 = 1$ e $c_4 = c_6 = c_7 = c_8 = 0$. O sistema (6) fornecerá:

$$c_1 + 1 - 3c_5 = 0$$

$$(8) \quad c_5 = 0$$

$$c_3 = 0$$

que nos permite achar $c_1 = -1$. Substituindo em (3)

os expoentes pelos valores arbitrados e achados, armaremos o primeiro parâmetro adimensional:

$$\pi_1 = \frac{d}{1}$$

43 - Fazendo $c_4 = 1$ e $c_2 = c_6 = c_7 = c_8 = 0$,

(6) proporcionará:

$$c_1 + 1 - 3c_5 = 0$$

$$(9) \quad c_5 = 0$$

$$c_6 = 0$$

que nos permite achar $c_1 = 1$ e armar o segundo parâmetro adimensional:

$$\pi_2 = \frac{H}{1}$$

44 - Fazendo $c_6 = 1$ e $c_2 = c_4 = c_7 = c_8 = 0$,

(6) se transformará em:

$$c_1 - 3c_5 - 3 = 0$$

$$(10) \quad c_5 + 1 = 0$$

$$c_3 = 0$$

que nos permite achar $c_5 = -1$ e armar o terceiro parâmetro adimensional:

$$\pi_3 = \frac{\rho_S}{\rho}$$

45 - Fazendo $c_7 = 1$ e $c_2 = c_4 = c_6 = c_8 = 0$,
(6) fornecerá:

$$c_1 - 3c_5 + 1 = 0$$

$$(11) \quad c_5 = 0$$

$$c_3 = 0$$

que nos permite achar $c_1 = -1$ e armar o quarto parâmetro adimensional:

$$\pi_4 = \frac{D}{l}$$

46 - Finalmente, fazendo
 $c_8 = 1$ e $c_2 = c_4 = c_6 = c_7 = 0$, (6) dará

$$c_1 - 3c_5 + 1 = 0$$

$$(12) \quad c_5 = 0$$

$$c_3 - 2 = 0$$

que nos permite achar $c_3 = 2$ e $c_1 = -1$ bem como armar o quinto parâmetro adimensional:

$$\pi_5 = \frac{T^2 g}{l}$$

47 - A função adimensional, que rege o fenômeno de formação de perfil de equilíbrio de praia, é pois:

$$\phi \left(\frac{d}{l}, \frac{H}{l}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{D}{l}, \frac{T^2 g}{L} \right) = 0 \quad (13)$$

Vejamos o que significa fisicamente cada um de tais parâmetros adimensionais e se convém transformá-los.

48 - O parâmetro d/l engloba as grandezas que caracterizam o andamento do perfil da praia e constitui a declividade corrente de tal perfil. Se, para cada l arbitrado, soubermos determinar o valor correspondente de d , teremos traçado o perfil. Podemos pois dizer que, em termos adimensionais, o parâmetro d/l é o perfil da praia. Como, em última análise, o problema consiste em prever o perfil de equilíbrio de praia correspondente a um dado sedimento e a uma dada onda incidente, o parâmetro adimensional d/l é o que deve ser previsto em função dos outros. Por conseguinte, convém exprimir em forma explícita a fun-

ção adimensional representada em (13), resultando:

$$\frac{d}{l} = \psi \left(\frac{H}{l}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{D}{l}, \frac{T^2 g}{l} \right) \quad (14)$$

49 - O parâmetro H/l é também um parâmetro de forma. Refere-se à onda incidente. Tínhamos chamado de l uma dimensão geométrica horizontal qualquer, que tanto podia ser característica da praia quanto da onda incidente. Para que este segundo parâmetro adimensional se refira especificamente à onda considerada, podemos fazer $l = L$ (comprimento de onda à profundidade d em que se mede a altura H). Como tanto L quanto H e a razão H/L variam com a profundidade para um dado período, convém tomar, para este segundo parâmetro adimensional, característico da forma da onda, a esbeltez da onda em profundidade infinita (H_0/L_0). Assim procedendo, faremos com que este segundo parâmetro adimensional tenha um valor único (constante) para cada onda incidente.

50 - O parâmetro adimensional ρ_s/ρ é a densidade do grão emerso do sedimento que constitui a praia.

51 - O parâmetro adimensional D/l , que podemos tomar D/L_0 , por razão análoga à exposta no parágrafo 49, define a escala de diâmetros de grão do sedimento de praia. Com efeito, quanto maior o valor

de tal parâmetro, tanto mais graúdo será o material de praia e, quanto menor, tanto mais finos serão os grãos, para uma dada onda incidente.

