

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA E PURA E APLICADA

**A VISÃO DE ESTUDANTES SOBRE FORMAS GEOMÉTRICAS: UMA
ABORDAGEM VIA FOTOGRAFIAS E GEOGEBRA**

THIAGO OSSAMU UCHIUMI

Porto Alegre

2021

THIAGO OSSAMU UCHIUMI

**A VISÃO DE ESTUDANTES SOBRE FORMAS GEOMÉTRICAS: UMA
ABORDAGEM VIA FOTOGRAFIAS E GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso de
Graduação submetido como requisito
parcial para obtenção de grau em
Licenciatura em Matemática

Orientador Metodológico
Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo
Basso

Porto Alegre

2021

Instituto de Matemática e Estatística
Departamento de Matemática Pura e Aplicada

**A VISÃO DE ESTUDANTES SOBRE FORMAS GEOMÉTRICAS: UMA
ABORDAGEM VIA FOTOGRAFIAS E GEOGEBRA**

THIAGO OSSAMU UCHIUMI

Banca examinadora:

Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso
IME/UFRGS

Prof^a. Dr^a. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti
IME/UFRGS

Prof^a. Dr^a. Maria Cecilia Bueno Fischer
IME/UFRGS

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por ter me dado o dom da vida e poder vivenciar cada momento de forma especial, sendo a graduação mais um desses momentos incríveis que a vida nos proporciona.

Gostaria de agradecer ao meu pai, Tochiyuki Uchiumi, que sempre fez de tudo para que eu crescesse e me tornasse quem sou hoje. Obrigado por ser meu amigo e companheiro de vida, devo muito a ti!

Agradeço a minha mãe, Mariza Satiko Miyashiro, que sempre me apoiou nas escolhas que fiz durante a graduação. Obrigado pelo esforço que tem dedicado a mim.

Em especial, agradeço a minha namorada e futura esposa, Stéfani Santos, que desde o momento em que começamos a namorar sempre esteve ao meu lado nos momentos mais difíceis e nos momentos bons. Obrigado por me compreender e principalmente partilhar sobre tudo, que em outras palavras pode ser nomeado como fofocar.

Tenho enorme gratidão aos meus amigos que nasceram pela fé na Igreja Nossa Senhora de Fátima, que nos últimos anos se tornaram pessoas bem especiais, no qual pude compartilhar vários momentos de lazer. Espero que possamos nos reunir mais vezes em casa, seja para jogar, seja para partilhar sobre a vida.

Agradeço a minha amiga, Scheylla Pinheiro, por dividir os momentos de estudos mais marcantes da minha vida, como, por exemplo, a época da escola e do cursinho. Obrigado por ir ao McDonalds às 22h quando mais necessitei desabafar.

Gratifico aos meus amigos que entraram na faculdade junto comigo: Eduardo Dietrich, Luiza Lehmen, Andressa Guedes, Renata Aguiar e Sthefânia

Porto, que em muitos momentos trilharam comigo nas disciplinas da faculdade e me auxiliaram nas atividades.

Devo este trabalho de conclusão de curso ao meu orientador, Marcus Basso, que me acolheu em um momento bem importante da faculdade e teve partilhas bárbaras sobre a educação e sobre a vida.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma me ajudaram seja diretamente, seja indiretamente a minha jornada acadêmica na UFRGS.

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso apresenta uma proposta que explora os conceitos de Geometria Plana por meio do software GeoGebra para o desenvolvimento de hábitos do pensamento matemático. A proposta tem como objetivo analisar as potencialidades que o GeoGebra, vinculado a uma sequência de atividades, pode proporcionar à visualização e à compreensão de alguns conceitos do conteúdo em questão. Essa proposta tem relação com a utilização de tecnologias digitais, pois faz com que as figuras se tornem representações dinâmicas. A pesquisa desenvolvida tem caráter qualitativo e a aplicação da prática foi com os alunos do quinto ano do ensino fundamental. Essa análise da produção dos alunos tem como embasamento o construcionismo de Seymour Papert e o trabalho desenvolvido dos Hábitos de Pensamento de Goldenberg. Por meio da análise foi possível observar a construção de conceitos matemáticos em cada etapa das atividades e como a utilização do GeoGebra contribuiu para a aprendizagem de formas geométricas via uso de fotografias.

Palavras-chave: Geometria Dinâmica. Hábitos de Pensamento Matemático. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This research presents a proposal that explores concepts of Plane Geometry through the GeoGebra software for the development of mathematical thinking habits. The objective is to analyze how the GeoGebra may increase the visualization and understanding of some concepts regarding Plane Geometry linked to a sequence of activities. This proposal is associated with the use of digital technologies since the figures become dynamic representations. The research developed has a qualitative character; the application of the practice was made with students from the fifth grade of an elementary school. This analysis of the students' production is based on Constructionism by Seymour Papert and the work developed on Thinking Habits by Goldenberg. Through the studies, it was possible to observe the construction of mathematical knowledge at each stage of the activities, and also, how the use of GeoGebra might increase the learning of geometric shapes.

Keywords: Dynamic Geometry. Mathematical Learning Habits. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1: Fotografia tirada pelo aluno A..... | 35 |
| Figura 2: Fotografia tirada pelo aluno B..... | 36 |
| Figura 3: Fotografia tirada pelo aluno C..... | 36 |
| Figura 4: Fotografia tirada pelo aluno D..... | 37 |
| Figura 5: Fotografia tirada pelo aluno E..... | 37 |
| Figura 6: Muro laranja..... | 43 |
| Figura 7: Muro laranja no GeoGebra..... | 44 |
| Figura 8: Painel na entrada da escola..... | 45 |
| Figura 9: Escorregador..... | 46 |
| Figura 10: Parede da sala da diretora..... | 47 |
| Figura 11: Twister..... | 49 |
| Figura 12: Corredor de retângulos..... | 50 |
| Figura 13: Banco de trapézios..... | 51 |
| Figura 14: Tatuagem do pesquisador..... | 52 |
| Figura 15: Pracinha..... | 53 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 Tabela de Trabalhos de Conclusões | 20 |
| Quadro 2: Cronograma de atividades..... | 29 |
| Quadro 3: Diálogo com o grupo A sobre onde há matemática no cotidiano..... | 33 |
| Quadro 4: Diálogo com o grupo B sobre onde há matemática no cotidiano..... | 33 |
| Quadro 5: Diálogo sobre geometria..... | 38 |
| Quadro 6: Diálogo sobre a construção do círculo | 48 |
| Quadro 7: Continuação do diálogo sobre a construção do círculo | 48 |
| Quadro 8: Diálogo sobre o quadrado e o retângulo | 54 |

SUMÁRIO

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 11 |
| 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 14 |
| 2.1 Escritos sobre ensino, aprendizagem e tecnologias | 14 |
| 2.2 Trabalhos Correlatos | 20 |
| 3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS | 27 |
| 3.1 Metodologia | 27 |
| 3.2 Público alvo e o contexto da investigação | 27 |
| 3.3 Cronograma | 28 |
| 3.4 Atividades | 29 |
| 4. ANÁLISE DE DADOS | 32 |
| 4.1 Atividade 1 | 32 |
| 4.2 Atividade 2 | 40 |
| 4.3 Atividade 3 | 41 |
| 4.4 Atividade 4 | 54 |
| 4.5 Atividade 5 | 55 |
| 4.6 Resultados | 56 |
| 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 58 |
| 6.REFERÊNCIAS | 61 |
| 7. APÊNDICES | 63 |
| 7.1 Apêndice A – Carta de Apresentação para a Instituição Escolar | 63 |
| 7.2 Apêndice B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido | 64 |
| 7.3 Apêndice C – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido | 66 |

1. INTRODUÇÃO

O ensino de geometria na escola é uma das etapas fundamentais na aprendizagem matemática. Esse conhecimento pode ser construído de diferentes formas e o professor é parte fundamental para o desenvolvimento da Educação Matemática.

Nas últimas décadas, o uso da tecnologia está crescendo de forma exponencial e já está consolidado em nossa realidade. Embora, dentro da sala de aula, ainda seja um desafio usar essas tecnologias de forma que não seja apenas uma ferramenta lúdica, mas que potencializa o ensino e a aprendizagem.

Além de auxiliar na aprendizagem, o GeoGebra é um software dinâmico que pode apresentar novas possibilidades no ensino matemático. Ademais, no GeoGebra o aluno tem maior autonomia, tornando-se agente principal enquanto que o professor torna-se o mediador.

Desde que iniciei na graduação, sempre considerei que o uso da tecnologia no Ensino Matemático tinha de ser de forma que o aluno tivesse autonomia para explorar e aprender o conteúdo com êxito. Enquanto estava na disciplina de Educação Matemática e Tecnologia, já no início do semestre foram apresentadas teses que corroboravam diretamente para o aprendizado qualificado da matemática com o uso de softwares matemáticos para alunos do ensino fundamental. Por conseguinte, consolidou-se o pensamento matemático que trazia como premissa no início da minha caminhada como futuro docente com embasamento em referenciais teóricos relevantes na aprendizagem matemática com a tecnologia a favor do conhecimento.

Na minha experiência em sala de aula como docente, principalmente na disciplina de Estágio em Educação Matemática I, foi possível perceber que o software GeoGebra foi essencial para a construção do conhecimento de geometria plana e espacial. No GeoGebra foi melhor explorado esse conteúdo e assim proporcionou aos alunos que pudessem ver a geometria de forma mais

concreta e dinâmica, pelo fato de que por meio do computador os alunos podiam movimentar as figuras que estavam à sua frente. Portanto, dessa forma os alunos analisaram com mais detalhes as figuras geométricas e tiraram suas próprias conclusões.

Portanto, o tema da pesquisa refere-se a uma proposta didática para a aprendizagem de Geometria Plana no Ensino Fundamental por meio do GeoGebra. A experiência prática desta investigação ocorreu na Escola Municipal de Ensino Fundamental Vila Neópolis e foi realizada por encontros de forma presencial com atividades dinâmicas com alunos do quinto ano do ensino fundamental. Como estamos em uma pandemia, a turma foi dividida em dois grupos, no qual uma semana vem um grupo à escola e na outra semana o outro grupo. Assim, foi trabalhado paralelamente com os dois grupos da turma.

Com base nos dados coletados nas atividades, registro dos alunos e diário de campo, foi feita uma análise de como o GeoGebra pode potencializar o ensino de Geometria Plana, como os alunos podem explorar as formas geométricas a partir do software, assim compreendendo de outra perspectiva o espaço geográfico que estão inseridos. Fundamentado a esse caminho, esta investigação propõe contribuições para a área do Ensino de Matemática com o uso de tecnologias

Com essas alegações, a pergunta diretriz que aborda essa pesquisa é:

“Como o uso do GeoGebra pode potencializar a aprendizagem de formas geométricas com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental?”

Os capítulos a seguir são organizados da seguinte forma: no segundo capítulo, apresento reflexões de como essa tecnologia já está presente na sala de aula e como o GeoGebra tem potencializado a aprendizagem dos alunos e exploro a linha de pensamento dos autores Papert, Meier e Goldenberg sobre os conceitos de como a tecnologia pode contribuir para a aprendizagem em sala de aula. Além disso, investigar sobre a aprendizagem da geometria por meio do Construcionismo. No terceiro capítulo, apresento a metodologia

utilizada na investigação e o contexto em que estava inserida. No quarto capítulo, explico como foi a experiência da prática presencial, com análises das produções dos alunos e dados coletados durante a pesquisa. Por fim, no quinto capítulo, finalizo a investigação proposta com reflexões e as consequências geradas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, é relatada a base teórica que a pesquisa tem como suporte. A investigação procurou analisar como o uso de tecnologias pode contribuir para a aprendizagem de geometria dinâmica em sala de aula para a visualização e compreensão sobre Geometria pelos alunos. Assim, é apresentado uma análise do Construcionismo de Seymour Papert, escritos de Geometria de Meier, hábitos de pensamento segundo Goldenberg e, por fim, recortes de pesquisas realizadas da área de Ensino de Matemática com tecnologias.

2.1 Escritos sobre ensino, aprendizagem e tecnologias

A partir de estudos realizados das principais concepções da teoria de Seymour Papert sobre a área educacional com a utilização de tecnologias para com as crianças, torna-se relevante refletir sobre a perspectiva construcionista do pesquisador. Assim, primeiramente, abordo como esse conceito pode contribuir na minha investigação.

