

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
ENG. DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

**ALECSON TORMAN DIDONÉ - 00219839**

**MICROGERAÇÃO DE ENERGIA POR  
MEIO DO EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Porto Alegre  
2022

**ALECSO TORMAN DIDONÉ - 00219839**

**MICROGERAÇÃO DE ENERGIA POR  
MEIO DO EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC-CCA) apresentado à COMGRAD-CCA da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para a obtenção do título de *Bacharel em Eng. de Controle e Automação*.

**ORIENTADOR:**

Prof. Dr. Valner João Brusamarello

Porto Alegre  
2022

**ALECSO TORMAN DIDONÉ - 00219839**

**MICROGERAÇÃO DE ENERGIA POR  
MEIO DO EFEITO PIEZOELÉTRICO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção dos créditos da Disciplina de TCC do curso *Eng. de Controle e Automação* e aprovado em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: \_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Valner João Brusamarello, UFRGS  
Doutor pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Valner João Brusamarello, UFRGS  
Doutor pela UFSC – Florianópolis, Brasil

Prof. Dr. Ivan Müller, UFRGS  
Doutor pela UFRGS – Porto Alegre, Brasil

Prof. Dr. Bibiana Maitê Petry Ferraz, UFRGS  
Doutora pela UFRGS – Porto Alegre, Brasil

---

Prof. Dr. Mário Roland Sobczyk Sobrinho  
Coordenador de Curso  
Eng. de Controle e Automação

Porto Alegre, maio de 2022.

## RESUMO

Esse trabalho objetiva especificar, coletar e analisar os resultados da aplicação de um circuito capaz de otimizar a colheita de energia de dispositivos micro geradores de energia elétrica baseados no efeito piezoelétrico. Isso é feito tendo como base trabalhos anteriormente publicados, e adequadamente referenciados, que fizeram estudos das características e comportamentos dos componentes presentes, principalmente no que se refere ao transdutor piezoelétrico.

**Palavras-chave:** Engenharia elétrica, automação e controle, eletrônica e instrumentação, colheita de energia, micro-geração, piezoelétrico, circuito de Antoniou, circuito girador, indutor ativo.

## ABSTRACT

This document objectives specify, collect and analyze the results of application of the a circuit able to optimize the energy harvest of devices micro eletric generators based in piezoeletric effect. That is achieved have by base precedent works and articles published and being properly referenced, that made studys of technical features and behaviors of elements here presents, mainly to the refered piezoeletric transductor.

**Keywords: automation, eletric engineering, piezoeletric, Antoniou's circuit, energy harvest, micro geration, instrumentation.**

# SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES . . . . .	7
1 INTRODUÇÃO . . . . .	8
2 REVISÃO DA LITERATURA . . . . .	9
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .	11
<b>3.1 Efeito Piezoelétrico</b> . . . . .	11
3.1.1 Modelos eletromecânicos e simplificações . . . . .	12
3.1.2 Máxima transferência de potência . . . . .	13
3.1.3 Limitações no uso de indutores de enrolamento . . . . .	14
3.1.4 Circuito de Antoniou . . . . .	15
<b>3.2 Arranjo mecânico do experimento</b> . . . . .	16
3.2.1 Fenômeno vibracional . . . . .	17
4 METODOLOGIA E RESULTADOS . . . . .	18
<b>4.1 Experimento</b> . . . . .	18
4.1.1 Escolha dos componentes . . . . .	20
<b>4.2 Resultados Obtidos</b> . . . . .	20
4.2.1 Modos de vibração . . . . .	20
4.2.2 Resultados com e sem o uso do circuito compensador . . . . .	22
4.2.3 Balanço energético . . . . .	25
4.2.4 Resultados práticos . . . . .	26
4.2.4.1 Comparação e análise . . . . .	28
5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS . . . . .	29
REFERÊNCIAS . . . . .	30

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

1	Fluxograma das parcelas de energia envolvidas no processo de colheita por meio do dispositivo PEH puro . . . . .	10
2	Modelo eletromecânico original de um gerador piezoelétrico . . . . .	12
3	Circuito equivalente série depois da transformação . . . . .	13
4	Equivalente de Thevenin de uma fonte genérica . . . . .	13
5	Circuito emulador de indutância de Antoniou (ANTONIOU, 1967) . . . . .	15
6	Viga de Euler-Bernoulli com um par de piezoelétricos acoplados ((COELHO, 2015)) . . . . .	16
7	Bancada de experimentos com a viga em balanço . . . . .	18
8	Diagrama de blocos da energia da geração passando pelas transformações até a coleta dos resultados do experimento . . . . .	19
9	Circuito usado nos experimentos considerando o piezoelétrico como um modelo elétrico mecânico. . . . .	19
10	Demonstração da simulação do 2° modo de vibração no <i>Software SolidWorks</i> . . . . .	21
11	Desenho da viga de Catilever do experimento, no <i>Software SolidWorks</i> . Fonte: (COELHO, 2015) . . . . .	21
12	Circuito retificador alimentado pelo modelo do piezoelétrico e sem o uso do compensador indutivo . . . . .	22
13	Circuito retificador alimentado pelo modelo do piezoelétrico e com o uso do indutor ativo . . . . .	22
14	Tensões DC encontradas nas frequências de cada um dos 4 modos de vibração, sem e com compensação . . . . .	23
15	Potências encontradas nas frequências de cada um dos 4 modos de vibração, sem e com compensação . . . . .	24
16	Respostas no tempo do 2° modo de vibração onde as curvas do gráfico superior são da tensão DC na carga [V] e as curvas do gráfico de baixo são as potências na carga [W] . . . . .	24
17	Circuito proposto com fonte de alimentação dos amplificadores sendo o próprio piezoelétrico . . . . .	25
18	Tensões entregues à carga após a retificação (FB) sem (pontos azuis) e com o uso do indutor ativo (pontos em vermelho) . . . . .	27
19	Diferença de ganho na frequência de ressonância no 4° modo comparado ao circuito com um indutor ideal passivo . . . . .	28

# 1 INTRODUÇÃO

Com a miniaturização, portabilidade e disseminação de dispositivos eletrônicos capazes de se conectar à rede de internet sem o uso de cabos e fios e conseguir transmitir e receber dados de outros dispositivos, se faz cada vez mais importante que a fonte de alimentação dos mesmos também não necessitem de meios cabeados de transmissão. Para que isso seja alcançado estão sendo desenvolvidas formas de coleta embarcadas de energia, ou seja, maneiras de que cada dispositivo tenha seu próprio "gerador" capaz de retirar energia de fontes do próprio ambiente em que está inserido e convertê-la em energia elétrica (na maioria dos casos). Esse processo tem sido nomeado como Colheita de Energia (do inglês *Energy Harvest*) e é nesse contexto que estão inseridas algumas formas de conversão de energia, incluindo-se as seguintes: conversão de energia solar para elétrica através de pequenas células fotovoltaicas, conversão da energia térmica ou cinética do corpo humano, assim como a colheita de energia vibracional presente em ambientes como rodovias ou fábricas, por exemplo.

A natureza da energia colhida em que esse trabalho se concentrará será a energia vibracional que tem como principal método de colheita o uso de transdutores piezoelétricos. Os transdutores piezoelétricos tem como princípio de funcionamento o efeito piezoelétrico que é uma característica de alguns poucos materiais naturais ou sintetizados em que ao ser deformado produz uma diferença de potencial, assim como quando excitado por uma diferença de potencial o mesmo se deforma. Essa é uma das formas de colheita de energia vibracional. No entanto, quantitativamente a energia convertida por piezoelétricos para energia elétrica tem baixíssimas amplitudes de potência fornecida, o que faz com que seja importantíssimo otimizar esse processo. É nesse nicho criado pelo problema de otimização da colheita de energia vibracional pelo efeito piezoelétrico que esse trabalho foca.

Neste trabalho se propõe, fundamenta, e analisa a eficiência do uso do circuito girador como uma forma de aumentar as potências gerada pelo piezoelétrico quando comparado ao método tradicional de colheita sem o uso do componente em pauta. Os propósitos citados são apresentados na forma de trabalho acadêmico contendo as seguintes partes:

- **Revisão da literatura:** onde é resumido os principais trabalhos de outros autores em que o trabalho foi fundamentado.
- **Fundamentação teórica:** os fundamentos são detalhados de forma a situar o leitor e apresentar as teorias que serão usadas para se desenvolver o tema foco.
- **Metodologia:** quais e como foram desenvolvidos os experimentos e métodos usados para se chegar aos resultados e conclusões.
- **Resultados:** apresenta e analisa os resultados obtidos, emitindo um parecer final sobre a eficiência e potencialidades das ferramentas propostas.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

O trabalho de (COELHO, 2015) serviu de base ao presente TCC, nele os autores apresentam os resultados da colheita de energia gerada por transdutores piezoelétricos acoplados em uma viga de balanço sendo que se faz a análise do comportamento do gerador quando sujeito a cargas elétricas com diferentes características. Para o trabalho citado, inclusive foi construída uma bancada de experimento onde também se pôde fazer os ensaios necessários para obter os resultados apresentados na presente monografia. Contou-se também com alguns resultados experimentais não publicados (cedidos pelo Laboratório de Sistemas Industriais da UFRGS) do mesmo autor e que serão apresentados na subseção 4.2.4 de resultados práticos obtidos.