52 - O parâmetro adimensional T^2g/l pode ser considerado como um número de Froude do movimento ondulatório pois, se utilizássemos a função adimensional (12) ou (13) para a finalidade de estabelecer condições de semelhança para modelo reduzido, a igualdade de tal parâmetro adimensional, entre modelo e protótipo, conduziria a:

$$\frac{T_m^2 g}{l_m} = \frac{T_p^2 g}{l_p}$$

de onde se tiraria:

$$\left(\frac{T_m}{T_p}\right)^2 = \frac{l_m}{l_p} \text{ ou } \frac{T_m}{T_p} = \left(\frac{l_m}{l_p}\right)^{1/2}$$

o que significa que a escala de tempos hidráulicos (períodos de onda) deve ser igual à raiz quadrada da escala geométrica, conclusão idêntica à que conduz a igualdade, entre modelo e protótipo, do número de Froude convencional v/\sqrt{gl} . Com efeito, de

$$\frac{v_m}{\sqrt{gl_m}} = \frac{v_p}{\sqrt{gl_p}}$$

tira-se:

$$\frac{v_m}{v_p} = \left(\frac{l_m}{l_p}\right)^{1/2}$$

mas, como $v = l t^{-1}$,

$$\frac{v_m}{v_p} = \frac{l_m}{l_p} \left(\frac{t_m}{t_p} \right)^{-1}$$

Se

$$\frac{v_m}{v_p} = \left(\frac{l_m}{l_p} \right)^{1/2}, \quad \frac{t_m}{t_p} = \frac{l_m}{l_p} \left(\frac{v_m}{v_p} \right)^{-1} = \frac{l_m}{l_p} \left(\frac{l_m}{l_p} \right)^{-1/2} = \left(\frac{l_m}{l_p} \right)^{1/2}$$

É de importância capital, para o objeto da presente tese, que este último parâmetro adimensional, fornecido pela aplicação do teorema de Buckingham, seja função do período da onda incidente. Neste parâmetro adimensional $\frac{T^2 g}{l}$ não fazemos $l = L_0$ e conservamos l como simplesmente a abscissa corrente dos pontos do perfil de praia porque L_0 não é independente de T , uma vez que $L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$.

53 - A lei adimensional, que rege a formação de perfis de equilíbrio de praia, pode, por conseguinte, ser escrita sob a forma explícita:

$$\frac{d}{l} = \psi \left(\frac{H_0}{L_0}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{D}{L_0}, \frac{T^2 g}{l} \right) \quad (15)$$

Em termos de significação física, a aplicação do teo

rema de Buckingham conduz à constatação de que o andamento do perfil de equilíbrio de praia depende:

- Da esbelteza da onda incidente em profundidade infinita (H_0/L_0);
- Da densidade do sedimento que constitui a praia (ρ_s/ρ);
- Da granulometria do material de praia (D/L_0);
- Do valor absoluto do período da onda incidente pois, no parâmetro adimensional T^2g/l , a aceleração da gravidade g pode ser considerada, para fins de Engenharia, como uma constante física e l é apenas a abscissa corrente com que se traça o perfil - para um dado valor de l (para um dado ponto do perfil), T^2g/l é função unicamente do período T .

54 - À pesquisa experimental da lei geral de formação de perfil de equilíbrio de praia deve consistir na determinação da forma da função geral ψ escrita simbolicamente, embora em forma explícita, em (15). Se, para cada conjunto de valores dos números adimensionais H_0/L_0 , ρ_s/ρ , D/L_0 , T^2g/l , conhecessemos o valor da função ψ , poderíamos atribuir valores arbitrários a l e calcular os valores correspon-

dentes de d . Em outras palavras, saberíamos traçar o perfil de equilíbrio de praia produzido em um dado sedimento (ρ_s, D) por uma dada onda incidente (H_o, L_o ou H_o, T).

55 - É de lastimar que as pesquisas experimentais em laboratório, sobre formação de perfis de equilíbrio de praia, nunca tenham seguido esta rota geral, apontada pela Análise Dimensional. Ou tinham por objetivo realmente estudar o mecanismo de formação dos perfis mas tiveram orientação totalmente empírica, sem tirar proveito da Análise Dimensional, ou tinham uma finalidade específica e a questão da busca de uma lei geral, regendo a formação dos perfis de equilíbrio, só foi abordada posteriormente ou como questão colateral. Aliás, este segundo caso foi o que sucedeu com a pesquisa básica sobre perfis de equilíbrio de praia, efetuada no IPH da UFRGS, sob direção do autor, entre 1962 a 1968. O objetivo principal consistia em conhecer os tipos e as declividades dos perfis de equilíbrio, que se formam em diversos materiais suscetíveis de serem utilizados como fundo móvel de modelos costeiros, a várias escalas e para ampla gama de características de ondas. Tinha-se sobretudo em vista reunir documentação de base que facilitasse a escolha das escalas e do material de fundo para aquele tipo de modelos reduzidos, uma vez conhecido o perfil da praia-protótipo. É sabido

que em tais modelos de fundo móvel, a semelhança geométrica exige que as ondas-modelo construam perfis de costa que sejam tantas vezes mais íngremes que os perfis-protótipo quantas vezes a escala vertical é maior que a horizontal, e de tal fato resulta a importância do assunto para estudos experimentais de Engenharia de Costas. A questão da transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro foi suscitada posteriormente, quando o autor analisou os resultados dos ensaios.

