

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

**RPN-Toolbox: uma ferramenta para o  
desenvolvimento de estruturas de controle**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Luciano André Farina

**Porto Alegre**

**2000**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

# **RPN-Toolbox: uma ferramenta para o desenvolvimento de estruturas de controle**

Luciano André Farina

Dissertação de Mestrado apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia

Área de concentração: Controle de Processos

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Jorge Otávio Trierweiler**

**Co-orientador:**  
**Prof. Dr. Argimiro Resende Secchi**

**Porto Alegre**

**2000**

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA QUÍMICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA QUÍMICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação *RPN-Toolbox: uma ferramenta para o desenvolvimento de estruturas de controle*, elaborada por Luciano André Farina, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia.

Comissão Examinadora:

---

Prof. Dr. Amit Bhaya

---

Prof. Dr. João Manoel Gomes da Silva Jr.

---

Dr. Oscar Rotava

*“Todos os homens sonham, mas não da  
mesma maneira. Existem aqueles que  
têm seus sonhos à noite, nos recônditos  
de suas mentes e, ao despertar, pela  
manhã, descobrem que tudo aquilo era  
bobagem. Perigosos são os homens que  
sonham de dia, porque são capazes de  
viver seus sonhos de olhos abertos,  
dispostos a torná-los realidade”*

Lawrence da Arábia

*“Cem vezes por dia eu me lembro que minha vida  
interior e minha vida exterior dependem do trabalho  
que outros homens estão fazendo agora. Por causa  
disso, preciso me esforçar para retribuir pelo menos  
uma parte dessa generosidade - e não posso deixar  
nenhum minuto vazio”*

Albert Einstein

*“Se as coisas são intangíveis... ora!  
Não é motivo para não querê-las.  
Que triste o caminho não fora  
a distante presença das estrelas...”*

Mário Quintana

## Agradecimentos

Durante este ano, creio ter atingido um grande crescimento profissional e pessoal, ampliando meus horizontes e alcançando o grau de Mestre em Engenharia, mas certamente meu nome não deveria estar sozinho na capa desta dissertação, pois várias pessoas colaboraram, das mais diversas formas, para a conclusão deste trabalho.

Em primeiro lugar quero agradecer ao professor Jorge Trierweiler, por confiar em meu potencial, oferecendo-me a oportunidade de realizar este trabalho, e por ter realmente sido um orientador (segundo o Aurélio, ‘aquele que dirige, orienta, aconselha’) e ao professor Argimiro Secchi, pela indispensável colaboração e co-orientação.

A infra-estrutura oferecida pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul e o apoio financeiro provindo das empresas COPENE e COPESUL foram também fundamentais para o desempenho deste trabalho.

Quero agradecer aos meus pais, pela compreensão e incentivo, tendo de aceitar minha ausência em tantos momentos. Além disso, por terem ainda ‘tentado’ entender meu trabalho com tanta dedicação, devo um especial agradecimento à minha irmã Bárbara e à minha grande parceira Astrid, pelo carinho, amizade e compreensão.

Ao pessoal do LASIM/LACIP, devo grande parte deste trabalho. Muitas das boas idéias para a dissertação surgiram nos fóruns ou mesmo a partir da simples convivência diária. Tenho de citar explicitamente os amigos Leandro, Christian, Maurício, Simone, Gustavo e Gabriela. Também não posso esquecer dos amigos do mestrado, Bianca, Fernanda, Clauren, Laura, Cristina e Gaspar, que tornaram mais fácil e agradável o ano que passou.

A todos que participaram direta ou indiretamente deste trabalho, o meu profundo agradecimento, em especial aos amigos Felipe, Débora e Marina, e aos ‘meus’ bolsistas Abech e Rita.

## Resumo

A literatura disponível na área de controle de processos químicos tem dado pouca atenção para o problema da seleção de estruturas de controle, entretanto a correta escolha das variáveis controladas e manipuladas, assim como os seus pareamentos, é tão ou mesmo mais importante que o projeto do controlador propriamente dito, pois esta etapa define o desempenho alcançável para o sistema em malha fechada.

Esta dissertação explora vários aspectos genéricos do controle de processos com o objetivo de introduzir os principais pontos da metodologia RPN, um método sistemático que, através de índices baseados em sólidos fundamentos matemáticos, permite avaliar o projeto de controle como um todo. O índice RPN (Número de Desempenho Robusto) indica quão potencialmente difícil é, para um dado sistema, alcançar o desempenho desejado.

O produto final desse trabalho é o RPN-Toolbox, a implementação das rotinas da metodologia RPN em ambiente MATLAB<sup>®</sup> com o intuito de torná-la acessível a qualquer profissional da área de controle de processos. O RPN-Toolbox permite que todas as rotinas necessárias para proceder a análise RPN de controlabilidade sejam executadas através de comandos de linha ou utilizando uma interface gráfica.

Além do desenvolvimento das rotinas para o toolbox, foi realizado um estudo do problema de controle denominado processo Tennessee-Eastman. Foi desenvolvida uma estrutura de controle para a unidade e esta foi comparada, de modo sistemático, através da metodologia RPN e de simulações dinâmicas, com outras soluções apresentadas na literatura. A partir do índice concluiu-se que a estrutura proposta é tão boa quanto a melhor das estruturas da literatura e a partir de simulações dinâmicas do processo frente a diversos distúrbios, a estrutura proposta foi a que apresentou melhores resultados.

## **Abstract**

The chemical process control literature has paid little attention to control structure design (CSD), although an appropriate selection and pairing of the controlled and manipulated variables is at least so important as the controller design step, since on CSD the attainable closed loop performance is defined.

This dissertation explores many general aspects of process control explored by the RPN methodology, which is based on the Robust Performance Number (RPN) concept. This number indicates how potentially difficult it is for a given system to achieve the desired performance robustly. The RPN reflects both the attainable performance of a system and its degree of directionality.

The final product of this work is the RPN-Toolbox for MATLAB<sup>®</sup>. The RPN-Toolbox makes RPN methodology accessible to any process control engineering and can be used by command lines as well as by a graphical user interface (GUI) specially developed for the toolbox.

A new control structure for the Tennessee-Eastman benchmark problem is proposed. The RPN criterion and dynamic simulations are used to compare the proposed control structure with other ones published in the literature. Based on the RPN analysis, it can be concluded that the proposed control structure is as so good as the best published control structure. This conclusion is confirmed by dynamic simulations performed for all possible process disturbances.

# Sumário

<b>Capítulo 1 - Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 Controle automático de processos – breve histórico.....	2
1.2 Técnicas clássicas de controle de processos .....	4
1.2.1 Configurações de controle .....	4
Configuração de controle feedback .....	4
Configuração de controle feedforward .....	5
1.2.2 Controle descentralizado e desacopladores .....	5
1.3 Hierarquia de controle.....	6
1.4 Projeto de controle e estrutura de controle .....	7
1.5 Análise quantitativa da controlabilidade.....	9
1.6 Estrutura da dissertação .....	9
<b>Capítulo 2 - Conceitos básicos para a análise de sistemas de controle.....</b>	<b>11</b>
2.1 Representação de sistemas feedback .....	11
2.1.1 Representação de um sistema feedback na forma de diagrama de blocos....	12
2.1.2 Modos de representação de sistemas lineares .....	14
Representação de sistemas lineares invariantes no tempo .....	14
2.2 Relações fundamentais para sistemas em malha fechada .....	15
Caracterização de respostas no domínio do tempo .....	18
2.3 Estabilidade de sistemas de controle.....	21
2.3.1 Pólos e zeros de transmissão de um sistema multivariável.....	21
Zeros de transmissão.....	21
Pólos multivariáveis.....	23
2.3.2 Direcionalidade de um sistema .....	23
2.3.3 Estabilidade.....	24
Estabilidade interna.....	24
2.3.4 Análise da estabilidade robusta.....	25
<b>Capítulo 3 - Ferramentas e heurísticas para o projeto de controle .....</b>	<b>29</b>
3.1 Regras heurísticas para a seleção de estruturas de controle.....	29
Seleção de variáveis controladas .....	30
Seleção de variáveis manipuladas.....	31
Construção das malhas de controle.....	31
3.2 Ferramentas para a análise da controlabilidade .....	31
3.2.1 RGA – Matriz de Ganhos Relativos .....	32
3.2.2 Condicionamento e condicionamento mínimo .....	34
Matrizes de escalonamento mínimo para sistemas 2×2.....	36
Solução numérica utilizando o banda superior para $\mu$ .....	36
Solução numérica utilizando a aproximação LMI.....	37
3.2.3 Relação entre o condicionamento mínimo e o RGA .....	38
3.2.4 Outros métodos .....	39
Índice de Nierdlinski.....	39
MRI – Índice de Resiliência de Morari.....	40



<b>Capítulo 4 - Metodologia RPN .....</b>	<b>41</b>
4.1 RPN – Número de Desempenho Robusto.....	41
4.2 Algoritmo para determinação do RPN.....	43
4.3 Entrada de dados do modelo e cálculos preliminares .....	44
4.4 Definição do desempenho do sistema.....	44
4.4.1 Especificação do desempenho desejado .....	45
4.4.2 Fatores limitantes do desempenho .....	45
Limitações impostas pelo ruído na medida.....	46
Limitações impostas por saturação das variáveis manipuladas .....	47
Limitações impostas pela presença de fase não mínima.....	47
4.4.3 Determinação do desempenho alcançável .....	47
Fatoração de sistemas – fatoração de Blaschke .....	47
4.5 Função peso RPN.....	52
4.6 Potencialidades da metodologia RPN.....	53
Projeto de controladores multivariáveis estruturados de baixa ordem .....	53
<b>Capítulo 5 - RPN-Toolbox .....</b>	<b>57</b>
5.1 Aspectos genéricos.....	57
5.1.1 Vantagens oferecidas pelo Control System Toolbox .....	58
Representação simbólica de modelos de sistemas lineares de diversas	
maneiras e interconversão entre elas.....	58
Operações com os modelos LTI.....	58
Visualizações gráficas utilizando o Toolbox .....	59
5.1.2 Carregamento de dados.....	59
5.1.3 Organização dos dados em estruturas .....	59
5.1.4 Ferramentas de análise .....	61
5.1.5 Definição do desempenho desejado .....	62
5.2 Comandos de linha.....	64
Inicialização da estrutura para os sistemas .....	64
Cálculo do condicionamento mínimo .....	64
Definição do desempenho desejado .....	65
Determinação do desempenho alcançável .....	66
Cálculo do RPN e do $RPN_{LR}$ .....	66
5.3 Interface gráfica .....	67
Carregamento de dados.....	68
Edição de sistemas e criação de sub-sistemas.....	68
Utilização das ferramentas primárias de análise .....	69
Especificação do desempenho desejado .....	71
Cálculo do RPN .....	71
<b>Capítulo 6 - Estudo de caso – Problema de Controle da Tennessee-</b>	
<b>Eastman .....</b>	<b>73</b>
6.1 Descrição do processo.....	74
6.2 Diferentes estruturas apresentadas na literatura.....	77
Estrutura EC_1 - McAvoy e Ye.....	77
Estrutura EC_2 – Luyben, Tyréus e Luyben .....	78
Estrutura EC_3 – Banerjee e Arkun.....	78
Estrutura EC_4 – Ng e Stephanopoulos.....	79

6.3 Proposição da nova estrutura .....	80
Pontos fundamentais para a definição da estrutura.....	80
Descrição das malhas de controle .....	81
6.4 Comparação entre as estruturas .....	83
6.4.1 Comparação através da metodologia RPN .....	84
6.4.2 Comparação através de simulações dinâmicas .....	92
<b>Capítulo 7 - Conclusões e trabalhos futuros .....</b>	<b>101</b>
<b>Apêndice A - Interface para a seleção de estruturas de controle .....</b>	<b>105</b>
<b>Apêndice B - Resultados da simulação para o processo Tennessee- Eastman .....</b>	<b>111</b>
<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>119</b>
<b>Anexo - Artigo submetido a publicação no Latin American Applied Research.....</b>	<b>123</b>

# Lista de figuras

<b>Figura 1.1:</b>	Configuração de controle feedback .....	4
<b>Figura 1.2:</b>	Configuração de controle feedforward. ....	5
<b>Figura 1.3:</b>	Hierarquia de controle típica nos processos industriais. ....	6
<b>Figura 1.4:</b>	Representação esquemática do conjunto projeto de processo – projeto de controle.....	8
<b>Figura 2.1:</b>	Malha feedback padrão .....	12
<b>Figura 2.2:</b>	Diferentes representações dos distúrbios de processo e na carga. ....	13
<b>Figura 2.3:</b>	Configuração de controle feedback com dois graus de liberdade.....	13
<b>Figura 2.4:</b>	Configuração de controle feedback com um grau de liberdade.....	13
<b>Figura 2.5:</b>	Formas típicas para as funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade em função da frequência. ....	17
<b>Figura 2.6:</b>	Resposta de uma função de transferência de primeira ordem sem offset a um degrau unitário no setpoint. As características deste tipo de resposta são evidenciadas. ....	19
<b>Figura 2.7:</b>	Influência do fator de amortecimento $\zeta$ nas respostas do sistema no domínio do tempo (a) e no domínio da frequência (b). ....	20
<b>Figura 2.8:</b>	Principais características de uma resposta no domínio do tempo a um degrau unitário no setpoint para um sistema de segunda ordem .....	20
<b>Figura 2.9:</b>	Configuração feedback para análise da estabilidade interna. ....	25
<b>Figura 2.10:</b>	Representação das incertezas multiplicativas na entrada e na saída da planta de um sistema com um grau de liberdade. ....	27
<b>Figura 3.1:</b>	Malhas aberta (a) e semi-fechada (b), para a definição da matriz do RGA.....	32
<b>Figura 4.1:</b>	Algoritmo da metodologia para determinação do RPN e do $RPN_{LR}$ . ....	43
<b>Figura 4.2:</b>	Configuração feedback padrão com a representação da função complementar de sensibilidade. ....	45
<b>Figura 4.3:</b>	Comparação entre as funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade e a função peso RPN. ....	53
<b>Figura 4.4:</b>	Metodologia para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem baseada no RPN. ....	56
<b>Figura 5.1:</b>	Representação esquemática da estrutura de dados para os sistemas.....	60
<b>Figura 5.2:</b>	Forma da curva da equação do índice para análise sistemática do RGA estacionário. ....	62
<b>Figura 5.3:</b>	Formas características da resposta dos três tipos de função de transferência implementadas no RPN-Toolbox para a especificação do desempenho desejado.....	63
<b>Figura 5.4:</b>	Entrada de dados para a especificação do desempenho desejado representado pela equação 5.5. ....	66
<b>Figura 5.5:</b>	Janela principal da interface gráfica do RPN-Toolbox.....	67
<b>Figura 5.6:</b>	Janelas para carregamento de dados. ....	68
<b>Figura 5.7:</b>	Janela de edição de sistemas. ....	69
<b>Figura 5.8:</b>	Janela para criação de sub-sistemas.....	69
<b>Figura 5.9:</b>	Janela para análise do RGA estacionário e dinâmico. ....	70
<b>Figura 5.10:</b>	Janela para especificação do desempenho desejado. ....	71

<b>Figura 5.11:</b> Resultados obtidos com o RPN-Toolbox na análise do condicionamento mínimo e do Número de Desempenho Robusto para uma unidade de separação de ar .....	72
<b>Figura 6.1:</b> Representação esquemática do processo Tennessee-Eastman. ....	74
<b>Figura 6.2:</b> Estrutura de controle EC_1, sugerida por MCAVOY & YE (1994) .....	77
<b>Figura 6.3:</b> Estrutura de controle EC_2, sugerida por LUYBEN et al. (1998) .....	78
<b>Figura 6.4:</b> Estrutura de controle EC_3, sugerida por BANERJEE & ARKUN (1994).....	79
<b>Figura 6.5:</b> Estrutura de controle EC_4, sugerida por NG & STEPHANOPOULOS (1998).....	79
<b>Figura 6.6:</b> Estrutura de controle EC_5, proposta neste trabalho.....	83
<b>Figura 6.7:</b> Representação esquemática do processo da Tennessee-Eastman com os controladores tipo cascata para o controle das vazões. ....	84
<b>Figura 6.8:</b> Condicionamento mínimo para todas as estruturas estudadas. ....	86
<b>Figura 6.9:</b> Análise do RGA dinâmico para a estrutura EC_5. ....	87
<b>Figura 6.10:</b> Resposta da função de transferência para o desempenho desejado para cada canal de todas as estruturas a um degrau unitário na entrada.....	89
<b>Figura 6.11:</b> Função peso RPN para as diversas estruturas de controle analisadas. ....	90
<b>Figura 6.12:</b> Curvas do índice RPN em função da frequência para as estruturas analisadas. ....	90
<b>Figura 6.13:</b> Comparação entre as curvas dos índices RPN e $RPN_{LR}$ , em função da frequência para as estruturas EC_3, EC_4 e EC_5.....	91
<b>Figura 6.14:</b> Resultados das simulações para as estruturas EC_1, EC_2 e EC_5 com os distúrbios 1 e 2, aplicados em seqüência.....	96
<b>Figura 6.15:</b> Resultados da simulação para a estrutura EC_5 com o distúrbio 3 .....	98
<b>Figura A.1:</b> Configuração de controle para um sistema com três níveis hierárquicos.....	105
<b>Figura A.2:</b> Interface para a seleção de estruturas de controle e configuração de controladores para o problema de controle da Tennessee-Eastman. ....	106
<b>Figura A.3:</b> Janela para a configuração dos controladores para o problema da Tennessee-Eastman.....	107
<b>Figura A.4:</b> Arranjo matricial utilizado para a definição dos controladores. ....	107
<b>Figura A.5:</b> Configuração de controle genérica para o problema de controle da Tennessee-Eastman, desenvolvida para a simulação de diversas malhas de controle. ....	108
<b>Figura A.6:</b> Configuração de controle para o problema de controle da Tennessee-Eastman, com a configuração apresentada em EC_1. ....	108
<b>Figura B.1:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 1, 2 e 3. Os resultados destas duas últimas são praticamente equivalentes.....	112
<b>Figura B.2:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 4, 5 (estas duas praticamente equivalentes) e 6.....	113
<b>Figura B.3:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 7, 8 e 9. Todas as curvas são praticamente equivalentes.....	114
<b>Figura B.4:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 10, 11 e 12. ....	115
<b>Figura B.5:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 13, 14 e 15. ....	116

<b>Figura B.6:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 16 e 17. ....	117
<b>Figura B.7:</b> Comportamento dinâmico da estrutura EC_5 na presença das perturbações 18 e 19. ....	118

## Lista de tabelas

<b>Tabela 5.1:</b> Métodos possíveis no RPN-Toolbox para a determinação do condicionamento mínimo de um sistema e o nome das funções para realização do cálculo via comando de linha .....	65
<b>Tabela 6.1:</b> Possíveis variáveis manipuladas para o processo da Tennessee Eastman.....	75
<b>Tabela 6.2:</b> Variáveis medidas para o processo da Tennessee Eastman.....	75
<b>Tabela 6.3:</b> Malhas propostas para a estabilização do processo.....	82
<b>Tabela 6.4:</b> Malhas cascata padrão implementadas para a comparação entre as estruturas e parâmetros dos respectivos controladores.....	85
<b>Tabela 6.5:</b> Malhas regulatórias e de estabilização para a comparação entre as estruturas analisadas através da metodologia RPN.....	86
<b>Tabela 6.6:</b> Zeros de transmissão de fase não mínima para cada uma das estruturas analisadas.....	89
<b>Tabela 6.7:</b> Índice RPN para as estruturas de controle analisadas.....	91
<b>Tabela 6.8:</b> Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC_1 .....	93
<b>Tabela 6.9:</b> Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC_2 .....	94
<b>Tabela 6.10:</b> Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC_5 .....	94
<b>Tabela B.1:</b> Perturbações utilizadas nas simulações da estrutura EC_5.....	111

# Capítulo 1

## Introdução

Nos tempos atuais, a forte competição entre empresas, a crescente preocupação com questões ambientais e de segurança e ainda as rápidas e imprevisíveis mudanças no quadro econômico mundial têm exigido que os processos produtivos respondam de forma ágil e confiável para atender as necessidades da sociedade. A automação industrial é a resposta natural para estes problemas, pois busca essencialmente a transformação de matérias primas em bens de consumo de modo padronizado, permitindo transições entre os objetivos de produção de acordo com objetivos pré-estabelecidos.

Os sistemas para controle de processos são desenvolvidos de forma a maximizar a produção e minimizar seus custos, além de eliminar possíveis riscos envolvidos na operação. Tarefas que antes representavam potencial perigo para operadores de equipamentos, podem ser realizadas remotamente sem qualquer risco. Basicamente o que se espera de um sistema automático de controle é que mantenha o processo em que atua operando eficientemente numa condição desejada, que pode ser alterada com o tempo, rejeitando o efeito de perturbações conhecidas e/ou desconhecidas.

De modo antagônico ao exposto nos parágrafos anteriores, o aproveitamento dos benefícios provindos da utilização da tecnologia de controle de processos pelas indústrias tem se dado de forma extremamente lenta. Esta realidade só pode ser explicada pela falta de conhecimento na área de automação por parte dos responsáveis técnicos pelos processos produtivos.

As técnicas de controle automático de processo se desenvolveram significativamente nas últimas décadas, de uma forma tal que hoje existem ferramentas para resolver praticamente qualquer problema de automação. O grande problema encontrado por estes métodos é a dificuldade de aceitação por parte dos usuários, pois a teoria por trás destes é muito complexa ou, algumas vezes, confusa e pouco documentada, e mesmo a implementação destas tecnologias muitas vezes só é possível mediante reformulações no sistema digital de controle das unidades ou ainda alterações físicas nos processos.

Este trabalho apresenta a metodologia RPN, um método sistemático, desenvolvido em nosso grupo e introduzido por TRIERWEILER (1997), para a abordagem do projeto de controle como um todo, buscando apresentar soluções simples e de fácil implementação para a automação de processos. O produto final desse trabalho é o RPN-Toolbox, a implementação das rotinas da metodologia RPN em ambiente MATLAB<sup>®</sup> com o intuito de tornar a análise acessível a qualquer profissional da área de controle.

A seguir apresentamos uma série de conceitos importantes para esse trabalho, tanto sob o ponto de vista técnico quanto histórico para então discutirmos brevemente a estrutura desta dissertação.

## **1.1 Controle automático de processos – breve histórico**

O processo de automação industrial surgiu aproximadamente no início do século XVIII, durante a denominada ‘Segunda Revolução Industrial’. O objetivo da substituição da mão de obra humana por equipamentos mecânicos em trabalhos que exigiam a força bruta veio da natural necessidade de incrementar capacidade e qualidade dos processos de produção então existentes.

Inicialmente o controle, ou seja, a avaliação e correção de possíveis desvios dos objetivos desejados na produção, era realizado manualmente, mas logo surgiram instrumentos (sensores e válvulas) que permitiam automatizar também esta parte do processo.

A primeira realização na área de controle automático de processos é atribuída a James Watt que, em 1769, introduziu o conceito de realimentação negativa para o controle da velocidade de máquinas a vapor. Com um mecanismo mecânico baseado na aceleração centrípeta o inglês avaliava a velocidade de rotação de um eixo e, a partir do desvio desta em relação ao valor desejado, a válvula de alimentação de vapor para a máquina era manipulada (DORF & BISHOP, 1998).

Até a segunda década do século XX, os sistemas de controle comercializados eram fisicamente integrados, ou seja, sensor, controlador e atuador faziam parte de um único equipamento, sendo as soluções baseadas na criatividade e inventividade dos seus idealizadores. Durante as décadas seguintes, com a impulsão proporcionada pela II Grande Guerra, que utilizou intensamente as técnicas de controle para a aviação, posicionamento de radares e outros fins militares, a teoria de controle se desenvolveu, surgindo os controladores proporcional, integral e derivativo como elementos independentes, além de técnicas de projeto (introdução das técnicas de análise no domínio da frequência) para estes controladores.

No final da década de cinquenta parte o primeiro sistema de controle de processos químicos utilizando computador. Instalado em uma unidade de polimerização da Texaco, marca um novo período na história do campo de automação. A partir de então, devido ao sucesso desta e de outras implantações pioneiras, diversas empresas, principalmente da área petroquímica, onde os valores envolvidos e conseqüentemente a competição são



consideravelmente superiores, passaram a utilizar sistemas controlados por computador, promovendo o seu rápido desenvolvimento (LIMA & OLIVEIRA, 1997).

A interação entre as diferentes malhas não era levado em conta no projeto dos controladores, ou seja, cada malha era projetada independentemente e então era realizada a correção dos efeitos de interação com o uso de desacopladores. Com a substituição dos processos de produção descontínuos (batelada) pelos contínuos e com o avanço da informática, produzindo computadores cada vez melhores e de menor custo, houve um incentivo ao desenvolvimento do controle automático de processos, desenvolvendo-se, na década de 70, as técnicas de controle distribuído utilizando sistemas digitais (SDCD), que gradativamente substituíram as centrais analógicas.

Durante as décadas de 70 a 90 as já bem definidas técnicas de análise de sistemas no domínio da frequência foram estendidas para o caso multivariável. Vários “novos” métodos de análise e projeto de controladores foram criados, muitos dos quais consistindo na combinação de dois ou mais métodos clássicos, criando os principais ramos da teoria de controle: controle robusto, controle preditivo, controle não-linear, controle adaptativo, redes neurais e redes de modelos locais.

O aprimoramento do desempenho das unidades industriais de processos químicos vem se tornando tarefa cada vez mais árdua, pois os processos se aproximam de seus limites físicos e qualquer melhoria tem de passar por uma série de estudos de viabilidade. Via de regra estas melhorias passam pela integração mássica e energética do processo, alterando alinhamentos e buscando um melhor aproveitamento de calor ou de espécies através da utilização de correntes de reciclo, pela redução de capacidade dos tanques de armazenamento e pela ampliação de equipamentos, entre outros.

Todos estes procedimentos, embora eficazes, dificultam a operação das unidades, pois aumentam a inter-relação entre as variáveis de processo e reduzem a possibilidade de amortecimento do efeito de qualquer variação em alguma corrente do processo. Essa interação entre variáveis não pode ser classificada corretamente, de modo genérico, como algo danoso, uma vez que seu efeito principal é o aumento do número de graus de liberdade no processo, porém, para a utilização dos benefícios do acoplamento, é necessário um profundo conhecimento de seus efeitos, sendo extremamente mais simples o estudo e projeto de controle para processos com baixa interação.

Na busca de estruturas de controle que permitam um projeto de simples e efetivo de controladores é essencial basear o estudo do controle das unidades como um todo nos possíveis pareamentos entre variáveis manipuladas e controladas, tentando construir estruturas que apresentem baixa interação entre as malhas, pois de outro modo em muitos casos nem mesmo controladores centralizados de elevada ordem baseados em técnicas modernas de projeto apresentarão resultados satisfatórios.

## 1.2 Técnicas clássicas de controle de processos

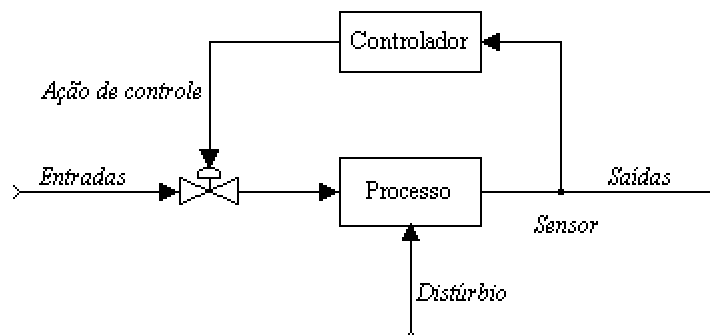
Aqui serão abordadas algumas das técnicas clássicas de controle de processos utilizadas na indústria. Primeiramente será discutida a diferença entre as configurações de controle em malha feedback e feedforward, e então analisaremos a importância da utilização de desacopladores para o sucesso de um controle descentralizado.

### 1.2.1 Configurações de controle

De acordo com os objetivos de controle e das relações entre entradas e saídas, distúrbios, ruídos e incertezas do modelo do processo em geral é realizada a escolha da configuração de controle a ser utilizada na automação de um processo. As configurações mais simples e clássicas são as de controle feedback e controle feedforward, apresentadas a seguir (OGUNNAIKE & RAY, 1994). Além destas há o controle em malha aberta e os híbridos, que aliam vantagens de mais de um método.

#### *Configuração de controle feedback*

O sistema apresentado na figura 1.1 representa a configuração de controle feedback. Esta configuração é uma das mais simples e a mais utilizada em processos químicos industriais.



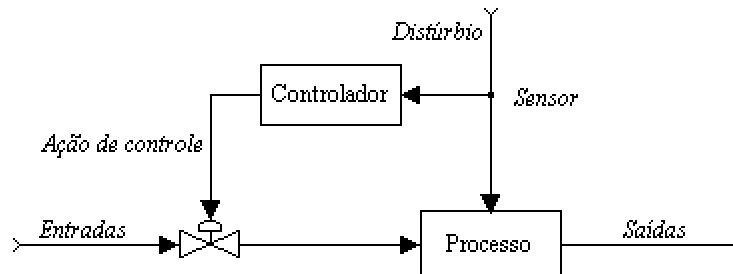
**Figura 1.1:** Configuração de controle feedback

Fundamentalmente o método de funcionamento desta configuração consiste na redução ou mesmo eliminação da diferença entre os valores real e desejado para um conjunto de variáveis controladas do processo. O sensor efetua a medida da variável controlada (saída do processo) e transmite a informação para o controlador, que avalia a diferença entre o valor atual e o desejado. Com base nesta diferença e através de uma expressão matemática é determinada a ação de controle a ser tomada sobre as variáveis manipuladas (entradas, a partir de válvulas, genericamente).

É importante notar que nesta configuração é necessário que exista um erro para que o controlador tome uma ação corretiva, ou seja, a ação de controle é tomada somente após o distúrbio ser ‘sentido’ pelo sistema.

### **Configuração de controle feedforward**

Nesta configuração é realizada a medida do distúrbio e então toma-se a ação corretiva de controle antes que as variáveis de processo sejam afetadas. Na figura 1.2 é apresentado o esquema geral de um sistema com controle feedforward.



**Figura 1.2:** Configuração de controle feedforward.

Com este sistema é possível eliminar o efeito dos distúrbios no processo, porém são necessários a medida dos distúrbios mais importantes e o conhecimento perfeito do efeito de cada distúrbio e cada entrada sobre as saídas do processo, pois somente assim pode-se agir por ‘antecipação’. Como poucas vezes o modelo do processo é perfeitamente conhecido o controle feedforward é utilizado com menor frequência na indústria, sendo normalmente aplicado em conjunto com uma malha feedback, que corrige os possíveis erros do modelo e de distúrbios não medidos, aliando ainda as vantagens da antecipação do efeito de distúrbios sobre o processo.

### **1.2.2 Controle descentralizado e desacopladores**

O controle descentralizado se caracteriza pelo projeto de controladores que atuam apenas em uma variável manipulada para corrigir o erro vinculado a cada variável controlada. Com isto o controlador apresenta a denominada estrutura diagonal, ou seja, em sua representação na forma de matriz de transferência há elementos apenas na diagonal principal.

As principais vantagens do controle descentralizado são a facilidade de entendimento, simplicidade de projeto e a independência das malhas. Deste modo cada malha de controle pode ser colocada ou retirada de funcionamento sem o comprometimento das demais.

Por outro lado, um estudo de sistemas multivariáveis revela que o grande complicador, que diferencia estes dos sistemas SISO, é a relação existente entre as diversas variáveis e malhas que compõem o processo. No caso MIMO descentralizado, quando se toma uma ação de controle para corrigir um distúrbio ou os efeitos deste sobre uma determinada variável controlada, atuando-se somente na variável manipulada desta malha, acaba-se por interferir nas demais malhas, deslocando-as de seu valor desejado e, deste modo, novas ações corretivas se fazem necessárias.

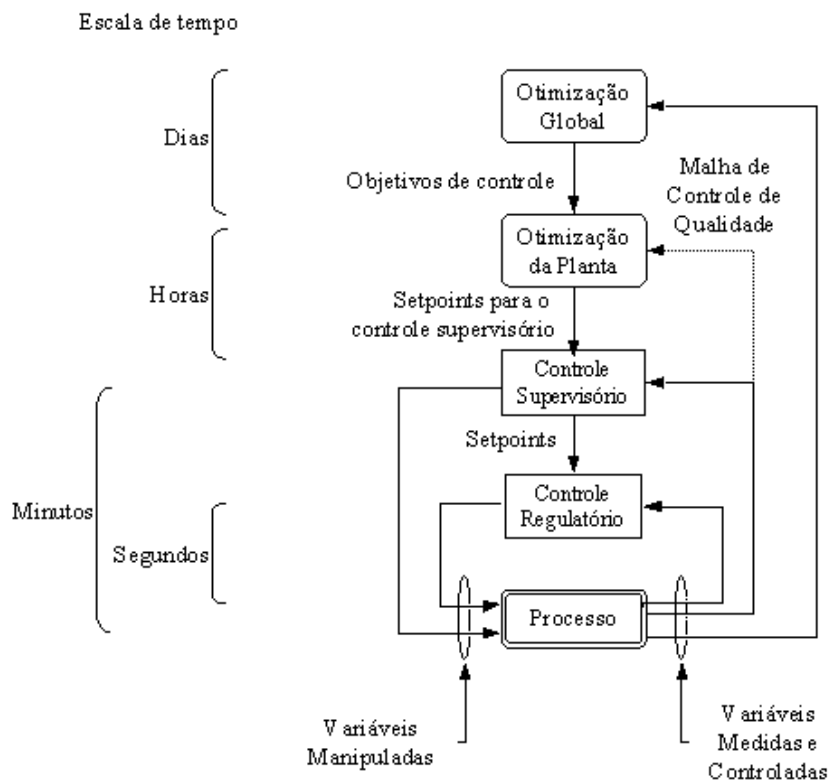
Um modo de reduzir este efeito de acoplamento entre malhas é a utilização de desacopladores, que consiste em utilizar elementos de malha que recebem e enviam informações para todos os controladores envolvidos, suavizando os maléficis efeitos das

interações. Uma descrição mais completa da implementação e estrutura de controle multivariável utilizando desacopladores pode ser verificada, por exemplo, em (OGUNNAIKE & RAY, 1994).

### 1.3 Hierarquia de controle

Nas últimas décadas os processos produtivos têm se transformado rapidamente. As intensas e contínuas alterações dos processos, buscando sempre melhores rendimentos e maior economia energética, têm tornado cada vez mais complexa a dinâmica dos sistemas. Como consequência deste fato, o projeto de controle para estes novos sistemas também se tornou mais complexo e ao mesmo tempo mais importante.

Para facilitar o entendimento dos processos e o projeto de controle, costuma-se dividir as malhas do sistema em níveis hierárquicos, de acordo com características dinâmicas relacionadas a cada nível, como ilustrado na figura 1.3.



**Figura 1.3:** Hierarquia de controle típica nos processos industriais.

A escala de tempo relacionada a cada nível da hierarquia de controle representada na figura 1.3 é apenas ilustrativa e depende fortemente das dimensões do processo e do grau de reciclo utilizado, pois processos com grandes tanques ou onde uma quantidade considerável de material é realimentado ao sistema apresentam dinâmicas extremamente lentas. Como exemplo, pode-se citar o processo da Tennessee-Eastman, estudado no Capítulo 6 deste trabalho, onde a malha supervísória atua na escala de dias.

De um modo geral, o nível de controle regulatório é vinculado ao controle do inventário do sistema (níveis de líquido e pressão de gases) enquanto o controle supervísório é responsável pela qualidade dos produtos. No nível de otimização da planta os operadores devem fazer ajustes finos ao processo, definindo os setpoints para o controle supervísório. Acima do nível de otimização da planta ainda existe o que pode-se chamar de nível de otimização global, que leva em conta, entre outros, aspectos operacionais do processo e condições de mercado.

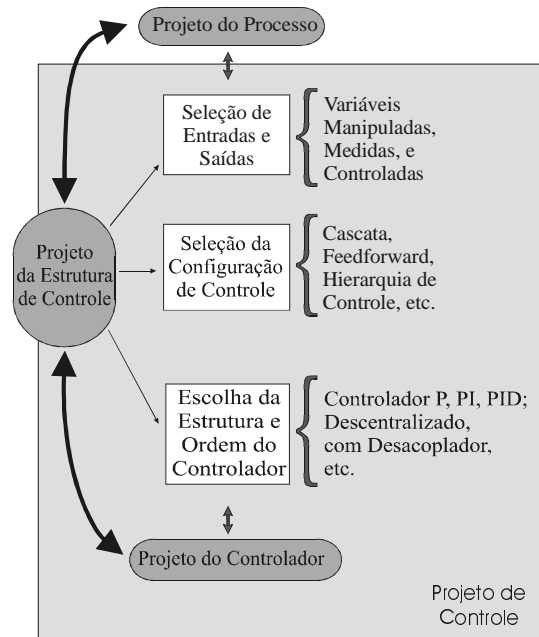
As estações de controle das indústrias químicas são alimentadas apenas com medidas locais, que geram estruturas descentralizadas de informação. Para este tipo de informação, é natural pensar-se em compensadores também descentralizados, representados por matrizes diagonais ou bloco-diagonais.

## 1.4 Projeto de controle e estrutura de controle

Existe muito material abordando o tema Controle de Processos na literatura, porém a maioria dos autores considera, em todos os problemas abordados, que a estrutura de controle é algo estanque, o que reduz o projeto de controle apenas ao projeto do controlador. O material que faz este tipo de consideração não é capaz de responder a uma série de questões, como as abaixo agrupadas:

- Quais variáveis podem ser controladas, quais podem ser medidas, quais entradas podem ser manipuladas e quais conexões podem ser efetuadas entre estas variáveis?
- Quais configurações de controle (por exemplo cascata, feedforward) podem ser utilizadas, como pode-se estruturar a hierarquia de controle e quantos graus de liberdade são necessários para o controlador alcançar um determinado desempenho desejado?
- Qual tipo de controle (por exemplo linear, não-linear) e quais ordem e estrutura (p.ex. descentralizado, bloco-diagonal) de controlador são necessários para alcançar-se o desempenho desejado?

Todas estas questões são abordadas pelo projeto de controle. A figura a seguir mostra a relação entre os projetos de processo e de controle e a separação entre as etapas de escolha da estrutura de controle e de projeto do controlador.



**Figura 1.4:** Representação esquemática do conjunto projeto do processo – projeto de controle

A escolha da estrutura de controle pode ser definida como a etapa do projeto de controle que antecede o projeto do controlador propriamente dito. Compreende três fases, simplificada e descritas na figura 1.4: a seleção de entradas e saídas consiste na definição do número, local e tipo de atuadores (que manipulam as entradas do processo) e sensores (que medem as saídas); a seleção da configuração de controle define a forma de conexão e a hierarquia entre as variáveis controladas e manipuladas; a escolha da estrutura e ordem do controlador, que finaliza esta fase, determina o tipo do algoritmo de controle que será utilizada.

A seleção de entradas e saídas encontra-se intimamente ligada ao projeto do processo, pois nesta etapa se decide a implementação (física) dos sensores e atuadores na planta. Uma boa escolha do pareamento entre as variáveis de entrada e saída do sistema é a decisão mais importante para um bom projeto de um sistema de controle, cujos objetivos são reunir características como rejeição a distúrbios (características reguladoras), baixa interação (características servo) e robustez (avaliada matematicamente pelo condicionamento da matriz de transferência do sistema para várias frequências). Um sistema onde a estrutura de controle não foi devidamente escolhida apresenta limitações que mesmo as mais modernas técnicas de controle não são capazes de superar.

A partir da importância desta etapa no projeto de controle vem a carência de metodologias que avaliem, de modo sistemático, o potencial de uma dada estrutura de controle sem que, para isto, seja necessário implementá-la na prática ou mesmo em simuladores, e foi esta necessidade que motivou o desenvolvimento da metodologia RPN e, mais recentemente, com introdução neste trabalho, do RPN-Toolbox. Através de um método quantitativo e confiável que mede a possibilidade de sucesso de malhas de controle é possível, a partir de diversas estruturas, definir quais realmente poderão satisfazer os objetivos de controle.

## 1.5 Análise quantitativa da controlabilidade

Para o projeto de automação de um sistema qualquer, a análise quantitativa da controlabilidade permite uma avaliação do potencial desempenho de uma determinada configuração de controle. A configuração de controle é caracterizada pela simples seleção do conjunto de variáveis controladas e manipuladas para o sistema e pelo pareamento definido entre estas, de modo que a avaliação da melhor estratégia de controle para um dado sistema utilizando a análise quantitativa da controlabilidade pode ser realizada sem a necessidade de um grande investimento (tempo dispendido) no projeto.

De maneira surpreendente, até o presente momento muito pouco tem sido feito em relação ao desenvolvimento de métodos quantitativos confiáveis e de fácil utilização para a análise da controlabilidade de sistemas de controle. Normalmente esta análise é realizada através de metodologias qualitativas, através de regras heurísticas, ou através da comparação entre resultados de simulação das estruturas de controle. Nenhuma destas formas de comparação é satisfatória, uma vez que a análise dos resultados é dependente de uma série de fatores extras, como o projeto dos parâmetros dos controladores para o estudo via simulações dinâmicas ou a subjetividade imposta pelas heurísticas, além de necessitarem de um tempo bastante dilatado para a execução do projeto como um todo. O objetivo deste trabalho é tornar fácil aos profissionais da área de controle automático de processos a utilização da metodologia RPN, uma nova técnica confiável para a análise quantitativa da controlabilidade de sistemas, baseada em sólidos fundamentos matemáticos.

O termo ‘controlabilidade’, largamente empregado neste documento, corresponde à definição de ZIEGLER & NICHOLS (1943) de controlabilidade de entradas e saídas, que consiste na ‘habilidade que um processo possui de alcançar e manter um estado estacionário desejado’. Embora este termo seja bastante utilizado no estudo prático de controle global de processos, por vezes gera uma certa confusão com o conceito de controlabilidade de estados, ou controlabilidade de Kalman, que representa a ‘habilidade de trazer um sistema de um dado estado inicial para um estado final em um tempo finito’, sendo utilizado em estudos teóricos, porém com pouca ou aplicação prática na escolha da estrutura de controle, pois os modos instáveis, detectáveis pela controlabilidade de Kalman, são controláveis. Uma interessante discussão sobre a utilização de ambos os termos pode ser encontrada em (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996, item 5.1.3).

## 1.6 Estrutura da dissertação

O objetivo principal desta dissertação é apresentar e discutir a metodologia RPN e introduzir o RPN-Toolbox, uma ferramenta desenvolvida com o objetivo de facilitar a utilização da metodologia na seleção de estruturas de controle.

No Capítulo 2 apresentamos uma série de fundamentos que serão bastante utilizados no restante do texto. Inicialmente apresentamos uma breve descrição da representação de sistemas em malha feedback, ilustrando-a em diagramas de blocos e através da representação matemática de modelos lineares. A seguir são discutidas relações fundamentais para sistemas em malha fechada, mostrando-se modos de caracterização de modelos a partir de

características no domínio do tempo e a importância das funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade de um sistema para a análise da relação entre entradas e saídas. No item 2.3, introduzimos os conceitos de zeros, pólos e direcionalidade para sistemas multivariáveis e, com base nestes conceitos, é analisada a estabilidade, estabilidade interna e estabilidade robusta de sistemas.

No Capítulo 3 é apresentada uma revisão dos métodos para a seleção de estruturas de controles. Primeiramente são discutidas algumas técnicas baseadas em bom senso, denominadas heurísticas, e a seguir alguns métodos quantitativos, alguns dos quais serviram de base para o desenvolvimento da metodologia RPN. Uma análise mais completa é realizada em torno da análise da matriz de ganhos relativos (RGA) e do condicionamento mínimo, uma vez que rotinas para estas ferramentas foram disponibilizadas no RPN-Toolbox.

A metodologia RPN é apresentada no Capítulo 4. São discutidos os princípios, o algoritmo de determinação do Número de Desempenho Robusto em seus principais pontos e as potencialidades da ferramenta. Ao final do Capítulo é apresentado, brevemente, um método de ajuste de controladores estruturados de baixa ordem baseado na metodologia.

No Capítulo 5 é introduzido o RPN-Toolbox, produto deste trabalho. Inicialmente são apresentadas justificativas sobre escolhas realizadas na construção do toolbox, como a utilização do Control System Toolbox como base para as rotinas. A seguir é discutida, de forma genérica, a forma de utilização do RPN-Toolbox, para então apresentar detalhes para a utilização da ferramenta a partir de comandos de linha ou da interface gráfica desenvolvida para o toolbox.

O Capítulo 6 apresenta um estudo de caso baseado na metodologia RPN, o problema de controle da Tennessee-Eastman. Este é um problema industrial realístico disponibilizado para o meio acadêmico com a finalidade de desenvolvimento de estruturas de controle e teste de metodologias. Vários autores já estudaram e propuseram soluções para este problema, porém até agora não havia sido realizada uma comparação sistemática entre as diferentes propostas. Com o RPN-Toolbox foi possível analisar algumas estruturas da literatura e propor uma nova, com a qual foram obtidos ótimos resultados. Uma interface gráfica para a seleção de estruturas e simulação do processo foi desenvolvida, sendo esta apresentada no Apêndice A. Os resultados para as diversas simulações realizadas a partir da estrutura proposta são mostrados no Capítulo 6 e no Apêndice B.

Outro estudo de caso utilizando a metodologia RPN é apresentado na forma de anexo. O artigo (FARINA et al., 1999), submetido a publicação no Latin American Applied Research, trata da análise da controlabilidade de um sistema de separação de ar com elevada integração mísica.