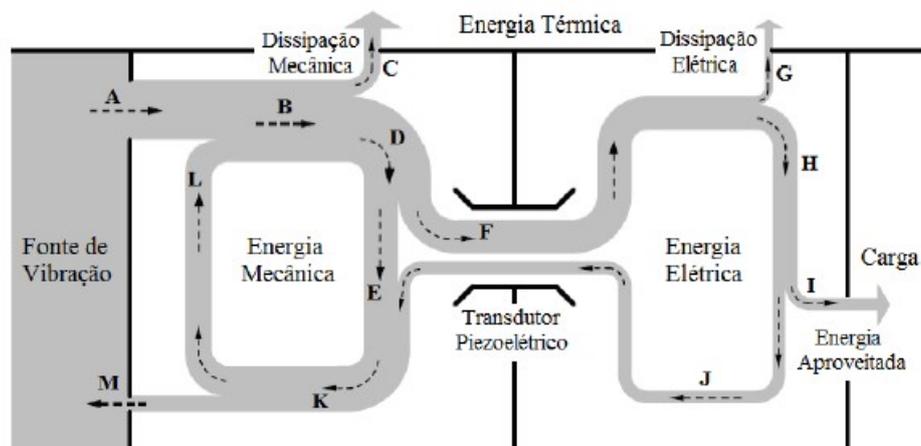
Na monografia de (S.O. REZA MOHEIMANI, 2006) para se desenvolver o tema de controle de vibração com transdutores piezoelétricos, os autores explicam e analisam o comportamento dinâmico de uma viga de balanço com atuadores piezoelétricos fixados ao seu corpo com o objetivo de modelar uma função de transferência que relaciona os modos de vibração da viga e a energia elétrica gerada.

Em (GAREH et al., 2016) é avaliada a possibilidade do uso de colheita de energia vibratória gerada nas rodovias por meio de tradutores piezoelétricos. No artigo de Gareh, os autores estimam que um total de até 170 KW/km de energia poderia ser colhida dessa forma com múltiplas linhas de geração associadas instaladas em uma rodovia.

Em (KUMAR; SHUKLA; AMIETE, 1989) são citados os motivos para os quais os indutores de enrolamento são de difícil uso em muitas aplicações por serem, resumidamente, volumosos e onerosos e sugere o emprego de circuitos simuladores de indutância (os chamados circuitos giradores) para substituí-los. Adicionalmente, faz toda a análise, equacionamento e comprovação experimental dos 3 principais tipos de circuitos giradores: o de Riordan's, o de Antoniou que é tema do presente trabalho, e o de indutância flutuante.

Em (ALEXANDER; SADIKU, 2013), é sugerido o uso do teorema da máxima transferência de potência para circuitos projetados com o objetivo de fornecer potência à uma carga. Essa otimização foi especialmente necessária no presente trabalho pois a energia gerada pelo sistema de colheita de energia piezoelétrica já é naturalmente de baixa magnitude, sendo assim é imprescindível a sua otimização.

Já em (LIANG; LIAO, 2012) faz-se uma análise qualitativa em forma de fluxograma (Figura 1) das parcelas de energia vibratórias geradas pelo ambiente e dissipadas no processo de conversão à energia elétrica através do elemento piezoelétrico. Conclui-se do seu trabalho que a parcela que nos interessa é uma fração da energia original e que o processo sem otimização é ineficiente, portanto se faz ainda mais importante o desenvolvimento do presente circuito sugerido de otimização da colheita de energia.



**Figura 1:** Fluxograma das parcelas de energia envolvidas no processo de colheita por meio do dispositivo PEH puro

## 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com o advento da Internet das Coisas (IoT do inglês *Internet of Things*) para suprir o mercado com dispositivos capazes de se conectar à rede mundial de computadores e trabalhar em conjunto com outros equipamentos também conectados, surgiu a necessidade de poder alimentar tais dispositivos de forma embarcada com fontes de energia do próprio ambiente sem precisar transportar a energia (que em muitas aplicações é baixíssima) por meio de cabos e fios.

A forma de absorver essa energia do ambiente é chamada de Colheita ou Captura de Energia, ou do inglês *Energy Harvest* e faz o uso de transdutores sensíveis ao tipo de fonte sendo capazes de transformá-las em energia elétrica. Nesse contexto de pequenas fontes de energia estão inseridas a vibração, o movimento do corpo humano, pequenas fontes térmicas, entre outras.

Dentre as pequenas fontes de energia está a proveniente da vibração. Esse tipo de fonte de energia que muitas vezes é residual está presente em diferentes ambientes como em edifícios, automóveis, estruturas ferroviárias e pontes, eletrodomésticos e máquinas industriais (GAREH et al., 2016). Muitas vezes, por ser residual, essa energia é desperdiçada ao ser dispersada no ambiente, porém está presente em muitas situações no cotidiano e se aproveitada pode cumprir uma função importante na alimentação de dispositivos *Wireless*.

Os transdutores piezoelétricos são capazes de transformar pequenas deformações dinâmicas em estímulos elétricos de pequena amplitude. Como a potência gerada por piezoelétricos é muito pequena, é imprescindível que sua colheita seja otimizada de forma a aumentar a potência gerada. É nesse cenário e com esse objetivo de otimização que esse trabalho foca, isto é, uma maneira de aumentar a colheita de energia elétrica produzida por transdutores piezoelétricos.

### 3.1 Efeito Piezoelétrico

O efeito piezoelétrico foi descoberto na forma natural na década de 1880. No entanto, foi só na segunda guerra mundial que foram sintetizados materiais cerâmicos policristalinos que possuíam essa propriedade. Daquele momento em diante, encontrou-se aplicação para esses materiais em microfones, acelerômetros, transdutores ultrassônicos, sonares e sistemas de piezo-ignição e mais atualmente na indústria aeroespacial para controle de vibração em estruturas flexíveis (S.O. REZA MOHEIMANI, 2006).

Segundo (CALLISTER, 2008) a piezoeletricidade é uma propriedade não usual exibida por uns poucos materiais cerâmicos onde a polarização é induzida, e um campo elétrico é estabelecido em uma amostra pela aplicação de forças externas. A reversão do sinal de uma força externa (i.e. de tração para compressão) inverte a direção do campo.

As equações constitutivas dos cristais piezoelétricos descrevem a transformação de

deformação mecânica para campo elétrico. Essas equações são baseadas no pressuposto de que a elasticidade linear é acoplada com a carga eletrostática pelas constantes piezoelétricas [(COELHO, 2015)]. Considerando a forma tensorial de deformação para deslocamento elétrico, as equações que descrevem o efeito piezoelétrico linear são descritas em [(IEEE... , 1988) e (ERTURK, 2009)]:

$$\varepsilon_i = S_{ij}^E \sigma_j + d_{mi} E_m \quad (1)$$

$$D_m = d_{mi} \sigma_i + \xi_{ik}^\sigma E_k \quad (2)$$

onde:  $\sigma$  é o vetor da tensão mecânica [ $N/m^2$ ];  $\varepsilon$  o vetor do componente de deformação [ $m/m$ ];  $E$  o vetor do campo elétrico aplicado [ $V/m$ ];  $\xi$  a permissividade do material [ $F/m$ ];  $d$  a matriz de constantes piezoelétricas [ $m/V$ ];  $S$  as constantes de conformidade elástica [ $m^2/N$ ];  $D$  o vetor de deslocamento elétrico [ $C/m^2$ ]; e os índices  $i, j = 1, 2, \dots, 6$  e  $m, k=1, 2, 3$  referem-se às diferentes direções em que o material é exposto à deformação de acordo com o sistema de coordenadas. Estas equações podem ser reescritas em função das constantes piezoelétricas como:

$$\varepsilon_i = S_{ij}^D \sigma_j + g_{mi} D_m \quad (3)$$

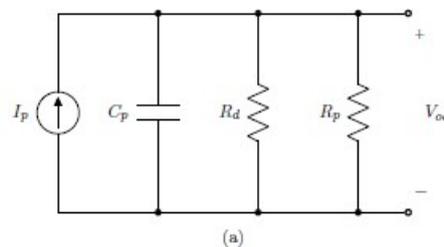
$$E_i = g_{mi} \sigma_i + \beta_{ik}^\sigma D_k \quad (4)$$

onde:  $g$  é a matriz de constantes piezoelétricas que depende do material [ $m^2/C$ ]; e  $\beta$  é o componente de impermissividade igual inverso da permissividade e é dado em [ $m/F$ ].

Em 1 e 2 é descrito o efeito piezoelétrico direto, onde uma tensão mecânica é transformada em deslocamento de cargas e campo elétrico, respectivamente. Já em 3 e 4 é descrito o efeito inverso, onde deslocamento de cargas e campo elétrico são transformados em deformação mecânica (S.O. REZA MOHEIMANI, 2006).

### 3.1.1 Modelos eletromecânicos e simplificações

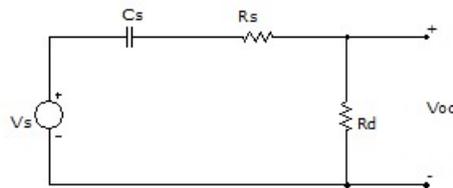
Em (ERTURK, 2009) se descreve o modelo eletromecânico de um piezoelétrico em que é representado originalmente por uma fonte de corrente em paralelo com um componente resistivo capacitivo, como mostrado na Figura 2



**Figura 2:** Modelo eletromecânico original de um gerador piezoelétrico

onde  $I_p$  representa o resultado da conversão de energia mecânica para elétrica;  $C_p$  é a capacitância interna;  $R_p$  a resistência interna em paralelo;  $R_d$  resistência interna que representa as perdas intrínsecas do material piezoelétrico.