De acordo com Papert (1994), a construção do pensamento é melhor potencializada a partir do momento de que o indivíduo mais necessita, explorando por si mesmo de forma espontânea. Dessa maneira, muitas pessoas encontram um meio de aprender o que precisam e, é isso que impulsiona o saber. Corroborando com a ponderação mencionada:

“O construcionismo é construído sobre a suposição de que as crianças farão melhor descobrindo por si mesmas o conhecimento específico de que precisam; a educação organizada ou informal poderá mais se certificar de que elas estão sendo apoiadas moral, psicológica, material e intelectualmente em seus esforços. O tipo de conhecimento que as crianças mais precisam é o que as ajudará a obter mais conhecimento. É por isso que precisam desenvolver a matemática.” (PAPERT, 1994, p135)

Além disso, Papert (1994) destaca que cada etapa do procedimento é determinante pelos materiais disponíveis no ambiente para a exploração da criança, e que, esse desenvolvimento se fortalece à medida que o saber se torna fonte de poder para ela. Por esse motivo, conta-se como explicação o

fato de certas noções serem mais complexas para algumas crianças compreenderem, pelo fato de que não têm como experimentá-las no cotidiano.

Portanto, é importante a conexão entre as entidades mentais existentes para o crescimento e criação de novas ideias. Nessa perspectiva que acontece a aprendizagem espontânea e informal na criança. Por isso, o docente deve ter como finalidade a função de ser o facilitador criativo, isto é, conseguir relacionar a realidade dos alunos com o projeto desenvolvido.

Em relação à utilização de novas tecnologias, Papert (1994) propõe que o aluno usando o computador consegue visualizar as próprias construções mentais relacionando o concreto e o abstrato por meio de um processo interativo em prol da construção de cada etapa do conhecimento. Assim, o pesquisador aborda sobre ter um ambiente ativo de aprendizagem que permita ao aluno testar suas ideias, teorias ou hipóteses. Por essa razão, o uso das tecnologias é essencial no desenvolvimento intelectual dos sujeitos, pois há uma grande potencialidade para alcançar mudanças significativas no ensino matemático.

A Geometria está presente em tudo ao nosso redor. A partir de um caderno com sua forma geométrica bem característica a uma janela que pode ter diversos formatos, pode-se constatar que há um repleto universo de modelos geométricos no contexto em que estamos inseridos. Meier (2012) relata que os alunos têm muita dificuldade de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e suas vivências no cotidiano. Ademais, a autora aponta que para uma parte relevante dos alunos, a aprendizagem matemática é mecanizada e distante à sua realidade. Portanto, primordialmente, é pertinente fazer relação com o seu cotidiano para trazer um novo significado ao espaço em que está inserido no momento da aprendizagem matemática.

Em referência ao ensino de Geometria, esse conteúdo pode ser considerado como parte da matemática mais concreta relacionado com o meio em que vivemos, sendo assim, essencial na formação dos alunos. Além disso, esse campo da matemática desenvolve o raciocínio lógico e visual, pelo fato de

que possibilita explorar os objetos que estão observando. Ratificando com a reflexão relatada, concordamos com Meier (2012) quando relata:

“No ensino da Geometria, tem-se um contexto muito propício para esse tipo de envolvimento dos alunos, pois, no processo de aprendizagem, eles precisam visualizar figuras, analisar relações entre seus elementos, identificar regularidades, fazer conjecturas sobre propriedades identificadas.”(MEIER, 2012, p.95)

Portanto, para que haja essa percepção e manipulação neste ambiente desejado, a utilização de um software de tecnologia digital matemático contribui para criar novas possibilidades. Dessa forma, é proporcionado o dinamismo procurado nesse espaço digital. O GeoGebra, pois, é um software bastante benéfico, tendo em vista de que abrange as representações geométricas e têm a possibilidade de manipulá-las de uma forma que não seja estática.

Em outras palavras, quando utilizamos um ambiente digital para a aprendizagem de geometria que possibilita representações dinâmicas, estamos de acordo com Meier (2012, p.95) que afirma:

“A manipulação dos objetos que estão em movimento na tela do computador, faz com que os alunos observem os efeitos, primeiramente de uma forma empírica, mas depois buscando regularidades que vão se tornando cada vez mais evidentes.”

Por conseguinte, Meier (2012) apresenta como motivação a utilização do GeoGebra como um software que há inúmeras perspectivas de abordagem dinâmica contribuindo com conceitos importantes de Geometria, cuja aprendizagem, sempre necessita uma maior abstração do aluno. Por esse motivo, o GeoGebra é um software de geometria dinâmica que potencializa a aprendizagem de Geometria.

Segundo Gravina (2001), o software GeoGebra incentiva o espírito de investigação matemática, pois com a sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, viabiliza e oportuniza à experimentos de pensamento que estão ainda de forma abstrata. Portanto, neste novo ambiente digital, o indivíduo tem a possibilidade de realizar o que está pensando e testar as hipóteses criadas de forma concreta.

Ademais, outro referencial teórico que será utilizado nesta pesquisa para a análise do experimento didático está no artigo “Hábitos de pensamento”: um princípio organizador para o currículo de Paul Goldenberg (1998). O autor defende a ideia de que para a compreensão Matemática deveria ser baseado em “hábitos de pensamento”, pelo fato de que favorece para o desenvolvimento das capacidades de experimentar, testar, descobrir, raciocinar, generalizar e argumentar.

O autor tem como finalidade propor um ensino baseado nos hábitos do pensamento para criar uma estrutura lógica que o aluno consiga aplicar nas interações com o mundo. Em seguida, apresento e explico alguns desses “hábitos do pensamento”, além disso, há o código de identificação, para posteriormente poder fazer a análise na produção dos alunos.

- Visualizar (HP-1).

Para o autor este hábito relaciona-se com o fato de criar e compreender as imagens mentais, isto é, tornar real de uma forma ‘concreta’ o que está em nosso pensamento. O autor trata isso como uma habilidade do indivíduo, pois consegue criar o que ainda não pode ser visto com os próprios olhos.

De acordo com Goldenberg (1998), esta capacidade não é um ato trivial como aparenta ser, exige aprendizagem e deve ser treinada para ficar mais fácil de ser construída. Essa prática tem como objetivo habilitar o indivíduo para ter condições de imaginar um objeto matemático ou situação que não seja possível de desenhar. Portanto, a visualização torna-se suporte de interpretação de soluções, apoio à exploração e estimula a investigação da descoberta.

- Reconhecer Padrões ou invariantes (HP-2).

Segundo Goldenberg (1998), este é um hábito do pensamento de extrema importância, pelo fato de que é a busca por uma estrutura comum em

meio a coisas que parecem completamente diferentes. Partindo da premissa de que matemática é uma ciência dos padrões, então encontrar um modelo geral que abrange toda a estrutura do procedimento é muito meritório. Portanto, todo conteúdo pode ser explorado e desenvolvido para o aluno criar este hábito de pensamento.

Corroborando com esse pensamento, Lage (2008) afirma sobre essa habilidade:

"A procura de padrões e de invariantes atua como um conector entre conteúdos e ideias matemáticas, de maneira que os alunos possam descobrir relações, estabelecer leis, fazer generalizações, pensar de forma mais abstrata, desenvolvendo o poder da argumentação". (LAGE, 2008, p.21).

- Fazer experiências e explorações (HP-3).

Neste tópico, o autor realça a importância de investigar por meio de suas próprias experiências, pelo fato de que assim há o domínio com o que está lidando. O indivíduo começa a trabalhar com as informações, compreende os fatores à sua frente e como resultado tem-se a manipulação conforme cada situação problemática. Por conseguinte, é relevante relatar que no momento em que o indivíduo constrói suas próprias vivências, ele pode ressignificar o que tinha visto com outra perspectiva. Por esta razão, o ato de explorar é essencial no desenvolvimento do saber matemático.

- Criar, ser inventor (HP-4)

Para Goldenberg (1998), neste hábito do pensamento os alunos devem construir o costume de inventar matemática. Ademais, é nesse momento que os estudantes começam a pensar modelos matemáticos. Assim, os alunos têm a oportunidade de ser agente ativo no aprendizado. Portanto, quando os indivíduos têm a capacidade de criar o que está em seu pensamento de forma abstrata, com essa passagem, eles conseguem pensar e podem reinventar sempre que for necessário.

- Fazer conjecturas (HP-5).

O autor aponta para uma formação no ensino de matemática que possibilite os alunos a terem oportunidade de deduzir matematicamente. No momento em que o indivíduo está lidando com as informações a sua frente, motivar os alunos a conjecturar e criar hipóteses para posteriormente poder testá-las. É um processo muito importante dividido em partes: formular uma conjectura e acreditar quando for criada; verificar se cobre todos os casos; por fim, tentar comprovar e manusear para ver a veracidade.

- Descrever, formal e informalmente, relações e processos (HP-6).

Segundo Goldenberg (1998), a construção matemática ocorre quando há o hábito de perceber relações, processos e conexão lógica entre ideias e, com isso, culminando na aptidão de descrevê-las. Assim, o aluno terá condições necessárias de expor com clareza o que está pensando. Ademais, para o autor, *“o currículo matemático deve estar organizado de forma a ajudar os alunos a desenvolver estas capacidades essenciais para a comunicação matemática”*.

Corroborando com Goldenberg, o pesquisador Lage (2008) aborda que o descrever é uma etapa muito importante na matemática, pelo fato de que dizer o que significa, inventar uma notação, discutir e tentar convencer os colegas é fundamental para a construção do pensamento matemático. Dessa maneira, argumentar e determinar se o resultado é verídico ou plausível favorece a exposição de ideias matemáticas.

- Raciocinar por continuidade (HP-7).

Goldenberg (1998) aborda este hábito do pensamento partindo da premissa de que estamos em um ambiente de geometria dinâmica. De acordo com o autor, após o aluno ter domínio do raciocínio construído, ele tem condições de ir além, isto é, de dar seguimento no raciocínio lógico desenvolvido e abranger a muito mais possibilidades.

2.2 Trabalhos Correlatos

Na aprendizagem de Geometria Plana e Espacial por meio de um software, muitos estudos já foram desenvolvidos. Assim, neste capítulo, apresento recortes de pesquisas que têm conexão com a minha investigação. Essas pesquisas por trabalhos correlatos foram efetuadas no repositório de dissertação e teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e UFRGS por meio do LUME. Tais pesquisas contribuíram de alguma maneira para o prosseguimento da minha investigação, por isso, primeiramente, há um quadro com os autores, após isso, apresento mais detalhadamente como cada trabalho contribuiu para a minha investigação.

Quadro 1: Tabela de Trabalhos de Conclusões

| Autor | Título do Trabalho de Conclusão | Instituição | Ano |
|-------------------------|---|-------------|------|
| Melissa Meier | Modelagem Geométrica e o desenvolvimento do pensamento matemático no ensino fundamental | UFRGS | 2012 |
| Allan Miranda do Carmo | O GeoGebra permeando o ensino de volume de sólidos | UEPA | 2019 |
| Joel Feliz Silva Diniz | GeoGebra: uma ferramenta dinâmica na aprendizagem da Geometria no Ensino Básico | UFMA | 2016 |
| Laís de Almeida Pereira | Matemática dinâmica na resolução de questões da OBMEP | UFRGS | 2016 |
| Lucas Caitano | Representando o espaço em uma folha de papel ou na tela de um computador: um estudo sobre a perspectiva cônica através do software GeoGebra | UFRGS | 2013 |
| Matheus Lucca de Rocco | Potencialidades no estudo de funções de duas variáveis com o software GeoGebra no ensino médio | UFRGS | 2019 |

Fonte: Arquivo pessoal

Meier (2012) propôs em sua dissertação a respeito de uma aprendizagem em modelagem geométrica por meio de um software para

desenvolver o pensamento matemático com alunos do Ensino Fundamental. Sendo assim, a questão central da investigação foi: “Com a modelagem geométrica é possível desenvolver hábitos de pensamento matemático no Ensino Fundamental?”. Dessa forma, para atingir o seu objetivo foram aplicadas e analisadas atividades de modelagem geométrica por meio do Geogebra que abordassem os conceitos de geometria plana e espacial, utilizando como metodologia a Engenharia Didática.

Meier (2012) constata que os alunos têm uma grande dificuldade em interligar o aprendizado matemático da escola com as interações com o mundo. Então, no ensino de Geometria se tem um contexto muito oportuno para romper essa barreira. De acordo com Meier (2012), no gesto com as mãos os alunos tornam visíveis as suas intenções e pensamentos, em outros termos, podem manipular de forma concreta o que estão pensando. Nesse processo de aprendizagem, os alunos necessitam visualizar figuras, analisar relações entre seus elementos, identificar regularidades e fazer conjecturas sobre as propriedades identificadas. Portanto, o aluno constrói um caminho guiado por movimentos espontâneos e, dessa maneira, organiza uma estrutura e dá seguimento no seu modelo.

