

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
INSTITUTO DE FÍSICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

## **Modelos Epidemiológicos Com Quarentena Voluntária**

**Gabriel Schmökel**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Física.

**Orientador:**  
**Prof. Dr. Heitor Carpes Marques Fernandes.**

**Porto Alegre, RS**  
**Mai de 2022**

Schmökkel, Gabriel

Modelos Epidemiológicos Com Quarentena Voluntária / Gabriel  
Schmökkel. -- 2022.  
62f.

Orientador: Dr. Heitor Carpes Marques Fernandes.

Trabalho (Conclusão de curso) - Universidade Federal do  
Rio Grande do Sul, Instituto de Física, Porto Alegre, BR-RS,  
2022.

Monte Carlo, Teoria de Jogos, Modelo SIR, Disseminação de  
Epidemias, Quarentena Voluntária. I. Fernandes, Heitor C. M.,  
orient.

# Agradecimentos

*Aos meus pais, Paulo e Cleonice, que deram todo o amparo para fazer a graduação e sempre me incentivaram nos estudos.*

*A minha companheira Tábata, que pacientemente me ajudou de diversas formas nessa pesquisa.*

*Ao meu orientador Heitor, que dedicou grande parte do seu tempo nos últimos meses ao desenvolvimento desta monografia.*

*E aos meus amigos que participaram direta ou indiretamente ao longa da jornada, em especial ao Vinícius que me direcionou ao curso de Física.*

*Esta trabalho dedico à vocês.*



# Resumo

Em epidemias, a estratégia de distanciamento social é fundamental para reduzir o contágio da infecção e conseqüentemente atenuar a disseminação da doença, o que é importante, por exemplo, para não colapsar o sistema de saúde em hospitais. A percepção de risco da população frente a doença é um parâmetro que está associado a ideia das pessoas adotarem ou não a estratégia do distanciamento social, a fim de não se tornarem agentes infectados. Neste trabalho, propomos dois modelos para explicar o efeito da dinâmica de quarentena na ocorrência de epidemias em uma rede quadrada de agentes. Foi utilizado a teoria de jogos para governar a estratégia de adoção ou não do isolamento, e o modelo epidemiológico (*SIR*) para inserir a disseminação da doença, a evolução temporal desse sistema foi estudada pelo método de Monte Carlo.

Em ambos modelos, a estratégia de adesão a quarentena pelos indivíduos suscetíveis levou em conta a percepção da fração de agentes infectados na rede. No primeiro modelo, o jogo dos *payoffs* ocorreu apenas pela interação em pares de vizinhos suscetíveis (baixa percepção local), já para o segundo a vizinhança de *Von Neumann* foi considerada e uma nova rede *payoff* foi elaborada, considerando o custo dos indivíduos suscetíveis permanecerem quarentenados frente aos agentes recuperados e infectados (alta percepção local).

Nossos resultados mostraram diferentes fases de epidemia conforme a percepção de risco definida, e obtemos as recorrentes ondas de infecção como mostrado nos cenários epidêmicos. Foi observado que *clusters* de agentes suscetíveis quarentenados e não quarentenados foram formados, cercados por indivíduos recuperados, na fase das recursivas ondas infecção. O efeito espacial, devido a dinâmica entre os vizinhos, proporcionou que as ondas de infecção fossem deslocadas uma das outras a cada nova simulação.

**Palavras-chave:** Monte Carlo, Teoria de Jogos, Modelo SIR, Disseminação de Epidemias, Quarentena Voluntária.



# Abstract

In epidemics events, the strategy of social distancing is essential to reduce the spread of infection and consequently mitigate the spread of the disease, which is important, for example, in order to not collapse the health system in hospitals. The population perception of risk in face of the disease is a parameter that is associated with the idea of people adopt or not the strategy of social distancing, with the objective not to become infected agents. In our work, we propose two models to explain the quarantine dynamic on the occurrence of epidemics in a square network of agents. The game theory was used to govern the strategy of adopting isolation, and the epidemiological model was insert to spread the disease, the temporal evolution of this system was explain by the Monte Carlo method.

In both models, the strategy of adherence to quarantine by susceptible individuals took into account the perception of the fraction of infected agents in the network. In the first model, the game payoff occurred only through the interaction in pairs of susceptible neighbors (low local perception), while for the second the *Von Neumann* neighborhood was considered and a new payoff table was designed considering the cost of susceptible individuals remaining quarantined against recovered and infected agents (high local perception).

Our results showed different phases of the epidemic according to the defined risk perception, and we obtain the recurrent waves of infection as shown in the epidemic scenarios. It was observed that clusters of quarantined and non-quarantined susceptible agents were formed, surrounded by recovered individuals, in the recursive infection wave phase. The spatial effect, due to the dynamics between the neighbors, shown that the waves of infection were displaced from each other ever in a new simulation.

**Keywords:** Monte Carlo, Epidemic Spreading, Game Theory, SIR model, Voluntary Quarantine



# Sumário

<b>Lista de Símbolos</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Metodologia</b>	<b>3</b>
2.1 Modelo Epidemiológico . . . . .	3
2.1.1 Termos De Caracterização Dos Modelos De Disseminação . . . . .	3
2.1.1.1 Curva Epidêmica . . . . .	3
2.1.1.2 Transição de Fase . . . . .	4
2.1.1.3 Número de Reprodução . . . . .	4
2.1.2 Modelo SIR Determinístico . . . . .	5
2.1.3 Simulação de Monte Carlo e o Modelo SIR Estocástico . . . . .	8
2.2 Teoria de Jogos . . . . .	10
2.2.1 Jogo de Cooperação . . . . .	10
2.2.2 Dinâmica de Fermi . . . . .	12
2.3 Modelo Epidêmico com Estratégia de Quarentena . . . . .	13
<b>3 Resultados</b>	<b>19</b>
3.1 Modelo 1 - Com Menor Percepção Local . . . . .	19
3.2 Resultados do Modelo 1 . . . . .	20
3.3 Modelo 2 - Com Alta Percepção Local . . . . .	28
3.4 Resultados do Modelo 2 . . . . .	29
<b>4 Conclusão e Perspectivas</b>	<b>35</b>
4.1 Conclusão . . . . .	35
4.2 Perspectivas . . . . .	36
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>37</b>



# Capítulo 1

## Introdução

Em uma pandemia, na ausência de vacinas e medicamentos antivirais efetivos, intervenções não-farmacêuticas (NPIs) devem ser tomadas com a intenção de diminuir a transmissão do vírus e, conseqüentemente, o número de internações hospitalares e a mortalidade [1]. Em abril de 2020, para um grupo de vinte países, houve uma redução no número de casos de COVID-19 devido à adoção de NPIs como a proibição de encontros/reuniões e o fechamento de estabelecimentos locais. Estas medidas se mostraram efetivas na redução do contágio comunitário [2]. Um ranque das políticas de intervenção governamentais para COVID-19 mostrou que as medidas de distanciamento social foram as mais efetivas [3].

Indivíduos podem cooperar para um bem comum com algum custo, ou ser desertores visando um benefício individual, e este conflito de interesse é o que caracteriza um dilema social. Nessa área, a teoria dos jogos se estabeleceu como uma poderosa ferramenta matemática de análise [4]. Prever o comportamento do dilema social de uma população, sobre a estratégia do distanciamento social, é uma informação importante, já que a propagação de uma doença é influenciada por esse fator. O artigo [5] mostra como a fração de indivíduos infectados varia adotando ou não a estratégia de distanciamento através de um dilema.

Nesse trabalho buscamos nos aproximar da realidade, considerando os fatores que interferem nas decisões individuais em um cenário como o vivido recentemente com a COVID-19. Em uma abordagem mais local, consideramos que cada pessoa decide se quarentenar ou não baseada na percepção do risco de infecção comparado com o custo de se isolar [5]. Desenvolvemos um modelo epidemiológico que leve em consideração esses fatores, criando uma base científica sólida sobre a eficácia da quarentena e mostramos a gravidade de não adotar essa estratégia, já que nesse cenário, por exemplo, há superlotação dos leitos de saúde [6] [7]. Esses dados são relevantes tanto para governos justificarem as suas ações, quanto para a conscientização da própria população.

Em 2.1 explicamos os cenários epidêmicos sem considerar o fator do isolamento social, ou seja, nesta etapa a epidemia foi descrita apenas pelo modelo (*SIR*) [8]. Posteriormente, abordamos os tópicos fundamentais da teoria de jogos 2.2 e apresentamos um modelo que serviu de inspiração para o nosso trabalho 2.3. No resultados, em 3, dois modelos foram feitos para governar a estratégia do indivíduo suscetível se quarentenar. O primeiro utilizou a percepção de risco comparado com o custo de se quarentenar, e a interação entre os vizinhos ocorreu apenas em pares de indivíduos suscetíveis. Nessa abordagem, o efeito local foi menos significativo, pois a fração de indivíduos infectados era quem ditava a percepção de como um agente suscetível se sentia prejudicado por não se quarentenar. No segundo modelo, elaboramos um novo jogo, incluindo no custo a interação de um agente suscetível estar ao lado de agentes infectados e recuperados, nesse modelo consideramos a vizinhança de *Von Neumann* e a percepção local foi mais significativa. No final desse trabalho concluímos como a percepção de risco adotada influencia na dinâmica da epidemia, e como o fator espacial influencia nos resultados obtidos a cada simulação.

# Capítulo 2

## Metodologia

Neste capítulo serão descritos os métodos utilizados para obtenção dos resultados deste trabalho, além de uma breve introdução a conhecimentos prévios necessários para compreender o andamento da pesquisa e a discussão dos resultados obtidos. A seção 2.1 discute o modelo suscetível-infectado-quarentenado (*SIR*), com o objetivo de introduzir o modelo da disseminação da doença utilizado. Já a seção 2.2 levanta os fundamentos da teoria de jogos, que foram utilizados para guiar a estratégia de quarentena dos indivíduos. Por fim, a seção 2.3 apresenta um modelo que inspirou a elaboração dos *payoffs* na decisão dos indivíduos se quarentenarem.

### 2.1 Modelo Epidemiológico

#### 2.1.1 Termos De Caracterização Dos Modelos De Disseminação

As respectivas subseções discutem os termos gerais que caracterizam uma epidemia e estão presentes no modelo (*SIR*).

##### 2.1.1.1 Curva Epidêmica

A frequência de novos casos de infecção, denotada por  $f$ , representa o número de indivíduos que tornam-se infectados por unidade de tempo. A curva de  $f$  em função do tempo recebe um nome especial, curva epidêmica, essa cresce exponencialmente, na situação em que ocorre a epidemia, até atingir um ponto de inflexão, posteriormente decresce até atingir o valor zero, nesta situação a epidemia chega ao fim. Para determinar  $f$  consideramos todos os processos do tipo dado

$$A \xrightarrow{I} B, \tag{2.1}$$

onde  $A$  representa um indivíduo não infectado que adquire a doença, devido a transmissão de um indivíduo infectado, denotado por  $B$ . A soma das taxas de todos os processos é a frequência  $f$ , por essa razão o produto entre as frações de indivíduos suscetíveis e infectados multiplicado pela taxa de infecção equivale a frequência

$$f = \beta xy, \quad (2.2)$$

em (2.2)  $x$  é a fração de indivíduos suscetíveis,  $y$  é a fração de infectados e  $\beta$  é a taxa de infecção.

### 2.1.1.2 Transição de Fase

A disseminação de uma doença pode ser visualizada como uma transição de fase termodinâmica, basta percorrer diferentes valores para a taxa de infecção. Incrementando  $\beta$  em uma fase que não existe a propagação da doença, atinge-se um valor crítico, denotada por  $\beta_c$ , que inicia o surto.

A densidade populacional informa a proximidade entre os indivíduos do sistema e influencia no início de uma epidemia, já que a taxa de transmissão obedece a expressão  $\beta = \tau\beta^*$ , onde  $\tau$  é a densidade populacional e  $\beta^*$  é a taxa de transmissão intrínseca, a qual mede a força da infecção e independe da densidade. Definindo a densidade crítica  $\tau_c \equiv \beta_c/\beta^*$ , observa-se a transição de fase justamente quando  $\tau = \tau_c$ . Portanto, ao incrementar a densidade da população em uma fase que não existe o surto,  $\tau$  irá atingir o valor  $\tau_c$  e fará a doença se espalhar. Essa afirmação faz relação com o teorema de Kermack e Mckendrick, entretanto a densidade populacional equivale a fração de indivíduos suscetíveis [8].

O parâmetro de ordem, determinado pela área da curva epidêmica,

$$s = \int_0^\infty f dt, \quad (2.3)$$

permite caracterizar a transição de uma fase trivial para uma significativa. A fase trivial, caracterizada pelo parâmetro de ordem nulo, é a situação onde não ocorre a epidemia, já a fase significativa, caracterizada pelo parâmetro de ordem diferente de zero, é a situação em que ocorre epidemia.

### 2.1.1.3 Número de Reprodução

O número de reprodução, denotado por  $R$ , relaciona o número de indivíduos que serão infectados, caso estejam em contato com um único indivíduo infectado e pode ser escrito em

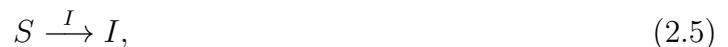
termos da frequência e da derivada temporal da fração de infectados [9, 10].

$$R = \frac{f}{f - y'} \quad (2.4)$$

O número básico de reprodução, denotado por  $R_0$ , é o número de reprodução no estágio inicial do sistema, nessa condição o número de indivíduos infectados é desprezado e a população é constituída predominantemente por indivíduos suscetíveis, assim  $R_0$  é obtido de  $R$  na situação em que  $x = 1$ , ou seja, quando a fração da população suscetível é máxima. Observa-se que a doença não se espalha quando  $R < 1$ , em  $R = 1$  o sistema encontra-se na fase endêmica e em  $R > 1$  ocorre a epidemia [11, 12].