Como é sempre complicado trabalhar com fontes de corrente pela dificuldade em construí-las no mundo real, em (COELHO, 2015) sugere-se o uso do Teorema de Transformação de Fontes para se trabalhar com o modelo correspondente de uma fonte de tensão em série com os elementos resistivos capacitivos. O resultado é o circuito mostrado na Figura 3



**Figura 3:** Circuito equivalente série depois da transformação

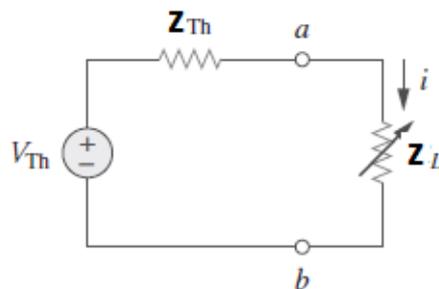
onde  $V_s$  é a fonte de tensão do circuito série transformado;  $R_s$  a resistência interna em série;  $C_s$  a capacitância interna em série. Como  $R_d \gg R_s$  pode-se considerar que a tensão de circuito aberto  $V_{oc}$  é muito próxima à tensão da fonte  $V_s$ .

### 3.1.2 Máxima transferência de potência

Para que seja possível aumentar a potência fornecida pelo piezoelétrico se usou o teorema da máxima transferência de potência que diz que a máxima potência é entregue à carga quando a resistência da carga é igual à resistência da fonte (ALEXANDER; SADIKU, 2013). Para um leitor mais cético, fica a impressão de que o teorema vale só para cargas e impedâncias intrínsecas com parte imaginária nula, e é realmente esse o caso. Como será demonstrado, a potência transferida será máxima quando as partes imaginárias das impedâncias intrínsecas e da carga se anularem, e também quando as suas resistências forem idênticas, então a demonstração analítica fica assim:

$$p = i^2 \cdot R_L = \left( \frac{V_{Th}}{Z_{Th} + Z_L} \right)^2 \cdot R_L \quad (5)$$

Considerando um circuito equivalente de Thevenin para a fonte genérica com perdas por impedância mostrada na Figura 4.



**Figura 4:** Equivalente de Thevenin de uma fonte genérica

Para que seja encontrado o ponto de máximo, é derivada a equação 5 em relação à impedância da carga e igualada a zero:

$$\frac{dp}{dZ_L} = V_{Th}^2 \cdot \left[ \frac{(Z_{Th} + Z_L)^2 - 2 * Z_L \cdot (R_{Th} + R_L)}{(Z_{Th} + Z_L)^4} \right] = V_{Th}^2 \cdot \left[ \frac{(Z_{Th} + R_L - 2Z_L)}{(Z_{Th} + Z_L)^3} \right] = 0 \quad (6)$$

Consequentemente:

$$(Z_{Th} + R_L - 2Z_L) = 0 \quad (7)$$

$$Z_{Th} - Z_L = 0 \quad (8)$$

Sendo que:

$$Z_{Th} = \text{Re}(Z_{Th}) - \text{Im}(Z_{Th}) \quad (9)$$

pois a impedância intrínseca do piezoelétrico é capacitiva, então:

$$Z_L = \text{Re}(Z_L) + \text{Im}(Z_L) \quad (10)$$

$$\text{Re}(Z_{Th}) = \text{Re}(Z_L) \quad (11)$$

$$\text{Im}(Z_{Th}) = -\text{Im}(Z_L) \quad (12)$$

concluindo então que a impedância da carga deve ser o conjugado da impedância intrínseca do piezoelétrico,

$$Z_L = \overline{Z_{Th}} \quad (13)$$

Então, a partir dessa conclusão, para anular o efeito da impedância interna do piezoelétrico, tem que se ter carga (ou compensador) com característica indutiva. Porém, como veremos na próxima subseção, os indutores clássicos de enrolamento não são o mais adequado e então sugere-se uma alternativa.

### 3.1.3 Limitações no uso de indutores de enrolamento

Como visto na seção anterior, otimizar a colheita de energia implica no uso de um indutor para anular a impedância reativa presente no piezoelétrico. No entanto, esse trabalha efetivamente com frequências de excitação baixas, o que resulta em um sinal de saída também de baixa frequência. Tendo isso em vista, para ficar mais compreensível a relação entre frequência e impedâncias reativas e capacitivas, são listadas aqui as relações:

- Em baixas frequências o módulo da impedância capacitiva intrínseca é alta, e diminui com o aumento da frequência.
- Em baixas frequências o módulo da impedância indutiva é baixa e aumenta com o aumento da frequência.

Então, já que para baixas frequências o módulo da impedância capacitiva é alta e o módulo da impedância indutiva é baixa, a indutância em Henry do indutor deve ser extremamente alta para que a reatância indutiva ( $X_L = \omega.L$ ) seja alta o suficiente para anular a reatância capacitiva ( $X_C = \frac{1}{\omega.C}$ ). O fato de se ter um indutor de enrolamento com valor de indutância alta ocasiona as seguintes características:

- Grande volume e peso do enrolamento.
- Tende a agir como antena, o que pode resultar em ruído.
- Suscetível a acoplamento magnético de outros componentes.
- Sua aquisição é custosa.

- Resistência do enrolamento não desprezível.
- Valor de indutância fixa

Tendo essas características, o uso do indutor de enrolamento não é o mais adequado para a nossa aplicação que visa ter características que vão na contra mão, como:

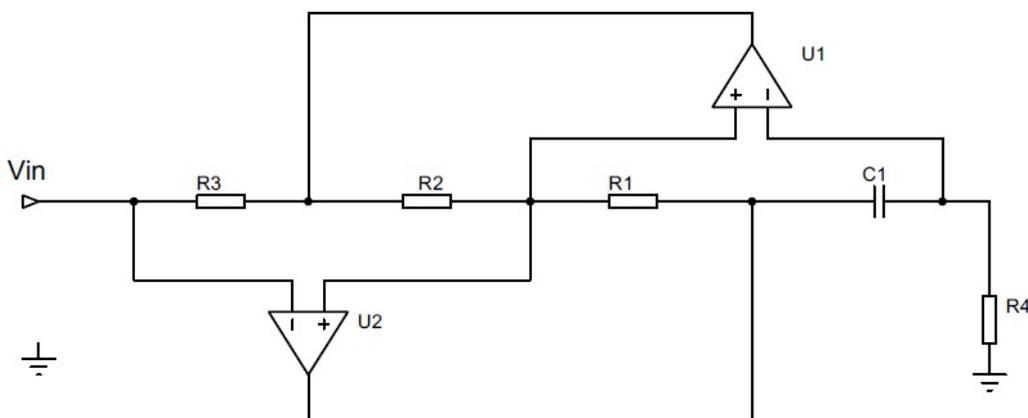
- Tamanho pequeno para poder ser usado como fonte de energia para pequenos dispositivos sem fio muitas vezes móveis.
- Lidar com sinais de pequena magnitude, sendo assim muito suscetível à distorções por ruído.
- Ser viável economicamente se considerado a pequena quantidade de energia produzida.

Por esses motivos, tem-se no circuito girador de Antoniou uma alternativa ao indutor de enrolamento .

### 3.1.4 Circuito de Antoniou

Como visto na seção anterior, para maximizar a colheita de energia do piezoelétrico, é necessário usar uma impedância indutiva de mesmo módulo que a impedância capacitiva interna do transdutor. Porém, como visto na seção 3.1.3 a indutância necessária é extremamente alta, inviabilizando assim o uso de indutores passivos já que seu tamanho e resistência de enrolamento (entre outros motivos já citados) resultaria na perda do propósito da solução com a colheita de energia piezoelétrica para alimentação de dispositivos *wireless* geralmente de pequeno porte e também por adicionar uma resistência que consumirá parte considerável da potência de pequena amplitude gerada pelo piezoelétrico.

Para contornar esse inconveniente, nesse trabalho é sugerido e analisado o uso de um circuito ativo emulador de indutância chamado Circuito de Antoniou (ou circuito girador de Antoniou, ou simplesmente indutor ativo) da Figura 5. Esse circuito tem como objetivo obter uma função de transferência como a de um indutor, porém utilizando outros componentes eletrônicos ativos e passivos.



**Figura 5:** Circuito emulador de indutância de Antoniou (ANTONIOU, 1967)

Fazendo-se a análise do circuito da Figura 5, tem-se como valor da impedância de entrada

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{s \cdot C1 \cdot R1 \cdot R3 \cdot R4}{R2} \quad (14)$$

ou seja,  $Z_{in} = s \cdot K$  sendo  $K$  uma constante, então pode-se observar a semelhança com a equação de impedância indutiva de um indutor bobinado

$$Z_L = s \cdot L \quad (15)$$

Tendo em vista essa análise, nota-se que o valor da indutância emulada será função dos valores de resistores e do capacitor escolhido, mas por praticidade, em aplicações onde é necessário a variação da indutância emulada faz-se o resistor  $R2$  variável.

