

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

GABRIEL FLORES CARPES

**CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS  
PERMANENTES**

Porto Alegre  
2022

GABRIEL FLORES CARPES

## **CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES**

Projeto de diplomação apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Elétrica, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), como requisito parcial para obtenção do título de **Engenheiro Eletricista**.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Thieli Smidt Gabbi

Porto Alegre  
2022

GABRIEL FLORES CARPES

**CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS  
PERMANENTES**

**Banca Examinadora:**

---

Prof.<sup>a</sup> Thieli Smidt Gabbi, Dra.  
Orientadora  
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

---

Prof. Igor Pasa Wiltuschnig, Dr.  
Universidade Federal do Rio Grande Do Sul

---

Prof. Gustavo Guilherme Koch, Dr.  
Universidade Federal do Pampa

Este trabalho é dedicado à minha família que me deu todo o suporte e amor necessário durante toda essa jornada.

“É exatamente disso que a vida é feita: “MOMENTOS”.  
Momentos os quais temos que passar, sendo bons ou não,  
para o nosso próprio aprendizado.  
**CHICO XAVIER”**

## RESUMO

### CONTROLE DE VELOCIDADE DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES

AUTOR: Gabriel Flores Carpes

ORIENTADORA: Thieli Smidt Gabbi

Este trabalho de conclusão propõe uma técnica de controle de velocidade baseada na estratégia por modos deslizantes e observador de distúrbios para acionamento de alto desempenho aplicada a motores síncronos de ímãs permanentes. A combinação do controle por modos deslizantes e do observador de distúrbio aplicada ao controle de velocidade apresenta as características necessárias para reduzir problemas gerados a partir de vibrações, baixa sensibilidade às variações paramétricas da planta e desacoplamento do sistema em componentes parciais. É desenvolvido um esquema de controle em tempo contínuo, são apresentadas as provas de estabilidade a partir de critério de Lyapunov tanto para a técnica de controle quanto para o observador de distúrbios. O desempenho da técnica proposta é avaliado através de resultados de simulação. Além disso, são comparados os resultados da técnica proposta a uma simulação de um controlador PI conhecido da literatura e considerando um caso sem o observador de distúrbios, visando elucidar as vantagens do controle por modos deslizantes e observador de distúrbios. O controlador proposto apresentou um tempo de convergência de 53,5 ms após ser aplicado o distúrbio, resultado esse significativamente mais eficaz que o controlador PI que demorou mais de 10 s para convergir frente ao mesmo distúrbio.

**Palavras-chave:** Controle de velocidade; motor síncrono de ímãs permanentes; observador de perturbação do modo deslizante.

## ABSTRACT

This work of conclusion proposes a speed control technique based on the sliding mode strategy and disturbance observer for high performance drive applied to permanent magnet synchronous motors. The combination of control by sliding modes and the disturbance observer applied to the speed control presents the necessary characteristics to reduce problems generated from vibrations, low sensitivity to parametric variations of the plant and decoupling of the system into partial components. A continuous-time control scheme is developed, stability tests are presented based on the Lyapunov criterion for both the control technique and the disturbance observer. The performance of the proposed technique is evaluated through simulation results. In addition, the results of the proposed technique are compared to a simulation of a PI controller known in the literature and considering a case without the disturbance observer, aiming to elucidate the advantages of sliding mode control and disturbance observer. The proposed controller presented a convergence time of 53.5ms after the disturbance was applied, a result that was significantly more effective than the PI controller that took more than 10s to converge in the face of the same disturbance.

**Keywords:** Speed control; permanent magnet synchronous motor; slide mode disturbance observer.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Consumo de energia elétrica no Brasil entre os anos de 2011 e 2020. ....	15
Figura 2 - Consumo energético por tipo de consumidor no Brasil no ano de 2020. ....	16
Figura 3 - Classificação dos Motores Conforme Disposição dos Ímãs no Rotor (a) Montados na Superfície do Rotor (b) Inseridos na Superfície do Rotor (c)(d) Internos no Rotor. ....	20
Figura 4 - Classificação dos Motores Conforme Método de Excitação. ....	21
Figura 5 - Formas de Ondas de Alimentação do Motor (a) PMSM (b) BLDCM. ....	22
Figura 6 - Classificação de Controladores para Acionamento dos Motores. ....	23
Figura 7 - Diagrama de Blocos para Controle Escalar. ....	24
Figura 8 - Diagrama de Blocos para Controle por Orientação de Campo Indireto. ....	27
Figura 9 - Diagrama de Blocos para o Controle de Sistemas Não Lineares Baseado em Observador de Distúrbio. ....	28
Figura 10 - Representação do Circuito Elétrico Estatórico ....	31
Figura 11 - Transformada de Clarke: (a) Representação abc; (b) Representação $\alpha\beta$ . ....	34
Figura 12 - Representação Vetorial da Transformada de Clarke ....	35
Figura 13 - Transformada de Park: (a) Representação $\alpha\beta$ ; (b) Representação dq ....	35
Figura 14 - Representação Vetorial da Transformada de Park ....	36
Figura 15 - Função Sinal ....	46
Figura 16 - Modelo PMSM Simulado ....	53
Figura 17 - Referência de Velocidade ....	53
Figura 18 - Controlador PI aplicada no controle das correntes do PMSM. ....	54
Figura 19 - Modelo Simulado do Controlador de velocidade por modos deslizantes com observador de distúrbio ....	55
Figura 20 – Análise da velocidade rotórica $\omega_r$ e da lei de controle $i_q^*$ com a variação do ganho $k\omega$ ....	56
Figura 21 - Análise da velocidade rotórica $\omega_r$ do distúrbio observado $d\omega$ com variação do ganho $l\omega$ ....	57
Figura 22 - Resultado de simulação para o sistema SMEDO: (a) velocidade rotórica observada e velocidade rotórica de referência (b) detalhe do degrau de velocidade (c) detalhe no degrau de carga. ....	59
Figura 23 - Resultado de simulação para o sistema SMEDO: Distúrbio Observador e Conjugado de Carga ....	60
Figura 24 - Resultado de simulação para o sistema SMEDO: corrente em quadratura observada x corrente em quadratura de referência ....	60
Figura 25 - Modelo Simulado do Controlador de velocidade por modos deslizantes sem observador de distúrbio ....	61
Figura 26 – Resultado de simulação SMC aplicada na malha de controle utilizando o $k\omega = 25$ . (a) velocidade medida e velocidade de referência (b) detalhe no degrau de velocidade. ....	62
Figura 27 - Modelo Simulado do Controlador PI. ....	63



Figura 28 – Resultado de simulação utilizando controlador PI: (a) velocidade rotórica e velocidade de referência (b) detalhe no degrau de velocidade (c) detalhe no degrau do conjugado de carga.....	64
Figura 29 - Resultado de simulação para o sistema PI: corrente em quadratura medida e corrente em quadratura de referência.....	65
Figura 30 – Resultado de simulação utilizando controlador PI: corrente do eixo direto medida e corrente do eixo direto de referência. ....	65
Figura 31 – Diagrama de blocos para sistema de controle em malha fechada .....	70

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros elétricos e mecânicos do motor síncrono de ímãs permanentes simulado .....	52
Tabela 2 - Ganhos do Controlador SMDO Simulado.....	57

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BLDCM	<i>Brushless DC Motors</i>
CC	Corrente Contínua
DC	<i>Direct Current</i>
DFOC	<i>Direct Field Oriented Control</i>
DTC	<i>Direct Torque Control</i>
FCEM	Força Contra eletromotriz
FOC	<i>Field Oriented Control</i>
IFOC	<i>Indirect Field Oriented Control</i>
MTPA	<i>Maximum Torque Per Ampere</i>
OD	Observadores de Distúrbio
PI	Proporcional-Integral
PMAC	<i>Permanent Magnet Alternating Current</i>
PMDC	<i>Permanent Magnet Direct Current</i>
PMSM	<i>Permanent Magnet Synchronous Motor</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha$	Alfa
$\beta$	Beta
$B$	Coeficiente de atrito viscoso
$d_\omega$	Distúrbio na malha de velocidade
$\hat{d}_\omega$	Estado observado na malha de velocidade
$\tilde{d}_\omega$	Erro de distúrbios na malha de velocidade
$e_{\alpha\beta}$	Vetor da força contra eletromotriz
$i_{sa}$	Corrente estatórica da fase a
$i_{sb}$	Corrente estatórica da fase b
$i_{sc}$	Corrente estatórica da fase c
$i_{\alpha\beta}$	Corrente estatórica nos eixos $\alpha$ e $\beta$
$i_{dq}$	Corrente síncrona no eixo direto e em quadratura
$J$	Matriz auxiliar
$J_r$	Momento de inércia do rotor
$K_{\alpha\beta 0}$	Matriz de transformação de Clark
$K_{dq0}$	Matriz de transformação de Park
$k_\omega$	Ganho do controlador por modos deslizantes
$l_\omega$	Ganho do observador de distúrbio
$L_a$	Indutância estatórica da fase a
$L_b$	Indutância estatórica da fase b
$L_c$	Indutância estatórica da fase c
$L_{\alpha\beta}$	Indutância dos eixos $\alpha$ e $\beta$
$L_{dq}$	Indutância dos eixos direto e em quadratura
$L_s$	Indutância do estator
$L_m$	Valor máximo da variação senoidal das indutâncias próprias
$M_{xy}$	Indutância mútua entre as fases x e y
$\theta_e$	Ângulo elétrico
$\theta_r$	Ângulo mecânico
$\Phi_{sa}$	Fluxo estatórico da fase a
$\Phi_{sb}$	Fluxo estatórico da fase b

$\Phi_{sc}$	Fluxo estatórico da fase c
$\Phi_{\alpha\beta}$	Fluxo estatórico nos eixos $\alpha$ e $\beta$
$\Phi_{dq}$	Fluxo nos eixos direto e em quadratura
$\Phi_m$	Constante de fluxo dos ímãs permanentes
$\Phi_{srm}$	Fluxo magnético dos ímãs máximo nas fases do estator
$\Phi_a^r$	Fluxo concatenado do rotor para a fase a
$\Phi_b^r$	Fluxo concatenado do rotor para a fase b
$\Phi_c^r$	Fluxo concatenado do rotor para a fase c
$\Phi_{dq}^r$	Fluxo concatenado do rotor para os eixos direto e em quadratura
$\Phi_{\alpha\beta}^r$	Fluxo concatenado do rotor para os eixos $\alpha$ e $\beta$
$P$	Número de pares de polo
$p_\omega$	Estado interno do observador na malha de velocidade
®	Registrado
$R_s$	Resistência estatórica
$s_\omega$	Superfície de deslizamento da velocidade rotórica
$T_e$	Conjugado eletromagnético da máquina
$T_c$	Conjugado de carga
$V$	Função candidata a Função de Lyapunov
$v_{sb}$	Tensão estatórica da fase b
$v_{sc}$	Tensão estatórica da fase c
$v_{dq}$	Tensão síncrona nos eixos direto e em quadratura
$v_{\alpha\beta}$	Tensão estatórica nos eixos $\alpha$ e $\beta$
$W_c$	Energia total do estator
$W_{pm}$	Energia acoplada no estator
$\omega_e$	Velocidade elétrica
$\omega_r$	Velocidade mecânica
$\omega_r^*$	Velocidade de referência rotórica

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	<b>15</b>
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAS.....	15
1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO .....	17
1.2. CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO.....	17
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>19</b>
2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	19
2.2. MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES.....	19
2.3. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE .....	22
<b>2.3.1. Controle Escalar</b> .....	<b>23</b>
<b>2.3.2. Controle Vetorial</b> .....	<b>25</b>
<b>2.3.3. Controle por Modos Deslizantes e Observadores de Distúrbios</b>	<b>27</b>
<b>3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES</b> .....	<b>30</b>
3.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS.....	30
<b>3.1.1. Força Contra-Eletromotriz</b> .....	<b>31</b>
<b>3.1.2. Ímãs Permanentes</b> .....	<b>31</b>
<b>3.1.3. Rotor</b> .....	<b>33</b>
3.2. TRANSFORMADA DE CLARKE E PARK.....	33
3.3. MODELO MATEMÁTICO.....	36
<b>3.3.1. Representação em Coordenadas abc</b> .....	<b>37</b>
<b>3.3.2. Representação em Coordenadas <math>\alpha\beta</math></b> .....	<b>39</b>
<b>3.3.3. Representação em Coordenadas <math>dq</math></b> .....	<b>40</b>
<b>4. MODELAGEM MATEMÁTICA DO CONTROLE DE VELOCIDADE POR MODOS DESLIZANTES BASEADO EM OBSERVADOR DE DISTÚRBBIO</b> ....	<b>44</b>
4.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS.....	44
4.2. EQUACIONAMENTO DO CONTROLADOR PROPOSTO .....	44
<b>4.2.1. Controlador por Modos Deslizantes</b> .....	<b>45</b>
<b>4.2.2. Observador de Distúrbio</b> .....	<b>49</b>
<b>4.2.3. Controlador por Modos Deslizantes Baseado em Observador de Distúrbio</b> .....	<b>51</b>
<b>5. RESULTADOS</b> .....	<b>52</b>
5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	52
5.2. RESULTADO DA SIMULAÇÃO SMCDO.....	54

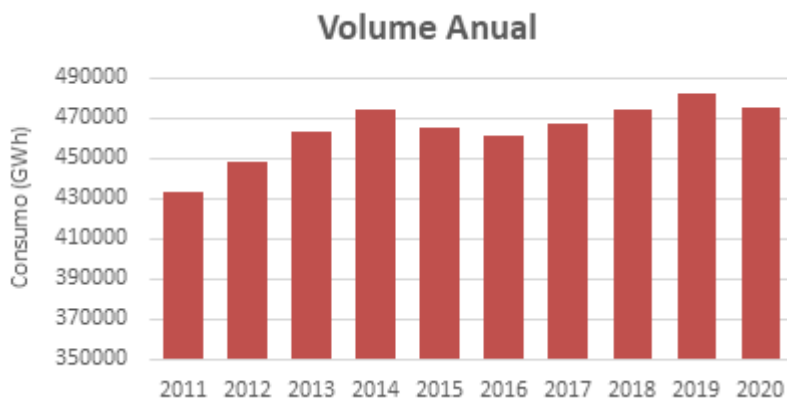
5.3.	RESULTADO DA SIMULAÇÃO SMC .....	61
5.4.	RESULTADO DA SIMULAÇÃO PI.....	62
<b>6.</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>66</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>68</b>
	<b>ANEXO A – Projeto Controlador Proporcional-Integral para PMSM.....</b>	<b>70</b>

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAS

O mundo moderno requer eficiência, e analisar o consumo energético torna-se essencial na busca de novas soluções. O consumo energético no Brasil segue apresentando tendências de crescimento, apesar da queda no consumo de energia elétrica no ano de 2020, justificado pela situação pandêmica causada pelo Covid-19. Os dados do Anuário Estatístico de Empresa de Pesquisa Energética (2021) conforme apresentado na Figura 1, mostram que no intervalo entre os anos de 2016 e 2019 o consumo mostrou-se crescente, e além disso no ano de 2019 o valor atingido superou o pico de 2014.

Figura 1 - Consumo de energia elétrica no Brasil entre os anos de 2011 e 2020.



Fonte: Adaptado de Empresa de Pesquisa Energética (2021)

Seguindo ainda os dados da pesquisa realizada em 2021, nota-se que o maior agente consumidor nacional, sendo responsável pelo consumo de 35% da energia elétrica consumida no país, é a indústria. A Figura 2 apresenta dados do consumo nacional de energia elétrica na rede por classe.



Figura 2 - Consumo energético por tipo de consumidor no Brasil no ano de 2020.



Fonte: Adaptado de Empresa de Pesquisa Energética (2021)

Decifrando o consumo nacional nota-se que quase 26% da energia é consumida por motores elétricos industriais. Visando reduzir os desperdícios, entrou em vigor no ano de 2019 uma nova lei que determina o nível mínimo de rendimento em IR3 (faixa de potência de 0,16 a 500 cv, de 2 a 8 polos), válido para todos os motores comercializados (WEG, 2019). Tornando assim cada vez mais importantes estudos que viabilizem esse rendimento exigido.

Motores de alto rendimento, adequação da potência do motor à carga e o uso de acionamento de maior desempenho começam a assumir um papel importante no cenário de eficiência energética (BARATIERI, 2010). Se comparados os motores de indução operando em velocidade constante, com um motor a ímãs permanentes com controle de velocidade estável, nota-se que o motor a ímãs permanentes otimiza a eficiência energética, pois nenhuma energia elétrica é absorvida pelo sistema de excitação de campo e, portanto, não há perdas de excitação, o que significa aumento substancial na eficiência (GIERAS, 2010). Além disso, reduz o tamanho físico do compressor, e melhora o desempenho termodinâmico para a refrigeração sob a aplicação de técnicas avançadas de modulação e de controle de velocidade. (BARATIERI, 2010).

Considerando que o motor a ímãs permanentes com controle de velocidade estável apresenta consideráveis vantagens, volta-se a atenção para esse tipo específico de motor. Principalmente em aplicações as quais o controle de velocidade e o conjugado são exigidos com precisão (BARATIERI, 2010). Atualmente, diversos estudos sobre estratégias de controle foram relatados na literatura, sejam para controle de velocidade, corrente ou posição.

Assim, neste trabalho uma técnica de controle conhecida da literatura, controlador por modos deslizantes, é associada a observadores de distúrbios e aplicada na malha de controle de velocidade de um motor síncrono de ímãs permanentes. Nesse caso, seriam tratados como distúrbios externos o conjugado de carga, que pode variar a velocidade, além das próprias variações paramétricas que também podem afetar o comportamento da velocidade.

### 1.1. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo geral deste trabalho é contribuir no estudo de controladores por modos deslizantes associado a observadores de distúrbio aplicado a PMSM (do inglês, *Permanent Magnet Synchronous Motor*). Os objetivos específicos deste trabalho incluem:

- estudar o motor síncrono de ímãs permanentes;
- desenvolver um estudo sobre técnicas de controle de velocidade;
- desenvolver um método robusto de controle de velocidade, combinando o controlador por modos deslizantes e o observador de distúrbio;
- aplicar técnica de controle de velocidade que minimize o efeito de variações paramétricas e distúrbio externo causado pelo conjugado de carga que afetem o comportamento da velocidade;
- comparar através de simulação o algoritmo proposto com uma técnica de controle linear, controlador Proporcional-Integral (PI).

### 1.2. CONTRIBUIÇÃO DO TRABALHO

A contribuição desse trabalho é orientada ao desenvolvimento de uma técnica de controle de velocidade aplicada ao motor síncrono de ímãs permanentes PMSMs. Combinando o controlador por modos deslizantes e o observador de distúrbio. Essa técnica de controle considera as incertezas nos parâmetros do modelo matemático da planta e inclui em sua dinâmica as perturbações externas ao processo. A teoria de

Lyapunov comprova a estabilidade do controlador. As vantagens apresentadas por tais técnicas são:

- não é necessário o conhecimento exato da planta;
- utilizando as transformadas de Clark e Park, a análise é consideravelmente simplificada;
- técnica pode ser aplicada tanto na malha de velocidade, quanto de corrente.

Para o desenvolvimento desse trabalho leva-se em consideração trabalhos, nos quais as mesmas técnicas são utilizadas (DENG; WANG; LI; LIU; TAN, 2018; GABBI, 2015; GABBI, 2019; HEZZI, 2019; SUN; YYU; LIU, 2019; VIANNA, 2019; YANG; LI; YU, 2013).

## **2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS**

Considerando os objetivos do trabalho, descritos no Capítulo 1.1, realiza-se então a revisão bibliográfica sobre o tipo de motor e controle escolhidos. Tal processo busca apresentar uma sustentação teórica do conceito técnico a ser estudado, sintetizando o que já foi publicado na comunidade acadêmica e apresentando uma visão ampla do tema. Tem-se então uma fundamentação em fatos para a realização desse trabalho de conclusão. As informações apresentadas nos tópicos a seguir.