### 2.1.2 Modelo SIR Determinístico

O estudo dos modelo epidemiológico (*SIR*) foi importante para os resultados obtidos nesse trabalho, esse é composto de três classes de indivíduos: suscetível ( $S$ ), infectado ( $I$ ) e recuperado ( $R$ ). O modelo contém dois processos de transformação, no primeiro os indivíduos suscetíveis passam a ser infectados quando em contato com indivíduos infectados que possuem a doença, esse processo ocorre com uma taxa  $\beta$  e é representado por



no segundo processo os indivíduos infectados recuperam-se espontaneamente da doença com uma taxa  $\gamma$  e adquirem imunidade, desse modo assumem o estado recuperado. Os indivíduos recuperados configuram estados em que os indivíduos não podem ser mais reinfectados.



A figura 2.1 representa os processos 2.5 e 2.6

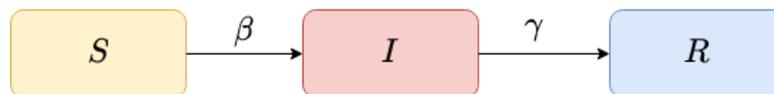


FIGURA 2.1. Representação do processo envolvendo o modelo epidemiológico (*SIR*). ( $S$ ) é o estado suscetível, ( $I$ ) é o estado infectado e ( $R$ ) é o estado recuperado. As taxas de transmissão e remoção da doença são respectivamente  $\beta$  e  $\gamma$ .

A fração de indivíduos suscetíveis, infectados e recuperados são representadas respectivamente por  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Como o sistema contém apenas três classes, e a população permanece

constante, então a soma das frações deve ser sempre igual a um,  $x + y + z = 1$ . Nos artigos [9, 13] é demonstrado como obter o sistema de equações que governam a evolução temporal das frações  $x$ ,  $y$  e  $z$  para o modelo (*SIR*), abaixo segue as expressões:

$$\frac{dx}{dt} = -\beta xy \quad (2.7a)$$

$$\frac{dy}{dt} = \beta xy - \gamma y \quad (2.7b)$$

$$\frac{dz}{dt} = \gamma y. \quad (2.7c)$$

As equações diferenciais (2.7) foram introduzidas por Kermack e McKendrick no seu estudo da disseminação de epidemias e não são independentes [8]. Essas expressões podem ser entendidas por uma análise de fluxo dos agentes. Por exemplo, para a equação (2.7a), observa-se um fluxo de saída em que os agentes suscetíveis deixam de permanecer nesse estado para tornarem-se infectados, por essa razão a fração de indivíduos suscetíveis se modifica em relação ao tempo e depende da quantidade das interações das frações de indivíduos infectados (que podem transmitir a doença), da quantidade de indivíduos suscetíveis (que estão expostos a pegar a doença) e da taxa transmissão ( $\beta$ ).

A solução trivial, que define o estado em que a doença não se espalha, é dada por  $x = 1$ ,  $y = 0$  e  $z = 0$ . Para análise da estabilidade considere pequenos desvios dessa solução, assim a expressão (2.7b) assume a forma

$$\frac{dy}{dt} = \alpha y. \quad (2.8)$$

Resolvendo a equação (2.8) se obtém  $y = y_0 e^{\alpha t}$ , onde  $\alpha \equiv \beta - \gamma$ . Ao analisar a solução, observe que quando  $\alpha > 0$  implica que  $\beta > \gamma$ , então a fração de infectados cresce de forma exponencial com o tempo, por essa razão ocorre a disseminação da doença, já para  $\beta < \gamma$  ocorre o decaimento no número de infectados e a doença não se espalha, a situação endêmica ocorre quando  $\beta = \gamma$ .

Dividindo (2.7c) por (2.7a) e integrando chega-se na expressão em que a fração de indivíduos recuperados depende apenas da fração de indivíduos suscetíveis.

$$z = -\frac{\gamma}{\beta} \ln x. \quad (2.9)$$

A constante de integração é nula, pois na condição inicial  $z = 0$  e o número de infectados é desprezível,  $x = 1$ . Substituindo (2.9) em  $x+y+z = 1$  encontra-se uma relação entre a fração de infectados com a de suscetíveis:

$$y = 1 - x + \frac{\gamma}{\beta} \ln x. \quad (2.10)$$

Substituindo (2.10) em (2.7a) chega-se na respectiva equação diferencial, cuja solução informa a fração de indivíduos suscetíveis no tempo.

$$\frac{dx}{dt} = -x(\beta - \beta x + \ln x). \quad (2.11)$$

O resultado numérico da fração de indivíduos infectados em relação ao tempo, utilizando Runge-kutta de quarta ordem, é mostrado na figura (2.2a). Inicialmente observa-se um crescimento exponencial no número de infectados até atingir um máximo, nesse momento a fração da população é constituída predominantemente por indivíduos suscetíveis que podem se tornar infectados. A medida que a fração de indivíduos suscetíveis vai diminuindo a fração de indivíduos infectados diminui, já que o vírus não encontra agentes sem resistência para passar a doença, nesse momento a grande parte da população é composta de indivíduos recuperados. Posteriormente, a fração de indivíduos infectados decai até ser nula, devido a recuperação da doença ser espontânea. Portanto, no equilíbrio, para tempos longos, o sistema pode conter no máximo dois estados de indivíduos: recuperados ou recuperados e suscetíveis.

A frequência de novos casos é dada por  $f = \beta xy$  e para o modelo SIR também equivale a  $f = -dx/dt$ . A figura (2.2b) mostra a curva epidêmica em função do tempo obtida numericamente, inicialmente ocorre um crescimento exponencial até um máximo, posteriormente decresce até atingir o valor zero. A área sobre a curva epidêmica é o parâmetro de ordem  $s$ , o qual determina a fase do sistema. No modelo SIR, essa quantidade pode ser obtida levando  $t \rightarrow \infty \Rightarrow y \rightarrow 0$ , as frações finais de indivíduos suscetíveis e quarentenados estarão relacionadas por  $x^* + y^* = 1$ , isolando  $x^*$  e substituindo em (2.9).

$$z^* = -\frac{\gamma}{\beta} \ln(1 - z^*). \quad (2.12)$$

Substituindo  $f = -dx/dt$  em (2.3), integrando e utilizando a condição inicial e final para a fração de indivíduos suscetíveis, obtém-se

$$s = \int_0^\infty f dt = 1 - x^* = z^*. \quad (2.13)$$

Substituindo (2.13) em (2.12) temos uma expressão final para o parâmetro de ordem

$$s = -\frac{\gamma}{\beta} \ln(1 - s). \quad (2.14)$$

A equação (2.14) é transcendental e pode ser resolvida numericamente. Observa-se que quando  $\beta \leq \gamma$  o parâmetro de ordem é zero e não ocorre a disseminação da doença, já quando  $\beta > \gamma$  o sistema troca de fase e a doença se espalha, sendo que o parâmetro de ordem aumenta seu valor a medida que  $\beta$  aumenta ou  $\gamma$  diminui.

O número de reprodução assume a respectiva forma

$$R = \frac{\beta}{\gamma}x, \quad (2.15)$$

quando substituimos a frequência  $f = \beta xy$  e a expressão (2.7b) em (2.4).

O número básico de reprodução é obtido de (2.15) na configuração em que  $x = 1$ .

$$R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \quad (2.16)$$

### 2.1.3 Simulação de Monte Carlo e o Modelo SIR Estocástico

O método de Monte Carlo, entende-se por uma classe de algoritmos que resolvem problemas físicos através do uso de geradores de números aleatórios. O método mais famoso de MC é o algoritmo de Metropolis [14], o qual oferece uma maneira poderosa de gerar as configurações com os pesos apropriados para o sistema físico. A probabilidade de transição  $w(\mu \rightarrow \nu)$ , de um estado para outro, informa o trajeto que o sistema percorre e, caso os estados dependam imediatamente do seu anterior, classificam-se por processos de Markov. A sucessão de estados gerados por um processo de Markov, chama-se cadeia de Markov, essa satisfaz as condições de balanço e ergodicidade, quando respeita a distribuição de Boltzmann. Portanto, as configurações relevantes de um sistema físico, são aquelas em que o estado de maior peso permanece.

Uma outra forma de obter o comportamento epidemiológico do modelo (*SIR*), é baseado em uma dinâmica entre agentes, o qual utiliza o método de Monte Carlo para descrever a evolução temporal entre os estados das interações. Nessa abordagem, o modelo (*SIR*) é tratado na forma estocástica, assim o sistema é definido em uma rede quadrada contendo  $N$  sítios, onde cada sítio é ocupado por apenas um indivíduo que possui um dos respectivos estados: suscetível (*S*), infectado (*I*) e recuperado (*R*). A cada passo de tempo um sítio é sorteado aleatoriamente e a seguinte regra é respeitada:

1. se o sítio sorteado está no estado (*S*) ou (*R*) ele permanece inalterado.
2. se o sítio sorteado está no estado (*I*) esse tem uma probabilidade  $\gamma$  de se tornar recuperado, caso contrário, esse transmite a doença com uma probabilidade,  $\beta$ , para os seus primeiros vizinhos que estão no estado (*S*). Ressaltamos que nada acontece se o vizinhos não forem suscetíveis.

Portanto, cada sítio  $i$  da rede está associada a uma variável estocástica  $\sigma_i$  que assume os valores 0, 1, 2 respectivo aos estados (*R*), (*S*) e (*I*). As taxas  $w_i(\sigma)$  representam as transições

$\sigma_i \rightarrow \sigma'_i$ , onde  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_i, \dots, \sigma_N)$  é uma configuração microscópica inicial do sistema e  $\sigma' = (\sigma_1, \dots, \sigma'_i, \dots, \sigma_N)$  é a configuração final, note que ambas diferem apenas por um estado no  $i$ -ésimo sítio. Portanto, a taxa de transição de uma configuração  $\sigma_i$  equivale a

$$w(\sigma_i) = \beta \delta(\sigma_i, 1) \sum_j^N \delta(\sigma_j, 2) + \gamma \delta(\sigma_i, 2). \quad (2.17)$$

onde,  $\delta(x, y)$  é a Delta Kronecker e o índice ( $N$ ) no somatório corresponde ao número de vizinhos do  $i$ -ésimo sítio. Substituindo a expressão 2.17 na equação mestra se obtém

$$\frac{d}{dt} P(\sigma, t) = \sum_i w_i(\bar{\sigma}) P(\bar{\sigma}, t) - w_i(\sigma) P(\sigma, t), \quad (2.18)$$

desenvolvendo essa expressão e utilizando a aproximação de campo médio pode se obter a evolução temporal da fração dos indivíduos no sistema (2.7)[15]. O microestado  $\bar{\sigma}$  é obtido da permutação anticíclica de  $\sigma$ .

Utilizando as regras 2.1.3 definidas para o modelo (*SIR*), foi possível obter a evolução temporal da fração de infectados e da frequência, mostrada na figura 2.2, com o comportamento aproximado ao do modelo determinístico 2.1.2. As condições iniciais introduzidas para o sistema são descritas nas legendas das figuras. Observa-se que o pico da fração de infectados no modelo estocástico é menor que o do modelo determinístico, também pode-se ver que a curva da fração de infectados e da frequência é mais larga em 2.1.3 do que em 2.1.2.

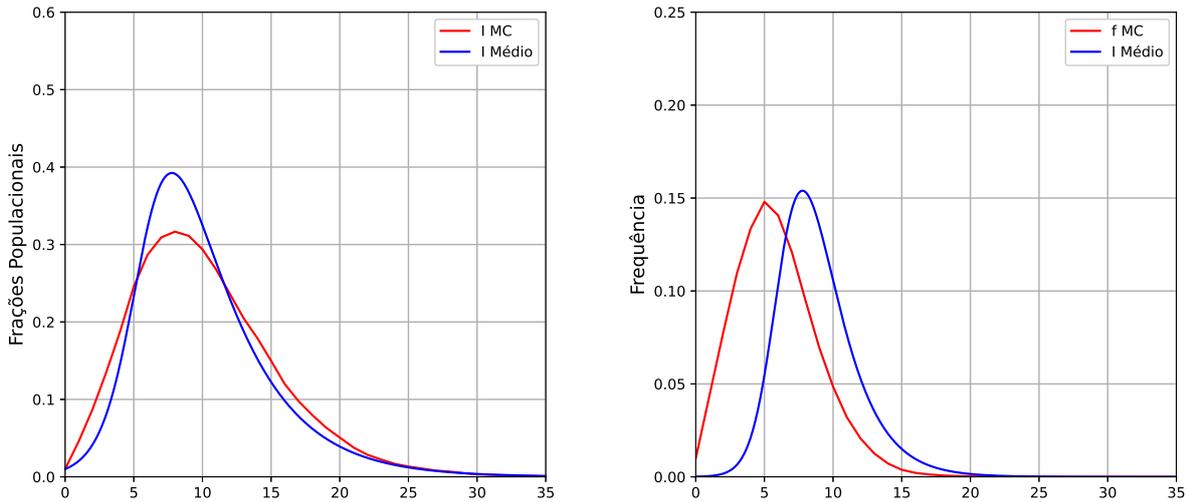


FIGURA 2.2. (a) Fração  $y$  dos indivíduos infectados em função do tempo.  $I_{MC}$  e  $I_{Médio}$  correspondem, respectivamente, as curvas da fração de indivíduos infectados pelo método de Monte Carlo 2.1.3 e pela teoria de campo médio 2.1.2. (b) Frequência  $f$  em função do tempo.  $f_{MC}$  e  $f_{Médio}$  correspondem aos resultados pelos métodos 2.1.3 e 2.1.2 respectivamente. As condições iniciais para ambos os sistemas são:  $x_0 = 0,99$ ,  $y_0 = 0,01$ ,  $\gamma = 0,26$  e  $\beta = 0,99$ .