Finalmente o Capítulo 7 apresenta as conclusões do trabalho e propõe uma série de trabalhos futuros, dando continuidade ao desenvolvimento da metodologia e do RPN-Toolbox.



## Capítulo 2

# Conceitos básicos para a análise de sistemas de controle

Este capítulo fornece uma rápida descrição de alguns pontos básicos para a análise de sistemas de controle. Inicialmente serão apresentadas, de um modo genérico, a problemática do controle feedback e os métodos de representação matemática de sistemas reais linearizados. A seguir serão introduzidos conceitos fundamentais para o estudo de sistemas em malha fechada e a caracterização de sistemas simples a partir da resposta destes no domínio do tempo. Na seção 2.3 será discutida a questão da estabilidade de um sistema de controle, passando-se pela análise de pólos e zeros de transmissão, pelo conceito de direcionalidade e finalmente analisando-se o efeito de incertezas no modelo para a análise da estabilidade.

### 2.1 Representação de sistemas feedback

Como discutido na introdução deste trabalho, um sistema de controle feedback é aquele onde o objetivo final é levar um conjunto de variáveis de processo, ditas controladas, para valores desejados (setpoints) a partir da alteração de outras, denominadas variáveis manipuladas.

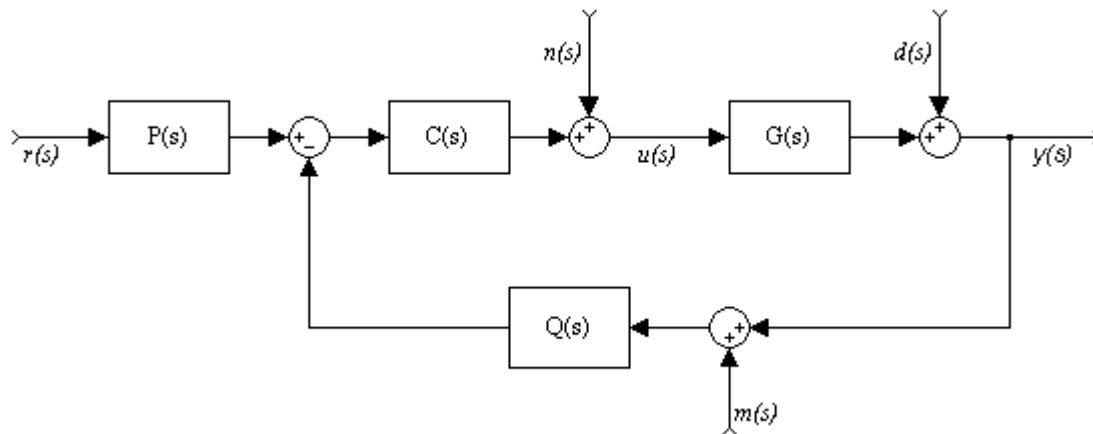
Uma série de efeitos contribui para deslocar as variáveis controladas para valores diferentes dos desejados e, deste modo, gerar erros. No controle feedback a estratégia de minimização destes erros passa pela comparação entre o valor objetivo e o valor medido para cada variável controlada. Deste modo, mesmo que o modelo do processo utilizado no projeto de controle não seja exato (nunca o é), havendo um erro, um controlador cujos parâmetros foram devidamente especificados gera uma ação de controle com o objetivo de eliminá-lo.

Tanto o processo físico como o controlador podem ser matematicamente representados por funções de transferência, que relacionam as entradas e saídas destes. A seguir vamos utilizar um modelo baseado na álgebra de blocos para introduzir o problema de controle feedback, ilustrando o objetivo de nosso estudo, e então descreveremos as principais

maneiras de representação de funções de transferência de sistemas, não sem antes justificar os motivos da utilização de modelos lineares ou linearizados.

### 2.1.1 Representação de um sistema feedback na forma de diagrama de blocos

A figura 2.1 mostra, em um diagrama de blocos, a forma mais completa de representação de um sistema de controle feedback. De um modo geral, qualquer malha feedback pode ser representada por um esquema como o da figura, porém, por vezes, é necessário inserir blocos para representar dinâmicas dos distúrbios (se estas forem diferentes da dinâmica da planta) ou então o processo como um todo pode ser composto por diversas malhas, organizadas segundo a hierarquia discutida no Capítulo 1, neste caso a figura 2.1 representaria apenas um dos níveis de controle.



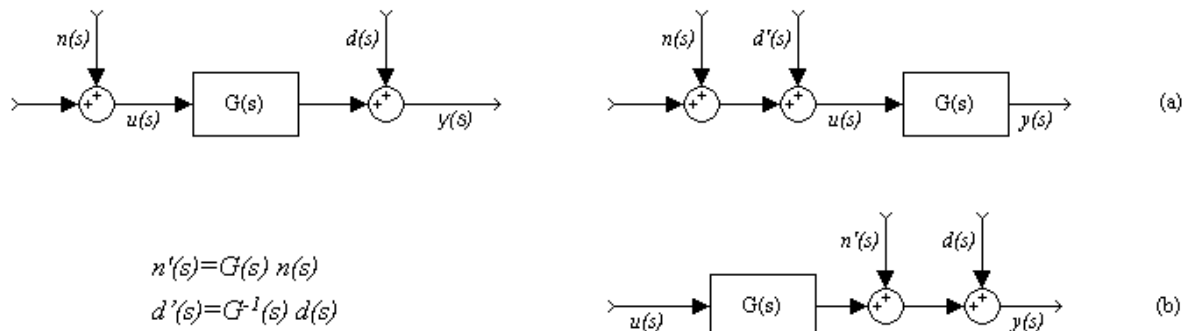
**Figura 2.1:** Malha feedback padrão

A ‘planta’ é representada pela matriz de transferência  $G(s)$ , que retorna as saídas  $y(s)$ , acrescidas dos denominados distúrbios do processo  $d(s)$ , referentes a incertezas na modelagem, para um conjunto de entradas  $u(s)$  somadas ao distúrbio na carga  $n(s)$ , referentes a uma alteração de propriedades não controladas do processo, e ao erro de medida  $m(s)$ .

Os blocos  $C(s)$ ,  $P(s)$  e  $Q(s)$  representam controladores, matrizes de transferência (que relacionam entradas e saídas de um bloco) projetadas para melhorar o desempenho do processo e mantê-lo no ponto de operação desejado. O controlador  $C(s)$ , denominado compensador feedback, tem o objetivo de reduzir os efeitos da incerteza (distúrbios e erros de modelagem) mantendo o processo no ponto de operação desejado frente a distúrbios. Já o pré-filtro  $P(s)$  propicia mudanças de setpoint de acordo com objetivos pré-estabelecidos, além de eliminar possíveis distúrbios no valor de referência  $r(s)$ . Por fim, o controlador  $Q(s)$  pode ser utilizado para filtrar erros de medida ou de modelagem antes destes serem realimentados ao sistema.

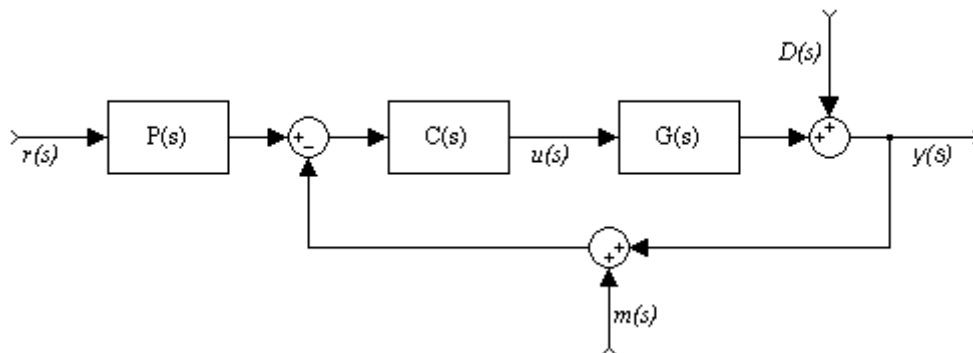
Genericamente, para os sistemas de nosso interesse e segundo certas condições (MACIEJOWSKI, 1989), o bloco  $Q(s)$  pode ser incorporado ao compensador feedback, simplificando a representação e caracterizando a configuração de controle com dois graus de

liberdade. Por outro lado, os distúrbios de processo e na carga podem ser representados em um único sinal, de forma equivalente, como mostra a figura a seguir.



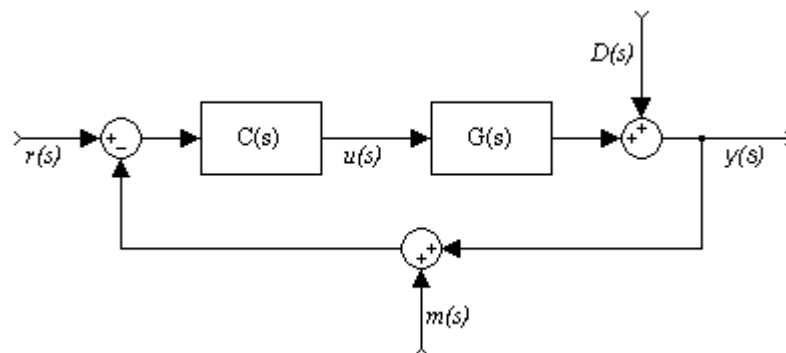
**Figura 2.2:** Diferentes representações dos distúrbios de processo e na carga.

Adotando a representação mostrada na figura 2.2 (b) para o distúrbio  $e$ , para efeito de simplificação, substituindo a soma de  $n'(s)$  e  $d(s)$  por  $D(s)$  temos a configuração de controle com dois graus de liberdade, ilustrada na figura 2.3.



**Figura 2.3:** Configuração de controle feedback com dois graus de liberdade.

Finalmente, para os propósitos da metodologia por nós estudada, definimos a configuração de controle com um grau de liberdade como uma simplificação da estrutura anterior, onde o compensador  $P(s)$  não é considerado, ilustrada na figura 2.4.



**Figura 2.4:** Configuração de controle feedback com um grau de liberdade.

### 2.1.2 Modos de representação de sistemas lineares

Para um processo qualquer, a relação entre as variáveis de entrada e de saída podem ser obtidas através de dados experimentais, levantados diretamente durante a operação de uma unidade, ou através de considerações teóricas, conhecendo-se cada operação unitária e as equações matemáticas representativas destas.

Como um bom projeto para um controle eficiente de um determinado processo é baseado diretamente no modelo matemático deste, para o nosso estudo é fundamental que se tenha um modelo que realmente represente sua dinâmica.

Praticamente todos os processos químicos devem ser classificados como não-lineares, ou seja, a relação entre suas variáveis de entrada e de saída são dependentes do ponto de operação. Por outro lado, a utilização de modelos lineares torna o estudo de controle muito mais simples, tanto para o entendimento do processo quanto para os cálculos matemáticos.

A obtenção de um modelo linearizado da planta para o projeto de controle pode ser realizada a partir do equacionamento não linear do processo, fazendo-se a linearização das equações no ponto de operação desejado, ou então diretamente a partir da identificação do modelo com dados de planta.

#### *Representação de sistemas lineares invariantes no tempo*

Um sistema linear invariante no tempo pode ser descrito por um conjunto de equações algébrico-diferenciais com coeficientes constantes, como segue:

$$\begin{aligned} E \frac{dx}{dt} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

sendo  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$  matrizes reais e  $x$ ,  $y$  e  $u$  os vetores dos estados, entradas e saídas do sistema, respectivamente. Quando o sistema pode ser descrito apenas por equações diferenciais, a matriz  $E$  não é singular, podendo ser representada juntamente com  $A$  e  $B$ . O conjunto de equações 2.1 corresponde à representação na forma de espaço de estado para a função de transferência que relaciona a entrada  $u$  e a saída  $y$  de um dado sistema. Esta representação é, computacionalmente, a mais eficiente, pois os algoritmos para os cálculos de controle de processos (como determinação de pólos e zeros, representação da resposta no domínio do tempo e da frequência, etc.) para esta representação são mais robustos, o que impulsionou o desenvolvimento da chamada teoria de controle “moderna” (WILKINSON, 1963).

Outro modo de representar a relação entre as entradas e saídas é através de uma matriz de transferência. A grande vantagem deste modo de representação é a similaridade com a notação normalmente usada para o estudo de casos SISO, mas a grande desvantagem são os problemas para execução de operações numéricas com o modelo, que tende a ser mal condicionado, principalmente para sistemas com ordem superior a 10 (MATHWORKS,

1998). O modo de representação do sistema como matriz de transferência tem a seguinte forma

$$y(s) = G(s)u(s) \quad (2.2)$$

onde  $u(s)$  e  $y(s)$  são as transformadas de Laplace da entrada e da saída, respectivamente, e  $G(s)$  é a matriz de transferência que as relaciona. A matriz de transferência pode ser entendida como um arranjo matricial de funções de transferência para casos SISO, onde cada elemento corresponde a um canal do sistema completo, ou seja, relaciona uma entrada e uma saída. Nesta representação cada coluna corresponde a uma entrada e cada linha a uma saída.

Como ambas as representações têm o mesmo significado existe uma expressão que as relaciona, que pode ser descrita por

$$G(s) = C(sE - A)^{-1}B + D \quad (2.3)$$

O caminho inverso, ou seja, a representação de uma função de transferência na forma de espaço de estado (operação denominada realização do sistema) não é tão trivial, porém também é possível e facilmente encontrada na literatura (ver em ZHOU & DOYLE, 1998, pg 35). Como é possível concluir a partir da expressão 2.3, são possíveis diversas realizações para uma mesma função de transferência.

Uma série de outras formas de representação poderia ser aqui listada, porém nos limitamos às representações mais conhecidas e que serão utilizadas neste trabalho. Via de regra qualquer forma de representação traz as mesmas informações, logo pode ser convertida nas formas apresentadas e vice-versa.

## 2.2 Relações fundamentais para sistemas em malha fechada

Para um sistema em configuração de controle com um grau de liberdade, como o descrito na figura 2.4, a relação entre o sinal de saída  $y(s)$  e os valores de referência  $r(s)$  e os distúrbios  $D(s)$  e  $m(s)$  pode ser expressa por

$$y = GC(r - y - m) + D \quad (2.4)$$

expressão que pode ser rescrita como

$$(I + GC)y = GCr + D - GCm \quad (2.5)$$

sendo  $I$  a matriz identidade com dimensões apropriadas. Então

$$y = [(I + GC)^{-1}GC]r + [(I + GC)^{-1}]D - [(I + GC)^{-1}GC]m \quad (2.6)$$

Na equação 2.6 tem-se explicitamente a contribuição (ou seja, a função de transferência) de cada entrada do sistema para as saídas. Podemos agora definir notações e terminologias comuns na área de controle de processo que serão bastante utilizados no restante do texto:

- função de transferência da malha aberta

Corresponde à função de transferência do sinal de referência para as saídas em malha aberta, ou seja, é equivalente às funções de transferência do controlador e da planta, em série

$$L = GC \quad (2.7)$$

- função de sensibilidade

Representa a sensibilidade do sistema aos distúrbios na entrada e saída da planta, ou seja, é a função de transferência de  $D(s)$  para  $y(s)$ . Para o nosso sistema corresponde a

$$S = (I + GC)^{-1} = (I + L)^{-1} \quad (2.8)$$

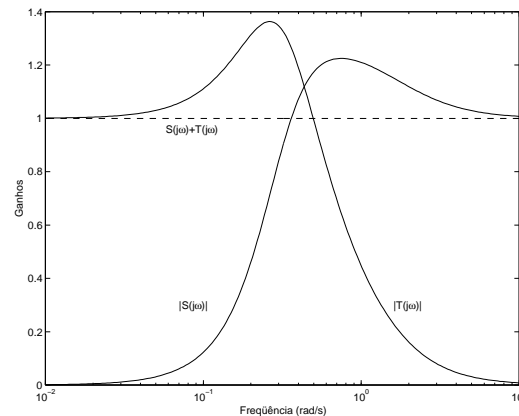
- função complementar de sensibilidade

Representa a função de transferência do sinal de referência para as saídas em malha fechada, podendo ser expressa por

$$T = (I + GC)^{-1} GC = (I + L)^{-1} L \quad (2.9)$$

É importante observar aqui que, mesmo para sistemas com configuração de controle com dois graus de liberdade, a definição das funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade não se altera, uma vez que só depende das funções de transferência internas à malha feedback. Com isso, qualquer análise realizada em cima destas será válida para sistemas com o bloco de pré-filtro, sendo inclusive possível o projeto independente dos blocos  $C(s)$ , em malha fechada, e  $P(s)$ , então em malha aberta (MACIEJOWSKI, 1989).

A partir das funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade é possível determinar o intervalo de frequências no qual o sistema deve operar em malha fechada, sendo por isso de especial interesse para o controle feedback. A origem do nome função ‘complementar’ de sensibilidade vem de uma propriedade matemática, de fácil comprovação, segundo a qual  $S + T = I$ . Com isto, se  $S$  for elevado  $T$  deve ser baixo, e vice-versa. A forma das curvas do valor absoluto de  $T$  e  $S$  em função da frequência, para uma função monovariável, é apresentada na figura 2.5. Para o caso multivariável a generalização da curva das funções de sensibilidade pode ser obtida através de bandas superior e inferior, calculadas a partir dos valores singulares máximo e mínimo da matriz de transferência destas funções para cada frequência.



**Figura 2.5:** Formas típicas para as funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade em função da frequência.

Utilizando os conceitos agora introduzidos pode-se reescrever a equação 2.6 como

$$y = T r + S D - T m \quad (2.10)$$

e assim o erro relacionado ao controle do processo pode ser avaliado, em qualquer instante, pela diferença entre o valor desejado (de referência) e o valor real da variável controlada, assim

$$e = y - r = -S r + S D - T m \quad (2.11)$$

O controle perfeito de uma unidade é obtido se  $e = 0$ , quando a variável controlada se encontra exatamente no valor desejado. Para esta condição a solução trivial é  $S = T = 0$ , porém, como discutido e ilustrado na figura 2.5, isto não é possível, pois se a função complementar de sensibilidade  $T$  não transmite os erros de medida  $m$  ( $T \approx 0$ ), a função de sensibilidade passará a responder a distúrbios na entrada e saída da planta ( $S \approx D$ ), e do mesmo modo, se  $S \approx 0$  então  $T \approx I$ . Este paradoxo, onde tanto  $T$  quanto  $S$  precisam ser minimizados para que a malha de controle seja eficiente é o que torna o problema de controle feedback difícil e interessante.

Na prática da indústria química os níveis de incerteza e de ruído na medida se tornam relevantes somente a altas frequências, enquanto a rejeição a distúrbios é geralmente necessária a baixas frequências, deste modo, um bom sistema de controle deve possuir  $S$  reduzido a baixas frequências e  $T$  reduzido a altas frequências, segundo Looze e Freudenberg (conferir em LEVINE, 1996, pg. 541).

A seguir será discutida a caracterização de funções de transferência típicas a partir de propriedades dos sinais de resposta destas, no domínio do tempo, a sinais de entrada específicos. Esta caracterização é importante, para a metodologia RPN, no que diz respeito à especificação do desempenho para sistemas em malha fechada.

### *Caracterização de respostas no domínio do tempo*

A caracterização de uma função de transferência através da resposta do sistema, no domínio do tempo, a variações na carga será utilizada para a determinação do desempenho desejado em malha fechada, que é um dos pontos fundamentais para a metodologia RPN, como será visto no Capítulo 4.

A caracterização de uma função de transferência de ordem  $n$  pode ser realizada a partir das constantes de tempo,  $\tau_i$ , do processo e do offset (erro de controle em estado estacionário),  $\varepsilon_\infty$ , como mostra a expressão a seguir

$$T_d = \frac{1 - \varepsilon_\infty}{(\tau_1 s + 1) \cdots (\tau_n s + 1)} \quad (2.12)$$

Cada constante de tempo é responsável por uma parcela da dinâmica total do sistema e, enquanto o numerador apresenta influência apenas na resposta estacionária do sistema. Para os propósitos da metodologia RPN, porém, é suficiente a análise de funções de primeira e segunda ordem, pois estas apresentam praticamente todos os elementos necessários para a caracterização de qualquer tipo de resposta aliados a modelos simples. Uma descrição mais profunda, com exemplos de resposta no domínio do tempo para funções de primeira e segunda ordem a vários tipos de sinais de entrada, pode ser conferida em SEBORG et al. (1989).

#### *Funções de primeira ordem*

Uma função de transferência de primeira ordem pode ser expressa, de modo genérico, pela equação a seguir

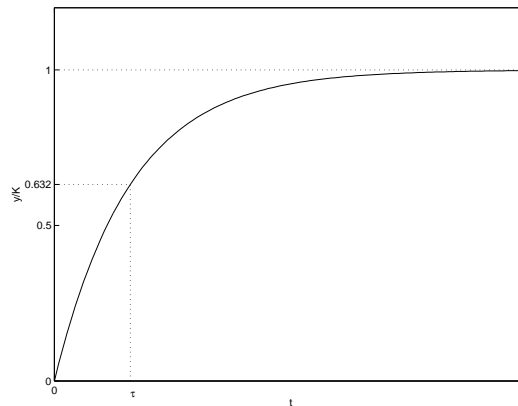
$$G(s) = \frac{K(1 - \varepsilon_\infty)}{\tau s + 1} \quad (2.13)$$

onde os principais parâmetros são o ganho  $K$  e a constante de tempo  $\tau$ .

O ganho representa a razão entre a variação da variável de saída  $\Delta y(s)$  e a variação da variável de entrada  $\Delta u(s)$  em estado estacionário quando é realizada uma variação tipo degrau em  $u(s)$ , podendo ser facilmente determinado através do limite da função  $G(s)$  com  $s$  tendendo a zero. A constante de tempo indica a dinâmica com que se dá esta variação, sendo mais lenta a resposta quanto maior o valor de  $\tau$ .

A forma característica da resposta de uma função de primeira ordem e um dos métodos para a definição da constante de tempo, baseada em uma fração do tempo para atingir o valor estacionário, são apresentados, para um sistema sem offset, na figura 2.6 a seguir.





**Figura 2.6:** Resposta de uma função de transferência de primeira ordem sem offset a um degrau unitário no setpoint. As características deste tipo de resposta são evidenciadas.

Com apenas estes dois parâmetros, ganho e constante de tempo, ou em casos específicos com a definição do offset, uma função de transferência de primeira ordem está completamente descrita.

#### *Funções de segunda ordem*

A caracterização das funções de transferência de segunda ordem é apenas um pouco mais complexa do que a apresentada no item anterior, pois temos a presença de duas constantes de tempo, podendo ser escrita, de uma forma genérica, como

$$G(s) = \frac{K(1 - \varepsilon_\infty)}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \quad (2.14)$$

onde ( $\tau_1$  e  $\tau_2$ ) representam as constantes de tempo do sistema. Para tornar a análise mais intuitiva, normalmente substitui-se as constantes de tempo por outros dois parâmetros equivalentes, o período de oscilação natural  $\tau$  e o fator de amortecimento  $\zeta$  do processo, definidos por

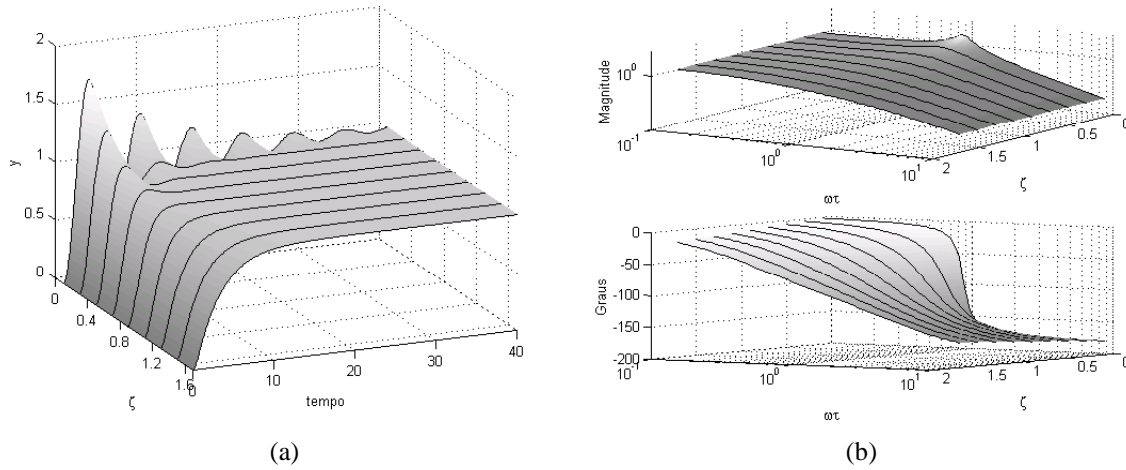
$$\tau = \sqrt{\tau_1 \tau_2} \quad \zeta = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2\sqrt{\tau_1 \tau_2}} \quad (2.15)$$

e desta forma pode-se reescrever a equação 2.14 como

$$G(s) = \frac{K(1 - \varepsilon_\infty)}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1} \quad (2.16)$$

Uma definição interessante para o fator de amortecimento é dada em DORF & BISHOP (1998), que a caracterizam como a taxa de oscilação da resposta do

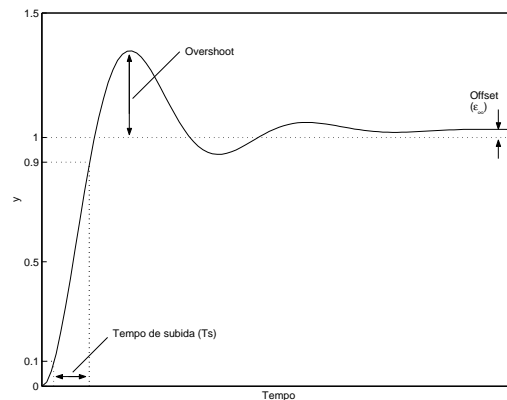
sistema frente a uma mudança de setpoint na alimentação. A figura a seguir mostra a influência desta propriedade na forma do sinal de saída frente a uma mudança tipo degrau unitário e sobre o diagrama de Bode.



**Figura 2.7:** Influência do fator de amortecimento  $\zeta$  nas respostas do sistema no domínio do tempo (a) e no domínio da frequência (b).

Pela figura 2.7 (a) percebe-se que para valores de  $\zeta$  superiores a um não ocorre oscilação, que surge para  $0 < \zeta < 1$  e é tanto maior quanto menor o fator de amortecimento.

As características da resposta no domínio do tempo que são de nosso interesse são overshoot, tempo de subida e offset. Para uma função de transferência de 2<sup>a</sup> ordem, estes parâmetros são definidos pela figura 2.8, a seguir:



**Figura 2.8:** Principais características de uma resposta no domínio do tempo a um degrau unitário no setpoint para um sistema de segunda ordem

Vários livros texto indicam relações entre as constantes que compõem a função de transferência de segunda ordem, ilustrada pela equação 2.16, e as características da resposta desta a perturbações na entrada. A seguir se verificam as equações sugeridas em DORF & BISHOP (1998) para overshoot e tempo de subida, respectivamente

$$O_{\%} = 100 \exp\left(-\frac{\zeta \pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) \quad (2.17)$$

$$T_S = \frac{2,16\zeta + 0,60}{\omega_n} \quad (2.18)$$

onde  $O_{\%}$  é o overshoot percentual (em relação ao valor estacionário),  $T_S$  é o tempo de subida e  $\omega_n$  é a frequência natural de oscilação do sistema, definida a partir de outra alternativa para a representação da equação 2.14, como

$$G(s) = \frac{\omega_n^2 (1 - \varepsilon_{\infty})}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.19)$$

## 2.3 Estabilidade de sistemas de controle

Existem diversos modos para definir a estabilidade de um sistema (SKOGESTAD & POSTLEWAITE, 1996), porém, para sistemas lineares invariantes no tempo as diferenças entre estas definições não é importante. Para os sistemas de nosso interesse a estabilidade de um sistema pode ser definido a partir dos pólos do sistema em malha fechada. Antes de mais nada, então, é necessário definir-se uma série de conceitos importantes em sistemas multivariáveis.

### 2.3.1 Pólos e zeros de transmissão de um sistema multivariável

Como no caso SISO os pólos e zeros do sistema caracterizam um determinado sistema. Porém, para o caso multivariável, é necessário introduzir o conceito de direção dos sinais de entrada e saída, que nada mais é que a distribuição da energia nos diversos canais. Com isso, para sistemas MIMO, a caracterização dos sistemas é feita através dos pólos e zeros de transmissão. Ambos parâmetros podem possuir parcela complexa, e então uma maneira de representá-los é através de um diagrama relacionando a parte real na abcissa e na ordenada a parte imaginária das 'raízes' (nome mantido da idéia de zeros e pólos para sistemas SISO). Com isso, vem a definição, muito comum na área de controle e utilizada a partir de agora, de pólos e zeros no semi-plano direito (RHP - righth half plane), que representam a parte não mínima do sistema, como será abordado a seguir.

#### *Zeros de transmissão*

Para sistemas SISO zeros são simplesmente valores de  $s$  para os quais a função de transferência (ou, mais diretamente, o numerador da função de transferência) se anula. O conceito equivalente para sistemas multivariáveis é um pouco mais complexo, pois deve-se levar em conta a direção dos sinais, e, deste modo, a presença de zeros em determinados canais de um sistema não necessariamente indica que há zeros de transmissão ou, havendo zeros no sistema, que sua posição é equivalente.

A posição dos zeros de transmissão está diretamente relacionada ao posto da matriz de ganho (o posto de uma matriz representa o número de linhas ou colunas linearmente independentes). Os zeros de transmissão de um sistema multivariável correspondem aos valores de  $s = z$  que tornam o posto da matriz de ganho  $G(z)$  inferior ao seu valor normal.

Para sistemas multivariáveis, além da energia relacionada aos sinais de entrada e saída, é importante estudar a distribuição desta energia nos diversos canais. Isto tem influência decisiva no efeito que os zeros de transmissão (e também pólos, como será demonstrado a seguir) terão no sistema. De um modo simples pode-se dizer que a direção de entrada de um zero de transmissão representa a distribuição da energia de um dado sinal de entrada, de tal forma que o efeito deste zero será mais forte quanto mais se aproximarem as direções de entrada do sinal e do zero de transmissão ( $u_z$ ). Do mesmo modo, existe uma direção de saída para cada sinal, que representa a distribuição da resposta do sistema nas diversas variáveis frente ao sinal de entrada. Assim, a direção de saída de um zero de transmissão ( $y_z^H$ ) indica em quais variáveis será mais notório o efeito deste componente.

As direções de um zero de transmissão são tais que

$$\begin{aligned} G(z)u_z &= 0 \\ y_z^H G(z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

podendo ser determinado através da decomposição em valores singulares da matriz  $G(z)$ , como pode ser verificado em ZHOU et al. (1996, lema 2.13).

A decomposição em valores singulares de uma matriz complexa  $M$  consiste na determinação das matrizes  $U$ ,  $\Sigma$  e  $V$  (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996) tais que

$$M = U \Sigma V^H = \sum_{i=1}^n \sigma_i(M) u_i v_i^H \quad (2.21)$$

onde  $\Sigma$  é uma matriz diagonal em que os elementos representam os valores singulares de  $M$ , arranjados em ordem decrescente, como mostra a expressão

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \bar{\sigma} = \sigma_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \underline{\sigma} = \sigma_n \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

sendo  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n$ .  $U$  e  $V$  são matrizes unitárias, que se caracterizam por possuírem norma quadrada unitária e inversas e transpostas conjugadas idênticas ( $V^{-1} = V^H$ ,  $U^{-1} = U^H$ ). Os vetores coluna da matriz  $V$ ,  $v_i$ , representam as direções de entrada do sistema que provocam um ganho (norma quadrada da matriz de ganhos) correspondente ao valor singular da coluna

de  $\Sigma$  correspondente, enquanto os vetores coluna de  $U$ ,  $u_i$ , representam as direções de saída para o mesmo sinal.

### ***Pólos multivariáveis***

Como para o caso SISO, os pólos do sistema MIMO são os principais responsáveis pela dinâmica do sistema. Os pólos de um sistema multivariável podem ser descritos como os valores de  $s = p$  tais que a matriz de ganho  $G(p)$  apresenta uma singularidade (seus elementos são levados a um valor infinito) para um sinal com direção de entrada igual à do pólo ( $u_p$ ). A direção de saída do pólo, corresponde à distribuição dos efeitos deste entre as variáveis de resposta do sistema. Pode-se escrever

$$\begin{aligned} G(p)u_p &= \infty \\ y_p^H G(p) &= \infty \end{aligned} \quad (2.23)$$

e novamente as direções podem ser determinadas pela decomposição em valores singulares  $G(p) = U \Sigma V^H$ .

Embora a equação 2.23 defina direções de entrada e saída, normalmente a avaliação é realizada, de forma simples, através dos auto-valores da matriz  $A$  da representação do sistema na forma de espaço de estado.

Cada pólo de um sistema MIMO deve aparecer em pelo menos uma das matrizes de transferência dos canais. A relação da localização dos pólos de transmissão com a estabilidade dos sistemas é idêntica à para sistemas SISO: um sistema é assintoticamente estável se e somente se a parte real dos pólos de transmissão é negativa ( $Re(p) < 0$ ).

### **2.3.2 Direcionalidade de um sistema**

A direcionalidade de um sistema é uma medida do grau de acoplamento entre as suas variáveis. Quanto maior for este grau de acoplamento, mais difícil será o projeto de controle para a unidade, pois as malhas têm maior tendência a interagir umas com as outras.

A análise da direcionalidade se baseia na generalização do conceito de ganho para sistemas monovariáveis, e esta generalização é baseada na intensidade do sinal de saída como um todo, ou seja, na energia retornada por um sistema em resposta a uma energia oferecida na entrada. Para medir esta energia, relacionada à matriz de ganho  $G(\theta)$  ou aos vetores de entrada e saída, pode-se utilizar o conceito de norma e, para o caso em questão, a norma quadrada (ou Euclidiana) é a forma mais eficiente, tanto física quanto matematicamente, sendo calculada pela seguinte expressão

$$\|G(\theta)\|_2 = \bar{\sigma}(G(\theta)) \quad (2.24)$$

O ganho de um sistema multivariável, que pode ser expresso pela norma  $|G(0)|$  é limitado acima e abaixo pelos seus valores singulares máximo ( $\bar{\sigma}$ ) e mínimo ( $\underline{\sigma}$ ), que podem ser determinados pela decomposição em valores singulares.

Com base nestes conceitos, vários índices para determinar a controlabilidade de sistemas foram criados, e uma síntese destes é apresentada no item 3.2 deste trabalho.

### **2.3.3 Estabilidade**

A estabilidade de um sistema qualquer pode ser definida a partir da relação entre os sinais de entrada e saída deste. Em poucas palavras, um sistema estável é aquele que apresenta uma resposta limitada para qualquer sinal de entrada também limitado.

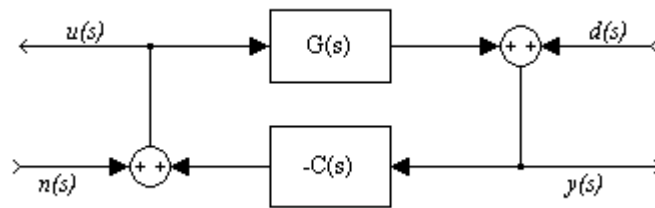
A partir da representação do modelo matemático do sistema é possível verificar-se a sua estabilidade. Um sistema qualquer é estável quando não possui pólos com parte real positiva (pólos RHP).

Graças ao conceito de direção dos sinais de entrada e saída para sistemas multivariáveis é possível que um modelo que apresente pólos RHP apresente sinais limitados de saída para um distúrbio ou mudança de setpoint na alimentação, sendo caracterizado como estável, porém para tanto é necessário que o sinal de entrada não possua componente na direção destes pólos (ou seja, os vetores de entrada e de direção do pólo devem ser ortogonais). Em sistemas reais a condição de ortogonalidade perfeita nunca é satisfeita, pois os distúrbios e ruídos possuem componentes em todas as direções, o que nos leva à definição de estabilidade interna, definida a seguir.

#### ***Estabilidade interna***

Um sistema representado por uma matriz racional de transferência é exponencialmente estável somente se ela é própria e não apresenta pólos RHP (MACIEJOWSKI, 1989). Esta definição é necessária, mas não suficiente para garantir a estabilidade de um sistema de controle. Para completar a definição é necessário garantir que não ocorra cancelamento de zeros de transmissão ou pólos RHP pelo controlador.

Uma definição mais genérica, que é suficiente e abrange os dois conceitos anteriores baseia-se no fato de, para um sistema estável, a inserção de um sinal finito em qualquer ponto da malha deve provocar apenas sinais também finitos em todos pontos da malha. Esta definição fica clara acompanhando-se a figura 2.9 a seguir.



**Figura 2.9:** Configuração feedback para análise da estabilidade interna.

Analisando-se a figura acima percebe-se que ela representa uma malha feedback padrão, apenas rearranjada para evidenciar a importância do sinal interno  $u(s)$ , de entrada da planta, que também deve ser limitado uma vez que existem limites físicos (saturação) para as variáveis que o compõem. As funções de transferência das entradas para as saídas do modelo na figura 2.9 podem ser escritas como

$$\begin{aligned} u &= (I + CG)^{-1}n - C(I + GC)^{-1}d \\ y &= G(I + CG)^{-1}n + (I + GC)^{-1}d \end{aligned} \quad (2.25)$$

Com as expressões em 2.25 pretende-se mostrar que os distúrbios na entrada e saída do processo (sempre presentes em qualquer sistema físico) inviabilizam o cancelamento perfeito de um zero ou pólo.

Para um modelo de processo com um zero de transmissão de fase não mínima a inserção, na função de transferência do controlador, de um pólo na mesma posição e direções, com o intuito de cancelá-lo, vai gerar, em malha fechada, um sistema com pólo instável na função de transferência de  $d$  para  $u$  (o que satura as variáveis de entrada e conseqüentemente leva à instabilidade também na saída) e um sistema com zero de fase não mínima na função de  $n$  para  $y$ . Para um modelo com um pólo RHP, quando se tenta o cancelamento por um zero de transmissão no controlador, ocorre o surgimento de resposta inversa na função de transferência de  $d$  para  $u$  e de instabilidade na função de  $n$  para  $y$  (o que caracteriza a instabilidade como genericamente é discutida).

### 2.3.4 Análise da estabilidade robusta

Quaisquer que sejam a maneira de obtenção do modelo matemático para um processo e o modo escolhido para a sua representação, não é possível descrever corretamente os sinais correspondentes aos distúrbios ou ainda, de uma forma completa, toda a complexa dinâmica do sistema. Para tornar possível a manipulação matemática do modelo uma série de simplificações e aproximações se faz necessária, onde priorizam-se apenas as dinâmicas mais importantes. Deste modo surgem diferenças entre os resultados reais e os resultados obtidos a partir do modelo matemático. Estas diferenças são denominadas *incertezas do modelo*.

Quando do projeto de controle para uma unidade, a malha regulatória sintetizada para o sistema deve ser capaz de atuar eficientemente tanto para o modelo nominal da planta quanto para o sistema real, que representa o objetivo final do estudo. Sob este ponto de vista

pode-se definir a estabilidade robusta a partir da estabilidade interna de sistemas, porém levando-se em conta as incertezas de modelagem na entrada e na saída da planta.

O conceito e análise destas incertezas pode ser melhor compreendido analisando a figura 2.4. Para o caso MIMO, a quebra da malha na entrada ou na saída da planta, geralmente resulta em diferentes sistemas e, deste modo, dois tipos de respostas devem ser definidas para as funções de transferência em malha aberta ( $L$ ) e, conseqüentemente, de acordo com as expressões 2.8 e 2.9, também dois conjuntos de funções de sensibilidade ( $S$ ) e complementar de sensibilidade ( $T$ ) são obtidos.

Quebrando-se a malha na saída da planta tem-se

$$L_O(s) \stackrel{\Delta}{=} G(s)C(s) \quad (2.26)$$

$$S_O(s) \stackrel{\Delta}{=} [I + L_O(s)]^{-1} \quad (2.27)$$

$$T_O(s) \stackrel{\Delta}{=} L_O(s)[I + L_O(s)]^{-1} = [I + L_O(s)]^{-1} L_O(s) \quad (2.28)$$

e quebrando-se na entrada

$$L_I(s) \stackrel{\Delta}{=} G(s)C(s) \quad (2.29)$$

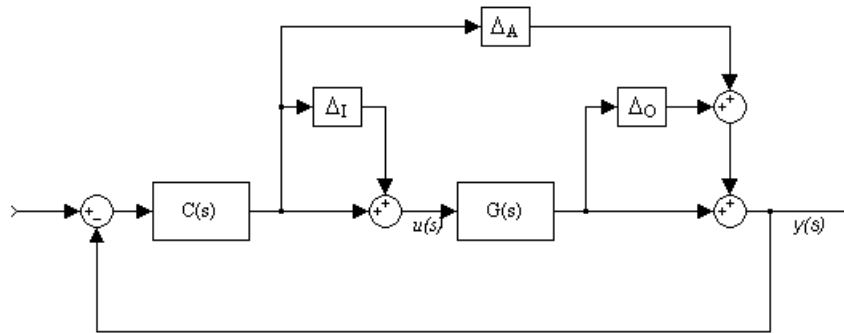
$$S_I(s) \stackrel{\Delta}{=} [I + L_I(s)]^{-1} \quad (2.30)$$

$$T_I(s) \stackrel{\Delta}{=} L_I(s)[I + L_I(s)]^{-1} = [I + L_I(s)]^{-1} L_I(s) \quad (2.31)$$

As funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade para a entrada e saída da planta caracterizam a estabilidade robusta do sistema feedback para várias classes de incerteza (ZHOU et al., 1996).

Incetezas a altas frequências (ruídos e dinâmicas do próprio processo) com dinâmicas não modeladas são normalmente descritas como perturbações multiplicativas e, para o caso multivariável, também apresenta forma diversa para a entrada e a saída da planta, como indicado pela figura 2.10, a seguir





**Figura 2.10:** Representação das incertezas multiplicativas na entrada e na saída da planta de um sistema com um grau de liberdade.

onde  $\Delta_I$  e  $\Delta_O$  representam as funções de transferência para as perturbações desconhecidas na entrada e na saída da planta, respectivamente e  $\Delta_A$  representa uma incerteza aditiva.

Uma discussão mais profunda e completa destes tipos de incerteza pode ser verificado em TRIERWEILER (1997), que fornece como ferramenta de análise da robustez de um sistema de controle baseado em incertezas estruturadas (onde são definidos os canais afetados por cada perturbação  $\Delta$ ) a teoria do valor singular estruturado ou teoria  $\mu$ . Esta teoria tem o devido tratamento em muitos livros textos, como ZHOU et al. (1996), MACIEJOWSKI (1989) e MORARI & ZAFIRIOU (1989).

A definição do número  $\mu$  (ou valor singular estruturado) e os métodos numéricos para a sua determinação fogem ao escopo deste trabalho, porém é importante como justificativa para a utilização da banda superior de  $\mu$  no cálculo do condicionamento mínimo e para verificar sua relação com a estrutura da incerteza do modelo da planta.

Conceitualmente o valor singular estruturado é uma generalização do máximo valor singular para uma matriz qualquer, assim como a técnica de  $\mathcal{H}_\infty$ , porém considerando uma perturbação com estrutura especial  $BD$  (bloco-diagonal) não limitada, cuja expressão pode ser conferida em (TRIERWEILER, 1997 ou nos livros texto acima referenciados). Seu conceito foi introduzido independentemente por Doyle e Safonov em 1982 (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996) como um método de análise da estabilidade robusta de sistemas com incertezas estáveis, estruturadas e invariantes no tempo. Para uma matriz complexa  $M$  a função  $\mu(M)$  é definida por

$$\mu(M) = \frac{1}{\min\{k_m : \Delta \in BD, \det(I - k_m M \Delta) = 0\}} \quad (2.32)$$

com  $\mu(M) = 0$  se nenhum  $k_m > 0$  e nenhum  $\Delta \in BD$  faz  $\det(I - k_m M \Delta)$  singular para todos  $k_m$ . O menor valor de  $k_m$  que resolve a equação 2.32 representa a margem de estabilidade robusta para perturbações invariantes no tempo, ou seja, a maior incerteza  $\Delta$  que o sistema admite sem perder a estabilidade.

É importante notar que o valor de  $\mu(M)$  é dependente da estrutura da incerteza. Valores elevados de  $\mu$  indicam pequena margem de estabilidade robusta, ou seja, pequenas

perturbações fazem  $(I-M\Delta)$  singular, enquanto valores reduzidos indicam boa margem de estabilidade.

## **Capítulo 3**

# **Ferramentas e heurísticas para o projeto de controle**

Este capítulo discute alguns dos métodos utilizados para a seleção de estruturas de controle. Como discutido na introdução deste trabalho, a grande maioria dos responsáveis pela elaboração do projeto de controle das unidades prefere utilizar apenas heurísticas, alguns poucos mais criteriosos buscam maneiras quantitativas para realizar o projeto de controle como um todo. A seguir são apresentadas uma série de ‘regras’ geralmente utilizadas pelos adeptos das heurísticas e, a seguir, uma breve revisão dos métodos matemáticos de avaliação da controlabilidade de um sistema, métodos estes que foram a motivação para o desenvolvimento da metodologia RPN.

### **3.1 Regras heurísticas para a seleção de estruturas de controle**

Qualquer sistema industrial real é constituído por um grande número de variáveis de entrada e saída. A partir da análise do comportamento do sistema frente a alterações, desejadas ou não, na carga ou mesmo sem dados de planta, baseando-se apenas em conhecimento teórico e na experiência do projetista, é possível agrupar diversas destas variáveis em sub-sistemas, buscando-se reduzir o tamanho do problema e, conseqüentemente, o número de possíveis estruturas de controle a ser analisado utilizando um ferramental matemático.

