Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Ministério da Educação - MEC

Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

Diretoria de Educação a Distância – DED

Universidade Aberta do Brasil – UAB

Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Reitor Carlos Alexandre Netto

Vice-Reitor Rui Vicente Oppermann

Pró-Reitor de Pós-Graduação Aldo Bolten Lucion

Secretário de Educação a Distância Sérgio Roberto Kieling Franco

Coordenador da UAB/UFRGS Luis Alberto Segovia Gonzalez

Comitê Editorial da SEAD

Presidente Sérgio Roberto Kieling Franco

Lovois de Andrade Miguel

Mára Lúcia Fernandes Carneiro

Silvestre Novak

Sílvio Luiz Souza Cunha

Apoio em Publicações da SEAD

Deise Mazzarella Goulart

Laura Wunsch

Marleni Nascimento Matte

Michelle Donizeth Euzébio

Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática

Diretor do Instituto de Matemática Rudinei Dias da Cunha

Coordenadora do Curso Maria Alice Gravina

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática Marcus Vinicius de Azevedo Basso

Revisão Textual

Revisor de Língua Portuguesa Zuleica Oprach de Souza (Evangraf)

Projeto Gráfico

Projeto Gráfico e Diagramação Rafael Marczal de Lima (Evangraf)

Capa Bibiana Carapeços de Lima

Reflexão e Pesquisa na Formação de Professores de Matemática

Organizadores

Vera Clotilde Vanzetto Garcia
Elisabete Zardo Búrigo
Marcus Vinícius de Azevedo Basso
Maria Alice Gravina

Evangraf
Porto Alegre | 2011

CAPES
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
UFRGS SEAD Educação a Distância
INSTITUTO DE MATEMÁTICA UFRGS
ppgemat INSTITUTO DE MATEMÁTICA UFRGS

1 edição

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

R332 Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática / organizadores Vera Clotilde Vanzetto Garcia ... [et al.]- Porto Alegre : Evangraf: UFRGS, 2011.
230 p. : il.

ISBN: 978-85-7727-327-0

1. Matemática - Ensino. 2. Professor - Formação. I.Garcia, Vera Clotilde Vanzetto. II.Búrigo, Elisabete Zardo. III.Basso, Marcus Vinicius de Azevedo. IV. Gravina, Maria Alice.

CDU – 51:37

Elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS)

Capítulo 9

ENSINO DE ÁREAS E VOLUMES: ARTICULAÇÃO DO MUNDO FÍSICO COM OS OBJETOS GEOMÉTRICOS E SUAS REPRESENTAÇÕES

CLEUCI ANDREAZZA VUELMA[1]
VERA CLOTILDE GARCIA[2]
VILMAR TREVISAN[3]

Introdução

Este trabalho traz resultados de uma pesquisa relacionada à prática docente composta por análises do ensino e das dificuldades de aprendizagem de tópicos específicos de geometria, parte do currículo do Ensino Médio, incluindo fundamentação, concepção, implementação, relato e discussão de uma proposta didática. O foco está no ensino da geometria espacial e, em especial, nos problemas que dizem respeito aos cálculos de áreas e de volumes de sólidos geométricos. O objetivo foi contextualizar e dar significado a estes cálculos.

A ideia tem por base as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

> Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos, traz em si o desenvolvimento

1 cleoandreazza@hotmail.com

2 veraclot@ufrgs.br

3 trevisan@mat.ufrgs.br

> de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar soluções, para se apropriar de linguagens especificas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar [...]. (BRASIL, 2002, p. 153).

O tema "Áreas e Volumes" faz parte do currículo do Ensino Médio e é um dos poucos conteúdos de geometria que é tratado na escola, usualmente, de um modo bastante superficial, com base em uma lista de fórmulas, formas e denominações, dada e sem significado. A aprendizagem da geometria, pelos alunos do Ensino Médio, causa inquietação, pois eles não têm conhecimentos anteriores, que deveriam vir do nível fundamental, para ancorar os novos conhecimentos; estão presos às fórmulas; esqueceram os conceitos geométricos que foram ensinados. Além disso, o professor se torna um mero repetidor de uma prática tradicional, baseada em exposições feitas no quadro, na sequência definição ou fórmula, exemplo, exercício. É grande a importância da geometria, mas há um aparente descaso pelo ensino.

Esta pesquisa é pragmática, utilitária. O objetivo é refletir sobre o ensino e a aprendizagem de geometria para desenvolver uma experiência didática, reduzida no seu foco – Áreas e Volumes – mas com potencial para trazer mudanças positivas. Foi inspirada nas etapas da Engenharia Didática (ARTIGUE , 1996): parte de análises prévias que sugerem a necessidade de investir na aprendizagem significativa do tema, o que pode ser obtido na busca de relações entre as figuras geométricas planas e espaciais e os objetos encontrados no cotidiano, que podem ser manipulados. A proposta tem auxílio da tecnologia, partindo de um vídeo, e propõe atividades de análise, desconstrução e construção de embalagens, com diferentes formatos e problemas.

A prática foi desenvolvida com alunos da terceira série do Ensino Médio, em um colégio da zona rural do município de Nova Araçá, Rio Grande do Sul, em uma turma com 19 alunos, da faixa etária entre 16 e 18 anos. São alunos esforçados e ativos, no entanto, por serem trabalhadores que estudam à noite apresentam grandes dificuldades de aprendizagem, principalmente devido à falta de tempo para se dedicarem a tarefas extraclasse.

Análises Prévias: dificuldades de aprendizagem

Refletindo sobre a própria prática, percebemos que não há compreensão quando o aluno calcula áreas, na geometria plana, o que vai se refletir, mais tarde, no cálculo de volumes, na geometria espacial.

Essa constatação pôde ser verificada quando foram analisadas questões propostas a alunos do nível médio, que já haviam estudado figuras geométricas planas no início do ano e tinham consigo uma lista de figuras e fórmulas para cálculos de áreas, previamente elaborada.

É possível observar, como exemplo, a questão 1:

Determine a área da Figura 1 por dois processos diferentes:

a) Usando decomposição da figura (paralelogramo e triângulo).

b) Usando a fórmula da área do trapézio.

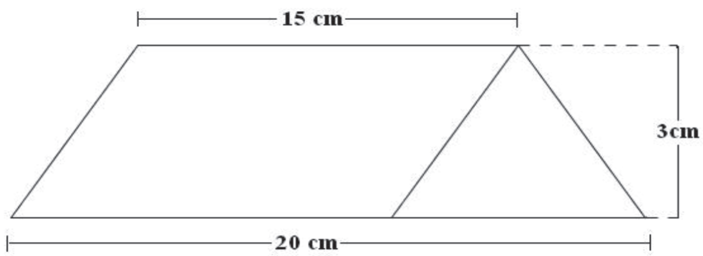

Figura 1: Trapézio decomposto em paralelogramo e retângulo
Fonte: Elaborada pela Prof[a]. Cleuci Vuelma

Dos 17 alunos que responderam ao questionário, apenas oito deles conseguiram decompor a figura e calcular sua área, na questão (a). O problema maior foi visualizar qual o tipo de triângulo e analisar qual a melhor fórmula a ser aplicada. A dúvida era se o triângulo era equilátero ou escaleno. O primeiro impulso dos alunos foi dizer que o triângulo era equilátero, pois todos os lados eram aparentemente iguais. Com essa interpretação, recorreram ao formulário e utilizaram a fórmula para área do triangulo equilátero, $S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$.

Alguns não aceitaram esta interpretação e usaram a régua para medir os lados, mostrando que eram medidas diferentes.

Fixados na fórmula do triângulo equilátero, dada em função da medida do lado, os alunos ficaram confusos e não conseguiram perceber que, para qualquer triângulo, basta ter base e altura para calcular a área. Um aluno respondeu sobre suas dificuldades:

"A compreensão do triângulo, pois existem várias fórmulas e vários tipos de triângulos, onde pode-se confundir".

Os alunos que calcularam a área corretamente o fizeram porque reconheceram, na lista, a figura do paralelogramo e a figura do triângulo. Para calcular a área do paralelogramo, os alunos retiraram os valores apresentados na figura dada. Já para o cálculo da área do triângulo, os alunos visualizaram que a base deveria medir cinco e a medida da altura era dada.

Os alunos acertaram a questão (b), localizando a figura do trapézio e a fórmula em sua lista.