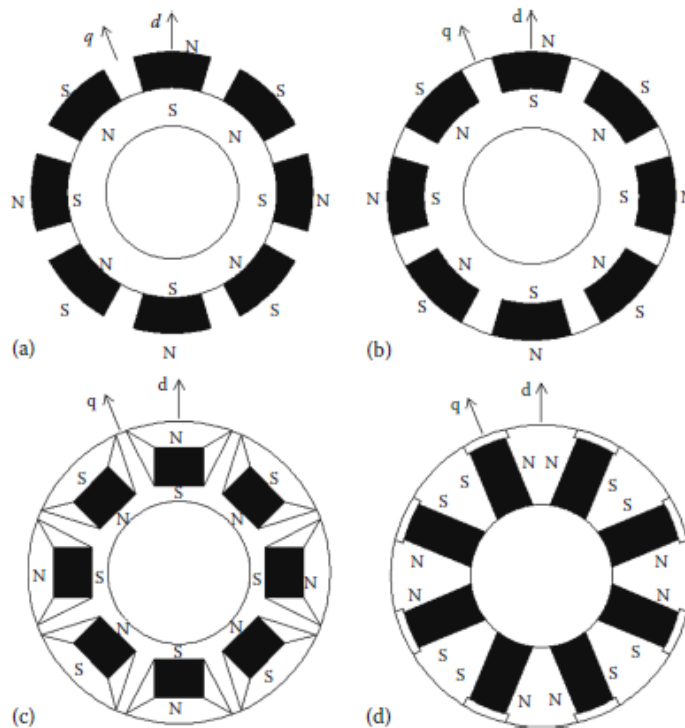
### **2.2. MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES**

Na década de 1950, iniciou-se a introdução de materiais magnéticos no desenvolvimento de máquinas elétricas, gerando assim um progresso rápido e considerável desse tipo de material. Abre-se então a possibilidade de desenvolver máquinas menores, pois os enrolamentos de campo passam a serem substituídos por ímãs permanentes, com o circuito de armadura localizado no estator da máquina e o circuito de campo localizado no rotor (KRISHNAN, 2009). De acordo com Gieras (2010), o uso de ímãs permanentes na construção de máquinas elétricas apresenta os seguintes benefícios:

- com o fluxo fornecido pelos ímãs permanentes no rotor, não há perdas de excitação, o que significa aumento substancial na eficiência;
- densidade de potência e/ou densidade de conjugado mais alta do que ao usar excitação eletromagnética;
- maior densidade de fluxo magnético no entreferro;
- redução de preços para alguns tipos de máquinas.

Um fator importante ao tratar desse tipo de máquina é a disposição na qual os ímãs são colocados no rotor. Dependendo do modo no qual são postos, é apresentada uma diferença entre os valores de indutância dos eixos direto e em quadratura (KRISHNAN, 2009). A disposição dos ímãs no rotor pode ser realizada de diversas maneiras, como mostra a Figura 3.

Figura 3 - Classificação dos Motores Conforme Disposição dos Ímãs no Rotor (a) Montados na Superfície do Rotor (b) Inseridos na Superfície do Rotor (c)(d) Internos no Rotor.

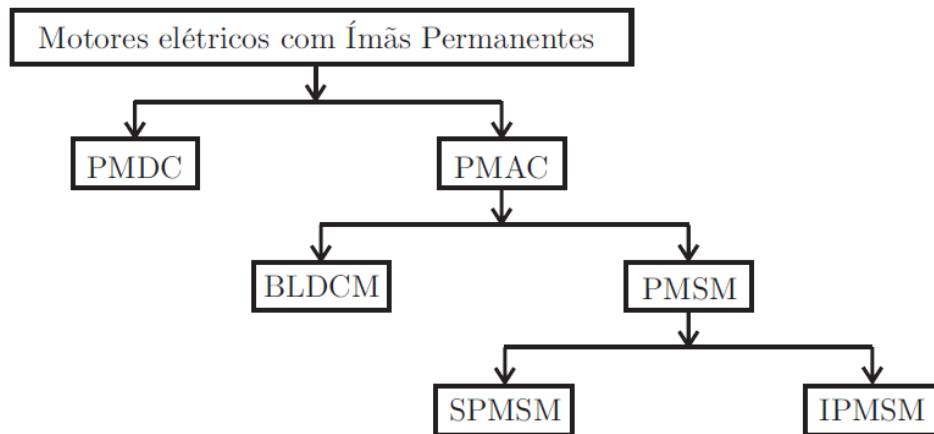


Fonte: Krishnan (2009)

O rotor com ímãs montados na superfície do rotor, conforme Figura 3(a), não opera em altas velocidades, pois os ímãs ficam sujeitos a forças centrífugas que aumentam com a velocidade de rotação, que pode causar danos. Esse método de disposição dos ímãs permite construir um rotor oco, reduzindo o momento de inércia e peso da máquina. Considerando a permeabilidade magnética dos ímãs ser próxima da do ar, tem-se baixa variação de relutância sendo possível desprezar o conjugado de relutância dessa máquina (CASTRO, 2017). Apresentado pela Figura 3(b), o motor com ímãs inseridos na superfície do rotor, proporciona a operação em maiores velocidades, pois não estão sujeitos a forças centrífugas que causem danos aos ímãs uma vez que eles estão inseridos no rotor. Outro ponto a se destacar é a diferença entre as indutâncias nos eixos em quadratura e eixo direto, pois com os ímãs inseridos na superfície aumenta-se a variação de relutância (GABBI, 2015). O rotor com ímãs internos, apresentado na Figura 3 (c)(d), é aplicado em sistemas que exigem alta velocidade de rotação, seguindo a mesma analogia feita nos casos anteriores. A diferença entre as indutâncias de eixo em quadratura e de eixo direto torna-se mais significativa ainda. Com isso é gerado um conjugado de relutância considerável o qual não pode ser desprezado, pois possibilita o enfraquecimento de fluxo (GABBI, 2015).

Os motores elétricos de ímãs permanentes podem ser classificados também pelo método de excitação no qual são submetidos, conforme a Figura 4. Sejam eles motores de corrente contínua com ímãs permanentes, PMDC (do inglês, *Permanent Magnet Direct Current*) ou motores de corrente alternada com ímãs permanentes, PMAC (do inglês, *Permanent Magnet Alternating Current*).

Figura 4 - Classificação dos Motores Conforme Método de Excitação.



Fonte: Gabbi (2019)

Motores de corrente contínua (PMDC) são uma solução barata para sistemas de acionamento de velocidade variável. Apresentam grande semelhança aos motores com comutação CC, sendo a única diferença os ímãs no lugar do enrolamento de campo. O comutador e as escovas ainda estão presentes na composição do motor, dessa forma apresentam os problemas associados aos motores convencionais, como o desgaste (GABBI, 2019). O controle de acionamento do motor é simples e o mesmo sistema de controle pode satisfazer as necessidades da maioria das aplicações.

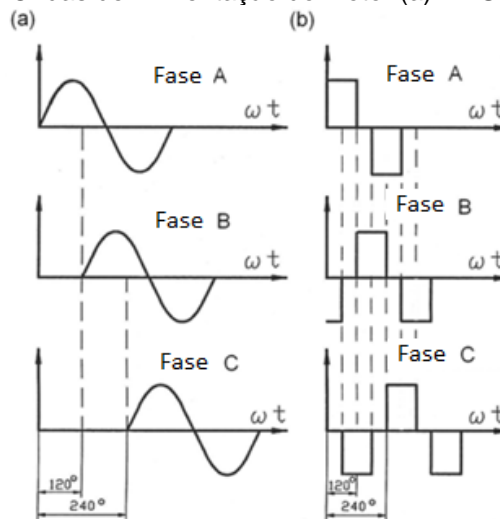
O motor de corrente alternada (PMAC) é um motor síncrono onde o campo é gerado pelos ímãs permanentes colocados no rotor. Ao contrário do caso anterior, neste motor as escovas e o comutador não existem. O PMAC pode ser classificado em trapezoidal ou senoidal (GABBI, 2019).

Motores senoidais ou PMSM (do inglês, *Permanent Magnet Synchronous Motor*) são alimentados com formas de onda sinusoidais trifásicas, conforme Figura 5(a), e operam no princípio de um campo magnético giratório. Os modelos mais utilizados são do tipo montados na superfície do rotor ou ímãs internos no rotor. Um fato a se destacar nesse caso, é que para a obtenção da corrente senoidal é necessário um sincronismo entre os sinais de comando da fonte de alimentação e da

posição do rotor, a informação da posição do rotor precisa ser instantânea para a comutação da fonte, assim é necessário um sensor de posição de alta resolução. (GABBI, 2015).

Os motores de onda trapezoidal ou BLDCM (do inglês, *Brushless DC Motors*), conhecidos como motores de corrente contínua sem escovas, são alimentados com formas de onda trifásicas retangulares ou trapezoidais, conforme Figura 5(b). Tal forma é produzida quando a corrente de armadura é precisamente sincronizada com a posição instantânea do rotor e frequência (GIERAS, 2010). Considerando-se a velocidade do rotor constante, as formas de onda das tensões induzidas em cada bobina terão as tensões defasadas entre si de  $120^\circ$  elétricos. Diferentemente do PMSM, o BLDCM necessita de um sincronismo que esta acionado a cada  $60^\circ$  graus elétricos, não necessitando então de um sensor de alta precisão, o que acaba por ser uma vantagem em relação ao PMSM. Porém uma desvantagem é a produção das oscilações de conjugado e o *cogging* conjugado (conjugado de relutância produzido pela interação entra os dentes do estator e as bordas dos ímãs no rotor), o que destinam o BLDCM para aplicações de servo acionamento de baixa precisão. (GABBI, 2015).

Figura 5 - Formas de Ondas de Alimentação do Motor (a) PMSM (b) BLDCM.



Fonte: Gieras (2010)

### 2.3. ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

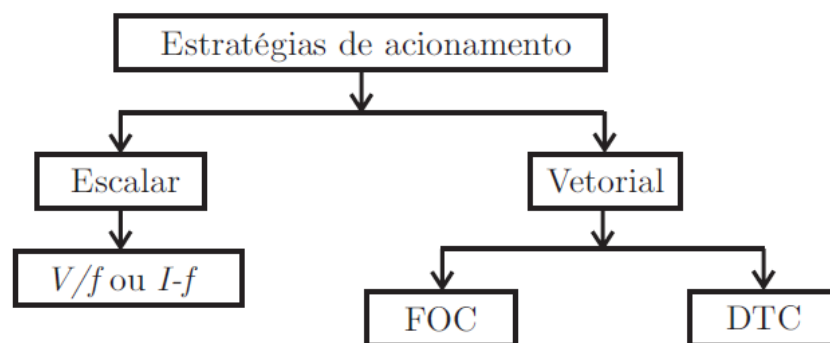
Considerando que os motores de indução eram mais populares na década de 1970, sendo mais robustos e com a manutenção e custo menores que os motores

CC, tinham-se as atenções de desenvolvimento voltadas para tal tipo de motor. Assim, grande parte das tecnologias de acionamento e controle de alto desempenho nessa época eram para motores de indução. Porém, com o surgimento dos motores síncronos de imãs permanentes, aliado ao desenvolvimento de tecnologia para a fabricação de imãs com terras raras, tornando esses motores economicamente viáveis e construtivamente flexíveis à aplicação em motores elétricos, começam a tomar espaço pesquisas relacionadas a acionamento e controle desses motores (BARATIERI, 2015; GABBI, 2019; HEZZI et al., 2019; KIM; KIM, 2018; SUN; YU; LIU, 2019; VIANNA, 2019).

Visando simplificar as análises de máquinas síncronas, desenvolveram-se técnicas nas quais utiliza-se um referencial em rotação com o rotor. Para tais análises, as correntes e tensões da armadura são transformadas em dois conjuntos ortogonais de variáveis. Eixo direto, um conjunto alinhado com o eixo magnético do enrolamento de campo. Eixo em quadratura, alinhado a  $90^\circ$  elétricos do eixo magnético do rotor (HOMRICH, 2016).

Pode-se classificar essas técnicas em duas classes basicamente: a estratégia escalar e a vetorial, conforme Figura 6. O acionamento escalar pode aplicar técnicas de malha aberta e malha fechada de corrente, e o acionamento vetorial técnicas de malha fechada (GABBI, 2019).

Figura 6 - Classificação de Controladores para Acionamento dos Motores.



Fonte: Gabbi (2019)

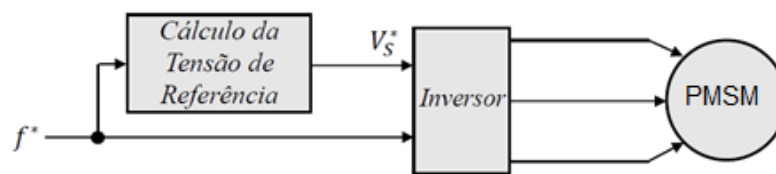
### 2.3.1. Controle Escalar

O controle escalar é um método de controle relativamente simples, por poder operar em malha aberta e não necessitar informação de posição do rotor, onde a tensão de saída do controlador é proporcional ao comando de frequência setado na



entrada (KIM; KIM, 2018). Entretanto, existem desvantagens na utilização desse método, pois tal não garante a proteção contra sobrecorrentes e apresenta instabilidades na região de alta velocidade (VIANNA, 2019) ou em condições de mudança de carga (GABBI, 2019). Por tais razões, o controle escalar pode ser utilizado em aplicações que não necessitem de resposta dinâmica rápida como ventiladores e bombas d'água. A Figura 7 exibe o diagrama de blocos simplificado do controle escalar convencional (VIANNA, 2019).

Figura 7 - Diagrama de Blocos para Controle Escalar.



Fonte: Adaptado de Vianna (2019)

Dentre as técnicas de controle escalar, pode-se destacar a técnica de controle  $V/f$ , método que controla o conjugado de saída sob um fluxo de entreferro constante (KIM; KIM, 2018). A amplitude e o ângulo de fase do vetor de tensão são dados como referência de entrada do sistema de controle, ou seja, o conhecimento da posição do rotor não é necessário. Tendo em vista as limitações de instabilidade já mencionadas para esse tipo de técnica, são necessários laços estabilizadores para suprir distúrbios de conjugado e velocidade (GABBI, 2019).

Em Tang et al. (2016), laços de estabilização são projetados a partir do erro de corrente  $i_d$  para, ao invés de realizar uma correção por meio da modulação de frequência, a referência do ângulo de fase do vetor de tensão seja corrigida rapidamente. Além disso, um bloco é implementado para otimizar a eficiência de geração de conjugado, MTPA (*Maximum Torque Per Ampere*). Dado que nenhum sensor de posição é necessário, também é uma alternativa ideal para *drives* de velocidade variável de baixo custo. Em KIM et al (2018), é proposto um controle  $V/f$  *sensorless* que permite a operação MTPA, que pode ser realizado por um algoritmo simples usando um único controlador PI baseado na corrente do eixo direto. Visando aplicações de uso geral que não requerem alto desempenho, é importante operar com configurações de sistema baratas e algoritmos simples.

Vale destacar ainda o método  $I-f$ , um tanto quanto semelhante ao método  $V/f$ . Nesse caso a corrente, ao invés da tensão, no controle é especificada e mantida constante em um referencial síncrono arbitrário (GABBI, 2019).

### 2.3.2. Controle Vetorial

O controle vetorial é um método que explora a amplitude das grandezas da máquina, a fase e a relação vetorial entre estas grandezas, tornando-o mais robusto que o método escalar previamente apresentado (VIANNA, 2019). Dentre as técnicas baseadas no controle vetorial podem ser destacadas: o controle direto de conjugado (*Direct Torque Control* – DTC), o controle por orientação de campo direto (*Direct Field Oriented Control* – DFOC) e o controle por orientação de campo indireto (*Indirect Field Oriented Control* – IFOC)

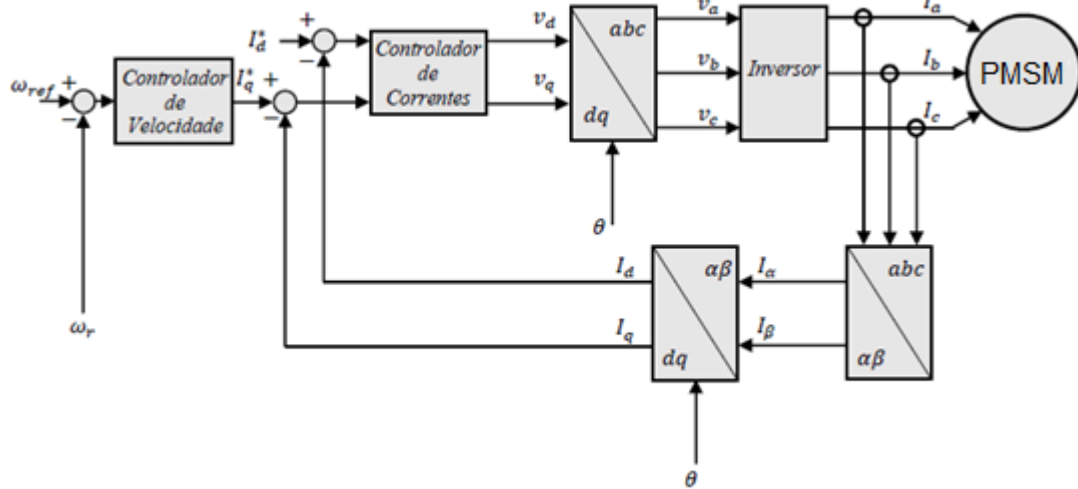
O DTC opera vetores espaciais de tensão estatórica controlando o conjugado e o fluxo do motor a partir da comparação dos valores desejados com os valores estimados por medições de tensão e corrente (GABBI, 2019; VIANNA, 2019). Tal estratégia vem sendo amplamente utilizado em aplicações como servo *drives*, turbinas eólicas e veículos elétricos por apresentar vantagens como estrutura simples, menor dependência dos parâmetros do sistema, não necessidade de transformação de coordenadas, respostas de controle rápidas. Em contraponto, apresenta desvantagens como, alta ondulação de conjugado e corrente (*ripple*), alta ondulação no fluxo estatórico resultando numa eficiência reduzida, alto nível de ruído em baixas velocidades e frequências de comutação variáveis que podem levar a uma menor vida útil do sistema. (GABBI, 2019).

Outro método de controle vetorial é o FOC. Nesse controle o sistema trifásico variante no tempo é transformado em um sistema com duas componentes CC. Para realizar essa transformação, utilizam-se as transformações de Clarke e Park, dessa maneira o vetor de fluxo rotórico é alinhado com o eixo direto do referencial síncrono, e pode-se desacoplar a corrente estatórica em duas componentes (VIANNA, 2019). O sistema apresenta duas malhas de controle, onde a malha de velocidade/posição é disposta em cascata em torno da malha de conjugado. Este método possui uma rápida resposta de conjugado e controle de velocidade preciso. Aplica-se tal metodologia em casos que necessitam acionamento com alto desempenho. (GABBI, 2019).

É possível subdividir o FOC em dois casos separados, DFOC e IFOC. A principal diferença entre o método DFOC e o método IFOC verifica-se no controlador utilizado. DFOC, o fluxo magnético e o conjugado são controlados diretamente, utilizando-se controladores de fluxo e conjugado. IFOC, o controle das variáveis citadas é realizado por meio das componentes desacopladas de corrente estatórica, de eixo direto e em quadratura (VIANNA, 2019).