56 - Uma vez definida a onda incidente (H_0 e L_0 ou H_0 e T) e conhecido o sedimento que constitui a praia (ρ_s , D), os parâmetros adimensionais H_0/L_0 , ρ_s/ρ e D/L_0 tornam-se conhecidos. Traçar um perfil de equilíbrio de praia significa conhecer a cota (d) de cada ponto correspondente a uma dada abscissa (l) contada a partir de certa origem, para o sedimento e a onda incidente em questão. Podemos variar l arbitrariamente. A cada valor de l , corresponde um ponto do perfil, para o qual precisamos conhecer a cota (d) contada para cima ou para baixo de uma referência de nível, que é a origem de ordenadas. A cada valor de l corresponde também um valor do parâmetro adimensional T^2g/l para a onda incidente que se considera. Todos os parâmetros adimensionais, de que

depende a função universal ψ , tornam-se conhecidos. Se a forma da função tiver sido determinada, por um dos processos clássicos de determinação de leis experimentais, como os apresentados em [23], a cota procurada (d) será o produto da abscissa arbitrada (l) pelo valor da função ψ . Assim procedendo para número suficiente de pontos, ter-se-á traçado o perfil.

57 - A lei experimental assim estabelecida não seria empírica, porque se fundaria em sólidas considerações dimensionais. Não teria sua validade restrita a uma gama mais ou menos limitada de valores experimentais, portanto dependente do tamanho físico do sistema em que se tivessem efetuado as medidas, porque as correlações experimentais se teriam feito entre parâmetros adimensionais, independentes entre si, cujos valores independem do tamanho do sistema físico a que se referem. Seria uma lei experimental, porém geral, porque adimensional.

58 - A aplicação do teorema de Buckingham faz aparecer a influência do valor absoluto do período ($\frac{T^2g}{l}$), para uma dada esbeltez ($\frac{H}{L_0}$) de onda incidente e um dado material de praia (ρ_s e D), Para cada valor da abscissa l, o parâmetro adimensional T^2g/l assumirá um valor diferente, conforme o período T da onda. Afirmar que, para um dado material de

praia, o valor da esbeltez da onda constituiria o único critério para determinar o tipo de perfil de equilíbrio equivale a desconhecer a influência do parâmetro adimensional T^2g/l . Entretanto, não se pode abrir mão de tal parâmetro porque, se o processo físico da formação de perfil de equilíbrio de praia envolve oito grandezas dimensionais, expressas em função de três grandezas fundamentais (comprimento, massa e tempo), precisamos de não menos de cinco parâmetros adimensionais para caracterizar o fenômeno.

59 - Conclui-se, portanto, que a Análise Dimensional fornece a justificação teórica das comprovações experimentais de Kemp, Sitarz e Motta acerca da influência do valor absoluto do período da onda incidente, sobre o tipo de perfil de equilíbrio de praia, para uma dada esbeltez de onda incidente e um dado sedimento. Não é demais repetir que, no caso, a Análise Dimensional representa o único instrumento teórico a que se pode recorrer porque, tratando-se de processo físico que se desenrola na zona de arrebentação das ondas, nenhum dos esquemas teóricos das ondas se torna aplicável para exprimir analiticamente as ações hidrodinâmicas sobre os grãos dos sedimentos. A arrebentação é a desorganização da estrutura do movimento oscilatório em meio líquido, com a conseqüente dissipação da energia total, potencial e ci

nética, contida na onda. É a negação dialética da onda. Em consequência, os esquemas matemáticos, concebidos para definir a organização do movimento oscilatório, perdem a validade quando a onda arrebenta e se tornam impotentes para finalidade em causa.

CAPÍTULO IV - DISCUSSÃO DE CONTRIBUIÇÃO MAIS RECENTE

60 - Em trabalho apresentado à 12th Conferen-
ce on Coastal Engineering, efetuada em Washington, em
Setembro de 1970, I. V. Nayak também aplicou a Análi-
se Dimensional às grandezas que intervêm no proces-
so de formação de perfil de equilíbrio de praia, com
vistas a determinar o critério determinante do tipo
de perfil de equilíbrio [21]. Tal trabalho consti-
tuiu versão resumida de uma tese de doutorado (Ph.D.)
que o autor, professor e chefe do Departamento de Me-
cânica Aplicada do K. B. Engineering College, Surath-
kal, India, tinha defendido na Universidade da Cali-
fórnia (Berkeley). Entretanto, Nayak não detectou por
via adimensional a influência do valor absoluto do
período no tipo de perfil de equilíbrio e, utilizando
suas próprias palavras no original, orientou sua te-
se, tanto na parte teórica (aplicação da Análise Di-
dimensional) quanto na parte experimental, a:

*to relate the variation in the critical va-
lue of deep-water wave steepness concerning
the type of beach profile, "storm" or "summer",
to the characteristic size and specific gra-
vity of the beach material [21, pg. 1322].*

Além de desconhecer as já citadas constatações experimentais de Kemp, Motta e Sitarz, Nayak não descobriu a influência do período em consequência de algumas particularidades criticáveis em seu tratamento adimensional do problema.