## 2.2 Teoria de Jogos

A teoria de jogos, é uma área da matemática, que estuda a evolução temporal de sistemas, frente as interações entre agentes, obedecendo uma determinada regra. Está presente em diferentes campos, como: economia (bolsa de valores ou cartéis) [16], biologia (evolução das espécies, processos epidêmicos e vacinação) [17, 5, 18], ciências sociais (política e decisões sociais) [19], meteorologia [20]. Na próxima seção será abordado um jogo de cooperação, o qual apresenta os fundamentos utilizados nesse trabalho, para construir a estratégia de decisão dos indivíduos fazerem quarentena, posteriormente também será discutido a dinâmica que altera essa decisão em outra seção.

### 2.2.1 Jogo de Cooperação

Um exemplo famoso em jogos de cooperação é o Dilema do Prisioneiro (PD), elaborado por Merrill Flood e Melvin Dresher em 1950 [21], esse jogo consiste de dois indivíduos suspeitos, A e B, que são presos. Não existem provas para condená-los, eles estão em celas diferentes sem poder se comunicar e a ambos é oferecido o mesmo acordo: cooperar ou não cooperar. Quando o jogo ocorre entre um indivíduo que coopera e outro que não, então o primeiro perde e o segundo ganha, já quando os dois indivíduos optam por cooperar, ambos ganham, porém com uma recompensa menor que na situação anterior. No caso em que nenhum coopera, ambos perdem, mas com menor prejuízo do que o cooperador da primeira condição. Nesse jogo, os indivíduos são sempre tentados a não cooperar devido ao esquema de recompensas, (*payoff*), dada pela interação entre os prisioneiros. A tabela 2.1 mostra a rede (*payoff*) desse jogo.

	C	D
C	$R = 3/R = 3$	$S = 0/T = 5$
D	$T = 5/S = 0$	$P = 1/P = 1$

TABELA 2.1. Matriz de ganhos (*payoff*) entre a interação dos prisioneiros 1 e 2. O dilema está associado a uma rede *payoff* que é composta por: R (*reward*) ganho da recompensa pela cooperação mútua, P (*punishment*) castigo pela não cooperação mútua, T (*temptation*) tentação para não cooperar (maior ganho do jogo, indivíduo não coopera e seu vizinho coopera), e S (*sucker*) o menor ganho (o indivíduo coopera e o seu vizinho não). O dilema do prisioneiro deve obedecer os respectivos valores para os *payoffs*:  $T > R > P > S$  e  $2R > T + S$ .

A estratégia de um indivíduo não cooperar no (PD) é a que apresenta o melhor resultado e independe da decisão do outro jogador, por essa razão é a dominante. No entanto, essa escolha

individual não é a melhor para ambos. Existem duas possibilidades de entender as decisões tomadas, dadas pelas interações dentro de uma população de indivíduos que cooperam e não cooperam, uma delas é por meio de equações diferenciais que governam essa evolução temporal e a outra é utilizando as simulações Monte Carlo. Neste trabalho, foi utilizada a última.

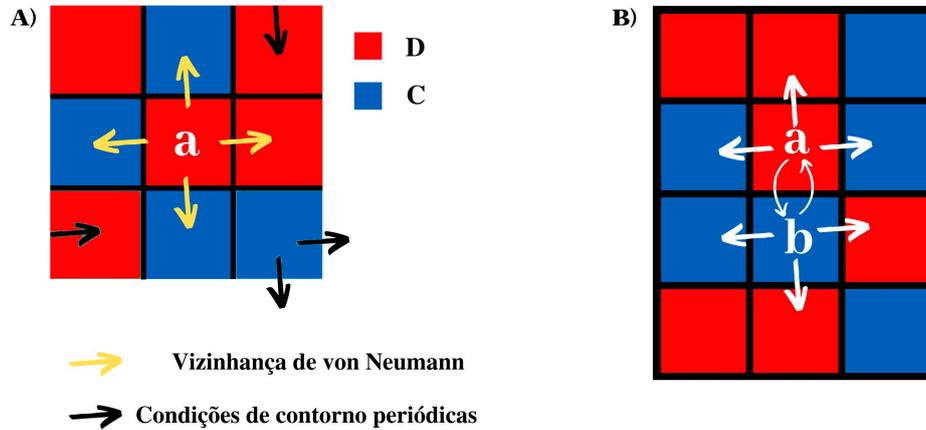


FIGURA 2.3. Representação de uma rede onde os quadrados azuis são cooperadores, os vermelhos não cooperadores. Essa figura foi adaptada da referência [22]

Realizam-se simulações de Monte Carlo em uma rede sem a existência de buracos ou falhas e com condições de contorno periódicas, composta por jogadores que cooperam ( $C$ ) e não cooperam ( $D$ ), cujos sítios são preenchidos por um único agente de forma aleatória, mas com mesma probabilidade. Para obter a evolução temporal, percorre-se a rede assincronamente, assim é escolhido um jogador ( $A$ ) de forma aleatória e esse joga com os seus primeiros vizinhos que formam a vizinhança de *von Neumann*, a recompensa acumulada nas interações é guardada. A figura (2.3a) representa essa etapa. Posteriormente, um dos vizinhos de ( $A$ ) é escolhido aleatoriamente com mesma probabilidade do que os outros, a ele damos o nome de jogador ( $B$ ). Repete-se o passo anterior, ou seja, calcula-se a recompensa de ( $B$ ) devido as interações entre seus primeiros vizinhos, após armazena-se em uma variável a quantidade calculada. A escolha da dinâmica, regra que determina quando um indivíduo troca de estratégia, é quem define a probabilidade do indivíduo mudar sua ação. Nesse trabalho será adotada a dinâmica de Fermi, que será explicada na próxima seção. No entanto, pode-se antecipar, que ao utilizar essa dinâmica, o jogador ( $A$ ) tende a permanecer com a sua estratégia quando a sua recompensa é maior que a do jogador ( $B$ ), na situação contrária ele tende a adotar a estratégia do jogador ( $B$ ) [23]. A figura (2.3b) representa a etapa descrita.

### 2.2.2 Dinâmica de Fermi

Nesse trabalho, a probabilidade da mudança da estratégia, de um indivíduo que coopera adotar o estado do seu vizinho, e assim vice e versa, é governada pela função de Fermi

$$\Phi(\pi_C \rightarrow \pi_D) = \frac{1}{1 + \exp[-(\pi_D - \pi_C)/k]}, \quad (2.19)$$

essa função depende da soma dos ganhos (*payoffs*), denotadas por  $\pi_C$  e  $\pi_D$ , de cada um dos jogadores ( $C$ ) e ( $D$ ). A variável  $k$  representa a intensidade de um ruído que está relacionado com as decisões irracionais, quanto maior o valor de  $k$ , menor será o valor do argumento da exponencial e a curva  $\Phi \rightarrow 1/2$ , ou seja, as decisões serão independentes da diferença dos *payoffs*. Na situação em que  $k \rightarrow 0$  a decisão se torna racional, uma vez que a probabilidade é 1 quando  $\pi_D$  é maior que  $\pi_C$  e 0 quando  $\pi_C$  é maior que  $\pi_D$ . A figura 2.4 mostra como a função (2.19) varia em relação a diferença entre os *payoffs* e conforme o valor de  $k$ .

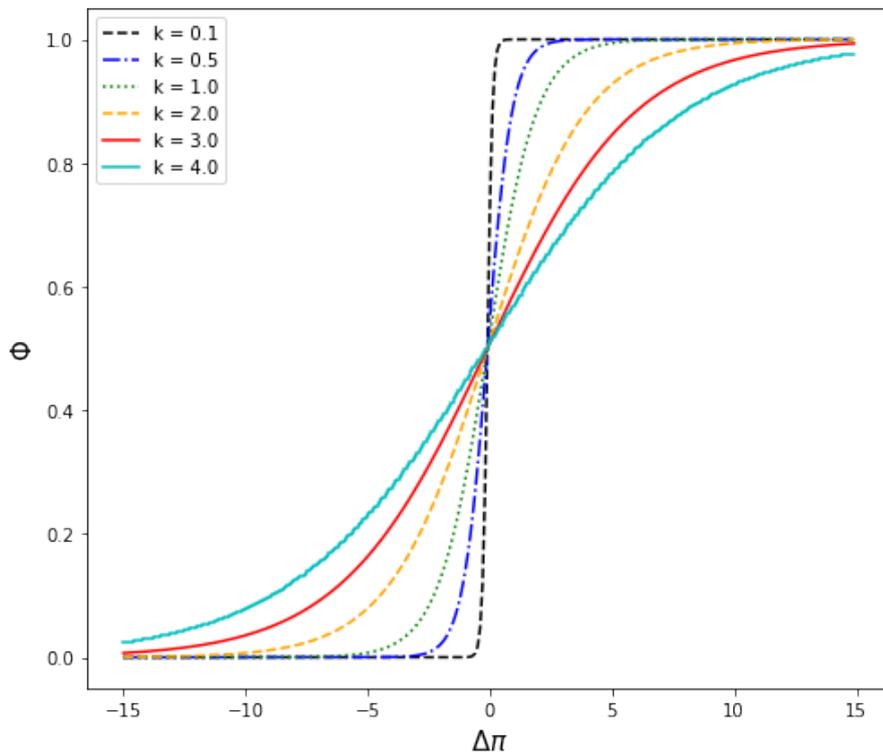


FIGURA 2.4. Gráfico das funções de probabilidade de troca, função de Fermi, pela diferença dos *payoffs*,  $\Delta\pi = \pi_D - \pi_C$ . As diferentes intensidades de um ruído, denotadas por  $k$ , estão associadas com as decisões irracionais, já que quanto menor o valor de  $k$ , menor será a probabilidade de mudar o estado para um *payoff* de valor inferior (decisão irracional). Observa-se, que para  $\Delta\pi < 0$ , a tendência é o agente permanecer com a sua estratégia, já quando  $\Delta\pi > 0$  a tendência é adotar a estratégia do vizinho.

## 2.3 Modelo Epidêmico com Estratégia de Quarentena

O artigo [5] serviu como inspiração para desenvolver os modelos que serão apresentados nesse trabalho. Nesse artigo, um modelo epidemiológico de quarentena voluntária também é proposto, porém utilizando a teoria de campo médio. O modelo SIR, discutido na seção 2.1.2, foi implementado para descrever a epidemia em [5], assim os indivíduos suscetíveis ( $S$ ) se tornam infectados ( $I$ ) com uma taxa  $\beta_i$  quando estão expostos a outro agente infectado, o índice  $i$  informa a taxa de transmissão, conforme a estratégia adotada pelos agentes. Espontaneamente, com uma taxa  $\gamma$ , os indivíduos infectados se tornam recuperados ( $R$ ). Os indivíduos podem assumir a estratégia de se quarentenar ( $Q$ ) ou manter-se agindo como em uma situação normal ( $N$ ). Na linguagem da teoria de jogos, introduzida na seção 2.2.1, isso pode ser interpretado como uma forma de cooperação ou não cooperação. Portanto, o efeito do indivíduo adotar a estratégia de se quarentenar influencia diretamente na taxa de transmissão da doença individual  $\beta_i$ , assume-se que os indivíduos quarentenados tem uma taxa menor de transmissão do que os não quarentenados,  $\beta_Q < \beta_N$ . Devido as diferentes taxas impostas pela estratégia de quarentena, o modelo SIR usual é expandido para outro contendo cinco estados possíveis ( $SQ$ ), ( $SN$ ), ( $IQ$ ), ( $IN$ ) e ( $R$ ). As interações entre indivíduos que adotam tipos diferentes de estratégia podem ocorrer, por exemplo, na situação em que um agente ( $SQ$ ) torna-se infectado por um indivíduo ( $IN$ ), desta forma a taxa de interação da transmissão cruzada é ( $\beta_a$ ) e  $\beta_Q < \beta_a < \beta_N$ . Um agente infectado não pode se tornar suscetível de novo, então a estratégia dele se quarentenar é irrelevante.

Os indivíduos baseiam sua estratégia no risco percebido das suas ações, *perceived payoff*, empregando o conceito de teoria de jogos 2.2.1, denota-se o risco por  $\pi$ . Um cooperador, ( $C$ ), agente que adotou a quarentena, espera sofrer um custo ( $\Omega$ ) sobre a sua ação, esse custo representa a penalidade que alguém pode enfrentar em um período de epidemia ao adotar essa estratégia, por exemplo, deixar de trabalhar ou sair de casa para fazer alguma atividade de lazer. No entanto, esse custo leva em consideração a redução da probabilidade dele torna-se infectado ao adotar a estratégia de quarentena. O custo ( $\Omega$ ), descrito nesse processo, é uma constante, assim o *payoff* do indivíduo que coopera é dado pela expressão

$$\pi_C = -\Omega. \quad (2.20)$$

Os indivíduos que não cooperam adotam a estratégia de não se quarentenar, ( $D$ ), existe um custo sobre essa ação que é proporcional as seguintes quantidades: taxa de transmissão da doença para os agentes que não cooperam ( $\beta_N$ ), fração de indivíduos infectados do sistema ( $y$ ), e percepção do risco da doença ( $\zeta$ ), por essa razão o *payoff* dos desertores é dado pela expressão

$$\pi_D = -\zeta\beta y. \quad (2.21)$$

Aumentando cada uma das quantidades em 2.21, a chance dos agentes mudarem para estratégia de se quarentenar é cada vez maior, por outro lado, diminuindo, os indivíduos tendem a permanecer no seu estado. Como a fração de indivíduos infectados evolui no tempo, então 2.21 muda o seu valor, o que provoca mudanças na fração de agentes quarentenados, e conseqüentemente nas frações de suscetíveis, infectados e recuperados. Definindo os valores de 2.20 e das constantes  $\beta_N$  e  $\zeta$  em 2.21, é possível chegar em uma fase em que a fração de infectados evolui no tempo com ondas de infecção. No pico máximo dessas ondas, os indivíduos tendem a se quarentenar, pois como a fração de infectados é alta essa faz o *payoff* de 2.21 ser menor que o de 2.20. No entanto, devido a queda da fração do número de infectados, chegará um momento que 2.21 será maior que 2.20 e assim os agentes tendem a não se quarentenar, provocando uma nova onda de infecção.