Nesse trabalho, as atenções estarão voltadas na técnica de controle IFOC. Nessa metodologia, uma malha interna de controle das correntes e uma malha externa de controle de velocidade são empregadas. O controlador de velocidade gera o valor de referência da corrente de eixo em quadratura ( $i_q$ ), enquanto o valor de referência da corrente de eixo direto ( $i_d$ ) é nulo. Isso ocorre, pois, o campo gerado a partir de  $i_d$  está alinhado com o campo do rotor, não gerando conjugado. Já o campo gerado a partir de  $i_q$  está ortogonal ao do rotor, gerando conjugado. Assim, quando consideramos motores com polos não-salientes ( $L_d \approx L_q$ ), para casos de máxima eficiência, tem-se que  $i_d$  é nulo. Os controladores de correntes geram valores de tensão de eixo direto e em quadratura que são transformados para o referencial da máquina a partir de uma transformada inversa de Park. Em aplicações práticas, estas tensões no referencial da máquina acionam as chaves semicondutoras do inversor que alimenta o motor. Dessa forma, para implementar tal técnica são necessários apenas valores de corrente, tensão e velocidade da máquina. Na literatura é possível encontrar diferentes tipos de controladores empregados nesta técnica de controle, dentre eles o controlador por modos deslizantes (*Sliding Mode Controller* - SMC) (VIANNA, 2019). A Figura 8 exibe um diagrama de blocos que representa o controle por orientação de campo indireto.

Figura 8 - Diagrama de Blocos para Controle por Orientação de Campo Indireto.



Fonte: Adaptado de Vianna (2019)

### 2.3.3. Controle por Modos Deslizantes e Observadores de Distúrbios

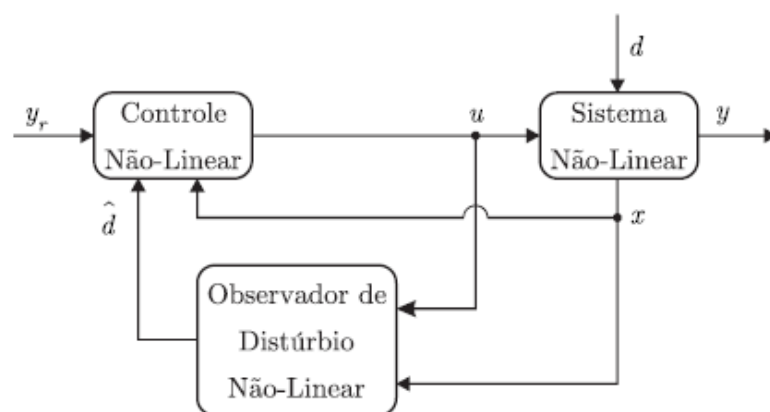
O controle por modos deslizantes é uma das principais técnicas de estudo de controle de sistemas. Tal reconhecimento deve-se as diversas vantagens apresentadas como rejeição de ruídos ou distúrbios externos, baixa sensibilidade às variações e perturbações dos parâmetros da planta, possibilidade de linearização e desacoplamento do sistema em componentes parciais independentes de menor dimensão, reduzindo a complexidade do projeto de *feedback*. Dessa forma, torna-se atrativo para aplicações industriais, uma vez que apresenta um bom desempenho quando aplicado ao controle de sistemas incertos (GABBI, 2019; VIANNA, 2019). O nome origina-se do fato da possibilidade de gerar leis de controle descontínuas que levam as trajetórias do sistema a deslizar sobre uma superfície previamente definida (VIANNA, 2019). Porém, essa técnica possui como desvantagem o efeito de *chattering*, ou seja, a presença de ruídos na estimação de fluxo e conjugado da máquina. Tal efeito tem como consequência vibrações mecânicas, as quais podem diminuir tanto a precisão do controlador, quanto a vida útil do motor. (VIANNA, 2019). O controle por modo deslizante provou ser aplicável em diversas situações como acionamentos elétricos e geradores, controle de processos e veículos elétricos.

Em (SUN; YU; LIU, 2019) é feita uma associação do controle por modos deslizantes com o método adaptativo *Backstepping* visando fazer com que o sistema permaneça estável na origem, quando o sistema se aproxima da superfície do modo deslizante e suprime a vibração de maneira eficaz. Assim é realizado o controle de velocidade, além de reduzir os ruídos advindos do *chattering*. O *Backstepping* é uma

técnica recursiva que permite construir leis de controle de realimentação a partir de funções Lyapunov, apresenta vantagens na melhoria do desempenho de sistemas de controle com a solução de problemas de sistemas lineares e não lineares.

Em Yang, Li e Yu (2013) o método de controle por modos deslizantes é associado a um observador de distúrbios, visando reduzir o problema de vibração e manter seu desempenho de controle nominal. Tal ganho é realizado através do projeto de uma nova superfície de deslizamento com base na estimativa de perturbação, os estados do sistema podem ser conduzidos ao equilíbrio desejado assintoticamente, mesmo na presença de perturbação incompatível. E então, uma lei de controle descontínua com ganho de chaveamento de alta frequência é projetada para forçar os estados iniciais a alcançarem a superfície deslizante projetada. Com essa combinação destacam-se duas vantagens. O primeiro, visando a redução de problemas gerados a partir de vibrações, é o ganho de comutação de alta frequência na lei de controle proposta só precisa ser projetado maior do que o limite do erro de estimativa de perturbação. O segundo é que considerando que o observador de distúrbios serve como parte da lei de controle não causando quaisquer efeitos adversos no sistema na ausência de incertezas. A Figura 9 apresenta o diagrama de blocos para o controle de sistemas não lineares baseado em observador de distúrbio.

Figura 9 - Diagrama de Blocos para o Controle de Sistemas Não Lineares Baseado em Observador de Distúrbio.



Fonte: Gabbi (2015)

Os distúrbios externos podem degradar o desempenho de controle do controlador da malha de velocidade. Para resolver esses problemas, o projeto do controlador baseado no observador de distúrbio pode ser utilizado para melhorar o desempenho do controle do sistema, devido à sua habilidade em lidar com

perturbações externas e melhorar a robustez do sistema em malha fechada. A técnica de Observadores de Distúrbio (OD) foi apresentada originalmente por Ohnishi (1987) (GABBI, 2015). Muitas pesquisas têm mostrado que os observadores de perturbações associados a técnica de modo deslizante podem alcançar o desempenho de estimativa desejado. Dessa forma, o observador de perturbação pode ser usado para selecionar um valor menor para o ganho de chaveamento e disponibilizar uma alta capacidade de anti-perturbação para o sistema (DENG et al, 2018).

### **3. MODELAGEM MATEMÁTICA DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES**

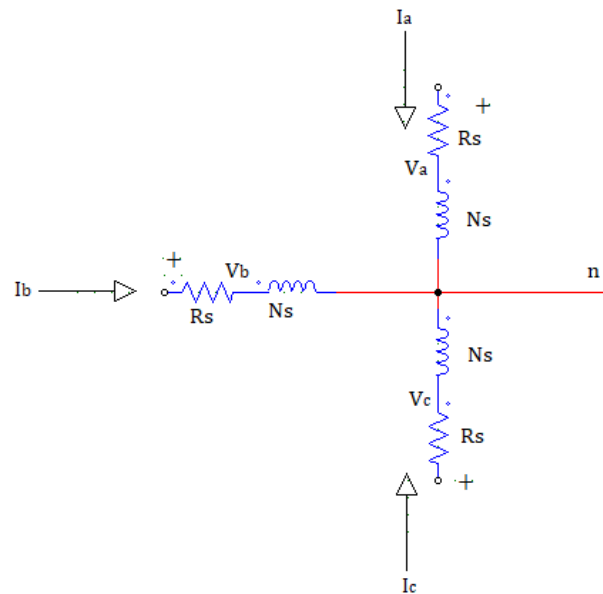
Este capítulo apresenta as características construtivas e o desenvolvimento do modelo matemático do motor síncrono de ímãs permanentes. Será abordado o motor síncrono de ímãs permanentes com a força contra eletromotriz (FCEM) na forma senoidal, apresentando a definição das características do motor em relação a sua FCEM e os principais tipos de ímãs utilizados na confecção do motor, com apresentação das suas vantagens e desvantagens.

No que tange a apresentação do modelo dinâmico do motor síncrono de ímãs permanentes, serão apresentadas algumas considerações iniciais para a obtenção deste modelo. Assim serão apresentadas as transformações de Clark ( $\alpha\beta$ ) e de Park ( $dq$ ), tendo em vista a necessidade das transformações, uma vez que o modelo trifásico convencional apresenta grandezas estatóricas em um referencial estacionário enquanto as variáveis rotóricas estão em um referencial girante, conseqüentemente as indutâncias estatóricas apresentam uma dependência temporal. Essa dependência temporal aumenta consideravelmente a complexidade das análises necessárias. Assim, o modelo em coordenadas síncronas é fundamental para aplicação das técnicas de controle. Após a apresentação das transformações, será descrita a modelagem matemática do motor em estudo.

#### **3.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS**

Será considerado um motor síncrono de ímãs permanentes trifásico com dois polos no rotor, enrolamentos do estator conectados em estrela, indutâncias de eixo direto e sem polos salientes, a Figura 10 exhibe o circuito elétrico que representa o estator da máquina.

Figura 10 - Representação do Circuito Elétrico Estatórico



Fonte: Autor

### 3.1.1. Força Contra-Eletromotriz

Dentre os principais aspectos dos motores, pode-se destacar o tipo de alimentação, o qual depende da forma da FCEM característica de cada motor que por sua vez depende de aspectos construtivos e do tipo de orientação dos ímãs do motor. Os motores PMSM possuem ímãs permanentes no rotor e requerem uma corrente estatórica alternada para a produção de um conjugado constante.

Para obter um conjugado constante, o PMSM necessita de correntes estatóricas senoidais gerando uma força contra eletromotriz senoidal. Tal força é semelhante as produzidas nos motores assíncronos e nos motores síncronos convencionais.

Para a obtenção da corrente senoidal é necessário um sincronismo entre os sinais de comando da fonte de alimentação e da posição do rotor, a informação da posição do rotor precisa ser instantânea para a comutação da fonte, assim é necessário um sensor de posição de alta resolução (*encoders* ou *resolvers*) (GABBI, 2015).

### 3.1.2. Ímãs Permanentes

A utilização de ímãs permanentes, permite um aumento na eficiência do motor devido à redução das perdas de excitação e perdas Joule no rotor, aumento da densidade de energia, redução do volume físico, elevação do fator de potência da



máquina e melhor resposta dinâmica em comparação com os motores de indução, entre outras vantagens (GIERAS; WING, 2002).

Os ímãs podem ser produzidos em qualquer formato ou tamanho, bem como através de composições de vários ímãs de modo a se obter uma distribuição de fluxo magnético adequado ao projeto do motor. Além disso, define-se o rotor, projetando para ímãs de superfície, inseridos ou internos. (BARATIERI, 2010).

Existem várias ligas compostas com esses materiais que estão disponíveis como ímãs permanentes aplicáveis a motores elétricos tais como: alnico-5, ferrite, samário-cobalto e neodímio-ferro-boro. Ligas essas que apresentam diferentes propriedades intrínsecas devido a composição e ao tratamento que recebem durante a fabricação (BARATIERI, 2010). Abaixo serão descritos exemplos de ligas para os ímãs permanentes:

- Alnico

Essa liga apresenta indução residual elevada, dureza, excelente estabilidade de temperatura e baixa força coercitiva. Os ímãs de alnico possuem também a característica de serem muito usados em equipamentos que podem esquentar, por possuir resistência térmica e à oxidação. Porém, a coercitividade do material é baixa e a curva de desmagnetização é não-linear, o que proporciona a fácil magnetização e desmagnetização deste material (IMÃTEC, 2021).

- Ferrite

Fáceis de fabricar e apresentam baixo custo de produção. A sua principal vantagem é a grande densidade de fluxo magnético em comparação com as pequenas forças de magnetização aplicadas sobre ele. O ferrite apresenta uma força coerciva maior que o alnico, mas possui uma baixa densidade de fluxo magnético. Por possuir uma alta resistência elétrica, apresenta uma redução nas perdas por correntes parasitas (GIERAS; WING, 2002).

- Neodímio - Ferro - Boro (NdFeB)

Trata-se do tipo com maior produto energético disponível no mercado e são fabricados em uma ampla variedade de formas, tamanhos e qualidades. Este ímã possui alta densidade de energia, maior remanescência e uma coercitividade muito boa. Devido a sua alta densidade de energia o peso do motor é reduzido. Uma desvantagem é relacionada ao seu baixo serviço de temperatura (150°) e a

susceptibilidade à oxidação quando não protegido por um revestimento (GABBI, 2015).

### 3.1.3. Rotor

O tipo de rotor não altera o princípio de operação do motor, porém a sua forma construtiva irá determinar a diferença entre as indutâncias dos eixos em quadratura e de eixo direto além das variações no conjugado de relutância. Casos onde os ímãs são inseridos na superfície do rotor a diferença entre as indutâncias nos eixos em quadratura e eixo direto não é desprezada. Com ímãs internos no rotor, a diferença entre as indutâncias de eixo em quadratura e de eixo direto é muito significativa. O aumento da variação de relutância gera um conjugado de relutância considerável que deve ser considerado no projeto de acionamento. Já em ímãs montados na superfície do motor, a diferença de indutâncias no eixo em quadratura e eixo direto é desprezível nesta configuração, pois com os ímãs alocados na superfície uma alta densidade de fluxo magnético é fornecida no entreferro, o que proporciona a redução na variação de relutância (GABBI, 2015).

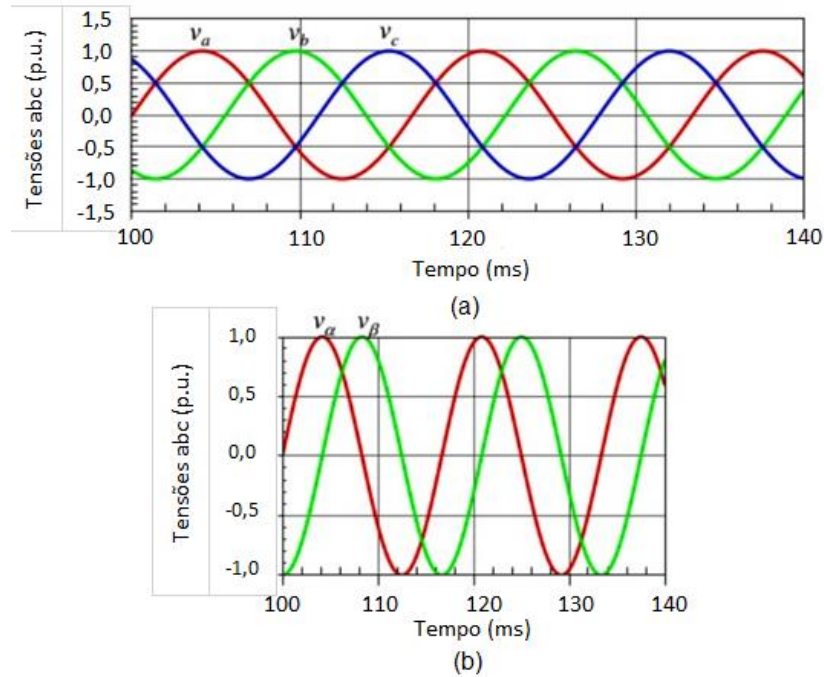
## 3.2. TRANSFORMADA DE CLARKE E PARK

Como os modelos matemáticos utilizados para a representação de um PMSM são compostos por equações que modelam o comportamento dinâmico do motor, fica-se sujeito ao acoplamento eletromagnético presente na máquina. Assim, o modelo trifásico convencional não é adequado para o uso em controle, uma vez que as grandezas de estator estão referidas em um referencial estacionário, enquanto que as grandezas de rotor a um referencial girante com a mesma velocidade do rotor. Este fato faz com que as indutâncias apresentem dependência temporal, o que torna complexa a resolução das equações dinâmicas.

Com o uso das transformações adequadas, torna-se possível a conversão de todo o sistema dinâmico em um referencial de eixos girantes na velocidade do rotor. Dessa forma obtém-se modelos que apresentam o mesmo comportamento das equações originais, mas sendo de mais simples interpretação. Este modelo será obtido no referencial síncrono  $dq$ .

Visando transformar o modelo de tensões trifásicas do motor em um sistema bifásico equilibrado, é aplicada a transformada de Clarke ( $\alpha\beta$ ). A Figura 11 apresenta a transformação.

Figura 11 - Transformada de Clarke: (a) Representação  $abc$ ; (b) Representação  $\alpha\beta$



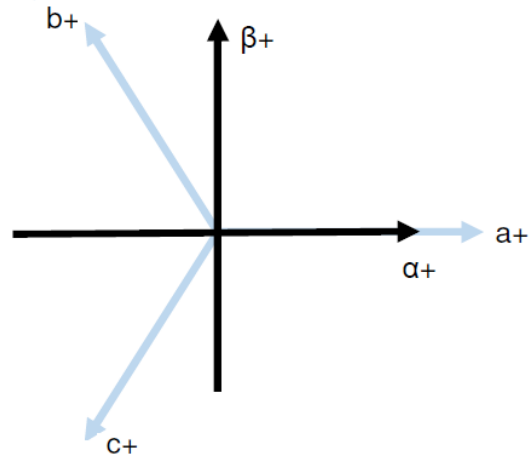
Fonte: Autor

A transformação de Clarke é dada a partir de um referencial estacionário, com os eixos denominados  $\alpha\beta 0$ . A equação (1) exibe matriz de transformação e a equação (2) a transformação de Clarke invariante em potência, sendo  $abc$  o referencial das variáveis de uma máquina trifásica qualquer com as fases defasadas de 120° entre elas, ou seja, um sistema equilibrado (VIANNA, 2015). A Figura 12 demonstra a representação vetorial dessa transformação.

$$K_{\alpha\beta 0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

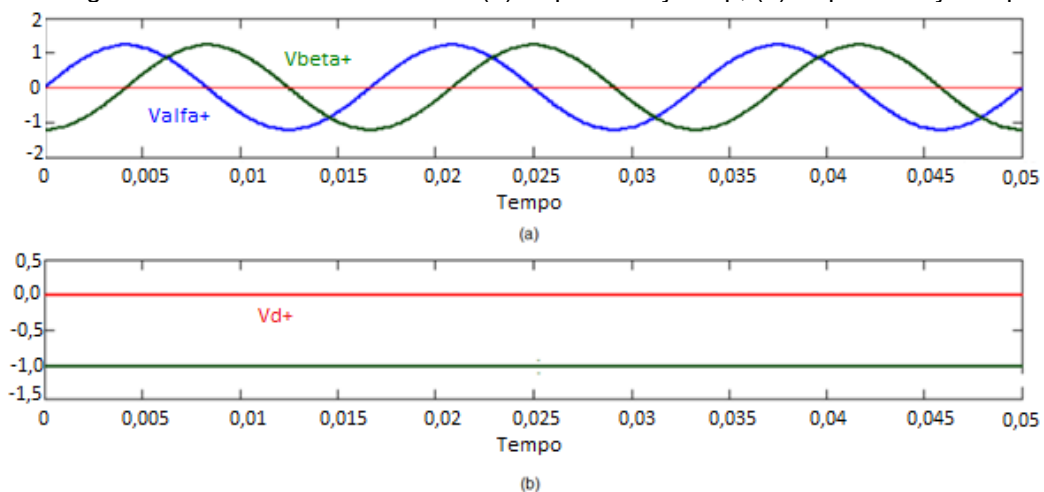
$$\begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} = K_{\alpha\beta 0} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (2)$$

Figura 12 - Representação Vetorial da Transformada de Clarke



Fonte: Autor

Com a obtenção do modelo em coordenadas  $\alpha\beta$  é aplicada a transformada de Park ( $dq$ ), no qual é obtido um modelo com as grandezas em um mesmo referencial, no caso referencial síncrono. Assim, eliminando o acoplamento entre as indutâncias do estator e a variação temporal das indutâncias do estator e rotor. (GABBI, 2015), conforme a Figura 13.