61 - Nayak partiu do pressuposto de que o tipo do perfil de equilíbrio depende da altura (H_o) e do comprimento (L_o) da onda em profundidade infinita, da densidade (ρ_s/ρ) e da granulometria (D) do material de praia, da aceleração da gravidade (g) e do tirante de água (d) junto ao gerador de ondas. Conforme se constata à página 1323 de [20], Nayak escreveu (utilizar-se-á a notação adotada na presente tese):

$$\begin{aligned} \text{tipo de perfil de equilíbrio} &= \\ &= f(H_o, L_o, \rho_s/\rho, D, g, d). \end{aligned}$$

Em seguida eliminou d , alegando tratar-se de fenômeno na zona de arrebentação, e g por se tratar de constante física para fins de Engenharia. Ficou com:

$$\begin{aligned} \text{tipo de perfil de equilíbrio} &= \\ &= f(H_o, L_o, \rho_s/\rho, D, g, d). \end{aligned}$$

que lhe proporcionou os seguintes grupamentos adimensionais:

$$\begin{aligned} \text{tipo de perfil de equilíbrio} &= \\ &= f(H_o/L_o, \rho_s/\rho, H_o/D). \end{aligned}$$

62 - A tal procedimento podem fazer-se várias objeções. Nem sequer se pode dizer que Nayak tenha efetivamente aplicado o teorema de Buckingham às grandezas que intervêm no processo físico de formação de perfil de equilíbrio de praia. Em primeiro lugar, não se incluíram as grandezas dimensionais (l , d) que traduzem o andamento do perfil e que produzem, através do teorema de Buckingham, o parâmetro adimensional d/l que é o perfil em termos adimensionais. Isto se evidencia pelo fato de, nos primeiros membros das duas equações anteriores, Nayak ter precisado escrever por extenso a expressão tipo de perfil de equilíbrio em vez de traduzi-la por grandezas geométricas ou sua combinação adimensional. Em consequência, a profundidade corrente (d) não apareceu no tratamento do problema pois Nayak havia definido a onda incidente em água profunda (H_0, L_0) e, para ele, (d) era apenas o tirante de água junto ao gerador de ondas, que foi eliminado pela consideração de se tratar de fenômeno na zona de arrebentação. No segundo membro ficou com três grandezas dimensionais (H_0, L_0, D) que são puramente geométricas pois suas expressões dimensionais se reduzem a comprimento (L) e que portanto são proporcionaram as combinações adimensionais H_0/L_0 e H_0/D . Esta última, combinada com o outro parâmetro adimensional (ρ_s/ρ) inicialmente considerado, produziu $H_0/\rho_s D$. Por outro lado, o fato de a aceleração

da gravidade (g) ser considerada como constante, para fins de Engenharia, não justifica sua eliminação porque não se pode ignorar que a gravidade constitui a força motriz do processo físico em causa e a introdução de (g) faria aparecer o tempo como a outra grandeza fundamental a considerar. As grandezas dimensionais, que constituem os elementos de entrada do teorema de Buckingham, foram excessivamente limitadas e, em consequência, as combinações adimensionais resultantes não proporcionaram um esclarecimento dos fatores de que depende o andamento do perfil de equilíbrio, conforme o capítulo anterior demonstrou que o teorema de Buckingham pode fazer. Em particular, a maneira pela qual Nayak tratou adimensionalmente o problema não fez aparecer nenhum parâmetro adimensional, além de H_0/L_0 , contendo L_0 ou T . Em outras palavras, a influência do valor absoluto do período não foi revelada.

63 - A parte experimental do trabalho de Nayak consistiu essencialmente em obter pontos experimentais para traçar curvas de variação do valor de H_0/L_0 , correspondente à transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro, em função de H_0/D_{50} , para materiais de várias densidades. A influência do valor absoluto do período da onda incidente aparece em tais curvas de maneira implícita ou mascarada. Traduz-se pela dispersão dos pontos experimen

tais, que é considerável, conforme se pode ver nas Figuras 1 (pg. 1325), 5 (pg. 1327) e 6 (pg. 1329) de [21].

64 - O mérito do trabalho de Nayak consistiu em haver documentado experimentalmente, com abundância de dados até então não obtidos, a influência da densidade e da granulometria do material de praia sobre o tipo resultante de perfil de equilíbrio, para uma dada esbeltez e um dado período da onda incidente. Conforme já se salientou, até mesmo a influência das características sedimentológicas (ρ_s, D) do material de praia se tinha obscurecido e, em sua Figura 1 [21, pg. 1325], Nayak traça o valor constante da esbeltez crítica - cerca de 2,5% - que Johnson apresentava como critério do tipo de perfil de equilíbrio e que seria independente não só do valor absoluto da esbeltez da onda incidente mas até mesmo das características sedimentológicas. Constata-se que os pontos experimentais afastam-se acentuadamente da reta paralela ao eixo de abscissa que traduziria o valor constante em questão.

65 - Além da influência do valor absoluto do período, os ensaios do autor da presente tese revelaram [9], a influência da granulometria do material de praia sobre o tipo de perfil de equilíbrio, para uma dada densidade e um dado período de onda inciden

te pois foram efetuadas duas séries de ensaios com materiais da mesma densidade, areia fina e louça moída, para os quais $\rho_s/\rho = 2,6$ mas de granulometria diferente (diâmetro médio de 0,19 mm para a areia fina e de 0,49 mm para a louça moída). Conforme já se disse no Capítulo II mas cabe repetir aqui, para uma dada densidade do material de praia e um dado período de onda incidente, o valor crítico da esbeltez $(H_o/L_o)_{cr}$, correspondente à passagem de um tipo de perfil de equilíbrio para outro, diminui quando os grãos do sedimento se tornam mais finos.