Portanto, Meier (2012) constata que a tecnologia por si só não garante a construção do pensamento matemático e, por esse motivo, é essencial a programação das atividades. Além disso, a autora destaca que percebeu que os alunos se tornaram mais autônomos durante a aplicação das atividades, isto é, os alunos foram o agente principal do processo. Por fim, Meier (2012) evidencia que o desenvolvimento de trabalho com modelagem geométrica apresenta novas possibilidades com a utilização de tecnologias na educação matemática na aprendizagem de geometria e é possível construir os hábitos de pensamento matemático no Ensino Fundamental

A pesquisa da autora, assim como a minha, procura utilizar um software de geometria dinâmica para mostrar as potencialidades que o mesmo contribui para a aprendizagem geométrica. Ademais, assim como a autora, pretendo desenvolver os hábitos de pensamento matemático em outras atividades

matemáticas, assim foi relevante notar como a pesquisadora desenvolveu esse trabalho com os alunos. Dessa maneira, é interessante observar como o software pode contribuir para essa aprendizagem.

Carmo (2019) aborda em sua dissertação sobre o ensino e aprendizagem de sólidos no Ensino Médio por meio do GeoGebra. O pesquisador tinha como finalidade ensinar o conteúdo de geometria utilizando o software como ferramenta tecnológica a fim de desenvolver habilidades, facilitando a compreensão e favorecendo o aprendizado dos alunos de forma autônoma. Assim, a pergunta norteadora da investigação era “A sequência didática proposta na perspectiva do ensino por atividades favorece uma compreensão melhor sobre cálculo de volumes?”. Como fundamentação teórica, Carmo (2019) apresenta o construtivismo de Jean Piaget e de Lev Vygotsky, pelo fato de que dessa maneira o aluno participa ativamente do próprio aprendizado.

A metodologia utilizada foi de forma qualitativa e teve como base a Engenharia Didática, na qual foi dividida em 4 sessões: a primeira denominada Análises Prévias, que se refere a uma revisão sobre o ensino de Geometria Espacial; a segunda, Análise a Priori, que relata sobre o ensino de matemática por meio de um software e série didática para o ensino de volumes e sólidos; a terceira etapa que relata as experimentações; e a última seção intitulada Análises Posteriores e Validação, que são relatados os dados obtidos juntamente com as reflexões construídas.

Posteriormente as atividades realizadas com os alunos do Ensino médio, Carmo (2019) constata que a aplicação da Sequência Didática foi favorável, pois possibilitou aos alunos novas descobertas e compreensão de conceitos e propriedades. Além disso, o pesquisador relata que as atividades tiveram como princípio estabelecer ligações entre os conteúdos matemáticos, possibilitando aos alunos criarem suas próprias suposições com base no conhecimento construído por meio da comunicação entre os colegas de turma, com o auxílio do professor.

Portanto, a pesquisa de Carmo (2019) contribuiu para a minha investigação em relação à fundamentação teórica do construtivismo, pois o autor conseguiu constatar que o aluno se tornou o agente principal da aprendizagem enquanto o professor se tornou o mediador. Ademais, foi interessante analisar as séries de atividades propostas pelo autor e como isso teve de consequência no resultado final da pesquisa.

Na dissertação de Diniz (2016), o pesquisador propõe o estudo do ensino das construções geométricas no Ensino Básico de forma diferente das maneiras tradicionais. De acordo com o autor, o uso do software Geogebra para o ensino de geometria seria uma forma diferenciada da aula tradicional, que é o lápis e o papel, em razão de que estaria promovendo o uso de tecnologias digitais. Além disso, o autor defende a ideia de que neste século com novos paradigmas na educação, o professor será o conselheiro da aprendizagem dos alunos, ora estimulando o trabalho individual, ora apoiando o trabalho em grupo. Sendo assim, o investigador tem como finalidade abordar sobre a aprendizagem de geometria espacial por meio do Geogebra em aparelhos *smartphones*.

Diniz (2016) apresenta uma sequência didática de atividades que possibilitou aos alunos a utilização do Geogebra em seus próprios aparelhos *smartphones* na construção do saber matemático. O pesquisador relata que notou facilidade no desenvolvimento das aulas, visto que o software é uma ferramenta atrativa e de interesse dos alunos por causa da inovação tecnológica. Com isso, possibilitou uma maior interação dos alunos e inserção de conceitos matemáticos por parte do discente. Portanto, com a utilização do Geogebra nos *smartphones*, o pesquisador pôde abstrair e visualizar formas e conceitos geométricos de forma dinâmica para com os alunos.

A partir desse trabalho do autor, contribuiu para a minha pesquisa o recorte que ele traz sobre a utilização do GeoGebra em sala de aula e como isso pode proporcionar um bom desenvolvimento da aula. Assim como Diniz, utilizarei o software para a aprendizagem de geometria para com os alunos.

Pereira (2016) aborda em sua pesquisa de dissertação sobre soluções de questões das Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) por meio do software GeoGebra. A pergunta investigativa da pesquisa foi "Quais são as contribuições do uso de software de matemática dinâmica para a compreensão e solução de questões de geometria e contagem da OBMEP?". Dessa maneira, a pesquisadora elabora uma sequência de didática que utiliza o GeoGebra para poder resolver as questões de uma forma dinâmica e analisa as produções dos alunos.

Então, Pereira (2016) conclui que foi possível observar aspectos relevantes como um processo padrão para desenvolver as indagações: a compreensão do raciocínio lógico, estruturas geométricas e questões de contagem. Portanto, a pesquisadora afirma que é necessário dar continuidade ao uso de tecnologias digitais também nas aulas regulares, visto que corrobora com a construção do pensamento matemático dos alunos.

A experiência da autora mostra o ganho que a utilização do software GeoGebra pode proporcionar para a resolução de questões de geometria em sala de aula. Além disso, a pesquisadora afirma como é importante dar seguimento ao uso dessas tecnologias digitais. Portanto, para o meu projeto pretendo utilizar o software GeoGebra em sala de aula, como a autora destaca, e analisar a potencialidade do software.

Na pesquisa de Caitano (2013), o autor investiga sobre como representar em uma superfície plana, como a de uma folha de papel, um objeto tridimensional, como um cubo, uma caixa ou uma casa, pois relata que vivemos em um espaço tridimensional e que as figuras bidimensionais que lidamos são abstrações existentes da nossa imaginação. O problema da pesquisa foi discutido com um grupo de alunos que criaram estratégias para compreender as relações geométricas para poder representá-las.

Em vista disso, o autor utiliza o software GeoGebra para um ambiente de investigação no qual os alunos pudessem criar e testar hipóteses. Além disso, o GeoGebra pode potencializar a visualização das figuras geométricas

pelo fato de que com os desenhos em folha de papel, essa manipulação e análise não seria possível. Caitano (2013) constata que com os desenhos realizados no software GeoGebra proporcionou a construção de novos conceitos geométricos, pois os alunos eram apresentados a diversos conceitos e tinham as condições de manipular e testar o que estavam pensando. Portanto, o GeoGebra apresentou inúmeras possibilidades para a investigação proposta pelo autor, pois possibilitou o desprendimento do desenho estático da folha de papel.

Com esse trabalho desenvolvido por Caitano (2013), contribuiu explicitando as diferentes contribuições do uso do GeoGebra. Principalmente em como o software pode abordar variadas situações e como a matemática dinâmica traz perspectivas diferentes a essa aprendizagem.

Rocco (2019) mostra em seu trabalho como a aplicação do software GeoGebra pode potencializar o estudo de funções de duas variáveis no Ensino Médio. Por esse motivo, o autor realiza uma sequência de atividades com gráficos determinados por funções de uma e de duas variáveis com embasamento nas propostas de Tecnologias Digitais e conceitos de Matemática Dinâmica, que transforma em representações não estáticas. Portanto, o pesquisador busca responder a pergunta diretriz de sua investigação que é: “Como o estudo de funções de duas variáveis com o uso do GeoGebra 3D Calculator pode potencializar o trabalho com funções de uma variável com alunos do segundo ano do Ensino Médio?”. Após analisar as atividades propostas de maneira exploratória, isto é, os alunos que se tornaram agente principal e o autor, o mediador. Rocco (2019) conclui que com a utilização do software GeoGebra, os alunos tiveram interesse em explorar e manipular as funções que estavam visualizando, e ainda mais, fazendo experimentos para criar conjecturas.

Com o trabalho desenvolvido pelo autor, foi interessante notar como o GeoGebra pode auxiliar em outros conteúdos de matemática. Além disso, Rocco (2019) utiliza o GeoGebra 3D Calculator como outra alternativa para

corroborar com a matemática dinâmica, visto que o software permite a visualização com uma terceira dimensão.

A partir das pesquisas apresentadas foi possível perceber a importância de que forma um software de geometria dinâmica acrescenta como uma nova possibilidade de perspectiva de aprendizagem matemática. Além disso, vale ressaltar a potencialidade que a tecnologia digital permite em visualizar e manipular de forma dinâmica o que o aluno está pensando no momento.

O GeoGebra é um software que apresenta essa potencialidade e a sua utilização, como destacado nas pesquisas acima, é de extrema importância, visto que traz diferentes percepções com a sua utilização na aprendizagem matemática. Esse software pode ser utilizado no ensino de variados conteúdos matemáticos, principalmente na geometria plana e espacial.

Portanto, a partir dos trabalhos mostrados, pretendo dar continuidade com a utilização do software de geometria dinâmica, o GeoGebra, e contribuir para o seguimento de investigação de aprendizagem em formas geométricas via GeoGebra. Por esse motivo, foi relevante refletir e elaborar uma sequência de atividades com o conteúdo de Geometria Plana e Espacial para alunos do ensino fundamental. A proposta da pesquisa pretendeu analisar como o uso do software GeoGebra pôde contribuir para a visualização e construção de conceitos sobre as figuras geométricas planas.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo iremos apresentar os procedimentos metodológicos da pesquisa, o contexto em que a pesquisa estava inserida, os participantes da pesquisa e, por fim, as sucessões de atividades propostas.

3.1 Metodologia

A abordagem que será utilizada na investigação é qualitativa, pois dessa maneira tem como foco analisar a construção de cada processo do conhecimento e não somente o resultado final. De acordo com Borba e Araújo (2012), ratificam que as pesquisas realizadas com essa análise de abordagem proporcionam maiores detalhes, priorizando assim a construção e os detalhes de cada etapa do conhecimento.

Segundo Borba e Araújo (2012), eles aconselham a reunião de múltiplas maneiras para a coleta de informações da pesquisa qualitativa, pelo fato de que proporcionam diferentes perspectivas de objetos semelhantes. Portanto, serão coletados dados em forma de fotografias feita pelos alunos, materiais construídos no GeoGebra, material de apresentação de cada grupo para analisar a construção do pensamento.

Além disso, enquanto os alunos estão desenvolvendo as atividades propostas, serão observadas e registradas anotações em forma de diário de campo. Dessa forma, além dos registros realizados pelos alunos, o diário do professor tem de corroborar com o processo construído no ambiente escolar.

3.2 Público alvo e o contexto da investigação

As séries de atividades elaboradas foram realizadas em uma turma de 5º ano na Escola Municipal de Ensino Fundamental Vila Neópolis, situada no município de Gravataí, região metropolitana do Rio Grande do Sul, em outubro de 2021. É uma escola pública localizada na periferia da cidade de Gravataí com turmas de 1º ao 9º ano totalizando 708 alunos e 54 profissionais da

educação, contando com direção, supervisão, professores substitutos e monitores. A escola funciona no turno da manhã com turmas de sexto ao nono ano e no turno da tarde com turmas de primeiro ao quinto ano. Ademais, a escola conta com um grande espaço territorial situado no bairro Neópolis.

A escolha da escola foi motivada por conta de ser uma escola pública próxima a comunidade em que o pesquisador sempre residiu. Dessa forma, a intenção foi de trazer para a realidade que está inserido o conhecimento que construiu nas disciplinas da universidade, tendo em vista de que estas atividades não são comuns nesse meio.

A prática das atividades foi aplicada na turma do 5º ano do turno da tarde no período normal de aula. Em função de estarmos em uma pandemia, a turma do 5º ano está dividida em dois grupos de 10 e 11 alunos, nos quais uma semana um grupo desloca-se a escola e na outra semana o outro grupo - intercalando sucessivamente. Sendo assim, as atividades realizadas foram todas feitas primeiramente com um grupo e posteriormente com o outro grupo na outra semana.

Além disso, para o desenvolvimento das atividades, foi necessário reativar os computadores que estavam na biblioteca da escola. A escola conta com 4 computadores, mas os computadores foram deixados de lado sem utilização. Dessa maneira, foi necessário duas idas à escola para reativar esses computadores que estavam em bom estado, porém bem sujos com marcas de esquecimento. Foi interessante notar quando indagada a responsável pela biblioteca sobre a utilização dos computadores, ela relatou que estavam em bom estado; todavia, faziam quatro anos que nenhum professor utilizava em atividades com alunos. Portanto, a escola tinha computadores em ótima qualidade, mas não os utilizavam.

3.3 Cronograma

Com finalidade de estabelecer a conexão entre os conteúdos de matemática escolar e o contexto que o aluno está inserido, os procedimentos

metodológicos da pesquisa foram divididos em três partes: a primeira, visualizar e compreender o espaço de vivência do cotidiano; a segunda, explorar a geometria dinâmica no software GeoGebra; a terceira, por fim, unir e analisar essas duas perspectivas mencionadas, buscando criar conjecturas sobre as formas geométricas identificadas e debater com o grupo as propriedades constatadas.

