UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Joanne Lamb Maluf

RACIOCÍNIO QUANTITATIVO E MEMÓRIA DE TRABALHO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA:
um estudo comparativo entre grupos

Porto Alegre
2010

Joanne Lamb Maluf

RACIOCÍNIO QUANTITATIVO E MEMÓRIA DE TRABALHO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA:

um estudo comparativo entre grupos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora:
Profa. Dra. Clarissa Seligman Golbert

Linha de Pesquisa: Psicopedagogia, Sistemas de Ensino/Aprendizagem e Educação em Saúde

Porto Alegre
2010

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)

M261r Maluf, Joanne Lamb

Raciocínio quantitativo e memória de trabalho na aprendizagem matemática: um estudo comparativo entre grupos / Joanne Lamb Maluf; Orientadora: Clarissa Seligman Golbert. – Porto Alegre, 2010.

77 f. + Anexos.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação, 2010, Porto Alegre, BR-RS.

1. Matemática. 2. Dificuldades de aprendizagem. 3. Raciocínio quantitati
4. Memória. 5. Trabalho. I. Golbert, Clarissa Seligman. II. Título.

CDU: **51:37**

Bibliotecária Neliana Schirmer Antunes Menezes – CRB 10/939 neliana.menezes@ufrgs.br

Joanne Lamb Maluf

RACIOCÍNIO QUANTITATIVO E MEMÓRIA DE TRABALHO NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA:
um estudo comparativo entre grupos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação.

Aprovada em 16 mar. 2010.

___

Profa. Dra. Clarissa Seligman Golbert – Orientadora

___

Profa. Dra. Beatriz Vargas Dorneles – UFRGS

___

Profa. Dra. Luciana Vellinho Corso – UFRGS

___

Profa. Dra. Rochele Paz Fonseca – PUCRS

___

Dedico este trabalho aos meus primeiros mestres, Jorge Maluf e Ariane Maluf, a quem só posso agradecer e retribuir com todo o meu amor, respeito e admiração. Àqueles que nunca mediram esforços para proporcionar tudo o que há de melhor no mundo e, de tudo, o que mais vale é o AMOR. Aqueles aos quais quero sempre seguir os passos já traçados na estrada da vida.

Mãe & Pai, AMO VOCÊS!!!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e pela oportunidade de conviver com pessoas tão especiais;

Em especial à minha Orientadora Profa. Dra. Clarissa Seligman Golbert, pelos ensinamentos, pelo exemplo de pessoa e profissional que és;

À minha amada irmã, Jamile Maluf, que sempre esteve ao meu lado, em todos os momentos da vida, a quem sei que posso contar e chamar de AMIGA;

À minha amada vó Lygia, pelo exemplo de força e vontade de viver;

Ao meu namorado, Cristiano Borba, pelo companheirismo e apoio nos mais diversos momentos, mostrando o quanto é especial;

À minha querida ‘professora particular de matemática’, a amiga Mercedes Matte, pela ajuda fundamental para a elaboração do Projeto e da versão final deste trabalho;

Às minhas colegas de orientação, Gessilda Müller, Rita Machado, Viviane Maia, Cláudia Ramos e Vivian Vaitses, pelas incansáveis tardes de estudo, leitura, trocas, reflexões, angústias e alegrias;

Ao estatístico André Korzenowski, pelo auxílio com a compreensão de dados tão abstratos que foram fundamentais para a construção desta dissertação;

Às escolas, aos pais dos participantes e principalmente aos participantes que aceitaram fazer parte deste estudo, sem vocês tudo isto não seria possível;

Enfim, a todos os mestres que já passaram pelo meu caminho, MUITO OBRIGADA!!!

"A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original."

(Albert Einstein)

RESUMO

Esta pesquisa situa-se no campo dos processos cognitivos subjacentes à aprendizagem da matemática. Procurou-se avaliar a relação entre o raciocínio quantitativo e a memória de trabalho na aprendizagem da matemática em 30 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental, com idades entre 9 e 10 anos em duas escolas públicas de Porto Alegre. Os participantes foram divididos igualmente em dois grupos, um com alto desempenho em matemática e outro com baixo desempenho em matemática. Avaliamos os processos cognitivos dos grupos através de tarefas que envolveram: desempenho matemático (DM), memória de trabalho (MT), memória de curto prazo (MCP), habilidades numéricas (HN) e raciocínio quantitativo (RQ). Os resultados foram analisados quanti-qualitativamente. Para verificar as correlações entre as funções avaliadas, foi utilizado o teste não paramétrico de Spearman. O grupo de alunos com alto desempenho em matemática apresentou melhores resultados em todas as funções avaliadas nessa pesquisa. Tal resultado sugere que todas essas habilidades desempenham um papel essencial na aprendizagem da matemática. Além disso, foram utilizadas medidas estatísticas para verificar a significância das diferenças entre os grupos. Os resultados apontam que houve diferença estatisticamente significativa entre os grupos quanto às funções avaliadas, exceto a MT. Destacamos o fato de que, o RQ foi a única função a correlacionar-se de forma estatisticamente significativa com todas as demais. A correlação entre RQ e MT foi estatisticamente significativa ($p \leq 0{,}05$) ressaltando que os recursos da MT são importantes para o RQ, uma vez que evitam sobrecarga e garantem fluidez no raciocínio. Os resultados do estudo oferecem uma importante implicação educacional: a necessidade de incluir-se, ao longo do Ensino Fundamental, tarefas escolares que tenham em vista competências conceituais e procedurais, como tarefas desafiadoras em que os alunos devam manter a atenção, raciocinar quantitativamente demonstrando flexibilidade e adaptação na utilização de aprendizagens anteriores.

Palavras-chave: **Matemática. Dificuldades de aprendizagem. Raciocínio quantitativo. Memória. Trabalho.**

MALUF, Joanne Lamb. **Raciocínio Quantitativo e Memória de Trabalho na Aprendizagem Matemática**: um estudo comparativo entre grupos. – Porto Alegre, 2010. 77 f. + Anexos. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

ABSTRACT

This research stands on the underlying cognitive processes and Math learning field. It intended to evaluate the relation between quantitative reasoning and working memory on the math learning with 30 elementary school fourth-grade students, with ages varying from 9 to 10 years in two Porto Alegre public schools. Participants were divided equally into two groups, one with high performance in mathematics, and other with low performance in mathematics. We evaluated the groups cognitive processes through tasks which involved: mathematical achievement (MA), working memory (WM), short-term memory (STM), numeracy skills (NS), and quantitative reasoning (RQ). Results were analyzed quanti-qualitatively. The Spearman non-parametric test was used in order to verify the correlations among the evaluated functions. In this research, the students group with good performance in Mathematics presented better results in all evaluated functions. This result suggests that all these skills play an essential role on math learning. Statistical measures were used to verify the significance of the differences between the groups. Results indicate that there was statistically significant difference between the groups in relation to all evaluated function, except WM. We emphasize the fact that QR was the only function to be correlated in a statistically significant way with all the other functions. Correlation between QR and WM was statistically significant ($p \leq 0,05$) highlighting the fact that the WM resources are important for QR, since they avoid overload and guarantee fluidity of reasoning. The study results offer an important educational implication: the need to include, along the elementary school, academic tasks that aim conceptual and procedural competencies, as challenging tasks in which the students must maintain attention, reason quantitatively, showing flexibility and adaptation in the use of early learnings.

Keywords: **Math. Learning difficulties. Quantitative reasoning. Memory. Working.**

MALUF, Joanne Lamb. **Raciocínio Quantitativo e Memória de Trabalho na Aprendizagem Matemática**: um estudo comparativo entre grupos. – Porto Alegre, 2010. 77 f. + Anexos. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

DAM – Dificuldades na Aprendizagem da Matemática

HN – Habilidades Numéricas

MCP – Memória de Curto Prazo

MT – Memória de Trabalho

RQ – Raciocínio Quantitativo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Meu interesse pela temática das *dificuldades de aprendizagem* iniciou-se em 2002 no momento em que optei pela graduação em Psicopedagogia – Habilitação Clínica e Institucional na PUC/RS. A área da psicopedagogia tem como objeto de estudo o processo de aprendizagem humana, seus padrões evolutivos normais e patológicos e pode ser vista a partir de dois enfoques: o preventivo e o terapêutico (GOLBERT, 1985).

Com frequência, alunos chegam ao consultório queixando-se de não compreenderem o significado e a utilidade dos conteúdos matemáticos. A escola prioriza o ensino da matemática formal (ensinada nos livros didáticos) e releva a importância das conexões com a matemática informal (utilizada no dia-a-dia).

A matemática não é apenas uma disciplina na vida escolar, ela faz parte da vida e está implicada em muitas atividades cotidianas: dividir objetos com os colegas; gastar a mesada; lidar com moedas diferentes; calcular tempo e distância; fazer compras e vendas – atividades que necessitam de habilidades matemáticas. Tais atividades, realizadas na vida cotidiana, não são vistas pelos alunos como "matemática", todavia, para realizá-las, é necessário respeitar princípios matemáticos e, frequentemente, usar técnicas matemáticas aprendidas na escola ou fora dela (NUNES & BRYANT, 1997).

No Brasil, os índices apontados pelas avaliações nacionais do ensino são alarmantes. Segundo dados do INEP, de 2003, 52% dos estudantes brasileiros estão em situação crítica ou muito crítica em Matemática. No ano de 2004, o Brasil foi o último colocado no PISA – uma avaliação internacional sobre a aprendizagem matemática. Ainda, dos 14 milhões de estudantes de escolas públicas que participaram da Olimpíada Brasileira de Matemática, organizada pelo Ministério de Ciência e Tecnologia, em 2006, apenas 5% passaram para a segunda fase da prova. Consta no relatório oficial que os estudantes brasileiros não resolveram as questões mais simples, consideradas imprescindíveis para fazer frente às tarefas do dia-a-dia (GOLBERT, 2008). Portanto, o problema levantado neste estudo, ou seja, analisar a relação entre raciocínio quantitativo e memória de trabalho em alunos com alto desempenho e em alunos com baixo desempenho em matemática, justifica-se pela necessidade de mais estudos e pesquisas no Brasil acerca da relação entre os processos cognitivos utilizados pelos alunos e o desempenho matemático, a fim de melhor compreender e evitar dificuldades que possam ocorrer durante o processo de aprendizagem da matemática.

A busca de superação para as dificuldades de aprendizagem em matemática viabiliza-se por meio dos avanços nas investigações científicas dedicadas ao estudo das habilidades cognitivas subjacentes às aprendizagens da matemática. Pesquisas desse cunho nos permitirão avançar nos processos de prevenção e de tratamento dos problemas de aprendizagem.

Nos últimos anos, pesquisadores nas áreas da psicologia, da neuropsicologia cognitiva, da educação matemática, entre outras, têm dedicado-se a essa temática, por exemplo, GEARY et al., 2000; GEARY, 2004, 2006, 2007; BULL & ESPY, 2006; CIRINO et al., 2007; PASSOLUNGHI et al., 2007. No Brasil, são poucos os estudos, na área da educação, a respeito das dificuldades de aprendizagem específicas da matemática. Não resta dúvida de que esse campo do saber necessita de mais atenção para que possamos compreender as causas, características, prognósticos e programas de intervenção na área da matemática.

Assim, esta pesquisa teve como objetivo analisar a relação entre os processos de memória de trabalho e o raciocínio quantitativo em alunos com alto desempenho e em alunos com baixo desempenho em matemática, além de compreender e identificar os processos cognitivos deficitários que estão subjacentes aos problemas em matemática. Isso foi feito por meio de um delineamento misto (CRESWELL, 2007) para identificar as correlações entre as funções examinadas, assim como as diferenças entre os grupos com bom e baixo desempenho matemático. Explorou-se o tema em mais profundidade, utilizando o método clínico de Jean Piaget para avaliar o raciocínio quantitativo.

Após esta introdução, no segundo capítulo, apresentamos uma visão geral sobre as dificuldades de aprendizagem, revisamos a literatura em aprendizagem da matemática, destacando as habilidades numéricas necessárias para o alto desempenho do aluno (desenvolvimento da contagem, senso numérico, processamento de número e de cálculo e os conhecimentos prévios). A seguir, focamos na temática das dificuldades de aprendizagem em matemática, caracterizando o grupo de alunos que apresenta essa dificuldade, além de ressaltar pesquisas que envolvem esse tema.

No terceiro capítulo, apresentamos uma revisão teórica sobre a memória de trabalho. Iniciamos apresentando uma visão geral dos primeiros modelos de memória, em seguida aprofundamos o modelo de múltiplos componentes proposto por Baddeley e Hitch (1974). Finalizamos com a abordagem sobre a relação entre a memória de trabalho e as dificuldades de aprendizagem em matemática.

Iniciamos o quarto capítulo conceituando o raciocínio quantitativo. Seguindo, apresentamos a compreensão do desenvolvimento cognitivo através do método clínico de

Piaget e, por fim, abordamos a associação entre o raciocínio quantitativo e o executivo central da memória de trabalho.

O quinto capítulo apresenta o método de pesquisa, os objetivos que regem essa pesquisa, bem como o problema de pesquisa e as questões de pesquisa. Na sequência, detalhamos a seleção dos participantes, os procedimentos e coleta de dados, bem como os instrumentos utilizados.

No sexto capítulo, são apresentados os resultados desta pesquisa, obtidos através da coleta de dados e da análise estatística,

No sétimo capítulo, apresentamos os resultados quantitativos, ou seja, o estudo estatístico das correlações entre as funções avaliadas e as diferenças entre os grupos, com alto desempenho e com baixo desempenho em matemática. Apresentamos, ainda, a análise qualitativa dos resultados.

As considerações finais, a partir de reflexões surgidas durante a construção desta dissertação, são apresentadas no oitavo capítulo.

2 APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Nesta revisão, abordaremos aspectos teóricos fundamentais no esclarecimento do problema proposto nesta pesquisa: dificuldades de aprendizagem, memória de trabalho e raciocínio quantitativo.

O estudo das dificuldades de aprendizagem tem despertado interesse em profissionais de diversas áreas (médicos, psicopedagogos, psicólogos, professores, etc.). A preocupação com essa temática refere-se principalmente ao futuro da educação. Os alunos com dificuldades de aprendizagem frequentemente são rotulados e passam a compor um grupo excluído na sala de aula. Sabe-se que para aprender o ser humano precisa de um equilíbrio entre diversos fatores como biológicos, familiares, escolares e individuais (GOLBERT; MOOJEN, 2000).

Nesse contexto, Paín (1985) aborda os problemas de aprendizagem a partir de uma perspectiva multifatorial que envolve fatores orgânicos, fatores específicos, fatores psicógenos e fatores ambientais. Weiss (2002, p. 16) afirma que o fracasso escolar é uma resposta insuficiente do aluno a uma exigência ou demanda da escola. Para a autora, "essa questão pode ser analisada e estudada por diferentes perspectivas: a da sociedade, a da escola e a do aluno". Na visão de Silver et al. (2008), a dificuldade de aprendizagem é uma desordem neurobiológica caracterizada por dificuldades severas em leitura, aritmética e/ou expressão escrita e pode estar presente em áreas de decodificação ou identificação de palavras, compreensão leitora, cálculo, raciocínio matemático e/ou expressão escrita. Esses autores também afirmam que, frequentemente, a dificuldade de aprendizagem também está associada a um funcionamento atípico de áreas cerebrais específicas e, portanto, faz-se necessário uma avaliação dos processos cognitivos que podem guiar futuros tratamentos.

Quando há suspeita de uma dificuldade de aprendizagem, uma avaliação neuropsicológica se faz necessária para determinar quais funções cognitivas não estão funcionando como o esperado e quais estão adequadas. Silver et al. (2008) afirma que a avaliação pode indicar quais as funções específicas envolvidas na dificuldade de aprendizagem, por exemplo, habilidades auditivas e linguísticas, habilidades visuais, memória, velocidade de processamento, eficiência cognitiva e raciocínio. Além disso, uma avaliação neuropsicológica pode avaliar as funções que favorecem ou prejudicam o desempenho total do sujeito, permitindo a identificação e a construção de uma intervenção adequada. Para uma revisão consultar Strauss e cols. (2006)

A literatura aponta diferenças entre os termos 'Dificuldades de Aprendizagem' e 'Transtornos de Aprendizagem'. De acordo com Moojen (2007), em relação às dificuldades de aprendizagem, dois tipos de problemas devem ser levados em conta:

a) *os naturais e/ou de percurso:* dificuldades que todos os indivíduos experimentam em algum momento de sua vida escolar e/ou conteúdo disciplinar;

b) *as dificuldades secundárias a outras patologias:* problemas de aprendizagem decorrentes de deficiência mental ou sensorial, Transtorno por Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), assim como aquelas causadas por quadros neurológicos mais graves, ou transtornos emocionais significativos.

A respeito dos transtornos de aprendizagem, Moojen (2007) utiliza a definição dos manuais internacionais de diagnóstico (CID-10[1] e DSM-IV[2]), os quais abrangem casos afetados por comprometimentos específicos e significativos na leitura, escrita e matemática (substancialmente abaixo do esperado para sua idade, escolarização ou nível de inteligência) e que esses transtornos de aprendizagem não sejam resultado direto de outros transtornos.

O DSM–IV classifica o transtorno específico da matemática com a seguinte nomenclatura, *Transtorno da Matemática* (TM), incluída na seção sobre Transtornos da Aprendizagem. A característica essencial do TM consiste em uma capacidade para a realização de operações aritméticas acentuadamente abaixo da esperada para a sua idade cronológica. A prevalência do TM isoladamente, sem estar associada a outros transtornos de aprendizagem. Estima-se que 1% das crianças em idade escolar apresenta Transtorno da Matemática (DSM–IV, 1995)

Na presente pesquisa, utilizaremos o termo **dificuldades de aprendizagem** de acordo com a definição de Moojen (2007).

---

[1] A Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados com a Saúde, frequentemente designada pela sigla CID (*International Statistical Classification of Diseases and Related Health Problems* – ICD).

[2] O DSM-IV abreviatura de *Diagnostic and Statistical Manual of Mental Disorders - Fourth Edition* (Manual Diagnóstico e Estatístico de Doenças Mentais – 4ª ed.), publicado pela Associação Psiquiátrica Americana (APA), em Washington, em 1994.

2.1 A ÁREA DA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Para compreender matemática, é preciso que os alunos construam determinados princípios lógicos que Piaget e Szeminska (1971) apresentam ao abordar a gênese do número na criança, afirmando que não basta, de maneira alguma, que a criança pequena saiba contar verbalmente "um, dois, três, etc." para garantir que conhece de fato os números. Os autores afirmam que os números se constroem em função de sua sucessão natural, uma estrutura que se elabora através da síntese de dois princípios lógicos: a inclusão das classes e a seriação ou as relações de ordem. Por meio dessas estruturas, a criança desenvolve as noções essenciais para a compreensão de número. Desse modo, é necessário que a criança possa experimentar diferentes atividades, explorando materiais concretos em seu dia-a-dia que favorecem o desenvolvimento de tais estruturas (KAMII, 1995; NUNES; BRYANT, 1997; BERKENBROCK; JAQUES, 2004).

De acordo com Piaget e Szeminska (1971), a criança não chega rapidamente à noção de número. Primeiramente ela descobre a quantificação, após torna-se capaz de construir totalidades que se conservam. Por exemplo, na correspondência termo a termo, a criança deve conservar a quantidade total de cada conjunto para estabelecer a ideia de uma equivalência entre eles, mesmo que um desses conjuntos sofra modificações na estrutura espacial. Assim, a insuficiência da quantificação das qualidades percebidas e a descoordenação das relações quantitativas em jogo nas percepções, aparentemente, explicam a razão pela qual a criança não chega de saída à noção de conservação da quantidade.

Para saber matemática, não basta conhecer os símbolos numéricos, uma vez que esse processo pode ocorrer simplesmente de forma mecânica, ou seja, sem compreensão. O verdadeiro conhecimento do número implica habilidades mentais complexas, as quais tendem a se tornar ainda mais complexas conforme o nível de abstração de pensamento exigido. Desse modo, a apropriação e a compreensão de determinados princípios matemáticos possibilitam um melhor desempenho na aprendizagem da matemática.

O raciocínio matemático tem início com o processo de abstração, isto é, com a verificação de padrões comuns entre dois ou mais objetos ou eventos. Se a matemática é difícil de ser ensinada e de ser aprendida, as práticas escolares não raro contribuem para piorar essa situação, visto que estimulam a desconexão entre o conhecimento informal desenvolvido espontaneamente em diversas situações do dia-a-dia e o conhecimento mais formal ensinado na escola (GOLBERT, 2008; ORRANTIA, 2006). Em pesquisa recente, Nunes et al. (2007) evidenciaram a importância do raciocínio lógico para a aprendizagem da matemática ao treinar um grupo de crianças e avaliar se a sua aprendizagem da matemática melhoraria à medida que houvesse progresso em sua capacidade lógica. Os resultados encontrados a partir do ensino de competência lógica evidenciaram que há uma relação causal entre a aprendizagem da matemática e o raciocínio lógico, visto que o efeito do treinamento foi bem-sucedido e teve influência forte na aprendizagem matemática das crianças, mesmo após um intervalo de 13 meses.

Desde que se iniciou a avaliação de qualidade no ensino, realizada por órgãos públicos (SAERS[3], SAEB[4], PISA[5], etc.), estudantes brasileiros revelam o baixo desempenho em matemática, o que reforça a necessidade de mais estudos voltados para a prevenção das dificuldades de aprendizagem em matemática, focando, por exemplo, na didática de ensino da matemática.

A seguir, serão destacados aspectos das habilidades numéricas que consideramos fundamentais para a aprendizagem da matemática, são eles: o desenvolvimento da contagem, o senso numérico, o processamento de número e de cálculo e os conhecimentos prévios.

2.1.1 Habilidades Numéricas

2.1.1.1 Desenvolvimento da Contagem

Para chegar a conceitos numéricos além das pequenas quantidades e para usar o conhecimento numérico explicitamente (p. ex., contar), as crianças precisam aprender o nome dos números e outros sistemas representacionais existentes na sua cultura em relação à numerosidade e sistemas de magnitude análogos (GEARY, 2006).