CAPÍTULO V - ASSUNTOS PARA FUTURAS PESQUISAS

66 - O principal assunto suscitado pela presente tese, que merece constituir objeto de futuras pesquisas, é a determinação experimental da função adimensional a que conduziu a aplicação do teorema de Buckingham às grandezas envolvidas no fenômeno de formação de perfil de equilíbrio de praia (Capítulo III):

$$\frac{d}{l} = \psi \left(\frac{H_o}{L_o}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{D}{L_o}, \frac{T^2 g}{l} \right) \quad (15)$$

67 - Tratando-se de função de quatro variáveis, a maneira mais prática de organizar os ensaios para sua determinação consistirá provavelmente em proceder da maneira seguinte. Para um material de dada densidade ($\rho_s/\rho = \text{constante}$) e uma certa granulometria ($D = \text{constante}$), ensaiar-se-ão ondas de esbeltez constante ($H_o/L_o = \text{constante}$) mas de períodos diferentes, o que acarretará L_o também diferentes pois $L_o = gT^2/2\pi$. Poderão ser, por exemplo, as ondas-modelo que, a diferentes escalas verticais, representam a mesma onda-protótipo pois, para aquelas, H_o/L_o será uma constante enquanto L_o variará como a escala vertical e os períodos variarão como a raiz quadrada da escala vertical. Em seguida, variar-se-iam H_o e L_o (portanto variando também T), porém manter-se-iam H_o/L_o e D/L_o .

constantes para os ensaios que se fizessem à mesma escala vertical. Uma vez que L_0 tenha variado, D/L_0 só poderá manter-se constante se se fizer variar também D , o que significa ensaiar diferentes granulometrias para material de dada densidade ($\rho_s/\rho =$ constante). Em resumo, traçar-se-iam as curvas de variação de d/l versus T^2g/l , para H_0/L_0 e ρ_s/ρ constantes e tendo D/L_0 como parâmetro adicional. A Figura 2 representa esquematicamente as curvas que se deverão obter e esclarece graficamente o que está escrito neste parágrafo. Ocorrerão pontos de ordenadas positivas e negativas porque a profundidade corrente (d), sendo contada para cima ou para baixo de um nível de referência que geralmente é o nível da água em repouso, poderá ser positiva ou negativa.

68 - Far-se-iam outras séries de ensaios variando a natureza do material e, para cada densidade de material, conviria ensaiar várias granulometrias diferentes. Para cada densidade de material e cada valor de esbeltez de onda incidente, obter-se-ia um gráfico como o esquematizado pela Figura 2.

69 - Depois de se terem ensaiado diversos materiais com diferentes densidades, seria interessante sintetizar os resultados em uma única função de modo a determinar a forma da função adimensional geral (15) que incluirá tanto a influência das caracterís-

licas da onda ($H_o/L_o, Tg/l$) quanto da densidade (ρ_s/ρ) e da granulometria (D/L_o) do material de praia. Uma vez conseguido tal objetivo, poder-se-ia prever em escritório o perfil de equilíbrio de praia que uma dada onda incidente produziria em dado sedimento.

70 - Pressente-se desde já que a determinação da função adimensional (15) acarretará volume gigantesco de trabalho experimental, que se estenderá certamente por vários anos, bem como de tratamentos respectivos resultados. Os ensaios efetuados pelo autor no IPH da UFRGS tinham o já mencionado objetivo, muito mais limitado, e, embora tenham sido numerosos, envolvendo nove materiais diferentes, cada um dos quais foi ensaiado a pelo menos três escalas verticais diferentes, para muitas características de onda a cada escala, não foram suficientemente numerosos para traçar curvas como as esquematizadas na Figura 2. Para H_o/L_o e ρ_s/ρ constantes e diferentes T, não se obtiveram mais de dois ou três pontos para $D/L_o = \text{cons}$ tante e, em geral, não é possível traçar curvas experimentais confiáveis quando se dispõe de apenas dois ou três pontos. Evidentemente, os pontos experimentais obtidos não foram suficientemente numerosos para traçar algo como a Figura 2 porque os ensaios não tinham sido planejados com a intenção expressa de determinar a função adimensional (15).

71 - O traçado de curvas experimentais, como aquelas que a Figura 2 esquematiza, mostrará como as declividades correntes dos perfis de equilíbrio variarão nas diversas gamas de variação dos outros parâmetros. Por outro lado, a síntese de todos os resultados experimentais na função adimensional única (15) deverá exprimir o fato de que, para os valores de períodos e alturas de onda normalmente empregados nos modelos reduzidos, os materiais de baixa densidade só produzem perfil com barra emersa (de verão), os perfis com barra imersa (de inverno) nunca aparecendo [13], [20], [24], [25]. Cabe assinalar, porém, que Nayak [21] obteve perfis de inverno em materiais com densidades de 1.39 e 1.054.