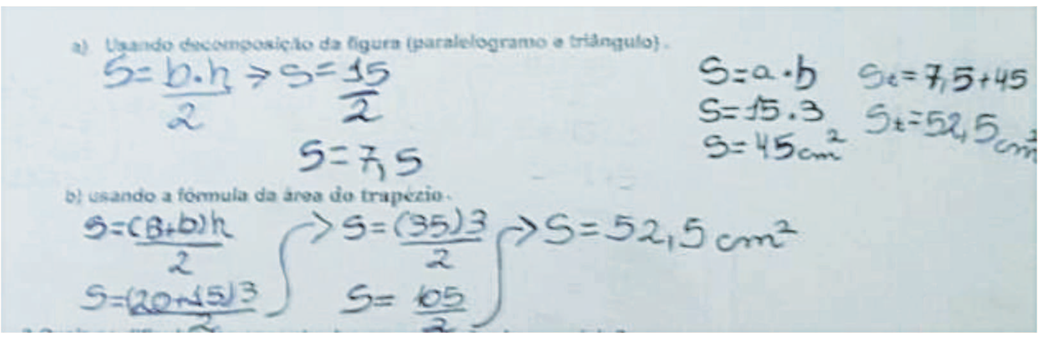

Figura 2: Solução correta de um aluno
Fonte: Aluno A, 3ª série E.M. (2010)

Percebemos que os alunos possuem poucos conhecimentos geométricos: reconhecem figuras e aplicam fórmulas com dificuldades, tanto para identificar as mais adequadas aos problemas, quanto para reconhecer, nas figuras, as medidas que têm importância para o cálculo.

Os cálculos de áreas são feitos com base numa lista de fórmulas dadas, não deduzidas, nem explicadas, e sobre figuras prototípicas. Por exemplo, no teste aplicado, ao reconhecer um trapézio, os alunos buscam a fórmula e aplicam, consultando o formulário previamente elaborado – com figura, nome da figura e correspondente fórmula da área. Com esse hábito, não conseguem visualizar figuras não pertencentes à lista, nem aplicar as fórmulas em novas situações, nem fazer relações geométricas com a realidade que os cerca, pois, em geral, no mundo, os objetos não estão na posição estática com que são representados na lista ou nos livros didáticos. Por isso, quando se trata do cálculo de volume, na geometria espacial, o aluno não consegue visualizar as diferentes figuras planas encontradas nos desenhos (estão em perspectiva, como identificá-las?) e tampouco selecionar a fórmula correta a ser aplicada. Os alunos parecem "viciados" na lista, sem qualquer autonomia na resolução dos exercícios.

O psicólogo norte-americano David Ausubel define "aprendizagem significativa" como sendo aquela que ocorre à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento existentes; os conceitos ou fórmulas da Matemática adquirem significado a partir da relação com conhecimentos prévios. Ao contrário, a aprendizagem torna-se mecânica ou repetitiva; sem ligar-se a outros conhecimentos, o novo passa a ser armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva (PELIZZARI *et al.*, 2002).

Neste trabalho, buscamos desencadear um processo de aprendizagem significativa dos conceitos e dos cálculos de volumes de sólidos geométricos, percebendo que as dificuldades iniciam no reconhecimento e no cálculo das áreas das figuras planas que constituem suas faces. Para buscar significados, ancoramos esses conhecimentos matemáticos em noções facilmente desenvolvidas sobre objetos do cotidiano, com a manipulação e análise de embalagens encontradas no comércio.

De acordo com Freire (1996, p. 23), "Ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar as possibilidades para sua produção ou a sua construção". No caso dessa pesquisa, a proposta consiste em sugerir novas possibilidades pedagógicas, para melhorar o processo de ensino e aprendizagem de Geometria.

Análises Prévias: o ensino usual

Iniciamos a análise do ensino usual de geometria, com foco em áreas e volumes, a partir do exame de três coleções de livros didáticos para o Ensino Médio amplamente utilizados pelos professores da rede pública estadual.

No livro didático *Matemática Completa*, volume único (GIOVANI; GIOVANI; e BONJORNO, 2002), no Capítulo "Áreas das figuras planas", os autores descrevem por meio de desenhos o conceito de áreas. Dando continuidade, eles deduzem as fórmulas das regiões poligonais indicando exercícios para que o aluno desenvolva por meio de repetição de dados. Para introduzir a discussão sobre sólidos geométricos, eles definem a relação de Euler e sugerem poucas atividades. Paralelamente, a apresentação do conteúdo geometria espacial segue os mesmos passos do que o estudo de áreas.

Revisamos a exposição do conteúdo "Áreas: medidas de superfícies" do livro didático "Matemática volume único" (DANTE, 2008), depois de uma breve introdução, o autor propõe uma noção intuitiva de áreas. Antes de partir para o estudo das fórmulas propriamente ditas, destaca a importância da compreensão dos lados e ângulos das figuras geométricas. Na exposição do conteúdo "Poliedros: prismas e pirâmides", o autor destaca o estudo dos vértices, arestas e faces dos sólidos espaciais, partindo para planificação dos mesmos. Em seguida propõe o cálculo da área da superfície e volume dos sólidos.

Já analisando o livro didático "Matemática série novo Ensino Médio", (MARCONDES; GENTIL; e SÉRGIO, 2002), verificamos que os autores tratam das principais fórmulas para o cálculo de áreas de regiões poligonais. Quanto ao estudo da geometria espacial, destacam os elementos dos sólidos (base, altura, arestas, faces) através de exposições em figuras e, em seguida, apresentam as fórmulas, raramente fazendo alguma demonstração. Finalmente, propõem uma lista de atividades que não são similares àquela feitas nos exemplos.

Percebemos que, nos livros didáticos, o cálculo das áreas de figuras poligonais é bem desenvolvido, as fórmulas são deduzidas e explicadas, mas, aparentemente, na transposição para a sala de aula, o ensino se resume à utilização de uma lista dada, como se o professor não esperasse, do aluno, compreensão, mas sim memorização. Também, observamos que o assunto colocado em primeiro lugar, nos livros, é o estudo de áreas de figuras geométricas bidimensionais, para depois tratar dos objetos tridimensionais.

Na vida, a criança primeiramente convive com o que é geral, relações espaciais, para depois interessar-se pelas noções de geometria plana. Primeiramente, a criança faz explorações sensoriais para progressivamente construir as formas de representação. A visualização e o raciocínio visual podem ser uma âncora para o pensamento matemático e também a primeira oportunidade para as crianças participarem na atividade matemática. No entanto, na escola, parte-se do específico para o geral, ao iniciar com a geometria plana, antes da espacial.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no

Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 1998). Os PCNs sugerem que, em sala de aula, o espaço e a forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, que é tridimensional, de modo que o aluno possa estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. É preciso lembrar sempre a articulação apropriada entre três domínios: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas.

Para completar as análises, buscamos maior fundamentação, estudando a dissertação de Martins (2003), que forneceu muitos subsídios, pois traz um amplo material sobre o assunto. A autora trata do ensino-aprendizagem da Geometria utilizando caleidoscópios, sólidos geométricos, jogos e *softwares* educacionais, no nível fundamental. Propõe o reconhecimento dos polígonos via material concreto e, para isso, parte da utilização de caleidoscópios, advertindo para a Matemática existente nos mosaicos ornamentais e nas pavimentações do plano e do espaço.

Martins (2003) destaca que sua proposta alinha-se com objetivos propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais para a área de Matemática no Ensino Fundamental, favorecendo a integração entre Matemática e Arte, o desenvolvimento da percepção espacial e da visualização. Para a autora, as dificuldades dos alunos no estudo do conteúdo partem do abandono da Geometria por parte dos professores a partir da promulgação da Lei nº 5.692/71, que concedia liberdade às escolas quanto à escolha dos programas das diversas disciplinas. Diante disso, parece que os professores optaram por não ensinar Geometria, ou porque não possuem conhecimento suficiente ou porque os conteúdos se encontram, em geral, no final dos livros didáticos adotados, fazendo com que o professor se apoie na "falta de tempo" para não ensiná-la. Programas e propostas curriculares inábeis, tanto em nível de formação de professores como de alunos, também compõem este cenário.