Pensando nisso, o processo de desenvolvimento das atividades foi dividido em 5 encontros, sendo cada encontro o período de 45 minutos, realizado em diferentes espaços da escola. O cronograma foi planejado para ser trabalhado em dias diferentes, tendo em vista que é o 5º ano e eles ainda têm somente um docente à frente da turma. O quadro 2 abaixo apresenta a organização dos cinco encontros.

Quadro 2: Cronograma de atividades

| Encontro | Objetivo | Espaço |
|-------------|--|-------------------------------|
| 1º Encontro | Apresentação do projeto e coletar imagens. | Pátio da escola |
| 2º Encontro | Apresentar o GeoGebra e mostrar os comandos básicos. | Biblioteca com 3 computadores |
| 3º Encontro | Marcar as figuras geométricas nas imagens coletadas | Sala da lousa interativa |
| 4º Encontro | Trabalhar as propriedades das figuras geométricas | Sala de aula |
| 5º Encontro | Apresentação e debate com os alunos | Sala de vídeo |

Fonte: Arquivo pessoal

Em seguida, apresento com mais detalhes o desenvolvimento das atividades.

3.4 Atividades

Primeiramente, uma questão que aparece constantemente em sala de aula proferida pelos alunos é: “para o que eu vou usar isso ou aonde que existe aquilo na prática”, pelo fato de que a matemática ainda é um processo

mecanizado distante de sua realidade para uma parcela significativa de alunos.

Assim, neste primeiro encontro, a proposta é de que os alunos formem subgrupos de 3 ou 4 alunos e percorram o pátio da escola para coletar imagens que achem interessantes de maneira livre. A coleta dessas imagens será por meio de câmeras de celulares smartphones do pesquisador e da docente da turma. O objetivo dessa atividade é que colem fotografias do espaço geográfico de suas vivências no cotidiano para que posteriormente possam analisar e interpretar com uma perspectiva matemática o mundo que os rodeia. Dessa forma, explorar esse ambiente pode contribuir para uma nova aprendizagem matemática e trazer um novo significado.

O segundo encontro tem como objetivo apresentar o software GeoGebra e fazer com que os alunos explorem o software. O espaço em que se encontram os computadores na escola é juntamente com a biblioteca e há somente quatro computadores disponíveis. Assim, foram apresentados as ferramentas básicas aos alunos e proposto uma atividade de algumas construções de figuras geométricas com determinados tamanhos para os alunos se habituarem a esse novo ambiente digital. É relevante perceber que o aluno se torna o agente principal nesse processo, enquanto o professor se torna o mediador. Ademais, o GeoGebra permite uma potencialidade de Geometria mais dinâmica dando uma maior autonomia para o aluno explorar esse conteúdo.

A finalidade do terceiro encontro é interligar o que foi proposto no primeiro e no segundo encontro, isto é, unir as fotografias coletadas, identificar quais figuras geométricas aparecem e marcá-las via GeoGebra. Assim, a atividade foi realizada em uma sala onde há disponibilizada uma lousa interativa, pelo fato de que, dessa forma, os outros grupos poderiam ver as fotografias dos outros colegas contribuindo para um debate construtivo sobre as figuras geométricas encontradas. A lousa interativa permite que os alunos marquem as figuras geométricas de maneira *touchscreen* gerando uma maior

interatividade e possibilitando uma perspectiva mais concreta. Portanto, com esses procedimentos, foi possível identificar a geometria do dia a dia.

O quarto encontro tem como objetivo trabalhar as propriedades das figuras geométricas que os alunos encontraram nas atividades anteriores. Esta aula é de forma expositiva no espaço da sala de aula. Neste momento, será importante desenvolver com os alunos em forma de debate as propriedades das figuras geométricas que conjecturam para compreender o que pensaram. Por fim, os grupos se organizaram para conversar sobre a apresentação no encontro seguinte.

Neste último encontro, a finalidade é apresentar para os colegas o desenvolvimento das atividades propostas. Dessa maneira, foram exibidos as figuras geométricas que os participantes da pesquisa encontraram por meio das fotografias do primeiro encontro. Assim, foi relevante notar a construção do pensamento matemático desenvolvido em cada etapa das atividades até esse momento final.

4. ANÁLISE DE DADOS

Após apresentar o embasamento teórico da pesquisa, o contexto em que foi organizado e o planejamento da experiência prática, neste capítulo relatarei como procedeu cada encontro com os grupos da turma e analisaremos os dados coletados. Por causa da pandemia da COVID 19, a turma foi dividida em dois grupos, que vai ser intitulado como Grupo A, no qual conta 10 alunos que vão à escola uma semana, e grupo B, no qual conta com 11 alunos que vão à escola na outra semana, intercalando sucessivamente. Todavia, a análise realizada é organizada por atividades, por esse motivo, trago recortes dos trabalhos, seja do grupo A, seja do outro grupo B. Assim, há o relato dos dados coletados durante as atividades, bem como a análise com base nos referenciais teóricos. A produção de 21 alunos será apresentada e eles serão chamados por nomes genéricos para preservar suas identidades.

4.1 Atividade 1

O primeiro encontro com um grupo da turma em sala de aula aconteceu no dia 18 de outubro e haviam 10 alunos presentes, enquanto o primeiro encontro do outro grupo da turma aconteceu no dia 25 de outubro e haviam 11 alunos. A aula foi planejada para ser feita em um período de 50 minutos. Nos dois grupos, primeiramente, me apresentei aos alunos e expliquei o motivo de eu estar ali e que ocorreriam outros encontros para continuar as atividades. Relatei que as atividades planejadas foram organizadas em vários lugares da escola a fim de aproveitar todo o espaço da escola, como, por exemplo, o pátio da escola, a utilização dos computadores na biblioteca e a lousa interativa na sala de vídeo. Dessa maneira, os alunos mostraram bastante interesse pelas atividades propostas, já que houve muita euforia durante esse momento nos dois grupos.

No primeiro momento, em conversa com os discentes, foi interessante notar que alguns alunos nunca tinham utilizado um computador, seja para estudar, seja para lazer. Então, dessa maneira, foi comentado que ao decorrer

da proposta do projeto eles teriam a oportunidade de ter esta experiência pela primeira vez.

Nos dois grupos, após a explicação como um todo sobre as atividades do projeto, foi indagado pelo investigador aos alunos se existia matemática no cotidiano e, de forma uníssona, todos os alunos responderam que sim. Com isso, estendendo a pergunta inicial, o investigador indagou em que momentos do dia a dia era possível perceber isso (Quadro 3 e Quadro 4).

Quadro 3: Diálogo com o grupo A sobre onde há matemática no cotidiano

Pesquisador: Está bem, já que vocês disseram que sim, agora pergunto onde que vocês veem essa matemática no cotidiano?

Aluno A: Eu percebo a matemática nos números que têm no relógio. Quanto tempo falta para o lanche ou para acabar a aula.

Pesquisador: Verdade, perfeito!

Aluno B: Ah sor, eu sei que meu pai usa a matemática para contar o dinheiro.

Pesquisador: Ok, mas mais especificamente em que ocasião?

Aluno B: Porque meu pai é cobrador de ônibus, aí tem que fazer os cálculos com os números para dar o troco certo.

Pesquisador: Ah sim, muito bem!

Aluno C: Sor, eu sei que a minha mãe usa matemática na hora de ver as receitas das comidas.

Pesquisador: É mesmo?! Será que é importante?

Aluno C: Sim, porque senão a receita dá errado. Então ela tem que prestar bastante atenção.

Pesquisador: Verdade mesmo!

Fonte: Arquivo pessoal

Quadro 4: Diálogo com o grupo B sobre onde há matemática no cotidiano

Pesquisador: Já que todos disseram sim. Agora eu pergunto em que ocasiões isso acontece?

Aluno D: Quando eu estou jogando vídeo game, eu preciso usar matemática para contar quanto dinheiro eu preciso para comprar os equipamentos.

Pesquisador: Verdade, muito bem, em jogos precisa usar bastante matemática mesmo!

Aluno E: Sor, o meu pai usa os números para ver o quão longe ele precisa percorrer.

Pesquisador: É mesmo? Mas por quê?

Aluno E: Sim, sor. Porque ele é caminhoneiro, então tem que ver quantos quilômetros vai

andar para ver quanto tempo leva.

Pesquisador: Verdade.

Aluno F: Eu consigo ver matemática no futebol...

Pesquisador: Em que momentos mais especificamente?

Aluno F: Por exemplo, para ver a pontuação do meu time na tabela. Eu fico calculando quantos jogos tem e quantos pontos precisa fazer.

Pesquisador: Verdade, está certo!

Aluno G: Sor, meu pai precisa usar matemática no trabalho dele, ele fala que é bem importante.

Pesquisador: É, por qual motivo?

Aluno G: Ele é engenheiro, aí ele tem que fazer cálculos para construir as casas.

Pesquisador: Sim, bem importante mesmo.

Fonte: Arquivo pessoal

Nesse diálogo, primeiramente, podemos perceber que os alunos foram bem participativos e de imediato já responderam às perguntas propostas. Foi muito interessante notar que todos os alunos associaram a matemática somente por números. Além disso, é válido destacar que os alunos B, C, E e G correlacionaram a matemática com as referências familiares que tinham. Assim, podemos destacar que eles conseguem visualizar a matemática no cotidiano, todavia em questão de conteúdo de geometria, como formas geométricas, nada foi mencionado.

Após esse momento inicial, o pesquisador explicou o objetivo do primeiro encontro: a coleta de imagens por meio de fotografias via celulares *smartphones*. Para isso, os alunos foram divididos em três grupos por afinidades, pelo fato de que haveria somente três celulares concedidos pelos professores. Essa atividade consistia em percorrer pelo pátio da escola com os grupos e tirar fotografias que os alunos gostariam; assim foi estipulado em torno de 30 imagens por grupo para ter uma quantidade semelhante. Os alunos tinham o tempo de 30 minutos para realizar essas fotografias pelo pátio. Além disso, foram incentivados a coletar imagens que achavam pertinentes sem ter um pré-requisito estabelecido.

Nessa atividade, todos os grupos prontamente coletaram as imagens por toda a escola. Notou-se que eles estavam bastante dispostos a explorar o pátio da escola como uma atividade da escola. De início, todos os grupos começaram a tirar fotografias do que mais achavam pertinentes. Vale ressaltar que em nenhum momento foi mencionado que o conteúdo a ser ensinado seria de geometria com as suas formas geométricas para não haver influências sobre as imagens coletadas.

As fotografias coletadas ficaram todas armazenadas no celular smartphone do pesquisador. Assim, pode-se notar que os grupos ficaram bem à vontade de coletar as imagens, visto que há diversas fotografias bem diferentes. Abaixo apresento algumas fotografias realizadas pelos alunos.

Figura 1: Fotografia tirada pelo aluno A



Fonte: Arquivo pessoal

Essa fotografia foi tirada por um grupo formado por três pessoas e foi próxima ao corredor da sala de aula da turma (Figura 1).

Figura 2: Fotografia tirada pelo aluno B



Fonte: Arquivo pessoal

Essa fotografia foi realizada por um grupo que tinha três pessoas e foi feita no escorregador no pátio da escola (Figura 2). Pode-se perceber que os alunos estavam bem à vontade para esta atividade.

Figura 3: Fotografia tirada pelo aluno C



Fonte: Arquivo pessoal

A fotografia acima foi capturada pelo grupo que tinha quatro pessoas e eles decidiram coletar essa imagem do banco que fica no corredor próximo à sala de aula (Figura 3).

Figura 4: Fotografia tirada pelo aluno D



Fonte: arquivo pessoal

Essa imagem coletada foi realizada por um grupo que tinha três pessoas e foi tirada numa parede onde há uma pintura bem característica da escola (Figura 4)

Figura 5: Fotografia tirada pelo aluno E



Fonte: Arquivo pessoal

A imagem coletada acima foi em um muro que recém tinha sido pintado e era uma novidade para todos os alunos, essa imagem foi feita por quase todos os grupos, e essa foi selecionada por estar mais nítida (Figura 5).

A partir de algumas fotografias apresentadas que os alunos tiraram na primeira atividade, podemos constatar que os alunos estavam bem à vontade para fazer essa coleta de imagens, com algumas delas os próprios indivíduos dos grupos aparecendo. Além disso, pode-se notar que todas essas fotografias capturadas são em lugares diferentes. Dessa forma, os alunos conseguiram explorar muitos lugares da escola. Em algumas fotografias podemos constatar um enorme potencial para visualizar as figuras geométricas. Todavia, não necessariamente os alunos têm de perceber as mesmas figuras que visualizamos, por isso vai ser relevante observar e ver a compreensão pela perspectiva deles.