72 - Esta questão da transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro, em materiais de baixa densidade, constitui outro objeto interessante para futuras pesquisas. Os ensaios de Kemp, Motta e Sitarz se efetuaram apenas com materiais de mesma densidade que a areia. A leitura de um artigo de L. Greslou [26] desperta uma idéia que talvez constitua a explicação do mecanismo físico pelo qual os materiais leves, utilizados em laboratório, geralmente não produzem perfis de inverno. A explicação, a ser investigada teórica e experimentalmente, residiria na distribuição do sentido do transporte de mas-

sa ao longo da vertical, nas ondas de oscilação. Tal transporte, para as ondas usualmente empregadas em laboratório, se dirige para terra, perto da superfície e do fundo, e para o largo em faixa central do trante da água. Os materiais mais leves são também geralmente mais graúdos que a areia e, ao passo que a areia chega a ser posta em suspensão até a zona central em que o transporte de massa é dirigido para o largo, o que permitiria alimentar uma barra imersa (*offshore bar*), os materiais leves permanecem mais perto do fundo, onde o transporte de massa se dirige para terra e só pode alimentar barra emersa (*swash bar*). Uma maneira de compensar tal efeito consistiria em fazer ventar sobre o modelo, do mar para terra, o que acarreta inversão do sentido do transporte de massa junto ao fundo. Este foi o artifício a que recorreu o Laboratoire Dauphinois d'Hydraulique da SOCGREAH (Grenoble, França) no modelo tridimensional, com fundo móvel de baixa densidade, no qual estudou um problema de defesa contra erosão costeira na ilha de Sylt (República Federal da Alemanha). Em vez de produzir as ondas por meio dos batedores convencionais, as ondas eram geradas por bateria de ventiladores que faziam ventar em direção à costa, o que realmente permitiu reproduzir barras imersas no material de baixa densidade.

CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES

73 - Convém repetir resumidamente, a fim de reuni-las no mesmo capítulo, as principais conclusões da presente tese:

- I) A aplicação do teorema de Buckingham às oito grandezas, que intervêm no processo físico de formação de perfil de equilíbrio de praia por onda incidente em ação frontal, conduz à constatação de que a declividade corrente (d/l) do perfil é função:
- a) Da esbeltez da onda incidente em profundidade infinita (H_0/L_0);
 - b) Da densidade do sedimento que constitui a praia (ρ_s/ρ);
 - c) Da granulometria do material de praia (D/L_0);
 - d) Do valor absoluto do período da onda incidente, através do parâmetro adimensional T^2g/l , no qual g (a aceleração da gravidade) pode ser considerado como constante física pra fins de Engenharia e l , a abscissa corrente com que se

traça o perfil, é uma constante para um dado ponto.

- II) O andamento do perfil de equilíbrio de praia (se de verão ou de inverno) não depende só da esbeltez da onda incidente (H'_0/L_0) e das características sedimentológicas (ρ_s e D) mas também do valor absoluto do período T ou, o que vem a dar no mesmo, do valor absoluto do comprimento de onda em profundidade infinita (L_0), uma vez que

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi}$$

- III) Ainda que se tenha no modelo o mesmo material de praia do protótipo ($\rho_{sm}/\rho_m = \rho_{sp}/\rho_p$) ondas de mesma esbeltez ($H_{0m}/L_{0m} = H_{0p}/L_{0p}$) não produzirão necessariamente o mesmo tipo de perfil de equilíbrio porque nunca se poderá ter, entre modelo e protótipo, $T^2g/l = \text{constante}$ e $D/L_0 = \text{constante}$. Com efeito, não se poderá ter

$$\begin{aligned} T_m^2 g/l_m &= T_p^2 g/l_p \quad \text{ou} \quad (T_m/T_p)^2 = \\ &= l_m/l_p \quad \text{porque} \quad (T_m/T_p)^2 = \end{aligned}$$

= d_m/d_p e, a fim de se poder estabelecer correspondência entre o perfil-modelo e o perfil-protótipo, se terá de ter forçosamente

$d_m/d_p \neq l_m/l_p$. Tão pouco se terá

$D_m/L_{om} = D_p/L_{op}$ porque D_m/D_p será forçosamente diferente de L_{om}/L_{op} (escala dos comprimentos de onda) que deve ser igual a d_m/d_p (escala vertical) a fim de assegurar a semelhança de refração nos modelos costeiros tridimensionais.

IV) Os assuntos de maior interesse, que a presente tese suscita, para futuras pesquisas são:

- A determinação experimental da forma da função adimensional geral

$$\frac{d}{l} = \psi \left(\frac{H_o}{L_o}, \frac{\rho_s}{\rho}, \frac{D}{L_o}, \frac{T^2 g}{l} \right) ;$$

- A elucidação das condições de transformação de um tipo de perfil de equilíbrio para outro em materiais de baixa densidade utilizados em laboratório.