Nas suas considerações finais, a autora relata que o trabalho com caleidoscópios, poliedros e *softwares* educacionais (Cabri-Géomètre II e Geometricks) proporcionou interessantes atividades educacionais. Relata que houve aprendizagem de muitos conceitos envolvidos nas construções geométricas (como ponto médio, perpendicular, paralela, bissetriz, entre outros) devido ao fato de as construções serem realizadas tanto com régua e compasso, como em *softwares* de geometria dinâmica. Seus alunos demonstraram que desenvolveram: percepção espacial; senso estético, no trabalho de coloração de padrões e das planificações; e criatividade, na construção e obtenção das bases caleidoscópicas.

Sabemos que a pedagogia tradicional ainda é prevalecente nas escolas, cabe ao professor adquirir uma postura pedagógica no sentido de inovação. Parece que, muitas vezes, o ensino tradicional da geometria limita-se a apresentações feitas pelo professor e não inclui a construção de conceitos. Nesse contexto de aprendizagem mecânica, o aluno memoriza leis e regras que facilmente são esquecidas depois da avaliação. As ideias de Martins (2003) auxiliaram nesta pesquisa, já que abrem possibilidades para ensinar de forma diferenciada.

A Engenharia Didática

A expressão "engenharia didática" abrange o referencial de pesquisa do professor e a proposta didática que é produzida com auxílio deste referencial. Neste caso, desenvolvemos uma engenharia para contribuir com o processo de ensino-aprendizagem de Áreas e Volumes, na geometria espacial, com alunos do nível médio.

O objetivo maior da proposta foi minimizar suas dificuldades na aprendizagem do cálculo de áreas laterais, áreas totais e de volumes de sólidos geométricos, proporcionando a visualização de objetos concretos, relacionando-os com sólidos geométricos e identificando suas faces como figuras geométricas planas. Utilizando diferentes recursos – vídeo de sensibilização, coleta de embalagens, análise deste material – foram criadas atividades para aproximar os conceitos matemáticos da realidade do cotidiano, com uma abordagem de ensino alternativa. Nesse processo, procurou-se seguir as sugestões dos PCNs (BRASIL, 1998), mantendo sempre a articulação entre os três domínios da Geometria: o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas.

A parte da engenharia que envolve elaboração de hipóteses e do plano de ensino foi aperfeiçoada, a partir de reflexões desenvolvidas durante e após a prática. Somente com a prática foi possível perceber que havia hipóteses implícitas que não tinham sido previamente pensadas, e que outros objetivos e ações poderiam ter sido elaborados para auxiliar na aprendizagem.

Incluímos, neste texto, o resultado dessas mudanças, para oferecer um material mais completo ao leitor/professor.

Para orientar o projeto pedagógico e a execução da pesquisa partimos de hipóteses prévias que poderiam ser confirmadas ou refutadas ao final das atividades.

Quadro 1: Hipóteses prévias

Primeira hipótese

Quanto a conhecimentos prévios - Pressupõe-se que os discentes tenham conhecimentos limitados da Geometria Plana e Espacial, reconhecendo e calculando áreas apenas de figuras básicas: quadrado, retângulo e triângulo; pressupõe-se que, para os cálculos de áreas e volumes, recorram sempre a um formulário previamente elaborado. Pressupõe-se que consigam realizar a atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização, reconhecendo e denominando corretamente as figuras geométricas que surgem. Pressupõe-se que os discentes lembrem o sistema métrico decimal.

Segunda hipótese

Quanto a desempenho - Pressupõe-se que consigam realizar a atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização, reconhecendo e denominando corretamente as figuras geométricas que surgem. Pressupõe-se que os discentes realizem as tarefas com entusiasmo e interesse.

Terceira hipótese

Quanto às atividades e seus objetivos - Pressupõe-se que as atividades favoreçam a articulação entre o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Pressupõe-se que a manipulação dos sólidos favoreça a visualização e a identificação dos elementos dos sólidos geométricos e, consequentemente, facilite o entendimento do cálculo de áreas e volumes.

Quarta hipótese

Quanto a conhecimentos a serem adquiridos - Pressupõe-se que os discentes, no decorrer das atividades, consigam calcular áreas laterais e totais, e volumes das embalagens estudadas, com aprendizagem significativa. Pressupõe-se que os discentes, com as atividades, adquiram a linguagem matemática correta para designar figuras geométricas planas e espaciais.

Fonte: Elaborado pelos autores

Proposta Didática

Elaboramos um plano de ensino organizado em módulos, com o intuito de tornar os conceitos de áreas e volumes dos sólidos geométricos mais significativos para os alunos. Apresentamos aqui o plano já modificado, após as reflexões posteriores à ação didática, incluindo objetivos que estavam implícitos e atividades que deveriam ter sido incluídas. No relato que segue, esclarecemos esta questão: o que realmente foi feito e o que poderia ser feito, naquele momento, em uma avaliação crítica da prática.

Quadro 2: Plano de ensino

Módulo/datas	Objetivos	Atividades	Estratégias e recursos de ensino
Módulo I 10/06/10	Introduzir a discussão sobre geometria e motivar para os estudos. Rever a nomenclatura de formas geométricas e questionar sobre para quais dessas formas saberiam efetuar os cálculos de áreas. Rever os conceitos de geometria plana – vértices, lados, figuras planas – e trabalhar a habilidade de representação geométrica.	Assistir ao vídeo e realizar a atividade prática proposta. Discutir questões propostas, sobre o vídeo. Realizar a construção proposta no vídeo com quadrados e triângulos.	Vídeo “Nas Malhas da Geometria”. Questões elaboradas para acompanhamento do vídeo. Cartolina, régua, lápis coloridos.
Módulo II 15/06/10	Estabelecer relações entre formas encontradas no cotidiano (embalagens) com formas geométricas planas e espaciais, identificando diferentes polígonos e diferentes sólidos.	Visita ao supermercado. Visualização, análise e mesa redonda para debate.	Câmera fotográfica.

Módulo III 17/06/10	Articular o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Identificar formas geométricas nos objetos do cotidiano. Calcular a área lateral, a área total e o volume de um prisma.	Determinar a área lateral, a área total e o volume de uma caixa/embalagem em forma de prisma quadrangular ou retangular, utilizando as medidas das arestas da caixa/embalagem obtidas com régua escolar.	Caixas Embalagens Régua. Medições e análise de dados.
Módulo IV 22/06/10	Calcular o volume e a área em situações-problema Dar significado às fórmulas de área e volume, presentes no formulário.	Resolução de exercícios. Deduzir fórmulas das áreas.	Questões elaboradas como forma de fixação dos conteúdos.
Módulo V 24/06/10	Calcular volume e área de um cilindro. Percepção do significado dos elementos e medidas que participam nas fórmulas de área e volume do prisma e do cilindro. Mostrar que o volume não é uma função da área lateral.	Confeccionar em papel cartolina um cilindro e um prisma com mesma área lateral, mas com volumes diferentes. Calcular e comparar os volumes.	Papel cartolina, régua, compasso, cola. Discussão e análise de resultados.
Módulo VI 29/06/10	Verificar a aquisição da linguagem matemática, na denominação de objetos geométricos.	Realizar testes de verificação.	Teste

Fonte: Elaborado pelos autores

Relato da Prática

Os trabalhos foram realizados com 19 alunos, sendo que em todas as aulas houve 100% de frequência. O Módulo I foi preparado para introduzir a discussão sobre o assunto e motivar para os estudos. Os alunos assistiram ao vídeo "Nas malhas da Geometria" – TV Escola, Programa 5, da Série Mão na Forma[4].

O vídeo inicia estabelecendo relações entre o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas. Professores de Arte comentam a

[4] Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=JVA5ru9yehM>. Acesso em: 10 jun 2010.

tentativa de artistas na busca de representar figuras tridimensionais, em superfícies bidimensionais. Citam artistas que tentam representar o mundo com formas geométricas e outros que tentam recriar a natureza a partir das formas geométricas. Ao final, o vídeo propõe uma tarefa prática. Trata-se de construir uma malha, numa folha de papel, utilizando apenas quadrados e triângulos equiláteros, com algumas restrições: os quadrados só podem ser unidos pelos vértices, não pelos lados; os triângulos podem ser unidos pelos lados e vértices. Ao final, é preciso marcar os centros de todas as figuras da malha, unindo-os por segmentos de reta que cruzam os lados, mas devem evitar os vértices. Essa construção composta foi relacionada com as rendas e com o trabalho das rendeiras.

O vídeo foi interessante para relembrar os conceitos de figura plana e espacial e de seus elementos lados e vértices; dar ideias sobre imagens bidimensionais e tridimensionais, e para favorecer o trabalho de articulação do espaço físico, com as figuras geométricas e suas representações gráficas.