Sob um ponto de vista que leva em conta a simplicidade do sistema final de controle, é desejável que os sub-sistemas formados apresentem apenas pouco ou nenhum acoplamento entre si e que todas as malhas de um mesmo nível hierárquico apresentem dinâmicas semelhantes, ou seja, constantes de tempo e, para sistemas de fase não-mínima, tempos mortos e/ou zeros de transmissão com parte real positiva de mesma magnitude.

Não há regras gerais para o agrupamento, entretanto, algumas recomendações baseadas em bom senso foram estudadas e publicadas por vários autores, podendo ser

utilizadas como base para um estudo mais aprofundado. A vantagem destes métodos está na possibilidade de analisar a validade de uma estrutura de controle baseada em modelos qualitativos da planta. Para uma análise mais rigorosa, buscando a decisão final sobre a estrutura de controle a ser utilizada, se faz estritamente necessária a utilização de modelos quantitativos, baseados em índices matemáticos que realmente busquem representar a controlabilidade do sistema, como a metodologia apresentada neste trabalho.

A seguir são comentadas algumas técnicas de seleção baseadas em heurísticas e apresentadas na literatura.

LUYBEN (1994) apresenta o efeito ‘bola de neve’, que ocorre em sistemas com reciclo e se caracteriza por uma grande variação nas variáveis de saída quando se tem uma pequena alteração em uma das entradas. É importante verificar que este efeito não é vinculado à parte dinâmica do sistema, relacionando-se apenas ao estado estacionário, podendo ser eliminado com uma boa seleção da estrutura de controle. No trabalho de LUYBEN (1994) o autor estabiliza um sistema composto por reator/separador controlando uma corrente líquida de reciclo. A solução do problema passou por um estudo profundo da unidade e por critérios de ‘bom senso’.

Regras heurísticas para o controle de processo podem também ser utilizadas durante a etapa do projeto da unidade, evitando problemas de controlabilidade durante a operação. Por exemplo, a dificuldade para controlar uma rede de trocadores de calor depende da seleção do pareamento entre variáveis manipuladas e controladas e da localização dos bypasses. Como o projeto de redes de trocadores de calor é realizado a partir da solução de problemas de minimização do custo energético como uma otimização sujeita a restrições (método Pinch), para um cálculo levando em consideração o controle da unidade, basta acrescentar restrições neste sentido. MATHISEN (1994) formulou heurísticas com este intuito, definindo restrições lineares baseadas na operabilidade de processos para o método Pinch de projeto de redes de trocadores de calor.

Em SEBORG et al. (1989), é realizada uma discussão sobre a seleção de variáveis controladas, manipuladas e medidas. Algumas destas ‘regras’ são listadas a seguir.

### ***Seleção de variáveis controladas***

1. Selecione variáveis de saída que não se auto-regulam. Por exemplo, a pressão de uma coluna de destilação atmosférica é uma variável que se auto-regula, logo não precisa ser controlada
2. Escolha variáveis de processo que potencialmente podem exceder limites físicos de equipamentos ou restrições de produção, como temperaturas, pressões e composições.
3. Selecione variáveis que sejam medidas diretas da qualidade dos produtos e apresentem características dinâmicas e estáticas favoráveis.

### *Seleção de variáveis manipuladas*

1. Selecione variáveis de entrada que influenciam rapidamente e em boa amplitude as variáveis controladas

### *Construção das malhas de controle*

As regras até agora apresentadas fazem referência a apenas operações unitárias isoladas, sem levar em conta a presença de ciclos mássicos e energéticos ou mesmo as conexões em série ou paralelo entre as diversas partes da planta, o que representa um nível superior de complexidade.

Buckley foi um dos pioneiros na análise deste aspecto do controle de processos (LUYBEN, 1990), desenvolvendo um procedimento ainda hoje muito utilizado podendo ser descrito pelos seguintes passos:

1. Desenvolva um esquema de controle lógico para as malhas do inventário (pressão e níveis de líquido) do sistema de modo que as variações de fluxo entre as unidades seja o mais suave possível. É importante salientar que é possível controlar o inventário de qualquer equipamento atuando tanto na alimentação quanto na saída deste, e a escolha por uma ou outra opção traz consigo vantagens e desvantagens (conferir, por exemplo, em LUYBEN et al., 1998 e NG & STEPHANOPOULOS, 1998). Com o inventário devidamente controlado a princípio não devem haver problemas de estabilidade interna e as malhas podem ser projetadas como sistemas de baixa ordem, logo esta deve ser a primeira etapa de projeto.
2. Projete as malhas de controle de qualidade para cada operação unitária determinando constantes de tempo em malha fechada para estas de modo que sejam cerca de dez vezes mais lentas que as malhas do inventário, com isto consegue-se um razoável desacoplamento entre as duas camadas de controle.

## **3.2 Ferramentas para a análise da controlabilidade**

A seleção de uma estrutura de controle é a etapa mais importante no projeto de controle. Uma boa escolha das variáveis manipuladas e do pareamento entre elas torna a etapa de projeto do controlador propriamente dito muito mais simples e a malha de controle é potencialmente melhor. Pode-se entender um controlador simples como aquele onde cada malha representa um sistema SISO (formando um sistema globalmente definido como multi-SISO), sofrendo influência apenas das variáveis diretamente relacionadas. Neste caso um controlador descentralizado pode alcançar bons resultados.

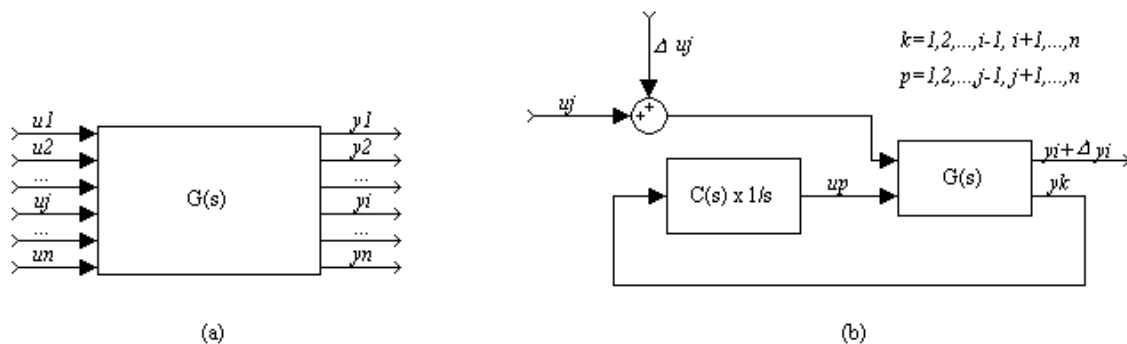
A direcionalidade de um sistema multivariável representa este grau de acoplamento entre os canais (ou malhas) deste, indicando a dificuldade para o projeto de um controlador para o processo, ou, de outro modo, em que casos é necessária a utilização de um controlador multivariável e quando controladores descentralizados podem alcançar resultados satisfatórios.

Diferentes estruturas de controle possuem comportamento diferente quanto a rejeição de distúrbios externos, acoplamento, robustez e grau de não linearidade do sistema, logo a medida da dificuldade imposta por estes fatores é uma ferramenta indispensável para a seleção da estrutura de controle com maior potencial de apresentar bons resultados. A seguir é relacionada uma série de métodos que tentam quantificar esta grandeza. Neste trabalho foi dada maior importância para os métodos da RGA e do condicionamento mínimo, que são utilizados no RPN-Toolbox.

### 3.2.1 RGA – Matriz de Ganhos Relativos

O RGA, ou Matriz de Ganhos Relativos (Relative Gain Array), foi introduzido por BRISTOL (1966) como uma medida do grau de interação entre todos os possíveis pares de sistemas SISO, em estado estacionário, em uma determinada configuração de controle.

A definição do RGA consiste na construção de uma matriz onde cada elemento corresponde à razão entre os ganhos para um canal do sistema em malha aberta e em malha semi-fechada (onde todas as malhas, à exceção da relacionada ao canal de interesse, estão fechadas) com controladores ideais. A figura 3.1 representa os conceitos de malha aberta e semi-fechada.



**Figura 3.1:** Malhas aberta (a) e semi-fechada (b), para a definição da matriz do RGA.

Deste modo, definindo cada termo da matriz de ganhos relativos de  $G(0)$  pela variável  $\lambda_{ij}$ , onde  $i$  e  $j$  representam suas linhas e colunas, respectivamente, tem-se

$$\lambda_{ij} = \frac{\left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{u_p, p \neq j}}{\left( \frac{\partial y_i}{\partial u_j} \right)_{y_k, k \neq i}} \quad (3.1)$$

Como a relação que define o RGA faz sentido apenas para sistemas onde cada variável manipulada controla apenas uma entrada do sistema, estudaremos apenas os sistemas ditos quadrados, onde o número de variáveis manipuladas é igual ao número de variáveis

controladas, ou, analisando-se a matriz de transferência do modelo da planta, o número de linhas é igual ao de colunas.

Outros modos de determinação da matriz do RGA, obtidos a partir de manipulação matemática de expressão original, são apresentadas abaixo (HOVD & SKOGESTAD, 1992):

$$RGA(G(0)) \stackrel{\Delta}{=} G(0) \times (G(0)^{-1})^T \quad (3.2)$$

$$\lambda_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{g_{ij} \det(G(0)^{ij})}{\det(G(0))}$$

No conjunto de equações 3.2 o operador  $\times$  representa a multiplicação dos elementos ( $g_{ij}$ ) da matriz  $G(0)$  termo a termo e  $G(0)^{ij}$  denota a matriz  $G(0)$  extraídas a linha  $i$  e a coluna  $j$ .

Para sistemas 2x2 (com duas entradas e duas saídas), graças a propriedade matemática do RGA que garante que

$$\sum_i \lambda_{ij} = \sum_j \lambda_{ij} = 1 \quad (3.3)$$

tem-se a expressão simplificada para a matriz do RGA

$$RGA(G_{2 \times 2}(0)) = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$\lambda_{11} = \frac{1}{1 - \frac{g_{12}g_{21}}{g_{11}g_{22}}}$$

Outra propriedade da matriz RGA, muito importante para o estudo da controlabilidade de um sistema, é a independência do sistema de unidades utilizado, assim, utilizando as matrizes diagonais de escalonamento  $L$  e  $R$ , tem-se

$$RGA(G(0)) = RGA(L G(0) R) \quad (3.5)$$

A utilização do RGA como medida do grau de acoplamento tem a seguinte interpretação:

- $\lambda_{ij}=0$ : a variável de saída  $i$  não sofre influência da entrada  $j$

- $\lambda_{ij} = 1$ : a variável de saída  $i$  sofre influência apenas da entrada  $j$ , ou seja, o ganho em malha aberta é igual ao em malha semi-fechada, com isso pode-se concluir que o sistema é desacoplado em todas direções
- $\lambda_{ij} > 1$  ou  $0 < \lambda_{ij} < 1$ : existe interação entre as malhas de controle em todas direções
- $\lambda_{ij} < 0$ : neste caso o efeito da entrada  $j$  sobre a saída  $i$  é forte e em direção oposta ao efeito da entrada  $i$  e, assim, os efeitos de interação entre as malhas são bastante negativos.

Com este conjunto de “regras” é possível classificar um conjunto de estruturas de acordo com sua controlabilidade, ou, de outro modo, de acordo com a dificuldade associada ao projeto de uma malha de controle.

A análise de sistemas através da Matriz de Ganhos Relativos foi introduzida como uma medida da interação estacionária entre entradas e saídas para o projeto de controladores descentralizados, porém sua utilização pode ser estendida avaliando-se a matriz para  $G(j\omega)$  para diversas frequências. As regras para escolha do pareamento são semelhantes às descritas para o RGA estacionário: busca-se uma matriz de ganhos relativos mais próxima à identidade na região da frequência de corte do sistema (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996).

Um modo particular para entender o RGA é como uma medida da dominância diagonal de um sistema (SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996). Uma propriedade desejável para um sistema de controle, principalmente quando se utilizam controladores descentralizados, é a manutenção da estabilidade do processo quando uma ou mais malhas são retiradas de operação. Esta propriedade é sintetizada no conceito de Controlabilidade Integral Descentralizada (DIC), segundo o qual um sistema cujo pareamento de controle foi definido pelas variáveis controladas e manipuladas apresenta DIC se existe um controlador descentralizado integral tal que, em malha fechada, uma configuração de controle com um grau de liberdade (ilustrada no Capítulo 2) é estável, mantendo a estabilidade mesmo com uma ou mais malhas SISO abertas, como pode ser conferido em SKOGESTAD & POSTLETHWAITE (1996).

### 3.2.2 Condicionamento e condicionamento mínimo

O grau de direcionalidade de um sistema pode ser entendido como a diferença entre os valores limites máximo e mínimo do ganho para sinais de entrada de mesma intensidade mas em diferentes direções. A forma mais tradicional para mensurar esta diferença é através do condicionamento do sistema ( $\gamma$ ), que consiste no quociente

$$\gamma = \frac{\bar{\sigma}}{\underline{\sigma}} \quad (3.6)$$

Alguns sistemas apresentam ganhos equivalentes para todas as possíveis direções do sinal de entrada. Estes sistemas possuem condicionamento baixo, são ditos bem



condicionados e, devido a sua baixa direcionalidade, pode-se considerar que não são sensíveis às incertezas na entrada, presentes em qualquer processo industrial, indicando, dessa forma, uma certa facilidade no projeto do controlador.

Para sistemas com elevado condicionamento, a inversa nem sempre é verdadeira. Quando há uma grande disparidade entre a grandeza das variáveis de entrada e/ou de saída (caso muito comum nos processos químicos, onde se utilizam variáveis como composição, fluxo mássicos e energéticos, temperaturas, pressões, etc.) a expressão do condicionamento apresenta sempre valores elevados, deste modo isso não representa, necessariamente, problemas de direcionalidade. Como o sistema de unidades (ou escalonamento) escolhido para medir as variáveis não altera as características do processo, ele não pode ter influência na medida do acoplamento entre as malhas.

A metodologia RPN, para anular o efeito do sistema de unidades na análise da direcionalidade de um sistema, utiliza o conceito de escalonamento mínimo das variáveis, que consiste em alterar-se os sistemas de medida do processo de tal forma que o condicionamento do sistema, definido pela expressão 3.6, se torne mínimo. Matematicamente o escalonamento do sistema pode ser alterado multiplicando-se matrizes diagonais reais e não singulares à direita ( $R$ ) e à esquerda ( $L$ ) da matriz de ganho, alterando-se assim apenas as variáveis de saída e de entrada, respectivamente. Assim, o condicionamento mínimo de um sistema se torna um problema de otimização do tipo

$$\gamma^*(G(j\omega)) = \min_{L,R} [\gamma(LG(j\omega)R)] \quad (3.7)$$

Com o conceito de condicionamento mínimo pode-se analisar a direcionalidade de um sistema corretamente, sem o efeito do sistema de unidades utilizado. Então um sistema sem problemas de direcionalidade é aquele com um condicionamento mínimo baixo (inferior a 5) enquanto um sistema que apresenta condicionamento mínimo elevado (acima de 50) certamente apresentará estes problemas. Sistemas com condicionamento elevado mas condicionamento mínimo reduzido são ditos mal escalonados.

Como fica claro pela equação 3.7, o condicionamento mínimo, bem como o escalonamento mínimo, é uma grandeza dependente da frequência  $j\omega$  em que é calculado. Desta forma, um sistema pode apresentar problemas de direcionalidade em determinadas frequências e em outras ser bem condicionado.

A solução da equação 3.7 para o caso geral passa pela solução de um problema de otimização convexo, com solução analítica exata apenas para sistemas  $2 \times 2$ . Para o caso geral, pode-se utilizar aproximações para os limites superior e inferior do condicionamento mínimo ou então são necessários métodos numéricos. A seguir apresentamos alguns dos métodos que podem ser utilizados para chegar-se à solução.

### **Matrizes de escalonamento mínimo para sistemas 2×2**

Para sistemas com apenas duas malhas de controle, arranjo onde duas variáveis controladas manipulam duas entradas do sistema, é possível determinar o condicionamento mínimo de modo analítico. As expressões aqui ilustradas foram introduzidas por TRIERWEILER (1997) e são utilizadas no RPN-Toolbox para os casos onde é possível proporcionar, por motivos óbvios, solução muito mais rápida que os métodos numéricos.

Quando os elementos da diagonal principal e da diagonal transversa da matriz de transferência escalonada,  $G^*(j\omega)$ , de um sistema 2×2 apresentam mesma magnitude, ou seja,  $|g_{11}(j\omega)| = |g_{22}(j\omega)|$  e  $|g_{12}(j\omega)| = |g_{21}(j\omega)|$ , a dependência da direção de entrada de um sinal de entrada (de outro modo, a direcionalidade) será mínima. Com base neste conceito, as matrizes de escalonamento mínimo de um sistema, para o caso em que  $g_{ij} \neq 0$  com  $i, j = 1, 2$  podem ser determinadas segundo as expressões

$$L = \begin{bmatrix} \sqrt{|g_{21}/g_{11}|} & 0 \\ 0 & \sqrt{|g_{12}/g_{22}|} \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} \sqrt{|g_{12}/g_{11}|} & 0 \\ 0 & \sqrt{|g_{21}/g_{22}|} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

que resultam na seguinte expressão para a matriz escalonada de transferência

$$G^*(j\omega) = LG(j\omega)R = \begin{bmatrix} \frac{g_{11}}{|g_{11}|} \sqrt{|g_{12} g_{21}|} & \frac{g_{12} |g_{21}|}{\sqrt{|g_{11} g_{22}|}} \\ \frac{g_{21} |g_{12}|}{\sqrt{|g_{11} g_{22}|}} & \frac{g_{22}}{|g_{22}|} \sqrt{|g_{12} g_{21}|} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

e então o condicionamento mínimo pode ser calculado segundo

$$\gamma^*(G(j\omega)) = \gamma(G^*(j\omega)) = \frac{\overline{\sigma}(G^*(j\omega))}{\underline{\sigma}(G^*(j\omega))} \quad (3.10)$$

### **Solução numérica utilizando o banda superior para $\mu$**

Segundo BRATZ & MORARI (1994) o condicionamento mínimo de uma matriz  $G$  pode ser eficientemente determinada através da otimização convexa para o limite superior de  $\mu$ , cujo conceito foi brevemente ilustrado na seção 2.3 deste trabalho.

Definindo uma matriz  $H$  tal que

$$H = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \\ 0 & \dots & 0 & & \\ & G & & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

o condicionamento mínimo de  $G$  pode ser obtido pela minimização

$$\gamma^*(G) = \left\{ \min_{R,L} \left[ \overline{\sigma} \left( DHD^{-1} \right) \right] \right\}^2 \quad (3.12)$$

onde  $D = \text{diag}(R^{-1}, L)$ . Este problema de minimização pode ser resolvido utilizando software para o limite superior de  $\mu$ , como o  $\mu$ -Toolbox ou ainda através do freeware MUSOL4 (FAN et al., 1991).

Em nosso trabalho foi realizada uma correção (primeiramente apresentada em FARINA et al., 1999) do equacionamento apresentado em BRAATZ & MORARY (1994) e em SKOGESTAD & POSTLETHWAITE (1996), onde a definição da matriz  $D$  era erroneamente representada por  $D = \text{diag}(R, L)$ .

### **Solução numérica utilizando a aproximação LMI**

BOYD et al. (1994) apresentaram uma solução para o cálculo do condicionamento mínimo baseado em sistemas Lineares de Inequações Matriciais (LMI - Linear Matrix Inequalities). Seu método consiste na resolução do problema de minimização de autovalores generalizados sob certas condições, como expresso a seguir:

$$\begin{aligned} & \text{função objetivo : } \min(\gamma^2) \\ \text{restrições : } & \begin{cases} P \in \mathfrak{R}^{n_o \times n_o}, P \text{ é matriz diagonal definida positiva} \\ Q \in \mathfrak{R}^{n_i \times n_i}, Q \text{ é matriz diagonal definida positiva} \\ Q \leq M^H P M \leq \gamma^2 Q \end{cases} \end{aligned} \quad (3.13)$$

onde  $P$  e  $Q$  são matrizes reais positivas definidas que consistem no resultado da otimização,  $n_i$  e  $n_o$  correspondem ao número de entradas e saídas do sistema, respectivamente, e a matriz  $M$  carrega as informações da planta, sendo definida por  $M = G(\theta)$  para o ponto estacionário ou, de modo genérico para as demais frequências, por

$$M = \begin{bmatrix} \text{Re}(G(j\omega)) & \text{Im}(G(j\omega)) \\ -\text{Im}(G(j\omega)) & \text{Re}(G(j\omega)) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde as funções  $Re$  e  $Im$  retornam apenas a parte real e imaginária, respectivamente, da matriz  $G(j\omega)$  avaliada em cada frequência.

As matrizes de escalonamento  $L$  e  $R$  e o condicionamento mínimo  $\gamma^*$  são dados pela raiz quadrada matricial de  $P$ ,  $Q$  e  $\gamma^2$ , respectivamente (a operação raiz quadrada matricial é definida de modo que se  $X$  é a raiz quadrada matricial de  $A$ , então  $X \times X = A$ ).

A aproximação de BOYD et al. (1994) apresenta vantagens sobre o método do limite superior de  $\mu$ , uma vez que aqui pode-se inserir restrições e limites conhecidos para o sistema

representado pela matriz  $M$ , o que permite considerar propriedades do sistema, como, por exemplo, dominância diagonal. Por outro lado, a determinação utilizando a banda superior de  $\mu$  é cerca de três vezes mais rápida, representando um ganho em tempo computacional. Ambas as implementações apresentam, naturalmente, o mesmo resultado.

### 3.2.3 Relação entre o condicionamento mínimo e o RGA

Uma vez que o RGA e o condicionamento mínimo buscam representar a controlabilidade de sistemas, sendo que ambos não apresentam problemas de escalonamento, é intuitivo que se deseje relacionar matematicamente os dois índices. Como existem expressões analíticas para a determinação do RGA para sistemas de qualquer ordem, é interessante determinar estas relações e, quando possível, utilizá-las, economizando-se tempo computacional.

GORSDIDIER et al. (1985) apresentaram uma expressão que relaciona o RGA e o condicionamento mínimo para sistemas  $2 \times 2$ . Como, para sistemas desta ordem, existe expressão analítica para cálculo do condicionamento mínimo, existe também uma relação exata entre os dois índices, que pode ser expressa por

$$\gamma^*(G(j\omega)) = \|RGA\|_1 + \sqrt{\|RGA\|_1^2 - 1} = \|RGA\|_\infty + \sqrt{\|RGA\|_\infty^2 - 1} \quad (3.15)$$

onde as normas unitária e infinita para uma matriz genérica quadrada  $M$  são definidas por

$$\|M\|_1 = \max_j \left( \sum_i |m_{ij}| \right) \quad \|M\|_\infty = \max_i \left( \sum_j |m_{ij}| \right) \quad (3.16)$$

Para sistemas  $2 \times 2$ , utilizando os resultados da expressão 3.4, evidencia-se a igualdade entre as duas normas, de modo que  $\|RGA\|_1 = \|RGA\|_\infty = |\lambda_{11}| + |1 - \lambda_{11}|$ .

Ainda para sistemas  $2 \times 2$ , como verifica-se em TRIERWEILER (1997), a expressão 3.15 pode ser reescrita na forma abaixo:

$$\gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} = 2\|RGA\|_1 = 2\|RGA\|_\infty \quad (3.17)$$

Para sistemas de ordem superior não há solução analítica para a determinação do condicionamento mínimo, e logo é de se esperar que não se tenha, também, uma relação exata entre os dois índices. Por outro lado, dada a relação existente entre os objetivos em ambas definições, o RGA pode ser utilizado para definir uma faixa, na forma de limites inferior e superior, na qual o condicionamento mínimo se encontra.

O limite inferior para o condicionamento mínimo para sistemas quadrados de qualquer ordem foi introduzido por NETT & MANOUSIOUTHAKIS (1987) como

$$\gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \geq 2\|RGA\| \quad (3.18)$$

$$\gamma^*(G(j\omega)) \geq \|RGA\| + \sqrt{\|RGA\|^2 - 1}$$

onde  $\|RGA\|$  corresponde ao valor maior entre  $\|RGA\|_1$  e  $\|RGA\|_\infty$ . Claramente estas condições vêm da generalização das equações 3.15 e 3.17.

Uma solução para o limite superior do condicionamento mínimo com base no RGA foi conjecturada em NETT & MANOUSIOUTHAKIS (1987) e SKOGESTAD & MORARI (1987), na forma da expressão

$$\gamma^*(G(j\omega)) \leq \left( \sum_{ij} |\lambda_{ij}| \right) + k(n) \quad (3.19)$$

onde  $k(n)$  é uma constante, em hipótese dos autores igual a  $n-2$ , para  $n$  representando a ordem do sistema. A expressão, para esta hipótese, foi provada pelos autores apenas para o caso de sistemas  $2 \times 2$ , onde  $k(n) = 0$ , sendo discutida e *refutada* como solução geral em TRIERWEILER (1997), que um contra-exemplo para a expressão 3.19 para sistemas de ordem igual ou superior a quatro. Para sistemas  $3 \times 3$  nenhum problema foi encontrado.

### 3.2.4 Outros métodos

Alguns outros métodos para a análise da controlabilidade de sistemas constam na literatura, porém não são importantes para o nosso estudo se não como referência a trabalhos realizados na área. A seguir comentamos alguns destes métodos.

#### *Índice de Nierdlinski*

Baseia-se no conceito de Controlabilidade Integral Descentralizada (DIC), apresentada no tópico 3.2.1,

Matematicamente, a definição da Controlabilidade Integral Descentralizada para sistemas  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$  pode ser adaptada ao conceito RGA (YU & FAN, 1990). Um sistema  $2 \times 2$  apresenta DIC se  $\lambda_{11}(0) > 0$ . Para um sistema  $3 \times 3$ , são necessárias e suficientes três condições, apresentadas a seguir:

$$\frac{\det(G(0))}{\prod_i g_{ii}(0)} > 0 \quad \& \quad \lambda_{ii} > 0 \quad \& \quad \sqrt{\lambda_{11}} + \sqrt{\lambda_{22}} + \sqrt{\lambda_{33}} > 1 \quad (3.20)$$

Para um sistema  $n \times n$  é condição apenas necessária para a definição da DIC que as linhas e colunas de  $G(0)$  possam ser ajustadas de forma que os elementos da sua diagonal principal sejam todos positivos e os determinantes de todas as submatrizes de  $G(0)$  (obtidas retirando-se para cada cálculo do determinante uma linha e uma coluna) possuam o mesmo

sinal. Mais sobre esta definição e simplificações para casos específicos podem ser verificados em TRIERWEILER (1997) , SKOGESTAD & POSTLETHWAITE (1996) ou GROSDIDIER et al. (1985).

O conceito de Controlabilidade Integral Descentralizada considera apenas um controlador com ação integral. Com isto, a caracterização de um sistema como apresentando DIC ou não depende somente da planta em questão e do pareamento escolhido, sendo possível a averiguação desta propriedade através do RGA estacionário.

### ***MRI – Índice de Resiliência de Morari***

Este método é bastante parecido ao que leva em conta o condicionamento do sistema, porém baseia-se apenas no menor valor singular de um sistema, que é também uma medida da independência linear entre as variáveis do sistema e, logo, da controlabilidade, ou resiliência, deste (TRIERWEILER, 1991).

A definição do índice é dado pela expressão de MORARI (1983):

$$MRI = \underline{\sigma}(G(j\omega)) \quad (3.21)$$

Quanto maior o *MRI* mais fácil será controlar um sistema. Como na análise do condicionamento, o índice de Morari pode apresentar problemas de escalonamento.

Como o método considera apenas parte das informações obtidas pela decomposição em valores singulares e ainda apresenta problemas de escalonamento, não é recomendável como um eficiente critério para medir a controlabilidade de um sistema.

## Capítulo 4

### Metodologia RPN

A metodologia RPN foi introduzida por TRIERWIELER (1997) como uma maneira sistemática para a determinação da controlabilidade de um dado sistema, definidos os pareamentos entre as variáveis de entrada e saída. Com essa metodologia é possível determinar, dentre uma série de possibilidades, quais estruturas de controle têm potencialmente maior chance de apresentar bons resultados, baseando-se no Número de Desempenho Robusto (Robust Performance Number), um índice baseado em expressões matemáticas que levam em conta o processo em questão e o desempenho desejado para o sistema em malha fechada. Alguns aspectos como incertezas do modelo, não-linearidades do processo, saturação das variáveis manipuladas e interações entre as diversas malhas são também automaticamente levados em conta.

Existe uma série de outros índices que auxiliam o projeto da estrutura de controle, como visto no Capítulo 2, porém, como discutido por WAL & JAGER (1995) em sua revisão sobre o tema, nenhum destes era completamente satisfatório.

#### 4.1 RPN – Número de Desempenho Robusto

O RPN, pela primeira vez publicado em (TRIERWEILER & ENGELL, 1997) leva em conta, ao mesmo tempo, o grau de acoplamento entre as diversas malhas de controle do processo e a região de frequência de operação da malha.

O índice RPN é determinado pelo valor máximo da função  $\Gamma$ , definida a seguir:

$$\Gamma(G,T) = \sqrt{\sigma \left( [I - T(j\omega)] T(j\omega) \left( \gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \right) \right)} \quad (4.1)$$

$$RPN = \Gamma_{sup}^{\Delta}(G, T, \omega) = \sup_{\omega \in R} \{ \Gamma(G, T) \} \quad (4.2)$$

onde  $G(j\omega)$  é o modelo nominal (linear) da planta,  $T$  é a função complementar de sensibilidade desejada alcançável para a saída (em malha fechada),  $\gamma^*(G(j\omega))$  é o condicionamento mínimo do modelo da planta e  $\sigma([I-T]T)$  é o máximo valor singular da função de transferência  $[I-T]T$ .

O RPN é, então, composto basicamente de dois termos:

- $\bar{\sigma}([I-T]T)$ : Este termo é uma generalização da expressão  $[I-T]T$  desenvolvida por ENGEL (1988) para sistemas SISO. Atua como uma função peso, com seu máximo próximo à frequência de corte do sistema. É sabido que, para a estabilidade robusta, são mais importantes as incertezas localizadas nas proximidades da frequência de corte (conferir, por exemplo, em MORARI & ZAFIRIOU, 1989 ou SKOGESTAD & POSTLETHWAITE, 1996). Um modelo pode ter elevada incerteza a baixas ou elevadas frequências sem, entretanto, apresentar problemas de estabilidade ou desempenho. Este fato é automaticamente levado em conta pela função peso RPN. A escolha de  $T$  depende do desempenho desejado para o sistema em malha fechada e das limitações do processo, tais como ruído, saturação de variáveis de entrada e, principalmente, componentes de fase não-mínima (isto é: pólos e zeros de transmissão com parte real positiva e tempos mortos) do modelo do sistema.
- $\gamma^*(G)+1/\gamma^*(G)$ : Este termo é responsável pela avaliação da direcionalidade do sistema. Sua origem vem da abordagem da teoria  $\mu$  (ZHOU et al., 1996) para o problema de desempenho robusto para controladores baseados na inversão da planta. STEIN & DOYLE (1991) desenvolveram uma expressão analítica na qual o valor singular estruturado  $\mu$  é uma função direta de  $\sqrt{\gamma(G)+1/\gamma(G)}$  e de funções peso que representam o desempenho nominal e as incertezas do modelo. Para a metodologia RPN as funções peso são substituídas por  $\bar{\sigma}([I-T]T)$  e utiliza-se o condicionamento mínimo ( $\gamma^*$ ) no lugar do condicionamento ( $\gamma$ ), avaliando-se, assim, o sistema minimamente escalonado, sem problemas de acoplamento devido a uma escolha incorreta do sistema de unidades.

O caminho mais fácil para o projeto de controladores é aquele baseado na inversão do modelo da planta. Esta técnica vai apresentar bons resultados, avaliando-se desempenho e robustez, apenas quando o RPN for pequeno. Como controladores baseados na inversão da planta são simples e efetivos, pode-se concluir que uma boa seleção da estrutura de controle é aquela com um RPN reduzido.

A definição do RPN leva em conta o condicionamento mínimo do sistema para cada frequência, sendo as matrizes de escalonamento para a entrada e para a saída também resolvidas ponto a ponto, porém, quando se parte para o projeto do controlador, normalmente as matrizes  $L$  e  $R$  são mantidas constantes.



Segundo a metodologia RPN, a frequência de maior importância para o controle do sistema corresponde à frequência relativa ao valor máximo da função gama,  $\Gamma_{sup}(\omega)$ , e então as matrizes de escalonamento devem ser escolhidas exatamente neste ponto. Esta idéia é diretamente utilizada na síntese de controladores estruturados de baixa ordem, apresentada ao final deste capítulo.

Para avaliar o acréscimo na direcionalidade do sistema devido a esta consideração de escalonamento constante pode-se utilizar  $RPN_{LR}$  (Número de Desempenho Robusto com matrizes  $L_S$  e  $R_S$  de escalonamento constantes). As equações que definem o  $RPN_{LR}$  são bastante semelhantes às do RPN, como pode-se conferir a seguir:

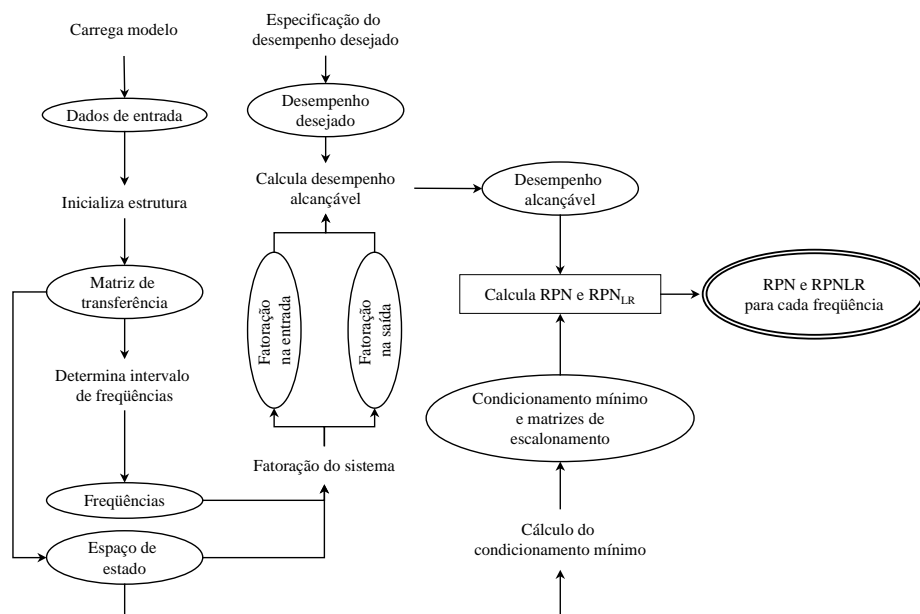
$$\Gamma_{LR}(G, T) \triangleq \sqrt{\overline{\sigma}(L_S [I - T(j\omega)] T(j\omega) L_S) \left( \gamma^*(L_S G(j\omega) R_S) + \frac{I}{\gamma^*(L_S G(j\omega) R_S)} \right)} \quad (4.3)$$

$$RPN_{LR} \triangleq \Gamma_{LR_{sup}}(G, T, \omega) = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \{ \Gamma_{LR}(G, T) \} \quad (4.4)$$

Tomando-se os gráficos das funções  $\Gamma$  e  $\Gamma_{LR}$  contra a frequência é possível concluir se uma determinada estrutura de controle pode ou não gerar sistemas de controle robustos em malha fechada.

## 4.2 Algoritmo para determinação do RPN

Para a determinação do Número de Desempenho Robusto se faz necessária uma série de etapas, demonstradas no algoritmo simplificado apresentado na figura a seguir.



**Figura 4.1:** Algoritmo da metodologia para determinação do RPN e do  $RPN_{LR}$ .

No fluxograma representado pela figura 4.1, que indica exatamente as etapas utilizadas na construção do RPN-Toolbox, como será discutido no capítulo seguinte, as caixas retangulares representam ações e as elipses representam os resultados de cada operação. Os objetos com linhas duplas indicam as entradas (modelo do sistema e desempenho desejado para os canais em malha fechada) e a saída (valores do RPN, ou da função  $T$ , para cada frequência) do algoritmo.

Alguns pontos, como o cálculo do condicionamento mínimo foram abordados no Capítulo 2 e as demais etapas serão discutidas nos tópicos subseqüentes.

### 4.3 Entrada de dados do modelo e cálculos preliminares

Para iniciar a seqüência de cálculos, é necessário definir os dados de entrada, que no caso correspondem ao modelo do sistema. Denominamos cálculos preliminares aqueles que antecedem à fatoração do sistema e ao cálculo do condicionamento mínimo, pois servem apenas como base para os objetivos finais do estudo.

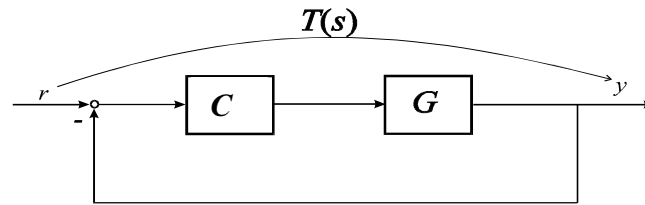
Como já discutido, existem vários modos para a representação matemática de um sistema e estes, de um modo geral, desconsiderando pequenas vantagens e desvantagens de um e de outro, se equivalem. Para a metodologia RPN os dados do modelo podem ser alimentados na forma de matriz de transferência ou na representação de espaço de estado. Para determinadas etapas do cálculo a transformação de uma em outra forma é utilizada.

A chamada ‘estrutura’ que é montada com os dados do sistema e que engloba os principais resultados de cada etapa de cálculo é apenas um modo prático de armazenar dados, e será discutida com detalhes no capítulo seguinte.

Algumas ferramentas de análise, e mesmo a fatoração do sistema e o RPN, são funções determinadas ponto a ponto para um conjunto de frequências. Esta região de frequências para as quais serão efetuados os cálculos pode ser determinada com razoável precisão, de modo automático, a partir da avaliação do diagrama de Bode para o modelo do sistema. Como a região de interesse para todos os métodos se localiza próximo à frequência de corte e o diagrama de bode apresenta, no diagrama das amplitudes, variação exatamente nesta região, esta propriedade pode ser utilizada para a determinação do intervalo de frequências para análise.

### 4.4 Definição do desempenho do sistema

O desempenho de um sistema em malha fechada corresponde à relação entre os sinais de referência  $r$  e de saída  $y$  na configuração de controle com 1 grau de liberdade, reformulada a partir do modelo apresentado no Capítulo 2 para melhor ilustrar nosso problema e apresentada a seguir.



**Figura 4.2:** Configuração feedback padrão com a representação da função complementar de sensibilidade.

Como pode-se verificar na figura 4.2 a função de transferência  $T$  relaciona as variáveis de nosso interesse (sinais de referência e de saída), correspondendo ao sistema composto pelos modelos do processo e do controlador, organizados em malha feedback negativa. A relação corresponde à função complementar de sensibilidade, podendo ser representada pela expressão

$$T = (I + GC)^{-1} GC \quad (4.5)$$

Deste modo, o desempenho do sistema em malha fechada corresponde ao desempenho da função de transferência  $T$ .

Segundo a metodologia RPN, a controlabilidade de um sistema é função do modelo da unidade, com suas limitações naturais (saturação das variáveis de entrada e presença de elementos de fase não mínima) e do desempenho que se deseja para o sistema em malha fechada. A seguir vamos discutir um modo de definição do desempenho desejado e as limitações que determinam o desempenho alcançável para o sistema.

#### 4.4.1 Especificação do desempenho desejado

O desempenho desejado corresponde ao tipo de resposta que se almeja de um determinado sistema em malha fechada. Este desempenho pode ser especificado de diversos modos, como discutido para o caso SISO no Capítulo 2. A generalização dos conceitos apresentados para sistemas multivariáveis consiste na simples especificação do desempenho do sistema canal por canal, relacionando-se o desempenho desejado para cada par variável controlada – variável manipulada, ficando, assim, definido o desempenho desejado para o sistema como um todo.

No Capítulo 5 serão discutidas as implementações no RPN toolbox para a definição do desempenho desejado de um sistema em malha fechada segundo funções de transferência características, a partir de grandezas normalmente utilizadas na área de controle de processos.

#### 4.4.2 Fatores limitantes do desempenho

Um dos principais motivos para a utilização de sistemas de controle feedback é a melhora do desempenho dos processos, genericamente aumentando o ganho destes, buscando respostas mais rápidas para a mudança de setpoint ou eliminação de distúrbios. Contudo, genericamente, em plantas estáveis, a adição de uma malha feedback tem um efeito negativo sobre a estabilidade robusta do sistema, uma vez que o acréscimo do ganho aumenta também

a possibilidade de se provocar instabilidade no processo, seja por erros na modelagem do processo, por saturação das variáveis manipuladas, por ampliação de ruídos ou pela presença de fase não mínima.

### ***Limitações impostas pelo ruído na medida***

Uma vez que a atuação de um sistema de controle feedback baseia-se na correção em linha de desvios em relação aos valores desejados para as variáveis controladas, é fundamental para o seu sucesso que a medida destes valores seja a mais correta possível. Porém, como não existem sensores perfeitamente precisos ou livre de ruídos, esse erro deve ser considerado para uma correta análise do sistema.

Segundo a discussão apresentada no Capítulo 2, o erro de medida devido ao ruído pode ser representado pelo sinal  $m$  e a matriz de transferência deste ruído para a saída  $y$  corresponde à função complementar de sensibilidade  $T$ . O objetivo do controle é minimizar o efeito do ruído no sistema, ou seja, deseja-se que a razão entre as energias do sinal do ruído e de saída seja pequena, o que é conseguido com

$$\overline{\sigma}(T(j\omega)) \leq \xi \quad (4.6)$$

para

$$\|y(j\omega)\|_2 \leq \xi \|m(j\omega)\|_2 \quad (4.7)$$

Para uma boa eliminação de distúrbios e uma resposta rápida a alterações de setpoint é desejável que  $\overline{\sigma} \approx 1$ , assim, como fica claro pelas equações 4.6 e 4.7, para que o ruído de medida  $m$  seja satisfatoriamente atenuado é necessário que os medidores produzam bons resultados para o intervalo de frequências de operação da malha.

Muitos autores desconsideram o efeito do ruído de medida em seus trabalhos teóricos para o projeto de controladores e, assim, quando da implementação destes em plantas reais, normalmente se faz necessário um 'desajuste' dos parâmetros para adaptar o projeto à realidade. Devido ao exposto muitos engenheiros de controle preferem projetar controladores PI para depois, com o controlador instalado, aumentar gradativamente a constante derivativa até o limite do processo (LUYBEN, 1992). Como é de se esperar, a consideração do ruído durante a etapa de projeto do controlador é bastante vantajosa, e uma boa opção para tanto é o projeto de um filtro para cada canal, que deve ser inserido no desempenho alcançável para o sistema, como mostra a relação a seguir

$$T = T_n T_d \quad (4.8)$$

sendo  $T_d$  o desempenho desejado para o sistema em malha fechada e  $T_n$  uma construção diagonal com os filtros para cada canal ( $T_n = \text{diag}\{F_1, \dots, F_{n0}\}$ ). Outras maneiras para levar em conta o ruído são descritos por TRIERWEILER (1997).

### ***Limitações impostas por saturação das variáveis manipuladas***

Nos sistemas reais sempre há limites físicos para os valores máximo e mínimo das variáveis manipuladas, logo estas também devem ser levadas em conta durante o projeto de controle. Em TRIERWEILER (1997) é discutida a forma de implementação deste tipo de restrição no algoritmo de projeto.

### ***Limitações impostas pela presença de fase não mínima***

Se um sistema apresenta fase não mínima (tempo morto ou pólos ou zeros de transmissão com parte real positiva), mais limitações são impostas ao seu desempenho em malha fechada. Estas limitações estão vinculadas às condições para estabilidade interna discutidas no Capítulo 2.

Em suma, os pólos e zeros de transmissão com parte real positiva de um sistema  $G$  não podem ser cancelados pelo controlador  $C$ , devendo ambos figurar na função de transferência em malha aberta  $L = G C$ .

Atraso no tempo (ou tempo morto) é uma característica inerente a diversos processos químicos, podendo ser entendido como o intervalo de tempo necessário para que uma determinada perturbação na entrada surta efeito, ou seja, um sistema com tempo morto  $\theta$ , sujeito a um sinal qualquer na entrada, no tempo  $t$ , somente vai iniciar a responder a este sinal no tempo  $t + \theta$ . Suas principais fontes são a própria dinâmica do processo e o tempo de análise para certas variáveis de processo.

### **4.4.3 Determinação do desempenho alcançável**

A partir do desempenho desejável e das restrições impostas pelos diversos fatores acima discutidos é possível determinar o desempenho alcançável para um dado sistema em malha fechada. O objetivo de controle, sob um ponto de vista mais abrangente, é a obtenção de respostas a variações nas entradas segundo um padrão desejado, com rejeição a distúrbios e ruídos, sem que, entretanto, a estabilidade interna da malha seja comprometida.

Para atingir este objetivo é necessário construir uma função de transferência para o sistema como um todo que possua as características estabelecidas pela função complementar de sensibilidade definida na etapa de especificação do desempenho desejado levando em conta os elementos de fase não mínima originárias do modelo para a planta, elementos estes que impossibilitam a simples inversão do modelo da planta para o projeto do controlador. Para isto, antes de mais nada é preciso um método para a separação das fases mínima e não-mínima do modelo da planta, o que é conseguido com a fatoração do sistema pelo método de Blaschke, como discutido a seguir.