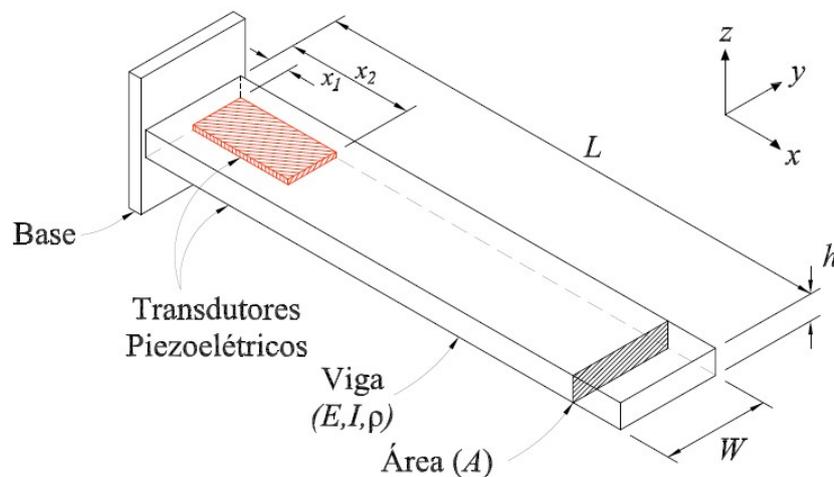
### 3.2 Arranjo mecânico do experimento

Para se transferir a energia proveniente do estímulo mecânico para o transdutor em forma de vibração, foi usada uma viga de Cantilever a qual é engastada somente em uma das extremidades para que a deformação mecânica gerada pelo estímulo na outra ponta seja coletada pelo piezoelétrico fixado na ponta engastada, em forma de vibração. O arranjo do experimento é mostrado na Figura 6.

Para chegar até os modos de vibração que serão usados para amostrar os componentes de frequência que mais transferem energia vibracional, tem-se que primeiramente entender a dinâmica da estrutura que é regida pela equação parcial diferencial de Euler-Bernoulli

$$E_b I \frac{\partial^4 z(x,t)}{\partial x^4} + \rho A_b \frac{\partial^2 z(x,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 M_x(x,t)}{\partial x^2} \quad (16)$$

onde  $\rho$  é a densidade do material da viga [ $\frac{Kg}{m^3}$ ];  $A_b$  a área de seção transversal [ $m^2$ ];  $E_b$  o módulo de elasticidade de Young [ $GPa$ ];  $I$  o momento de inércia sobre o eixo longitudinal [ $kg \cdot m^2$ ]. O momento total agindo sobre a viga é dado por  $M_x(x,t)$  que é a soma dos momentos impostos pelos atuadores piezoelétricos colados na posição mostrada na Figura 6.



**Figura 6:** Viga de Euler-Bernoulli com um par de piezoelétricos acoplados ((COELHO, 2015))

### 3.2.1 Fenômeno vibracional

Como o objetivo desse trabalho não é o equacionamento do comportamento dinâmico da viga de cantilever mas sim a obtenção dos modos de vibração com mais influência energética, reserva-se o direito de somente apresentar as equações que podem ser vistas em detalhes na leitura de (MEIROVITCH, 1997)

$$f_1 = \frac{1,875^2}{2.\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (17)$$

$$f_2 = \frac{4,694^2}{2.\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (18)$$

$$f_3 = \frac{7,856^2}{2.\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (19)$$

$$f_4 = \frac{10,42^2}{2.\pi} \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (20)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade de Young [ $GPa$ ];  $I$  o momento de inércia sobre o eixo longitudinal [ $m^4$ ];  $L$  o comprimento da viga [ $m$ ];  $m$  é a massa da viga [ $kg$ ]; e  $f_n$  é a frequência natural de vibração do  $n$ ésimo modo de vibração [ $Hz$ ]. Considerando os parâmetros apresentados na Tabela 1 da viga em balanço que se tem disponível para os experimentos.

Comprimento da viga, L [m]	0,71
Largura da viga, W[m]	0,05
Espessura da viga, h[m]	0,003
Módulo de elasticidade, E [Pa]	$7 \times 10^{10}$
Densidade do alumínio, $\rho$ [ $kg/m^3$ ]	2770

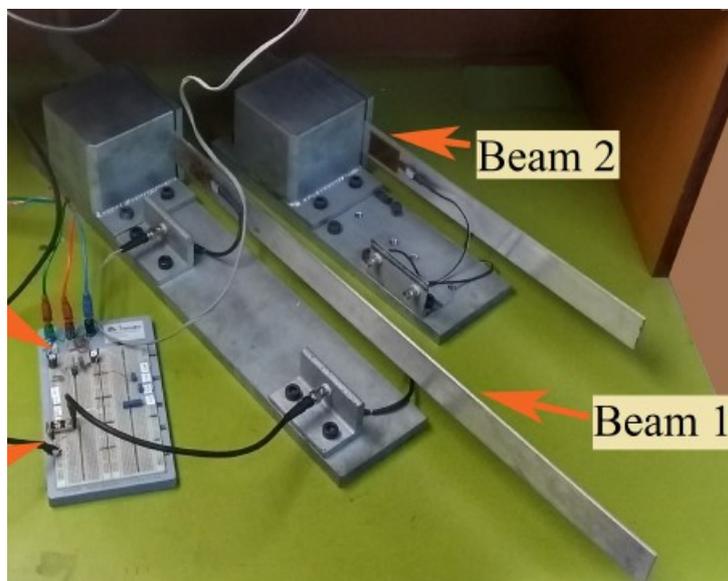
**Tabela 1:** Propriedades da viga em balanço na qual se baseou os experimentos

## 4 METODOLOGIA E RESULTADOS

Com o objetivo de testar e analisar o circuito de otimização da colheita da energia, além de se usar a bancada experimental do LSI (Laboratório de Sistemas Industriais), foram montadas simulações do circuito e modelos virtuais (montados em *software* de análise de elementos finitos) do experimento do laboratório para que se possa validar os métodos aqui propostos. Essas simulações e experimentos serão mostrados no desenvolver dessa seção de metodologia empregada, e após serão apresentados os resultados obtidos.

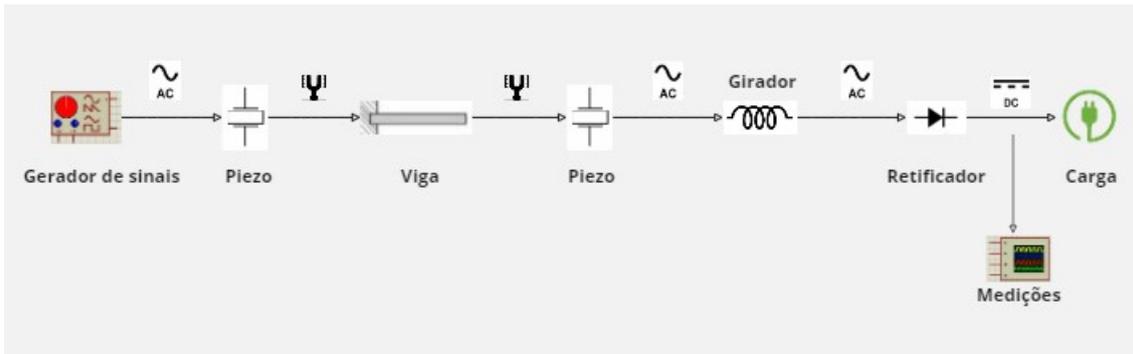
### 4.1 Experimento

A bancada de experimentos utilizada e reproduzida é um instrumento do LSI da UFRGS e foi desenvolvida como um dos objetivos da tese (COELHO, 2015) e é mostrada na Figura 7.



**Figura 7:** Bancada de experimentos com a viga em balanço

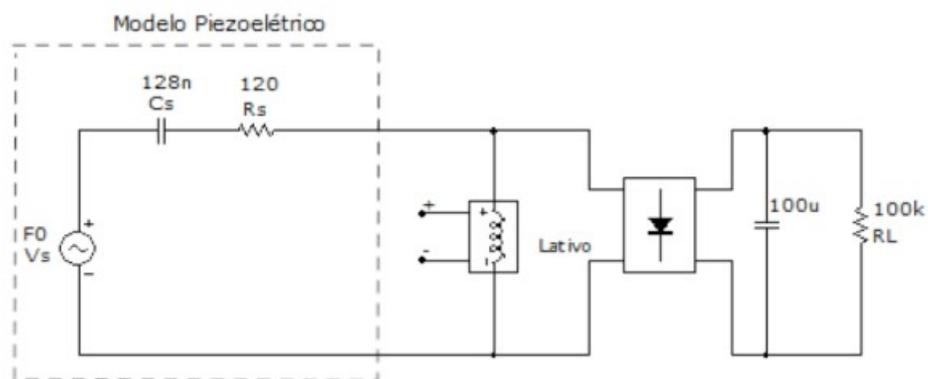
No diagrama de blocos da Figura 8 é mostrado como funciona o experimento, sendo o mesmo composto por uma gerador de sinais alternados para alimentação do piezoelétrico responsável pela excitação da viga; a viga em balanço que tem uma extremidade engastada e em cada lado um *patch* de piezoelétricos responsáveis pela excitação e pela geração; o circuito com o compensador e retificador/carga são ligados à saída do piezoelétrico



**Figura 8:** Diagrama de blocos da energia da geração passando pelas transformações até a coleta dos resultados do experimento

de geração e esse sinal pode então ser medido com instrumentos de laboratório como osciloscópios e multimedidores.

Como as principais aplicações em que pode ser útil o uso da colheita, são alimentadas por fontes de corrente contínua, nesse trabalho concentrou-se na avaliação da geração de potência para cargas resistivas com presença de retificador e um capacitor como filtro de ripple. O circuito completo (com compensação) usado é o da Figura 9, onde o  $L_{ativo}$  mostrado na gravura é o circuito de Antoniou da Figura 5.