Seguindo a dinâmica típica da evolução da teoria de jogos, vista na seção 2.2.2, a probabilidade de um determinado indivíduo que coopera em fazer a quarentena, ( $Q$ ), adotar a estratégia de um indivíduo que não coopera em fazer, ( $N$ ), está relacionada com a diferença dos *payoffs*,  $\pi_D$  e  $\pi_C$ , e com o uso da função de Fermi

$$\Phi(\pi_Q \rightarrow \pi_N) = \frac{1}{1 + \exp[-(\pi_N - \pi_Q)/k]}. \quad (2.22)$$

Utilizando a função de Fermi junto com a fração das populações pode-se obter a taxa com que os indivíduos suscetíveis quarentenados alterem sua estratégia para não quarentenados e vice-versa. De forma análoga, obtemos uma expressão para a fração dos infectados.

$$\Phi_x = x_Q(x_N + y_N)\Phi(\pi_Q \rightarrow \pi_N) - x_N(x_Q + y_Q)\Phi(\pi_N \rightarrow \pi_C) \quad (2.23a)$$

$$\Phi_y = y_Q(x_N + y_N)\Phi(\pi_Q \rightarrow \pi_N) - y_N(x_Q + y_Q)\Phi(\pi_N \rightarrow \pi_C). \quad (2.23b)$$

A figura 2.5 mostra o diagrama do modelo, respeitando todas as imposições feitas anteriormente.

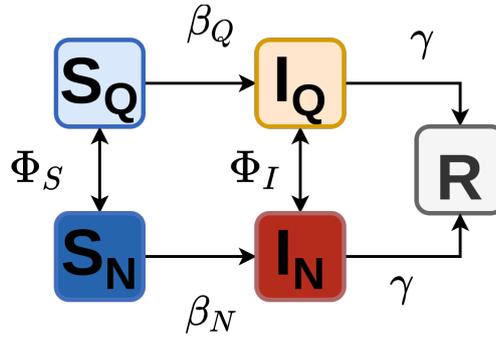


FIGURA 2.5. Representação esquemática do modelo. Considera-se cinco estados possíveis para evolução dinâmica epidemiológica: suscetível quarentenado ( $S_Q$ ), suscetível não quarentenado ( $S_N$ ), infectado quarentenado ( $I_Q$ ), infectado não quarentenado ( $I_N$ ) e recuperado ( $R$ ). Indivíduos suscetíveis mudam sua estratégia (C ou D) através da teoria de jogos, onde  $\Phi$  representa o fluxo de estratégia de cada estado suscetível do sistema.  $\gamma$  é a taxa de recuperação da doença. Dependendo da interação entre os indivíduos suscetíveis e infectados se tem taxas de transmissão  $\beta_Q$ ,  $\beta_N$  e  $\beta_a$ . Referência [5].

Considerando todas as suposições feitas: expansão dos termos do modelo SIR, mudança de estratégia de estado governada pela função de Fermi, chega-se as respectivas equações diferenciais que descrevem a evolução temporal das frações da população

$$\dot{x}_D = -x_D(\beta_N y_N + \beta_a y_Q) + \Phi_x \quad (2.24a)$$

$$\dot{x}_C = -x_C(\beta_a y_N + \beta_Q y_Q) - \Phi_x \quad (2.24b)$$

$$\dot{y}_D = +x_D(\beta_N y_N + \beta_Q y_Q) - \gamma I_D + \Phi_y \quad (2.24c)$$

$$\dot{y}_C = +x_C(\beta_N y_N + \beta_Q y_Q) - \gamma I_C - \Phi_y \quad (2.24d)$$

$$\dot{z} = \gamma(y_N + y_Q). \quad (2.24e)$$

O sistema de equações diferenciais 2.24 pode ser entendido por uma análise do fluxo dos agentes. Por exemplo, para expressão 2.24a, observa-se dois fluxos que modificam a fração de indivíduos suscetíveis quarentenados com o tempo: o primeiro fluxo ocorre por causa que a fração suscetível não quarentenada esta exposta a pegar a doença das frações de indivíduos infectados, quarentenados ou não quarentenados, com as suas devidas taxas de transmissão. Portanto,  $\dot{x}_D$  deve ser proporcional a  $-x_D(\beta_N y_N + \beta_a y_Q)$ . O segundo fluxo ocorre devido a mudança de estratégia do jogo, os indivíduos suscetíveis quarentenados optam por deixar de se quarentenar, ou seja,  $\dot{x}_D$  depende de  $\Phi_x$ . Chega-se nas outras expressões 2.24b 2.24c 2.24d 2.24d partindo da mesma análise. A evolução temporal das frações, apresentada na figura 2.6, pode ser obtida por uma integração numérica. No artigo [5], o método Runge-Kutta de 4º ordem foi utilizado, o código encontra-se em [24].

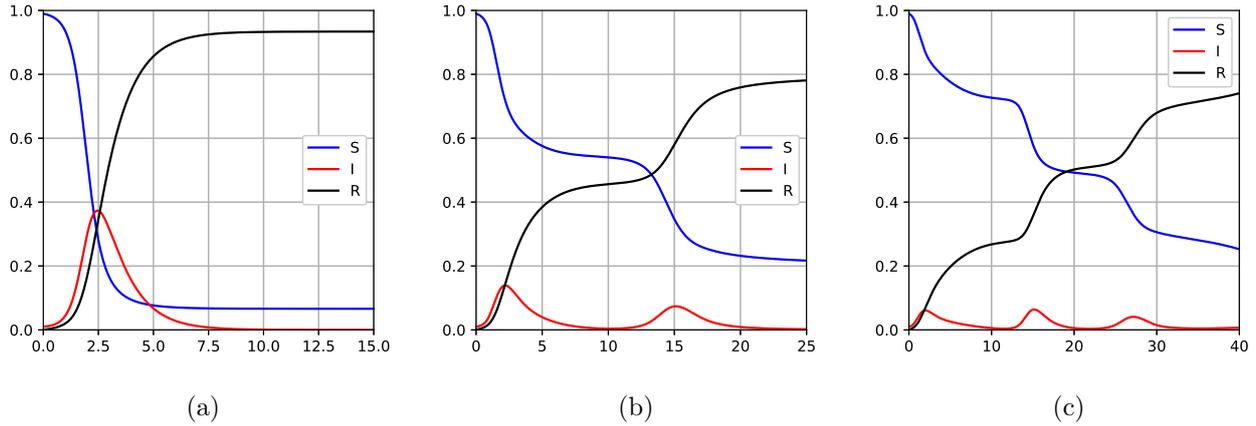


FIGURA 2.6. Comportamento da evolução das frações da população de acordo com a percepção de risco  $\zeta$ . As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 5,0$ ,  $\beta_Q = 1,0$ ,  $\gamma = 1,0$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não. Em 2.6a a percepção de risco é nula  $\zeta = 0,0$ , em 2.6b  $\zeta = 5,0$  e em 2.6c  $\zeta = 10,0$ . Observa-se, que a medida que  $\zeta$  aumenta, a infecção se distribui ao longo do tempo, portanto assume mais picos, porém menores.

As sucessivas ondas de infecção das figuras 2.6b 2.6c, podem ser entendidas olhando para a evolução da diferença dos *payoffs*, como explicado anteriormente, ou pela evolução temporal da fração dos indivíduos cooperadores e desertores desse sistema, figuras 2.7. Em 2.7a, a percepção de risco é nula,  $\zeta = 0$ , assim o *payoff* dos cooperadores (2.20) será menor que o dos desertores (2.21) durante todo o tempo. Portanto, os indivíduos que estão no estado de quarentena se sentem prejudicados sobre essa escolha e optam por não se quarentenar. Conseqüentemente, o sistema será formado pela grande maioria de indivíduos com taxa de transmissão  $\beta_N = 5,0$ , logo se tem um único pico da fração de infectados que corresponde a um valor próximo a essa taxa, o que recai na curva do SIR usual 2.2.

Em 2.7b, a percepção de risco corresponde a  $\zeta = 5$ , nessa situação o *payoff* dos cooperadores (2.20) será menor que o dos desertores (2.21) até o instante próximo ao tempo 1, por isso ocorre um aumento na curva verde dos agentes desertores e conseqüentemente na fração de infectados, representado pela curva em vermelho. Posteriormente a esse momento, a fração dos indivíduos infectados é alta, fazendo o (2.21) ter um valor menor que (2.20), assim os indivíduos vão optar pela estratégia de quarentena. Como a fração de agentes com taxa de transmissão  $\beta = 1,0$  aumenta ( $\beta_Q = 1,0$  junto com  $\gamma = 1,0$  configuram um número de reprodução  $R$  que não existe epidemia 2.1.1.3), então a doença para de se espalhar e conseqüentemente a fração de indivíduos infectados decai, mas não deixa de existir. A partir do tempo 5 a fração de infectados é baixa, por essa razão os agentes cooperadores se sentem prejudicados em perma-

necer quarentenados, dessa forma ocorre um aumento na fração de desertores. Devido a essa mudança de estratégia, a fração de indivíduos com taxa de transmissão  $\beta_N$  é alta, por essa razão, próximo ao tempo 14, a doença entra em uma fase que começa a se espalhar novamente, aumentando fração de infectados. O mesmo comportamento anterior é observado, ou seja, os agentes desertores se sentem prejudicados com o custo da doença e optam por se quarentenar, o que resulta na diminuição da fração de infectados.

A mesma análise anterior, para a figura 2.7c, pode ser feita para explicar as suas ondas de infectados. Observa-se, que a medida que  $\zeta$  aumenta, mais ondas de infecção ocorrem, porém com máximos menores (doença se distribui no tempo). Isso acontece, pois o valor do *payoff* em (2.21) diminui o seu valor, assim os agentes fazem quarentena mesmo para uma baixa fração de indivíduos infectados, e conseqüentemente, mudam essa estratégia somente quando a fração tem um valor muito alto. Portanto, os indivíduos suscetíveis não pegam a doença imediatamente, como nos casos em que  $\zeta$  é baixo, logo isso faz surgir mais ondas de infecção ao longo do tempo.

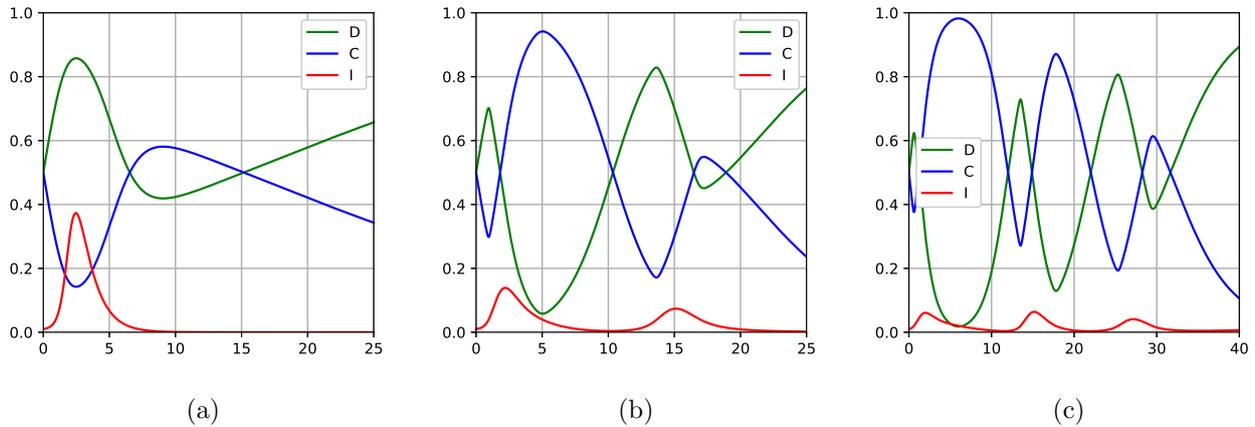


FIGURA 2.7. Evolução das frações de indivíduos infectados e de agentes cooperadores (quarentenados) e não cooperadores (não quarentenados), para diferentes valores da percepção de risco  $\zeta$ . As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 5,0$ ,  $\beta_Q = 1,0$ ,  $\gamma = 1,0$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não.



# Capítulo 3

## Resultados

Este capítulo apresenta os principais resultados do trabalho, onde implementamos uma abordagem estocástica espacial na rede quadrada de um modelo epidemiológico com quarentena voluntária governada por um jogo de cooperação.

Nesse trabalho dois modelos foram elaborados: o primeiro utiliza os *payoffs* (2.20) (2.21), discutidos anteriormente, e a interação entre os vizinhos ocorre apenas em pares. Nessa abordagem, a percepção local dos quatro primeiros vizinhos não é significativa, e a dinâmica que muda a estratégia de quarentena tem influência total da fração de indivíduos infectados. No segundo modelo, (2.20) (2.21) servem como base para construir uma rede de *payoffs*, dada pela interação entre agentes cooperadores e desertores, que são definidos pelos estados do modelo SIR, de maneira diferente ao do artigo [5]. Os primeiros vizinhos (vizinhança de *von Neumann*) são considerados da mesma forma que na seção 2.2.1, com isso a percepção local de um indivíduo se torna significativa e compete com a percepção do sistema como um todo, devido a fração de infectados. As subseções 3.1 e 3.3 discutem com maior profundidade cada um dos modelos elaborados.

### 3.1 Modelo 1 - Com Menor Percepção Local

O modelo SIR estocástico da seção 2.1.3 foi modificado de tal forma que o estado suscetível foi expandido em outros dois estados: suscetível quarentenado ( $SQ$ ) e suscetível não quarentenado ( $SN$ ). O suscetível quarentenado coopera para a não disseminação da doença, já que permanece isolado frente aos outros indivíduos, assim tem um custo por se quarentenar dado por 2.20, enquanto um não quarentenado contribui, pois se expõe ao contato dos infectados, por isso tem o custo 2.21. Isso pode ser entendido no modelo SIR como: uma maior taxa de transmissão para os indivíduos não quarentenados ( $\beta_N$ ) e uma menor para os quarentenados ( $\beta_Q$ ), enquanto que a taxa de recuperação da doença ( $\gamma$ ) não se altera. A figura 3.1 mostra

o diagrama proposto para o modelo descrito, a evolução temporal das frações populacionais é obtida pelo uso da simulação de Monte Carlo, tal como a regra utilizada no modelo SIR estocástico da seção 2.1.3, porém considerando as duas taxas de transmissão  $\beta_Q$  e  $\beta_N$ .