### ***Fatoração de sistemas – fatoração de Blaschke***

A fatoração de sistemas é uma ferramenta que permite decompor uma função de transferência em partes, de modo que cada qual possua apenas determinadas características do sistema e seja possível, a partir das partes, construir novamente o sistema original.

É de nosso interesse o estudo da fatoração do sistema de modo a separar a fase mínima da fase não mínima, avaliando-se assim o desempenho alcançável de um sistema em malha fechada. Para tanto, um dos possíveis métodos existentes é a fatoração de Blaschke (HAVRE & SKOGESTAD, 1996 ou TRIERWEILER, 1997).

A fatoração de Blaschke baseia-se na decomposição do modelo do processo de modo a gerar um sistema que leva consigo determinados componentes com propriedades de fase não mínima. Como, para modelos multivariáveis temos de nos preocupar com as direções de entrada e saída, existem definições da fatoração de Blaschke para a entrada e para a saída de sistemas com pólos e zeros de transmissão com parte real positiva. Cada uma destas definições gera um modelo que apresenta o componente de fase não mínima e um modelo que, em conjunto com o primeiro, reconstitui o original.

Vamos a seguir apresentar algoritmos para a fatoração de Blaschke para a entrada e saída de sistemas com pólos ou zeros de transmissão com parte real positiva para, em seguida, apresentar a generalização para sistemas com ambos os componentes de fase não mínima.

#### Fatoração de Blaschke para sistemas com zeros de transmissão com parte real positiva

Seja um sistema  $G(s)$  com  $nz$  zeros de transmissão com parte real positiva, denominados  $z_i$ . A aplicação da fatoração de Blaschke para a entrada deste produzirá um resultado tal que

$$G(s) = G_{I,z}(s)F_{I,z}(s) \quad (4.9)$$

onde  $G_{I,z}$  será a componente que possui apenas a parte mínima de  $G(s)$  e  $F_{I,z}$  deve conter os zeros de fase não mínima do sistema.

A determinação de  $G_{I,z}$  e  $F_{I,z}$  pode ser conseguida a partir do algoritmo a seguir:

1.  $(A, B, C, D)$  é a realização mínima de  $G(s)$

2.  $B^{(0)} = B$

3. Repetir para  $i$  variando de 1 a  $nz$

$$\begin{bmatrix} A - z_i I & B^{(i-1)} \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{z,i} \\ u_{z,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$F_{I,z}^{(i)} = I - \frac{2 \operatorname{Re}(z_i)}{s + z_i} u_{z,i} u_{z,i}^H$$

sendo

$$B^{(i)} = B^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(z_i) x_{z,i} u_{z,i}^H$$

onde o índice sobrescrito entre parênteses representa o valor de  $i$  em cada passo do loop, a função  $Re(z_i)$  retorna a parte real do zero de transmissão  $z_i$ , cujo complexo conjugado é representado por  $\bar{z}_i$  e o operador  $H$  retorna o transposto conjugado do vetor de direção  $u_{z,i}$ .

O termo de fase mínima  $G_{I,z}$  corresponde ao modelo na representação de espaço de estado  $(A, B^{(nz)}, C, D)$ , ou seja,

$$G_{I,z}(s) = C(sI - A)^{-1}B^{(nz)} + D \quad (4.11)$$

e o termo de fase não mínima  $F_{I,z}$  corresponde ao produto entre todos os  $F_{I,z}^{(i)}$ , ou seja,

$$F_{I,z}(s) = \prod_{i=1}^{nz} F_{I,z}^{(i)} = F_{I,z}^{(nz)}(s) F_{I,z}^{(nz-1)}(s) \cdots F_{I,z}^{(1)}(s) \quad (4.12)$$

A fatoração dos zeros de transmissão com parte real positiva para a *saída* dos sistemas resulta na expressão

$$G(s) = F_{O,z}(s)G_{O,z}(s) \quad (4.13)$$

sendo os sub-sistemas  $G_{O,z}$  e  $F_{O,z}$  obtidos por um algoritmo muito semelhante ao apresentado em 4.10, como mostra o esquema a seguir

$$1. C^{(0)} = C$$

2. Repetir para  $i$  variando de 1 a  $nz$

$$\begin{bmatrix} x_{z,i}^H & y_{z,i}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A - z_i I & B \\ C^{(i-1)} & D \end{bmatrix} = [0 \ 0] \quad (4.14)$$

$$F_{O,z}^{(i)} = I - \frac{2 \operatorname{Re}(z_i)}{s + z_i} y_{z,i} y_{z,i}^H$$

sendo

$$C^{(i)} = C^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(z_i) y_{z,i} x_{z,i}^H$$

sendo agora os componentes de fase mínima e não mínima determinados segundo as expressões abaixo

$$G_{O,z}(s) = C^{(nz)}(sI - A)^{-1}B + D \quad (4.15)$$

$$F_{O,z}(s) = \prod_{i=1}^{nz} F_{O,z}^{(i)} = F_{O,z}^{(nz)}(s) F_{O,z}^{(nz-1)}(s) \cdots F_{O,z}^{(1)}(s) \quad (4.16)$$

Para o efeito da determinação do desempenho alcançável de sistemas com zeros de transmissão de fase não mínima é importante a fatoração de Blascke para a saída, sendo a matriz de transferência para o desempenho alcançável determinada pela seguinte expressão

$$T(s) = F_{O,z}(s) F_{O,z}^\dagger(0) T_d(s) \quad (4.17)$$

onde  $T$  é o desempenho alcançável, determinado segundo o algoritmo indicado, e  $T_d$  é o desempenho desejado para o sistema em malha fechada. O operador  $\dagger$  representa a pseudo inversa de  $F_j(0)$ , de tal modo que  $F_j(0) F_j^\dagger(0) = I$ , o que permite que sistemas com um número de possíveis variáveis manipuladas superior ao número de variáveis controladas possam ser avaliados.

#### Fatoração de Blaschke para sistemas com pólos de transmissão com parte real positiva

Os pólos RHP também podem ser fatorados para a entrada e para a saída dos sistemas, de forma semelhante aos zeros. A fatoração de Blaschke para a saída de um sistema com  $np$  pólos instáveis é realizada de forma a obter-se

$$G(s) = F_{O,p}(s) G_{O,p}(s) \quad (4.18)$$

sendo novamente  $F_{O,p}$  o sub-sistema com os componentes de fase não mínima e  $G_{O,p}$  o com elementos de fase mínima. O algoritmo para esta fatoração é apresentado a seguir

1.  $A^{(0)} = A \quad \& \quad B^{(0)} = B$
2. Repetir para  $i$  variando de 1 a  $nz$ 

$$\begin{aligned} & \left( A^{(i-1)} - p_i I \right) x_{p,i} = 0, \quad y_{p,i} = C x_{p,i} \\ & F_{O,p}^{(i)} = I + \frac{2 \operatorname{Re}(p_i)}{s + p_i} y_{p,i} y_{p,i}^H \end{aligned} \quad (4.19)$$

sendo

$$\begin{aligned} A^{(i)} &= A^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(p_i) x_{p,i} y_{p,i}^H C \\ B^{(i)} &= B^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(p_i) x_{p,i} y_{p,i}^H D \end{aligned}$$

Os componentes de fase mínima e não mínima são determinados por

$$G_{O,p}(s) = C \left( s I - A^{(nz)} \right)^{-1} B^{(nz)} + D \quad (4.20)$$

$$F_{O,p}(s) = \prod_{i=1}^{np} F_{O,p}^{(i)}(s) = F_{O,p}^{(np)}(s) F_{O,p}^{(np-1)}(s) \cdots F_{O,p}^{(1)}(s) \quad (4.21)$$



Finalmente, para a fatoração para a entrada dos pólos de fase não mínima o resultado desejado é

$$G(s) = G_{I,p}(s) F_{I,p}(s) \quad (4.22)$$

sendo obtido pelo algoritmo

1.  $A^{(0)} = A \quad \& \quad C^{(0)} = C$
2. Repetir para  $i$  variando de 1 a  $nz$ 

$$x_{p,i}^H \left( A^{(i-1)} - p_i I \right) = 0$$

$$u_{p,i} = B^T x_{p,i}$$

$$F_{I,p}^{(i)} = I + \frac{2 \operatorname{Re}(p_i)}{s - p_i} u_{p,i} u_{p,i}^H \quad (4.23)$$

sendo

$$A^{(i)} = A^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(p_i) B u_{p,i} x_{p,i}^H$$

$$C^{(i)} = C^{(i-1)} - 2 \operatorname{Re}(p_i) D u_{p,i} x_{p,i}^H D$$

a notação é idêntica a utilizada nos demais algoritmos, à exceção da operação de transposição não conjugada, representada pelo sobrescrito  $T$ .

Os componentes de fase mínima e não mínima são determinados por

$$G_{O,p}(s) = C^{(nz)} \left( s I - A^{(nz)} \right)^{-1} B + D \quad (4.24)$$

$$F_{I,p}(s) = \prod_{i=1}^{np} F_{I,p}^{(i)}(s) = F_{I,p}^{(np)}(s) F_{I,p}^{(np-1)}(s) \dots F_{I,p}^{(1)}(s) \quad (4.25)$$

Para o efeito da determinação do desempenho alcançável de sistemas com pólos instáveis é importante a fatoração de Blascke para a entrada, sendo a matriz de transferência para o desempenho alcançável determinada pela seguinte expressão

$$T(s) = I - \left( I - T_d(s) \right) F_{I,p}^\dagger(0) F_{I,p}(s) \quad (4.26)$$

Fatoração de Blaschke para sistemas com pólos e zeros de transmissão com parte real positiva

Para o caso geral de sistemas com pólos e zeros de fase não mínima a fatoração é realizada como nos casos discutidos acima e a composição do desempenho alcançável para a metodologia RPN é feita de acordo com a expressão a seguir

$$T(s) = F_{O,z}(s)F_{O,z}^\dagger(0) \left[ I - (I - T_d(s))F_{I,p}^\dagger(0)F_{I,p}(s) \right] \quad (4.27)$$

onde cada  $F_j$  corresponde às funções de transferência para a fase não mínima, determinada pelo algoritmo adequado e  $T_d$  ao desempenho desejado.

$T(s)$  é diferente da função de transferência complementar de sensibilidade desejada originalmente  $T_d(s)$ , porém possui exatamente os mesmos valores singulares, sendo também preservadas as propriedades de robustez especificadas para as saídas da planta. Os fatores  $F_{O,z}^\dagger(0)$  e  $F_{I,p}^\dagger(0)$  garantem as características em estado estacionário para o desempenho, pois necessariamente  $T(0) = T_d(0)$ .

## 4.5 Função peso RPN

Como visto até agora, poucos são os autores que utilizam métodos quantitativos para um estudo criterioso para a seleção de estruturas de controle de processos. Dentre todos os índices até então desenvolvidos e revisados no Capítulo 3 deste trabalho, nenhum leva em conta a região de frequências para a análise da direcionalidade do sistema, o que por vezes conduz a resultados que não representam a realidade.

Muitos sistemas apresentam elevada interação quando analisada sua controlabilidade por índices que levam em conta o sistema em estado estacionário (a baixas frequências) e podem apresentar bons resultados utilizando-se controladores descentralizados. Por outro lado, um sistema projetado com controlador demasiadamente rápido (altas frequências) normalmente apresenta baixa interação entre as malhas, e logo a análise da direcionalidade o caracterizaria como facilmente controlável, porém não são sequer viáveis na prática, pois o controle passa a responder a distúrbios, ou então apresenta problemas devido à presença de fase não mínima, quando esta existe.

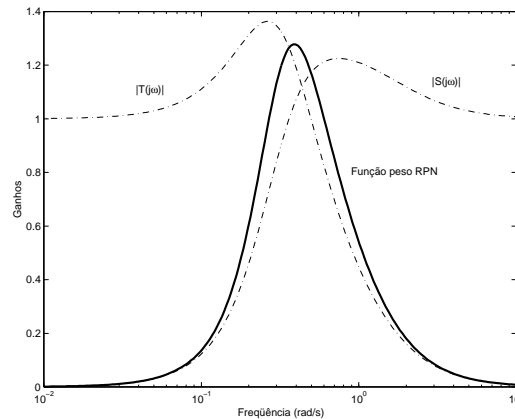
Um bom método de análise da controlabilidade deve então considerar ao mesmo tempo os objetivos de controle, a presença de fase não mínima e a região de frequências onde realmente a medida da rigidez do sistema é representativa.

A metodologia RPN baseia-se na avaliação da direcionalidade do sistema, através de uma função do condicionamento mínimo, ponderando-a com uma função peso que possui seu máximo exatamente na região de frequências de maior importância para o controle (faixa na qual o processo deve operar) e reduz rapidamente nas áreas de menor interesse.

A função peso RPN é determinada a partir do máximo valor singular do produto entre as funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade para o desempenho alcançável do sistema, segundo a expressão

$$P(j\omega) = \bar{\sigma}(S(j\omega)T(j\omega)) = \bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega)) \quad (4.28)$$

A função peso RPN deve possuir, para sistemas de fase mínima, forma de uma curva gaussiana com valor máximo na região de frequências onde tanto  $|S|$  quanto  $|T|$  apresentam valores elevados. Este efeito pode ser verificado na figura 4.3, onde se comparam as curvas para o valor absoluto das funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade, para o mesmo sistema apresentado na seção 2.2, com a respectiva função peso RPN.



**Figura 4.3:** Comparação entre as funções de sensibilidade e complementar de sensibilidade e a função peso RPN.

## 4.6 Potencialidades da metodologia RPN

Diferente de outros índices descritos no Capítulo 3, a metodologia RPN é algo mais que apenas uma ferramenta para a análise de direcionalidade e controlabilidade de sistemas, contemplando o projeto de controle como um todo.

Até o presente momento já foram desenvolvidas ferramentas para o projeto de controladores descentralizados e controladores preditivos baseados na metodologia RPN. Em pouco tempo, o pacote do RPN-Toolbox também englobará estes pontos e ainda um aspecto que se encontra em desenvolvimento, que diz respeito à identificação de sistemas, também levando em conta a definição do intervalo de frequências de maior importância para a análise do sistema e na fatoração deste em relação à presença de fase não mínima. Outros pontos que ainda necessitam pesquisa e desenvolvimento são apresentados na seção referente a trabalhos futuros, no Capítulo 7.

A seguir, será discutida a utilização da metodologia RPN para o projeto de controladores estruturados de ordem fixa.

### *Projeto de controladores multivariáveis estruturados de baixa ordem*

Como discutido na introdução deste trabalho, uma vez que as medidas das variáveis de saída de uma planta são realizadas apenas localmente, gerando informação descentralizada sobre o processo, o projeto de controladores também descentralizados ou estruturados, representados por matrizes diagonais ou bloco-diagonais, é desejável.

As principais vantagens da utilização de controladores descentralizados estão na facilidade de entendimento e implementação do controlador e no fechamento e abertura das malhas de controle de modo independente. Por outro lado, com os métodos de projeto de controladores robustos padrões não é possível predeterminar a ordem e estrutura dos compensadores, pois para controladores estruturados de baixa ordem é impossível garantir que um determinado desempenho desejado seja atingido em malha fechada.

TRIERWEILER (1997) e TRIERWEILER et al. (2000a) apresentam um procedimento para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem (como PID) que podem ser facilmente implementados em qualquer sistema de controle industrial. A idéia básica do procedimento é projetar um controlador centralizado de elevada ordem e então aproximá-lo, no domínio da frequência, por outro de baixa ordem e com a estrutura desejada.

O método se baseia na síntese direta, que pode ser compreendida através da análise da configuração de controle com um grau de liberdade, apresentada na figura 4.2. A função de transferência das entradas para as saídas deste sistema pode ser representada pela expressão

$$T = (I + GC)^{-1} GC \quad (4.29)$$

De posse do modelo da planta  $G$  e do desempenho desejado *alcançável*  $T$  (deste modo a presença de fase não mínima é diretamente levada em conta) é possível determinar o modelo do controlador ideal para o processo segundo

$$C^{id} = G^{-1} (T^{-1} - I)^{-1} \quad (4.30)$$

Normalmente o controlador  $C^{id}$  é centralizado e possui elevada ordem, entretanto é possível aproximá-lo por outro, com as características de ordem e estrutura desejadas através de um processo de otimização. A função objetivo a ser minimizada neste processo é a diferença entre a função de transferência do processo em malha fechada com o controlador ideal e o desempenho com o controlador obtido pela aproximação, que pode ser representada por

$$\Delta T = S G \Delta C S_0 \approx S_0 G \Delta C S_0 \quad (4.31)$$

onde  $S_0$  e  $S$  são as funções de sensibilidade nominal e real, respectivamente. Ao final do processo de otimização a função complementar de sensibilidade do sistema em malha fechada será dada por  $T = T^{id} + \Delta T$  e o controlador obtido será  $C = C^{id} + \Delta C$ . A aproximação de  $S$  por  $S_0$  na equação 4.31 é necessária para promover a linearização da relação entre  $\Delta T$  e  $\Delta C$ , tornando os cálculos mais rápidos.

Como  $S_0$  é aproximadamente diagonal, cada elemento de  $\Delta C$  afeta apenas a coluna correspondente de  $\Delta T$ , e então o mecanismo a otimização é resolvida coluna por coluna através do método de mínimos quadrados, como pode ser conferido em TRIERWEILER (1997) ou WANG (1999).

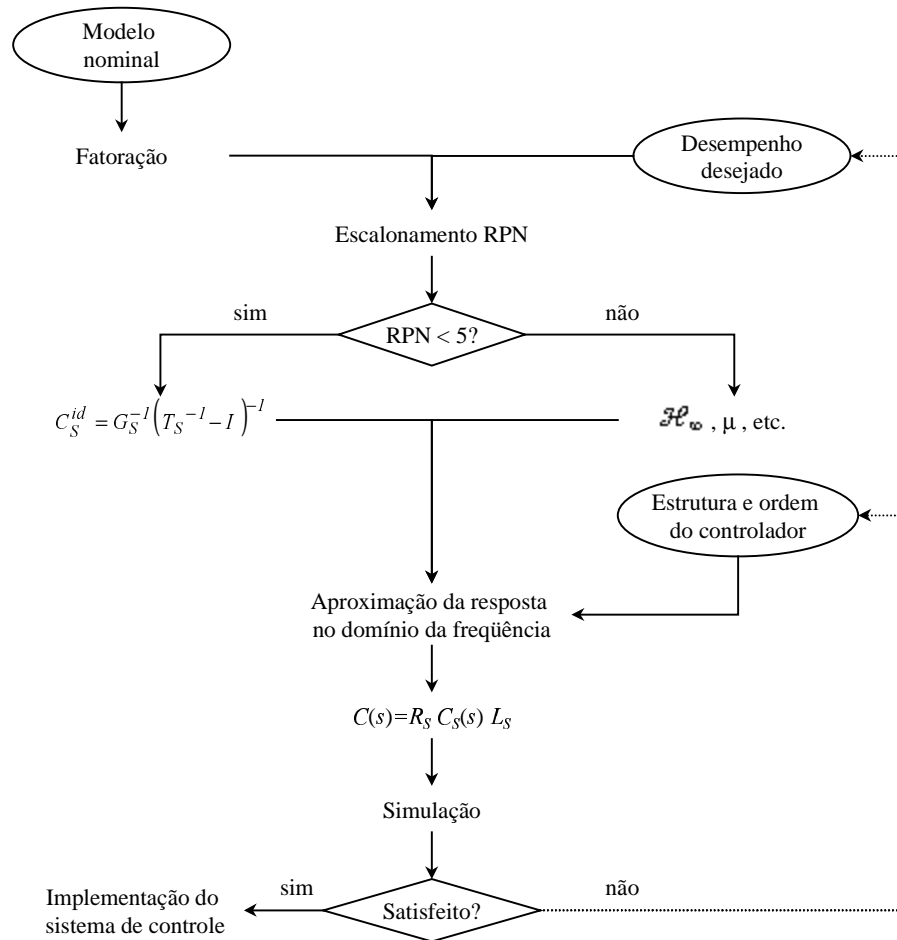
Como para sistemas multivariáveis o escalonamento das entradas e saídas é crucial para um bom projeto de controlador, o procedimento de escalonamento RPN, que considera o modelo da planta escalonada pelas matrizes  $L_S$  e  $R_S$ , determinadas de modo que a matriz  $G_S(j\omega) = L_S(j\omega)G(j\omega)R_S(j\omega)$  apresente condicionamento mínimo na frequência onde a curva de  $\Gamma(j\omega)$  é máxima, para o projeto do controlador é o principal responsável pelo sucesso do método aqui discutido.

O método de projeto pode ser descrito pelas cinco etapas a seguir:

1. Especificar o desempenho desejado  $T_d(s)$  e então, a partir da função de transferência deste e das restrições do modelo da planta (fase não mínima, ruído nas medidas, saturação das entradas e incertezas do modelo), determinar o desempenho alcançável  $T(s)$
2. Escalonar o modelo da planta e o modelo para o desempenho em malha fechada segundo  $G_S(s) = L_S G(s) R_S$  e  $T_S(s) = L_S T(s) L_S^{-1}$
3. Calcular o controlador ideal para o sistema atingir o desempenho alcançável  $T_S(s)$
4. Aproximar o controlador ideal obtido para atingir estrutura e ordem desejadas segundo o método apresentado
5. Alterar o controlador para as unidades originais do processo segundo  $C(s) = R_S C_S(s) L_S$ , onde  $C_S(s)$  é o controlador projetado para o processo descrito por  $G_S(s)$ .

A figura 4.4 demonstra como este procedimento pode ser aplicado para o projeto de um controlador qualquer. Alguns pontos do fluxograma são salientados a seguir.

- Se o resultado após a implementação não for satisfatório, tanto a ordem quanto a estrutura do controlador podem ser alterados ou ainda o desempenho desejado pode ser modificado, buscando-se o melhor resultado
- Uma vez que o controlador “ideal” utilizado no procedimento é baseado na inversão do modelo do processo, ele somente vai apresentar bons resultados para sistemas com baixa direcionalidade, então o índice RPN é utilizado para verificar a possibilidade de utilização desta técnica. Quando o valor do RPN é superior a 5 recomenda-se a utilização de métodos que dispõem maior tempo computacional, como iteração DK,  $\mathcal{H}_\infty$ , etc, (ZHOU et al., 1996 e SKOGESTAD POSTLETHWAITE, 1996) mesmo neste caso a ordem e estrutura do controlador obtido pode ser adequada pela aproximação no domínio da frequência.



**Figura 4.4:** Metodologia para o projeto de controladores estruturados de baixa ordem baseada no RPN.

## Capítulo 5

### RPN-Toolbox

O RPN-Toolbox, produto deste, é a implementação em ambiente MATLAB<sup>®</sup> v5.3 (R11) da metodologia RPN. O objetivo desta implementação é tornar possível a qualquer profissional da área de controle de processos a exploração, em todas as dimensões, do problema de projeto global de controle, abrangendo escolha da estrutura e projeto do controlador propriamente dito. A escolha da estrutura de controle é baseada em ferramentas de avaliação da controlabilidade introduzidas nos capítulos anteriores, dando-se maior importância à metodologia RPN.

A ferramenta foi escrita na forma de m-files, buscando ser independente de outros toolboxes mas aproveitando vantagens oferecidas por alguns deles. Hoje em dia, um dos mais poderosos instrumentos para o estudo e desenvolvimento de métodos na área de controle de processos é o Control System Toolbox v4.2 (R11). Este conjunto de ferramentas é considerado fundamental para qualquer profissional que utiliza o MATLAB na área de controle e, então, foi utilizado como aplicativo base no desenvolvimento do RPN-Toolbox.

Como grande parte das ferramentas desenvolvidas para a versão R11 do MATLAB, o RPN-Toolbox permite ao usuário o trabalho na forma de comandos de linha, diretamente na linha de comandos do aplicativo, ou utilizando as facilidades de uma interface gráfica especialmente desenvolvida.

Nos tópicos seguintes abordaremos aspectos genéricos do toolbox para, em seguida, especificar comandos e modo de utilização da ferramenta diretamente nos modos comando de linha ou interface gráfica.

#### 5.1 Aspectos genéricos

Alguns dos fatores levados em conta durante os estudos e implementação do RPN-Toolbox serão discutidos nos tópicos a seguir. Primeiramente se irá justificar a escolha da utilização do Control System Toolbox como ferramenta base para as implementações para,

a seguir, se apresentar alguns dos pontos que fazem parte do funcionamento interno das rotinas que compõem o aplicativo. Serão discutidas as possíveis formas de carregamento de dados, a organização dos dados em estruturas, as ferramentas de análise implementadas e a definição do desempenho desejado para o sistema em malha fechada.

### **5.1.1 Vantagens oferecidas pelo Control System Toolbox**

O Control System Toolbox é uma ferramenta construída com o objetivo de facilitar o estudo do problema de controle de processos. Embora sua filosofia esteja voltada principalmente para a etapa de projeto do controlador, em sua versão 4.2 a representação simbólica para modelos de sistemas e as possibilidades gráficas do toolbox são altamente vantajosas para os nossos objetivos. A seguir vamos destacar alguns dos pontos mais relevantes e que foram mais importantes no desenvolvimento do trabalho.

#### ***Representação simbólica de modelos de sistemas lineares de diversas maneiras e interconversão entre elas***

A criação de modelos lineares e invariantes no tempo (LTI), discutidos no capítulo 2, e ainda outras maneiras de representação de sistemas contínuos e discretos a partir do Control System Toolbox é essencialmente intuitiva, pois a possibilidade de entrada de dados de maneira simbólica permite que se defina uma função de transferência, uma matriz de transferência ou a realização destas no espaço de estado exatamente da forma como sua expressão é utilizada em qualquer livro texto de controle.

Esta vantagem, que pode parecer pequena, dispensa que o usuário necessite entender qualquer nova forma de representação de sistemas baseada em modelos matemáticos e então a energia é direcionada apenas no real objetivo do estudo.

Os modelos que são utilizados neste trabalho são as matrizes de transferência, a realização na forma de espaço de estado e a resposta do sistema no domínio da frequência, que consiste na matriz  $G(j\omega)$  avaliada para cada frequência.

Outra vantagem da utilização do Control System Toolbox é a possibilidade de interconversão entre as formas de representação com apenas uma função. Por exemplo, a realização na forma de espaço de estado de uma matriz de transferência de qualquer grandeza é obtida através de um único comando.

#### ***Operações com os modelos LTI***

Uma vez que os elementos LTI são definidos como uma classe especial de variáveis no MATLAB, as operações elementares, como soma, produto e inversão, podem ser também definidas especialmente para eles. Com isso, a montagem de sistemas em série, em paralelo ou mesmo arranjos em feedback podem ser definidos também utilizando-se apenas um comando.



A análise de pólos e zeros de transmissão para sistemas de qualquer classe LTI é também bastante facilitada, sendo os algoritmos de resolução baseados na solução de problema de auto-valores generalizado.

### ***Visualizações gráficas utilizando o Toolbox***

Algumas ferramentas gráficas especialmente desenvolvidas para o estudo na área de controle de processos são bastante úteis e representam ferramentas importantes para o estudo de modelos lineares. As duas principais ferramentas gráficas do toolbox são o LTI-Viewer e o RL-Tools.

O LTI-Viewer oferece visualizações gráficas da resposta do sistema no domínio do tempo a sinais de entrada tipo degrau e impulso (além da possibilidade de geração de resposta a sinais de entrada especialmente projetados), resposta no domínio da frequência (diagrama de Bode), diagramas de Nyquist e Nichols e ainda o gráfico do lugar das raízes.

O RL-Tools é uma ferramenta para projeto de malhas feedback para sistemas SISO, a partir do qual se definem as posições dos pólos do sistema em malha fechada, ou seja, determinam o desempenho do sistema.

### **5.1.2 Carregamento de dados**

Existem diversos modos de representação dos modelos de sistemas lineares e, a princípio, qualquer forma pode ser transformada em outra equivalente.

Para os objetivos dos estudos realizados, foi implementado o carregamento de dados na forma de variáveis LTI representadas por matrizes de transferência ou realizações no espaço de estado.

Uma forma alternativa de representação de dados, compatível com versões anteriores do MATLAB, foi também implementada. A representação é idêntica à dos modelos tipo matriz de transferência, porém nesta são necessárias três matrizes, que correspondem aos coeficientes dos numeradores, denominadores e tempos mortos. As matrizes dos denominadores e dos numeradores são construídas de modo que cada linha contenha os coeficientes para um dado canal enquanto a matriz dos atrasos tem a dimensão do sistema. De acordo com a forma de representação que o usuário possui, rotinas simples podem ser desenvolvidas para adaptar a ferramenta ao problema.

### **5.1.3 Organização dos dados em estruturas**

Uma vez que a metodologia de cálculo apresentada na figura 4.1 é bem clara e passa por passos específicos, construiu-se uma estrutura para organização dos dados de entrada, intermediários e de saída para os cálculos.



- Os dados referentes à análise da matriz de ganhos relativos (RGA) para o estado estacionário e levando em conta a dinâmica do sistema são armazenados nos subcampos *RGA0* e *RGAw*.
- A análise do condicionamento mínimo do sistema é passível de ser realizada de diferentes modos, então cada um destes ( $\mu$ ,  $l_{mi}$  e  $rga$ ) tem seus dados, avaliados para cada frequência, armazenados em campos específicos. Os resultados desta análise são o valor do condicionamento mínimo (*kmin*) para cada frequência e as matrizes de escalonamento mínimo (*L* e *R*).
- Um último campo, denominado *flag* guarda informações sobre a atualização dos demais campos quando da alteração de certas propriedades, guardando um vetor onde cada posição corresponde a uma propriedade da estrutura e apresenta o valor zero quando esta propriedade deve ser recalculada e o valor um quando não é necessário, pois as alterações nos demais campos não altera seu valor.

Outra vantagem da utilização de estruturas é a possibilidade de inserir-se mais de um sistema em uma única variável, utilizando-se um índice numérico. Assim o sistema *G* pode conter, por exemplo, os sistemas *G(1)*, *G(2)*, ..., *G(n)*, e para cada um todos os campos da estrutura são válidos.

Os dados referentes ao desempenho desejado para o sistema em malha fechada e à análise RPN de cada estrutura são também armazenados em estruturas, de modo semelhante, com campos específicos para cada propriedade.

#### 5.1.4 Ferramentas de análise

As ferramentas para a análise de sistemas implementadas no RPN-Toolbox, além da própria metodologia RPN, são o condicionamento mínimo, a matriz de ganhos relativos e as rotinas de fatoração.

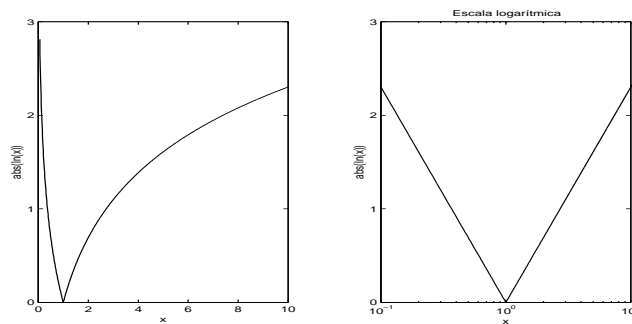
Para uma análise sistemática a partir do RGA estacionário, foi desenvolvido para o RPN-Toolbox um algoritmo simples, que possibilita a diferenciação entre estruturas a partir do índice. O algoritmo baseia-se na distância dos valores da diagonal principal da matriz do RGA estacionário em relação ao valor unitário, levando em conta a presença de elementos negativos. A metodologia consiste na determinação de um índice determinado a partir da média dos valores calculados pela seguinte expressão

$$m(i) = \begin{cases} \text{abs}(\ln(\lambda_{ii})) & \text{se } \lambda_{ii} \geq 0 \\ \infty & \text{se } \lambda_{ii} < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5.1)$$

$$M = \frac{\sum_i m(i)}{n}$$

onde  $n$  é a ordem do sistema e  $\lambda_{ii}$  é o elemento da diagonal, na linha e coluna  $i$  da matriz do RGA estacionário. Com isto, segundo este método, um sistema será tão mais facilmente controlável quanto menor for o índice  $M$ .

A escolha da equação para o cálculo dos  $m(i)$  para valores positivos vem da necessidade de penalização de forma equivalente para valores superiores e inferiores à unidade, de tal forma que seja levado em conta que elementos da diagonal principal da matriz do RGA estacionário com valores próximos a zero são tão negativos para a controlabilidade do sistema quanto valores muito elevados. A figura 5.2 a seguir mostra a forma da curva  $abs(\ln(x))$ , enfatizando o seu efeito na determinação do índice.



**Figura 5.2:** Forma da curva da equação do índice para análise sistemática do RGA estacionário.

Matrizes do RGA com elementos negativos na diagonal principal não são recomendáveis, de tal modo que o índice de análise é levado para um valor infinito e, logo, considerado máximo (ou pior).

### 5.1.5 Definição do desempenho desejado

O modo mais prático e intuitivo para se especificar o desempenho desejado para um sistema é através da resposta no domínio do tempo, definindo-se características desejadas para a resposta em malha fechada, canal por canal, a uma perturbação tipo degrau unitário na entrada.

Como abordado no capítulo 2, existe uma série de possibilidades para a caracterização dos sinais com base em propriedades como tempo de assentamento, overshoot permitido e tempo de subida. Para o RPN-Toolbox foram implementadas três destas possibilidades, ilustradas a seguir:

- Função tipo 1: função de transferência de ordem genérica, caracterizada a partir do offset permitido e das constantes de tempo  $\tau_i$

$$T_d = \frac{1 - \varepsilon_\infty}{(\tau_1 s + 1) \cdots (\tau_n s + 1)} \quad (5.2)$$

a caracterização é realizada diretamente, informando as variáveis  $\varepsilon_\infty$  e  $\tau_i$ . A partir deste modelo de equação não é possível a obtenção de overshoot.

- Função tipo 2: função de transferência de segunda ordem, determinada a partir do tempo de subida e do overshoot

$$T_d = \frac{1}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1} \quad (5.3)$$

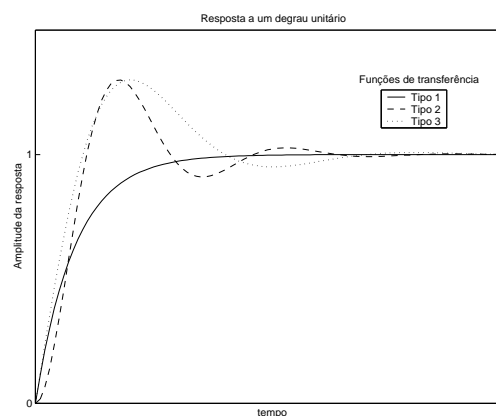
segundo as relações apresentadas no capítulo 2, a partir das características da resposta a um degrau, são determinados os parâmetros da função.

- Função tipo 3: função de transferência de segunda ordem com um zero mais rápido que o mais rápido dos pólos

$$T_d = \frac{(\tau_z s + 1)}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1} \quad (5.4)$$

para este caso as variáveis de entrada para a função são as mesmas utilizadas para o caso anterior, porém o resultado final apresenta uma resposta mais lenta porém com menor oscilação.

As formas características da resposta para cada uma das definições acima é apresentada na figura 5.3, a seguir.



**Figura 5.3:** Formas características da resposta dos três tipos de função de transferência implementadas no RPN-Toolbox para a especificação do desempenho desejado.

É importante salientar que, para as funções de segunda ordem acima discutidas, o tempo de subida foi implementado nas rotinas do RPN-Toolbox como o intervalo para o sistema sair do estado inicial e atingir 80% da resposta final.

## 5.2 Comandos de linha

A utilização do RPN-Toolbox através de comandos de linha apresenta a vantagem de agilidade e praticidade para usuários acostumados com a sintaxe das rotinas, que foram escritas mantendo certa semelhança com as funções do Control System Toolbox, uma vez que este foi utilizado como base da construção do RPN-Toolbox.

A seguir vamos citar brevemente as funções utilizadas na seqüência da metodologia RPN e a sintaxe para seu uso. Além do conteúdo aqui descrito, o help on line das funções fornece mais informações.

### *Inicialização da estrutura para os sistemas*

A inicialização das estruturas para os dados de entrada é realizada com a rotina *struct\_in*, que é iniciada através da sintaxe

$$G(i)=struct\_in(variavel\_lti, 'nome\_do\_sistema')$$

onde *i* é o índice de posicionamento do sistema na estrutura e os argumentos de entrada *variavel\_lti* e *nome\_do\_sistema* correspondem ao modelo do sistema, na representação nas formas de matriz de transferência ou espaço de estado, e a uma denominação (opcional) que o identifique. Para iniciar uma estrutura não é necessário informar o índice *i*, que é automaticamente reconhecido como unitário, já para aumentá-la, se o índice não for informado haverá a substituição dos dados existentes pelos novos.

Para utilizar a entrada de dados pela forma alternativa, com as matrizes de índices para os numeradores e denominadores e de tempos mortos, a sintaxe é

$$G(i)=struct\_in(Gn, Gd, Gtd, 'nome\_do\_sistema')$$

onde *Gn* é a matriz dos numeradores, *Gd* a dos denominadores e *Gtd* a dos tempos mortos.

Além dos dados do sistema informados, a rotina chama outras funções e então constrói os resultados relativos ao conjunto de frequências para as análises dinâmicas, as matrizes de ganho para este conjunto e a fatoração de entrada e saída do sistema. O campo dos flags também é atualizado.

### *Cálculo do condicionamento mínimo*

Existe mais de um modo para a determinação do condicionamento mínimo do sistema, logo foram desenvolvidas rotinas para cada um dos modos, sendo a sintaxe idêntica para todos eles, porém o nome da função difere. A forma geral de chamada é

$$G(i) = \text{condmin}(S(i))$$

devendo-se substituir o nome genérico *condmin* pela função correspondente ao método desejado para o cálculo, segundo a tabela a seguir

**Tabela 5.1:** Métodos possíveis no RPN-Toolbox para a determinação do condicionamento mínimo de um sistema e o nome das funções para realização do cálculo via comando de linha

Método	Função
lmi	condmin_lmi_r
mu	condmin_mu_r
rga	condmin_rga_r

Como o condicionamento mínimo é uma propriedade que depende apenas do próprio sistema, seu resultado é armazenado na mesma estrutura que contém os dados para a sua determinação e, deste modo, o parâmetro de entrada e saída do sistema é o mesmo.

#### **Definição do desempenho desejado**

A definição do desempenho desejado é realizada pela rotina *desire\_r*, segundo a sintaxe

$$Td(i) = \text{desire}_r(G(j), 'Td\_name')$$

sendo novamente *i* um índice para a localização dos dados na estrutura *Td*. O argumento de entrada *G(j)* corresponde ao sistema para o qual se deseja definir o desempenho em malha fechada e *Td\_name* é a string que identifica o desempenho. O algoritmo utiliza o modelo do sistema apenas para reconhecer o número de entradas e saídas e, assim, construir um modelo para o desempenho de ordem adequada.

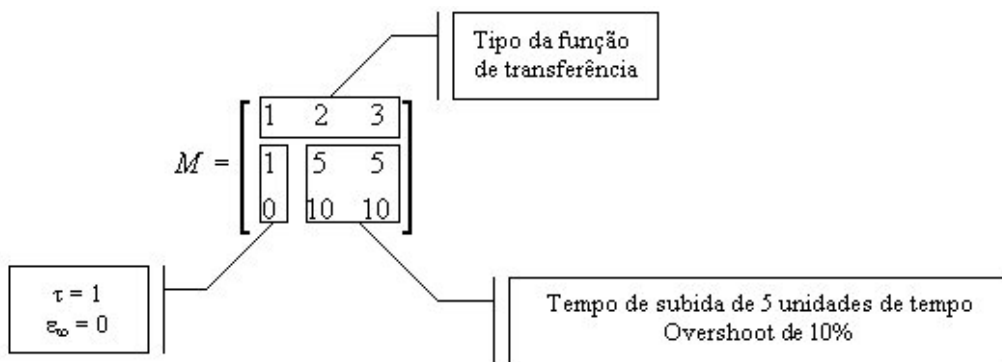
Ao executar a rotina é construída a estrutura de dados e então solicitado ao usuário a entrada de dados para a caracterização da função de transferência para cada canal do sistema em malha fechada.

Como discutido neste capítulo, são disponíveis três formas típicas de função de transferência, e para cada uma deve-se informar um conjunto de parâmetros. Para tornar mais compacta a entrada de dados, apenas uma matriz *M* é suficiente para a identificação do desejo do usuário para o desempenho. A matriz deve possuir três linhas e o número de colunas correspondente ao grau do sistema, sendo a primeira linha reservada para a identificação do tipo de função de transferência (1, 2 ou 3 para função de transferência de ordem genérica, segunda ordem ou segunda ordem com um zero mais rápido que o mais rápido dos pólos), e a segunda e terceira linhas são reservadas para os parâmetros offset e constantes de tempo, no caso de função de primeira ordem, ou tempo de subida e overshoot permitido, para funções de

segunda ordem. Para um sistema com três canais, desejando-se definir uma performance diferente para cada canal, como o exemplo a seguir,

$$Td = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{6,1s^2 + 2,9s + 1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{16,9s}{84,4s^2 + 18s + 1} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

a matriz de identificação deste desempenho é representada na figura 5.4, a seguir



**Figura 5.4:** Entrada de dados para a especificação do desempenho desejado representado pela equação 5.5.

O resultado principal da rotina é armazenada no campo *TransferMatrix* da estrutura *Td*, correspondendo a uma matriz de transferência diagonal que representa o desempenho desejado para cada canal da estrutura de controle.

### **Determinação do desempenho alcançável**

Para a determinação do desempenho alcançável do sistema, são considerados o desempenho desejado e as limitações referentes à presença de fase não mínima, que se encontra na estrutura do modelo do sistema, logo estes são os parâmetros de entrada da função *atain\_r*, como pode-se conferir a seguir

$$Ta = \text{atain}_r(G, Td)$$

A resposta *Ta* corresponde à resposta no domínio da frequência, apropriada para a etapa seguinte, de cálculo do RPN.

### **Cálculo do RPN e do RPN<sub>LR</sub>**

Para determinação das curvas do RPN e do RPN<sub>LR</sub> e seu valor máximo, usa-se a sintaxe



$$[rp_{LR}, rp, rp_{max}, G] = rpn(G, Ta, pref\_model)$$

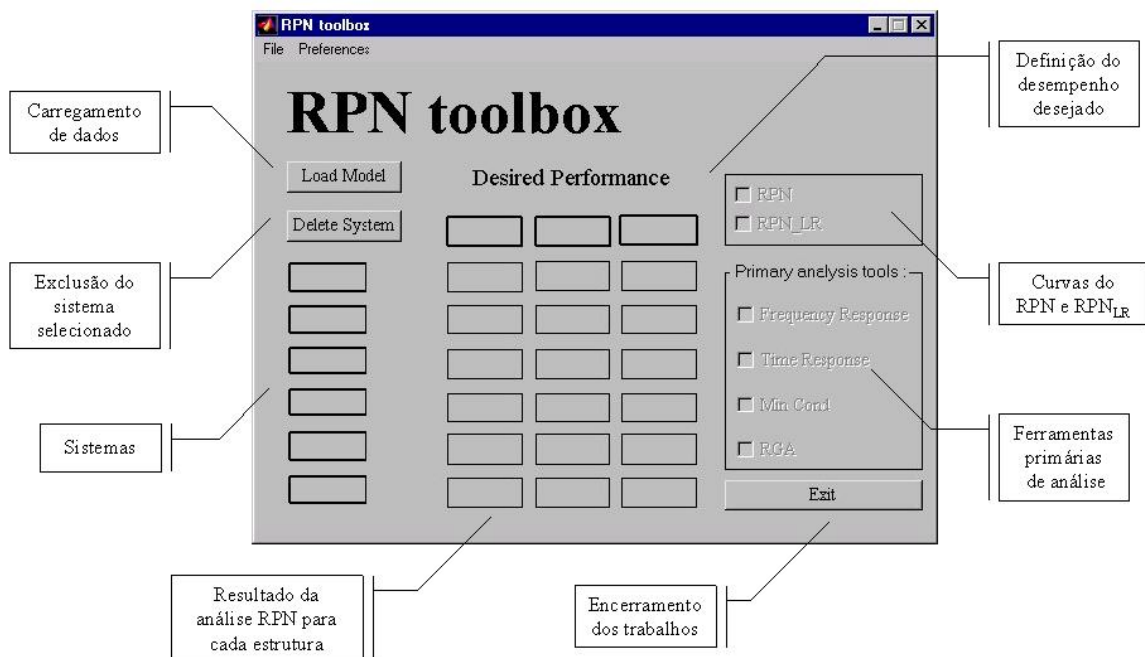
onde  $rp$  e  $rp_{LR}$  são os vetores com os valores de RPN e  $RPN_{LR}$  para que modelo do sistema  $G$  alcance o desempenho  $Ta$  em malha fechada. O modelo  $G$  é parâmetro de entrada e saída da função por ser possível o cálculo da condicionamento mínimo, segundo a rotina indicada pelo argumento de entrada  $pref\_model$ . A rotina padrão, utilizada quando o número de argumentos de entrada da função é inferior a 3, é a baseada na banda superior de  $\mu$ .

### 5.3 Interface gráfica

Juntamente com a implementação das funções que executam os cálculos necessários para a realização da metodologia RPN foi desenvolvida uma interface gráfica para facilitar a utilização do toolbox.

Baseada em facilidades apresentadas por outros programas utilizados na área de controle de processos, a interface gráfica do RPN-Toolbox permite ao usuário a realização de todas as rotinas, como na forma de comandos de linha, porém utilizando janelas que oferecem botões para acionar cada função de modo intuitivo.