A criança precisa interagir com os objetos, estabelecer relações entre eles, comparando suas qualidades (semelhanças e diferenças) para ser capaz de realizar operações mentais quantitativas. Conforme Butterworth (2005), para a maioria das crianças, a contagem está na base da aritmética, fundamental para o avanço da compreensão do sistema numérico. Nessa

---

[3] Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul (SAERS)
[4] Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB)
[5] Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA)

ótica, torna-se extremamente importante que a criança possa contar diferentes conjuntos até que compreenda que cada objeto de um conjunto deve ser contado apenas uma vez.

Quando a criança aprende a contar, deve obedecer a um conjunto de princípios lógicos, já que a contagem recitada sem compreensão não pode ser usada para resolver problemas numéricos, os quais precisam ser resolvidos por meio de compreensão e coordenação de relações. Nesse sentido, o número expressa a relação criada mentalmente por cada criança entre a forma arábica e a quantidade que a representa, a partir do conhecimento adquirido e compreendido (NUNES; BRYANT, 1997; NUNES et al., 2005; KAMII, 1991).

A aquisição de nomes dos números, dos procedimentos de contagem, bem como o entendimento de por que e o que contar, requer a integração de vários conhecimentos conceituais e procedimentais por parte da criança que aprende. O ato de contar é um instrumento cultural que as crianças começam a adquirir por volta de 2 anos de idade na interação com o mundo físico, social, cultural e histórico, o que exige várias habilidades de ordem cognitiva, motora e linguística. No entanto, a contagem não é uma simples internalização nem repetição de comportamentos aprendidos com os outros, ela se constrói, talvez, concomitantemente com a internalização de conceitos e procedimentos que são mediados social e culturalmente e estão dinamicamente inter-relacionados (BARBOSA, 2007). O conhecimento da sequência de palavras numéricas permite que as crianças desenvolvam representações mais precisas de números maiores do que três ou quatro e contribui para o conhecimento da cardinalidade e ordinalidade (GEARY, 2006).

Gelman e Gallistel (1978), utilizando observações e testes laboratoriais, perceberam que as ações de contar das crianças não são aleatórias, mas, ao contrário, apresentam uma organização. Para os autores, a contagem é guiada por cinco princípios implícitos que se expressam durante a pré-escola. Os princípios de contagem são descritos abaixo:

(1) *Correspondência termo a termo:* cada objeto deve ser contado uma só vez e, para cada objeto, devemos etiquetar com o nome de número.

(2) *Ordem constante:* a ordem das palavras, ao contar, não pode mudar, respeitando a ordem fixa e estável.

(3) *Cardinalidade:* o total de objetos corresponde ao último nome de número de nossa contagem, e esse último número envolve todos os números da série contada.

(4) *Abstração:* objetos de qualquer tipo podem ser contados, como lápis, cadeiras, e os mesmos princípios devem ser seguidos, independentemente do objeto a ser contado, o que se aplica a conjuntos homogêneos e heterogêneos.

(5) *Irrelevância da ordem:* a ordem pela qual se começa a enumerar os elementos de um conjunto é irrelevante para sua designação cardinal.

A aquisição de tais princípios ocorre de forma sequêncial. Os autores afirmam que o desenvolvimento desses cinco princípios de contagem manifesta-se nos primeiros 6 anos de vida e que, sem eles, a utilização das habilidades numéricas posteriores torna-se muito difícil (GELMAN; GALLISTEL, 1978). As crianças lidam com a contagem desde muito cedo, por exemplo, nas músicas e nos livros infantis. Adquire extrema importância, nesse período, que as crianças tenham contato com diferentes materiais de apoio, para que possam estabelecer relações entre as quantidades e os números que as representam. Das representações quantitativas iniciais para a contagem verbal, afirma Barbosa (2007), ocorre um longo e complexo processo de desenvolvimento.

As diferentes formas do ato de contar são descritas conforme indica a literatura sobre o desenvolvimento da contagem (BUTTERWORTH, 2005):

(1) Contar todos com material concreto: a criança necessita representar todas as parcelas. Assim, na adição 3 + 5, usa os dedos de uma mão “um, dois, três” e na outra usa “um, dois, três, quatro, cinco”, para, então, contar tudo “um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito”. Esse contar todos tanto pode ser com riscos no papel como pode ser com a ajuda dos dedos, como o exemplo apresentado.

(2) Contar todos a partir do primeiro: a criança inicia a contagem da primeira parcela. Em 2 + 4, ela conta “um, dois”... “três, quatro, cinco e seis” (mais quatro).

(3) Contar todos a partir do maior: em 3 + 5, a criança inicia a contagem pela maior das duas parcelas, contando “um, dois, três, quatro, cinco”... “seis, sete, oito” (mais três).

(4) Contar a partir do primeiro: nessa etapa, a criança percebe que não há necessidade de contar a primeira parcela. Em 2 + 4, ela pode começar do número dois e acrescentar a parcela seguinte.

(5) Contar a partir do maior: em um momento mais avançado, a criança percebe que, se iniciar a contagem pela parcela maior, a adição torna-se mais rápida e menos propensa a erros. Então, em 2 + 4, seleciona a parcela maior (4) e adiciona a parcela menor (2).

Durante os primeiros estágios da aprendizagem matemática, ao usar o procedimento de contagem para resolver problemas aritméticos, a criança não encontra a solução a partir da memória, precisa, então, contar todos os objetos de cada conjunto. A evolução nos procedimentos de contagem, por exemplo, 'contar a partir do primeiro' e 'contar a partir do maior', facilitam o procedimento de contagem, sobrecarregando menos a memória de trabalho. O progresso no uso de procedimentos de contagem (usar a forma mais econômica de contar na sequência) parece resultar da prática com a qual as contagens tornam-se cada vez mais sofisticadas, até que os fatos básicos sejam registrados e automatizados na memória semântica de longo prazo (BUTTERWORTH, 2005; NUNES; BRYANT, 1997).

Nessa linha, Geary et al. (2000) afirmam que, uma vez formadas essas representações na memória de longo prazo, sustentam o uso de processos para resolução de problemas, baseadas na memória. Desses processos, os mais frequentes são: a recuperação direta de fatos aritméticos e a estratégia de decomposição. Com a *recuperação direta,* as crianças estabelecem uma resposta que está associada à memória de longo prazo e ao problema apresentado, como estabelecer 8 (oito) quando se pede para resolverem 5 + 3. A *decomposição* envolve reconstruir a resposta baseada na recuperação de uma soma parcial. Por exemplo, o problema 6 + 7 pode ser evocado pela recuperação da resposta a 6 + 6 (12) e, então, adicionar 1 a essa soma parcial. O uso de processos baseados na recuperação é moderado por um critério de confiança que representa um padrão interno com o qual a criança estabelece sua confiança na correção da resposta recuperada.

Ostad e Sorensen (2007) examinaram o uso de estratégias de adição utilizadas por alunos de 2ª a 7ª série do Ensino Fundamental. Avaliaram crianças com dificuldades em matemática (n = 67) e crianças sem dificuldades em matemática (n = 67) durante a resolução de simples problemas numéricos de adição. Os resultados encontrados apontam que crianças sem dificuldades em matemática apresentam maiores progressos na escolha das estratégias de adição com o passar dos anos, avançando do uso da estratégia de contar nos dedos para a estratégia de recuperação imediata da memória de longo prazo.

2.1.1.2 Senso Numérico

O senso numérico tem sido estudado há muito tempo por diversos pesquisadores, através de diferentes perspectivas teóricas. A expressão senso numérico foi apresentada pela primeira vez em 1954 e, ainda hoje, não há consenso acerca de sua natureza. Gersten et al. (2005) afirmam que dois pesquisadores diferentes não conseguem definir senso numérico da mesma maneira e, portanto, não consenso.

Das correntes que existem para definir senso numérico, podemos destacar duas que de forma distinta definem a natureza desse construto. Uma corrente defende a ideia de que existe alguma predisposição inata que possibilita a espécie humana ser numericamente competente, afirmando que nosso cérebro é dotado desde o nascimento de uma capacidade de quantificação e que essa é uma habilidade de nossa espécie. Para os adeptos dessa visão, as habilidades numéricas iniciais são o resultado de uma capacidade inata, isto é, uma capacidade para formar representações sobre a numerosidade de conjuntos (GELMAN; GALISTEL, 1978; DEHAENE, 1997; BUTTERWORTH, 2005). A outra corrente é a construtivista, fundamentada na ideia de que a criança adquire ou atinge a capacidade numérica, em vez de simplesmente possuí-la (NUNES; BRYANT, 1997; GERSTEN; CHARD, 1999). Para os adeptos dessa corrente, o desenvolvimento do senso numérico decorre de interações sociais com adultos e a partir de jogos e brincadeiras com outras crianças. Dessa forma, as interações espontâneas são canais para o desenvolvimento desse construto. Possuir senso numérico permite ao indivíduo alcançar desde a compreensão do significado dos números até o desenvolvimento de estratégias de contagem para a resolução de problemas complexos de matemática (CORSO, 2006).

Nesta pesquisa, utilizamos o termo senso numérico a partir da definição da corrente construtivista, que acredita que este construto pode ser ensinado.

A literatura ressalta o fato de que muitas das dificuldades de aprendizagem em matemática apresentadas pelos alunos estão relacionadas com falhas no senso numérico (STARKEY; COOPER, 1980; DEHAENE; COHEN, 1995, 1997; JORDAN, 2007).

Nessa perspectiva, Dehaene e Cohen (1997) utilizam a expressão linha numérica mental para designar a forma como o cérebro humano codifica os números naturais. Os autores afirmam que reluta-se mais para responder que *8* e *9* são dígitos distintos do que *2* e *9*, pois, os números *8* e *9* são representados internamente por quantidades muito próximas.

As pesquisas que investigam as habilidades numéricas nos bebês utilizam como instrumento de medida a preferência que eles demonstram (olhar mais tempo) por situações não familiares, chamado paradigma da habituação. A corrente inatista valoriza a ideia de que os bebês, quando nascem, dispõem de competências necessárias para resolver com êxito distintas tarefas numéricas do tipo: habilidades para representar e usar conceitos cardinais (propriedade que regula se dois conjuntos são ou não do mesmo tamanho); representar e usar conceitos ordinais (qual a relação existente entre dois conjuntos maior do que/menor do que) e realizar cálculos numéricos de adição e subtração. Pesquisas realizadas com bebês evidenciam que os mesmos possuem um senso numérico rudimentar. Starkey e Cooper (1980) mostraram que crianças com idade entre 4 e 6 meses eram sensíveis à numerosidade quando utilizado o paradigma da habituação–desabituação. Os bebês observavam pontos pretos projetados em um ponto fixo e, ao fixarem o olhar em uma determinada disposição por um longo tempo, acabavam habituando-se e perdendo o interesse; no entanto, conforme a quantidade de pontos mudava, os bebês retomavam a atenção para a projeção. Assim, ficou constatado que bebês preferem novidades e olham por mais tempo para coisas novas. A mesma projeção repetidamente provoca a ação de habituar.

Tais estudos são criticados pela falta de precisão para identificar se a reação dos bebês de fixar o olhar naquilo que lhes causa estranheza é uma resposta que sugere identificação de quantidade ou uma resposta que revela estranheza a diferentes variáveis, como: densidade, brilho, perímetro dos objetos envolvidos no teste, sendo assim, uma reação apenas perceptiva. Nesse sentido, Barbosa (2007) revisou estudos sobre a metodologia de habituação que analisaram de outro modo o comportamento do bebê. Os pesquisadores argumentam que o próprio experimento enfatiza o aspecto numérico na reação do bebê. Essa questão tem dado lugar a outros estudos sobre o conhecimento de número defendendo a ideia de que as habilidades numéricas são adquiridas no transcurso do desenvolvimento a partir de interações e experiências.

O fato de uma criança saber contar em ordem não garante que ela reconheça a quantidade representada por cada número, visto que pode simplesmente ter decorado os nomes dos números na forma ordinal. Quando a criança não desenvolve adequadamente seu senso numérico, tende a adotar técnicas mecanicistas com o objetivo de resolver problemas matemáticos – nesse sentido, uma tarefa de multiplicação torna-se um puro exercício de memorização sem compreensão das relações entre os números e suas propriedades. O senso numérico embasa as relações dos números entre si e a compreensão das operações matemáticas, por exemplo, a operação de adição aumenta o tamanho de um conjunto e a divisão gera conjuntos menores e equivalentes. O desenvolvimento do senso numérico em crianças pequenas é progressivo, mas não linear (BARBOSA, 2007).

O conhecimento numérico permite a generalização dos princípios de base dez, visto que todo o sistema decimal é a multiplicação pelo algorismo 10. Geary (2006) afirma que o sistema hindu-arábico de base 10 é a base para a aritmética moderna, assim, o conhecimento desse sistema é um componente crucial do desenvolvimento das competências matemáticas de crianças.

Dehaene e Cohen (1995) reforçam a importância da construção de uma linha numérica mental para a compreensão dos princípios da base 10 e a conceituação das relações entre 10, 100, 1.000, a partir do 1, permitindo, dessa forma, a comparação entre quantidades de acordo com sua representação numérica.

2.1.1.3 Processamento de Número e Processamento de Cálculo

Com a finalidade de compreender o processamento numérico, ou seja, como ocorre a compreensão de número na aprendizagem da matemática, ressaltamos a abordagem de Pastor (2008) sobre essa temática, a luz da neuropsicologia. A pesquisadora apresenta os quatro elementos principais do cálculo:

- Processos referentes aos **fatos básicos** – o que corresponde ao armazenamento e recuperação de cálculos simples que não necessitam de computação, estão prontos para utilização, portanto, podem ser comparados aos comportamentos armazenados como memórias de recuperação automática;
- **Regras gerais** – possuem uma natureza procedural, podendo ser resgatadas sem demanda de energia mental, no momento da realização de um cálculo (p. ex., sabe-se automaticamente que qualquer número multiplicado por zero será igual a zero);
- **Procedimentos específicos** – são conhecimentos aprendidos e memorizados que se apresentam automaticamente, quando da realização do cálculo (p. ex., sabe-se, certamente, onde colocar o zero nas operações multidígitos); e

- **Conhecimento conceitual aritmético** – permite compreender os fatos, as regras e os procedimentos específicos, além de poder gerar estratégias novas para a resolução dos problemas.

Pastor (2008) afirma que a existência independente desses componentes foi demonstrada por meio de vários estudos de déficits decorrentes de lesões cerebrais e ressalta que, entre outros, Dehaene (1995) observou casos de dissociação entre habilidades do cálculo e compreensão conceitual, por exemplo. Em sua tese de doutorado, Pastor (2008) aborda os modelos neuropsicológicos de processamento aritmético. A pesquisadora apresenta a evolução existente entre os modelos de McCloskey e Dehaene.

Inicialmente McCloskey apontou a localização dos mecanismos cognitivos que processam números arábicos, verbais e as operações aritméticas básicas. Apontou também que os componentes desenvolvem-se com a experiência e funcionam independentemente uns dos outros, postulando uma natureza abstrata da representação dos números. (PASTOR, 2008). Dehaene e Cohen (1997) avançaram nessa discussão, apresentando o **modelo de triplo código** para o processamento de números e de cálculos, partindo não das dissociações observadas em pacientes neuropsicológicos, mas das observações procedentes da psicologia animal e da psicologia evolutiva na tentativa de identificar as estruturas cerebrais que sustentam cada um dos componentes. Os autores integram ao modelo de triplo código os conceitos de códigos múltiplos do modelo de Campbell e Clark, os conceitos de código semântico abstrato do modelo de McCloskey e outros e os conceitos de rota assemântica do modelo de Seron e Deloche. O modelo é constituído por três principais representações de números:

- **Código verbal** – os números estariam representados como sequências de palavras organizadas de forma sintática. Por exemplo, o número 43 estaria representado como "Dezenas {4} e Unidades {3};
- **Código visual arábico** – a representação de um número é uma lista ordenada dos dígitos que o integram, permitindo a manipulação dos números arábicos espacialmente. Por exemplo, o número 43 estaria representado <4> <3>;
- **Código analógico** – as magnitudes ou quantidades associadas ao numeral estão analogicamente representadas como distribuições locais de ativação ao longo de uma linha numérica orientada (da esquerda para a direita). A distância entre os números

> consecutivos diminui à medida que cresce o valor destes, de forma que dois números consecutivos grandes estão mais próximos entre si do que números consecutivos pequenos.

Para os autores, essas representações proporcionam conhecimento semântico acerca das quantidades numéricas, incluindo as relações ou proximidades de magnitude entre duas quantidades.

O modelo de triplo código implica que há duas rotas para o cálculo (Dehaene; Cohen, 1997): uma rota direta ou assemântica que transcodifica automaticamente os numerais arábicos em numerais verbais (5 x 6 a “cinco vezes seis”). Nessa rota, a solução ativa-se automaticamente (“cinco vezes seis... trinta”). Essa rota inclui três etapas: (a) a identificação visual de números arábicos; (b) sua transcodificação em números verbais e; (c) o complemente da sequência verbal. Essa rota é utilizada para cálculos, como somas e multiplicações de somente um dígito.

A outra é a rota indireta ou semântica, na qual os operandos são codificados como quantidades. Essas representações podem ser utilizadas para o código semântico. Por exemplo, o cálculo 15 – 12 iniciaria com a ativação da representação de quantidade correspondente a 15, que iria diminuindo unidade por unidade até chegar a quantidade 12, o que implica que se tenha feito essa operação três vezes. Essa rota é utilizada sempre que o sujeito não dispõe de fatos aritméticos que permitam resolver uma operação de cálculo.

Em relação às rotas, Pastor (2008) afirma que parece provável que, em boa parte das operações de cálculo, seja utilizada uma combinação de ambas.

2.1.1.4 Conhecimentos Prévios

Na concepção construtivista, o indivíduo precisa agir para aprender, ou seja, seus conhecimentos são adquiridos através de suas próprias ações, as quais podem ser aperfeiçoadas conforme o estágio de desenvolvimento que se encontra. Para Becker (2000), o indivíduo precisa construir estruturas necessárias a fim de assimilar novos conteúdos e, caso haja falhas nesse processo, possivelmente, faltar-lhe-ão pré-requisitos em termos de processos de pensamento e conhecimentos para fazer novas assimilações.

As dificuldades nos processos de pensamento comprometem em quase todas as atividades curriculares, como a compreensão da leitura, a produção de texto, o raciocínio lógico-matemático, assim como a memorização de informações. A ausência dessas capacidades contribui para atitudes de desinteresse e, até mesmo, rebeldia em sala de aula (GOLBERT; MOOJEN, 2000). A aprendizagem favorece o desenvolvimento na medida em que aprender não é puramente cópia ou reprodução da realidade, sem pensamento e reflexão. Na concepção construtivista, a criança aprende quando é capaz de elaborar uma representação pessoal sobre um objeto da realidade, ou seja, quando consegue dar significado a suas aprendizagens construindo sua 'bagagem de conhecimentos'. Solé e Coll (2006) destacam que, quando esse processo ocorre, trata-se de uma aprendizagem significativa, na qual o indivíduo constrói um significado pessoal e próprio para um objeto de conhecimento. A partir do acesso a novas informações, o aluno constrói relações entre aprendizagens anteriores (conhecimento prévio) e as novas aprendizagens.

Para aprender, cada aluno deve construir uma série de conhecimentos a partir de suas experiências, desenvolvimento cognitivo e motor. Na concepção construtivista, Miras (2006) assinala três elementos básicos que determinam o estado inicial dos alunos no momento de iniciar qualquer processo de aprendizagem.

Primeiramente, os alunos apresentam determinada disposição para realizar a aprendizagem proposta, sendo inúmeros os fatores que contribuem e influenciam diretamente para a qualidade desse processo, dentre os quais: possuir certo grau de equilíbrio, autoestima e autoimagem, experiências anteriores relacionadas com o assunto, interesse, expectativas, relacionamento afetivo e social com professores e colegas. Esses e outros fatores fazem parte do conjunto de condições que acabam determinando o comportamento e a disposição de cada aluno diante da tarefa de aprender um novo conteúdo.

Em segundo lugar, os alunos dispõem de certas capacidades, além de instrumentos, estratégias e habilidades gerais para completar o processo de aprendizagem. "O aluno conta com determinadas capacidades cognitivas gerais ou, em termos correntes, com certos níveis de inteligência, raciocínio e memória que lhe permitirão um determinado grau de compreensão da tarefa" (MIRAS, 2006, p. 59). Além de tais habilidades cognitivas, os alunos também contam com diversas capacidades motoras, de equilíbrio pessoal e de relação interpessoal. Nesse sentido, entendemos que o aluno coloca em jogo um conjunto de habilidades que podem ser utilizadas em qualquer situação de aprendizagem.

Em terceiro lugar, um aspecto indispensável na concepção construtivista são os conhecimentos que os alunos já possuem, isto é, conhecimentos prévios adquiridos em diferentes contextos ao longo de seu desenvolvimento. Assim, a partir dos conhecimentos prévios, de acordo com Miras (2006, p. 61), "o aluno pode fazer uma leitura do novo conteúdo, atribuir-lhe um primeiro significado e sentido e iniciar o processo de sua aprendizagem". Na visão da autora, uma aprendizagem é tanto mais significativa quanto mais relações de sentido o aluno for capaz de estabelecer entre o que já é conhecido, ou seja, seus conhecimentos prévios e o conteúdo novo que lhe é apresentado como objeto de aprendizagem.

No intuito de que possa recuperar conteúdos fixados na memória de longo prazo, é necessário que esse aluno tenha conhecimentos prévios armazenados e consolidados em sua memória. Mauri (2006) aborda requisitos que permitem aos alunos aprenderem conceitos na escola. Por exemplo, ter conhecimentos conceituais prévios organizados, pertinentes e relevantes, com os quais possam conectar a nova informação e possuir outros conhecimentos. Alguns deles:

- Encontrar na memória o conhecimento mais relevante, relacionando-o com o conteúdo da nova informação a ser aprendida (estratégias de ativação e recuperação);
- Poder explicitar esse conhecimento previamente construído para tomar consciência daquilo que sabe, além de permitir que os outros (o professor, os colegas) também tomem conhecimento;
- Elaborar, conectar, conceituar e reter os novos conhecimentos em estruturas de significado mais ou menos amplas (estratégias de codificação e retenção).