**Figura 9:** Circuito usado nos experimentos considerando o piezoelétrico como um modelo elétrico mecânico.

Na tabela 2 estão os valores dos componentes utilizados para montar circuito de Antoniou da Figura 5 representado pelo bloco  $L_{ativo}$  na Figura 9 em cada umas das frequências dos 4 primeiros modos de vibração do sistema.

Modo	Freq. [Hz]	$L_{ativo}$ [H]	R1 [k $\Omega$ ]	R2 [k $\Omega$ ]	R3 [k $\Omega$ ]	R4 [k $\Omega$ ]	C1 [ $\mu$ F]
1°	5,42	6736,46	0,6	0,6	1	6736,46	1
2°	33,38	177,6	10,5	10,5	1	177,6	1
3°	92,25	23,25	0,8	0,8	1	23,25	1
4°	177,89	6,31	4,2	4,2	1	6,31	1

**Tabela 2:** Valores dos componentes usados para montar o circuito de Antoniou de forma a obter as indutâncias de compensação para cada frequência dos 4 primeiros modos de vibração

#### 4.1.1 Escolha dos componentes

Para ser possível a montagem do circuito da Figura 9 faz-se necessário a escolha dos componentes tanto do retificador quanto do indutor ativo montado como na Figura 5. Porém essa escolha não se faz de maneira aleatória, mas sim direcionada por critérios operacionais importantes que são as grandezas e parâmetros elétricos necessários e desejáveis para tal aplicação. Nesse contexto, definiu-se o baixo consumo de potência como o principal critério de escolha, mas também tendo em vista as grandezas de tensão e corrente adequadas ao funcionamento.

- **Amplificadores operacionais:** Para o indutor ativo, os amplificadores operacionais disponíveis e para os quais foram feitos os experimentos foram dois **LPV511** que tem baixo consumo na casa de  $880nA$  para o único amplificador conforme manual da fabricante *Texas Instruments*. No entanto, para resultados ainda mais satisfatórios com relação ao baixo consumo, sugere-se o uso do **TVL8802** cujo consumo por amplificador (há dois em um único encapsulamento) fica na casa dos  $320nA$  conforme manual do mesmo fabricante.
- **Diodos retificadores:** Foi escolhido 4 diodos **SS14** da fabricante *Vishay*, cujo critério utilizado foi simplesmente a disponibilidade do componente e a média queda de tensão de  $0,5V$  quando polarizado diretamente. Como no item anterior, para uma melhor performance no que diz respeito à economia no consumo, sugere-se o uso de diodos do tipo Schottky que têm queda de tensão de polarização muito mais baixa. Também com objetivo de diminuir a queda de tensão do circuito retificador, no artigo de (SINGH; PAL; KUNDU, 2021) se fez a análise da eficiência de um retificador para colheita de energia usando diodos ativos, e sugere-se aqui como um método que pode reduzir a queda de tensão de polarização dos diodos para a casa de  $mA$ .

## 4.2 Resultados Obtidos

Com o aparato e as técnicas descritas na seção de Metodologia, chegou-se aos resultados que serão apresentados nessa seção.

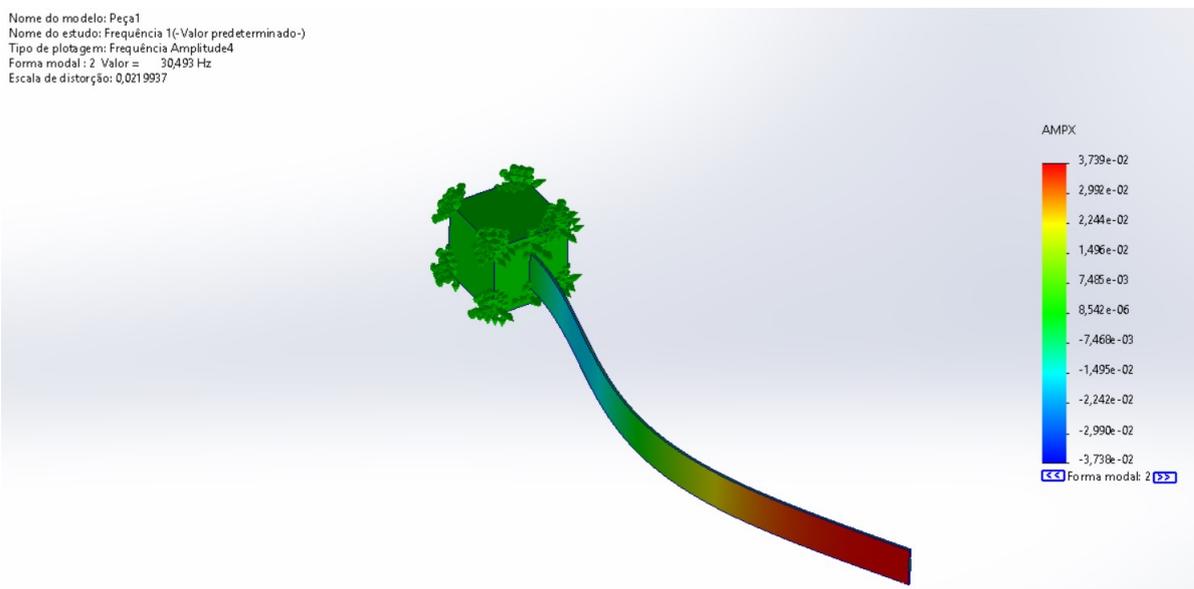
#### 4.2.1 Modos de vibração

Usando a base teórica descrita na seção 4 e usando os resultados obtidos com a aplicação nas equações 17, 18, 19, 20 dos parâmetros da viga 1 na qual se realizou o experimento, foram obtidas as frequências dos 4 primeiros modos de vibração por via analítica, por simulação e comparando com os resultados práticos obtidos na bancada, se coletou os valores apresentados na Tabela 3 onde se pode comparar

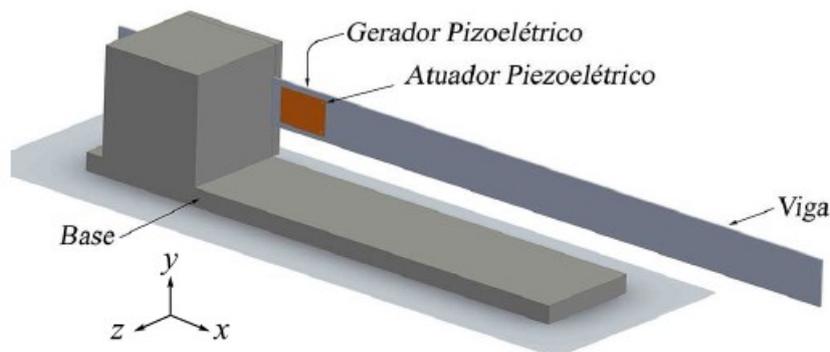
Modo de vibração	Analítico [Hz]	Simulação [Hz]	Prático [Hz]
1°	5,73	4,94	5,42
2°	35,97	30,94	33,38
3°	100,67	81,32	92,25
4°	177,11	168,25	177,89

**Tabela 3:** Comparação entre os modos de vibração obtidos de maneiras diferentes

Os dados de simulação que foram apresentados para referência e comparação, foram obtidos usando o *Software* de Análise por Elementos Finitos *SolidWorks* para executar simulação em frequência na Viga Cantilever. Segue a Figura 10 da simulação mostrando a escala de deformação na frequência do segundo modo de vibração. Também é apresentado na Figura 11 o desenho da viga fielmente como é na bancada do experimento prático.



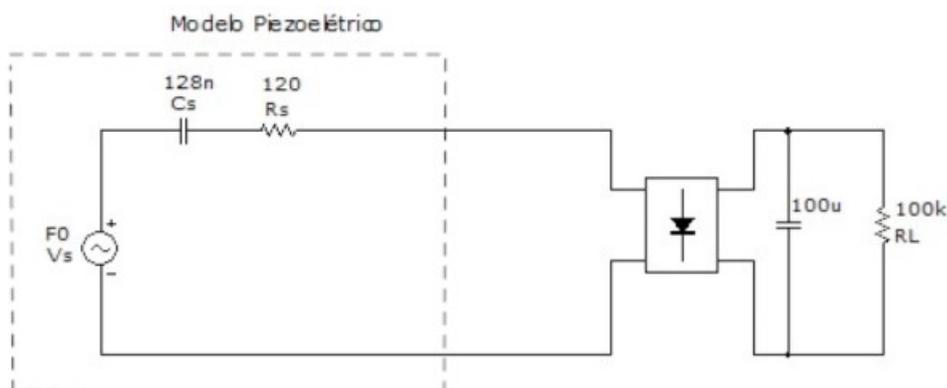
**Figura 10:** Demonstração da simulação do 2° modo de vibração no *Software SolidWorks*



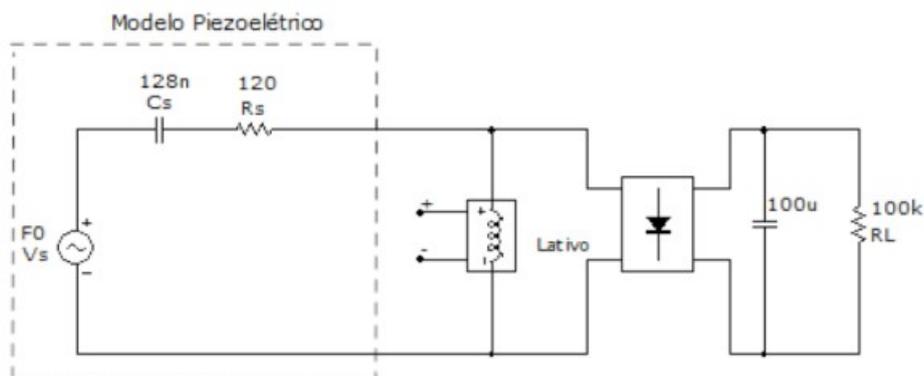
**Figura 11:** Desenho da viga de Catilever do experimento, no *Software SolidWorks*. Fonte: (COELHO, 2015)

#### 4.2.2 Resultados com e sem o uso do circuito compensador

Pela simulação do experimento com a viga em balanço, foram obtidas as tensões e potências geradas pelo piezoelétrico nas frequências naturais dos 4 primeiros modos de vibração **sem** e **com** o uso do indutor ativo para compensação da impedância intrínseca do material. Na Figura 12 está o circuito usado para obter valores de como o transdutor piezoelétrico vem sendo usado tradicionalmente sem o uso do compensador, já na Figura 13 está o mesmo circuito porém com o uso do compensador de impedância intrínseca por meio da inclusão do indutor ativo.