Figura 13 - Transformada de Park: (a) Representação  $\alpha\beta$ ; (b) Representação  $dq$ 

Fonte: Autor

Na transformação de Park o referencial utilizado é síncrono, com os eixos denominados  $dq0$ . A escolha da posição requer apenas que o eixo direto ( $d$ ) esteja defasado  $\theta$  graus positivos do eixo  $\alpha$  ou do eixo  $a$ , considerando que ambos estejam

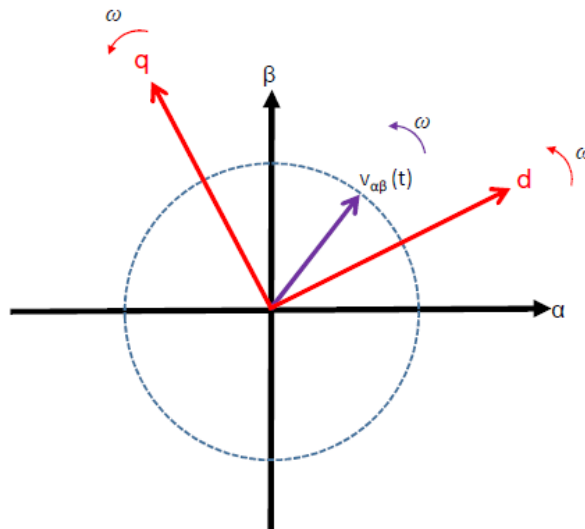
posicionados na referência de zero graus. A equação (3) descreve a matriz de transformação e a equação (4) a transformada de Park.

$$K_{dq0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = K_{dq0} \begin{bmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Em um sistema equilibrado, a componente 0 será nula, o que resulta em um sistema bifásico com as componentes  $d$  e  $q$  defasadas de  $90^\circ$ . Esta consideração é utilizada na obtenção do modelo matemático do PMSM. (VIANNA, 2015). A Figura 14 demonstra a representação vetorial dessa transformação.

Figura 14 - Representação Vetorial da Transformada de Park



Fonte: Autor

### 3.3. MODELO MATEMÁTICO

Esta seção apresenta o modelo dinâmico do PMSM, o qual descreve o comportamento eletromecânico do mesmo. Apresenta-se a modelagem elétrica do PMSM em sua forma trifásica original e na forma referência em eixos síncronos  $dq$ .

### 3.3.1. Representação em Coordenadas abc

Considerando o motor apresentado na Figura 10, aplicando-se leis de Kirchhoff, obtém-se a representação matemática em coordenadas *abc*.

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ca} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi^r_a \\ \phi^r_b \\ \phi^r_c \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que  $v_{sa}, v_{sb}$  e  $v_{sc}$  representam as tensões estatórica de fase,  $i_{sa}, i_{sb}$  e  $i_{sc}$  as correntes estatóricas de fase,  $\phi_{sa}, \phi_{sb}$  e  $\phi_{sc}$  os fluxos estatóricos,  $L_a, L_b$  e  $L_c$  as indutâncias estatóricas,  $M_{ab}, M_{bc}$  e  $M_{ac}$  as indutâncias mútuas entre as fases,  $R_s$  as resistências estatóricas e  $\phi^r_a, \phi^r_b$  e  $\phi^r_c$  fluxo concatenado do rotor para as fases. As indutâncias apresentadas dependem da variação temporal do ângulo elétrico  $\theta_e$ , nas correntes, tensões e fluxos estatóricos, conforme apresentado:

$$L_a = L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e + \frac{\pi}{2} \right) \quad (7)$$

$$L_b = L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e - \frac{\pi}{6} \right) \quad (8)$$

$$L_c = L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e + \frac{\pi}{6} \right) \quad (9)$$

$$M_{ab} = -\frac{1}{2} L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e + \frac{\pi}{6} \right) \quad (10)$$

$$M_{ac} = -\frac{1}{2} L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e - \frac{\pi}{6} \right) \quad (11)$$

$$M_{bc} = -\frac{1}{2} L_s + L_m \cos 2 \left( \theta_e - \frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

em que  $L_s$  e  $L_m$  são parâmetros dependentes das permeabilidade do vácuo, das dimensões internas do estator, do número de espiras dos enrolamentos e do entreferro do motor. Se o entreferro for considerado, o motor será de polos não salientes e assim  $L_m = 0$ , já no caso deste ser uma função periódica o motor será de polos salientes e  $L_m \neq 0$  (GABBI, 2015). Os fluxos magnéticos  $\phi^r_a, \phi^r_b$  e  $\phi^r_c$  são funções senoidais e podem sendo expressas por:

$$\phi_a^r = \phi_{srm} \cos(\theta_e) \quad (13)$$

$$\phi_b^r = \phi_{srm} \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (14)$$

$$\phi_c^r = \phi_{srm} \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (15)$$

em que  $\phi_{srm}$  é o fluxo magnético dos ímãs máximo nas fases do estator.

A relação entre a velocidade elétrica  $\omega_e$  e a velocidade mecânica  $\omega_r$  do motor é descrita pela equação

$$\omega_e = P \omega_r \quad (16)$$

em que  $P$  é o número de pares de polo.

Conceitualmente, a velocidade é a derivada da posição, desta forma, a equação (17) exhibe a relação entre a posição do rotor, em relação a fase  $a$  do estator, estabelecida como referência, e a velocidade mecânica. A posição é o ângulo mecânica  $\theta_r$ ,

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (17)$$

Relacionando as equações (16) e (17), tem-se que:

$$\frac{d\theta_e}{dt} = P \omega_r \quad (18)$$

O conjugado eletromagnético da máquina,  $T_e$ , no referencial desta, é descrito pela equação

$$T_e = P \frac{\partial W_c}{\partial \theta_e} \quad (19)$$

A energia total presente no estator, denotada por  $W_c$ , dada pela equação

$$W_c = i_{abc}^T L_s i_{abc} + i_{abc}^T \phi_m^r + W_{pm} \quad (20)$$

em que  $W_{pm}$  representa a parcela de energia acoplada no estator devido aos ímãs permanentes.

A relação entre o conjugado eletromagnético da máquina e a velocidade elétrica, dependente dos parâmetros mecânicos da máquina, é descrita por

$$T_e = \frac{J_r}{P} \frac{d\omega_e}{dt} + \frac{B\omega_e}{P} + T_L \quad (21)$$

onde  $B$  denota o coeficiente de atrito viscoso da máquina,  $J_r$  o momento de inercia, e  $T_L$  o conjugado de carga. Utilizando a equação (16) torna-se possível reescrever a equação (21), como apresentado abaixo:

$$T_e = J_r \frac{d\omega_r}{dt} + B\omega_r + T_L \quad (22)$$

### 3.3.2. Representação em Coordenadas $\alpha\beta$

A transformada de Clark é aplicada para que as grandezas como tensão, corrente e fluxos trifásicos sejam convertidas para um sistema de eixos  $\alpha\beta 0$ . A matriz que transforma o eixo trifásico em bifásico, é pela equação (1).

Portanto, para se obter as componentes para tensão, corrente, fluxo estatóricos e fluxo rotórico aplica-se a matriz transformação  $K_{\alpha\beta 0}$  como,

$$v_{\alpha\beta 0} = K_{\alpha\beta 0} v_{abc} \quad (23)$$

$$i_{\alpha\beta 0} = K_{\alpha\beta 0} i_{abc} \quad (24)$$

$$\Phi_{\alpha\beta 0} = K_{\alpha\beta 0} \Phi_{abc} \quad (25)$$

$$\Phi^r_{\alpha\beta 0} = K_{\alpha\beta 0} \Phi^r_{abc} \quad (26)$$

em que os vetores são definidos por

$$X_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

em que  $X$  pode ser substituído por  $v$ ,  $i$ ,  $\Phi$  e  $\Phi^r$ .

Assumindo que o PMSM é um sistema a três fios balanceado e simétrico, então,

$$i_{sa} + i_{sb} + i_{sc} = 0 \quad (28)$$

o que implica que  $i_0 = 0$ , e assim as variáveis do componente de sequência zero podem ser desconsideradas, tendo um sistema bifásico equivalente em coordenadas  $\alpha\beta$ . Logo, o modelo dinâmico da tensão pode ser obtido utilizando a matriz



transformação de Clark (1) em (5) e (6), e desconsiderando a componente de sequência zero, na forma

$$v_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} i_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt} \Phi_{\alpha\beta} \quad (29)$$

$$\Phi_{\alpha\beta} = L_{\alpha\beta} i_{\alpha\beta} + \Phi^r_{\alpha\beta} \quad (30)$$

Como o motor possui polos não salientes, sendo o entreferro uniforme, o parâmetro físico  $L_m$  é nulo (KRISHNAN, 2010). Assim, as indutâncias próprias e mútuas independem da posição rotórica, sendo a matriz de indutância  $L_{\alpha\beta}$  dada por,

$$L_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \quad (31)$$

Então, o comportamento dinâmico das correntes estatóricas em  $\alpha\beta$  pode ser obtido substituindo (30) em (29), resultando em

$$\frac{d}{dt} i_{\alpha\beta} = -\frac{R_s}{L_s} i_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s} v_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s} e_{\alpha\beta} \quad (32)$$

sendo o vetor da força contra eletromotriz

$$e_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\frac{d}{dt} \Phi^r_{\alpha\beta} = e_{\alpha\beta} = \Phi_{srm} \omega_e \begin{bmatrix} -\sin(\theta_e) \\ \cos(\theta_e) \end{bmatrix} \quad (34)$$

em que  $\omega_e$  é a velocidade angular elétrica.

### 3.3.3. Representação em Coordenadas $dq$

Tendo definidas as grandezas físicas do estator de maneira equivalente a uma máquina bifásica, transformadas segundo um referencial bifásico ortogonal estacionário, porém diferente ainda das grandezas do rotor que tem seu referencial girante. Utiliza-se a transformada de Park para serem obtidas por meio dos componentes estacionários, aplicando a matriz de transformação rotacional (3) como,

$$v_{dq} = K_{dq} v_{\alpha\beta} \quad (35)$$

$$i_{dq} = K_{dq} i_{\alpha\beta} \quad (36)$$

$$\Phi_{dq} = K_{dq} \Phi_{\alpha\beta} \quad (37)$$

em que os vetores são definidos por

$$X_{dq} = \begin{bmatrix} X_d \\ X_q \end{bmatrix} \quad (38)$$

em que  $X$  pode ser substituído por  $v$ ,  $i$  e  $\Phi$ .

Assim, o modelo de tensão do PMSM em coordenadas síncronas  $dq$  pode ser obtido a partir da substituição de (35), (36) e (37) em (29) e em (30),

$$v_{dq} = K_{dq} R_{\alpha\beta} K_{dq}^{-1} i_{dq} + \omega_e \left( K_{dq} \frac{dK_{dq}^{-1}}{d\theta_e} \right) \Phi_{dq} + (K_{dq} K_{dq}^{-1}) \frac{d\Phi_{dq}}{dt} \quad (39)$$

$$\Phi_{dq} = K_{dq} L_{\alpha\beta} K_{dq}^{-1} i_{dq} + \Phi_{dq}^r \quad (40)$$

em que  $\Phi_{dq}^r = \begin{bmatrix} \Phi_{srm} \\ 0 \end{bmatrix}$ .

As equações (39) e (40) podem ser simplificadas para

$$v_{dq} = R_{dq} i_{dq} + \omega_e J \Phi_{dq} + \frac{d\Phi_{dq}}{dt} \quad (41)$$

$$\Phi_{dq} = L_{dq} i_{dq} + \Phi_{dq}^r \quad (42)$$

em que a matriz auxiliar  $J$ , a matriz de indutâncias síncronas  $L_{dq}$  e a matriz das resistências  $R_{dq}$  são respectivamente,

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$L_{dq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$R_{dq} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \quad (45)$$

Sendo adotado que  $L_d = L_q$ , as indutâncias do eixos  $d$  e  $q$  equivalem a

$$L_d = L_q = \frac{3}{2} (L_s) \quad (46)$$

sendo grandezas constantes no tempo, se as incertezas paramétricas são desprezadas. Logo, o comportamento dinâmico das correntes síncronas  $dq$  pode ser obtido a partir da substituição de (42) em (41),

$$v_{dq} = \begin{bmatrix} R_s + \frac{dL_d}{dt} & -\omega_e L_q \\ \omega_e L_d & R_s + \frac{dL_q}{dt} \end{bmatrix} i_{dq} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \Phi_{srm} \end{bmatrix} \quad (47)$$

Isolando os termos diferenciais das correntes,

$$\frac{di_{dq}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} i_{dq} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} v_{dq} - \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \frac{\Phi_{srm}}{L_d} \end{bmatrix} \quad (48)$$

Analisando o modelo dinâmico elétrico do PMSM no referencial síncrono  $dq$ , dado pela equação (48), observa-se que existe uma simetria entre as equações das correntes  $i_d$  e  $i_q$ . Mesmo que esse tipo de motor apresente ímãs no rotor ao invés de enrolamentos, como acontece nos motores síncronos convencionais. A configuração elétrica dos enrolamentos estáticos do PMSM pode ser considerada semelhante ou até mesmo idêntica àquela encontrada nos motores síncronos convencionais. Não sendo necessária uma modelagem dinâmica elétrica do rotor (OLIVEIRA, 2011).

Sabendo que a potência de saída do motor é definida pelo produto da velocidade mecânica pelo conjugado eletromagnético, e que a potência de entrada é obtida pelo somatório da potência elétrica das três componentes do referencial síncrono, sendo a potência elétrica o produto da tensão pela corrente, pode-se escrever a equação (49),

$$T_e \omega_r = \frac{3}{2} (v_d i_d + v_q i_q) \quad (49)$$

Considerando a equação matricial de tensão,

$$v_{dq} = R_{dq} i_{dq} + \omega_e J \Phi_{dq} + \frac{d\Phi_{dq}}{dt} \quad (50)$$

e aplicando (50) em (49), tem-se a equação (51),

$$T_e \omega_r = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) + \frac{3}{2} P \omega_r (\Phi_d i_q - \Phi_q i_d) + \frac{3}{2} (i_d \frac{d\Phi_q}{dt} + i_q \frac{d\Phi_d}{dt}) \quad (51)$$

O primeiro termo de (51) representa as perdas ôhmicas nos enrolamentos do estator, enquanto que o último termo representa a variação de fluxo magnético. Reescrevendo (51), obtém-se (52), que relaciona o conjugado eletromagnético com as variáveis do estator no referencial síncrono  $dq$ .

$$T_e = \frac{3}{2} P (\Phi_d i_q - \Phi_q i_d) \quad (52)$$

Consideram-se as equações para os fluxos magnéticos no referencial síncrono,

$$\Phi_{dq} = L_{dq}i_{dq} + \Phi^r_{dq} \quad (53)$$

$$\Phi^r_{dq} = \begin{bmatrix} \Phi_{srm} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\Phi_d = L_d i_d + \Phi_{srm} \quad (55)$$

$$\Phi_q = L_q i_q \quad (56)$$

e substituindo (55) e (56) em (52), obtém-se a seguinte equação para o conjugado eletromagnético da máquina,

$$T_e = \frac{3}{2}P(\Phi_{srm}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \quad (57)$$

Na equação acima, o termo dependente do fluxo dos ímãs permanentes é o principal componente do conjugado eletromagnético do motor, por ter relação com a excitação de campo. O termo dependente das indutâncias de eixo direto e em quadratura é denominado conjugado de relutância. Seguindo a consideração do Capítulo 3.3.3, sendo  $L_d = L_q$ , então conjugado de relutância torna-se nulo.

A equação mecânica que descreve o comportamento dinâmico do motor, pode ser obtida a partir de (21), na forma,

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J_r}(T_e - T_L - B\omega_r) \quad (58)$$

Substituindo (57) em (58),

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J_r} \left( \left( \frac{3}{2}P(\Phi_{srm}i_q + (L_d - L_q)i_d i_q) \right) - T_L - B\omega_r \right) \quad (59)$$

Obtém-se o modelo dinâmico da velocidade em função das componentes de corrente, modelo este que será utilizado para o desenvolvimento do controlador de velocidade por modos deslizantes baseado em observador de distúrbio.

## 4. MODELAGEM MATEMÁTICA DO CONTROLE DE VELOCIDADE POR MODOS DESLIZANTES BASEADO EM OBSERVADOR DE DISTÚRBO

### 4.1. CARACTERÍSTICAS GERAIS

O observador de perturbações pode ser utilizado para melhorar o desempenho do controle do sistema, devido à sua habilidade em lidar com perturbações externas. Tais perturbações externas são comuns no meio industrial e acabam por serem inevitáveis.

Diversas pesquisas mostram que os observadores de perturbações associados a técnica de controle por modo deslizante podem atingir o desempenho de estimativa desejado, apresentando vantagens de robustez. Assim, um método de controle por modos deslizantes baseado em observador de distúrbios, SMCDO (do inglês, *Sliding Mode Control based on Disturbance Observer*), é proposto neste trabalho, estimando as perturbações externas e compensando-as na lei de controle de velocidade por meio de *feedback* com valores observados.

### 4.2. EQUACIONAMENTO DO CONTROLADOR PROPOSTO

As deduções referentes ao modelo do motor síncrono de ímãs permanentes foram realizadas no Capítulo 3. Considerando que os resultados de algumas deduções serão diretamente utilizados para as definições do controlador, as seguintes equações são apresentadas novamente,

$$\dot{v}_{dq} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & P\omega_r \\ -P\omega_r & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} i_{dq} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} v_{dq} - \begin{bmatrix} 0 \\ P\omega_r \frac{\Phi_{srm}}{L_d} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{1}{J_r} (T_e - T_L - B\omega_r) \quad (61)$$

$$T_e = \frac{3}{2} P (\Phi_{srm} i_q + (L_d - L_q) i_d i_q) \quad (62)$$

Neste capítulo, sem perda de generalidade, assume-se que a derivada de uma variável, por exemplo  $dx(t)/dt$ , será substituída por  $\dot{x}(t)$ , e que todas as variáveis são em função do tempo, com isto o termo  $(t)$  pode ser suprimido. Ainda, as variáveis

observadas serão denotadas por  $\hat{x}_n$  e os erros dessas variáveis  $\tilde{x}_n$ , para simplificação do equacionamento.

O desenvolvimento do controlador de velocidade proposto divide-se nas seguintes etapas:

- a. Projeto do controlador por modos deslizantes, que pode ser dividido em:
  - Projeto de uma superfície de deslizamento tal que a dinâmica do sistema, quando na condição de deslizamento, realize o rastreamento das referências;
  - Projeto de uma lei de controle tal que satisfaça as condições de existência e alcançabilidade ao modo deslizante.
- b. Projeto de um observador de distúrbio;
- c. Aplicação do observador de distúrbio na lei de controle por modos deslizantes projetada;
- d. Análise de estabilidade utilizando o método de Lyapunov.

Na próxima seção deste capítulo será proposto um controlador de velocidade por modos deslizantes com um observador de distúrbio que age como uma ação de realimentação.

## 4.2.1. Controlador por Modos Deslizantes

### 4.2.1.1. Aspectos Gerais Sobre o Controle por Modos Deslizantes em Tempo Contínuo

Uma lei de controle por modos deslizantes pode ser projetada para sistemas dinâmicos governados por equações diferenciais ordinárias com entradas descontínuas, porém a entrada de controle deverá ser uma função chaveada com um dos estados do sistema, em que a frequência de chaveamento pode ser teoricamente infinita (UTKIN; GULDNER; SHI, 1999; VIEIRA, 2012). Com isso é possível forçar um sistema simples de primeira ordem a seguir determinada referência de acordo com a variável de estado  $x(t)$ , de forma que,

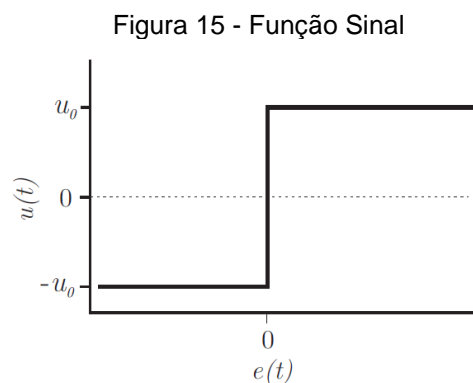
$$\dot{x}(t) = f(x, t) + u(t) \quad (63)$$

em que  $x \in \mathcal{R}^n$  é o vetor de estado e  $u \in \mathcal{R}^n$  é o vetor de entrada ou controle.