Faz-se necessário que, em sala de aula, os conhecimentos prévios dos alunos sejam ativados sempre que o professor iniciar o ensino de um novo conhecimento ou habilidade, a fim de que a aprendizagem possa ter sentido e significado para quem aprende. Em matemática, por exemplo, é essencial que o professor explore as experiências de cada aluno com os números, tornando assim essa matéria agradável e prazerosa.

2.2 DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA (DAM[6])

---

[6] Será utilizada a sigla DAM para Dificuldades na Aprendizagem da Matemática.

O estudo das dificuldades na aprendizagem da matemática tem sido abordado por diferentes pesquisadores (GEARY et al., 2000; GEARY, 2002, 2004; BULL; ESPY, 2006; PASSOLUGHI et al., 2007; CIRINO et al., 2007).

Geary (2004) aponta que entre 5 e 8% das crianças em idade escolar apresentam dificuldades de aprendizagem em matemática. Outros autores indicam diferentes estimativas de prevalência. A dificuldade em encontrar consenso sobre a prevalência das dificuldades de aprendizagem em matemática deve-se a diversos motivos, entre eles a utilização de diferentes métodos e critérios para a identificação dos sujeitos com dificuldades específicas em matemática. Medidas específicas para o diagnóstico de DAM não estão disponíveis, portanto, a maioria dos pesquisadores utiliza testes padronizados, geralmente em combinação com medidas de inteligência (QI)

As crianças com DAM constituem um grupo bastante heterogêneo quanto aos tipos de problemas que apresentam. Esse grupo aumenta de tamanho no decorrer das séries, sendo que as dificuldades na área da Matemática vão progressivamente se tornando mais preocupantes. Na área da aritmética, por exemplo, as crianças precisam mobilizar habilidades cognitivas que incluem: conhecimento de fatos aritméticos, compreensão e desenvolvimento de procedimentos aritméticos, compreensão e uso de princípios aritméticos (p. ex., associatividade e comutatividade), estimativa e aplicação de conhecimentos aritméticos à solução de problemas orais e escritos (DORNELES, 2007).

Muitos pesquisadores têm investigado as dificuldades de aprendizagem em matemática, principalmente pelo estudo das competências matemáticas nas crianças com desenvolvimento normal e com dificuldades na área (GEARY, 2004). Em muitas pesquisas, o objetivo está centrado na busca da compreensão das possíveis relações entre o desempenho matemático e as funções neuropsicológicas, como a memória de trabalho, a atenção, a velocidade de processamento (BULL; ESPY, 2006; GERSTEN et al., 2005).

Pesquisadores afirmam que as DAM são caracterizadas por falhas no domínio da sequência básica de contagem, falta de conhecimentos prévios armazenados na memória de longo prazo, falhas na recuperação de fatos aritméticos básicos, falhas na precisão e velocidade para efetuar operações e falhas nas estratégias utilizadas para a resolução dos problemas (SILVA et al., 2006; BUTTERWORTH, 2005; GEARY, 2004).

Em relação à dificuldade no domínio da contagem, as crianças podem utilizar durante um período mais longo ao esperado para a sua idade e/ou escolaridade, procedimentos de contagem iniciais (p. ex., contar todos), evidenciando lentidão e necessidade de materiais de apoio (gráficos ou manipulativos). O uso de dedos como apoio para a contagem sugere uma tentativa de redução das demandas feitas à memória de trabalho (BUTTERWORTH, 2005; DORNELES, 2006).

Este assunto será retomado e aprofundado mais adiante ao discutir-se a relação entre as funções neuropsicológicas e o desempenho matemático.

3 MEMÓRIA DE TRABALHO

3.1 OS PRIMEIROS MODELOS DE DIFERENCIAÇÃO DOS PROCESSOS DE MEMÓRIA

O processo de aprendizagem está ligado aos processos de memória, uma vez que a memória é o meio pelo qual mantemos e acessamos as nossas vivências passadas para utilizarmos as informações no presente, permitindo, assim, conservar e resgatar nossas aprendizagens (GAZZANIGA et al., 2006).

Há muito tempo, pesquisadores dedicam-se ao estudo sobre os processos de memória. Sternberg (2008) realizou uma revisão acerca das primeiras teorias e modelos que surgiram sobre *memória*. O autor retoma a diferenciação proposta por William James (1890/1970) entre duas estruturas de memória: a memória primária (que contém informações temporárias em uso no momento) e a memória secundária (que mantém informações permanentemente e/ou por um tempo longo). Em 1968, os pesquisadores Richard Atkinson e Richard Schiffrin propuseram um modelo alternativo, conhecido posteriormente como o modelo modal, composto de três armazenagens de memória: uma armazenagem sensorial (capaz de armazenar quantidades de informações relativamente limitadas por períodos muito breves); uma armazenagem de curto prazo (capaz de armazenar informações por períodos um pouco mais longos, porém de capacidade relativamente limitada) e uma armazenagem de longo prazo (capaz de armazenar muitas informações e por períodos muito longos).

De acordo com o modelo de Atkinson e Shiffrin (1968), a armazenagem de curto prazo estoca apenas alguns itens, além de ter alguns processos de controle que regulam o fluxo de informações de e para a armazenagem de longo prazo, ou seja, quanto mais tempo um determinado item permanece no armazenador de curto prazo, maior é a probabilidade de que o conteúdo seja transferido para o armazenador de longo prazo. Os pesquisadores afirmam que o processo de memorização envolve três estágios: a codificação (*coding*), o armazenamento (*storing*) e a decodificação (*decoding*). Esses termos seriam emprestados da teoria da informação, correspondentes a aquisição, consolidação e evocação (*retrieval*).

Santos (2005), em sua revisão teórica, recorda que o modelo modal era suficiente para explicar casos de pacientes que apresentavam déficits na memória de longo prazo com memória de curto prazo preservada; entretanto, não poderia explicar casos de pacientes que exibiam um padrão oposto, ou seja, déficit de memória de curto prazo e memória de longo prazo preservada. Nesse sentido, Gathercole e Alloway (2008) recordam que, além da necessidade de explicar os casos que fugiam aos padrões, era preciso esclarecer os efeitos de uma escala de fatos simultâneos na aprendizagem, compreensão e raciocínio.

A partir das evidências de dissociações entre o comprometimento da memória de curto prazo e a preservação da memória de longo prazo, muitas críticas foram dirigidas ao modelo modal. O grande impulso nessa discussão foi o modelo apresentado por Baddeley e Hitch (1974) que comprovou através de pesquisas que a memória de curto prazo não seria um armazenador unitário. Assim, eles não seriam sequenciais (como havia sido proposto no modelo de Atkinson e Shiffrin, em 1968), mas em paralelo, em um sistema de estocagem dotado de múltiplos componentes, a memória operacional ou memória de trabalho[7] (SANTOS, 2005).

3.2 O MODELO DE MÚLTIPLOS COMPONENTES PROPOSTO POR BADDELEY E HITCH EM 1974

O modelo de memória de trabalho proposto por Baddeley e Hitch é o modelo mais amplamente utilizado e aceito atualmente (STERNBERG, 2008).

A memória de trabalho representa um armazenamento de capacidade limitada de reter informações por um período curto e de realizar operações mentais com o conteúdo armazenado. De acordo com Cohen (1997), a memória de trabalho é responsável pelo armazenamento e pela manipulação "*on-line*" das informações necessárias para as funções

---

[7] Os termos *memória de trabalho* e *memória operacional* possuem a mesma definição. Nesta pesquisa, optamos em utilizar o termo memória de trabalho.

cognitivas superiores, como o planejamento, a solução de problemas e a linguagem, importantes para a aprendizagem escolar (BUENO; OLIVEIRA, 2004).

Baddeley e Hitch propuseram um modelo integrador de memória de trabalho composto por três componentes: um sistema de controle atencional, o executivo central (*central executive*) e dois sistemas subordinados – a alça fonológica (*phonological loop*) e o esboço visuoespacial (*visuospatial sketchpad*) (BADDELEY, 2000).

O *executivo central* é um centro de comando e de controle entre as interações dos dois subcomponentes e a memória de longo prazo: a alça fonológica e o esboço visuoespacial. A *alça fonológica* armazena informações verbais e acústicas e possui dois subcomponentes: o *armazenador fonológico*, que recebe a informação tanto por via direta (apresentação auditiva) quanto por via indireta (apresentação visual); e o *processo de reverberação* ou ensaio subvocal (*rehearsal*), que atua para inibir o decaimento natural das informações no armazenador fonológico. O *esboço visuoespacial* armazena informações visuais e espaciais e possui dois subcomponentes: o *armazenador visual* (*visual cache*) em que as características físicas dos objetos podem ser representadas; e um *mecanismo espacial* (*inner scribe*) utilizado para planejar movimentos e manutenção da informação armazenada (SANTOS, 2005).

Baddeley (2000), ao reconhecer limitações em seu modelo inicial, revisou o modelo de memória de trabalho e propôs um quarto componente, o *buffer episódico*, que consiste em um sistema de capacidade limitada responsável pela integração de informações provindas dos sistemas subordinados (alça fonológica e esboço visuoespacial) e da memória de longo prazo, em uma representação episódica unitária, porém, de códigos multimodais. Nessa revisão, o autor estabeleceu que o executivo central, além de controlador da atenção, realizaria o resgate das informações integradas no *buffer* episódico na forma de consciência, bem como manipularia e modificaria essas informações quando necessário para formar episódios coerentes.

À medida que o modelo de Baddeley foi sendo aceito, iniciou-se uma discussão sobre as funções da memória de curto prazo e da memória de trabalho e ainda não há consenso entre os pesquisadores. Por exemplo, Passolunghi et al. (2007) pesquisaram os precursores do aprendizado da matemática e avaliaram, entre outras funções, a memória de curto prazo e a memória de trabalho, tendo o cuidado em utilizar tarefas específicas. Os resultados encontrados na pesquisa apontam que as tarefas de memória de trabalho causaram significativos impactos nos testes matemáticos. Entretanto, tarefas de memória de curto prazo não mostraram uma relação causal com sucesso matemático, evidenciando, dessa maneira, diferenças nos efeitos desses dois tipos de memória em relação ao aprendizado da matemática. Para os autores, a memória de trabalho pode ser considerada um importante precursor das aquisições matemáticas, enquanto a memória de curto prazo não pode predizer essas habilidades.

Seguindo essa discussão, apresentamos o questionamento de Gathercole e Alloway (2008) sobre quão diferentes são a memória de curto prazo e a memória de trabalho. As autoras definem a memória de curto prazo para indicar situações nas quais o indivíduo simplesmente precisa armazenar informações sem qualquer tipo de manipulação mental. E referem-se à memória de trabalho como um grande sistema do qual a memória de curto prazo é parte e onde as informações são manipuladas mentalmente. Nesse sistema, "atividades que exigem o executivo central (possivelmente em combinação com o armazenamento da memória de curto prazo) são frequentemente descritas como tarefas que avaliam a memória de trabalho." (GATHERCOLE; ALLOWAY, 2008, p. 12). Para as autoras, os componentes da memória de curto prazo (verbal e visuoespacial) correspondem a uma parte, mas não ao todo do sistema de memória de trabalho.

Concordamos com a definição de memória de curto prazo apresentada por Passolunghi et al. (2007), ao afirmar que "tarefas de memória de curto prazo meramente exigem a manutenção de informação e isto se baseia em um sistema de armazenamento 'passivo' envolvendo a lembrança de informação sem qualquer tipo de manipulação". Já as tarefas de memória operacional "exigem o armazenamento no contexto de necessidade do processamento competitivo, portanto, processos mais 'ativos' que envolvem um papel principal do componente executivo central". (PASSOLUNGHI et al., 2007, p. 169-170)

Nesse aspecto, Santos e Primi (2005) desenvolveram um teste informatizado para avaliação das capacidades de raciocínio, da memória e da velocidade de processamento. Os autores pesquisaram as possíveis dificuldades decorrentes de baixos níveis nessas capacidades. Entre os resultados encontrados a partir da correlação entre o desempenho no teste informatizado e os itens de avaliação feitos pela professora, destacamos a relação estatisticamente significativa encontrada entre a memória de curto prazo (visual e auditiva) e as dificuldades em aritmética. Essa evidência sugere que as dificuldades na memória de curto prazo incidem sobre a manutenção das informações novas, tanto na modalidade auditiva quanto na visual e afetam grande parte do processamento das informações, visto que a memória é uma estrutura mediadora das informações e, assim, interfere no processamento em geral.

3.3 A MEMÓRIA DE TRABALHO E AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA

A memória de trabalho está associada a todas as aprendizagens. No que se refere às aprendizagens matemáticas, sua correlação torna-se mais visível devido à complexidade do pensamento matemático e da exigência da memória de conhecimentos prévios, por exemplo, os fatos básicos, que estão presentes em cada cálculo matemático. De acordo com Santos e Mello (2004), a memória de trabalho contribui para as aprendizagens escolares de vários modos, como:

- **Na aritmética** – a ativação em tempo real da memória de trabalho oferece suporte para cálculos aritméticos tanto em crianças quanto em adultos.
- **Na compreensão de linguagem** – a memória de trabalho está envolvida nas habilidades de adquirir aspectos conceituais da aquisição do vocabulário.
- **No desempenho escolar** – há uma ligação entre a capacidade da memória de trabalho e as habilidades intelectuais, por exemplo, em seguir regras, raciocinar, ler, escrever e em aprendizagens complexas que recrutam a memória de trabalho.

Nesse sentido, Mello e Xavier (2005) enfatizam que é na fase escolar que mudanças quantitativas e qualitativas podem ser observadas no desempenho de determinadas tarefas que exigem codificação, armazenamento e recuperação de informações. Por exemplo, na fase em que a criança está aprendendo novas palavras, ampliando o seu vocabulário; na formação de conceitos e nos processos de resolução de problemas, os quais exigem esforços cognitivos complexos.

Pesquisas realizadas com crianças que apresentam dificuldades em matemática têm evidenciado que há uma estreita relação entre os componentes da memória de trabalho (principalmente o executivo central) e o desempenho matemático, mostrando que crianças cujo desempenho é fraco em matemática utilizam estratégias imaturas de contagem, possuem dificuldades para armazenar e recuperar os fatos básicos da memória de longo prazo, levam mais tempo para resolver cálculo, falham ao mudar da resolução baseada em procedimentos de contagem para a resolução de problemas baseada na memória (como no caso da recuperação imediata de fatos aritméticos básicos da memória de longo prazo). Essa relação deve-se, sobretudo, à exigência de armazenagem e manipulação das informações durante a execução de tarefas matemáticas, ou seja, processos mais ativos que envolvem um papel principal do componente executivo central da memória de trabalho (GEARY, 2002, 2004; GERSTEN et al. (2005); BULL e ESPY, 2006; PASSOLUNGHI et al., 2007).

Bull & Espy (2006) examinaram o papel da memória de trabalho e do executivo central na competência matemática infantil, através de uma revisão de pesquisas sobre essa temática. A habilidade de reter, manipular e atualizar informação na memória de trabalho tem sido ressaltada por sua importância para o desempenho em matemática para crianças em diferentes idades. Os autores afirmam que dificuldades nesses processos podem ocorrer quando a criança não está apta a recuperar eficientemente informações da memória de longo prazo, para assim sustentar o que está sendo retido no estoque de curto prazo. Além disso, a criança pode ter que selecionar e integrar a informação relevante, habilidades que são dependentes da capacidade de inibição da informação irrelevante, da manutenção de curto prazo e manipulação da informação. É possível que as crianças não tenham dificuldade em selecionar a informação adequada, mas em inibir a informação inadequada, não relevante ao contexto em questão. Dessa maneira, a memória de trabalho fica sobrecarregada, o que pode resultar em dificuldades para raciocinar ou completar os aspectos procedurais da tarefa matemática.

Apesar de a maioria das pesquisas afirmarem a estreita relação entre o desempenho matemático e a memória de trabalho, esta última ainda está em discussão, principalmente quando a carga de outras variáveis é controlada. Por exemplo, Nunes et al. (2007), em seu estudo, testaram a hipótese causal sobre o desenvolvimento lógico e matemático. Os resultados do estudo longitudinal afirmam que a capacidade lógica e a memória de trabalho predizem a aprendizagem matemática de crianças com 6 anos de idade em seis meses depois, além de destacarem que o raciocínio lógico continuou a predizer o sucesso matemático mesmo após controlar a memória de trabalho, enquanto escores de memória de trabalho não conseguem predizer a mesma medida após controlar-se o raciocínio lógico.

4 RACIOCÍNIO QUANTITATIVO (RQ)

No capítulo que segue, apresentamos o raciocínio quantitativo como uma função cognitiva fundamental para a aprendizagem e o desempenho matemático. Frequentemente alunos que apresentam baixo desempenho em matemática também apresentam falhas em funções cognitivas superiores, como planejamento, monitoramento, metacognição, inibição de informações irrelevantes, etc. (GEARY, 2000, 2004, 2006; PRIMI, 2002; GERSTEN et al., 2005; BULL; ESPY, 2006; CIRINO et al., 2007).

Iniciaremos essa discussão com a definição de raciocínio quantitativo. Em seguida, abordaremos a compreensão do desenvolvimento cognitivo através do método clínico de Piaget e, por fim, apresentaremos associações entre o raciocínio quantitativo e o executivo central da memória de trabalho.

4.1 DEFINIÇÃO DE RACIOCÍNIO QUANTITATIVO

No contexto da psicologia cognitiva, o raciocínio quantitativo é um componente da inteligência fluida (Gf), caracterizado por Carrol (apud Primi, 2002) como a habilidade de raciocínio indutivo e dedutivo, envolvendo relações matemáticas e quantitativas, principalmente aritméticas.

Antes de apresentar a definição de raciocínio quantitativo, é preciso trazer o conceito de inteligência fluida. Avançando nas ideias sobre o raciocínio, pesquisadores cognitivistas definem dois tipos de inteligência: a inteligência fluida e a inteligência cristalizada (SANTOS; PRIMI, 2005). Para os autores, a *inteligência fluida (Gf)* está ligada à solução de problemas novos, demonstração de flexibilidade e adaptação em tarefas minimamente dependentes de experiências de aprendizagem e conhecimento passado. Já a *inteligência cristalizada (Gc)* relaciona-se à solução de problemas e demonstração de conhecimentos dependente de experiências de aprendizagem, portanto, está ligada aos conhecimentos escolares, bem como àqueles adquiridos ao longo da vida do indivíduo.

De acordo com Santos & Primi (2005) a *inteligência fluida (Gf)* pode ser definida como a habilidade para raciocinar em situações novas ou inesperadas, sendo manifestada na reorganização, transformação e generalização da informação. As deficiências nesse fator caracterizam-se pela dificuldade em generalizar regras, formas, conceitos e observar implicações. Primi (2002), citando os pesquisadores Flanagan e Ortiz, afirma que a inteligência fluida refere-se às operações mentais que uma pessoa utiliza ao defrontar-se com tarefas novas que não podem ser resolvidas automaticamente, pois exigem reconhecimento e formação de conceitos, compreensão de implicações, resolução de problemas e reorganização ou transformação de informações.

Sternberg (2000) ressalta que frequentemente o raciocínio é dividido em dois tipos: o raciocínio dedutivo e o raciocínio indutivo. O autor definiu-os da seguinte maneira: *raciocínio dedutivo* é o processo de raciocinar a partir de uma ou mais declarações gerais em relação ao que é conhecido para alcançar uma conclusão lógica. Em suas pesquisas, Primi (2002) considera o raciocínio dedutivo como a capacidade de derivar implicações ou conclusões a partir da análise de combinação de premissas claramente formuladas seguindo dois ou mais passos lógicos. Para Sternberg, *raciocínio indutivo* é o processo de raciocinar a partir de fatos ou de observações específicas para alcançar uma provável conclusão que possa explicá-los. E, na visão de Primi, é a capacidade de analisar um conjunto de estímulos observando as regularidades, as características comuns, para inferir as relações entre os estímulos. As tarefas de raciocínio indutivo podem ser subdivididas em: descoberta de conceitos/regras, seriação, tarefas de múltiplos exemplares, matrizes, elementos ímpares, analogias.

Dentro do contexto da psicologia do ensino da matemática, o raciocínio quantitativo é a análise de uma situação de uma estrutura quantitativa – uma rede de relações quantitativas e de quantidades. O autor afirma que uma característica importante no raciocínio quantitativo é que os números e as relações numéricas possuem importância secundária, e o que realmente importa são as relações entre as quantidades (THOMPSON, 1993).

No contexto da neuropsicologia do desenvolvimento, Mello e Xavier (2005) abordam o processo de desenvolvimento da formação de conceitos na criança e retomam a ideia de Piaget, ao afirmar que esse desenvolvimento pode estar refletindo a evolução do pensamento abstrato, que se torna independente da experiência concreta e permite generalizações.

No âmbito da epistemologia genética, Piaget et al. (1995) afirma que toda a generalização supõe uma abstração prévia ou, pelo menos, a delimitação das propriedades generalizadas. Considerando suas duas principais formas (abstração empírica e abstração reflexionante), pode-se distinguir que, em uma abstração empírica (que se apoia sobre os objetos físicos ou sobre aspectos materiais da própria ação), a generalização que dela resulta somente poderia ser indutiva. Já a abstração reflexionante (que consiste em uma reflexão reorganizadora que de abstrações empíricas) conduz a generalizações necessárias.

4.2 COMPREENSÃO DO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO ATRAVÉS DO MÉTODO CLÍNICO DE PIAGET

Montangero e Naville (1998) ressaltam que a psicologia do desenvolvimento teve grandes progressos a partir das pesquisas de Piaget sobre as descobertas da criança quanto a espaço, tempo, raciocínio, abstração, etc. As inúmeras coletas de fatos experimentais a respeito do desenvolvimento dos conhecimentos infantis resultam de pesquisas conduzidas com colaboradores de talento e justificam uma tomada de conhecimento dos trabalhos piagetianos.