A janela principal do RPN-Toolbox é apresentada na figura a seguir



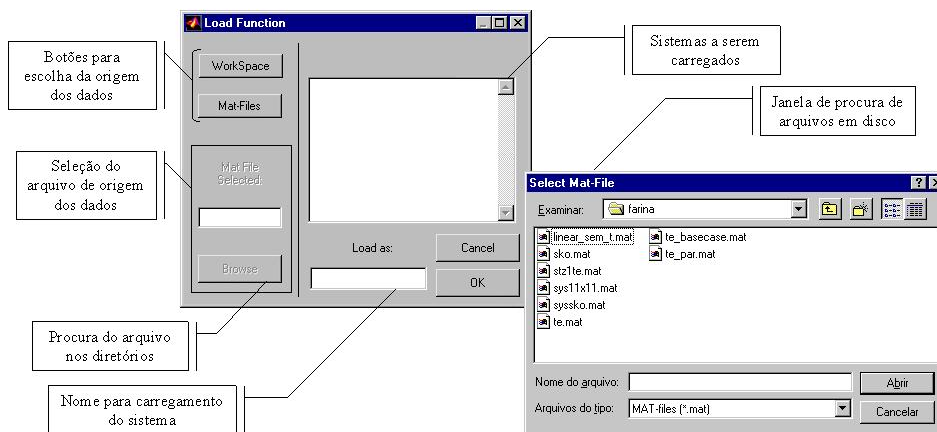
**Figura 5.5:** Janela principal da interface gráfica do RPN-Toolbox.

A partir da janela principal podem ser realizados o carregamento de dados, a edição de sistemas, a realização de análises primárias, a inserção de desempenhos desejados e a execução da rotina de cálculos da metodologia. A figura 5.5 indica os principais campos da janela principal do toolbox, que serão explorados e discutidos a seguir.

### Carregamento de dados

A interface gráfica do RPN-Toolbox permite o carregamento de dados a partir de variáveis classificadas na classe de objetos LTI, sendo que estas podem estar no workspace do MATLAB ou então em arquivos de dados (.mat). De qualquer dos modos é feita a conferência da classe do objeto e somente se os dados forem válidos será possível o carregamento.

O botão *Load Model* abre a janela de carregamento, ilustrada na figura a seguir



**Figura 5.6:** Janelas para carregamento de dados.

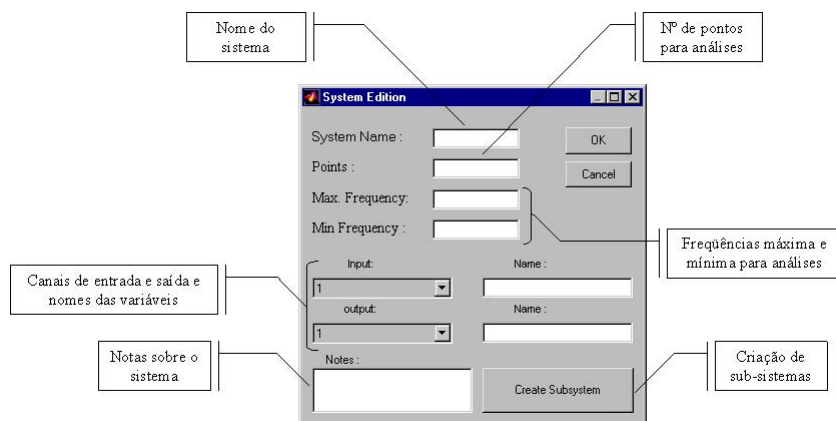
Com a janela *Load Function*, apresentada na figura 5.6 é possível escolher a origem dos dados a serem carregados, se no *workspace* ou em disco, na forma de *mat-files*. Na caixa Ao lado dos botões aparece a lista de possíveis variáveis ou arquivos de serem utilizados e o botão *OK* carrega os dados armazenando-os na forma de estrutura com o nome, a ser escolhido pelo usuário, no campo *Load as*. Quando do carregamento de dados o nome do sistema é colocado nas caixas para sistemas, ilustradas na figura 5.5. Para o caso de arquivos em disco, é possível vasculhar em diretórios e drives à procura dos arquivo, com o auxílio da janela *Select Mat-file*, também apresentada na figura.

Análises já realizadas podem ser armazenadas, em arquivos com extensão *.rpn*, para a complementação dos estudos ou ainda para a visualização e análise dos resultados. Os comandos de gravação e carregamento de projetos (*Save project* e *Load project*) são localizados no menu *File*, na barra superior da janela principal do toolbox.

Para excluir um determinado sistema cujos resultados não tenham sido satisfatórios basta selecioná-lo e clicar no botão *Delete System*, no canto superior esquerdo da tela principal.

### Edição de sistemas e criação de sub-sistemas

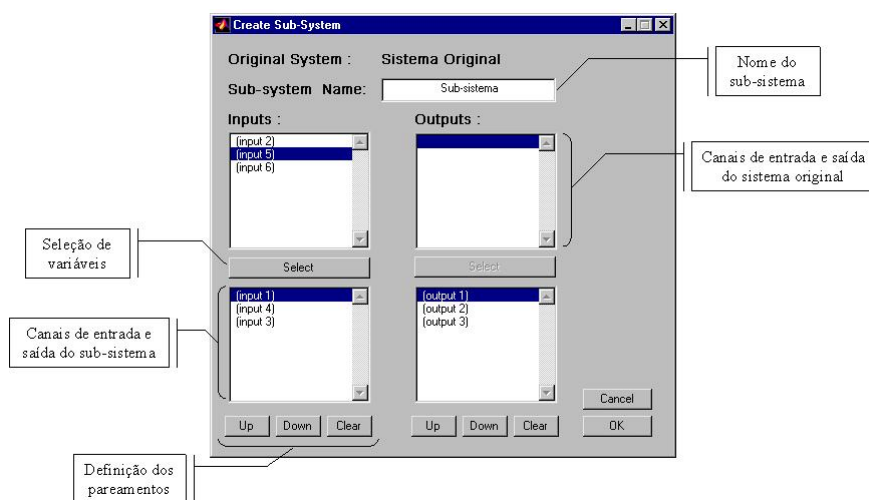
Os sistemas cujos dados foram carregados podem ter suas propriedades editadas através da janela *System Edition*, que é acessada com um duplo clique sobre a caixa que encerra o nome do sistema, na janela principal do toolbox. Na figura a seguir é ilustrada a janela de edição, sendo indicados os principais campos de acordo com sua função.



**Figura 5.7:** Janela de edição de sistemas.

Quando um sistema é editado pela primeira vez todos os campos editáveis da figura 5.7 possuem os valores padrão, que foram carregados com os dados originais ou calculados pelas rotinas do toolbox. Para alterar qualquer propriedade, basta inserir os novos valores nos campos editáveis apropriados.

O botão para criação de sub-sistemas permite a geração de sistemas a partir de outros já carregados. A figura abaixo mostra a janela de criação, ilustrando seus campos.



**Figura 5.8:** Janela para criação de sub-sistemas.

Quando a janela de criação de subsistemas é aberta são mostrados os canais de entrada e saída do sistema original com seus pareamentos. A partir destes, usando os botões de seleção, a definição de pareamentos para o novo sistema é realizada.

### *Utilização das ferramentas primárias de análise*

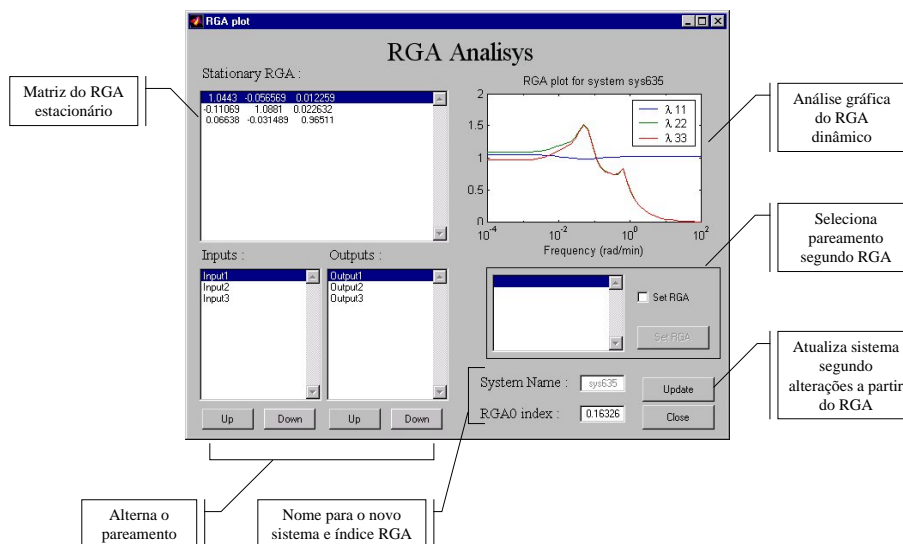
A interface gráfica do RPN-Toolbox permite a utilização de quatro ferramentas, além da própria metodologia RPN, para a caracterização e análise dos sistemas. A partir da janela principal é possível comparar as respostas de sistemas no domínio do tempo ou no domínio da frequência a perturbações na entrada ou então realizar a análise do condicionamento mínimo ou da matriz de ganhos relativos, bastando para isso selecionar os sistemas desejados com um

clique do mouse (a indicação dos sistemas selecionados é realizada com a cor da fonte com que é escrito o seu nome) e indicar o método de análise, à direita da janela.

As respostas no domínio do tempo e da frequência são as análises clássicas de resposta a um degrau unitário e a sinais senoidais com diferentes períodos (diagrama de Bode) na entrada do sistema e para cada canal.

A análise do condicionamento mínimo pode ser realizada por três diferentes métodos, sendo a escolha da forma de cálculo possível a partir do menu *Preferences* da barra superior da janela principal, onde todos os demais métodos de análise são também disponíveis. Quando é realizada a análise do condicionamento mínimo diretamente a partir da janela o método de cálculo é o que se encontra selecionado nos menus.

O RPN-Toolbox permite a análise da matriz de ganhos relativos (RGA) a partir dos ganhos finais (em estado estacionário) e a partir das matrizes em diferentes frequências (RGA dinâmico). Selecionando o campo *RGA* no campo das análises primárias a seguinte janela é apresentada

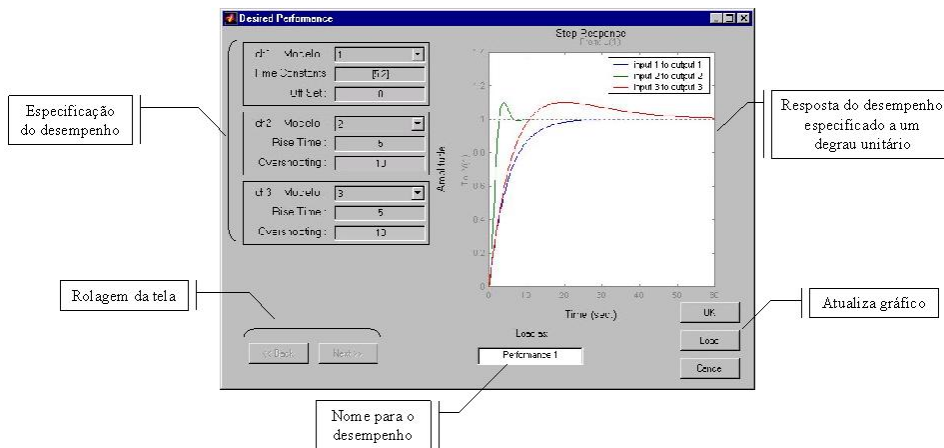


**Figura 5.9:** Janela para análise do RGA estacionário e dinâmico.

A interface apresentada na figura 5.9 apresenta a matriz do RGA estacionário e o gráfico do RGA dinâmico para todas as frequências. Os campos da metade inferior da janela são reservados para a utilização do algoritmo de seleção automática de estruturas baseado no índice do RGA estacionário, introduzido na seção 5.1.4. À esquerda é indicado o pareamento atual do sistema, sendo possível alterá-lo diretamente com os botões *Up* e *Down*. No campo intermediário à direita são indicados os índices RGA finitos de todos os possíveis pareamentos entre as variáveis do sistema, sendo possível visualizar cada novo pareamento a partir da seleção direta do índice neste campo. Finalmente os campos no canto inferior direito são utilizados para definir o nome do sistema a ser armazenado caso alguma alteração tenha sido efetuada a partir do sistema original.

### Especificação do desempenho desejado

Para estabelecer o desempenho desejado para o sistema em malha fechada deve-se clicar nas caixas para este fim na janela principal, então uma janela como a apresentada na figura abaixo deve surgir.



**Figura 5.10:** Janela para especificação do desempenho desejado.

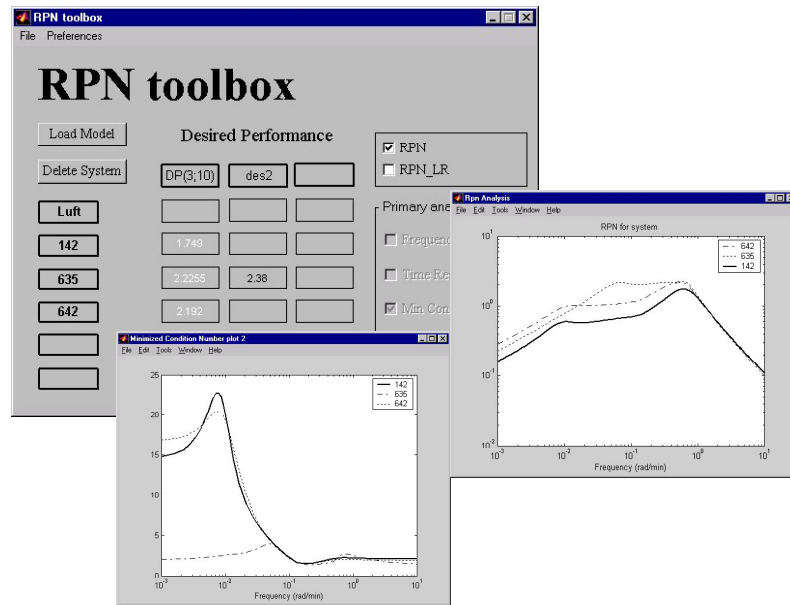
Na figura 5.10 os quadros para a especificação do desempenho desejado são compostos por três campos editáveis, um para a escolha do tipo de função de transferência a ser utilizada e as outras duas para a especificação dos parâmetros. Cada quadro corresponde à relação entre uma variável de entrada e uma de saída, sendo que o número no topo do quadro indica o número do pareamento. Para sistemas de ordem superior a quatro devem ser utilizados os botões de rolagem da tela, que permitem a exibição de todos os canais.

Para identificação do desempenho na janela principal, pode-se incluir um nome e, para uma conferência da resposta do sistema de controle cujo desempenho foi especificado, um gráfico com a resposta a um degrau unitário na entrada, para cada canal, pode ser conferido antes de concluir o trabalho.

### Cálculo do RPN

Os cálculos para a metodologia RPN, com a determinação dos valores para a função gama em todo o intervalo de frequências, são realizados assim que o desempenho desejado é especificado, sendo o valor máximo da curva colocado na caixa que se relaciona a seu sistema (mesma linha) e seu desempenho desejado (mesma coluna).

Para visualização e comparação entre diversos estruturas e desempenhos, os gráficos do RPN e do  $RPN_{LR}$  podem ser visualizados clicando-se nas caixas no canto superior direito da janela principal. Na figura 5.11 são ilustrados os resultados obtidos com o RPN-Toolbox na análise de uma unidade de separação de ar, publicado em FARINA et al. (1999).



**Figura 5.11:** Resultados obtidos com o RPN-Toolbox na análise do condicionamento mínimo e do Número de Desempenho Robusto para uma unidade de separação de ar

## Capítulo 6

### Estudo de caso – Problema de Controle da Tennessee-Eastman

O caso problema denominado processo Tennessee-Eastman é um problema real da indústria química, adaptado e introduzido por DOWS & VOGEL (1993) como uma resposta à necessidade de problemas verdadeiros para a aplicação e discussão de diferentes técnicas de controle multivariável de processos no meio acadêmico. Os autores modificaram componentes, cinética e condições de operação do processo original de modo a proteger o proprietário da patente e escreveram um código em linguagem FORTRAN que modela o problema para simulações dinâmicas não lineares.

Devido ao alto grau de integração mássica e energética do processo, produzido pela corrente de reciclo, tem-se um grande acoplamento entre suas diversas variáveis de entrada e saída, o que torna o problema um caso típico para o estudo de estruturas de controle, que é o objetivo deste trabalho.

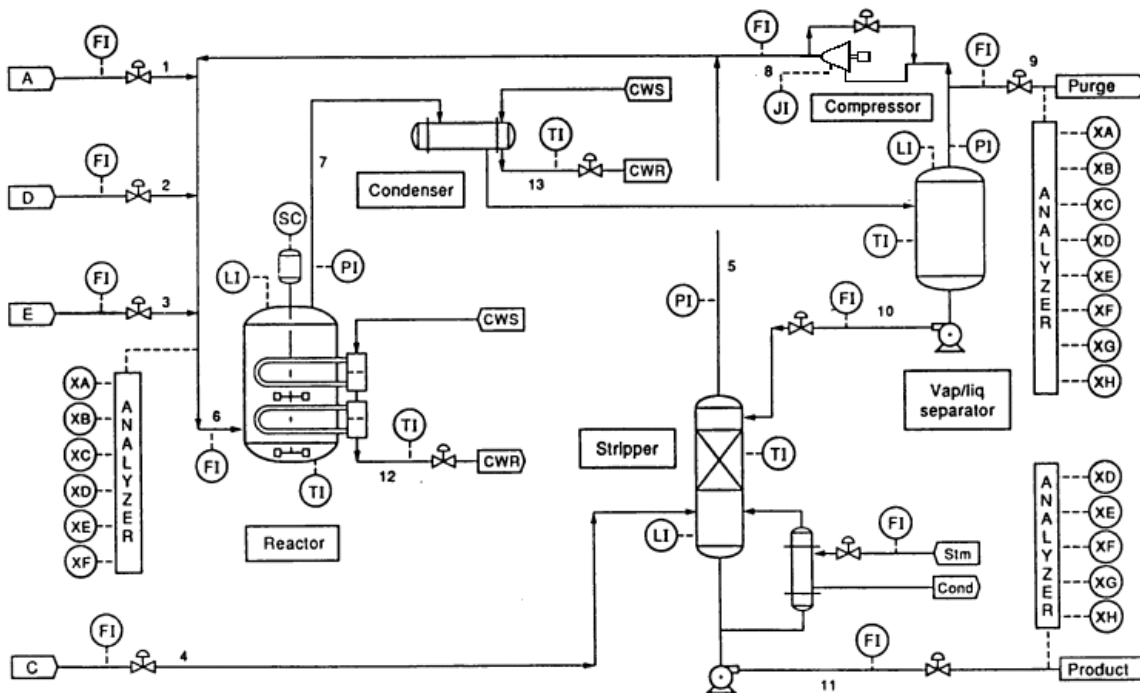
Na literatura muitos autores têm abordado o problema da seleção da configuração de controle para a planta da Tennessee-Eastman, porém, até hoje, nenhum dos trabalhos publicados se preocupou em comparar sistematicamente as diversas estruturas propostas. Neste capítulo é aplicada a metodologia RPN para comparar algumas das mais promissoras configurações apresentadas na literatura e propor uma nova estrutura, fundamentada no estudo dos efeitos causadores da interação entre as malhas.

Nos tópicos seguintes são apresentados uma breve descrição do processo, uma revisão dos trabalhos sobre a planta e os estudos para a proposição da nova estrutura. Por fim as estruturas de controle são comparadas utilizando a metodologia RPN e mediante o uso de simulações dinâmicas.

## 6.1 Descrição do processo

A descrição completa do processo pode se conferida no artigo que introduziu o problema (DOWS & VOGEL, 1993), aqui abordaremos apenas os aspectos essenciais para nosso estudo.

O sistema pode ser brevemente descrito como um arranjo reator-separador-reciclo com o objetivo de produção de dois diferentes compostos em uma determinada proporção. Uma representação esquemática do processo é apresentada na figura a seguir.



**Figura 6.1:** Representação esquemática do processo Tennessee-Eastman.

A figura 6.1 é uma adaptação do esquema original do processo, sendo representadas as correntes de alimentação, de produtos e intermediárias, com as máquinas de fluxo e as válvulas de controle, os tanques (reator, separadores e trocadores de calor) e os analisadores. O sistema é composto, ao todo, por 41 variáveis medidas e 12 possíveis manipuladas, resultando um total de cerca de  $11 \times 10^9$  combinações de pareamentos possíveis entre variáveis controladas e manipuladas (considerando a utilização de todas as 12 possíveis). As tabelas 6.1 e 6.2 listam todas as variáveis do processo indicando a nomenclatura que será utilizada no nosso trabalho.



**Tabela 6.1:** Possíveis variáveis manipuladas para o processo da Tennessee Eastman

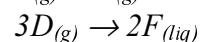
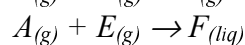
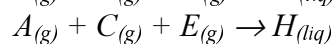
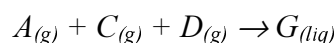
Variável	Nome da variável	Variável	Nome da variável
XMV(1)	Alimentação do componente D	XMV(7)	Vazão de fundo do separador
XMV(2)	Alimentação do componente E	XMV(8)	Vazão de fundo da retificadora
XMV(3)	Alimentação do componente A	XMV(9)	Vazão de vapor para a retificadora
XMV(4)	Alimentação dos componentes A e C	XMV(10)	Vazão de água de resfriamento para o reator
XMV(5)	Reciclo do compressor	XMV(11)	Vazão de água de resfriamento para o condensador
XMV(6)	Purga	XMV(12)	Velocidade do agitador

Obs.: as variáveis XMV de 1 a 11 correspondem a posições de válvulas de controle, tendo variação limite definida entre 0 e 100%

**Tabela 6.2:** Variáveis medidas para o processo da Tennessee Eastman

Variável	Nome da variável	Variável	Nome da variável
XMEAS(1)	Vazão de alimentação do componente A – XMV(3)	XMEAS(14)	Vazão de líquido na saída do separador – XMV(7)
XMEAS(2)	Vazão de alimentação do componente D – XMV(1)	XMEAS(15)	Nível da retificadora
XMEAS(3)	Vazão de alimentação do componente E – XMV(2)	XMEAS(16)	Pressão da retificadora
XMEAS(4)	Vazão de alimentação dos componentes A e C – XMV(4)	XMEAS(17)	Vazão de líquido na saída da retificadora – XMV(8)
XMEAS(5)	Vazão de reciclo do compressor	XMEAS(18)	Temperatura da retificadora
XMEAS(6)	Vazão de alimentação do reator	XMEAS(19)	Vazão de vapor para a retificadora
XMEAS(7)	Pressão do reator	XMEAS(20)	Trabalho do compressor
XMEAS(8)	Nível do reator	XMEAS(21)	Temperatura de saída da água de resfriamento para o reator
XMEAS(9)	Temperatura do reator	XMEAS(22)	Temperatura de saída da água de resfriamento para o condensador
XMEAS(10)	Vazão de purga	XMEAS(23-28)	Medidas das composições (A-F) de alimentação do reator
XMEAS(11)	Temperatura do separador	XMEAS(29-36)	Medidas das composições (A-H) do gás de purga
XMEAS(12)	Nível do separador	XMEAS(37-41)	Medidas das composições (D-H) do produto de fundo da retificadora
XMEAS(13)	Pressão do separador		

O processo consiste de um reator pressurizado, onde ocorrem as reações abaixo:



Todas as reações são exotérmicas e podem ser consideradas irreversíveis e de primeira ordem em relação a concentração dos reagentes, sendo as taxas de reação modeladas segundo a equação de Arrhenius.

O objetivo é a produção de G e H, sendo F um subproduto. Além dos reagentes uma pequena quantidade de um inerte B é introduzido na alimentação, sendo este o principal responsável pela necessidade de purga no sistema.

O reator é um tanque agitado com serpentina de resfriamento para controle da temperatura da mistura reacional, que consiste de três fases, o catalisador sólido e, em equilíbrio termodinâmico, as fases líquido e vapor. Apenas a fase vapor deixa o reator (contendo produtos de reação, vaporizados pelo calor gerado no próprio meio, reagentes não reagidos e o inerte), passando pelo condensador parcial e então pelo separador líquido-vapor (vaso flash). A corrente de vapor do vaso separador vai para o compressor e então retorna como reciclo para o reator, sendo uma pequena fração desta retirada como purga. A fase líquida segue para uma coluna retificadora (stripper), onde uma mistura dos componentes A e C e o vapor gerado no reator do tipo termo-sifão arrastam algum componente leve restante para a corrente de reciclo e daí para o reator. A corrente líquida, contendo principalmente os produtos G e H, sai pela base da coluna, sendo encaminhada para a unidade de separação, que não faz parte do processo em estudo.

Os autores do artigo original propõem seis modos de operação da unidade. Para nosso estudo, consideramos apenas o denominado “caso base”, onde os objetivos são uma taxa de produção de 7038 kg/h e uma razão mássica de 1:1 entre G e H. Todas as especificações do processo (balanços mássico e energético) para atingir estes objetivos são apresentados no artigo original e foram implementados no código em FORTRAN. Uma série de limitações referentes à segurança dos equipamentos (nível dos tanques e temperatura e pressão do reator) é imposta ao processo como limites de intertravamento.

A planta é altamente instável em malha aberta, de modo que qualquer distúrbio nas variáveis de entrada a partir do caso base levam, em pouco tempo, o sistema para um ponto onde são violados os limites de segurança, desarmando o processo. Com isso conclui-se que a seleção da estrutura de controle é fundamental para um controle regulatório ou mesmo para estabilização do processo e uma má escolha pode impor sérias limitações ao seu desempenho em malha fechada.

O problema de controle é normalmente dividido em camadas de controle, como abordado no tópico 1.3 deste trabalho. Para a planta de Tennessee-Eastman são necessárias, pelo menos, duas camadas de controle, uma para estabilização da planta, englobando o controle regulatório, e uma camada hierarquicamente superior, de controle supervisório, responsável pela qualidade dos produtos. Como no nível superior todas as estruturas são aproximadamente equivalentes, nossa análise se concentrará na camada inferior, que, em última análise, é a responsável pelo potencial da estrutura como um todo.

## 6.2 Diferentes estruturas apresentadas na literatura

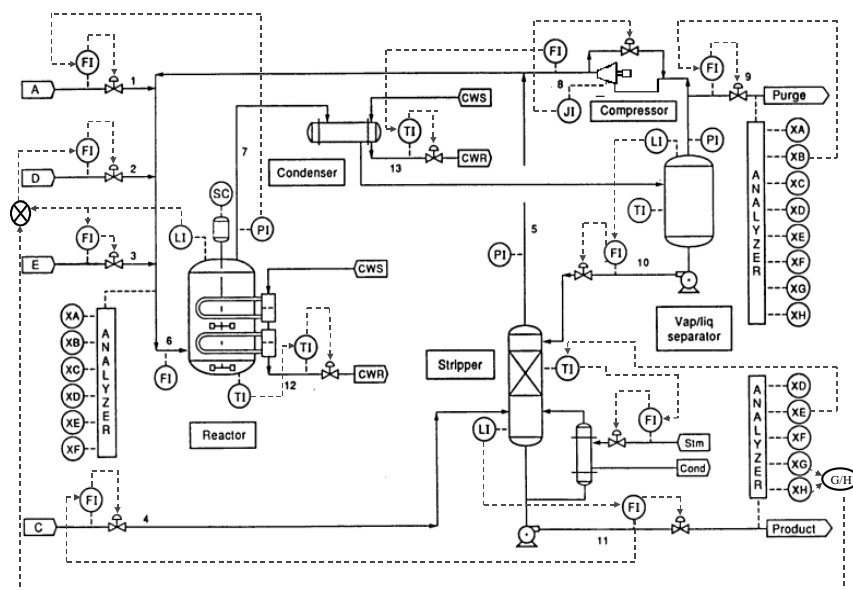
A maioria das estruturas de controle propostas na literatura foram desenvolvidas principalmente com base em regras heurísticas. Estas regras, definidas a partir de critérios de ‘bom senso’, são fundamentais para a primeira etapa do projeto de controle, como foi discutido no capítulo 3, porém não podem substituir um método sistemático, baseado em aspectos quantitativos dos modelos dinâmicos.

Aqui serão analisadas as estruturas propostas por MCAVOY & YE (1994), LUYBEN et al. (1998), BANERJEE & ARKUN (1994) e NG & STEPHANOPOULOS (1998), cada uma destas será designada pelas siglas EC\_1, EC\_2, EC\_3 e EC\_4, respectivamente.

### Estrutura EC\_1 - McAvoy e Ye

Os autores desenvolveram uma estratégia de controle descentralizado baseada em múltiplas malhas SISO, divididas em quatro níveis de acordo com a velocidade das respostas. Em cada um dos três níveis inferiores foram projetados controladores PID, sem entretanto ser especificado o método de obtenção dos parâmetros, e o último nível foi reservado para a utilização de técnicas de otimização. Os pareamentos em cada nível foram obtidos a partir de heurísticas baseadas no balanço de massa simplificado para o processo e utilizando alguns índices de desempenho, como o RGA estacionário, o índice de Niederlinski e a análise da resposta do sistema a distúrbios.

A estrutura de controle sugerida pelos autores utiliza onze das doze possíveis variáveis manipuladas e, para minimizar os distúrbios na carga, dez destas são arranjadas em cascata com a variável a que se relacionam. O controle de qualidade dos produtos (razão G/H) e o controle do nível do reator são realizados em uma só malha feedback, como mostra a figura 6.2. A figura ilustra cada um dos três níveis de controle.



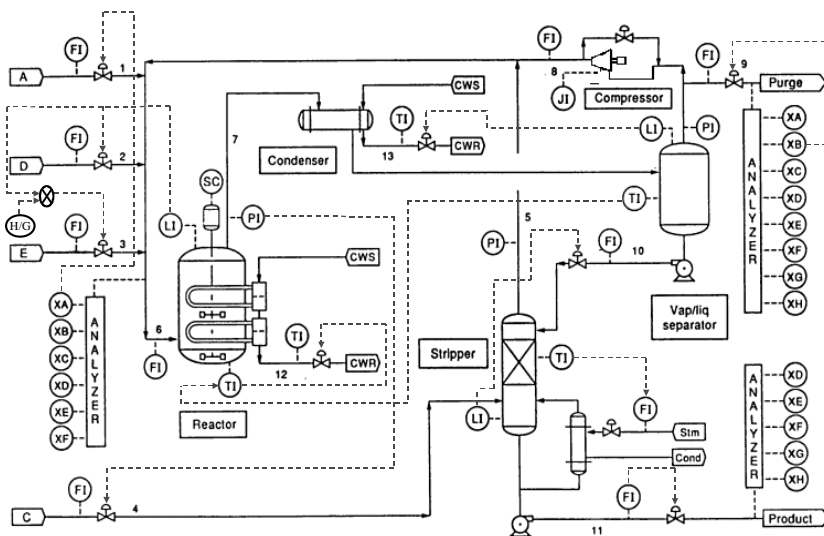
**Figura 6.2:** Estrutura de controle EC\_1, sugerida por MCAVOY & YE (1994)

### *Estrutura EC\_2 – Luyben, Tyréus e Luyben*

Em seu livro de 1998 os autores fizeram um levantamento de vários estudos realizados sobre a planta da Tennessee-Eastman. Seu objetivo era mostrar que um mesmo processo com diferentes tipos de restrição deve apresentar diferentes estruturas de controle. Foram considerados os casos onde o objetivo era manter uma taxa de produção constante através da manipulação das taxas de alimentação, e onde uma das alimentações era definida por um processo anterior, ou seja, esta corrente era limitante da taxa de produção.

Com este objetivo específico, os autores utilizaram a literatura sobre o problema apenas como base para o fechamento das malhas, sem ao menos discutir os resultados de cada fonte. Sem utilizar qualquer ferramenta matemática, o projeto de controle foi totalmente baseado em heurísticas. Os autores apresentam também uma série de controles auxiliares (denominados ‘overrides’), que substituem as malhas básicas no caso de falha ou saturação das variáveis manipuladas.

Aqui utilizou-se apenas o primeiro caso explorado no livro, onde a vazão de produtos era o principal objetivo de controle, sem a implementação das malhas auxiliares. Para este caso a malha de qualidade envolve novamente o nível do reator e as composições de G e H, estas em malha aberta, para definir vazões de D e E. Apenas em um caso foi utilizado controle em cascata, na malha para a temperatura do separador, como mostra a figura 6.3, abaixo.

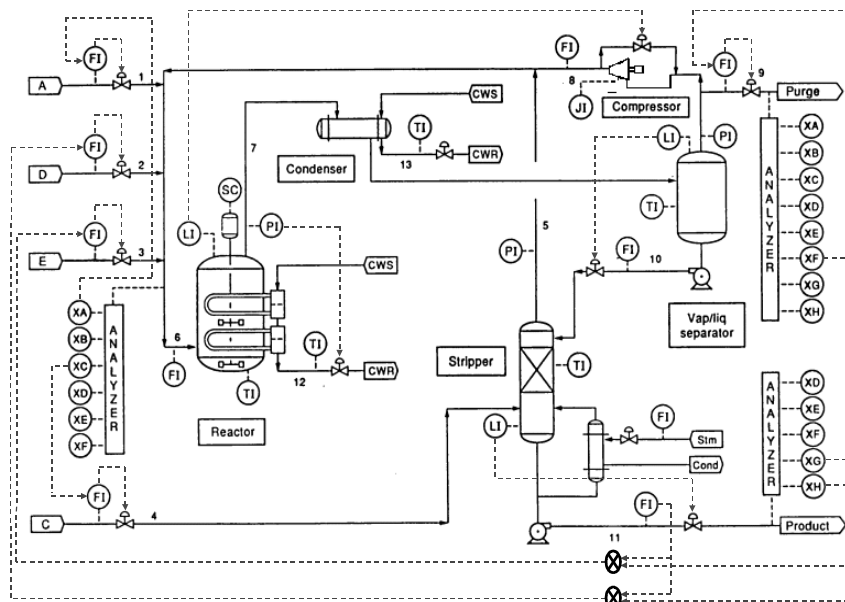


**Figura 6.3:** Estrutura de controle EC\_2, sugerida por LUYBEN et al. (1998)

### *Estrutura EC\_3 – Banerjee e Arkun*

Em seu artigo de 1994 os autores apresentaram um método de síntese de estruturas de controle onde separavam as etapas de escolha do número de malhas SISO para o sistema (apenas controle diagonal foi considerado) e somente depois os pareamentos entre as variáveis era avaliado. Aplicando um conjunto de “regras” baseadas na decomposição em valores singulares e em “senso comum” para cada etapa chegaram a um sistema com dois níveis de controle. Cada malha SISO foi projetada com controladores P, PI e PID, porém os critérios utilizados para a obtenção dos parâmetros novamente não foram citados.

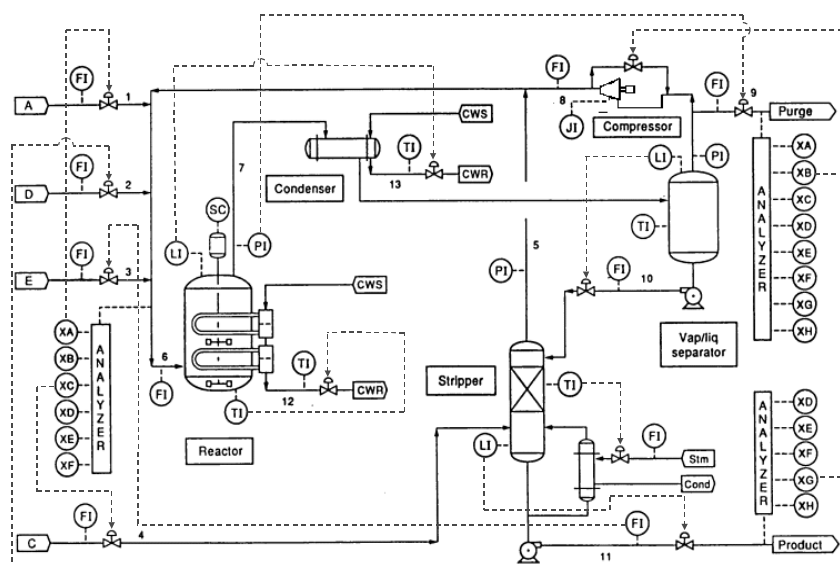
Os autores utilizaram controle em cascata apenas nas correntes de alimentação e na purga, realizando um controle da qualidade baseado nas concentrações e vazão de produto. O esquema da estrutura é ilustrado na figura 6.4.



**Figura 6.4:** Estrutura de controle EC\_3, sugerida por BANERJEE & ARKUN (1994)

#### *Estrutura EC\_4 – Ng e Stephanopoulos*

Com uma metodologia própria, composta por diversas etapas e baseada em índices obtidos a partir do conhecimento da unidade, os autores apresentaram, em 1998, uma estrutura de controle para o problema.



**Figura 6.5:** Estrutura de controle EC\_4, sugerida por NG & STEPHANOPOULOS (1998)

Sem se importar com o projeto dos controladores, apenas a malha de controle foi sintetizada (deste modo nenhuma simulação foi apresentada no artigo dos autores), baseada nos ganhos em malha aberta e em malha fechada ponderadas por uma série de funções peso,

denotando a importância de cada variável para o controle do processo. Esta é a única estrutura da literatura que não utiliza nenhuma malha cascata, como mostra a figura 6.5.

### 6.3 Proposição da nova estrutura

Para a proposição de estruturas de controle para a unidade, primeiramente vamos relatar alguns pontos fundamentais para o entendimento dos problemas de controle do processo e identificar em que casos o fechamento de malhas pode ou não levar a bons resultados.

#### *Pontos fundamentais para a definição da estrutura*

Como já comentado, a planta da Tennessee-Eastman é instável em malha aberta. O modelo linearizado do processo em torno do ponto de operação para o caso base possui seis pólos com parte real positiva (pólos RHP), em  $3.07 \pm 5.08i$ ,  $0.023 \pm 0.16i$ ,  $0.00074$  e  $6.10^{-6}$ . Com isso, antes de pensar em controlar o sistema, é necessário estabilizá-lo, anulando o efeito destes componentes de fase não-mínima.

Um modo de identificar a que variáveis cada elemento (pólo, zero, tempo morto) de um sistema está relacionado é através do estudo das direções de entrada e saída do sistema para os pontos em questão (HAVRE & SKOGESTAD, 1998).

Pode-se observar que os dois pólos RHP de menor módulo representam, praticamente, integradores puros (integradores puros possuem ao menos um pólo nulo), correspondendo aos efeitos dos níveis de líquido no separador e na coluna retificadora, o que pode ser facilmente verificado através das direções de entrada e saída dos respectivos pólos, que mostram uma forte concentração dos elementos de fase não-mínima nestas variáveis. Eles não são integradores puros propriamente ditos devido ao efeito da realimentação positiva produzida pela corrente de reciclo, que desloca todos os pólos do sistema para a direita no gráfico do lugar das raízes. Um simples controlador proporcional em malha feedback negativa para cada canal é capaz de deslocar os pólos do sistema de modo a estabilizá-los.

A origem dos pólos complexos está no esquema reacional do sistema. O caráter exotérmico, irreversível e dependente das pressões parciais dos componentes faz com que um aumento na taxa de conversão da reação eleve a temperatura do meio, o que eleva a pressão do sistema e, conseqüentemente, as pressões parciais dos reagentes. Com isso tem-se um aumento da taxa de reação e o ciclo se repete, em um esquema semelhante ao 'efeito bola de neve', descrito por LUYBEN (1994) e citado no Capítulo 3, até a pressão do reator atingir os níveis de intertravamento. O modo de estabilização do reator deve, então, necessariamente passar pelo estudo de maneiras de manter a taxa de reação em um nível constante.

A taxa de reação depende da temperatura do meio reacional segundo o modelo de Arrhenius e das pressões parciais dos componentes. A pressão do reator depende da quantidade de vapor no sistema, da temperatura do vaso e do volume da fase vapor. O volume da fase vapor pode ser determinado como o volume do reator subtraído o volume ocupado pelo líquido. De outro modo, o nível de líquido no reator também pode influenciar

diretamente a temperatura do sistema, uma vez que o coeficiente de troca térmica entre uma superfície (no caso a serpentina de resfriamento) e um líquido é muito superior ao coeficiente para transferência entre a mesma superfície e um vapor (segundo NG & STEPHANOPOULOS, 1998, apenas para níveis de líquido inferiores a 40% a serpentina passa a ficar parcialmente emersa).

Com tudo isto, conclui-se que a estratégia de controle para a estabilização do reator deve se basear nas variáveis vinculadas ao próprio equipamento: temperatura, nível e pressão. Por outro lado, fica claro pela análise acima que existe uma forte interação entre estas três variáveis, de modo que a utilização de todas, ou mesmo de duas delas, nas malhas de controle vai gerar um sistema relativamente mal condicionado. Deste modo, conclui-se que uma boa estrutura de controle para o problema da Tennessee-Eastman, que possibilite a utilização de um controlador simples e com bom desempenho, será aquele que utilize apenas uma das variáveis vinculadas ao reator.

As pressões de todos os vasos do processo estão intimamente ligadas, pois uma dinâmica muito rápida as relaciona. Deste modo, é possível controlar a pressão de todo o sistema a partir do controle desta variável em qualquer vaso. A utilização do controle da pressão em um vaso que não o reator impõe um atraso ao sistema, o que possibilita o desacoplamento entre a pressão e as demais variáveis do reator.

Após selecionar a estrutura de estabilização (que neste caso representa o controle regulatório da unidade), deve-se considerar o nível de controle supervisorio para o processo.

A partir das equações estequiométricas e com a malha regulatória desenvolvida, a escolha das variáveis e do pareamento para o controle supervisorio da unidade é relativamente intuitivo. O objetivo quanto à qualidade dos produtos é, basicamente, manter a razão entre as concentrações dos componentes G e H em níveis específicos. Para atingir este objetivo as variáveis manipuladas mais indicadas são as vazões de alimentação de D e E, pois estes componentes fazem parte apenas da reação de formação de um dos produtos (G e H, respectivamente).

#### ***Descrição das malhas de controle***

Primeiramente foi desenvolvida a malha de estabilização para o processo e, em seguida, as malhas regulatória e supervisorio.

A estabilização do processo, perturbado apenas pelo ruído nas variáveis medidas, foi conseguido basicamente a partir do controle da temperatura do reator com a manipulação da vazão de água de resfriamento para o equipamento e da implementação de malhas de controle das vazões, onde cada corrente material foi controlada a partir das válvulas correspondentes, em um esquema bastante semelhante ao apresentado na estrutura EC\_1. Ao todo foram fechadas nove malhas, descritas na tabela 6.3, a seguir.

**Tabela 6.3:** Malhas propostas para a estabilização do processo.

Variável manipulada	Variável controlada	Variável manipulada	Variável controlada
XMV(1)	XMEAS(2)	XMV(7)	XMEAS(12)
XMV(2)	XMEAS(3)	XMV(8)	XMEAS(15)
XMV(3)	XMEAS(1)	XMV(9)	XMEAS(19)
XMV(4)	XMEAS(4)	XMV(11)	XMEAS(9)
XMV(6)	XMEAS(10)		

Para atender aos objetivos de controle e manter a estabilidade do processo mesmo frente a diversos distúrbios, foram desenvolvidas as malhas de controle de inventário de líquido e gás e as malhas de qualidade. Neste ponto os objetivos de cada malha por vezes se confundem, pois o efeito do esquema reativo do processo faz com que surja uma forte relação entre as composições e os inventários.

A eliminação dos integradores puros, uma vez que sua relação com a quantidade de líquido nos vasos de separação foi comprovada (HAVRE & SKOGESTAD, 1998), pode ser conseguida a partir do simples controle do nível nos dois vasos a partir da manipulação das respectivas vazões de saída.

Para eliminar os pólos RHP complexos, relacionados ao esquema reacional, por outro lado, é necessário elaborar um sistema que garanta a estabilidade das taxas de reação no reator, o que é consideravelmente mais difícil. Neste trabalho considerou-se que as taxas de reação se mantêm em níveis estáveis quando a temperatura, nível de líquido e a pressão parcial dos componentes no reator é controlada. Para tanto, é necessário controlar temperatura do reator, pressão do sistema e nível de líquido no reator, além de manter as composições dos reagentes em razões específicas. O controle da temperatura do reator foi necessário para a estabilização do sistema, logo esta malha já foi definida. Para o controle da pressão do sistema, definiu-se uma malha onde a pressão do vaso separador é controlada com a vazão de purga, em uma tentativa de gerar um desacoplamento entre esta e as demais malhas. O nível de líquido no reator foi controlado a partir da taxa de tiragem de produtos e reagentes, com a vazão de água de resfriamento para o condensador a partir de uma malha cascata com a temperatura do vaso separador. A pressão parcial dos componentes é definida a partir da relação entre as vazões de alimentação e da razão entre as composições na entrada do reator em um esquema que se muito se relaciona ao controle da especificação dos produtos, descrita a seguir.

A razão desejada entre os componentes G e H no produto é mantida constante através de um controlador que define o setpoint para a razão entre as vazões de alimentação de D e E. O produto deste setpoint pela vazão de E, que permanece em malha aberta para a definição da carga da unidade, determina então o setpoint para a vazão de D. Para garantir a estabilidade do processo frente a distúrbios é necessário garantir que também as concentrações dos reagentes A e C sejam condizentes com as alimentações de D e E, o que é obtido através do controle das vazões de alimentação diretamente a partir do controle da composição da



corrente de alimentação do reator. Um controlador rápido para a corrente de A e C, XMEAS(4), que apresenta maior vazão, garante que as proporções entre todos os reagentes seja adequada. Qualquer pequeno desbalanço entre A e C é corrigido através da vazão de alimentação de A.