Após assistirem ao vídeo, os alunos responderam questões, com objetivo de rever a nomenclatura de formas geométricas e questionar sobre quais dessas formas saberiam efetuar os cálculos de áreas.

Questão 1 – Quais as figuras geométricas que você visualiza no desenho?

Os alunos responderam que as figuras geométricas representavam quadrados, hexágonos, triângulos e alguns reconheceram círculos.

Discutindo as respostas, conseguimos trazer à tona algumas noções sobre as figuras geométricas planas básicas, relembrar a nomenclatura e, também, organizar as ideias para análises de figuras, identificando número de vértices e lados.

Questão 2 – Identifique formas geométricas que aparecem no seu dia a dia

Todos os prédios das cidades grandes tem formato geométrico, e a maioria são retangulares. No filme citaram um couve-flor, mas eu não vejo uma forma para ele. A minha casa, a escola, a quadra de futebol...quadrados, retângulos, triângulos, mas é difícil ver formatos diferentes. (Resposta Aluno B).

Estamos cercados principalmente de quadrados e retângulos. Na nossa escola a maioria das formas representa retângulos. Temos um canteiro na escola que tem seis lados...tem fórmula para ele? Se olhar a "bundinha do corretivo" vejo um círculo, se *olhar o quadro vejo novamente um retângulo, ou seja, em tudo existe geometria.* (Resposta Aluno C).

Olha professora no nosso mundo estamos cercados de geometria, como foi visto no vídeo, o que fica mais difícil é identificar os diferentes triângulos. Por exemplo, é fácil saber que uma pipa representa um losango, e que esse losango dividido representa dois triângulos, o difícil é achar qual tipo eles representam. (Resposta Aluno D).

As respostas mostram como, mesmo tratando-se de alunos de terceiro ano do Ensino Médio, os quadrados, retângulos e triângulos ocupam parte central das ideias sobre Geometria, por serem de fácil visualização e parte integrante das coisas do mundo. O Aluno A consegue verbalizar a articulação entre o mundo físico e as formas geométricas e suas representações, como constam no vídeo, mas reconhece apenas quadrados, retângulos e triângulos. A aluna B reconhece um hexágono, mas não conhece sua denominação e tampouco uma maneira para calcular sua área. Fixada no seu formulário, pergunta: "tem fórmula para ele?". A aluna C mostra uma preocupação com os triângulos e repete o que já foi visto, antes, no cálculo da área. No formulário para cálculo de áreas, encontram-se figuras e fórmulas diferentes para triângulos equiláteros, retângulos, acutângulos e obtusângulos. Não há ênfase especial para a fórmula geral, envolvendo base e altura e, quando esta relação é lembrada, "base" é o "lado que está embaixo". Uma lista, construída deste modo, traz muita confusão no tratamento dos triângulos, que é uma figura fundamental, na Geometria.

Questão 3 – Você sabe descrever com suas palavras o que são figuras planas e figuras espaciais?

Respostas:

(1) *Figuras planas são aquelas que só conseguimos enxergar um lado, figuras espaciais são em 3D, com volume, onde temos todos os lados.*

(2) *Figuras planas são aquelas achatadas, que a senhora consegue desenhar no quadro, figuras espaciais são aquelas que a gente consegue pegar na mão.*

(3) *Um exemplo de figura plana é a pedra da rua, o lado que aparece. Acho que espacial seria a parte de baixo da pedra, mas fica difícil entender.*

(4) *Eu sei bem das planas, são os quadrados, triângulos e os retângulos, fico na dúvida sobre o círculo, pois se parece com a circunferência.*

As respostas mostram noções de figuras bidimensionais e tridimensionais; de figuras restritas a um plano (o quadro); de relação entre sólido geométrico (pedra da rua) e sua face plana (figura plana é a pedra da rua, o lado que aparece); e, novamente, a ênfase nos quadrados, triângulos e os retângulos, a tal ponto que restam dúvidas sobre a espacialidade de figuras diferentes. O aluno da resposta 4 parece querer dizer: talvez tudo o que não for quadrado, triângulo ou retângulo, possa ser espacial, pois estas são as únicas figuras planas que eu conheço.

Questão 4 – Das figuras abaixo, assinale com um X as que você tem certeza que conhece:

( ) Quadrado	( ) Circunferência	( ) Pentágono
( ) Retângulo	( ) Hexágono	( ) Triângulo
( ) Trapézio	( ) Losango	

Aqui, novamente, repetem-se a ênfase no trio quadrado, triângulo, retângulo e, o reconhecimento da circunferência, figuras reconhecidas por todos os alunos. Apenas quatro marcaram o trapézio e o losango. Surpreendentemente, todos marcaram também hexágono e pentágono.

Em uma reflexão posterior, concluímos que as respostas a essa questão não permitem conclusões. Analisando os dados obtidos, ficamos na dúvida se algumas opções não teriam sido marcadas aleatoriamente. Na ocasião, deveria ter sido solicitado a todos que desenhassem as figuras conhecidas, assim se completaria o quadro a respeito das relações entre o mundo físico, as figuras geométricas e suas representações gráficas. Sem esta solicitação, não podemos afirmar que as marcações demonstraram conhecimento.

Questão 5 – Ainda com relação às figuras acima, o que você sabe calcular sobre elas:

( ) Áreas ( ) Volume

Embora percebamos que, dentre as figuras geométricas dadas na questão 4, não seria possível calcular o volume, pois são todas planas, decidimos propor essa nova questão para ver se os alunos dariam significado ao termo "volume". Alguns alunos, corretamente, escreveram que somente sabiam calcular a área, porém a maioria respondeu que conseguia calcular áreas e volumes e escreveu um comentário, explicando que bastaria ter as fórmulas de volume destas figuras adicionadas à sua lista.

Essas respostas confirmam hipóteses sobre conhecimentos anteriores. Os alunos do Ensino Médio, quando solicitados a calcular volumes e áreas de sólidos geométricos, encontram dificuldades porque não obtiveram aprendizagem significativa da geometria plana, em especial, das figuras geométricas planas e do cálculo de áreas destas figuras. Os professores esperam que, sem este conhecimento prévio, os alunos desenvolvam habilidades na geometria espacial, baseados num formulário dado. Existe a necessidade de se criarem atividades de ensino, no nível médio, que proporcionem aos alunos oportunidades para rever a lista de fórmulas, dando significado ao que lá está e também ao que "não" está, articulando os conceitos da geometria espacial com os da geometria plana.

Este é um dos nossos objetivos: dar significado ao cálculo de áreas e volumes – com reconhecimento das figuras, de seus elementos e das medidas que participam nos cálculos - e mostrar que as figuras planas permitem o cálculo da área, enquanto o volume refere-se a figuras espaciais.

Posteriormente à discussão das questões, foi desenvolvida a atividade prática proposta no vídeo – construção da malha – com o objetivo de rever os conceitos de geometria plana – vértices, lados, figuras planas – e de trabalhar a habilidade de representação geométrica.

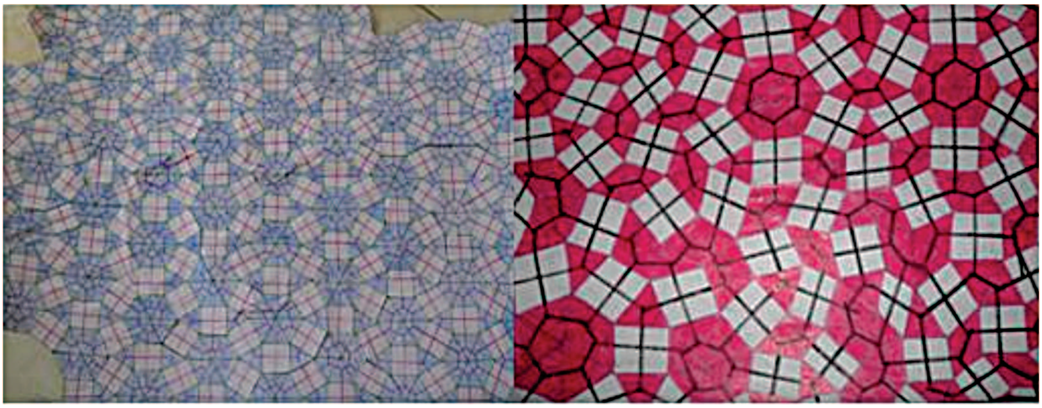

Figura 3: Malha formada por triângulos e quadrados, realizada por alunos
Fonte: Profª. Cleuci Vuelma

Na malha, foi possível visualizar e nomear, para além dos triângulos e quadrados, hexágonos e losangos, ampliando o rol de figuras geométricas conhecidas.