O sistema dinâmico definido em (63), pode ser considerado como um sistema de estrutura variável segundo Utkin (1977), se a lei de controle  $u(t)$  for composta por uma função descontínua do erro de rastreamento,  $e(t) = x^*(t) - x(t)$ , em que  $x^*(t)$  é a referência do estado, e definida segunda uma lógica de comutação como,

$$u(t) = \begin{cases} u_0^+, & \text{se } e(t) > 0 \\ u_0^-, & \text{se } e(t) < 0 \end{cases} \quad (64)$$

A Figura 15, tem-se a função sinal, definida por (64),



Fonte: Gabbi (2015)

$$u(t) = \begin{cases} +u_0, & \text{se } e(t) > 0 \\ -u_0, & \text{se } e(t) < 0 \end{cases} \quad (65)$$

em que  $u_0$  é o ganho de comutação. Ela representa o controle ideal, comutando instantaneamente em torno do erro  $e(t) = 0$  e sendo invariante a incertezas paramétricas e perturbações, ou seja, mantendo a propriedade de invariância.

O erro de rastreamento ( $e(t)$ ) e sua dinâmica ( $\dot{e}(t)$ ) apresentarão sinais diferentes desde que  $u_0 > f_0 + |\dot{x}^*(t)|$ , de modo que,

$$\dot{e}(t) = \dot{x}^*(t) - f(x) - u_0 \text{sign}(e(t)) \quad (66)$$

o que significa que o erro de rastreamento deve diminuir em uma razão de tempo limitado (GABBI, 2015).

A existência de uma superfície de deslizamento é um dos problemas associados a análise desses sistemas. Na literatura, verifica-se que em sistemas por modos deslizantes contínuos no tempo a existência de uma superfície de

deslizamento em um hiperplano  $s_n(x)$  é garantida se a derivada da função  $s_n(x)$  possuir sinal oposto ao da própria função, ou seja,

$$s_n(x)\dot{s}_n(x) < 0 \quad (67)$$

Baseado no critério (67) será desenvolvida a condição de existência de uma superfície por modos deslizantes e a análise de estabilidade para a técnica de controle apresentada neste capítulo.

#### 4.2.1.2. Projeto do Controlador de Velocidade por Modos Deslizantes

A técnica de controle por modos deslizantes é bem estabelecida na literatura e tem sido amplamente utilizada no controle do movimento de motores CA (GABBI, 2015). Sistemas que representam os motores são descritos por equações dinâmicas não-lineares da forma,

$$\dot{x}_n = A_n x_n + B_n u_n + G_n d_n \quad (68)$$

$$y_n = C_n x_n \quad (69)$$

em que  $x_n$  é o vetor estados,  $u_n$  é o vetor de entradas ou controle,  $y_n$  é o vetor de saídas a serem controladas e  $A$ ,  $B$ ,  $G$  e  $C$  são os parâmetros,  $d_n$  é o vetor contendo os termos dependentes de outros estados.

Pode-se projetar uma superfície de deslizamento da forma,

$$s_\omega = \omega_r - \omega_r^* \quad (70)$$

em que,  $s_\omega$  é a superfície de deslizamento da velocidade rotórica e  $\omega_r^*$  a referência de velocidade rotórica. A dinâmica da superfície é dada por,

$$\dot{s}_\omega = \dot{\omega}_r - \dot{\omega}_r^* \quad (71)$$

Substituindo a equação (61) e (62) em (71), encontra-se

$$\dot{s}_\omega = \frac{1}{J_r} (T_e - T_c - B\omega_r) - \dot{\omega}_r^* \quad (72)$$

$$\dot{s}_\omega = \left( \frac{1.5P}{J_r} \Phi_{srm} i_q - \frac{1}{J_r} T_c - \frac{B}{J_r} \omega_r \right) - \dot{\omega}_r^* \quad (73)$$

Considerando um motor de polos não salientes,  $L_d = L_q$ , é possível obter a dinâmica da superfície de deslizamento em função da velocidade rotórica, da corrente do eixo



em quadratura, do conjugado de carga e da dinâmica da referência da velocidade rotórica.

Para demonstrar a eficiência do controlador por modos deslizantes, é necessário projetar um controlador de velocidade, que tenha um bom desempenho dinâmico. Com o controlador de velocidade PI padrão é muito difícil de garantir um bom desempenho em malha fechada em diferentes condições de trabalho. Para isso, a lei de controle pode ser definida através do método de controle equivalente. Este método é utilizado para determinar o movimento do sistema restrito à superfície de deslizamento,  $s_\omega(t) = 0$ . Ou seja, supondo que em um tempo  $t_0$ , a trajetória de estados da planta intercepta a superfície de deslizamento e um modo deslizantes existe para  $t \geq t_0$ . A existência de um modo deslizantes ideal implica que  $\dot{s}_\omega(t) = 0$  e  $s_\omega(t) = 0$  para todo  $t \geq t_0$ . Assim, a lei de controle por modos deslizantes que força a velocidade rotórica do motor para sua referência pode ser definida como,

$$i_q = -\frac{J_r}{1,5P\phi_{srm}} \left( -\frac{1}{J_r} T_c - \frac{B}{J_r} \omega_r - \dot{\omega}_r^* + k_\omega \text{sign}(s_\omega) \right) \quad (74)$$

#### 4.2.1.3. Análise de Estabilidade do Controlados por Modos Deslizantes

Seja uma candidata a função Lyapunov, dada por,

$$V = \frac{1}{2} (s_\omega^2) \quad (75)$$

cuja derivada no tempo pode ser escrita na forma,

$$\dot{V} = s_\omega \dot{s}_\omega \quad (76)$$

Substituindo (73) em (76),

$$\dot{V} = s_\omega \left( \left( \frac{1,5P\phi_{srm}}{J_r} i_q - \frac{1}{J_r} T_c - \frac{B}{J_r} \omega_r \right) - \dot{\omega}_r^* \right) \quad (77)$$

e ainda, substituindo a lei de controle (74) em (77), resulta,

$$\dot{V} = s_\omega \left( \left( \frac{1,5P\phi_{srm}}{J_r} \left( \frac{J_r}{1,5P\phi_{srm}} \left( \frac{1}{J_r} T_c + \frac{B}{J_r} \omega_r + \dot{\omega}_r^* - k_\omega \text{sign}(s_\omega) \right) \right) \right) - \frac{1}{J_r} T_c - \frac{B}{J_r} \omega_r \right) - \dot{\omega}_r^* \right) \quad (78)$$

$$\dot{V} = -k_\omega |s_\omega| \quad (79)$$

A partir de (79) pode-se concluir que se  $k_\omega$  for definido positivo, então  $V\dot{V} < 0$ , e uma superfície por modos deslizantes irá ocorrer na superfície  $s_\omega = 0$ . Conseqüentemente, a velocidade rotórica  $\omega_r$  convergem para a referência  $\omega_r^*$ .

#### 4.2.2. Observador de Distúrbio

A estratégia de observação do distúrbio é aplicada malha de velocidade é utilizado para estimar parâmetros e minimizar os efeitos do conjugado de carga (Yan et al., 2018; Xu et al., 2018; Liu et al., 2019). Sendo o modelo dinâmico mecânico definido em (61), pode-se considerar o conjugado de carga, não-linearidades, variações paramétricas e dinâmicas não modeladas como sendo distúrbios, de forma que o modelo dinâmico pode ser reescrito na forma,

$$\dot{\omega}_r = \frac{1,5P\Phi_{srm}}{J_r} i_q - \frac{B}{J_r} \omega_r + d_\omega \quad (80)$$

em que,

$$d_\omega = -\frac{T_L}{J_r} + \zeta_\omega \quad (81)$$

e  $\zeta_\omega$  representa as não-linearidades, variações paramétricas e dinâmicas não modeladas que podem afetar o comportamento dinâmico da velocidade rotórica.

Sendo a equação (74) a equação de estado da velocidade rotórica, pode-se utilizar um observador de distúrbio  $d_n$ , definido por,

$$\begin{cases} \dot{p}_n = -l_n p_n - l_n (l_n x_n + A_n x_n + B_n u_n) \\ \hat{d}_n = p_n + l_n x_n \end{cases} \quad (82)$$

em que,  $p_n$  é o estado interno do observador,  $\hat{d}_n$  é o estado observado e  $l_n$  um ganho positivo.

Aplicando a malha de velocidade do PMSM,

$$\begin{cases} \dot{p}_\omega = -l_\omega p_\omega - l_\omega (l_\omega \omega_r - \frac{B}{J_r} \omega_r + \frac{1,5P\Phi_{srm}}{J_r} i_q) \\ \hat{d}_\omega = p_\omega + l_\omega \omega_r \end{cases} \quad (83)$$

##### 4.2.2.1. Análise de Estabilidade do Observador de Distúrbio

A análise de estabilidade do observador de distúrbio é desenvolvida através do critério de estabilidade de Lyapunov. Considere o erro do distúrbio definido como,

$$\tilde{d}_\omega \triangleq \hat{d}_\omega - d_\omega \quad (84)$$

A dinâmica do erro do distúrbio será dada por,

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = \dot{\hat{d}}_\omega - \dot{d}_\omega \quad (85)$$

Desenvolvendo (85) através da substituição de (83),

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = \dot{p}_\omega + l_\omega \dot{\omega}_r - \dot{d}_\omega \quad (86)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{d}}_\omega = & -l_\omega p_\omega - l_\omega \left( l_\omega \dot{\omega}_r - \frac{B}{J_r} \dot{\omega}_r + \frac{1}{J_r} T_e \right) + l_\omega \left( -\frac{B}{J_r} \dot{\omega}_r + \dot{d}_\omega + \frac{1}{J_r} T_e \right) \\ & - \dot{d}_\omega \end{aligned} \quad (87)$$

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{d}}_\omega = & -l_\omega p_\omega - l_\omega^2 \dot{\omega}_r + l_\omega \frac{B}{J_r} \dot{\omega}_r - l_\omega \frac{1}{J_r} T_e - l_\omega \frac{B}{J_r} \dot{\omega}_r + l_\omega \dot{d}_\omega + l_\omega \frac{1}{J_r} T_e \\ & - \dot{d}_\omega \end{aligned} \quad (88)$$

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = -l_\omega (p_\omega + l_\omega \dot{\omega}_r) + l_\omega \dot{d}_\omega - \dot{d}_\omega \quad (89)$$

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = -l_\omega \hat{d}_\omega + l_\omega \dot{d}_\omega - \dot{d}_\omega \quad (90)$$

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = -l_\omega \tilde{d}_\omega - \dot{d}_\omega \quad (91)$$

tem-se que a dinâmica do erro do distúrbio é dada por,

$$\dot{\tilde{d}}_\omega = -l_\omega \tilde{d}_\omega - \dot{d}_\omega \quad (92)$$

Considerando uma candidata a função Lyapunov da forma,

$$V = \frac{1}{2} (\tilde{d}_\omega^2) \quad (93)$$

em que sua derivada é dada por,

$$\dot{V} = \tilde{d}_\omega \dot{\tilde{d}}_\omega \quad (94)$$

Desenvolvendo (94) a partir de (92),

$$\dot{V} = \tilde{d}_\omega (-l_\omega \tilde{d}_\omega - \dot{d}_\omega) \quad (95)$$

*Hipótese 1 (H1): A derivada do distúrbio do sistema,  $\dot{d}_\omega$ , é limitado e satisfaz  $\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{d}_\omega(t) = 0$ , respectivamente.*

$$\dot{V} = -l_\omega \tilde{d}_\omega^2 \quad (96)$$

A partir da equação (96) é possível verificar que para  $l_\omega$  definido positivo, a derivada da candidata a função Lyapunov será negativa e o erro do distúrbio tende a zero.

### 4.2.3. Controlador por Modos Deslizantes Baseado em Observador de Distúrbio

Adotando a superfície de deslizamento apresentada em (70), a lei de controle (74) e o observador de distúrbio (83), a lei de controle equivalente para o novo controlador proposto, a partir da substituição do distúrbio real ( $d_\omega$ ) pelo distúrbio observado ( $\hat{d}_\omega$ ), será,

$$i_q = -\frac{J_r}{1,5P\phi_{srm}} \left( -\frac{B}{J_r} \omega_r + \hat{d}_\omega - \dot{\omega}_r^* + k_\omega \text{sign}(s_\omega) \right) \quad (97)$$

#### 4.2.3.1. Análise de Estabilidades do Controlador de Velocidade Proposto

Sendo a superfície definida em (70), pode-se atribuir sua dinâmica na forma,

$$\dot{s}_\omega = \dot{\omega}_r - \dot{\omega}_r^* \quad (98)$$

Substituindo (80) e (97) em (98), e desenvolvendo,

$$\dot{s}_\omega = \left( \frac{1,5P}{J_r} \phi_{srm} i_q - \frac{1}{J_r} T_L - \frac{B}{J_r} \omega_r \right) - \dot{\omega}_r^* \quad (99)$$

$$\dot{s}_\omega = \left( \frac{1,5P\phi_{srm}}{J_r} \left( -\frac{J_r}{1,5P\phi_{srm}} \left( -\frac{B}{J_r} \omega_r + \hat{d}_\omega - \dot{\omega}_r^* + k_\omega \text{sign}(s_\omega) \right) \right) - \frac{1}{J_r} T_L - \frac{B}{J_r} \omega_r \right) - \dot{\omega}_r^* \quad (100)$$

encontra-se a dinâmica da superfície de deslizamento na forma,

$$\dot{s}_\omega = -\tilde{d}_\omega - k_\omega \text{sign}(s_\omega) \quad (101)$$

Definindo-se uma candidata a função Lyapunov como,

$$V = \frac{1}{2} (\tilde{d}_\omega^2 + s_\omega^2) \quad (102)$$

Sua derivada será dada por,

$$\dot{V} = \tilde{d}_\omega \dot{\tilde{d}}_\omega + s_\omega \dot{s}_\omega \quad (103)$$

Substituindo (92) e (101) em (103),

$$\dot{V} = \tilde{d}_\omega (-l_\omega \tilde{d}_\omega - \dot{d}_\omega) + s_\omega (-\tilde{d}_\omega - k_\omega \text{sign}(s_\omega)) \quad (104)$$

desenvolvendo (104) e considerando a *Hipótese 1 (H1)*,

$$\dot{V} = -l_\omega \tilde{d}_\omega^2 - s_\omega \tilde{d}_\omega - k_\omega |s_\omega| \quad (105)$$

A partir de (105), sendo  $k_\omega$  e  $l_\omega$  definidos positivos, então  $V\dot{V} < 0$ , e uma superfície por modos deslizantes irá ocorrer na superfície de  $s_\omega = 0$ .

Consequentemente, o distúrbio observado  $\hat{d}_\omega$  irá convergir para o seu valor real  $d_\omega$ , uma vez que seu erro  $\tilde{d}_\omega$  irá tender a zero.

## 5. RESULTADOS

### 5.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir das simulações do motor síncrono de ímãs permanentes aplicando o método de controle proposto, além de técnicas clássicas de controle de velocidade para comparação. Tais simulações visam demonstrar o desempenho do controlador de velocidade proposto. As simulações foram realizadas com o auxílio da ferramenta Simulink® do software MATLAB® desenvolvido pela empresa MathWorks®.

Para todos os resultados obtidos, simulou-se os parâmetros elétricos e mecânicos de um motor síncrono de ímãs permanentes, sem polos salientes e trifásico, modelo SWA56-7.0-30, com velocidade nominal de 3000 rpm e potência nominal de 1,5 kW (WEG, 2014), apresentados na Tabela 1.

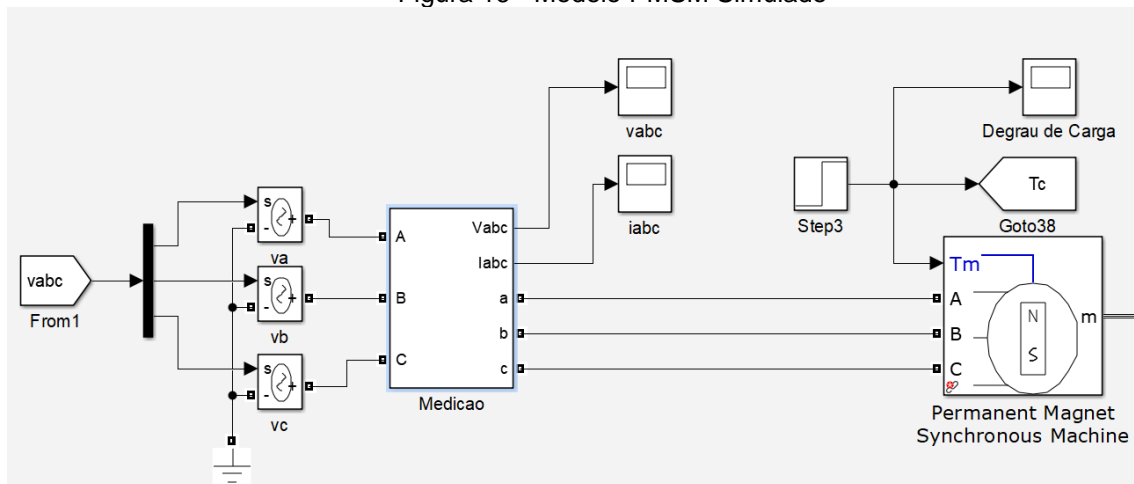
Tabela 1 - Parâmetros elétricos e mecânicos do motor síncrono de ímãs permanentes simulado

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
$R_s$	0,565 $\Omega$
$L_d$	0,00294 mH
$L_q$	0,00294 mH
$L_s$	0,00196 mH
$P$	4
$\Phi_{srm}$	0,1023 Wb
$B$	0,004062
$J_r$	0,0088 kg · m <sup>2</sup>

Fonte: Autor

O modelo geral utilizado para obtenção dos resultados apresentados neste capítulo está mostrado na Figura 16. A única modificação realizada entre as diferentes simulações apresentadas é na estrutura de controle, que será apresentada nos subcapítulos correspondentes.