Ainda com o intuito evitar a perda do reagente E na corrente de produtos, a temperatura da retificadora é controlada com a vazão de vapor para o termossifão do equipamento.

Todas as malhas utilizadas na estrutura proposta, a partir de agora denominada EC\_5, são representadas na figura 6.6, a seguir.

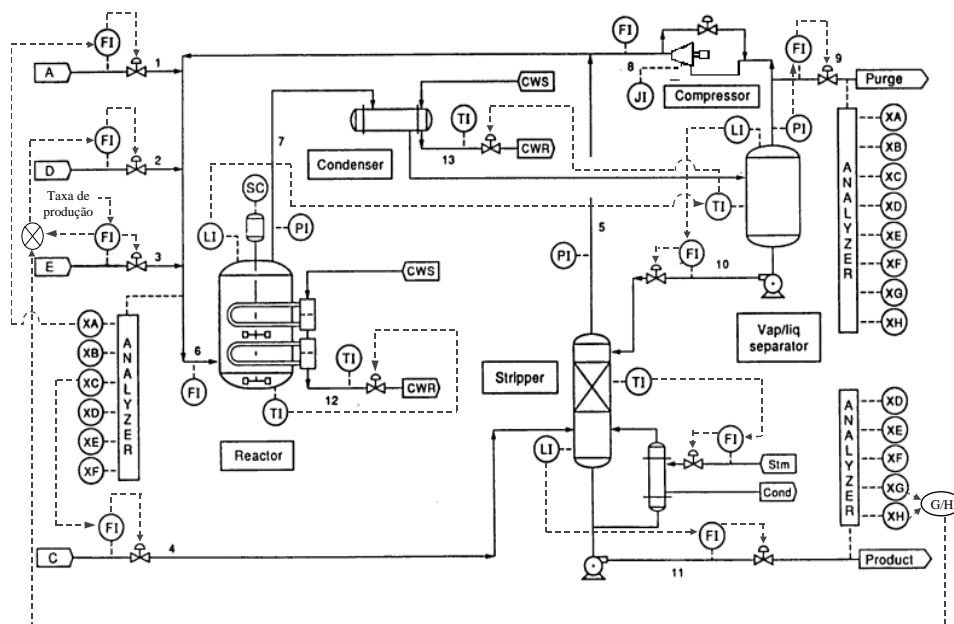


Figura 6.6: Estrutura de controle EC\_5, proposta neste trabalho

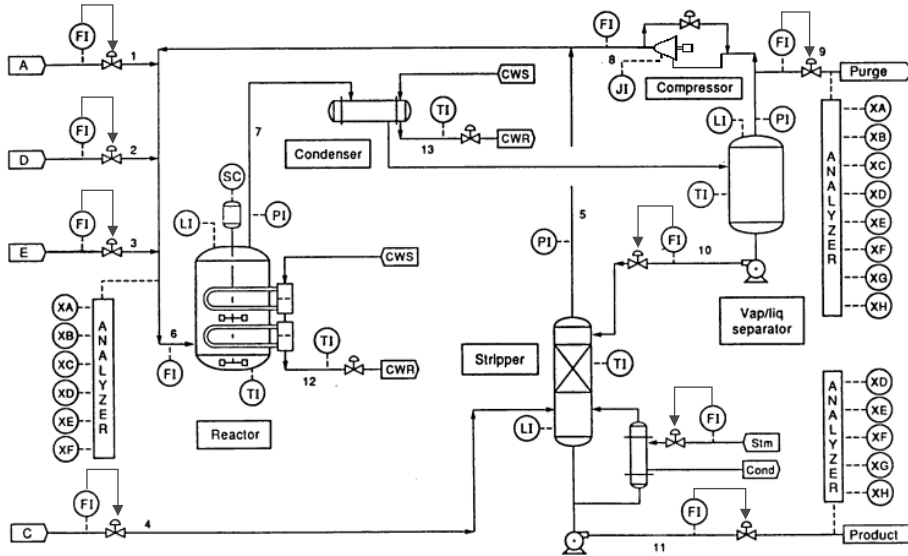
## 6.4 Comparação entre as estruturas

Para realizar a comparação entre as diversas estruturas de um modo sistemático foi necessário estabelecer critérios de igualdade entre elas. Como algumas estruturas apresentavam no nível mais interno uma série de controladores tipo cascata para as vazões, onde cada válvula era diretamente controlada pela variável de vazão a qual se relacionava, e outras não, optou-se pela alteração das malhas originais, implementando os controladores cascata em todas as estruturas. Como este tipo de arranjo não altera significativamente as dinâmicas e o efeito final do controle do processo, as características básicas de cada estrutura se mantém e a comparação, a partir das considerações, é estritamente válida.

A comparação entre as diversas estruturas foi realizada utilizando a metodologia RPN para o nível hierárquico de controle imediatamente acima dos cascatas, onde as diversas estruturas realmente diferem, e através de simulações dinâmicas para as estruturas EC\_1, EC\_2 e EC\_5 originais. Os tópicos a seguir apresentam os resultados das comparações e as metodologias utilizadas para sua obtenção.

### 6.4.1 Comparação através da metodologia RPN

Para possibilitar a comparação entre as diversas estruturas de modo sistemático e com critérios de igualdade através da metodologia RPN, foram estabelecidos controladores tipo cascata para as principais vazões do sistema. De um modo genérico pode-se considerar que a planta em si, representada na figura 6.1, não foi alterada, podendo ser representada pela figura a seguir.



**Figura 6.7:** Representação esquemática do processo da Tennessee-Eastman com os controladores tipo cascata para o controle das vazões.

Na figura 6.7 são ilustradas as oito malhas cascata implementadas para o controle das vazões do sistema. A essência do problema de controle não se altera, uma vez que na nova implementação as malhas de controle de cada estrutura atuam sobre as cascatas internas fornecendo setpoints para as vazões, com resultado equivalente ao obtido com as estruturas originais, onde as ações de controle eram tomadas diretamente sobre as válvulas que definem as vazões. Os parâmetros para os controladores das malhas cascata interna utilizadas foram os mesmos da estrutura EC\_1, sendo listados na tabela 6.4, a seguir.

**Tabela 6.4:** Malhas cascata padrão implementadas para a comparação entre as estruturas e parâmetros dos respectivos controladores.

Vazão controlada	Variável controlada	Variável manipulada	K <sub>p</sub> (%/kg/h ou %/kscmh)	τ <sub>i</sub> (h)
Componente A	XMEAS(1)	XMV(3)	200	0,0167
Componente D	XMEAS(2)	XMV(1)	0,002	0,005
Componente E	XMEAS(3)	XMV(2)	0,002	0,005
Componentes A e C	XMEAS(4)	XMV(4)	0,1	0,005
Purga	XMEAS(10)	XMV(6)	100	0,005
Fundo da separadora	XMEAS(14)	XMV(7)	0,3	0,005
Fundo da retificadora	XMEAS(17)	XMV(8)	0,5	0,005
Vapor para retificadora	XMEAS(19)	XMV(9)	0,03	0,005

No sistema original, a vazão de alimentação de todos os componentes é influenciada diretamente pela pressão da unidade (definida pelas pressões do reator, separador e retificadora), pois a força motriz principal do fluxo é a diferença de pressão entre entrada e saída de cada válvula. Neste ponto se encontra a principal vantagem da utilização das malhas cascata no processo Tennessee-Eastman, pois estas, ao introduzir novas dinâmicas no processo, atenuam o efeito de breves oscilações na pressão. De outra forma, é bastante comum industrialmente a utilização de tal arranjo.

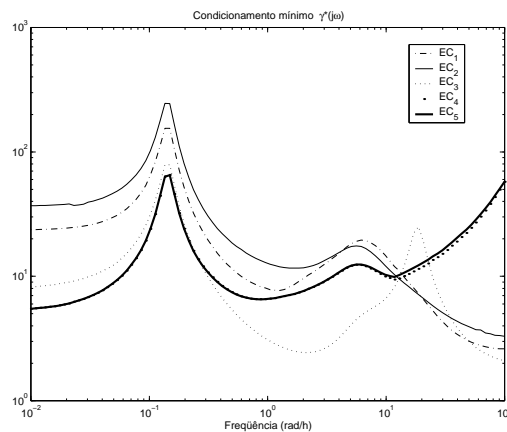
Com o fechamento das malhas cascata para as vazões um dos pólos RHP que praticamente representa um integrador puro, relacionado ao nível de líquido no separador, desaparece e os demais sofrem um pequeno deslocamento para a esquerda no plano do lugar das raízes. As posições dos pólos RHP para o modelo linearizado do sistema com os controladores cascata para as vazões em malha fechada passam a ser  $3.054 \pm 5.08j$ ,  $0.0171 \pm 0.1415j$  e  $0.0009$ .

O objetivo principal deste estudo é analisar o grau de interação entre as variáveis do processo para todas as estruturas de controle e, no caso da Tennessee-Eastman fica claro que as variáveis que podem apresentar problemas de acoplamento são aquelas diretamente afetadas pelas correntes de reciclo, ou seja, aquelas que fazem parte das correntes que conectam reator, separador e retificadora. Com todas as malhas do nível base fechadas, foram então definidos os pareamentos entre variáveis relevantes do processo para cada estrutura de controle. Deste modo apenas o sistema de controle das composições e algumas malhas que certamente não sofrem influência das demais forma desconsideradas. Diante do exposto, as malhas construídas para a realização da análise são indicadas, de forma condensada, na tabela a seguir.

**Tabela 6.5:** Malhas regulatórias e de estabilização para a comparação entre as estruturas analisadas através da metodologia RPN

Variável manipulada	Variável controlada em cada estrutura				
	EC_1	EC_2	EC_3	EC_4	EC_5
XMEAS(1)	XMEAS(7)				
XMEAS(2)		XMEAS(8)			
XMEAS(3)	XMEAS(8)				
XMEAS(4)		XMEAS(7)			
XMEAS(10)				XMEAS(7)	XMEAS(13)
XMEAS(14)	XMEAS(12)	XMEAS(15)	XMEAS(12)	XMEAS(12)	XMEAS(12)
XMEAS(17)	XMEAS(15)		XMEAS(15)	XMEAS(15)	XMEAS(15)
XMV(5)			XMEAS(8)		
XMV(10)	XMEAS(21)	XMEAS(21)	XMEAS(7)	XMEAS(9)	XMEAS(9)
XMV(11)	XMEAS(22)	XMEAS(12)		XMEAS(8)	XMEAS(8)

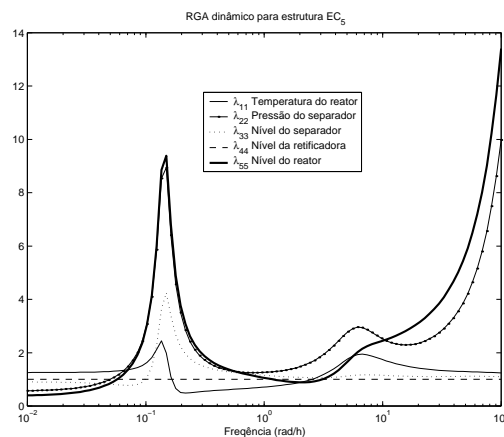
A primeira análise realizada diz respeito à verificação do condicionamento mínimo para cada uma das estruturas apresentadas na tabela 6.5. Os resultados são ilustrados na figura a seguir.



**Figura 6.8:** Condicionamento mínimo para todas as estruturas estudadas.

A partir da análise da figura 6.8 é possível perceber que a direcionalidade (representada pelo condicionamento mínimo) de todas as estruturas são praticamente equivalentes. Devido a alternância da posição relativa entre as curvas para cada região de frequência, não é possível classificá-las com precisão. A igualdade, em praticamente toda a faixa de frequências, entre as curvas para as estruturas EC\_4 e EC\_5 são um indicativo de que a utilização da pressão do separador para controlar a pressão do sistema pela estrutura proposta não surtiu o efeito desejado, não ocorrendo o desacoplamento entre as malhas.

O elevado número de condicionamento mínimo para todas as estruturas na frequência de  $10^{-1}$  rad/h pode ser explicado pela forte interação existente quando da utilização simultânea das malhas de controle de pressão do sistema e nível do reator. Quando é realizado ainda o controle da temperatura do reator, ocorre forte interação a altíssimas frequências, como é o caso das estruturas EC\_4 e EC\_5. Estas afirmações são baseadas na análise do RGA dinâmico de todas as estruturas. Na figura 6.9, a seguir, demonstra-se as curvas para a estrutura EC\_5, aqui proposta. Fica claro, a partir da análise da figura, que as malhas de pressão do sistema e nível do reator são as grande responsáveis pelo mau condicionamento a altíssimas frequências e que, na região em torno de  $10^{-1}$  rad/h, também a malha de temperatura do reator apresenta problemas de acoplamento.



**Figura 6.9:** Análise do RGA dinâmico para a estrutura EC\_5.

O grande problema da análise das estruturas com base apenas no condicionamento mínimo e no RGA é a não consideração, por parte destes métodos, da presença de elementos de fase não mínima e de uma ponderação diferenciada para as diversas regiões de frequência. Deste modo vamos, a partir de agora, construir os elementos necessários à análise das estruturas com base na metodologia RPN.

Para a determinação do RPN para os sistemas da tabela 6.5 é necessário inicialmente definir o desempenho desejado para estes. É interessante lembrar aqui as limitações impostas a sistemas com presença de fase não mínima:

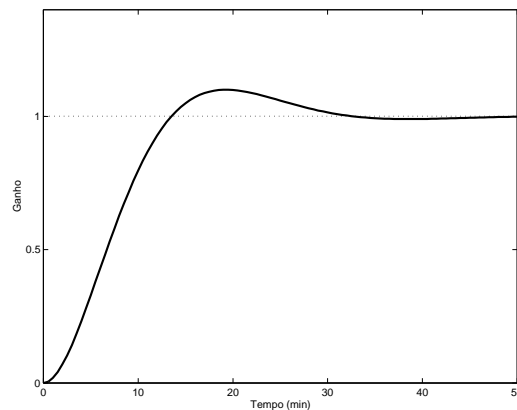
- Em sistemas que possuem zeros de transmissão RHP ocorre a limitação quanto à frequência *máxima* com que um distúrbio pode ser eficientemente atenuado. Este conceito pode ser facilmente compreendido para o caso SISO e então estendido para sistemas multivariáveis: caso o controlador para uma malha feedback negativa padrão for mais rápido (atuar em frequência superior) que o zero de fase não mínima ocorrerá a instabilização do sistema, pois a ação de controle será tomada no período em que o sistema apresenta o efeito da resposta inversa. Deste modo, para sistemas SISO com zeros RHP a frequência máxima de operação de um controlador corresponde à frequência do zero de fase não mínima mais próximo à origem do diagrama do lugar das raízes.

- Sistemas com pólos RHP, por outro lado, apresentam limitações quanto à frequência *mínima* de operação do controlador. Novamente partindo do caso SISO, pode-se entender o problema sob o seguinte ponto de vista: um pólo de fase não mínima gera instabilidade no sistema, porém a frequência deste pólo é que vai definir a velocidade com que esta instabilização se revela. Assim, um controlador será eficiente na estabilização de uma malha se e somente se sua velocidade de atuação for superior à do pólo instável, e deste modo a frequência mínima de operação do controlador é definida pelo pólo RHP mais distante da origem.
- Em plantas que apresentam ao mesmo tempo pólos RHP e zeros de transmissão RHP as dificuldades são agravadas, pois então há limites mínimo e máximo para a velocidade de atuação do controlador. De um modo genérico, para o caso MIMO, quanto mais próximo o mais rápido dos pólos instáveis estiver do mais lento dos zeros de transmissão de fase não mínima, maior a dificuldade para controlar o sistema. Quando existe ao menos um pólo RHP mais rápido que o mais lento dos zeros RHP o sistema é dito incontrolável. Na generalização do problema para o *caso multivariável* deve-se levar em consideração, além da posição relativa entre os diferentes elementos de fase não mínima, também as *direções de entrada e saída* dos mesmos.

Para o caso da unidade da Tennessee-Eastman com as malhas cascata para as vazões fechadas o pólo RHP mais afastado da origem é  $p_{max} = 3.054 \pm 5.08j$ . Como as parcelas real e imaginária de  $p_{max}$  são aproximadamente equivalentes, para a estabilização da planta a largura de banda ( $\omega_B$ ) da função de transferência para o sistema em malha fechada deverá ser superior a  $1.8 |p_{max}|$ , ou seja,  $\omega_B > 10$  rad/h. Levando esta informação em conta definiu-se, para cada uma das malhas de controle de todas as estruturas um tempo de subida de 10 min (10/60 h) e 10% de overshoot, características estas que podem ser capturadas pela função de transferência

$$T_d = \frac{1}{0,0068 s^2 + 0,097 s + 1} \quad (6.1)$$

A largura de banda da função de transferência representada na equação 6.1 vale  $\omega_B \cong 14$  rad/h e a resposta desta a uma perturbação tipo degrau unitário é mostrada na figura 6.10, a seguir.



**Figura 6.10:** Resposta da função de transferência para o desempenho desejado para cada canal de todas as estruturas a um degrau unitário na entrada.

O efeito dos elementos de fase não mínima em cada estrutura de controle são automaticamente levados em conta a partir da fatoração do sistema, que torna possível a determinação do desempenho alcançável para a função complementar de sensibilidade do sistema, segundo a equação 4.25.

A localização dos pólos de um sistema multivariável são independentes da estrutura considerada (somente as direções de entrada e saída serão diferentes para cada estrutura), porém o mesmo não é válido para os zeros de transmissão. Deste modo, listamos na tabela a seguir os zeros de fase não mínima para cada uma das estruturas analisadas.

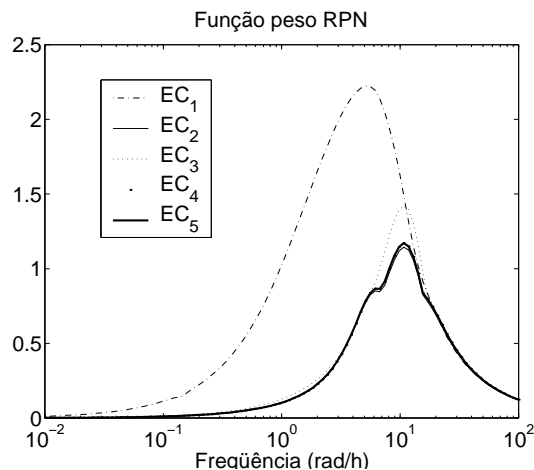
**Tabela 6.6:** Zeros de transmissão de fase não mínima para cada uma das estruturas analisadas.

Estrutura de controle	Zeros RHP
(EC_1) MCAVOY & YE (1994)	1,92 (3,51 ± 6,24j)×10 <sup>3</sup>
(EC_2) LUYBEN et al. (1998)	(3,44 ± 1,18j)×10 <sup>3</sup>
(EC_3) BANERJEE & ARKUN (1994)	6,27×10 <sup>4</sup> 2,41 ± 18,29j
(EC_4) NG & STEPHANOPOULOS (1998)	6,89×10 <sup>2</sup> (9,82 ± 14,8j)×10 <sup>2</sup>
(EC_5) Estrutura proposta	2,86×10 <sup>2</sup> (1,62 ± 2,17j)×10 <sup>3</sup>

A análise da tabela 6.6 mostra que, a princípio, as estruturas EC\_1 e EC\_3 apresentarão problemas para o projeto de controladores, pois possuem zeros RHP próximos a origem. Já as demais estruturas são praticamente equivalentes

A partir da definição do desempenho alcançável é possível construir as curvas referentes à função peso RPN, definida na equação 4.26. As curvas da função peso são

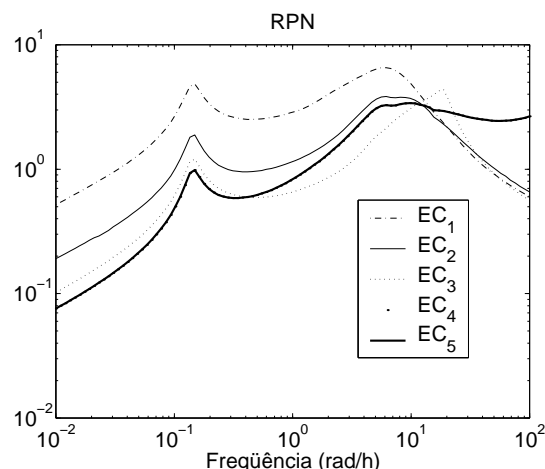
ilustradas nas figura 6.11, sendo possível verificar que realmente as estruturas EC\_2, EC\_4 e EC\_5 são equivalentes, uma vez que se definiu um mesmo desempenho para todas as malhas e este desempenho, para estas estruturas, foi suficientemente rápido para anular o efeito dos pólos instáveis ao mesmo tempo que não sofreu interferência dos zeros de transmissão RHP. Para as estruturas EC\_1 e EC\_3 os valores relativamente baixos dos zeros de transmissão são sentidos pelo sistema, provocando um aumento dos valores da função peso na região de interesse.



**Figura 6.11:** Função peso RPN para as diversas estruturas de controle analisadas.

Em termos do controle de processos é possível quantificar a relevância do índice definido pelo condicionamento mínimo através da função peso RPN, que, por ser construída considerando o desempenho *alcançável* do sistema, leva automaticamente em conta as limitações impostas pela natureza da planta.

As curvas da função peso RPN da figura 6.11 foram construídas para o desempenho desejado especificado, ou seja, para um tempo de subida de 10/60 h e 10 % de overshoot. As curvas da função gama,  $\Gamma$ , que correspondem à raiz quadrada da multiplicação da função peso e do condicionamento mínimo para cada freqüência, como definido na equação 4.1 em todas as estruturas, são ilustradas na figura 6.12.



**Figura 6.12:** Curvas do índice RPN em função da freqüência para as estruturas analisadas.



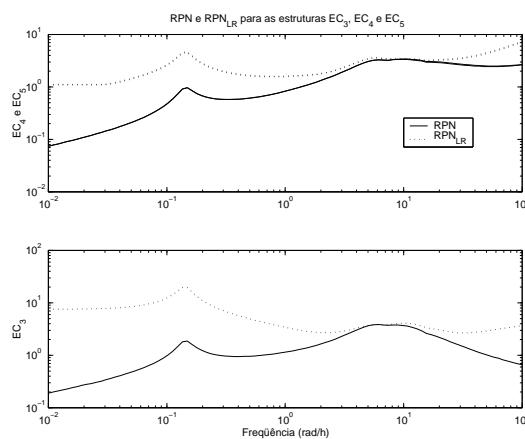
Na figura 6.12, novamente se verifica que o efeito do deslocamento do controle da pressão do sistema para o vaso separador não trouxe o efeito de desacoplamento entre as malhas desejado, pois mais uma vez as curvas para as estruturas EC\_4 e EC\_5 foram equivalentes.

Os valores máximos de cada curva da figura 6.12, que representam o índice RPN propriamente dito, são listados na tabela a seguir.

**Tabela 6.7:** Índice RPN para as estruturas de controle analisadas.

Estrutura de controle	Índice RPN
(EC_1) MCAVOY & YE (1994)	6,6
(EC_2) LUYBEN et al. (1998)	3,9
(EC_3) BANERJEE & ARKUN (1994)	4,4
(EC_4) NG & STEPHANOPOULOS (1998)	3,4
(EC_5) Estrutura proposta	3,4

De acordo com a análise da tabela 6.7 e das curvas na figura 6.12 e a partir dos fundamentos que baseiam a metodologia RPN, as melhores estruturas são as equivalentes EC\_4 e EC\_5 e, logo a seguir, a estrutura EC\_2. Para verificar o acréscimo na direcionalidade devido à utilização, no projeto do controlador, de apenas um par de matrizes de escalonamento, definido a partir da definição do condicionamento mínimo no ponto máximo da curva do RPN, foram geradas as curvas para a análise do índice RPN com escalonamento constante ( $RPN_{LR}$ ) para as mais promissoras estruturas, ilustradas na figura a seguir.



**Figura 6.13:** Comparação entre as curvas dos índices RPN e  $RPN_{LR}$ , em função da frequência para as estruturas EC\_3, EC\_4 e EC\_5.

Pequenas diferenças entre as curvas do  $RPN_{LR}$  e de RPN indicam que compensadores de baixa ordem podem apresentar bons resultados no controle de uma unidade com uma dada estrutura. Pela análise das curvas da figura 6.13 é possível verificar que as estruturas EC\_4 e EC\_5, comparadas com a EC\_3, apresentarão menor acréscimo de direcionalidade na região

em torno do pico quando da utilização de um controlador descentralizado de baixa ordem. Esta conclusão baseia-se diretamente no afastamento entre as curvas do RPN e do RPN<sub>LR</sub>, mais pronunciado para a estrutura EC\_3.

### **6.4.2 Comparação através de simulações dinâmicas**

Para facilitar a construção e análise de todas as estruturas foi desenvolvida uma interface gráfica para o problema, com a qual é possível montar estruturas, ajustar parâmetros dos controladores e simular o processo. Esta interface está disponível no endereço <http://www.enq.ufrgs.br/RPN> e é apresentada com detalhes no apêndice A deste trabalho.

A partir da interface foram simuladas as estruturas EC\_1, EC\_2, e EC\_5 para os seguintes distúrbios, propostos em DOWS & VOGEL (1993)

- Distúrbio 1: desproporcionamento entra as composições de A e C na corrente de alimentação XMEAS(4)
- Distúrbio 2: variação tipo degrau na razão entre as composições mássicas de G e H do valor original do caso base 50/50 para 40/60
- Distúrbio 3: perda da alimentação de A na corrente XMEAS(1)

De acordo com os autores do artigo original e vários outros artigos, estes são os distúrbios mais críticos, justificando-se a seleção destes para a análise. Todas as simulações foram executadas utilizando um método de integração com passo fixo de  $1 \times 10^{-3}$  h com resolução de equações ordinárias pelo método de Heun (verificar em CARNAHAN et al. 1969, por exemplo).

As estruturas EC\_3 e EC\_4 não foram simuladas por falta de dados nos artigos que as apresentam. Os autores da estrutura EC\_3 não se mostraram acessíveis quando questionados sobre sua estrutura e os autores da estrutura EC\_4 apenas se manifestaram, quando consultados, na semana de fechamento deste trabalho, apresentando ainda uma série de controladores preditivos. Deste modo a implementação destas não foi possível.

A implementação da estrutura EC\_1 foi realizada de modo relativamente fácil, apenas uma alteração em relação ao apresentado no artigo original foi necessária, na malha de controle de composição. Os autores utilizam o produto entre o setpoint para a vazão do componente E e a razão G/H para definir o setpoint da razão entre as vazões de D e E. Em nossa implementação, utilizamos ao invés do setpoint para E, o próprio valor da variável medida, disponível no processo. Com isto, todos os parâmetros originais dos controladores foram mantidos.

A totalidade dos parâmetros utilizados para a simulação da estrutura EC\_1 é apresentada na tabela 6.8, a seguir, que apresenta todos os níveis hierárquicos, organizados de

modo que os níveis superiores (mais externos) se localizam na tabela acima dos níveis mais internos.

**Tabela 6.8:** Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC\_1

Objetivo final de controle	Variável manipulada	Variável controlada	Kp (dimensões apropriadas)	$\tau_i$ (h)	$\tau_D$ (h)
Temperatura do reator	XMEAS(21)	XMEAS(9)	1	0,8333	
	XMV(10)	XMEAS(21)	-10	0,0167	
Pressão do reator	XMEAS(1)	XMEAS(7)	200	0,0167	
	XMV(3)	XMEAS(1)	-0,0032	5	
Nível do reator	XMEAS(3)	XMEAS(8)	500	3,3333	
	XMV(2)	XMEAS(3)	0,002	0,005	
Composição de G e H no produto	XMEAS(2)/XMEAS(3)	XMEAS(40)/XMEAS(41)	0,05	0,667	0,0008
	XMV(1)	XMEAS(2)	0,002	0,005	
Composição de E no produto	XMEAS(18)	XMEAS(38)	-0,5	1,6667	
	XMEAS(19)	XMEAS(18)	10	0,1667	
	XMV(9)	XMEAS(19)	0,03	0,005	
Composição de B na purga	XMEAS(10)	XMEAS(30)	-0,03	1,6667	
	XMV(6)	XMEAS(10)	100	0,005	
Nível do separador	XMEAS(14)	XMEAS(12)	-2,5	3,3333	
	XMV(7)	XMEAS(14)	0,3	0,005	
Nível da retificadora	XMEAS(17)	XMEAS(15)	-0,5	5	
	XMEAS(4)	XMEAS(17)	0,08	0,75	
	XMV(4)	XMEAS(4)	0,1	0,005	
Vazão de reciclo do compressor	XMEAS(22)	XMEAS(5)	1,5	0,8333	
	XMV(11)	XMEAS(22)	-10	0,0167	
Trabalho do compressor	XMV(5)	XMEAS(20)	0,08	0,3333	

Para a implementação da estrutura EC\_2 foi preciso sobrepor uma série de dificuldades uma vez que o artigo não era claro em muitos pontos. A estrutura de controle é representada de duas formas divergentes pelos autores, a partir de uma figura e através de um código em FORTRAN. Optou-se pela utilização das informações contidas no código, que se mostravam mais coerentes, porém neste faltavam algumas das malhas fundamentais para a simulação que claramente foram citadas no próprio texto em questão, deste modo estas malhas tiveram de ser inseridas e os parâmetros especificados durante a implementação.

As diversas malhas auxiliares não foram implementadas, e deste modo a estrutura não foi capaz de manter o sistema no ponto de operação desejado quando submetido a uma série de distúrbios. Os parâmetros utilizados e as malhas de controle implementadas são ilustrados na tabela 6.9.

**Tabela 6.9:** Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC\_2

Objetivo final de controle	Variável manipulada	Variável controlada	Kp (dimensões apropriadas)	$\tau_I$ (h)	$\tau_D$ (h)
Temperatura do separador	XMEAS(9)	XMEAS(11)	-0,15		
	XMV(10)	XMEAS(9)	-3		
Nível do reator	XMV(1)	XMEAS(8)	4		
Comp. B na purga	XMV(6)	XMEAS(30)	-16		
Comp. A na alim. Do reator	XMV(3)	XMEAS(23)	10		
Vazão de produto	XMV(8)	XMEAS(17)	0,5	0,005	
Vazão E na alim.	XMV(2)	XMEAS(8)	3,42		
Nível separador	XMV(11)	XMEAS(12)	2		
Nível retificadora	XMV(7)	XMEAS(15)	2		
Temp. retificadora	XMV(9)	XMEAS(18)	2		
Pressão do reator	XMV(4)	XMEAS(7)	100		

Para a implementação da estrutura proposta EC\_5, foram utilizados como base para os parâmetros dos controladores os valores constantes na literatura para malhas semelhantes, utilizadas em outros artigos, ajustando-se então manualmente cada controlador para a estrutura em questão. As malhas e seus respectivos parâmetros são ilustrados na tabela 6.10.

**Tabela 6.10:** Estrutura implementada e parâmetros de controle para a simulação da estrutura EC\_5

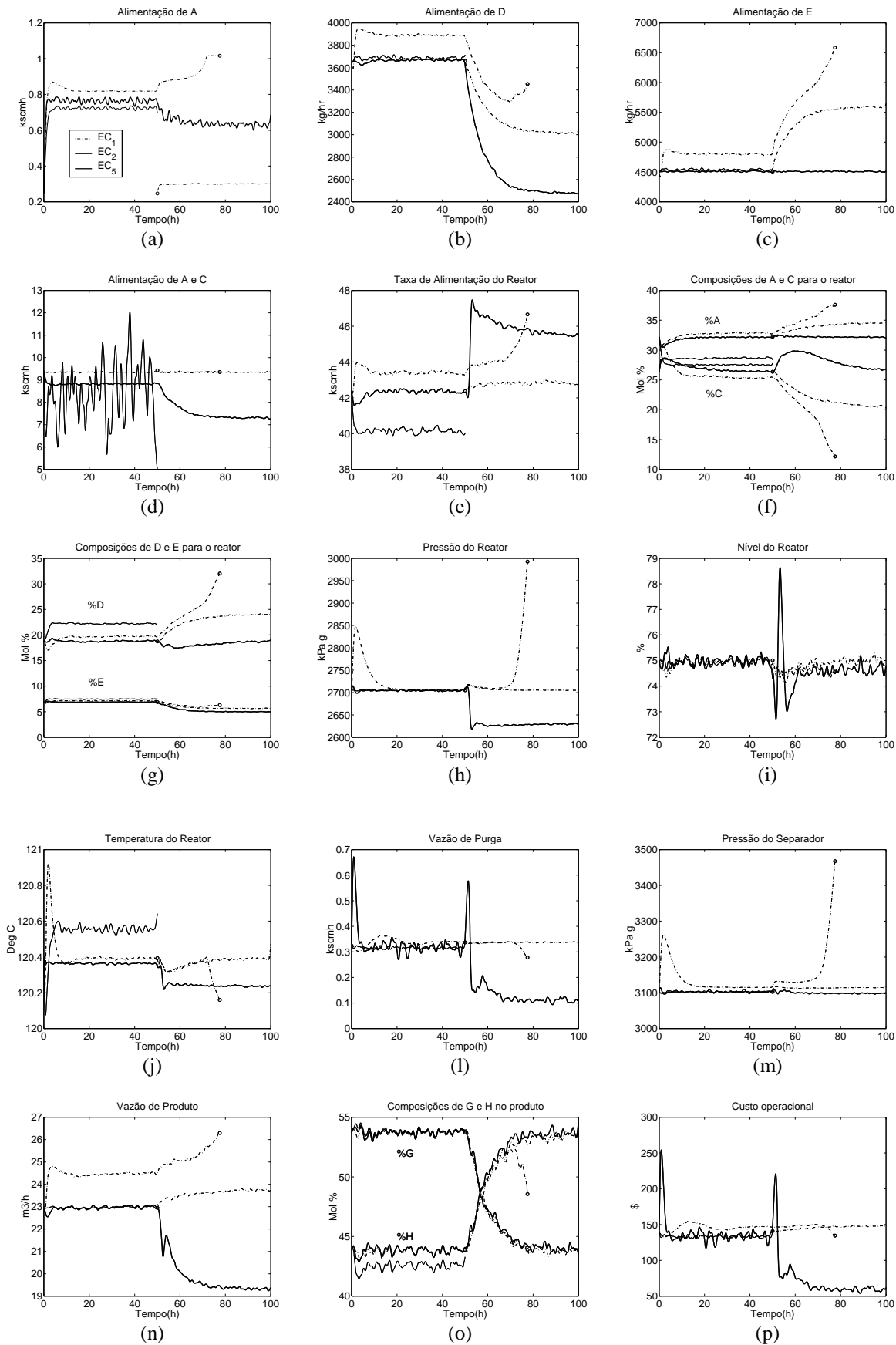
Objetivo final de controle	Variável manipulada	Variável controlada	Kp (dimensões apropriadas)	$\tau_I$ (h)	$\tau_D$ (h)
Temp. do reator	XMV(10)	XMEAS(9)	-8	0,125	
Nível do reator	XMEAS(11)	XMEAS(8)	-4	0,25	
	XMV(11)	XMEAS(11)	0,8	1	
Composição de G e H no produto	XMEAS(2)/XMEAS(3)	XMEAS(40)/XMEAS(41)	0,05	0,6667	
	XMV(1)	XMEAS(2)	0,002	0,005	
Composição de C na alim. do reator	XMEAS(4)	XMEAS(25)	0,3	0,005	
	XMV(4)	XMEAS(4)	0,2	12	
Composição de A na alim. do reator	XMEAS(1)	XMEAS(23)	0,25	5	0,001
	XMV(3)	XMEAS(1)	200	0,0167	
Vazão E na alim.	XMV(2)	XMEAS(3)	0,002	0,005	
Nível do separador	XMEAS(14)	XMEAS(12)	0,3	0,005	
	XMV(7)	XMEAS(14)	-2,5	3,3333	
Nível da retificadora	XMEAS(17)	XMEAS(15)	0,5	0,005	
	XMV(8)	XMEAS(17)	-0,5	5	
Temperatura da retificadora	XMEAS(19)	XMEAS(18)	0,03	0,005	
	XMV(9)	XMEAS(19)	10	0,1667	
Pressão do separador	XMEAS(10)	XMEAS(13)	100	0,005	
	XMV(6)	XMEAS(10)	-0,01	0,3333	

A figura 6.14 mostra os principais resultados para as simulações das estruturas testadas frente aos distúrbios 1 e 2. Para todas as curvas foi aplicado um filtro de Butterworth, implementado na função *idfilt* do System Identification Toolbox (verificar em MATHWORKS, 1999) de segunda ordem, eliminando oscilações com frequências superiores a  $1 \times 10^{-1} \text{ h}^{-1}$ .

Para reduzir a elevada quantidade de figuras para análise simulou-se o processo com os dois distúrbios em seqüência. No tempo zero foi ativado o distúrbio 1 (desproporcionamento entre as composições de A e C) e no tempo 50 h o distúrbio 2 (mudança no objetivo de produção no que diz respeito à concentração de produtos). A estrutura EC\_2 não apresentava solução para o controle de qualidade, mantendo a razão G/H no produto em malha aberta, logo foi simulada *somente até o tempo de 50 h*. A estrutura EC\_1 não foi capaz de alterar eficientemente a razão de G e H nos produtos a partir do ponto estacionário para o qual o sistema foi levado com o distúrbio 1, a figura 6.14 (h) mostra que a pressão do reator é levada ao intertravamento, representado em todos os gráficos por um círculo. Para demonstrar o comportamento da estrutura EC\_1 para a mudança de objetivo de produção, construiu-se a curva a partir do caso base, iniciando no tempo 50 h, identificado também com um círculo.

A partir do caso base todas as estruturas foram capazes de manter o processo operando eficientemente frente ao distúrbio 1. Os resultados na figura 6.14 (a) no tempo entre 0 e 50 h mostra que todas as estruturas alteram a alimentação de A buscando compensar o desbalanço provocado pelo distúrbio. A ação de controle da estrutura EC\_1 foi mais brusca em praticamente todas as malhas, o que resultou em maior oscilação nas respostas e levou o processo a um ponto de operação onde a produção da unidade, curva (n), é maior, porém o custo operacional (p) também o é. A escolha de uma vazão de alimentação para o controle da pressão do sistema pela estrutura EC\_2, ainda por cima com um elevado ganho, se mostrou equivocada, pois a oscilação demonstrada na figura 6.14 (d) é inadmissível em um processo industrial real. Por outro lado, a não utilização do controle da composição dos produtos em malha fechada provocou um desvio na especificação do componente H no produto, provocado pela redução na composição média de C na alimentação do reator, como pode ser verificado nas figura 6.14 (d) e 6.14 (o). A partir do exposto pode-se afirmar que, entre as estruturas simuladas e para o distúrbio 1, o modelo proposto foi o que globalmente apresentou melhores resultados.

No caso da alteração da relação G/H no produto, a estrutura EC\_2 não pôde ser simulada e a estrutura EC\_1 teve de ser levada ao caso base para operar eficientemente, como já discutido. A estrutura proposta foi a única capaz de alterar o setpoint das composições de G e H a partir do ponto de operação onde o sistema se encontrava após o distúrbio 1, apresentando resultados semelhantes aos obtidos pela estrutura EC\_1 a partir do caso base, porém, uma vez que a vazão de alimentação de E não foi controlada, como pode ser verificado na figura 6.14 (c), a alteração da curva (d) teve de ser superior à necessária por EC\_1, e além disto houve redução no custo operacional, porém às custas de uma modificação na taxa de produção, o que é indesejável.



**Figura 6.14:** Resultados das simulações para as estruturas EC<sub>1</sub>, EC<sub>2</sub> e EC<sub>5</sub> com os distúrbios 1 e 2, aplicados em seqüência

Para solucionar o distúrbio 3, o problema da perda da corrente de alimentação do componente A, XMEAS(1), é necessário, de alguma forma, eliminar o excesso do componente C, que passa a ser apenas parcialmente consumido pelas reações do processo. A forma mais intuitiva e normalmente utilizada na indústria para este fim é o aumento da purga, o que elimina preferencialmente os elementos em maior quantidade na corrente desprezada. Para o problema de controle da Tennessee-Eastman há o problema de saturação da válvula de purga do sistema para uma vazão muito inferior à alimentação para o caso base, ou seja, apenas a alteração da corrente de purga não é suficiente para controlar o processo quando este tipo de distúrbio é verificado.

A estrutura EC\_1 não apresenta nenhuma solução para este problema e a estrutura EC\_2 apresenta uma série de malhas auxiliares, que substituiriam as originais buscando a estabilização. Como estes overrides não foram implementados, não foi possível verificar seu sucesso. Os resultados da simulação da estrutura proposta para o problema, a partir da intervenção descrita a seguir, são ilustrados na figura 6.15.

A solução proposta neste trabalho corresponde a uma redução na carga da unidade assim que o problema é verificado, ou seja, quando a medida XMEAS(1) apresenta valor nulo, como verificado na figura 6.15 (a), a vazão de alimentação que define a carga da unidade e logo sua taxa de produção, é reduzida até que o distúrbio seja eliminado ou então o processo seja levado a outro ponto de operação estável. Para a estrutura proposta, a única variável de entrada em malha aberta é a vazão de alimentação do componente E, logo esta é a escolha para realizar a mudança de ponto de operação.

A alternativa adotada para manter o processo em operação frente ao distúrbio 3 foi realizar a redução programada da vazão de E na forma de uma rampa com taxa de  $-35 \text{ kg/h}^2$  por um tempo de 60 h ou até que a alimentação de A volte ao normal. A relação direta, proporcionada pela estrutura, entre as vazões de D e E faz com que o efeito da rampa na vazão de alimentação de uma das correntes seja quase que imediatamente seguida pela outra. Do mesmo modo, o controlador que manipula a vazão da corrente de alimentação de A e C relaciona-se à composição de C na alimentação do reator e, com as composições de E e D caindo rapidamente, faz com que também reduza em uma taxa semelhante, de modo a minimizar a alteração entre as composições de cada componente no sistema e, principalmente no reator. As taxas de alimentação de cada um dos componentes podem ser verificadas nas curvas (b), (c) e (d) da figura 6.15 e as composições dos reagentes na alimentação do reator nas curvas (e) e (f).

A necessidade de utilização de uma rampa para a redução da produção se justifica pela presença da resposta inversa produzida na pressão do sistema. Quando utilizando a rampa, a pressão do reator chega muito próximo do ponto de intertravamento e, ao utilizar-se um degrau ou mesmo uma seqüência de variações discretas, os efeitos são ainda mais danosos. A taxa de redução foi escolhida de forma a manter o processo produzindo o máximo pelo maior tempo possível, ou seja, o objetivo principal levado em conta diz respeito ao lucro da unidade. Se o objetivo principal fosse a segurança do equipamento, seria possível aumentar a taxa de redução da alimentação. O tempo para estabilização da alimentação no novo valor também foi

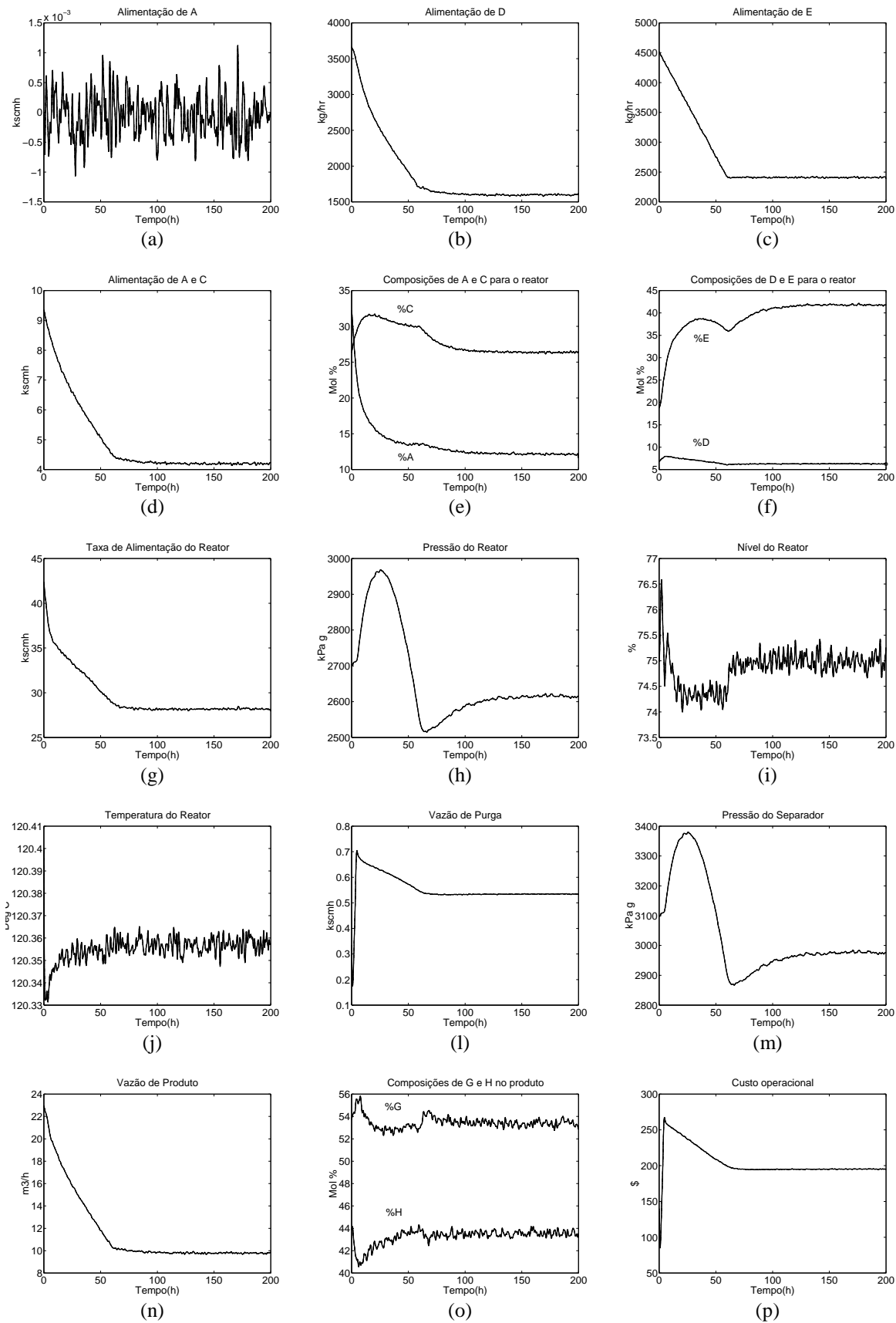


Figura 6.15: Resultados da simulação para a estrutura EC\_5 com o distúrbio 3



projetada para maximizar a produção. Para manter o processo operando de modo estável é necessário que a vazão do sistema seja levada a um ponto onde a pressão do sistema seja inferior à pressão no novo ponto de operação, e isto é conseguido, para a inclinação de rampa escolhida, no tempo de aproximadamente 60 h.