No Módulo II, os alunos foram convidados a realizar visitas a um supermercado da cidade a fim de observar as formas das embalagens, manuseá-las, ler os rótulos, etc. O objetivo foi estabelecer relações entre formas encontradas no cotidiano com formas geométricas planas e espaciais, identificando diferentes polígonos e diferentes sólidos.

Solicitamos que fizessem anotações quanto ao seu peso, formato, tamanho, material usado para confecção e medidas. No supermercado, os alunos registraram com câmera fotográfica as embalagens analisadas e anotaram algumas considerações.

Já em sala de aula, foi proposto um debate no grande grupo e constatou-se que:

- As caixas de sabão em pó apresentam forma de paralelepípedo retângulo, com volumes iguais.
- A embalagem da batata Elma Chips é em forma de cilindro e possui duas faces circulares.
- As embalagens de óleo se apresentam com base circular, quadrada ou retangular, podendo ser confeccionadas em lata, vidro ou plástico, formam prismas ou cilindros.
- Os diferentes chocolates apresentam formas de paralelepípedo na sua grande maioria, e são embalados com papel ou plásticos, formam prismas.
- As embalagens de gelatina apresentam mesmo volume, mas são feitas na forma de prismas, com medidas diferentes.
- As latas de achocolatado Nescau apresentam-se em formatos cilíndricos, com diferentes alturas, porém com volumes iguais.

A partir do contato direto com as embalagens dos produtos, que analisaram livremente, os alunos perceberam as relações entre suas formas e a geometria estudada em sala de aula. Voltando para a escola, foi proposto um debate em mesa redonda, ressaltando aspectos significativos e de correlação com o que foi visto no vídeo.

Importante destacar que, nesta aula, foi possível estabelecer conclusões a respeito da relação entre volume e forma: diferentes sólidos geométricos, com diferentes formas e/ou diferentes medidas, podem ter mesmo volume.

O Módulo III foi planejado com objetivos de articular o espaço físico, as figuras geométricas e as representações gráficas, identificar formas geométricas nos objetos do cotidiano e calcular a área lateral, a área total e o volume de um prisma.

Os alunos selecionaram algumas embalagens da forma prismática e, em grupos, iniciaram as medições. As embalagens foram planificadas, para facilitar a medição das arestas, a fim de calcular a quantidade de papel necessária para sua fabricação.

Um grupo analisou a embalagem de tinta para cabelo Garnier Nutrisse. Os alunos concluíram que seu formato representa um paralelepípedo retângulo. Quanto ao cálculo da área total, efetuaram-no de duas formas; primeiramente o grupo utilizou a régua escolar para medições das arestas da caixa aberta, em seguida calcularam as áreas das faces, todas retangulares, e somaram as medidas encontradas para achar a área toda. De outro modo, calcularam o volume e a área total da caixa usando as fórmulas conhecidas por eles $St = 2(ab+ac+bc)$ e $V = abc$, onde a, b e c representam respectivamente comprimento, largura e altura.

Nesta atividade, ocorreu o reconhecimento das faces, dos vértices, das formas geométricas das faces e das medidas que são necessárias para cálculos de área do prisma, dando, assim, significado aos símbolos presentes nas fórmulas. A fórmula da área lateral total adquiriu significado, pois expressa as somas, efetuadas por eles, das áreas de cada face.

Para o cálculo do volume, pode-se imaginar que se uma das faces, com área $A=a.b$, pudesse ser copiada e empilhada, até chegar à altura c, sua área seria somada c vezes, chegariam ao volume $V = (ab).c$.

Ao final da aula uma aluna declarou:

Professora, basta multiplicar o comprimento, a largura e altura para encontrar o volume da tinta, e ainda com esses dados podemos encontrar o valor do papel gasto na fabricação da embalagem.

Dando continuidade ao trabalho, no Módulo IV, o objetivo foi calcular volume e a área em situações-problema. Em reflexão posterior, percebemos que esta atividade foi das mais adequadas para cumprir o objetivo de dar significado às fórmulas de área e volume, presentes na lista.

Problema 1 – O Volume de um Cubo é de 110,59cm³. Calcule a área total.

Na resolução do problema alguns alunos sugeriram que era possível encontrar o valor da aresta utilizando a fórmula do volume $V = a^3$. Então questionamos: Porque a fórmula é expressa por a^3? Um dos alunos respondeu que as arestas do cubo são iguais e, portanto, o produto (comprimento x largura x altura) é igual $a \times a \times a = a^3$. Quanto ao cálculo da área total, ficou claro para o grupo que deveriam calcular a área do quadrado e multiplicá-la por seis, que é o número de lados. Calcularam o valor da aresta usando calculadora.

Problema 2 – Um calendário de madeira tem a forma de um prisma cuja a base é um triângulo equilátero de lado 6cm e cuja altura mede 12cm. Quantos cm² de madeira foram usados para fazer o calendário?

Antes de iniciar os cálculos, solicitamos aos alunos que planificassem a figura, para melhor visualização das formas geométricas que compõem o calendário. Após algumas discussões entre o grupo, uma aluna ressaltou que existem três retângulos e dois triângulos de lados iguais, logo, fazendo 3x (comprimento x altura) para o cálculo dos lados e 2x (área do triangulo de lados iguais) para o cálculo das bases, tem-se a área toda. Depois é só somar os resultados, acrescentou ela.

No geral, a grande maioria entendeu a colocação da aluna e partiu para os cálculos mas muitos pararam, confusos, no cálculo da área do triângulo equilátero, pois não entendiam a fórmula presente na lista. Este foi um bom momento para deduzir a fórmula da área de triângulos, como (base x altura)/2.

Tomamos um triângulo qualquer e o reproduzimos (Figura 4).

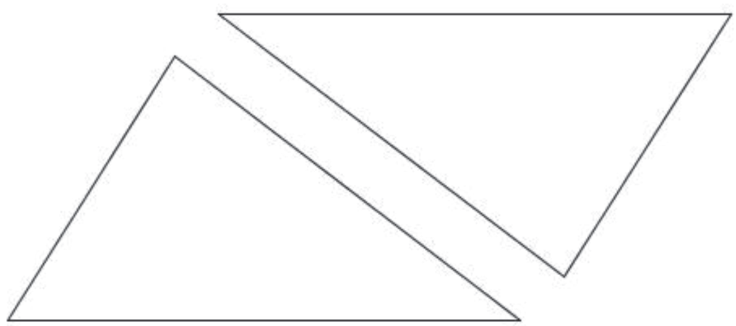

Figura 4: Dois triângulos congruentes, formando um paralelogramo
Fonte: Elaborada pela Profª. Cleuci Vuelma

Com os dois juntos, formamos um paralelogramo. A área do triângulo é a metade da área deste paralelogramo: (base x altura)/2.

Para calcular a altura, é preciso relembrar e aplicar o teorema de Teorema de Pitágoras.

É preciso esclarecer a fórmula para cálculo da área do paralelogramo, destacando uma base e a altura relativa a essa base. Tem-se a Figura 5:

Figura 5: Paralelogramo com destaque numa base e na altura correspondente
Fonte: Elaborada pela Profª. Cleuci Vuelma

Transforma-se a Figura 5 na Figura 6:

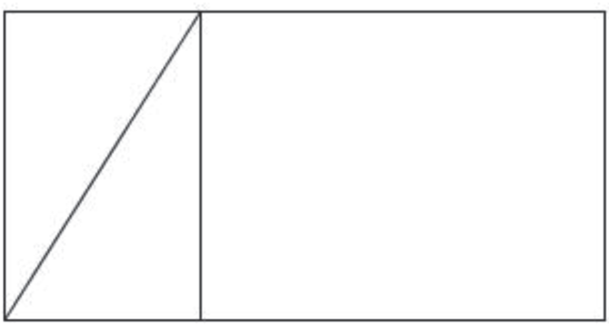

Figura 6: Retângulo gerado pelo paralelogramo
Fonte: Elaborada pela Profª. Cleuci Vuelma

Podemos concluir que a área do paralelogramo é igual à área do retângulo, cujo lado maior é igual à base do paralelogramo e cujo lado menor é igual à sua altura. Área de retângulo não constitui problema. Logo, a área do paralelogramo é dada por base x altura.