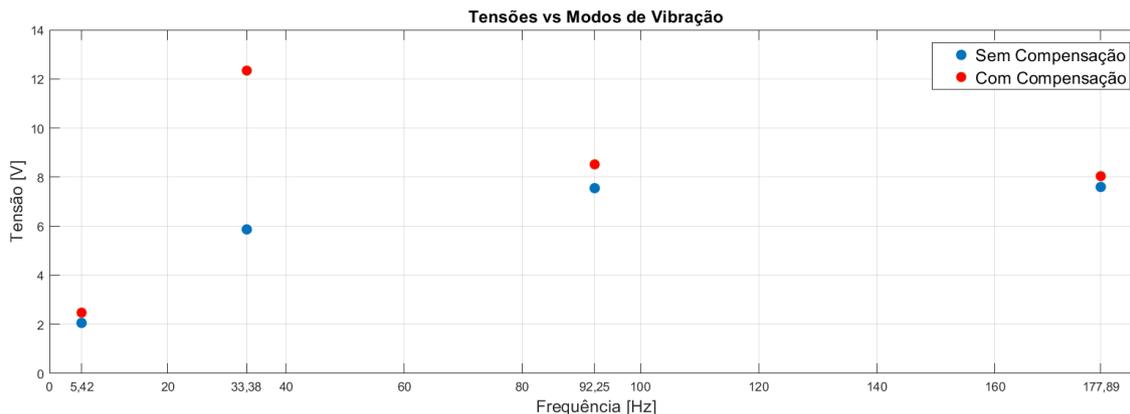
**Figura 12:** Circuito retificador alimentado pelo modelo do piezoelétrico e sem o uso do compensador indutivo



**Figura 13:** Circuito retificador alimentado pelo modelo do piezoelétrico e com o uso do indutor ativo

Os resultados serão apresentados nas tabelas e gráficos a seguir objetivando mostrar, comparar e validar o método proposto.

Primeiramente, na Tabela 4 estão os valores de tensão, obtidos por meio de simulação, na carga representada pelo resistor de  $100k\Omega$  considerando os circuitos compensado e não compensado assim como é mostrado também o ganho percentual obtido com o uso do compensador. Na Figura 14 está o gráfico para ressaltar de maneira visual os ganhos atingidos ao se usar o indutor ativo.



**Figura 14:** Tensões DC encontradas nas frequências de cada um dos 4 modos de vibração, sem e com compensação

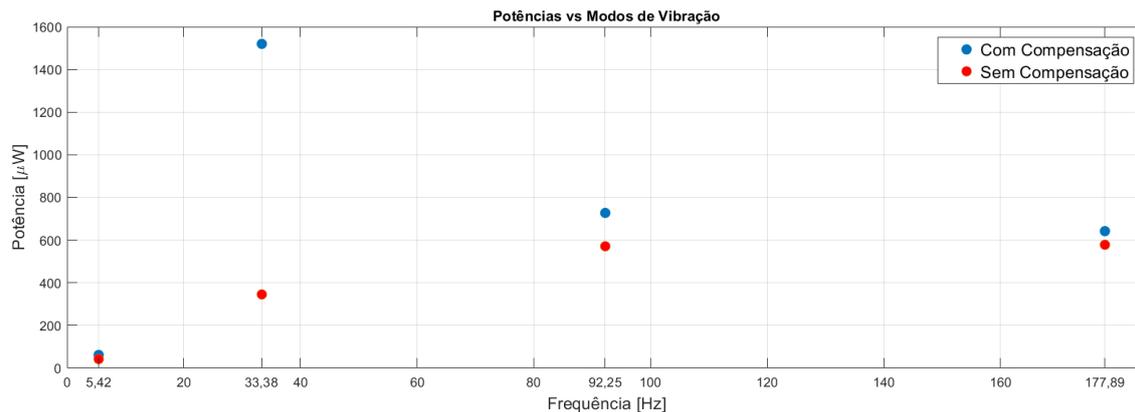
Modo de vibração	Frequência [Hz]	$V_{Load}$ [V]	$V_{Load}^{Compensado}$ [V]	Ganho
1°	5,42	2,06	2,48	1,2
2°	33,38	5,87	12,34	2,1
3°	92,25	7,55	8,52	1,28
4°	177,89	7,62	8,04	1,05

**Tabela 4:** Tensões na carga e ganhos nessa variável em cada frequência dos 4 primeiros modos de vibração (na 3ª coluna sem e na 4ª com o uso do compensador)

As potências alcançadas também em cada uma das frequências dos 4 modos de vibração **com** e **sem** o uso do compensador são apresentadas na Tabela 5 com os ganhos obtidos. Na Figura 15 estão apresentados esses valores de maneira visual.

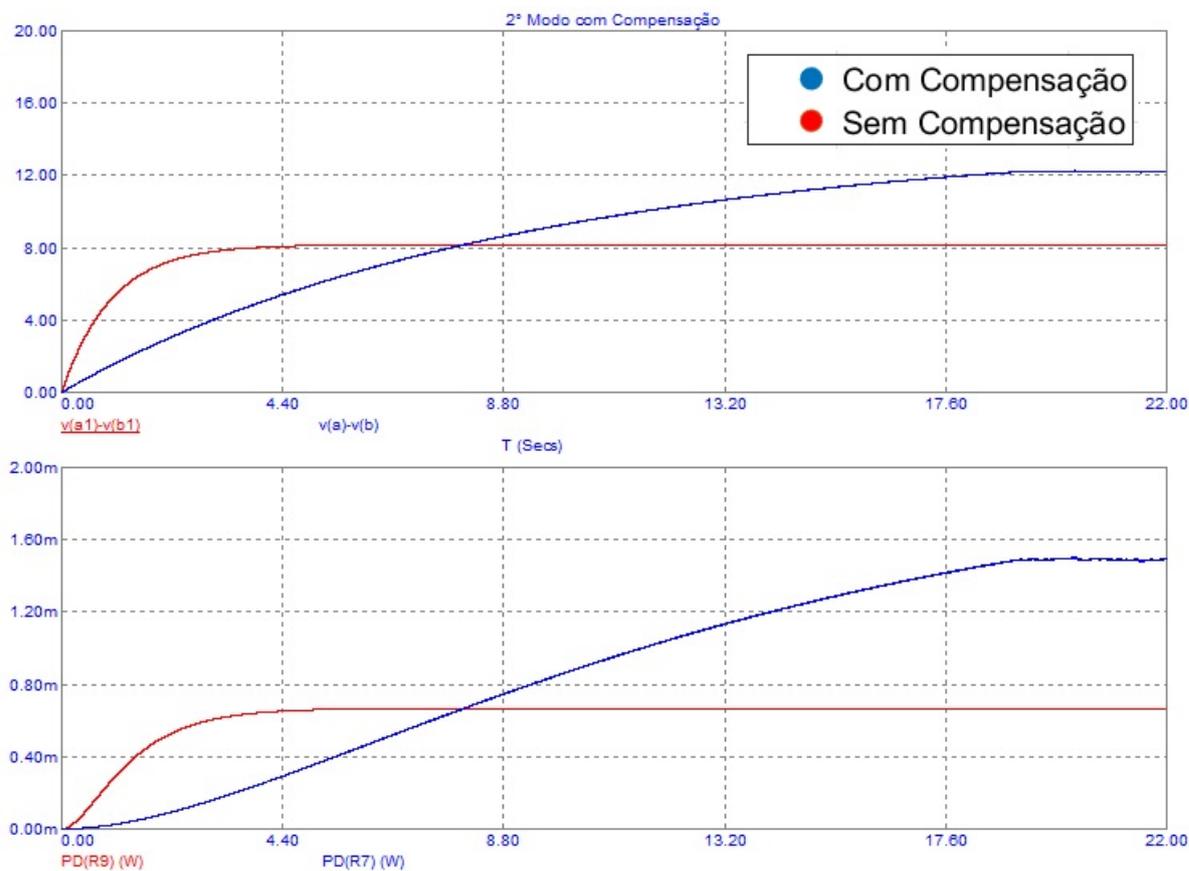
Modo de vibração	Frequência [Hz]	$P_{Load}$ [ $\mu W$ ]	$P_{Load}^{Compensado}$ [ $\mu W$ ]	Ganho
1°	5,42	42,42	61,74	1,45
2°	33,38	345,48	1520,37	4,4
3°	92,25	571,13	727,51	1,27
4°	177,89	578,15	642,13	1,1

**Tabela 5:** Potências entregues pelo piezoelétrico com compensação (coluna 4) e sem compensação (coluna 3) em cada frequência dos 4 primeiros modos de vibração e também os ganhos obtidos



**Figura 15:** Potências encontradas nas frequências de cada um dos 4 modos de vibração, sem e com compensação

No gráfico da Figura 16 são expostas as curvas transitórias de tensão e potência alcançadas na carga **com** e **sem** o uso do circuito de Antoniou, para a frequência do 2º modo de vibração com o objetivo de mostrar o padrão também obtidos nas outras frequências. Observa-se que esses sinais de saída são já retificadas sobre a carga.