Sternberg (2000) revisa a teoria do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget e afirma que, embora haja questionamentos e crítica à teoria, essa teoria é considerada a mais compreensiva. O autor afirma que Piaget contribuiu imensamente para a compreensão do desenvolvimento cognitivo. E sua principal contribuição está em considerar as crianças sob uma nova perspectiva e no fato de ponderar o modo como elas pensam.

Em 1993, Carrol analisou estudos que empregavam as medidas piagetianas correlacionando-as com testes psicométricos. Em tal estudo, foi encontrada correlação entre as dimensões subjacentes avaliadas nas tarefas piagetianas e três fatores psicométricos: o *raciocínio sequencial-geral*, a *indução* e o *raciocínio quantitativo*. Entretanto, Carrol não levou adiante o estudo em função das dificuldades encontradas para interpretar as correlações (PRIMI, 2002).

Em sua teoria, Piaget et al.(1995) definiu quatro estádios de desenvolvimento distintos e descontínuos: o estádio sensório-motor, o estádio pré-operatório, o estádio operatório concreto e o estádio operatório formal. Para o psicólogo e epistemólogo suíço, a idade atribuída para delimitar início e fim de cada estádio não era fundamental, visto que, para Piaget, o que realmente importava era saber como as crianças raciocinavam através de uma investigação dupla, ou seja, observar o desempenho de uma pessoa e considerar as causas pelas quais a pessoa apresentava tal desempenho, incluindo os tipos de pensamento subjacentes às suas ações, tanto em respostas corretas quanto em respostas incorretas.

Embora Piaget utilizasse a técnica de pesquisa da observação, grande parte de sua pesquisa acontecia também por meio de exploração lógica e filosófica de como o conhecimento se desenvolve, desde formas primitivas até o alcance de formas mais sofisticadas (STERNBERG, 2000).

As descobertas feitas por Piaget ao longo de sua vida só foram possíveis através do *método clínico* que ele criou para suas pesquisas sobre o pensamento. Esse método é um procedimento de coleta e análise de dados para o estudo do pensamento da criança realizado mediante entrevistas, nas quais se procura acompanhar o curso do pensamento do sujeito durante alguma situação, fazendo sempre novas perguntas para esclarecer respostas anteriores (MONTANGERO e MAURICE-NAVILLE, 1998; DELVAL, 2002).

Delval (2002) afirma que a psicologia do desenvolvimento teve um enorme progresso graças à utilização do método clínico e que foi Piaget que introduziu tal método na psicologia do desenvolvimento, sendo o pioneiro na utilização do método clínico para o estudo do desenvolvimento normal. De acordo com o autor, hoje se realizam muitas pesquisas que utilizam o método clínico e pode-se afirmar que é um dos mais empregados no estudo do desenvolvimento cognitivo.

A essência do método clínico de Piaget consiste na intervenção constante do experimentador em resposta as ações do sujeito, com a finalidade de descobrir os caminhos que segue seu pensamento, dos quais o sujeito não tem consciência e que, assim, não consegue explicitá-los de maneira voluntária (DELVAL, 2002).

Nesta pesquisa, optamos em avaliar o raciocínio quantitativo através de uma tarefa piagetiana, considerando que essas tarefas permitem acompanhar passo a passo o raciocínio da criança, indicando quais processos cognitivos estão em desenvolvimento e quais necessitam de intervenção. Para viabilizar o uso da tarefa, foi utilizado o método clínico de Piaget. A descrição da tarefa piagetiana intitulada “Generalização e abstração quando das transferências de unidades” e dos procedimentos realizados encontra-se no capítulo sobre o método clínico.

4.3 RACIOCÍNIO QUANTITATIVO E O EXECUTIVO CENTRAL DA MEMÓRIA DE TRABALHO

Como vimos em diferentes capítulos dessa dissertação, várias capacidades cognitivas estão subjacentes à execução de tarefas matemáticas, especialmente as que se referem ao executivo central. Baddeley (1996) definiu as funções do executivo central da MT considerando a função de *controlar a atenção demandada nas tarefas de armazenar e manipular informação*, como a síntese do papel do executivo central e enumerou quatro subprocessos que estão envolvidos nessa função:

> **(1)** *coordenar atividades mentais simultâneas dos dois sistemas de armazenamento* (alça fonológica e componente visuoespacial);
> **(2)** *supervisionar a atividade mental alternando estratégias automáticas com estratégias novas,* quando necessário;
> **(3)** *atenção seletiva*, isto é, prestar atenção em informações específicas relevantes e ao mesmo tempo inibir a ativação de outras informações, irrelevantes e distratoras;
> **(4)** *ativação de informações de memória de longo prazo*.

Essas capacidades frequentemente são necessárias na execução de tarefas matemáticas, e falhas nesses subprocessos podem resultar em baixo desempenho matemático. Cirino et al. (2007), em sua pesquisa sobre a avaliação dos domínios de recuperação semântica, executivo procedural e visuoespacial como preditores do desempenho matemático em universitários, afirmam que esses domínios podem predizer 30% em habilidades de cálculo e 50% da variação em raciocínio matemático, sendo que a habilidade de recuperação semântica e visuoespacial contribuem de modo especial. Entretanto, os pesquisadores ressaltam que ambas as medidas parecem exigir habilidades do executivo procedural, como as habilidades em selecionar um procedimento adequado de cálculo. Em raciocínio matemático, habilidades de estimativa e de inibição de informações irrelevantes, ou seja, funções do executivo procedural importantes para resolver problemas aritméticos de interpretação.

Ao revisar modelos desenvolvidos por diferentes correntes teóricas, Primi (2002) apresenta a memória de trabalho como o possível elo entre os estudos da neurociência cognitiva e a inteligência fluida. O autor destaca pesquisas que evidenciaram a correlação entre as medidas de memória de trabalho e as atividades cognitivas complexas. Uma das descobertas foi que a complexidade dos itens aumenta na medida em que há mais regras a serem consideradas nos problemas. Ou seja, a criança precisa possuir "habilidades de gerar submetas na memória de trabalho, armazená-las e planejar novas, à medida que outras são atingidas". (PRIMI, 2002, p. 69)

Nunes et al. (2007) avaliaram a contribuição do raciocínio lógico para a aprendizagem da matemática na escola primária. Os pesquisadores testaram hipóteses da relação de causalidade sobre o desenvolvimento lógico e matemático em dois estudos. Em um estudo longitudinal realizado com 56 crianças, foram observadas e testadas em três ocasiões. No primeiro momento, a idade média dos participantes foi de 6 anos; no segundo momento, a idade média foi de 6 anos e 4 meses; e no terceiro momento, a idade média foi de 7 anos e 4 meses. Os resultados apontaram que a capacidade lógica e a memória de trabalho predizem o sucesso matemático 16 meses depois. Os pesquisadores afirmam também que a capacidade lógica continua a predizer aprendizagem matemática após controlar a memória de trabalho, enquanto escores de memória de trabalho não conseguem prever a aprendizagem da matemática na mesma medida, após o controle dos escores de raciocínio lógico. No segundo estudo, os pesquisadores treinaram o raciocínio lógico em um grupo de crianças e descobriram que esse grupo fez mais progressos em matemática do que o grupo controle que não recebeu o treinamento.

Os estudos citados aqui estabelecem uma relação causal entre o raciocínio lógico e a aprendizagem da matemática, visto que grande parte do conhecimento matemático das crianças baseia-se na sua compreensão de lógica (NUNES et al., 2007).

Na presente pesquisa, uma tarefa piagetiana foi utilizada para avaliar o raciocínio quantitativo dos participantes. Esse instrumento foi selecionado pela possibilidade de propiciar ao pesquisador acompanhar diferentes etapas do raciocínio da criança e observar os efeitos da experiência. Por tratar-se de uma tarefa nova, diferente das realizadas em sala de aula, exigiu dos alunos manutenção da atenção, demonstração de flexibilidade e adaptação na utilização de conhecimentos prévios aprendidos anteriormente. Concordamos com a posição de Santos e Primi (2005), ao afirmar que as características de uma tarefa nova exigem capacidades da memória de trabalho, especialmente do componente executivo central.

5 MÉTODO

Trata-se de um estudo comparativo e correlacional. O método escolhido para basear esta pesquisa é o método misto, o qual pretende utilizar-se de instrumentos que possibilitem uma análise qualitativa e quantitativa dos dados a serem coletados. A escolha do método misto justifica-se pela necessidade de obter uma visão mais ampla do problema, visto que se tornou assim um meio para buscar convergência entre métodos qualitativos e quantitativos. Trata-se de um estudo explanatório sequencial caracterizado por uma fase inicial de coleta de dados quantitativos, seguido por uma fase de coleta e análise de dados qualitativos. Os resultados são integrados durante a fase de interpretação do estudo (CRESWELL, 2007).

5.1 OBJETIVOS

5.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é verificar e analisar a relação entre os processos de memória de trabalho e raciocínio quantitativo em alunos da 4ª série do Ensino Fundamental com alto desempenho e com baixo desempenho em matemática.

5.1.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos da pesquisa são:

- Analisar e verificar a relação entre memória de trabalho e raciocínio quantitativo através de situações aditivas que implicam recuperação dos fatos aritméticos básicos e aplicação das propriedades do sistema decimal de numeração;
- Verificar se há diferença na memória de trabalho entre alunos com alto desempenho e alunos com baixo desempenho em matemática;
- Verificar se há diferença no raciocínio quantitativo entre alunos com alto desempenho e alunos com baixo desempenho em matemática;

- Verificar se há relação entre habilidades numéricas e raciocínio quantitativo no grupo com alto desempenho em matemática;
- Verificar se há relação entre habilidades numéricas e raciocínio quantitativo no grupo com baixo desempenho em matemática;
- Verificar se há relação entre memória de trabalho e raciocínio quantitativo no grupo com alto desempenho em matemática;
- Verificar se há relação entre memória de trabalho e raciocínio quantitativo no grupo com baixo desempenho em matemática.

5.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Analisar a relação entre a memória de trabalho e o raciocínio quantitativo em alunos com alto desempenho e em alunos com baixo desempenho em matemática.

5.3 QUESTÕES DE PESQUISA

- Há diferença na memória de trabalho entre alunos com alto desempenho e alunos com baixo desempenho em matemática?
- Há diferença no raciocínio quantitativo entre alunos com alto desempenho e alunos com baixo desempenho em matemática?
- Há relação entre habilidades numéricas e raciocínio quantitativo no grupo com alto desempenho em matemática? E há relação no grupo com baixo desempenho em matemática?
- Há relação entre memória de trabalho e raciocínio quantitativo no grupo com alto desempenho em matemática? E há relação no grupo com baixo desempenho em matemática?
- Há correlação entre as funções: desempenho matemático, memória de trabalho, memória de curto prazo, habilidades numéricas e raciocínio quantitativo?

5.4 AMOSTRA

Do total de 73 alunos avaliados de acordo com a Prova de Aritmética (CAPOVILLA, MONTIEL & CAPOVILLA, 2007) participaram desta pesquisa 30 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental provenientes de duas escolas públicas de Porto Alegre, escolhidas de forma intencional. Foram selecionados os alunos de mais alto desempenho e mais baixo desempenho a partir da média do grupo que foi de 45,93 (DP: 8,43). Os participantes foram divididos em dois grupos: um grupo composto por 15 alunos com alto desempenho em matemática e um grupo composto por 15 alunos com baixo desempenho em matemática. O critério para a divisão dos grupos foi o desempenho dos participantes na Prova de Aritmética.

Os participantes possuem idades entre 9 e 10 anos (M: 9,1 DP: 0,55). Levou-se em consideração, também, o nível socioeconômico dos participantes sendo classificados a partir do questionário de Critério de Classificação Econômica Brasil, cuja função é a de estimar o poder de compra das pessoas e famílias urbanas (ABEP[8], 2008). Considerando a média da pontuação do grupo com alto desempenho (M: 17,27 DP: 2,28) e a média da pontuação do grupo com baixo desempenho (M: 17,07 e DP: 1,58) estão classificados na classe C2 todos os participantes desta pesquisa (**ANEXO 7**). Foram excluídos da amostra os alunos repetentes para que evitássemos trabalhar com alunos com baixo rendimento escolar afastados do critério estatístico de normalidade.

Consoante aos princípios da ética na pesquisa seguidos pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), foi solicitada a autorização por escrito dos pais **(ANEXO 1)**, assim como exigida a concordância verbal das crianças após o esclarecimento dos objetivos da pesquisa.

5.5 PROCEDIMENTO DE COLETA DE DADOS

A coleta de dados compreendeu duas etapas. A primeira com o objetivo de selecionar a amostra de alunos participantes do estudo.

---

[8] **ABEP** - Associação Brasileira de Empresas de Pesquisa – 2008 – www.abep.org – abep@abep.org

- Com o objetivo de dividir o grupo em dois subgrupos (alto desempenho e baixo desempenho em matemática), foi avaliado o desempenho obtido por cada participante na Prova de Aritmética de CAPOVILLA, MONTIEL e CAPOVILLA (2007). **(ANEXO 2)**
- Com o objetivo de avaliar a capacidade de memória de trabalho dos participantes, foi realizado o teste de memória imediata (ordem indireta) de CAPELLINI e SMYTHE (2008). **(ANEXO 3)**
- Com o objetivo de avaliar a capacidade de memória de curto prazo dos participantes, foi realizado o teste de memória imediata (ordem indireta) de CAPELLINI e SMYTHE (2008). **(ANEXO 4)**
- Com o objetivo de avaliar as habilidades numéricas dos participantes, foi elaborada uma tarefa matemática específica contendo situações aditivas que implicam recuperação dos fatos aritméticos básicos e aplicação das propriedades do sistema decimal de numeração. **(ANEXO 5)**
- Com o objetivo de avaliar o raciocínio quantitativo dos participantes, foi utilizada uma tarefa piagetiana envolvendo o raciocínio aditivo. Tarefa piagetiana intitulada “Generalização e abstração quando das transferências de unidades” (p. 59-74). A avaliação dessa tarefa ocorreu por meio de entrevista clínica individual, baseada no método clínico* de Piaget. (PIAGET et al., 1995) – **(ANEXO 6)**

Método Clínico

O método clínico, criado por Jean Piaget (Delval, 2002), caracteriza-se pela coleta de dados, através da proposição de determinadas tarefas e execução destas pelas crianças. O experimentador observa e conversa livremente com a criança sobre a tarefa executada. A análise dos dados pode ser feita pela utilização de gravadores, vídeos, anotações, etc., sob a ótica da teoria em questão. Esse método possui como principal objetivo explicar a gênese e o desenvolvimento do conhecimento como forma de descobrir e compreender os aspectos do funcionamento e estruturação da mente da criança enquanto ela organiza os objetos sobre os quais age e atribui por essa ação e pela verbalização de seus atos, sentido a esses objetos.

5.6 INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Apresentamos logo a seguir os diferentes instrumentos que compõem este estudo.

5.6.1 Prova de Aritmética (CAPOVILLA, MONTIEL & CAPOVILLA, 2007)

A Prova de Aritmética foi aplicada coletivamente em pequenos grupos (máx. 5 alunos). A Prova de Aritmética avalia a escrita por extenso de números apresentados algebricamente e escrita da forma algébrica de números ouvidos; escrita de sequências numéricas crescentes e decrescentes; comparação de grandeza numérica; cálculo de operações apresentadas por escrito e oralmente; e resolução de problemas escritos. Cada item vale um ponto, sendo a pontuação máxima 60 pontos. Pode ser aplicada coletiva ou individualmente em crianças de 1ª a 4ª série. A prova é composta por seis subtestes, sendo que a análise dos escores e dos tipos de erros cometidos pode fornecer indícios sobre as habilidades preservadas e prejudicadas em crianças (prova na íntegra em anexo). Os seis subtestes são brevemente descritos a seguir:

- O *primeiro subteste* avalia a escrita por extenso de números apresentados em forma algébrica e a escrita na forma algébrica de números apresentados oralmente.
- No *segundo subteste*, de escrita de sequências, o aluno deve escrever os números em duas sequências, inicialmente na ordem crescente, a partir do número 50, de dois em dois e, na segunda parte, em ordem decrescente, a partir do número 30, de três em três.
- No *terceiro subteste*, de relação maior-menor, são apresentados pares de dois números em que o aluno deve indicar qual é o maior, circulando-o.
- O *quarto subteste* avalia a escrita, na forma algébrica, de resposta a problemas aritméticos das quatro operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão, também apresentadas em forma algébrica. As contas estão armadas e o aluno precisa resolvê-las por escrito e na forma algébrica.
- O *quinto subteste* avalia a transição algébrica de problemas apresentados oralmente e a resolução escrita na forma algébrica. Os cálculos são apresentados

oralmente pelo pesquisador e cada aluno deve armar a conta e resolvê-la no papel. Também há quatro operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão.

- Por fim, o *sexto subteste* avalia a solução por escrito de problemas apresentados de forma escrita por extenso, envolvendo cálculos simples com as quatro operações básicas.

5.6.2 Memória Imediata – Ordem Indireta (CAPELLINI e SMYTHE, 2008)

Memória de Trabalho: consiste em sequências de dígitos em que o pesquisador apresenta oralmente e a criança deve, após sinal, repeti-las na ordem inversa. Combina-se com a criança: "Eu vou falar uma sequência de números, depois que eu terminar de falar, farei um sinal e você deverá falar a sequência de números em ordem inversa, ou seja, de trás para frente." A atividade inicia com sequências de 2 dígitos e vai em um crescente até sequências de 5 dígitos, totalizando 8 itens. Cada sequência correta equivale a 1 acerto, sendo a pontuação máxima 8 acertos.

5.6.3 Memória Imediata - Ordem Direta (CAPELLINI & SMYTHE, 2008)

Memória de Curto Prazo: consiste em sequências de dígitos em que o pesquisador apresenta oralmente e a criança deve, após sinal, escrevê-las na ordem correta. Combina-se com a criança: "Eu vou falar uma sequência de números, depois que eu terminar de falar, farei um sinal e você deverá escrever a sequência de números na ordem direta." A atividade inicia com sequências de 2 dígitos e vai em um crescente até sequências de 8 dígitos, totalizando 14 itens. Cada sequência correta equivale a 1 acerto, sendo a pontuação máxima 14 acertos.

5.6.4 Tarefa de Habilidades Numéricas (Tarefa elaborada unicamente para esta pesquisa – GOLBERT, C.S & MALUF, J.L).

Habilidades Numéricas: A tarefa matemática é constituída por situações aditivas que implicam recuperação dos fatos aritméticos básicos e aplicação das propriedades do sistema decimal de numeração. Foi aplicada individualmente em uma sala especializada da escola, dentro do horário escolar. Essa tarefa se divide em duas etapas. Na primeira etapa, são apresentados graficamente lado a lado, dois quadros de adições, um com somas que chegam ao resultado 64 e o outro com somas que chegam ao resultado 640. Após um modelo de somas para cada resultado, outras são apresentadas com uma incógnita em que o aluno deverá preencher com o que falta para completar a soma. Na segunda etapa, são apresentadas somas que aumentam gradualmente (p. ex., 6 + 4 = __; 16 + 4 = __; 26 + 4 = __). Também são apresentadas graficamente situações aditivas em que o aluno possa utilizar o resultado da soma anterior para solucionar a soma posterior (p. ex., 3 + 3 = __ então, 3 + 4 = __). Observa-se a forma como cada participante resolve essas somas, utilizando ou não as últimas informações. O objetivo dessa tarefa é avaliar a capacidade de generalização, ou seja, se o aluno conserva a forma de resolver a primeira soma e aplica esse conhecimento na soma seguinte.

Forma de aplicação

Entregar para o participante a primeira etapa da atividade. “Nesta folha, tem dois quadros, um com somas que chegam ao total de 64 (sessenta e quatro) e a outra com somas que chegam ao total de 640 (seiscentos e quarenta).” Solicitar que o aluno observe o modelo de somas e depois explicar. “Você deverá encontrar quais algarismos estão faltando para completar a soma 64 em cada uma dessas combinações.” A mesma instrução é dada para o quadro de somas 640. Observar se a criança conserva a forma de resolver as combinações do primeiro quadro, utilizando essa informação para resolver as adições no quadro ao lado. Na segunda etapa, entrega-se a folha para a criança. Explica-se que ela deverá resolver as adições. Observar se a criança realiza abstrações e generalizações durante a realização da tarefa matemática.

5.6.5 Tarefa Piagetiana - “Abstração e Generalização Quando das Transferências de Unidades” (PIAGET, et al., 1995, p. 59-74).

Raciocínio Quantitativo: O objetivo da tarefa piagetiana foi verificar o pensamento infantil durante a realização de tarefas de transferência de unidades podendo chegar a níveis de generalizações. Serão descritas duas etapas da tarefa que cada criança realizará de forma sucessiva. O processo de compreensão do pensamento do participante foi baseado na técnica do método clínico.

Forma de aplicação

- **Material:** 30 fichas de mesmo tamanho e 1 palito de fósforo

O Problema e a Técnica empregada: Inicialmente cria-se uma fila com 2 (duas) fichas e pede-se à criança que posicione o fósforo de forma que este fique no meio. A seguir forma-se uma nova fileira com 4 (quatro) fichas e faz-se a mesma solicitação anterior. Seguem-se dois tipos de questões, segundo a modificação introduzida direta **(md)** ou inversa **(mi).** Na primeira etapa, em **(md)** o experimentador diz: "Acrescento 2 (ou 4)" e ele prolonga a fila, à esquerda ou à direita, com dois ou quatro elementos. A criança deve, então, 'mexer' no palito de fósforo para que fique no meio, e pede-se ao sujeito que preveja e depois decida a respeito de quantas fichas é preciso para deslocá-lo. Na segunda etapa, em **(mi)** é o experimentador quem desloca o palito de fósforo e pergunta à criança o quanto é preciso alongar a fila, para que ele fique no meio.

- **Generalização:**

  Generalização I ➔ O sujeito, quando questionado, prevê que o alongamento da fila permanecerá sempre de n (incluindo filas "muito longas");

  Generalização II ➔ O sujeito, quando questionado, prevê, por exemplo, 2 deslocamentos para o acréscimo de 4 fichas; 3 deslocamentos para o acréscimo de 6 fichas, etc. O sujeito compreende a regularidade da lei, ou seja, na situação **md,** deverá avançar o dobro com o palito de fósforo e, na situação **mi,** deverá recuar a metade com o palito.