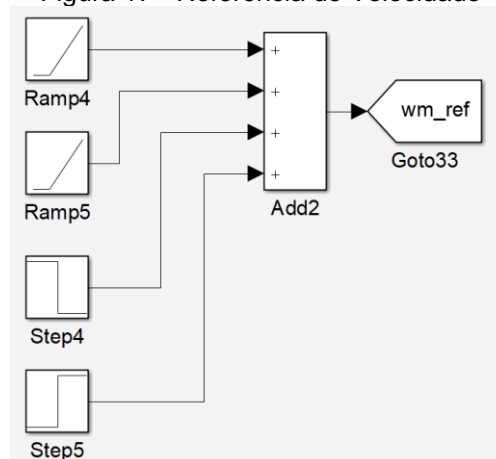
Figura 16 - Modelo PMSM Simulado



Fonte: Autor

Em todas as simulações a velocidade de referência varia com um sinal iniciando em rampa em 0.5 s, com uma inclinação de 200 rad/s, chegando em 1s a velocidade constante de 100 rad/s, como mostra a Figura 17. Além disso, entre 2 e 3 s é realizado um decréscimo de 5 rad/s na velocidade, conforme Figura 17, e em 4 s é aplicado um conjugado de carga, em degrau no valor de 5 Nm, como é possível ver na Figura 16

Figura 17 - Referência de Velocidade

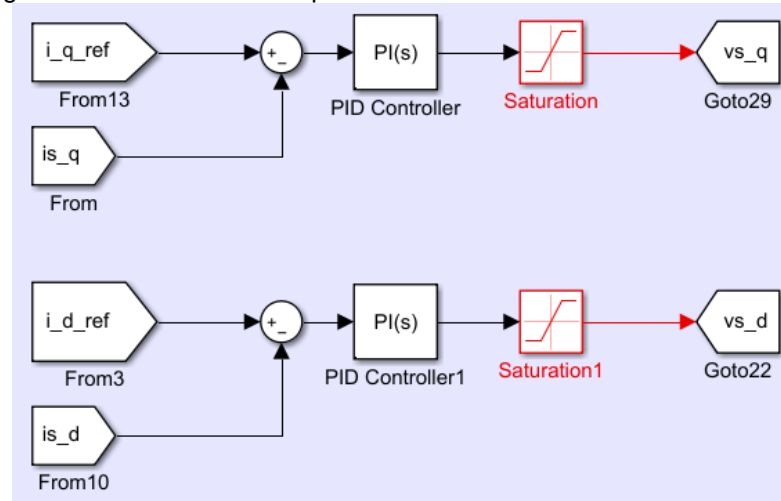


Fonte: Autor

As malhas de corrente são controladas através de controladores PI, projetados conforme anexo A, e implementados conforme Figura 18. A referência para a corrente do eixo em quadratura ( $i_q^*$ ) é obtida através do controle de velocidade, e a referência imposta a corrente do eixo direto é mantida nula,  $i_d^* = 0$ , objetivando a implementação de uma estratégia ângulo de conjugado constante, o que é aplicável

em PMSM sem polos salientes. Esta estratégia visa fixar a componente de corrente  $i_d$  em zero para que somente a corrente  $i_q$  seja proporcional ao conjugado, sendo a maneira mais simples de implementar um controle linear de conjugado.

Figura 18 - Controlador PI aplicada no controle das correntes do PMSM



Fonte: Autor

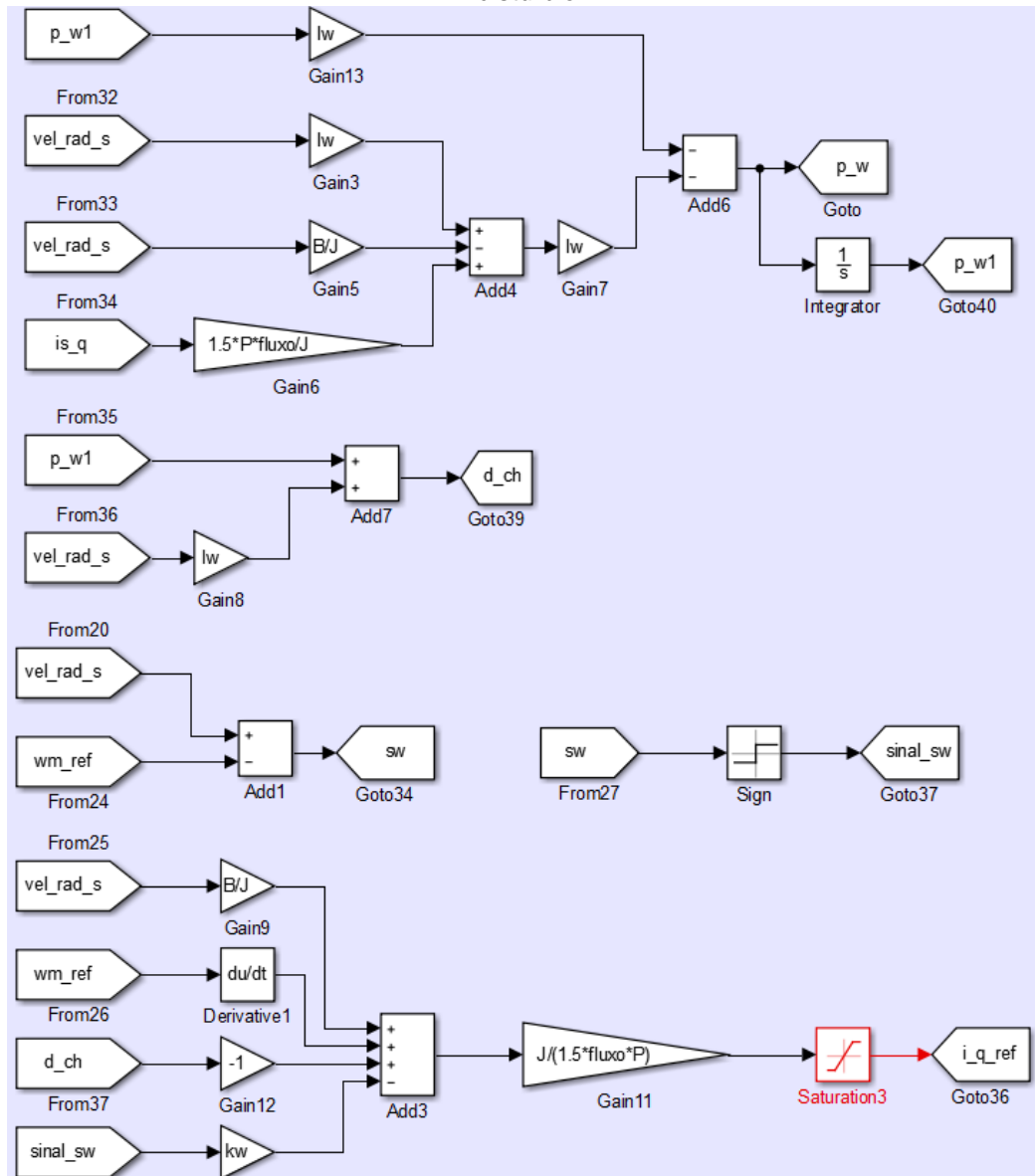
Foram simuladas três estratégias de controle para a malha de velocidade do motor síncronos de ímãs permanentes, sendo elas definidas neste capítulo como, SMCDO o controlador por modos deslizantes baseado em observador de distúrbio, proposto neste trabalho, SMC o controlador por modos deslizante, e PI o controlador Proporcional-Integral.

## 5.2. RESULTADO DA SIMULAÇÃO SMCDO

A simulação do SMCDO aplicado na malha de velocidade é realizada através da implementação das equações da superfície de deslizamento (70), da lei de controle (92), e do observador de distúrbio (83), conforme Figura 19. Nas malhas de controle de corrente são utilizados os controlados PI, conforme Figura 18.



Figura 19 - Modelo Simulado do Controlador de velocidade por modos deslizantes com observador de distúrbio



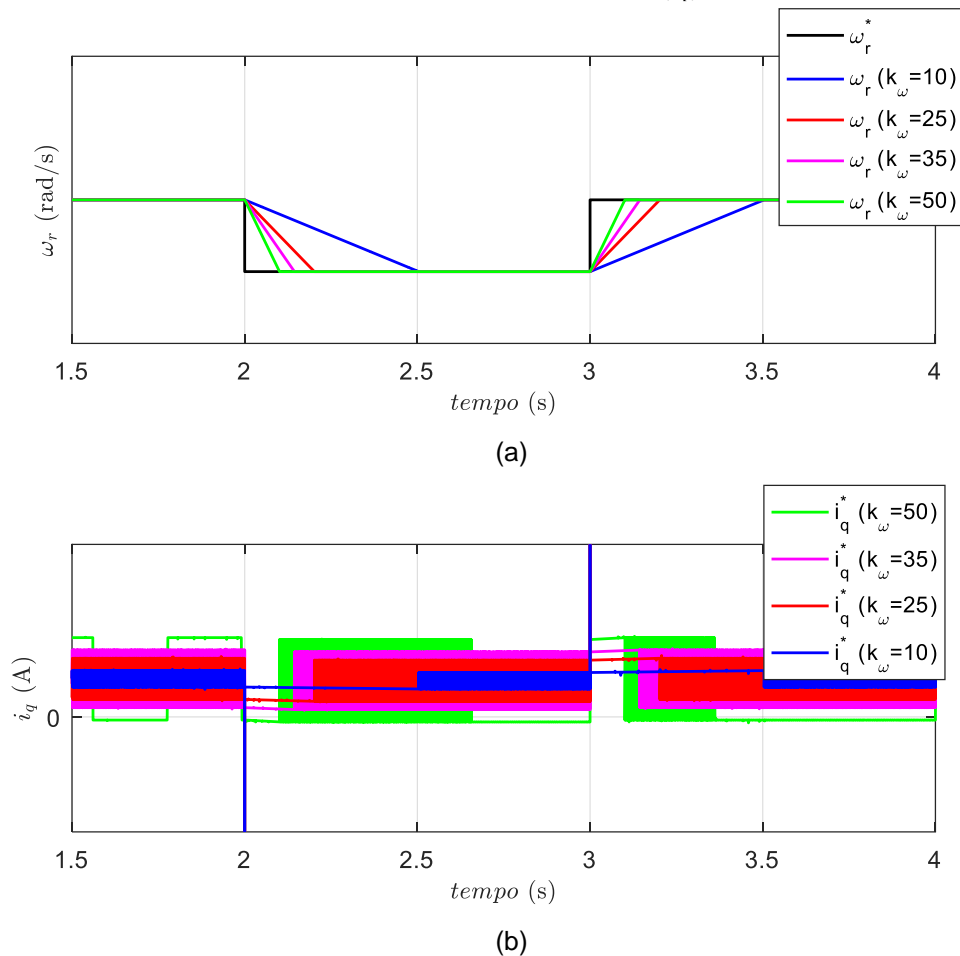
Fonte: Autor

Para a implementação e bom resultado do SMEDO é necessária a escolha adequada dos ganhos do controlado  $k_\omega$  e do observador de distúrbio  $l_\omega$ . Neste trabalho, estes ganhos foram definidos através da simulação completa do sistema e da análise dos resultados obtidos para variação dos ganhos, conforme Figura 20 e Figura 21.

Na primeira análise, Figura 20, o ganho referente ao observador de distúrbio foi mantido constante, e o ganho referente ao controlador por modos deslizantes foi alterado para  $k_\omega = 10, k_\omega = 25, k_\omega = 35$  e  $k_\omega = 50$ . Observou-se que a medida que os ganhos eram maiores, menor era o tempo para a velocidade rotórica seguir a

referência, conforme análise da Figura 20(a), porém com  $k_\omega = 10$  e  $k_\omega = 50$  a lei de controle apresentava intervalos onde ela não estava chaveando, conforme Figura 20 (b), dessa forma, não seria garantida a robustez do sistema. Os ganhos  $k_\omega = 25$  e  $k_\omega = 35$  apresentaram resultados muito semelhantes, porém o ganho  $k_\omega = 25$  apresentou uma menor oscilação (*chattering*) na lei de controle. Desta forma, optou-se pelo ganho  $k_\omega = 25$ .

Figura 20 – Análise da velocidade rotórica ( $\omega_r$ ) e da lei de controle ( $i_q^*$ ) com a variação do ganho  $k_\omega$

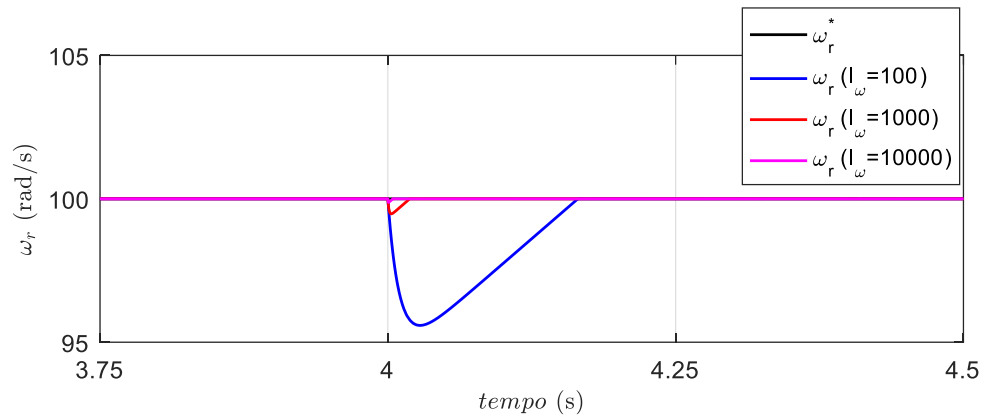


Fonte: Autor

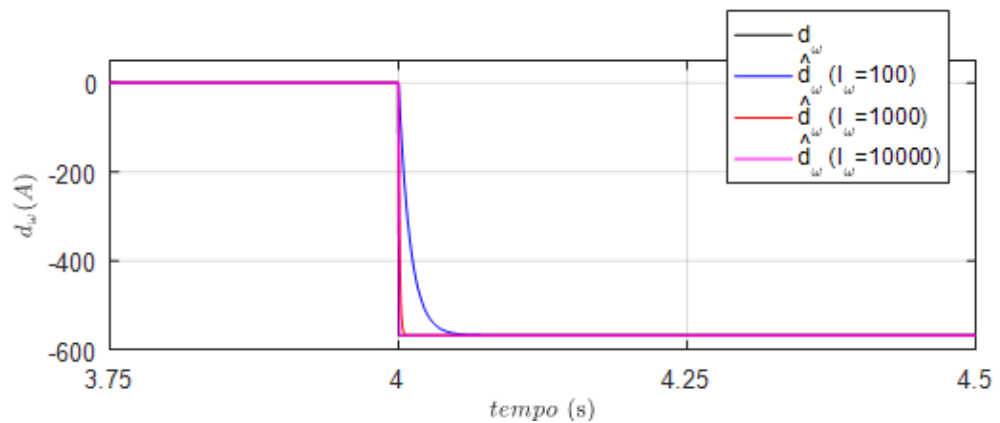
Na segunda análise, Figura 21, o ganho referente ao controlador por modos deslizantes foi mantido constante ( $k_\omega = 25$ ), e o ganho referente ao observador de distúrbio foi alterado para  $l_\omega = 100$ ,  $l_\omega = 1000$  e  $l_\omega = 10000$ . Observou-se que a medida que os ganhos eram maiores, menor era a perturbação na velocidade rotórica, conforme análise da Figura 21(a), e o observador de distúrbio seguia o distúrbio real com mais precisão, conforme Figura 21(b). Devido à pouca variação observada na velocidade rotórica e no distúrbio observado quando utilizados os ganhos  $l_\omega =$

1000 e  $l_\omega = 10000$ , optou-se por utilizar o ganho  $l_\omega = 1000$  que permite que o sistema apresente bons resultados de rastreamento da referência, com menor tempo de simulação.

Figura 21 - Análise da velocidade rotórica ( $\omega_r$ ) do distúrbio observado ( $\hat{d}_\omega$ ) com variação do ganho  $l_\omega$



(a)



(b)

Fonte: Autor

Conforme definido através da análise gráfica, a Tabela 2 exibe os valores dos ganhos projetados.

Tabela 2 - Ganhos do Controlador SMDO Simulado

Ganho	Valor
$k_\omega$	25
$l_\omega$	1000

Fonte: Autor

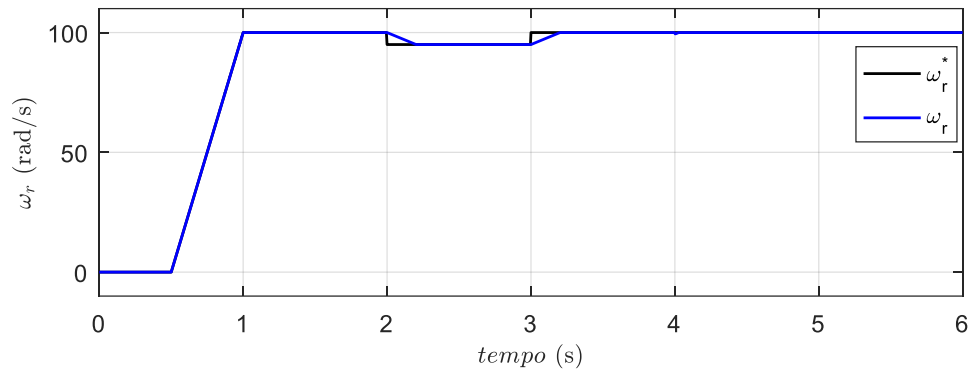
O desempenho do método proposto é apresentado na Figura 22 que apresenta a velocidade medida ( $\omega_r$ ) e a referência imposta ( $\omega_r^*$ ), em que  $\omega_r$  converge

para sua referência  $\omega_r^*$ , quando a variação de velocidade e o conjugado de carga são aplicados, conforme Figura 22(a). Na Figura 22(b) observa-se o efeito da variação de velocidade, em que  $\omega_r$  demora cerca de 200 ms para seguir a referência, isso se dá devido a dinâmica de  $\omega_r^*$  presente na lei de controle (97), como a referência imposta é um degrau unitário, e a derivada do degrau unitário é um impulso unitário é necessário adicionar na saída da lei de controle um saturador limitando o sinal. Essa limitação do sinal aumenta o tempo de convergência da velocidade rotórica para a sua referência. Em termos práticos é muito difícil que um degrau seja aplicado como referência de velocidade, devido a dinâmica do motor, mesmo que esse seja aplicado, a velocidade acaba variando em rampa, evitando assim o sinal impulso na lei de controle. Na Figura 22(c) é possível observar o efeito do distúrbio sobre a velocidade, no qual a velocidade converge rapidamente (53,5 ms) para a velocidade de referência.

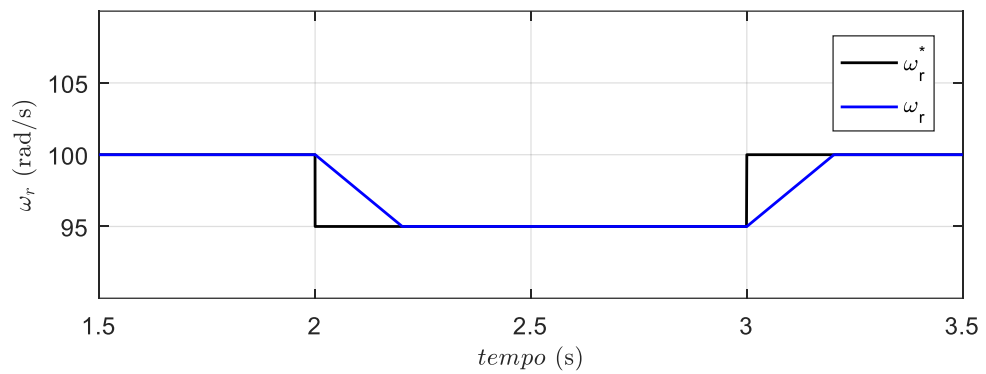
Conforme descrito anteriormente, nos distúrbios para fins de comparação são desconsideradas variações paramétricas, distúrbios externos entre outros. Assim, o distúrbio observado e o calculado, segundo equação (81), são apresentados na Figura 23. Pode-se observar a convergência do distúrbio estimado para distúrbio calculado que é neste caso o conjugado de carga.

Na Figura 24 são apresentados os resultados obtidos a partir das malhas de controle de velocidade. A corrente do eixo em quadratura ( $i_q$ ) converge para sua referência ( $i_q^*$ ), gerada através do controlador de velocidade, conforme Figura 24(a). Observa-se que  $i_q^*$  apresenta um comportamento chaveado devido a presença da função descontínua, característica do controlador por modos deslizantes, e ainda, as oscilações abruptas geradas na lei de controle devido a derivada do degrau de velocidade, que foram limitadas utilizando o bloco saturador em simulação, conforme Figura 18. Na Figura 24(b) são apresentados os resultados da corrente do eixo direto ( $i_d$ ) e sua referência ( $i_d^* = 0$ ). Observa-se que a corrente medida segue a referência imposta, apresentando oscilações nos instantes em que a corrente  $i_q$  varia. Essa característica é devido ao acoplamento existente entre as correntes desse motor, esse feito pode ser minimizado através da utilização de observadores de distúrbio como ação de realimentação na malha das correntes também.