Com este modo de operação, percebe-se claramente que a vazão de produto, curva (n), se reduz e como conseqüência o custo operacional, curva (p) praticamente dobra, porém de outra forma não seria possível manter o sistema em operação.

Todos os resultados, exceto o custo operacional, foram automaticamente gerados pelo código de simulação do processo. O custo operacional foi definido segundo uma expressão, sugerida em (DOWNS & VOGEL, 1993), que leva em conta as vazões de purga, a taxa de produção, o trabalho no compressor e a vazão de vapor para o termo-sifão da retificadora, com os fatores de conversão de unidades apropriados, segundo a expressão a seguir

$$\begin{aligned}
 \text{Custo}(\$) = & 340,3 \frac{\$}{h \text{ kscmh}} \times XMEAS(10) + 1,32 \frac{\$}{m^3} \times XMEAS(17) + \\
 & 0,054 \frac{\$}{kWh} \times XMEAS(20) + 0,032 \frac{\$}{kg} \times XMEAS(19)
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

Os resultados da simulação para a estrutura proposta EC\_5 na presença das demais perturbações sugeridas em DOWS & VOGEL (1992) são apresentados no apêndice B deste trabalho.

## Capítulo 7

### Conclusões e trabalhos futuros

Na literatura referente a área de controle de processos há muito material que aborda métodos de síntese e sintonia de controladores, fundamentos de análise de sistemas em malha aberta e em malha fechada e mesmo alguns estudos de caso, porém muito poucos autores discutem o problema de controle como um todo, desde a seleção da configuração de controle até o projeto das malhas. Este trabalho apresenta o RPN-Toolbox, uma ferramenta desenvolvida para permitir a utilização da metodologia RPN, que contempla o projeto de controle de modo global, mesmo por usuários sem experiência em programação, de um modo simples e intuitivo.

Nesta dissertação foi dada grande importância aos fundamentos matemáticos nos quais a metodologia RPN se baseia. O Capítulo 2, em particular, volta-se apenas ao esclarecimento de diversos pontos básicos e fundamentais do controle multivariável de processos, itens que são utilizados no restante do trabalho. São explorados os efeitos de pólos e zeros de transmissão no comportamento de processos MIMO frente a distúrbios e as complicações que estes componentes de fase não-mínima trazem à estabilidade interna e estabilidade robusta do sistema.

O capítulo 3 traz uma discussão acerca das técnicas qualitativas e quantitativas utilizadas na prática para a seleção de estruturas de controle. São apresentados uma série de heurísticas e alguns dos métodos quantitativos desenvolvidos para a primeira etapa do projeto de controle. O texto demonstra a validade da utilização de ‘bom senso’ como uma primeira ferramenta para o desenvolvimento de estruturas, porém conclui que apenas através de parâmetros quantitativos, que medem de forma confiável a controlabilidade de um sistema, é possível construir um método sistemático para a análise e comparação entre diferentes estruturas de controle. Na apresentação do condicionamento mínimo, uma das ferramentas para a análise da controlabilidade, é realizada uma correção no equacionamento apresentado em BRAATZ & MORARI (1994) e SKOGESTAD & POSTLETHWAITE (1996) para a solução numérica das matrizes de escalonamento mínimo do sistema através da banda superior para  $\mu$ .

No capítulo 4 toda as potencialidades e a forma de utilização da metodologia RPN são apresentadas e discutidas. A construção das funções de transferência para o desempenho desejado e para o desempenho alcançável, baseado no desejo do usuário e nas limitações intrínsecas do processo, e a função de ponderação RPN são detalhadamente explorados. São apresentados ainda os algoritmos para a fatoração de Blaschke para entrada e saída de sistemas com pólos e zeros de transmissão RHP, sendo introduzida a expressão para a determinação do desempenho alcançável no caso em que os dois tipos de elementos de fase não mínima estão presentes.

O capítulo 5 apresenta as facilidades oferecidas pelo produto deste trabalho, o RPN-Toolbox. Justificam-se as escolhas realizadas quanto a ferramentas base para a implementação e apresenta-se passo a passo, de modo claro, o método de utilização do toolbox. No estágio atual de desenvolvimento do RPN-Toolbox é possível realizar a seleção de estruturas de controle baseada em sólidos fundamentos matemáticos para praticamente qualquer unidade real para a qual existe um modelo linearizado, seja este originário da identificação ou da modelagem do sistema.

Juntamente com as ferramentas para análise da controlabilidade descritas na literatura e implementadas no toolbox, foi desenvolvido e introduzido neste trabalho um índice que busca condensar em um único número a matriz do RGA estacionário (veja a seção 5.1.4), tornando mais simples a classificação de estruturas com base neste método.

Um problema clássico de controle de processos, o caso da Tennessee-Eastman, é apresentado e discutido no capítulo 6. Este problema foi estudado por diversos autores, porém nenhuma comparação entre as diversas soluções havia sido realizada. Neste trabalho são comparadas de modo sistemático, através da metodologia RPN e utilizando o RPN-Toolbox, cinco estruturas, sendo quatro destas propostas por diferentes autores e a última desenvolvida neste trabalho, com o intuito de gerar um sistema eficiente e com baixa direcionalidade na região de frequências de operação. A tentativa de desacoplamento das malhas através do controle da pressão do sistema pelo separador, de modo diverso das alternativas da literatura, não foi completamente eficaz, pois a rápida dinâmica que relaciona a pressão de todo o sistema não permitiu o desacoplamento. Apesar disto, apenas uma das estruturas da literatura apresentou direcionalidade compatível com a da estrutura proposta, enquanto as demais apresentaram maior acoplamento.

Para permitir a rápida construção e análise das diversas estruturas, foi construída uma interface gráfica, introduzida no Apêndice A, com a qual é possível determinar pareamentos entre variáveis controladas e manipuladas e configurar controladores para a simulação do processo. Foram simuladas duas estruturas da literatura e a estrutura proposta, sendo que esta foi a única que se mostrou capaz de manter o processo em operação frente aos distúrbios testados, considerados os mais críticos por diversos autores. Para a estrutura proposta foram testados todos os distúrbios apresentados pelos autores do problema da Tennessee-Eastman, sendo os resultados apresentados no Capítulo 6 e no Apêndice B.

Ainda em fase de criação e desenvolvimento, o RPN-Toolbox foi ainda utilizado para o estudo de uma unidade de separação de ar, descrita em FARINA et al. (1999) e constante na forma de anexo ao final deste trabalho. Além dos estudos de caso aqui apresentados, as rotinas foram também utilizadas em uma série de trabalhos desenvolvidos em nosso grupo, dentre os quais pode-se citar POSSER (2000), MARCON et al. (1999) e DURAIK et al. (1999).

De um modo genérico pode-se afirmar que os objetivos inicialmente estipulados para este ano de trabalho foram atingidos. Durante o desenvolvimento das rotinas foi elaborada uma série de novos trabalhos destinados à incrementação do toolbox, possibilitando a este a exploração de todas as potencialidades já desenvolvidas ou não da metodologia. A seguir, concluindo este trabalho, é apresentada uma lista com as principais sugestões para trabalhos futuros relacionados ao RPN-Toolbox

- Implementação das rotinas para o projeto de controladores descentralizados e preditivos e utilização destas para o problema de controle da Tennessee-Eastman
- Implementação de novos métodos para a especificação do desempenho desejado para sistemas
- Desenvolvimento da interface entre MATLAB e simuladores comerciais, possibilitando a busca direta de modelos implementados nestes
- Desenvolvimento de uma sistemática de identificação de modelos de processos baseada no estudo da região de maior importância, identificada pela metodologia RPN, para a análise de sistemas de controle
- Desenvolvimento de uma metodologia de projeto de processos integrados mássica e energeticamente que leve em conta, de modo sistemático, a controlabilidade do sistema final

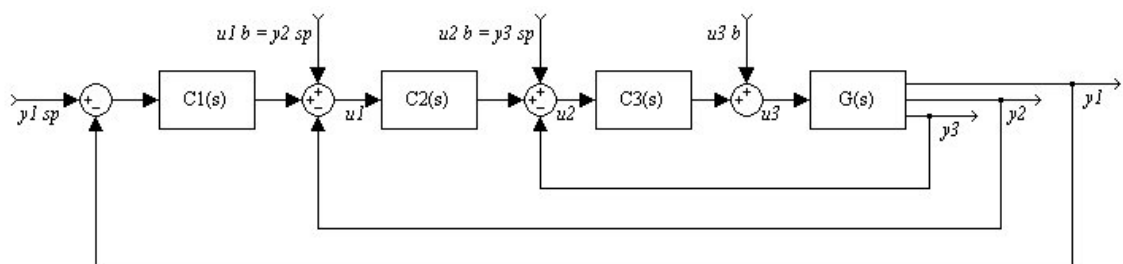
## Apêndice A

### Interface para a seleção de estruturas de controle

Este apêndice apresenta a interface gráfica desenvolvida para o estudo de caso da Tennessee-Eastman, discutida no capítulo 6 deste trabalho, ilustrando a necessidade, o modo de funcionamento e as potencialidades da mesma.

A partir da experiência na construção de estruturas utilizando o código FORTRAN apresentado em DOWS & VOGEL (1993) e compilado em um arquivo tipo MEX gerado por Ricker<sup>#</sup>, para ser executado diretamente a partir do aplicativo SIMULINK<sup>®</sup>, chegou-se à conclusão que a utilização de linhas e blocos do próprio simulador para o fechamento de malhas e configuração dos controladores não era satisfatória, gerando estruturas bastante confusas, onde a visualização das configurações se tornava pouco intuitiva.

Para se ter uma idéia do tipo de complicação vinculada a esta implementação, pode-se analisar a figura a seguir.



**Figura A.1:** Configuração de controle para um sistema com três níveis hierárquicos.

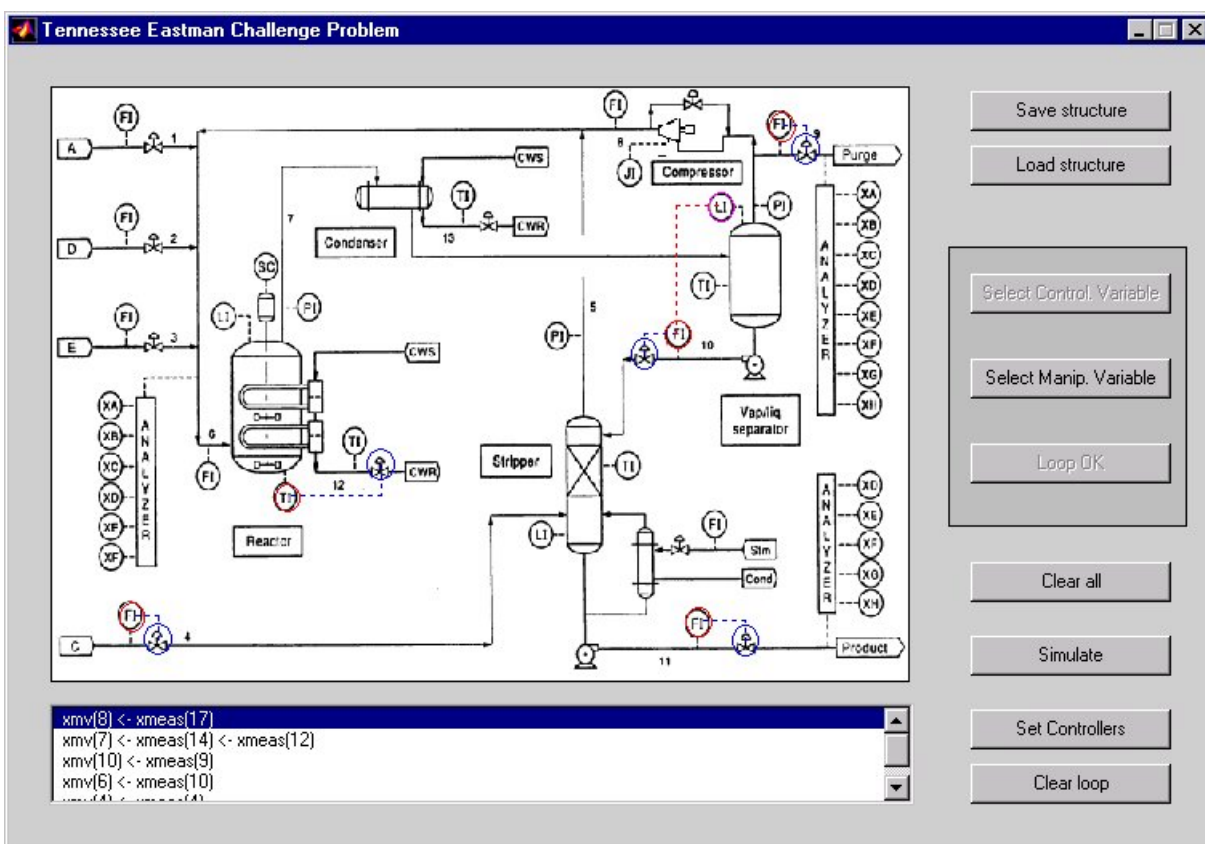
A figura A.1 mostra um esquema de um sistema de controle feedback onde estão presentes três níveis hierárquicos. Para montagem do sistema manualmente seria necessário

<sup>#</sup> Ricker e colaboradores realizaram uma série de estudos sobre a unidade da Tennessee-Eastman, os quais podem ser encontrados em <http://depts.washington.edu/control/LARRY/TE/download.html>

definir as variáveis de entrada ( $u_i$ ) e saída ( $y_i$ ), os setpoints ( $y_{i\ sp}$ ) e os bias correspondentes a cada uma das malhas utilizando blocos para seleção, desdobramento, agrupamento e desagrupamento de sinais, entre outros. Devido ao grande número de variáveis envolvidas, o trabalho se torna tedioso e muito suscetível a erros.

Com o objetivo de comparar várias estruturas, construiu-se uma interface gráfica a partir da qual foi possível definir as malhas de controle e configurar os controladores para cada par de variáveis controladas e manipuladas diretamente sobre o esquema da planta e, a partir destes dados, gerar uma representação no espaço de estado que representa o sistema de controle como um único bloco.

A janela principal da interface é apresentada na figura a seguir.

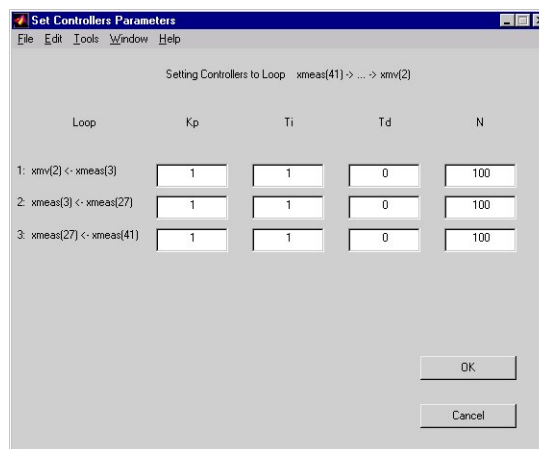


**Figura A.2:** Interface para a seleção de estruturas de controle e configuração de controladores para o problema de controle da Tennessee-Eastman.

Para trabalhar com a interface apresentada na figura A.2 deve-se, inicialmente, pressionar o botão *Select. Manip. Variable*, e então clicar com o mouse em uma das possíveis variáveis manipuladas (válvula ou a velocidade de agitação do reator), diretamente sobre a figura representativa do processo. Com isso surge um círculo azul em torno da variável manipulada selecionada e o botão *Select. Control. Variable* fica ativo. Selecionando-se este e então a variável que se deseja controlar no esquema do processo esta é destacada e uma linha pontilhada indica o pareamento escolhido. A seqüência deve ser repetida para a construção de malhas tipo cascata (na figura A.2, por exemplo, o nível de líquido no separador envia o setpoint para a vazão de fundo e esta controla a posição da válvula de saída) ou então,

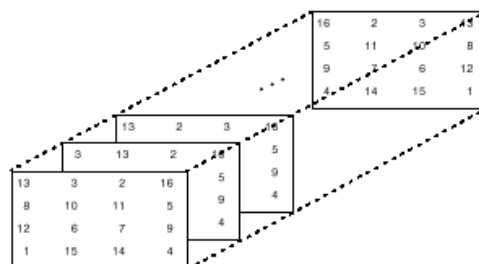
selecionando o botão *Loop OK*, o botão de seleção de variável manipulada torna-se novamente ativo e a próxima malha pode ser construída. Cada nível hierárquico de controle é representado por uma cor própria e enquanto cada malha é montada a lista que apresenta os pareamentos é atualizada.

Para limpar toda a tela deve-se pressionar o botão *Clear all* e para remover apenas uma das malhas seleciona-se esta na lista e pressiona-se *Clear loop*. Para configurar os controladores de uma malha, basta selecioná-la na lista e pressionar *Set Controllers*. Para uma malha composta por dois níveis de cascata, por exemplo, o usuário deve preencher os campos referentes aos campos para os parâmetros proporcional, integrativo, derivativo e divisor derivativo para cada controlador, em uma janela como a apresentada na figura A.3, a seguir.



**Figura A.3:** Janela para a configuração dos controladores para o problema da Tennessee-Eastman.

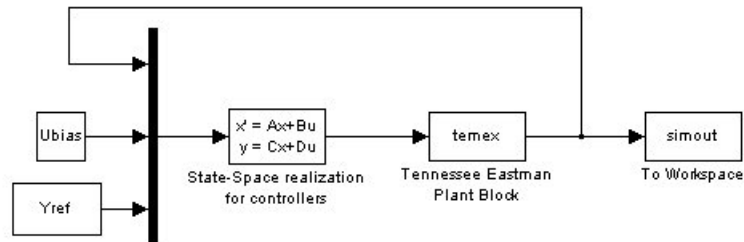
Os dados referentes a cada estrutura são dispostos em duas matrizes, a primeira (*struc\_mat*) armazena os pareamentos escolhidos para a estrutura de controle e a segunda (*cont*) que contém os dados dos controladores. A matriz com os pareamentos é organizada de modo que cada linha represente uma malha, sendo os números correspondentes às variáveis envolvidas colocadas nas colunas correspondentes. Para o pareamento com a malha em cascata ilustrado na figura A.2 ( $xmv(7) \leftarrow xmeas(14) \leftarrow xmeas(12)$ ), a linha correspondente a esta malha é definida por [7 14 12]. Na definição da matriz dos controladores, do mesmo modo cada linha define uma malha, cada coluna define um dos parâmetros do controlador (ganho, constante integrativa, constante derivativa e divisor derivativo) e, para a utilização dos controladores com várias camadas, utilizou-se uma terceira dimensão, profundidade, de modo que o arranjo matricial se assemelha ao ilustrado na figura A.4.



**Figura A.4:** Arranjo matricial utilizado para a definição dos controladores.

Para gravar os dados referentes a uma estrutura ou carregar dados de uma unidade de disco pode-se utilizar os botões *Save structure* e *Load structure*, respectivamente.

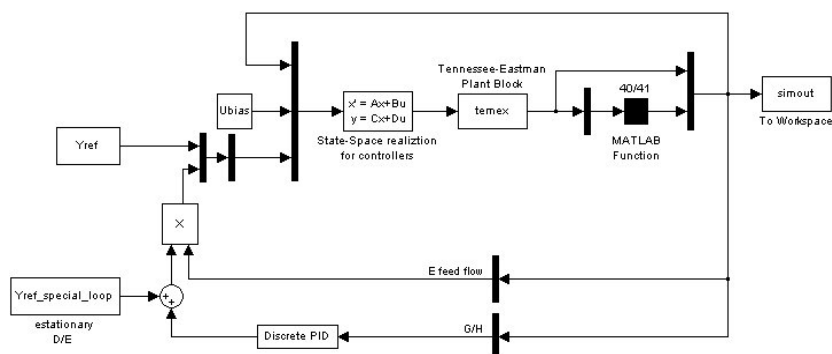
O botão *Simulate* constrói a representação do sistema de controle no espaço de estado e prepara as variáveis de entrada para a simulação do processo como representado na figura a seguir.



**Figura A.5:** Configuração de controle genérica para o problema de controle da Tennessee-Eastman, desenvolvida para a simulação de diversas malhas de controle.

Com o esquema da figura A.5 e a ajuda da interface gráfica é possível representar qualquer configuração de controle que utilize apenas as variáveis do processo, com malhas formadas por qualquer número de níveis hierárquicos. Os blocos *Yref* e *Ubias* representam o valor de referência (setpoint) e o bias para todas as malhas fechadas, sendo geradas também automaticamente através da solução estacionária para a planta em malha aberta no ponto de operação desejado, definido pelo vetor de posições das válvulas de controle do processo.

Para sistemas mais complexos, onde se utilizam resultados de operações matemáticas entre as variáveis do processo, com a versão atual da interface, é necessário editar o sistema de modo apropriado, criando as variáveis necessárias para simulação. Na figura A.6, a seguir, por exemplo, é ilustrado o modelo para o controle segundo a estrutura EC\_1, onde é necessário gerar a variável composta pela multiplicação entre a vazão do componente E e a razão entre as composições de G e H no produto, definindo assim a vazão de D a partir de um controlador discreto. Todas as relações entre variáveis são possíveis, porém apresentam as mesmas dificuldades que eram encontradas para todas as malhas antes da implementação da interface. Em versões futuras da interface será possível levar estas operações em conta automaticamente.



**Figura A.6:** Configuração de controle para o problema de controle da Tennessee-Eastman, com a configuração apresentada em EC\_1.



Para ilustrar a geração da representação no espaço de estado dos controladores será considerado um equacionamento para compensadores tipo PI e o caso de três níveis de cascata, como o exemplo apresentado na figura A.1. Neste caso particular, as equações diferenciais que descrevem as entradas de cada bloco são dadas por

$$\begin{aligned} \frac{du_{3I}}{dt} &= I_3 \left\{ -y_3 + u_{2b} + u_{2I} + Kp_2 [u_{1b} + Kp_1 (y_{1sp} - y_1) - y_2] \right\} \\ \frac{du_{2I}}{dt} &= I_2 \left\{ -y_2 + u_{1b} + u_{1I} + Kp_1 (y_{2sp} - y_2) \right\} \\ \frac{du_{1I}}{dt} &= I_1 \{ y_{1sp} - y_1 \} \\ u_3 &= u_{3b} + u_{3I} + Kp_3 \{ u_{2b} + u_{2I} + Kp_2 [u_{1b} + u_{1I} + Kp_1 (y_{1sp} - y_1) - y_2] - y_3 \} \end{aligned} \quad (A.1)$$

onde  $u_3$  representa a saída do bloco do controlador  $C_3$ , cada  $u_{i b}$  representa o bias para a variável de entrada do bloco  $C_{i+1}$  (à exceção do último  $u_i$ , que é a alimentação do modelo do processo), sendo equivalente aos setpoints  $y_{i+1 sp}$ ,  $Kp_i$  é o ganho ou constante proporcional do controlador  $C_i$  e cada  $I_i$  é a relação entre as constantes proporcional e integral dada pelas expressões a seguir

$$I_1 = \frac{Kp_1}{\tau_{I1}} \quad I_2 = \frac{Kp_2}{\tau_{I2}} \quad I_3 = \frac{Kp_3}{\tau_{I3}} \quad (A.2)$$

De modo matricial, as equações podem ser representadas por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_1 \end{bmatrix}^{-1} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_{3I} \\ u_{2I} \\ u_{1I} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & Kp_2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{3I} \\ u_{2I} \\ u_{1I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Kp_2 Kp_1 & -Kp_2 & -1 & Kp_2 & 1 & 0 & Kp_2 Kp_1 \\ -Kp_1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & Kp_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ u_{1b} \\ u_{2b} \\ u_{3b} \\ y_{1sp} \end{bmatrix} \\ u_3 &= \begin{bmatrix} 1 & Kp_3 & Kp_3 Kp_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{3I} \\ u_{2I} \\ u_{1I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Kp_3 Kp_2 Kp_1 & -Kp_3 Kp_2 & -Kp_3 & Kp_3 Kp_2 & Kp_3 & 1 & Kp_3 Kp_2 Kp_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ u_{1b} \\ u_{2b} \\ u_{3b} \\ y_{1sp} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (A.3)$$

e assim generalizadas para estruturas com mais níveis hierárquicos de controle. Esta generalização foi implementada em ambiente MATLAB, sendo responsável pela determinação das matrizes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  do espaço de estado para os controladores, calculando também os valores  $U_{bias}$ , referentes ao bias para a saída de cada controlador, e  $Y_{ref}$ , setpoint mais externo de cada malha, a partir do estado estacionário escolhido para o sistema.

Os arquivos da interface gráfica para a seleção de estruturas para o caso Tennessee-Eastman se encontram disponíveis no endereço <http://www.enq.ufrgs.br/RPN>.

## Apêndice B

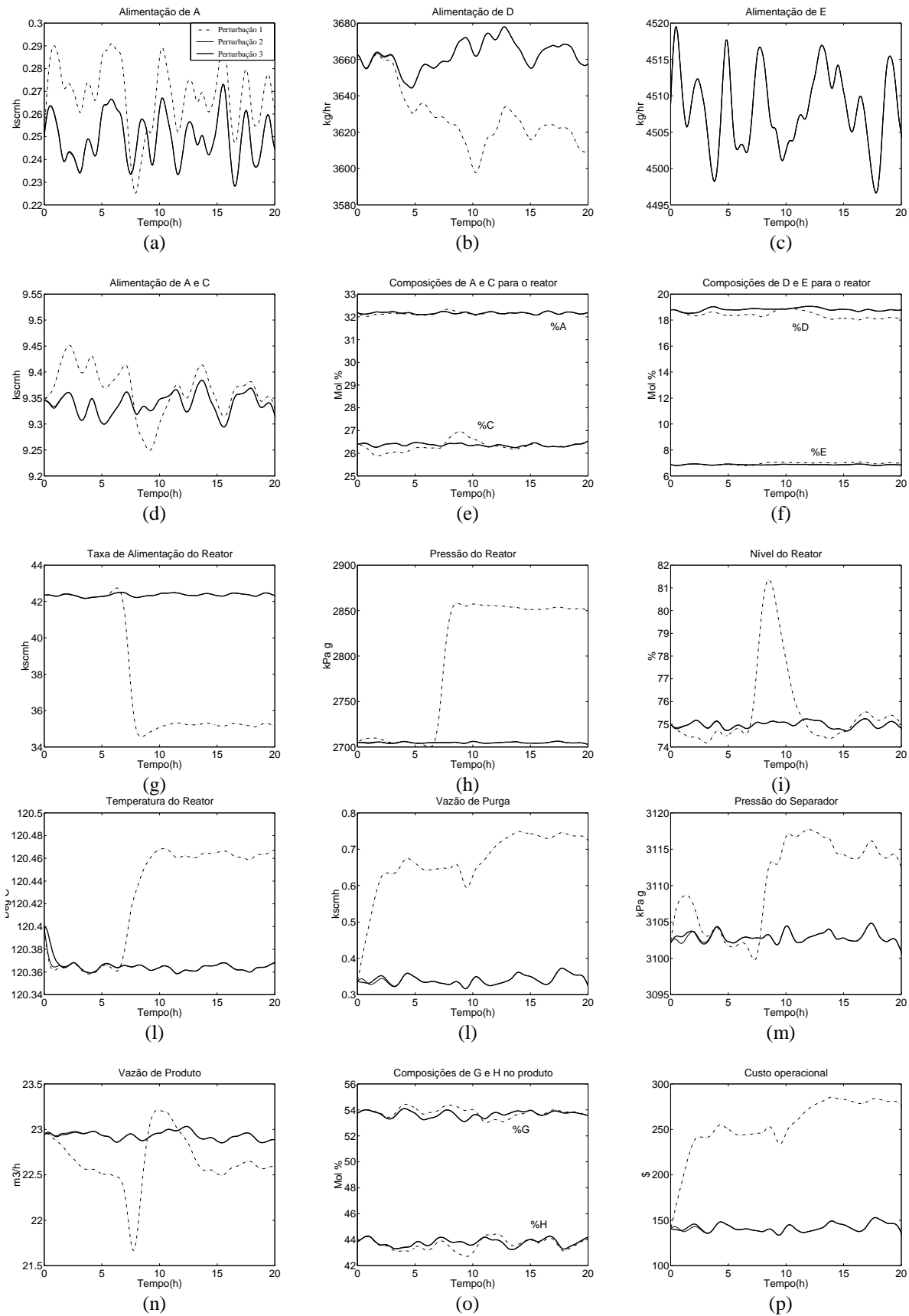
### Resultados da simulação para o processo Tennessee-Eastman

Este apêndice apresenta os resultados da simulação do processo da Tennessee-Eastman utilizando a estrutura EC\_5, proposta neste trabalho, na presença de praticamente todas as perturbações sugeridas por DOWNS & VOGEL (1993) e que não foram apresentados no capítulo 6. Na tabela B.1 são identificadas todos os distúrbios e mudanças de setpoints testados.

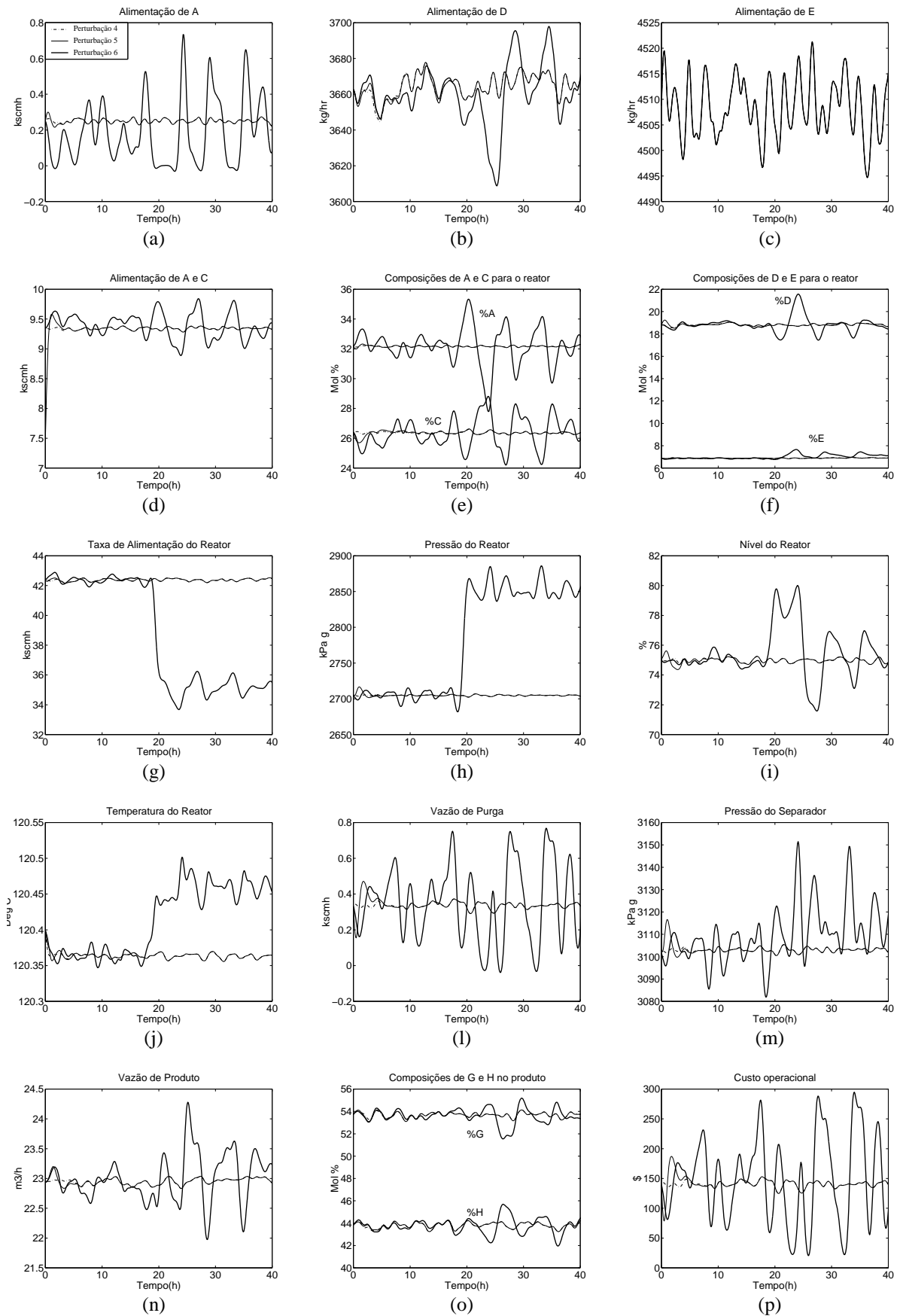
**Tabela B.1:** Perturbações utilizadas nas simulações da estrutura EC\_5

Perturbação	Descrição	Variável afetada
1	Variação tipo degrau na composição B, mantendo a razão A/C constante	XMEAS(4)
2	Variação tipo degrau na temperatura da alimentação de D	XMEAS(2)
3	Variação tipo degrau na temperatura da água de refrigeração para o reator	XMEAS(21)
4	Variação tipo degrau na temperatura da água de refrigeração para o condensador	XMEAS(22)
5	Redução da perda de carga na válvula da corrente de alimentação de A e C,	XMEAS(4)
6	Variação randômica nas composições das alimentação A, B e C	XMEAS(4)
7	Variação randômica na temperatura da alimentação de D	XMEAS(2)
8	Variação randômica na temperatura da alimentação de C	XMEAS(4)
9	Variação randômica na temperatura da água de refrigeração para o reator	XMEAS(21)
10	Variação randômica na temperatura da água de refrigeração para o condensador	XMEAS(22)
11	Emperramento da válvula da água de refrigeração do reator	XMEAS(21)
12	Emperramento da válvula da água de refrigeração do condensador	XMEAS(22)
13-17	Variações desconhecidas	
18	Variação do tipo rampa na alimentação para alterar a taxa de produção em -15%	XMEAS(3)
19	Variação do tipo rampa no setpoint da pressão do separador para reduzir a pressão do reator em 60 kPa	XMEAS(13)

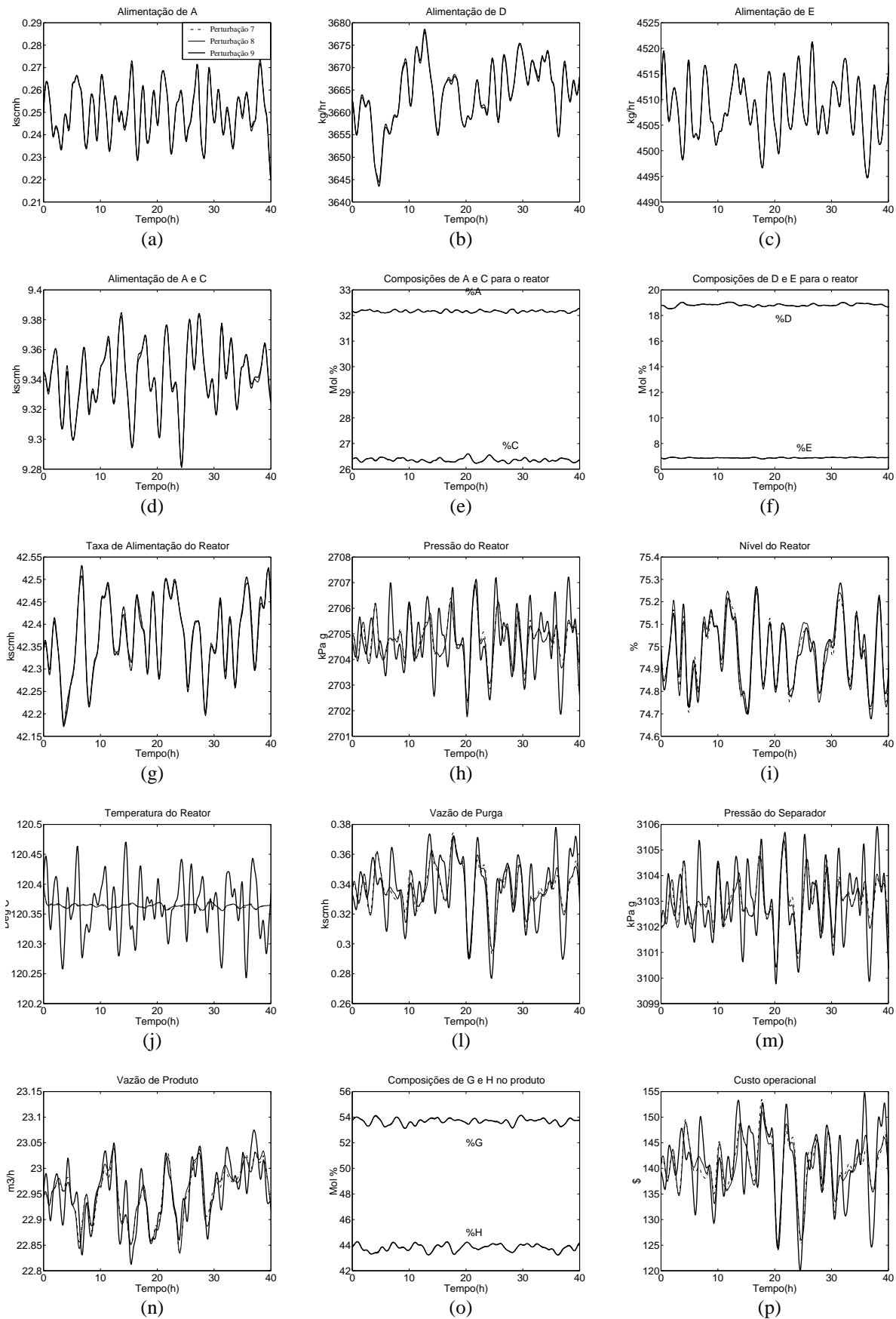
As figuras B.1 a B.7 ilustram as curvas para todos os casos.



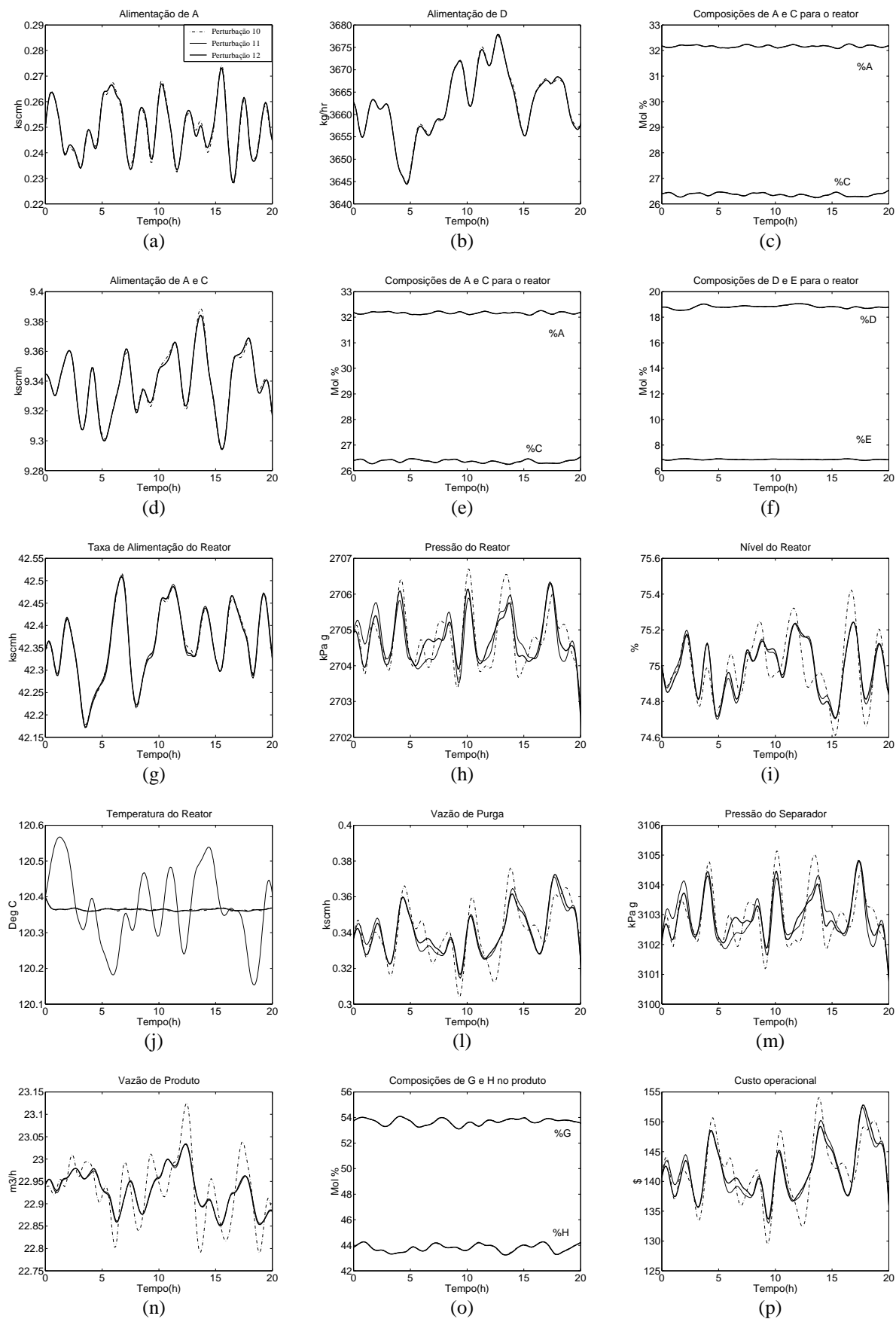
**Figura B.1:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 1, 2 e 3. Os resultados destas duas últimas são praticamente equivalentes.



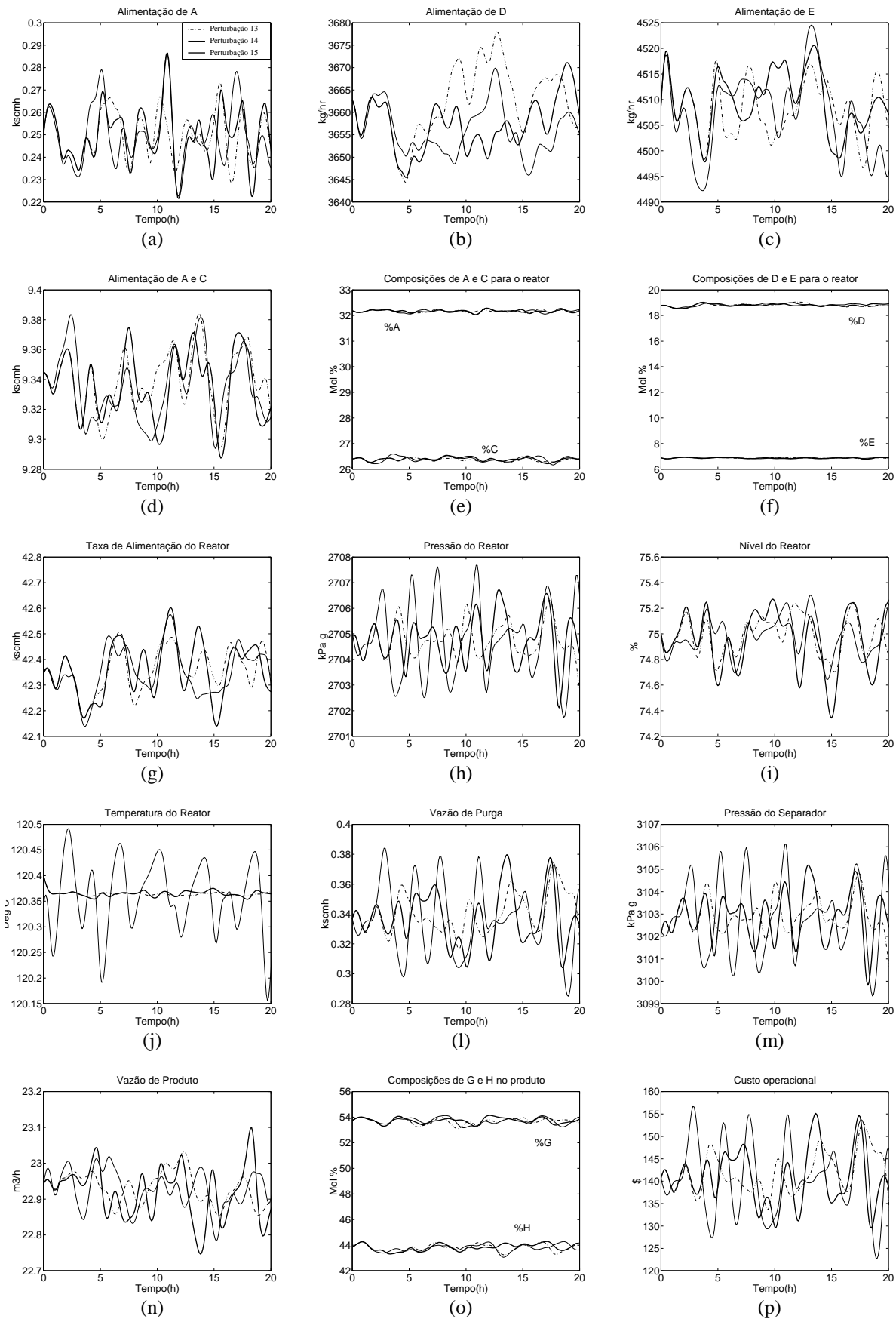
**Figura B.2:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 4, 5 (estas duas praticamente equivalentes) e 6.