Problema 3 – Calcular o volume e a área total de uma caixa em forma de paralelepípedo retângulo cujas dimensões são: 3,8 cm x 3 cm x 16,6 cm. Expresse o resultado em metros.

Na resolução deste problema, percebemos a indecisão de alguns alunos na hora de calcular a área do paralelepípedo, alguns tentando desenhar as faces, outros tentando aplicar a fórmula da lista. Embora o tenham resolvido corretamente, para o entendimento ficar mais claro, propusemos outra situação-problema: o cálculo do volume e da área de uma piscina (sem tampa). Os alunos foram "forçados" a pensar na resolução sem uso da fórmula, pois não identificaram a piscina com um paralelepípedo. Desenharam as paredes e o fundo, calcularam áreas e depois verificaram que não poderiam usar a fórmula, porque só tinham cinco termos para somar. Quanto ao cálculo do volume, todos aplicaram corretamente a fórmula Volume = comprimento x largura x altura. As transformações das unidades de medidas também foram solucionadas sem maiores dificuldades.

Problema 4 – Calcule, em litros, o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral medindo 6m, sabendo que a base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.

Nenhum dos alunos da turma lembrou da fórmula da área do losango e tampouco de sua forma. Os grupos questionaram qual embalagem do supermercado poderia ser parecida com a caixa d'água do problema. Um aluno a comparou com o chocolate Toblerone, destacando que haveria alguma diferença na base. Foi então que uma aluna destacou a "pipa" como base, obviamente, um losango.

Os grupos desenharam o losango destacando suas diagonais, em seguida os alunos fizeram o cálculo da área. Foi um bom momento para deduzir a área do losango. Dividindo o losango em dois triângulos iguais (Figura 7), com diagonais D (maior) e d (menor), basta calcular a área de um deles: $A^1 = (d \times D/2)/2$ Logo a área do losango é o dobro de A^1, isto é:

$$A = (d \times D)/2$$

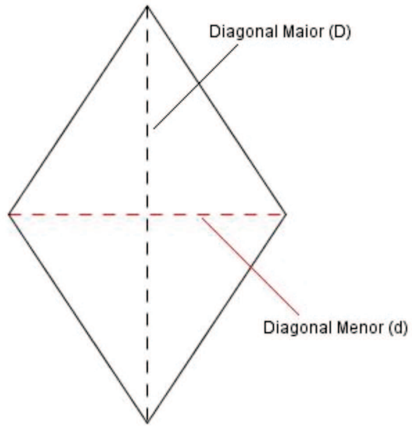

Figura 7: Losango
Fonte: Elaborada pela Profª. Cleuci Vuelma

Multiplicando o valor da área do losango pela aresta lateral, nesse caso, a altura da caixa d'água, foi obtido o volume solicitado. Não ocorreram problemas na transformação de metros cúbicos para litros.

É importante destacar, neste caso, a importância do material concreto para visualização e referência: a caixa de Toblerone, a pipa, as embalagens em geral, são objetos do cotidiano que podem ser usados na sala de aula, para dar significado à geometria.

Problema 5 – Deseja-se cimentar o quintal da escola, cujo formato é retangular, com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 3 cm de espessura. Qual o volume da mistura utilizado nesse revestimento?

Esse problema foi resolvido com facilidade, entretanto, alguns alunos não perceberam que uma das unidades de medida precisaria ser transformada. Todos eles aplicaram a fórmula do volume $V = a \times b \times c$ para calcular o revestimento do quintal.

No Módulo V, os objetivos eram o cálculo de volume e área de um cilindro, comparando-o com o prisma, para mostrar que o volume não é uma função da área lateral. Em reflexões posteriores, percebemos que poderíamos ter mostrado que o volume não é uma função da área total.

Foi proposto um desafio: confeccionar, em papel cartolina, um cilindro e um prisma, com mesma área lateral, mas com volumes diferentes. O resultado de um dos grupos (Figura 8) foi obtido após um conjunto de decisões e muitos cálculos: construção de uma caixa em forma de paralelepípedo; opção por designar duas faces opostas como base e as outras quatro como faces laterais; cálculo da área lateral e do volume; desconstrução da caixa para obter o retângulo R constituído pelas faces laterais, em que um dos lados é a altura do paralelepípedo e o outro é o perímetro da base do paralelepípedo (é a parte central da caixa planificada, mostrada na Figura 8, composta por quatro retângulos, deve-se ignorar as abas que ali aparecem e que foram deixadas para a colagem); opção por um dos lados do retângulo R, para formar o círculo do cilindro a ser construído; cálculo do raio do círculo; construção de um cilindro C (mostrado na Figura 8), cuja face lateral é um retângulo com as medidas de R. Na Figura 8, a caixa tem base retangular com medidas 10cm por 8 cm, e altura 15 cm. Por opção dos alunos, o cilindro foi construído com altura H = 2(10 + 8) = 36 e base circular com raio $r = 2{,}4$, obtido na equação $15 = 2\pi r$, ou seja, os alunos escolheram a altura (15 cm) da caixa para determinar o círculo do cilindro, tornando-o assim, bem mais alto do que a caixa (36 cm) e com base menor. A área da base da caixa é $A^b = 10 \times 8 = 80\ cm^2$ e a área da base do cilindro é $A^b = \pi .\ 2{,}4^2 = 18\ cm^2$. Com estas escolhas, os dois sólidos têm mesma área lateral, o cilindro é mais alto, mas seu volume diminuiu. A área lateral da caixa é $A^l = 36x15 = 540\ cm^2$ e o volume é $V=80x15=1200cm^3$. A área lateral do cilindro é $A^l=15 \times 36 = 540\ cm^2$ e o volume é $V= 18 \times 36 = 648\ cm^3$, com as devidas aproximações

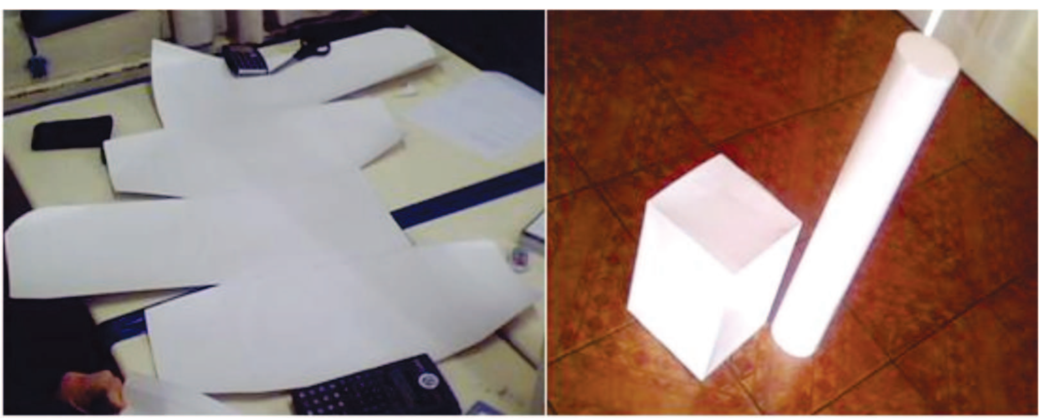

Figura 8: Caixa prismática planificada, contendo as faces e também pequenas abas para colagem, e o cilindro
Fonte: Grupo de alunos, 3ª série E.M. (2010)

Refletindo, posteriormente, percebemos que poderíamos ter solicitado que a área total fosse a mesma, pois chegaríamos, também desse modo, a volumes diferentes.

Esta atividade foi de grande valia, pois possibilitou: investigação, conjecturas e escolhas; desconstrução e construção de sólidos nas formas de prisma e de cilindro; construção do cilindro com restrições impostas pelas medidas do prisma; percepção do significado dos elementos e medidas que participam nas fórmulas de área e volume; relação entre medidas dos dois diferentes sólidos.

A aula final foi destinada a verificar se os alunos haviam ampliado seus conhecimentos sobre figuras geométricas planas e espaciais, quando apoiados em objetos do mundo físico, avaliando a aquisição da linguagem matemática na denominação de objetos geométricos.

Questão 1) A figura abaixo é uma lata de óleo. Analise atentamente e responda a questão abaixo:

Figura 9: Lata de óleo
Fonte: Profª. Cleuci Vuelma (2010)

Sua forma básica é:

a) Paralelepípedo retângulo;
b) Prisma de base quadrangular;
c) Cubo;
d) Prisma de base hexagonal;
e) Prisma de base triangular.