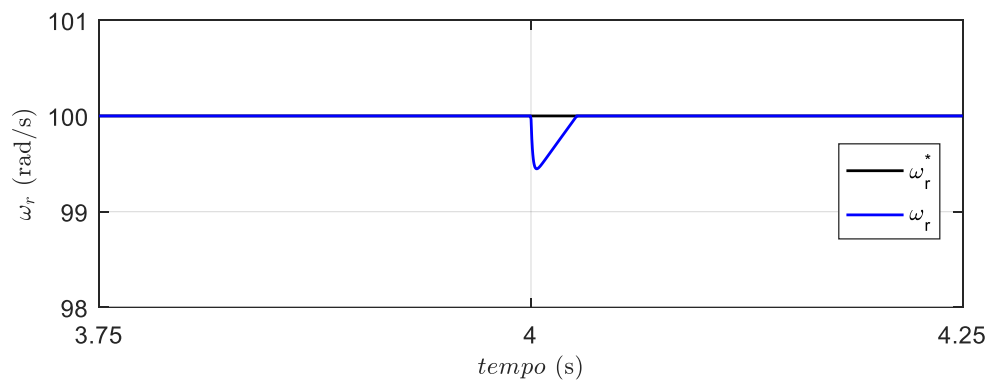
Figura 22 - Resultado de simulação para o sistema SMCDO: (a) velocidade rotórica observada e velocidade rotórica de referência (b) detalhe do degrau de velocidade (c) detalhe no degrau de carga.



(a)



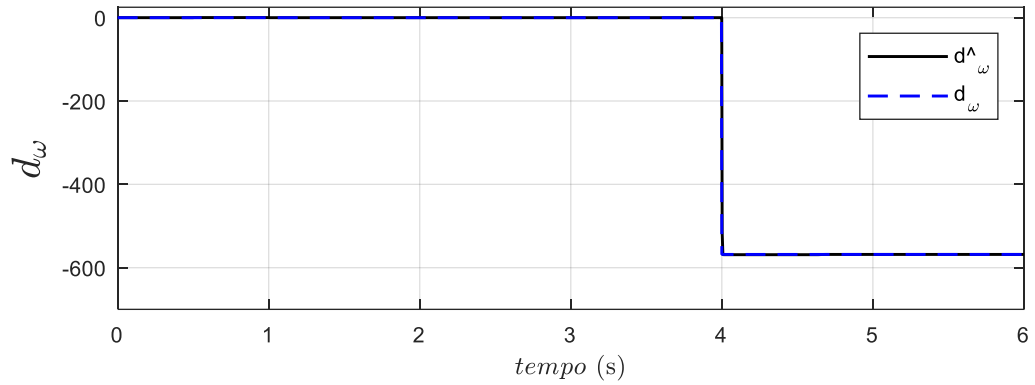
(b)



(c)

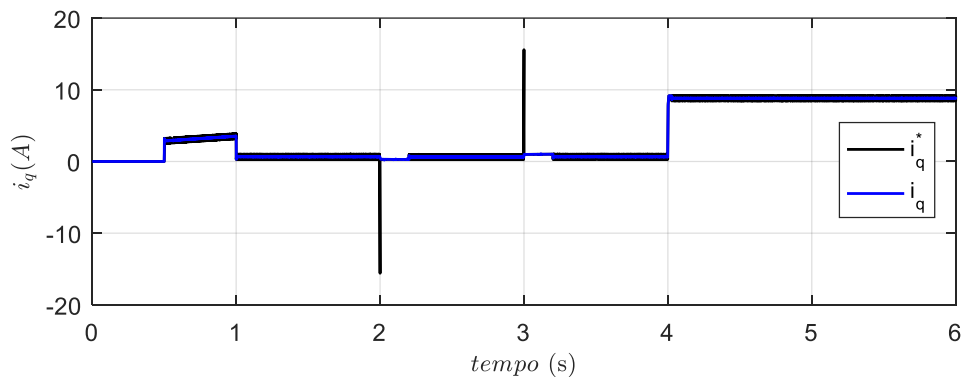
Fonte: Autor

Figura 23 - Resultado de simulação para o sistema SMCDO: Distúrbio Observador e Conjugado de Carga

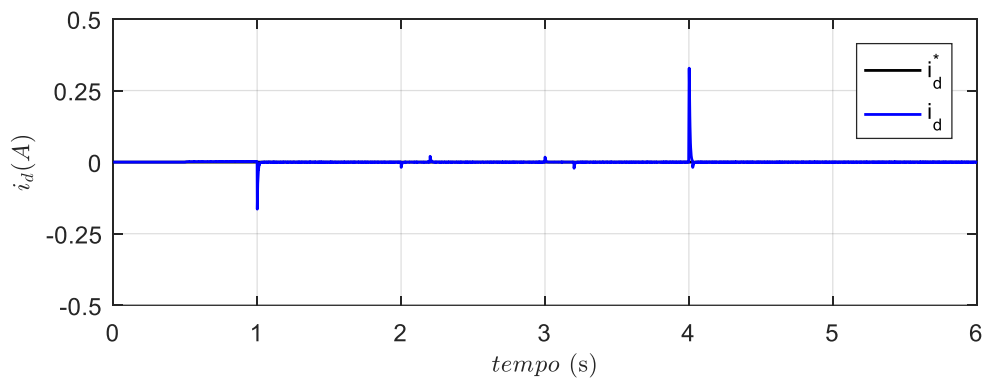


Fonte: Autor

Figura 24 - Resultado de simulação para o sistema SMCDO: corrente em quadratura observada x corrente em quadratura de referência



(a)



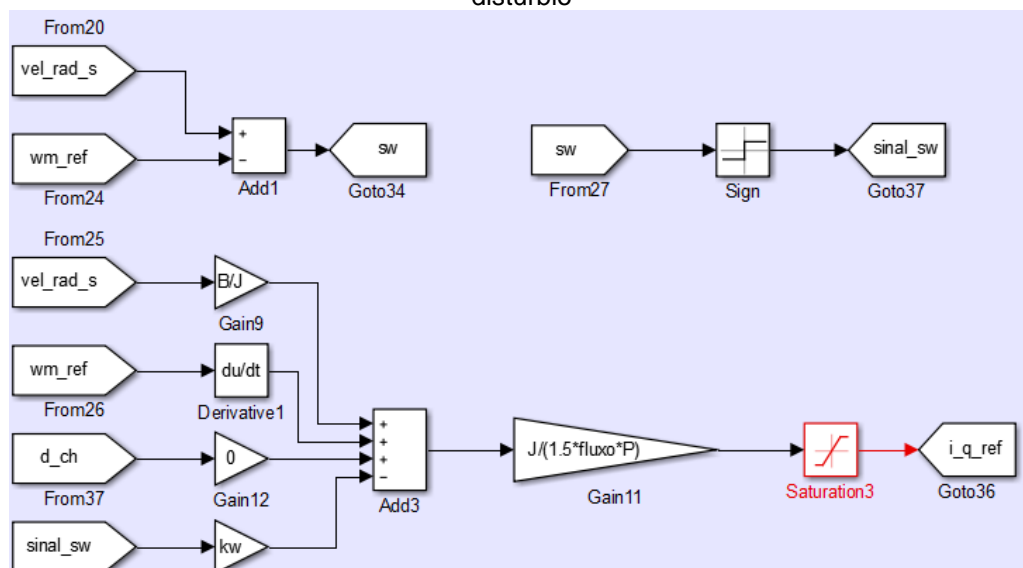
(b)

Fonte: Autor

### 5.3. RESULTADO DA SIMULAÇÃO SMC

Nesta subseção são apresentados os resultados de simulação para o controle de velocidade utilizando SMC. O modelo simulado para obtenção dos resultados apresentados neste capítulo está mostrado na Figura 25. São implementadas as equações da superfície de deslizamento (70) e da lei de controle (74), porém o termo referente ao conjugado de carga ( $T_L$ ) é considerado nulo, devido este termo na prática ser desconhecido e por não estar sendo observado ou estimado. Para as malhas de controle de corrente são utilizados os controladores PI detalhados no início deste capítulo, conforme Figura 18.

Figura 25 - Modelo Simulado do Controlador de velocidade por modos deslizantes sem observador de distúrbio

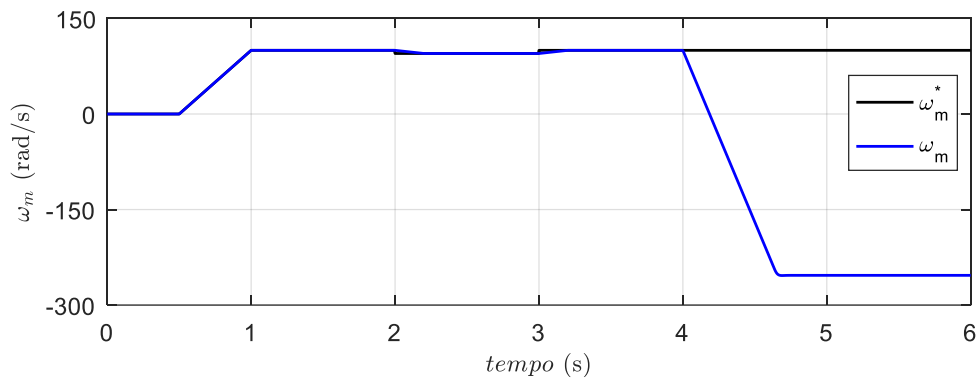


Fonte: Autor

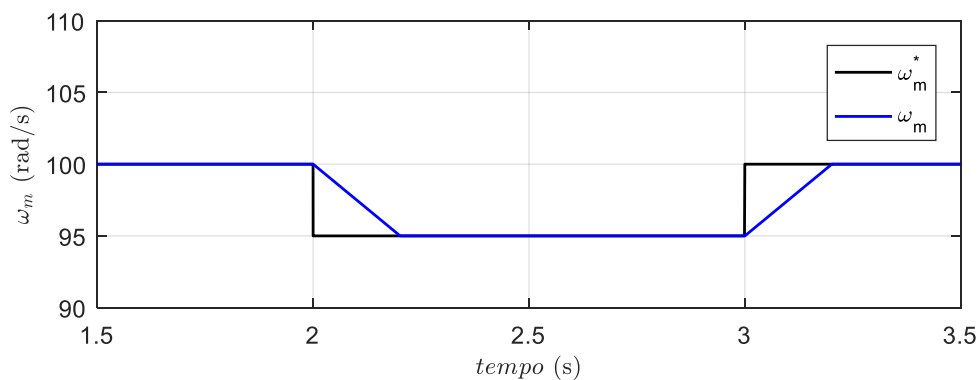
O sistema inicialmente foi simulado considerando o ganho do controlador por modos deslizantes,  $k_w = 25$ , utilizado na simulação do SMCDO. A Figura 26 apresenta o resultado obtido para a velocidade rotórica medida. Observa-se que quando o conjugado de carga é aplicado, no instante de 4s, o SMC deixa de seguir a referência de velocidade imposta, conforme Figura 26(a). O SMC apresenta resultado semelhante ao SMCDO para a variação de velocidade, Figura 26(b). A inserção do observador de distúrbio na lei de controle do controlador por modos deslizantes nos permite reduzir o valor do ganho do controlador, diminuindo o *chattering* característico dessa técnica de controle, e ainda assim permitindo que o sinal controlado rastreie a referência imposta.

Após este teste, o sistema foi simulado com diferentes valores de ganho do controlador, ganhos até 10 vezes maiores que o utilizado no SMCD0, porém devido ao alto valor do *chattering*, o software entende como que a lei de controle se torna instável apresentando erro na simulação. Desta forma, visto que essa simulação teria apenas efeito de comparação, conclui-se que para a aplicação do controlador por modos deslizantes na malha de velocidade do PMSM é necessária a utilização de um estimador de conjugado de carga, ou de uma estratégia como o observador de distúrbio, uma vez que em aplicações práticas altos níveis de *chattering* são prejudiciais ao sistema.

Figura 26 – Resultado de simulação SMC aplicada na malha de controle utilizando o  $k_{\omega} = 25$ . (a) velocidade medida e velocidade de referência (b) detalhe no degrau de velocidade.



(a)



(b)

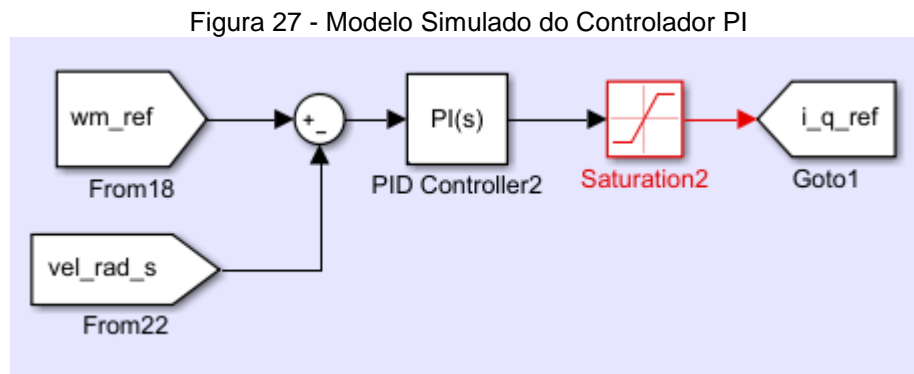
Fonte: Autor

#### 5.4. RESULTADO DA SIMULAÇÃO PI

Nesta subseção são apresentados os resultados simulados para o controle de velocidade utilizando controlador PI. O controlador de velocidade implementado para obtenção dos resultados apresentados neste capítulo é conforme Figura 27. Para essa simulação todas as malhas são controladas através de controladores PI,



projetados conforme Anexo A. A implementação dos controladores das malhas de são apresentadas nas Figura 18 e Figura 27. Os resultados obtidos são apresentados nas Figura 28, Figura 29 e Figura 30.

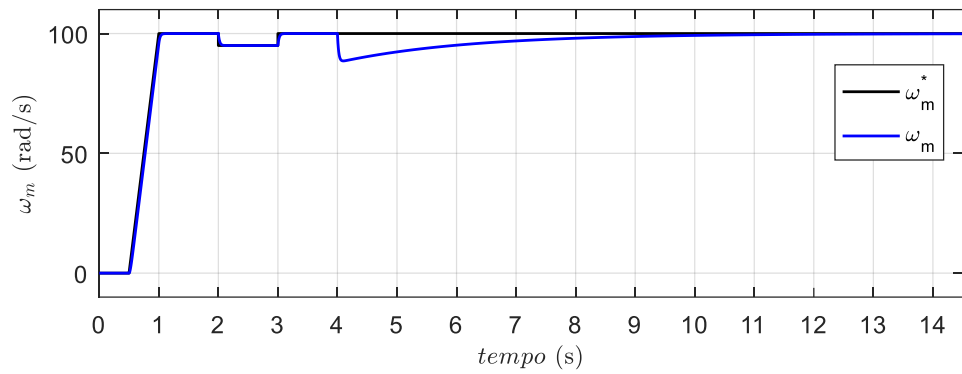


Fonte: Autor

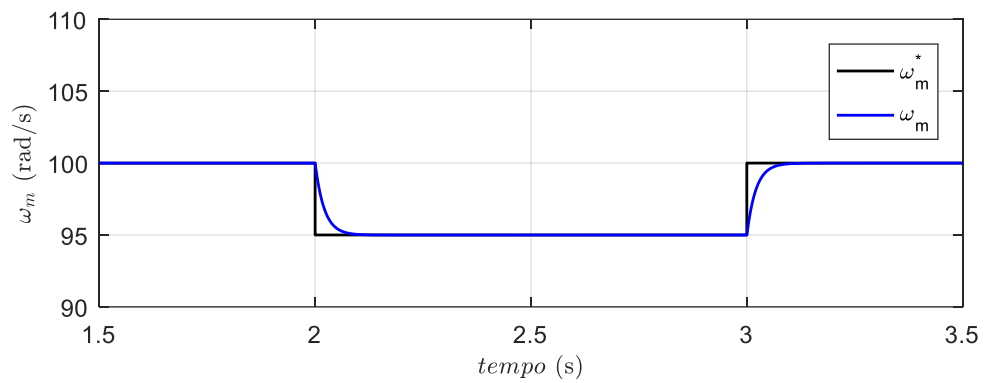
A velocidade rotórica medida e a velocidade rotórica de referência são apresentadas na Figura 28(a). Na Figura 28(b) observa-se que o controlador projetado por Vianna (2019) rastreia o degrau de velocidade de referência em um curto intervalo de tempo, porém quando um degrau de conjugado de carga é aplicado, observa-se que o controlador PI não apresenta a mesma eficácia, demorando em torno de 10s para atingir a referência imposta.

A corrente do eixo em quadratura segue a sua referência, conforme Figura 29, e os saltos observados no SMCD0 devido a lei de controle do controlador proposto conter a dinâmica da velocidade de referência neste caso são mitigados. A corrente do eixo direto, e sua referência, são apresentadas na Figura 30. Observa-se novamente que a corrente medida rastreia a referência e o acoplamento existente entre ambas as correntes.

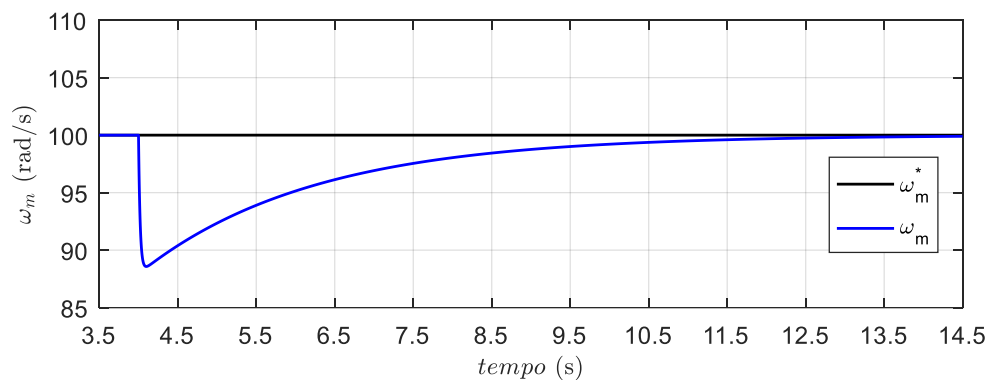
Figura 28 – Resultado de simulação utilizando controlador PI: (a) velocidade rotórica e velocidade de referência (b) detalhe no degrau de velocidade (c) detalhe no degrau do conjugado de carga



(a)



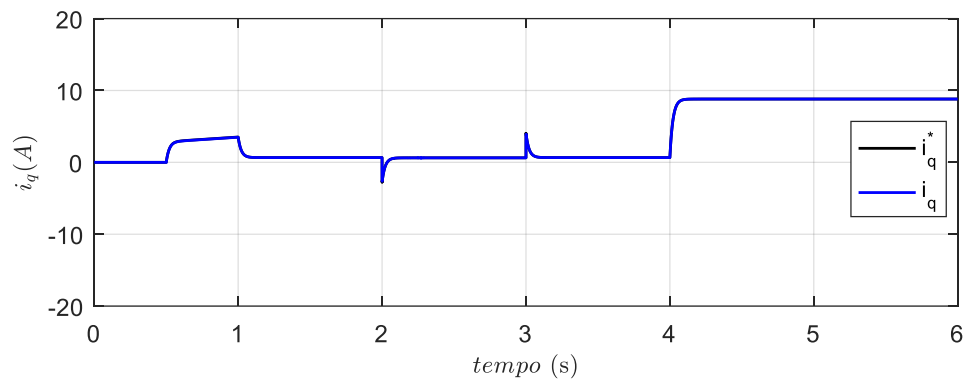
(b)



(c)

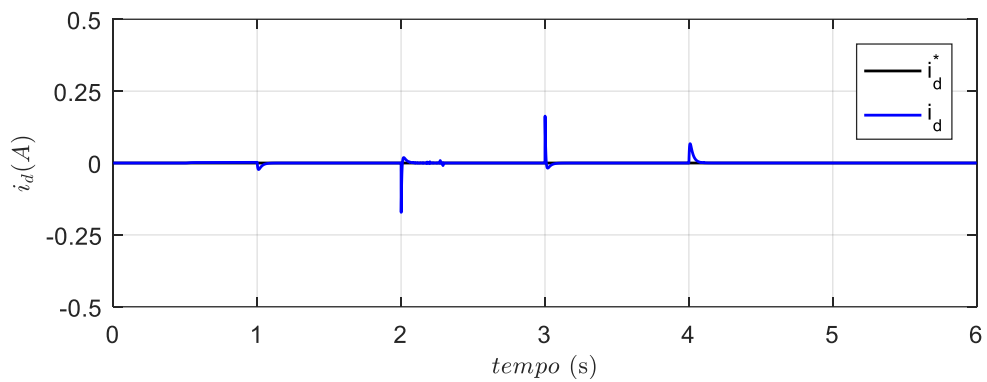
Fonte: Autor

Figura 29 - Resultado de simulação para o sistema PI: corrente em quadratura medida e corrente em quadratura de referência



Fonte: Autor

Figura 30 – Resultado de simulação utilizando controlador PI: corrente do eixo direto medida e corrente do eixo direto de referência.