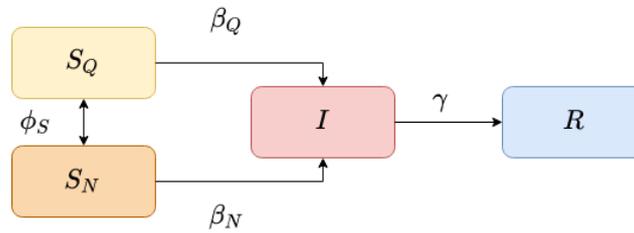


FIGURA 3.1. Representação esquemática do modelo proposto. Considera-se quatro estados possíveis para evolução da dinâmica epidemiológica: suscetível quarentenado ( $S_Q$ ), suscetível não quarentenado ( $S_N$ ), infectado ( $I$ ) e recuperado ( $R$ ). Indivíduos suscetíveis mudam sua estratégia (C ou D) através da teoria de jogos, onde  $\Phi$  representa o fluxo de estratégia de cada estado suscetível do sistema.  $\gamma$  é a taxa de recuperação da doença. Dependendo da estratégia do indivíduo tem-se uma taxa de transmissão  $\beta_Q$  ou  $\beta_N$ .

Nesse modelo, percorre-se a rede assincronamente, portanto sorteia-se um indivíduo, esse deve ser suscetível quarentenado e seu vizinho suscetível não quarentenado, ou vice versa. O sítio escolhido joga com um dos seus vizinhos mais próximos, a escolha do vizinho é feita de maneira aleatória, o indivíduo suscetível decide se vai adotar a estratégia do seu vizinho de acordo com o custo das ações de cada um, a probabilidade é obtida pela diferença dos *payoffs* junto com a função de Fermi 2.19, o jogo evolui por meio de uma simulação de Monte Carlo.

A percepção local nesse modelo é menos significativa, já que a estratégia de adotar o estado do vizinho depende apenas da fração de infectados no sistema. Portanto, mesmo que um agente suscetível esteja muito afastado dos sítios infectados e próximo de indivíduos recuperados, esse irá adotar a estratégia de se quarentenar, caso a fração de infectados seja alta. Por outro lado, esse mesmo agente pode adotar a estratégia de não se quarentenar tendo como vizinho um indivíduo infectado, caso a fração de infectados seja baixa.

## 3.2 Resultados do Modelo 1

Os resultados da figura 3.2, foram obtidas por meio da implementação computacional do modelo 1 (3.1), e mostra a evolução temporal das frações de agentes em relação a percepção  $\zeta$ . O sistema consiste em uma rede quadrada de tamanho  $L \times L$ , com um número total de indivíduos  $N = L^2$  e com condições de contorno periódicas, a condição inicial do modelo está presente na

legenda da figura 3.2. Ajustando a percepção de risco  $\zeta$  em 3.2 foi possível obter uma fase onde ocorrem duas e três ondas de infecção como em 2.6. Nessa situação, observa-se uma diferença entre essas curvas, a fração de infectados do modelo 3.1 não decai acentuadamente a um limite próximo ao eixo da abscissa. Isso foi padronizado desta forma, através dos valores dos *payoffs*, já que o regime imposto em 2.3 gera uma condição muito sutil, que na maioria das simulações leva a epidemia a terminar. Portanto, os parâmetros impostos, para as taxas de transmissão e de remoção da doença, foram definidos de modo que a doença não deixasse de existir, ou seja, que a fração de agentes infectados não tangenciasse o eixo próximo a zero, possibilitando as ondas de infecção vistas em 3.2b e 3.2c.

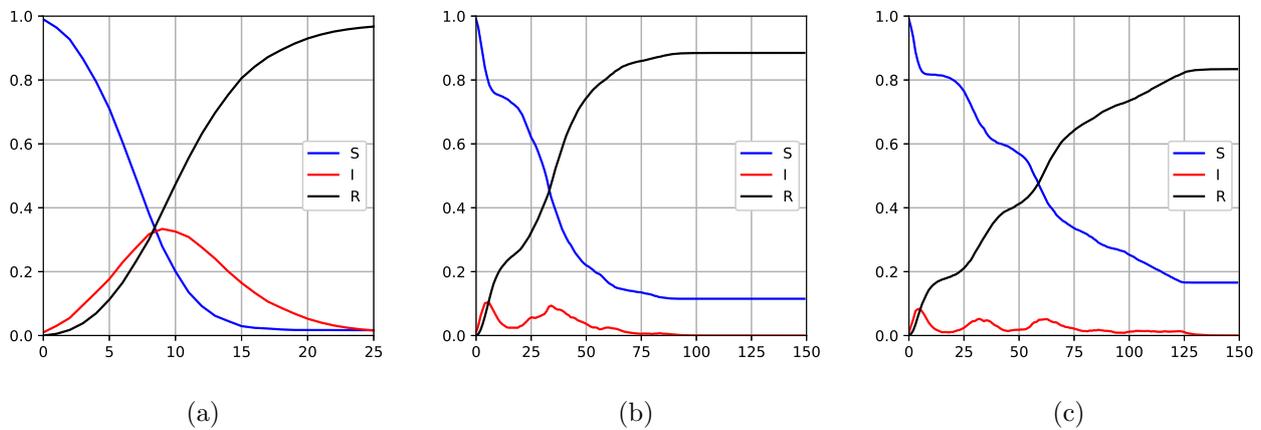


FIGURA 3.2. Comportamento da evolução das frações da população (suscetível, infectado, recuperado) de acordo com a percepção de risco  $\zeta$ , os resultados obtidos para 3.2a corresponde a média de 100 simulações, já para 3.2b 3.2c uma única simulação foi realizada, cujas sementes introduzidas no gerador de número aleatório, respectivamente, foram 54838 e 69344. As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não. Em 3.2a a percepção de risco é nula,  $\zeta = 0,0$ , assim a disseminação da doença obedece a dinâmica do SIR usual 2.1.2 2.1.3, com um grande e único pico de infecção. Em 3.2b 3.2c, quando  $\zeta = 20,0$  e  $\zeta = 33,0$ , dois e três picos acontecem. À medida que  $\zeta$  aumenta, a infecção se distribui ao longo do tempo, portanto assume mais picos, porém menores.

Observa-se, que para qualquer que seja a condição inicial, escolhendo uma percepção de risco alta, como ( $\zeta = 500$ ), não ocorrerá epidemia, já que o cálculo do parâmetro de ordem (2.13) sempre retorna um valor próximo a zero nas diferentes simulações geradas. Isso pode ser explicado por causa que a grande parte da fração de indivíduos suscetíveis irá adotar a estratégia de se quarentenar, logo a doença não tem como se espalhar. Esse gráfico não foi exibido em 3.2 por ser a solução trivial.

Outra diferença que pode ser observada entre as curvas 3.2 e 2.6 é na forma das sucessivas ondas da fração de infectados, em 3.2 tem-se ondas mais amplas com picos menos definidos. O efeito da interação entre os pares de vizinhos, tanto para a mudança da estratégia do jogo, quanto para a disseminação da doença é o que gera essa mudança no modelo 3.1. Ao permitir a interação de todos os agentes um com os outros, não importando a sua distância com os demais, ou seja, dando o perfil de campo médio para as simulações, chega-se na curva 3.3 que se assemelha melhor aos resultados de 2.3.

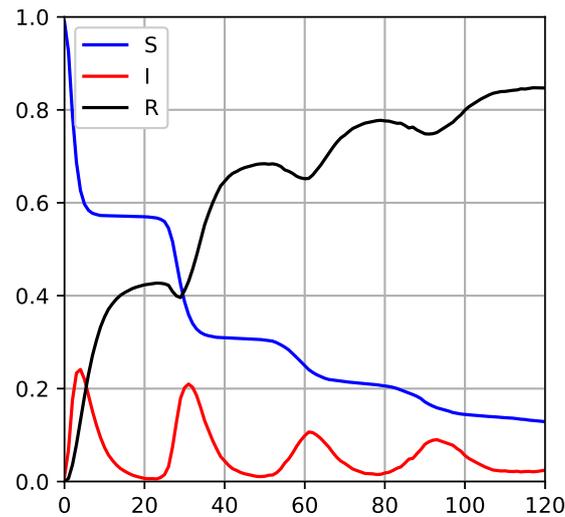


FIGURA 3.3. Campo Médio. Comportamento da evolução das frações da população (suscetível, infectado, recuperado) de acordo com a percepção de risco  $\zeta = 25$ , o resultado de 3.3 foi obtido para um única simulação, utilizou-se a semente 9061. As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não.

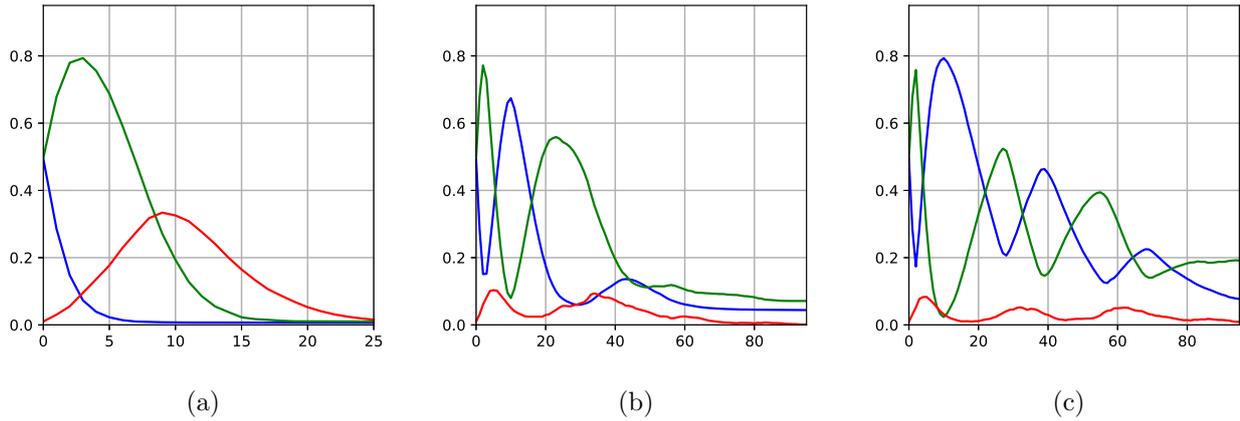


FIGURA 3.4. Evolução das frações de indivíduos infectados e de agentes cooperadores (quarentenados) e não cooperadores (não quarentenados), para diferentes valores da percepção de risco,  $\zeta = 0, 20$  e  $33$ . As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não. Em 3.4b 3.4c se utilizou respectivamente as sementes 54838 e 69344, já em 3.4a foi obtida a média de cem simulações independentes.

Na figura 3.4a, quando a percepção de risco é nula ( $\zeta = 0$ ), o *payoff* dos cooperadores (2.20) será sempre menor que o dos desertores (2.21), por essa razão os indivíduos que estão no estado de quarentena se sentem prejudicados pela sua estratégia e optam por copiar a do seu vizinho, caso ele não faça quarentena. Isso faz com que a fração de desertores seja sempre maior do que a de cooperadores, em relação a figura 2.7a isso é diferente, já que no instante de tempo aproximadamente igual a 8, a fração de quem coopera é maior. Outra diferença, está no fato de que a fração de cooperadores e desertores decai à medida que o tempo avança, isso faz sentido, já que os indivíduos suscetíveis passam a ser agentes infectados e posteriormente recuperados, que conforme a definição feita no modelo 3.1, esses não são estados que podem ou não cooperar.

As sucessivas ondas de infecção das figuras 3.2b 3.2c, podem ser entendidas olhando para evolução temporal da fração dos cooperadores (susceptível quarentenado,  $SQ$ ) e dos desertores (susceptível não quarentenado,  $SN$ ), tal como fizemos para a figura 2.7 do modelo [5]. Por exemplo, em 3.4b, a percepção de risco corresponde a  $\zeta = 20,0$ , nessa situação o *payoff* dos cooperadores (2.20) será menor que o dos desertores (2.21) até aproximadamente três passos Monte Carlo (MCS), por isso ocorre um aumento na curva verde dos agentes não quarentenados e conseqüentemente na fração de infectados, representado pela curva em vermelho. Posteriormente a esses passos, a fração dos indivíduos infectados é alta, fazendo (2.21) ter um valor menor que (2.20), assim os indivíduos vão optar pela estratégia de quarentena. Como a fração

de agentes com taxa de transmissão nula aumenta, então a doença para de se espalhar e consequentemente a fração de indivíduos infectados decai, mas não deixa de existir. No passo Monte Carlo próximo a 10 a fração de infectados é baixa, por essa razão os agentes cooperadores se sentem prejudicados em permanecer quarentenados, dessa forma ocorre mais um aumento da fração de estados não quarentenados, o que provoca uma segunda onda de infectados. Por fim, os agentes desertores se sentem prejudicados com o custo da doença e optam por se quarentenar, o que resulta na diminuição da fração de infectados.

A evolução temporal dos agentes, devido à propagação da doença e ao efeito estratégico dos indivíduos, pode ser observada por meio da estrutura espacial da rede ao longo do tempo, figura 3.5. A simulação realizada corresponde a mesma condição inicial das figuras 3.2c 3.4b. Em 3.5a, no tempo MCS igual a zero, os indivíduos infectados são posicionados aleatoriamente ao longo da rede que é composta predominantemente de agentes suscetíveis quarentenados e não quarentenados. Nesse momento, os sítios quarentenados (amarelos) passam a assumir a estratégia dos seus vizinhos não quarentenados (brancos), já que a fração de indivíduos infectados é baixa. Logo, a população é composta em sua grande maioria por indivíduos não quarentenados, permitindo que a doença se espalhe, figura 3.5b. Posteriormente, como a fração de infectados é alta, os indivíduos não quarentenados adotam a estratégia do seu vizinho de se quarentenar, por essa razão é importante que nas simulações a fração de indivíduos quarentenados não tenha desaparecido por completo no passo 3.5b, consequentemente a isso a fração de infectados decai, figura 3.5c. Esse processo entre as etapas 3.5b e 3.5c se repete e forma as ondas de infecção.