**Figura 16:** Respostas no tempo do 2º modo de vibração onde as curvas do gráfico superior são da tensão DC na carga [V] e as curvas do gráfico de baixo são as potências na carga [W]

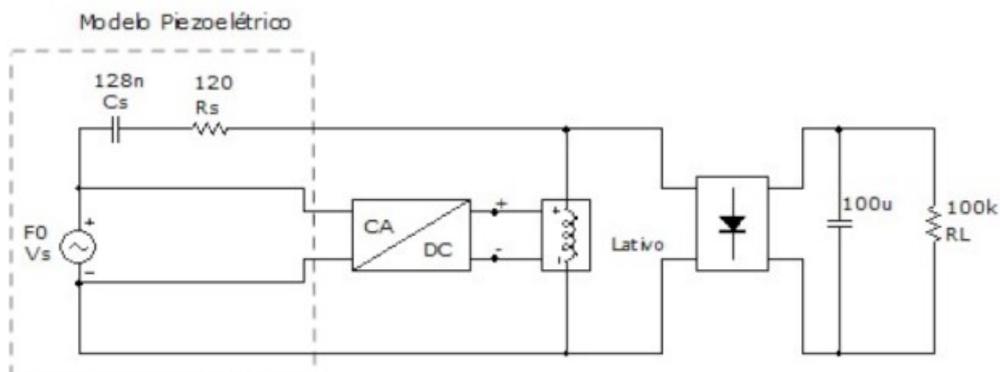
Ainda sobre as curvas da Figura 16, pode-se perceber que houve a saturação do circuito compensador e deve-se ressaltar que se isso for evitado (pelo uso de amplificadores operacionais com maior limite de saturação) os ganhos nessa frequência tendem a ser ainda maiores.

Os valores de tensões e potências medidos e demonstrados nas tabelas 4 e 5 acima mostram a dimensão dos ganhos possíveis com o uso do circuito de compensação da impedância interna do piezoelétrico. Vale ressaltar que esse ganho seria o mesmo se fosse usado um indutor de enrolamento como compensador, mas pelos motivos apresentados na seção 3.1.3 está se usando e sugerindo o uso do circuito de Antoniou. O uso do mesmo, no entanto, tem uma desvantagem em relação ao indutor passivo que é o fato de necessitar alimentação para os amplificadores operacionais, fato esse que leva a uma necessária análise do balanço de energia que será feito ainda nessa seção de resultados.

Tem que ser exposto aqui o fato da alimentação para o indutor ativo da Figura 13 foi obtida externamente ao piezoelétrico para obtenção dos resultados do experimento e simulações apresentados, porém a sugestão é de que a mesma seja fornecida pelo próprio piezoelétrico, o que leva a análise do balanço de energia a seguir.

#### 4.2.3 Balanço energético

Para que os objetivos apontados no Capítulo 1 sejam alcançados e o método aqui proposto seja realmente viável e vantajoso, na aplicação é necessário que a fonte de alimentação do circuito de Antoniou provenha do próprio gerador piezoelétrico, e isso nos leva a ter que considerar também a potência consumida pelo circuito. O circuito aplicável assim proposto é o mostrado na Figura 17, em que é sugerido o uso de um retificador e um conversor DC-DC para a alimentação do indutor ativo.



**Figura 17:** Circuito proposto com fonte de alimentação dos amplificadores sendo o próprio piezoelétrico

O balanço de potência é obtido pela aplicação da equação de igualdade 21

$$P_{compensado} - P_{consumida} > P_{naoCompensado} \quad (21)$$

onde  $P_{naoCompensado}$  é a potência entregue à carga sem o uso do indutor ativo como compensador de impedância intrínseca do piezoelétrico;  $P_{consumida}$  é a potência consumida pelo circuito do indutor ativo; e  $P_{compensado}$  a potência entregue à carga quando se faz o uso do indutor ativo.

Então, para fazer o balanço energético, considera-se a máxima potência consumida pelos amplificadores dado pelo fabricante do **LPV511MG** e exposto na equação 24

$$P_{max} = I_{max} \cdot V_{source} \quad (22)$$

$$P_{max} = 3\mu A \cdot 15V \quad (23)$$

$$P_{max} = 45\mu W \quad (24)$$

Então, o balanço de potência para cada um dos resultados dos 4 modos de vibração fica como exposto na Tabela 9

Modo	Frequência [Hz]	$P_{Load}[\mu W]$	$P_{Load}[\mu W]$	Saldo [ $\mu W$ ]	Avaliação
1°	5,42	42,42	61,74	-25,68	NEGATIVO
2°	33,38	345,48	1520,37	+1129,89	POSITIVO
3°	92,25	571,13	727,51	+111,38	POSITIVO
4°	177,89	578,15	642,13	+18,98	POSITIVO

**Tabela 6:** Potências simuladas entregues à carga pelo piezoelétrico em cada frequência dos 4 primeiros modos de vibração (na 3° coluna sem e na 4° com o uso do compensador)

Sendo positivo o balanço (ou saldo) da equação 21, comprova-se que o uso do indutor ativo aqui proposto realmente é eficiente e vantajoso energeticamente nas frequências dos modos 2, 3, e 4 se comparado ao uso unicamente do transdutor como vem sendo utilizado. Para o caso do 1° modo de vibração onde o balanço energético é negativo, com os parâmetros utilizados na simulação, não é energeticamente vantajoso o uso do indutor ativo. No entanto, para simular a fonte senoidal do modelo, foi usada uma fonte de amplitude de 10V para todos os modos de vibração, sendo que esse valor de tensão é facilmente aumentado usando-se mais de um piezoelétrico associado ou com um excitações de mesma frequência mas maior amplitude. Conclui-se para esse caso que para excitações ou composição de vários piezoelétricos de forma que gerem maior tensão, o balanço de potência fica positivo também na frequência do 1° modo de vibração e justifica o seu uso com saldo positivo de energia se comparado ao não uso do compensador.

#### 4.2.4 Resultados práticos

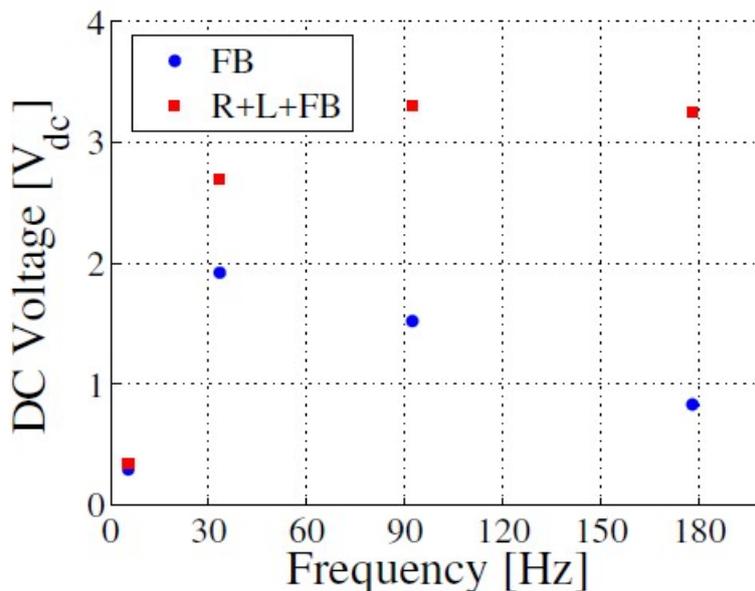
Nessa seção contou-se com resultados práticos obtidos na pesquisa da qual se originou o presente trabalho, sendo esse estudo uma continuação da pesquisa do Laboratório de Sistemas Industriais que estava sendo desenvolvida pelo aluno do Programa de Pós Graduação de Engenharia Elétrica (PPGEE) Marcos Antônio Jeremias Coelho. Sendo assim, na pesquisa mencionada, foram obtidas medições experimentais com o sistema de compensação de dispositivos de colheita de energia piezoelétrica e são apresentados nessa subseção, oportunizando também a análise e comparação com os resultados simulados já apresentados aqui.

Antes de mais nada, é importante dizer que o circuito usado no experimento é em geral equivalente ao simulado (salvo o que será discutido posteriormente na análise e comparação).

Dito isso, as tensões obtidas experimentalmente são exibidas na Tabela 7, assim como o ganho obtido nessa variável com o uso do circuito compensador. A Figura 18 dá a dimensão visual para as referidas medições de tensão, para fins de comparação.