Níveis de Resposta

Nível IA ➔ Os sujeitos não são capazes de qualquer generalização, procedem unicamente por simples constatações e contagens. Segundo Piaget et al. (1995), nesse nível os sujeitos geralmente retiram o palito de fósforo antes de se decidir, depois contam e recolocam.

Nível IB ➔ Surge um início de generalização I (portanto de repetição da solução encontrada, somente para um acréscimo de mais dois, há experimentação). Para justificar sua decisão precisa contar, regularidade empírica.

Nível Intermediário entre IB e Nível II →A generalização do tipo I aplica-se aos alongamentos de 2 e 4 (e não mais, somente aos de 2). Ainda não realiza generalizações para 6, 8, etc.

Nível IIA ➔ Caracterizado pelas generalizações de tipo II quando há verdadeiramente compreensão do procedimento que conduz à solução. A criança resolve, mas não consegue explicar.

Nível IIB ➔ A criança afirma a regularidade de sua ação, compreende o princípio matemático em questão.

Com a finalidade de analisar quantitativamente a tarefa piagetiana, atribuímos uma pontuação para cada nível de pensamento:

Nível de Pensamento	Pontuação
Nível IA	1 ponto
Nível IIA	2 pontos
Nível Intermediário entre IB e Nível II	3 pontos
Nível IIA	4 pontos
Nível IIB	5 pontos

6 RESULTADOS

O problema de pesquisa investigado nesse estudo foi a relação entre a memória de trabalho e o raciocínio quantitativo em alunos da 4ª série do Ensino Fundamental com alto desempenho e com baixo desempenho em matemática. Para tanto, foram avaliados o *desempenho matemático* (através da Prova de Aritmética), a *memória de trabalho* (através da tarefa *span* de dígitos na ordem indireta), a *memória de curto prazo* (através da tarefa *span* de dígitos na ordem direta), as *habilidades numéricas* (através da tarefa matemática) e o *raciocínio quantitativo* (através da tarefa piagetiana). Os dados obtidos foram analisados a partir de uma perspectiva quanti-qualitativa. A análise quantitativa, feita por meio de procedimentos estatísticos com a utilização do software SPSS 13.0 nos possibilitou observar com maior precisão as correlações entre os desempenhos e as diferenças entre os grupos, nas funções avaliadas.

Desse modo, na Tabela 1, são apresentados os escores obtidos nas funções avaliadas, o intervalo de variância (mínimo e máximo), amplitude (mínima e máxima), média e desvio-padrão no grupo com alto desempenho matemático (1) e no grupo com baixo desempenho matemático (2).

Tabela 1 – Desempenho dos grupos 1 e 2 nas funções avaliadas: intervalo de variância, amplitude, média e desvio-padrão

FUNÇÕES AVALIADAS	INTERVALO DE VARIÂNCIA ESCALA		GRUPO	AMPLITUDE		MÉDIA (M)	DESVIO-PADRÃO (DP)
	MÍN	MÁX		MÍN	MÁX		
DM¹	0	60	1	48	58	53,47	2,9
			2	28	43	38,40	4,15
MT¹	0	8	1	2	8	4,27	1,53
			2	2	5	3,67	0,9
MCP¹	0	14	1	4	11	7,87	1,88
			2	4	8	6,47	1,12
HN²	0	30	1	25	30	28,53	1,8
			2	12	30	24,27	4,39
RQ²	0	5	1	2	5	3,40	0,82
			2	1	4	1,80	0,94

¹ t- Test
² Mann-Whitney U Test

Como se pode verificar na Tabela 1, o grupo com alto desempenho em matemática (M: 53,47; DP 2,9) também apresentou melhor desempenho em MT (M: 4,27; DP 1,53) evidenciando maior capacidade de *span* de memória, além de estratégias mais avançadas de contagem, por exemplo, a recuperação imediata de fatos aritméticos básicos da memória de longo prazo. Já o grupo com baixo desempenho em matemática (M: 38,40; DP 4,15) apresentou baixo desempenho em MT (M: 3,67; DP 0,9) evidenciando o uso de estratégias de contagem mais iniciais, por exemplo, a necessidade do apoio dos dedos para adições simples.

O grupo com alto desempenho em matemática apresentou melhor desempenho na tarefa de MCP (M: 7,87; DP 1,88) e o grupo com baixo desempenho apresentou baixo desempenho (M: 6,47; DP 1,12) nessa tarefa. O grupo com alto desempenho em matemática caracterizou-se por manter a atenção mais focada durante a realização da tarefa, além de apresentar melhor *span* de memória.

Observando a Tabela 1, é possível constatar que o grupo com alto desempenho em matemática apresentou melhor desempenho em HN (M: 28,53; DP 1,8) do que o grupo com baixo desempenho, que apresentou pior desempenho nessa função (M: 24,27; DP 4,39). No grupo com baixo desempenho em matemática, os participantes apresentaram dificuldades em generalizar as informações, além de utilizar frequentemente o apoio dos dedos para chegar a soluções, evidenciando falhas no senso numérico.

Em relação ao RQ, o grupo com alto desempenho em matemática apresentou melhor desempenho (M: 3,40; DP 0,82) e o grupo com baixo desempenho em matemática também apresentou baixo desempenho no RQ (M: 1,80; DP 0,94).

Correlações entre as Funções Avaliadas

A análise de correlação entre os dados do desempenho matemático com memória de trabalho, memória de curto prazo, habilidades numéricas e raciocínio quantitativo foi feita através do Teste de Correlação de Spearman (1904).

A tabela 2 apresenta os coeficientes de correlações entre as funções avaliadas: Desempenho matemático (DM), Memória de trabalho (MT), Memória de curto prazo (MCP), Habilidades numéricas (HN) e Raciocínio quantitativo (RQ).

Tabela 2 – Coeficientes de correlação entre as funções avaliadas através do teste estatístico de Spearman (1904)

CORRELAÇÕES

		D.M	M.T	M.C.P	H.N	R.Q
D.M	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	1,000	0,261	0,355	0,515**	0,609
	SIGNIFICÂNCIA		0,164	0,054	0,004	0,000
	N	30	30	30	30	30
M.T	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,261	1,000	0,143	0,359	0,368*
	SIGNIFICÂNCIA	0,164		0,45	0,052	0,046
	N	30	30	30	30	30
M.C.P	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,355	0,143	1,000	0,241	0,456*
	SIGNIFICÂNCIA	0,054	0,45		0,200	0,011
	N	30	30	30	30	30
H.N	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,515**	0,359	0,241	1,000	0,698**
	SIGNIFICÂNCIA	0,004	0,052	0,200		0,000
	N	30	30	30	30	30
R.Q	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,609**	0,368*	0,456*	0,698**	1,000
	SIGNIFICÂNCIA	0,000	0,046	0,011	0,000	
	N	30	30	30	30	30

** COEFICIENTE DE SIGNIFICÂNCIA 0,01
* COEFICIENTE DE SIGNIFICÂNCIA 0,05

Observando a Tabela 2, verifica-se que a tarefa que avaliou RQ foi a única a se correlacionar de forma estatisticamente significativa todas as tarefas que avaliaram as demais funções, ou seja, RQ e HN ($r = 0,69$; $p < 0,01$); RQ e DM ($r = 0,60$; $p < 0,01$); RQ e MT ($r = 0,36$; p valor $< 0,04$) e RQ e MCP ($r = 0,45$; $p < 0,004$). Como já foi assinalado, nesta pesquisa, o grupo com alto desempenho em matemática ($M = 53,47$) também apresentou mais altos escores em RQ, HN, MT e MCP enquanto que os escores dos alunos com baixo DM ($M = 38,40$) apresentaram baixos escores.

Também se evidenciou correlação estatisticamente significativa entre as tarefas que avaliaram DM e HN ($r = 0,51$; $p < 0,04$).

Com o objetivo de comparar as correlações entre as funções avaliadas em cada um dos grupos, foi calculado o coeficiente de correlação. Na Tabela 3, são apresentadas as correlações no grupo 1.

Tabela 3 – Coeficientes de correlação entre as funções avaliadas através do teste estatístico não paramétrico de Spearman no grupo com alto desempenho

CORRELAÇÕES

		D.M	M.T	M.C.P	H.N	R.Q
D.M	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	1,000	0,076	-0,008	0,005	0,190
	SIGNIFICÂNCIA		0,788	0,976	0,987	0,498
	N	15	15	15	15	15
M.T	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,076	1,000	0,052	0,303	0,324
	SIGNIFICÂNCIA	0,788		0,853	0,273	0,239
	N	15	15	15	15	15
M.C.P	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	-0,008	0,052	1,000	0,241	0,306
	SIGNIFICÂNCIA	0,976	0,853		0,388	0,268
	N	15	15	15	15	15
H.N	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,005	0,303	0,241	1,000	0,738**
	SIGNIFICÂNCIA	0,987	0,273	0,388		0,002
	N	15	15	15	15	15
R.Q	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,190	0,324	0,306	0,738**	1,000
	SIGNIFICÂNCIA	0,498	0,239	0,268	0,002	
	N	15	15	15	15	15

** COEFICIENTE DE SIGNIFICÂNCIA 0,01

Ao observar a Tabela 3, é possível identificar que a única correlação estatisticamente significativa no grupo com alto desempenho em matemática foi entre as funções HN e RQ ($r = 0{,}738$; $p < 0{,}01$).

Na Tabela 4, são apresentadas as correlações entre os escores nas funções avaliadas no grupo com baixo desempenho matemático.

Tabela 4 – Coeficientes de correlação entre as funções avaliadas através do teste estatístico não paramétrico de Spearman no grupo com baixo desempenho

CORRELAÇÕES

		D.M	M.T	M.C.P	H.N	R.Q
D.M	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	1,000	0,235	0,079	0,032	0,012
	SIGNIFICÂNCIA		0,400	0,780	0,909	0,967
	N	15	15	15	15	15
M.T	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,235	1,000	-0,100	0,239	0,337
	SIGNIFICÂNCIA	0,400		0,723	0,390	0,219
	N	15	15	15	15	15
M.C.P	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,079	-0,100	1,000	-0,191	0,160
	SIGNIFICÂNCIA	0,780	0,723		0,495	0,569
	N	15	15	15	15	15
H.N	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,032	0,239	-0,191	1,000	0,516*
	SIGNIFICÂNCIA	0,909	0,390	0,495		0,049
	N	15	15	15	15	15
R.Q	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	0,012	0,337	0,160	0,516*	1,000
	SIGNIFICÂNCIA	0,967	0,219	0,569	0,049	
	N	15	15	15	15	15

* COEFICIENTE DE SIGNIFICÂNCIA 0,05

Observando a Tabela 4, é possível verificar que, assim como no grupo 1, a única correlação estatisticamente significativa estabelecida no grupo 2 foi entre os escores nas tarefas que avaliaram HN e RQ ($r = 0,516$; $p < 0,05$).

Diferença entre os Grupos

Com a finalidade de verificar a significação estatística das diferenças entre os grupos, foi utilizado o teste t de *Student*. Os resultados apontam que há diferença estatisticamente significativa entre os grupos quanto ao desempenho matemático ($t = 11,518$; $p < 0,001$) e quanto à memória de curto prazo ($t = 2,470$; $p < 0,05$).

A diferença entre o grupo com alto desempenho em matemática (1) e o grupo com baixo desempenho em matemática (2) quanto ao desempenho matemático é apresentada no Gráfico 1.

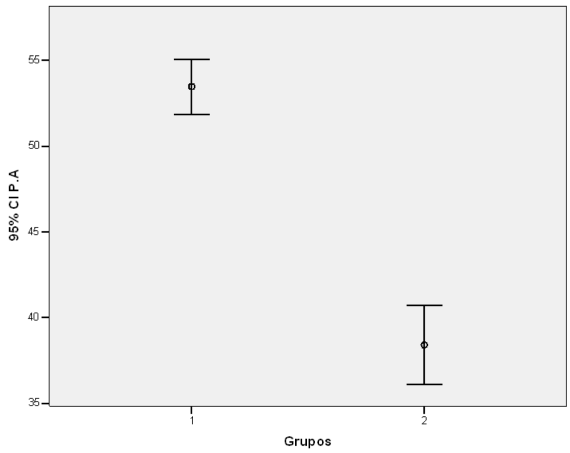


Gráfico 1 – Diferença entre os grupos quanto ao desempenho matemático.

O Gráfico 1 ilustra a diferença estatisticamente significativa ($t = 11,518$; $p < 0,001$) entre o grupo 1 e o grupo 2 quanto ao desempenho matemático avaliado através da Prova de Aritmética (PA) composta por seis subtestes. Na tabela 5, são apresentados os dados do desempenho dos participantes na Prova de Aritmética em cada um dos subtestes que a compõem, permitindo observar diferenças no desempenho de cada um dos grupos.

Tabela 5 – Resultados no subteste da Prova de Aritmética (CAPOVILLA; MONTIEL; CAPOVILLA, 2007) nos grupos com alto desempenho e baixo desempenho em matemática

ALTO DESEMPENHO								BAIXO DESEMPENHO							
Participantes	**P.A**	**S1/ 10**	**S2/10**	**S3/4**	**S4/14**	**S5/16**	**S6/4**	**Participantes**	**P.A**	**S1/ 10**	**S2/ 10**	**S3/4**	**S4/14**	**S5/16**	**S6/4**
1	58	10	9	4	15	15	4	**16**	43	10	5	4	13	8	3
2	57	10	10	4	14	15	4	**17**	43	9	2	4	14	10	4
3	56	10	10	4	14	14	4	**18**	43	10	4	4	10	11	4
4	56	10	10	4	14	14	4	**19**	42	9	2	3	11	14	3
5	55	10	10	4	14	14	3	**20**	42	9	6	4	11	10	2
6	55	10	10	4	13	14	4	**21**	40	9	2	4	12	11	2
7	54	10	10	4	13	14	3	**22**	39	10	5	4	8	9	3
8	54	10	10	4	13	13	4	**23**	39	10	10	4	5	6	4
9	53	10	10	4	13	13	3	**24**	38	10	10	4	6	7	1
10	53	10	10	4	13	13	3	**25**	37	10	5	1	10	9	2
11	52	9	9	4	13	14	3	**26**	37	10	5	4	7	8	3
12	52	10	10	4	11	13	4	**27**	36	10	5	4	8	7	2
13	50	10	5	4	14	14	3	**28**	35	10	5	4	10	4	2
14	49	8	5	4	14	14	4	**29**	34	5	1	4	11	10	3
15	48	10	10	4	12	9	3	**30**	28	10	0	4	11	9	4
MÉDIA	38,23	9,8	9,2	4	13,3	13,5	3,5	**MÉDIA**	45,93	9,4	4,5	3,7	9,8	8,9	2,8
D.P	15,93	0,6	1,7	0	1,0	1,4	0,5	**D.P**	8,43	1,3	2,9	0,8	2,5	2,4	0,9

Observando a Tabela 5, é possível identificar uma notória diferença entre as médias de desempenho dos grupos no subteste 2. Nesse subteste, o grupo 1 apresentou melhor desempenho (M: 9,8; DP 0,6) do que o grupo 2 (M: 4,5; DP 2,9), pois demonstraram melhor conhecimento de número, melhores estratégias de contagem, entre outras habilidades. Observa-se que houve diferença entre os grupos também no desempenho dos subtestes 4 e 5. No subteste 4, o grupo 2 apresentou escores estatisticamente inferiores (M: 9,8; DP 2,5) do que o grupo 1 (M: 13,3; DP 1,0) devido à dificuldade em transcodificar da forma verbal para a forma escrita. Em relação ao subteste 5, também houve diferença entre os desempenhos do grupo 1 (M: 13,5; DP 1,4) e os do grupo 2 (M: 8,9; DP 2,4), pois o grupo com baixo desempenho apresentou mais erros em contas simples de adição, subtração, multiplicação e divisão. A diferença entre o grupo com alto desempenho em matemática (1) e o grupo com baixo desempenho em matemática (2) quanto à memória de trabalho é apresentada no Gráfico 2.

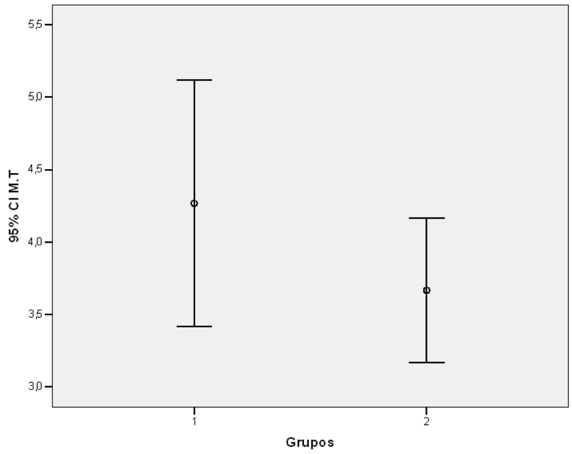


Gráfico 2 – Diferença entre os grupos quanto à memória de trabalho.

Os resultados apresentados no gráfico 2 apontam que a diferença entre os grupos não é estatisticamente significativa quanto à memória de trabalho ($t = 1{,}307$; $p = 0{,}202$), já que houve intersecção entre os intervalos. Foi avaliada também a diferença entre o grupo com alto desempenho em matemática (1) e o grupo com baixo desempenho em matemática (2) quanto à memória de curto prazo. Essa diferença é apresentada no Gráfico 3.

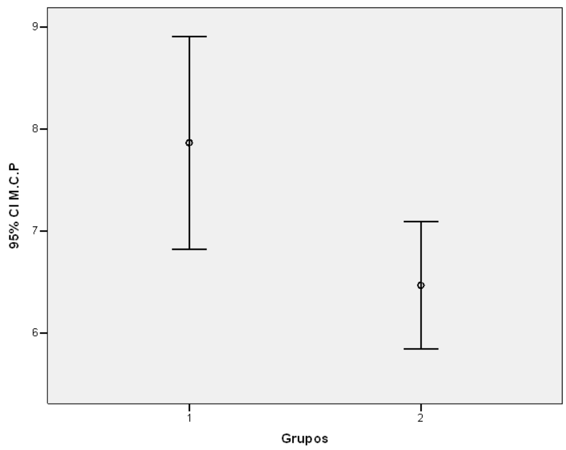


Gráfico 3 – Diferença entre os grupos quanto à memória de curto prazo.

O Gráfico 3 ilustra a diferença estatisticamente significativa entre o grupo 1 e o grupo 2 quanto à memória de curto prazo. ($t = 2{,}470$; $p < 0{,}05$).

Para analisar as diferenças entre os grupos quanto à habilidade numérica e o raciocínio quantitativo, foi utilizado o teste não paramétrico de Mann-Whitney U Test (1947). Encontrou-se diferença estatisticamente significativa em relação à habilidade numérica ($U = 37{,}00$; $p = 0{,}001$) e em relação ao raciocínio quantitativo ($U = 26{,}00$; $p < 0{,}001$) tal como está ilustrado nos gráficos 4 e 5, respectivamente. O grupo com alto desempenho apresentou habilidades numéricas relativas a um bom conhecimento de número e consolidação de conhecimentos prévios que não foram apresentadas pelo grupo com baixo desempenho em matemática.

A diferença entre o grupo com alto desempenho em matemática (1) e o grupo com baixo desempenho em matemática (2) quanto às habilidades numéricas é apresentada no Gráfico 4.

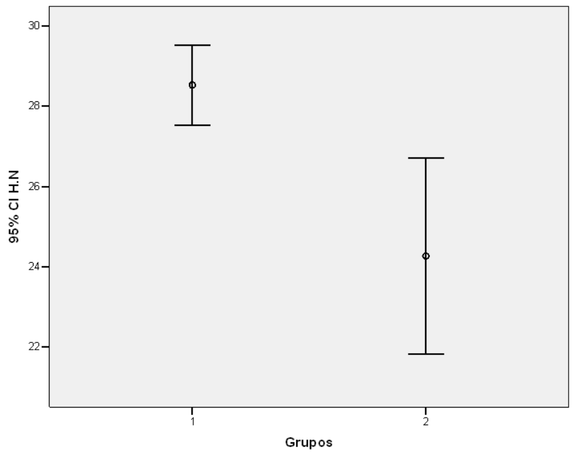


Gráfico 4 – Diferença entre os grupos quanto às habilidades numéricas.

O gráfico 4 ilustra que a diferença entre o grupo 1 e o grupo 2 em relação às habilidades numéricas é estatisticamente significativa. ($U = 37{,}00$; $p < 1\%$)

Em relação ao raciocínio quantitativo, a diferença entre o grupo com alto desempenho em matemática (1) e o grupo com baixo desempenho em matemática (2) é apresentada no Gráfico 5.

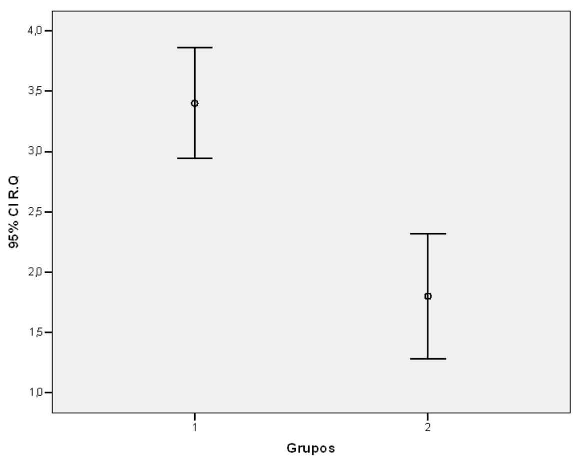


Gráfico 5 – Diferença entre os grupos quanto ao Raciocínio Quantitativo.

O gráfico 5 ilustra que a diferença entre o grupo 1 e o grupo 2 em relação ao raciocínio quantitativo é estatisticamente significativa. (U = 26,00; p < 0,001). O desempenho dos grupos foi quantificado (de 1 a 5) através dos níveis estabelecidos por Piaget (1995) para a tarefa piagetiana utilizada nesta pesquisa. A tabela 6 apresenta o índice de participantes de cada grupo relacionado aos níveis sugeridos pelo autor.