2) Em relação aos sólidos abaixo, podemos afirmar que:

Figura 10: Embalagens variadas
Fonte: Profª. Cleuci Vuelma (2010)

I – Todos os sólidos representam prismas;

II – As respectivas bases são: quadrangular, triangular, hexagonal e quadrangular;

III – No sólido três a base é circular;

IV – Todas as suas faces laterais são retangulares.

Então a alternativa correta é:

a) I e II

b) I, II e IV

c) Apenas II

d) I e IV

e) Todas

Os alunos não tiveram dificuldades em resolver os problemas propostos, mostrando que passaram a reconhecer as formas planas, fora das páginas dos livros, e as formas espaciais e seus elementos.

Análise das hipóteses

Para validar o trabalho, foram formuladas hipóteses.

A primeira hipótese diz respeito aos c**onhecimentos prévios.**

Já observamos, no decorrer das atividades, que os alunos mostraram conhecimentos limitados da Geometria Plana e Espacial, reconhecendo e calculando áreas apenas de figuras básicas: quadrado, retângulo e triângulo (com dificuldades). São dependentes do formulário, mas, muitas vezes, não conseguem utilizá-lo, pois não dão significado aos símbolos ali presentes.

Com algumas exceções, percebi a familiaridade que os alunos têm com as transformações das unidades do sistema decimal, visto que esse assunto é muito trabalhado, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio.

4- Calcule, em litros, o volume de uma caixa d'água em forma de prisma reto, de aresta lateral medindo 6m, sabendo que a base é um losango cujas diagonais medem 7m e 10m.

$Sb = \frac{10.7}{2} = 35m^2$

$V = Sb . h$

$V = 35 . 6$

$V = 210m^3 . 1000 = 210.000 l$

$1m^3$ equivale 1000 l

5-Deseja-se cimentar o quintal da escola cujo formato é retangular com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 3 cm de espessura. Qual o volume da mistura utilizado nesse revestimento?

$3cm \div 100 = 0{,}03m$

$V = a . b . c$

$V = 14 . 10 . 0{,}03$

$V = 4{,}20m^3$

Figura 11: Cálculos usando transformações[5]
Fonte: Aluno E, 3ª série E.M. (2010)

A segunda hipótese refere-se ao **desempenho.**

Quanto à realização da atividade prática proposta pelo vídeo de sensibilização, num primeiro momento, percebi que os alunos observavam com cuidado as instruções para realizar a atividade, como mostra a foto abaixo. Uma das alunas da sala argumenta com a turma que, no vídeo assistido, quem fez a atividade foram crianças, por isso todos iriam conseguir fazer. Isso de fato motivou os alunos e propiciou ótimos trabalhos (Figura 12).

Já vimos que a atividade foi interessante, justamente porque permitiu reconhecer e denominar as figuras geométricas que surgem.

Considerando o entusiasmo e interesse da maioria, certamente essa hipótese foi confirmada. O "nosso projeto", assim chamado por eles, propiciou

[5] Destacamos o hábito do aluno em utilizar a linguagem matemática sem precisão, do mesmo modo como fala. O aluno calcula V = 35.6 e logo escreve V = 210 cm^3.1000, quando deveria ter escrito que V = 210 cm^3 e, em litros, V= 256.1000 l.

momentos de descobertas, simples, mas significativas, e proporcionou momentos de prazer e satisfação, de acordo com a avaliação de muitos alunos.

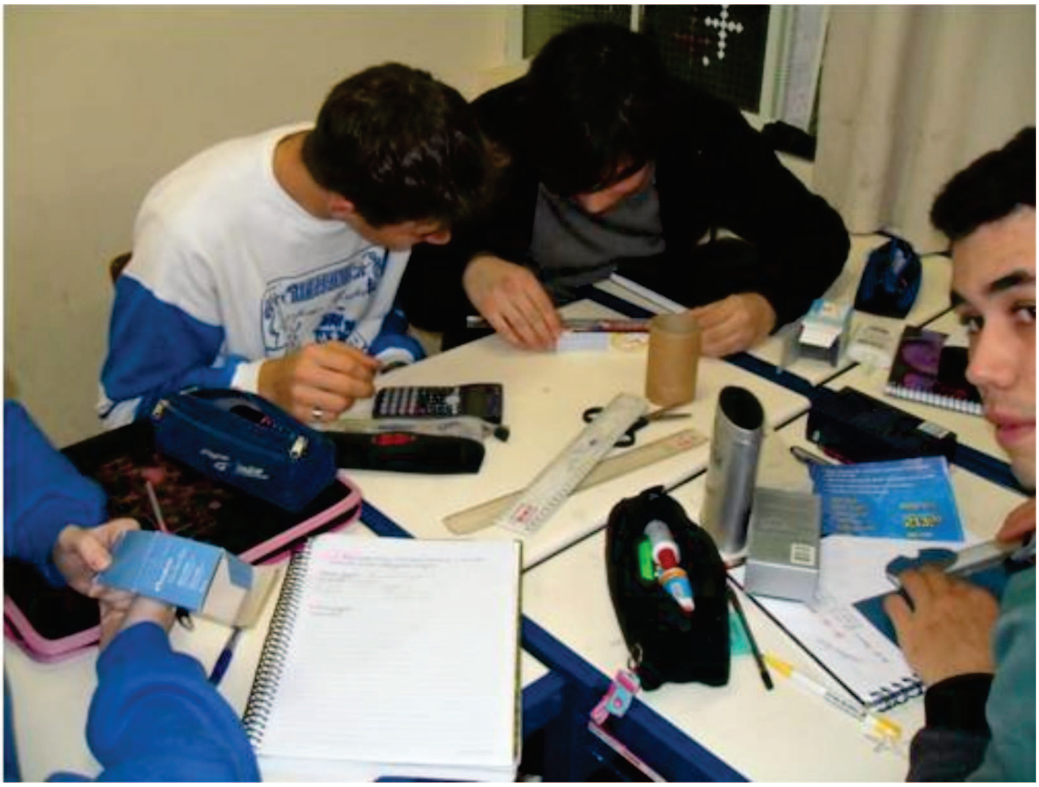

Figura 12: Alunos numa sessão de trabalho
Fonte: Prof. Cleuci Vuelma (2010)

A terceira hipótese refere-se às **atividades e seus objetivos.**

Certamente os alunos conseguiram, através da manipulação das embalagens do supermercado, identificar as arestas, as faces e os vértices de cada sólido, representaram as figuras encontradas e encontraram significado para as fórmulas da lista. O trabalho, num todo, propiciou melhor entendimento no cálculo de áreas e volumes de sólidos como mostra a apresentação final do trabalho em slides de um grupo de alunos (Figura 13), mas pensamos que somente através da manipulação não é possível minimizar todas as dificuldades.

Figura 13: Apresentação de slides de um grupo de alunos
Fonte: Grupo de Alunos, 3ª série E.M. (2010)

Também, analisando as respostas a um questionário (Figura 14) de avaliação final, vemos que os alunos não se desvincularam das fórmulas, "vício" antigo, mas agora elas fazem sentido.

Escola Estadual de Ensino Médio Luiz Isaias Zuchetti

Prezados alunos:

Você terá 6 afirmações, após ler e entender cada uma delas marque com um X a coluna que desejar.

Afirmação	Concordo	Discordo	Indiferente
O estudo da Geometria espacial está diretamente ligado com o estudo da Geometria Plana.	X		
A construção prática dos sólidos contribuiu para que eu entendesse o estudo de áreas.	X		
O uso de fórmulas trazidas pelos livros didáticos é indispensável para o cálculo de áreas e volumes.	X		
Gostei muito de trabalhar, pois aprendi com prazer e satisfação.	X		
Através do vídeo, pude despertar o gosto pela Geometria.			X
Existe Geometria em todos os lugares, no meio em que estamos inseridos.	X		

Figura 14: Avaliação de um dos alunos da turma
Fonte: Aluno F, 3ª série E.M. (2010)

Para um projeto futuro, sugerimos utilizar *softwares* de geometria dinâmica, tal como o *software Poly*, que possibilita a compreensão das figuras geométricas através do movimento, o que completaria o trabalho.