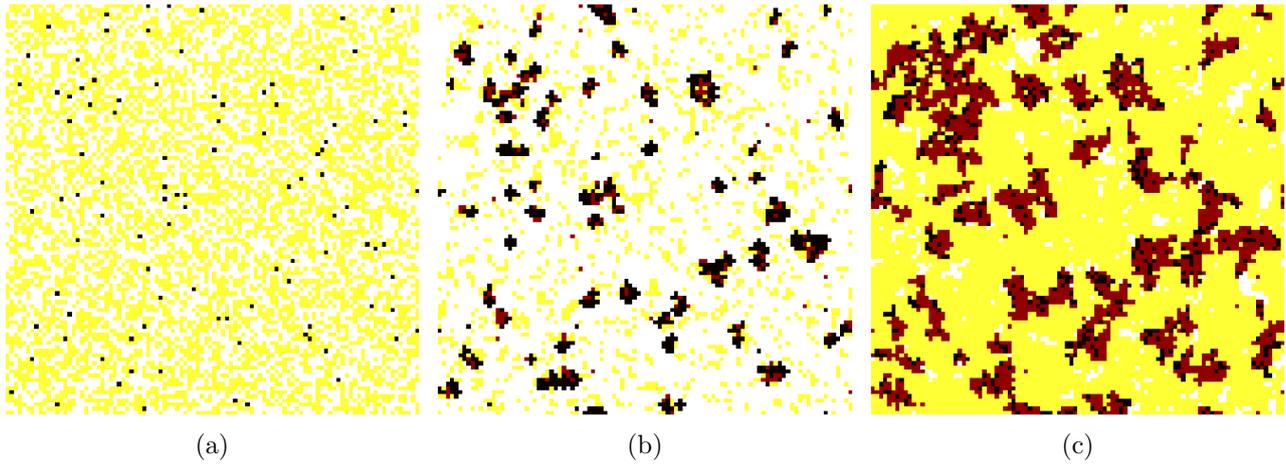


FIGURA 3.5. *Snapshots* representativos da rede mostrando a evolução temporal dos estados dos agentes, devido ao efeito estratégico do jogo e da disseminação da doença. O estado dos indivíduos suscetíveis quarentenado e não quarentenado, são respectivamente, os sítios que contém as cores (amarelo) e (branco), já o estado dos indivíduos infectados e recuperados são representados pelas cores dos sítios (preto) e (vermelho vinho). Do item 3.5a-3.5c, os *snapshots* apresentam os passos de Monte Carlo  $t = 0, 3, 9$ .

Nessa modelo, a animação da evolução temporal da rede mostrou que a percepção local dos quatro primeiros vizinhos não é significativa, já que a decisão de se quarentenar depende apenas de um único vizinho escolhido aleatoriamente [25]. A dinâmica que muda a estratégia de quarentena tem influência total da fração de indivíduos infectados, assim a vizinhança sendo composta por indivíduos no estado recuperado ou infectado não interferiu na estratégia de adotar o estado cooperador ou desertor de um vizinho suscetível. Portanto, mesmo os sítios suscetíveis estando longe da doença, optaram pela decisão de se quarentenar, quando a fração de infectados era alta. Assim, esse modelo não contempla a uma observação que foi vista no comportamento da população no período de epidemia da COVID-19, que era as pessoas não respeitarem o distanciamento social enquanto essas não se sentissem prejudicadas devido a infecção não estar próxima a elas.

As médias das simulações para exibir a evolução temporal das frações em 3.2b 3.2c não foram feitas, já que para cada nova simulação, as segundas e demais ondas de infecção se deslocam em relação ao tempo uma frente as outras (quanto maior o número de ondas, maior a tendência delas estarem deslocadas). Consequentemente, isso afeta o cálculo do valor esperado, pois a evolução da fração de indivíduos infectados apresenta um comportamento constante ao tempo quando se calcula a média. O gráfico 3.6 ajuda a entender melhor essa situação, mesmo que as três ondas de infectados sejam geradas por quatro simulações independentes, tomar a média delas leva a compreensão de que as ondas não existem, já que a curva de infectados

engloba todas as ondas numa única.

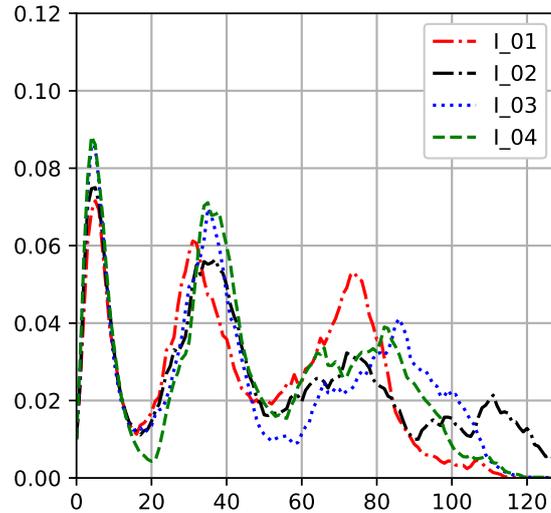


FIGURA 3.6. Evolução das frações de indivíduos infectados para diferentes valores das sementes:  $I_{01} = 70590$ ,  $I_{02} = 34862$ ,  $I_{03} = 85592$  e  $I_{04} = 61579$ . As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$ ,  $\zeta = 33$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não. Percebe-se que todas as curvas possuem três ondas de infecção, mas estão defasadas temporalmente entre si.

Uma importante observação foi feita ao buscar pelas diferentes ondas de infecção: o número de ondas respeita o valor passado a variável  $\zeta$  e está associado aos valores próximos a média gerada pelas frações estacionárias dos agentes recuperados, suscetíveis quarentenados e suscetíveis não quarentenados, para um conjunto de simulações independentes. Para os valores próximos a média da figura 3.7 foram obtidos três ondas de infectados, por essa razão esse conjunto de simulações apresenta em sua maioria três ondas na evolução temporal. Ao nos afastarmos dos valores da média, tendendo ao menor e maior valor para a fração de recuperados, apenas duas ondas são observadas. As mesmas condições iniciais da figura 3.2c foram usadas para gerar as simulações em 3.7, por essa razão em 3.2c foi usado uma semente no gerador de números aleatórios que apresenta uma fração estacionária dos indivíduos próxima a média dos valores obtidos no histograma 3.7. Para a figura 3.2b os histogramas foram gerados apenas para classificar a melhor semente a representar as duas ondas, desta forma não foram incluídas as figuras nesse relatório.

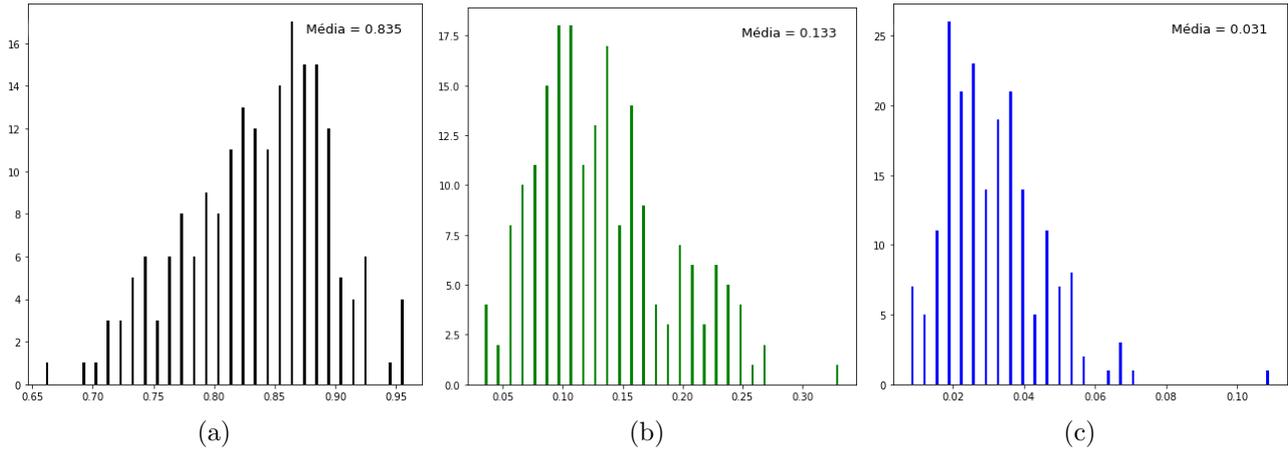


FIGURA 3.7. Histogramas gerado para 200 simulações independentes com as condições iniciais dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$ ,  $\zeta = 33$  e metade dos indivíduos suscetíveis quarentenados e a outra metade não. O histograma 3.7a corresponde a fração estacionária de indivíduos recuperados, em 3.7b o histograma corresponde a fração estacionária de indivíduos suscetíveis não quarentenados e em 3.7c a fração estacionária de indivíduos suscetíveis quarentenados.

Os resultados estacionário obtidos para o parâmetro de risco  $\zeta = 20$  e  $\zeta = 35$  geraram *clusters* de indivíduos suscetíveis quarentenados e não quarentenados cercados por agentes recuperados. Esse resultado é uma condição fundamental para que a percepção de risco  $\zeta$  configure ondas na fração de infectados.

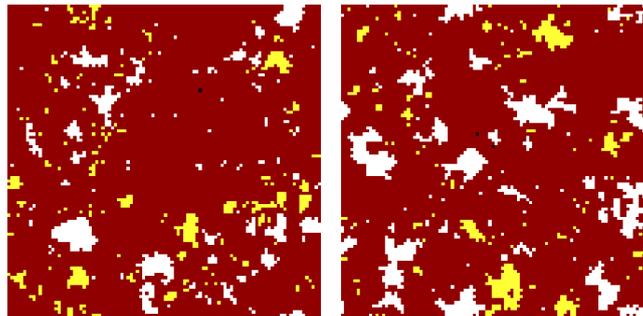


FIGURA 3.8. *Snapshots* representativos da rede mostrando a condição estacionária do sistema para as percepções de risco  $\zeta = 20$  (figura da esquerda) e  $\zeta = 33$  (figura da direita) com a condição inicial de 3.7. O estado dos indivíduos suscetíveis quarentenado e não quarentenado, são respectivamente, os sítios que contém as cores (amarelo) e (branco), já o estado dos indivíduos infectados e recuperados são representados pelas cores dos sítios (preto) e (vermelho vinho).

### 3.3 Modelo 2 - Com Alta Percepção Local

O objetivo desse modelo é incluir nos indivíduos a percepção local dos primeiros vizinhos, de modo que esse seja mais significativo que a percepção do número de indivíduos infectados no sistema. Desta forma, a estratégia de quarentena, pode ser decidida com base contrária a escolha da maior fração da população.

O modelo consiste no mesmo diagrama representado pela figura 3.1, nada difere para o modelo SIR, porém o jogo é definido de uma forma que também inclui a percepção local, para que os indivíduos suscetíveis mudem de estratégia. Agora, indivíduos no estado ( $SQ$ ) ou ( $R$ ) contribuem para que a doença não se espalhe, por essa razão são agentes cooperadores, denotados por  $C_Q$  e  $C_R$ . Os indivíduos recuperados são definidos como cooperadores, pois adquirem imunidade, então, na rede quadrada, formam barreiras que impedem ou, ao menos, dificultam o contato dos indivíduos infectados com os suscetíveis, diminuindo a transmissão da doença. Em analogia, pode-se fazer uma comparação com a vacinação: uma pessoa que decidiu não se vacinar, só terá uma chance menor de adquirir a doença, na condição em que a maioria da população está vacinada. Em contra partida aos cooperadores, têm-se os desertores, dado pelos indivíduos no estado ( $SN$ ) ou ( $I$ ), como são agentes que contribuem para propagação da doença, denotam-se por  $D_N$  e  $D_I$ .

A mudança de estratégia entre os indivíduos suscetíveis quarentenados e não quarentenados é feita considerando a interação entre um cooperador ( $C_Q$ ) e um não cooperador ( $D_N$ ) com os demais estados:  $D_N$ ,  $C_Q$ ,  $D_I$  e  $C_R$ . De maneira similar ao (PD) em 2.2.1, considera-se a interação de um sítio entre os quatro vizinhos mais próximos (vizinhança *von de Neumann*), e de um dos seus vizinhos sorteados com os seus outros quatro. O jogo evolui por meio de simulações de Monte Carlo e a tabela 3.1 mostra o custo da interação entre os agentes. Posteriormente, a probabilidade é obtida pela diferença da interação dos *payoffs* calculados, do sítio e do vizinho, utilizando a dinâmica de Fermi 2.2.2.

	$D_N$	$C_Q$	$D_I$	$C_R$
$D_N$	$B$	$A$	$S$	$T$
$C_Q$	$A$	$R$	$T$	$P$

TABELA 3.1. Rede *payoff* da interação entre os estados  $D_N$ ,  $C_Q$ ,  $D_I$  e  $C_R$ .

O custo das interações estão associados aos *payoffs* do modelo 3.1 e foram definidos da seguinte forma. A interação entre os não cooperadores  $D_N$ , é o *payoff* dos não cooperado-

res (2.21),  $B \equiv -\zeta\beta_N I_N$ . O custo da interação entre um cooperador  $C_Q$  e um não cooperador  $D_N$ , é a médias dos *payoffs* (2.20) e (2.21),  $A \equiv -(\Omega + \zeta\beta_N I_N)/2$ . A essas interações, o efeito que prevalece não é localizado aos vizinhos, já que os *payoffs* dependem do número de infectados na rede. Fisicamente, isso pode ser interpretado como a informação provinda de meios de comunicação (programas de rádio, televisão, internet) sobre qual o grau da infecção na população, o conhecimento desse dado exerce um papel central na decisão do indivíduo.