Tabela 6 – Índice de participantes de acordo com os níveis sugeridos por Jean Piaget (1995)

Níveis da tarefa piagetiana	Bom desempenho em matemática	Baixo desempeho em matemática
Nível IA	0%	46,6%
Nível IB	13,4%	33,4%
Nível Intermediário entre IB e Nível II	40%	13,4%
Nível IIA	40%	6,6%
Nível IIB	6,6%	0%

A Tabela 6 apresenta a diferença entre os grupos quanto ao desempenho na tarefa piagetiana que avaliou o raciocínio quantitativo. É possível identificar que, em sua maioria, os escores dos participantes do grupo 1 (80%) concentram-se entre os níveis "*Intermediário entre IB e Nível II* e *Nível IIA*", pois os participantes compreenderam com frequência o procedimento que conduzia à solução. Em contraste, os escores dos participantes do grupo 2 encontram-se, em sua maioria (80%), entre os níveis mais elementares "*Nível IA* e *Nível IB*". Os participantes do grupo com baixo desempenho em matemática realizaram a tarefa através de contagens, utilizando o material concreto como apoio para chegar à solução, sem realizar generalizações.

7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

7.1 CORRELAÇÕES ENTRE AS FUNÇÕES AVALIADAS

7.1.1 Funcionamento Neuropsicológico e Dificuldades de Aprendizagem em Matemática

Nesta pesquisa, houve concordância com a literatura especializada que afirma que alunos com alto desempenho em matemática possuem melhor *span* de memória, melhor raciocínio quantitativo e mais habilidade numérica. Pesquisadores interessados na temática das dificuldades de aprendizagem em matemática (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004; 2006; GERSTEN et al., 2005; BULL; ESPY, 2006; CIRINO et al., 2007; PASSOLUNGHI et al., 2007; PASTOR, 2008) têm constatado em suas investigações que, para aprender matemática, são necessárias diversas funções cognitivas que, integradas, garantem a fluência do raciocínio durante a execução das tarefas matemáticas.

Investigando as características comuns ao grupo de crianças que apresentam dificuldades na aprendizagem da matemática, os pesquisadores evidenciaram falhas no domínio da sequência básica de contagem, falhas na recuperação imediata de fatos aritméticos básicos ou de outros conhecimentos prévios armazenados na memória de longo prazo. A falta dessas habilidades, geralmente, resulta em falhas na precisão e velocidade para efetuar operações e falhas nas estratégias utilizadas para a resolução dos problemas.

Uma dificuldade na interpretação desses estudos se deve ao fato de que eles são realizados com diferentes instrumentos, número de participantes e diferentes adiantamentos, o que dificulta o estabelecimento de padrões que caracterizam o alto desempenho e o baixo desempenho em matemática.

7.1.2 Correlação entre RQ e Todas as Funções Avaliadas

É importante evidenciar que a função RQ foi a única a correlacionar-se estatisticamente com todas as funções avaliadas nesta pesquisa, ou seja, desempenho matemático, memória de trabalho, memória de curto prazo e habilidades numéricas. Esse resultado permite uma reflexão acerca da relevância do raciocínio quantitativo na aprendizagem da matemática de tarefas novas, que exigem o estabelecimento de novas relações e compreensões. No caso desta pesquisa, a tarefa nova utilizada foi a tarefa piagetiana que exigiu dos participantes o estabelecimento de relações e generalizações mentais diante de questões apresentadas pela pesquisadora.

A tarefa piagetiana intitulada "Generalização e abstração quando das transferências de unidades" (PIAGET et al., 1995) requisitou dos participantes a manutenção do foco de atenção, antecipação e planejamento das suas ações, manipulação das informações novas e articulação dessas informações. Essas funções executivas conduziam os participantes às generalizações e às soluções adequadas para a questão proposta. Nesse sentido, Primi (2002) faz uma aproximação entre a inteligência fluida (solicitada em tarefas novas) e funções do executivo central da memória de trabalho, sendo elas: manutenção do nível de ativação das representações mentais; coordenação de atividades mentais simultâneas; monitoramento e supervisão das atividades mentais; controle da atenção e atenção seletiva; ativação de informações da memória de longo prazo e redirecionamento de rotas ou flexibilidade adaptativa.

Convém assinalar o relevante papel dos conhecimentos prévios na aprendizagem da matemática evidenciado pelos alunos com alto desempenho, os quais ativavam os fatos aritméticos básicos de imediato da memória de longo prazo durante a execução da tarefa. Dispunham, assim, de recursos de memória de trabalho e, consequentemente, de mais espaço mental para o raciocínio. Essas condições foram apresentadas pelos alunos com alto desempenho e ressaltam o papel dos processos cognitivos na aprendizagem da matemática, em especial no raciocínio quantitativo, sendo eles a atenção, a memória de trabalho, a memória de longo prazo, etc. Esse resultado corrobora os dados da pesquisa de Nunes et al. (2007), que evidenciaram a importância do raciocínio lógico para a aprendizagem da matemática, ao constatar uma relação causal entre a aprendizagem da matemática e o raciocínio lógico.

Em relação ao RQ, foram evidenciadas diferenças estatisticamente significativas entre os grupos, que serão apresentadas adiante nesta análise.

7.1.3 Correlação entre as Funções RQ E DM

Foi encontrada correlação estatisticamente significativa entre a tarefa de raciocínio quantitativo e desempenho matemático. Esse resultado ressalta o quanto o desempenho matemático está relacionado com o funcionamento cognitivo, uma vez que o processamento aritmético requer, por exemplo, flexibilidade para raciocinar quantitativamente em situações novas (PRIMI, 2002; CIRINO et al., 2007; NUNES et al., 2007).

O desempenho na Prova de Aritmética (CAPOVILLA; MONTIEL; CAPOVILLA, 2007) exigiu dos participantes a utilização de diferentes habilidades numéricas, bem como a manipulação de conceitos já construídos e informações armazenadas e consolidadas na MLP. Os resultados evidenciaram que, quanto melhor o desempenho dos alunos na Prova de Aritmética, melhor também foi seu raciocínio quantitativo na tarefa piagetiana, reforçando, assim, a relevância dos conhecimentos e habilidades numéricas já adquiridos para a aprendizagem de novos conceitos e procedimentos matemáticos. Esses resultados confirmam dados da literatura que apontam vantagens no raciocínio lógico em alunos com alto desempenho em matemática (NUNES et al., 2007). Conforme Piaget e Szeminska (1971), o raciocínio lógico é fundamental na aprendizagem da matemática, por exemplo, para a compreensão conceitual das relações entre os números, a começar pelas composições aditivas.

7.1.4 Correlação entre as Funções RQ e MT

A correlação estatisticamente significativa entre raciocínio quantitativo e memória de trabalho ($r = 0{,}36$; p valor $< 0{,}04$) reforça os dados da literatura que apontam uma estreita relação entre essas funções (PRIMI, 2002). Essa relação ficou evidente na tarefa piagetiana, que exigiu dos participantes habilidades em selecionar informações relevantes, inibir informações irrelevantes, manipular, articular mentalmente na memória de trabalho as informações provindas dos subcomponentes, ativar informações da MLP, enfim, diversas funções do executivo central da memória de trabalho.

A correlação estabelecida justifica e responde o problema anunciado nesta pesquisa, o qual procurou analisar a relação entre raciocínio quantitativo e memória de trabalho em alunos com alto desempenho e com baixo desempenho em matemática. Os resultados revelaram o quão relevante é o papel da memória de trabalho para o raciocínio quantitativo, uma vez que, se há sobrecarga na memória de trabalho, o raciocínio fica prejudicado (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004, 2006; PRIMI, 2002; BULL; ESPY, 2006) . O resultado encontrado reforça a importância de se enfatizar no ensino da matemática tanto a utilização de procedimentos e fatos quanto a compreensão de conceitos matemáticos (GEARY, 2004). É preciso que, no ensino, haja uma mudança de ênfase de conteúdos memorizados para a ênfase em competências conceituais, constituídas através de processos de raciocínio, além de competências procedurais, aprendidas e utilizadas com base na compreensão dos conceitos matemáticos (PRIMI et al., 2001).

7.1.5 Correlação entre as Funções RQ e HN

A correlação entre raciocínio quantitativo e as habilidades numéricas apresentou significação estatística tanto no grupo com alto desempenho quanto no grupo com baixo desempenho, possibilitando afirmar que o RQ exige habilidades numéricas que são essenciais para o alto desempenho em matemática. A estreita relação entre essas funções confirma dados da literatura que apontam vantagens no raciocínio quantitativo em crianças que possuem bom conhecimento de número (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004; GERSTEN et al., 2005; CIRINO et al., 2007; NUNES et al., 2007).

Destaca-se, nesse ponto, a importância de o aluno ter construído uma linha numérica mental através de generalizações progressivas, para que possa manipular e estabelecer relações entre os números (DEHAENE; COHEN, 1995, 1997). Os alunos que raciocinaram com sucesso na tarefa piagetiana generalizaram com facilidade questões do tipo 6 + 4 =, 16 + 4 =, empregando suas habilidades numéricas (p. ex., generalização dos princípios de base dez). Esses alunos identificaram regularidade em suas ações através da descoberta da razão do procedimento operatório que conduz à solução, descartando, assim, a necessidade de proceder puramente através de contagens (PIAGET et al., 1995).

7.1.6 Correlação entre as Funções RQ e MCP

A correlação entre raciocínio quantitativo e memória de curto prazo ressalta a importância da MCP no processamento matemático. O resultado encontrado, além de ressaltar a correlação entre as funções, indica que, durante o processamento matemático, as crianças precisam manter a atenção tanto alternada como concentrada. Nessa pesquisa, os participantes precisavam manter e manipular as informações recebidas durante a execução da tarefa piagetiana. O resultado aponta vantagens no funcionamento da memória de curto prazo em participantes sem dificuldades de aprendizagem em matemática. Dificuldades na MCP prejudicam grande parte do processamento de informações, uma vez que a memória de curto prazo é uma estrutura mediadora das informações e, quando prejudicada, acaba por interferir de maneira geral no processamento (SANTOS; PRIMI, 2005; GATHERCOLE; ALLOWAY, 2008).

Na tarefa piagetiana, os participantes com menor capacidade de memória de curto prazo apresentaram dificuldades em seguir instruções dadas pela pesquisadora já que não conseguiam manter na memória o conteúdo das informações, perdendo, assim, o foco da tarefa.

7.1.7 Correlação entre as Funções DM e HN

O resultado de uma correlação estatisticamente significativa entre essas funções reforça o quão necessárias são as habilidades numéricas para um alto desempenho em matemática.

Nesta pesquisa, a tarefa de habilidades numéricas permitiu que fossem avaliadas habilidades, como compreensão dos princípios de base dez, estratégias de contagem, conhecimento de número e capacidade de generalização dos princípios de base dez. Os alunos com alto desempenho utilizaram com maior frequência, por exemplo, o cálculo mental e a estratégia de recuperação imediata de fatos aritméticos básicos da MLP. Os resultados encontrados confirmam dados da literatura que apontam vantagens em habilidades numéricas em alunos que apresentam alto desempenho em matemática (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004; 2006; GERSTEN et al., 2005; CIRINO et al., 2007; PASSOLUNGHI et al., 2007).

7.1.8 Correlações entre as Funções nos Grupos com Alto desempenho e Baixo Desempenho em Matemática

A análise das correlações entre as funções em cada grupo indicou uma correlação estatisticamente significativa entre RQ e HN tanto no grupo com alto desempenho em matemática quanto no grupo com baixo desempenho em matemática. A estreita relação entre essas funções pode decorrer de uma interdependência entre elas, pois crianças com bom conhecimento de número frequentemente possuem mais recursos de raciocínio quantitativo. Assim, quanto mais desenvolvido o conhecimento numérico, principalmente os componentes de magnitude e a construção da linha numérica mental, menor será a sobrecarga depositada na memória de trabalho. Desse modo, o processamento da informação numérica ocorre mais rápido e, consequentemente, o raciocínio quantitativo torna-se mais fluente (DEHAENE; COHEN, 1995, 1997; GEARY et al., 2000; PRIMI, 2001, 2002; GEARY, 2004, 2006; SANTOS; PRIMI, 2005; GERSTEN et al., 2005; CIRINO et al., 2007).

7.2 DIFERENÇAS ENTRE OS GRUPOS

7.2.1 Diferenças entre os Grupos em Relação ao Desempenho Matemático

No desempenho matemático (DM) que foi avaliado através da Prova de Aritmética, a diferença entre os grupos verificada através do teste T de Student foi estatisticamente significativa ($t = 11{,}51$). Essa diferença foi evidenciada através do desempenho de cada grupo na resolução dos subtestes que compõem a Prova de Aritmética. Ressaltamos que a utilização de testes padronizados como a Prova de Aritmética (Capovilla; Montiel; Capovilla, 2007), embora contribua para a avaliação do desempenho aritmético dos alunos, avalia várias habilidades aritméticas e matemáticas e, assim, pode encobrir dificuldades específicas. Isso ocorre em função de as crianças com dificuldades em matemática geralmente apresentarem dificuldades ou déficits severos em uma ou mais áreas da aritmética e um desempenho médio, acima da média, em outras áreas. (GEARY, 2004)

Cabe destacar que no *segundo subteste*, que avalia a escrita de números na ordem crescente e na ordem decrescente, os alunos com baixo desempenho em matemática apresentaram resultados evidentemente inferiores (M: 4,5; DP 2,9) ao grupo com alto desempenho (M: 9,8; DP 0,6).

A diferença entre os grupos na habilidade de sequência básica de contagem confirma os dados da literatura que apontam vantagens nas estratégias e domínios de contagem, bem como na capacidade de senso numérico, principalmente nos componentes de magnitude e linha numérica mental, em crianças sem dificuldades em matemática (OKAMOTO; CASE, 1996; DEHAENE, 1997; GERSTEN et al., 2005; PASSOLUNGHI et al., 2007).

Nessa linha, destaca-se também a diferença entre os grupos no *quarto subteste,* que avalia a representação escrita em números arábicos a cálculos aritméticos das quatro operações que se encontram armados e o aluno precisa resolvê-las. O grupo com baixo desempenho em matemática evidenciou uso frequente de estratégias imaturas de contagem, erros na contagem e dificuldades na recuperação imediata de fatos aritméticos básicos da MLP. Esse resultado vai ao encontro de pesquisas recentes (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004, 2006; GERSTEN et al., 2005; BULL; ESPY, 2006). Em relação ao *quinto subteste,* que avalia a transcodificação de cálculos da forma oral para a escrita arábica, houve diferença entre o desempenho dos grupos. A dificuldade apresentada pelo grupo com baixo desempenho em matemática pode ser interpretada como uma dificuldade conceitual e procedural de transcodificar a forma verbal para a forma arábica (DEHAENE; COHEN, 1997; GEARY et. al., 2000; ALONSO; FUENTES, 2001; PASTOR, 2008).

7.2.2 Diferenças entre os Grupos Quanto à Memória de Trabalho

Neste estudo, a diferença entre os grupos em relação à MT não foi estatisticamente significativa. Acredita-se que esse resultado se deva ao reduzido número de participantes que acaba por destacar a variabilidade do desempenho dos participantes dentro de cada grupo.

A relação entre MT e DM tem sido intensamente investigada. Pesquisas realizadas com crianças que apresentam dificuldades em matemática têm evidenciado que há uma estreita relação entre a memória de trabalho e o desempenho matemático. Essa relação deve-se à exigência de um armazenamento e manipulação de informações durante a execução de tarefas matemáticas, ou seja, processos mais ativos que envolvem um papel principal do componente executivo central da memória de trabalho (GEARY et. al., 2000; GEARY, 2004; 2006; PRIMI, 2002; BULL; ESPY, 2006; PASSOLUNGHI et al., 2007).

7.2.3 Diferenças entre os Grupos Quanto à Memória de Curto Prazo

A diferença entre os grupos quanto à memória de curto prazo apresentou significado estatístico. Os alunos com baixo desempenho em matemática apresentaram baixa capacidade de *span* de dígitos, confirmando resultados de pesquisas que apontam que dificuldades nessa capacidade prejudicam a manutenção de informações na memória de curto prazo tanto no componente verbal quanto no componente visual, afetando, assim, grande parte do processamento de informações (SANTOS; PRIMI, 2005; BULL et al., 2008; GATHERCOLE; ALLOWAY, 2008). É importante lembrar que Gathercole e Alloway (2008, p. 12) associam as funções de MCP e MT ao afirmar que "os dois componentes da MCP (memória de curto prazo verbal e visuoespacial) formam parte mas não todo o sistema maior, que é a memória de trabalho".

Entretanto, ainda não há consenso sobre as relações entre MCP e MT. Muitos pesquisadores distinguem os papéis de MP e MT, afirmando que somente a MT prediz a aprendizagem da matemática (BULL; ESPY, 2006; PASSOLUNGHI et al., 2007).

7.2.4 Diferenças entre os Grupos Quanto às Habilidades Numéricas

Nesta pesquisa, as habilidades numéricas foram avaliadas através de uma tarefa matemática que exigiu dos participantes habilidades, no reconhecimento e compreensão entre parte e todo na operação de adição, na capacidade de generalização dos princípios de base dez, na utilização de estratégias de recuperação dos fatos aritméticos básicos da MLP, na adição.

De acordo com os resultados, os alunos com alto desempenho em matemática diferenciam-se na escolha das estratégias, utilizando frequentemente recuperação imediata da MLP e estratégias de contagem mais avançadas, como contagem a partir do maior (GEARY et al., 2000; GEARY, 2002, 2004; GERSTEN et al., 2005; BULL; ESPY, 2006; OSTAD; SORENSEN, 2007; PASSOLUNGHI et al., 2007).

Na tarefa em questão, a estratégia de decomposição foi apresentada aos participantes como alternativa para a solução de adições (p. ex., 3 + 3 = 6 então 3 + 4 = ?). Os alunos com baixo desempenho não se valeram do exemplo, pois não estabeleceram relações entre as operações, evidenciando falhas no conhecimento numérico e, consequentemente, falhas na construção de uma linha numérica mental. A falta de conhecimento e domínio numérico limita a flexibilidade cognitiva necessária para a aprendizagem da matemática, por exemplo, na atividade de comparação entre números. Nesse ponto, vale reforçar a importância da construção de uma linha numérica mental para a compreensão dos princípios da base 10 e conceituação das relações entre 30, 300, 3000 a partir do número 3, permitindo, dessa forma, a comparação entre quantidades a partir de sua representação numérica, tal como enfatizaram Dehaene e Cohen (1995).

Na realização da tarefa que avaliou habilidades numéricas, era esperado que os participantes chegassem a generalizações quando lhes era apresentado, por exemplo, as operações: 6 + 4 = ; 16 + 4 = ; 26 + 4 = , etc. O conhecimento numérico permite a generalização dos princípios de base dez, visto que todo o sistema decimal é a multiplicação pelo dígito 10 (GOLBERT, 2002; GEARY, 2004, 2006; NUNES et al., 2005).

Os resultados encontrados nessa tarefa confirmam dados da literatura que apontam mais conhecimento e domínio de número em alunos com alto desempenho em matemática que selecionam estratégias mais eficazes e não sobrecarregam a memória de trabalho, possibilitam generalizações, a partir de suas ações (PIAGET; SZEMINSKA, 1971; PIAGET et al., 1995; GERSTEN et al., 2005; OSTAD; SORENSEN, 2007).

7.2.5 Diferenças entre os Grupos Quanto ao Raciocínio Quantitativo

Encerra-se essa análise, destacando a diferença entre os grupos no raciocínio quantitativo, pois se considera a possibilidade de que esse resultado seja o mais relevante desta pesquisa.

A tarefa piagetiana exigiu dos participantes manutenção da atenção, demonstração de flexibilidade e adaptação a uma tarefa desconhecida com pouca dependência de experiências de aprendizagens anteriores. Solucionar uma tarefa nova exige dos participantes capacidades de memória de trabalho, principalmente do componente executivo central (SANTOS; PRIMI, 2005).

A diferença estabelecida entre o desempenho dos grupos nessa tarefa permitiu algumas reflexões acerca da importância do raciocínio quantitativo na aprendizagem da matemática. Primeiramente, destacamos a diferença entre os grupos quanto à capacidade de generalização. Os participantes do grupo com alto desempenho em matemática utilizaram com maior frequência a contagem mental e a recuperação imediata da MLP, estabeleceram relações entre as sucessivas etapas da tarefa piagetiana e buscaram compreender a razão que regia o procedimento em questão, podendo, assim, fazer generalizações de números menores (p. ex., 2 e 4) para números maiores (p. ex., 20 e 40). Esse grupo encontra-se em uma etapa intermediária da incompreensão para a certeza de haver uma razão, mesmo sem, ainda, saber qual. Ao contrário, os participantes do grupo com baixo desempenho, em sua maioria, procederam unicamente por simples constatações e contagens, precisando utilizar constantemente a contagem um a um, o material concreto (as fichas) e os dedos.

É importante ressaltar que mais da metade do grupo com baixo desempenho não conseguiu realizar a etapa que apresentou números maiores, como vinte, cinquenta e cem. Os participantes do grupo demonstraram dificuldades para generalizar as informações, utilizando estratégias imaturas de contagem para chegar a soluções. Assim, o grupo com baixo desempenho acabou por sobrecarregar a memória de trabalho.

Os participantes do grupo com baixo desempenho apresentaram dificuldades em manter a atenção focada nas instruções do pesquisador e dificuldades em inibir informações irrelevantes. Com frequência, retiravam o palito de fósforo antes de decidir onde colocá-lo, depois contavam as fichas para recolocar o palito, além de misturar todas as fichas e não conseguir manter os resultados parciais na memória de trabalho. Alguns participantes chegaram a solicitar que fossem retiradas e/ou acrescentadas fichas para que pudessem chegar a uma solução, perdendo o foco e o objetivo da tarefa. As estratégias imaturas de contagem sobrecarregam a memória de trabalho, dificultando assim o raciocínio. A utilização de estratégias imaturas de contagem por alunos com dificuldade de aprendizagem em matemática tem sido verificada por pesquisadores interessados nesse tema (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004, 2006; GERSTEN et al., 2005; OSTAD; SORENSEN, 2007). Já os participantes do grupo com alto desempenho utilizaram com maior frequência a contagem mental, possibilitando, assim, que relações fossem estabelecidas entre as informações novas e antigas, bem como manipuladas na MT. A habilidade dos participantes com alto desempenho em matemática de utilizar a contagem mental para solucionar a tarefa piagetiana, preservou recursos de raciocínio, visto que não houve sobrecarga na MT.