Depois desse momento, voltamos para a sala de aula para ter uma última conversa sobre a atividade proposta no dia. Nesta hora, foi mencionado que o conteúdo que ia ser trabalhado era o de geometria. Assim, primeiramente, foi perguntado aos alunos o que eles entendiam por geometria e se estava presente no dia a dia deles (Quadro 5).

Quadro 5: Diálogo sobre geometria

Aluno A: Geometria para mim é quando tem o quadrado, retângulo, triângulo...

Aluno C: Eu entendo o estudo da geometria quando tem as formas.

Pesquisador: Perfeito, mas será que a geometria está presente no cotidiano?

Aluno D: Sim, olha ali (apontando para o quadro). O quadro tem forma de um retângulo, a janela é quadrada e o relógio 'redondo'.

Pesquisador: Verdade, muito bem. Então, no início da aula, vocês comentaram sobre onde há matemática e a maioria me respondeu tudo relacionado a número. Será que a matemática é somente números?

Aluno G: Não, igual a gente estava falando agora, tem as formas em tudo que é lugar que a gente vê.

Aluno A: Verdade, 'tipo' na sala tem em tudo que a gente olha.

Aluno B: Sim, há um monte de formas geométricas.

Fonte: Arquivo pessoal

Com esse recorte do diálogo entre o pesquisador e os alunos, podemos perceber que os alunos estavam começando a compreender a matemática muito mais além de somente números. Após indagações do pesquisador, os alunos estavam dando os primeiros passos em direção à construção do pensamento matemático sobre geometria. Foi interessante ver que nesse momento, diferentemente de minutos atrás, os alunos estavam relacionando a matemática no espaço que eles estão diretamente inseridos, como por exemplo, a sala de aula. Além disso, é interessante notar que, a cada diálogo, a noção de geometria vai se desenvolvendo, como, por exemplo, no início da aula, a geometria era referida somente por triângulos, quadrados e retângulos, após foi mencionado como formas e, por fim, essas mesmas figuras eram mencionadas como figuras geométricas presente no espaço da sala de aula. Portanto, cada opinião exposta de um aluno foi corroborando para a construção do saber matemático.

Segundo Papert (1994), para a construção de cada etapa do conhecimento, é essencial o indivíduo investigar de uma forma natural. Então, para esta primeira atividade, foi fundamental fazer com que os alunos explorassem o ambiente por meio de coleta de imagens sem nenhum tipo de influência. A partir de uma produção espontânea, de acordo com o autor, a aprendizagem é potencializada no momento que o aluno mais necessita. Em outras palavras, permitir que os alunos colem as fotografias para depois analisá-las, há uma grande diferença do que entregar algumas imagens e perguntar quais figuras geométricas eles observam.

De acordo com Meier (2012), no momento da aprendizagem matemática é importante fazer conexão com a realidade em que o aluno está inserido. Sem isso, a matemática pode tornar-se um conteúdo distante e muito mecanizado. Por esse motivo, esta primeira atividade teve como objetivo estabelecer relações entre a aprendizagem matemática e as vivências do cotidiano dos alunos. Ressignificar e trazer uma nova perspectiva nesse espaço em que estão sempre presentes pode contribuir diretamente para a aprendizagem matemática.

4.2 Atividade 2

O segundo encontro ocorreu dois dias após o início do projeto, e tinha como finalidade apresentar o software GeoGebra para os alunos a fim de que eles conhecessem e pudessem explorar o software para construir figuras geométricas. O encontro aconteceu na biblioteca, pois é onde estavam os computadores da escola, e foi dividido pelos mesmos grupos iniciais, pelo fato de que havia três computadores disponíveis para serem utilizados.

É válido ressaltar que alguns alunos estavam tendo contato com um computador pela primeira vez. Então, foi um momento de grande experiência para o aluno ter esse período de utilizar o computador em benefício educacional. Papert (1994) constata sobre a importância da utilização da tecnologia, que é um ambiente onde o aluno consegue visualizar as próprias construções mentais, por isso é muito significativo no processo de aprendizagem.

O intuito dessa atividade era que os alunos estivessem aptos a construir as figuras que visualizassem na próxima aula via GeoGebra, por isso foi importante que eles pudessem explorar o software e ver como construir essas figuras de maneira livre. Então, primeiramente, foi mostrado os comandos básicos aos alunos. Por exemplo, como mover no eixo cartesiano, como colocar um ponto, como apagar algo indesejado e, por fim, foi evidenciado como construir um polígono pela ferramenta polígono rígido, porque assim, quando o aluno movimentasse a figura, ela não ia desmontar.

Tendo em vista que a ideia central era construir e manipular as figuras geométricas, foi proposta uma atividade na qual os alunos tinham que construir as figuras geométricas do Tangram, que são sete figuras geométricas, com as medidas propostas que eram: construir dois triângulos de base 4 unidades de comprimento e altura 2 unidades de comprimento; construir um quadrado de diagonal 2 u.c.; outro triângulo de base 2 u.c.; dois triângulos de base 2 u.c e altura 1 u.c.; por fim, um paralelogramo de base 2 u.c. e altura 1 u.c.

Ao decorrer da atividade, os alunos conseguiram se familiarizar com o GeoGebra e construir as figuras geométricas propostas. Nesse processo, foi interessante notar que os alunos se tornaram o agente principal, enquanto o professor mediador desse momento exploratório. Todavia, sempre que era necessário o pesquisador estava disposto a auxiliar e sanar as dúvidas dos alunos. Alguns alunos tiveram facilidade e outros um pouco de dificuldade com o software por se tratar de um novo universo, mas de maneira geral, todos os alunos compreenderam bem a atividade e conseguiram fazer.

Assim, Papert (1994) afirma sobre esse novo ambiente digital, com a utilização de tecnologias em benefício da educação a aprendizagem matemática pode ser potencializada, abrindo um novo universo com muitas possibilidades. Com a utilização do computador, o aluno tem a oportunidade de testar e manipular o que está pensando bem em frente a sua tela. Nessa atividade, foi essencial cada etapa a fim de os estudantes se ambientarem no software Geogebra e conseguirem visualizar e manipular as figuras geométricas construídas.

4.3 Atividade 3

No terceiro encontro, a aula aconteceu na sala de vídeo da escola. Nesse espaço, há uma lousa interativa, que é uma tela bem grande, como se fosse uma tela de computador, e nela pode-se fazer marcações tocando a mão na tela, pelo fato de que é um aparelho *touchscreen*. A finalidade dessa atividade era unir as imagens coletadas das fotografias com o Geogebra e marcar as figuras geométricas encontradas.

Para a preparação dessa atividade, o pesquisador realizou um filtro na quantidade de imagens de cada grupo. Como teve em torno de 30 fotografias por cada grupo, o pesquisador escolheu 5 imagens de cada um. O critério utilizado para filtrar as imagens foi porque a imagem estava bem nítida ou a que tinha um grande potencial de marcações de figuras geométricas de acordo com o pesquisador. Dessa forma, o pesquisador passou as fotografias dos

celulares que os alunos tinham coletado as imagens para um *pendrive*, onde as deixou armazenadas para o momento da atividade.

Então, no momento da aula, as fotografias tiradas pelos alunos foram inseridas como forma de imagem no software Geogebra. Após a explicação da atividade, cada grupo um de cada vez dirigiu-se à lousa interativa para demarcar as figuras geométricas que conseguiam visualizar. Para poder fazer essas marcações, os alunos fizeram por meio da opção polígono no Geogebra e iam marcando diretamente com a mão na tela.

Para análise deste momento, utilizaremos os hábitos de pensamento segundo Goldenberg (1998) conforme abordado no capítulo 2. Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o GeoGebra, promovem a realização de experimentos de pensamento e a criação de ocasiões que abrem novas possibilidades para o desenvolvimento dos hábitos de pensamento estabelecidos pelo pesquisador Goldenberg, pois envolve a manipulação direta com objetos na tela do computador. O pesquisador reconhece sete hábitos de pensamento matemático que devem ser trabalhados com os alunos a fim de possibilitar a construção do saber matemático. São eles:

- Visualização (HP-1).
- Reconhecer padrões ou invariantes (HP-2).
- Fazer experiências e explorações (HP-3).
- Pensar, demonstrar ideias, ser inventor (HP-4).
- Fazer conjecturas (HP-5).
- Descrever, formal e informalmente, relações e processos (HP-6).
- Raciocinar por continuidade (HP-7).

Sendo assim, nesse próximo momento, apresento recortes das construções realizadas pelos alunos no software GeoGebra a fim de compreender e elucidar como foi todo esse processo por meio dos hábitos de pensamentos de Goldenberg.

Primeiramente, como um todo, os alunos ficaram bem interessados em poder indicar as figuras que estavam visualizando na lousa interativa via GeoGebra. Além disso, estavam muito estimulados com o desafio de procurar as figuras geométricas e marcá-las.

Esta foi a primeira imagem trabalhada com os alunos e pode-se perceber alguns fatos bem interessantes (figura 6). Logo de início as figuras encontradas foram os quadriláteros assinalados, tanto o de cor laranja, quanto o de verde. Depois, acharam à figura de um triângulo dentro da letra A no muro laranja. Por fim, o aluno A quis marcar o 'brilho' que tinha perto da letra F na mureta laranja. Todavia, no primeiro momento ficou pensando em como poderia ser marcado, visto que para ele tinha formato de um círculo, mas não conseguia marcar perfeitamente com a opção 'polígono' no GeoGebra. Então, nesse momento, foi mostrada a opção de 'círculo dados centro e um de seus pontos', que permite que crie um círculo. O aluno utilizou essa função e marcou a figura, contudo não pareceu satisfeito, visto que não tinha ficado bem assinalado. Assim, o pesquisador indagou para a turma se haveria outra forma de marcar essa mesma figura ou que ficasse melhor evidenciada e pediu para que refletissem ao decorrer da atividade.

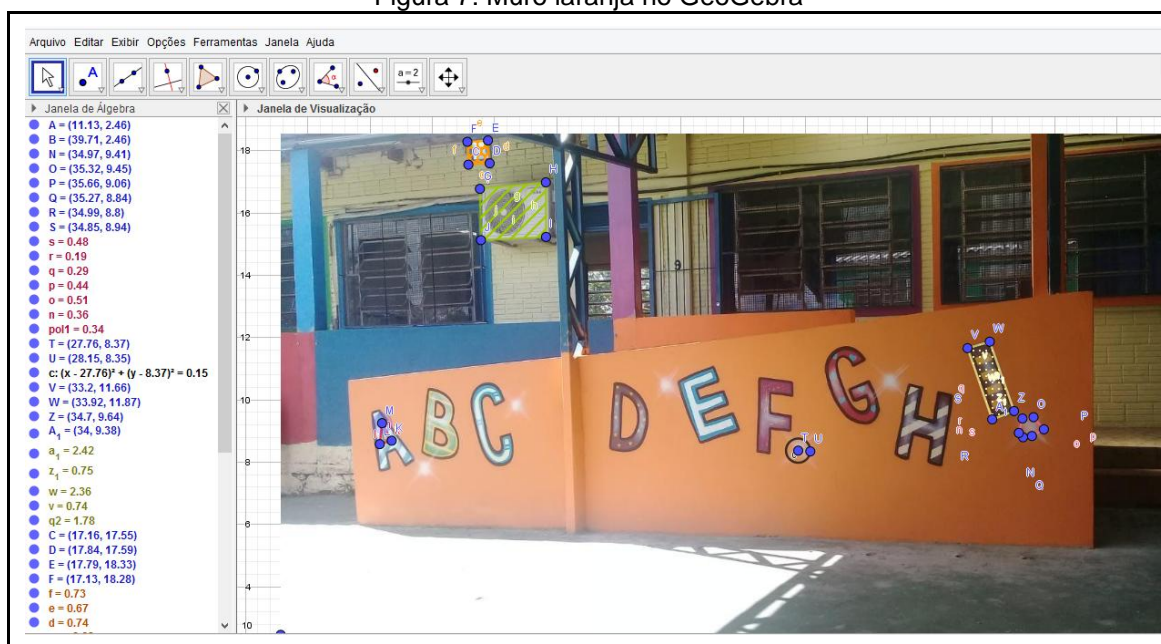
Figura 6: Muro laranja



Fonte: Arquivo pessoal

Em relação ao desenvolvimento dos hábitos de pensamento, como era uma figura com inúmeras possibilidades de perceber formas geométricas, podemos constatar que o grupo conseguiu visualizar as figuras que encontraram (HP-1); reconheceu os padrões dessas figuras geométricas (HP-2), principalmente quando o grupo identificava os quadriláteros e percebia que tinha uma estrutura em comum que foi os retângulos marcados; percebemos a presença do hábito de fazer experiências e explorações (HP-3) quando os alunos estavam manipulando as figuras encontradas na lousa interativa via GeoGebra; os alunos conseguiram pensar, demonstrar suas ideias que estavam refletindo por meio das marcações *touchscreen* na tela da lousa interativa (HP-4), descrever os processos que estavam fazendo (HP-6) e fazer conjecturas expondo o raciocínio lógico construído; Por fim, podemos relacionar também que como eles marcaram outros polígonos de mesmo formato, como por exemplo há mais de um retângulo na tela, eles continuaram raciocinando o que tinha realizado anteriormente (HP-7).