Tipos de Perfis de Equilíbrio de Praia

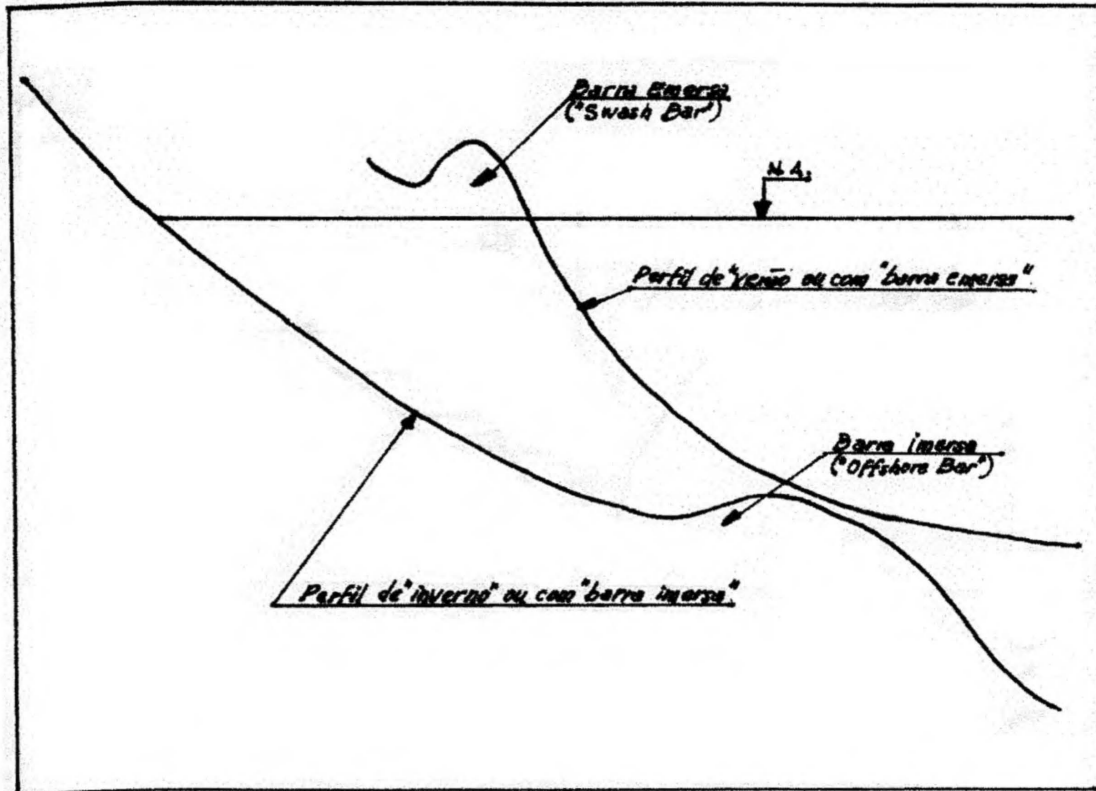


Fig. 1

Representação Adimensional de
Resultados de Ensaio sobre For-
mação de Perfis de Equilíbrio de Praia

$$\frac{d}{l} = \psi \left(\frac{H_0}{L_0}, \frac{\rho_0}{\rho}, \frac{D}{L_0}, \frac{T_0^2}{l} \right)$$

$$\frac{H_0}{L_0} = \text{cte.}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \text{cte.}$$

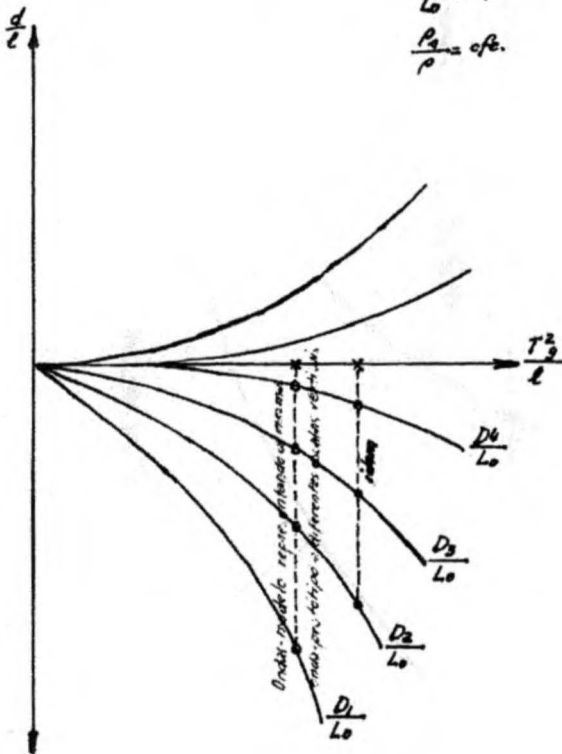


Fig. 2

CAPÍTULO VII - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - A. T. Ippen e P. S. Eagleson. *A Study of Sediment Sorting by Waves Shoaling on a Plane Beach*. Beach Erosion Board Technical Memorandum No. 63. US Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board (Agora Coastal Engineering Research Center), Washington, 1955.
- 2 - P. S. Eagleson, R. G. Dean, L. A. Peralta. *The Mechanics of the Motion of Discrete Spherical and Bottom Sediment Particles due to Shoaling Waves*. Beach Erosion Board, Technical Memorandum, No. 104. Idem, idem, 1958.
- 3 - P. S. Eagleson e R. G. Dean. *Wave Induced Motion of Bottom Sediment Particles*. Transactions of the American Society of Civil Engineers, vol. 126, Part I, pg. 1162 a 1189, New York, 1961.
- 4 - J. W. Johnson e P. S. Eagleson. *Coastal Processes*. Capítulo 9 de *Estuary and Coastline Hydrodynamics*" McGraw Hill Book Co., New York, pg. 404 a 492.
- 5 - C. A. M. King. *Beaches and Coasts*. Edward Arnold Publishers Ltd., Londres, 1959.