As interações entre estados  $C_Q$ , corresponde ao *payoff* dos cooperadores (2.20),  $R \equiv -\Omega$ . Os *payoffs* das interações  $D_N$  com  $C_R$  e  $C_Q$  com  $D_I$  são nulos,  $T \equiv +0,5\Omega$ , pois ambos agentes se beneficiam entre essas interações. Faz sentido o custo dessas interações ser positivo, já que um indivíduo suscetível não quarentenado, não sente qualquer prejuízo ao adotar esse estado quando está próximo a indivíduo recuperado. Por outro lado, um agente suscetível que deixa de fazer quarentena próximo a vizinhos infectados, coloca-se numa situação de alto risco, que pode levar o indivíduo a pegar a doença. Essa interação ocorre entre  $D_N$  e  $D_I$ , e equivale ao *sucker* no (DP), pois corresponde a pior situação possível para um indivíduo que não se quarentena,  $S = -3500\Omega$ . Por fim, ainda existe uma punição entre um agente permanecer quarentenado próximo a indivíduos recuperados, essa situação, no (PD), equivale aos dos agentes optarem por entregar seu parceiro,  $P \equiv -3000\Omega$ . A escolha da estratégia, devido a percepção local, ocorre devido as interações com custos  $S$ ,  $T$ ,  $P$  e  $R$ . Assim como no (PD) se definiu essas quantidades de modo que respeitasse a regra  $T > R > P > S$ .

## 3.4 Resultados do Modelo 2

Os resultados das figuras 3.9 3.11, foram obtidas por meio da implementação computacional do modelo 2 (3.3), e mostra a evolução temporal das frações dos agentes em relação a percepção de risco  $\zeta$ , correspondente as sementes de valor associado próximo as médias dos histogramas da figura 3.10. O sistema consiste em uma rede quadrada de tamanho  $L \times L$ , com um número total de indivíduos  $N = L^2$  e com condições de contorno periódicas, a condição inicial do modelo está presente na legenda da figura 3.9. Ajustando a percepção de risco  $\zeta$  em 3.9 foi possível obter as ondas de infecção como em 3.2 sem nenhuma diferença explícita. No entanto, para figura 3.11, como se definiu os cooperadores e os desertores de uma forma diferente que a do modelo 3.1, há uma distinção. As curvas da evolução temporal dos cooperadores e desertores não decaem no tempo como em 3.4. Outra mudança está no fato da diferença entre as amplitudes dessas frações ser maior para 3.11 do que para 3.4, na situação de equilíbrio do sistema isso fica nítido. Embora ocorra essa distinção para o modelo 3.1 a curva é semelhante a evolução temporal dos cooperadores apresentados em 2.7.

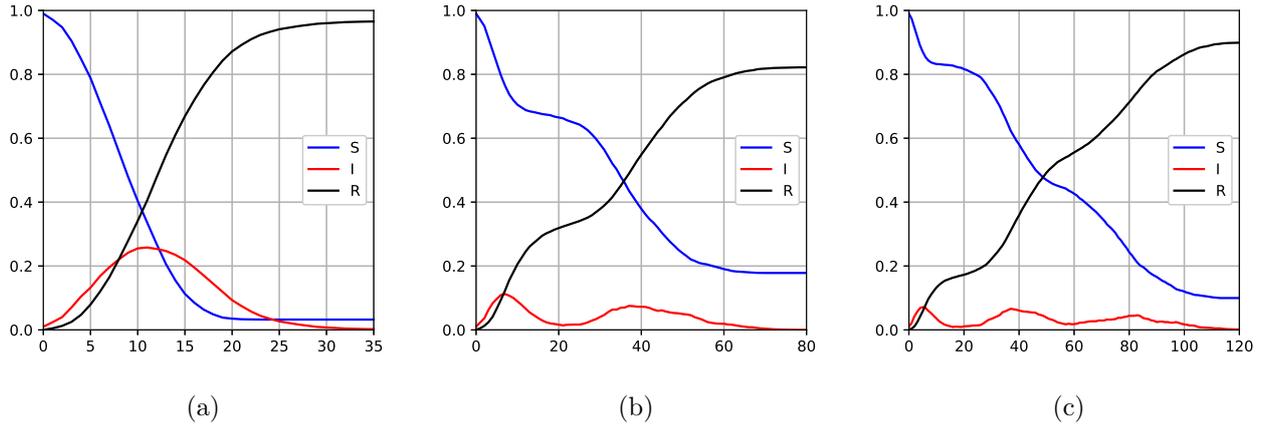


FIGURA 3.9. Comportamento da evolução das frações da população (suscetível, infectado, recuperado) de acordo com a percepção de risco  $\zeta$ . Uma única simulação foi realizada e as sementes introduzidas no gerador de número aleatório foram respectivamente 28376 e 97704 em 3.9b e 3.9c. As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $L = 100$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\Omega = -1,2$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não. Em 3.9b 3.9c, quando  $\zeta = 20,0$  e  $\zeta = 35,0$ , dois e três picos acontecem.

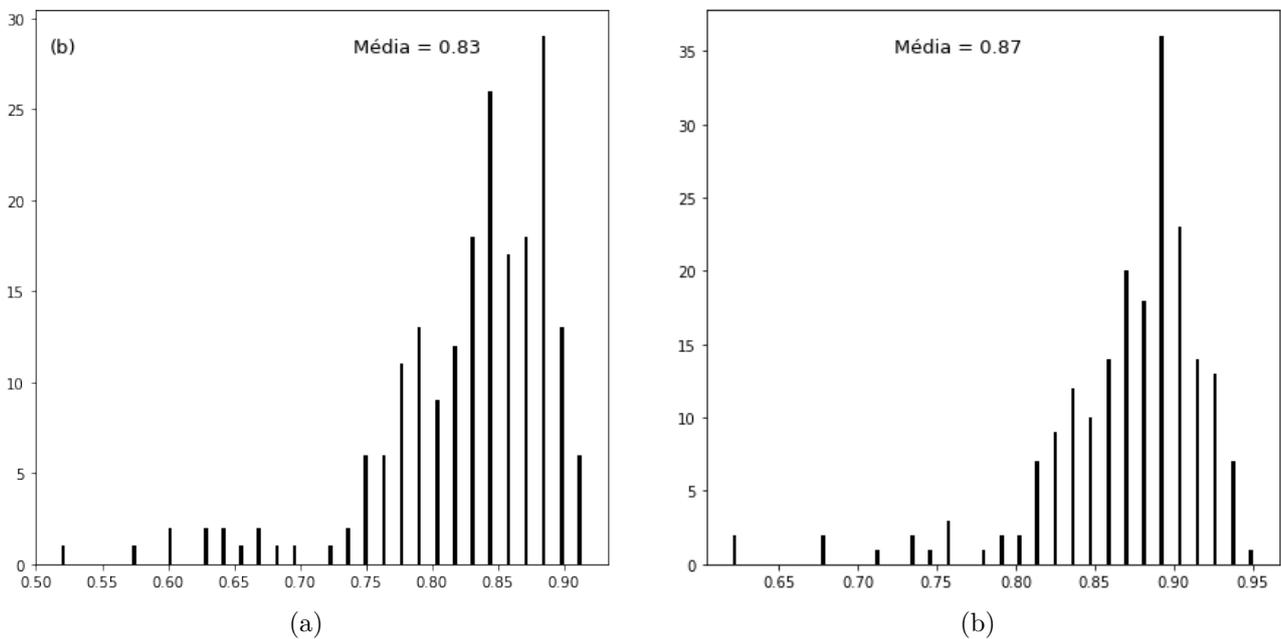


FIGURA 3.10. Histogramas gerado para 200 simulações independentes com as condições iniciais idênticas a da figura 3.9. Os histogramas 3.7a 3.7b correspondem a fração estacionária de indivíduos recuperados com  $\zeta = 20$  e  $\zeta = 35$ . As figuras dos histogramas para a fração estacionária de indivíduos suscetíveis quarentenados e não quarentenados foram omitidas, mas correspondem a uma média com os valores 0,03, 0,14 e 0,02, 0,11 respectivamente. Um dos bons valores possíveis de sementes associadas as médias dos histograma, para os valores de  $\zeta = 20$  e  $\zeta = 35$ , são 28376 e 97704, tal como os da figura 3.9

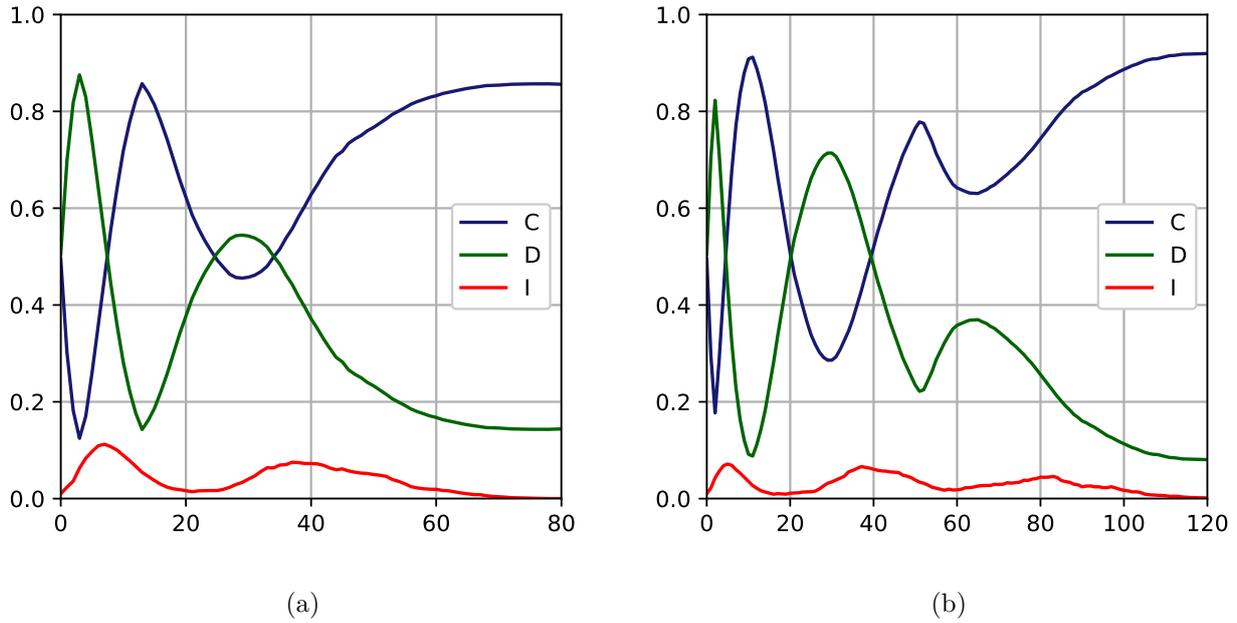


FIGURA 3.11. Evolução das frações de indivíduos infectados e de agentes cooperadores (quarentenados) e não cooperadores (não quarentenados), para diferentes valores da percepção de risco  $\zeta$ . As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0,0$ ,  $\gamma = 0,26$  e metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não.

Novamente, as sucessivas ondas de infecção das figuras 3.9b, 3.9c, podem ser entendidas olhando para evolução temporal da fração dos cooperadores ( $C_Q$  e  $C_R$ ) e dos desertores ( $D_N$  e  $D_I$ ), tal como fizemos para as figuras 2.7 e 3.4 dos modelos [5] (seção 2.3) respectivamente.

Nesse modelo, também observa-se que para qualquer que seja a condição inicial, escolhendo uma percepção de risco alta, como ( $\zeta = 500$ ), não ocorrerá epidemia, pois o cálculo do parâmetro de ordem (2.13) sempre apresentar a solução trivial. Novamente, isso pode ser explicado por causa que a grande parte da fração de indivíduos suscetíveis irá adotar a estratégia de se quarentenar, logo a doença não tem como se espalhar.

O efeito mais importante presente no modelo 3.3 é o de incluir a percepção local na estratégia do jogo e não só considerar a fração de infectados no sistema. Através da animação dos passos da figura 3.12 [26], observa-se que um agente suscetível não sendo vizinho de indivíduos infectados e tendo um dos vizinhos no estado recuperado, irá tender a adotar a estratégia de não se quarentenar, mesmo que a fração de infectados faça com que os indivíduos suscetíveis não quarentenados adotem a estratégia de se quarentenar em outras partes da rede, onde a vizinhança não é composta por indivíduos recuperados. Pode-se entender esse efeito, olhando para tabela *payoff* em 3.1, a fração de se não quarentenar tendo um vizinho recuperado,

sempre será maior que qualquer interação que carregue os *payoffs* que dependam da fração de infectados, logo prevalece a percepção local. Na figura 3.12b esse efeito se torna visível ao observar que os aglomerados de indivíduos recuperados estão na grande maioria do lado de indivíduos no estado suscetível não quarentenado.

Outro exemplo, da percepção local na estratégia do jogo, visto nas animações da rede para a evolução temporal, é quando um indivíduo suscetível não quarentenado é vizinho de um indivíduo infectado. Nessa situação, mesmo que um dos vizinhos desse sítio seja recuperado (o que corresponderia a uma situação ideal para não permanecer quarentenado), o indivíduo se sentiria muito prejudicado, pois estar ao lado de um vizinho infectado e não fazer quarentena levaria a um valor dado pelo acumulo das interação dos *payoffs* entre os vizinhos muito baixo. Por essa razão, observa-se os indivíduos adotando a estratégia de quarentena, mesmo que a fração da infecção esteja baixa e tenha algum vizinho recuperado.