O grupo com alto desempenho conseguiu planejar e antecipar suas ações, coordenar atividades mentais simultâneas dos dois sistemas de armazenamentos (componente fonológico e componente visuoespacial), manter a atenção nas informações específicas relevantes da tarefa e, ao mesmo tempo, inibir a ativação de outras informações distratoras, além de perceber com maior frequência os erros que cometia durante a realização da tarefa piagetiana, chegando a níveis de generalizações, funções essas descritas por Baddeley (1996) ao definir as funções pertencentes ao executivo central da memória de trabalho. No entanto, alunos com baixo desempenho em matemática apresentam falta de planejamento, de monitoramento e de metacognição decorrentes de falhas nas funções do executivo central da memória de trabalho (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004; 2006; GERSTEN et al., 2005; BULL; ESPY, 2006; CIRINO et al., 2007).

De acordo com Piaget et al. (1995), os níveis alcançados pelos participantes expressam a diferença entre os procedimentos utilizados por cada grupo para solucionar a tarefa piagetiana. A maioria dos participantes do grupo com alto desempenho (80%) encontra-se entre o *nível IIA* (40%), caracterizado pelas generalizações para números superiores quando há verdadeiramente compreensão do procedimento que conduz à solução, ou seja, da razão. Nesse nível, a criança resolve, mas não consegue explicar como chegou à solução. Outros 40% desse grupo encontram-se no *nível Intermediário entre IB* e *Nível II* (40%), no qual ocorrem generalizações para os acréscimos de 2 e 4 fichas, mas a criança ainda não realiza generalizações para números maiores (p. ex., 6, 8, etc.). Já o grupo com baixo desempenho, em sua maioria (80%), encontra-se entre os níveis mais elementares: *Nível IA* (46,6%), pois os participantes não foram capazes de qualquer generalização, procedendo unicamente por simples constatações e contagens com apoio de material concreto e, no *Nível IB* (33,4%), em que os participantes apresentam um início de generalização, portanto, de repetição da solução encontrada, mas somente para acréscimos de dois, porém ainda com experimentação, por exemplo, o uso de materiais concretos. Para justificar sua decisão, o participante utiliza uma estratégia de contagem e não de recuperação imediata da memória de longo prazo.

Os resultados encontrados a partir do desempenho dos grupos na tarefa piagetiana sugerem que o RQ possui um papel fundamental na aprendizagem da matemática. Os bons índices alcançados a partir da tarefa ressaltam a importância do ensino da matemática baseada em atividades que estimulem a descoberta, a curiosidade, o raciocínio, favorecendo dessa forma, o desenvolvimento de um raciocínio desprendido do concreto. Por exemplo, possibilitar o avanço de situações conhecidas para a utilização dos recursos cognitivos em situações novas. A tarefa piagetiana possibilitou verificar as habilidades e competências dos participantes em cada grupo. Os resultados apresentados indicam que alunos com alto desempenho em matemática conseguem manter por mais tempo a atenção focada durante a execução de tarefas complexas, apresentam vantagens nas funções do executivo central da memória de trabalho possibilitando generalizações e, assim, garantem melhores recursos e apoio para o raciocínio quantitativo.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A aprendizagem da matemática pressupõe um conjunto de condições individuais, ambientais e escolares que agem de maneira integrada. Nesta pesquisa, o foco foi os processos cognitivos, subjacentes a essa aprendizagem. Ao se retomar o problema de pesquisa proposto neste trabalho, ou seja, analisar a relação entre o raciocínio quantitativo e a memória de trabalho em alunos com alto desempenho e em alunos com baixo desempenho em matemática, percebe-se que houve correlação estatisticamente significativa entre essas funções, além da possibilidade de delinear alguns aspectos mais refinados dessa relação.

Ainda que restritos a esta pesquisa, consideramos muito importantes os resultados constatados, na medida em que se referem à população brasileira, cujos problemas de aprendizagem são muito noticiados, mas são pouco considerados à luz de teorias que podem apontar caminhos para a intervenção. Assim, ressalta-se a importância da avaliação dos processos cognitivos dos alunos como forma de conhecer os diferentes perfis cognitivos e as diferentes formas de raciocínio existentes em cada sala de aula, além de destacar a relevância de uma aproximação entre as descobertas das pesquisas realizadas na área da neuropsicologia e psicologia cognitiva e o campo da educação.

As questões de pesquisas levantadas foram sendo respondidas, dentro do possível, durante o percurso da pesquisa. A partir dos resultados evidenciados no âmbito desta pesquisa, é possível afirmar que há diferença significativa no *span* de memória de trabalho entre os alunos com alto desempenho e os alunos com baixo desempenho em matemática, visto que alunos com melhor desempenho possuem maior capacidade de armazenar informações na memória de trabalho, além de manipulá-las durante a realização das tarefas matemáticas. Também houve diferença entre os grupos quanto ao raciocínio quantitativo, evidenciado pela maior capacidade de raciocínio lógico-matemático nos alunos com alto desempenho matemático.

A correlação estatisticamente significativa entre as medidas de habilidades numéricas e as medidas de raciocínio quantitativo revelou a importância das habilidades numéricas iniciais, como senso numérico, estratégias de contagem e armazenamento e recuperação imediata dos fatos matemáticos básicos para um alto desempenho em matemática. Também foi possível constatar correlação estatisticamente significativa entre as medidas de memória de trabalho e as medidas de raciocínio quantitativo, o que ressaltou a importância da capacidade de memória de trabalho durante a realização de tarefas matemáticas. Através da tarefa piagetiana, que avaliou o raciocínio quantitativo, foi possível observar que os alunos com alto desempenho matemático apresentaram diferentes funções do executivo central da memória de trabalho, como manutenção da atenção, flexibilidade e adaptação na utilização de conhecimentos prévios aprendidos anteriormente, coordenação dos recursos verbais e visuais e inibição de informações irrelevantes para a tarefa. Esses recursos de memória de trabalho não foram evidenciados pelos alunos com baixo desempenho matemático, que apresentaram dificuldades em coordenar as instruções verbais com as informações contidas no material concreto que poderiam ser manipuladas. As correlações estatisticamente significativas entre as tarefas neuropsicológicas e os resultados encontrados na tarefa piagetiana, que avaliou o raciocínio quantitativo, podem sugerir muitos outros estudos, uma vez que oportunizam ao pesquisador acompanhar o curso de raciocínio da criança em tarefas específicas, em diferentes aspectos da cognição, como número, linguagem, espaço, tempo, etc.

A comparação dos alunos agrupados por desempenho matemático nos proporcionou um olhar detalhado sobre diferentes aspectos da aprendizagem da matemática e das dificuldades que podem ocorrer nesse processo de aprendizagem. A variabilidade existente dentro de cada um dos grupos dificultou de certa forma, a caracterização dos grupos quanto à memória de trabalho, ressaltando a heterogeneidade que caracteriza a população dos alunos com dificuldades de aprendizagem (diferenças inter e intra grupos). Apesar de ter sido constatada diferença estatisticamente significativa entre os grupos, a identificação de distintos perfis cognitivos têm importância clínica, necessitando de tempos e formas de intervenção também distintas.

Nessa perspectiva, esta pesquisa evidenciou que deve haver um olhar mais atento sobre os alunos que apresentaram dificuldades na aprendizagem da matemática, visto que o grupo com baixo desempenho em matemática apresentou dificuldades em todos os aspectos cognitivos avaliados nesse estudo, aspectos fundamentais para o desempenho matemático.

Assim, além das importantes reflexões suscitadas por este estudo, torna-se imprescindível destacar algumas limitações desta pesquisa. Primeiramente ressaltamos o número de participantes que compôs os grupos desta pesquisa. Sabe-se que amostras reduzidas limitam a possibilidade de se detectar diferenças significativas, entre grupos, nas funções avaliadas e, assim, reduzem a possibilidade de generalização dos resultados obtidos.

Outra limitação refere-se ao fato de que, nesta pesquisa, devido ao tempo previsto para a realização do mestrado, optamos por não avaliar o aspecto linguístico dos participantes e o Quociente de Inteligência (Q.I). A relação entre as dificuldades linguísticas e matemáticas tem sido apresentada por pesquisadores (GEARY et al., 2000; GEARY, 2004; CORSO, 2008). Muitas pesquisas na área da matemática apresentam relação com o Q.I dos alunos que apresentam esta dificuldade, portanto, ressaltamos a importância de que futuros estudos superem as limitações apontadas nesta pesquisa.

Muitos são os debates acerca das dificuldades de aprendizagem em matemática, entretanto, não há consenso entre os pesquisadores nem mesmo quanto ao diagnóstico dos alunos que apresentam essa dificuldade específica. Geary (2004) ressalta que infelizmente não estão disponíveis medidas específicas designadas ao diagnóstico de dificuldades de aprendizagem em matemática. Não restam dúvidas de que, para se chegar a um maior consenso, a pesquisa nessa área precisa avançar em relação a temáticas fundamentais, como definição, terminologia, validade dos instrumentos de avaliação, critérios utilizados para a seleção de amostras dos estudos , por exemplo, a escolha do ponto de corte.

Faz-se necessário que sejam realizadas pesquisas com o objetivo de identificar os processos cognitivos que se encontram defasados no grupo de alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem em matemática, tendo em vista a intervenção nessas dificuldades. É igualmente necessária a identificação, no início da escolaridade, dos processos cognitivos que são precursores do aprendizado da matemática, para que medidas de prevenção possam ser tomadas, evitando, assim, que muitas das dificuldades de aprendizagem se instalem. Considerando os baixos índices de desempenho matemático dos alunos brasileiros apontados pelas avaliações nacionais de aprendizagem matemática, releva-se a necessidade de estudos de intervenção como fundamentais para a mudança de prática do ensino da matemática.

Nesse ponto, ao destacar as implicações educacionais deste estudo, questionamos se a escola brasileira tem considerado a importância do raciocínio lógico para a aprendizagem da matemática ou se tem apenas priorizado procedimentos mecânicos. Os resultados apresentados pelos participantes dos diferentes grupos apontam que a escola não tem focado o ensino da matemática voltado para a compreensão de conceitos, tem direcionado para procedimentos executados mecanicamente. Ambas as abordagens (conceituais e procedurais) são fundamentais para o ensino adequado produtivo da matemática. É preciso que haja uma mudança na ênfase do ensino e avaliação de conteúdos memorizados para o ensino e avaliação de processos gerais de raciocínio

Dessa forma, para finalizar, importante destacar que, apesar das suas limitações, este estudo cumpriu o objetivo de analisar as relações entre memória de trabalho e raciocínio quantitativo com o desempenho matemático. O instrumento utilizado para avaliar o raciocínio quantitativo possibilitou a análise qualitativa dos processos cognitivos utilizados pelos alunos durante a realização de uma tarefa matemática, confirmando a importância da aproximação entre conceitos neuropsicológicos e o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Constatamos nesta pesquisa diferenças entre os grupos em todas as funções avaliadas nesta pesquisa. Desse modo, permitiu-nos fazer inferências sobre a metodologia de ensino da matemática na escola, na medida em que foi possível constatar dificuldades nas crianças para resolverem as tarefas apresentadas pela pesquisadora, sugerindo que, as atividades matemáticas escolares observadas nesta pesquisa não estão favorecendo o desenvolvimento dos processos cognitivos subjacentes ao conhecimento conceitual e procedural da matemática.

REFERÊNCIAS

ATKINSON, R.C.; SHIFFRIN, R.M. Human memory: A proposed system and its control processes. In: K.W. SPENCE; J. T. SPENCE (Eds.). *The psychology of learning and motivation:* Advances in research and theory. New York: Academic Press, 1968. *v. 2,* p. 742-775.

BADDELEY, A. D.; HITCH, G. J. Working memory. In: BOWER, G. (Org.), *Recent advances in learning and motivation*. Londres: Academic Press, 1974, p. 47-90.

BADDELEY, A. D. Exploring the central executive. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology, 49A*(1), 1996, p. 5-28.

BADDELEY, A. D. The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends in cognitive science*, 2000, v. 4, p. 417-423.

BADELLEY, A. D. Is Working Memory Still Working? *European Psychologist,* June, 2002, v. 7, n. 2, p. 85-89.

BARBOSA, H. Sentido de número na infância: uma interconexão dinâmica entre conceitos e procedimentos. *Revista Paidéia*. Ribeirão Preto, v. 17, n. 37, 2007, p. 181-194.

BECKER, F. *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

BERKENBROCK, E. O; JAQUES, E. M. *Matemática na Educação Infantil*. Revista de divulgação técnico-científica do ICPG, v. 2 n. 5, abr.-jun./2004. Disponível em: www.icpg.com.br/hp/revista/download.exec.php. Acesso em: 31 ago. 2008.

BUENO, O. F.; OLIVEIRA, M. G. Memória e Amnésia. In: ANDREADE, V. M.; SANTOS, F. H.; BUENO, O. F. *Neuropsicologia Hoje.* São Paulo: Artes Médicas, 2004.

BULL, R.; ESPY, K. Working memory, executive functioning and children´s mathematics. *Development cognitive Neuroscience Laboratory University of Nebraska*, 2006.

BUTTERWORTH, B. The Development of Arithmetical Abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry.* New York, 2005, v. 46, n. 1, p. 3-18.

CAPELLINI, S.A; SMYTHE, I. Protocolo de avaliação de habilidades cognitivo-linguísticas: livro do profissional e do professor. Marília: Fundepe, 2008.

CAPOVILLA, A; MONTIEL, J.; CAPOVILLA, F. *Teoria e Pesquisa em Avaliação Neuropsicológica.* São Paulo: Memnon, 2007.

CIRINO, P.; MORRIS, M.; MORRIS, R. Semantic, Executive, and Visuospatial Abilities. In: Mathematical Reasoning of Referred College Students. *Assessment*, 2007, v. 14, n. 1, p. 94-104.

CORSO, L. V. *A Busca de relações entre as dificuldades na leitura e na matemática*: um estudo com alunos da 3ª a 5ª série do Ensino Fundamental. Projeto de tese de Doutorado em Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2006.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa*: métodos qualitativo, quantitativo e misto. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DEHAENE, S. *The number sense:* How the mind creates mathematics. New York: Oxford University Press, 1997.

DEHAENE, S.; COHEN, L. *Towards an anatomical and functional model of number processing*. Mathematical Cognition, 1995, v. 1, n. 1, p. 83-120.

DEHAENE, S.; COHEN, L. Cerebral Pathways for Calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*: a journal deveted to the study of the nervous system and behavior, Varese, 1997, v. 33, p. 219-250.

DELVAL, J. *Introdução à prática do método clínico*: descobrindo o pensamento das crianças. Porto Alegre: Artmed, 2002.

DORNELES, B. V. Obstáculos cognitivos na aprendizagem matemática inicial: a contagem, as operações iniciais e os diferentes sentidos de número. In: MALUF, M. I. (coord.). *Aprendizagem:* tramas do saber e da subjetividade. Petrópolis/RJ: Vozes, 2006.

DORNELES, B. V. Crianças com dificuldades de aprendizagem na matemática: um grupo desconhecido. In: ENRICONE, J.; GOLDBERG, K. (Orgs.). *Necessidades Educativas Especiais*: subsídios para a prática educativa. Erechim/RS: Edifapes, 2007.

DSM-IV. *Manual diagnóstico e estatístico de transtornos men*tais. 4.ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GATHERCOLE, S.; ALLOWAY, T. *Working memory & Learning*: a practical guide for teachers. London: SAGE Publications, 2008.

GAZZANIGA, M; IVRY, R.; MAGNUN, G. *Neurociência Cognitiva:* a biologia da mente. 2.ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

GEARY, D. et al. Numerical and Arithmetical Cognition: a longitudinal of process and concept deficits in children with learning disabilities. *Journal of Experimental Child* psychology. San Diego, 2000, v. 77, p. 236-263.

GEARY, D. C.; HOARD, M. K. Learning disabilities in basic mathematics: Deficits in memory and cognition. In: Royer, J. M. (Ed.). *Mathematical cognition.* Greenwich, CT: Information Age Publishing, 2002, p. 93-115.

GEARY, D. Mathematics and learning disabilities. *Journal of learning disabilities*. 2004, v. 37, n. 1, p. 4-15.

GEARY, D. C. (2006). Development of mathematical understanding. In D. Kuhl & R. S. Siegler (Vol. Eds.), *Cognition, perception, and language, Vol 2* (pp. 777-810). W. Damon (Gen. Ed.), *Handbook of child psychology* (6 th Ed.). New York: John Wiley & Sons.

GELMAN, R.; GALLISTEL, C. R. *The child's understanding of number.* Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

GERSTEN, R.; CHARD, D. Number Sense: rethinking arithmetic instruction for students with mathematical disabilities. *Journal of Special Education*. New York, 1999, v. 33, n. 1, p. 18-29.

GERSTEN, R. et al. Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of learning disabilities*. 2005, v. 38, n. 4.

GOLBERT, Clarissa S. Considerações sobre as atividades dos profissionais em Psicopedagogia na Região de Porto Alegre. In: *Boletim da Associação Brasileira de Psicopedagogia*, ano 4, n. 8, Agosto de 1985.

GOLBERT, C. S. *Processos cognitivos na aprendizagem da matemática*: habilidade no sistema de números através de jogo matemático. Anais do ANPEDSUL – 7º Seminário de Pesquisa em Educação na Região Sul. Itajaí/SC: Univali, Junho, 2008.

GOLBERT, C. S.; MOOJEN, S. M. P. Dificuldades na aprendizagem escolar. In: SUKIENNIK, P. B. (Org.). *O aluno problema:* transtornos emocionais de crianças e adolescentes. Porto Alegre: Mercado Aberto, 2000.

JORDAN, N. *The need for number sense*: the roots of many student´s math difficulties are evident as early as kindergarten. Association for supervision and curriculum development. Educational Leadership. 2007, October, p. 63- 66.

KAMII, C. *A criança e o número*. Campinas/SP: Papirus, 1991.

KAMII, C. *Desvendando a aritmética*: implicações da teoria de Piaget. 2.ed. Campinas, SP: Papirus, 1995.

MANN, H. B. & WHITNEY, D. R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Annals of Mathematical Statistics, v.*18, 1947, p.50–60.

MAURI, T. O que faz com que o aluno e a aluna aprendam os conteúdos escolares? In: COOL, C (Orgs.) *O construtivismo na sala de aula.* 6.ed. São Paulo: Ática, 2006.

MELLO, C. B.; XAVIER, G. F. Desenvolvimento da Memória: influências do conhecimento de base e do uso de estratégias. In: MELLO, C. B. et al. *Neuropsicologia do Desenvolvimento*. São Paulo: Mennon, 2005.

MIRAS, M. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimnetos prévios. In: COLL, C. et al. *O construtivismo na sala de aula.* São Paulo: Editora Ática, 2006.

MONTANGERO, J.; MAURICE-NAVILLE, D. *Piaget ou a inteligência em evolução?* Porto Alegre: Artmed, 1998.

MOOJEN, S. M. Transtorno da leitura. In: ENRICONE, J. R. *Necessidades educativas especiais:* subsídios para a prática educativa. Erechim/RS: EdiFapes, 2007.

NUNES, T; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. *Educação matemática 1:* números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T. et al. The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology*. 2007, v. 25, p. 147-166.

OKAMOTO, Y.; CASE, R. Exploring the Microstructure of Children´s Central Conceptual Structures in the Domain of Number. *Monographs of the Society for Research in Child Development,* Chicago, v.61, p.27-59, 1996.

ORRANTIA, J. Dificultades en el Aprendizaje de las Matematicás: una perspectiva evolutiva. *Revista Psicopedagogia*, São Paulo, 2006, v. 23, n. 71, p. 666-673.

OSTAD, S; SORENSEN, P. Private Speech and Stategy-Use Patterns: Bidirectional Comparisons of Children With and Without Mathematical Difficulties in a Developmental Perspective. *Journal of Learning Disabilities*, 2007, v.40, n. 1, p. 2-14.

PAÍN, S. *Diagnóstico e tratamento dos problemas de aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed, 1985.

PASSOLUNGHI, M. C. et al. *The precursors of mathematics learning*: Working memory, phonological ability and numerical competence. Cognitive Development. June, 2007, v. 22, Issue 2, p. 165-184.

PASTOR, I. Alterações do processamento do cálculo em pacientes com doença de alzhaimer. Madrid: Ed.IMERSO, 2008, 171p.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na crianças*. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, J. *Seis estudos de psicologia*. 18.ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1991.

PIAGET, J. et al. *Abstração reflexionante*: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIAGET, J. *Biologia e Conhecimento.* Petrópolis: Editora Vozes, 1996.

PRIMI, R. et al. Competências e habilidades Cognitivas: Diferentes definições dos mesmos constructos. *Teoria e Pesquisa,* 2001, v. 17, p. 151-159.

PRIMI, R. Inteligência Fluida: definição fatorial, cognitiva e neuropsicológica. *Sobredotação.* 2002, v. 3, p. 127-144.

SANTOS, M. A.; PRIMI, R. Desenvolvimento de um teste informatizado para a avaliação do raciocínio, da memória e da velocidade de processamento. *Estudos de Psicologia*. Campinas, 2005, v. 22, p. 241-254.

SANTOS, F. H.; MELLO, C. B. Memória Operacional e estratégias de memória na infância. In: ANDRADE, V. M.; SANTOS, F. H.; BUENO O. F. A. *Neuropsicologia Hoje*. Porto Alegre: Artmed, 2004.

SILVA, L. Q. et al. Instrumentos psicopedagógicos de avaliação e/ou diagnóstico. In: MALUF, M. I. (coord.). *Aprendizagem:* tramas do saber e da subjetividade. Petrópolis/RJ: Vozes, 2006.