Modo de vibração	Frequência [Hz]	$V_{Load}$ [V]	$V_{Load}^{Compensado}$ [V]	Ganho
1°	5,42	0,30	0,35	1,16
2°	33,38	1,92	2,7	1,4
3°	92,25	1,56	3,28	2,1
4°	177,89	0,81	3,2	3,95

**Tabela 7:** Tensões na carga em cada frequência dos 4 primeiros modos de vibração (na 3° coluna sem e na 4° com o uso do compensador)



**Figura 18:** Tensões entregues à carga após a retificação (FB) sem (pontos azuis) e com o uso do indutor ativo (pontos em vermelho)

Foram também medidas as potências entregues para o 4° modo de vibração compensado e não compensado, assim como o balanço energético nesse modo considerando o consumo medido de  $P_{consumida} = 127,8\mu W$ .

Modo	Frequência [Hz]	$P_{Load}$ [ $\mu W$ ]	$P_{Load}^{Compensado}$ [ $\mu W$ ]	Saldo [ $\mu W$ ]	Avaliação
4°	177,89	6,86	147,6	19,8	POSITIVO

**Tabela 8:** Potências práticas entregues à carga e saldo energético pela colheita na frequência do 4° modo de vibração (na 3° coluna sem e na 4° com o uso do compensador)

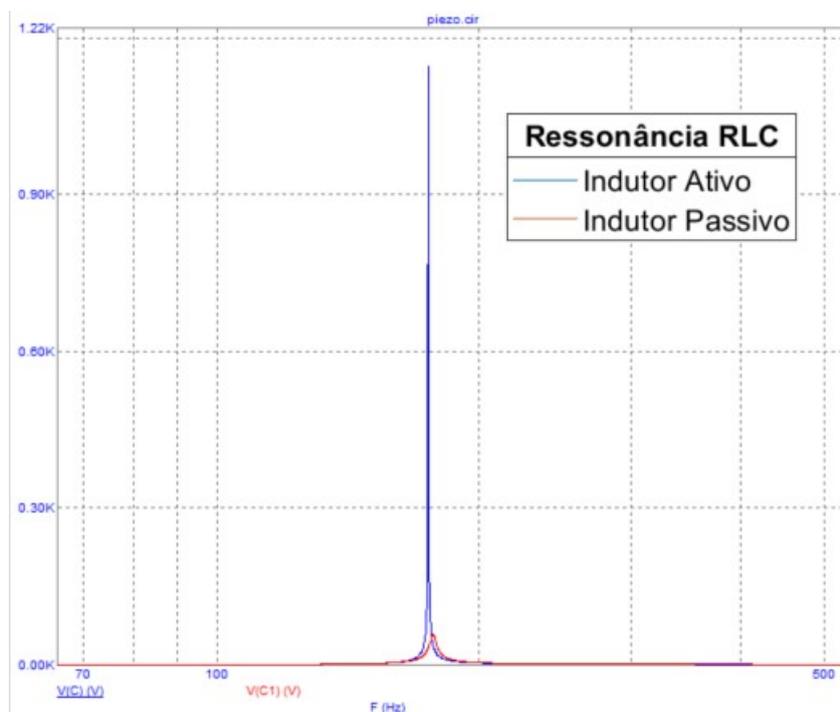
Modo	Frequência [Hz]	$P_{Load} [\mu W]$	$P_{Load}^{Compensado} [\mu W]$	Ganho [%]
4°	177,89	6,86	147,6	188,63

**Tabela 9:** Potências práticas entregues à carga e ganho nessa variável pela colheita na frequência do 4° modo de vibração (na 3° coluna sem e na 4° com o uso do compensador)

Teve-se então um ganho de **21,5 vezes** com o uso de compensação com o circuito de Antoniou comparado ao não compensado.

#### 4.2.4.1 Comparação e análise

Pode-se observar que há discrepâncias comparando-se os resultados simulados e os resultados práticos, principalmente no que se refere aos valores de tensões. No entanto, pode-se explicar essas diferenças (além das não idealidades dos componentes) principalmente ao fato de não ter sido feito o casamento adequado dos resistores R1 e R2 no circuito de Antoniou dos resultados práticos. Isso estava gerando resultados não esperados nas simulações até que se foi identificado por meio de análise AC da ressonância do circuito que o ganho em tensão na frequência de ressonância (que é onde ocorre a maior transferência de potência) variava conforme se mudava os valores de R1 e R2 (mesmo mantendo a sua proporção para conservar o valor da indutância obtida pelo circuito girador). Na Figura 19 é mostrado a análise em frequência da ressonância do circuito RLC em que apesar da indutância ser adequada, a amplitude do sinal gerada é diferente da típica um indutor passivo (usado como gabarito). Na Tabela 2 estão os valores dos componentes usados de forma a chegar ao melhor casamento entre os resistores R1 e R2.



**Figura 19:** Diferença de ganho na frequência de ressonância no 4° modo comparado ao circuito com um indutor ideal passivo

## 5 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, se abordou o aumento da eficiência de geradores piezoelétricos por meio da compensação da sua reatância capacitiva intrínseca. Para isso, se propôs a utilização de um circuito de emulação de indutância e comprovou-se sua eficiência nessa aplicação com resultados simulados e práticos. O estudo desenvolvido teve como foco a análise do circuito de Antoniou para otimizar a colheita de energia piezoelétrica, e por meio dos resultados e avaliações realizados e embasados teoricamente julga-se energética, e fisicamente viável a solução proposta.

Os resultados de ganhos de potência gerada obtidos podem ainda serem melhorados se for feita a associação de vários piezoelétricos. Então a compensação por indutor ativo pode tornar a colheita de energia piezoelétrica mais eficiente o que validaria seu uso em um maior número de aplicações de microgeração.

Não foi foco do trabalho a análise com profundidade dos meios de conversão e auto alimentação do circuito de Antoniou, tema esse que pode ser explorado em trabalhos futuros. Isso pode trazer soluções que minimizem ainda mais o consumo do circuito e tornem ainda mais vantajoso o uso de tal solução. Ainda na linha de pesquisa por meios de diminuir as perdas, a análise do uso de retificador ativo com transistores do tipo MOS pode trazer resultados também muito relevantes e na subseção 4.1.1 foi referenciado um artigo que trata esse método aplicado à dispositivos de colheita de energia.

Também como tema de trabalhos futuros é interessante que se modele de forma completa a transformação da energia do domínio mecânico em situações reais para o domínio elétrico. Ou seja, um caso real em que, por exemplo, um veículo em movimento gera uma excitação em um dispositivo de colheita de energia piezoelétrica e a partir desse estímulo se mostre resultados em potência elétrica na carga obtidos com o uso da compensação. No presente momento e nas referências estudadas, esses estímulos físicos ainda são de característica aleatória para o domínio elétrico. Nesse trabalho, se propôs aproximar e generalizar isso apresentando o conceito de que toda e qualquer excitação mecânica terá a maior parcela de energia em uma composição da energia contida nos primeiros modos de vibração, porém o equacionamento dos pesos de cada um desses modos de vibração para a modelagem de um estímulo aleatório ainda não foi desenvolvido.

## REFERÊNCIAS

- ALEXANDER, C. K.; SADIKU, M. N. *Fundamentos de circuitos elétricos*. [S.l.]: AMGH Editora, 2013.
- ANTONIOU, A. Gytrators using operational amplifiers. *Electronics Letters*, IET, v. 3, n. 8, p. 350–352, 1967.
- CALLISTER. *Ciência e engenharia de materiais uma introdução*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2008. ISBN 9788521615958.
- COELHO, M. A. J. *Avaliação e Análise de um Sistema de Micro Geração de Energia Baseado no Efeito Piezoelétrico*. 2015. Diss. (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/10183/131032>>.
- ERTURK, A. *Electromechanical modeling of piezoelectric energy harvesters*. 2009. Tese (Doutorado) – Virginia Tech.
- GAREH, S. et al. Evaluation of piezoelectric energy harvester outcomes in road traffic applications, p. 1–5, 2016. DOI: 10.1049/cp.2016.1269.
- IEEE Standard on Piezoelectricity. *ANSI/IEEE Std 176-1987*, 01, 1988. DOI: 10.1109/IEEESTD.1988.79638.
- KUMAR, U.; SHUKLA, S.; AMIETE. Analytical Study of Inductor Simulation Circuits. *Active and Passive Electronic Components*, v. 13, jan. 1989. DOI: 10.1155/1989/39762.
- LIANG, J.; LIAO, W.-H. Impedance Modeling and Analysis for Piezoelectric Energy Harvesting Systems. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 17, n. 6, p. 1145–1157, 2012. DOI: 10.1109/TMECH.2011.2160275.
- MEIROVITCH, L. *Principles and techniques of vibrations*. Upper Saddle River, N.J: Prentice Hall, 1997. ISBN 9780023801419.
- S.O. REZA MOHEIMANI, A. J. F. *Piezoelectric Transducers for Vibration Control and Damping*. [S.l.]: SPRINGER NATURE, 30 jun. 2006. 271 p. ISBN 1846283310. Disponível em: <[https://www.ebook.de/de/product/5194633/s\\_o\\_reza\\_moheimani\\_andrew\\_j\\_fleming\\_piezoelectric\\_transducers\\_for\\_vibration\\_control\\_and\\_damping.html](https://www.ebook.de/de/product/5194633/s_o_reza_moheimani_andrew_j_fleming_piezoelectric_transducers_for_vibration_control_and_damping.html)>.
- SINGH, G.; PAL, S.; KUNDU, S. Efficient rectifier for piezoelectric energy harvester using active diode. In: IEEE. 2021 Devices for Integrated Circuit (DevIC). [S.l.: s.n.], 2021. p. 383–387.