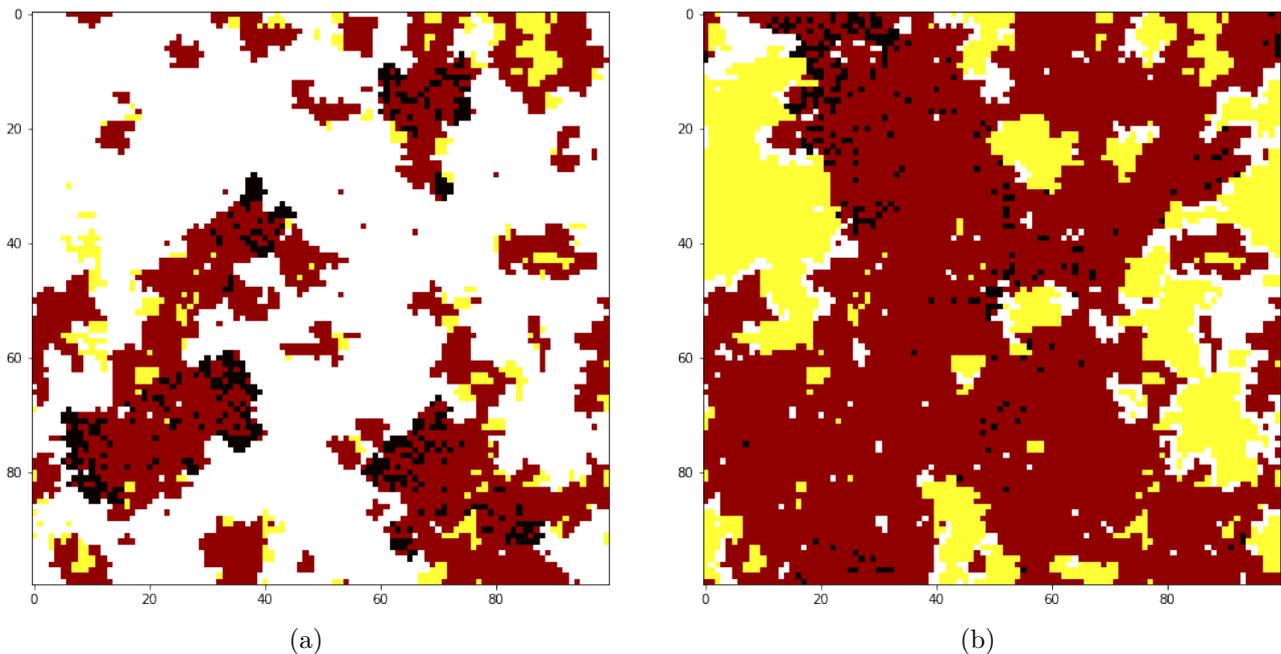


FIGURA 3.12. *Snapshots* representativos da rede mostrando a evolução temporal dos estados dos agentes, devido ao efeito estratégico do jogo e da disseminação da doença. As condições iniciais do sistema são dadas por:  $y_0 = 0,01$ ,  $x_0 = 0,99$ ,  $\beta_N = 0,99$ ,  $\beta_Q = 0,0$ ,  $\gamma = 0,26$ ,  $\zeta = 35$ , metade dos indivíduos suscetíveis estão quarentenados enquanto a outra metade não, esses agentes são posicionados ao logo dos sítios da rede de forma aleatória e a semente utilizada no gerador foi 1829. O estado dos indivíduos suscetíveis quarentenado e não quarentenado, são respectivamente, os sítios que contém as cores (amarelo) e (branco), já o estado dos indivíduos infectados e recuperados são representados pelas cores dos sítios (preto) e (vermelho vinho).

Assim como para o modelo 3.1, na fase em que ocorrem ondas de infecção, observa-se que *clusters* de indivíduos suscetíveis quarentenados e não quarentenados são formados. Na

---

situação em que ambos permanecem cercados por indivíduos recuperados a tendência é que os agentes quarentenados adotem a estratégia do seu vizinho de não se quarentenar, formando assim um aglomerado de não quarentenados. Por essa razão, sempre há uma densidade maior de agentes suscetíveis não quarentenados na situação estacionária do sistema.



# Capítulo 4

## Conclusão e Perspectivas

### 4.1 Conclusão

Durante eventos epidêmicos, a estratégia de distanciamento social pode ser fundamental para reduzir o contágio da infecção e conseqüentemente atenuar a disseminação da doença, o que é importante para não colapsar o sistema de saúde em hospitais, já que se distribui a fração de indivíduos infectados ao longo do tempo. Os resultados obtidos nesse trabalho, mostraram que a percepção de risco adotadas por indivíduos suscetíveis, comparado com o custo de se quarentenar, afetam na dinâmica da epidemia, já que para ambos modelos 3.1 3.3, quatro diferentes fases foram obtidas, conforme o valor do parâmetro de risco  $\zeta$  definido. Para  $\zeta = 0$  o modelo assumiu uma fase que uma única onda foi obtida, semelhante a forma do (*SIR*) usual 3.2a 3.9a. Tanto para o modelo 3.1 quanto para o modelo 3.3 o cálculo do parâmetro de ordem com  $\zeta = 500$  apresentou a fase trivial, ou seja, sem a ocorrência da epidemia. Para os parâmetro de risco  $\zeta = 33$  e  $\zeta = 35$ , observou-se três ondas de infecção aos modelos 3.2b 3.9b respectivamente. As sementes introduzidas na simulação estavam associadas aos valores próximos da média dos histogramas 3.7 e 3.10 gerados a partir de 200 simulações independentes. Similar ao resultado obtido para a fase contendo três ondas, obtemos para  $\zeta = 20$  uma fase contendo duas ondas de infecção. Foi observado que à medida que  $\zeta$  aumenta, a infecção se distribui ao longo do tempo 3.2 3.9, portanto assume mais picos, porém menores. Isso mostra, que adotar a estratégia de quarentena ajuda a não superlotação de hospitais e que a epidemia pode deixar de existir se a percepção de risco da população for alta. Por outro lado, um cenário catastrófico pode ser obtido, com uma única e grande onda de infecção, caso a percepção de risco assuma um valor baixo.

Para o modelo 3.1, a dinâmica que muda a estratégia de quarentena teve a maior influência da fração de indivíduos infectados. Desta forma, a escolha por copiar o estado do vizinho suscetível não foi influenciada pela vizinhança composta por indivíduos no estado

recuperado ou infectado. Mesmo os sítios suscetíveis estando longe da doença, a decisão de se quarentenar foi adotada, na situação em que a fração de infectados era alta [25]. Para o modelo 3.3 foi incluído a percepção dos estados dos primeiros vizinhos, de modo que a estratégia do agente, teve um efeito mais significativo, olhando para a vizinhança. Assim, foi visto que um agente suscetível adotou a estratégia de não se quarentenar, na condição em que não tinha vizinhos infectados e tendo ao menos um vizinho no estado recuperado, mesmo quando a fração de infectados era alta, e em outras partes da rede os indivíduos suscetíveis não quarentenados adotavam a estratégia contrária [27].

Na fase em que ocorreu as ondas, observaram-se que *clusters* de indivíduos suscetíveis quarentenados e não quarentenados foram formados para os modelos 3.1 3.3. Na situação em que ambos permanecem cercados por indivíduos recuperados a tendência foi os agentes quarentenados adotarem a estratégia do seu vizinho de não se quarentenar, formando assim um aglomerado de não quarentenados. Por essa razão, foi constatado que sempre há uma densidade maior de agentes suscetíveis não quarentenados na situação estacionária do sistema. Por fim, o fator espacial influenciou nos resultados obtidos para cada simulação, já que a cada semente inserida no gerador dos números aleatórios, se observou um deslocamento das ondas de infecção 3.6. Os histogramas gerados permitiram obter as simulações de maior relevância 3.7 3.10.

## 4.2 Perspectivas

Buscar pelos valores  $\zeta$  que configuram as fases onde ocorrem as ondas infecção pode ser um tema para um possível trabalho, assim como estudar a dinâmica da pandemia considerando o movimento dos indivíduos no sistema. Também é necessário formalizar os conceitos apresentados na rede *payoff* do modelo 3.3 e buscar por um jogo que dependa apenas do custo dado pela interação entre vizinhos sem depender do efeito médio na rede, da fração indivíduos infectados.

# Referências Bibliográficas

- [1] N. Qualls, A. Levitt, N. Kanade, N. Wright-Jegede, S. Dopson, M. Biggerstaff, C. Reed, and A. Uzicanin, “Community mitigation guidelines to prevent pandemic influenza - United States, 2017,” *MMWR Recommendations and Reports*, vol. 66, no. 1, pp. 1–34, 2017.
- [2] N. Banholzer, E. van Weenen, B. Kratzwald, A. Seeliger, D. Tschernutter, P. Bottrighi, A. Cenedese, J. P. Salles, W. Vach, and S. Feuerriegel, “Impact of non-pharmaceutical interventions on documented cases of COVID-19,” *medRxiv*, 2020.
- [3] N. Haug, L. Geyrhofer, A. Londei, E. Dervic, A. Desvars-Larrive, V. Loreto, B. Pinior, S. Thurner, and P. Klimek, “Ranking the effectiveness of worldwide COVID-19 government interventions,” *Nature Human Behaviour*, vol. 4, pp. 1303–1312, 12 2020.
- [4] C. Hauert and G. Szabó, “Game theory and physics,” *American Journal of Physics*, vol. 73, pp. 405–414, 5 2005.
- [5] M. A. Amaral, M. M. de Oliveira, and M. A. Javarone, “An epidemiological model with voluntary quarantine strategies governed by evolutionary game dynamics,” *Chaos, Solitons & Fractals*, vol. 143, p. 110616, feb 2021.
- [6] “A receita do colapso.” <https://www.nexojornal.com.br/expresso/2021/02/27/0s-cen%C3%A1rios-de-um-colapso-generalizado-na-sa%C3%BAde-do-Brasil>". acessado em 04/05/2022.
- [7] “Os cenários de um colapso generalizado na saúde do brasil.” <https://piaui.folha.uol.com.br/receita-do-colapso/>", note = "acessado em 04/05/2022",.
- [8] W. O. Kermack and A. G. McKendrick, “A contribution to the mathematical theory of epidemics,” *Proceedings of the Royal Society of London A: mathematical, physical and engineering sciences*, vol. 115, no. 772, pp. 700–721, 1927.
- [9] T. Tomé and M. J. de Oliveira, “Epidemic spreading,” *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 2020.
- [10] J. Heesterbeek, “A Brief History of  $R_0$  and a Recipe for its Calculation,” *Acta Biotheoretica*, no. 50, pp. 189–204, 2002.
- [11] R. Anderson and M. RM, *Infectious diseases of humans: dynamics and control*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1991.
- [12] J. A. Heesterbeek and M. G. Roberts, “How mathematical epidemiology became a field of biology: A commentary on Anderson and May (1981) ‘The population dynamics of microparasites and their invertebrate hosts,’” *Royal Society of London*, vol. 370, no. 1666, 2015.
- [13] T. Tomé and M. J. de Oliveira, “Stochastic approach to epidemic spreading,” *Brazilian Journal of Physics*, vol. 50, pp. 832–843, oct 2020.
- [14] A. F. Voter, “Introduction to the kinetic monte carlo method,” in *Radiation Effects in Solids* (K. E. Sickafus, E. A. Kotomin, and B. P. Uberuaga, eds.), (Dordrecht), pp. 1–23, Springer Netherlands, 2007.

- [15] D. R. de Souza and T. Tomé, “Stochastic lattice gas model describing the dynamics of the sirs epidemic process,” *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 389, no. 5, pp. 1142–1150, 2010.
- [16] M. Archetti, I. Scheuring, M. Hoffman, M. E. Frederickson, N. E. Pierce, and D. W. Yu, “Economic game theory for mutualism and cooperation,” *Ecology Letters*, vol. 14, no. 12, pp. 1300–1312, 2011.
- [17] R. Axelrod and W. D. Hamilton, “The evolution of cooperation,” *Science*, vol. 211, no. 4489, pp. 1390–1396, 1981.
- [18] X. Wang, D. Jia, S. Gao, C. Xia, X. Li, and Z. Wang, “Vaccination behavior by coupling the epidemic spreading with the human decision under the game theory,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 380, p. 125232, 2020.
- [19] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto, “Statistical physics of social dynamics,” 2007. cite arxiv:0710.3256Comment: 58 pages, 22 figures. Final version published in *Reviews of Modern Physics*.
- [20] J. M. Pacheco, V. V. Vasconcelos, and F. C. Santos, “Climate change governance, cooperation and self-organization,” *Physics of Life Reviews*, vol. 11, no. 4, pp. 573–586, 2014.
- [21] L. Surhone, M. Timpledon, and S. Marseken, *Prisoner’s Dilemma: Game Theory, Merrill M. Flood, Melvin Dresher, Albert W. Tucker, Framing Device, Experimental Economics*. Betascript Publishing, 2010.
- [22] A. C. N. Nonnig, “Jogadores Zealots : estratégias imutáveis no dilema do prisioneiro na rede quadrada,” 2019. Trabalho de conclusão de graduação em física, UFRGS (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), Porto Alegre, Brazil.
- [23] G. Szabó and C. Tóke, “Evolutionary prisoner’s dilemma game on a square lattice,” *Physical Review E*, vol. 58, pp. 69–73, jul 1998.
- [24] M. A. Amaral, “Simplified python quarantine sir script.” [ur-lhttps://github.com/AmaralMA42/quarantine\\_game](https://github.com/AmaralMA42/quarantine_game), Apr. 2022.
- [25] G. Schmökel, “Evolução Temporal do Modelo 01.” <https://drive.google.com/file/d/1kUPh8SyTlpG594ACFGzI161ZDIK24nKG/view?usp=sharing>.
- [26] “Vidas salvas no brasil pelo isolamento social e uso de máscaras (descontinuado).” [http://www.ime.unicamp.br/~pjssilva/vidas\\_salvas.html](http://www.ime.unicamp.br/~pjssilva/vidas_salvas.html). acessado em 04/05/2022.
- [27] G. Schmökel, “Evolução Temporal do Modelo 02.” <https://drive.google.com/file/d/1BsgcFtohdhJ9n4KvXsgv70Tk-MF8Gi0I/view?usp=sharing>.