**Figura B.3:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 7, 8 e 9. Todas as curvas são praticamente equivalentes.



**Figura B.4:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 10, 11 e 12.



**Figura B.5:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 13, 14 e 15.



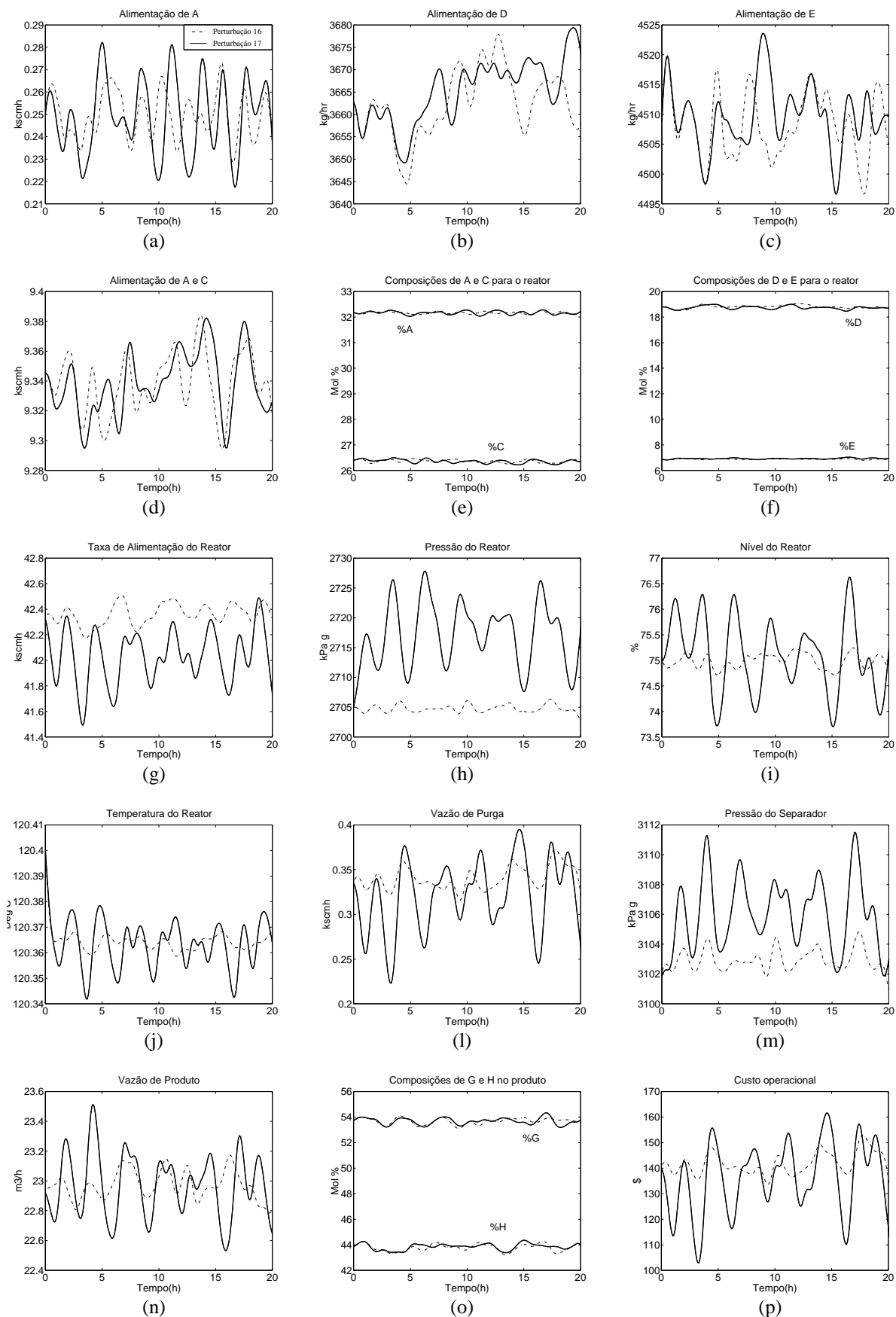
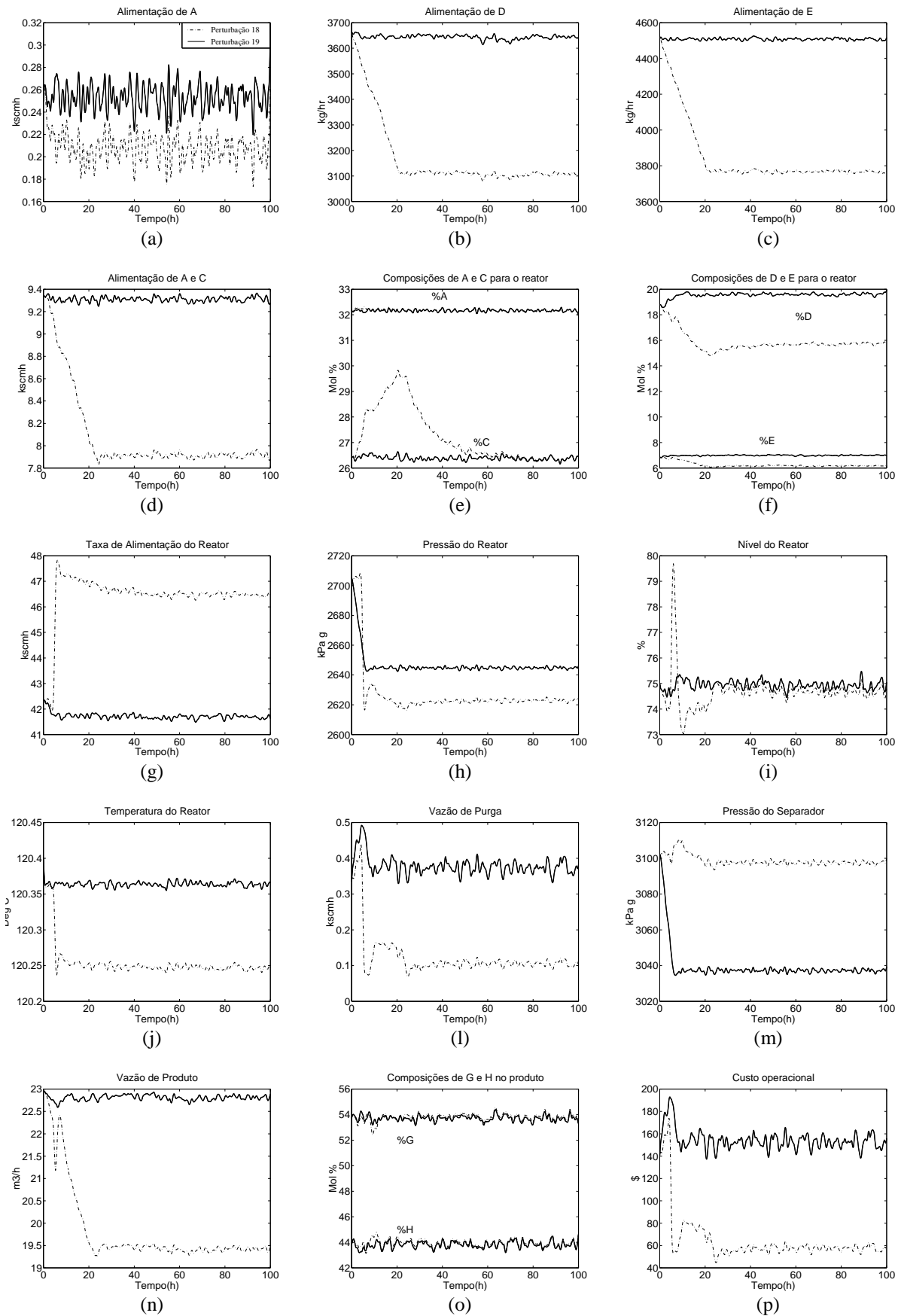


Figura B.6: Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 16 e 17.



**Figura B.7:** Comportamento dinâmico da estrutura EC\_5 na presença das perturbações 18 e 19.

## Referências bibliográficas

- BANERJEE, A. & ARKUN, Y. (1995). "Control configuration design applied to the Tennessee Eastman Plantwide control problem", *Comput. Chem. Eng.*, v 19, pp 453-480
- BOYD, S.P., GHAOUI L.E., FERON, E. & BALAKRISHNAN, V. (1994). "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", *SIAM Studies in Applied Mathematics*, Philadelphia
- BRAATZ, R.D. & MORARI M. (1994). "Minimizing the Euclidean Condition Number", *SIAM J. Control and Optimization*, 32(6), pp.1763-1768
- BRISTOL, E.H. (1996). "On a New Measure of Interactions for Multivariable Process Control", *IEE Trans. Aut. Control*, AC-39, pp. 1000-1002
- CARNAHAN, B. LUTHER, H. A. & WILKES, J. O. (1969). "Applied Numerical Methods", Wiley
- DORF, C.D. & BISHOP, R.H. (1998). "Modern Control Systems", 8<sup>th</sup> Edition, Addison-Wesley Publishing Company
- DOWS, J.J. & VOGEL, E.F. (1993). "A Plant-Wide Industrial Process Control Problem", *Comput. chem. Eng.*, Vol. 17, N° 3, pp 245-255
- DURAIK R., FERNANDES P.R., TRIERWEILER J.O. & SECCHI A.R. (1999). "Benefícios da Aplicação de Técnicas Avançadas de Controle à Unidade de Separação de Aromáticos", II ENPROMER CD Room, T228, submetido a publicação no Latin American Applied Research
- ENGEL, S. (1988). "Compensator Design by Frequency-weighted Aproximation", *Proc. Of IEE International Conference Control*, Oxford, pp. 253-258

- FAN, M.K.H., TITS, A.L. & DOYLE, J.C. (1991). "Robustness in the Presence of Mixed Parametric Uncertainty and Unmodeled Dynamics", IEEE Transactions on Automatic Control
- FARINA, L.A., TRIERWEILER, J.O., SECCHI, A.R. & ENGELL, S. (1999). "Solving Plant Wide Control Problems Via RPN Toolbox", II ENPROMER CD Room, T305, submetido a publicação no Latin American Applied Research
- GROSDIDIER, P., MORARI, M. & HOLT, B.R. (1985). "Closed-Loop Properties from Steady-State Gain Information", Ind. Eng. Chem. Fundam., 24(2), 221-235
- HAVRE, K. & SKOGESTAD, S. (1996). "Effect of RHP Zeros and Poles on Performance in Multivariable Systems", CONTROL'96, Exeter, UK  
(ftp://ftp.kjemi.unit.no/pub/Papers/Control.Group/skoge/1996/Control96\_1.ps)
- HAVRE, K. & SKOGESTAD, S. (1998). "Selection of Variables for Regulatory Control Using Pole Vectors", DYCOPS'98, 5<sup>o</sup> IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, pp 614-619
- HOVD, M. & SKOGESTAD, S. (1992). "Simple Frequency-dependent Tools for Control System Analysis, Structure, Selection and Design", Automatica, 28, pp. 989-996
- LEVINE, W.S. (1996). "The Control Handbook", 30<sup>a</sup> edição, CRC Press e IEEE Press
- LIMA, E.L. & OLIVEIRA, S.L. de (1997). "Tendências em Controle de Processos", Escola Piloto de Engenharia Química - Programa de Engenharia Química/COPPE/UFRJ
- LUYBEN, W.L. (1990). "Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers", McGraw-Hill
- LUYBEN, W.L. (1992). "Practical Distillation Control", van Nostrand Reinhold
- LUYBEN, W.L. (1994). "Snowball Effects in Reactor/Separator Processes with Recycle", Ind. Eng. Chem. Res., 33 (2), pp. 299-305
- LUYBEN, W.L. , TYRÉUS, B.D. & LUYBEN, M. L. (1998). "Plantwide Process Control", McGrawHill.
- MACIEJOWSKI, J.M., (1989). "Multivariable Feedback Design", Addison-Wesley Publishing Company
- MARCON S.M., CAMARA R.O., ASSIS W.R., SECCHI A.R. & TRIERWEILER J.O. (1999). "Desenvolvimento da Estrutura de Controle para a Seção de Separação de Gases", II ENPROMER CD Room, T375, submetido a publicação no Latin American Applied Research

- MATHISEN, K.W. (1994). "Integrated Design and Control of Heat Exchanger Networks", Ph.D. (Dr.Ing) Thesis, The Norwegian Institute of Technology, Trondheim (<http://www.chembio.ntnu.no/~skoge/publications/thesis/>)
- MATHWORKS INC, THE (1998). "Control System Toolbox for use with MATLAB", Natick/MA/EUA.
- MATHWORKS INC, THE (1999). "Signal Processing Toolbox for use with MATLAB", Natick/MA/EUA.
- MCAVOY, T.J. & YE, N. (1994). "Base Control to the Tennessee Eastman Problem", *Comput. Chem. Eng.*, pp 383-413
- MORARI, M. (1983). *Chemical Eng. Science*, 38, pp. 1881
- MORARI, M. & ZAFIRIOU, E. (1989). "Robust Process Control", Prentice-Hall International
- NETT, C.N. & MANOUSIOUTHAKIS, V. (1987). "Euclidean Condition and Block Relative Gain – Connections, Conjectures, and Clarifications", *IEE Trans. on Autom. Control*, AC-32(5), pp. 405-407
- NG, C. & STEPHANOPOULOS, G. (1998). "Plant-Wide Control Structures and Strategies", *DYCOPS'98, 5<sup>o</sup> IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems*, pp 1-16
- OGUNNAIKE, B.A. & RAY, W.H. (1994). "Process Dynamics, Modeling and Control", *Oxford University Press*
- POSSER M.S. (2000). "Rede de Modelos Locais", Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul
- SEBORG, D.E., EDGAR, T.F. & MELLICHAMP, D.A. (1989). "Process Dynamics and Control", *John Wiley & Sons*
- SKOGESTAD, S. & MORARI M. (1987). "Implication of Large RGA Elements on Control Performance", *Ind. Eng. Chem. Res.*, 26, pp. 2323-2330
- SKOGESTAD, S. & POSTLETHWAITE, I. (1996). "Multivariable feedback Control – Analysis and Design", John Wiley & Sons
- STEIN, G. & DOYLE J.C. (1991). "Beyond Singular Values and Loop Shapes", *AIAA Journal of Guidance and Control*, 14(1), pp. 5-16

- TRIERWEILER, J.O. (1991). “Desenvolvimento de um Sistema Especialista em Controle de Colunas de Destilação”, Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro
- TRIERWEILER, J.O. (1997). “A Systematic Approach to Control Structure Design”, Ph.D. Thesis, University of Dortmund.
- TRIERWEILER J.O. & ENGELL S. (1997) “The Robust Performance Number: a New Tool for Control Structure Design” *Comp. chem. Eng.* 21, Suppl., S409-414
- TRIERWEILER, J.O., FARINA, L.A. & SECCHI, A.R. (2000.b). “Applying the RPN-Methodology to the Tennessee Eastman Plant Wide Control Problem”, submetido ao ADCHEM’2000
- TRIERWEILER, J.O., MÜLLER, R. & ENGELL, S. (2000.a). “Multivariable Low Order Structured-Controller Design by Frequency Response Approximation”, submetido ao Brazilian Journal of Chemical Engineering
- WAL, M. VAN DE. & JAGER, B. DE (1995). “Control Structure Design: a Survey”, *Proc. of American Control Reference*, Seattle, pp. 225-229
- WANG, W. (1999). “A Robust Frequency Response Design Procedure for Multivariable Control Systems”, Ph.D. Thesis, University of Dortmund.
- WILKINSON, J.H. (1963). “Rounding Errors in Algebraic Processes”, Prentice-Hall.
- YU, C.C. & FAN, M.K.H. (1990). “Decentralized Integral Controllability and D-Stability”, *Chem. Eng. Science*, 45(11), pp. 3299-3309
- ZHOU, K. & DOYLE, J.C. (1998). “Essentials of Robust Control”, Prentice Hall, New Jersey
- ZHOU, K., DOYLE, J.C. & GLOVER, K. (1996). “Robust and Optimal Control”, Prentice Hall, New Jersey
- ZIEGLER, J.G. & NICHOLS, N.B. (1943). “Process Lags in Automatic-Control Circuits”, *Relatórios da A.S.M.E.*, 65, pp. 433-444

## Anexo

### Artigo submetido a publicação no Latin American Applied Research

Este anexo apresenta o artigo “Solving Plant Wide Control Problems Via RPN-Toolbox”, de autoria de FARINA, L.A., TRIERWEILER, J.O., SECCHI, A.R. e ENGELL, S., apresentado no II Encontro de Engenharia de Processos do Mercosul (ENPROMER’99, trabalho T305) e submetido a publicação no Latin American Applied Research.

O artigo introduz o RPN-Toolbox, descrevendo a metodologia RPN e analisando a potencialidade de diferentes estruturas de controle para uma unidade de separação de ar da LINDE A.G. através da utilização da ferramenta. A unidade se caracteriza pela presença de um alto grau de reciclo, o que insere zeros de transmissão RHP no sistema, tornando-se um caso típico para a aplicação da metodologia.

Evidencia-se que uma escolha incorreta para a estrutura de controle impõem limitações fundamentais no desempenho de um sistema em malha fechada e que a metodologia RPN, por utilizar o conceito de desempenho *alcançável*, leva em conta o efeito de elementos da fase não mínima e é capaz de representar corretamente a direcionalidade de um sistema para determinado desempenho desejado.

# SOLVING PLANT WIDE CONTROL PROBLEMS VIA RPN TOOLBOX

L. A. FARINA<sup>1</sup>, J. O. TRIERWEILER<sup>2</sup>, A. R. SECCHI<sup>3</sup> and S. ENGELL<sup>1</sup>  
*Department of Chemical Engineering, Federal University of Rio Grande do Sul,  
Rua Marechal Floriano, 501/81, CEP 90020-061 - Porto Alegre - RS, BRAZIL  
e-mail: {farina<sup>1</sup>, jorge<sup>2</sup>, arge<sup>3</sup>}@enq.ufrgs.br*

**Keywords:** RPN methodology, toolbox interface facilities, controllability measures, control structure analysis tools, air separation plant.

## Abstract

The Robust Performance Number (RPN) indicates how potentially difficult it is for a given system to achieve the desired performance robustly. It reflects both the attainable performance of a system and its degree of directionality. The RPN methodology is being implemented in MATLAB to make easy to apply the use of the RPN methodology, constituting the RPN toolbox. The main toolbox goal explored on the paper is the user interface. Toolbox potentialities and usefulness is showed studying an air separation plant. The control structure is chosen based on RPN methodology.

## 1. Introduction

The control system design can be divided in Control Structure Design (CSD) and Controller Design. Most books, papers, and software about control system have only considered the controller design step of the control design task. For a systematic CSD procedure, quantitative controllability measures are key ingredients. Many basic questions are not answered by any design method. These questions can be grouped into three different classes as follows:

- Which variables should be controlled, which variables should be measured, which inputs should be manipulated, which connections should be made between them?
- Which control configurations (e.g., cascade control, feedforward control etc.) should be used, how must the different controls be organized hierarchically, how many degrees of freedom must the

controller have to achieve the desired performance?

- Which control type (e.g., linear, nonlinear) must be applied, which controller structure (e.g., decentralized, block-diagonal) should be used, which is the necessary controller order to achieve a given performance under the given constraints?

The answer to these questions corresponds to the three main stages involved in CSD procedure, as shown in Fig. 1.

A systematic approach to CSD based on the Robust Performance Number (RPN) was introduced in (Trierweiler, 1997; Trierweiler and Engell, 1997a) to determine the Input-Output (IO) controllability of a system. Many different aspects (e.g., model uncertainties, non-linearity of the process,

---

<sup>1</sup> Process Control Group, Department of Chemical Engineering, University of Dortmund



input saturation, interactions between the control loops) must be taken into account here.

The RPN toolbox is written in m-files using the matrix functions of Control System Toolbox (1999) and MATLAB. It enables one to apply the RPN methodology to IO-controllability analysis and controller design.

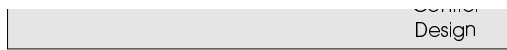


Figure 1: Schematic representation of Control Structure Design

The paper is structured as follows: section 2 describes RPN methodology. Section 3 talks about use and facilities offered by the toolbox and its internal structure. On section 4 we describe an industrial process (an air separation plant) and use the toolbox to perform RPN methodology to select its control structure.

## 2. RPN methodology

The Robust Performance Number (RPN) was introduced in (Trierweiler, 1997; Trierweiler and Engell, 1997a) as a measure to characterize the controllability of a system. The main definitions to use the RPN methodology proceed below.

### 2.1. Robust Performance Number

The Robust Performance Number (RPN,  $\Gamma$ ) of a multivariable plant with transfer matrix  $G(s)$  is defined as

$$RPN = \Gamma_{sup}^{\Delta}(G, T, \omega) = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \{ \Gamma(G, T) \} \quad (1a)$$

$$\Gamma(G, T) = \sqrt{\bar{\sigma}([I - T(j\omega)]T(j\omega)) \left( \gamma^*(G(j\omega)) + \frac{1}{\gamma^*(G(j\omega))} \right)} \quad (1b)$$

where  $\gamma^*(G(j\omega))$  is the minimized condition number of  $G(j\omega)$  and  $\bar{\sigma}([I - T]T)$  is the maximal singular value of the transfer function  $[I - T]T$ .  $T$  is the (attainable) desired output complementary sensitivity function, which is determined for the nominal model  $G(s)$ .

The RPN consists of two factors:

- $\bar{\sigma}([I - T]T)$ . This term acts as a weighting function and emphasizes the more important region (i.e., the crossover frequency range) for robust stability and robust performance relative to the low and high frequency regions which are less important for feedback control. For example, a system can have large uncertainty at low frequencies, but nevertheless present no stability and performance problems. This fact is automatically taken into account by the function  $\bar{\sigma}([I - T]T)$ , which has its peak value in the crossover frequency range. The choice of  $T$  depends on the desired closed loop bandwidth, sensor noise, input constraints, and in particular on the nonminimum-phase part of  $G$ , i.e., RHP-zeros, RHP-poles, and pure time delays.
- $\gamma^*(G) + 1/\gamma^*(G)$ . The origin of this term is the result on the computation of the robust performance (RP) of inverse-based controllers (see Trierweiler and Engell, 1997a).

The RPN is a measure of how potentially difficult it is for a given system to achieve the desired performance robustly. The easiest way to design a controller is to use the process inverse. An inverse-based controller will have potentially good performance robustness only when the RPN is small. As inverse-based controllers are simple and effective, it can be concluded that a good selection of the control structure is one with a *small* ( $< 5$ ) RPN.

### 2.2. System scaling

The scaling of the transfer matrix is very important for the correct analysis of the controllability of a system. In the definition of  $\gamma^*(G(j\omega))$ , the scaling matrices  $L_S$  and  $R_S$  are frequency dependent. However, in the control design  $L_S$  and  $R_S$  usually are kept constant. The following procedure based on the RPN can be used to scale a system  $G$  optimally.

The analysis and controller design should then be performed with the scaled system  $G_s$ .

#### **RPN-scaling procedure:**

1. Determination of the frequency  $\omega_{sup}$  where  $\Gamma(G, T, \omega)$  achieves its maximal value.
2. Calculate the scaling matrices  $L_s$  and  $R_s$ , such that  $\gamma(L_s G(j\omega_{sup}) R_s)$  achieves its minimal value  $\gamma^*(G(j\omega_{sup}))$ .

3. Scale the system with the scaling matrices  $L_s$  and  $R_s$ , i.e.,  
 $G_s(s) = L_s G(s) R_s$

## 2.3. The Robust Performance Number with constant scaling

The Robust Performance Number with constant scaling of a multivariable plant with transfer matrix  $G(s)$  is defined as

$$\Gamma_{LR}(G, T) \stackrel{\Delta}{=} \sqrt{\bar{\sigma}(L_s [I - T(j\omega)] T(j\omega) L_s^{-1}) \left( \gamma(j\omega) + \frac{1}{\gamma(j\omega)} \right)} \quad (2a)$$

$$RPN_{LR} \stackrel{\Delta}{=} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \{ \Gamma_{LR}(G, T) \} \quad (2b)$$

where  $L_s$  and  $R_s$  are fixed scaling matrices which make  $\gamma(L G(j\omega) R)$  minimal.  $\omega_{SUP}$  is the frequency where  $\Gamma(G, T)$  achieves its maximum value as calculated by the RPN-scaling procedure.

### 2.4. Attainable Performance

In this section, it is discussed how the attainable closed loop performance can be characterized for systems with RHP-zeros.

#### Specification of the desired performance

We specify the desired performance by the (output) complementary sensitivity function  $T$  which relates the reference signal  $r$  and the output signal  $y$  in the one degree of freedom (1 DOF) control configuration (see Fig. 2). For the SISO case, specifications as e.g. settling time, rise time, maximal overshoot, and steady-state error can be mapped into the choice of a transfer function of the form

$$T_{d1} \stackrel{\Delta}{=} \frac{1 - \varepsilon_\infty}{\left( \frac{s}{\omega_n} \right)^2 + 2\zeta \frac{s}{\omega_n} + 1} \quad (3)$$

where  $\varepsilon_\infty$  is the tolerated offset (steady-state error). The parameters  $\omega_n$  (undamped natural frequency) and  $\zeta$  (damping ratio) of (3) can be easily calculated from the time domain specifications.

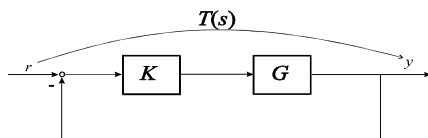


Figure 2: Standard feedback configuration

For the MIMO case, a straightforward extension of such specification is to prescribe a decoupled or almost decoupled response, with possibly different parameters for each output, i.e.,  $T_d = \text{diag}(T_{d,1}, \dots, T_{d,no})$ , where each  $T_{d,i}$  corresponds to a SISO time domain specification.

#### RHP-zero constraint and factorization

If  $G(s)$  has a RHP-zero at  $z$  with output direction  $y_z$ , then for internal stability of the feedback system the controller must not cancel the RHP-zero. Thus  $L=GK$  must have also a RHP-zero in the same direction as  $G$ , i.e.,  $y_z^H G(z) = 0 \Rightarrow y_z^H G(z)K(z) = 0$ . It follows from  $T=LS$  that the interpolation constraints  $y_z^H T(z) = 0 ; y_z^H S(z) = y_z^H$  must be satisfied. (4)

When the plant  $G(s)$  is asymptotically stable and has at least as many inputs as outputs,  $G(s)$  can be factored as  $G(s) = B_{O,z}(s)G_m(s)$ . The possible closed-loop transfer functions  $T$  can be then factored to satisfy the interpolation constraint (4) as

$$T(s) = B_{O,z}(s) B_{O,z}^\dagger(0) T_d(s) \quad (5)$$

where  $T_d(s)$  is the ideal desired closed-loop transfer function and  $B_{O,z}(s)$  is the output Blaschke factorization for the zeros (for the definition of the Blaschke factorization and an algorithm to calculate it, see, e.g., Havre and Skogestad (1996) or Trierweiler (1997)).  $B_{O,z}^\dagger$  denotes the pseudo-inverse of  $B_{O,z}$ , and  $B_{O,z}(0) B_{O,z}^\dagger(0) = I$ . It is easy to verify that (5) implies (4).

$T(s)$  is different from the original desired transfer function  $T_d(s)$ , but has the same singular values. The factor  $B_{O,z}^\dagger(0)$  ensures that  $T(0) = T_d(0)$  so that the steady-state characteristics (usually  $T_d(0) = I$ ) are preserved.

### 3. RPN toolbox description

On RPN toolbox all tools to follow the RPN methodology were implemented taking the convenience and easiness for the user into account. The user can opt for line commands or a Graphical User Interface (GUI). Figure 3 shows the RPN-Toolbox GUI with some possible graphical analysis applied to the case study presented in section 4.

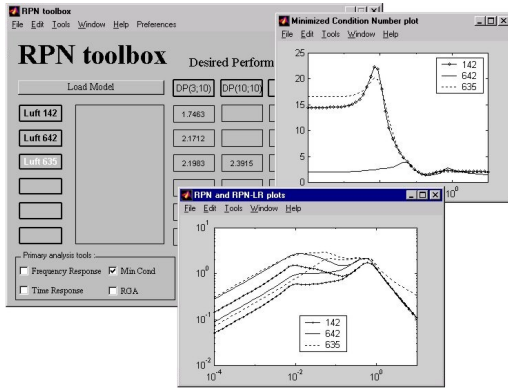


Figure 3: Main RPN toolbox GUI-window

The RPN-Toolbox GUI allows the users to apply the RPN-methodology to several different structures, even when the users are not completely familiarized with the RPN concept. Moreover, with the GUI, the RPN results can easily be managed and new desired performance can quickly be tested.

### 3.1 Process Models

The RPN-toolbox works with all LTI system representation forms of the Control System Toolbox (1999). An interface between MATLAB and the commercial simulators is under construction and will make possible to obtain the linearized model directly from the nonlinear process model developed in the simulators.

The RPN Toolbox works with an internal data structure (IDS) where all basic variables to perform RPN methodology are grouped (i.e., system state space, transfer matrix and frequency response data, input and output Blaschke factorization, minimized condition number, and Relative Gain Array (RGA)).

### 3.2 Primary analysis tools

Some functions, such as: frequency response (Bode diagram) and time response (step response), RGA (stationary and dynamic), and minimized condition number, are available to make preliminary system analysis.

#### Minimized condition number

Minimizing of the condition number is a convex problem, with analytical solution just for 2x2 systems. To larger systems the minimization problem may be solved numerically using the convex upper bound for  $\mu$  or the LMI approach (see Trierweiler, 1997). On RPN-Toolbox both methods are available.

The relation between the scaling matrix  $D$  of the  $\mu$  upper bound optimization problem proposed by Braatz and Morary (1994) and the scaling matrices  $L$  and  $R$  was not correctly written in the textbook of Skogestad and Postlethwaite (1996). Instead of  $D = \text{diag}(R, L)$  it must be used  $D = \text{diag}(R^{-1}, L)$ . For completeness, the correct form to compute the minimized condition number using upper bound for  $\mu$  is

$$\gamma^*(G) = \left\{ \min_{R, L} \bar{\sigma}(DHD^{-1}) \right\}^2, \quad D = \text{diag}(R^{-1}, L) \quad (6)$$

where  $H$  is defined by

$$H = \begin{bmatrix} 0 & G^{-1} \\ G & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Figure 4 shows all internal calculation steps necessary to generate the RPN and RPN<sub>LR</sub>-plots. For each step, the corresponding m-functions are available in RPN-TB.

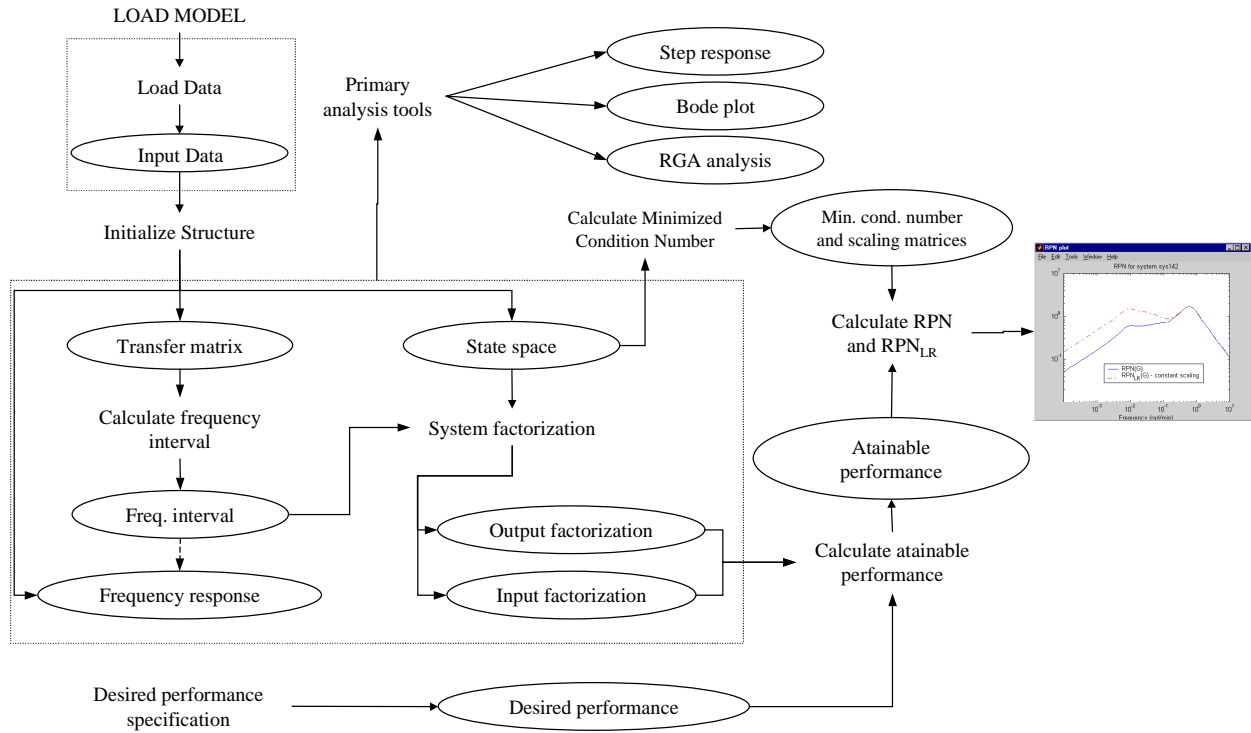


Figure 4: Toolbox internal structure with the calculation steps needed to generate RPN and  $RPN_{LR}$  plots. Rectangle boxes represent the user commands given in MATLAB workspace or called by the GUI, and the corresponding results are placed in ellipses.

## 4. Case study: Air separator process

### 4.1 Process description

The concurrent production of argon is an important factor in the production of oxygen and nitrogen from air. The boiling points of nitrogen, oxygen, and argon are very close, those of oxygen and argon being the closest. Figure 5 shows a typical air separation unit as Linde developed it.

Air is fed into the high-pressure column (HPC), which operates at 5.9 bar. At the top of the HPC, part of the liquefied nitrogen is withdrawn for use as reflux in the low-pressure column (LPC), the remainder being returned as reflux to the HPC. A liquid nitrogen-oxygen mixture containing about 38% of  $O_2$  is collected in the bottom of the HPC. Part of the HPC bottom stream is fed to the LPC while the remainder goes as coolant to the crude argon condenser (i.e., the 1st argon column). The evaporation chamber of the crude argon condenser is connected to the LPC in which the operating pressure is 1.42 bar. The 1st argon column is connected to the LPC at a suitable point known as the argon sidestream level.

Mainly due to the difficulties of separating oxygen and argon by distillation, the production of pure argon is divided into three steps. In the first step, the  $O_2$  concentration is reduced over the height of the 1st argon column from about 90%  $O_2$  to 2%  $O_2$ . During the second step the

crude argon is warmed to ambient temperature, the residual  $O_2$  is burned out by addition of  $H_2$ . The third and final step involves the separation of the  $N_2$  residual in the 2nd argon column. The three steps are schematically shown in Fig. 5 (see Rohde (1994) for a detailed discussion).

The  $O_2$  concentration is measured and controlled at three points as shown in Fig. 5:  $y_1$  (middle of HPC),  $y_2$  (sidestream of LPC), and  $y_3$  (feed of 1st argon column). The possible manipulated variables are:  $u_1$  (feed of HPC),

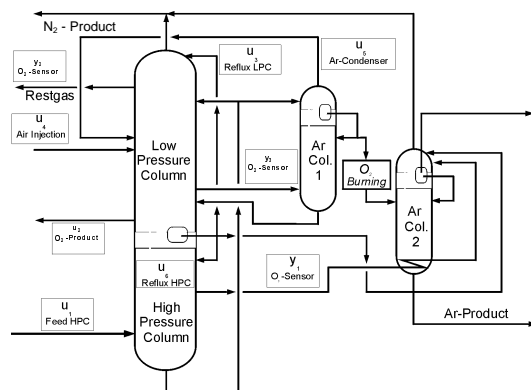


Figure 5: Air separation unit.

$u_2$  ( $O_2$  vapor product),  $u_3$  (reflux of LPC),  $u_4$  (air injection of LPC),  $u_5$  (argon condenser rate), and  $u_6$  (reflux of HPC). To control the system, we must choose 3 manipulated variables to control the three  $O_2$  compositions. There are 120 possible different pairings (for multi-SISO

control) and 20 (6!/3!/3!) combinations (for full feedback control). In the sequel, the pairing  $(y_1-u_A, y_2-u_B, y_3-u_C)$  is denoted as ST\_ABC, e.g., ST\_642 means the  $(y_1-u_6, y_2-u_4, y_3-u_2)$  pairing. The three input variables not used for feedback control purposes are treated formally as disturbances. Perfect level and pressure control are assumed throughout this study.

The linear model used in this work was obtained by the identification of step responses of the nonlinear model for perfect level and pressure control.

#### 4.2 Results: Calculation of RPN for the Air Separation Unit

To calculate the RPN, it is necessary to specify the desired performance. Here a rise time of 3 min and 10% overshoot are used as desired performance for all outputs. These specifications are captured by

$$T_d = \frac{1}{2.2s^2 + 1.754s + 1} I_3 \quad (8)$$

The effect of the nonminimum phase behavior in each control structure is represented by the attainable desired output complementary sensitivity function, which is calculated from (5).

Table 1 shows the values of RPN and the RHP-zeros for some of the analyzed structures. In this table, the control structures ST\_142, ST\_642, and ST\_635 have the best RPN values (i.e. the smallest RPN). Structures as ST\_632 and ST\_132 with large RPN values are not considered in the following analysis.

Figure 5 shows the minimized condition number of ST\_142, ST\_642, and ST\_635. Note that the directionality (i.e.  $\gamma^*(G(j\omega))$ ) of ST\_142 and ST\_642 becomes similar to ST\_635 in the middle and high frequency range. In the low frequency range, ST\_142 and ST\_642 have high directionality. It is preferable to use feedback in a region with low directionality, since the input uncertainty can then be ignored and an inverse-based controller can be applied successfully. For the air separation plant, the possible closed loop bandwidth is mainly limited by the RHP-zeros.

**Table 1:** RPN and RHP-zero(s)

	CS	RPN	RHP-zero
(A)	ST_142	1.7	-
(B)	ST_642	2.2	0.66
(C)	ST_635	2.4	0.1081, 0.66
(D)	ST_632	6.3	0.025, 0.027±0.13j, 0.66
(E)	ST_132	6.7	0.0244, 0.025±0.12j

Figure 6 shows the RPN-plot for ST\_142, ST\_642, and ST\_635. Observe that the RPN-plot for ST\_635 and 3 min rise time has a broad maximum, which is caused by the RHP-zero at 0.1081 (cf. Table 1). As the RHP-zero limits the bandwidth which can be achieved without sensitivity problems, we reduced the desired performance of ST\_635 to 10 min rise time and 10% overshoot, the corresponding transfer function is

$$T_d = \frac{1}{24.45s^2 + 5.846s + 1} I_3 \quad (9)$$

Figure 6 shows that with this new desired performance the RPN-plot of ST\_635 has a "normal" shape. Both the peak RPN value and the full RPN-plot should be analyzed. Good RPN-curves are those with a single narrow peak. Note that the RPN analysis takes the effect of nonminimum-phase behavior and the frequency dependent directionality of the system into account simultaneously.

For the control structures ST\_132 and ST\_632 the RHP-zeros close to the origin (cf. Table 1) do not allow to make the closed-loop system fast enough to avoid the region of strong directionality, therefore the corresponding peak RPN values are large (not shown).

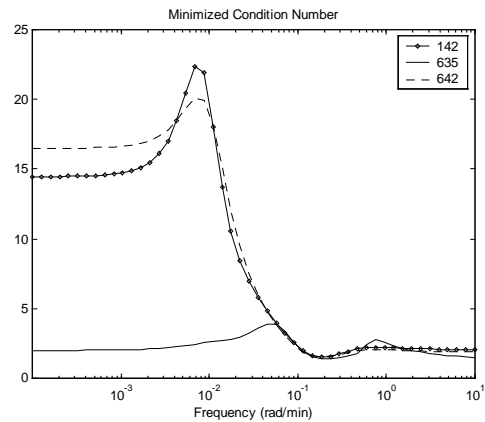


Figure 5: Minimized condition numbers of the control structures ST\_142, ST\_635, and ST\_642

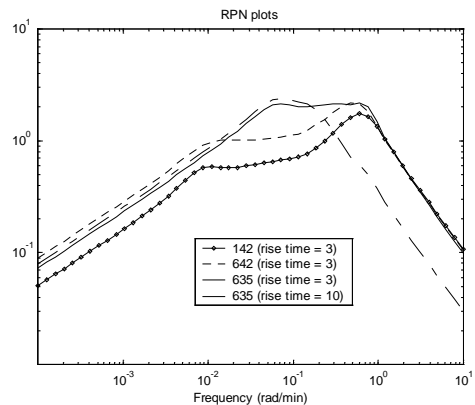


Figure 6: RPN-plots of the control structures ST\_142, ST\_642, and ST\_635 calculated for rise times of 3 min and 10% overshoot. The RPN-plot of ST\_635 was also calculated using a rise time of 10 min and 10% overshoot.

Usually one is interested to use simple low-order controllers. When the system's directionality varies strongly with the frequency, a higher order controller must be used. To determine how strong this dependence is, we use the  $RPN_{LR}$ -plot. Small differences between  $RPN_{LR}$  and RPN-plots indicate that a low order controller will probably produce good results. The crossover frequency range (i.e., the region of the RPN-peak) is especially important in this analysis. Figure 7 shows the  $RPN_{LR}$ -plots of ST\_142, ST\_642, and ST\_635. From this figure, it can be concluded that the control structure ST\_142 will achieve good performance with a low order controller. For ST\_635 the design of a low-order controller may be more difficult.

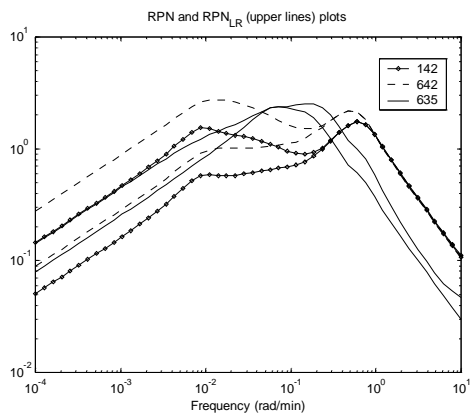


Figure 7: Comparison of the RPN - plot and the  $RPN_{LR}$ -plot of ST\_142, ST\_642, and ST\_635

## 5. Conclusions

The paper demonstrated the application of the RPN toolbox to use the RPN methodology for a controllability analysis of an air separation plant. It was shown the graphical interface facilities and the methodology potentialities. Other toolbox applications may be seen on (Posser et al., 1999; Marcon et al., 1999; Duraisk et al., 1999).

A wrong choice of the control structure may put fundamental limitations on the system's performance. The RPN, because of the dependency on the attainable closed-loop performance, takes the effect of nonminimum-phase behavior and the desired closed loop performance into account. In addition, the frequency dependent directionality of the system is quantified correctly.

## References

Braatz R. D., Morari M., "Minimizing the Euclidean Condition Number", *SIAM J. Control and Optimization*, **32**(6), 1736-1768 (1994)

Control System Toolbox, "User's Guide", The Math Works, Inc. (1999)

Duraisk R., Fernandes P. R., Trierweiler J. O., Secchi A. R., "Benefícios da Aplicação de Técnicas Avançadas de Controle à Unidade de Separação de Aromáticos", II ENPROMER CD Room, T228 (1999)

Havre K. and Skogestad S., "Effect of RHP Zeros and Poles on Performance in Multivariable Systems", *Conf. CONTROL'96, Exeter*, 930-935 (1996)

Marcon S. M., Camara R. O., Assis W. R., Secchi A. R., Trierweiler J. O., "Desenvolvimento da Estrutura de Controle para a Seção de Separação de Gases", II ENPROMER CD Room, T375 (1999)

Posser M. S., Trierweiler J. O., Secchi A. R., "Local Models Network Applied to Control Nonlinear Process", II ENPROMER CD Room, T308 (1999)

Rohde W., "Production of pure argon from air" *Rep.on Science & Tech. of Linde A.G.*, **54**, 3-7 (1994)

Skogestad, S. and Postlethwaite, I., 1996, *Multivariable Feedback Control - Analysis and Design*, John Wiley & Sons.

Trierweiler J. O., *A Systematic Approach to Control Structure Design*, Ph.D. Thesis, Univ. of Dortmund. (1997)

Trierweiler J. O. and Engell S. "The Robust Performance Number: A New Tool for Control Structure Design" *Comp. chem. Eng.* **21**, Suppl., S409-414 (1997a)

Trierweiler J. O. and Engell S. "Controllability Analysis via the RPN for a CSTR with Van de Vusse Reaction" *Proc. ECC '97*, TU-A-H3 (1997b)