Figura 7: Muro laranja no GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Nessa figura acima, podemos visualizar como a interface do GeoGebra estava apresentada para os alunos e as marcações que fizeram dos polígonos por meio de pontos. Ademais, é válido notar que os alunos exploraram em mudar em 'propriedades' a cor e o preenchimento das figuras geométricas encontradas como aprendido na aula passada.

Esta imagem foi a primeira fotografia trabalhada no GeoGebra no Grupo B (Figura 8). O desenvolvimento da construção de figuras marcadas foi analogamente realizado com esse Grupo B. Por esse motivo, mesmo que em semanas diferentes, os grupos conseguiram compreender e desenvolver a atividade proposta pelo pesquisador. É interessante notar que mesmo com fotografias diferentes, os grupos conseguiram encontrar quadriláteros semelhantes.

Figura 8: Painel na entrada da escola



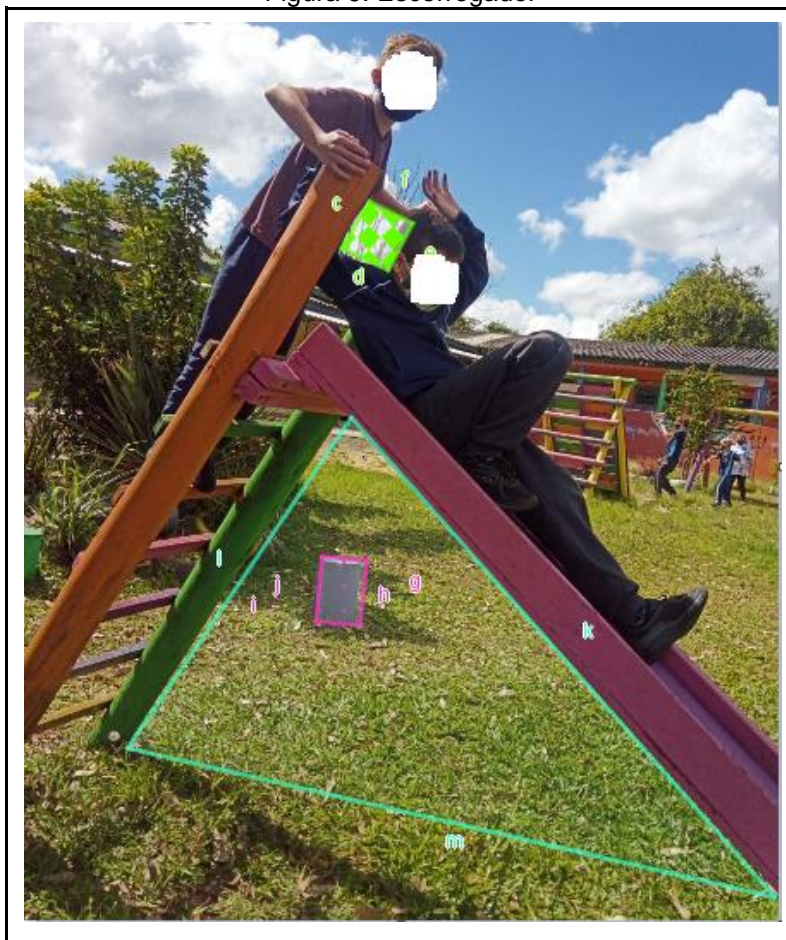
Fonte: Arquivo pessoal

É relevante destacar esta imagem (Figura 9), pois os alunos construíram o triângulo e os quadriláteros da mesma forma que anteriormente. Quando perguntado quais figuras geométricas eles conseguiam identificar, responderam o quadrado verde (pode-se não estar marcado tão precisamente, por causa da sensibilidade da lousa digital, mas é válido considerar como um quadrado) e o triângulo.

Entretanto, o aluno B chamou o quadrilátero rosa de cilindro (localizado no meio do escorregador), pelo fato de que sabia que o que foi fotografado era um cilindro. Nesse momento, o pesquisador perguntou para a turma qual figura

geométrica que eles achavam que era. Assim, gerou um novo debate em relação ao objeto na vida real, que é a ideia de ter três dimensões, com o objeto que aparece planificado nas imagens, que são em duas dimensões. Depois de uma conversa entre todos, os alunos chegaram à conclusão de que o objeto de fato é um cilindro, todavia quando está em uma imagem e a forma de que a figura foi marcada, ela é considerada um retângulo.

Figura 9: Escorregador



Fonte: Arquivo pessoal

Com isso, podemos perceber o processo da ideia de hábitos de pensamento, pois o aluno visualizou a figura que estava na imagem (HP-1); explorou as figuras, fez deduções sobre ela e percebeu se era válido ou não o que tinha conjecturado (HP-3, HP-4 e HP-5). Portanto, foi interessante notar que em pouco tempo de aprendizado, o aluno conseguiu perceber a diferença de um objeto de três e duas dimensões em comparação com a imagem coletada.

Nesta próxima modelagem geométrica (figura 10), os alunos marcaram os quadriláteros que visualizaram analogamente aos processos anteriores, mas surgiu a imagem do círculo novamente. Entretanto, diferentemente do momento inicial, pediu-se para pensar de alguma maneira para marcar sem ser utilizando a ferramenta 'círculo dados centro e um de seus pontos'.

Figura 10: Parede da sala da diretora



Fonte: Arquivo pessoal

No início, os alunos falaram que não tinha como marcar essa figura, pois só tinha 'traços retos' e não curvados como gostariam. O pesquisador abordou que tinha uma maneira de deixar bem próximo de um círculo 'perfeito' e assim ficaram refletindo sobre. O investigador sugeriu que um dos alunos marcasse essa figura utilizando a ferramenta de polígono da maneira que achasse pertinente. Assim, o aluno C foi à lousa interativa e marcou um polígono com cinco lados e, por conta disso, o polígono ficou bem distante da realidade que eles conheciam. Após uma nova conversa com os alunos, eles conseguiram chegar em uma conclusão sobre como marcar o círculo (Quadro 6).

Quadro 6: Diálogo sobre a construção do círculo.

Pesquisador: Muito bem, ficou um polígono com 5 lados. Mas será que tem como melhorar para ficar mais próximo de um círculo?

Todos os alunos: Sim!

Pesquisador: Tá, mas como? Alguém tem alguma ideia?

Aluno D: Ah, já sei! E se a gente marcasse uma figura com vários lados, muitos lados, iria ficar mais próximo de um círculo, não?

Pesquisador: Será mesmo? Por que tu acha isso?

Alunos D: Porque aí vai ter uma figura com vários lados e vai ficar tipo um círculo.

Pesquisador: Por favor, venha até a lousa para mostrar para a gente o que está pensando.

Fonte: Arquivo pessoal

Com isso, o aluno D foi até a lousa interativa e colocou vários pontos sobre a circunferência e depois foi ligando esses pontos com os segmentos de reta. Dessa maneira, todos os outros alunos concordaram com o que estava sendo feito e de fato ficou bem próximo de um círculo (Figura 10).

Por fim, o pesquisador indagou a turma perguntando se ainda poderia ser melhor marcada a figura, isto é, poderia se tornar mais próximo de um círculo e os alunos chegaram a uma conclusão (Quadro 7).

Quadro 7: Diálogo sobre a conclusão do círculo.

Aluno D: Sim, poderia ser mais próximo de um círculo.

Pesquisador: Como?

Aluno D: Se a gente colocasse os pontos mais próximos um do outro, então ficaria mais parecido com um círculo.

Pesquisador: Verdade, perfeito. Mas feito isso, poderia ficar mais próximo ainda de um círculo?

Alunos E: Sim, porque se a gente fizesse menor ainda entre os espaços ficaria 'mais perfeito' ainda.

Pesquisador: Sim, verdade. Então que podemos concluir?

Aluno D: Ah, já sei. Então quer dizer que o círculo na verdade é um figuras com inúmeros lados só que como é bem próximo nem dá pra ver que tem linhas 'retas', isso?!

Pesquisador: Perfeito!

Fonte: Arquivo pessoal

Dessa forma, após testar as hipóteses levantadas, podemos constatar que os alunos chegaram à conclusão de que o círculo é um polígono com infinitos lados. Assim, no que se refere aos hábitos do pensamento, os alunos visualizaram as figuras (HP-1); reconheceram um padrão (HP-2); pensaram e testaram suas ideias (HP-3 e HP-4); por fim, conseguiram raciocinar por continuidade chegando até o polígono de infinitos lados (HP-7).

Nesta imagem (Figura 11), foi a construção de pensamento do círculo no grupo B, que foi na semana posterior. Eles chegaram analogamente na mesma conclusão que o grupo A e ainda conseguiram testar alguns círculos até chegar em um 'mais perfeito' - como os alunos mencionaram. É relevante notar como a construção do passo a passo foi realizada para os alunos terem chegado nessa conclusão e como é importante haver a possibilidade de manipulação por parte dos alunos.

Figura 11: Twister



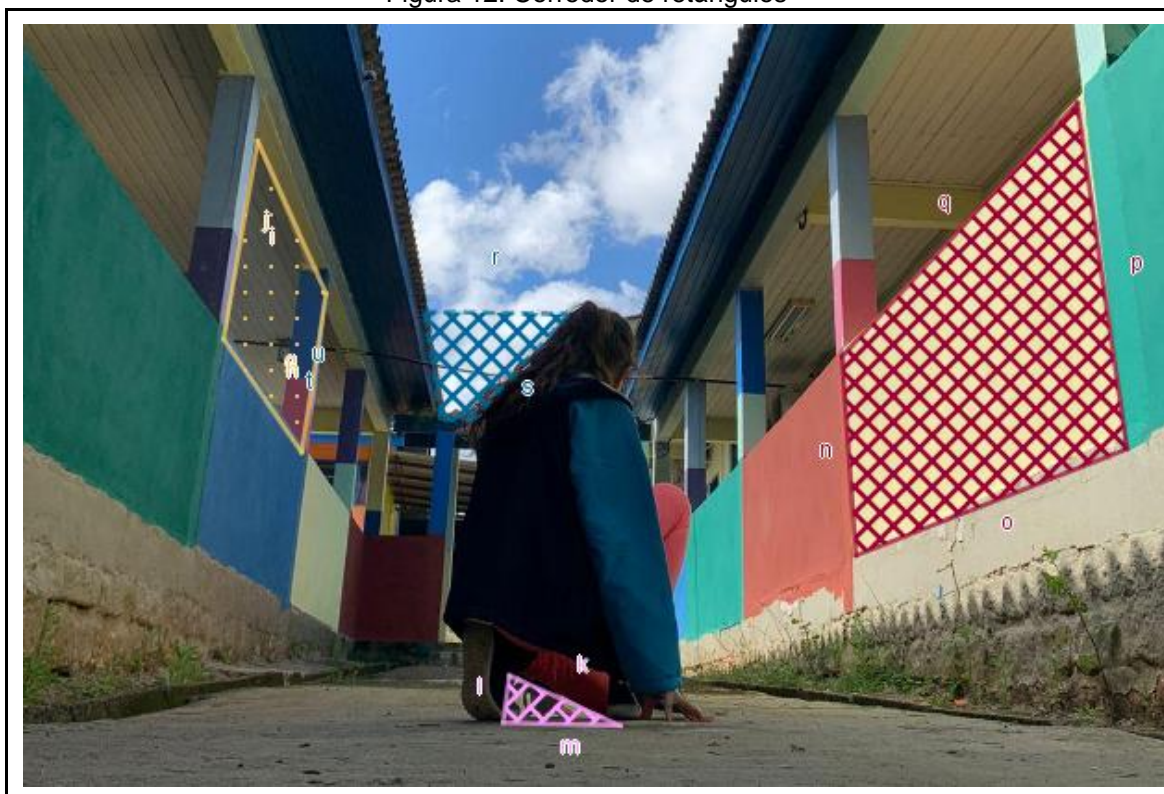
Fonte: Arquivo pessoal

A modelagem geométrica da próxima imagem coletada (Figura 12) é relevante para abordá-la, pois há a descoberta de uma nova figura geométrica que os alunos ainda não tinham mencionado. Nessa construção de figuras

geométricas, o aluno F produziu uma figura que inicialmente achava que era um paralelogramo por ter os lados ‘tortos’ de acordo com esse aluno. Por fim, com a ajuda do pesquisador e dos outros colegas, chegou-se à conclusão de que era um trapézio (o trapézio azul no céu). Os outros colegas também concordaram que era uma figura diferente das que eles tinham visualizado até então.