- 6 - V. F. Motta. *O Estudo em Modelo Reduzido Para a Regularização da Embocadura Lagunar de Tramandaí*. 2º Congresso Brasileiro de Transportes Marítimos e Construção Naval, SOBENA, Rio de Janeiro, 1967.
- 7 - J. Larras. *Les Profils d'Equilibre des Fonds de Sable sous la Mer*. Annales des Ponts et Chaussées, No. 404, pgs. 391 a 404, Julho-Agosto de 1959, Paris.
- 8 - V. F. Motta. *A Correlação entre a Esbeltez das Ondas do Mar e seu Efeito Erosivo ou Engordante Sobre os Perfis de Praia*. 1º Congresso Brasileiro de Transportes Marítimos e Construção Naval. Rio de Janeiro, Outubro de 1963.
- 9 - V. F. Motta. *A Questão da Correlação Entre a Esbeltez das Ondas do Mar e o Tipo de Perfil de Equilíbrio Formado em Praia sem Maré por Ondas Monocromáticas*. Anais do 1º Congresso Latino-Americano de Hidráulica, Comitê Regional Latino-Americano da Associação Internacional de Pesquisa Hidráulicas, Vol. II, pg. II-1 a II-47, Porto Alegre, 1964.
- 10 - R. A. Bagnold. *Sand Movement by Waves. Some Small-Scale Experiments with Sand of Very Low Density*. Journal of the Institution of Civil Engineers, 27:447, Londres, 1947.

- 11 - J. W. Johnson. *Scale Effects in Hydraulic Models Involving Wave Action*. Transactions of the American Geophysical Union, Vol. 30, Nº 4, pgs. 517 a 525, Agosto de 1949.
- 12 - J. L. Rector. *Laboratory Study of Equilibrium Profiles of Beaches*. Beach Erosion Board Technical Memorandum Nº 41.. US Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Washington, 1954.
- 13 - R. Reinalda, J. J. Vinje e J. W. Aarents. *Kustmodellen*. Memória Nº 855 - I do Waterloopkundig Laboratorium. De Voorst, Países Baixos, 1960.
- 14 - J. A . Sitarz. *Contribution à l'Etude de l'Evolution des Plages à Partir du Profil d'Equilibre*. Travaux du Centre de Recherches Océanographiques, Paris, 1963.
- 15 - T. Saville Jr. *Scale Effects in Two-Dimensional Beach Studies*. Anais do 7º Congresso (Lisboa, 1957) da Associação Internacional de Pesquisas Hidráulicas, Vol. I, Memória A3.
- 16 - R. C. H. Russel e Sir Claude C. Inglis. *The Influence of a Vertical Wall on a Beach in Front of It*. Anais do Congresso de Minneapolis (1953) da Associação Internacional de Pesquisas Hidráulicas, Vol. II, pg. 221 a 226.

- 17 - T. Scott. *Sand Movement by Waves*. Beach Erosion Board. Technical Memorandum Nº 48, Washington, 1954.
- 18 - P. H. Kemp. *A Model Study of the Behaviour of Beaches and Groynes*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 22, pg. 191 a 210, Londres, Junho de 1962.
- 19 - P. H. Kemp e D. T. Plinston. *Beaches Produced by Waves of Low Phase Difference*. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 94 Nº HY5, pg. 1183 a 1195, New York, Setembro de 1968.
- 20 - V. F. Motta. *O Efeito de Escala na Ação Erosiva ou Engordante das Ondas-Modelo Sobre os Perfis de Praia*. Memória apresentada ao 1º Congresso Brasileiro de Transportes Marítimos e Construção Naval, SOBENA, Rio de Janeiro, 1963.
- 21 - I. V. Nayak. *Equilibrium Profiles of Model Beaches*. Proceedings of the 12th Conference on Coastal Engineering, Washington, 1970, Vol. II, pg. 1321 a 1340, publicados pela American Society of Civil Engineers, New York, 1971.

- 22 - V. F. Motta. *Curso de Teoria da Semelhança*. Editora da UFRGS, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1972.
- 23 - G. Murphy. *Similitude in Engineering*. The Ronald Press Company, New York, 1950.
- 24 - V. F. Motta. *Relatório Sobre Ensaios de Perfil de Equilíbrio de Praia com Polopãs em Canal de Ondas*. Apresentado ao Conselho Nacional de Pesquisas. IPH da UFRGS. Porto Alegre, Janeiro de 1965.
- 25 - V. F. Motta. *Relatório Sobre Ensaios de Formação de Perfis de Equilíbrio de Praia em Acetato de Celulose*. Apresentado ao Conselho de Pesquisas da UFRGS, IPH da UFRGS, Porto Alegre, Setembro de 1968.
- 26 - L. Greslou. *Méthodes d'Investigation sur Modèles Réduits des Différents Problèmes d'Hydraulique Côtière*. La Houille Blanche, Nº 6 - 1964, pg. 707 a 717. Grenoble.

DOAÇÃO

Victor Motta
.....
P. Alegre *20. 12. 73*

EDITORA A 4 LTDA.

Rua Lucas de Oliveira, 2071

Porto Alegre