Em uma reflexão acerca do ensino de geometria através de materiais manipuláveis, Pais (2000) sugere que é preciso estimular um constante vínculo entre manipulação de materiais e situações significativas para o aluno. Dessa forma, não basta utilizar material concreto, mas é preciso utilizar materiais que fazem fazer parte do mundo do aluno, como, por exemplo, é o caso do trabalho com embalagens. Além disso, é preciso evitar "dar" resultados prontos, tentando sempre deduzir, demonstrar ou pelo menos visualmente verificar, como foi o caso das áreas não entendidas.

A última hipótese refere-se a **conhecimentos a serem adquiridos**

Os alunos conseguiram planificar a caixa e efetuar as medições com régua escolar sem maiores problemas. A Figura 15 mostra o trabalho com um objeto do cotidiano, uma embalagem. Os alunos fizeram a planificação, calcularam as medidas das arestas e calcularam áreas das faces, área lateral total e volume corretamente, entendendo quais medidas seriam usadas para encontrar a área e quais contribuem para o cálculo do volume.

Além disso, nos debates, diálogos e também nas respostas às questões finais, os alunos demonstraram que ampliaram sua linguagem matemática, conseguindo nomear as figuras geométricas planas e espaciais que foram trabalhadas.

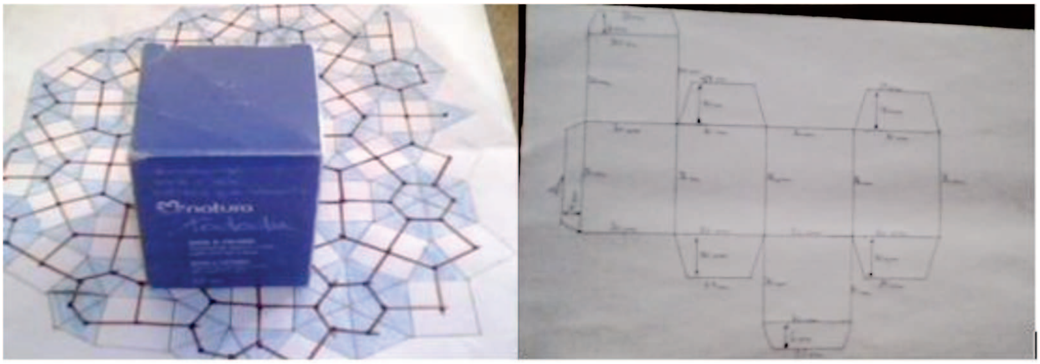

Figura 15: Embalagem original da natura, caixa planificada e medida com régua em centímetros (com a presença de abas necessárias para colagem)
Fonte: Grupo de alunos, 3ª série E.M. (2010)

Reflexões sobre a Prática

Esta engenharia tratou do estudo de áreas e volumes e foi aplicada com alunos da terceira série do nível médio. Para tentar obter uma melhoria no cenário de ensino e da aprendizagem desta turma, foi desenvolvido um plano de trabalho com base nas sugestões dos PCNs (BRASIL, 1998) sobre a articulação do mundo físico com as figuras geométricas e suas representações; e com base nas ideias a respeito de aprendizagem significativa, relacionando as fórmulas mais utilizadas nos cálculos de área e volume com conhecimentos adquiridos na manipulação de objetos do cotidiano.

O ponto de partida foi o vídeo “Nas malhas da Geometria”, que favorece essas articulações, apresentando obras de Arte com formas geométricas e, por outro lado, obras que tentam recriar a natureza a partir das formas geométricas. Ao final, o vídeo propõe a construção de uma malha, com quadrados e triângulos equiláteros, que possibilita criar outras figuras, como o hexágono e o losango, e revisa os elementos básicos das figuras geométricas planas: lados e vértices.

O comentário do vídeo e a construção da malha foram as primeiras tarefas. Para buscar objetos do cotidiano, ponto de partida para o ensino de áreas e volumes, os alunos buscaram no supermercado embalagens que se tornaram exemplos concretos dos sólidos geométricos.

O desenvolvimento da atividade proposta pelo vídeo de sensibilização favoreceu muito a qualidade da aula, despertando o interesse e contribuindo para a aprendizagem; entretanto, somente com a coleta de objetos concretos, no supermercado, e após a representação desses objetos, planificados em cartolina, os alunos passaram a se apropriar do conhecimento, com significado.

O trabalho, em um todo, proporcionou momentos de aprendizagem: os alunos entenderam o que é área lateral, área total e volume de um sólido, quais os elementos e medidas que participam no cálculo e qual o significado dos símbolos presentes nas fórmulas; também expandiram sua linguagem matemática, quanto aos elementos da geometria. Entretanto, para efetuar os cálculos, foi preciso favorecer a visualização de fórmulas que o professor considera simples, como as das áreas do paralelogramo, do triângulo e do losango.

Encontramos pontos de apoio, para a proposta, na dissertação de Martins (2003). Buscamos, como a autora, desenvolver a percepção espacial e a habilidade para visualização. Enquanto Martins utiliza caleidoscópios para alcançar tais objetivos, utilizamos objetos do cotidiano e sólidos representados e construídos pelos alunos. Adotamos também, como pergunta norteadora, a questão do interesse e da participação do aluno em relação à aprendizagem do conteúdo matemático, que é a preocupação de todos nós, professores.

De um modo geral, todos os alunos da sala apresentaram mudanças, tanto no comportamento, quanto na compreensão dos conteúdos trabalhados. Houve momentos de cooperação – alunos ajudavam-se uns aos outros – e, ao mesmo tempo, de trabalho autônomo, em um ambiente colaborativo e interativo de aprendizagem.

Destacamos a importância de abordagens alternativas que complementem as aulas de Matemática, tornando-as mais atrativas. Essa proposta poderia ter sido enriquecida com uso de *softwares*, como o Poly ou o Geogebra, mas em muitas escolas há dificuldade para acesso a computadores, por isso, acreditamos que recorrer ao mundo externo pode ser tão produtivo quanto o uso da tecnologia informática. Mesmo sem esse recurso, tivemos a possibilidade de ver os alunos apaixonados pelo assunto, envolvidos com "o nosso projeto", como diziam. Temos certeza de que todo professor tem buscado maneiras para que essa "aprendizagem apaixonante" se efetive, pois a aprendizagem somente ocorre quando existe vontade de aprender.

Os colegas professores e a direção da escola reconheceram a importância do projeto, constatando que é possível realizar atividades em que o aluno possa se interessar pelo que está aprendendo. É preciso que a escola desperte a curiosidade de conhecer e aprender ao longo da vida para que a mesmice e a monotonia não dominem alunos e professores. Nesse sentido, acreditamos que este estudo possa motivar outros educadores, para compartilhar com o nosso entusiasmo.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, Jean. **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget. Horizontes Pedagógicos, 1996. p. 193-217

BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_CNMT.pdf>. Acesso em: 22 fev. 2011.

_____ Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Terceiro e quarto ciclo do nível fundamental: matemática. Brasília: SEF/MEC, 1998. Disponível em: <http://www.slideshare.net/literatoliberato/pcn-03-matemtica>. Acesso em: 22 fev. 2011

DANTE, L. R. **Matemática, volume único.** São Paulo: Ática, 2008.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 13. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIOVANNI, J. R. GIOVANNI, Jr. J. R. ; BONJORNO, J. R. **Matemática completa, volume único.** São Paulo: FTD, 2002.

MARCONDES, C. A. ; GENTIL, N. ; SÉRGIO, E. G. **Matemática Novo Ensino Médio, volume único**. 6. ed. São Paulo: Ática, 2002.

MARTINS, A. R. **Ensino-Aprendizagem de Geometria:** uma proposta fazendo o uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais. 246 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003. Disponível em : <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/F/AGJQL74PAN9T9H7HM6XBA7YQ2G91XV73HBEQ12VL3NQ8FHM7N9-39811?func=full-set-set&set_number=035475&set_entry=000005&format=999>. Acesso em: 20 abr. 2010.

PAIS, L. C. **Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino da geometria**. Reunião: Caxambu, 2000. Disponível em: <http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF>. Acesso em: 13 nov. 2010.

PELIZZARI, A. *et al.* Teoria de aprendizagem significativa segundo Ausubel. **Rev. PEC**, Curitiba, v. 2, n. 1, p. 41-42, jul. 2001-jul. 2002. Disponível em: <http://www.bomjesus.com.br/publicacoes/pdf/revista_PEC/teoria_da_aprendizagem.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2011.