Além disso, foi interessante notar que nessa mesma imagem, os alunos a princípio tinham identificado os demais quadriláteros como retângulos, pois sabiam que tinham esse formato na escola. Todavia, foi indagado se na fotografia o que se tinha realmente era um retângulo. Após os alunos visualizarem, testarem e refletirem, perceberam que não havia um retângulo na imagem e isso acontecia por causa da inclinação em que a fotografia foi tirada. Portanto, dessa maneira, os alunos constataram que mesmo que soubessem qual era o formato do objeto na vida real, dependendo de como ficava a imagem no GeoGebra, poderia ser observada outra figura geométrica por causa da angulação da fotografia.

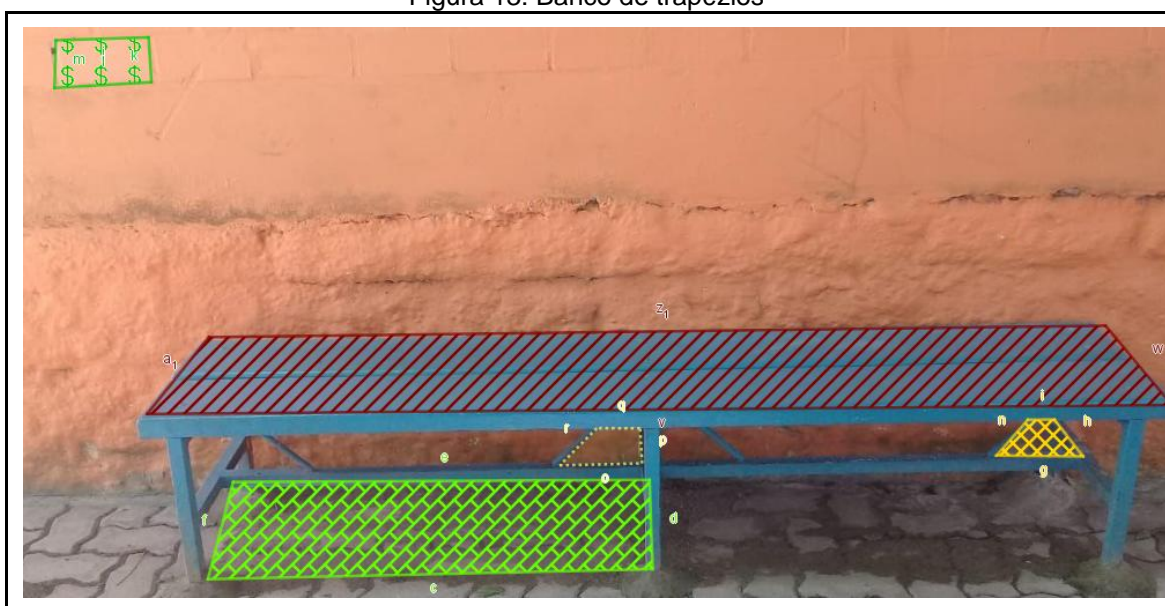
Figura 12: Corredor de retângulos



Fonte: Arquivo pessoal

A próxima imagem coletada trabalhada no GeoGebra foi desenvolvida logo após a descoberta da figura do trapézio e sobre a conversa de angulação em que a fotografia foi realizada. Foi interessante notar que logo em seguida que foi o trapézio, os alunos ficaram bem atentos a essa figura e praticamente só ela foi marcada nessa imagem (Figura 13). Outro ponto relevante é que eles sabiam que a parte de cima do banco era em forma retangular, mas que na fotografia a figura que se formava era um trapézio por causa da inclinação da câmera.

Figura 13: Banco de trapézios



Fonte: Arquivo pessoal

Esta fotografia foi capturada da tatuagem do braço do pesquisador (Figura 14). Na primeira atividade, o aluno G perguntou ao pesquisador se poderia tirar foto do seu braço, como a proposta de coleta de imagens era de maneira livre, então foi permitido. Foi interessante notar que mais uma vez os alunos marcaram o trapézio e além disso, na tatuagem foi feito um semicírculo. Em relação aos hábitos de pensamento, é interessante perceber como fica bem evidente a ideia de raciocinar por continuidade (HP-7), pois depois que foi descoberta a figura do trapézio os alunos ficaram mais atentos em representá-la.

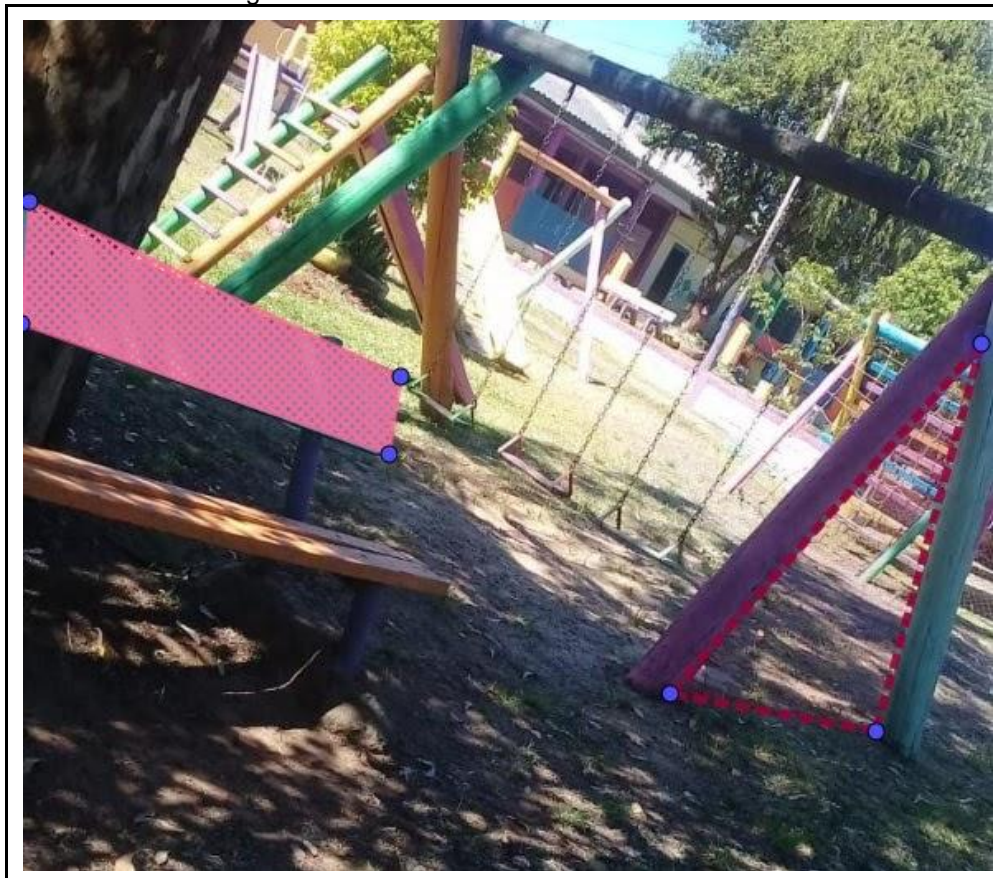
Figura 14: Tatuagem do pesquisador



Fonte: Arquivo pessoal

A imagem abaixo foi coletada na praça do pátio da escola e é interessante notar o quadrilátero marcado em cor rosa no GeoGebra. No primeiro momento, os alunos caracterizaram a figura como um retângulo, contudo foi perguntado qual imagem eles estavam visualizando e não a forma que eles sabiam que tinha. Assim, depois disso, os alunos se lembraram que a figura marcada era na verdade um paralelogramo, pois de acordo com eles, era um retângulo “meio caído”. É relevante ver como eles identificaram essa figura de acordo com as referências de hábitos de pensamentos. Podemos perceber alguns desses hábitos, como, por exemplo, o HP-3 e principalmente o HP-6, que é sobre descrever a figura da forma que eles interpretam seja de maneira formal, seja de maneira informal.

Figura 15: Trabalho desenvolvido no GeoGebra



Fonte: Arquivo pessoal

Portanto, nesta terceira atividade, teve como propósito o desenvolvimento dos hábitos de pensamento segundo o embasamento teórico de Goldenberg (1998). Podemos perceber de forma evidente como se construiu cada processo e como é relevante essa perspectiva para a aprendizagem matemática. Dessa forma, destacamos como os alunos puderam construir as figuras geométricas no GeoGebra expandindo a cada etapa os hábitos de pensamento.

Além disso, corroborando com Meier (2012), fazer conexões com a realidade motiva o aluno a explorar o que está a sua volta. Com isso, no momento que os alunos uniram as fotografias que eles mesmo coletaram do lugar que estão no cotidiano, há uma maior potencialidade de aprendizagem matemática, visto que o aluno não vê como um conteúdo distante dele.

Outro ponto relevante, é a importância da utilização de novas tecnologias. Nesse caso, a utilização do software GeoGebra na lousa interativa

da sala de vídeo da escola foi essencial para a produção do saber matemático. Assim, como Papert (1994) aborda, o uso do computador pode trazer novas possibilidades na aprendizagem, pois o indivíduo pode explorar, manipular e testar o que está pensando, bem como foi realizado nesta atividade.

4.4 Atividade 4

O quarto encontro tinha como finalidade retomar o que tinha sido feito e abordar as figuras geométricas encontradas a partir das produções realizadas na última aula por meio do software GeoGebra. Sendo assim, a aula foi realizada na sala de aula dos alunos, como estão acostumados. A ideia era trabalhar as propriedades das figuras marcadas no GeoGebra para poder saber o que caracteriza para diferenciar uma figura da outra.

No momento inicial da aula foi perguntado quais foram as figuras geométricas encontradas no total de todas as atividades. Foram listadas as seguintes formas geométricas: triângulo, retângulo, quadrado, trapézio, paralelogramo e círculo. Assim, foi visto com os alunos as principais diferenças entre elas. Logo no início da conversa foi construído com o aluno a diferença de um quadrado para o retângulo. Acredito que seja pertinente mostrar o diálogo com o Aluno L, dessa forma, apresento o recorte da conversa (Quadro 8).

Quadro 8: Diálogo sobre o quadrado e o retângulo.

Aluno L: Sor, então deixa eu ver se entendi, para ser retângulo tem que ter o canto em forma de 'L', isso?!

Pesquisador: De fato, isso caracteriza um retângulo.

Aluno L: Tá, mas então o quadrado também tem essa forma. Isso?!

Pesquisador: Sim, verdade.

Alunos L: Tá, então olha só, quer dizer que todo o quadrado é um retângulo, isso?!

Pesquisador: Sim, perfeito. Mas todo retângulo é um quadrado?

Aluno L: Não, porque não tem todos os retângulos têm os lados iguais!

Pesquisador: Muito bem! Perfeito!

Fonte: Arquivo pessoal

Com isso, no primeiro momento, foi interessante notar como o aluno caracteriza as figuras com o seu modo de falar, pois mesmo de maneira informal, foi possível compreender o que ele estava querendo dizer. Além disso, os outros colegas conseguiram perceber também o que o aluno L estava dizendo, pois além de falar, ele gesticulou com as mãos o formato do ângulo.

Outra figura que eles definiram de maneira informal, mas que acharam mais fácil de compreender após a explicação, foi a figura do trapézio. Alguns colegas caracterizaram a figura como uma roupa, que seria a saia, e outros colegas falaram que seria um triângulo só que sem a ponta. Nesse dia, um dos alunos tinha faltado à aula anterior e assim não tinha visto a figura do trapézio. Quando foi falado o nome da figura, ele ainda não sabia como era. Antes do pesquisador desenhar no quadro, um dos colegas falou que seria como uma saia ou como um triângulo sem ponta e, no mesmo momento, o aluno compreendeu como era a figura.

Ademais, foi levantada a ideia novamente do círculo ser uma figura com infinitos lados. Portanto, é relevante notar como os alunos identificam essas figuras seja de maneira formal, seja de maneira informal. Outro ponto bastante notório é perceber como o aluno é estimulado a aprender a partir do momento que eles exploram por si só essas figuras, pois assim, parafraseando Papert (1994) os alunos farão o melhor descobrindo por si mesmos.

4.5 Atividade 5

Neste quinto, e último, encontro o objetivo da aula era fazer com que os alunos apresentassem o projeto que desenvolveram, isto é, apresentar para os colegas, professora titular e pesquisador as figuras encontradas e marcadas no GeoGebra. Esse encontro ocorreu na sala de vídeo, visto que poderia ser apresentado na lousa digital as figuras construídas no software.

Todos os grupos apresentaram o trabalho desenvolvido no GeoGebra. Começaram falando pelo lugar da escola que tiraram as fotografias e quais figuras identificadas que foram marcadas. As figuras que mais tiveram

destaques foram o trapézio e o círculo. O primeiro, pelo fato de que a maioria das imagens coletadas não se tinha um trapézio na vida real; entretanto, quando marcado em um plano de duas dimensões, que é a fotografia, e dependendo da inclinação que foi tirada, podemos visualizar claramente um trapézio. O círculo, pelo fato de que, inicialmente, mesmo com a opção de círculo no GeoGebra, ainda não ficava marcada como os alunos gostariam. Todavia, após ser marcado como um polígono de inúmeros lados, a figura ficava melhor evidenciada.