SILVER, C. H. et al. *Learning disabilities*: The need for neuropsychological evaluation. Archives of Clinical Neuropsychology, 2008, v. 23, p. 217-219.

SOLÉ, I.; COLL, C. Os professores e a concepção construtivista. In: COOL, C (Orgs.) *O construtivismo na sala de aula.* 6.ed. São Paulo: Ática, 2006.

SPEARMAN, C. The proof and measurement of association between two things. *Amer. J. Psychol.*, 15 ,1904, p. 72–101.

STARKEY, P.; COOPER, R. Perception of numbers by human infants. *Science*. Nov., 1980, v. 210.

STERNBERG, R. *Psicologia cognitiva*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

STERNBERG, R. *Psicologia cognitiva*. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 2008.

THOMPSON, P. W. Quantitative reasoning, complexity and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, *25*(3), 1993, p. 165-208.

WEISS, M. L. *Psicopedagogia clínica:* uma visão diagnóstica dos problemas de aprendizagem escolar. 9.ed., Rio de Janeiro: DP&A, 2002.

ANEXOS

ANEXO 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Autorizo meu (minha) filho (a) ______________________________ a participar da pesquisa intitulada "Raciocínio Quantitativo e Memória de Trabalho: um estudo comparativo entre grupos" realizada pela psicopedagoga Joanne Lamb Maluf, mestranda da UFRGS, sob orientação da profª. Dra. Clarissa Seligman Golbert, durante o primeiro semestre de 2009.

As crianças serão avaliadas pela psicopedagoga responsável e será estabelecido um plano de pesquisa que será desenvolvido na escola durante o período escolar em horários previamente combinados com o (a) professor (a) de modo que não prejudique o aproveitamento do aluno. Cada aluno participará de quatro encontros de avaliação. A duração de cada encontro é de no máximo 15 minutos. Os registros serão sempre tratados confidencialmente. Os resultados deste estudo poderão ser usados para fins científicos, mas os alunos não serão identificados por nomes. Os pais ou responsáveis poderão ser informados sobre o desempenho dos alunos participantes, quando sentirem necessidade.

Declaro que concordo com a participação de ______________________________ na pesquisa referida acima, realizada pela psicopedagoga e mestranda Joanne Lamb Maluf, da Faculdade de Educação da UFRGS.

______________________________	______________________________
Assinatura do Pai/Mãe ou Responsável 2009/1	Data

Contatos através do telefone (51) 9205-0882 ou pelo e-mail jomaluf@yahoo.com.br

ANEXO 2

Prova de Aritmética
Folha do Aluno

Alessandra Gotuzo Seabra Capovilla
José M. Montiel
Fernando C. Capovilla

Nome: ____ Série: ________

1a) Você verá alguns números. Escreva os nomes deles.

8 ____
37 ____
60 ____
152 ____
7.048 ____

1b) Escreva os números que você vai ouvir:

_______ _______ _______ _______ _______

2a) Escreva os números, a partir do número 50, em ordem crescente, de dois em dois números. A seqüência já está começada, você deve continuar:

50 52 ____

2b) Escreva os números, a partir do 30, em ordem decrescente, de três em três números. A seqüência já está começada, você deve continuar:

30 27 ____

3) Observe os números abaixo e circule, em cada par, qual é o maior.

8 ______ 2
69 ______ 97
731 ______ 602
136 ______ 100

4) Nesta página há algumas contas. Você deve resolver as que você souber.

3 + 5	7 + 4	28 + 60	39 + 46
9 - 4	12 - 5	36 - 25	58 - 29
4 x 2	30 x 3	46 x 2	26 x 14
9 | 3	48 | 4	42 | 3	90 | 15

5) Você vai ouvir algumas contas. Eu vou falar e você deverá resolver, escrevendo a conta neste papel.

1)	2)	3)	4)
5)	6)	7)	8)
9)	10)	11)	12)
13)	14)	15)	16)

6) Agora você lerá quatro problemas por escrito e deverá solucioná-los, escrevendo a resposta correta.

1) João tinha quatro maçãs e ganhou mais oito. Com quantas maçãs João ficou?

2) Maria tinha treze livros mas perdeu dois. Com quantos livros Maria ficou?

3) Na classe existem trinta alunos. Cada aluno tem dois cadernos. Quantos cadernos existem na classe?

4) A professora tinha vinte lápis. Ela dividiu os lápis entre os cinco alunos da sala. Quantos lápis cada aluno ganhou?

ANEXO 3

Data: ____/ ____/ ____

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
PESQUISA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Nome: ____ Idade: _____________

Início: _____ horas _____ minutos

Término: _____ horas _____ minutos

MEMÓRIA DE TRABALHO (ORDEM INDIRETA)

ITENS DO TESTE	INDIRETA	A(ACERTO) E(ERRO)
5 2	2 5	
9 4	4 9	
2 8 5	5 8 2	
7 9 1	1 9 7	
1 7 5 9	9 5 7 1	
4 9 8 2	2 8 9 4	
1 5 4 2 8	8 2 4 5 1	
2 1 4 7 5	5 7 4 1 2	

JOANNE LAMB MALUF
PSICOPEDAGOGA
MESTRANDA EM EDUCAÇÃO – UFRGS
jomaluf@yahoo.com.br

ANEXO 4

Data: ____/ ____/ ____

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
PESQUISA DE DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Nome: ____ Idade: _____________

Início: _____ horas _____ minutos

Término: _____ horas _____ minutos

MEMÓRIA DE CURTO PRAZO (ORDEM DIRETA)

ITENS DO TESTE	A(ACERTO) E(ERRO)
2 4	
9 7	
4 8 5	
2 7 4	
2 5 9 4	
4 9 5 1	
2 7 1 9 5	
7 2 8 5 4	
1 5 4 7 9 2	
8 2 7 9 5 1	
5 1 2 7 8 9 4	
9 4 2 8 1 5 7	
8 1 7 9 2 4 1 5	
7 2 9 1 4 5 8 7	

____
JOANNE LAMB MALUF
PSICOPEDAGOGA
MESTRANDA EM EDUCAÇÃO – UFRGS
jomaluf@yahoo.com.br

ANEXO 5

Nome: ________________________ Data: ___/___/___ Duração: ____________

$\boxed{64}$

$\boxed{30} + \boxed{30} + \boxed{4} = \boxed{64}$

COMPLETE CONFORME O MODELO ACIMA:

$\boxed{40} + \boxed{} + \boxed{4} = \boxed{64}$

$\boxed{20} + \boxed{20} + \boxed{} + \boxed{4} = \boxed{64}$

$\boxed{} + \boxed{20} + \boxed{10} + \boxed{4} = \boxed{64}$

$\boxed{640}$

$\boxed{300} + \boxed{300} + \boxed{40} = \boxed{640}$

COMPLETE CONFORME O MODELO ACIMA:

$\boxed{400} + \boxed{} + \boxed{40} = \boxed{640}$

$\boxed{200} + \boxed{200} + \boxed{} + \boxed{40} = \boxed{640}$

$\boxed{} + \boxed{200} + \boxed{100} + \boxed{300} = \boxed{640}$

RESOLVA AS SEGUINTES OPERAÇOES:

6 + 4 =	**5 + 7 =**
16 + 4 =	**15 + 7 =**
26 + 4 =	**25 + 7 =**
46 + 4 =	**45 + 7 =**
66 + 4 =	**65 + 7 =**
86 + 4 =	**85 + 7 =**
96 + 4 =	**95 + 7 =**

ENCONTRE O NÚMERO QUE FALTA NO $\boxed{}$ **:**

3 + 3 = $\boxed{}$ então 4 + 3 = $\boxed{}$

7 + 7 = $\boxed{}$ então 7 + 8 = $\boxed{}$; 6 + 7 = $\boxed{}$

25 + 25 = $\boxed{}$ então 26 + 27 = $\boxed{}$; 23 + 27 = $\boxed{}$

500 + 500 = $\boxed{}$ então 503 + 501 = $\boxed{}$

ANEXO 6

PROTOCOLO DE AVALIAÇÃO

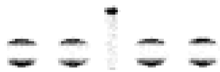
- Raciocínio Abstrato –

DADOS DE IDENTIFICAÇÃO

Nome: ______________________________ Data de nascimento: ____ / ____ / ____
Idade: ____________ Local de aplicação: ______________________________
Examinador: ________________________ Data da Aplicação do teste: ____ / ____ / ____

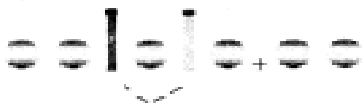
PARTE I – "O FÓSFORO" (alongamento)

1º) Dispor na mesa uma fila com 4 (quatro) fichas. Solicitar ao examinando que posicione o fósforo no meio.



Planeja e antecipa (   )
Aleatório, sem planejar (   )
Percebe o erro e recoloca (   )

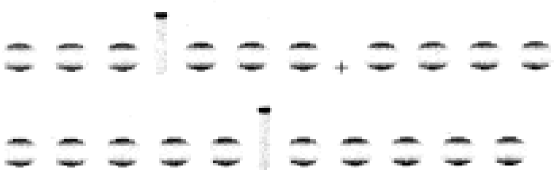
2º) Solicitar ao examinando que acrescente mais 2 (duas) fichas à direita ou à esquerda. A seguir, fazer a mesma solicitação anterior.



Planeja e antecipa (   )
Aleatório, sem planejar (   )
Percebe o erro e recoloca (   )

- O fósforo está no meio? Como sabes? Quantas fichas tu passastes com o fósforo?

3º) Solicitar ao examinando que acrescente mais 4 (quatro) fichas à direita ou à esquerda. A seguir, fazer a mesma solicitação anterior.



Planeja e antecipa (   )
Aleatório, sem planejar (   )
Percebe o erro e recoloca (   )

- O fósforo está no meio? Como sabes? Quantas fichas tu passastes com o fósforo?

4º) E se for acrescentado mais 8 (oito) fichas. Quantas fichas tu precisarás passar com o fósforo?

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

5º) E se for acrescentado mais 20 (vinte) fichas. Quantas fichas tu precisarás passar com o fósforo?

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

6º) E se for acrescentado mais 100 (cem) fichas. Quantas fichas tu precisarás passar com o fósforo? E se for acrescentado mais 200 (duzentas) fichas. Quantas fichas tu precisarás passar com o fósforo?

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

*** E se a fila for muito longa?

( ) Não sabe responder;
( ) Faz algumas hipóteses;
( ) Generaliza, sempre será a metade do número de fichas que precisará percorrer com o fósforo. Lei geral.

O aluno ______________________________ de acordo com seu desempenho, encontra-se no:

Nível IA ( )

Nível IB ( )

Nível IIA ( )

Nível IIB ( )

Nível III ( )

4°) Solicitar que acrescente mais 2 (duas) fichas à direita ou à esquerda. Após, solicitar ao examinando que posicione o fósforo no meio.

Questionar: Quantas fichas tu passastes com o fósforo?
O fósforo está no meio? Como tens certeza?

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

5°) Solicitar ao examinando que acrescente mais 2 (duas) fichas à direita ou à esquerda. Após, solicitar ao examinando que posicione o fósforo no meio.

Questionar: Quantas fichas tu passastes com o fósforo?
O fósforo está no meio? Como tens certeza?

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

6°) Solicitar ao examinando que acrescente mais 4 (quatro) fichas à direita ou à esquerda. A seguir, fazer a mesma solicitação anterior.

- Está no meio? Como sabes? Quantas fichas tu passastes com o fósforo?

Planeja e antecipa ( )
Aleatório, sem planejar ( )
Percebe o erro e recoloca ( )

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

7°) Solicitar ao examinando que acrescente mais 4 (quatro) fichas à direita ou à esquerda. A seguir, fazer a mesma solicitação anterior.

- Está no meio? Como sabes? Quantas fichas tu passastes com o fósforo?

Planeja e antecipa ( )
Aleatório, sem planejar ( )
Percebe o erro e recoloca ( )

PARTE II – "O FÓSFORO" (deslocamento)

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

"Nesta etapa, é o experimentador quem desloca o fósforo. O examinando deverá acrescentar fichas."

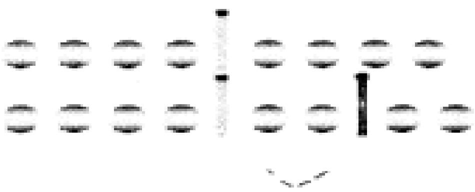
1º) Se eu mexer o palito de fósforo para além de 1. Tu deves acrescentar quanto?

Planeja e antecipa ( )
Aleatório, sem planejar ( )
Percebe o erro e recoloca ( )

2º) Se eu mexer o palito de fósforo para além de 2. Tu deves acrescentar quanto?

Planeja e antecipa ( )
Aleatório, sem planejar ( )
Percebe o erro e recoloca ( )

3º) Se eu mexer o palito de fósforo para além de 2. Tu deves acrescentar quanto?



Planeja e antecipa ( )
Aleatório, sem planejar ( )
Percebe o erro e recoloca ( )

Verbaliza a regra ( )
Precisa do concreto ( )
Conta nos dedos ( )

ANEXO 7

ABEP
associação brasileira de empresas de pesquisa

Critério de Classificação Econômica Brasil

O Critério de Classificação Econômica Brasil, enfatiza sua função de estimar o poder de compra das pessoas e famílias urbanas, abandonando a pretensão de classificar a população em termos de "classes sociais". A divisão de mercado definida abaixo é exclusivamente de **classes econômicas**.

SISTEMA DE PONTOS

Posse de itens

	Quantidade de Itens				
	0	1	2	3	4 ou +
Televisão em cores	0	1	2	3	4
Rádio	0	1	2	3	4
Banheiro	0	4	5	6	7
Automóvel	0	4	7	9	9
Empregada mensalista	0	3	4	4	4
Máquina de lavar	0	2	2	2	2
Videocassete e/ou DVD	0	2	2	2	2
Geladeira	0	4	4	4	4
Freezer (aparelho independente ou parte da geladeira duplex)	0	2	2	2	2

Grau de instrução do chefe de família

Analfabeto / Primário incompleto	Analfabeto / Até 3ª. Série Fundamental	0
Primário completo / Ginasial incompleto	Até 4ª. Série Fundamental	1
Ginasial completo / Colegial incompleto	Fundamental completo	2
Colegial completo / Superior incompleto	Médio completo	4
Superior completo	Superior completo	8

CORTES DO CRITÉRIO BRASIL

Classe	PONTOS	TOTAL BRASIL (%)
A1	42 - 46	0,9%
A2	35 - 41	4,1%
B1	29 - 34	8,9%
B2	23 - 28	15,7%
C1	18 - 22	20,7%
C2	14 - 17	21,8%
D	8 - 13	25,4%
E	0 - 7	2,6%

ABEP - Associação Brasileira de Empresas de Pesquisa – 2008 – www.abep.org – abep@abep.org
Dados com base no Levantamento Sócio Econômico – 2006 - IBOPE

PROCEDIMENTO NA COLETA DOS ITENS

É importante e necessário que o critério seja aplicado de forma uniforme e precisa. Para tanto, é fundamental atender integralmente as definições e procedimentos citados a seguir.

Para aparelhos domésticos em geral devemos:

Considerar os seguintes casos
- Bem alugado em caráter permanente
- Bem emprestado de outro domicílio há mais de 6 meses
- Bem quebrado há menos de 6 meses

Não considerar os seguintes casos
- Bem emprestado para outro domicílio há mais de 6 meses
- Bem quebrado há mais de 6 meses
- Bem alugado em caráter eventual
- Bem de propriedade de empregados ou pensionistas

Televisores

Considerar apenas os televisores em cores. Televisores de uso de empregados domésticos (declaração espontânea) só devem ser considerados caso tenha(m) sido adquirido(s) pela família empregadora.

Rádio

Considerar qualquer tipo de rádio no domicílio, mesmo que esteja incorporado a outro equipamento de som ou televisor. Rádios tipo walkman, conjunto 3 em 1 ou microsystems devem ser considerados, desde que possam sintonizar as emissoras de rádio convencionais. Não pode ser considerado o rádio de automóvel.

Banheiro

O que define o banheiro é a existência de vaso sanitário. Considerar todos os banheiros e lavabos com vaso sanitário, incluindo os de empregada, os localizados fora de casa e os da(s) suíte(s). Para ser considerado, o banheiro tem que ser privativo do domicílio. Banheiros coletivos (que servem a mais de uma habitação) não devem ser considerados.

Automóvel

Não considerar táxis, vans ou pick-ups usados para fretes, ou qualquer veículo usado para atividades profissionais. Veículos de uso misto (lazer e profissional) não devem ser considerados.

Empregada doméstica

Considerar apenas os empregados mensalistas, isto é, aqueles que trabalham pelo menos 5 dias por semana, durmam ou não no emprego. Não esquecer de incluir babás, motoristas, cozinheiras, copeiras, arrumadeiras, considerando sempre os mensalistas.
Note bem: o termo "empregados mensalistas" se refere aos empregados que trabalham no domicílio de forma permanente e/ou contínua, pelo menos 5 dias por semana, e não ao regime de pagamento do salário.

Máquina de Lavar

Considerar máquina de lavar roupa, somente as máquinas automáticas e/ou semi-automáticas. O tanquinho NÃO deve ser considerado.

Videocassete e/ou DVD

Verificar presença de qualquer tipo de vídeo cassete ou aparelho de DVD.

Geladeira e Freezer

No quadro de pontuação há duas linhas independentes para assinalar a posse de geladeira e freezer respectivamente. A pontuação será aplicada de forma independente:

a) Havendo geladeira no domicílio, independente da quantidade, serão atribuídos os pontos (4) correspondentes a posse de geladeira;
b) Se a geladeira tiver um freezer incorporado – 2ª. porta – ou houver no domicílio um freezer independente serão atribuídos os pontos (2) correspondentes ao freezer.

As possibilidades são:

Não possui geladeira nem freezer	0 pt
Possui geladeira simples (não duplex) e não possui freezer	4 pts
Possui geladeira de duas portas e não possui freezer	6 pts
Possui geladeira de duas portas e freezer	6 pts
Possui freezer mas não geladeira (caso raro mas aceitável)	2 pt

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES

Este critério foi construído para definir grandes classes que atendam às necessidades de segmentação (por poder aquisitivo) da grande maioria das empresas. Não pode, entretanto, como qualquer outro critério, satisfazer todos os usuários em todas as circunstâncias. Certamente há muitos casos em que o universo a ser pesquisado é de pessoas, digamos, com renda pessoal mensal acima de US$ 30.000. Em casos como esse, o pesquisador deve procurar outros critérios de seleção que não o CCEB.

A outra observação é que o CCEB, como os seus antecessores, foi construído com a utilização de técnicas estatísticas que, como se sabe, sempre se baseiam em coletivos. Em uma determinada amostra, de determinado tamanho, temos uma determinada probabilidade de classificação correta, (que, esperamos, seja alta) e uma probabilidade de erro de classificação (que, esperamos, seja baixa). O que esperamos é que os casos incorretamente classificados sejam pouco numerosos, de modo a não distorcer significativamente os resultados de nossa investigação.

Nenhum critério, entretanto, tem validade sob uma análise individual. Afirmações freqüentes do tipo "... *conheço um sujeito que é obviamente classe D, mas pelo critério é classe B...*" não invalidam o critério que é feito para funcionar estatisticamente. Servem, porém, para nos alertar, quando trabalhamos na análise individual, ou quase individual, de comportamentos e atitudes (entrevistas em profundidade e discussões em grupo respectivamente). Numa discussão em grupo um único caso de má classificação pode pôr a perder todo o grupo. No caso de entrevista em profundidade os prejuízos são ainda mais óbvios. Além disso, numa pesquisa qualitativa, raramente uma definição de classe exclusivamente econômica será satisfatória.

Portanto, é de fundamental importância que todo o mercado tenha ciência de que o CCEB, ou qualquer outro critério econômico, não é suficiente para uma boa classificação em pesquisas qualitativas. Nesses casos deve-se obter além do CCEB, o máximo de informações (possível, viável, razoável) sobre os respondentes, incluindo então seus comportamentos de compra, preferências e interesses, lazer e hobbies e até características de personalidade.

Uma comprovação adicional da conveniência do Critério de Classificação Econômica Brasil é sua discriminação efetiva do poder de compra entre as diversas regiões brasileiras, revelando importantes diferenças entre elas.

DISTRIBUIÇÃO DA POPULAÇÃO POR REGIÃO METROPOLITANA

CLASSE	Total BRASIL	Gde. FORT	Gde. REC	Gde. SALV	Gde. BH	Gde. RJ	Gde. SP	Gde. CUR	Gde. POA	DF
A1	0,9%	1,5%	0,5%	0,4%	1,3%	0,8%	0,8%	1,6%	1,1%	2,2%
A2	4,1%	3,3%	3,2%	2,8%	3,5%	3,4%	4,5%	6,0%	4,2%	7,1%
B1	8,9%	5,9%	6,0%	4,6%	7,2%	8,3%	10,6%	11,4%	9,8%	11,5%
B2	15,7%	8,7%	8,0%	9,6%	14,3%	14,1%	19,0%	18,8%	19,4%	18,8%
C1	20,7%	11,3%	12,3%	16,1%	18,0%	23,1%	22,4%	23,9%	27,0%	17,9%
C2	21,8%	19,9%	21,8%	24,4%	21,5%	24,6%	21,5%	18,5%	18,5%	17,7%
D	25,4%	36,9%	40,7%	36,6%	31,5%	24,8%	20,7%	17,7%	18,3%	21,9%
E	2,6%	12,5%	7,5%	5,5%	2,6%	1,2%	0,7%	2,1%	1,9%	2,9%

RENDA FAMILIAR POR CLASSES

Classe	Pontos	Renda média familiar (R$)
A1	42 a 46	9.733
A2	35 a 41	6.564
B1	29 a 34	3.479
B2	23 a 28	2.013
C1	18 a 22	1.195
C2	14 a 17	726
D	8 a 13	485
E	0 a 7	277

ABEP - Associação Brasileira de Empresas de Pesquisa – 2008 – www.abep.org – abep@abep.org
Dados com base no Levantamento Sócio Econômico – 2006 - IBOPE