Fonte: Autor

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho de conclusão propôs uma técnica de controle de velocidade que utiliza o método por modos deslizantes com um observador de distúrbio, aplicado ao motor síncrono de ímãs permanentes. Considerando as vantagens apresentadas pelo motor síncrono de ímãs permanente como o alto desempenho e elevada eficiência energética, uma vez que não apresenta perdas de excitação por não ter enrolamento no rotor, tem-se um modelo atrativo para a indústria, a qual visa reduzir o seu consumo energético anual.

Na modelagem matemática do motor escolhido, visando reduzir complexidade das análises necessárias para a implementação do controle proposto, optou-se pela obtenção de um modelo matemático que pudesse representar o comportamento dinâmico da planta a partir de um modelo em coordenadas síncronas. Assim, tal modelagem foi desenvolvida a partir da aplicação das Leis de Kirchhoff sobre as malhas do motor síncrono de ímãs permanentes, que com o auxílio das transformações adequadas entre sistemas de coordenadas (Clark e Park) pode-se obter um modelo bifásico equilibrado em um único referencial síncrono, sem dependência temporal das grandezas estatóricas.

O controle por modos deslizantes em tempo contínuo foi aplicado ao motor síncrono de ímãs permanentes e sua estabilidade foi comprovada a partir dos critérios de estabilidade de Lyapunov. Considerando que perturbações externas são desafios presentes na utilização dos motores, foi proposta uma combinação desta técnica com um observador de distúrbio, a qual melhora o desempenho do controlador por modos deslizantes frente a tais perturbações. Após o desenvolvimento do novo método as provas de estabilidade adotando os critérios de Lyapunov foram novamente realizadas.

Visando comprovar o desempenho dos modelos desenvolvidos, realizou-se simulações desta técnica de controle de velocidade e conclui-se que o controlador proposto é indicado para aplicações em motores síncronos de ímãs permanentes em que se deseja robustez frente à variações e perturbações, como por exemplo o conjugado de carga. Além disso, foram simulados outros dois métodos para fins de comparação. Um controlador PI que por sua vez se mostrou menos eficaz para atingir a referência imposta e o controlador por modos deslizantes sem um observador de distúrbios que não conseguiu manter relação com a referência, mesmo aumentando

valores de ganho. Dessa forma notou-se que o controle de velocidade que utiliza o método por modos deslizantes com um observador de distúrbio apresentou o melhor resultado entre as três simulações, por manter relação com a referência e por atingir a referência imposta com uma eficácia cento e oitenta e oito vezes maior que o PI. Quanto aos aspectos relacionados à implementação dos algoritmos de controle as maiores dificuldades estão relacionadas com a regulagem dos diferentes ganhos presentes no controlador para que este apresente o desempenho desejado. Para tal, foram realizadas simulações variando os ganhos e comparando os resultados, optando-se então pelos ganhos que apresentaram melhores resultados.

Desta forma, este trabalho contribuiu com a proposta de uma técnica de controle de velocidade por modos deslizantes combinada com um observador de distúrbio que apresentou um desempenho adequado que pode rastrear a velocidade desejada do PMSM com distúrbios de conjugado, e também pode responder rapidamente à mudança de velocidade de referência. A proposta pode ser estendida a demais sistemas que apresente planta não-linear e que possam estar sujeitos a distúrbios e variações paramétricas.

## REFERÊNCIAS

- Baratieri, C. L. **Controle de Velocidade Sensorless de Motores Brushless DC Submetidos a Variações Periódicas de Carga**. Dissertação de Mestrado — UFSM, 2010.
- CASTRO, A.G.; **Controle Preditivo Finite Control-Set Aplicado à Máquina Síncrona com ímã Permanente no Rotor**. São Carlos, SP, Brasil: 2017
- DENG, Y; WANG, J; LI, H; LIU, J; TIAN, D; **Speed Control of PMSM with Sliding Mode Disturbance Observer**. 2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, p. 2311–2315, 2018.
- Empresa de Pesquisa Energética. **Anuário Estatístico de Energia Elétrica 2021 - Ano base 2018**. [S.l.], 2021. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br/>>. Acesso em: 20/08/2021
- FERNANDES, E. de M. **Estimação de posição e velocidade de uma máquina síncrona a ímã permanente**. Dissertação de Mestrado — UFCG, 2006.
- GABBI, Thieli. **Controle por Modos Deslizantes e Observador de Distúrbios Aplicados ao Motor Síncrono de Ímãs Permanentes**. Santa Maria, RS, Brasil: 2015.
- GABBI, Thieli. **Contribuição ao Controle Sensorless de Motores Síncronos de Ímãs Permanentes**. Santa Maria, RS, Brasil: 2019.
- GARCÍA, Raymundo Cordero. **Controle de Velocidade de Motor Síncrono de Ímã Permanente Utilizando Redes Neurais Artificiais e Multiplexação em Frequência**. Rio de Janeiro, Brasil: 2015.
- GIERAS, J. F.; WING, M. **Permanent Magnet Motor Technology, Design and Applications**. Third edition, 2010.
- HEZZI, A. et al. **Sliding Mode Observer based sensorless control of five phase PMSM in electric vehicle**. 2019 19th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), n. 1, p. 530–535, 2019.
- HOMRICH, G; **Métodos para Determinação de Parâmetros de Máquinas Síncronas de Ímãs Permanentes**. Porto Alegre, RS, Brasil: 2016.
- IMÃTEC - PRODUTOS MAGNÉTICOS. **Ímãs de alnico**. Disponível em: <http://www.imatec.ind.br/imas-de-alnico>. Acesso em: 30 nov. 2021.
- KIM, W.-J.; KIM, S.-H. **A Sensorless V/f Control Technique based on MTPA Operation for PMSMs**. 2018 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), n. 4, p. 1716–1721, 2018.
- KRISHNAN, R. **Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives**. [S.l.]: CRC Press, 2010.

LI, S. et al. **Disturbance Observer - Based Control**. [S.I.]: CRC Press, 2014.

OHNISHI, K. **A new servo method in mechatronics**. Transaction of the Japanese Society of Electrical Engineer, p. 83–86, 1987.

OLIVEIRA, D.D; **Controle Adaptativo Robusto Por Modelo de Referencia Aplicado ao Controle de Velocidade e de Posição de Motores Síncronos a Ímãs Permanentes**. Santa Maria, RS, Brasil: 2011.

SUN, X.; YU, H.; LIU, X. **Design and Application Of Sliding Mode Controller In PMSM Position Tracking Control Based On Adaptive Backstepping**. Proceedings 2018 Chinese Automation Congress, CAC 2018, p. 3507–3511, 2019.

TANG, Z. et al. **A New V/f-Based Sensorless MTPA Control for IPMSM Drives**. IEEE Transactions on Power Electronics, v. 31, n. 6, p. 4400–4415, 2016. ISSN 08858993.

UTKIN, V. **Variable structure systems with sliding modes**. Automatic Control, IEEE Transactions on, v. 22, n.2, p. 212-222, Apr 1977.

VIANNA, P.S.; **Método de Controle Sensorless para Motores Síncronos de Ímãs Permanentes**. Santa Maria, RS, Brasil: 2019.

WEG. **Motores eficientes geram economia de energia na indústria**. Valor, 2019. Disponível em: <<https://valor.globo.com/patrocinado/weg/weg/noticia/2019/12/02/motores-eficientes-geram-economia-de-energia-na-industria.ghtml>>. Acesso em: 20/08/2021

WEG. Automation Servo Drive SCA06 Servo Motor SWA. 2014.

YANG, J.; LI, S.; YU, X. **Sliding-mode control for systems with mismatched uncertainties via a disturbance observer**. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, v. 60, n. 1, p. 160–169, Jan 2013.

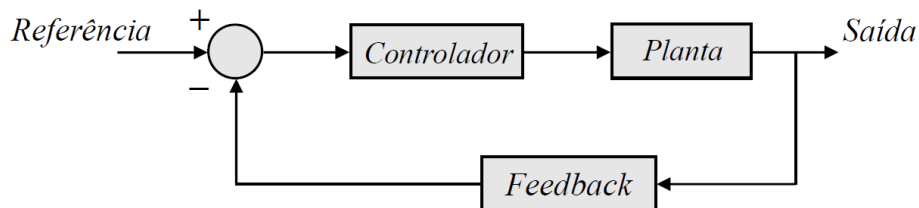
## ANEXO A – Projeto Controlador Proporcional-Integral para PMSM

Os controladores proporcionais-integrais utilizados para comparação com o controlador por modos deslizantes baseado em observador de distúrbio, proposto neste trabalho, foram projetados por Vianna (2019). A seguir, serão apresentadas as deduções e o projeto dos controladores PI proposto em (VIANNA, 2019).

### A.1. CONTROLADOR DE VELOCIDADE

O sistema de controle utilizado neste trabalho utiliza um controle multimalhas, em que a malha externa realiza o controle de velocidade. A Figura 31 exibe um diagrama de blocos para um sistema de controle em malha fechada convencional com realimentação negativa.

Figura 31 – Diagrama de blocos para sistema de controle em malha fechada



Fonte: (VIANNA, 2019)

O controlador PI de velocidade para a malha externa possui como entrada o erro de velocidade, sendo este erro a diferença entre a referência e a velocidade real ou estimada, e como saída o valor de conjugado eletromagnético de referência que será convertido em um valor de referência para a corrente de eixo em quadratura. A função de transferência para este controlador PI de velocidade está mostrada em (100).

$$G_{c\omega}(s) = \frac{T_e}{\tilde{\omega}_r} = k_{p\omega} + \frac{k_{i\omega}}{s} = \frac{k_{p\omega} \left( s + \frac{k_{i\omega}}{k_{p\omega}} \right)}{s} \quad (100)$$

em que,  $k_{p\omega}$  e  $k_{i\omega}$  são os ganhos proporcional e integral do controlador, respectivamente.

A função de transferência da planta a ser controlada é obtida a partir do modelo matemático do MSIP. Utilizando-se da equação (22), que representa o modelo



mecânico da máquina, desconsiderando o conjugado de carga e aplicando a transformada de Laplace, obtém-se a planta exibida na equação (101).

$$G_{p\omega}(s) = \frac{\omega_r}{T_e} = \frac{\frac{1}{J_r}}{s + \frac{B}{J_r}} \quad (101)$$

O comportamento do sistema exibido na Figura 31 considerando realimentação unitária é mostrado na equação (102).

$$G_{MF}(s) = \frac{G_{c\omega}(s)G_{p\omega}(s)}{1 + G_{c\omega}(s)G_{p\omega}(s)} \quad (102)$$

Substituindo as equações (100) e (101) em (102), obtém-se,

$$G_{MF}(s) = \frac{\frac{k_{p\omega} \left( s + \frac{k_{i\omega}}{k_{p\omega}} \right)}{s} \frac{\frac{1}{J_r}}{s + \frac{B}{J_r}}}{1 + \frac{k_{p\omega} \left( s + \frac{k_{i\omega}}{k_{p\omega}} \right)}{s} \frac{\frac{1}{J_r}}{s + \frac{B}{J_r}}} \quad (103)$$

Verifica-se que o sistema caracterizado por (103) é um sistema de segunda ordem. Para reduzir a ordem deste e simplificar o controle, o zero do controlador PI é alocado de maneira a possuir o mesmo valor do polo da planta, ou seja,

$$\frac{k_{i\omega}}{k_{p\omega}} = \frac{B}{J_r} \quad (104)$$

A equação do sistema em malha fechada pode ser simplificada para aquela mostrada em (105).

$$G_{MF}(s) = \frac{\frac{k_{p\omega}}{J_r}}{s + \frac{k_{p\omega}}{J_r}} \quad (105)$$

O comportamento do sistema modelado pela equação (105) é o de um filtro de primeira ordem. A função de transferência para este tipo de filtro pode ser escrita conforme (106).

$$F(s) = \frac{\omega_n}{s + \omega_n} \quad (106)$$

em que  $\omega_n$  representa a largura de banda do filtro.

Logo, igualando-se as equações (105) e (106) pode-se escrever o ganho proporcional do controlador PI em função da largura de banda do controlador em malha fechada e do momento de inércia da máquina, como mostrado em (107).

$$k_{p\omega} = j_r \omega_n \quad (107)$$

Ainda, utilizando-se de (104) e (107) encontra-se o ganho integral do controlador PI de velocidade, que é dependente do coeficiente de atrito da máquina e também da largura de banda do controlador em malha fechada. O ganho integral do controlador de velocidade é descrito por (108).

$$k_{i\omega} = B \omega_n \quad (108)$$

Portanto, pode-se obter os ganhos do controlador PI de velocidade proposto a partir dos parâmetros mecânicos da máquina, que podem ser obtidos por informações do fabricante ou por meio de ensaios específicos. Para um correto funcionamento do sistema multimalhas, o controlador da malha interna deve possuir largura de banda maior, o que significa apresentar uma resposta mais rápida, em relação ao controlador da malha externa. Dessa maneira, deve-se respeitar a necessidade de a largura de banda dos controladores de correntes ser maior que a largura de banda do controlador de velocidade.

## A.2. CONTROLADOR DE CORRENTE

A malha interna de controle deve realizar o controle das correntes de eixo direto e em quadratura da máquina, gerando valores de tensão no mesmo referencial síncrono a partir dos erros das correntes que são definidos como a diferença entre a referência e o valor real. Estas tensões, após serem transformadas para o referencial da máquina, controlam o chaveamento do inversor que acionaria o MSIP em uma aplicação prática. O projeto para os dois controladores, para as componentes de eixo direto e em quadratura, é o mesmo devido à planta ser a mesma.

Os controladores PI de correntes são definidos de modo similar ao realizado anteriormente para o controlador de velocidade, com a entrada sendo o erro das correntes e a saída as tensões no referencial síncrono. A equação (109) exhibe a função de transferência destes controladores.

$$G_{ci}(s) = \frac{v_{dq}}{\tilde{i}_{qd}} = k_{pi} + \frac{k_{ii}}{s} = \frac{k_{pi} \left( s + \frac{k_{ii}}{k_{pi}} \right)}{s} \quad (109)$$

em que  $k_{pi}$  e  $k_{ii}$  são os ganhos proporcional e integral do controlador, respectivamente.

A função de transferência da planta a ser controlada é obtida a partir do modelo matemático da máquina síncrona. Utilizando-se das equações de tensão no referencial síncrono, representadas matricialmente em (47), e considerando o acoplamento entre os eixos um distúrbio do sistema, pode-se aplicar a transformada de Laplace para obter a planta a ser controlada, exibida em (110).

$$G_{pi}(s) = \frac{i_{dq}}{v_{dq}} = \frac{\frac{1}{L_s}}{s + \frac{R_s}{L_s}} \quad (110)$$

Da mesma maneira que realizado para o controlador de velocidade, analisa-se o sistema da Figura 31 considerando realimentação unitária para que o comportamento em malha fechada possa ser descrito pela equação (109).

$$G_{MF}(s) = \frac{G_{ci}(s)G_{pi}(s)}{1 + G_{ci}(s)G_{pi}(s)} \quad (111)$$

Novamente, buscando realizar a redução da ordem do sistema em malha fechada, aloca-se o zero do controlador no mesmo valor do polo da planta, ou seja,

$$\frac{k_{ii}}{k_{pi}} = \frac{R_s}{L_s} \quad (112)$$

Após a manipulação indicada em (111), o comportamento do sistema em malha fechada pode ser modelado pela equação (112).

$$G_{MF}(s) = \frac{\frac{k_{pi}}{L_s}}{s + \frac{k_{pi}}{L_s}} \quad (113)$$

O comportamento do sistema da equação (113) segue o comportamento de um filtro de primeira ordem com largura de banda  $\omega_i$ . Os ganhos dos controladores PI de corrente são obtidos da mesma maneira descrita para o controlador de velocidade, obtendo-se,

$$k_{pi} = L_s \omega_i \quad (114)$$

$$k_{ii} = R_s \omega_i \quad (115)$$

Portanto, os ganhos dos controladores PI de correntes podem ser obtidos a partir do conhecimento da indutância e da resistência estatórica por fase da máquina. O principal fator limitador na determinação da largura de banda do controlador advém da necessidade de que, por constituir a malha interna de controle, os controladores de correntes devem possuir uma resposta mais rápida que o controlador de velocidade e, por este motivo, uma maior largura de banda. Dessa maneira, deve-se respeitar a relação  $\omega_i \gg \omega_n$ .

Como fator limitador secundário na determinação de  $\omega_i$  está o fato de que a largura de banda dos controladores de correntes não pode ser maior que a frequência de chaveamento do inversor que realiza o acionamento do PMSM. Se o controle atuar sobre o inversor mais rapidamente do que a frequência de chaveamento deste, as comutações não serão realizadas de forma correta, prejudicando o funcionamento do sistema.

A metodologia de projeto apresentada para os controladores de correntes e de velocidade exibe alta dependência paramétrica em relação ao motor. Estes parâmetros podem ser, muitas vezes, de difícil estimação ou podem possuir uma variação relevante para fins de projeto. Além disso, desconsidera-se o conjugado de carga, para o projeto do controlador de velocidade, e o acoplamento entre os eixos, para o projeto dos controladores de correntes. Estes são fatores que podem afetar o desempenho dos controladores projetados.

### A.3. PROJETO DOS CONTROLADORES DE VELOCIDADE E CORRENTE

Os ganhos foram definidos conforme as equações (107), (108), (114) e (115). A Tabela 3 exibe os valores dos ganhos projetados. A fim de respeitar o imposto pelo sistema multimalhas, ou seja, que a malha interna atue mais rapidamente que malha externa, a largura de banda dos controladores de correntes foi escolhida como, aproximadamente, 10 vezes menor que a frequência de amostragem – que em um

acionamento real seria a frequência de chaveamento do inversor que alimenta o PMSM – como  $\omega_i = 6200 \text{ rad/s}$ . Para a largura de banda do controlador de velocidade, optou-se pelo valor de  $\omega_n = 62 \text{ rad/s}$ , ou seja, 100 vezes menor que a largura de banda dos controladores de correntes. Ainda, os parâmetros de momento de inércia e coeficiente de atrito, necessários para o projeto dos ganhos do controlador de velocidade, os parâmetros ao simulado.

Tabela– Ganhos dos controladores projetados

<b>Ganho</b>	<b>Valor</b>
$k_{pm}$	0,682
$k_{im}$	0,31
$k_{pi}$	16,74
$k_{ii}$	3503