Além disso, outro fato interessante na hora da apresentação é que os alunos conseguiram visualizar muito mais figuras nas imagens coletadas. Mesmo que não tivessem sido marcadas anteriormente, os alunos mencionaram que havia mais um monte de figuras geométricas que poderia ter sido marcada. Dessa maneira, estavam relacionando o saber matemático com o espaço geográfico de suas vivências. Por fim, pode-se constatar o hábito de pensamento matemático de raciocinar por continuidade (HP-7), pelo fato de que mesmo após o fim do raciocínio construído nas atividades anteriores, os alunos tiveram condições de dar seguimento por si só, mesmo não havendo nenhuma marcação de figuras geométricas no GeoGebra.

4.6 Resultados

Depois de analisar os dados coletados desse experimento prático da investigação, relatamos nesta parte os seus resultados, bem como algumas considerações sobre como essa pesquisa foi aplicada.

Durante a organização da investigação, houve ocasiões que ficamos em dúvida em como abordar as atividades do conteúdo proposto, pelo fato de que como é uma turma do quinto ano do ensino fundamental I, eles ainda não têm as disciplinas bem definidas. Todavia, os alunos mostraram-se muito aptos para as atividades e muito interessados - acima da expectativa do pesquisador.

Um dos motivos para esse interesse, acreditamos que seja a utilização de tecnologias digitais para o aprendizado, visto que os alunos não estavam

acostumados com essa dinâmica. Dessa forma, atribuímos esse interesse inesperado à utilização dos celulares *smartphones* e do software GeoGebra. Respectivamente, o primeiro, pois proporcionar o uso do celular para capturar fotografias para a aprendizagem em sala de aula foi uma atividade que os alunos não estavam esperando; o segundo, porque com a utilização do GeoGebra viabilizou a manipulação das figuras geométricas, essa interação foi muito edificante para a construção do pensamento matemático.

Portanto, a partir das sucessivas atividades realizadas, é válido ressaltar que o trabalho desenvolvido foi importante para a aprendizagem do conteúdo de Geometria Plana. A participação dos alunos, também, foi essencial para a construção do saber matemático. Por fim, o GeoGebra apresenta novas possibilidades para a exploração dos pensamentos dos alunos, assim, pode-se afirmar que ocorreram ganhos significativos na aprendizagem desses alunos, visto que eles tornam-se o agente principal do processo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O foco dessa investigação era buscar fundamentos de como a utilização do software GeoGebra pode potencializar o desenvolvimento na aprendizagem de formas geométricas por hábitos de pensamento no quinto ano do Ensino Fundamental. Por esse motivo, foi planejada e realizada uma sucessão de atividades a fim de mostrar como a construção do saber matemático e a aprendizagem desses alunos se apresentam quando utilizamos a tecnologia digital para a elaboração do conhecimento geométrico.

A partir da análise de dados do capítulo anterior, podemos concluir que o uso do software GeoGebra na aprendizagem de Geometria Plana foi de forma satisfatória. Foi possível evidenciar e identificar as potencialidades que o software contribui para a construção do saber matemático. Além disso, podemos perceber em relação aos alunos que eles mostraram constantes progressos no desenvolvimento geométrico a cada etapa das atividades, estabelecendo relações com o cotidiano e o conteúdo de matemática.

Outro fator interessante, que é válido ressaltar, foi a utilização de vários espaços da escola para a realização das atividades. Assim, podemos afirmar que usufruímos boa parte do que a escola pode proporcionar e não somente ficar restrito a sala de aula. Isso corroborou para os alunos gostarem das atividades propostas, pois se tornaram atividades mais dinâmicas. Assim, os alunos se motivaram a explorar as situações propostas por si só, o que traz benefícios no momento da aprendizagem.

Fazer conexão com a realidade do aluno se mostrou imprescindível para a construção do pensamento Geométrico com os alunos. No início da investigação, os alunos relataram que havia matemática no cotidiano, porém somente restrito a números. Com essas atividades, os alunos ressignificaram seu pensamento na perspectiva matemática, pelo fato de que a partir da atividade realizada conseguiram visualizar as inúmeras formas geométricas presentes em suas vivências.

Enfatizamos, também, que por meio das atividades de geometria no software GeoGebra foi possível desenvolver os hábitos de pensamento matemático em alunos do quinto ano do Ensino Fundamental. O ambiente de geometria dinâmica foi fator essencial para o êxito dessa atividade, pois assim os alunos conseguiram desenhar à mão livre o que estavam visualizando (HP-1); as tentativas de identificar um padrão nas figuras geométricas (HP-2); explorar e manusear seus experimentos (HP-3); o momento em que marcavam essas novas figuras geométricas (HP-4); Na formação de descrever os processos (HP-6) e deduzir para ver se é válido ou não o que estão pensando (HP-5); e, finalmente, dar seguimento em outros processos matemáticos (HP-7);

Conforme foi transcorrendo a prática da pesquisa, percebemos uma crescente evolução na adaptação dos alunos no software GeoGebra e como pode abrir novas possibilidades para a aprendizagem de Geometria. A utilização dessa tecnologia pode abordar uma perspectiva dinâmica, pois dessa forma, permite que o aluno veja de forma concreta o que está pensando e, além disso, pode manipular para testar suas conjecturas. Com isso, destacamos que se pode perceber como os alunos apresentam maior facilidade em comunicar suas ideias, assim se envolvendo mais com as atividades e desenvolvendo o hábito de criar e ser inventor (HP-4).

Então, com a realização das atividades, podemos mostrar vários fatores com que o software GeoGebra pode potencializar a aprendizagem de Geometria Plana. Dessa maneira, esta investigação nos mostra como é fundamental a utilização de tecnologias digitais para a construção do saber matemático. Portanto, além de ser uma pesquisa de trabalho de conclusão de curso, o presente trabalho almeja, mesmo que implicitamente, instigar os docentes a exercitar uma reflexão sobre as práticas pedagógicas na formação dos alunos.

Por fim, com essa pesquisa realizada, foi muito gratificante ver que em pouco tempo houve um crescimento exponencial dos alunos em questão de aprendizagem matemática. Além disso, significou muito para mim em relação a

eu ser professor, pelo fato de que foi um momento de muita aprendizagem e experiência. Dessa forma, a cada atividade matemática com os alunos em sala de aula corrobora que de fato estou na profissão certa que escolhi para inúmeros anos decorrentes da minha jornada de vida.

6. REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. et al. In: BORBA, M; ARAUJO, J. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012, 144p

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. 98p.

CAITANO, L. **Representando o espaço em uma folha de papel ou na tela de um computador: um estudo sobre a perspectiva cônica através do software GeoGebra**. Trabalho de Conclusão de Curso (Ensino de Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

CARMO, A. M. **O GeoGebra permeando o ensino de volume de sólidos**. Dissertação de Mestrado (Ensino de Matemática) - Universidade do Estado do Pará, Belém, 2019. Disponível em <https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/571247>.

DINIZ, J. F. S **GEOGEBRA: uma ferramenta dinâmica na aprendizagem da Geometria no Ensino Básico**. Dissertação de Mestrado (Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2016. Disponível em <http://tedebc.ufma.br:8080/jspui/handle/tede/1608?mode=full>.

GOLDENBERG, E. P. (1998). **“Hábitos de pensamento” um princípio organizador para o currículo**. Educação e Matemática.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado (Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>.

LAGE, M. **Mobilização de formas de pensamento matemático no estudo de transformações geométricas**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática. Belo Horizonte, PUCMINAS, 2008.

MEIER, M. **Modelagem geométrica e o desenvolvimento do pensamento matemático no Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado (Ensino de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/54727>.

PAPERT, S.A **Máquina das Crianças**: Repensando a Escola na Era da Informática, ARTMED EDITORA S.A. Porto Alegre, 1994. 220p.

PEREIRA, L. A. **Geometria Dinâmica na resolução de questão da OBMEP**. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2016, Curitiba, Paraná. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

ROCCO, M. L. **Potencialidades no estudo de funções de duas variáveis com o software GeoGebra no Ensino Médio**. Trabalho de Conclusão de Curso (Ensino de Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2019.

7. APÊNDICES

7.1 Apêndice A



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA



Porto Alegre, 1 de outubro de 2021.

Prezada Professora Sonia Maria da Silva
Diretora da Escola Municipal de Ensino Fundamental Vila Neópolis

O aluno Thiago Ossamu Uchiumi, atualmente é graduando regularmente matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.


Como parte das exigências do Departamento de Matemática Pura e Aplicada para obtenção do título de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, o graduando está desenvolvendo um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). O TCC produzido deve resultar em material didático de qualidade que possa ser utilizado por outros professores e estudantes de Matemática. Neste sentido, torna-se importante realizar experimentos educacionais e, por esta razão, estamos solicitando a sua autorização para que este trabalho possa ser desenvolvido na escola sob sua Direção.

Em caso de manifestação de sua concordância, por favor, registre sua ciência ao final deste documento, o qual está sendo encaminhado em duas vias.

Enquanto pesquisador e professor responsável pela orientação do desenvolvimento do TCC pelo graduando, reitero nosso compromisso ético com os sujeitos dessa pesquisa colocando-nos à disposição para quaisquer esclarecimentos durante e após a realização da coleta de dados.

Agradecemos a sua atenção.

Cordialmente,



Marcus Vitoricus de Azevedo Basso
Professor do Departamento de Matemática Pura e Aplicada

7.2 Apêndice B



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA



TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, _____, R.G. _____, responsável pelo(a) aluno(a) _____, da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada **Perspectiva Geométrica Espacial: uma abordagem via GeoGebra**, desenvolvida pelo pesquisador Thiago Ossamu Uchlumi. Foi informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Vinícius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Foi informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Oportunizar os alunos a terem o contato com o software GeoGebra para melhor compreensão no espaço inserido.
- Analisar as potencialidades que esse software auxilia para o aprendizado em geometria plana e espacial.;
- Investigar e explorar os conhecimentos dos alunos participantes e comparar com os resultados desenvolvidos na pesquisa.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de seu nome e pela idade.

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante a participação do(a) aluno(a), autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos 5 anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre a construção de conceitos geométricos, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51)99103.5799/e-mail ossamuuchimi@gmail.com.


Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone (55)(51)3308.3738 e e-mail etica@propesq.ufrgs.br.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a)Aluno(a):

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa: 

7.3 Apêndice C



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA



TERMO DE ASSENTIMENTO

Eu, _____, R.G. _____, aluno(a) da turma _____, declaro, por meio deste termo, que concordei em participar da pesquisa intitulada **Perspectiva Geométrica Espacial: uma abordagem via GeoGebra**, desenvolvida pelo pesquisador Thiago Ossamu Uchlum. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, por meio do e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que minha participação não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Oportunizar os alunos a terem o contato com o software GeoGebra para melhor compreensão no espaço inserido.
- Analisar as potencialidades que esse software auxilia para o aprendizado em geometria plana e espacial.;
- Investigar e explorar os conhecimentos dos alunos participantes e comparar com os resultados desenvolvidos na pesquisa.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas serão apenas em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.), identificadas apenas pela inicial de meu nome e pela minha idade.

Minha colaboração se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que serei observado(a) e minha produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. No caso de fotos ou filmagens, obtidas durante minha participação, autorizo que sejam utilizadas em atividades acadêmicas, tais como artigos científicos, palestras, seminários etc, sem identificação. Esses dados ficarão armazenados por pelo menos cinco anos após o término da investigação.

Cabe ressaltar que a participação nesta pesquisa não infringe as normas legais e éticas. No entanto, poderá ocasionar algum constrangimento dos entrevistados ao precisarem responder a algumas perguntas sobre o desenvolvimento de seu trabalho na escola. A fim de amenizar este desconforto será mantido o anonimato das entrevistas. Além disso, asseguramos que o estudante poderá deixar de participar da investigação a qualquer momento, caso não se sinta confortável com alguma situação

Como benefícios, esperamos com este estudo, produzir informações importantes sobre a construção de conceitos geométricos, a fim de que o conhecimento construído possa trazer contribuições relevantes para a área educacional.

Minha colaboração se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar o(a) pesquisador(a) responsável no telefone (51)99103.5799/e-mail ossamuuchimi@gmail.com.

Qualquer dúvida quanto a procedimentos éticos também pode ser sanada com o Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av. Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e email etica@propesq.ufrgs.br

Fui ainda informado(a) de que poderei me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Porto Alegre, ____ de _____ de _____.

Assinatura do(a)Aluno(a):

Assinatura do(a) pesquisador(a):

Assinatura do Orientador da pesquisa:

